

КОСТА СТОЈАНОВИЋ

РАСПРАВЕ И ЧЛАНЦИ

ИЗ

НАУКЕ И ФИЛОЗОФИЈЕ

1922

ИЗДАВАЧКА КЊИЖАРНИЦА НАПРЕДАК
БЕОГРАД

К. СТОЈАНОВИЋ

РАСПРАВЕ И ЧЛАНЦИ
ИЗ
НАУКЕ И ФИЛОЗОФИЈЕ

ПРВА СВЕСКА



БЕОГРАД
ИЗДАВАЧКА КЊИЖАРНИЦА НАПРЕДАК
1922

Покојни Коста Стојановић понудио је, кратко време пред своју смрт, Издавачкој Књижара Напредак да му изда у једној књизи збирку чланака и расправа.

Издавачка Књижара Напредак радо се одазвала тој жељи покојног Косте Стојановића и изишла је његовом захтеву на сусрет. На основу споразума са Напретком одабрао је покојни Стојановић сам чланке и расправе, за које је мислио да имају интереса да се објаве у посебној књизи.

По његовом избору штампају се сада ти чланци и расправе у овој књизи, са исправкама, које је писац још пре смрти успео да учини.

Књижара Напредак одужује свој дуг пијетета према заслужном државнику, издајући по његовој жељи ову збирку његових радова.

Београд, септембра 1922.

Издавачка Књижара Напредак.

ПРЕДГОВОР.

У овој књизи одштампавам неке од мојих расправа раније публиковане, које се односе на гледиште о материји и методе физичко-математичке у проучавању проблема механике и физике. Последњих 20 година су из основа измењени наши погледи: на геометрију, механику и природу, склоп, материје. Не-Евклидова геометрија, дисперзија материја, склоп атома, трансмутација елемената резултат су покушаја XIX-ог века, да се појаве механистички тумаче, да се за електро-магнетске појаве нађе интерпретација Лагранжових и Хамилтонових једначина и да се принципи механике аплицирају, како у астрономији, тако у физици и хемији, биологији и социјологији. Многи су покушаји остали безуспешни, али је резултат свега напора уродио плодом у стеченим новим гледиштима на конституцију материје, која отварају сасвим нове хоризонте и теорији и примени научних резултата на техничко напредовање човечанства.

Векови, који буду дошли после нашег имаће нове методе математичке, механичке и експерименталне за проучавање појава. Механика, астрономија, физика, хемија и друге гране људског сазнања истаћи ће нове проблеме проучавања и употребити нове методе за проналажење истина и сталних односа међу променљивим количинама, које карактеришу шаренило скупина у природи. Све ово не значи да не треба знати етапе XIX-ог и XX-ог века, које су биле поступне скале да се до виших фаза еволуционих нашег прогреса дође. На против, хармонија се прогреса људског види тек онде јасно, ако се као целина могу у опште сазнати сви напори и сва стања којима се људски ум кретао у сазнању од опажања чулних утисака спољне природе, до налажења права каузалности и закони-

тости између појава. Будућност ће имати нову терминологију, нова гледишта на оно, што ми данас зовемо законом, на вероватноћу јављања појава, на случај, фаталитет, каузалност, циљеве живота, у опште на процесе и појаве, којима се манифестација свега у природи очитује у вечној плими и одсеци ритмичких промена непрегледне васионе.

Ми се данас налазимо пред групама проблема за које је још у прошлом веку стајала готово вето, да им се узроци сазнати могу. Завирити у свет молекуларних и атомских кретања беше домен спекулација метафизичких и нагађања по интуицијама рационалним, са вером у апсолутну трансцендентност ових појава. Данас је то поље испитивања, мерења, директног и индиректног опажања и рачунања, тако да нисмо далеко од времена да чулно сагледамо димензије овог микрокозма. Дисперзија материје, општа појава која се сваког момента у природи врши, довела нас је до нових открића, која почивају на брзој или споријој промени стабилности система материјалних: молекула и атома, до ослобођавања колосалних интра-атомских и молекуларних енергија и до случаја, да се вештачким условима стварају појаве прелаза из једног равнотежног стања у друго до трансформације елемената. Док су раније деценије оперисале са трансакцијама између једињења система компликованих физичких средина и пратиле распађања и спајања, анализе и синтезе система, дотле смо данас у стању пратити промене у системима атомских композиција и промене међу самим атомима.

Принцип конзервације енергије и ентропије, који апсолутно своје значење имају за ограничени простор, који обухватају процесе и мене појава, добијају своју пуну апсолутност у примени на појаве и процесе безграничног простора, ако им се да тумачење као изразима више хармоније, или обележје, којима се интонира и наглашује ритмичка општост у акордима даха васионског. Оба принципа су симболи двеју основних особина; једне, да се створено, после свих промена могућих, у битности својој, као материјал из кога се скупине јављају, не може уништити, и друге особине, која наговештава у свршених, крајњих процеса и еволуционе границе до којих једна категорија промена може ићи. Извести из првог лако је немогућност уништења последњих вехикула материје, па била ма каква дисперзија, јер се све враћа, по свршетку ма којих

циклуса промена, етерском мору, које је бесконачни извор вихора и енергије. По другом принципу, који у затвореним циклусима води све процесе мртвом мору, где дисперзија, сводећи све ритмове на равнотежу апсолутну, на мир Нирване, апсолутно је невероватно доћи до те нирване у безграничном простору васионском, јер се не да претпоставити свођење разних, бескрајних и многих нивоа једновремено на нулу. Невероватноћа горње појаве доводи до истине стварања из снижених нивоа вишу и вечну ритмичност, самим дисперзијама, живота васионског, који нема почетка, нити може кадгод ни краја имати.

Као што је интуиција била главна подлога прошлости за открића и сазнања људско, тако ће и у будућности ова особина нашег ума бити главни извор свих импулса у прогресу вечном. Машта, интуиција, критика ума, са наслонем на методе науке и филозофије, свезиваће промене директно онажене са променама чулно несхватљивим, да се до пространијих хоризоната и погледа дође на свет појава. Од нагађања ће се доћи до истине; од истине ће се познатих ићи проналажењу истина нових и група ће појава и проблема трансцедентних, нејасних и несхватљивих бивати све мање. Домен вере у миракле биваће све мањи и мањи и очити скокови између појава биолошких, физичких и психичких, који данас још постоје, пребродиће се сигурнијим газовима и мостовима. Ембрион, спора, психа, воља, карактер, и друго довешће се у везу са еволуцијом материје, дисперзијом енергије и светом дуге или брзе промене равнотежног стања елемената хемијских, од којих су неки данас већ јасно уочени да трају мање но живот какве бациле.

Немогућност наћи систем какав према коме би наша мерења и опажања довели до нечега што је апсолутно, не искључује даље напоре у нашем сазнању. Све сазнање људско почива на налажењу односа; однос искључује апсолутност. Нема потребе да се нађе каква тачка у васиони, која се не креће, да се основи процеса, били они ма какви, сазнају. Све је у покрету: систем васионски, силне енергије, етер интерпланетарни и сидерални. Доста је имати релативно мирне тачке, да се карактеристички елементи уоче, из којих се може наћи законитост поретка у природи. Таквих је тачака доста, како у нашој непосредној близини, тако и даље од нас, и док су прве

релативности мање, дотле су удаљени системи сидерални, који нам могу послужити као база за праћење промене дужег трајања и виших етапа стабилности, јасни, уочљиви и доста значајни, да се наша оријентација за опсежније сазнање лако може проширити. Спектрална анализа налази удаљени центар за 10.000 parsec-а (parsec је дистанција звезде паралаксе од 1", одакле светлост долази за 3.35 година, а брзина је светлости 300.000 км. у 1"). Модерне методе сондирања васионе су индигенизне и структуре се природе, ван домена наше земље и нашег сунчаног система данас проучавају доста поуздано, као што у нашем кабинету проучавамо процесе једињења и особине елемената. Општа релативност, као постулат, тековина је нове науке и филозофије.

Релативност, као заједнички атрибут свег сазнања унела је доста пертурбација у основе геометрије, за коју се раније држало да је интактна, а данас је утврђено да је једна од бескрајно могућих. Логика ума не може изменити особине процеса и свет појава, али имајући у виду оправданост релативности, многе дисциплине апстрактне, дају особине релативитета постулатима, који су ван сфере опажања директног чулног. Особине теорема геометријских, изведене из постулата, који су резултат апстракција и израза заједничких квалитета линије, мењају се, услед промена нових дефиниција заједничких особина и нових база за посматрање апстрактних односа. Релативност општа, која је производ немања апсолутних система у опсервирању појава, појачава се субјективношћу, коју ми уносимо у наше сазнање, а извор јој је у нашем уму, у логици и конструкцији нашег мозга. Ефекти ове двојне релативности, по закону интерференције, не морају тежити релативности вишег степена, они могу бити апсолутнијег типа. Сазнање људско, услед укрштања утицаја, који имају порекло у горња два извора, тенденције је дати вишу фазу, приближнију стварности, што буде било више података, са којима будемо оперисали у будућности.

Обележио сам овде само тенденције прогреса. Упуштати се у ближе прогнозе ствар је немогућа. Осећање је наше да стојимо пред великим открићима науке и њене примене. Резултат ће будућних открића бити последица напора прошлости. Грчка, Ренесанс, модерно доба нарочито 19-ти век дали су импулсе, из којих се родили нови погледи и методи истраживања. Велика имена: Евклид, Архимед, Галилео, Њутн, Дарвин,

Пастер биће велике синтезе и етапе преко којих се не може прећи, да се разуме и данашњи и будући прогрес људске мисли. Физичари и математичари XIX-ог века остаће као најимпулсивнији мотор напредовања у будућности. Максвел, Томсон (Лорд-Келвин), Карно, Цицс, Поенкаре и плеада других оцртала је стазе и нове путеве нашег сазнања, указала на нове категорије проблема и нове методе проучавања. Расправе, које сам у овој књизи скупио, дају тек један незнатан део обавештења о питањима, која су била отворена пре двадесет година, и која су у току последњих година или решена или упућена добрим путевима да буду разјашњена. Из расправа мојих може се назрети, ако не сасвим, оно приближно у масу питања тако опсежних и пространих људских дисциплина, које теже проширити обим нашег сазнања у промени и мени појава природних.

Београд, јануара 1921.

К. Стојановић

I.

ТУМАЧЕЊЕ ПОЈАВА.

I.

Човек живи у свету појава. Свакодневне промене, које се збивају у нашој блиској и далекој васиони, која је обележена видљивим гравицама млечног пута, маглинама и разним звезданим констелацијама, указују нам и извесне правилности у тим променама. У колико је пространство веће и пружаће даље онога што чулима можемо пратити, у толико су и промене, за нас као посматраче, мање и изгледа да се налазимо у једном поретку ствари, чија је стабилност готово вечита. Промене су и сувише јасне и видљиве ако посматрање почне од наше најближе околине, па се то типично: појава у друштву, свету биљном и животињском, или посматрања фазâ и промена на нашој земљи, које су несравњено старије од првих, али јасне и убедљиве, кад се укаже геологијом на симптоме, који говоре и сведоче да је тих промена било. Лајичко гледање на ствари указује јасно на извесне правилности. Ни првим посматрачима, били они: песници, свештеници, филозофи или научари, није остало неопажено да у свима променама влада извештан ритам. Знано се да има прогреса и у прогресима осцилација и периодичности; да има обнављања, живота у природи. Ово осећање природе, утицај појава које се збивају око нас, нашли су у развоју различите изразе, да се њима обележи душевно стање наше, у коме се човек налазио, посматрајући све те промене. Народни епоси, религије разне, мотиви, народно веровање етапе су за еволуционе фазе, кроз које је људска мисао пролазила, мучећи се да нађе одговор на такве загонетке и питања која нам се сама намећу из судара природе са човеком. Сва филозофија и наука нису ништа друго до више фазе истих потреба, да се систематски и рационално, даду одговори на питања, која су се ставила на

дневни ред, и ако не у данашњој форми, од давнашњих времена.

Свако доба има својих одговора на питање: шта је узрок односа међу природним појавама? Ти одговори одговарају стању развијености човека, његовој интелектуалној моћи, управо рећи природи апарата мишљења, који је и постао под утицајем природе, њених процеса и промена. Еволуирање природе по све је независно од човека. Природни су закони општи, вреде за све векове и просторе; они су израз општих особина појава и процеса у вечним променама. Човек је систем, скуп промена одређених прошлошћу жаза и стања, кроз која је органски свет у еволуирању прошао. Природа се огледа у њему као у свакој појави, и он је неизбежно подложен општим условима, који режирају све промене у свету појава. Извесно је да психа наша, логика мишљења, моћ апстраховања и асосирање утисака осећајних и чулних, моћ генерализације није увек у нас постојала у овом облику, у коме се данас налази. Разним стањима душе наше у разним периодима антикултурним и културним одговарају и разна дејства природе; и она није могла у човеку изазвати увек иста питања, па наравно ни исте одговоре. Има само истих тенденција у свима познатим системима тумачења природе, које се огледају у потреби, да се после систематизације и класифицирања сличних појава, пређе на тражење каузалитета међу њима. Каузалитет се јавља у тумачењу појава као потреба, која је извесно манифестација, кроз душу човекову, правог каузалитета који међу појавама и променама постоји.

Појава се науке, научног тумачења појава, доводи и са потребом да се услови живота људског побољшају и тегобе умање у борби човека са природом. Нећемо спорити и овај разлог да се јави наука, али од овога има један који је виши и лежи у томе, што природа која је створила апарат мишљења, дејством својим на њега у нама изазива такве промене равнотежних питања и такве вибрације да је неминовна потреба стабилизирати и унети спокојство у душу нашу, датим макаквим одговором. Као што је за физиолошко добро функционисање организма потребно имати услове задовољене: у храни, топлоти, ваздуху, води итд., тако је за душевно спокојство потребно потражити израза, у речима и делима за осећај природе, њено разумевање и објашњење.

Разноврсности у разним системима тумачења природе и има поглавито из судара нечега, што се посматра и мења по непознатим законима, и човека, који врши посматрање тих промена, а делић је мали и незнатан у свету тих промена. Кад би човек, његово еволуирање и промене, били без везе са природом, која се мења и посматра, одавно би се зауставили на једном систему, којим би лако тумачили и предвиђали појаве. Из немогућности да се дође до горње изолованости, број ће бити система за тумачење појава у будућности бескрајан, као што је и данас, а исти је разлог што је такав и у прошлости био. Сви системи теже у основима својим да елиминишу што је специфичко у тој заједници између човека и природе. Отуда разни погледи на исте ствари и данас. Простор, време, материја, кретање, дух, сила, енергија не дају се дефинисати на исти начин у разним системима. Погледи на законе нису исти. Неки сматрају горње количине, односе и појаве као производ наше имагинације, априорности, без стварне подлоге за физички свет, који такође негирају; док други, који су приврженици да су и сви наши појмови ствар емпирије, налазе да свему одговара стварност, и да свет постоји онако, као и наше биће, и да су закони природно општи и вреде за свет свих појава, па те појаве биле обичне физичке или виталне и моралне. За једна и друга гледишта има разлога логике, али изгледа: да све што је природно мора бити логично, али није и обрнути случај. Оно што пресуђује на крају крајева у великим споровима јесте опажање, експериментат, и он даје право онима, који не стоје на гледишту научном да је човек извор и утока, крајњи циљ свих промена у васиони. На жалост експериментисати је и тешко и споро, и за одговоре на многа спорна питања и за праву вредност многих система, дуго ће се и дуго још чекати. Од многих ће се спорних питања, која је филозофија и наука поставила, ослободити људски ум, јер ће се у току векова видети да су бесмислена, али тарући се о њих, људски ће ум напредовати и дати резултате, као што је и хемија дала, која се око многих питања алхемије дуго мучила.

II.

Ми нећемо овде пледирати ни за један научни систем тумачења, само ћемо указати, шта су ти системи новог у по-

следње време дали за опште наше сазнање, и какве су крајње тенденције тих система.

Принцип детерминизма допустио је механици да са тумачења обичних појава кретања на земљи пређе на кретања васионска. То је значај Галилеја и Њутна. Посматране појаве релативних кретања, која су за дуго узимана за апсолутна, дале су основе механике у два принципа: принципу акције и реакције и принципу инерције. Из ових принципа је заснована динамика, кроз однос између силе, материје (маса) и убрзања. Статика је постала раније и нашло се да и за њене појаве вреди два горња принципа, и у Даламберовим једначинама васпостављена је била веза између статике и динамике. Принцип релативитета: да су дејства сила на какав систем независна од утицаја других сила, садржан је у горњим основима, и веровало се у општост његову.

Покушај да се механика унесе као најрационалнији систем за тумачење појава физичких дала је у последње време резултате, који су основе старе механике Галилеј-Њутнове измениле. Принципи релативитета, акције и реакције и инерције претрпели су корените измене, и оно, што је било стално у основној једначини механике, маса, нашло се сад да је променљива количина и функција односа брзина терестричких и брзина простирања светлости. Док се узимало да се гравитација простире бесконачно великом брзином, да сунце стоји (Коперник) и да се кретања сва односе на систем апсолутни, чије осе пролазе кроз сунце, дотле су сви горњи принципи вредели и маса је била стална количина. Од како се зна да нема апсолутно мирног простора, према коме би се могла вршити наша упоређивања, одмах се могло слутити, да су како основни принципи, тако и закони механике само тачни у првој апроксимацији. До горњих промена дошло се не само умованјем и метафизиком, већ експериментом. Електромагнетске појаве тумачење променама у диелектрикуму (Максвел); светлосне појаве узете као манифестација електро-магнетских пертурбација, радијације у Круксовим цевима; радио-активност и декомпозиција елемената; антренирање етерског флуида у космичким кретањима; покушаји да се апсолутни простор фиксира у стабилним срединама етерским — експерименти су, који доводе до поменутих измена у механици. До ових се података могло доћи чим су се нашле брзине на земљи, које се

приближују брзини светлости, као што је случај у кретању јона, и кад се индиректно могло пратити мењање у молекуларним срединама, које у ствари представљају аналогне системе сунчаним системима.

Микрокосмос нам је данас доста приступачан опажању. Некада се могло слутити у аналогније између светова великих и малих размера, данас је то готово факат. Атом се и ако не директно, оно индиректно може пратити кроз процесе и промене и за њега се позитивно може узети да је састављен из корпускула, који су носиоци шаржа позитивних и негативних електрицитета. Прве су шарже као централна тела у васионским световима, а друге су сличне планетама. Брзине кретања корпускула, једнаке готово брзинама светлости, чине стабилним атом и дају му масу типа електромагнетске енергије, која је функција брзине. Корпускули (електрони, јони) негативних шаржа могу се скретати са свог пута, вештачки издвојити (хемијум из радијума), а за обичне прилике стања су њихова више но стабилна.

Нећу се заустављати на великим и значајним открићима последњих година; довољно је, што ћу напоменути да је механистичко тумачење за физичке појаве остало у вредности, и ако је механика претрпела у основима својим битне измене. Важно је, да су гледишта на законе природне такође промењена. Онако исто као што је доказано да су принципи старе механике тачни у првој апроксимацији, тако је наговештено, и за многе законе физике и хемије утврђено, да су природе статистичке законитости. Ово је последње разумљиво из изнетих разлога за нетачност основа старе механике. Кад се до извесних закона дође са претпоставком да се не води рачуна о утицају промена, које се не могу правити, онда је јасно да су ти закони типа вероватноће јављања само догађаја, процеса и промена. Чим се прате промене у срединама где се јављају нови услови, онда и оно, што смо за закон држали дотле, губи своју општост, јер је нађено под претпоставком неегзистенције онога што условљава рађање појава. Мариот-Гејлисаков закон и сувише је познат као израз вероватноће, јер му је вредност условљена срединама у којима се појаве збивају. Реверзибилност појава доводи до познате једначине између диференцијала количине топлоте и температуре (Карнотов став). И то би био закон, као и закон одржања енергије, да нас на

његове модификације не упућује иреверзибилност, која се јавља као општа особина свих појава. Ово последње доводи до неједначине и става о ентропији, која садржи тенденцију дезагрегације данашњих стања. Сама особина ентропије: да је тенденција свега мир вечити, показује да је овај став такође израз вероватноће, који се добија из посматрања великог броја појава, и да је његова вредност релативна и тачна у извесној апроксимацији. Ако се избаци иреверзибилност као општа особина појава, која се јавља, јер је немогуће пратити експериментално куда се девају све топлоте и температуре, онда је ентропија нула а не тенденција рашћења и мир, као крајњи процес промене замењује се вечитим еволуирањем стања промена. Живот је, са свима могућим безбројним манифестацијама, општа особина свих појава, процеса и мена у васиони по последњем гледању на став о ентропији.

Како ће се тачно јавити принцип одржања енергије и ентропије посматрани за кретања и промене у односу система апсолутног мировања, који за данас не познајемо, не зна се. Извесно ће се оба става, оба принципа јавити као обележје опште хармоније, чији је ритам сталан и правилан, који еволуира и у разним етапама стања васионских, у разним стањима кроз које светови пролазе. У свету сваког тренутка има свих могућих појава и процеса, само су комбинације разне у којима се сукцесивно ова стања јављају, што сваког тренутка карактеришу стабилност, наравно динамичку, стања васионског.

III.

Тумачење механиком физичких појава оперише извесним елементима (параметрима), који се елиминишу кад се општи принципи нађу, којима се обележавају основни односи међу појавама. Ти су основни појмови: простор, време, материја и сила. Простор и време нису појмови априорни (Кант) већ апостериорни, до којих се долази посматрањем међусобних промена међу појавама. Сама апстракција свега што је физичко, да се дође до појма о простору и времену, указује да они нису априорни, али је тачно и то, да у природи ништа не одговара геометријском простору и не физичком времену. Време се садржи у сукцесији промена, у кретању, што је мењање поло-

жаја релативних према телима околним; положај се физички наслућује у отпору тела, непробојности и многим квалитетима физичким, који се директно могу опажати. Без просторних количина и времена, остављајући на страну његову метафизичку вредност, не може бити ни наше ориентације у свету појава, ни механике, нити њене примене на тумачење појава. Предвиђање, што је основни услов за ваљаност какве теорије, заснива се на налажењу односа између просторних количина и времена. Појам енергије, силе, масе, топлоте, електрицитета итд. добија се, ако се уз париметре којим се јачина, количина горњих израза одређује, унесу количине просторне и време, прво за мерење интензитета (напон, ниво), а друге за праћење њихових сукцесивних промена.

Као што су у својој основној детерминацији нејасни простор и време, исти је случај и са силом, материјом, енергијом, топлотом, електрицитетом, светлошћу итд. Но за разумевање природних појава нужне су горње количине, што се овима лако могу односи у променама фиксирати и каузалност у најпотребнијој апроксимацији наћи. Ово помињем овде, да скренем пажњу онима, који мисле да су тешкоће од механичког тумачења за виталне појаве у томе, што се суштина живота не зна у чему је.

Животне (биолошке) појаве су системи тако исто физички, као и свака друга физичка средина. Рапћење, плођење, смрт, континуитет расе, кроз низове јединака, веза између биљног и животињског света, појаве су за које вреде општи закони физике и механике. Банално је напомињати да су вегетативни функције, постанак органа и њихово развијање из функционисања, еволуција, ретроградација, периодичност, атавизам, наследство и друго, по све сличне појаве са физичко-хемијским појавама. Вероватно да за биологију вреде и нарочити закони, али да се појаве биолошке могу изоловати од утицаја и општих механичких закона више је но наивно. Онако исто као што сва данашња стања физичких појава носе у себи природу стања из прошлости и извор су за особине свих процеса у будућности, тако су и најкомпликованији системи витални производ акумулираних дејстава простих процеса биолошких из далеке прошлости.

За системе виталне тражићемо законе физиолошке, који морају верификовати опште законе механике: ентропију и

одржање енергије али је јасно, да ће параметри, којима ће се детерминирати какво биолошко стање бити са свим другојачији од оних простих просторних параметара, којима се служимо у механици. Врло је вероватно, да ће сви закони за биолошке појаве носити више тип статистичких закона, но што је случај за законе кинетике гасова, хемијска једињења, јер су појаве биолошке у систему јако компликоване. Средине су, у којима се космички процеси дешавају у микрокосмосу, и ако хетерогене, у основи далеко више хомогене, но што су биолошки системи. Ова хетерогеност виталних система јако отежава проучавање појава. Бактерије, хетерогеност крви, многобројност ткања, разноврсност судова и безброј сплетова нервних чине тако великом ову хетерогеност, да је доста тешко уочити манифестације закона енергетике која је један од најзгоднијих система за механистичко тумачење виталних појава.

Ако са индивидуе, као система физиолошко-биолошког, пређемо на психичке његове појаве, систем као целина постаје још тежи за проучавање. Јасна је каузалност између физиологије и психологије, али су нејасне многе појаве наше психе, јер је тешко експериментисање у тако сложеним системима, као што је наш организам. Маса већ нађених закона опитом указује да ћемо и овде наћи међу променама оно што је заједничко, и што на себи носи изглед закона, као и то, да ћемо законима енергетике моћи протумачити појаве, које на први поглед не изгледају да су у каузалној зависности.

Изгледа да основи детерминизма код психичких појава, због вољних аката, немају вредности. Налазим да је ово привидно, јер су у ствари вољни акти производ физиолошко-психичких узрока, који се могу мерити и опажати, и који самим тим, у вези са вољним покретима, говоре у корист детерминизма. Ко би гледао на кретање атома у каквом систему, могао би доћи лако да су покрети тих корпускула вољни, јер се крећу тако у разним правцима, као да су ћудљиви. О вољи код атома и молекула не може бити речи, а воља код човека зна се да постоји. Постојање пак воље, као појаве не искључује детерминизам и не треба бркати слободну вољу као нарочиту форму вољних аката за конвенционални морал, са принципом по коме је иста слободна воља условљена нечим што није у нашој власти.

Ова тешка питања: суштина живота (протоплазма), свест, слободна воља, добијају сасвим друго обележје, ако се не посматра човек као индивидуа, већ друштво као колективна јединица, или човек као једна мала и ситна појава у свету свега виталног. Свет живих створова, као систем који живи у обичним физичким срединама, у срединама светлости, топлоте, влаге, земље, представља систем који се мења, живи и пролази, у вези са свима променама, које се збивају у њиховој средини. Посматране виталне промене у системима већих размера показују борбу за опстанак, органску еволуцију у свима видовима у сасвим другој светлости. Живот се овде јавља као промена у макро или микрокосмосу обичних физичких материјалних средина. Равнотежна се стања мењају свакога часа. Енергија витална, као скуп свих енергија, мења се са временом; принцип ентропије, економије, најмање акције налазе и ту велике примене. Органи су потребе да се искористе са малим напорима највећи успеси у дотичној средини. Рађање и плођење слично је са дезагратијама и агрегацијама међу системима физичким, са свим последицама стања из прошлости, што хистерезија и индукција постоје и одјек су појава и извор сила услед промена у околини; тако се и десцендентност и сва еволуција разуме из узајамног утицаја појединих виталних јединака и целе околине на биолошке системе. Цео систем биолошких јединака личи на систем обичне какве индивидуе, са том разликом што ћелије, бактерије, сокови, органи имају своје аналогije у нарочитим односима и функционисању и радњама, које из тих односа произилазе. За свет, као систем склопљен из онога што живи, мења се и умире, други је значај и онога што се зове код индивидуе свест, воља, осећање и морал.

Ако се са обичног човека, са компликованости тога система, пређе на колективне јединице: породицу, народ, расу, друштво, државу, у колико се налази на хетерогеније средине, у толико се ефекти свесности мање јављају и ти нови системи својим покретима више подсећају на појаве и промене физичког света. Слободне воље у системима социјалним нема у таквом смислу у каквом постоји за индивидуе. Однос је и утицај појединаца у систему такав, да се ефекти психичког и свесног губе и јавља се и манифестује живот целине са свим у другим видовима. Ако се мисли да за социологију треба да вреде нарочити закони, који се разликују од обичних меха-

ничких, онда би требало ефекти свесног, слободног да су много јачи но што је то случај. На против закони социолошки морају бити типа статистичких закона, јер они носе све обележје извесних апроксимација и обележавају само тенденције ме-нама.

Енергетичке количине могу се наћи за социјалне појаве. Појам се масе добија слично појму масе код механичких или топлотних појава. Оно, што мери интензитет у вези је са културним нивоом. Принцип економије, који вреди за све појаве, да се са најмањим напором постигну ефекти, у вези је са културним нивоом, из кога се може детерминирати количина, која ће за енергију уз масу унети параметар да се социјална енергија нађе. Ако се тиче социјалне енергије нарочите врсте: привредне, научне, физичке (судар маса) итд., онда треба тражити у администрацији, оруђима, техници, инвестицијама, установама, литератури, писмености и др. елементе да се нађу количине, којима се нивоске разлике могу да обележе и да измере.

Напоменуо сам узгред појаве виталне и социјалне, које су један ништавни део међу појавама природним, за које по обичној индукцији мора вредети детерминизам и неизолованост од појава природних, и наравно да су и за те појаве најзгоднија и најрационалнија тумачења механиком. Може се десити, у правој, систематској примени механике за социјалне појаве, да сама механика претрпи још какве измене, као што је претрпела кад се хтела применити на појаве физичке. Чим је потреба била протумачити појаве где се електрони са брзином светлости крећу, основи су се механике измениле. Може се случај десити да код праве одгонетке узрока виталности наиђемо на системе, на пр. код протоплазме, као на равнотежна стања условљена брзином електрона (етера, атома, или каквих корпускула других), који ће механику и даље модифицирати. Тако модификована механика даће нове услове за боља тумачења, и донеће и нова експериментална открића, која су права добит за научно сазнање наше. Све ове могуће промене једно само неће изменити, а то је потребу тумачити све појаве механиком, јер овај систем у себи садржи оно што прави детерминизам тражи и чиме се потреба научног каузалитета једино може задовољити.

Од нашег тумачења појава не зависи у основи какав ће прогрес друштва бити као природне појаве. Свест наша, са-

знање наше добија; прогрес културе, у колико је у вези са на- претком умним, креће се напред. Развијеност наша не може променити услове васионским кретањима, али развијеност наша у сазнању каузалности међу појавама, у изналажењу узрока односа појавâ, може, и то јако, изменити услове мате- ријалне и моралне културе човечанства. Цео је модерни про- грес у вези са прогресом нашим на пољу механике и физике. Техника, медицина, вештине, васпитање преобразено је на- претцима науке. Ова утилитарна страна науке дошла је као последица задовољења потребе да се сагледају механички узроци природних појава. Па и моралне појаве, за које се ми- сли да су стабилнија равнотежна стања и оне се мењају услед прогреса интелектуалног. Није данас оно светиња и морал што је пре једног столећа било. Робови, феудализам и др. назадак су према буржоазији, и ако је и ово последње далека етапа од оног узвишеног поретка, коме се асимптотски тежи моралним прогресом.

Све у природи еволуира. Светови се мењају, облици по- јава постају, рађају се и опет се губе да се поново јаве. Човек се мења и напредује; наше сазнање бива све потпуније и тач- није о променама у свету. Прогрес је вечит. Еволуција се мења и у ритму периодичности огледају се најбоље њене особине. Равнотеже су у космосу динамичке природе, мира нема, све је у кретању. Ако што где релативно и стане, на другој се страни јави контра-баланс тога у новом кретању. Проучити у овим променама шта је заједничко, има ли чега сталног у тим веч- ним променама, шта је узрок чега у сукцесији појава, какви су односи у коегзистенцији физичких стања, задатак је науке, како данас тако и у будућности.



II.

НОВА ТЕОРИЈА О МАТЕРИЈИ

УВОД*.

За чула и осећања наша постоје ван нас само појаве. Разумом, индукцијом и дедукцијом, хипотезама и теоријама, ради тумачена појава силазимо дубље у узроке појава и проузроке процеса. Сва прошлост на пољу филозофије, од Елејана, и пре ових, до данас игра је са појмовима о суштини битности материје и духа. Теорија о сазнању је бескрајно могућих. Сићи са утисака о околина на терен комбинација за разне синтезе, значи ући у лавиринт безбројних концепција, које све могу бити логичне, али не и природне. Отуда је теорија о материји и о духу могућих колико је и мотива у људи, да се уђе у тајне које се крију иза појава, процеса и видних трансформација и метаморфоза у природи. Све су теорије, и ако логичне, далеко од истине. Има сазнања, која негирају егзистенцију појава; има их, која духу дају подлогу материјалних кретања; као и таквих, што у материјалном кретању гледају појаву, чији је узрок у праразуму. Супстанце, мониде, атоми, идеје урођене и вечне, терминологија је разна да се отисак природних појава на душу нашу у питањима праузрока постања изрази на један или други начин.

Модерно доба, из безброј теорија о материји, узело је неке наслућене идеје и кориговало новим открићима, за конструкцију нове теорије о материји. Верификација је нових основа подацима науке, нечим, што је ближе истини, од простих логичких филозофских концепција. Све теорије, па и данашње, изложене су променама. Природом нашег сазнања, које је везано и за наш дух и за прогрес интелектуални у будућности, теорије су модерне увек на путу, да буду бољим смењене.

Ревизија аксиома: механике, геометрије, физике и логике,

* Штампан 1905 у „Наставнику“.

нарочито у погледу релативитета, појма о ономе, што се под законом замишљало до јуче, гони новим погледима и ширим хоризонтима за нашу оријентацију у питањима сазнања. Многа питања, која до пре неколико деценија беху чисто метафизичка, сад су истине, које се експериментом могу контролисати, док су закони, стални и непроменљиви елементи и теореме и аксиоме геометријске и механичке, само били за нас до скоро у првој апроксимацији тачни.

Све жонглерије из прошлости, кроз које је прошла филозофија интересантне су фазе само за прогрес људски, али од њих поћи као од какве бакве за даље сазнање, апсолутно је немогуће. Открића експериментална, чији је извор не у схоластици и грчкој филозофији, већ у ренесансу наука и вештина, носе собом елементе модерне науке. Тражења у променама код појава и процеса оно, што је делимично стално, било је разлог да се анализом дође до узрока општијих квалитета у процеса и појава, а преко њих до особених сакривених појава молекуларних, атомских, на којима почивају појаве директних утицаја на наша чула. Категорије Аристотела и Канта; Хегелове синтезе; Шопенхауерово посматрање света, као представе и воље, — суптилности су ума, али у себи не садрже ничега, што би за један милиметар померило наше сазнање од оних етапа у којима је било за време Талеса и Питагоре. Требало је наћи сличности физичких појава у трансформизму; закон Мајеров и Карнотов; зраке Рентгенове и Херцове; дисипацију енергије у радијуму и друге појаве па сићи из сфере апстракција логичких на терен појава стварних, које се мимо нашу вољу и свесту развијају, и у многобројним променама сагледати ритмичку сталност духа васионског. Велике синтезе будућности почиваће не само на логичности ума, већ и на великим вероватноћама јављања догађаја, на основу откривених особина корпускула, који се налазе у вечном распадању и спајању. Метафизика будућности је физика покретних променљивих и начела основних и аксиома, које у свету, где је све релативно, не могу имати ону сталност, која им је категоријама и идејама о супстанцама некада додавана. Еволуција више физике, наслоњена на нужне апстракције и нове, веће и опсежније синтезе, увешће ум стазама новим и сигурнијим ка циљевима сазнања и крајњих узрока и оних проблема, који су од искони на дневном реду.

Питања старе филозофије и нове нису увек иста била. Метафизика је, напуштајући питања често наивна о крајњим узроцима, доказе о Богу, седишту душе, бавила се и феноменологијом, — тражењем, шта је заједничко у диспаратности процеса и појава. На овај начин је било и приближавања између науке и метафизике. Рђаво постављен проблем већ је зло решење и упућивање на заблуде и вековна лутања. Докази о Богу, чиме се бавила сколастика све до Лајбница и после њега, обелодањују незгоду проблема, који је из религије убачен у филозофију, из вере у науку. Данас се нико не бави доказима о нечему, што је по себи сумњиво да постоји у облицима у којима се нашој свести јавља. Пракретања, праматерија, живот, дух, све су проблеми, можда не потребни да се поставе, како су некад постављани, а нису ни до каквих решења доводили. У место горњих проблема, физика и наука са модерном филозофијом имају пред собом свет појава, чији су елементи непознати, и имају се тек докучити и сазнати. Ко зна шта ће одговори будућности садржавати у себи после нових гледишта на оно што ми даље називамо законом, процесом, ако она у свету материјалних појава и промена сагледа виталитет, вечност, бесконачност као деривацију трансформизма енергије, која је у вечитој плими о одсеци.

Не пријудицирајући ништа, прелазимо на излагање нове теорије о материји. На крају ове главе учинићемо једно паралелно излагање најновијих открића са теоријом атомском, у којој су атоми извори сила нашег Бошковића. Ово чиним, да покажем, како се једна теорија из 18-ог века, која је далеко била од свих новина 20-ог века и открића на пољу науке, може да сматра као претеча извесних данашњих новина, и како би се могла она измењеном терминологијом адаптирати новим захтевима модерних теорија о материји.

У овој расправи изнећемо теорију о природи материје. Како је основ те теорије у хипотези, да су се атоми диференцирали из примордијалне етарске средине, за коју узимамо да је у васељени од искони дана у горостасној количини енергије оличене у етарском кретању, то се она највише наслања на гледиште о материји Густава Ле Бона. Колико је поклапање наше теорије са његовом видеће се из саме расправе, као и одступање наше нарочито у погледу схватања данашњих

основних принципа у физици, за које Ле Бон налази да се због нових хипотеза о конституцији материје морају изменити.

За илустровање свега пошли смо од данашњих познатих етарских кретања, и изнели данашње стање њихове синтезе.

Налазимо да је ова теорија од свих данашњих најпростија. Простота је њена у томе што квалитете своди на квантитативне разлике елемената, којима се детерминира динамичко стање етарских кретања, као представника атома и молекула. Ова је поставка згодна за научно тумачење физичких појава, јер су елиминоване силе као узроци појава и замењене последицама њиховим, а то су материјална кретања. Принцип конзервације енергије замењен је принципом конзервације енергије етарских кретања. Кинетичка и потенцијална енергија замењена је дисипацијом и центрисањем динамичких система.

Прва Глава

Синтеза етарских кретања

I.

Све појаве у физичком свету, које опажамо чулима, можемо краће назвати кретањима. Та се кретања могу мерити, опажати мене њихове (експериментовати), истраживати сличности међу разноврсним кретањима, на основу свега вршити класификације, и закони физички, као односи нечега што је стално у свима менама, за одређено време или вечито, изрази су наших опажања између оних количина, које смо могли поредити, мерити и ценити.

Ван кретања у природи стварно, одвојено нешто не постоји. Материја, коју ми замишљамо да је саставни део објекта што се крећу; сила као узрок тих кретања; простор и време у коме се све збива — све су елементи, о којима се појмови добивају на основу реалне егзистенције свих елемената скупа, у појаву, феномену кретања, као нечему стварном, што изван нас као посматрача појава у свету постоји. Сви су побројани елементи фикције ума нашег, до којих разлагањем сложеног на просте елементе долазимо ради лакшег проучавања особина, али ниједног елемента изолованог не можемо нити наћи оствареног, нити му можемо вештачки створити погодбе да се он и замислити може.

Ма у каквом кретању било, приступачно директном мерењу или се његове особине индиректним мерењем сазнавале; било кретање у макрокозмосу или микрокозмосу — има нешто, што карактерише свако кретање и чији је однос потребан за научно опажање. Било кретање система, на шта се директно и своди само наше опажање, или кретање математич-

ких тачака, што је фикција ума, — кретање се једно од другога разликује по количини материје која се креће и по брзини којом се врши кретање. Брзина, која је најбоља манифестација феномена кретања, производ је како унутарњих тако и спољних кретања (сила), која на неки систем дејствују. Унутарња кретања (силе) одређују облик система што се креће, а спољна одређују облике релативних положаја система.

Посматрана сва кретања скупа, како она која можемо опазити тако и она која се могу замислити да постоје, дају познати принцип о конзервацији кретања (односно енергије). Половина производа из материје која се креће и квадрата брзине, названа жива сила или кинетичка енергија сабрана са тако званом потенцијалном енергијом, која је манифестација другога дела кретања из ког се прво ствара и које је резервоар за прво, даје облик принципу од општег значаја, који садржи у себи истину, да је сума свих кретања у природи стална. Кретање се нити може повећати нити смањити. У колико се на једној страни појача, у толико се на другој страни смањује. Апсолутног мира не може бити.

Да се може замислити веза између материјалних кретања, да се образложи егзистенција горњег општег принципа, мора се усвојити поставка о неегзистенцији апсолутно празног простора. Без овога не би се могло разумети пренашање кретања с једне на другу тачку, на одстојања била макаква. Једна физичка средина разликује се од друге само врстама материјалних кретања, природом и особинама материје која се креће. Системи су материјално различни по склопу своме, и они одређују средине физичке.

Између свих система материјалних, у свима срединама физичким, у интерпланетарним просторима, као и интермолекуларним и атомским, приморани смо усвојити хипотезу о егзистенцији једне праматерије, коју данас у науци зовемо етром. На овакву материју нагоне нас све појаве физичке: светлост, топлота, електрицитет, па и сама гравитација. Ова праматерија у кретању чини везу између система, између разних средина физичких. То је супстанца, на коју се сви материјални системи могу свести, ако се појачају брзине кретања њихових делића, молекула и атома.

Етар се узима да је безгранично еластичан, нестишљив, из кога се зацело диференцирали материјални системи. По овој

теорији присуство материјалних система, другим речима етар у систему, у интермолекуларним и атомским просторијама, под утицајем кретања која одређују облик тела и разноврсност физичких средина, добива своје специјалне равнотежне положаје, чим се могу само и објаснити разноврсне физичке појаве, које се збивају на границама разних система и које се догађају у разним срединама.

Етар је кретање материјално: то је динамички систем који трансмитује сва физичка кретања, то је веза између кретања система најудаљенијих и најближих. Усвајајући ову хипотезу, можемо приступити питању, које хоћу данас пред вас да изнесем. Кретање етарских делића даје атом, кретање атомско молекул, кретање молекуларно обичне системе материјалне.

II.

Модерна физика, која почива на принципу конзервације кретања и која је усвојила хипотезу о етру, проширила је у велико скалу етарских кретања ван граница обичног видљивог сунчаног (светлосног) спектра.

За светлост као видљиву физичку појаву, која је директно приступачна посматрању, нађена је могућност, да се она, сматрана као сложено етарско кретање, призмом може разложити на простије спектралне боје. За светлост је поодавно могло бити уочено да је кретање (Аристотело, Малебранш), те се могла створити једна од теорија, која на част служи људском уму, звана ундулациона теорија, која је заснована на еластичности етра (Ајлер, Хајенс, Јунг, Френел, Најман). Ова теорија, која полази од поменутог принципа и хипотезе о етру, изнела је јасно: да је светлост етарско кретање, да је то кретање трансверзално а не лонгитудинално, као што је кретање ваздуха, који проноси звук; да се један зрак од другог разликује дужином таласном, односно бројем трептања у секунди; да су брзине простирања свих зракова, били они различни по јачини, таласној дужини, броју треперења итд., исте и да је њихова брзина близу 300.000 км. Овако утврђене особине ове врсте етарског кретања протумачиле су многе и многе светло-

сне појаве, као: интерференцију, апсорпцију, двојно преламње, поларизацију, аберацију, аномалну дисперзију, дифракцију, и др.

Обична дневна светлост је резултанта једновременог дејства разноврсних етарских кретања, чије су таласне дужине бескрајно мале. Етарски делић, изложен утицају дневне светлости, прокрстари у једној секунди све могуће правце у равни вертикалној на правац простирања самога зрака трилиони-ма пута.

Наука је брзо напредовала и констатовала да сем овог спектра, који је доказ хетерогености обичне сунчане светлости, доказ да је светлост етарско треперење, које се може мерити, да има и других делова спектра, који доказују да постоје и други облици етарског кретања, које обично наше чуло вида не опажа. У брзо су нађени и ултра-виолетни и инфра-ружичасти делови спектра. Први је над љубичастим, други испод црвеног дела; првог су мање таласне дужине од најмањих видљивих светлосних зракова, а другог дужи од најдужег. Први је део опажен хемиским реакцијама и прво је био примењен у фотографији, а други је манифестован топлотним особинама. На овај начин проширена је синтеза светлости. На овоме се није стало. Новим погледима, створеним импулсима Фарадија, Максвела, и открићима Херца, Крукса, Рентгена, Бекерела и Кириа, за данас стојимо са синтезом етарских кретања до ширих граница.

III.

Механичка теорија светлости, заснована на трансверзалном треперењу етра, синтезом светлости дошла је била до нијанса светлости у видљивом спектру и његовим деловима ултра-виолетним и инфра-ружичастим. Многе су појаве остале нерастумачене овом теоријом, а од њих је нарочито појава дисперзије изазвала измене хипотеза и поред самог етарског кретања као узрока светлосним појавама уведено је дејство материјалних делића (молекула) на етарску средину, као потребан разлог да би се појаве дисперзије обичне и аномалне могле колико толико разумети. Појави катодских зракова,

Херцових, Круксових и Киријевих, проширили су доња кретања етарских делића. Овим појавама претходило је теориско откриће Максвелово, које је изишло на супрот староме гледишту о простирању физичких сила, нарочито електричних и магнетичких, на одстојању. Експериментална открића, која су потврдила предвиђања Максвелова о динамичкој средини диелектричкој, заснована опитима Херца, открила су нова етарска кретања и проширила синтезу њихову. На овај начин са новим етарским кретањима отишло се даље, и данас је поље њихово много шире од онога до кога се могло доћи на основу старе механичке теорије о етарском кретању.

Раније је још уочена сличност и објављено јединство физичких појава. Ово је истакнуто особито после принципа Мајеровог (1842.) о конзервацији енергије, коју је научно популарисао први Хелмхолц (1848.). Радови Френелови, који светлосне појаве тумачише етарским кретањима, и радови Амперови у електродинамици, ишли су на то да се етар узме као исти вехикулум за етарска кретања, која би била узрок како светлосним тако и електро-магнетским појавама. Скретања поларизационе равнине дејством магнета, а нарочито однос између апсолутне јединице електростатичке и електромагнетичке, који је био раван брзини светлости као и открића Фарадијева о линији сила, дадоше повода Максвелу о механичкој теорији за тумачење електромагнетских појава. По овој теорији нема дејства на одстојању. Са једног места електрицитет се простире на друго преко етарске средине. Диелектричка средина, која је раније била посве незначајна за појаве електромагнетске, због новог гледишта седиште је пертурбација етарских, које чине везу између наелектрисаних тела у њој. У диелектричкој средини постоје тако зване струје помераја. Трајање је тих струја тренутно. Отпор, који кондуктор ставља електрицитету, разликује се од отпора диелектрикума. Електрицитет изазива у диелектрикуму стање слично отпору, које се јавља при затезању еластичне опруге, а у кондуктору стању отпорном на које наилази тело кад се покреће у некој течности. Кад узрок који је изазвао промену у диелектрикуму престане, првобитна равнотежа на мах се постигне, док то није случај у кондуктору, као што се и тело у течности заустави где смо га оставили, не тежећи да се врати на своје прво место. На основу неједнакости отпора Максвел је засновао две врсте

струје: помераја и струја у спроводнику. Прве су краткога трајања, друге се продужују докле год траје узрок њихова постанка. На основу овога гледишта струја електричних нема отворених, већ само затворених.

По Максвелу светлосни талас постаје услед алтернативних струја помераја. Индукцијом ових струја стварају се друге, и на овоме се оснива простирање светлости у етарској средини. Згушњавање и разређивање у етарској средини не може бити ни по Максвелу, јер су струје затворене, а из тога излази да је треперење етра трансверзално као и по старијој Френеоловој теорији.

Због кратког трајања струја помераја њихово експериментално откриће није могло бити тако лако. Епохални проналазак њихов учинио је Херц справом састављеном из једнога Румкорфа, који је производио електричне помераје и назвао је за то ексцитатором, и справом која је реаговала на струје помераја у диелектрикуму (ваздушној средини) званој резонатором.

Природа ових справа, у првим опитима Херцовим, дала је осцилације, чија је фреквенција била у секунди 50,000.000. Знајући да је брзина светлости 300.000 км., онда је дужина таласна била 6 метара. Херц је доцније употребио и мањи ексцитатор, који је давао осцилације 10 пута веће и дужину таласну 10 пута мању. Опити су доцније продужавани и дошло се до много мањих дужина таласних од 6 мм., фреквенције 50,000.000 у секунди (Јагади, Чундер Боз), и до врло дугачких, који су од употребе у телеграфији без жица и који се добивају справама које дају струје високе фреквенције (Тесла).

Најмања таласна дужина етарска, добивена овим ексцитаторима од 6 мм., 10.000 је пута дужа од дужине светлосног зрака. Ова нова врста етарског кретања у познатој скали етарских кретања иде далеко испод топлотних зракова. Треперења од 6 мм. таласне дужине била би по месту у 13. октави испод видљиве светлости, а остала још ниже.

Из овога је јасно да се нова етарска кретања, у којима се огледају електромагнетске појаве, разликују само по фреквенцији од видљивих светлосних зракова. Анализом пак ових кретања дошло се и до других разлика у кретањима етарским у електромагнетских и светлосних појава. Те ћемо разлике сад прећи.

Из једне светлосне тачке простиру се радијално зраци у свима правцима кроз диелектрикум. То исто бива са места где ексцитатор (Румкорф) производи електричне варнице. Код електричних појава опажа се и ова особина. Ако се у близини ексцитатора налази какав спроводник (дугачка жица), у њему се производе алтернативне струје због етарског кретања у његовој средини, и њима се струје простиру истом брзином, којом и у диелектрикуму. За светлосне обичне зракове нема ничега што би спроводницима одговарало.

Кад се резонатором посматра етарско кретање изазвано у електричкој варници, онда од резонатора зависи посматрана таласна дужина. Значи да етарско кретање одговара нехомогеном зраку, од кога сваки резонатор опажа одговарајуће компоненте, односно таласне дужине, као што у акустици сваки дијапазон опажа свој тон од сложеног звука. Ова је појава позната под именом мултипле резонанције.

Кроз средину, у којој се налази један ексцитатор, пролазе радијације електромагнетске. Ако се замисли свера великог полупречника, у чијем се центру налази ексцитатор, у свакој ћемо тачки ове свере имати електромоторску снагу (која проузрокује електричне радијације), која варира за сваку осцилацију, два пута је равна нули и два пута мења смисао, задржавајући правац. У тој тачки постоји и сила магнетска која је на правац прве нормална. Ако кроз ту тачку свере повучемо меридијан и паралелник према половима, који сече осовину ексцитатора, електрична је сила тангентна на меридијану, магнетска на екватору, једна на другој нормална, а обе нормалне на полупречник лоптин, односно правац простирања радијација електромагнетских. Амплитуде ових вибрација обрнуто су сразмерне са одстојањем од ексцитатора, а њихови интензитети су обрнуто сразмерни са квадратом одстојања.

Код обичне светлости вибрације етра трансверзалне су, управне на правац простирања, само им се правац свакога тренутка мења у нормалној равни на правац простирања, што би овде значило у тангентној равни на меридијан или екватор (јер се не може тачно одлучити, у којој се од тих двеју равнина врши треперење). Поларисана светлост има особину да је и правац етарског треперења одређен, те би она одговарала овом електричком односно магнетском вибрирању.

Друга је разлика и у томе што је јачина светлости у свима правцима од светлосног извора на једној свери иста, док код електромагнетског треперења то није случај, и јачина зависи од правца пречника, који спаја тачку на свери са центром лопте где је ексцитатор. Интензивност је најјача на екватору и равна нули на половима. Начин простирања исти је код етарског кретања, било оно светлосно или електромагнетско.

Да би се потврдило раније гледиште Максвелово о томе да је светлост проузрокована пертурбацијама електромагнетским у етарској средини, ваљало је приступити даљем упоређивању познатих светлосних појава са вибрацијама електромагнетским. Како су разлике у овим двама врстама етарског кретања у дужинама таласним, то се у истом односу морају изменити и справе за упоређивање. За експериментовање са таласом електричким од 6 метара појаве одбијања и преламања потребно је било огледало од квадратног миријаметра према огледалу од једног квадратног метра. За мање осцилације од 6 мм. таласне дужине потребно би било огледало од квадратног декаметра.

Из овога је јасно са каквом се непрецизношћу морају ова упоређивања изводити, да би се утврдила аналогија између разноврсних етарских кретања. Поред свега утврђено је одбијање, преламање, интерференција као код поларисане светлости, дифракција, поларизација (рефлексијом), тотална рефлексија и двојно преламање.

Поред сличности између светлосних и електричних вибрација и разлике, које смо уочили, и сразмере наше моћи да опазимо светлосне вибрације, има још и неких других разлика, које ћемо изнети.

Осцилације електричне, нарочито са дугачком таласном дужином (Херцова), брзо се амортизују, док трајање светлосних иде на трилионе вибрација у секунди. За $\frac{1}{10}$ секунде, за трајања утиска светлости на мрежици у природној светлости се хиљаду пута промени: јачина, правац вибрација, фаза и периода.

Кад би имали безброј ексцитатора, који би изазивали у етарској средини електричке таласе у разним правцима, симултано или сукцесивно без прекида један за другим, да треперење другог дође пре амортизираног кретања због претходног ексцитатора — онда би се постигло да се у једној секунди

треперење етарске честице добије и у разним правцима нормалне равни на правац простирања и константност јачине за одређени безброј вибрација. То би се приближавало белој светлости, и кад бисмо могли смањити таласну дужину етарском вибрирању у појави електричних таласања на таласну дужину беле светлости, око би осетило појаву физичке светлости.

На овој начин не само што је утврђена аналогија између светлосних и електромагнетских појава, но су оне сведене на етарско кретање, и светлосне појаве могу се протумачити истим узроком, којим и електромагнетске.

IV.

Питање је сад: може ли се синтезом етарских кретања ићи и даље од обичних електромагнетских појава?

Као што смо у уводу рекли, спектар показује испод првеог дела етарске вибрације, чије су таласне дужине веће, број треперења у секунди мали, које око не опажа, али се њихово биће утврђује топлотним дејством. Значи, да средину између електричних и обичних светлосних зракова чине топлотни зраци. Зна се да у томе пољу има зракова и да су особина светлосних, односно преламања, одбијања, интерференције и др.

Над љубичастим зрацима у спектру постоје етарске вибрације таласних дужина мањих од љубичастих зракова, и она се опажају својим хемиским дејством (фотографија).

Сем побројаних етарских треперења физика је нашла и друге зраке. У Гајзлеровим цевима, са катода еманују тако звани катодски зраци (Крукс, Рентген), за које нису заклони тела, која спречавају побројана ранија етарска кретања. Појаве радијалног простирања треперења са неких једињења, као што је радијум, баријум, актинијум, у последње време скренуле су пажњу целог света због своје сличности са катодско-Рентгеновим зрацима, јер их електромагнети на сличне разлажу, а после по трајалности њиховој везани су за изворе, који их дају.

Испитивањем ових зрачења, ове врсте етарског треперења, проширена је позната скала етарских кретања, и место ових вибрација далеко је изнад љубичастих зракова у спектру. Ово се закључује по томе, што се позната аналогија у

етарских вибрација: простирање по правим линијама, одбијање, преламање, интерференција, дифракција и др., није могла констатовати. Овоме је сличан узрок тешкоћи у електромагнетским вибрацијама. Док су у последњих таласне дужине несразмерно веће од обичних етарских вибрација светлосних, дотле су у зракова Рентгенових и Киријевих несразмерно мале и број је вибрација необично велики у сразмери са највећим бројем вибрација у секунди код љубичасте светлости. Ова сразмерност између дужина таласних у познатих ранијих зракова и ових Рентгенових-Киријевих чини да би за опажање обичних особина етарских вибрација потребно било послужити се за експериментовање предметима (као што су огледало, сочиво и др.) несразмерно мањих димензија но што су обични. У овоме је главни узрок немогућности утврђивања аналогije између обичне светлости и невидљивих (тавних) зракова, који се опажају дејством хемиским и електромагнетским у својој средини.

При проучавању етарских вибрација у овоме домену физичких појава констатована је једна појава, на коју ваља указати, јер нам је потребна за закључак ове расправе. Утврђено је, да се етарске вибрације не добивају овде утрошком никаквога рада, ни механичке обичне природе ни хемиске или какве друге обичног узрока. Ово не значи и то да се у природи нашло могућности да се неко кретање створи без узрока, без сила, само је показан начин да се тај узрок не може лако сагледати. Радијум, актинијум или макакво друго једињење које еманује радиоактивне зраке, излази из једног извора, који је у релативном миру према околним предметима, што је за обично схватање физичких појава неразумљиво. За извор светлости потребан је или какав хемиски процес, или механички рад (у динамомашинама и другим). Код радиоактивних зракова зацело се троши неки рад, али га ми не опажамо. Чини се, и то је највероватније, да је конституција тела, која те зраке еманује, динамичке природе, да се етарска средина у којој се налазе атоми и молекули тог тела, као и сами они, у неком трансформационом стању (стању дисоцијације или дисперзије Ле Бон), где се неопажено врши процес размене између њихове кинетичке и потенцијалне енергије, где је седиште усталасавању етарском, које се пружа после на околну средину. Ово је најправилније тумачење ових појава, јер би апсурдно било

узимати једну појаву, која би била у контрадикцији са принципом конзервације енергије, чиме би се онда изгубио најпозданији критеријум за физичка опажања. Резултат је овога, да је материја врста енергије, и да је оно што данас хемија сматра за стално у материји пролазног облика.

Ове појаве етарског кретања указују још на једну значајну ствар. Тела која врше еманацију налазе се у процесу неког распадања. У деловима тих тела налазе се особине неких тела, која су обележена у науци као елементи тела, који се не могу даље разлагати. Обратно се пак у неких елемената (хелијуму) нашао процес распадања, што доводи до идеје о несталности особина обичних елемената (Локијер), до мишљења да је постанак тих праматерија, које су сведене данас на елементе, у вези са основним етарским кретањем као најпростијим обликом материјалног кретања, и како се кретања могу мењати да и атоми могу изгубити своју индивидуалност.

Резиме је из овог опажања, да су атоми и молекули тела нарочити облици етарских вибрација или ротација у оној средини етарској, чије вибрације и дају све физичке појаве а и проносе их са једног места на друго. Комбинације разноврсних етарских вибрација дају нарочито динамичко стање, које се јавља у облику атома; из њих се комбинацијом добивају молекули, а из ових материјална тела. Обично макакво тело у природи није ништа друго до неко равнотежно стање агрегата етарских кретања. Само, полазећи од овога гледишта, можемо лако протумачити трансформације физичке у појавама њеним, које су производ материјалне трансформације физичких тела. Овим се путем могу објаснити појаве које прате хемиске процесне слагања и разлагања тела, а које су окарактерисане чистим физичким појавама, које смо назвали етарским кретањима.

Праматерија тела била би нарочито, по свој прилици и најпростије етарско кретање, које и за број вибрација у секунди као и за таласну дужину мора имати неки одређени облик, који се по талаској дужини и броју вибрација јако разликује од познатих етарских кретања. Диференцирања обичних етарских кретања из најпростијих облика дају праматеријално кретање. Из ових кретања постају све сложенија, док се не дође до оних комплекса, које називамо видљивим кретањем, које је оличено у данашњим светским системима.

На овај начин мислим да је објашњена привидна разлика између невидљивих (импондерабилних) кретања и обичних, механичких, као и јединство у свету материјалних кретања.

V.

Показали смо да доиста постоје, као и које су све врсте познатих етарских кретања. За опажање тих кретања видели смо да имамо ослонаца и у нашим чулима, какво је око, такнуће, слух, и то је директни ослонац, као и посредних начина да до њих дођемо, какви су у средствима фотографије, термометара и др. Посредним и непосредним методима утврђено је да етарских кретања има и да синтеза њихова доводи до разних облика, чије је биће исто или је разлика у квалитативним одликама елемената који одређују та кретања (таласна дужина, број вибрација и др.). Човек са својим чулима и централним органом свести стоји према свим могућим врстама тих етарских кретања као неки резонатор, и као што разни дијапазони из једне хармоније могу затреперити сваки на свој тон, тако и човек разну реагује на разне врсте тих могућих етарских кретања.

Указали смо само на неке облике етарских кретања. Из показаног јасно је да је број могућих етарских треперења бескрајан, да су квалитети њихови бескрајни. Синтеза је могућна и резултат њен даје бескрајне облике етарских трепења, на које се своде све физичке појаве.

Јединство појава, које је истакнуто од незапамћених времена и које је у модерној физици добило рационално објашњење, свођењем појава на етарско кретање, добило је своје најјаче и најбоље тумачење.

Између појава обичног механичког кретања, какво је материјално кретање на нашој планети и козмичким световима, и етарског кретања утврђена је у основи идентичност. Појава дисперзије и апсорпције етарских кретања почива на хипотези узајамног дејства између етарских и обичних материјалних делића. Ова је узајамност још јаче истакнута мало час изнетим узроком радиоактивних тела. Све ово поткрепљено је још више тиме што се узрок физичких појава, као што су механичка кретања небеских тела (гравитација), не би могао

замислити у простирању са једног тела на друго, да се тај узрок, гравитација, не састоји такође у кретању етарском и као такав трансмићује са једног тела на друго.

Два небеска тела не би могла доћи у узајамни однос услед гравитационог кретања, кад и сама тела не би била оно, што рекосмо, нарочито динамичко стање етарске средине, већ нешто посве одвојено од овога. На овај начин чини се да је стара Декартова теорија вихора, која је посве рационална, оживела и узета као узрок за тумачење саме гравитације, која ју је истиснула.

За мисао, коју поглавито овде истичемо, а то је да су атоми, молекули тела, компактна тела и сви системи само нека динамичка стања етарских кретања, војује и ово што ћемо навести.

Као што имамо у видљивом механичком кретању све облике кретања, која се приближују кретањима по коничним влацима, иста можемо производити у етарском кретању (код светлости у двојном преламању и поларизацији елиптичкој или другој истих зракова). Нутација, прецесија, успореност кретања и др. код васионских тела, може се лепо узети да постоји и у свету етарских кретања, што може лепо послужити тумачењу појава радиоактивних зракова (Ле Бон). Нема ничега што не утврђује идентичност, а не само и аналогију.

Између етарских делића узима се да постоје силе одбојне и привлачне сразмерне са одстојањима и да је у тих сила узрок етарском треперењу. Јачина неког произведеног треперења опада са места где је произведено то кретање обрнуто квадратима одстојања, сасвим аналоо гравитацији. Из овога је јасно, да је оно, што се узима за прави узрок васељенским кретањима, гравитација, једно манифестовање опадања јачине оног етарског кретања, које је произведено на сунцу као на извору његову. Може се узети, и то је сасвим оправдано на основу изнетог узрока постанка електромагнетских треперења, да је сунце седиште вибрација електромагнетских и да су дужине тих таласа врло велике или мале, њихова брзина бесконачна (ако су треперења лонгитудинална и оваких је могуће да постоје), или равна брзини светлости. Јачина овог вибрационог кретања опада по познатим законима (Хајенс) опадања јачина, сразмерно обрнуто са квадратом одстојања, где

се лепо огледа особина гравитације. Овде се само у гравитацији не гледа прави узрок, већ дејство узрока.

Кад произведене електромагнетске вибрације са сунца дођу ма у коју средину где се слично треперење може изазвати, а тај је случај на границама две средине, као што је случај између козмичких тела и интерпланетарног простора, испуњеног енергијом етарском: онда се у новој средини манифестује идентично електромагнетско кретање, какво је било и на сунцу. Ефекат су тога позната козмичка кретања.

Овде поменуемо, и то је значајна ствар, да се тек на границама разних средина манифестују физичке појаве. Две средине физичке, по нашој теорији, одликују се разним особинама динамичког стања етарског кретања у њима. Такве би две средине за горњи случај, на пр., била интерпланетарни простор испуњен етром између сунца и планете, и етарско кретање на планети. Док се кретање простире кроз једну средину, на пр. само кроз интерпланетарни простор, као један систем, страна кретања се у њему, која он трансмитује, не опажају. Етарска средина може трансмитовати разна кретања, која из разних центара долазе, и то једновремено. Стање динамичко, раније изазвано у томе интерпланетарном простору, готово се не мења услед трансмисије, и нама се чини да у тој средини и нема никаквих нових појава. Ако се посматра ефекат тих трансмисија на граници средина, разних динамичких стања, онда се рађају нове физичке појаве, и за овај су случај те нове појаве: козмички облици кретања.

У овој глави у кратким потезима додирнули смо питање о етарским кретањима, са ових кретања импондерабилија прешли на кретања мерљиве материје, утврдили сличности између те две врсте материјалног кретања, и мислим да смо довољно јасни били у излагању узрока и одлика тих кретања.

Сва смо материјална кретања свели на један праузрок, који је окарактерисан неким примордијалним кретањем етарским, из кога се сва остала, само на неки начин, путем комбинација и диференцирања, образују. Неке силе, као што је гравитација, покушали смо свести, и мислим да смо били јасни, на етарско кретање, и њену особину опадања јачине обратно квадрату одстојања изједначили са опадањем јачине етарског кретања са одстојањем. У детаље се овога извођења нисмо упуштали, јер место овоме није у овој расправи и на овоме ме-

сту. Изнели смо како су најновија гледишта, да су појаве радиоактивних тела пореметиле основе модерне физике, посве неоправдана и да је заблуда дошла отуда, што се није заузело правилно гледиште на схватање тих појава.

Резултат је свега, да су путови модерне физике до сазнања праве истине у налажењу нових појава, нових етарских кретања добри, и надамо се да ће се синтеза тих кретања све више и више попуњавати. Будућност је у налажењу нових зракова, нових кретања етарских, што ће све на крају крајева ићи на утврђивање мисли, да су све физичке појаве у основи истог порекла, које лежи у основном првобитном кретању етарском. Сазнавање суштине процеса физичких, разумевање свих појава, које смо свели на нека материјална кретања, састојаће се у потпуно одређеном облику нових етарских кретања, која су постала из комбинације примордијалног и оних која су њиме проузрокована. Број етарских делића у одређеној запремини, таласне дужине у кретањима етарским неке средине, јачина и облик путање етарског делића, одређености равнине у којој се врши вибрирање и др. биће елементи које морамо знати да бисмо одредили прави узрок физичким појавама.

Наука о сазнању, гледиштем у физици, да се сила и материја заједнички узимају у облику етарског кретања као узрок појавама, налазимо да добива ново гледиште не само у правилном оцењивању физичких појава, већ и један нов поуздан критеријум, који је заснован на подацима, који су опажањем поткрепљени, за даље теорије, које су потребне у физичкој науци.

Друга Глава

Теорија о конституцији материје.

I.

У овоме случају остаје да изближе уђемо у питање: у чему је то суштина материје?

Говорили смо о кретањима етарским, њиховој синтези, али нигде о томе шта је то што се креће. Рекли смо да за нас стварно постоји само материјално кретање, а да материја за се као и узрок самом кретању, а то је сила, као нешто одвојено, никако не постоји. При овоме и даље остајемо.

Прва конзеквенца, која се односи на природу саме материје, онога што се креће, јесте егзистенција примитивног етарског кретања, динамичка средина једне праматерије у чију детаљну анализу нисмо у стању улазити. Та се средина одликује од обичне материје што долази у састав видљивих, мерљивих тела у покрету, по бескрајној малој густини, великој еластичности, нестишљивости и по томе што је од искони стављена у кретање, које сумом својом одређује један квантитет, који је сталан за цео систем светски. У сталности овога квантума кретања основица је сталности и суштина принципа конзервације енергије. На овај се начин наша теорија поклала у крајњим конзеквенцама са теоријом о дисипацији енергије Густава Ле Бона, који материју види оличену у кретању крајњих делића етарских. Као што код Ле Бона излази да обична мерљива материја лежи у кретањима делића, атома и молекула, који нису ништа друго до динамичке етарске средине, тако исто и ми усвајамо, а као што је код њега крајња конзеквенца, да је обична материја, маса у мерљивих тела, нестална, јер постоји дисипација енергије, дисипација атомског

кретања и молекуларног, те се материја манифестује у сили односно енергији, што све бива споро и у низу времена, да смо у немогућности спазити ове губитке материје по тежини, слично бисмо и ми извели, само не бисмо морали усвојити гледиште, да се ово трансформисање обичне материје у енергију мора косити са принципом о конзервацији енергије.

Тачна су гледишта да су атоми, као и молекули тела, код Густава Ле Бона, комплекси динамички, извесна ротациона стања порекла жираторног етра и да су колосалне енергије у овима акумулисане. Примери, које Ле Бон наводи у последњој својој расправи полемичкој под натписом: „La matérialisation de l'énergie“, *Revue scientifique* 15. octobre 1904, и који су узети нарочито проматрањем етарских кретања радиоактивних тела, убедљиви су, а у исто време и доказ, да се изнета гледишта наша на крају првог дела о динамичкој природи примордијалне материје могу сасвим усвојити.

Да су мали делићи материјални у стању бити акумулатори великих количина енергије, не силе, већ последице силе и материје, ствар је одавно позната у науци. Ја ћу овде изнети примере из поменуте расправе Ле Бонове, који су врло поучни и потребни да се разуме основна концепција о конструкцији материје.

Кад се анализом из воде добија хидроген, може се доказати да је електрична шаржа једног грама од 96.600 Coulomb-a у степену кондензације. За пуњење једнога грама водоника са електрицитетом од толико кулома потребно би било да једна обична електрична махина ради узастопце више од 30 година. То представља дејство силе, која би у стању била да куглу величине земљине напуни електрицитетом чији би потенцијал био од 6000 волти.

Овај је пример доказ, да се голема количина електрицитета може нагомилати у делићима, и онда је посве јасна хипотеза Ле Бонова, да су атоми као и молекули кондензације енергије или, као што бисмо ми рекли, динамичко стање етарско, које је проузроковано големом силом.

На ову мисао о кондензацији енергије навеле су појаве катодских, X зракова и зрачења радиоактивних тела. У први мах се мислило да се ту има посла са неком врстом светлости (Бекерел) и тражиле се особине светлосних зракова, преламање, поларизација и др., али се брзо од свега одустало и почела

усвајати мисао Ле Бонова, да је то појав дисипације енергије, да се атомско кретање, које није ништа друго до кретање етра, распада и дематеријализује. По нашем излагању ово би било претварање једног динамичког стања етарског у друго.

Ако се узме да се етарски делићи у једном граму са катода крећу брзином од 100.000 километара у једној секунди, онда би то манифестовало последицу узрока у сили чији би рад био једнак са 7 милиона коњских снага, што је еквивалентно тромесечном раду машине од 1000 коњских снага.

Гледишта физичара (Томсон, М. Абрахам, Рутфорд и др.) да су појаве катодских зракова у кретању електрона, за које се везују појаве електричке, не слажу се са нашом теоријом. По нама су електрицитет, светлост и друге појаве кретања етарска, која разном природом елемената, која та кретања детерминишу, излазе као разне силе, односно етарска кретања. Разлике битне између појава не може бити, јер није то битна разлика, ако негде имамо већи негде мањи број треперења, или неједнакости у таласним дужинама и др. Поред свега тога примери о кретању електрона поучни су за доказ да је могуће замислити велику количину енергије акумулисану у малим сферама етарским.

У испуштању зракова из торијума Рутфорд је нашао да је енергија тих делића 600 милиона пута већа од енергије обичног пушчаног зрна. Макс Абрахам израчунао је да број електрона у тежини једнога грама носи са собом енергију од $6 \cdot 10^{18}$ џула, што је једнако са 80 милијарди коњских снага ефекта у једној секунди, а ово веће 12 пута од енергије масе у једноме граму, чији би се молекули кретали брзином од 100.000 километара у једној секунди. Томсон, који налази да је атом склопљен из електрона, а не из делића етарских, израчунао је да у једном граму материје има енергије $1.02 \cdot 10^{19}$ ерга, што је равно раду од 100 милијарди килограмометара. Ова колосална енергија етарског кретања, како бисмо ми рекли, што представља атоме и молекуле тела, док је стална представља стабилан равнотежни положај динамички и одређен облик тела, који атоми и молекули условљавају.

Консеквенца Ле Бонова је даље ова: стабилност динамичка није стална; она полако, али врло споро, у времену дугом од милион година, прелази у лабилну равнотежу. Дисипација дакле стално постоји и огледа се у томе што делићи

етарски губе од своје енергије, односно њихова брзина биће све мања и мања. Могу наступити у неким случајевима, хемиским процесом нарочито, да су прелази из стабилне у лабилну равнотежу готово тренутни: онда се те енергије ослобођавају, ми их добијамо у облику одређеном, којим се можемо послужити (на пр. енергија из барута).

У прилог томе, да смо у стању акумулисати и то велику количину енергије простим обртањем какве кугле, која би нам приказивала делић етарски, чија ротација око осовине и јесте у суштини примордијална врста енергије, изнећу и овај пример из Ле Бона, који се да извести простим рачунањем из закона о односу рада и живе силе.

Ако узмемо куглу од бронзе, чија је густина 9.24, полупречника од 1 милиметра, тежине $\frac{1}{3}$ грама и дамо јој брзину од 100.000 километара у секунди, обрћући је око осовине, онда је у њој акумулисан рад од 63 милиона килограмометара, што је једнако са 340.000 коњских снага, или је исто са радом 800 машина од по 1000 коњских снага. Узмемо ли пак да је брзина ротације 300.000 километара, као у етарском делићу код светлости, жива је сила односно енергије 7.5 милиона коњских снага.

Ако бисмо хтели видети каква би снага била потребна да материјалним делићима код катодских зракова да брзину од 100.000 и више километара, и то се лако да израчунати и налази се онда ово:

Пушчано зрно тежине 15 грама, које у себи представља одређени број етарских делића, са брзином од 640 метара у једној секунди, даје енергију од 313 килограмометара ($\frac{3}{4}$ обичне калорије); ако сад тражимо колика мора бити маса пушчаног зрна, кад му је брзина 100.000 километара да се добије поменута енергија, онда излази да маса, односно тежина зрна, треба да је шездесет милионитих делова милиграма.

Зрну нашем требало би 2.75 грама барута, где је акумулисан узрок за енергију од 313 килограмометара. Ако бисмо хтели овој тежини зрна да дамо брзину од 100.000 километара, морали бисмо узети већу енергију, односно више барута, и то 67 милиона килограма или 1,340.000 буради барута по 50 килограма.

Све су ово очито докази о могућности колосалне енергије

која је у вези са етарским кретањима, која одређују атоме и молекуле тела.

По Ле Бону у обртању делића етарских, њиховој готово бесконачној брзини, лежи узрок колосалној енергији акумулираној у атому.

Гледиште је његово, чије су последице дисипација енергије и претварање масе, односно материје у енергију, управо код кога и нема материје, већ само енергије интраатомске, изазвало читаву револуцију у научном свету. Напомене (Х. Поенкаре) сведене су само на то, да се протумачи стабилност у свету материјалних појава, што би се косило са гледиштем о дисипацији, што смо ми раније изнели, да се може примити, ако се усвоји Ле Бонова напомена, да се дисипација обично не врши тренутно. По Ле Бону је атом и врло стабилан систем етарског кретања а и нестабилан; разлике између једног и другог стања опажају се у периодима, који су ван домета нашег опажања.

Овде смо изнели примере из теорије Ле Бонове, чија гледишта о материји посве усвајамо, јер налазимо не само да она лако тумаче природне појаве, него се не косе ни са основним принципима механике, и ако и сâм Ле Бон мисли да се они могу поколебати. Ми не видимо узрока томе.

Основни принцип о конзервацији енергије вреди, ако се све светске појаве, свих система, узму скупа. Ставимо ли се на ово гледиште, онда је јасно да је резултат дисипације материјалне на једном месту нестанак само неког облика динамичког кретања, али не и то да је то кретање у првобитном квантуму смањено. О овоме у одељку што долази.

II.

Прва је консеквенца да је атом садржан у атомској енергији, која се огледа у ротацији, са брзином која се равна брзини простирања етарских кретања, а то је 300.000 километара у једној секунди. Оно што чини атом то је етарско кретање. Кад се то кретање ничим, никаквим узроком, не ремети, онда имамо одређен атом, односно молекул или материјално тело.

По данашњем схватању хемије и физике има неких облика материје, који су стални и названи елементима, — број је

њихов ограничен. По нашој теорији би се казало: атомска су кретања у тих тела одређена и по облику и по квантуму; њихову особину нисмо у стању изменити за данас никаквим узроком. Другојачије је заснован равнотежни положај у њима: он је посве стабилан и у тој стабилности се и огледа сталност елемената. Код једињења то није случај. Стабилност динамичког стања етарског у њиховим атомима и молекулима да се лако пореметити спољним узроцима и вратити се на њихове облике равнотежне, при разлагању једињења, на елементе тј. на облик стабилне равнотеже, која карактерише атом елемента.

Овде се не сме стати. Нема ничега што би потврдило, и ако се до данас то није десило, да су атоми стални у елемената. Мења се и облик, као и брзина ротације тих етарских делића у атомима. Кад је ово случај, значи, да мора наступити период потпуне измене стабилне равнотеже у атомима данашњих елемената, а то је случај, кад се они враћају у праматеријално етарско, кретање. Ово је у вези са гледиштем да елементи нису проста тела (Локијер).

Питање је, које се не може лако решити, да ли је само ротирање етарских честица узрок акумулацији енергије или може бити и друга врста кретања. Не стоји ништа узети и праволинејна кретања, као и друге облике.

Питање, које се јавља овде и које може бити повод разним контроверзама, то је како се тежина тела има схватити, тј. узрок тежини гравитација. Ово је важно питање, јер модерна хемија почива на принципу сталности материје везане за тежину тела (Лавоазије).

Теразије хемиске мере тежину и налазе да је то битно што се не мења. Ово значи са гледишта физичког, да се при свима хемиским процесима не могу тела изоловати од дејства теже, као опште козмичке силе. У првом сам делу говорио о гравитацији. Ново се нема шта додати, пошто сам ја свео ону њену особину: опадање сразмерно обрнуто са квадратом одстојања на опадање јачине етарског кретања произведеног на централном телу. Овде бих имао само то додати, да констатовање сталне тежине, односно губитка материје, није доказ да не постоји Ле Бонова дисипација, пошто се она врши у бескрајно великоме низу времена, већ само то да је унета количина етарског кретања у систем материјалних тела, са којим

ми експериментишемо, релативно сталне јачине у односу при-
долажења новог квантума сличних кретања.

Тежина није никаква примордијална особина материје. Материја за се као нешто изоловано и не постоји. То је динамички систем етарске средине. Број етарских делића, њихов однос у јединици запремине, брзине тих делића, њихови облици путање, једном речју особине свих елемената који детерминишу облик једног кретања, дају особине атому, молекулу и телу, које је из њих склопљено. Ти разни начини кретања, разноликост динамичких система даје сву разноликост предмета материјалних у природи. Као што нема између разних кретања етарских која се у разним физичким феноменима илуструју у суштини разлике, тако у битности не постоји никаква разлика ни за мерљива тела (пондерабилија).

На основу овакве хипотезе о атомима, као последњим носоцима материје, лако је резумовати везу између етарских и мерљивих кретања, на коју је указано у првом делу да постоји и где је додирнуто и објашњење самог дејствовања тих разних средина.

Крајњи је резултат свега, да су материјални облици атоми и молекули, из којих се мерљива, видљива тела састоје, комплекси етарских делића, који се налазе у вечитом кретању. Ротација, праволинејно, елиптично, циркуларно и разноврсно кретање могући су видови разних облика кретања у комплексима делића етарских који дају молекуле и атоме. По овоме атом није недељив. Количина енергија коју он представља може узроцима који леже у додиру са другим атомима, у разним међусобним комбинацијама бити измењена, увећана или смањена. Ова промена уноси измену у облик равнотеже динамичке и она постаје из стабилне лабилна и обратно. У овим менама се огледа вечита трансформација у природи, — све мене у разноврсним процесима природним јесу стварање нових система динамичких, односно облика материјалних кретања и јасно илустровање оне вечне истине, да је све у свету само кретање.

Јасно је да у колико комплекси етарског кретања односно атоми постају груписанији у молекулу, да је динамичко кретање, у молекуларној средини узето као целина слабије, и то се потенцира у већем комплексу, као што су материјална тела. Брзине васељенских тела у ротацијама њиховим око својих

центара несразмерно су мање од брзине етарских делића у атомима њиховим. Образовање већих комплекса манифестује се у споријем кретању и тежи ка положају равнотежном таквом да се све више јављају повољни услови за потпуну дисипацију и разлагање на мање динамичке средине, у којима се огледа појава молекуларног односно атомског јављања енергије. Распадање система већих на мање враћање је свега на примордијално етарско кретање, из кога се свет диференцирао и све појаве у њему постале.

Остаје само једно што се не може објаснити: откуда праматерија у кретању?

III.

По нашој, а слично и по теорији Ле Боновој мора се усвојити егзистенција неке праматерије, немерљиве, без икаквих нарочитих особина материјалних кретања, пошто су све особине, као што је у првом делу и изнето, ствар само субјективног схватања. Та првобитна супстанца склопљена је из делића дискретних (неки узимају првобитну материју као протежну), између којих постоје одбојне и привлачне силе. Ако се узроци те материје стављене у кретање, као силе избаце, схватљиво је замислити је да је та материја од искони у васељени у одређеном квантуму кретања, да је нека количина рада акумулисана у њеном кретању и да је сталност тог рада непознатим узроцима условљена.

Полазећи од тог праматеријалног кретања, које смо назвали етарским, можемо даље консеквенце изводити на основу познатих особина физичких појава до сада и природе мерљивог материјалног кретања, које је наука испитивала.

У таквој безграничној средини могуће су све врсте познатих кретања. Делићи се могу око својих равнотежних положаја кретати и то брзинама једнаким брзини простирања светлости. Макако да је фина та праматерија, скуп свих делића бескрајно мале густине представља ипак за васељену колосалну масу, која стављена у кретање брзином само простирања светлости, манифестација је големога рада, енергије, која је ту од искони.

Пре сваке диференцијације из ове средине, пре узрока,

који су повод били образовању разних средина, кретања примордијална у тој средини била су, на основу изнетог у првом делу, пертурбације електро-магнетске природе, које су узрок данашњој појави светлости. У генези физичких сила неминовно се мора доћи до тога да су примордијална кретања етарска дала светлосне појаве.

Примордијална средина, као хомогена, није могла давати праве појаве светлости, све док се нису бар две разноврсне средине појавиле. Узроци појаве тих средина су такође тамом прекриљене. Њих је морало бити, јер те средине постоје. Неједнакости међу елементима, који карактеришу етарске средине, разлике у густинама, броју етарских делића у јединицама запремина, неједнакости у брзинама самих етарских делића, што се манифестују у неједнакости брзина простирања кретања у етарским срединама, били су повод да се јављали разноврсни физички феномени. Ово је повод појави разних пертурбарција и низању разних физичких кретања, или како се по староме зове природних сила.

Примордијална етарска средина, стављена у покрет, из које су се средине створили засебни центри, може се сматрати за резервоар енергије зване потенцијалне. Узајамна дејства између честица етарских, која долазе од кретања њихових, која можемо узети и за последице дејстава, што обрнуто радимо, узроци су рада, који се огледа у потенцијалној енергији. Енергија само у облику потенцијалне енергије није могла ни од искони постојати, јер би никако немогуће било само из ње замислити појаву кинетичког кретања етарског, чији је извор у тој потенцијалној енергији. Безгранични резервоар енергије морао је имати два облика, који су се један из другог јављали, један где је привидно мировање било и други где је очито кретање. Трансформација једног у вези је са менама другог. Свођење свега само на један вид, на вид кинетичке или потенцијалне енергије доводило би до равнотежног стања примордијалног, за чију промену не бисмо нашли довољно узрока и правдања.

Равнотежни првобитни облик у етарском кретању састојао се из два дела сталнога квантума енергије.

Кад су се разноврсне средине створиле, као што мало час рекосмо, у разним срединама биле су разне количине и једне и друге врсте енергије, а све су скупа давале првобитни квантум.

Ако се узме поставка да је најпростије првобитно кретање било линеарно у дужинама таласним данашњих светлосних зракова и да је из њега постало ротационо кретање старских делића око равнотежног положаја, брзином од 300.000 километара у секунди, онда се у тим ротацијама могу из далека назрети постанци првих погодаба за стварање атома. То би била прва диференцијација динамичке средине и стварање разних медијума у васиони. Скуп таквих атома који би готово са бесконачном брзином гравитирали око својих центара дао би молекуле, а ови небулозне материјалне средине, из којих су се светови диференцирали. Разне густине, које су условљене бројем старских делића у јединици запремине, дале би се у светским системима лако замислити. Атоми, односно молекули, који су ближи центру какве небулозне средине и око њега гравитирали брзинама којима и они на периферији, чинили би разлику у динамичкој средини према зонама у којима се налазе од центра. Кад брзина старских комплекса на периферијама добије знатну брзину, они се одвајају од централног система и по одређеним путањама круже око центра и у томе је постанак планета, комета и трабаната, као одређених динамичких центара. Обрнуто, успоравањем ротационих кретања већих система динамичких наступа појава дисипације маса у системима, а из ових и њихових делова молекула и атома.

Та трансформација бива и данас и биће вечито. У томе је и добит од ових нових погледа, што је суштина материје схваћена не као инертна непроменљива супстанца, но као систем у кретању, који своје облике мења, а мењањем облика даје инертној материји видљив облик енергије физичке.

По принципу конзервације енергије, потенцијална и кинетичка енергија чине две разне врсте кретања. Прво је према другоме мировање. Постанак потенцијалне енергије је условљен радом узајамних сила између материјалних честица. У равнотежном положају каквог система тела, односно честица материјалних, које је условљено силама међусобним, бесконачна мала измена релативних одстојања у систему продукат је механичког рада и манифестација онога дела васељенске енергије, који се назива потенцијалном. Ако неки делић знатно промени своје одстојање и услед тога добије одређен облик кретања, са одређеном брзином, онда његово кретање, као и скуп свих кретања сличних делића, образује последицу енер-

гије зване кинетичке. Овај је други део у вези са првим једнак првобитноме квантуму целокупне енергије и у колико један расте у толико други опада. Пример за ово имамо очигледан код гасова. Делови материјални једнога гаса у некој средини заузимају неку запремину под неким погодбама. Ако се запремина њихова смањује каквим радом, као узроком спољним, међусобни се односи између делића мењају, и рад, који је у почетку био потребан за првобитно равнотежно стање у првој запремини, које је садржано у њиховој потенцијалној енергији, услед узрока с поља, појачава се, и њихова је потенцијална енергија повећана. Ако се вратимо на првобитну запремину, уклонимо узрок, који је гас свео на мањи простор, онда се добива и првобитна потенцијална енергија, која одговара међусобном дејствовању делића гаса у првој запремини. Онај већи део потенцијалне енергије изгубио се при прелазу из једног у друго стање, што је манифестовано на раду који је гас ширењем извршио, на појави тако зване кинетичке енергије.

Из овога је јасно, да кад су све материјалне средине код нас нека етарска динамичка стања, да је разлика између потенцијалне и кинетичке енергије код нас разлика само у стањима кретања. Ако се узме атом из етарских делића у таквим ротационим кретањима, да из њих може постати атом као носилац особина мерљиве материје, онда је из показаних примера јасно, колико у таквом комплексу има концентрисане енергије. Увећамо ли број таквих атома у саставу молекула, онда је очевидно да се и енергија појачава. Скуп таквих молекула у телу, а тела у систему каквом васељенском даје јасну слику колосалне енергије, коју представља један такав систем, на пр. наш сунчани.

Ако неки систем изоловано посматрамо, што у васељени не постоји, довољно је што знамо да колосална енергија, коју он претпоставља, која је у њему сасређена, није ништа друго у односу оног првобитног етарског кретања но облик тако зване кинетичке енергије првобитног квантума васељенске енергије.

У материјалним центрима овога система по Ле Бону мора постојати дисипација. Границе су те дисипације бескрајне. Последица је дисипације расцентрисање појединих делова у систему и стварање првобитног примордијалног етарског кретања, враћање на стање из кога се добило концентрисање.

Интервасељенски системи, који су као и цела васељена испуњени примордијалном материјом, етром, услед центрисања и образовања система, пренели су неки део своје енергије на оне колосалне количине енергије у системима, чега је последица била центрисање делића. Потенцијална енергија примордијалног етра је услед центрисања смањена и манифестује се у појачаним енергијама нових створених динамичких система. Чим су се динамички системи створили и из њих почела појава дисипације енергије, равнотежни положај система, који је добио своју одређену стабилност пре дисипације, почео је мењати стабилност и ићи ка оној фази етарског кретања из кога је и постао. Последица је дисипације враћање енергије из система интервасељенском етру и стварање оног равнотежног положаја, који је постојао пре сваке диференцијације. Овако постају и губе се нови центри динамички, светови васељенски; на овај се начин врши живот у васељени и све могуће трансформације у њему. Овако образоване разне средине етарске враћају се на првобитну и из ње обнављају поменуте појаве стварања система, односно нових средина.

По овој теорији разлике између разноврсности у материјалним појавама сведене су на постанак разних средина физичких, које су пак одређене разним динамичким стањима праматерије етарске. Средине разне, чији је број бескрајан, јер су и комбинације бескрајне између квантитативних разлика елемената које одређују неко динамичко стање, узрок су оној разноврсности у природи. Рекосмо само квантитативно, јер основних квалитативних разлика не може бити, пошто се сви атоми своде на кретање етра, а прве су могуће, јер долазе од разног броја етарских делића, разног размештаја њиховог, неједнаких брзина и разноврсних облика путања честица у неком атому.

Појава само две средине, према оном што смо у првome делу изнели, даје погодбе за све појаве електромагнетске, респективно светлосне, топлотне, гравитационе и др. Комбинација средина са простирањем етарског кретања из једне у другу појачава разноврсност у феноменима и јасно износи основе на којима почивају све трансформације у природи.

Према овome у природи не постоје силе, као нешто одвојено, као нешто што је наука назвала узроком, да би олакшала изучавање особина разних материјалних кретања. Постоје

само кретања, диференцирана из примордијалног кретања, које је манифестација непознатог великог квантума енергије, који је ту од искони.

Многе се појаве гледане не као последице етарског кретања јављају као директни узроци других појава и краће се називају силама. Све су ово само називи за оријентисање наше у сазнавању, а никако у правој оцени суштине самих појава. Такав је случај са узроком обичних васељенских кретања. Да би се протумачио постанак централних кретања у сунчаном систему, узета је гравитациона сила, која се простира кроз етарску средину између два тела (а неки усвајају могућност простирања и кроз празан простор). Овде је јасно последица побркана са узроком. Ако постоји, као што смо ми узели, колосална енергија у етарским центрима као што су сунце и планете, и то паравно већи квантуми на сунцу но на планетама, та се сва кретања трансмићују кроз интерпланетарну етарску средину и на тај начин свезују. Оно што се зове гравитација није ништа друго но манифестација опадања јачине тих кретања на одређеним одстојањима, а та се особина посве поклапа се особином замишљене гравитационе силе. Онда се сасвим може изоставити гравитација као узрок кретању васељенском и рећи: тела се васељенска крећу услед колосалних енергија акумулисаних у њиховим динамичким етарским срединама. Поред енергије, чији је извор у самоме систему (рецимо у нашој планети), придолазе овде големе количине етарске енергије, која постоји у првом реду на сунцу, а после и на околним планетама око наше земље. Те енергије не дејствују својом директном јачином већ само оним делом, који је одређен одстојањем сунца респективно других планета од посматране планете (наше земље). Како се слагање енергија, односно кретања, врши по принципима слагања сила, а унете јачине енергија јесу делови енергија удаљених центара по пропорцији коефицијента обрнуто сразмерно са квадратом одстојања (јер овај закон вреди и за радијално простирање кретања), то су последице узајамног дејства разноврсних количина кретања, односно енергија, истоветне са последицама имагинарне силе назване гравитациона.

Овим се начином код ове најопштије појаве избегава употреба узрока названог силом (гравитација), и она се смењује

кретањем етарским, које је проузроковано колосалном енергијом у етру акумулисаном.

Какав је случај код гравитације, такав је код свих узрока физичких појава. Ово је изнето у првом делу за магнето-електриске, светлосне, топлотне и све друге појаве. У овом је одељку напоменуто за хемиске процесе и њихове елементе.

•

Теорија наша о конституцији материје почива на хипотези о егзистенцији једне првобитне материје у кретању. Та примордијална материја названа је етром. Атоми су акумулисане енергије услед тог етарског кретања. За ово су доказ изнети примери о могућности акумулације у малим запреминама материје. Материјални су системи динамичке природе и један се од другог, а сви од примордијалне интервасељенске динамичке средине етарске одликују квантитативним особинама делова, који одређују неки динамички систем. За нас дакле постоје само неједнаке етарске средине.

По Ле Бону постоји атомска дисипација енергије. За ово су му доказ појаве радиоактивних тела. Ово пренето на системе етарске у природи значи да је процес дисипације општи принцип. Центрисање етарских средина јесте обрнути процес дисипације, и ми смо показали да се принцип о конзервацији енергије не само не ремети новим гледиштем већ само добија нов назив. Он се огледа у дисипацији и центрисању етарских кретања. Сума количине енергије примордијалног етарског кретања налази се у сумама етарских кретања интервасељенских етарских средина и онога квантума етарских кретања који је садржан у центрисаним системима. Све скупа кретање етарско представља један систем у положају равнотежном, који је посве стабилан, али се не сме ни то заборавити да је овде узета реч стабилност релативне природе. Стање које долази за овим може бити нестабилније према данашњем, али узето за се представља такође одређену стабилност.

Дисипацији би одговарала данашњем делу званом кинетичка а центрисању потенцијална енергија. Као што по принципу конзервације енергије постоји да је сума кинетичке и потенцијалне енергије константна, тако и по нашој теорији је

квантум васељенске енергије раван суми енергија које се манифестују у појавама дисипације и центрисања.

Материја по Ле Бону не постоји као нешто одређено, — то је квантум енергије. По нашој теорији материја постоји као квантум енергије, али енергије етра, који је такође један облик материје, која се квантитативно разликује од обичне инертне материје. Динамичке особине етарског кретања дају обичним материјама особину ленивости и оно чини да се она јавља као подлога кретању материјалном. У овој теорији као и свима остаје само један хипотетички елеменат, а то је етар. Овај се елеменат мора усвојити због појава физичких, које се без њега не дају разумети. Све остале консеквенце нису извођене обичном метафизичком дедукцијом, већ с обзиром на оне особине, које је модерна физика уочила при проучавању појава.

Трећа Глава

Руђер Бошковић и модерна теорија о материји, — трансмутација елемената — Закључак.

Радијације тела, нарочито после проналаска радијума, довеле су до истине, да је распадање енергије општа појава у природи. Распадање се врши свих елемената и периоде у којима се дезагрегација догађа. Неједнаке су и с погледом на атомске тежине тих елемената и с обзиром на друге услове, чије је седиште у спољним узроцима, у околини елемената изложених разним утицајима, који повољније или не утичу на процесе распадања. Уочена је особина лакшег распадања елемената великих атомских тежина, односно елемената великог броја електрона у истој запремини, као и то, да су деривати процеса распадања: уранијума, раднума, баријума и других елемената неједнаке стабилности и услед тога и неједнаког рока трајања по формама и карактеристичним особинама тела, која постају распадањем. Технички успеси у физици и хемији; добијање јаких притисака, ниских температура, осетљивих апарата на минималне шарже електричне у електрона и друго, довеле су до могућности одвајања продукта распадања малих трајашности (милионитих делова секунде).

До пре неколико месеци (крајем 1919-те године) није се вештачки могла извести трансмутација, и ако се у природи догађала. Сви деривати радијума, баријума и других елемената, до којих се долази дезагрегацијом, и који се разликују један од другог разном тежином атомском, односно разним бројем електрона, стварале су трансмутације елемената, изведене непознатим узроцима. Кад је Ruthefford успео бомбардовањем атома азотских, ударима електрона хелијума, чије су

брзине преко 50.000 км. у 1", раздробити их, проблем трансмутације постао је емпирички факт, и тим су открићем отворене нове фазе у сазнању и примени нових научних тековина. Поље употребе колосалних енергија интраатомских је опсежно и недогледне су последице прогреса људског на бази нових открића, који ће, наћи могућност ослобођавања тих енергија, трансмутацијом елемената.

Конституција атома је још хипотеза. По свима резултатима опита, атом је систем, склопљен из језгра и свере око језгра, у којој круже електрони негативних шаржа. Језгро се састоји, по свој прилици из електрона шаржа позитивних. Број електрона негативних и позитивних, њихова брзина ротационих кретања, утичу на стабилност равнотеже, тенденције кварења те равнотеже, односно дисперзију и условљавају константе: атомску тежину, број атома, специфичну тежину елемената, густину, тачку топљења и друго. Менделеевљева таблица, која је татонирањем из констаната елемената начињена, уочава празнине, које су попуњене опитом, и објашњава закон хармоније, који постаје јасан и разумљив новим хипотезама о склопу атома. Локијерово наговештавање пре 40 година нестабилности равнотеже у свету атома, односно свету елемената, данас је истина експериментално утврђена.

Трансмутација је констатована појава у природи. Успели се вештачки избацивање електрона из језгра или из његове сфере, имаћемо решен проблем трансмутације елемената. Из визмута, олова и других елемената доћи ће се до злата, по избацивању одређеног броја електрона, јер су готово већ идентичне атомске тежине многих деривата дезагрегација радијума блиски наговештаји горњих открића.

После решења горњих питања, која су доста приступачна суптилним експериментима Soddy-а, Перена и других остаће за дуго етар као хипотетична средина, из које се све рађа и асоцијацијом и дисперзијом условљавају процеси и појаве.

Паралелним посматрањем Бошковићеве теорија о материји са модерним изнећу последње фазе нових теорија о материји:

Рубер Бошковић и модерне теорије о материји.

У XVIII столећу Руђер Бошковић је изнео посве оригиналну теорију о материји, по којој су стари атоми, недељиви

и последњи носиоци материје, сведени на центре сила. Из ових центара, у правим линијама, радијално се сила простире у свима правцима, прелазећи из репулсије, на минималним одстојањима, у атракцију, док на великим одстојањима између небесних тела не добије облик Њутнове гравитације. Ова теорија дала је импулса многим хипотезама новијег датума. Модерни динамизам, који је потекао као потреба довођења у склад нова открића експериментална са новим хипотезама о материји, и ако одступа у многоме од Бошковића, има са његовим погледима неких сличности.

Његове су мисли о материји изнете у делу *Theoria philosophiae naturalis redacta ad unicam legem virium etc.* које се сад прештампава у Лондону. Детаљи ће се његове теорије најбоље видети из његова дела, овде их додирујем у најбитнијим особинама.

I.

Све теорије о материји, почев од Јонске школе, Леуципа, Демокрита, Епикура и других, потекле су из потребе: хармонисати осећање манифестација природних појава и процеса са проблемом, који се људском уму намеће од искони; најни крајњи узрок постанка свих промена у нашој околини. Песничке творевине, све могуће концепције о природи верске и старије метафизичке резултат су судара утисака спољних са нашим осећањем и умом. Потреба науке, поћи од хипотеза о материји, створена је методским опажањем односа међу променљивим елементима у појавама и процеса. Објаснити узрок сталности извесних односа, онога што је заједничко у разним променама, изазвало је потребу теорије хипотеза о материји. Била макаква теорија, из прве или друге категорије, последњи носиоци материје, као узрока свих процеса, сводили су се готово увек на атоме, на игру односа између нечега, што је нашим чулима неприступачно, што више мање измиче како директно тако и индиректно чулном опажању. Све теорије могу се поделити на двоје; једне приписују узрок променама материјалним, нечему што је нематеријално и одвојено од атома, док друге сам тај узрок изводе из односа међусобних атома и њихових брзина. Више мање у свих теорија о материји од Леуципа до Бернулија, атом је недељив, била сила од њега.

одвојена, или из њега произилазила. XVIII и XIX век су са једних хипотеза прелазили на друге, мењајући теорије о материји, према ново откривеним појавама, тежећи да појам масе (материје и силе вежу с појмом кретања. Најмодерније теорије заустављају се на енергији, не говорећи о маси одвојено од силе, већ на ефекту обе чињенице, које се директно не могу одвојено да посматрају, али чији је ефекат, у облику енергије, приступачан мерењима. По најновијој хипотези и атом је функција брзина делића који се зову електрони, који шаржама електричним, кретањима својим у систему атома дају или стабилност атому, као бившем последњем носиоцу материје, или, излазећи из сфере тог система, условљавају деградацију атома, односно молекула или система.

Теорија Бошковића о материји је поглавито резултат владавине у 18-ом веку Њутнове гравитације. Привлачна сила између небеских тела, као узрок кретањима, неминовно се сваком наметала, као манифестација сличних атракција међу атомима. Узевши, да је само атракција особина интра-атомских кретања, без одбијања, довело би до материје, континуума, незгодног да објасни појаве еластичности, светлости и друго, и с тога је Бошковић дао сили поред привлачења и особину репулсије у бескрајно малим одстојањима, и тиме избегао непосредни додир и сачувао принцип континуитета, који је за њега био главни критеријум за оцену оправданости хипотезе особина горњих сила. Водећи рачуна о познатом малом броју појава физичких, поред гравитације, и принципу континуитета, молекуле је Демокрита свео Бошковић на изворе (центре) сила, тачке динамичке нематеријалне, из којих силе зракасто, по правим линијама иду у свима правцима, прелазећи, према разним одстојањима, из атракције у репулсију и обратно, док не добију за велика, међупланетарна одстојања, облик Њутнове гравитације. Ово свођење масе, односно материје на силу, као ни раније, а и доцније Херцове теорије, где се сила свела на материјална кретања, није се дало лако усвојити за тумачење нових појава, откривених у физици, али су неоспорно сличне теорије биле знаменити подстрекачи за долажење до модерних хипотеза о енергији.

Бошковићева Атомистика избегава дуализам између материје и сила, материју, односно масу као непознат елеменат, који се одвојено од кретања не може опажати, своди на силу,

на један елемент, који је по себи сам одвојен од кретања, неприступачан проматрању и мерењу. Нова наука није могла усвојити горњи динамизам, као што је напустила и Херцову теорију о материји, чија је тенденција била обрнута: да се сила елиминише и замени материјом, односно материјалним кретањем. Али се може рећи, да су ове две крајности довеле до новог динамизма, који енергијом најбоље смењује и масу и силу, које се сепаратно не могу изучавати ни проматрати.

Између горњих група теорије о материји, хипотезу о етру, о виорима њиховим у етарској средини, још у доба Бошковићевом, тражиле су познате светлосне, појаве нарочито интерференција, коју је Гримади открио. Хајенс, Јунг, Френел, Коши и други услед открића интерференције, поларизације, двојног преламања наставише теорију материје и мрежасте структуре центара сила и етра, као средине импедерабили, што се донекле поклапало са назорима Бошковићевим о материји. У Енглеској, Бошковић је јако био цењен и од филозофа и од физичара. После открића Фарадејевих линија и поља сила, Бошковићева теорија о материји наметала се својом хипотезом о центрима сила за тумачење физичких појава, нарочито појава пертурбације у срединама електро-магнетским. Дигалд Стиард (Digald-Stewart), од филозофа, Максвел (Maxwell) од физичара, узимали су хипотезе о центрима сила, модифицирајући те изворе познатим особинама материје. Свођење узрока електрицитета и магнетизма на пертурбације у диелектрикуму од Максвела, имало је за подлогу мрежу сила у етарској средини, нематеријалној (imponderabilia), али при свем том обдарену извесним особинама материјалних средина као што су инерција, еластичност итд. Максвел нарочито наговештава, да је из динамизма Бошковићевог, макакве генијалне комбинације биле односа између центара сила, немогуће из тих центара доћи до макоје особине физичких тела: инерције материје, густине, еластичности итд.

У доба Бошковићевом, појава је физичких мало било откривених, које би се тешко адаптирале хипотези централних сила. Принцип континуитета, као израз сукцесија појава у времену и простору нарочито код филозофа, имао се у виду да не буде општећен услед ове или оне хипотезе о материји. Принцип акције и реакције, познат из давнина, а истакнут

Њутном у динамичкој основној једначини кретања, која мери однос између масе и силе, сматрао се као утврђена истина, коју не треба верифицирати применом ове или оне теорије о материји за тумачење појава. Принцип ривалититета није играо ону улогу, коју данас игра. Независност ефеката појединих узрока промена од места где се те појаве дешавају, доказ је, да је у то време владала идеја о могућности и апсолутних концепција о маси, сили, времену и простору. Вредност динамичких једначина Галилејевих и Њутнових била је апсолутна. Непознавање материјалних кретања у нашој околини, чија би брзина била приближно једнака брзини светлости, није ни наговештавала ревизију основа механике нити сумњу у непроменљивост његову, нити у апсолутност извесних концепција нашег сазнања, као што су простор, време, и друго.

II.

У другој половини XIX века уздрмани су основи Евклидове геометрије, тражењем доказа за постулат о паралелизму. Теорија група, Не-Евклидова геометрија указали су нове путеве за ориентисање у нашем сазнању и утврдиле гледиште у једној апсолутној самоистини да је све наше сазнање релативно. Логичка последица овог становишта водила је у релативност сазнања нашег о променама и процесима физичких појава. У првој половини XX века открића радиоактивних тела, зракова x зрачења, унели су позитивне доказе о релативности принципа старе механике. Последњи носиоци материје атоми, утврђено је да се распадају на мање делове, који су назвати електронима, и који, по свој прилици, имају сталност своју у особинама виорастих кретања, која вероватно од искони воде своје порекло из етарске средине. Максвелова тенденција, да једначинама Лагранжовим и Хамилтоновима тумачи појаве механистички у срединама електромагнетским, довела је до односа једначина, чија су интерпретација и верификовање извесних константни, открићима физичким, изврнули намеру Максвелову. Сви покушаји тумачења електромагнетских појава старом механиком довели су до резултата ревизије принципа механике и тумачења механичких појава електродинамичним једначинама Максвелово-

вим, модификованим од Лорнеца и других. На овај начин маса, односно материја, као елеменат променљиве природе, услед распадања атома и деградације енергије Галилеј-Њутновим једначинама даје релативну вредност, тачну само у првој апроксимацији. По разним новим теоријама о материји електрон шаржирам електрицитетом, носилац је и енергије и материје. Он је по једнима оличен празнинама у етарској средини, нека је врста центра сила као код Бошковића и крећући се слично проектилу у етарској средини, притисцима те средине даје ефекте основне особине материјалних промена, инерције. Овакав електрон провоцира млазеве (sillages) који су извор радијације, светлости, магнетизма итд. Појам материје сведен је на манифестације празнина у етарској средини које постају услед торзије кондензације и деструкције исте средине. Кинетичка и потенцијална енергија ових деформација дају појаве магнетске, односно електричне, које су у основи извор свих промена, како у микрокосмосу, тако и у простору васионских тела и система. Лорд Келвин, Хелмолц и други утврдили су вечност вихора у срединама континуирним; како је етар једна хомогена средина, то су и вихори у таквој средини, макакве биле пертурбације, вечни, према чему електрон, био сведен на празнине у етарској средини, или имао структуру нарочиту у шаржама електричним, распадањем атома, враћајући се етарској средини, својом природом вихорастом не може губити особине енергије, која своју вечност има у вечности самога вихора. Појаве у чистоме етру, који у себе треба да приме све ефекте деградације материје, не могу имати примену Карнотовог става о ентропији. Покушаји извесних, да апсолутном вредности Карнотовог става и за етарске средине, које не дају манифестације топлоте, деградацију материја сведу на нирвану, изгледа да је заблуда, јер се једноме ставу, који може имати вредности за лимитиране појаве у ограниченим просторима, даје апсолутна вредност. Немајући могућности сазнати у основи шта је апсолутно, дрско је тврдити, да ма какав од наших принципа, који су релативни, сме бити примењен на крајње конзеквенце, које воде до једнога равнотежног стања из кога нисмо у стању видети ни постанак разлика нивовских, ни могућност зачетака макаквих процеса.

Ако се пређе са ограничених простора, у којима се деша-

вају процеси и појаве, па били ти простори макакo велики, на скупице сличних појава у различитим просторима, макакo да је крајње еволуционо стање у појединим системима, немогуће је рачунски доћи до израза вероватноће истоветних стања у једном моменту свих простора у безграничној васиони. Различита стања у једном систему, на пример сунчаном, или мало већем као што је скуп система нашега млечнога пута, (via lactea), у себи већ носи готову немогућност дрвођења свих система у исто стање једнога трену времена. Нирвана је невероватна у систему какав је сунчани, мање вероватна у систему млечнога пута, готово немогућа у безграничној васиони. Као што став о конзервацији енергије, примењен на безграничну васиону губи своју обичну вредност затворених система, јер онде где је енергија бесконачна, ту је концепција конзервације илузорна, тако исто принцип ентропије нема смисла за безграничне просторе, јер је бесконачни број стања и нивоа, која не могу све једновремено доћи у ниво нуле.

Ако се уз то узме, да између молекула система тела лежи васионски простор, испуњен етром, једном хиоптетичком средином, доста нејасном, онда је примена принципа, који вреде за материјалне средине, и без обзира на теорију великих бројева, лимитирана, и доста је илузорна теорија о принципу тоталне дезагрегације енергије на основу става ентропије (Arrhenius, Boltzmann etc.)

Друга група теорија о материји, полазећи од појма енергије, више полаже на то, да њој да познате особине материје. Ако прву групу теорија назовемо дематеријализациом енергија, свој би се другој могао оправдано дати назив, који већ у науци носи, материјализација енергије. По овој другој групи теорија о материји, енергија има особине: инерцију, тежину и нарочиту структуру, која се јавља у два вида, као материја и зрачење (Einstein, Lorentz etc.). И овде су делови материје електрони, носиоци електричних шаржи, то су зрно *resineuses*. Радиације и простирање не само таласасто, већ и емисионо дискретним јединицама кроз простор нематеријалан и празан и код радиација и код материје носи трагове инерције, теже мрежасте структуре електрона шаржираних електрицитетом. Било ма какве радиације и појаве код разних спектара изазвале су потребу простирања по квантама енергије, где је принцип континуитета виолиран а одржан у сили за-

кон акције и реакције, јер се врше репулсије и пропулсије, услед емисија материјалних честица тешких и инертних.

III.

Маса је у старој механици сматрана као сталпа, количина *scalaire* и она је била дефинисана на три начина: као коефицијент инерције, капацитет количине кретања и капацитет кинетичке енергије. Мерећи отпор тела према акцији, инерција се изражава по Њутону односом између силе и убрзања. Производ из масе и брзине, импулс мерен количином кретања може такође послужити за одредбу инерције (*Maupertuis*). Дефинишући кинетичку енергију као тоталан рад утрошен да се тело доведе из мировања у актуелно стање кретања служи нам да се маса одреди као коефицијент капацитета енергије, као однос између $\frac{2 W}{V^2}$ где је W рад а V брзина кретања.

У динамици електрона и релативнога, маса, за брзине веће од 30 хиљада километара у секунди, није више независна од ефеката сила (принцип *Newton-a*). Ефекти сила нису једнаки у разним сукцесивним треновима и мењају се са брзинама; ефекти су мањи исте силе, што су брзине веће; између брзине и инерције постоји функционална зависност, тако да инерција иде до бесконачности, што се брзина кретања приближује брзини светлости. И правци кретања утичу на природу материје, односно инерције; принцип релативитета разликује масе тангенцијалне и трансверзалне, које нису симетричне једна према другој.

Маса је изражена на два начина: коефицијентом инерције тела, којим се мери убрзање условљено отпором, и то је маса инертна; и коефицијентом атракције, који је изражен тежином, која долази услед дејствовања спољних маса на масу посматрану у кретању. Утврђена је еквивалентност принципа акцелерације и гравитације (*Einstein*) услед чега је и етру дата особина коефицијента атракције Њутонове. Пошто је инертна енергија тешка, а етар био ма какве густине, антрениран делимички или тотално са материјом, не може се изолирати утицаја гравифичких поља.

Fitz-Gerald и *Lorentz* полазе од симултане контракције свих димензија линеалних тела, у смислу њихових трансла-

ција по односу $\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}} = \sqrt{1 - \beta^2}$ где је v брзина кретања тела, а V брзина светлости. У модерни теоријама материје, поглавита се пажња обраћа на велику вредност два принципа: принцип акције и реакције и принцип релативитета. Појмови наши о времену, простору, маси, убрзању, сили итд. све је претрпело велике измене, да би се горња два принципа сачувала при експликацији природних појава новим теоријама о материји. Групама Лоренцовим, простор и време нису појмови апсолутни, они се губе у појму васионе, као што се појмови силе и масе сливају у појму енергије. Трајање процеса и појава варира према томе, да ли наше посматрање појава меримо у мировању или кретању. Да би се сачувала вредност односа изражених координатама релативних система, променљива количина, време, своди се на локално и право. Без овога био би виолиран принцип релативитета и природни закони, садржани у односима нађеним опажањем или рачунем, носили би трагове велике произвољности. Симултаност губи апсолутни смисао и постаје релативност. За једнога посматраоца, две појаве могу бити симултане, док су за другога сукцесивне, јер ово зависи од тога, у коме је положају први посматрач био према другоме. По новој кинетици нема чврстих тела у природи, у смислу Евклидовом, јер се контракције врше у опште свију тела транслацијом. Хоће ли се да задржи појам о чврстим телима, ваља геометрију Евклидову сменити са геометријом Lobatchefsky-ога, геометријом простора негативне кривине, константе специалне, једнаке брзини светлости $V = 3 \cdot 10^{10}$ *cm*. У последњем случају контракција тела је неефикасна и у овој геометрији имамо чврстих тела типа Евклидових. По овој теорији немогућа су простирања кретања са брзинама, које би биле веће од брзине светлости; са таким брзинама услед контракције тела би била сва спљоштена (*plats*) и бесконачно велике инерције.

У горњим идејама има једна консеквенца, прилично незгодна за став о конзервацији енергије. Став о паралелограму сила или брзина, по Галилеј-Њутону, не вреди. Две брзине v и v' , истог правца и смисла векторијално се не адирају по обрасцу $v + v'$ већ по изразу $(v + v') (1 + v \cdot v')$. Овде је брзина светлости $V = 1$, онда би на место v и v' , ваљало узети

у обрасцима $\frac{v}{V}$ и $\frac{v'}{V}$. Из ове последње опсервације, сувише је јасна једна апсурдност нашег сазнања о променама у физичком свету; јер се слагањем брзина могу добити брзине које су веће од алгебарских сума компонената. По овом би било могуће перпетуум мобиле у просторима Не-Евклидовим и стварање из мале енергије, разним комбинацијама, све веће и веће, тако да би у затвореним просторима могли створити готово из ничега рад и кретање. Не-Евклидова геометрија, примењена на физичке појаве, носи собом концепције, које су у контрадикцији са основима како старе тако и нове механике. У колико је лако објаснити немогућност Action instantanée en distance у толико је очевидна несугласност са резултатима свакодневних опажања.

IV.

Појам о материји доведен у склад са принципом релативитета своди се: 1) на немогућност постојања апсолутних кретања, 2) на контракцију свих тела у смислу њихове трансляције, 3) на немање акције инстантане у одстојању, нити могућности да се врши посматрање кретања брзина које би биле веће од брзине светлости и 4) на то да се узроци свих промена (силе), понашају као да су порекла електромагнетског.

Једначине Лагранжа и Хамилтона вреде за мале брзине, оне се морају модифицирати и сменити једначинама Максвеловим и Лоренцовим, које су општије и вреде за тумачење електромагнетских појава.

Маса једног тела у мировању није иста са масом тога тела у кретању; ако су масе m_0 и m трансверзалне у мировању и кретању између њих постоји однос $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\beta = \frac{v}{V}$. Пошто је електромагнетска маса електрона у мировању однос његове тоталне енергије потенцијалне и квадрата брзине светлости, то се маса у случају, ако се брзина светлости узме за јединицу, тела или електрона своди на потенцијалну енергију. Ако се масе тела смене енергијама у миру и кретању E и E_0 онда и за енергије вреди однос $E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Из по-

следње и горње једначине долази се за масу до израза $M = \frac{E}{V^2}$

Све што вреди за масе електрона, вреди и за масе обичних тела као и за масе слободних радиација.

Сведена маса на енергију доводи до става неконстантности маса. Маса се мења свакога часа, расте или опада према томе, да ли апсорбује или зрачи енергију. Маса тела у систему каквом мењају своје квантитете, али је укупна инерција њихова константна, јер узајамна измена енергија, у колико једним масама одузме енергију радиацијом, у толико повећава енергију других маса апсорпцијом. Ово вреди за све системе лимитиране, који нити могу добити споља енергије нити унутарњу испустити. Једначина којом се енергија да изразити облика је:

$$E = m V^2 = \frac{m_0 V^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = m_0 V^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{3}{8} m_0 \frac{v^2}{v^4} + \dots$$

Из овог израза види се да је енергија тела у кретању брзине v изражена једним редом (serie) једнака: са чланом $\frac{1}{2} m_0 v^2$ који изражава обичну кинетичку енергију старе механике; из бесконачног броја израза, који имају коначну вредност за велике брзине кретања тела, а теже нули за обичне терестричке брзине, и из члана $m_0 V^2$ који представља латентну енергију, сакривену нашим чулима и примећену само у случају деградације материје, какав појав имамо код радиума и других радиација.

V.

У генерализацији општих принципа и појмови о материји су у неколико модификовани. Einstein је појам инерције, теже, енергије и релативитета изменио, уносећи много општије трансформационе групе од Лоренцових. Хипотезе његове су: да нема бескрајно празних простора; непомичног етра; нити униформних токова у времену. Из односа, којима се изражавају особине физичких промена, избацио је координате и увео је у механици *équations intrinsèques*. Ове је генерализације принципа реалитета и односа извео на основу утврђеног факта (Etvös) о строгој пропорционалности инертне масе и тежине тела, што доводи до немогућности разликовања ефеката гравитационих поља од поља кретања.

И ова гледишта чине масу зависном од брзина, радиацију од убрзања електрона шаржираних електрицитетом — уопште материју зависну од електрона. Таласи Херцови, светлост, Рентгенови зраци, топлотне радиације, црни зраци (*rayons noirs*) зависе од природе електрона (њихових шаржи), њихових односа и акцелерације, које могу бити континуирне, периодичке или нагле (*brusques*). За црна зрачења узета је хипотеза дисконтинуирних радијација где се енергија пренаша по квантама (*quante*) — остајући увек при гледишту да је енергија структуре електронске, а инерција ефекат пертурбација електромагнетских.

Молекули, атоми, електрони, радиације, дезагрегације су готово појаве приступачне опиту. Данас се појавом кондензације водене паре могу бројати молекули у једној капи воденој; Круксове цеви дају готово очевидну емисију електрона. Но поред свих опита, који наводе у веровање доста оправдано нових теорија о материји, остаје један појам посве хипотетичан, то је појам о етру. Без етра се не могу објаснити трансмисије енергија, ни појаве светлости и ако је тешко са етром, као нематеријалном средином, велике еластичности, избећи факат очевидне његове нерезистенције кретањима васионских тела. Без етра не могу се сачувати принципи конзервације енергије услед сталне дезагрегације материје и његова је покретност при кретањима васионским система тела или физичких средина потребна због вредности принципа релативитета. Хипотетичност етра чини привременост свих данашњих теорија о материји и осуђује их, по природи самих хипотеза и теорија, чији је циљ тумачење појава на промене у будућности према новим открићима. Изгледа да је неоспорна тековина модерна: утврђено распадање атома, и откриће електрона, као делова атомских. Из чега се још атоми састоје сем електрона негативно шаржираних, који се крећу око језгра атомских непознате природе ствар је будућих открића. Будућност има да каже, у шта се дешаржирани електрон претвара; куда иде тотална дезагрегација атома; шта се све збива у етарској средини, која треба да буде извор постанка електрона и реципијент радиација енергије. Бошковићева теорија центара сила са новом терминологијом и дефиницијама масе, рада, енергије, могла би се прилично акомодирати модерним теоријама структуре енергије, где су празни простори у етру последњи носиоци универ-

залне енергије. Не хотећи улазити овде ближе у могуће акомодације теорија Бошковићевих, констатујем познату истину да су Бошковићеве концепције о материји јако импулсирале цео модерни динамизам.

VI.

Модерне теорије о материји имају већ утврђених истина експериментом; оно, што је вековима било хипотеза и производ маште песника и филозофа, постала је стварна истина. Делићи материје Демокрита и Епикура данас се, и ако не директно, оно рачунски индиректно мере, броје, елеминишу из атома као комплекс малих делића, спајају се ти делићи у нове атоме, скупљају у нове скупине или се ствара вештачка дисперзија тих, делића, те на тај начин омогућава деградација материје.

При крају године 1919 Rutherford је експериментално, вештачким путем извршио претварање једног елемента азота (N) у други елемент, водород (H). Сан алхемичара је данас јава. Трансмутација, која се врши у природи распадањем елемената радијума, баријума и других појава је, коју физичари данас и констатују у лабораторијама и сами стварају. Бомбардовањем атомских делића у азоту (електрона), електронима радијума, чије су брзине преко 30 хиљада у секунди, смањен је број електрона у атому азотовом и добијен је атом водорога. Нов пут води и добијању елемената који су до јуче били стални, неразрешљиви и ослобођавању енергија интра-атомских, које су веће милијонима пута од обичних енергија, које су биле диспонибил хемијским реакцијама, услед каптирања или дисперзије интер-молекуларних енергија. Шта све стоји у изгледу за будући прогрес технике, економије и културе од нових експеримената, не може се још довољно сагледати. Јасно је данас да је хоризонт нашег сазнања узрока физичких процеса проширен, и да је број многих ранијих потеза о материји смањен а неке од главних хипотеза које се односе на природу конституције материје постале су опипљива стварност.

Услед нових открића и стара апсолутна нула померена је са 273 степени испод обичне нуле. Стара апсолутна нула изведена теоријски из обичних закона истезања тела (гасова) односила се само на кретање молекуларно. Свет енергија интра-

атомских и сувише јако мења границе скале мржњења и топљења тела.

Вештачке хладноће на којима се под јаким притиском добијају течна и чврста тела из гасовитих, силазе данас у лабораторијама на 270 до 272 степена испод нуле — долази се већ до стања која по старим теоријама одговарају апсолутној нули, или апсолутном мировању. Јасно је да на овим температурама (-272°) нема мировања, јер има много гасова који ће прећи у чврста стања испод тако зване данашње нуле, значи да испод те температуре има кретања која су и много јача и много већа од обичних молекуларних кретања, која је опажала, мерила и испитивала стара хемија код хемијских процеса и једињења. На горњим ниским температурама тек су неки од елемената претворени у течност (хелијум, аргон и др.), док је за гасове кратког трајања од једнога сата или хиљадитих делова секунде, који постају распадањем радијума а једва их примећујемо по пругама у спектру, и сувише висока температура апсолутне нуле, да пређу лако у течност, а још лакше у чврста стања.

Карактеристични бројеви: коефицијенти специфичних топлота, авогадров закон, број атома у молекулу, изражен атомским тежинама, и друго добиће своје експликације бројем електрона у атомима и односом између броја електрона у свери око језгра атомског и броја електрона у самој језгру. Менделјевљева хармоничка скала биће објашњена горњим односима и перманентним менама тих односа. Категорије елемената хемијских ранжиране по атомским тежинама, односно по броју електрона у атомима, представљају разне сунчане системе. Елементи су што се тиче стања, у којима се јављају, слични разним фазама васионских тела, које иду од маглина и сунаца до планета, астероида и сасвим угашених тела, спремних да падну на своја централна тела — слично падању електрона у језгра атомска. Комете су сличне са дисперзијама, а деградације енергија у маломе су исто што су по Arrhenius круњења васионских тела и опадање маса, чији делови упливом притиска светлости лутају и испуњавају васионске просторије, носећи собом не само материју у кретању, већ и спеме, зачетке органских живота са једног система у други.

Закључак

Теорија сазнања у светлости принципа релативитета.

Теорија сазнања је померена са старог становишта метафизичког прогресом нарочито егзактних и физичких наука. Простор, време и каузалитет имају ново дефинисање с погледом на битност проблема и науке и филозофије. Хипотезе и теорије о материји добиле су обележје објективности услед нових проналазака и потврде старог гледања на свет појава, што је резултат осећања и спекулације и чисто субјективног схватања узрока процеса и промена. Далеко смо и данас, као што је и раније било, за синтетичке творевине и јасне слике о праузроцима појава и процеса, али за покушај да се дође до бољих концепција о свету физичком и психичком, данас је и више елемената на расположењу и бољих метода но у прошлости.

Из мојих расправа, које овде износим, и које су у току прошлих двадесет година већим делом публиковане, може се видети како су еволуирана извесна гледишта и на проблеме. Моји се чланци поглавито односе на физичке појаве, а узгред Моји се чланци поглавито односе на појаве физичке, а узгред сам додиривао и односе између појмова спољнег света и наше свести, јер сазнање наше носи собом не само утиске спољнег света, већ и последице наше логике.

Из развоја науке и филозофије, нарочито последњих деценија 19-ог и првих десетина 20-ог века, има и сувише наговештаја да ће наша оријентација у свету појава бити боља и стабилнија, но што је била у прошлости. Из чланака, које овде публикујем, могу се добити утисци тих струја и довољно података, да се модерно схватање суштине проблема из домена

физичких наука боље може пратити. Не можемо са успехом прогнозировать будући прогрес, али су нам ипак контуре јасне како блиског, тако и даљег напредовања на пољу теоријском и практичном, а вера је наша да ће многе теорије и хипотезе добити убрзо експерименталне потврде. Теорија о материји многим одредбама излази из оквира чисте спекулације. Молекули, електрони, корпускули, атоми су већ индиректно подложни мерењима.

Социјалне појаве, мање апстрактне од теорија физичких, на путу су да буду интерпретиране методима егзактних наука. Право, дужност, морал нису аксиоме, већ еволутивне појаве. Склопови државе, друштва, односи између социјалних средина јесу процеси и појаве подложне променама и као такве примају са успехом апликацију теорема и закона физичких појава. Аналогиије су врло инструктивне при тумачењима и чине прву етапу у налажењу истина и закона из домена социјалних појава. За ново оријентисање у социјалним поретцима има заслуга поглавито у прогресу егзактних и експерименталних наука, не само у употреби истих метода, па били они сведени и на обичне аналогиије, но и у многим резултатима техничким, који применом утичу на мењање база егзистенције и еволуције друштвених стања и поредака.

Принцип релативитета, непостојање апсолутног, мењају оријентацију нашу у сазнању природе, и раскидају везе са апстракцијама и метафизичким теоријама о бићима апсолутним и предоминицији свести индивидуалне или колективне, као појаве, које се издвајају од других појава и чине за се свет. Релативност не само да не умањује супстанцијалност сазнању, већ утврђује нове основе и оквире наших појмова, који и ако релативни ближи су правим истинама, које су недокучљиве. Све је сазнање ствар већих и мањих вероватноћа. Наћи праву истину у извесно доба значи знати колика је вероватноћа, да смо јој се приближили. Опажањем, мерењем, дискусијом, апстракцијом, резонавањем, синтезама и анализама правимо грешке, негде веће негде мање и резултати, до којих се долази, и што у даном моменту сматрамо за истину или закон, носе отиске горњих вероватноћа. Свако доба има својих истина, има својих убеђења и разних теорија о сазнању, окарактерисаних нарочитим јачинама вероватноће. Могућност прогреса лежи у могућностима налажења већих вероватноћа да се дође

до истина. Фазе кроз које је у прошлости прошла наша мисао у осећању света, његовом сазнању и интерпретирању каузалности појаве нису изгубљене и ако су читаве теорије и маса истина за данас означене као невредеће. Назори се прошлих векова осећају у потезима садашњости и питање је, да ли би се у опште и могло доћи до данашњих тековина без прошлости. Све што се данас зна може сутра пасти, али срушено биће новим замењено и то ново ће бити обележје прогреса у датом моменту, као последица свега што је са хоризонта нашег сазнања утонуло. Не значи, да с тога, што је наше сазнање релативно, да не треба тежити сазнању, на против, све је еволуција на подлози природе релативности наших појмова, — јер да има апсолутних истина, сазнање би наше било скуп догама, једно петрифицирано стање нееволутивно и последњи прогрес — једна стагнација.

Из горњих разлога је увек од интереса проматрати прогрес људске мисли по фазама из прошлости, јер се из тих елемената може пратити и разумети еволуциони ритам. С тога налазим да ће од интереса бити преглед разних струја у науци и филозофији, по извесним проблемима, које сам додиривао, а којима је опртан рефлекс последњих двадесет година најчувенијих мислилаца европских. Прелазећи са теорије материје на основе физике и механике, улазимо у сазнање и других елемената потребних за нашу бољу ориентацију у свету појава и процеса.



III.
О МАТЕМАТИЧКОЈ ФИЗИЦИ

I.

Место физичких наука у ширем смислу ове речи одређено је тачно у свима класификацијама наука, почев од Платона па до Спенсера. Ова одређеност је у вези са јасним обележјем предмета, самих физичких наука, где се под њиме разумевају: природне појаве, појаве спољњег света. Диференцирање појединих наука сузило је обим, који је у прво време дат физичким наукама и предмет је данас ових наука изучавање заједничких особина свих природних појава. На овај начин данашње физичке науке, са својим два гранама: физиком и хемијом, проучавају особине природних појава у намери налажења закона општих за феномене физичке, оне појаве до чијег сазнања се долази у првом реду чулима. Према овоме физичке су науке апстрактни део свих природних наука, јер су закони физички изведени независно од апсолутне природе појава из појединих домена, анорганско органске области феномена. Вештачком поделом у намери лакшег проучавања, због нагомиланости материјала, учињена је разлика у физичким наукама, на физику и хемију, на основици, која не би могла издржати критику, да физика изучава појаве при којим се променама природа материја не мења, за разлику од хемије, као науку, која изучава оне појаве са којима је у вези промена у самој материји. Где почиње промена материјалне конституције, где престаје за једну физичку појаву, нема никакве вредности. Са гледишта праве науке физичко стање тела окарактерисано је извесном врстом равнотежног положаја, између молекуларних односно атомских сила. Физичке науке, па било физика или хемија, испитују појаве без обзира на квалитете равнотежнога стања имајући пред собом један исти заједнички механички део. Понављам да је ова подела и данас задржана једино из нагомиланости материјала који се има савладати.

Поред тога што су прелази између чисто физичких и хемијских појава неприметни, велики број појава, који искључиво припада физици, може се изучавати независно од проблема праве хемије, што обрнути случај није. Ми ћемо се бавити изучавањем оних појава, које искључиво припадају правој физици, који директно или индиректно утичу на чула наша.

Физика приступа изучавању појава поглавито једним методом, који се зове експериментални. Тај метод добио је своју употребу научну, поглавито од Галилеја, Хигенса и Њутна [Закони слободног падања тела, стрма равнина, закони кружног кретања, космичког, шеталице, паралелограм сила итд.], који је доцније Бакон пренео на све науке, као индуктивни метод испитивања.

Експериментисање основано је на могућности излагања извесне физичке појаве, коју проучавамо под разноврсним условима и променама. Експериментисати се може оно што се мења, на основу тога што се извесне количине од којих зависе промене могу мерити. На пр. ако се посматра запремина извеснога гаса на извесној температури и притиску онда се све три количине, запремина, притисак, и температура могу мерити и мењати, на основу чега је могуће експериментисање и налажење односа између поменутих количина. Тај налазени однос зове се закон физички, за овај случај биће то Маријотов закон. Из овога се види да је циљ експериментисања налажење сталнога односа између извесних елемената, који стоје у извесној зависности.

Експериментисање у главном се своди на мерење, одређивање извесних количина, уочавање њихове зависности, — и налажење физичких закона. Одељак физике, који се бави оваквим испитивањима, зове се експериментална физика. То је наука у главном мерења. Она одређује из количина, које се могу директно мерити, и количина, које чулноме опажању често измичу на основу физичких закона, који нам дају зависност између могуће мерљивих и немерљивих количина нове законе.

Кад би се стало само на податцима, истинама, законима до којих нас доводи само експериментална физика, онда би скуп свега што је та грана физике открила био значајан доста за практичан живот, али не би имао велике вредности за саму науку; поједини би закони стајали као засебне целине, не би

било никаквих веза између група заједничких појава, недостајало би системе за схватање суштине процеса физичких појава. Експериментална физика не зна за хипотезе о материји, још мање за теорије засноване на тим хипотезама. Њој то није ни потребно, јер она не тумачи но само испитује особине појава. Одељак физике, коме је намењено сређивање овога материјала, да из испитаних података састави целину, створи систем, којима ће моћи протумачити нађене законе експерименталним путем а преко њих, ући и у заједницу свих заједничких појава, зове се математичком физиком.

Експериментална је физика у суштини наука мерења. Методи се ове физике сви своде на могућност мерења свих података, који нам изгледају да су у вези са особинама посматране појаве. Елементи који се мере, приступачни су нашем чулном опажању, као што су и саме појаве које проматрамо. Закони физички у ствари су однос између измерених коначних и крајњих мерљивих елемената. Истине експерименталне физике исказане њеним законима, могу донекле бити потребно објашњење узрока групама сличних појава, али се тим законима не могу вршити онаква тумачења, каква су потребна математичкој физици, која тражи апликацију најосновнијих физичких закона за све могуће појаве. Само путем опажања можемо доћи до нових истина, до открића нових појава, непознатих физичких сила и свега онога што чини научно откриће физике.

Из огромнога материјала експерименталне физике, физичка теорија заснива могућност тумачења на основу простих хипотеза.

II.

Да би јасније било чиме се бави експериментална, а чиме математичка физика, морамо се послужити једним примером. Експериментална физика групише појаве, по дејству њиховом на чула наша: светлосне, топлотне, електромагнетске, молекуларне, акустичке итд. Појаве по доменима имају своје квалитативне разлике што би Локе рекао секундарне особине. Математичка физика тражећи јединство свих појава иде на испитивање узрока секундарним особинама на тражење примарних

особина. Математичка физика нема више посла са елементима чулне природе, она полази од хипотеза о природи материје, наслањајући се на податке експерименталне физике и тражи узроке чисто механичке природе, свим могућим особинама физичких појава. Раздробљавање материје на ситне делове, атоме и молекуле, изазвало је потребу тумачења мерљивих елемената експерименталне физике немерљивим бесконачно малим елементима, као последњим носиоцима материјалних особина физичких.

Теориско тумачење успешно није могло бити примењено пре проналаска диференцијалнога рачуна [Њутон-Лајбниц]. Тим рачуном појам брзине и убрзања сведен је на извесно диференцијале пута по времену. Појам силе као узрока појавама добио је значај диференцијалнога израза у производу из масе и брзине [Њутн]. Принципом акције и реакције омогућена је веза између узрока [сила], и њихових ефеката, који се код најпростијих појава манифестују на кретању појаве односно на њиховим брзинама и убрзањима.

Математичка физика почиње у правоме смислу те речи од Њутна, открићем закона гравитације и Кеплерових закона, који су на основу експерименталних података Тихо де Брахе-а изведени. Примена гравитације за тумачења васионских кретања проширила је домен мат. физ. радовима Ла-пласа Лагранжа, D'Alembert-а и др.

Док су појаве из механичког дела физ. у 17. и 18. веку веома разгранате применом мат. метода на експлицирање појава, дотле су праве физ. појаве, светлост, топлота, електрицитет и магнетизам добиле своје тумачење тек у прошлости веку, радовима Јунга, Френела, Фурија, Максвела, Томсона, Вебера, Гауса и др.

Могућност примена математичког метода за тумачење појава свих физичких оснива се на овом постулату, да свима појавама физичким ваља тражити тумачења у узроцима чисто механичке природе. Преведено ово на математички језик значи, наћи односе, који постоје између сила с једне стране и кретања, које силе производе са друге стране, наћи зависност између масе, пута, брзине, убрзања и времена. Са гледишта математичке физике тумачење је појава сведено на примену механичких истина, њених закона.

Полазећи од принципа акције и реакције увођењем фиктивних сила инерције, D'Alembert је поставио принцип, којим су обухваћени сви механички проблеми, створио могућност прелажењу са појава статичких на динамичке.

Његов је принцип изражен у облику диференцијалне једначине, и представља однос између силе, масе и убрзања.

Пре оваквог формулисања проблема механичких, што је могло доћи тек после проналаска диференцијалног рачуна, није ни могло бити речи о правој математичкој физици. У облику овога принципа унета су свега два елемента физичка: време и маса (односно сила) од којих други елемент увлачи разноврсне хипотезе. Други елементи, који се изражавају као функције дужине и времена као што су брзина и убрзање чисто су експериментални подаци.

Проблем физички стављен у облику једначине на основу D'Alembert-овог принципа, са математичког гледишта је једна диференцијална једначина. Ако се материјалне тачке фиксирају координатама [дужинама], а пут, брзина или убрзање изразе истим координатама као функцијама времена, онда би независно од масе сваки проблем физ. био сведен на тражење односа између тих координата и времена. Ако је маса, која се посматра материјално тело каква су небеска тела, онда је проблем математичке физике, механике небеске, сведен на решење диф. једначина, из којих ваља наћи координате тог тела, као функције времена. За светлосне, топлотне, електромагнетске и молекуларне појаве, имамо исти случај, као и код механике небеске, посла са решавањем диференцијалних једначина заснованих на принципу D'Alembert-овом у којима у место масе тела, долази маса материјалних тачака, атома и молекула, обичне и немерљиве материје, које преко теорија улазе у науку, ради тумачења физичких појава.

При сваком проблему физичком имамо три врсте елемената, којима радимо. Због хомогености диф. једначина нађени односи из њих независни су од употребљених јединица, којима се мере време, дужина и маса.

Елемент материје замењује се масом и он игра највећу улогу у теоријама физичким. За различна кретања, као и остале физичке појаве, светлост, топлоту итд. морају се стварати хипотезе о природи материје, поглавито ради разумевања како се узроци кретања [силе] везују са материјалним тачкама од-

носно телима. На овај начин постале су теорије о дејству сила на одстојању [гравитација, централна сила], силе, које су функције одстојања [атрактивне, репулсивне], простирање сила кроз немерљиву медију [етар.], теорија вихора итд. Ма каква била хипотеза о начину простирања извесне силе, са једног елемента материјалног на други, узимали ми да је однос величине молекула према њиховом одстојању сразмеран са одстојањима и величинама у планетарном систему, или апстраховали од силе као узрока, свођењем проблема на само кретање и изједначавали силу са кретањем, све то и ако је у вези са многобројним фактима експерименталне физике, основи математичке физике не трпе од тога никаквих измена.

III.

Из овога доведе реченог физичке појаве, које чулима схватамо и према чему нам се у различитим особинама јављају, све су у основи својој нарочита врста материјалнога кретања. Та кретања сматрана као решење диференцијалних једначина, које излази из Даламберовог принципа нису ништа друго, него интегрални њихови. У посматраним појавама односно интегралима, показана је зависност, између готових елемената, које експериментатор мери, али не и између оних, које за праве узроке дотичне појаве сматрамо; а који се налазе у мало час реченим односима, између времена, масе и дужине, што је обухваћено на основу принципа механике, у вези са теоријом, у једначинама математичке физике.

Интегрални, као решења диференцијалне какве једначине, а њих може бити врло много, тумачења су читаве групе појава у специјалним случајима, оних појава чији је заједнички узрок обухваћен диференцијалним једначинама. Општи интеграл био би представник генерализације, примењеног принципа Даламберовог на читав низ појава; изведени партикуларни интегрални из њега, примењивали би се као тумачење на специјалне појаве. Ово нам такође илуструје разлику између експерименталне и математичке физике. Прва посматра једну појаву, односно интеграл партикуларни а и из овога што може испитати, изводи извесне законе; математичка физика пак, по-

лазећи од појаве као интеграла извесног, пита се, које је диференцијалне једначине он решење и стоји ли та једначина у вези са принципима механике. Из овога је јасна и велика моћ генерализације математичке физике, као и најважнија одлика њена, кад обрнуто од једначина својих диференцијалних, полазећи, приступа тумачењу свих појава, идентификујући појаве са интегралима, која се особина њена назива дедуктивним извођењем, за разлику од метода индуктивног, којим се служи експериментална физика и који је применљив на проматрање изолованих појава.

Ради разумевања овога навешћу један пример. Узмимо појаву лика код сочива. Све што експериментална физика може да да, и што је дала катоптрика своди се на ово: светлост је узрок лику, сочиво ломи зраке, који долазе од предмета, између упадног и преломног угла постоји Декартов закон, индекс преламања; зна се однос између величине лика и предмета. За математичку физику све нађене особине проматране појаве лика, свде се на узрок светлости и задатак је њен протумачити шта је то светлост. Уз податке добивене проматрањем лика, долазе и многобројни податци из других проматрања појава светлости. Ова проматрања експерименталне физике врше се индуктивним путем. На основу свега створена је теорија о светлости: да је светлост извесна врста кретања етра. Примењен принцип механички на кретања етра, као узрока светлости, тумачи све могуће парцијалне нађене појаве светлости: праволинијско кретање и преламање, кугластим таласима етерске средине, индекс преламања различитим брзинама простирања светлости у неједнаким срединама [ваздух и сочиво], и све друге појединости. Очеvidно је да је овакво тумачење обрнуто индуктивном испитивању и назива се дедуктивним.

На први поглед могу изгледати разноврсне физичке појаве из разних домена да немају заједничких узрока на пр. дијатерманост, прозачност, спровођење звука и дијелектричне материје. Кад се свака од њих преко теорије и физичким силама на које се односе, сведе на основе механике, онда се види да све те појаве имају један исти узрок, једног су истог порекла, и да њихове квалитативне разлике долазе од чулног нашег проматрања. То што рекосмо за споменуте појаве, вреди и за многе друге на пр. апсорпција топлоте, фосфоресцен-

ција светлости резонанса код звука и индукција код електрицитета, појаве су у основи исте; интерференција код топлоте, светлости и звука једнака је са Херцовим треперењима и Гајзлеровим цевима итд.

Ово нам показује да експериментална физика доводи до парцијалних закона, до нечега што је везано са једном специјалном појавом, а експликовање тих закона врши математичка физика. Мисао о јединству сила, која је уочена проматрањем појава, научно је разрађена у математичкој физици. Из показаног јасно је да закони експерименталне физике [Кеплеров закон, Маријотов закон, закон шеталице итд.], само су апроксимативни с тога што се из једне појаве просматрање није у стању никад тачно водити рачуна о свима узроцима саме појаве. Другим речима оно, што се у експерименталној физици зову закони, у самој ствари и нису крајње разумевање појаве, већ само један ступањ тумачења просматраног феномена, приближан и привремен, који се или замењује општим законом доцније откривеним, или се изводи као специјално решење основних принципа механике.

IV.

Пређимо сад на методе математичке физике. Из Даламберовог принципа, којим је обухваћена цела механика, изведене су форме згодне за рачунање од Лагранжа и Хамилтона. Облик у коме се физички проблеми данас третирају дат је једначинама Лагранжа, Хамилтона, које су истоветне са Даламберовим принципом. Са математичког гледишта решити поменуте једначине значи наћи механичке узроке појавама физичким, бити у могућности извршити научно тумачење појаве на основу физичких теорија. Напредак математичке физике прошлога столећа и није ништа друго него употреба разноврсних метода на решавање поменутих једначина [Јакоби, Најман, Поасон, Томзон, Максвел, Поенкаре, Вебер, Фурије, Риман, Гаус, Ампер, Кирхоф и др.].

У формама Лагранж-Хамилтоновим обухвата се у својим интегралима основни принцип модерне физике, принцип конзервације енергије [интегрални су њихови поред поменутога

принципа представници правила о тежишту и површинама]. Како су ове форме изведене из Даламберовог принципа, који полази из принципа акције и реакције, а први њихов интеграл обухвата у себи принцип енергије, задаћа би се математичке физике имала свести на верификацију ова два принципа при тумачењу ма какве експерименталне појаве.

Проблеми физички, као решење поменутих једначина Лагранж-Хамилтонових за извесне силе физичке добијају згоднији облик, као што је случај за силе, које се могу сматрати као изводи извесне функције. [теорија потенцијала]. У овом случају сведено је тражење физичких елемената на количине математичке, на изналажење функција извесних, чији нам изводи одмах могу дати тражене силе. Равнотежни положаји појава физике свезани су за тражење максимума и минимума функција. Интегрисање диференцијалних једначина што је у главном проблем математике, применом истих на физичке проблеме, створио је нов метод теоремом Гримоном и Гаусовом, принципом Дирехлетовим, теоремом Поентинговом, конформним представљањем и другим.

Математичка физика је унела употребу комплексних количина, и њихову примену на одређене интеграле, преко одређивања тежишта, момента лењивости, израчуњавање потенцијала и друго. Ради проблема наше науке створена је теорија вектора, врста синтетичког метода [теорија кватернијона, Хамилтон]. Метод варијације усавршен је и створен ради решења Лагранжових једначина као и рачун вероватноће.

Свима могућим гранама математике служи се математичка физика у крајњој цели да би нашла решење диференцијалних једначина, које се јављају у формама Лагранжовим. Из овога је јасно да је прогрес математике и математичке физике у вези једно са другим, једно друго унапређује и допуњује.

V.

Јасно је из свега овога да је експериментална физика наука о сазнавању особина физичких појава, математичка пак наука тумачења узрока појавама физичким. Прва је де-

скриптивне природе, друга апстрактне и један одељак из теорије људскога сазнања.

Мисао о јединству физичких сила није нова, одавна се указивало на то открићима експерименталне физике, али у облику Лагранжових једначина за тумачење та је мисао добила најодређенији облик. Као што смо рекли у формама Лагранж Хамилтоновим најбоље је исказан однос између живе силе и механичког рада сила, чиме се најбоље изражава мисао и о јединству сила и о трансформацији облика физичких појава, прелаза једне физичке силе у другу. И ако су форме механичких принципа које је дао Лагранж читавих постолећа претходиле прокламовању велике истине физичке о одржању енергије, ипак је радовима из математичке физике тај принцип пронађен и истакнут као полазна тачка за тумачење и третирање физичких проблема. Роберт Мајер у односу механичког рада и топлоте тако званом еквиваленту топлоте, на ком принципу почива термодинамика, уочио је само једну особину општег принципа одржања енергије.

Многе сличности међу појавама светлосним, топлотним, молекуларним упућивале су научаре на разраду велике мисли о јединству сила. Теорија светлости заснована на хипотезама о етарском кретању, била је прва научна теорија, где се математички метод у свој својој опширности унео у физику [Френел, Араго, Јунг, Коши]. Појаве зрачне топлоте пренеле су научна тумачења на основу механичких принципа из теорије светлости у топлоту. Спроводљивост топлоте кроз материјална тела, може се рећи да су паралелно са употребама математичког метода у светлости уносиле метод најегзактније науке у физику, стварајући основе данашње математичке физике [Фурије]. Теорија о простирању сила на одстојању, која је произишла из Њутнове гравитације, пренета је на тумачења електро-магнетских појава, нарочито после открића Куломовог закона. У вези са овом теоријом створене су силе као изводи наротитих функција и теорија потенцијала била је до скоро спона између механике небеске и тумачења електро-магнетских појава.

Експериментална открића Фарадејева о природи простирања електро-магнетских појава, створила су базис Максвелове теорије за тумачење електрицитета и магнетизма. Максвел не усваја могућност да се сила може простирати с једне

тачке на другу, не водећи рачуна о природи кретања средине у којој се тачке налазе. На основу овога електрицитет и магнетизам појаве су аналоге светлосним појавама, које су као и све физичке појаве примљиве за наша чула, тек кад из једне врсте материјалне средине, прелазе у другу. Спроводници и дијелектрикум два су разноврсна медијума и у додирним њиховим површинама јављају се и електро-магнетске појаве онако исто, као што се на границама разних етарских средина манифестују светлосне појаве. Једначине основне за електро-магнетске појаве поклапају се са једначинама диференцијалним кретања светлости у етарској средини. На овај начин Максвел је електро-магнетским теоријама покушао тумачење светлосних појава, што је данас признато у науци, нарочито од открића Херцових, којима су се теориска открића Максвелова потпуно потврдила. Овај случај у историји математичке физике најбољи је доказ њене вредности, јер су теориски радови претходили експерименталном открићу читавих 20 год. Једначине Максвелове нарочито протумачене, поклапају се са механичким једначинама из теорије еластичности и хидродинамике што и мора бити, јер су појаве еластичности и хидродинамике, простирање кретања у природама, које се од етарске средине разликују по густини и еластичности. Овим је сличностима, налажењем механичких узрока, појавама светлосним, електромагнетским, молекуларним учињен корак напред ка решењу крајњег питања математичке физике као налажењу једне једине теорије за тумачење свих физичких појава.

Зближавање појава различног кретања, чији је узрок у гравитацији са чисто физичким силама и појавама оснива се на теорији вихора [Хелмхолц, Томзон]. По овој теорији, која за данас има вредности за хидродинамичке појаве поглавито, јер почива на теорему Хелмхолцовој, која вреди за кретање течности без трења, униформне температуре зависне само од притиска, материја је континуирна. Кретања вихораста у материји задржавају свој индивидуални тип, којим замењују атоме и молекуле, старе теорије о материји. Једначине диференцијалне, којима се дефинише вихорасто кретање, могу послужити како за тумачење козмичких кретања на основу данашње гравитације, тако и за кретања из мерљиве и немерљиве материјалне средине.

Свима теоријама досадањим намера је поћи од што простијих хипотеза о простирању молекуларних сила. За светлосне, топлотне, електро-магнетске, многе молекуларне, и неке појаве еластичне силе се узимљу као просте функције одстојања. Разликују се репулсивне и атрактивне силе молекуларне, што се манифестује као код сила етарске средине. За извесне појаве силе се узимљу да су сразмерне са квадратима и вишим степенима одстојања. Разлике ове, као и разноврсност средина, што се везује час са мерљивом, час са немерљивом материјом, докази су само великих тешкоћа при тумачењу проблема физичких теорија, и још више доказ тешкоћа налажења једне теорије за сва тумачења.

Данашња математичка физика и ако жели, да се послужи једном теоријом, почива на више разноврсних теорија. Често се пута дешава, да има разноврсних хипотеза контрадикторних, у једној теорији [Максвел, Коши и Најман]. Једна теорија, била за разумевање једне појаве или групе појава, за нас ће бити употребљива, па почивала на ма каквим хипотезама о природи материје, ако се из те теорије могу дедуковати, нађени познати физички закони. Мерило за привремену валианост једне теорије јесте могућност да се њом доведе посматрана појава, која се тумачи узроцима чисто механичке природе, у склад са принципима механике, принципом акције и реакције и конзервације енергије.

Основи сваке теорије више мање, морају почивати на нађеним основним особинама физичких појава. Сваком се теоријом мора ићи или на илустрацију механичких принципа, или на тражење могућности, да се из особина проматране појаве дође до принципа.

Са гледишта математичке физике, физичка појава, била ма какве врсте, као носилац принципа конзервација енергије јесте, нарочито стање односа између потенцијалне и кинетичке енергије. Суштина принципа о одржању рада јесте сталност сума из те две врсте енергије. Цела природа и није ништа друго до развијање једне врсте енергије на рачун друге (Дисипација Ентропије). Математичке физике се своди задатак на одређивање рада физичких сила, кад су силе познате и обратно на изналажење самих сила, њихових особина, кад су облици рада њихових из кинетичке и потенцијалне енергије познати.

Да завршим ово своје приступно предавање. Оно што се у науци физичкој не мења, што је стално, то су само нађене особине физичких појава оне, које експеримент открива, оно што је тек податак за научно тумачење. Системи тумачења, на основу теорија за механичко тумачење појава, променљиве су. Њихове се хипотезе мењају и дотерују сваки дан чим који појав искрсне, који се том теоријом не може протумачити. Математички метод, метод егзактни, којим примењујемо теорије на тумачења остаје сталан, и њега у првome реду математика усавршава. Механички основни принципи преко којих улазе теорије са методима математичким, стални су и непроменљиви, они су, да се тако изразим, отисак конструкције наше логике. Према овоме огранак физике, који мислимо предавати део је којим се тумаче појаве физичке што је спона физике са теоријом људског сазнања. У овој науци стални су основи метода математичко-механичких, а променљива је употреба њихова, преко разноликих теорија, које се за тумачење употребљују. Теорије се уносе због метафизичког елемента материје (односно силе), оне подлеже променама, њихове промене условљавају се напретком физичке науке, а изменама ових теорија и сазнање наше, разумевање физичких појава подложно је непрестаним менама.

ДОДАТАК.

Ради разумевања изнетих истина у предавању сматрам за нужно допунити их овим кратким напоменама.

Ако компоненте сила означимо са X, Y, Z , масу са m , а координате материјалних тачака (односно система) са x, y, z , онда је облик симболични D'Alembert-овог принципа:

$$1) \quad \sum_{i=1}^n \left(X_i - m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} \right) \delta x_i + \left(Y_i - m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} \right) \delta y_i + \\ + \left(Z_i - m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} \right) \delta z_i = 0$$

Цела је динамика изражена у овом принципу. Сви проблеми динамички су сведени на облик диференцијалних једначина под 1. Статички се проблеми изражавају једначином:

$$2) \quad \sum_{i=1}^n X_i \delta x_i + Y_i \delta y_i + Z_i \delta z_i = 0$$

која се из 1 добија за случај $\frac{d^2x_i}{dx^2} = \frac{d^2y_i}{dx^2} = \frac{d^2z_i}{dx^2} = 0$, кад су убрзања равна нули.

Ако су X_i, Y_i, Z_i изводи какве функције U_i онда из 2 добијамо услове:

$$\delta U_i = 0 \quad \text{I.}$$

За статичке проблеме треба тражити решење једначине $\delta U_i = 0$ што значи тражити оне вредности за x_i, y_i, z_i за које је U_i мах или мин. Прве вредности одговарају условима лабилне, друге стабилне равнотеже.

Ако обележимо са

$$T = \frac{1}{2} \sum m_i \left(\frac{dx_i}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy_i}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz_i}{dt} \right)^2 \text{ и са } dU = X_i dx_i + Y_i dy_i +$$

$+ Z_i dz_i$ оно што се зове живом силом система и радом, тада из 1 имамо.

$$d \frac{(T - U)}{dt} = 0$$

или

$$T - U = \text{Const.} \quad \text{II.}$$

Једначина под II даје нам први интеграл условних једначина динамичких који је познат под именом принципа живе силе (рада). У тој једначини оличен је принцип конзервације енергије.

Ако у 2. заменимо рад U са потенцијалном енергијом P из односа:

$$P = -U + \text{Const}, \text{ онда из II имамо.} \\ P + T = \text{Const} \quad \text{II}$$

што обухвата истину: да је у сваком моменту при кретању сума из потенцијалне и кинетичке енергије константа.

Ако се помножи једначина под 1 са dt и интегрални у границама t_i и t_o из ње се добија израз:

$$\sigma \int_{t_0}^{t_1} (T + U) dt = 0 \quad \text{III}$$

где је $P = -U$

У III је изложен принцип основни целе динамике, што је еквивалентно са D'Alembert-овим и познат под именом Хамилтоновог принципа.

Проблеми механике, односно математичке физике, добијају згодан облик из III после познатних трансформација и јављају се у вилу:

$$\frac{d}{dq^i} (T + U) = \frac{dt}{d} \frac{d^1 T}{dq^1}$$

или

$$\frac{d}{dt} \frac{dT}{dq^i} - \frac{dT}{dq^i} = \frac{dU}{dq^i} \quad i = 1 \dots n \quad \text{IV}$$

овде T значи живу силу, U рад механички (односно потенцијалну енергију).

Једначине под IV зову се Лагранжовим једначинама.

У место n једначина облика IV¹, у којима се стављају проблеми механике, Хамилтон уводи једначине облика:

$$\frac{dH}{dp^i} = \frac{dq^i}{dt}, \quad \frac{dH}{dq^i} = - \frac{dp^i}{dt} \quad \text{IV}$$

$i = 1, 2, \dots, n$

где је $H = T - U$, $p^i = \frac{dT}{dq^i}$, q^i су параметри, којима се координате тачака могу сменити.

На овај се начин добија $2n$ једначина за решење проблема.

Из овога доведе јасно је да су принцип D'Alembert-ов, Hamilton-ов и Lagrange-ове једначине истоветне ствари. Први интеграл из ма ког система поменутих једначина оличава принцип конзервације енергије.

Од свију је најзгоднији Хамилтонов принцип при коме се не води рачуна о силама ни о икаквим споредним условима равнотежног положаја, у мировању или кретању.



VI.

**О ОСНОВНИМ ПРИНЦИПИМА
МЕХАНИКЕ**

I.

У природи има појава око нас, које реагују преко чула наших на ум. Из овога судари у нас постају појмови о свету и читаве се науке, системи измишљају за тумачење светских појава. Све је ту субјективно, многог има фиктивног без реалне подлоге, али се толерира јер нам олакша наћи се у хаосу питања, која се сама постављају, даје нам привремене одговоре, доводи близу истих и од ње одмиче и у томе осцилирању пројивљује наука о сазнању своје боље и горе дане. Нема у природи ни статике, ни динамике; нема геометријских истина остварених на количинама без икаквих физичких особина; нема сила онаквих какве ми замишљамо; нема ни оног континуитета ни протежности материје, нити постоје онакви елементи материје, на какве ми материју умом разлажемо. Има нечега, што нико спорити не може, има свршених чинова, које појавама називљемо, у којима је оличено материјално кретање, које директно тангира наша чула и ради разумевања којих је феномена и поникао толики низ разних појмова о свему што постоји.

Хоћу да говорим у овоме чланку о основним принципима механичким и њиховој примени у тумачењу физичких појава.

Нећу се упуштати у филозофску анализу тих основних принципа. Помињем да су они толико прости да се могу акцентирати без доказа и од њих поћи као од аксиома. Ако каквих грешака и буде од њихове примене, неће доћи од њихове природе већ од других узрока, које ћемо доцније изнети.

Сваки појав без разлике, прост као и компликованији, мора у узроцима својим бити оличење поменутих основних принципа. Број основних принципа мора бити што је могуће мањи и ми ћемо гледати да исти сведемо на један једини, а

што у самој ствари и данашња наука и усваја. Историја развића физичко-механичких наука показује да није тако просто ишло са налажењем најоснованијих принципа. Прелаз са метафизике грчке, која је обухватала и основе тумачења физичких појава ка јасно изнетим научним принципима, није био ни нагли ни јасно обележен. Било је откривање значајних принципа и неке законитости у том, али све до прошлог века није се о свему оном имало онаког појма, како то изискује ствар о којој је овде реч.

Откриће закона полуге (Архимед) и тежишта код тела није било одмах директан повод налажењу принципа слагања сила паралелних, што се и данас узима као специјалан случај. У овоме првоме закону статике који је пронађен, оличен велики принцип доцније је тек изнет. Кретање тела на стрмој равнини (Stèvin) довело је до односа између тежине тела и оне тежине са којом се исто креће по њој (који је обично већи од праве тежине), нашло се је да је тај однос једнак са односом линије највећег нагиба и висине стрме равнине. Испитивано све што се је могло али није одмах уочен закон кретања и примена паралелних сила. Први који је унео принципе механике у науку био је Галилео и Хигенс и то два основна принципа: принцип независности ефеката сила и принцип релативног кретања.

Динамика материјалне тачке почиње од Галилеа. Он је први додирнуо принцип лењивости у делу о кретању бачених тела као и горњи принцип о независности ефеката сила. Знао је да је брзина тела у извесној тачци стрме равнине једнака са брзином коју би тело добило слободно надајући за одговарајућу висину тој дужини стрме равнине. Са овим је био близу принципа живе силе. Хигенс је у теорему о клатну учврстио поменута два принципа које је Галилео изнео први.

1687 год. је значајна у науци нашој. То је година појаве Њутновог дела *Theoria philosophiae naturalis*. Поред огромних утицаја које је ово дело имало на развој механике и астрономије у њој по нас су значајне теореме о централним силама из које је се доцније развио принцип површина. Вариџон је (1687) исте године изнео из позната два горња принципа, налањајући се на Стевен-ов рад слагању сила, које пролазе кроз једну тачку, извео услове опште за равнотежу сила; верификовао принцип виртуелних брзина и дао могућности да

се на принципу поменутом, као што ћемо мало час видети, заснује модерна аналитичка механика (Ланранж).

После овога долазе радови Декарта налажење аналитичке геометрије, Лајбница и Нутна проналазак инфинитезионалног рачуна, радови Ајлера, Берануиља и других на примени поменутих принципа механичких и решавање проблема горњим двама новим методама. На овоме пољу понајважније је откриће принципа D'Alembert-овог који у себи обухвата све раније и омогућава да механика постане чисто аналитичком дисциплином.

Радовима Лагранжа, Поасона, Хамилтона, Јакобија, Поенсоа је толико усавршен аналитички метод примењен у механици и физици, да је облик данашњи истих наука по све добио своје обележје поменутих раденицама горњим.

Ово је у главном историјски развој налажења принципа механичких. Пређимо на саму ствар.

II.

Закони физички и теорије. Циљ је свима нашим опажањима откривање закона; тј. односа између два фактора извесног појава, од којих је један извесна променљива а други количина, која је функција прве. Другим речима закони су стални односи између узрока појава и особина тих појава. Појави се физички обележавају извесним факторима, који се могу мерити опажањем. Напомињем односи између њих, то су закони тражени.

Кад више закона имамо из извесног домена сличних појава опажа се потреба наћи какав општији из кога се нађени могу као специјални извести. Отуда је увођење теорија у физичке науке. Ради овога се уводе извесне хипотезе и полазећи од њих аналитички се изводе из тих хипотеза већ откривени закони експериментално.

Све теорије, које су у науци примљене морају имати то заједничко међу собом, што у својим аналитичким облицима, својих хипотеза морају обухватати што је могуће мањи број најопштијих принципа механичких, који служе као основа тумачењу свих појава. Аналитичко извођење је само тако могуће

ако смо омогућили примену принципа механике у тражењу узрока физичким појавима, ако то није случај, теорије могу имати значај чисто метафизичких спекулација, без икакве научне вредности.

При тражењу закона, служећи се теоријама за тумачење појава, да би омогућили примену аналитичког метода а и прешли на питање о основним принципима, морају се знати извесни елементи са којима се служимо и којима се даје облик математичких количина. Уз ове елементе долазе и основни принципи.

Елементи основни. Појам нам о егзистенцији материје долази, вели се, од њене особине да се она отпире (Спенсер). Овај се отпор зове у механици лењивост а у физици непробсјност.

Из ове особине материје лако се долази до *принципа о лењивости*, као првог и најосновијег. Овај принцип гласи:

»Ако на извесно тело с поља не дејствује никаква сила, биће на миру ако је мировало«, или ће се кретати и даље ако је пре тога било у кретању и природно је да је ово кретање једнако и праволинејно.

Први део овога принципа није ништа друго но дефиниција силе, други је део постулат. Ово је први увидео Кеплер, доказав да тело, које није изложено утливу спољне какве силе мора да се креће по правој линији и то једнако.

Други је важан *принцип о релативном кретању*. Овај принцип гласи: релативно је кретање тела независно од померање система у коме је тело, оно је онако исто као да систем мирује.

Поред два поменута особена принципа, до којих се може доћи и опажањем нужно је знати што и о елементима механике.

Спомену смо како се дефинише материја. При кретању материјалних тела или читавих система уносе се појмови о путу, времену, брзини и убрзању. Однос између масе и убрзања даје елеменат силу. Брзина, убрзање, сила и пут представљају се геометријским количинама. Време је протроменљива, која се уноси у аналитичке изразе. Поред материје говори се о маси (густини), као материји који се налази у јединици запремине тела. Ако се апстрахује од масе, онда се у изразима аналитичким налазе чисто математичке количине и испитивање појава

физичко механичких на овај се начин своди на третирање чисто математичких проблема.

На овај начин материјалне су тачке сведене на чисто математичке. Материјалне се тачке уносе преко својих координата у аналитичке изразе и питање о механичком тумачењу појава је као што ће се доцније видети решавање извесних једначина.

Основни ставови механике. До ових ћемо ставова доћи ако посматрамо једну материјалну тачку, Прелазим преко статике одмах на динамику, која је од прве општија, јер се из ставова динамике прелази на ставове статике кад се узме да су брзине равне нули.

Ако се узме да су X, Y, Z компоненте силе, која дејствује на тачку чије су координате, x, y, z а маса m изражена дефиниција силе: да је сила производ из убрзања и масе даје нам односе:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = X$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = Y \quad \text{I.}$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = Z$$

Ово су основне једначине кретања материјалне тачке.

Ако се горње једначине помноже сходно са x, y, z и одузму долазимо до става о *моменшима величине кретања*, који се овако аналитички представља:

$$m \left(x \frac{d^2y}{dt^2} - y \frac{d^2x}{dt^2} \right) = x Y - y X$$

$$m \left(y \frac{d^2z}{dt^2} - z \frac{d^2y}{dt^2} \right) = y Z - z Y \quad \text{II.}$$

$$m \left(z \frac{d^2x}{dt^2} - x \frac{d^2z}{dt^2} \right) = z X - x Z$$

Ове се једначине могу и овако написати;

$$\frac{dt}{d} \left[m \left(x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} \right) \right] = x Y - y X$$

$$\frac{d}{dt} \left[m \left(y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt} \right) \right] = x Z - z Y$$

$$\frac{d}{dt} \left[m \left(z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt} \right) \right] = z X - x Z$$

На овај се начин ова значајна теорема може и овако представити. Ако се производ из $m V$ (масе и брзине) што се зове величина кретања представи као један вектор, то је $x m \frac{dy}{dt} - y m \frac{dx}{dt}$ моменат овога вектора односно осовине z ; $x Y - y X$ је моменат резултанте (силе што дејствује на тачку m) односно исте осе z , и правило исказано једначинама последњим гласи:

„При кретању је извесне материјалне тачке извод по времену t момента величине кретања у односу неке осе, једнак моменту резултанте у односу исте.

Ако резултанте пролазе кроз осовину, њен је моменат, нула, а моменат је величине кретања сталан. За овај случај долази се до теореме о површинама, што је откривено први пут од Кеплера и гласи: површине описане радијусом вектором сразмерни су са временом (за случај централних сила у кретању небесних тела).

Теорема о раду или живој сили. Пођимо од основних једначина динамике. Помножимо прву са dx другу са dy и трећу са dz саберимо и сетимо се да је $dx \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{2} d \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$, као и тога да је брзина $V^2 = \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2$ имаћемо:

$$\frac{1}{2} d (m V^2) = \frac{1}{2} m d (V^2) = X dx + Y dy + Z dz$$

Ова једначина обухвата принцип живе силе или рада. Десна страна је елементарна жива сила а лева елементарни рад. Ако се речима исказе последњи однос гласи: елементаран рад је једнак елементарној (диференцијалу) живој сили (кинетичкој енергији). ♣

Са материјалне тачке можемо лако прећи на систем тачака (тело). Примена је горњих теорема врло лака, ма да се код проматрања кретања тела долази и до неких нових теорема.

Унутрашње и спољашње силе. Ако је дат систем материјалних тачака, на сваку тачку дејствују две врсте сила: унутрашње и спољашње. Унутрашње силе долазе од узајамног дејства тачака и обично су функције одстојања, порекло је спољних сила независно од система тачака. Ако узмемо у обзир све ове силе и редом њихове компоненте у правцу оса координатних означима са ΣX , ΣY , ΣZ и убрзање тела сматрам као ефекат свих сила, онда ипак дефиниција сила изражена аналитички даје једначине:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \Sigma X$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = \Sigma Y$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = \Sigma Z$$

и ово су основне једначине за кретање тачке у систему. За сваку тачку имамо по три оваке једначине. Ако образујемо суму свих једначина добијамо једначине кретања система у овом облику

$$\Sigma m \frac{d^2x}{dt^2} = \Sigma X$$

$$\Sigma m \frac{d^2y}{dt^2} = \Sigma Y$$

$$\Sigma m \frac{d^2z}{dt^2} = \Sigma Z$$

Σ се односи на све тачке а Σ на све силе. Ове једначине обухваћају у себи и принцип лењивости а и акције и реакције.

Силе — $m \frac{d^2x}{dt^2}$ зову се још силе лењивости.

Теорема о кретању тежишта. Ми смо при извођењу горњих једначина узели у рачун и унутарње а и спољне силе, за сада можемо само са спољним рачунати, јер се по прин-

ципу акције и реакције унутарње по две и две једнаке и супротно означене потиру и само спољње остају.

Ако обележимо са x' y' z' координате центра и уведемо означаења $\Sigma m = M$ (маса целог тела) лако се доказује да постоје односи:

$$Mx_1 = \Sigma mx, \quad My_1 = \Sigma my, \quad Mz_1 = \Sigma mz$$

Одавде се добија:

$$M \frac{dx_1}{dt} = \Sigma m dx, \quad M \frac{dy_1}{dt} = \Sigma m dy, \quad M \frac{dz_1}{dt} = \Sigma m dz$$

и

$$M \frac{d^2x_1}{dt^2} = \Sigma m \frac{d^2x}{dt^2}, \quad M \frac{d^2y_1}{dt^2} = \Sigma m \frac{d^2y}{dt^2}, \quad M \frac{d^2z_1}{dt^2} = \Sigma m \frac{d^2z}{dt^2}$$

Заменом десних страна из једначина прошлога одељка добијамо ове једначине:

$$M \frac{d^2x_1}{dt^2} = \Sigma X$$

$$M \frac{d^2y_1}{dt^2} = \Sigma Y \quad \text{II.}$$

$$M \frac{d^2z_1}{dt^2} = \Sigma Z$$

У последњим је једначинама исказан принцип о кретању тежишта, који исказан речима гласи: кретање тежишта у једнога система је исто, као да је сва маса система сасређена у тежишту а све силе спољне паралелно себи померене кроз тежиште. Овим је кретање система сведено на кретање тачке на коју дејствују силе ΣX , ΣY , ΣZ , које су паралелне и једнаке са правим спољним силама само што пролазе још кроз једну тачку.

Консеквенце су ове тесреме: ако нема спољних сила (оне су равне нуле) тежиште се креће, ако се је раније већ кретало, по правој, линији једнако, или мирује ако је и раније мировало.

Теорема о моменшима величине кретиња. Из једначина о дефиницији силе код система, ако се прва помножи са y , други са x и после показане трансформације одузму и то редом

учини са другом и трећом, првом и трећом, добићемо ове једначине.

$$\frac{d}{dt} \Sigma m \left(\frac{x dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} \right) = \Sigma (x Y - y X)$$

$$\frac{d}{dt} \Sigma m \left(\frac{y dz}{dt} - z \frac{dy}{dt} \right) = \Sigma (y Z - z Y)$$

$$\frac{d}{dt} \Sigma m \left(z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt} \right) = \Sigma (z X - x Z)$$

Леве стране овде значе изводе по времену момента вектора (mv) величине кретања у односу извесне осовине, десне моменат спољних сила односно исте осовине и принцип гласи да су ти моменти једнаки.

Овај се принцип може и једначином другојачијег облика представити:

Ако се извесно тело обрће око какве осовине, свака му тачка описује круг полупречника r , где је r одстојење тачке од осовине. Величина је кретања $mv = mwr$, где је w угаона брзина обртања. Моменат је ове величине кретања mv , $r = mw r^2$, сума је момента $w \Sigma m r^2$. Ако се узме обртање око z -ске осовине, прва њена једначине даје израз:

$$\frac{dw}{dt} \Sigma m r^2 = \Sigma (x Y - y X) \text{ и т. д.}$$

Стална количина $\Sigma m r^2$ зове се овде моменат лењивости тела у односу осовине z -ске.

Теорема о раду. Ако се интеграл нађена једначина за елементаран рад и десна страна обележи са ΣT добићемо из ње израз.

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \Sigma T$$

Ако сад саберемо једначине које се односе на све материјалне тачке добијамо израз за рад:

$$\Sigma m \frac{v^2}{2} - \frac{\Sigma mv_0^2}{2} = \Sigma T = \int \Sigma (X dx + Y dy + Z dz)$$

Σ обухватили све тачке а Σ све силе спољашње и унутрашње. Код чврстог система рад се потиже унутарњих и остаје рад само спољних сила.

Ако боље погледамо на изнете теореме јасно је да оне излазе једна из друге и да је за све теореме полазна једначина изражена аналитички дефиниција силе. Могућност изразити аналитички силу, то је уношење у образац суштине два основна принципа: принцип лењивости и акције и реакције. Према овоме све теореме изведене имају на себи обележје поменути два основна принципа. Мало ћемо даље показати, како се и на који начин све теореме обележавају једним изразом, општијим, који је јасније обележје споменути два принципа, који је најбољи испољен овде у теорему о раду или живој сили.

Пређимо сад на општији вид условних једначина за кретање система, а пре тога на једначине у којима се обично проблеми механике (а уз то и физике стављају), као и на примену принципа о независности ефеката сила.

За најопштији проблем механички нужно је имати ово на уму. При испитивању кретања каквог система: прво наћи кретање тежишта услед дејства спољних сила; за тим се помере координате паралелно да прођу кроз тежиште и одређује кретање система у односу ових нових координата, које се са системом крећу.

Нека су координате тачке m у старом систему x, y, z у новој x', y', z' а x_1, y_1, z_1 су координате тежишта у старој систему.

За систем (апсолутан) стари (стални) x, y, z нашли смо:

$$\sum m \left(x \frac{d^2 y}{dt^2} - y \frac{d^2 x}{dt^2} \right) = \sum (x Y - y X)$$

Како је $x = x_1 + x', y = y_1 + y', z = z_1 + z'$; кад се ова замена унесе у горње једначине и сведе све с обзиром на једначине нађене о кретању тежишта и $\sum m x' = 0, \sum m y' = 0, \sum m z' = 0$, налази се ово:

$$\sum m \left(x' \frac{d^2 y'}{dt^2} - y' \frac{d^2 x'}{dt^2} \right) = \sum (x' Y - y' X)$$

Ове једначине вреде за тако звано релативно кретање и оне гласе: да је теорема о моменшима величине кретања иста у односу и покретних осовина x', y', z' .

Слично вреди за теорему о раду. У односу сталних оса нашли смо да постоји једначина:

$$\Sigma \frac{wv^2}{2} - \Sigma \frac{mv_0^2}{2} = \Sigma T$$

Ако са v_1 обележимо брзину тежишта са v' релативну брзину тачке m из једначини $x = x_1 + x'$. . . диференцијалењем и знајући да је $\frac{dx_1}{dt} \Sigma m \frac{dx'}{dt} = 0$. . . и $\Sigma m x' = 0$. . . долазимо до односа:

$$\Sigma \frac{mv^2}{2} = \frac{Mv_1^2}{2} + \Sigma \frac{mv'^2}{2}$$

Лева страна значи апсолутну живу силу система у односу непокретних осовина и она је једнака живој сили система у односу покретних осовина (релативној живој сили) више живој сили тела масе целог система (M) које је сасређено у тежишту.

Пређимо сад на рад сила. Знамо да смо обележили са:

$$\Sigma T = \Sigma f (X dx + Y dy + Z dz) \text{ или по горњој замени:}$$

$$\Sigma T = \Sigma f (X dx_1 + Y dy_1 + Z dz_1) + \Sigma f (X dx' + Y dy' + Z dz')$$

Ово значи да је сума апсолутних радова сила једнака суми радова сила, које пролазе кроз тежишта и паралелне су са првим силама, више суми релативних радова сила.

Како је:

$$\frac{Mv_1^2}{2} - \frac{(Mv_1)_0^2}{2} = \Sigma \int (X dx_1 + Y dy_1 + Z dz_1)$$

ако се последње једначине унесу у једначину за рад налази се:

$$\Sigma \frac{mv'^2}{2} - \Sigma \frac{mv_2^0}{2} = \Sigma \int (X dx' + Y dy' + Z dz')$$

Ово је принцип рада сила у односу покретног система и гласи: промена је живе силе у односу покретних осовина ($x' y' z'$) једнака суми релативних радова сила.

У овоме одељку додирнуо сам најосновније теореме, које садрже поменуте принципе. Прешао сам преко многих других ставова механике до којих се може опажањем сасвим доћи и показао сам на математичко (дедуктивно извађање) најважнијих теорема из једног и најпростијег обрасца динамичког: да је

сила једнака производу из масе и убрзања. Из ове дефиниције која обухвата принцип лењивости, код система принцип акције и реакције, код релативних кретања још уз то независност ефеката силе, извели смо све нужне и основне теореме за решавање проблема механичких.

За једну материјалну тачку имамо нужних једначина за решење проблема свега 6. По три под I и II. Кад су познате координате њене као функције времена можемо из њих наћи компоненте X, Y, Z , и нападну тачку те силе и обратно. Ако је дат систем тела онда из једначина III и IV којих је онолико пути по 3 колико је тачака узето, можемо из познатих сила наћи облик кретања и обратно. У другом случају се проблем обично своди на налажење облика путање тежишта из једначина под III и обртање тела у односу покретних осовина, које су у вези са самим системом (оса $x' y' z'$).

Много је симитричнији и згоднији облик у којима се јављају поменуте једначине с тога се овде на томе нећемо много заустављати. Нарочито је последње нужно за чисто физичке проблеме, који се механичким узроцима тумаче те ће мо се на томе и дуже зауставити у идућем одељку.

III.

При изучавању проблема физичких задаћа је науке наћи узроке тих појава и протумачити их основним принципима механике. Где је то постигнуто задаћа је решена, ако и има тешкоћа каквих, оне су више формалне природе и успех је њихов склпчан у главном са напретком математике, која ставља поменутим наукама на расположење методе и истине своје.

Најосновнија два принципа, који се и као основни морају усвојити, а до којих се иначе долази искуством јесу: принцип лењивости, и акције и реакције. На објашњењу и доказивању ових принципа нећу се заустављати, видели смо како се они уносе у основне теореме механике. Полазећи од горња два постулата, да тако назовем, те две истине, долазимо до ова два најоснованија принципа механике:

I). *Принцип виртуелних радова*, који је исказан у овоме: кад је тело какво у равнотежи, сума је радова сила које на њ

дејствују нула, за ма какво померање виртуелно тачака, које су нарочито повезане међу собом, кад то померање одговара природи склопа тачака у систему (Bernouilli). Овај се принцип зове и виртуелних брзина.

Цела статика почива на овоме принципу.

Математички је облик његов овај.

Ако се са δx , δy , δz обележе компоненте помераја виртуелног једне тачке; са X , Y , Z компонентне силе, која на ту тачку дејствује, горњи је принцип представљен изразом:

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0 \quad I$$

Σ се пружа на свих n тачака система, δx , δy , δz задовољавају једначине нарочите од којих зависи природа проблема.

Ако систем није у миру већ у кретању, поменути принцип не вреди или постаје од вредности ако се у место сила X , Y и Z

уведу силе $X - m \frac{\delta^2 x}{dt^2}$, $Y - m \frac{\delta^2 y}{dt^2}$, $Z - m \frac{\delta^2 z}{dt^2}$. Ово значи, да у систему који се креће сваког тренутка има равнотеже између правих сила које дејствују X , Y , Z и сила инерције $m \frac{\delta^2 x}{dt^2}$, $m \frac{\delta^2 y}{dt^2}$ и $m \frac{\delta^2 z}{dt^2}$ (D'Alembert). Ако се ова измена учини и примени први принцип, облик је другог принципа:

$$\Sigma \left[\left(X - m \frac{\delta^2 x}{dt^2} \right) \delta x + \left(Y - m \frac{\delta^2 y}{dt^2} \right) \delta y + \left(Z - m \frac{\delta^2 z}{dt^2} \right) \delta z \right] = 0. \quad II$$

Ова једначина II обухвата целу динамику. Она нам јасно показује, како се проблеми чисто динамички могу поменути горњим изменама, свести на проблеме статичке. Ако се боље загледа у везу између I и II оба се принципа налазе у II а I се добије из II ако се предпостави да тело мирује, односно да

$$\text{су брзине тачака } \frac{\delta^2 x}{dt^2} = \frac{\delta^2 y}{dt^2} = \frac{\delta^2 z}{dt^2} = 0.$$

У свима проблемима били они ма ког домена појава, где се узроци своде на узроке механичке природе, какви су узроци свих појава физичких, полази се увек од принципа изнетог у једначини II. Облик у коме се тај принцип представља у опште

је мало измењен, и с тога што је примена тог принципа по најчешћа у томе облику, на њему ћу се зауставити.

Из горње једначине под II врло се лако долази до једначине:

$$\Sigma m \left(\frac{d^2x}{dt^2} \delta x + \frac{d^2y}{dt^2} \delta y + \frac{d^2z}{dt^2} \delta z \right) = \Sigma \left(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z \right) \quad \text{III}$$

Ова је једначина истоветна са једначином рада (кинетичке енергије).

У овој су једначини координате тачака представљене количином x, y, z . Свака се од ових координата може изразити функцијама извесног броја параметара $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ међу којима се може и време t налазити, што бива кад облик система зависи од времена. Кад се у последњој једначини смене количине x, y, z и њихове варијације $\delta x, \delta y, \delta z$ њиховим вредностима као функција ад t, q_i и δq_i , други члан последњег израза, који значи рад нужни за померај виртуелни система, прелази у:

$$Q_1 \delta q_1 + Q_2 \delta q_2 + \dots + Q_n \delta q_n$$

Ако са T означимо половину живе силе система, пошто се T може изразити као функција t, q_i и $\frac{\delta q_i}{dt} = q_i'$ лева страна последње горње једначине добија нарочити вид.

Кад се поменуте замене изврше у једначини III, односно II, добијамо принцип D'Alembert-ов изражен у облику:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta q_i'} - \frac{\delta T}{\delta q_i} - Q_i \right) \delta q_i = 0 \quad \dots \quad \text{IV}$$

У поменутом облику IV обично се изражавају проблеми механички.

Горњој се једначини даје згоднији облик. Ако има p односа између q_i одатле се могу наћи вредности за p варијација као функција $n-p$ осталог и кад се ово замени у IV и ставе нули једнаки сачиниоци сваке варијације заостале добије се мањи број једначина за решавање проблема ($n-p$). Ако су пак q_1, q_2, \dots, q_n независне количине, ваља ставити равно нули сваки сачинилац и на тај се начин добије n овавих једначина симултаних другога реда за проблем дотичан.

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta q_i'} - \frac{\delta T}{\delta q_i} = Q_i \quad i = 1, 2 \dots n. \quad (\text{Lagrange}). \dots V$$

Код проблема физичких у опште постоји извесна функција, звана функција сила, тј. функција U од x, y, z, t чији су изводи: $\frac{\delta U}{\delta x}, \frac{\delta U}{\delta y}, \frac{\delta U}{\delta z}, \frac{\delta U}{\delta y_1}, \frac{\delta U}{\delta y_1}$ једнаки са компонентама X, Y, Z ; X, Y, Z , сила, што на систем дејствују. На овај начин десна је страна у III потпуна варијацији од U и једнака δU или

$$\delta U = \sum \frac{\delta U}{\delta q_i} \delta q_i$$

Одавде је јасно $Q_i = \frac{\delta U}{\delta q_i}$ и једначине V прелазе у ове:

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta q_i'} - \frac{\delta T}{\delta q_i} = \frac{\delta U}{\delta q_i} \quad i = 0, 1 \dots n \dots VI$$

у U се може налазити и t али при варирању њега ваља сматрати за стално.

Напомињем да у случају кад су x, y, z функције од q , независне експлицитно од времена t , T је функција хомогена другог реда од q_i' . Ако у исто време функција U не зависи од t једначине под VI дају интеграл живе силе.

Једначинама се под VI даје и другојачији вид, што се врло често примењује у науци физичкој.

За случај кад постоји функција сила U , у којој се може имплицитно налазити и време t , али је независна од q_i , једначине под VI доводе нас до значајних једначина познатих под именом каноничких једначина (Poisson), које су прво познате биле и проучаване у Енглеској (Hamilton).

Нека је:

$$\frac{\delta T}{\delta q_1'} = p_1, \quad \frac{\delta T}{\delta q_2'} = p_2 \dots \dots \dots \frac{\delta T}{\delta q_n'} = p_n$$

q_i' улази линеарно у овим једначинама и Δ њихових коефицијената није нула. Из горњих се једначина могу q_i' наћи као функције од p_i и ако се ово унесе у израз:

$$K = p_1 q_1' + p_2 q_2' + \dots + p_n q_n' - T$$

K је функција од t , q_i и p_i и своди се на T кад веза тачака у систему не зависи од времена... Из последње једначине имамо:

$$\frac{\delta K}{\delta q_i} = - \frac{\delta T}{\delta q_i}, \quad \frac{\delta K}{\delta p_i} = q_i' = \frac{dq_i}{dt}$$

Ако обележимо са

$$K - U = H$$

H је функција позната од t , $q_1, q_2, \dots, q_n, p_1, p_2, \dots, p_n$ онда најбоље једначине из VI прелазе у

$$\frac{dp_i}{dt} = - \frac{\delta H}{\delta q_i}, \quad \frac{dq_i}{dt} = \frac{\delta H}{\delta p_i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad \dots \quad \text{VII}$$

У приказаним свима једначинама оличен је принцип D'Alembert-ов, основни принципи целе механике. Како се из истог принципа изводе исти, који су познати у науци показано је раније. Сматрао сам за потребно изнети неколико форама у којима се исти оболежава при решавању најопштијих проблема из механике. Овде напомињем да принцип поменут садржи у себи принцип конзервације енергије. Према овоме консеквенца из два постулата о акцији и реакцији, и лепљивости доводи нас до једног од најоснованијих и најважнијих данашњих принципа: принципа конзервације енергије. Доказ за ово прелазим и задовољавам се само напоменом да је T половина живе силе система у једначинама VI и VII а из ранијег се могло увидети како се из теореме о раду и живој сили, која је идентична са D'Alembert-овим принципом, долази лако до принципа о конзервацији енергије.

IV.

Проучавањем проблема физичких сретамо се са појмовима чисто фиктивним, који су продукат апстракције особина физичких тела и средине у којој се промене збивају. Овде долази појам о материји, силама и кретањима материјалним, што се све разликује од онога, што ми узимамо у рачун и уносимо у наше једначине, које су обележје поменутог принципа дина-

мичког. Наши су атоми чисто математичке тачке; силе су геометријске количине (величине); реакције између сила као узрока и појава, које су продукат тих узрока, морају носити на себи обележје поменутих апстракција и при апликовању њиховом на појаве морамо уносити елементе, који се односе на особине материјалног света.

У једначинама VI или VII учинили смо зависним физичке проблеме од количина (параметара)

$$q_1 \ q_2 \ q_3 \ . \ . \ . \ q_n$$

То су параметри чију нам величину искуство даје. То су количине, које се морају и могу мерити и које уносе у проблеме физичке субјективности, услед мерила употребљених, али у исто време и нове елементе, који нас преко формула наших приближују правој истини, односно тачним узроцима самих појава.

Посматрањем можемо доћи и до закона како поменути параметри варирају и облик ових закона је обично каква диференцијална једначина између q_i и времена t . Објаснити какав физички појав значи: наћи томе узрок или у кретању обичне материје, примчиве нашим чулима или прибећи кретањима хипотетичких флуида (етра или другог чега).

Пођимо од материје или флуида, претпостављајући да је једно или друго састављено из изолованих молекула. Нека су $m_1 \ m_2 \ . \ m_p$ масе ових молекула, $x_i \ y_i \ z_i$ нека су координате молекула m_i . Овде се претпоставља у важности да је принцип акције и реакције, као и то да вреди принцип о конзервацији енергије, дакле, да постоји извесна функција — U од тих координата $x_i \ y_i \ z_i$, која је оно, што смо назвали функцијом сила.

Једначине су кретања, добивене из D'Alembert-овог принципа, ако се сачиниоци од δx , δy , δz ставе нули и у место X , Y , Z узму изводи U по x , y , z , ово:

$$\begin{aligned} m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} &= - \frac{dU}{dx_i} \\ m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} &= - \frac{dU}{dy_i} \quad (i = 1, 2 \dots p) \quad I \\ m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} &= - \frac{dU}{dz_i} \end{aligned}$$

Ако су компоненте брзине $\frac{dx_i}{dt} = x_i'$, $\frac{dy_i}{dt} = y_i'$, $\frac{dz_i}{dt} = z_i'$ кинетичка је енергија система

$$T = \frac{1}{2} \sum m_i (x_i'^2 + y_i'^2 + z_i'^2)$$

Потенцијална је енергија изражена са U а принцип конзервације енергије је дат у облику:

$$T + U = \text{const.}$$

Потпуно је тумачење појаве постигнуто ако се зна: функција сила — U а уз то смо у стању изразити 3 р координата x_i y_i z_i са n параметара q_i .

До ових смо истина дошли полазећи од основног динамичког принципа, а до истог смо резултата могли доћи и из једначина под VII.

Ако изразимо координате x_i y_i z_i као функције параметара q_1 q_2 . . . q_n потенцијална енергија U постаје функција као што смо раније поменули; кинетичка енергија T постаје зависна од q_i и q_i' , хомогена је и другога степена односно извода ових. Закон је кретања дат у облику:

$$\frac{d}{dt} \frac{dT}{dq_i'} - \frac{dT}{dq_i} = - \frac{dU}{dq_i}, \quad (i = 1, 2, 3 \dots n) \quad \text{II}$$

Ако су полазне теорије, којима се служимо при тумачењу физичких појава, добре, закони експериментални морају бити истоветни са једначинама под II.

Тумачење каквом теоријом далеко је од праве истине. Довољно је ако се приближује истини, са њом се не мора у свему поклапати. Да извесно механичко тумачење феномена буде примљено нужно је, из показаног, ово знати: моћи одредити, U и T , да U зависи од q а T од q и q' (извод q по t): да је T хомогена функција другог реда односно q' , и да се диференцијалне једначине изведене опажањем могу свести на облик под II, тј. сагласити се са основним принципом динамике.

Нека су $U(q_1, q_2, \dots, q_n)$ и $T(q_1', q_2', \dots, q_n', q_1, q_2, q_3, \dots, q_n)$ познате. За потпуно решење проблема остаје наћи још: p констаната $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$, и 3 р функција $\varphi_i(q_1, q_2, \dots, q_n)$, $\psi_i(q_1, q_2, \dots, q_n)$, $\theta_i(q_1, q_2, \dots, q_n)$ $i = 1, 2, p$. Првих p констаната значе масе а других 3 р координате тачака p система.

Ове функције морају задовољити односе:

$$T(q_1', q_2', \dots, q_n', q_1, q_2, q_3, \dots, q_n) = \frac{1}{2} \sum m_i (x_i'^2 + y_i'^2 + z_i'^2) = \frac{1}{2} \sum m_i' (\varphi_i'^2 + \psi_i'^2 + \theta_i'^2)$$

где је

$$\varphi_i' = q_1' \frac{d\varphi_i}{dq_1} + q_2' \frac{d\varphi_i}{dq_2} + \dots + q_n' \frac{d\varphi_i}{dq_n} \text{ и т. д.}$$

Број узетих тачака (молекула) p може бити произвољан и према овоме се на бесконачно могућих начина могу горњи услови задовољити.

Кад постоје функције U и T може се наћи безброј многих механичких тумачења феномену. Ако један феномен дозвољава тумачење једном теоријом механичком потпуно, поред ње може се он протумачити безброј другима, које дају тачно рачуна свих појединости истог феномена, које нам опажање (експеримент) даје (Poincaré).

Но и ако је овако проста ствар у суштини истраживање механичких узрока појавама склопано је са великим тешкоћама. Једна теорија често не објашњава све појаве из једнога домена, не даје тачно рачуна о свима појединостима. Има их које дају одговоре на многа питања а у контрадикцији су са извесним основним принципом (на пр. теорија Лоренцова за светлосне појаве у контрадикцији је са принципом акције и реакције). Неке су у сагласности са поменутим принципом, као и са принципом конзервације енергије (Hertz-ова теорија) али не дају објашњења извесним светлосним појавама. Има и таквих теорија, које су толериране, ма да су биле у контрадикцији са принципом живе силе (Веберова) а и таквих где међу одељцима појединим, онога система, који је служио као механичко објашњење појава није никаквог јединства ни целине било (Maxwell).

Пошто ми је намера била указати на наслањање у главноме на основне принципе, додирнуо сам само узгред употребу теорија у тумачењу физичких појава. Компликованост, која долази од унашања теорија постаје још већа, ако скренем пажњу на то, да су све поменуте једначине, у којима се износе проблеми, диференцијалне и да је прогрес на пољу истих мали, онда је тек јасно, колико смо далеко од прецизности и исцрпности у одговорима тачним на питања, које наука има да реши, и да да као одговор на узроке појава физичких.

Ствар је у принципима врло проста, операције математичке и каузалност, коју теорије хоће да постигну, компликују ствар и врло често доводе до немогућности решења тачног.



V.

ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА
XIX-^{ог} СТОЛЕЊА

I.

Има векова и векова. Често прођу и десетине столећа а културна историја нема да забележи ни по једну идеју од значаја, нема из хаотичне збрке људске делатности, живота и рада да издвоји ништа што ће од импулса бити за доцније векове: али тако исто има низова значајних деценија у извесноме веку кад је, ако не низ идеја знатних оно појава, које су из извесне идеје произашли од великог значаја био и по развиће у дотичноме веку а и за доцније нараштаје.

По величини и дубљини идеја данашњи се век не може мерити са веком Галилеја. Њутна, Декарта, Хајенса и плеаде 16-ог века великих мислилаца; али се ниједан од прошлих векова не да поредити са развићем и проширењем заснованих мисли у последња два века. Има неколико мисли, које су производ прошлог столећа: као идеја десцендентне Дарвинове теорије (идеја прогреса), и прокламовање општости принципа конзервације енергије. На супрот ових двеју мисли излази примена две силе физичке: паре и електрицитета, које су облик комуникацији XIX-ог века тако измениле, да се ни издалека прошли векови не могу са њим поредити. Брзина којом се мисао креће и трансмитује са једнога на друго место, готово бесконачна у погледу обичних брзина материјалних, терестричких кретања, није позната била прошлим генерацијама. Данас нема никаквих препрека у светском саобраћају. Земља, вода и ваздух постале су повољније средине но икада за пренашање; стари елементи филозофски послужили су за средине кроз које се готово муњевитом брзином врши пренос с једнога на друго место наше земље. Ова су нова комуникациона средства олакшала научна експлоатисања о којима раније ни спомена није могло бити. Све је то народе зближило, омогућило фузију

идеја и од разних раса и народа приправило елементе из којих ће једна целина постати.

Европа нам данас изгледа као један народ. Разлике у вери и језику постале су појаве, које се толерирају. Државне и друштвене су установе готово свуда исте. Лабаве границе политичке пашће у низу векова и као што данас зближавању у погледу интелектуалном не постоје никакве препоне обориће се у идућим вековима и последње предрасуде, што коче развитак људски.

Почетак је прошлота века на пољу политичком обележен фазом велике, француске револуције из које су после Наполеонових ратова синули нови и бољи дани будућности Европе. Прве су деценије XIX века означиле почетке ослобођења подјармљених народа, међу којим устанцима и наш заузима једно од првих херојских покрета. Извршена су уједињења народа по језику сродних; остали су неки планови неостварени, као што је и наше уједињење, али је све у таквим фазама развића да дуго неће проћи време, кад ће се борба са терена националистичког пренети на опште човечанство и трошити корисније огромна енергија, која се данас већим делом скупља и троши на задовољавање глупих сујета или појединих личности или читавих фракција, којима је случај одредио доминирајући положај у држави и друштву.

Стари су сталежи друштвени у Европи готово уништени. На место племства по крви требало је доћи племство по духу и осећању, али то као да неће бити готово никада. Новчано племство је заступило племиће међу којима је и људи било, док модерна буржоазија не даје примера пожртвовања и од хришћанских особина и морала има само онога, што је само законима позитивним и писаним условљено. Великим је капиталима потчињена не само физичка снага обичних раденика већ је монополисана услуга толиких интелектуалних чинилаца и стављени су у ред обичних надничара, трошећи снагу своју да себи осигурају опстанак, и не водећи рачуна о услугама својим којима се гомила новац појединаца, који су прави господари света. Ово нам показује да између прошлога века и оних што су му предходили, разлика је само у називима између сталежа. Постоје политичке слободе само на артији, слободно је свакоме васпитавати се, учити и напредовати, док су

му с друге стране друштвеним уређењем стављени такви услови, да га напори у свима покушајима издају.

Мисли ће се да овим речима нема места где се говори о једној науци. Али није тако. Кад је говор о физичким наукама, које су највише допринеле да се измени облик читавога столећа, да се тако рећи утре траг многим предрасудама, да се унапреди и људска делатност и повећа ботаство, створе повољнији услови за живот, какве су то ситнице што чине да је човек и у прошлом веку још роб човеку, кад је реч роб избрисана из закона. Овде констатујемо жалосну појаву потчињености не упуштајући се у ближе истраживање узрока, што би нас далеко одвело, већ наглашујемо да ће и даље наука унапређивати и чинити повољнији живот људски док ће га паразити установама државним чинити повољнијим само у своју корист.

На домаће газдинство је напредак физике и хемије највише утицаја имао. Добијање намирница, чему је највећи део снаге људске експлоатисањем природе посвећен, дело је већином напредака учињених у физичким наукама. Техника модерна, која и по броју и квалитету може истаћи радове и ставити их према свима познатим творевинама прошлих векова, унапређена је напретком споменутих наука. Па и вештине више врсте, које у индиректној вези стоје са напретком технике, добиле су савршеније видове у прошлости.

Испитивати стање прошлога века у свима аспектима, колико је велика ствар толико је за једнога и немогућа, и ја ћу покушати да у карактерним цртама изнесем прогресу које је једна само од физичких наука и то физика учинила. При излагању чешће ћу напомињати услуге које је чинила другим наукама, додирујући тако исто и оне, које су њеном савршенству допринеле.

II.

Побројати открића учињена у физици било би колико писати историју наше науке, јер је на њој у прошлости веку, бар по обиму учињено више него у свима ранијим. Све што је највише допринело да се издвоји прошли век од других спада

у радове на пољу физике. Изоставите: пару, електрицитет, фонограф, телефон, телеграф, фотографију па сте за сто година у назад. Сем поменутих, још је стотина важних проналазака учињено, што би од интереса било претрести, али кад се у главним моментима хоће само да обележи један век, онда се само карактерни правци обележавају, и ћутке прелази преко читаве групе, што су тим правцима обухваћени.

Нећемо се упуштати у опис појединих теоријских или експерименталних открића јер би нас то далеко одвело, поновићемо и износићемо прогрес оцртан у главним потезима. Ради лакшег прегледа прећићемо поједине напретке по одељцима у којима се физичке појаве данас проучавају: молекуларну (механику) физику, топлоту, светлост и магнето - електричне појаве.

Механичка физика. Ова је партија у ранијим од прошлога века готово свршена била, али се извесно рећи може да је заокружена и завршна реч дата по питањима физичке статике и динамике у XIX-ом веку. Ваља добро разликовати праву механику од физике и сматрати механику као помоћно средство за тумачење физичких појава. О механици, као одвојеној науци, овде неће бити говора, у колико она не стоји у директној вези са физиком.

Физика је постала наука од онога дана кад је нађен у њој закон полуге (Архимед) а дотле је била као и остале дисциплине саставни део филозофије и била пуна разноврсних теорија без икаквих строго научних истина, што би било производ научног индуктивног испитивања. Као наука није обрађивана ни после пронађеног услова равнотеже па ни онда кад су јој други закони придати, као они из катоптрике, јер појмови о науци не беху још раширени. Галилејево откриће закона слободног падања тела, и увођење експеримента, Хајенсови закони централног кретања, Кеплерови закони планетарног кретања, Паскалова и Торичелијева открића и Њутнова гравитација са основним принципима механичким ударили су темељ новој модерној физици. Открићем Баконовим индуктивног метода из експерименталног у науци, што је најважније и моћније средство индуктивних наука, физика је стављена у ред првих и правих наука.

Механички део физике, управо механика, наука испитивања општих услова равнотеже у миру и кретању, чврстих,

течних и гасовитих тела свршена је још у XVIII-ом веку. Прошли је век радио само на усавршавању начина, којим се услови изражавају и давању згодније форме условима.

Синтетички метод математике, (геометријски), којима се велики научари прошлих векова служиле у изналажењу истина и њиховом интерпретовању, замењен је у XIX веку аналитичким (Лагранж, Коши, Ампер, Поасон, Јакоби и др.), чим је физика добила моћније и елегантније средство, нарочито при општим генерализацијама и дедуктивним извођењима из принципа начина за тумачење специјалних појава.

Експериментални метод који је Галилео пронашао за физичке науке, који се никада напуштао није, којима се од најдаљих времена људски ум служио за налажење односа између особина појава и њених узрока за откриће закона, добио је у прошлом веку своје одређено и важно место у науци. Никада нису тачнија мерења физичних количина при испитивању појава била но у XIX-ом веку. Невероватно мале су количине одређиване. Микрометром, нонијусом, покретним огледалима, теодолитом, катетометром, зупчастим точком и многим другим справама вршила су се мерења таквих података, који су за претпрошле векове били ван домашаја опажања. Упоредивали су се подаци одређени опитом, доводило у везу са рачуном, елиминисале су се погрешке, које долазе од недостатака наших инструмената и природе наше, и методом рачуна вероватноће налазиле највероватније количине, које правој истини одговарају. Добит је од оваког начина испитивања што су се границе знале између којих леже одређени подаци и што смо уверени не само да је налажење опитом у физици приближно тачно, већ и то, колико варира од онога што треба бити.

Поред све релативности, што је скопчана са открићима опитом ипак су истине до којих се опитом долази претежније од оних до којих би дошли чистом дедукцијом, нарочито пак метафизичком спекулацијом, што беше неко време, у првој половини прошлога столећа метод предложен у Немачкој. Но и теорије физичке, које не можемо обићи, имају многу мању вредност од експерименталних факата. Нађене истине остају па ма и не знали њихово тумачење узроцима, који имају подлоге у извесним теоријама. Примера ради да наведем закон индекса преламања. Нађено је опажањем да је однос између синуса упадног и преломног угла за исти зрак и исте средине, увек ста-

лан и независан од величине угла. То је физички закон. На њега се надовезује теоријско тумачење и ми узимамо оно из ундулационе теорије. По њој се налази, да је однос брзина светлости у два срединама једнак са индексом преламања и отуда та сталност. Докле је у вредности ундулациона теорија дотле ће и ово тумачење бити од вредности, међутим ће закон индекса преламања преживети све теорије и сва објашњења.

Тако је са физичким законима и теоријама. Оно до чега се дође опитом остаје стално, као што су појаве што се у нашој околини збивају, док се теорије мењају, што се појаве тумаче. Закони физички морају бити стални, јер они и не садржавају друго до згодно исказану карактеристику особина посматране појаве, теорије падају јер се сваки час открије по која истина, која доводи до контрадикције хипотезе теоретичке са нађеном појавом. Основи су теорија концепције више ума нашега о природи материје и оне се мењају и дотерују према подацима које нам искуство даје из проматрања појава.

Модерна физика избегава колико је могуће теорије које почивају на висиреним концепцијама о природи атома и молекула, јер се зна да се такве теорије лако руше кад се извуче из њих једна само хипотеза. Такви су системи више за дивљење но за усвајање. Физика прошлога века покушава да сваки проблем схвати као стање кретања материјалног и за њу је проблем одређен, ако му тачно обележи услове статичке и динамичке равнотеже. Механика појава, то је за физичара, тумачење појава. Молекуларна физика није ништа друго до наука, која опште принципе механике преноси на тумачење кретања и њихова постанка у молекуларним срединама.

Увод је у праву физику математичко механичка теорија еластичности тела. Нађене су једначине, које одређују услове равнотеже при испитивању еластичности, примењују доцније за тумачење свих могућих појава: светлосних, топлотних, магнетских и електричних. И овде има теорија. Неки узимају да су молекули чврсти, неки течни или гасовити. У неких је теорија молекул вихор у кретању а негде само извор сила. У главном се све теорије еластичности своде на статички или динамички молекул, али све то као да ће мало имати уплива на извођење општих условних једначина. Разноврсности у теорији су навијања нужна, кад се тим теоријама покушава

тумачење ових или оних појава, као: апсорпције (светлости, гасова), дисперзије, капиларности, дифузије и др.

Еластичне су појаве веза механике са физиком, ту је место где математика у свој својој потпуности улази у физику и ривалише експерименталноме методу. То је у исто време отвор, кроз који теорије узимају на себе форму научну заоденув се математичким обликом, и кроз који улазе у науку, да као лепљиви слој свежу разбацана истине из разних домена физичких.

Продукат је оваког начина испитивања прокламовање јединства и везе између свих појава физичких. Сва је само разноликост у форми, на крају је све одређено, извесно, карактеристично материјално кретање. Светлост прелази у топлоту, електрицитет, магнетизам, материјално кретање, хемијске процесе и обратно. Ово су експериментална факта. Принцип конзервације енергије, на који ћемо доћи, спаја све појаве и верификовање његове егзистенције најбољи је доказ тачности теоријских испитивања. У којој појави, при тумачењу, не може изаћи на видик, у односу између узрока и дејства, споменути принцип, доказ је да смо погрешили, где је пак он експонован знак је да смо на правом путу у објашњавању. Веза је између свих теорија и закона еластичности, као примене на објашњавање физичких појава механичким узроком, разграњавање принципа конзервације енергије. Ово вреди и за принцип акције и реакције.

Теорија еластичности налази примене у општој теорији таласања, која је увод и подлога за тумачење свих физичких појава. Изменом само природе средине, задржавајући законе, приступамо тумачењима звука, светлости, топлоте и електромагнетских појава. За звучне се таласе узима обична мерљива материјална средина а за друге етарска (импондерабилија). Теориска открића на овоме пољу прескачем и од свију, као најеклантније откриће овог јединства између свих појава физичких нека је овде напомена фонографа (Едисон) што је сличан са фотографијом код светлости и дело је прошлога века. Од експерименталних теоријских радова из звука нека су споменути радови из теорије музике органа говора и чула слуха. (Хелмхолца, Блазерна и др.)

Топлоша. У прошлome је веку утврђен однос између механичког рада и топлоте. Још је Аристотело знао да између

рада и топлоте постоји однос и да је топлота извесна врста кретања. То што је вековима познато било, јер сваки зна да се кретањем може добити топлота, постало је научна истина у XIX веку. Велика научна истина, јер је утврђено на колико јединица механичког рада долази одређени број топлотних јединица. Ову је појаву открио Мајер (1842) и ма да су раније С. Карно (1824) и Сегвен (Seguin) 1839. били близу ње. На утврђивању овога односа (425 килограма-метра за једну калорију) радили су Џул, Колдинг, Томсон, Румфорд, Ранкин и други. Полазећи од једначине рада и топлоте, што је познато под именом првога закона топлотног долази се на Карнотов кружни процес, којим се долази до другог закона (правила), да је промена топлотна тела на сталној температури сразмерна са њом. Овај је други став назвао Клаузијус ентропијом. Клаузијус (1850) је засновао механичку теорију топлоте за тумачење топлотних појава.

Важна су Мелонијева открића закона зрачне топлоте чим је утврђена веза између светлости и топлоте.

Пре проналаска закона механичке теорије топлоте пронађена је примена паре у индустрији, што заслужује спомена, јер пара са електрицитетом у примени карактеришу прошли век и издвајају га од осталих. Ват и Стефенсон са Волтом отварају прошло столеће.

Мајеров проналазак је био од великог значаја применом својом не само у физици већ у свима осталим природним па чак и у друштвеним (социјалним-економским) наукама. Од значаја је примена његова у хемији, физиологији биологији итд. За примену популарисање и разграђивање овога принципа од најзначајнијих је Хелмхолц, тако да је његово име тесно везано са принципом живе силе (енергије) и механичког рада, који је општији облик од Мајеровог принципа, који се односи само на топлотне појаве.

Оволико о радовима теоријским из топлоте у прошлome столећу. Скрећем пажњу да су у принципима то од најзнаменитијих открића што их је до сада било у науци.

Уношењем новог појма о односу рада према топлоти и обратно сва су објашњавања старија понашања тела разних агрегатних стања према топлоти и релативно хладноћи, добила тумачење засновано на механичким принципима топлоте. Појам специфичне топлоте и његова тачна одредба дело је про-

шлого века. Однос рада механичког на савлађивање молекуларних сила и спољњег отпора везан са температуром тела и топлотом (еквалентном са радом), која се троши на прелажење из једног у друго агрегатно стање (латентна топлота) даје нова гледишта на топлотне појаве.

Закони термијски, које летимички напомену смо, а који се, понављам, примењују на све појаве топлотне, пренети су из физике на хемију и у њој је теорија топлотна заузела место паралелно атомској теорији (Освалд). Математичка је анализа ушла као метод за интерпретовања хемијских процеса и то преко механичке теорије топлотне. Овде заслужују помена емпирачки радови: Гејлисака, Авогадра, Дилонга-Петита, Менделјева, Раул Пиктета и др. Карактеристике су њихових радова у тражењу веза између атомске теорије и теорије топлоте. Таки је емпирички закон: сталност између производа из специфичке топлоте и атомске тежине чврстих тела (производ је близу 6.25). Исти је број атома и молекула у сталној запремини. Одредба елемента по скали из атомске тежине и специфичне топлоте и др. Однос између специфичке топлоте и атомске тежине гасовитих тела даје, да је производ из притиска и запремина једнак са $\frac{1}{3}$ живе силе прогресивног кретања молекуларног (Клаузијус). Однос између специфичне топлоте при сталној запремини и сталном притиску је константан број и износи $\frac{5}{3}$ (Клаузијус, Болцман, Максвел, Најман и др.). Овде долази и закон Џулов, приближан, да прости гасови, кад не савлађују спољашњи рад не показују термијске појаве. Сви ови закони дају нам могућности да изближе уђемо у природу молекула и њихових саставних делова атома, и чине понајважнија открића из праве молекуларне физике, што је такође дело прошлого века.

Као што се проучавањем воде дошло до важних топлотних закона тако је исто ваздух дао могућности да се открију особине гасовитих тела. У прошлом веку су особине гасовитих и парних тела проучене у највећим детаљима, нарочито је томе повод био и раније споменуто откриће употребе паре водене као моторне силе. Важна су открића још и налажење начина и могућности да се прелази из једног у друго агрегатно стање мењањем температуре и притиска. Данас смо у стању претворити готово све гасове у течна тела, као и обратно. Спомена

ради заслужује вештачко добијање леда и течног ваздуха, не само на принципу хемијских процеса, што је и раније познато било, већ на принципу разхлађивања и згушњавања ваздуха, гасова (Линде 1897.). Томе је слично и добијање великих топлота, које налазе примене у металургији и у опште у технологији.

Физичке справе за одредбу температуре, раније познате, термометри појачане су разноврсним још другим начинима којима смо у стању мерити високе и ниске температуре. Теорија механичка, специфичка топлота и др. даје нам могућности да из извесних података експерименталних дођемо до одредбе оних температура, које се директно мерити не могу. Скала је спуштена од обичне до апсолутне нуле (-273°) а дигнута преко 100° много више (3500° Виол).

Поред споменутих наука, које су се послужиле напрецима у топлоти напомињем метеорологију, која је готово сва производ прошлога столећа. Та наука, чије су практичне користи од неоспорног значаја, нема одвојених својих закона, она се може сматрати као део физике. Метеорологија и није могла раније постати, но што се је физика развила, и то не пре но што су закони термијски откривени били. О њој овде не може бити речи јер се о њој засебно мора писати, а доста је што смо напоменули, да она детаљно примењује нађене основе и законе физичке на тумачење појава, које се на нашој земљи и њеној атмосфери збивају. Кад је реч о метеорологији напомињем да су на њено развиће упливисала открића у партији из електрицитета и магнетизма, које су појаве у тако тесној вези са метеоролошким.

Овде је место да се спомену радови на изворима топлоте. Извори су топлотни: хемијски и физички процеси, механичке природе а главни извор, што највише доприноси одржавању топлоте земске и животу на њој јесте сунце. Природа је сунчане топлоте приписивана такође разним узроцима: хемијским процесима, који се на сунцу дешавају и чега је производ ослобођавање велике количине топлоте; паду метеора, који механичким путем дају топлоту а највише самој контракцији сунчане масе, која неминовно мора постојати, и ако се експериментом у кратком низу година, тачнога научног опажања, не може констатовати, али излази као неминовна последица, тео-

рије развића небеских тела. По Фају је унутрашњост сунчева састављена из хемијских елемената у слободном (не везаном) стању, једињење се њихово врши на сунчевој површини, где бива ослобођавање велике количине топлоте, која се дели на цео систем сунчани. По рачунима Најмана то би довољно било одржању живота за 10 милиона година.

Падом метеора на сунце, који би достигли брзину 700 километара у секунди, произвела би се топлота на хиљаде степени. Пад свих планета дао би топлоту за 45.604 год. Ова се хипотеза не може усвојити због повећавања сунчане масе, која би неминовно утицало на природу кретања небеских тела, што се не примећује. Што се контракције сунчеве тиче, као највероватнијег узрока огромне сунчане топлоте, по рачунима Хелмхолца, кад би се пречник сунчев смањио за једну лучну секунду то би дало топлоте, радом произведене, за 9500 година.

У природном процесу кружном, на основу закона термодинамичких, молекуларна енергија тежи да се претвори у калориферну и обратно. То је главна тенденција свих процеса нашег а и других система. Овим се путем долази до извесног равнотежног стања, окарактерисаног одређеном температуром, која је била температура полазног стања, некадашње ере миновања, из које се је развило механичко кретање у сунчаним системима. Овај реципроцитет између топлоте и рада, који је манифестован у свима појавама физичког света најбоље обележава живот у природи и све развиће и трансформације облика њених.

Свешлост. На светлости је највише рађено и закони су неких светлосних појава од давнашњих времена познати били. Још су Грци познавали основне законе одбијања и преламања. Декарт је открио из Снелиусових радова индекс преламања. Архимед је знао теорију огледала и др. Спомињем само да су сви ти закони били без веза и нису улазили у састав никакве теорије научне за тумачење светлосних појава. Од првих је научних теорија Њутнова емисиона теорија, којој је Хајенс истовремено истакао на супрот ундулациону, принципом својим о образовању и простирању светлосних таласа. Последња је теорија усвојена и цео је прошли век ишао на то да свима својим открићима потврди егзистенцију и ваљаност њену. Поткрепљена теорија ундулациона радовима Јунговим у Фре-

целу је достигла врхунац савршенства и то је плод прошлога века.

Поред Френела заслужује помена Коши, који је од првих, што су анализу математичку увели за тумачење физичких појава а нарочито за елегантно третирање физичких проблема. Овде долази откриће Малус-ове поларизације и примена поларисане светлости у минералогiji на проучавање и испитивање састојака у стена, што је нову науку, петрографију створило у прошлome столећу.

Радови из светлости, како теоријски тако и експериментални, давали су понајјаче тон физичкој науци у првој половини прошлога века. Математичка физика, којој је основ ударен у Француској, прву је примену нашла у делу о светлости а преко ње пренета на друге гране физичке, што је у Немачкој и Енглеској преко Вебера, Кирхова, Хелмхолца, Томсона, Максвела, Тиндаља и др. постала нов метод у физици, који ривалише експерименталном методу, који је нераздвојан од физике, за проматрање њених појава и налажење основних закона физичких.

Поред теоријских радова на физици, којима је унет математички метод у науку и постигнуто јединство у тумачењу светлосних појава једном и истом теоријом — ундулационом (таласања) знаменита су открића експериментална, која ћемо напоменути.

Брзина је светлости раније откривена (Ремер) и из астрономских података одређена. У прошлome столећу радовима Корнуа, Михелсона, Фуколта, Физоа и др. из појава терестричних брзина је светлости вери и поправљена.

У прошлome столећу је једно од најважнијих проналазака спектрална анализа. Раније откривен спектар, у коме се друго ништа видело није до дисперзија светлости, открићем Фраунхоферовим тавних линија он постаје ново физичко средство у физичкој астрономији за испитивање природе небеских тела. Карактеристика спектара тела у разним стањима; број, величина и одстајање јасних пруга и тавних биле су полазне тачке за нов научи метод у проучавању природе елемената и хемијских једињења, што се је после пренело на даље испитивање и најудаљенијих васионских тела и небулоза. Резултати су нам спектралне анализе дали појам не само о природи

звезда већ и донекле начине њиховог кретања и обележавају најпотпуније листове модерне астрономије.

Налажењем у спектру ултра виолетних и ружичастих зракова, којих су последице различитије од видљивих зракова спектралних, проширен је значај употребе спектралне анализе. Зрацима, чије је дејство хемијско јако, какви су ултра виолетни, опредељено је фиксирање ликова на плочицама премазаних сребра натратом и тим откривена фотографија (Дагер).

Из доцнијег проматрања природе боја, да је боја наше релативно осећање и зависно од дужине таласке и броја треперења, као и то, да се правилна интерференција пропуштених или одбијених зракова врши са хомогених слојева, којима су плочице фотографске премазане, и да су боје производ интерференције зракова, што пролазе кроз правилне слојеве — Липман је фиксирао слике на плочицама, које се у природним бојама јављају. Овим је и питање о фотографији боја решено и то је производ теоријско-експерименталних радова прошлог века.

Теорија виђења, у колико припада физици, посматрајући око као камеру опскуру, у свима својим појединостима проучена је и протумачена радовима великог физичара Хелмхолца. Теорија боја, моментаних утисака и њиховог сливања у утисак од кога постаје једна представа о облику тела или његовом кретању, објашњено је потпуно научно. Резултати су примене овога тумачења у фотопластикуму и кинематографу, што се је развило из раније познатог стереоскопа и стробоскопа.

Галилејево откриће дурбина и доцније откриће телескопа усавршено је у прошлome столећу и готово су обележене границе усавршавању споменутих оптичких инструмената. Нађен је однос између увеличања и јачине осветљења добивених ликова, тако да једно на рачун другог иде. У прошлом су столећу израђени најколосалнији инструменти, којима је до сада посматрана васиона и проучаване астрономске појаве.

Радовима физичким из партије светлости унапређена је јако физиологија и делови психологије, који се односе на појаве чула вида. Резултат је узајамног рада ових разних људских дисциплина, да су све светлосне појаве у крајњим узроцима својим таласасто кретање етра. Непозната средина преко које се пренаша познато кретање таласасто од најудаљенијих

светлосних извора до нашега ока, узета је за подлогу у којој се збивају појаве светлосне. Етар проткива сва тела, испуњава све међу просторе атомске у молекулима, молекуларне у телима и васионске између светова. Од броја вибрација у секунди, дужине таласке, облика праваца у коме се врши вибрање једнога молекула етарског у нормалним равнинама на правац простирања (трансверзално треперење) зависи облик, боја, природа светлости и сва разноликост у светлосних појава. Код електрицитета ћемо доцније видети, да се у истој средини збивају и електрично-магнетске појаве и да се у најновије време светлосни зрак сматра да је порекла електро-магнетског, другим речима, да су светлосне и магнето-електријске појаве истога порекла.

Електро-магнетска теорија светлости не обара ундулациону теорију, већ своди две врсте појава: светлосне и електричне на исти узрок. Интерференција, дисперзија, двојно преламање, апсорпција и поларизација тумаче се као и у ундулационој теорији са малим изменама. Неке раније несугласице у погледу природе етра (Најмана и Коши) односно његове сталне еластичности у свима медијима или густине, што је нужно било нарочито за дисперзију и апсорпцију, уклоњено је Максвеловом електро-магнетском теоријом. Теорија вибрациона, чији је почетак од Малембранша, Хајенса, Јунга, Ајлера одржала је превагу над емисионом, чији заступници беху Њутн и Лаплас. Нађене пак сличности између светлосних и електричних појава, које ћемо видети у електрицитету, нарочито истоветност у брзинама простирања, што се манифестује у односу електростатичких и електро-магнетских јединица, и открића Херцова електричних таласа, са свима особинама светлосних појава, изгледа да у прошлome веку дају превагу ундулационој теорији над емисионом, која је са свим напунтена, и ма да по неки покушавају у последње време да се изнова врате на њу.

Теорије се мењају али споменута открића из светлости у прошлome веку ривалишу са онима ранијих векова и чине знатне напретке у нашој науци.

Магнето-електричне појаве. Почетак је овога века обележен проналаском нове врсте електрицитета, који је раније приметио на грчењу жабљих бутића Галвани (1791). Александар Волта (1794) је ту констатовао нову силу и стварањем његова

стуба отворена је нова ера у нашој науци. Постанак је те силе објашњаван прво животињским електрицитетом (Галвани), затим додиром два разпородна тела и на крају се дошло до тога, да је узрок њеној појави хемијска акција између додирних тела. Постанак је галванског електрицитета као и свих физичких сила, на рачун утрошака извесног рада, па био он природе механичке, хемијске или физиолошке, то је само једна особита врста трансформације извесне количине живе силе, која је раније у извесном одређеном облику била акумулирана.

После овога значајног открића долази проналазак Ерстеда (1820) дејство струје на магнет, а мало доцније падају знатни радови Ома (1827) о зависности јачине струје од отпора и електромоторске силе. Овим се законима утр'о пут ударању основа теорији електродинамичкој коју је Ампер засловао.

Раније уочена веза између магнетизма и електрицитета добила је значај свој од Ампера. Он је утврдио закон о понашању две електричне струје и нашао да се струје истосмислене привлаче а разносмислене одбијају. Ампер је створио теорију о тумачењу магнетских појава засновану на принципима електродинамичким и магнетизам узео да је то манифестација електричних струја, који као вихор круже око молекула тела. Овде спада откриће Амперовог соленоида и њихово изједначавање са магнетима, као и Био-Саваров закон о дејству бескрајне струје на полове соленоида.

Фарадеј је за тим уочио ротацију струја изложених упливу магнетском и обрнуто, што је послужило у прво доба као основ за конструкцију справа за електро-магнетска мерења (синусна и тангенцијална бусола и мултипликатор).

Араго је уочио изазивање магнетизма у телима, који се могу магнетисати, галванском струјом, а Фарадеј нађе, да се то исто може постићи и статичким електрицитетом, који се добија пражњењем Лајденове боце. На скоро је откривен и електромагнет (1860 Никлес).

Овим се открићима утврдила јака веза између ове две појаве физичке: електрицитета и магнетизма, што је раније сматрано да је одвојено. Нашло се је да сва тела могу постати магнетима, да се извесна привлаче, друга одбијају а према неким су магнети индиферентни једино из недовољно јаких

средстава за констатовање њихове моћи магнетичке. (дијамагнетизам, Фарадеј).

Средином прошлога века, кад је прокламована вредност принципа конзервације енергије, и тражила примена његова у свима гранама физичких појава, јако је проширена међусобна веза између свих појава. На пољу електрицитета опажене су секундарне топлотне, светлосне и механичке појаве раније а није их тешко било ни опазити, јер за њих није потреба била у финим, већ у обичним чулним опажањима. Знатнија су открића на овоме пољу Фарадеја, Вебера и Рентгена о скретању поларизационе равни утицајем јаких електро-магнета.

Од најзнатнијих открића је, нарочито по примену електрицитета, био проналазак индукционих струја. Ово је први открио Фарадеј, не знајући у почетку ни сам да је проналазак, јер га је доводио у везу са ранијим открићем Араговим ротационог магнетизма. Овде долази и Фарадејево откриће екстра-струја, тј. индукције, што струје врше саме на себи за разлику од праве, која се врши упливом на спроводнике ван оних, кроз које струја пролази (Јенкин). Нађено је тако исто да се индукционе струје могу и електрицитетом трења изазвати (Мариани и Рис 1838), као и постанак струја ротационог магнета, тако зване униполарне струје (Фарадеј, Вебер, Пликер и др.). Индуктивне струје могу постати упливом земљиног магнетизма и то доста јаке, да су њима вршили Палмијери и Линари разлагање воде. Спомена заслужују још индуктивне струје вишег реда (Хенри), кад се више слојева жица узме, па се кроз један пропусти струја а у другим проматра последица индукције.

На принципу постанка индукционих струја почивају динамо машине. Први је магнето електрични апарат пронашао Никсли и Пачиноти, независно један од другог. Грам, Сименс, Хефнер Алтенек, Уитстон и други су те апарате усавршили и њима се данас добијају понајаче електричне струје. Важно је откриће електромагнетског индукционог апарата који је данас од тако важне примене, а први га је нашао Масон и Брегет а усавршио Румкорф.

Поред поменута два начина добијања галванског електрицитета хемијским процесима и механичким радом има још добијање топлотом (Сибек), који поред начина добијања из елемената (Данијел, Бунзен, Бекерел и др.) служи такође за практичну али више за научну употребу. Овде заслужује помена

важно Пелтијево откриће везе електрицитета и топлоте, које се састоји у јачем или слабијем загревању додирних места у термо електричним стубовима, као и примена Џуловог закона на струје у везу са Омовим законом.

Разним начинима добивене електричне струје: хемијским акцијама и галванским елементима или индиковане струје окретањем магнета у електричном пољу или електричних спроводника око магнета, термичким узроцима, или трењем, дају једну и исту природну појаву.

Од свих начина добијања електричне струје најрационалнији су за људску велику примену у индустрији и за комуникацију добијање електрицитета динамо машином. Овде се добија електрицитет обртањем магнета у електричном пољу или обратно, што је засновано на законима Ампера, Арага и Фарадеја, чијим се именима најбоље окарактерисава прошло столеће.

Код раније споменутих струја индуктивних, ваља знати да их има у главном од две врсте, једне су што смисао не мењају (истомислене) а друге што правац мењају свакога тренутка и зову се разносмислене струје, чији је број фреквенција врло велики (Тесла).

Примена је ових струја за тракцију, електрично осветљење и разноврсне механичке послове. Оно, што обично свет замишља, кад се спомене реч електрицитет и чему приписује прошлome веку назив века електрицитета, јесте употреба и примена ових електричних струја. Овај се електрицитет добија потрошком механичког рада, добијеног највећим делом обичним парним машинама и разликује се од галванског и статичког само по начину добијања, јер се последњи јавља услед трансформације рада произведеног хемијским процесом или трењем. Данас је велика употреба и водених падова за добијање динамичког електрицитета и она скривена сила, која је нешто мало налазила раније примене код воденица, у прошлome је веку запрегнута за подмиривање најразноврснијих потреба човекових. У прошлome се веку почело приступати идеји експлоатисања водопада и употребе огромне снаге њихове (Ниагарин водопад Тесла), која није никакве примене дотле имала.

Овој могућности, да се електрицитет добија на више начина, допринела је раније више пута напоменута идеја о јединству свих физичких сила, која је обухваћена у принципу

одржања сила. Поглед нов да између појава физичких нема граница, да је прелаз из једних у друге могућ, изменом само услова неких, који привидно праве разлике у њих, олакшао је и њихову практичку примену и рационално добијање физичких сила, које су од велике користи развићу и напредовању човечанства.

Сад прелазимо на најновија открића на пољу електрицитета, која су јаче зближила ове појаве физичке са другима а и много више светлости унела у наше сазнавање ближих узрока овим физичким појавама. Та су открића из последњих деценија прошлога столећа и везана са именима људи, који већином још активно на науци делају.

Физичар, који је радовима својим највише допринео, да се при крају XIX века на све физичке појаве, нарочито пак електричне гледа као на саме трансформације облика механичког или ма каквог рада, јесте Хелмхолц (1847.). Овај начин гледишта, којим се долази до јединства свих појава физичких, тековина је прошлога века. Ученик његов Херц, упућен на тражење еквиваленције између рада и енергије у електричних појава, нарочито још раније истраживањем односа електромагнетске силе и диелектричне поларизације изолатора (1879), открио је први електричне таласе, посматрајући раније запажену појаву осцилаторног испражњавања разних електричних кондензатора. Радови су његови о таласању електричном од 1887—1890. год.

Открићем Херцовим физика је добила велики полет. Опажањима Херцовим, потврђена су истраживања теоријска, једнога од највећих теоретичара прошлога века, Максвела. Максвел се је у питањима електричним и магнетским, сматрајући те појаве као манифестације једне исте силе природне, ставио на гледиште слично ономе, које је заузимао приликом тумачења светлосних појава. Наслањајући се на раније претпоставке Фарадијеве, да се магнетизам и електрицитет пренајду са тела на тело преко етарске средине, усвојив линије и поље силе, што се опитом потврђује, из чега се може доћи до природе тих сила, поставио је условне једначине за равнотежу у диелектричној средини. Нађени закони од Максвела, чисто дедуктивним, теоријским путем, нашли су своју најеклатантнију потврду у Херцовом открићу електричних таласа.

Тим што ранији спроводници електричне струје беху сад проширени и пренети на етарску средину (диелектрикум) као општи вехикулум свега физичког кретања, измењени су наши погледи ранији на електрицитет, који су увек свезани били са изворима електричним. Данас је електрицитет што и светлост, једна врста етарског кретања, које се може трансмитовати са једнога на друго место, и где спроводници са свим споредну улогу играју, јер се електрични таласи кроз диелектрикум и око спроводника пружају. На овој особини и почива могућност слања електричних таласа без жица (Маркони).

Веза између светлости и електрицитета је експериментално потврђена. Верификоване су брзине једних и других врста таласа, експоненти преламања, апсорпције, одбијање, поларизација, двојно преламање и др. Из ове везе поникла је нова електро-магнетска теорија светлости, која светлосни зрак сматра као једну компоненту опште силе, која се у диелектрикуму изазива магнетско-електричним појавима.

Овде је место да се спомене и Рентгеново откриће, које је један виши аргуменат за вредност нове Максвело-Херцове теорије. Његови се X. зраци добијају одбијањем обичних електричних зракова, који се једним Румкорфом производе, са извесне плочице у Гајзлеровој цеви. Одбијањем тих зракова, на неки се начин у њима врши поларизација, поларисани зраци добијају ту особину да пролазе кроз тела, кроз која обични зраци не могу проћи. Фотографисање тим зрацима и даље последице и ако су од значаја по примену за нас немају велику вредност на овом месту. Радовима Рентгена су претходила Круксова открића катодних зракова.

Спомена ради заслужује теорија потенцијала, која је из опште механичке теорије пренета на тумачење електричних и магнетских појава (Грин, Гаус, Клаузијус, Поенсо, Коши и др.) Грин је први то унео (1828) и то је први покушај математичке анализе на интерпретовање појава из електрицитета и магнетизма. Та је теорија претрпела у извесно време неке трансформације у примени јер су нова гледишта о таласању електричном изменила теорије раније о електрицитету и магнетизму.

О безброј радова, који се односе на експериментално одређивање констаната, на утврђивање електростатичких и електромагнетских јединица, на практично мерење јачина поједи-

них елемената из овога домена физике, и ма да чини велики и дуги низ радова у физици, не може овде бити речи.

При крају ове расправе да споменем неке од важнијих примена електрицитета.

На прво место долази проналазак електролизе (Carlisle) а то је разлагање воде и других једињења на њихове састојке и обрнуто добијање једињења из њихових елемената. Законима електролизе, које је Фарадеј утврдио, ударен је основ новој науци — електрохемија, и заснован најбољи одељак у хемији прошлога столећа. На вези између количине добивене запремине елемената из једињења и утрошене јачине струје електричне засновани су апарати за мерење физичко електричних јединица (Волтаметар), чија је употреба необично велика за научно проматрање електричних појава, слично реостату и реохорду, које су справе засноване на принципу Омовом.

Прва је примена практичка галванског електрицитета била у телеграфији, где се је струја простирала прво кроз две жице, за тим кроз једну, па у последње време преко електричних таласа, кроз етарску средину без жица (Морз 1837, Маркони 1898, Стајнхал 1838, 43, 44). Важна је примена електрицитета у телефону (Едисон).

Велика је примена електрицитета у електричном осветљењу и тракцији, за овим долази у медицини где, је такође засновао нов метод за лечење и испитивање појава физиолошких (Арсонвал).

Од значаја је споменути овде струје великих јачина, које се без опасности могу пропуштати кроз људски организам, док су слабије смртоносне (Тесла), што се тумачи сличношћу јаких струја са светлошћу, чије се механичко дејство не примећује на чулима, која су изложена њеном дејству.

Са овим нека је завршено овде о прогресу наше науке у XIX столећу, која му је и име дала, јер ће назив његов извесно бити назив века паре и електрицитета.



МАТЕМАТИКА XIX-^{ог} СТОЛЕЋА

I.

Математика или математичке науке дају се поделити у главноме на два дела: геометрију и анализу. Предмет је геометрије испитивање особина и односа просторних количина, а анализе испитивање односа бројних количина, или општије: задаћа је њена истраживање односа између ма каквих количина, које се могу мерити — односно упоређивати.

Обе се ове гране развијале напоредо. Напредак једне је одређивао природу учињеног прогреса у другој. Из излагања доцнијег ово ће се најбоље видети и обележићемо јасније, колико се једна са другом меша а колико одступа.

Ове две гране чине оно што се разуме под математиком у најужем смислу речи, јер се математичке науке пружају и даље и то на: механику, астрономију, физику, геодезију и споредније гране у којима математика примене налази. О овој, званој примењеној математици, овде неће бити говора, јер се у тих наука математика јавља као метод за третирање питања разних домена, и то метод, који је већ потпуно обрађен независно од његове примене.

У уводу ћемо кратко напоменути стање у коме се је математика налазила до XIX-ог столећа.

Од свију наука математика има једина симболистичку форму којом задева питања и идеје, којима се баве и чини је с једне стране неприступачну у оној мери у којој нису друге науке. За сваку се науку може рећи да има свој језик, али се не служи оваквим формама као наша наука; но као што је за разумевање сваке науке нужно знати тај њен језик, тако је потребно бити начисто потпуно са целом симболизацијом математичком, па да се успешно на њој ради и разуме оно чиме се она бави. Не треба никада бркати садржину математике са њеним обрасцима, којима се обележава само смисао истина.

Обрасци сами за се нису математика, као што ноте нису музика. Питагорина се теорема може лепо речима исказати, њен се смисао може сликом протумачити а иста се истина може и једном једначином изразити. Главно је идеја а облик њен у којем се у науци износи то је споредна ствар.

При излагању развића појединих праваца говор ће бити само о идејама и мало ћемо се служити формулама, прво што самој ствари мало доприноси, а друго што су то најспоредније гране у математици.

Наша се је наука раније, у вековима готово свима што су прошлome претходили, развијала у друштву других наука. То се није могло избећи, једно што је она била помоћна наука великом броју емпиричких наука: астрономији, физици, механици, геодезији, практичним рачунима итд. а друго што и подела рада на пољу наука, раније није била, као што је данас то случај. Но ипак је знатније напретке математика и раније имала и носила на себи више тип самосталне дисциплине од других.

Прва је фаза математике била рачунање са особним бројевима, третирање конкретних случајева и познавање најобичнијих видова рачуна. Геометрија је то исто била и пружала се најдаље до коничних влакова. Теорија је коничних влакова чисто синтетичним путем потпуно обрађена и ствар вршена била још у Грка. Ова се прва фаза може назвати век у коме се је дошло до великих открића и истина без општијих погледа на оно што треба бити предмет математици. Значајнији су покушаји да се пронађе велики метод гранични, којим се већ Грци служили за одређивање површине и запремине геометријских фигура.

Друга је фаза проналазак алгебре. Овде се смењују особни бројеви општим и место цифара долазе слова. Закони математике постају општији. Геометрија се свезује са алгебром и ствара се аналитичка геометрија увођењем координата тачака. Свака једначина постаје обележје геометријске фигуре. У овој фази развића наше науке долази откриће односа између извесних дужина, којим се односом изражава величина угла и ствара тригонометрија. Овде пада проналазак логаритама и први почеци теорије бројева, пројективне и надртне геометрије из перспективе, која је у пракци давно позната била.

Трећа је фаза проналазак инфинитезималног рачуна. Ово је смена одређених количина, којима се математика у ранијим фазама развића свога бавила, са променљивим количинама. Уведен појам функције, нађене опште методе инфинитезималног рачуна и застало пред проблемима о којима раније ни спомена није било.

У главном, као што рекох, наша је наука имала три фазе: прва је окарактерисана радњом са особним, друга општим а трећа променљивим количинама. То је у чистој анализи. У геометрији се ишло од изучавања особина геометријских фигура ограничених правим линијама, на слике обележене правилним кривим линијама, док се увођењем анализе у геометрију са ограниченог броја правилних линија није прешло на линије макаквог облика, које само по извесном одређеном закону постају, закону израженом зависношћу координати њихових тачака. Основи геометрије Евклидове, која је служила као наука у чије се аксиоме, као и доказе, није смело сумњати, у прошлости је веку претрпела измена у постулатима и засноване су општије геометрије, које Евклидову обухватају као специјални случај.

Између анализе и геометрије учињена је јака веза преко примене инфинитезималног рачуна на третирање проблема геометријских; замењен је синтетички аналитичким методом, а оба су смењена пројективним, који је готово чисто дело прошлога столећа. Колико се је на овим пољима отишло видећемо из доцнијег излагања.

У претпрошлим се вековима проналазиле у анализи извесне одређене функције: као алгебарске, тригонометријске, логаритамске и друге, нађени су односи међу њима али се до почетка XIX-ог века није имало чисто и одређено гледиште на значај група појединих сличних функција, док их питања из домени диференцијалних једначина на то нису довела. Тек кад се је наишло на читаве групе диференцијалних једначина које се нису могле квадратуром решити, онда се је почело размишљати да ће бити и других функција непознатих, других трансцендената, којима ће се ти непознати интегралити да нађу. Нађене су на овај начин елиптичке и Фуксове функције.

Увођењем имагинарних координата, стварањем равни и површина на којима неуниформне функције обичне равнине

разних координата постају униформне, створена је општа теорија функција и приступило се је методама којима се могло ићи ка тражењу нових трансцендента, јер се раније није знало са ког ће се места почети и како ће се вршити тражење.

Проблем обичних алгебарских једначина, који је на дневном реду од незапамћених времена, добио је одређен свој вид у XIX-ом веку. Нашло се је зашто се једначине вишег од 4° не могу квадратним коренима из коефицијената једначине да реше, као и то под каквим се условима једначине вишег од 5° могу коренима да реше. Из овога је створена теорија група и супституције, која је од великог значаја и по примени на геометрију и на анализу инфинитезималну. У вези са овим је дефинитивна обрада методичке стране математичке: елиминације, примене детерминаната на решавање разноврних проблема, трансформације израза разних и др.

После чисте математике о којој ће и бити само овде речи долазе математичке примене у физици, механици, астрономији, геодезији и другим наукама где је математика помоћно средство. Од метода нових, који су ради примене измишљени, спомињем Хамилтонов метод познат под именом кватерниона, који је само тога ради уведен да се незгодни изрази помоћу координата замене простијим, како би се с једне стране број једначина смањио, а с друге увођењем вектора и скалара, могло брже приступити интерпретацији физичких појава из једначина јер се вектором и скаларом јачина и смисао силе обележава. Спомињем номографију (М. Окањ), као метод графички за израчунавање од n непознатих једне, кад је $n - 1$ познатих; рачун генерализације (Олтрамаре), општу алгебру, где се идентичност логичких појмова симболички представља (Бул, Пеано) и други слични методи, којима није математика много коракнула.

I.

Елиптички интеграли и функције. Одмах после појаве диференцијалног рачуна, још су Лајбниц и Њутн ставили задатак да се интеграли разних функција, нарочито алгебарских, сведу колико је могуће на познате функције. У почетку

се је наишло на велике тешкоће при тражењу интеграла облика $\int \frac{dx}{\sqrt{f(x)}}$ где је $f(x)$ већег од 2^о, и мислило се дуго да је узрок томе несавршенство метода инфинитезималног, покушавајући да тешкоће разним досеткама отклоне. Те су тешкоће отклоњене обртом, који је узео диференцијални рачун, кад се је па такве интеграле почело гледати као на нове трансценденте, које чине засебну групу и играју улогу сличну тригонометријским и логаритамским функцијама односно њиховим инверзијама.

Тражењем дужине лука лемнискате (Фађано 1718), дужине лука код елипсе (Ајлер, Лагранж) дошло се је близу открића нових функција, али то није био случај, већ се је нашао само чувена *аддициона теорема* елиптичких интеграла о којој ћемо прво говорити. Овде ћу изнети откриће Ајлерово:

Ајлер је пошао од једначине:

$$\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} + \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-k^2y^2)}} = 1 \dots 1$$

и тражио из чега је она постала диференцијалењем. По Штурму се лако долази до тога да је функција из које се налази горња диференцијална једначина облика:

$$\frac{x \sqrt{(1-y^2)(1-k^2y^2)} + y \sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}{1-k^2x^2y^2} = 0 \dots 2$$

или

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} + \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-k^2y^2)}} = \int_0^c \frac{dc}{\sqrt{(1-c^2)(1-k^2c^2)}} \dots 3$$

Сменимо ли први и други интеграл, што значе дужине лука елипсоног, са u и v то се из 3 добија једначина:

$$\int_0^c \frac{dc}{\sqrt{(1-c^2)(1-k^2c^2)}} = u + v$$

u , и v , су функције од x и y , ако се обрнуто стави x и y у виду функције u и v изврши замена:

$x = \sin \operatorname{am} u$, $\sqrt{1-x^2} = \cos \operatorname{am} u$, $\sqrt{1-k^2x^2} = \Delta \operatorname{am} u$ и слично за y , и v , добија се:

$$c = \sin \operatorname{am} (u + v) \text{ или: } \sin \operatorname{am} (u + v) =$$

$$\frac{\sin \operatorname{am} u \cos \operatorname{am} v + \Delta \operatorname{am} u \Delta \operatorname{am} v}{1 - k^2 \sin^2 \operatorname{am} u \sin^2 \operatorname{am} v} \dots 4$$

Адициона теорема елиптичних интеграла прве врсте исказана последњом једначином показује велику сличност са адиционом теоремом тригонометријских функција, која се из 4 добија заменом $k = 0$ и $\Delta \operatorname{am} u = 1$.

Ма да је Ајлер овако близу био елиптичким функцијама није их открио. После њега долази Лежандер, који је специјално изучавао елиптичке интеграле поделив их у три врсте:

елиптички интеграли Лежандрови три врсте су облика:

$$\int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\Delta\varphi}, \int_0^\varphi \frac{(m + \sin^2\varphi) d\varphi}{\Delta\varphi}, \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{(m + \sin^2\varphi) \Delta\varphi} \quad \Delta\varphi = \sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}$$

Ти се интегрални краће обележавају овако:

$$\int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\Delta\varphi} = F(\varphi, k), \int_0^\varphi d\varphi \Delta\varphi = E(\varphi, k) \text{ и } \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{(1 + n \sin^2\varphi) \Delta\varphi} = \Pi(\varphi, k, a)$$

k и a су количине независне од φ , k се зове модул, а параметар a амплитуда. Лежандер није далеко отишао проучавањем елиптичних интеграла и ма да је радovima својим припомагао откриће елиптичких функција тј. инверзије споменутих интеграла. Заслуга овога припада Абелу (1826), који је ударио радovima својим темељ целокупном развићу математике прошлога века.

Ради разумевања значаја Абеловог открића поћимо од елиптичког интеграла прве врсте, пошто се слично примењује на интеграле друге и треће врсте.

Требало је у место изучавања:

$$u = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}$$

и као функције од x , прећи на изналажење нових функција x од u , које су инверзне горњих интеграла. Обележимо ту функцију по Абелу са $\sin am u = x$ или по Гудерману са $\operatorname{Sn} u = x$. (Ово се чита елиптички синус од u). Оваким прекретом створене су елиптичне функције од којих је једна $\operatorname{Sn} u$. Сем ње су уведене још аналогичном према тригонометријским $\operatorname{Cn} u = \sqrt{1 - \operatorname{Sn}^2 u}$ и $\operatorname{dn} u = \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 u}$.

Абел је нашао да су ове елиптичке функције периодичне и да имају две периоде од којих је једна имагинерна. Периоде су од $\operatorname{Sn} u$, $4K$ и $2K^1i$, од $\operatorname{Cn} u$ $4K$ и $2K + 2K^1i$ од $\operatorname{dn} u$ $2K$ и $4K^1i$. K^1 је модул, који са модулом K задовољава једначину $K^{12} + K^2 = 1$.

Нађени су диференцијали горњих елиптичких функција и диференцијалне једначине, које се могу њима решити, као што ћемо доцније видети.

Мало час изведена адициона теорема за елиптички интеграл прве врсте проширена је применом на интеграле друге и треће врсте и припремљено земљиште опште адиционе теореме за општије интеграле од елиптичких, који носе назив Абелових интеграла.

Нађено је да између формуле адиционе (елиптичких функција) и сверне тригонометрије постоји јака сличност (Лагранж). Из овога, ако између тригонометријских функција φ , ψ , σ постоји алгебарски однос:

$$\cos \sigma = \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \Delta \sigma$$

онда вреде и ови односи:

$$F(\varphi) + F(\psi) - F(\sigma) = v$$

$$E_1(\varphi) + E_1(\psi) - E_1(\sigma) = k^2 \sin \varphi \sin \psi \sin \sigma$$

$$\pi_1(\varphi n) + \pi_1(\psi n) - \pi_1(\sigma n) = u.$$

$$u = \frac{1}{\sqrt{\omega}} \operatorname{ar tg} \frac{u \sqrt{\omega} \sin \varphi \sin \psi \sin \sigma}{1 + n \sin^2 \sigma - n \sin \varphi \sin \psi \cos \Delta \sigma}, \quad \omega = \frac{(1+n)(k^2+n)}{n}$$

У последња три односа исказане су адиционе теореме све три врсте елиптичких интеграла.

Јакобијева функција. Знатни су радови Јакобија на упрошћавање односа између елиптичких функција, њихово разви-

јаће у редове и налажење нарочите једне функције, коју је он обележио са Θ (тета), а за коју је предложено, да се у спомен великог математичара Јакобиа зове Јакобијевом функцијом.

Ова је функција један експоненцијалан ред облика:

$$\sum_{m=-\infty}^{m=\infty} e^{m^2 i \pi \frac{\omega^1}{\omega} + 2 m^1 \pi \frac{\omega^1}{\omega}}$$

ω и ω^1 су константе а u је независно променљива. Друге се функције Θ из ове изводе додавањем згодне константе u . За функцију Θ имамо згоднији облик:

$$\Theta(x) = 1 - 2q \cos \frac{\pi x}{K} + 2q^4 \cos \frac{2\pi x}{K} - \dots + 2q^{n^2} \cos \frac{n\pi x}{K}$$

$$q = e^{-\pi \frac{K^1}{K}}$$

Функција Θ је периодична и има само једну периоду $\Theta(x + K) = \Theta(x)$. Ако се смени периодом имагинерном излази умножена једном константом:

$\Theta(x + K^1 i) = i \frac{-\pi i}{e^{4K}} (2x + K^1 i) \cdot \frac{\Theta(x + iK)}{i} \frac{\pi i u}{e^{2K}}$ је стварна количина.

Јакоби је увео још једну функцију, обележив је са $H(x)$ и она значи ред:

$$H(x) = 2 \left\{ \frac{4}{\sqrt{q}} \sin \frac{\pi x}{2K} - \frac{4}{\sqrt{q^9}} \sin \frac{3\pi x}{2K} + \frac{4}{\sqrt{25}} \sin \frac{5\pi x}{2K} \dots \dots \right\}$$

Између H и Θ постоји овај однос:

$$H(x) = \frac{\sqrt{q}}{i} e^{\frac{\pi i x}{2K}} \cdot \Theta(x + iK^1)$$

И маџ да су ово функције једне периоде њихов количник може бити двојно периодна функција и Јакобио је доказао да се елиптичке функције дају њима изразити са напоменом да је у томе случају за конвергенцију редова нужно да је количник ω^1/ω имагинеран.

Кад се споменуте најпростије три елиптичке функције изразе са Θ и H облика су:

$$S_{nx} = \frac{1}{\sqrt{K}} \frac{H(x)}{\Theta(x)}, \quad C_{nx} = \sqrt{\frac{K^1 H_1(x)}{K \Theta(x)}}, \quad \operatorname{dn}(x) = \sqrt{k^1} \frac{\Theta_1(x)}{\Theta(x)}$$

где је $H(x) \cdot H(x+K) = H_1(x)$.

функције се Θ, H, Θ_1, H_1 зову помоћним или посредним елиптичким функцијама.

Јакоби је изразио елиптичке трансценденте другог и трећег реда функциом Θ и њеним изводима и показао интегралне новим трансцендентне.

Из додира аритметике са Јакобијевим функцијама нашли су се методи за разлагање целих бројева на суму од четири квадрата и откривена је веза између елиптичких функција и алгебарских форма (Хермит, Кронекер).

Измене, које је *Бајерштрас* унео у елиптичке функције јесу те што је пошао од елиптичког интеграла облика:

$$u = \int_{\infty}^x \frac{dx}{\sqrt{4x^3 - g_2x - g_3}}$$

обележив S_n са $p(u)$ што је такође двојно периодичка функција инверзна горњег интеграла. Поред ове функције унео је још $\xi(u)$ и $\sigma(u)$. Модул је ових функција K^2 замењен односом између g и нашао везу истих са Θ функцијом Јакобијевом.

Теорија је двојно периодичних функција елиптичких свршена као и тригонометријских, њене се све особине знају и значајна је примена њихова у проблемима механике и диференцијалних једначина. Спомена је вредно решење Хермитово Ламеове диференцијалне једначине из математичке физике, које је и прво, помоћу елиптичких функција и нових трансцендентата, за тим обично и сверно клатно, као и безброј других проблема.

У вези са питањем елиптичких је функција трансформација тих функција. Кад је дата функција $p(u)$ ниваријанте J па се тражи муатиплика тор E инваријанте J^1 да се функција $p(u)$ аргумента E и инваријанте J^1 изрази рационално помоћу прве функције $p(u)$ задатак је *трансформације*. Са гледишта диференцијалног рачуна питање се трансформација своди на решење у рационално по x из диференцијалне једначине:

$$\frac{dy}{E \sqrt{4y^3 - g_2^1 y - g_3}} = \frac{dx}{\sqrt{4x^3 - g_2 x - g_3}}$$

Инваријанте су J и J_1 елиптичких функција свезане алгебарски и тај се однос назива модуларном једначином, што је још од Абела и Јакобија пронађено и повод био многих њихових радова.

Тражење односа између две функције $p(u)$, што имају једну периоду заједничку а однос је других периода сталан број, чини питање познато под именом *дивизија периода*. Слична се питања третирају и за Θ функцију само се инваријанте смењују периодима.

Комплексна мултипликација датира од Абела и специјалан је случај трансформације елиптичних функција. Проблем је овде сведен на тражење инваријанте и мултипликатора Σ не целих, већ таквих, да се $p(\Sigma u)$ изрази рационално од $p(u)$. Кад је то случај онда је инваријанта обе функције иста, а однос је периода корен квадратне једначине једне целих коефицијената.

Из везе елиптичких функција са квадратичним формама преко инваријанта, излази на видик веза са теоријом бројева (Кронекер).

Радовима на пољу трансформација пронађене су модуларне функције (Хермит, Дедекинд, Клајн, Хурвиц). Инваријанта J функције $p(u)$ зависи од односа периода; p од периода и не мења се кад се периоде смене системом еквивалентних периода. Из овога излази да J_1 сматрано као функција од p остаје исто, ако се p смени односом $ap + b : cp + d$, где су a, b, c, d ма какви бројеви између којих постоји само однос $ad - bc = 1$. Оваке се смене називају супституцијом, и све сличне супституције дају модуларну групу. Функције пак, што се не мењају супституцијом оваких група или под-група називају се модуларним функцијама, и њихова је улога важна како у геометрији тако и у аритметици.

Модуларне се функције могу сматрати као нова трансцендента. Оне чине класу Фуксових функција и могу послужити као основ третирања опште теорије функција (Пикар). Како модуларне функције значе изражавање модула и комплементарног модула елиптичких интеграла односом периода (ρ) то се до њих овако може доћи.

Означимо те функције са $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ и са

$$q = e^{-\pi x}, \quad p = e^{-\pi/x}$$

$$\varphi(x) = \sqrt{2} q^{2/8} \frac{\pi(1+q^{2n})}{\pi(1-q^{2n+1})} = \frac{\pi(1-p^{2n+2})}{\pi(1+p^{2n+1})}$$

$$\psi(x) = \frac{\pi(1-q^{2n+1})}{\pi(1+q^{2n+1})} = \frac{\sqrt{2} p^{1/8} \pi(1+p^{2n})}{\pi(1+p^{2n+1})}$$

Још је Абел поставио проблем о томе да се елиптички интеграли могу изразити логаритмима, и та теорија није свршена. Чебишев и Золотарев су ово питање решили за интеграле треће врсте, наравно за интеграле, познате под именом псевдо-елиптичких. На ово је питање, у опште, Луивил дао одговор, који гласи: да се елиптички интеграли не дају свести на старије, пре њих познате, и да су то нове трансценденте.

2. *Функције хипер-елиптичне.* Кад је поткорена количина посматраних интеграла елиптичних већа од 4^о имамо нове трансценденте, које су познате под горњим именом. На жалост се може рећи да њихова теорија, ни из далека није толико свршена, као елиптичких интеграла. Инверзија таквих интеграла не даје униформне функције и одређене, као што је случај био са $S_n u$, $C_n u$ и $dn u$.

Јакоби је и овде аналогично довео у везу ове интеграле са новом функцијом Θ од више променљивих, која се за случај две променљиве u и v да представити двојним редом облика:

$$\sum_{m, n = 0}^{\infty} e^{m u + n v + \frac{1}{2}(am^2 + 2b mn + cn^2)}.$$

Квоцијенат две овакве, згодно изабране функције, даје функцију од четири периоде, значи да се оне не мењају кад се једновремено u и v смеће са четири разна система констаната, облика $2\pi i$, 0 ; 0 , $2\pi i$; $2a$, $2b$; $2c$, $2c$.

Ова је функција општија од двојно периодичне у домену више променљивих и доказао је Јакоби да и нема униформних функција једне променљиве са више од две периоде.

Проблем је инверзије хипер-елиптичких функција свезао Јакоби са решењем диференцијалних једначина:

$$\frac{dx}{\sqrt{f(x)}} + \frac{dy}{\sqrt{f(y)}} = du$$

$$\frac{x dx}{\sqrt{f(x)}} + \frac{y dy}{\sqrt{f(y)}} = dv$$

где су $f(x)$ и $f(y)$ полиноми 5° или 6° . Решење горњих једначина да, се x и y изрази као функција од u и v даје инверзне функције хипер-елиптичких интеграла.

Аналогијом са обичним елиптичким функцијама у неколико је усавршена и теорија ових хипер-елиптичких. Доказано је да је свака симетрична функција од x, y са четири периода, функција и од u, v и да се може изразити функцијом Θ две променљиве (Гопел и Розенхајм 1848). Кад је за u и v дат један систем периода, може се наћи други систем, да се ма каква хипер-елиптичка функција облика $F(U, V)$, образована из нових периода да изразити рационално помоћу хипер-елиптичких функција од u и v . U и V су линеарне функције од u и v , (Хермит).

И код ових се функција може наћи алгебарски однос између њи и модула увођењем диференцијала хипер-елиптичких функција.

Из паралелног излагања елиптичких и хипер-елиптичких интеграла јасно је да су се сва питања ових последњих неминуовно наметнула чистом аналогијом. Све пак теореме нађене у ове две врсте трансцендента послужиће нам као припрема за третирање општијих случајева, где су поткорене количине другојачијег облика, што нас доводи и до општијих трансцендента, којима су елиптички и хипер-елиптички интегрални обрађени, као што ови у себи садрже простије трансценденте и функције логаритамске и тргонометријске.

Пре но што пређемо на тако зване Абелове интеграле и функције, које су општије од пређених, прећићемо на теорију аналитичких функција, којима је питање хипер-елиптичких функција унапређено.

Аналитичке функције. Увођењем имагинарних количина у инфинитезимални рачун проширено је јако поље испитивања и откривени су резултати, који се ни догледати нису могли. Пре Кошиа је позната била врло мало теорија уображених (комплексних) количина и тек је овај применом и репрезентацијом тачке $z = x + iy$ у равни ударио темељ теорији функција. Посматрајући $u = f(z)$ као функцију комплексне променљиве $z = x + iy$, нашао је да се свака функција да представити једначином:

$$u = P + iQ$$

где су P и Q функције зависне од реалних координата x и y . Обрато пак свака се комплексна функција $P + iQ$ ($x - iy$, $2x + iy$ итд.) не да представити као функција комплексне променљиве z . Да је услов испуњен о могућности представљања комплексне функције као функције комплексне променљиве, морају извесне погодбе бити испуњене, које су изражене једначинама:

$$1) \dots \frac{dP}{dx} = \frac{dQ}{dy} \text{ и } \frac{dP}{dy} = -\frac{dQ}{dx} \text{ или једначином Лапласовом}$$

$$2) \dots \frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} = 0. \text{ или } \frac{d^2P}{dx^2} + \frac{d^2P}{dy^2} = 0 \quad \frac{d^2Q}{dx^2} + \frac{d^2Q}{dy^2} = 0$$

Са гледишта извода споменуте су једначине услов да функција и извод по променљивој z . Извод је наше функције и у опште дат једначином:

$$\frac{du}{dz} = \frac{\frac{dP}{dx} + i \frac{dQ}{dx} + \left(\frac{dP}{dy} + i \frac{dQ}{dy} \right) dy/dx}{1 + i \frac{dy}{dx}}$$

Из извода се види да $\frac{du}{dz}$ зависи поглавито од вредности $\frac{dy}{dx}$, зависи од угаоног сачиниоца дирке линије по којој се креће тачка координата x, y у равни. Према овоме би по све неодређен био извод $\frac{du}{dz}$, а да би пак независан био од dy/dx , од пута по коме се тачка чије су координате $z = x + iy$ креће, нужни су услови мало час иписани под 1 и 2, који за $\frac{du}{dz}$ дају, заменом горњих услова, ове вредности:

$$\frac{du}{dz} = \frac{du}{dx} = i \frac{du}{dy}$$

Функције P и Q које споменуте услове задовољавају, називају се аналитичким (моногеним) функцијама.

После се прешло на истраживање интеграла оваких функција, и важна је теорема Кошијева (1825—51) да вредност интеграла зависи од пута тачке, z , тј. од курбе задовољене координатама x, y , ако само тај пут не обухвата критичке тачке, а то су тачке у којима функција постаје бесконачна, неод-

ређена, многозначна или са више једнаких вредности. Веза вредности интеграла од сингуларних тачака разјашњена је од Пијзеа (1850—1851). Једнозначне су функције исте вредности у датој тачци, кад променљива од које она зависи дође у исту тачку, па се кретала по ма каквом путу, и за њих се каже да су у целој равни монодроме. За вишезначне функције се вели да су само у оним просторима монодроме где не обухватају, контури по којима се непозната креће, сингуларне тачке, ако контури пак обилазе око споменутих есенцијалних тачака, то кад непозната дође у тачку од које је пошла и сама се функција промени, и може код њих наступити случај да после извесног броја обрта дођу на своју прву вредност, или је, као код неких тај број обрта бесконачан — према томе да ли су вишезначне коначног или бесконачног броја вредности. Најпростије од свих ових функција моногених оне су, које су у целој равни, или извесном делу њеном, монодроме, коначне и непрекидне. Такве се функције називају још синектичким (Коши) ($\sin z$ је у целој равни, $\operatorname{tg} z$ у равни круга описаног из почетка полупречником $\pi/2$ синектична).

Правила се интегралнења ових функција могу на ово свести: 1). Интеграл је једне функције, комплексне променљиве, по затвореној линији увек нула, ако је у унутрашњости те линије функција синектична. 2). Вредност је интеграла, при кретању променљиве између две тачке, по ма каквој линији, иста, ако је функција између тих линија синектична. 3). Ако се променљива z креће око једне или више тачака у којима $f(z)$ постаје бесконачна, по две затворене линије, и функција је $f(z)$ монодрома на тим линијама и у простору између њих и још коначна и непрекидна интеграл је $\int f(z) dz$, узет по обема затвореним линијама исти. Ово не стоји ако функција није монодрома по затвореној линији, на пр. за $\sqrt{z-t}$

Из Кошијевих и Пијзеових радова створене су по најважније теореме прошлога века, које служе као подлога развијању функције комплексних променљивих у редове.

Прва се теорема односи на проширење Тајлоровог обрасца за $z = x + iy$. По овој се теорему свака функција да представити редом степена z — а и ред је конвергентан за вредности z у кругу центра a , ако није a критичка тачка функције.

Друга је важна теорема о интегралима по контурима, који обухватају критичке тачке. По овој се теореме разликују интегрални између две тачке за извесне константе, што се називају периодима тих интеграла и оне су независне од положаја тих тачака. Инверзне су функције интеграла (трансцендената) периодне функције, као што смо то видели за елиптичке функције и њихов постанак из елиптичких интеграла. То ћемо исто доцније видети и за Абелове интеграле и функције.

Ако је извесна функција мултипна (аналитички многозначна), ако јој се вредности мењају једна у друге, док се тачка z обрће око њене критичне тачке a , на пр. око тачке у којој она постаје бесконачна, онда се и та функција да развијати у ред само по фракционарним степенима количине $(z - a)$.

Испитивањем је понашања аналитичких функција око критичких тачака пронађен рачун резидиа (Коши), одређен број корена једне функције у извесном контуру и примењено исто на функције више променљивих (Кронекер, Пикар), а најважније је из овога дела налажење вредности без број интеграла прелазећи преко имагинерне променљиве $z = x + iy$.

Вајерштрасови су радови понајзначајнији за усавршавање и комплетирање теорије функција засноване Кошиом. Полазне су тачке Вајерштрасове посматрање редова, полазећи од униформних функција, које се у ред могу по Тајлору да развију. Испитујући услове конвергенције редова увео је нотацију продужења аналитичког сикцесијом Тајлорових редова ван круга примитивне конвергенције. Учинио је разлику код униформних функција на оне, које су такве у целој равнини и оне, које престају бити униформне ван извесних домена. Ове је последње назвао функцијама лакунарних простора. У прву групу долазе целе функције без полова и есенцијалних тачака, које нису ни бесконачне ни неодређене; затим функције мероморфне, које имају полове; и функције са есенцијалним тачкама, које се такође на више делова деле: према томе да ли су им сингуларне тачке изоловане, или чине континуирну линију или пак скуп таквих линија (Кантор).

После је овога прешао Вајерштрас, у својој теорији функција, на разлагање целих функција у производ бесконачног броја примарних фактора облика $(1 - ax) e^{+f(x)}$ где је $f(x)$ полином цео. Овде се прво сретамо са родом (жанром) и функ-

ције су рода n ако су сви полиноми $f(x)$ горњи рода n или мањи од тога броја. За мероморфне функције уведени су квоцијенти целих функција за репрезентацију, и даље је то примењено и на функције са више променљивих (Поенкаре).

Униформне су функције представљене са редовима сложеним из простих елемената (Митаг Лефлер, Руиж). Нађено је да целе функције могу имати све коначне вредности, сем извесних, и да су две аналитичке функције, свезане алгебарским односом рода већег од један, без изолованих есенцијалних тачака (Пикар). Важно је откриће Поенкареово да се неуниформна аналитичка функција у од x може представити као униформна од z , чиме су неуниформне функције сведене на униформне. Спомињем изучавање функција лакунарних простора (Апел, Гурса); линије сингуларних аналитичких функција (Пенлеве); и проматрање изложителних редова у вези са испитивањем односа између рода и извода целих функција (Борел, Адамар).

Знатно је откриће Вајерштрасово континуирних функција без извода, или налажење континуирних кураба без дирака. То су линије, чији се делови тако један другом приближују, да се две бесконачне блиске тачке кроз које пролази тангента, не могу одређено узети којој грани линије припадају, и с тога први извод нема одређене вредности. Овде је вредно поменути теорему Диришлеа о конвергенцији Фуријевих редова, Риманов мемоар о тригонометријским редовима и радове о функцијама Дибоа Рајмонда, Лишица, Дарбуа и др.

Абелови интеграл и функције. Ако се у елиптичком интегралу $\sqrt{f(x)}$ смени са $\psi(xy)$ и пође од интеграла $\int \varphi(xy) dx$ долази се до нових трансцендената званих Абелових. $f(xy)$ је рационална по x и y , кад се у одреди из $f(xy)$ и замени у $\psi(xy)$ онда се добија m нових трансцендената (интеграла) и сума је тако дефинисаних интеграла функција рационална и логаритамска почетних и крајњих вредности коефицијената курбе $f(xy) = 0$.

Горњи став, познат под именом теореме Абелове, може се исказати овако. Нека су a, b, c, \dots тачке пресека између линија ψ и f . Кад се промене коефицијенти арбитрерне функције и тачке ће a, b, c, \dots доћи у A, B, C, \dots Ако се Абеловим ин-

тегралима обележе границе са a и A , b и B , c и C ... онда је сума тако дефинисаних интеграла, мало час речена, рационална и логаритамска функција почетних и крајних вредности коефицијената покретне линије.

Задатак се тражења трансцендената Абелових своди на решење p једначина са p променљивих независних овога облика:

$$\begin{array}{rcl} f_1(x_1, y_1) dx_1 + \dots & + & f_1(x_p, y_p) dx_p = du_1 \\ f_2(x_1, y_1) dx_2 + \dots & + & f_2(x_p, y_p) dx_p = du_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ f_p(x_1, y_1) dx_p + \dots & + & f_p(x_p, y_p) dx_p = du_p \end{array}$$

Вредност броја p зависи од једначине из које се у налази као корен $f(x, y)$, а функције су f_1, f_2, \dots, f_p разне рационалне функције.

Ако је u корен једначини m^0 онда је проблем сведен на тражење вредности $U_k = \sum_{x_0, y_0}^x \psi(x, y) dx$ од којих сваки ин-

теграл има m детерминација, значи да је многозначна функција са m детерминација. Ови се интеграл зову Абеловим. Инверзни је проблем изразити x_1, x_2, \dots, x_p као функције од u_1, u_2, \dots, u_p , што се своди на то да је x корен једначине облика:

$$S^p - \frac{M_1}{N} S^{p-1} \dots + \frac{M_p}{N} = 0$$

Овде су M, N , униформне функције од p променљиви u_1, u_2, \dots, u_p ; квоцијент се $\frac{M}{N}$ зове *Абеловом функцијом*. Краће се онда може рећи да је свака рационална, симетричка функција променљивих x_1, x_2, \dots, x_p Абелова функција аргумената u_1, u_2, \dots, u_p .

Свака од Абелових функција има $2p$ периода.

Из овога се види јасно веза између Абелових и елиптичних интеграла и функција, као и веза између Ајлерове адicione и Абелове теореме, као и то да су последње трансценденте општије од елиптичких.

Код Абелових интеграла се налазе такође три врсте. Прве су врсте оне где је сума интеграла стална, па ма каква била покретна курба, која даје зависност између x и u . Риман на-

лази да је број њихов коначан, Абел да је тај исти број зависан од извесних особина сталне курбе $[\psi(x, y)]$.

Мало смо час додирнули проблем инверзије и начин на који се долази до Абелових функција, но пре но што се пређе на Риманове површине за репрезентацију ових функција, нужно је забавити се још мало на инверзији.

Риман узима интеграле, чија је сума константа и представља их изразом $\int \frac{\psi(xy)}{f'_y} dx$. f'_y је извод по y једначине $f(xy) = 0$, што значи курбу n реда. То су интегрални прве врсте. На интегралима се друге и треће врсте нећемо ни задржавати.

Интегрални прве врсте зависе од две курбе $f(xy)$ и њој придодатој $\psi(xy)$. Ако је $\psi(xy)$ реда $n-3$ и $f(xy)$ нема других сингуларитета ван двојних тачака, придодата је курба потчињена да прође кроз ове двојне тачке.

Риман је нашао зависност рода дате курбе и броја Абелових интеграла прве врсте. Ако је род p онда је и број интеграла толики или број конекција Риманове површине одговарајуће, што ћемо доцније видети. Овај је број рода половина броја периода Абелових трансцендентата.

Риманово је главно откриће конзервације рода бирационалном трансформацијом кураба, на што ћемо доћи.

Абелове се функције могу изразити квоцијентом две Θ функције више од две променљиве.

Ако се обележи са $\psi(m_1, m_2, m_3, \dots, m_p)$ извесна квадратична форма облика: $a_{11}m_1^2 + 2a_{12}m_1m_2 + a_{22}m_2^2 + \dots + a_{pp}m_p^2$ за нову функцију Θ Риман узима ред од p променљивих u_1, u_2, \dots, u_p облика:

$$\begin{aligned} & + \infty(m) \\ & \sum e^{m_1 u_1 + m_2 u_2 + \dots + m_p u_p + \frac{1}{2} \psi(m_1, m_2, \dots, m_p)} \\ & - \infty(m) \end{aligned}$$

Ови су редови конвергенти и из њих се изводи инверзија, тј. налазе се Абелове функције решењем оваких диференцијалних релација:

$$\begin{aligned} g_1(x_1, y_1) dx_1 + & \dots + g_1(x_p, y_p) dx_p = du_1 \\ g_2(x_1, y_1) dx_1 + & \dots + g_2(x_p, y_p) dx_p = du_2 \\ \dots & \dots \\ g_p(x_1, y_1) dx_1 + & \dots + g_p(x_p, y_p) dx_p = du_p \end{aligned}$$

где су $g_1 dx, g_2 dx \dots g_p dx$ p нормалних диференцијала прве врсте. Из горњих релација налажеће $x_1, x_2 \dots x_p$ као функција од $u_1, u_2 \dots u_p$ задатак је инверзије Абелових интеграла. x_1, u_1 задовољавају једначину $f(xu) = 0$. Кад се у редове Θ p променљивих смене са p нормалних интеграла прве врсте, чије су горње границе тачке првобитне курбе, онда Риман прелази на репрезентацију Абелових интеграла квоцијентима функције Θ , која је свезана са курбом $f(xu) = 0$.

Питању Абелове инверзије претходило је Риманово откриће површина, где он имагинарну променљиву, слично Кошију, представља на равни, али таквој, која је из више листова спојена, и то толико, колико функција разних вредности има. Ове су му површине нужне биле да неуниформне функције, у обичној равнини, представи као униформне на извесној површини. Његове се површине састоје из p равнина, $P_1, P_2 \dots P_p$ паралелних, бесконачно блиских, и на њима су алгебарске функције, као и интегрални Абелови, зависни од тих функција, униформни.

Пређимо на ове интересантне и важне Риманове површине мало из ближе.

Рекли смо да има p површина паралелних блиских $P_1, P_2 \dots P_p$, ако се између њих умете нова паралелна површина P , па су координате тачке у P_1 x у онда се пројекцијом њиховом налазе координате одговарајуће тачке у P . Ове се реалне координате смеђују имагинарним облика $z = x + i y$.

На свакој од ових површина има најмање по једна тачка од ових $A_1, A_2 \dots A_p$, које се зову рамификационим. Све су равнине поцепане по прорезима (купири) од којих се прореза сваки завршује са по две рамификационе тачке, које можемо обележити са $A_i A_j P_k$. Једном прорезу $A_i A_j P_k$ одговара други $A_i A_j P_l$. Ако се посматрач стави по прорезу $A_i A_j P_k$ он види десни обод прореза $A_i A_j P_e$ и леви обод прореза $A_i A_j P_k$, тако се и врши спајање површина $P_1, P_2 \dots P_p$ да се добије Риманова површина. Ваља увек спојити леви са десним и десни са левим ободом два одговарајућа прореза из две паралелне равнине.

Кад се тачка z креће по Римановој површини прелазећи преко прореза, иде са једне на другу површину и кад се z креће на једној равнини онда се m детерминација функције u

зависне од z , и $u_2 \dots u_m$ пермутују једне у друге, ако се z обрће око једне критичке тачке.

Као што постоји за сваку алгебарску функцију површина на којој је та функција униформна тако и обратно се за сваку површину могу наћи одговарајуће функције. Доказ овај инверзни је од Најмана и Шварца и он се пружа и на то да постоји увек једна класа кураба, које се бирационално трансформишу једне у друге, којима дате површине одговарају.

Са питањем је Риманових површина у вези проблем конформне репрезентације две површине. Ово се питање састоји у налажењу аналитичког израза $Z = f(z)$, тако да једној тачци равни променљиве z у извесној површини одговара тачка Z у датој површини. Питање је решено за површине ограничене једним контуром (Шварц) и за случај више контура (Шоцки).

Вајерштрас је (1853—56) применом проблема инверзије за случај интеграла хиперелиптичких био претходник Риману, но само другим методом.

Риман је увео хармоничке функције у аналитичке, полазећи за своју теорију од принципа Диришлеа о егзистенцији континуирних, хармоничких функција у унутрашњости контура, тако да исте функције имају одређену вредност у свакој тачци тога контура. Нетачности у демонстрацији ове теореме Риманове су отклоњене радovima: Најмана, Шварца, Поенкареа и Харнака.

На површинама Римановим се је много радило. Оне су упрошћене (Меро и Клебш); представљене су као витке и неистегљиве (Клифорд) које се могу трансформисати недепајући се у површине рупчасте. Примена је велика на специјалне случајеве (Жордан, Клајн, В. Дајк, Поенкаре) а нарочито на теорију алгебарских функција две променљиве (Пикар).

Теорија алгебарских функција (Абелових) ни издалека није сиршена као елиптичких. Питање главно, из Абелових функција, на коме се је доста радило јесте питање трансформације у вези са формама (Најман, Клајн, Пикар, Бурхард, Ритер, Нетер, Крацер, Вебер, Фробенијус). Најдаље се је отишло до везе између кураба рода 3 (Шоцки). Важан је и проблем свађања периода (Вајерштрас, Пикар, Поенкаре).

На проблем, о томе да ли се свака униформна функција од p променљивих, са системом $2p$ периода, да изразити редом Θ и да ли периоде задовољавају односе, које је Риман поста-

вио, одговорено је афирмативно (Пикар, Поенкаре). Ово је питање третирано за специјалан случај, за функције две променљиве (Апел).

На питање из ове партије вратићемо се доцније, док будемо изложили теорију алгебарских кураба, рад којих морамо претходно прећи на пројективну геометрију.

Пројективна геометрија, теорија форама. По неки су основи перспективе познати били још старим математичарима (Грцима) и њима се нарочито користили у ренесансу архитекти и сликари (Леонардо да Винчи). У тим основама скривени су били почеци једне од најелегантнијих грана математике — пројективне геометрије. Поред споменутих основа било је важних теорема: Папусова, Паскалова, Дезаргова, Брналмонова, и др. али разбацане и не свезане у органску целину, као саставни делови једнога система. При крају 18-ог века (1794) је Монж, велики француски математичар, засновао нацртну геометрију, као науку задаће: да нас упозна са методима, како се тела и слике у простору могу представити својим пројекцијама и обратно, како се из пројекција могу читати особине слика тих пројекција.

Права је геометрија од Декарта придодата анализи и занемарени до појаве Монжа, а од њега се је скренула пажња методама чисто геометријским. Предходник свих геометричара 19-ог века је Понсле (1822) он се може узети за творца правога нове науке, о којој је овде реч. Он је истакао вредност два основна принципа пројективне геометрије: принцип дуалитета и хомографије.

Знамо да свакој курби одговара реципрочно поларна слика у односу извесног коничног влака, која се добија као анvelope полара тачака прве курбе, или као место полова тангената, као полара, прве слике. Ове је смисао принципа дуалитета. Класа је овде дате курбе једнака са степеном њене реципрочно поларне и обратно. Особинама једне линије одговарају реципрочне њене поларно реципрочне фигуре. На овај се начин, у неку руку геометрија дублира, јер из нађених закона, полазећи од линија кривих, као места геометријских тачака, наилазимо одговарајуће законе и теореме за линије, као анvelope правих (полара).

Увођењем нарочитих координата, тангенцијалних, Пликер даје принципу дуалитета форму аналитичку. Пликер иде и даље, дајући основе за нове гране геометријске, уводећи једначине између карактеристичких бројева извесне курбе, из којих се долази до начина налажења сингуларних тачака линијских: двојних, ифлексних, ребрусмама итд.

Принцип је хомографије значајнији од дуалитета. За две се курбе вели да су хомографске, кад је једна перспективна друге, што се и аналитички може представити рационалном трансформацијом првога реда, названом краће, хомографском трансформацијом равнине.

Сви се конички влаци могу сматрати као пројекције круга и ова је особина од вредности, што се теореме са круга преносе на све коничке влаке и обратно. Увођењем имагинарних елемената Понсле изучава особине коничних влакова, које се не мењају хомографијом, из особина круга. Круг се овде сматра, као сваки коник, да је одређен са пет тачака, од којих су му две у бесконачности, назване цикличним или омбелик. Кругове имагинарне тачке су смењене тачкама у бесконачности, које леже на прави, која је од круга у равни удаљена бесконачно. Праве кроз тачке у бесконачности што иду зову се изотропним. За простор вреде исте особине, ваља праву сменити равнином у бесконачности а круг свером. Геометријско је место свих омбилика (раван) за простор коничан влак зван омбеликални; конуси пак, чије су директрисе омбиликали зову се изотропним.

Изучаване су све особине пројективних слика у равни и простору, које се не мењају у хомографској трансформацији и радови су из ове партије многобројни (Шал, Мебујус, Штајнер, Штод).

Споменимо још Келеја, који је сменио имажинеран круг у бесконачности са површином ма каквом другога реда и тиме принципу хомографије дао општију форму.

Принцип је хомографија са линије 2^о пренет и на линије вишега степена и показани су општи начини одредбе омбилика и то доведено у везу са полупречником кривине површина. Изучаване су линије и површине, чије су све тачке омбилици и нађен метод да се датој површини нађу изотропне.

Теорија форама. Кад се уведу хомогене координате тачака, онда су и изрази хомогени, којима се курбе представ-

љају. Ако се сад пође даље и пређе на изразе хомогене n непознатих, који немају геометријскога смисла, па се буду проучавале особине тих полинома, без обзира на њихов геометријски значај, онда имамо нову грану у математици, која је дело 19-ог века, науку *форама*.

Формом се зове хомогени полином, који за случај три и четири променљиве, одговара односу између триленарних и тетраедричких координата тачака, а за n променљивих се аналогично може назвати формом односа координата тачке из простора n димензионалног. Задаћа је теорије *форама*, испитати особине свих *форама*, које се не мењају, линеарном супституцијом.

Овај се део зове и вишом алгебром, он је у главном заснован у Енглеској, и обухвата значајан део радова прошлога века (Бул, Келеј, Салмон, Силвестар, Аронхолд, Хермит, Бриоши).

Форме се по броју променљивих деле на: бинерне, тернерне, кватернерне итд. да ли има две, три, четири или више променљиве; по степену променљивих, је њихова подела на: линеарне, квадратичне, кубичне биквадритичне итд., да ли је степен променљивих први, други, трећи итд. За овим долазе биленерне, битернерне итд. кад су *форме* линеарне у односу две групе променљивих итд.

Смена променљивих у једној форми слична је са трансформацијом координата. Детерминанта сачинилаца нових непознатих назива се модулом трансформације и кад је тај модул једнак јединици, онда се линеарном супституцијом, може једна форма свести на другу. Такве се две *форме* зову еквивалентним.

Разноврсне *форме* се могу свести на три главне групе, и то на:

Инваријанте апсолутне, то су функције коефицијената једне *форме*, које се не мењају, кад се у форми примитивној изврши линеарна супституција.

Инваријанте релативне се разликују од апсолутних, што се линеарном супституцијом разликује од примитивне за степен модула.

Коваријанте су функције коефицијената и непознатих извесне *форме*.

Контраваријанше су функције коефицијената и тангенцијалних координата примитивне форме. Супституција у ових последњих назива се инверзном према замени у коваријанти.

Инваријанте се релативне могу претворити у апсолутне. Ако су J и J^1 две инваријанте релативне степена p и q модула, онда су $(J)^q$ и $(J^1)^p$ апсолутне инваријанте, јер се не мењају линеарном супституцијом. Ако је инваријанте модул -1 онда је инваријанта одречна (*gauche*). Дискриминанте су инваријанте.

Инваријанте и коваријанте су једне коваријанте инваријанте и коваријанте примитивне форме.

Кад једна коваријанта има координата више тачака, сталних: x, y, z, x^1, y^1, z^1 итд., па се у датој форми смени x, y, z са $x + kx^1 \dots$ и полином развије по степенима k , онда су коефицијенти чланова од k , коваријанте од x, y, z, x^1, y^1, z^1 , итд. Оваке се коваријанте зову емананте. Сличне особине постоје и за контраваријанте и сачиниоци су од k , контраваријанте онда, названи *евеканше*.

Коваријанше мешовите или *диваријанше*, су форме у којима се налазе координате тачака и тангенцијалне, ако сем тих координата нема ничега, ако су без коефицијената $(ax + by + cz)$ онда се зову *идентичне коваријанше*.

Скуп инваријаната, коваријаната и диваријаната даје конкомитанту.

Кад се n форма од n променљивих ставе равне нули и из њих елиминише $(n - 1)$ количина (однос), добивени се израз зове *резултанша* или *елиминанша* и то је инваријанта n форма.

Ако се извесан број форма смени односом линеарним тих форма и том сменом остану инваријантне, онда се такав систем форма зове *комбинаншом*. (Јакобијана). За ово имамо пример у тражењу услова да три конична влака секу праву у шест инволуционих тачака.

Број је разних инваријаната ограничен. Број је инваријаната једне форме највише једнак броју односа, који могу постојати између коефицијената те форме и трансформисане, повећан са један. Број је инваријаната n -ог реда односно коефицијената, билеарне форме степена p -ог једнак броју инваријаната реда p -ог, што их има форма степена n -ог. Овај

је закон познат под именом *закона реципроцитета* (Хермит) и пружа се и на коваријанте.

Форме каноничне су упрошћени облици *форама* линеарном супституцијом ($x^2 + y^2$, $x^5 + y^5 + z^5$ итд.). Свака се бинарна форма непарнога степена ($2n - 1$) може свести на суму n *форама* и то на један само начин. Форме се бинарне парнога степена ($2n$) своде на суму од n чланови истога степена и један адитивни члан ($x^4 + y^4 + 6axy^2$) и то је свођење могуће на више начина. Квадратичне *форме* од n непознатих се могу свести на суму n квадрата независних на разне начине. Две се квадратичне *форме* могу свести на суму квадрата истом супституцијом и број је инваријаната две квадратичне *форме* реда n највише $n - 1$.

За три и четири променљиве, као што у почетку рекосмо, *форме* имају и геометријска смисла. Односи између варијаната обухватају особине курбе и то пројективне на пр. услов да курба има двојне тачке. Коваријанте су курбе, које имају заједничких особина пројективних са основном курбом, која је представљена задатом *формом*. Контраваријанте обухватају особине изражене принципом дуалитета.

Изучавање особина свих *форама* бива поглавито проучавањем каноничких *форми*. Проучавање особина површина 3° у вези је са свађањем кубичке *форме* кватернерне на суму пет кубова (Силвестер). Квадратичне су *форме* од примене на теорију максима и минима, теорију бројева и геометријске курбе и површине 2° . Коваријанте три променљиве стављене равне нули значе курбе у односу дате, независно од осовина и тако даље.

Посматране две *форме* или два система *форама* са гледишта хомографског доводе нас до особина еквиваленције *форама*. Инваријанте се дају изразити функцијама рационалним извесног броја међу њима и ово вреди и за коваријанте. (Гордан, Хилберт.)

Велики број радова је о *формама* специјалним: билеарним и квадратичним и везе *форама* са функцијама Абеловим и теоријом бројева. (Кронекер, Вајерштрас Жордан, Дарбу, Фробенијус, Клајн).

Примена пројективне геометрије и теорије *форама*. Пређимо редом њихову примену, почев прво од примене на курбе и површине алгебарске.

Са аналитичког, алгебарског гледишта је потпуно свршена теорија и површина и линија другог реда. Од важнијих је теорема Понсле-ова о полигонима уписаним и описаним у коничним влацима, што је Јакобију послужило за геометријско интерпретовање адиционе теореме код елиптичких функција. Дарбу је нашао аналогу теорему за просторне фигуре и исту је Штод употребио за адициону теорему код функција са две променљиве, хипер-елиптичких функција, Важни су радови на системима коничних влакова и веза геометрије са теоријом алгебарском елиминације.

Особине се система бесконачног броја коничних влакова, извесних заједничких особина, могу изразити помоћу два броја μ и ν , названим карактеристикама. Функције, које те бројеве садрже линеарне су и хомогене по њима. Тако би број коничних влакова што додирују курбу реда m и класе n био дат изразом $p\mu + m\nu$. (Жонкијер, Шал). Ова се грана геометрије зове бројном (*géométrie énuméraire*). Споменута горња теорема није потпуно доказана, шта више није од вредности за извесан број специјалних случајева. (Халфен).

На линијама је трећег степена доста рађено. Од теорема спомињем за равне, алгебарске линије трећег реда: апсолутну инваријанту и анхармонички однос четири тангенте, које се могу повући из једне тачке те курбе. (Келеј, Салмон, Силвестер, Хесе, Штајнер, Кремона, Р. Штурм и други).

Особине се површина трећег степена групишу око 27 правих, познатих под именом славне конфигурације, што вреди у опште за све површине трећег степена. Особине ових правих, што излазе из Хесијане, аналитички се приближују декомпозицији кубичке форме кватернерне на суму од пет кубова.

О површинама се четвртог степена мало зна, док су курбе истога степена прилично испитане, нарочито у погледу контакта. Важна је теорема о груписању 28 двојних тангената и веза овога са комплетним изучавањем Абелових функција рода три. (Аронхолд, Хесе, Штајнер.)

Спомињем трансформацију Кремонову. Кад је дат систем линеарних кураба датог рода, одредба мреже кураба жанра нула, од којих се по две и две секу у једној тачци помичној, истоветна је са тражењем свих бирационалних трансформација равни у самој себи. Пример је за ово први дао Жонкијер.

Са овим су у вези простије трансформације хомографске рејоном вектором реципрочним.

Геометрија на курбама. Осниваоци су ове гране Абел, Риман и Клебш са гледишта трансцендената а Нетер и Брил са чисто алгебарског.

Основни је проблем изучавање система заједничких тачака на датој алгебарској курби и њеној придодатој (adjoint).

Ако је дата курба $f(xyz) = 0$ хомогена и њен је степен m , па између променљивих $x y z$ и нових $x^1 y^1 z^1$ постоје односи

$$\frac{x}{\varphi(x^1 y^1 z^1)} = \frac{y}{\chi(z^1 y^1 z^1)} = \frac{z}{\psi(x^1 y^1 z^1)},$$
 онда се сменом $x y z$ у f

из последњих једначина добија нова курба $f^1(x^1 y^1 z^1) = 0$, која је другога степена (m^1) и класе од линије f . Линија дата једначином f_1 зове се придодата линији f . Прелаз са f на f_1 назива се бирационалном супституцијом.

Оно што код ових линија остаје стално бирационалном супституцијом то је род, и ова је теорема позната под именом конзервације рода. (Риман, Халфен, Смит). Ако је p род линији f m степен, p класа а $j_1, 2 \dots$ редови циклa, онда је род дат једначином:

$$p = n/2 - m - 1 + 1/2 \sum (j - 1)$$

Број је p цео и позитиван за све курбе, које се не могу разложити и његова је вредност за курбу f ,

$$p = n/2 - m - 1 + 1/2 \sum (i - 1)$$

Проучавање је особина кураба овде сведено на изучавање циклова и Клебш је ово применио на курбе трећег реда.

Најпростије су курбе рода нула (конични влади) и курбе трећег степена са једном двојном тачком. Координате се тачака тих кураба могу представити као рационалне функције параметра (t) . Кураба се рода један, (кубици) могу координате изразити као елиптичке функције једнога параметра, или рационално, али зависно од количине \sqrt{A} , где је A по параметру трећег или четвртог степена. Кураба се рода два могу координате представити рационално \sqrt{A} , само је A функција параметра и то петог или шестог степена. Овде спадају курбе четвртог степена са једном двојном тачком. О курбама вишега рода мало се зна, јер су сложеније функције параметра, којима би се њихове координате изразити могле.

С тога што се координате кураба рода један могу изразити елиптичким функцијама параметра јасна је веза тога са Абеловом теоремом (Клебш). На кубуку је сума аргумената елиптичких за три тачке у правој линији, или за $3m$ тачака на курби реда m , сталне вредности. Обратно, ако је сума аргумената стална, онда $3m$ тачака су пресек кубика са курбом реда m . Овај став стоји према теорему Абеловој реципрочно и послужио је Клебшу као полазна тачка за демонстрацију свих ранијих резултата код кураба трећега реда, који су се односили: на инфлексционе тачке, коничне влаке тритангентне или биоскулаторне итд. Важна је теорема: да је инваријанта кубика функција модула елиптичких функција и према томе два кубика један другоме одговарају, тачка по тачку, ако су исте инваријанте.

Горња се теорема генерализује за курбе рода један (Клебш). Ако је дата курба реда n , m n тачака у којима је она пресечена са придодатом курбом реда $m + n - 3$, имају особину да је сума њихових аргумената константна, и обратно.

Генерализација је изведена за курбе ма кога реда (Клебш и Гордан). Код ових је кураба у место суме аргумената елиптичких узето p сума, код кураба рода p , и те су суме једнаке са вредностима Абелових интеграла прве врсте у посматраним тачкама. Добивених p односа дају нужне и довољне услове да $m + n + 2(p - 1)$ тачака дате курбе реда m буде на њеној придодатој реда $m + n - 3$.

Примена је велика овога на геометријске проблеме, курбе контакта и функције Θ преко изучавања пресека дате курбе реда n и придодате реда $m + n - 3$ (Клебш).

Ако је дато μ тачака произвољних на курби $f(x, y) = 0$ реда n и рода p , онда рационалне функције по x и y , које постају бесконачне у горњим тачкама имају у опште $\mu - p + 1$ коефицијенат облика линеарног и хомогеног. Ово је познато под именом теореме Риманове. Теорема је комплетирана, што је за горњи број узет израз $\mu - p + 1 + \sigma$ у случају, кад се кроз μ тачака може провести систем линеарни σ пута кураба придодатих реда $n - 3$ (Рош).

Вредност је теореме горње изнета у теорији група тачака на курби (Брил, Нетер). Придодате курбе датога реда, што пролазе кроз извесан број сталних тачака дате курбе, секу ову у μ покретних тачака. Све групе од μ тачака овако доби-

вене дају нарочите системе група. Ово је независно од система тачака и реда посматраних придодатих кураба. У опште је р тачака једне групе одређено другим тако да је мултиплицитет једнога система група од μ тачака $\mu - p$, а за специјални је случај $\mu - p + b$, где је значај σ као и пређе.

Законом су реципроцитета свезана по два и два од горњих система. У трансформацији су бирационалној све ове особине инваријантне између кураба реда m и n . Заједничке тачке курбе m и придодате рода $n - 3$ после трансформације су заједничке између курбе реда n и придодате реда $m - 3$.

Важна је овде ствар, што се особине кураба изучавају на курбама мањег степена и класе названих нормалним (Келеј).

Од вредности је питање о кореспонденцији алгебарској између две курбе и односа који их свезују (Zeuthen) и кореспонденцији на истој курби (Келеј, Брил, Нетер, Шварц, Вајерштрас, Пикар, Хурвиц, Кастелнуово).

Пођимо од Шаловог принципа кореспонденције за курбе рода нула, који је у овоме: ако у тачци M једне уникурзалне курбе одговара α тачака M^1 исте курбе, и тачци M^1 β тачака M , онда је свега $\alpha + \beta$ коенциденција, тј. свега ће $\alpha + \beta$ пута једна тачка M коенцидирати са једном тачком M^1 . На курбама рода p број је коенциденција $\alpha + \beta + 2p\gamma$ где је γ цео број зависан од рода курбе.

Карактеристични су инваријантни изрази у бирационалним трансформацијама што дају придодате курбе реда $n - 3$ и повод су радова безбројних свезаних са каноничким површинама Римановим (Нетер, Христофел, Клајн).

Кремоновом се трансформацијом може курба са сингуларним тачкама свести на курбе, које имају само мултипне или двојне обичне тачке (Кронекер, Вајерштрас, Нетер, Халфен).

Важни су радови о броју карактеристика; броју тачака пресека, смањивања класе и рода итд. (Келеј, Халфен, Стефен, Смит, Брил, Нетер).

Просторне курбе (courbes gauches). Особине су ових кураба мало познате. Оваким алгебарским линијама одговара безброј линија у равни тачка по тачку и њихове се придодате курбе, ваља да смене придодатим површинама, што одговарају придодатим курбама у равни (Риман). Доведено ово у везу са

Абеловим функцијама значи наћи форму интеграла прве врсте, што припада курби у простору.

Ово је питање решено сматрајући курбе просторне, као пресек две површине реда m и n . Ове се две површине, ван дате курбе, секу још по алгебарској курби C^1 и могу се узети као површине реда $m + n - 4$ што кроз C^1 иду и онда су улоге кураба реда $q - 3$ придодате курби реда q . Површине пак реда $m + n + h - 4$ што иду кроз C^1 одговарају курбама придодатим реда $q + h - 3$ (Нетер). На овај се начин све геометријске теореме равних кураба преносе на курбе просторне.

Важна је класификација кураба датог реда. Питање је у тражењу група датог броја тачака и мултиплицитета три за специјалан случај (Халфен).

Од просторних кураба су проучени биквадратици, као пресек две површине другог реда m . Ове се курбе дају представити елиптичким функцијама.

Фуксове функције. Открића на овом пољу од најзначајнијих су за прошло столеће и свезана су са именом једнога од највећих математичара прошлог века — Поенкареа. Он је пошао од постављена два питања: да ли се може извршити аналога генерализација елиптичких функција у пољу више променљивих, што је постигнуто Абеловим функцијама (Риман) за случај кад је функција зависна од једне променљиве; и друго је важно питање о изражавању координата тачака једне курбе ма кога рода униформном функцијом једнога параметра. Друго би решење била генерализација модуларних функција и продужило би се решавање проблема што је код уникурсалних кураба рода један већ познато.

Решењем ова два питања Поенкаре је нашао нове функције. За разумевање њихово пођимо од хомогених линеарних једначина. Критичке су тачке општег интеграла оваких једначина одређене природом коефицијената саме једначине. Обртањем независно променљиве x око једне од критичких тачака два се интеграла u_1, u_2 мењају један и други у функције облика $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2$, где су α_1 и α_2 константе. Свакој критичкој тачци одговара по једна слична линеарна форма, која се зове линеарном супституцијом и хомогеном између u_1, u_2 . Скуп оваких супституција даје групу у смислу Галоа и назива се диференцијална група дате једначине.

Нека је сад нова променљива $z = \frac{y_1}{y_2}$ а стара променљива x нека је функција униформна од z така да се функција од z не мења, кад се z смени односом $(\alpha z + \beta) : (\gamma z + \delta)$. $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ су константе. Оваком се супституцијом добија група названа дисконтинуирном без инфинитезималне супституције.

На овај начин дефинисана функција z генералише, у пољу једне променљиве, елиптичке функције, јер се ове не мењају, кад се променљива смењује другом повећаном за периоду. Пример су први за ове модулларне функције. Ако се посматра однос између периоде и модула или инваријанте, у елиптичких функција, и модул или инваријанта сматрају као независно променљиве, онда периоде задовољавају диференцијалну, линеарну једначину другог реда, типа хипер-геометријског од Гауса. Модул је онда униформна функција односа периода.

Имамо и других примера код инверзије квоцијената два интеграла једначине диференцијалне хипергеометријске (Шварц, Клајн), што је било полазна тачка за супституционе групе коначног реда садржаног у групама линеарним и хомогеним од две променљиве. Конзеквенце су свога од великог значаја за анализу и геометрију (Клајн).

Поенкаре је проширио мало час постављени проблем и покушао да нађе све дисконтинуирне групе супституционе типа $(\alpha z + \beta) : (\gamma z + \delta)$. $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ су реалне константе. Ако је $z = x + i$ у тачка у равни, овим се супституцијама не мења извесан круг основни и кругови се трансформишу у кругове. Питање је сведено на одређивање криволинејних полигона (*générateurs*), чије су стране кружни луци нормални на основном кругу. Из овога се, по одређеном закону налази полигон исте природе. Услов је да ови полигони покривају један луг само, не поклапајући се међу собом, поље основног круга.

Општи је проблем од горњег случаја где су $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ имагинерни бројеви. Полазећи од тога случаја нађене су све тражене групе и ове је назвао Поенкаре Фуксовим, по имену немачког математичара Фукса, чији су радови из диференцијалних једначина, полазни били за Поенкареа.

Образоване су нове униформне функције, назване Фуксовим или аутоморфним, које се не мењају супституцијом једне од горњих група. Нађене су Θ Фуксове функције, то су такве,

које су целе у главним круговима а кад се z смени за $(\alpha z + \beta) : (\gamma z + \delta)$, излазе помножене изразом $(\gamma z + \delta)^{2m}$. Квоцијенти две функције Θ , развијене у ред, дају све Фуксове функције.

Две су Фуксове функције исте групе сvezане алгебарским односом рода зависног од посматране групе. Обрнута је теорема последњој, да је свака релација алгебарска добивена на овај начин довољан услов, да се координате тачака, алгебарске курбе, ма кога рода могу изразити Фуксовим функцијама зависним од једног параметра.

Последњом је теоремом проширен домен геометријског истраживања, и функција обична Θ смењена је Фуксовом.

Примена је значајна Фуксових функција код линеарних диференцијалних једначина другог реда, јер рекосмо да се Фуксове функције могу добити као инверзија квоцијената два интеграла тих једначина. Поенкаре је одредио све једначине овога типа и извршио интегрисање нађеним новим функцијама.

Вајерштрас је после Римана изнео најкомплетнију теорију алгебарских функција једне променљиве. Полазна је тачка Вајерштрасова изучавање рационалних функција од x у, које постају бесконачне реда μ у једној тачци дате курбе; утврђује да μ има извесан минимум, назван рангом курбе, и овај ранг опада за јединицу а коенцидира са родом p . Из овога изводи каноничне форме израза за алгебарске курбе од $3p - 3$ модула и исцрпну теорију Абелових интеграла, њихово разлагања на три врсте и њихове нормалне форме. Кад се овоме свему придодају горе изнете нове функције онда је јасно представљен прогрес учињен у прошлости веку на партији алгебарских функција а јасно је и то, шта се још има на њима радити, јер смо свуда тачно прецизирали обим појединих питања, и услове под којима је донето решење.

Теорија једначина. У вековима, који су прошлости претходили, много је рађено на обичним алгебарским једначинама, али је мало урађено. Проблем је раније био да се корени представе као функције сачинилаца непознатих у једначинама, али се са тим никако није могло отићи даље од једначина четвртог степена. Шта је томе био узрок нису знали и остало

је питање нерешено, док се није сам начин испитивања изменио.

У прошлости веку се је прешло на испитивање особина корена из сачинилаца, на тражење функција симетричких корена и општих довољних и нужних услова да се једначине реше, тј. да им се корени познатим функцијама њихових сачинилаца реше. Ово је поље открио Галоа и на њега ћемо мало доцније прећи а сад напомињем неке од важнијих теорема.

На прво место долази Штурмова теорема, која се тиче одредбе реелних корена између две количине дате и њој слична Кошијева и Лагерова за одредбу имажинерних корена.

Важне су Гаусове једначине примитивне и непримитивне. Последње се степена m и n разлажу на m фактора n^0 решењем само једне једначине m^0 . Спомињем још биномне једначине.

Најважнија је појава овде Галоа, који је и сувише млад отишао са овога света, оставивши за собом радове, који су повод били читавих нових праваца у математичким наукама. Он је творац група у једначинама. Ако је дата једначина $f(x) = 0$ онда се из n корена те једначине x_1, x_2, \dots, x_n може добити увек функција $V = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ рационална, пермутацијом ових корена, и оваких је функција $n!$, јер толико и пермутација имамо из n количина. Обратно се сад сваки корен x^1, x^2, \dots, x_n може изразити рационално функцијама V . Кад је дато разних алгебарских функција све се могу сматрати као рационалне функције једне извесне функције.

Галоа ово примењује на облик функције $V = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n$ где су x_1, x_2, \dots, x_n корени једначине алгебарске $f(x) = 0$. Кад се образује алгебарска једначина степена $n!$ (јер је толико могућих пермутација из n корена) чији су корени $V_1, V_2, \dots, V_{n!}$, а то су вредности од V за све могуће пермутације корена, и функција $\psi(V)$ нека нам значи скуп корених чинитеља степена V , и то само ових корена: V_1, V_2, \dots, V_v онда се корени једначине $f(x) = 0$ могу изразити рационално помоћу једног од ових корена: V_1, V_2, \dots, V_v и биће облика:

$$\begin{array}{l} R_1(V_1), R_2(V_1) \dots R_n(V_1) \\ R_1(V_2), R_2(V_2) \dots R_n(V_2) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ R_1(V_v), R_2(V_v) \dots R_n(V_v) \end{array}$$

Галоа је још знао да ако се једначина може решити квадратним коренима, корени морају бити рационалне функције два од њих и обратно. За једначине, које се могу решити, налазе се карактеристичне групе а за једначине петог степена је нађено да се квадратним коренима не могу решити (Абел).

Теорија је једначина јако усавршена (Бети, Кронекер, Сере и Жордан) и свезана је са теоријом супституција и група. Ако се пође од n величина x_1, x_2, \dots, x_n (не сматрајући то као корене), и утврди да је могуће $n!$ пермутација између казалака бројних $1, 2, 3, \dots, n$; па је $N = 1, 2, \dots, n$ онда имамо:

$$E_0, E_1, E_2, \dots, E_{N-1}$$

разних пермутација. Прелажење са једне на другу пермутацију бива помоћу супституција.

Жордан је обрадио теорију супституција. Групе је поделио на сложене и просте, групе транзитивне и примитивне. За једначине је сложених група нашао да се могу решити помоћним једначинама чији степен зависи од структуре група и да се једначине вишег од четвртог степена не могу решити једначинама нижега степена.

Абел је још ставио проблем: наћи све једначине датог типа, које се могу решити квадратним кореном и решио за специјалним случај и то без доказа. Галоа је нашао карактеристичне типове група једначина, које се могу решити а Жордан је довршио проблем налажењем свих ових група и услова да се једначине могу решити.

Створене групе и појам супституције од Галоа од великог је значаја био за анализу и геометрију (пројективну геометрију, модуларне, елиптичке, Абелове и Фуксове функције). Многим је важним математичким теоремама задатак испитивање и одредба партикуларних група и оних функција, које се намењују супституцијом ове групе. Сва је метричка геометрија традукција особина ортогоналне групе, чије су супституције истоветне са сменом променљивих у правоуглом координатном систему. Од значаја су групе за диференцијалне једначине, теорију бројева и служе као основ нове науке трансформационалних група (Софус Ли).

Диференцијалне једначине. Обичне диференцијалне једначине веза су између једне или више функција непознате

форме једне непознате реда n и променљивих. За оваке је једначине од вредности Кошијева теорема, да за њих постоји општи интеграл. Сваки систем једначина диференцијалних првога реда, који се може решити по изводима непознате функције, има општи интеграл, решење, где је свака непозната функција изражена као функција независно променљиве и толико произвољних констаната, колико има непознатих функција. То је смисао Кошијеве теореме и он се пружа и на једначине вишега реда, јер се ове своде на једначине првога реда, ако се изводи узму за непознате.

Ако је број констаната у интегралу мањи од броја непознатих функција онда се добивена решења називају сингуларним интегралима.

Раније су познати били интегрални извесних само типова и то најпростијих. Гледишта се на решавања једначина у прошлом веку јако изменила; с једне стране што се број одређених типова повећао, увођењем нових функција, а с друге што се је пришло изучавању особина интеграла и функција из природе самих једначина.

Теорија је линеарних једначина понајкомплетнија. За случај кад су коефицијенти извода стални бројеви, онда су решења дата у облику функције e (основице природног логаритамског система) и тај је случај потпуно решен. Решени су случајеви: 1) кад су коефицијенти нарочитог облика — Лежандровог типа; 2) кад су коефицијенти двогубо периодичне функције (Пикар); 3) кад су коефицијенти алгебарски полиноми (Халфен); 4) кад су полиноми Фуксове функције (Поенкаре). У последњем се случају, линеарне једначине ма кога реда своде увек на други ред, јер се инверзијом интеграла тих једначина другог реда и долази до Фуксових функција.

Нађено је да се из природе коефицијената диференцијалне једначине могу читати сингуларне тачке интеграла и наћи облик реда, у који се интеграл може развити. Ово је важно откриће јер се тим методом, и кад је немогуће тачно наћи интеграл (решити квадратуром), могу знати његове најважније особине.

Са линеарних диференцијалних једначина прелазим на једначине првога реда, ма кога степена првога извода.

Важан је метод за горње једначине Брио-Букеа испитивања аналитичке природе интеграла и сингуларитета. Споми-

њем да је овде примењен метод одредбе реда у који се интеграл може развити. Фукс је тражио услове да су критичке тачке интеграла независне од интегралних констаната. Поенкаре је показао за једначине које задовољавају Фуксове услове, да се интеграле или помоћу алгебарских функција или се свде алгебарским трансформацијама на једначине облика Рикатијева и интеграле са квадратуром. Под интегрални знак, у последњем случају, решења једначине не улазе нове функције сем оних које се јављају у коефицијентима једначина. Пенлеве је проширио метод Фукс-Поенкареа узев покретне критичке тачке са ограничењем да интеграл добија коначни број вредности око тих тачака. Пенлеве је нашао да интеграл општи не може имати покретних есенцијалних или трансцендентних критичких тачака.

За једначине ма кога реда и степена важна је теорема Пенлевеа да општи интегрални њихови могу имати покретних есенцијалних и трансцендентних критичких тачака, под нарочитим условом, које је он прецизирао.

Од вредности је за ову врсту једначина Пикаров метод узаstopних апроксимација, који може наћи увек примене ради приближне одредбе интеграла.

Поред горњих важних теорема долази безброј радова, који се односе на разне трансформације обичних диференцијалних једначина и проучавање специјалних типова и теорема за специјалне случајеве.

На горње се једначине свде обичне симултане једначине за које овде све споменуте теореме вреде.

Тоталне диференцијалне једначине су веза између функција, њихових тоталних извода и непознатих. Ове једначине имају интеграл под извесним само условима. За њих је од вредности теорема Пфафова (1814) о свођењу броја променљивих на број, који је за једницу мањи. Јакоби је пошао од Пфафове теореме и нашао њене примене код парцијалних једначина.

Парцијалне диференцијалне једначине су однос између функција непознатих и извода функција по непознатим. Изводи могу бити ма кога реда. У науци су од највећег значаја по примени парцијалне једначине, но на жалост и ма да се о њима доста зна ипак њихова партија ни из далека није свршена, нити ће се скоро свршити.

Коши и Ковалевска су показали егзистенцију интеграла парцијалних једначина под извесним условима. Кад се један систем једначина парцијалних да решити по изводима једне променљиве t , овај систем има једно решење или општи интеграл, где се непознате функције свде на арбитрарну за $t = t_0$.

Једначине су првога реда, са једном функцијом свршене. Раније методе Лагранжа, Кошиа, Јакобиа и Мајера обухваћене су методом Софуса Ли-а. Овај последњи са гледишта додирних трансформација, дајући смисао интегралима геометријски, полазећи аналогичом од геометрије n димензионалне, нашао је опште методе.

Теорија парцијалних једначина вишега реда са више непознатих има да се обради. Знају се интегрални линеарних једначина односно непознате функције и њених извода, кад су њихови коефицијенти стални. Решења су ова дата у облику редова или одређеним интегралима.

Лаллас и Ампер су дали методе за парцијалне једначине другога реда једне функције са две непознате у специјалним случајевима.

Општи случајеви ни дирнути нису јер нисмо у стању експлицитно наћи начин зависности симултаних количина од променљивих.

Кад имамо две или више парцијалних једначина са једном непознатом функцијом (симултане парцијалне једначине), обично су оне независне (*incompatible*) и за решење је њихово нужан извесан број услова.

Сем побројаних облика диференцијалних једначина има још: једначина коначних диференција, разних диференција и функционалних. Прве су односи између функција једне или више променљивих, тих променљивих и њихових диференција. Друге су веза између непознатих функција, њихових извода и диференција њихових. Треће су веза између непознатих функција. За последње нема никаквих општих правила. Прве се и друге могу само у специјалним случајевима решити, кад су линеарне и коефицијената константних и решења су им дата или одређеним интегралима или у облику редова.

Нова геометрија (Не-Евклидова). Геометрија је наука особина простирања и изучавање облика и величине материјал-

них предмета (Даламбер). Полазне су тачке извесне аксиоме које се не доказују због своје очевидности. Такви су јој постулати: о једнакости количина, које су једнаке трећој из које излазе пропозиције: једнакост свих правих углова, постулат паралелних, коенциденција правих, кад имају две тачке заједничке итд.

У прошлости се веку почело сумњати у истинитост постулата, нарочито пак у став о паралелним линијама. Тражио се доказ за збир углова у троуглу независно од става о паралелним линијама (Лежандер, Гаус, Швајкерт). Кад се директни доказ није могао наћи онда се изменила дефиниција правих и усвојило да се из једне тачке ван праве линије могу повући две праве које се са правом секу у бесконачности. На овај начин има бесконачно много правих паралелних из извесне тачке према датој правој и све те праве леже у нарочитом углу званом угао паралелизма (Лобочевски, Бољај). Овај је угао паралелизма зависан од одстојања тачке од праве и ако се то одстојање означаи са a , онда је угао паралелизма означен са u дат једначином:

$$e^{a/k} - e^{-a/k} = 2 \cot u$$

За сваку вредност k има се онда геометрија нарочите природе; за $k = \infty$ добија се обична Евклидова геометрија. Нова је геометрија названа пангеометрија, имаженерна, Не-Евклидова, апсолутна. Могућношћу да се постулати геометријски мењају геометрија постаје емпиричка (индуктивна) наука.

Са стварањем нове геометрије у вези је измена дефиниције праве. То више није линија истог правца између две тачке, већ најкраће одстојање између две тачке на ма каквој површини (геодетски влак). За дефиницију праве се уносе кинематички појмови. Кад се две тачке каквога тела утврде, па се тело помера да заузме све могуће просторе сходно свом положају, онда је место свих тачака овога тела, које се не креће правој линија.

Риман уводи n — координата за једну тачку и налази да је дужина линијска $ds = \frac{\sqrt{\sum dx^2}}{1 + \alpha/4 \sum x^2}$ где се \sum има узети

од 1 до n за dx и x . Ова многостручност ствара n — димензионалну геометрију из које се долази на обичну Евклидову, за

случај $\alpha = 0$. (α је константа многостручности). Кад је α негативно имамо Не-Евклидову, α позитивно Риманову геометрију. Ова последња везује постулат о паралелним линијама не за раван већ за сверичку површину и онда излази да на таквим површинама и нема паралелних линија.

Белтрами је унео полупречнике кривина и помоћу њих изнео однос између три врсте геометрија. За Евклидову геометрију површина је полупречника кривине нула, за Риманову сталне позитивне кривине а за Не-Евклидову је сталне негативне кривине (псевдо-сфера).

Клајн и Софус-Ли су разне геометрије свезали са теоријом форама (група) и нашли које трансформационе групе којој геометрији одговарају. Изнели су везу између појединих група и прелазе с једне на другу геометрију.

Разним овим гледиштима геометрија је добила у општости својих истина. Од једне само гране њене, каква је била Евклидова, начињено је безброј, али је у исто време изнета и веза између свих делова и показано које су од којих општије и како се специјално из њих изводе.

Примена је ових нових геометрија знатна по свима гранама математичких наука. Чињени су огледи са утврђивањем вредности механичких принципа за разноврсне геометријске системе и објашњена одступања где их је било. Смисао је n — димензионалне геометрије аналогичном протумачен из начина како би се и биће, које би појам имало само о дводимензионалним фигурама, могло попети до појмова о тродимензионалним облицима (Хелмхолц).

Општа аритметика (теорија бројева). Ова је грана науке највише обрађивана у прошлости веку. Конструкција целих бројева рачунским операцијама: сабирањем, одузимањем и множењем налази се у VII и IX књизи Евклида и придодата је као метод геометрији. Познате су неке теореме и раније биле али без икаквог доказа и органске целине. Најдаље је отишао у старо доба Диофант (III век по Хр.) проблемима неодређених једначина и теоријом полигоналних бројева, што је једино дело било за цео средњи век и са геометријом и астрономијом чинило квадривијум школастички. Још спомена заслужују дела Леонарда из Пизе и Истифела о аритметици, која се не удаљују од Диофанта, али су представници ове науке тога

времена (XIII век). После ренесанса (XVII век) појављују се величине значајне у нашој науци: Ферма, Валис и Њутн и откривају многе важне теореме од којих су већим делом без доказа икаквих. На ове ћемо теореме доцније доћи. У XVIII-ом и XIX-ом веку падају прави почеци теорије бројева као науке и једне од најважнијих грана математичких.

Теорија се бројева развила из проблема неодређених једначина. Наћи целе и позитивне корене тих једначина био је главни повод стварању нове науке. Од овога је става пошао Ферма а и Ајлер (1773). До Ајлера се све сводило на специјалне случајеве, а он је решењем два проблема: о потенцијама бројева односно остатака, што се при њиховој деоби датим бројем јављају; и о бројевима, који се дају представити сумом два броја, од којих је један квадрат а други производ из једног квадрата и датог каквога броја, отворио нове гране науке. Из првога се проблема развила доцније теорија индекса, биномних конгруената у опште а специјално квадратичних остатака; други је пак проблем повод теорије квадратичних форама. У Ајлорове се радове значајно помиње истраживање општих услова о томе да је један број прост, које још није потпуно решено, јер су све методе и сувише приметне и дуге. Са коначних је форама Ајлер прешао на бесконачне редове и показао како се преко њих може доћи до теорема теорије бројева.

Лагранж је дао општије методе од Ајлерових. Он је потврдио став Ајлеров о горњој граници броја решења биномних конгруената и нашао да вреди иста граница за произвољне полиноме; нашао је методе за број решења биномних конгруената; став о егзистенцији примитивних корена свих простих бројева; општу теорију квадратичних форама, коју је Ајлер знао за специјалне случајеве. Последњу, понајзначајнију теорему у теорији бројева, применио је Лагранж на одредбу делитеља датих бројева.

То је било стање опште или трансцендентне (Чебишев) аритметике у XVIII века до појаве Лежандра и Гауса, који радовима својим чине везу између прошлога и XVIII-ог века.

Лежандар је открио закон реципроцитета два проста броја из теорије квадратичких остатака и доказао исти став полазећи од једначине $ax^2 + by^2 = cz^2$. Применио је нађени став на квадратичне форме другога степена и одредбу целих квадра-

тичних форама. По Лежандру је улаз у теорију бројева после изучавања неодређених једначина другог степена. У делу своме *théorie des nombres* Лежандар је изнео потпуно теорију конгруенције, квадратичних остатака и квадратичних форама.

Гаус (*Disquisitiones arithmeticae*) је пошао од става конгруенције при извођењу закона реципроцитета. Он је напустио метод Лежандров и ранијих математичара, и омогућио изучавање неодређених једначина другог степена преко теорије конгруенца. Његова је данашња и симболизација у главном сва у теорији бројева.

Гаус је увођењем комплексних бројева $x_0 = x + iy$ проширио постанак целих и рационалних бројева. У обичној се теорији бројева радило са целим позитивним и негативним бројевима $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ који постају рачунским радњама: сабирањем, одузимањем и дељењем. Овим су бројевима додати бројеви, који се јављају деобом и називају се рационалним. За разлику од ових бројева, који дају бројно тело (Дирешле) првога реда уводи Гаус бројеве који су облика комплексних количина. Рачунске радње су и код ових бројева исте и називају се добивена бројна тела другог реда или квадратна тела.

Са појмом се броја отишло и даље. Алгебарски је број свака количина α која је корен једначине: $\alpha^r + a_1 \alpha^{r-1} + a_2 \alpha^{r-2} + \dots + a_r = 0$. Овде је r коначно а $a_1 a_2 \dots a_r$ су рационални бројеви. Цео је алгебарски број или цео број кад су $a_1 a_2 \dots a_r$ цели рационални бројеви иначе су бројеви разломљени.

Класификација је бројева још на апсолутне и релативно просте бројеве. У прве спадају они, који су само јединицом и самим собом дељиви а у друге два броја A и B који нису ни са собом ни са трећим дељиви.

Као што рекосмо задатак је теорије бројева решење неодређених једначина у целим бројевима. Те једначине могу имати више непознатих и бити разних степена и најзначајније су оне у којих је бар једна непозната првога степена. Једначине последњег облика чине проблеме најосновнијег и важнијег дела ове партије, који је познат под именом конгруенције.

Општи је проблем конгруенције испитати оне неодређене једначине, које се дају свести на облик $F(xyz \dots) = Au + B$.

А и В су одређени бројеви, F је позната функција. Горњој се једначини даје и овај облик $\frac{F(xyz) - B}{A} = u$ и значи наћи вредност за x, y, z, да је разлика F(xyz) — В увек дељива са А. Смисао се овог задатка по Гаусу изражава и оваком формулом $F(xyz) \equiv B \pmod{A}$.

Конгруенцијом се првога степена облика $ax - b \equiv 0 \pmod{p}$ може лако доћи до теореме Фермат-ове $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ где је а недељиво са р, а р је прост број. Конгруенцијом се вишега степена налазе границе броја решења и општи услови да решења постоје. У овом се делу долази до чувене Вилзонове, важне теореме: $(-1)^{p-1} 1 2 3 \dots (p-1) + 1 \equiv 0 \pmod{p}$.

Са конгруенца другога степена лако се долази до споменутога закона реципроцитета. Ако је дата конгруенца $ax^2 + bx + c \equiv 0 \pmod{p}$ услов је да се сведе на конгруенцу првога степена или да је $p = 2$ или а дељива са р.

Конгруенца $z^2 \equiv q \pmod{p}$ а ако $q \equiv 0 \pmod{p}$ (\equiv значи не постоји конгруенца) или нема решења или има два. Два решења има ако постоји: $q^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$ иначе не и q се зове квадратични остатак од р. Последњи се услов означава са $\left(\frac{p}{q}\right) = 1$ (Лежандар, Гаус). Кад се ово означање употреби онда је закон реципроцитета исказан односом:

$$\left(\frac{v}{s}\right) = \left(\frac{s}{v}\right) (-1)^{\frac{v-1}{2} \cdot \frac{s-1}{2}}$$

где су v и s непарни разни бројеви прости. Фактори облика $\left(\frac{q}{p}\right)$, којима смо се послужили за изражавање закона реципроцитета простих бројева важних су особина и чине важан део наше науке.

Специјалне су конгруенције $x^m - 1 \equiv 0 \pmod{p}$ познате под именом биномних и конгруенције $a^x \equiv A \pmod{p}$ за чије се решење полази од простијих, облика $a^x \equiv 1 \pmod{p}$ Из последњих се, тражењем вредности за x, које задовољавају споменуте конгруенције долази до теорије индекса.

Проучаване су многе конгруенције другога степена са две непознате облика: $x^2 + Ay^2 + B \equiv 0 \pmod{p}$, од којих су најпростије две $x^2 + y^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$, за које постоји једне решење

кад је p прост број. Из квадратичних форма $x^2 + Ay^2 \equiv 0 \pmod{M}$ долази се до израза $au^2 + zbuv + cv^2$, где су a, b, c дати бројеви u и v променљиви. Овим се изразима дају изразити бројеви изузимајући за u и v разне вредности. Посматрањем детерминанте $D = b^2 - 4ac$ горње квадратичне форме, и форма сличног облика, нарочито званих идентичних (које заменом u и v zgodним вредностима дају исте бројеве као и горња) долази се до важних ставова и термина, нарочито пак одредбе услова трансформације једне форме у другу.

Најважнија је употреба конгруенције на разлагање бројева у просте чиниоце. Број је познатих простих бројева одређен извесним условима и дат нарочитим изразима. Највећи је познат прост број био одређен раније по Ајлеру $2^{31} - 1 = 2147483647$ и вредио до половине прошлога века (1849) доцније су и други нађени. Методима општим за одредбу простих бројева конструишу се нарочите таблице, којима се служило, јер су ови методи сувише дуги и непрактични.

Примена је теорије бројева велика. Њене теореме нам служе као услови збирљивости неких аритметичких редова (Диршиле), као што се и из редова може до теорема из теорије бројева доћи. Тако, свака аритметичка постеленост $kx + m$, где је m први члан а разлика k садржи неколико простих позитивних бројева q , ако су k и m релативни прости бројеви. Ова грана математике даје нам простије методе за решавање неодређених једначина; начине за разлагање бројева итд.

Са теоријом бројева, коју сам у главнијим само тачкама додирнуо, завршујем преглед појединих грана математичких наука XIX-ог века и надам се да ће се читалац из ових принцијелних излагања моћи упознати са предметом наше науке и методима њеним прошлога века. Увидеће се прелази са једне на другу грану, њихова веза и главна садржина прогреса, која га одликује од пређашњих векова, где математика још није била издвојена у строго засебну дисциплину.

При изради сам се овога дела служио многим писцима, а главни ми је и повод и основ изради био чланак г. Умберта о математичким наукама прошлога столећа, у делу *Un siècle, mouvement du monde de 1800—1900*. Расправа ми је споменута била полазна с тога, што се иста не односи на све гране, које сам ја у својој расправи додирнуо.

VI.

**ПОЧЕЦИ РЕНЕСАНСА У ФИЗИЧКИМ
НАУКАМА**

ОД 1500. ДО 1600. ПО ХР.

У ово доба, дух људски на пољу науке, окован ауторитетом Библије и Аристотела, почео се самосталније развијати. Ниједна истина, за 15 столећа, која није могла наћи потврде у Библији или псевдокласичким делима старих философа, нарочито Аристотела, није смела бити прокламована. У почетку 16. столећа обновљеним преводима класичких писаца поправљене су многе заблуде, и то је био почетак појави познатој у историји под именом ренесанса. У исто време настају бољи тренуци и за физичке науке а у првом реду за физику. Велики број раденика на пољу физике у периоду од 1500. до 1600. год. имао је више да ради на утирању пута и задобијању замљишта на коме ће се физика доцније развијати и достићи онаке сјајне успехе, какве је учинила у столећу што је за овим дошло. Овај се век може назвати за физику прелазни век из мрачног средњовековног доба у новији, и за то ће за нас и интересан бити да га разгледамо.

Ослобођавање од средњовековних окова почело је у Италији, и ми ту налазимо највећи број бораца за истину. Вали овога бурног покрета додирнули су Немачку и Француску, које су преко својих људи јаког учешћа имале у овом прелазном периоду. Прва преко Коперника и Кеплера, друга преко Декарта учинише, да се земља која је 15 векова мировала, и звезде што их ангели на крилима држаху, покрену с места и ставе у вечити покрет; да мртва васиона оживи. Ови мислиоци први указаше на контрадикције између науке и Библије, између истине и схоластичког учења и тим припремише духове за велике историјске појаве какве су реформација и обраћање феудалног система. Колико важности има разматрање радова ових људи, да се извести поглавито из последица у културној историји, које су њиховим радовима изазване.

Овај се век почиње са *Леонардом да Винчијем*. Леонардо се родио 1452. год. близу Флоренције и свој је посао отпочео сликарством. 1480. год. виђамо га где за домини-
1452 — 1519.
 Леонардо да
 Винчи. канце ради своју чувену слику тајну вечеру. 1502. год. путовао је по Италији да размотри тврђаве за Валентина Бормију. 1507. год. занимао се око канала Мартесана у Милану. 1509. год. сазидао је канал Св. Христифора. 1511. налазио се у послу код краља Луја XII, а 1515. код краља Франца I у Милану. Остало је време пробавио код овог другог краља као дворски сликар, и пратио га је у Француску, где је и умр'о 1519. год.

Овај чувени сликар и практични инжињер одликовао се теоријским радовима не само на пољу вештина, већ и у математици, физици, астрономији и описним природним наукама. За Леонарда се не може само казати да је био човек, који се у многome разумевао, већ је свуда оставио трајна трага својим радовима; нарочито у физици је показао да је био велики мислилац и да је назорима својим цео век измакао.

Он је први скренуо пажњу да само филозофско размишљање у физици не може довести до резултата. Експеримент и математика, два су најјача помоћна средства физици којима је она у стању откривати истине.

Леонардо је први открио законе падања тела по стрмој равнини, и без доказа закључио да тело брже пада по извесном луку, но по тетиви тог лука. Он имађаше јасније појмове о слободном падању тела од својих савременика. Он је знао да брзина при слободном падању расте и то по аритметичкој прогресији. Проблем о полузи на коју силе дејствују под углом, он је решио узев да је у том случају крак полуге нормала на правац силе из тачке прекрета. У његовим се делима налази познавање капиларних појава, камере обскуре, да је око једна таква комора, о тежини ваздуха, итд.

Леонардова се дела из физике налазе у париској библиотеци.

На неколико година доцније излази на свет *Никола Коперник* (Copernigk) са својим делом о кретању небеских тела (*Nicolai Copernici de revolutionibus orbium coelestium libri sex*).

1543. Коперник, Никола Коперник родио се 1473. 19. фебруара (по старом) у Торну. Пореклом је Словен. Отац му је за рана умро, и брига о васпитању Коперникову пала је на његова ујака Лукас од Вацелрода, владике ермеландског. 1490. год. ступио је Коперник на универзитет краковски, где је пробавио четири године штудирајући медицину и математику. После овога остао је још неко време у својој отаџбини, из које је 1496. год. отишао у Болоњу. Овде је слушао астрономију код славног астронома Доминика Марије Новара. 1500. год. Коперник је држао предавања из математике у Риму. 1497. настојавањем његовог ујака било му је осигурано једно место у Фрауенбургу, где се је могао посветити сасвим својим штудијама. 1501. налазимо Коперника у Фрауенбургу, али више у намери да добије одсуство, које се је продужило до 1505. год. Од 1505. год. Коперник се стално настанио у својој отаџбини.

Коперник је започео своје прво дело о кретању небеских тела још 1507., а завршио га је 1530. За све то време нико није знао о томе његовом раду. Од 1530. почео је саоптавати га својим пријатељима. Он је потпуно уверен био о судару који ће се јавити између погледа његових на свет и оних који су онда у свету владали, те се је бојао да их преда јавности. Он сам вели да се је дуго двоумио да радове штампа, већ је по примеру Питагорејаца мислио да их само усмено саопшти својим пријатељима.

Пријатељи су његови успели да га натерају да своја дела преда јавности. Ретикус, професор виртембершки, допринео је те је Коперник публиковао своје дело о кретању небеских тела 1543, од ког је дела исти професор још 1540. год. први део (*narratio prima*) штампао. Јован Шонер, професор математике у Ниренбергу, водио је надзор при штампању споменутог дела Коперниковог. Коперник је исте године кад му се је дело штампало и умр'о 1543, 24 маја (по старом). Прве примерке свога дела добио је на самртничкој постељи. Он није опазио ни равнодушност са којом је свет у почетку дочекао његово дело, нити је доживео гоњења римске цркве, која су се у скоро после његове смрти јавила.

Коперник је дошао на мисао о хелиоцентричком систему, једно због велике компликованости у тумачењу окретања ва-

сионских тела по геоцентричком систему, а друго што је видео да стари Птолемејев систем долази у сукоб са основним законима физичким и астрономским. По систему геоцентричком земља је мировала, а сунце се је са осталим планетама и звездама окретало око земље. Коперник је овде наишао на сукоб са законима физичким, јер кад би се узело да је геоцентрички систем истинит онда би брзина небеских тела, што се окрећу око земље, морала бити огромно велика, пошто та тела свршавају своју путању за 24 сата. Он је узео да је кретање планета и осталих небеских тела привидно и да долази услед окретања земљиног око осовине; кретање сунца по еклиптици протумачио је окретањем земље око сунца. За остале је планете закључио да се и оне окрећу око сунца. Она прва два гледишта била су позната још Питагорејцима и Аристарху, и Коперник сам вели да му је било познато гледиште првих. Окретање осталих планета око сунца открио је први Коперник.

Коперников систем је имао још многе значајне промене да претрпи. У њему је било недостатака и астрономских и физичких. Поправке су се астрономске брзо извршиле. Коперник је увидео да осовина земљина при обртању земљином око сунца остаје сама себи паралелна и само се тим и може протумачити промена у годишњим временима. Још не беху онда познати закони механике. Коперник увиђаше, да земљина осовина мора са осовином еклиптике заклапати један и исти угао при окретању земље око сунца, и да је површина коју осовина земљина описује један конус; с тога је он узео да земља поред обртања око осовине и око сунца мора имати још једно треће кретање услед ког осовина земљина остаје сама себи увек паралелна. Последници су његови лако исправили овај недостатак у његовом систему и уклонили ово треће кретање. Коперник је учинио и ту грешку што је узео да су путање планета око сунца концентрични кругови. Посматрања путања планетских Тихо де Брахе-ом показаше да путање нису кругови и тек доцније Кеплер из посматрања и података Тихо де Брахе-а изводи да су планетске путање елипсе, које се круговима приближују.

Коперник није био у стању да протумачи кретање небеских тела. Никакву силу није узео у помоћ, већ по Аристотелу

и узе да је кружно кретање небеских тела око сунца природно кретање. Праволинејно се кретање тела јавља код тела снажно бачених и та се тела теже са једнородним да споје; тешка тела теже да се споје са земљом а паре са ваздухом. Коперник је био близу идеје о тежи, али је она чекала још дуго док се је открила. Коперник вели за тежину, да је то природна тежња коју је божје провиђење дало свим телима васионским, да се у једној целини и јединству одржавају. Ова тежња са спајањем у једну целину налази се на сунцу, месецу и осталим небеским телима, и узрок је те је облик тих тела кугласт. Коперник само да је узео да ова тежња постоји и између небеских тела, а не само између делова каквог небеског тела, открио би гравитацију. Како је Коперник овде само описао кретања а није их и протумачио, Птолемејеви принципи о тумачењу кретања су и даље владали. Савременици не разумеваху зашто оса земљина продире небески свод у истој тачци кад се земља окреће. Ово је Коперник рационално протумачио трдним одстојањем звезда и небеског свода, те је неприметно померање продира земљине осовине кроз небески свод. Привидно окретање небеског свода а непримећавање обртања земљиног објаснио је кретањем лађе поред обале. Путник у лађи не осећа да се креће, шта више чини му се да се предмети на обали крећу.

Коперникове су заслуге од неочењне вредности. И ма да у првим деценијама слабо продираху његове мисли, једно што свету беху неразумљиве, а друго што се свет лако не навикава на новине, ипак се њему мора одати достојно поштовање што је први ставио на здраве темеље астрономију, и што је обарањем старих погрешних гледишта на свет започео нову еру у историји човечанства. Читавих 100 година после његове смрти тек се је свет могао навикнути на то да се земља окреће, и да његове идеје и ван граница његове отаџбине нађу приврженика. Он је новим идејама први уздрмао свет и довео га до сумње у вредност класичких аутора и непогрешност ватиканску; и можемо рећи први је и припремио земљиште за цео онај колосални развитак што га је Европа после њега постигла.

Механика, као и остале физичке науке, јако је била заостала. Статика се је одржавала по Архимеду, али динамика

1501 — 1559.
Тартаља
(Tartaglia).

беше сасвим уназађена. Чувени математичар та-
лијански *Никола Тартаља* у своме делу *Nuovo*
Scienza (1537) изнео је први обраду неких дина-
мичких задатака. Он је испитивао путању бачених тела, и на-
шао је да је иста искривљена. По Аристотелу се узимало да
бачено тело иде прво по правој линији услед дате му снажне
брзине, за тим прелази у кружно кретање, и кад се кретање,
снажно први пут дато, изгуби сасвим оно силази опет по пра-
вој линији на ниже. Тартаља није устао са свим противу овога
мњења, узимајући да је путање баченога тела у почетку као
и при свршетку готово права линија. Случајно је нашао да је
пут баченог тела најдужи кад се тело баца под углом 45° , али
појмови о брзинама и облику линије бачених тела још не беху
рашчишћени.

Тартаља је пореклом од сиромашних родитеља. У младос-
ти није добио никакво васпитање и тек је у 14. години на-
учио читати. У 30. години нашао је метод за решавање једна-
чина трећег степена, о чему имамо доказа код Фере-а. Тај свој
метод он је несвесно нагласио такође чувеноме математичару
овога доба Карданусу, који га је усавршио и изнео под својим
именом. Због овога је Тартаља ступио у отворену полемику са
Карданусом и звао га на диспут у Милано, одакле је Тартаља
од ученика Карданусових нагнан био да се сели. Откриће Тар-
таљино и данас носи име Карданусово.

Сада долазимо на једнога човека, који се може назвати
у потпуном смислу енциклопедистом свога времена. Име је
тога човека *Јероним Карданус*. Он беше чувен:
1501.—1567.
Карданус. као математичар, физичар, природњак, филозоф
и лекар. Одан беше мађији као и алхемији. Час
плаховит на диспутима у нападима извесних теза, час пову-
чен, миран и равнодушан према свему што се збива. Смео ми-
слилац и филозоф а у исто време човек, који се враџбина и
мађија боји. Верује у судбину, предсказање и не верује ни у
шта. Склон да тумачи снове и да им верује и да истину истра-
жује најсуптилнијим методима математичким. Проводио је
живот час врло раскалашно, час се одевао у рите. За њега ка-
жу да је хтео све да зна и све да ужива. Осетљив према сит-
ницама, а у приликама равнодушан и гледа без икаквог
узбуђења кад му сина погубљавају. Због свега овога ње-

гови савременици имађаху и право што су га сматрали за лудог.

Радио је на свима наукама потпуно успешно. Једини беше који је смело покушао да стресе јарам ауторитета и што класичком добу објави рат. Дух му сопствен беше вођ у свему. Тај смели мислилац вероваше и у таку глупост, да је он у стању добити 1. априла сваке године с неба све што буде хтео. Причају да је умро у 75. години од својеволјне глади, само да би се једно његово пророчанство испунило. Мистички живот овога човека опомиње нас у многоне на Питагору.

Он је понајчувенији у математици. У његовом делу *Artis magnaе sive de regulis Algebrae* изложио је мало час споменути метод за решавање једначина трећег степена. Из физике су значајна дела *De subtilitate* 1552. и *Opus novum* 1570. Његови се радови из физике поглавито односе на механику. Он је поставио први питање о величини силе што ће одржати једно тело на стрмој равнини у равнотежи. Нашао је да је сила сразмерна са нагибом стрме равнине и за пример узео кад је нагиб стрме равнине 30° треба два пута већа сила но за стрму равнину чији је нагиб 15° .

И Тартаља и Карданус приближили су се јако закону о одношају сила на стрмој равнини али ниједан га није открио. Поглавити је узрок овоме био и тај, што се ниједан од њих није служио експериментом, а ово је карактеристично за XVI век у историји физике.

Карданус се борио против сколастичара. Устао је на Аристотела, али није отишао далеко од њега. У место четири Аристотелова елемента он узме само три: земљу, ваздух и воду — ватру је изоставио. Земља је сув, вода течан, ваздух најтечнији елеменат. Око земље се окрећу остали елементи, од којих је најбржи ваздух. Земља добија кретање од звезда, а вода од земље. Топлота није елеменат, то је само једна особина тела, хладноћа је одсуство топлоте.

Налазе се и чињена опажања код Кардануса, први трагови експериментисања. Мерио је брзину ветрова пулсом својим. Најбржи ветар прелази 50 корака у једном пулсу. Нашао је да је вода 50 пута тежа од ваздуха.

Из овога што рекосмо о Карданусу види се отимање духа од старих предрасуда; види се, како је спор пут о збацивању хиљадугодишњих окова, и како се тешко до праве истине до-

лази. Живот и рад Карданусов најбоље нам илуструје XVI век на пољу науке као један прелазни период.

Бернардо Телезијус из Консенце, оснивалац природњачке академије познате под његовим именом. Задаћа овој академији беше побијање вредности Аристотелу. Телезијус у делу *De rerum natura juxta principia propria libri IX* 1565. узимље примитиван флуид са двема особинама нетелесним: топлотом и хладноћом, за основ тумачењу природних појава. Средиште земље, као извор топлоте, извор је постанку многих бића по њему. Планетско кретање тумачи неједнаком топлотом неба. Звезде су топлије од места на којима нема звезда и отуд струја што крећу васионска тела. У делу *De colorum generatione* тумачи боје топлотом и хладноћом. Топлота је узрок белој, хладноћа црној боји. Остале боје постају, као и код Аристотела, мешањем ових двеју основних боја.

Флајшер. Одликовао се чистим физичким расправама. У делу *De iridibus doctrina Aristotelis et Vitellionis* излаже, да се зраци од којих постаје дуга два пута леме и једанпут одбијају при пролазу кроз капљицу. Само је узимао да се рефлексја не врши у истој капљици већ у оној што је до ње. Пречник дугиног лука износи 42° . Споредне дуге не објашњава. Јосиф Клихтхов (1543.) објашњава ову последњу појаву као слику главне дуге.

Францискус Мадроликус у делу *Theoremata de lumina et umbra* итд. 1575., објашњава појаву дуге. Овај је био пореклом Грк из Цариграда и побегао је од Турака у Месину, где се и настанио. Био је чувени оптичар свог времена. За рана се посветио свештеничком чину, и поглавито је у својој отаџбини изучавао математику. Највећи део његових радова је из математике. Дело о коничним влацима прославило га је и сматран је за највећег геометра 16. века. Није био срећан у објашњавању дуге. Узео је да се зрак у капљици одбија седам пута, а да се никако не лому. Споредне дуге тумачио је као рефлекс главне дуге.

Он се занимао испитивањем појаве преламања зракова кроз сочиво. Нашао је да лик од светле тачке постаје на не-

преломљеном зраку и то иза сочива. Жиче сочива није могао одредити, јер закон о индексу преламања није био познат. Знао је да лик постаје код сабирних сочива иза њих, код расипних не постаје лик, већ шта више она растурају зраке од светлих предмета. Нашо је да је дејство код оба два сочива јаче у колико су кривине веће. Знао је да је кристално сочиво у оку најважнији део и да скупља расуте зраке од предмета, те тако постају ликови. Кад се поквари кривина овог сочива наступа болест кратковидост или даљновидост, што се конкавним или конвексним наочарима може да поправи. О мрежњачи и сликама на њој Мадроликус није имао појма.

Од првих раденика на пољу механике је *Гуидо Убалди Марчезе дел Монше* са својим делом, *Mechanicorum libri VI*. У овоме се делу доста опажа зависност од Архимеда, јер Убалди беше ученик Командина преводаца Архимедових дела. Овде излаже Убалди Архимедове погледе на тела потопљена у воду; објашњује дејство пет механичких потенца Пипусових: полуге, катура, точка, клина и завртња, свдећи последње четири справе на полугу. Радови су Убалдијеви били од јаког уплива на његове савременике. Сам их Галилео спомиње и вели да се је њима много користио. Испитивања су Убалдијева из статике, ма да код полуге узимље у рачун и пут који краци описују. Старао се јако да геометрију примени на механику.

Убалди је пореклом из једне чувене талијанске породице. Из рана се посветио математици. Доцније је оставио отаџбину и отишао да се бори против Турака. 1588 године наименован је за генералног инспектора тврђава токсканских. У овом се је положају упознао са Галилејем. После се овога повукао на своје пољско добро и ту се је бавио науком све до смрти. Умро је 1607 год.

1580. година значајна је у физици што се је те године изнело подробније о особинама магнетске игле. Инглески морепловац Роберт Норман у делу *The new attractive* открио је нагиб магнетске игле према хоризонту и конструисао инклинациорум.

1582. година знаменита је са реформе календарске, коју је извршио папа Гргур XIII.

1580. Норман и Гргур XIII. 1582. Галилео 1583.

1583. Галилејева посматрања у цркви пизанској клаћења кандила и отуд мисао о одношају дужине клатна према времену клаћења, и извођење закона о клаћењу. На Галилеја ћемо се доцније вратити.

Један од најзнаменитијих раденика на пољу механике из овога века је *Стевин*. Мисли је своје изнео у делу *Beghinselen der Wegkonst.* (Принципи равнотеже). Симон Стевин је рођен 1548. год. у Бригу. У прво је доба био порезник у својој домовини па врховни надзорник радова на води и суву у Холандији. Умро је у Лајдену 1620 год. Његова су дела изашла 1634. под насловом: *Les oeuvres mathematique de Simon Stevin.* Излагање истина је код њега врло јасно, експериментима потврђено. Он се одликује од свију својих савременика и напоре се може ставити поред Галилеја. Статика Архимедова је радовима Стевинусовим готово завршена. Открићем закона стрме равнине и притиска течности статика је у опште постигла свој врхунац.

Стевин је открио став о паралелограму сила, и нашао тим принцип о слагању и разлагању сила. Општост овога принципа није извео Стевин, јер он познаје овај став само у једном случају, у случају равнотеже. Закон стрме равнине је открио. Он је први нашао да се силе на стрмој равнини имају као и стране стрме равнине на којима се налазе силе (терети). Ако је једна страна стрме равнине управна, онда се терет на косој страни стрме равнине има према терету на управној страни, као дужина стрме равнине према висини.

Стевин је испитивао притисак течности на дно суда и нашао га. Нашао је да у паралелоидном суду сваки део дна трпи притисак течног стуба што је над њим. Из овога се изводи да притисак течности на дно суда не зависи од облика већ од дна, и тај је притисак увек раван тежини течности што стаје у стуб, чија је основа дно а висина од дна до нивоа течности у суду. Ово се зове у физици хидростатични парадокс. Да би потврдио експериментом узео је судове разног облика, напунио их водом до исте висине и направио на дну исте отворе. Помоћу теразија показао је да је једна и иста сила нужна да отвори поклопац на отвору дна код свију судова.

Открио је притисак и на бокове суда. Нашао је да је притисак за правоугаону бочну површину раван тежини течности

што стаје у суд, чија је основа та површина, а висина половина висине течности у суду.

Равнотежу течности у комуникационим судовима тумачи Стевин зависношћу притиска на дно од дна и висине течности. Архимедов је принцип о телима потопљеним у воду разјаснио. Нашао је да тежиште тела што плива са тежиштем истиснуте воде телом мора бити у вертикалној линији на ниво течности, па да буде равнотежа; и да је равнотежа у толико сталнија у колико је прво тежиште више испод другог (Метациентар).

Јован Бабшиста Бенедети одликовао се више као динамичар. У делу *Diversarium speculationum math. et physicarum liber* посвећује једну главу механици. Код њега се налази појам о трењу, код тела не само у миру већ и у кретању; о дејству силе и у супротном правцу, али се сила још узимље по Аристотелу. Он примећује Аристотелу да није само сила којом се тело баца узрок путањи тог тела, већ и сила једна што је супротна првој. Он је тврдио да тела неједнаких тежина пуштена једновремено са извесне висине после истог времена падају на земљу. Тела што се крећу у круг, кад престане узрок кретању продужавају своје кретање правцем тангенте. Он је решио проблем о косој полузи, настав да се силе имају обрнуто нормалним одстојањима сила од тачке прекрета.

Бенедети беше пореклом Венецијанац. У млађим годинама није се васпитавао. Прве књиге Евклидове у преводу Тарталином су га прве покренуле на рад. 1553., у својој 24 години излази на свет чувеним делом *resolutio omnium Euclidis problematum aliorumque una tantummodo circuli data apertura*. Овде излаже решавање свију Евклидових проблема једним само отвором шестара.

Физика се у овом добу још учила по Аристотелу или по нешто из Архимеда. Радови свих поменутих раденика па и Бенедетија нису се у ово доба ценили, у толико више његови што беше чувен као полемичар и непријатељ Аристотелов. Умро је 1590. као математичар херцега савојског.

Можда нико у овоме веку није ни слутио какав ће се преображај извршити радовима на пољу науке, што их пре-

1588. Тихо де Брахе. Ђосмо површно доведе. Велике истине откривене Коперником не нађоше сјајна одзива, и ван Немачке, па и у њој у малом кругу пријатеља Коперникових, немаше приврженика. Четрдесет и пет година прошло је од издања Коперникових дела и она у место да нађу следбеника најлазе на страшан отпор од самих астронома. Велики астроном на кога сад прелазимо био им је јак противник својим особитим сунчаним системом, који је са њим и узумро, јер не беше на здравом темељу постављен.

Тихо де Брахе. 1588. године на својој опсерваторији у Уранијенбургу започе штампање дела *De mundi Aetherei recentioribus phenomenis liber secundus* које је дело тек 1602. довршено у Прагу. У овом делу излаже Тихо свој систем, којим замењује Коперников.

Тихо де Брахе родио се 1546. као син једног шведског племића. 1560. ступио је на универзитет копенхагенски да пожељи своје породице штудира права. Да није био наклоњен овим наукама види се из тога, што је се по доласку у Лајпциг одао искључиво астрономији 1562. Његови се сродници љутили, што се као племић одаје неплемићским студијама и одреку му сваку помоћ. Стен Бил, његов ујак, био је једини који га је потпомагао, и који му је доцније по повратку његовом у отаџбину, сазидао једну опсерваторију и хемијски лабораторијум на своме пољскоме добру. Он је нашао да се плава крв неће прогрушати ако се ода науци, и да ту може више користити но сатирањем времена у лову и беспослици, како обично племићи и живе.

Тихо де Брахе чувен је као велики посматралац. Прво га прославило откриће једне нове звезде јасније од Венуса 1572, која је доцније ишчезла. Кад је 1574. држао у Копенхагену предавања из астрономије и био представљен краљу Фридриху II-ом, овај му је поклонио острво Ивен (Hiven) у каналу Категату, сазидавши му чувену опсерваторију 1576.—1580. познату под именом уранијенбуршке.

Посматрања Тихо де Брахеа врло су прецизна. Он је био и велики механичар и први је увео таблице за коректуру погрешака, које долазе при посматрању од несавршености инструмената.

Од 1576.—1597. Тихо је посматрао небо у кругу великог броја ученика у Уранијенбургу. По смрти Фридриха II. по-

Дожај Тихов у Уранијенбургу није био сигуран. 1597. год. оде у Копенхаген, где му непријатељи забранише употребу његових инструмената за посматрање; с тога оде у Росток. 1599. год. опријатељио се са царем Рудолфом и оде у Праг као царски астроном, астролог и алхемичар. За долазак добио је 2000 дуката, а плата му је годишња била 3000 форината, имао је кућу у Прагу и замак Бенах до Прага. Најважније што је овде добио то је Кеплер, кога је узео за асистента. 1601. 24 октобра умро је Тихо, после једне гозбе.

Тихо се одликовао скупљеном масом чињеница из посматрања. Резултате из ових чињеница извео је његов асистент Кеплер и тим поправио Коперников систем. Тихо је на основу својих посматрања опажао велике недостатке у систему Птолемејевом. Налазио је да је много згоднији Коперников систем али се није могао сложити са окретањем земље.

Замерке Тихове на Коперников систем су ове: 1) Кад се земља окреће, зашто камен пуштен са каквог торња пада на подножје истог. Механика је онда, као што видесмо била у развоју. Коперник је сам ово бранио тим, што се сва тела на земљи крећу заједно са њом. 2) Земља је тешка, незгодна да се покрене, док је код звезда сасвим друго: оне су згодне за окретање. Ротман приврженик Коперников одговорио му је на ово. Земља се може тим пре кретати, јер је по подацима Тиховим мања од Сунца 140, Јупитер 14 и Сатурно 22 пута. 3) Кад се Земља тако дуго окреће око Сунца, онда треба непокретнице да промене своје међусобне положаје (привидно) а то не стоји. На ово је дат одговор још од Коперника. 4) Није могуће наћи силу, што би Земљу увек паралелно одржавала при кретању. 5) Библија се противи обртању Земље на месту, код Јозуе 10, 12.

Он је створио помирљив систем. Узео је да се Сунце и Месец окрећу око Земље, а остале планете око Сунца. Нешто из Птолемеја, нешто из Коперника. Медлер вели да је овај систем недостојан великог Тихо де Брахеа. Други астрономи узимљу да је овај систем напреднији од Птолемејевог, а не савршен према Коперниковом.

Тихо има заслуга са овим системом. Он је оборио Птолемејев а припремио земљиште Коперниковом. Слава Тихова пронела је његов систем кроз цео свет; он је био примљен пре од Коперниковог, и с тога Птолемејев и пао.

Само његов асистент, велики Кеплер, није се могао сложити са системом свог учитеља, с тога га је Тихо до своје смрти гонио да пристане уз његов систем, који има тако велике сличности и са Коперниковим.

Тихо де Брахе припада сав астрономији, физици припада погледима својим на комете и астрономску рефракцију. За комете се држало дотле да припадају нашој атмосфери, према томе су долазили у физику, из атмосфере их је отерао Тихо, а према томе и из физике.

Једна најчудноватија личност овога века: пола дилетант пола научар, јесте *Ђамбашиста дела Порта* Његово најзнатније дело је *Magia naturalis sive de miraculis rerum untaralium libri XX*. 1589. Порта је био (1538. до 1615.) богат неапољски племић, који се понекад поред свог разноструког занимања, бавио и физиком, више из дуга времена. Много је путовао, дружио се са чувеним људима, прикупљао истине, штудирао класичке природне науке и у једном делу изнео све сакупљене ствари у своме веку. Но он се одликује од обичног сакупљача, он се појављује као експериментатор и тим обogaћује физику многим открићима. Његови радови немају прецизности, јер је његово знање површно, математичко му је знање потпуно недостајало, строго филозофско око није имао.

У делу *Pneumaticorum libri III* износи предлог о могућности воду да преведе преко брда. За ово му је нужна само једна цев, која ће спроводити воду преко брда (кракасти натет). Порта би се уверио да ово није увек могуће, и чим би брдо било више од 32 стопе, експериментат му не би испао. Своје дело Мађија свршио је у 15. години Порта (1553). Математичар Брандес за ово дело вели да је најглупље што га је икад видео. Порта описује у своме делу једну лампу, којом може присутнима да начини коњску главу од њихове. Сличних је експеримената пуно ово дело и с тога је било преведено са италијанског на француски, шпански и арапски.

Најзнатнији део из *Magia* је оптички. Овде се налази опис мрачне коморе. Порта вели кад се кроз отвор на капку замрачене собе пусти светлост, онда се на заклону у соби виђају предмети, који се налазе пред отвором, само изокренути. Откриће овога приписује Леонарду да Винчију. Доцније изда-

1589. Порта
Magianaturalis

ње Портиног дела садржи поправку мрачне коморе. Он вели да се ликови јасније виђају у комори, кад се на отвор метне једно сабирно сочиво. Ово он пренаша на око, пупилу, сматра за отвор, кристално сочиво узимље за заклон. Ово последње је велика грешка Портина. Он лепо објашњава виђење једног предмета са два ока, и вели да се увек само са једним оком види: са левим кад је предмет у лево, са десним кад је предмет у десно.

Он је знао да се сабирним сочивом јасно виде ликови удаљени, али од тога није учинио употребу, и с тога се не може сматрати као проналазач дурбина, као што неки узимљу.

Порта налази да је жижа код издубљених огледала на половини полупречника кривине, и ово је добро. О сочивима зна само да је жижа иза њих и ништа више. Жижу он зове *punctum inversionis imaginum*, с тога што сочиво и огледало дају неизокренуте ликове од предмета између жиже и сочива или огледала, а изокренуте кад су предмети с друге стране жиже.

Порта је вршио и магнетска испитивања, да једноимени полови одбијају а разноимени привлаче. Превлаком магнета преко гвожђа добија се од обичног гвожђа магнет, чији су полови обрнути половима магнета којим је превлачено то гвожђе.

Порта је доцније у Напољу основао као неку научну академију (*academia secretorum naturae*). Ова је академија престала чим је Порта био позват да одговара пред инквизицијом због мађије и надприродних вештина. Порта је по карактеру сличан Карданусу и из прошлога века (1493.—1541.) Филипу Ауреолусу Теофрастусу Бомбастусу Парацелзијусу. Сва тројица чудновати људи, али од великог значаја сваки посебице у својој струци.

1590. Галилеова
опажања слободног
падања
тела.

Галилео показује да тела не падају брже у колико би тежа била. Посматрања вршио на косом пизанском торњу.

1590. пада откриће *микроскопа*. Ово је откриће везано за име *Десмициануса*, члана лицејске академије. Посматрања микроскопска почињу од Хука, Леуенхека и Хартсекара (1670.). Стелути је још 1625. вршио микроскопска посматрања над деловима пчеле.

1590. Откриће
микроскопа.

1550—1600.
Гордано
Бруно.

доминикански калуђер на кога сад прелазимо више
филозоф но физичар. Ми га спомињемо за то што је радо-
вима својим допринео да се нове идеје на што већи
круг распростиру. Он је велики био борац проти-
ву црквене стеге и окова ауторитетских. Посма-
трање његовог живота од интереса је што лепо илуструје жи-
вот 16-ог века.

Гордано Бруно рођен је 1548. у Нони близу Неапоља. Не зна се кад је ступио у доминикански ред, али ту није могао остати због сумње, која се у њему породила у ауторитет Аристотела и трансупстанције. За тим је отишао у Женеву, где није могао остати, јер није био калвинист и би принуђен да иде у Париз. Хенрих III. га је заштићавао од насилног гоњења да иде на службу божју, али рђаво расположење његових колега ватрених поборника Аристотелових отера га у Енглеску. Ту је разлагао јавно своје погледе против Аристотела и Птолемеја, јер казна за неслагање са Аристотелом беше врло мала, пет шилинга. После овога се врати у Париз нападајући жестоко Аристотела и износићи ново гледиште да се земља обрће око своје осовине. Ово га отера из Париза и он преко Марбурга и Витенберга дође у Хелмштед, где је добро био примљен од херцега брауншвајшког. Овде се мало задржао и наскоро оде у Франкфурт, а одавде на позив једног Венецијанца у Венецију. У Венецији га шчепа инквизиција и после дугог затвора буде од инквизиције спаљен у Риму.

Он је велики као филозоф. За природну филозофију има велике вредности. Лајбницов систем монадолички, теорија Декартова с вихорима, налазе своје почетке код Бруна. Он је заслужан што је међу првима што су примили систем Коперников, и што је био ватрени бранилац његов. Још 1584. год. пристао је уз Коперника и разрадио његов систем на свој начин. По Бруну су све звезде сунца. Свака је од њих центар систему, као што је и наше сунце. Светова по њему има врло много, па и живот је у васиони свуда могућ а не само на нашој земљи.

Поред Галилеја, кога смо на два места споменули у овоме веку, а који својим радовима припада 17-ом столећу, долази и
Кеплер Радови Кеплера припадају следећем столећу, али неки долазе при крају овог столећа, те
1596. Кеплер.

Немо и о њему овде само толико говорити колико се може односити само на његове радове из ове периоде. 16. се век почиње са великим Коперником а завршује почецима два тако исто велика човека: Кеплера и Галилеја, који се могу назвати везом прелазног 16-ог и обилатог, пречишћеног 17-ог столећа. Ова се два последња мислиоца могу назвати кристалима, што су из хаотичке масе 16-ог века, из доба борбе и препорођаја, кристалисали, да буду центри око којих ће се искупити раденици потоњег времена.

Дело Јована Кеплера из ове периоде је: *Prodromus dissertationum cosmographicarum continens mysterium cosmographicum de admirabili proportione coelestium orbium, deque causis coelorum numeri, magnetudinis, motuumque, periodicorum genuis et propriis, demonstratum per quinque regularia corpora geometrica.* Тибинген (1596.).

Сви радови Кеплерови од 1571. до 1630. припадају 17-ом столећу. Једино споменути рад различитији је од осталих његових радова, јер носи на себи отисак нешто мистицизма 16-ог века. Овде се Кеплер показује као мистичар Питагорејац. Кеплеру је било 25 год. кад је штампао споменуто дело. Учитељ Местелин је покренуо Кеплера на изучавање математике и астрономије и осигурао му место професора математике и морала у Грацу. Овде је штампао Кеплер 1594. год. један календар, а две године доцније споменуто дело *Prodromus* издато 1596. Оно садржи закон одстојања до тада познатих пет планета по Копернику.

Ако се око сунца замисли једна кугла, која пролази кроз Меркур; око ове кугле правилан октаедер и око овог једна кугла онда се на њој налази Венус. Продужи ли се ово и даље и око последње кугле опише икосаедар и око њега кугла онда се на њој налази земља. Даље на сличан начин ово продужено иде овим редом: додекаедар кугла, тетраедар кугла, хексаедар кугла. Остале три кугле пролазе кроз остале три планете: Марс, Јупитер и Сатурн. Ово је Кеплера доцније навело на откриће његових знаменитих закона, ма да споменута горња теорија сама по себи нема никакве вредности. Ово је дело значајно што полази од Коперника. Кеплер је због овога гоњен од свештенства, и као што нам је познато он је нашао склоништа код Тихо де Брахеа, са којим се такође није могао слагати.

Закључак

Дошли смо до краја 16-ог столећа. Ако размотримо све шта је учињено наћи ћемо да чисто физичких открића нема великих. Велика мисао Коперникова припада више астрономији. У овоме веку природна филозофија, математика и физика још се нису спојиле, метод експериментисања строго још није заведен; Аристотелов је ауторитет само уздрман али није потпуно срушен; многи научари желећи да га се отресеу или се враћају на Аристотела или полазе од њега.

Идеал физике, да се природна филозофија, математика и посматрање споји извршило се тек у 17-ом столећу. У ово прелазно доба 16-ог века, једно се другом приближавало, нешто се тек рађало. Ниједан мислилац 16-ог века није сва ова три својства једног физичара спојио у себи; а где ово није случај ту мора бити застоја, где се пак ово деси ту видимо одмах посао једнога генија. Галилео, кога споменусмо на два места у овој периоди, јавља се као такав геније у следећем веку и отвара нову еру епохалну у историји физике.

[Ова глава из историје физике израђена је по Ferd. Rosenberger-у].



VII.

**ИНВЕРЗИЈА ИЛИ РЕЧИПРОЧНОСТ
У НАУКАМА ЕГЗАКТНИМ**

I.

Ако се погледа у предмет, којим се ма која наука егзактна бави, налазимо да свака има као задатак испитивање појава ради налажења закона, или да пронађеним законима објашњава појаве. Први је посао реципрочни другог и обратно. Довољно је познавати законе извесне, па бити у моћи протумачити појаве, или испитивањем особина појава, под променљивим узроцима, па докучити сталност (законитост) између узрока појаве.

Пут којим се ишло до налажења закона био је из посматрања појава, као што су се многе појаве објасниле нађеним законима из примене њихове у специјалним случајевима. Тако ликови у равних огледала протумачени су законом између упадног и преломног угла зракова светлосних, а исти закон објашњава безброј других феномена: топлотних, електромагнетских, звучних итд. Закон је гравитације изведен из посматрања кретања небеских тела а, примењен као познат, тумачи хиљадама других појава из разноврсних области.

Закони се природни обележавају као стални односи између извесних мерљивих елемената. Рекох мерљивих, јер иначе не може бити упоређивања, ако се елементи не могу ничим срањивати. Између тих елемената постоје извесни односи, који се могу поделити у две категорије: на односе независне од природе посматраног појава и односе који носе на себи обележје дотичног феномена. Први су односи између чисто математичких елемената, други између математичких и физичких (да тако назовем оне елементе који собом уносе природу феномена). Тако, ако посматрамо ма који проблем механике, физике, хемије или друге природне науке, он се може сматрати у крајњим узроцима као функција: масе, времена, и координата тачака. Маса садржи у себи појам материје, време је елемент

прапроменљив као и материја метафизичке природе, елементи остали су чисто математичке величине, јер се њихове вредности налазе упоређивањем. Ако се маса замени производом из запремине и густине а уз то време узме као променљива континуирна математичка количина, густина стави равна јединици, онда је свака појава представљена као функција чисто математичких елемената и цео је посао сведен на програме математичких функција.

Оваквим свођањем и став о реципроцитету добија овај облик. Сваки је појав функција од n елемената. Ако су познати тих n елемената и односи између ових извесни, онда је облик функције познат; ако се зна облик функције и односи између елемената, онда се посебице могу елементи одредити; или ако су елементи одређени, онда се односи између тих елемената (закони природни) могу наћи. Због овога ћемо прећи на испитивање примене става о реципроцитету код чисто математичких функција, пошто је из ранијег јасна примена свих математичких ставова на тумачење других феномена.

II.

У математици су најпростије реципрочне количине оне чији је производ раван јединици. Ако је a дата количина, њена је реципрочна $1/a$. Ако са најпростијих количина пређемо на функције, онда је реципрочност изражена другојачије. Сматрајмо функцију као алгебарску једначину. Познато је да су елементи једначине њени корени, сачиниоци су функције корена. Ако се сваки сачинилац представи као функција корена, онда имамо читав низ једначина у којима је показана зависност сачинилаца од корена, а у исто време и њихова реципрочност. Покушамо ли пак изразити корене сачиниоцима, онда имамо реципрочне функције првих и став о реципроцитету није више тако прост као раније.

Узели смо једначине као најпростије функције и то алгебарске. Пођимо од једначина где је број корена бесконачан. Код оваквих једначина као и код првих између корена и сачинилаца постоје извесни односи, сачиниоци су функције корена, корени реципрочне функције сачинилаца. Овакве се

једначине називају редовима и сваки се ред може сматрати и обележити краће као функција између непознате по којој је ред развијен и познатих сачинилаца. Ако се ова функција представи извесном количином па се тражи сад обратно непозната по којој је раније функција развијана да се представи редом по количини којом смо обележили функцију, онда је овим у најопштијем виду представљена реципрочност између чисто алгебарских количина.

Реципрочност је у геометрији најлепше представљена у овоме. Свака се линија може сматрати као геометријско место тачака или реципрочно као анvelopа правих. Ако се у ставовима аналитичким координате тачака смене координатама правих, онда се свима нађеним теоремама у геометрији тачака налазе реципрочни ставови у геометрији праве. На овај се начин дуплира број ставова геометријских или краће број се свих ставова може преполовити.

III.

Показана је реципрочност између елемената и функција математичких састављених из тих елемената. Резултат је општи свега био да се ставом о реципроцитету огромност науке своди на половину. Довољно је сваки састав протумачити реципрочно па наћи два пута више ставова.

Могућност реципрочности међу елементима оснива се на реципрочности међу операцијама математичким.

Најосновније су операције математичке одузимање и деоба. Ако се количине математичке упоређују, прво је што се пита, колико је јединица која од које већа или мања или колико пута. Реципрочна је операција првој сабирање, другој дељење. Ставом се реципроцитета четири основне радње своде на две. Све се друге операције могу свести на ове четири односно две. Степеновање је једнако са множењем. Кореновање је реципрочна радња степеновања — односно дељење. Логаритмисање је радња сложена а обухваћена у кореновању и не може се схватити као реципрочна кореновања, већ као решење једначине по извесној непознатој тј. реципрочна извесне друге радње простије.

Показаним радњама, као и другим, до којих ће се доћи у току развића наука, налазе се односи између математичких количина. Ти се односи зову једначинама (функцијама). Једначине су односи између познатих и непознатих количина. Наћи непознате (корене) из сачинилаца реципрочно је проблему наћи сачиниоце кад су корени познати. Док је могућност другог проблема јасна, дотле је реципрочан проблем готово немогућ због недовољности познатих рачунских операција — односно функција нових (трансцендената). Ово најбоље показује зависност реципрочних проблема од математичких операција, и ми се само на овоме доказу заустављамо. Ако се са једначина пређе на редове, онда нам извесне групе редова обележавају нарочите функције, које се зову трансцендентама а њихове инверзије функцијама дотичних трансцендената. Проучавање особина често је лакше на инверзним функцијама но обично, некада то није случај. Овде сам употребио реч инверзију уместо реципрочности, што се згодније може употребити за математичке операције ма да су то синоними.

Ако се узме функција зависна од променљивих количина па се подвргне диференцијалним променама, реципрочност добија сасвим други вид. Наћи диференцијалне промене извесне функције проблем је одредити нову функцију, која се из старе добија кад се променљиве смене диференцијалима; инверзни је — реципрочни — проблем: из диференцијалне промене наћи основну функцију у којој би ваљало извршити промене на променљивим, да би се добила диференцијална функција. Ова се реципрочна радња зове интегралчење. У диференцијалном рачуну став реципроцитета изражен је у проблему: наћи интеграл извесног диференцијалног израза, или реципрочно наћи извесној функцији (интегралу) диференцијални израз.

Ако са гледишта диференцијалног рачуна хоћемо да уђемо у став реципроцитета и да му дамо општу дефиницију у примени за математичке проблеме, онда ваља од овога поћи. Сваки израз математички, између познатих и непознатих количина, био он прост алгебарски (алгебарска једначина) или трансцендентан (где долазе и сви редови), није ништа друго до интеграл извесног диференцијалног израза. Наћи том изразу математичком, који се сматра као интеграл (одређени или

неодређени), функцију диференцијалну јесте једини и најопштији проблем математички. Инверзни проблем првога је овај. Ако се сваки израз математички узме као извод извесне функције, онда је интеграл тог израза једнак са функцијом диференцијалном, чији нам извод даје основни израз од кога смо пошли. Наћи диференцијал извесном изразу један је вид општег проблема а други је инверзни првога: нађеном диференцијалу наћи интеграл.

Овим двама општим методама инфинитезималног рачуна најбоље се илуструје примена става реципроцитета у математици.

Као што је применом става реципроцитета у математици коначних променљивих (код једначина обичних) општи проблем налажења сачинитеља из корена увек могућ а немогућ инверзни, налажење корена из сачинилаца, тако је готово исто са проблемима вишег рачуна. Наћи диференцијал извеснога израза је готово увек могуће кад нам је израз дат, а обратно из датог диференцијалног израза наћи функцију из које смо добили наш диференцијалан израз, дакле инверзни проблем, у безброј је случајева немогућ. За решење инверзног проблема основном проблему у оба дела математике, у делу коначних и бескрајних количина, има несавладљивих тешкоћа. Исте те тешкоће с даном све више отклањају у колико придолази откриће све већег и већег броја нових трансцендената (односно нових математичких операција). На тешкоће у примени става о инверзији вратићемо се опет.

Заплетеност у примени става инверзије у вишем рачуну излази на видик, ако са простих диференцијала и интеграла пређемо на односе извода између извесне функције или извесних функција, ако погледамо у тако зване диференцијалне једначине. Најопштији би проблем математички онда био однос између непознатих и сачинилаца, које су функције тих непознатих, као што је то у једначинама изражено, већ однос између функција непознатих и њихових извода — односно диференцијалних промена. Из диференцијалне једначине, једне или више њих, наћи функцију, односно функције, које дату једначину — е задовољавају био би најопштији инверзни проблем основног проблема: наћи диференцијалну једначину, коју извесна функција задовољава. Последњи је проблем готово увек могућ, док је његов инверзни могућ под из-

весним условима и ограничењима, али у опште за сада још нерешен потпуно. Тешкоће су и овде посве још несавладљиве.

Обична једначина алгебарска може се сматрати аналого диференцијалним једначинама где су функције које њу задовољавају сачиниоци њени или корени, који су у ствари функције сачинилаца. Могуће је решење једначине да се нађу сачиниоци кад су корени познати, али одредити корене као функције сачинилаца проблем је у опште немогућ према данашњим познатим облицима функција, односно математичких операција.

IV.

Из показаног јасно је да сви делови математике нису ништа друго до примена основног става реципроцитета. Нећу се заустављати више на његовој примени у математици, јер ми то овде не допушта место. Прелазим на примену његову у другим наукама.

Казали смо у почетку да се егзактне науке свODE на математику. Дати изразу математичком примену у физици, механици, хемији итд. значи овим односима, бројевима, количинама до којих се дошло упоређивањем, мерењем и др. придати за сваки специјалан случај нарочиту вредност. Тумачење се свих физичких појава обично своди на тражење механичких узрока, на тумачење законима и ставовима механике. Где је ово постигнуто ту је за данас и наша радозналост задовољена. Пређимо с тога на механику, да видимо каква је примена нашега става у њој.

Механика се у опште дефинише као наука кретања. Најопштије механичке једначине имају само два елемента, независно променљива и од себе независна, нова, са којима математика није рачунала. Ти су елементи маса (материја) и време. До елемента се масе и времена долази опажањем. Прелазим преко њихове метафизичке природе. Спомињем да између тих елемената не може бити реципрочности, јер су један од другог посве независни, а из примене става реципрочности у математици јасно је да где нема функционалне зависности међу елементима не може бити ни питања о примени става инверзије.

Сложени су елементи механички: брзина, убрзање, пут, сила и др. Маса, време и елементи, којима се одређује положај тачака, односно елементи просторни склапају једначине механике и оне носе на себи тип функција математичких. Могућност уједначивања (склапања једначина) између механичких елемената излази из принципа о акцији и реакцији и о ленивости. Оба су ова принципа производ искуства. Могућност мерења (релативно упоређења) како метафизичких елемената, масе и времена, тако и математичких количина које улазе у састав сложених елемената механике, уз припомоћ примене два горња принципа даје нам једначине механике у облику математичких функција.

Према овоме математичка реципрочност вреди посве за механику гледајући на њене елементе са чисто математичког гледишта, ма да реципрочност може и овде имати и има свој одређени вид зависан од природе механичких проблема (појава).

Из примене полазног принципа о акцији и реакцији долазимо до основне једначине динамичке, до односа између силе, масе, и убрзања. Из исте једначине можемо доћи до свих ставова механике чистом математичком анализом не уносећи ништа са стране, али од свих ставова узимамо најопштији а то је став о односу рада према кретању које производи, пошто исти став акумулише у себи све ниже ставове. Рад је сложен елемент између силе и пута на коме је она дејствовала, а кретање које је тај рад произвело функција је брзине и времена у коме се до оне брзине дошло, односно масе која се кретала. Најопштији проблем механике био би изражен једначином где је с једне стране израз између силе и пута, а с друге између брзине и масе. Налажење елемената исте природе с једне и с друге стране једначина осигурава примену става реципрцитета, и он би овако гласио за најопштији проблем механике. Ако је позната сила и пут на коме је она дејствовала, у стању смо наћи брзину масе која је била изложена дејству силе (односно облик путање по коме се маса кретала) и обратно. Немогућност или могућност решења инверзије у овоме случају зависи од могућности или немогућности примене става инверзије на чисто математичке функције. Колико напредак у математици олакшава решење овог инверзног проблема, у толико ће он бити примењен и у механици.

Одмах би могли прећи на примену нашега става и у физичким наукама. Тумачење је физичких проблема сведено на тражење механичких узрока феноменима, управо на то да ли се може или не може протумачити каква појава физичка законима механике. Најопштији проблем физички био би идентичан са најопштијим проблемом механике. У физици се овај најопштији став огледа у остварењу принципа о живој сили (односу између кинетичке и потенцијалне енергије). Сваки би проблем физички имао да гласи: да ли се између узрока физичких (названих сила) и ефеката њихових (манифестованих у брзинама масе) налази у једначини исказан или не принципи о живој сили, принцип о одржању енергије. Инверзија је овога: ако се став о конзервацији енергије постави између узрока и њихових ефеката, какве промене бивају у физичким појавама услед извесних промена на ефектима или узроцима?

V.

Ако погледамо на развој појава у природи, независно од наука које их испитују, онда се у њој из појаве стварају појаве, сматрајући и све узроке природних појава, као феномене, а не као одвојене елементе на које их наука разлаже ради лакшег проучавања. У природи нема одвојено ни брзине, ни времена, ни масе, ни силе, нити ичега онако како то при проучавању излажемо. Има само односа између свих тих елемената што зовемо појавама — има функција између елемената. Општи проблем физичких наука, тражење примене принципа о конзервацији енергије, гледан одвојено од науке: био би стварање појава из појава, једних на рачун других. Тај се принцип налази остварен у целој васиони, живом и мртвоме свету; вреди за стварање васионских система, као и за развиће на системима. Инверзија овога принципа била би стварање потенцијалне енергије на рачун кинетичке и обрнуто. Данас видимо извесне појаве, извесне облике у којима се манифестују односи природе, сутра су они замењени другим појавама, првих је нестало на рачун нових. Видимо кретање небеских тела, светлост, живот у васиони, а знамо да тога неће увек бити, као што је и времена морало бити кад свега није

било овако као данас. Данашњем стању у васиони инверзно (реципрочно) је стање оно које је било и које ће бити. Боље је рећи сваки моменат у васиони инверзија је момента бившег и будућег. Три трена чине једну целину, или два трена дају једну једначину, у којој је показана зависност између прошлог и садањег, да би се из решене те једначине могла одредити будућност.

Трансформација међу појавама најбољи је доказ примене става о реципрочности (инверзији). Развијање из познатих појава нових из нових других и бива на заједници између појава и на основу става о реципрочности. Трансформације међу физичким (а аналого међу макаквим појавама природним) оснивају се на принципу о конзервацији енергије. У појавама, које су приступачне нашим чулима, видимо само један део целине. Узроци су обично скривени и чине део у природи, који је инверзни чулном. Нађемо ли често како се кинетичка енергија у појаву манифестује, значи да видимо остварен само један део општег принципа, али знамо да је у вези са појавом посматраним и појав који обухвата у себе остварење другог дела општег принципа, знамо да се на рачун развијене кинетичке енергије потрошило нешто од потенцијалне и обрнуто.

Став о реципроцитету чију смо примену показали у математици налази примене и у свима физичким наукама. У свакој се другојачије стављају општи проблеми а према томе и апликује став о инверзији. До ставова се физичких наука долази опажањем. Кад је могућа егзистенција извесног става у наукама природним, значи да је могући став и у природи, међу појавама на чије се тумачење он примењује. За став о реципрочности показано је да се он налази остварен у природи и да су трансформације појава природних најбоља илустрација његова. О реципроцитету као логичком ставу, као ставу природе нашега ума, на овоме месту нећу ништа говорити, напомињем да је исти један од основних логичких ставова.



VIII.

**ОСЦИЛАЦИЈЕ
ЕЛЕКТРИЧНЕ И СВЕТЛОСНЕ**

Најновије дело на пољу физике је у прошлости веку Максвелово, у коме се нова гледишта уносе на појаве електро-магнетске и као потврда његових теориских извођења и хипотеза су опити Херца, који се тичу открића електричних таласа.

Кад је Максвел изишао на свет са својим гледиштима она су по све била и за саме научаре неразумљива. Разлог је за ово био прво тај, што су гледишта са свим контрадикторна била са усвојеном теоријом потенцијала и два флуида (позитивног и негативног) о електрицитету, док је Максвел полазећи од Фарадејевих опита и опажања усвојио гледиште једног флуида, напустио дејство на одстојање и електро-магнетске појаве сматрао као манифестацију сила и кретања у општем старском флуиду, који је вехикулум и светлости, не хотећи у већ хипотичке средине да уноси материју друкчије природе, да се не би ствар више и више замршавала. Максвелова теорија нема оног јединства, на које смо обично навикнути у сличним физичким теоријама, он је међа сваки час, али из свих измена излази као резултат могућност да се електро-магнетске појаве могу механичким узроцима, као и друге физичке појаве, протумачити. Његова је теорија претрпела доста измена, нарочито налажењем нових појава, које су то изискивале, ради тумачења, али ће његова заслуга остати вечита за створене нове погодбе, које су уродиле изобиљним плодом на пољу наше науке. Могућност да се појави ови тумаче разним теоријама механичке природе, приступило се је зближавању са старијом теоријом вибрационом за светлост, и ранија мисао о јединству појава светлосних и магнетских добила је еклатантну потврду.

Оно, што је научаре највише задивило у Максвелу било је налажење да је однос између јединица количине електрицитета у систему електростатичком и електро-магнетском једнак са брзином простирања пертурбације електро-магнетске.

Ова је брзина приближно била једнака са брзином светлости, а то је доказ да између ове две врсте појава физичких мора бити сличности. Ово се изводи из овога. Димензије су помераја у електростатичком систему једнаке са димензијама количника из потенцијала и једне дужине или са количником из количине електрицитета и квадрата дужине. Ако се са овог пређе на систем електро-магнетских јединица, где остаје иста вредност дужине, онда су и односи бројева, који одређују помераје у оба система, исти са односом бројева, који дају исте количине електрицитета. Ако се сад са K обележи моћ индукциона специфичка онда је она умножена са $\frac{1}{v^2}$ кад се пређе са система електростатичког у систем електро-магнетски, а v нам овде значи однос јединице електро-магнетске количине електрицитета према јединици електростатичкој. Брзина је простирања пертурбације електро-магнетске однос између квадратних корена из моћи индукционе специфичке у празном простору у два система и ако се та моћ означи са 1 у електростатичким јединицама она је и у електро-магнетским $\frac{1}{v^2}$ а тај однос даје број v који није ништа друго до брзина простирања и вредност је њена око 300.000 клм.

Однос брзине простирања у две средине код светлости једнак је са експонентом преламања и кад се узму брзине простирања таласа електро-магнетских у празном простору и прозачним срединама налази се да је горњи број K једнак са n^2 (n је експонент преламања). Овде има доста одступања поред слагања, али све наводи на идентичност узрока појава светлосних и електро-магнетских.

У прилог јединства споменутих појава ишла је појава скретања поларизационе равнине светлосног зрака при пролазу кроз електро-магнетско поље, као и многе друге појаве.

Објашњењу се појава електро-магнетских није могло приступити теоријом вибрационом, којом се светлосне појаве тумаче, јер су оне простије од првих, већ се морала створити нова теорија, која је светлосне као специјални случај обухватила. — То је тако звана електро-магнетска теорија, којом се и светлост тумачи. Вибрациона теорија Френелова и Најманова полазила је од еластичних сила између честица етра и њихове природе зависне од одстојања тих честица, али такве концепције не би давале довољно основа за тумачење других не-

светлосних појава, зато је Максвел прибегао овим хипотезама новим, заснованим на опажањима електричних појава.

Посматрањем електричних појава уочено је, да се на пуњење кондензатора троши извесни рад механички (обртањем махине електричне, динамо или енергијом хемијском у елементима галванским). Ова се енергија не троши, она се слаже у кондензаторима и јавља се понова приликом њиховог пражњења у облику топлоте или какве друге врсте енергије. Ако се пропусти електрична струја кроз један спроводник, онда се у оближњем јавља индукциона струја, а и у првом супротна основној (self induction). Ове се две врсте појава тумаче особинама етра. Појаве се електричне објашњују еластичношћу етра а појаве електро-динамичке њиховом живом силом. Лорд Келвин објашњује еластичност етра ротацијом малих честица етра, али Максвел не полази од ње већ од разлике између спроводника и неспроводника.

Неспроводници или диелектрици се раније сматрали по све инертни према електрицитету. Максвел је узео да се они не само противе пролазу електрицитета, већ да је разлика у отпору спроводника и диелектрика. Отпор је диелектрика према електрицитету сличан отпору еластичних тела према силама, на пр. опруге једне према сили која је затеже; отпор је пак спроводника једнак отпору на који наилази једно тело, које се у каквој течности креће. У првом се случају равнотежа враћа по престанку узрока (силе), а у другом случају тело остаје на месту где је и кад узрок престане, а рад се не може повратити кад сила престане, он је сав претворен у топлоту отпором течности. Према овоме Максвел уводи двојак струје, прве се зову струје помераја у диелектрику, а друге струје спроводника у спроводницама.* Задаћа је струја помераја да затегну опружнице еластичне (ако се примера ради смене етарске еластичне силе опругама еластичним) и кад је то постигнуто имамо електростатичну равнотежу, која је у толико јача у колико су затезања већа. Кад се изврши атракција електростатичка, или испражњавање између два наелектрисана кондуктора, нагомилани се рад затезањем опруге врати и опруге добију свој првобитни положај, равнотежа се поремети и изједначи са првобитним стањем. Рад утрошен на по-

* *Courant de déplacement et courant de conduction.*

станак струја спроводника сав је потрошен и претворен у топлоту (услед овога се спроводници загревају).

По Максвелу не може бити отворених струја. Струје се кроз спроводник затварају преко струја помераја у диелектрикуму.

Струје се манифестују на три начина: ефектом топлотним дејством на магнете и струје и индукционим струјама. Јасно је зашто струје спроводника дају топлоту а помераја не, али и ове по Максвелу морају давати појаве електро-магнетске, електродинамичке и индуктивне, само се на појаве последње морало дуго чекати, јер их није било лако приметити. Струје су помераја откривене тек опитима Херцовим. Струје помераја ма колико биле интензивне не трају дуго у истоме смислу, нису континуиране ни трајне у диелектрицима нити пак алтернативне дугих периода а њихово се дејство примећује чим се алтернације убрзају, што се разноврсним опитима и постигло. Ове су струје електричне узрок светлосних појава, и светлосан се зрак има сматрати да постаје од алтернативних струја помераја у етарском диелектрикуму.

II.

Осцилације су електричке још раније пре Херца примећене. Федерсон је показао да се могу произвести испражњавањем Лајденове боце и кондензатора осцилације доста брзо и на тај начин доћи до струја алтернативних. Нађен је однос између периоде осцилаторног испражњавања кондензатора, њиховог капацитета и самоиндукције. Примећено је да има узрока који слабе осциловање (*amortissement*) што је слично отпору трења (отпор Омов) и нађено да је слабљење двојако: Омово и од зрачења. Први отпор утиче на претварање осцилација електричних у топлоту а други се део зрачи, задржавајући облик осцилаторног електричног кретања.

Ове Федерсонове осцилације, као и сличне њима услед алтернативних струја, не могу дати појаву струја помераја, које се јављају савлађивањем отпора еластичног, који више расте, што се даље шири, и слабе су што су истог смисла. Заслуга открића ових струја припада Херцу, ученику Хелмхол-

ца, који је до тог дошао својим ексцитатором састављеним из једнога Румкорфа у кога су крајеви жица индуковане струје свезане са два кондензатора знатног капацитета. Он је добио вибрације врло брзе. Облици су његових ексцитатора били разноврсни и разлика је принципиелна у томе да ли се пуњење (charge) концентрише на крајевима или по целој спроводнику.

Добивена варница мора да нагло сине, у времену релативно кратком према трајању осцилације, и да се јавља између две лопте (кондензатора) а не између тачке и лопте итд. Мора се пазити, на добијање правилних варница, на то да се површине кондуктера не оксидишу ради чега се међу уље и др.

Великим је ексцитатором нашао Херц да је фреквенција осцилација 50,000.000 секунди. Како је дужина таласа пут пређен пертурбациом за време једне осцилације, то је узев брзину простирања од 300.000 км. нађено за дужину таласа 6 метара.

Ексцитатор развија у простору струје помераја и производи појаве индукције; тј. изазива индукцијом у једној тачки спроводника пертурбације, које се по овоме спроводнику шире. Откриће пертурбација осцилаторима у околини ексцитатора се врши справом која се зове резонатор.

Онако исто, као што се дијапазоном може опазити тон произведен у околини његовој, тако се и ексцитатором онажа електрична осцилација изазвана ексцитатором. Има између овога велике разлике, јер се нарочитим дијапазоном једним може само једна врста тона опазити, док је према другима индиферентан, код резонатора електричних то није случај, јер на њих реагирају пертурбације више мање све изазване једним ексцитатором. Ово је услед тога, што је слабљење акустичких вибрација спорије и амплитуда им је сталнија но у електричних.

Ексцитатор је по све сличан са резонатором, који се има сматрати као ексцитатор без Румкорфовог апарата. Резонатора има разних али се сви деле на двоје: отворене и затворене.

Слично звучним таласима постају таласи у резонатору. Пертурбације се простиру по спроводнику резонаторовом, одбијају се од његових крајева; нагомилавање бива свих ових таласа услед чега се појачавају или слабе електричне вибри-

ције, према њиховим периодама и на тај начин постају стационарни таласи. У резонаторима су знак постанка таласа појављивање варница (секундарне) које су краће.

Могу се електричне осцилације у резонатору опажати не само преко варнице секундарне, већ топлотним ефектом у спроводнику резонаторовом, или механичким. Измишљени су нарочити рецептери названи радиокондуктери за опажање осцилација. Ове су последње справе од вредности у телеграфији без жица а састоје се из једне цевчице стаклене испуњене опиљцима гвожђа, што електрицитет добро спроводе. Кад обични електрицитет пролази наилази на велики отпор кроз ове опиљке а Херцове осцилације не. Ове су справе послужиле за истраживање Херцових осцилација у сунчаној светлости, само су опажања била негативних резултата, што се приписује њиховој апсорпцији од сунчане атмосфере.

Екситатором се Херцовим производе индукционе струје у околном пољу око њега и кад се у том пољу налази дугачак метални спроводник (жица) горње струје изазивају у деловима спроводника, блиским екситатору, алтернативне струје, тј. електро-магнетске пертурбације, које се спроводником шире.

Између Херцових пертурбација и струја галванских постоје разлике. Последње се струје простиру целим спроводником а Херцове само по површини њиховој, то је случај и са алтернативним струјама употребљеним у индустрији електричној. Ово је разумљиво и по Максвелу, по коме алтернативне струје из спроводника, морају изазвати индукционе силе у околном ваздуху тих спроводника, које стварају струје помераја.

Континуиране струје (галванске) дају струје спроводника у целом спроводнику а ништа у околном ваздуху (диелектрикуму); напротив алтернативне струје високе фреквенције дају струје спроводника по површини спроводника и струје помераја у околном ваздуху.

III.

Ако се не усвоје струје помераја Максвелове у диелектрикуму онда је простирање индуктивних појава једновремено

у два спроводника, кад се у једном струја јави мора се у исто време и у другом јавити, јер између њих не постоји струја помераја, да би извесно време протекло док пертурбације пређу кроз етарски простор диелектрикума. По Максвелу се индукција мора кроз ваздух простирати истом брзином, којом кроз спроводник а то је брзина светлости, која је коначна а не бесконачна. Да би се за прву или другу теорију одлучили ваља приступити одредби таласне дужине у спроводнику и ваздуху и ако те дужине буду исте онда су и брзине простирања исте и Максвелова је теорија одржала превагу над старијом.

Херцовим је мерењем нађено да је дужина таласа 6 метара у спроводнику. Проматрањем стационарних таласа у ваздуху (диелектрикуму), добивених интерференционих директних таласа кроз ваздух и одбијених од огледала равног металног, нашао је Херц да им је дужина 9 метара. Овај је експеримент оборио очекивање старе електродинамичке теорије, по којој би дужина требала бити бесконачна, али није ишло у прилог ни Максвелу по коме би у ваздуху ваљала бити иста дужина. Доцнији опити Саразена и Дела-Рива утврдише да је дужина таласа у ваздуху 6 m и нашло се је да је узрок неједнакости дужина таласних код Херца била величина огледала, којим се вршила рефлексја. У последњем је опиту димензија била 8 према 16 метара.

Употребом мањих ексцитатора за добијање електричних пертурбација нађене су мање дужине таласне до 60 с. м. а већих и дужих таласа до 30 метара. Теориски предвиђени таласи електрични изазвати струјама помераја у пољу електромагнетском су и опитом потврђени. Закони су ових осцилација доста сложени али се могу ресимирати на овај начин. Ако се ексцитатор узме за центар пертурбација и замисли свера описана великим полупречником из тога центра у свакој тачци те свере имати силу електромоторну, која изазива осцилације и варира као оне. Два пута се своди на нулу њена јачина и два пута смисао мења. Иста таква постоји сила електромагнетска у свакој тачци споменуте сверне површине.

Ако се на горњој свери повуку меридијани и упоредници и полови се њени сматрају као пресек осовине ексцитатора, електрична ће сила бити у правцу меридијана а магнетска у правцу упоредника. Ова два правца су вибрације нормалне један на другоме али оба леже у тангентној равнини

сверној, која је управна на пречницима свере, који нам представљају правац простирања електромагнетских пертурбација, што одговара у светлости зрацима. Овако се треперење назива трансверзалним и исто је као и у светлости. Јачине осциловања зависе од амплитуда и оне опадају што се даље иде од ексцитатора и то обрнуто са квадратом одстојања.

Кад се вибриције електричне у диелектрикуму сравне са вибрацијама светлосним, онда се види да су исте са поларизацијом а не са обичном светлости у које вибрирање мења сваког тренутка свој правац у нормалним равнинама на правац простирања.

Код светлости се узима да је поларизациона раван управна на правац електричних вибрација (Френел) или на правац магнетских (Најман), али се прва усваја.

Разлика је између електричних и светлосних вибрација што интензитет није исти у свима правцима; највећи је на екватору а најмањи (нула) на половима.

Из овога доведе јасно је да се могу добијати ексцитаторима и таласи електрични мањих дужина само истим ексцитатором добијају се исте дужине у спроводницама и диелектрикуму. Риги (Righi) је добио дужине од 4 cm или 3.000,000.000 вибрација у једној секунди; индијски професор Сагадис Чундер Бозе је нашао дужину од 6 милиметра или 50.000,000.000 вибрација у секунди, како он вели тринаесту октаву светлости. Вибрације од последњих јаче 10.000 пута дају утисак на ретини и одговарају боји неравнастој спектра. Овај је научар изменио и радиокондуктер примитивни заврнув у спирале опилке челичне у њему, појачав струју која кроз њега пролази и учинив га осетљивим за све радијације у интервали једне октаве. Овим је радиокондуктером био у стању да опази разне врсте радиација, мењајући електромоторну силу, којом се струја производи, што пролази кроз њега и тим је путем са Марконијем творац телеграфије без жица помоћу осцилација електричних, који се овим апаратом могу пропустити.

IV.

Из казаног јасно је да се светлосни талас од електричног разликује по дужини таласној, броју треперења, и одређе-

ношћу правца вибрирања етера у равнинама нормалним на правац простирања. Електрични талас не утиче на ретину а може се претворити у светлосни ако му се горњи елементи сведу на димензије елемената светлосног таласа.

Да би се све појаве светлосних таласа могле верификовати електромагнетским нужно је у истим сразмерама повећати огледала, сочива и друге справе оптичке; којима се појави испитују, у којим сразмерама споменути елементи стоје према светлосним. Кад би се служили таласима дужине 6 метара ваљало би узети огледало од квадратног мириаметра да исти ефекат постигнемо, који нам даје огледало од квадратног милиметра за светлости зрака итд. Овај се недостатак пакнањује тиме што гледамо да експитаторима добијемо што је могуће краће таласе електричне.

Са оваким таласима опажана је интерференција, дифракција, поларизација, Њутнови прстенови, рефлексција обична, тотална, рефракција обична и двојна, појава споредних таласа и нађена потпуна готово идентичност са светлошћу. При свему се овоме мора имати на уму да је електрични талас сличан са поларисаним светлосним зраком и водити рачуна о идентичности поларизације светлосне са свима појавама код електромагнетских пертурбација. Одступање, т. ј. некадашње аналогije са светлошћу у постанку секундарних таласа у овоме се састоје. Кад се један резонатор изложи радијацији изазватој једним експитатором он вибрише и постаје и он центар нових вибриција, које се новим резонатором могу приметити. Ове секундарне радијације могу интерферисати са директним, као и две секундарне. Ово се може објаснити звучним таласима који у дијапаљону изазивају вибрирање и овај у другим али немају сличног код светлости. Диелектричка маса се може сматрати за резонатор и сви таласи секундарни дају својом интерференцијом узајамном сложене појаве (Righi).

Испитивањем је поларизације утврђено да су електричке осцилације нормалне на поларизационој равнини, као и светлосне по теорији Френеловој. Нађено је да се рефлексijом поларизација може добити линеарна, циркуларна и елиптичка. Ако се резонатором констатује у поларисаног зрака потпуно ишчезнуће варнице онда је линиска; ако се не мења сјајање ни у коме правцу поларизација је циркуларна; ако

сјај има минимум и максимум не пролазећи кроз нулу онда је елиптички.

Аналогија је потпуно утврђена између светлости и зракова електричне силе. Ови се зраци, чија је периода милион пута краћа од светлосних, од њих ни по чему у главном не разликују.

Сунчана светлост нам шаље разне врсте зракова. Једни су светлосни, који имају дејство на ретину; други топлотни инфра црвени; и трећи хемијских особина ултра љубичасти. Испод инфра црвених налазе се споменути електрични, као што се изнад ултра љубичастих налазе Рентгенови. За физичара између свих ових разних зракова нема са гледишта механичке теорије вибрационе никакве битне разлике, сва је разлика у димензијама елемената, који природу тих зракова карактеришу. Синтеза светлости извршена призмом проширена је Херцом и Рентгеном у два правца.

Потпуна анализа није извршена. Чула су наша несавршена мала, примчива за једну врсту зракова, кад би се сразмерно повећала чула онда би ми опажали и Херцове вибрације оком као и светлосне.

Друга је битна разлика између светлосних и Херцових зракова, што се последњи брзо слабе и уништавају, док је трајање светлосних осцилације на трилионе вибрација. Овим се једино и тумаче мултипле резонанце, које немају аналога у оптици (Поенкаре). Вибрације се Херцове не врше као светлосне у свима правцима већ по једноме; јачина њихова није стална за време милион вибрација у секунди, већ опада и ишчезава после малог броја осциловања; правац простирања утиче на енергију зрачну Херцових вибрација (највећи је у екваторској равнини), док је код светлосне енергије, која је највећа у екваторској равнини, други случај јер се правац исте равнине непрестано мења.

Да се добије утисак беле, обичне светлости ваља имати више ексцитатора, у свима правцима; да они функционишу једновремено или сукцесивно, без прекида; и за констатовање ефеката имати инструменте који ће бележити средње енергије и слично ретини опажати утиске за трајање трилион осцилација Херцових; и да је периода иста. За хомогену је светлост поред периода нужно да је и ослабљивање необично слабо.

Као што нема аналога у секундарним и светлосним таласима, нема аналога у оптици са простирањем уздуж спроводника. Ово долази можда од мале дужине светлосних таласа, за које је не приметан прелаз из ваздуха у спроводник и обратно.

V.

Изнете аналогije између две категорије појава физичких и тумачење једном и истом теоријом додирнуо сам у најглавнијим потезима. Рекох да је данас нађено још много других појава нарочито из домена електрицитета, који су захтевали измене неке, али се не тичу споменутих основних замисли о природи узрока електромагнетских вибрација. Споменутих померајима услед електричне или магнетске силе придодати су неки још, који се јављају услед дејства честица етарских на честице материјалне, ради тумачења поларизације. По неким су теоријама магнетске силе избачене и замењене само електричним струјама, као што је то раније Ампер узимао (Лоренц). Неки су усвојили да је електрично вибрирање у правцу магнетске силе (Лармор), по Најмановој теорији светлосној; неки су свезали електрицитет за мерљиву материју и увели јоне за обележавање куглица електричних (Лоренц) и др.

Неке теорије тумаче згодније једну врсту појава неке другу али ни једна од њих не тумачи потпуно све. Шта више данашње се теорије све не слажу са основним ставовима механике: принципом конзервације електрицитета, енергије и принципом акције и реакције. Ако се слажу са једним не слажу се са другим и разним се досеткама прибегава вештачком удешавању да је слагање колико толико. Не треба изгубити из вида да су све данашње поставке о природи ових сила као и других физичких само приближне истини и да се њој приближују али се нити поклапају нити ће се икада поклопити, јер мерила нема за усвајање потпуно праве и истините теорије. Кад једна теорија за тумачење појава физичких постоји онда их и бесконачно може бити (Поенкаре).

Од свих теорија, најпотпунија је за сада Максвелова, јер су се из ње све и развиле, а и она је далеко од свог савршенства, у смислу савршености праније вибрационе теорије светлосне. За сад је она полазна и најбоља за тумачења и зближавања светлосних и електромагнетских феномена.



IX.

СВЕТЛОСТ И РЕНТГЕНОВИ ЗРАЦИ

I.

Прокламовано је у науци јединство свих физичких појава. Познато је да се ни једна појава не да замислити одвојена од других, већ да једна другу прати, а ми их двојимо из разлога чисто практичних, ради лакшег проучавања и испитивања њихових. Групишемо појаве по сличним особинама, по заједничком узроку постанка, по чулном дејству њиховом и многим другим карактеристичним мотивима, а у крајњем их узроку сводимо на механичко кретање материјалних делића. Оне се такве у ствари ван нас у свету јављају и егзистирају а многостручност облика и аспеката њихових, производ је контакта спољњег света са нашом свести преко чулнога нашега опажања.

Светлост, као појава, врста је материјалног кретања, каквога пак видеће се. Извесан део светског материјалног кретања издвојен могућношћу примчивости нашега чула вида, даје нам појма о једној врсти природне појаве, коју називамо светлошћу. Општи узрок, без кога не би постојало виђење предмета око нас, краћа је дефиниција светлости. Тај заједнички узрок виђењу био је повод стварању и органа вида, чији се постанак и данас у нижим организмима може пратити кад се изложи утицају светлости. Као што оком, органом виђења, издвајамо извесна кретања материјална и преко њих долазимо до појмова светлости, боје, и др., тако су други органи наши у стању из светскога кретања издвојити друге врсте кретања, и упливом њиховим дати нам појмове о разноврсним појавама физичким: звуку, топлоти, величини и облику тела, итд. Појмови се наши о природи добијају утицајем појава њених на наша чула, а преко њих на нашу свест. Чула се наша противе улазу разних и свих материјалних кретања, на шта се у крајњим узроцима своде физичке

појаве, већ су само за неке и неке врсте тих кретања примичива, а многобројни други видови и облици разних кретања, пролазе мимо нас (или ми мимо њих) непримећени, и за нас као да и не постоје. Број је наших чула мали и ограничен, али се комбинацијом појмова, до којих се директним чулним опажањем долази, са нагомиланим искуством вековним о природи спољњега света, све више и више шири наше сазнање околине и стварају могућности открића, чак и оних физичких појава за које непосредни контакт између њих и нас и не постоји, као што је случај са појавама електричним, магнетским и др. Изучавање разноврсности у физичком свету олакшава и веза између свих појава, њихово јединство, њихова крајња идентичност и могућност схватања непознатих појава, на оне које можемо осетити; отуда се можемо надати да ће број нових појава бивати све већи и већи и да ће се и до оних доћи, за које не постоје одвојена чула.

Из међусобности физичких појава и нас, као центра свенога, јасно је зашто је откриће многих појава изложено, тако често, чистим случајностима. У историји наше науке за то имамо безброј примера, и ми ћемо само неке узети за потврду горње истине, и то оне које се на светлост односе.

Кад су и у које доба најпростије особине светлости, преламање и одбијање, примећене, изгледа да је сакривено далекоком прошлости. Одавно су и закони нађени и примењени као узрок постанку ликова, ма да се и овде дуго лутало, да ли светлост полази из ока ка предмету, или са предмета у око, те да се до виђења предмета дође. Има светлосних појава, које нису биле тако просте, директне, каква је на пр. појава укрштања светлосних зракова (интерференција), и њу је запазио Грималдо, сасвим случајно у мрачној соби, у коју су кроз пукотине на капцима пролазили светлосни зраци, а последица су укрштања тих зракова била тамна и јасна места на заклоу собе. Ови важни појави, који су у почетку посве загонетни били, јер се није могло објаснити да се укрштена два светла зрака могу и угасити, објашњени су наскоро били, и објашњење њихово је највише ишло у прилог теорији о природи светлости, која и данас постоји. Као интерференција тако је и поларизација светлости нађена. Њу је открио Малус, гледајући зраке сунца на заходу кроз прозоре Луксенбуршке палате у почетку прошлог века. Сунчани спектар, који се на-

лази у дуги остварен, где је природна анализа беле боје сунчане остварена, кад је вештачки добијан и рад тога се светлост случајно кроз вертикалне пролазе замрачене собе пропуштала, даје славно откриће тамних и јасних пруга (линија) који се појави раније нису могли приметити док су отвори округли били. Проналазак је Рентгенових зракова сасвим везан са случајношћу. Проналазач њихов није директно ишао к њима, већ их је, проучавајући катодне зраке, случајно открио, приметив еманацију луминисцентних зракова са Румкорфа покривеног мрачном хартијом.

Оваква случајност прати открића и по другим гранама људскога испитивања. Појава је случајног налажења нових факата разумљива из раније изнесеног узрока; а навео сам неколико примера, само из светлости, који су довољни за нас на овоме месту.

II.

Пређимо сад на саму светлост из ближе. Као што рекосмо светлост је извесно кретање, и као такво има своју брзину. Брзина је светлости, према земаљским брзинама и кретањима земаљских тела, готово бесконачно велика. Та брзина износи око 300.000 км. у секунду. Како и чим да се објасни оволика брзина? Узимало се да светлосни извори избацују из себе материјалне делиће великом брзином, и кад ти светлосни делићи додирну наше око, онда видимо светлосна тела — те изворе (емисиона теорија). Друга је поставка, да се материјални делић, стављен у кретање светлосним извором, сам не креће, већ своје кретање предаје суседном, и тако све даље и даље шири кретање, као таласи водени, док се тим кретањем не покрене и делић у близини нашег ока, те светлосне изворе и осветљена тела видимо (уидулациона или теорија таласања). Ова је друга теорија усвојена, а прва је напуштена, јер се судара са многим светлосним појавама, које се њом никако не могу протумачити (интерференција, индекс преламања, поларизација и м. др.).

По једној или другој од горњих теорија, да се разуме онаква брзина кретања, мора се узети бесконачно мала маса де-

лића, чија кретања дају светлост. Та је маса далеко нижа од масе молекула, и фина се материја из масе таквих делића назива етром (импондерабилија). Ова фина материја испуњава целу васиону, и у њој пливају материјална тела, која се крећу без приметног отпорног утицаја етарске средине. Интермолекуларни и атомски међупростори у тела су као интерпланетарних и сунчаних система испуњени етром. За разумевање брзине светлости, нарочито пак других карактеристичних светлосних појава, узима се да етар може бити разне густине у разним срединама, која се нарочито одређује склопом материјалних, молекуларних делића. Поред густине улази одредба еластичности овога везикула материјалног кретања, и усваја се хипотеза, да је етар потпуно и бесконачно еластичан и нестишљив.

Средина у којој се светлост може да производи и простира, разликује се од обичних средина, испуњених материјалним телима (пондерабилијама). Но да се светлост опази, мора се доћи на границу средине неједнаких густина етарских, иначе се ефекат светлости не опажа. Док сунчани зрак иде од сунца до границе атмосфере каквога небескога тела (на пр. наше земље), он се не примећује, а чим уђе у атмосферу, она засветли и ми је видимо. Кретање је светлости у разним етарским срединама разно, и на прелазима се врше трансформације видова кретања, и излазе појаве, које су за нас примечиве. Има средина на чијим се границама светлосна дејства губе (апсорпција), а манифестују се у другим физичким појавама (топлотним), што је идентично са претварањем обичног материјалног кретања, њихове живе силе, у живу силу друге какве, најобичнију физичку појаву топлотну.

За виђење су нужни сви елементи: светлосни извор, етарска средина и орган вида. Без једнога од тих елемената нема светлости, не као појаве, већ виђења, као функције светлости и свести наше. Ове су три количине на први мах потпуно независне једна од друге, али је јасно да међу њима постоји функционална веза у појави виђења и да се ту једна другом могу одредити (детерминисати). Светлост пак као појава, етарско кретање, може да поникне у етарским срединама; где таквих средина нема ту нема светлости ни као физичке појаве. Модификација етарске средине разним узроцима, нарочито образовањем центара у облику материјалних делића и тела

козмичких, повод су разноврсних светлосних појава и трансформација тако простог материјалног кретања, етарског кретања у разноврсне физичке појаве, које произилазе из светлости. Апстракцијом материјалних тела из етарских средина можемо закључити, из усталасаности првобитне етарске средине, облик прве силе физичке, и добићемо да је манифестација васионског првог кретања и била физичка појава светлост, у колико је она одвојено од других појава могла постојати.

Сад прелазимо на природу етарског кретања. Напомену смо да је кретање таласасто, слично таласима узбуркане површине воде. Линије што спајају центре одакле почиње таласасто кретање, са ма којом тачком површине свере, докле се је кретање пружило после извеснога времена, зову се правци простирања за светлост — зраци светлосни. Ако на те зраке замислимо нормалну раван, онда се етарска честица креће у тој равнини, а не у правцу простирања, и тако се кретање називље трансверзалним. Код беле се светлости, па и хомогене, немодификоване, правци треперења етарских делића у свакоме бесконачном низу времена збивају, и у сасвим другоме правцу, остајући вечито у равнинама нормалним на правцу простирања. Сваки је зрак светлосни окарактерисан временом осциловања честице, то јест оном интервалом, која је нужна да прође док се етарска честица удалив се из равнотежног положаја до максималног удаљења, не врати поново у равнотежни положај, напусти га оданде до у супротно најдаље одстојање и из њега се врати у положај одакле је пошла. Пут који пређе кретање таласасто за време осцилације етарског делића по правцу простирања, зове се таласка дужина. Одстојање пак максимално једне етарске честице од равнотежног положаја зове се амплитуда. Према овоме је зрак светлосни потпуно одређен ако се ове три количине знају: амплитуда, време осциловања и таласка дужина.

Обично је бела светлост сложена, о томе се најбоље уверимо кад је пропустимо кроз стаклену призму, јер се цела у безброј дугиних боја, које ми на неколико основних група разлажемо и називамо хомогеним. Правац простирања је обичне светлости, резултујући правац из свих могућих правца, које би етарско кретање заузело, кад би се морало кретати у разним правцима услед разноврсних импулса од без-

броја простих (хомогених) светлосних зракова. Брзине су простирања свих делова беле светлости у истој средини (хомогеној) исте, и површине које обухватају тачке етарске устреперене у исто време су сверичне. Свака тачка таквих свера постаје нов извор и центар нових свера, и тако се кретање све даље и даље шири. У нехомогеним срединама су ове површине елипсоидне и зраци су онда линије што центар тих површина спајају са тачкама на њима.

Ако се каквим узроком (преламањем, одбијањем, пролазом кроз кристале итд.) да нарочити и одређени правац треперењу етарских делића, у равнинама нормалним на правцу простирања, и то један од бесконачно многих, онда се светлосни зрак тако модификован назива поларисаним.

Ако се поларисање изврши на пр. рефлексijом, онда је треперење у нормалној равни упаднога зрака, и та се равна назива поларизационом. Слично је поларисање светлости при пролазу кроз исландски шпат; светлост се цела на два зрака, обичан и необичан, тако да се у једнога врши треперење у једној равнини а у другога у равни нормалној на првој; јачине су тих зракова мање од неполарисане светлости и зависе од угла упадног, преламања и од равнине у којој се етарске вибрације збивају.

Појава, која је највише допринела одржању теорије таласања (ундулационе) и њеној превази над старом теоријом (емисионом) била је интерференција. То је кратко укрштање два зрака, беле или хомогене светлости, обичне или поларисане. Ефекат укрштања обичне светлости је да су места тамнија или јаснија за белу, а потпуно тамна или хомогено јасна за хомогене зраке. Ово је разумљиво, кад се има у виду то, да се молекул етарски има да креће под импулсом два кретања, па ако су кретања истосмислена онда његова амплитуда расте, иначе опада, а може и нула постати. Величина амплитуда представник је живе силе акумулисане у етарском кретању, отуда излази кад је жива сила равна нули, последица је тога тамно место услед укрштања, иначе је јасно.

Услед интерференције може правац кретања молекула етарског остати праволинејни, а може бити елиптичан или циркуларан, и према овоме и разноврсне интерференције; ово све зависи још поглавито и од разлике времена у долажењу импулса од два разна извора (путне разлике).

Два поларисана зрака могу интерферисати у случају ако су им равнине треперења паралелне, укрштањем зракова поларисаних, у нормалним равнинама, тако звана елиптичка ларисаних, у нормалним равнинама, тако звана елиптичка

Ефекат је разноврсних поларизација појава боја у мехурима воденим, код кристала и многих још других појава.

Као што се обична светлост може да поларисше, тако се исто може обична светлост да сматра увек за поларисану и састављену из два зрака, код којих се треперења врше у два нормалним равнинама.

Ово су битне разлике између група светлосних зракова. Многостручност појава светлосних да се лако замислити, кад се истакне то да је број простих светлосних зракова бесконачан; сваки је од њих окарактерисан са поменуте три количине; да комбинација између два, три или више зракова може бити безброј; да је однос њихов према физичким телима многобројан; да су модификације природе зракова условљене природом разноврсних материјалних тела, и др.

На овоме ћу месту прећи преко спектралних зракова, и показаћу само да се спектар, а то је цепање обичне беле сунчане светлости призмом, дели у главном на три дела: доњи је део спектра (ултра-црвени) склопљен из зракова невидљивих за око, али осетљивих по дејству топлотном; средњи је састављен из седам дугиних боја, седам простих зракова светлосних, а горњи (инфра-љубичасти) чине зраци невидљиви, али осетљиви за фотографске плочице, који се познају по својој хемијској дејству. Број треперења почиње од доњих, и све је већи што се иде даље, а највећи је за светлости љубичасте и још већи за хемијске зраке. Дужине таласке обрнуто опадају, идући ка хемијском делу спектра, а највеће су код топлотних зракова. Сем ових зракова који долазе у светлосне, има још и других, који су нађени при посматрању електромагнетских појава, а то су катодни и X — Рентгенови зраци, који нађену спектралну скалу продужују остављајући велике празнине између хемијских последњих познатих зракова и себе. Пошто су ово најранија открића физичка из домена светлости у новије доба, на њима ћу се искључиво и задржати и показати колико се уопште зна са теоријске стране о њиховој природи, и укратко ћемо изнети и како се до њих дошло.

Кад се крајеви жице, кроз коју пролази индукована струја једнога Румкорфа, свежу за једну стаклену цев чији се крајеви завршују платинском жлицом (Гајслерова цев) и врши спајање струје кроз разређене гасове у цеви, онда се јављају врло интересантне, луминисцентне појаве. Крукс (Crooks) је нашао да гасови морају бити јако разређени ($1/100$ атм.) да се ове појаве јаве, али и јачина светлосне зоне опада са великим разређењем и прелази у замрачену зону за велику разређеност ($1/100.000$, $1/1.000.000$) при чему се онда супротна катода заодене флуоресцентном светлом. За потпун вакуум у цеви ових појава нема.

Да су ове појаве произведене електричном струјом светлосном, уверавамо се опажањем. Простирање је њихово, као и светлосно, праволинејно; тела на која ударају дају сенке; дејства су хемијског на плочице фотографске; ти зраци дају луминисцентне појаве не само у цевима већ су исте моћи и кад дођу у додир са телима, која могу произвести флуоресценцију; концентрисањем може се изазвати њихово тоplotно дејство; показују механичко дејство и врше скретање магнета итд. Ови се зраци по месту што им је извор у цевима, називају, катодним зрацима.

Горњом се појавом физичком могу и друге врсте зракова добити, који многе сличности имају са Круксовим катодним зрацима, али се од њих и разликују. Ту су зраци Рентгенови, звани X-зраци. Проналазач је до њих дошао случајно. Румкорфова је цев, у којој је вршио испитивање катодних зракова, била покривена црним заклоном, који обичне катодне зраке не пропушта, и за то је флуоресценцију, примећену на одстојању од два метра на плочици, приписао еманацији нових зракова, које је назвао X-зрацима (1895). Заменив заклон фотографском плочицом, открио им је хемијску моћ, а што је најеклатантније било и пронело им име за кратко време било је то, што се открила могућност да се овим зрацима, који кроз многа тамна тела пролазе, фотографишу предмети, који су нашем оку потпуно скривени. На овим зрацима се није могло опазити магнетско дејство; шта више ни многе особине светлосних зракова нису примећене, као: одбијање, преламање, поларизација и др., а неке су, ако праволинејно простирање, брзина и др., идентичне са светлосним зрацима. Нађено је да

је центар емисије ових зракова на месту највеће флуоресценције катодних зракова, да се простиру у разређеним гасовима, као и у обичној атмосфери, и немају аналогије са електричном струјом. Катодни су зраци у обичној атмосфери изложени јакој дифузији, а то им спречава простирање, што није случај са зрацима X, код којих се и поред трагова дифузије (која се луминисценцији ваздуха приписује) примећује простирање и даје им идентично порекло са светлосним зрацима обичне радијације.

Рентгенови се зраци могу произвести на телима флуоресцентних особина, као што се обратно зрацима може у тела изазвати флуоресценција, која обично престаје са престанком дејства зракова, а код неких траје и дуже.

Испитивањем особина ових зракова откривене су и друге врсте зракова X. Кад се метали изложе упливу Рентгенових зракова, испуштају зраке назване секундарним зрацима (s), које гасови више апсорбирају од обичних. Иза зракова се налазе терцијерни који се јаче апсорбују и обележавају са T итд. Зраци, који се добијају фосфоресцентним телима, а велике су сличности са X-зрацима, откривени су и пронађени од Бекерела (1898) и носе његово име. За те зраке, катодне и Рентгенове, може се казати, да раније познату спектралну скалу продужују а да су на крај крајева исте особине и природе са светлосним зрацима — да су порекла ундулационог.

Покушано је протумачити постанак катодних зракова хипотезом емисионом (Крукс, Келвин и др. у Енглеској). Прелазом електричне струје кроз разређен гас бива разламање гасних молекула на позитивне и негативне, од којих се први апсорбују а други од катода одбијају у правцу нормалном на катода. Ова је теорија напуштена, јер из особина истих зракова са обичним, не зна се повод, зашто би се усвојила посве напуштена теорија светлости и пришло се ундулационој теорији (Херц, Линар, Видеман, X. Еберт, Голдштајн).

Кратком напоменом нове врсте зракова и њиховог постанка поводом електричне струје, згодно је напоменути теорију о тумачењу светлосних појава — електро-магнетских. Постанак ових зракова, прелаз са светлосне на електричне појаве и обратно, усвојен принцип трансформација облика енер-

гије, докази су да ће појаве светлосне и електро-магнетске бити истога узрока. Теоријски ранији радови (Максвел) довели су да је брзина светлости идентична са брзином електрицитета и да је та брзина представљена односом електростатичких и електродинамичких јединица. Експериментална открића Херцова утврдише раније покушаје открића електричних таласа из осцилације при испражњавању кондензатора. Утврђене су особине електричних таласа и нађена идентичност њихова са светлосним. Разлике су све у дужини талаској (електрични су таласи 6 m; светлосни од 15 m. за црвене зраке до 0.393 m. за љубичасте; X-зраци су 0.005 m.; $m = \frac{1}{1000}$ mm.).

На основу свега овога утврђена је теорија електро-магнетска, која је истоветна са ундулационом са малим неким изменама у томе, што треба сматрати као повод треперењу етарском и како то стоји према електро-магнетским силама.

По теорији Максвеловој о електрицитету имамо две врсте струја у спроводнику и диелектрикуму (ваздуху, етру, средини око спроводника). Отпор спроводника и средине диелектричне није исти; први би се могао поредити са отпором на који наилазе тела у течности, а други, на који наилазе еластична тела у материјалном кретању. Први савлађују отпор вискозни а други еластични; прва су трајања дужег а друга краћег.

По овој теорији светлосни зрак постаје услед алтернативних струја у диелектрикуму (ваздуху или интерпланетарном простору), које мењају смисао квадрилон пута у секунди. Услед ове алтернације производи се огромна индукција, која даје друге струје у оближњем диелектрикуму, чиме се тумачи простирање светлосних таласа. По Максвелу има само затворених струја, те је отуда природа електричних вибрација услед алтернативних струја трансверзална, као и светлосних зракова. Кад би струја била отворена, онда би се пролазом електрицитет с једног на други крај ових струја гомилао на крајевима, и било би згушњавање и разређивање као у ваздуху, при постанку звука, где су таласи лонгитудинални. Утврђивањем електричних и светлосних зракова и открићем свих њихових заједничких особина, ундулациона је теорија остала објашњена, само што се постанка етарских вибрација тиче, другојачији но што је раније случај био.

IV.

Из до сад реченог јасно је, да је готово највећи број физичких појава сведен на таласање; светлосне, електромагнетске појаве. Исто вреди за топлотне појаве. Као што напоменух за радијацију топлотну у зрацима ултра-црвеним, исто је то и са звучним појавама. Код последњих су облици таласа лонгитудинални, то јест треперење се врши у правцу простирања, постанак је таласа услед згушњавања и разређивања ваздуха. Количина пак која природу светлосних зрака одређује иста је као и за тонове. Амплитуда, дужина таласа и време трајања једне осцилације одређују природу тона, његову јачину висину и дубину. Музикални се тонови могу сматрати, као хомогени светлосни зраци, а извесна мелодија, хармонија или симфонија је идентична са белом светлости, јер је сложена из разних тонова, чија нам резултанта даје утисак, који у нама производи пријатан осећај. Споменух само једну групу звучног таласања, са којима музика има посла, али се исто односи и на остале неправилне композиције звучне, какве се јављају у шуму, ветру, бури, олуји и др.

Композиција боја у слици каквога уметника идентична је ствар са композицијом тонова у каквом музичкоме делу. Са физичког гледишта су то предмети, који ексцитирају идентичне појаве и узроци су сличних осећања изазваних само у центрима два чула: вида и слуха. Делићи органа, који су у вези са чулима вида и слуха, устрепере таласасто, добију онакав исти вид, каквог су вида спољне појаве, којима се изазивају у нама представе споменутих појава. Овако мора бити, јер иначе се не би могла замислити рецепција разноврсних тонова и зракова, кад не би у њима еквивалентне појаве у материјалноме свету, у коме се наша свест јавља, постојале. Свест наша узроком својега постанка, сведена на материјалну подлогу, и није друго но таласање етарских делића.

Ако се груба материјална кретања васионска (планетарна, звездана) у мислима сведу на молекуларна, задржавајући њихова релативна одстојања и величине а све смањујући на димензије молекуларне, онда се оне све своде само на једну врсту физичког трептања. Места се ма кога небеског тела а и свију, у даном тренутку, могу наћи на извесним таласима, њихове се природе кретања могу одредити споменутих карак-

теоретичким константама треперења, и на сличан се начин
равноредност светских кретања може свести на најпростије
физичке појаве. Гравитациона би сила била сведена на једну
радијациону силу, која има безброј центара, а манифестација
у опадању са квадратом одстојања била би протумачена иден-
тичном природом свих врсти треперења, која лежи у том да
јачине опадају са квадратом одстојања, јер ширење првобитне
количине енергије, што се даље иде, бива на површини сфере
све већег и већег пречника.

Јединство показано на овај начин у појава физичких даје
нам лако разумети већ више пута споменуто могућност транс-
формација, разноврсних физичких појава, једних у друге. Из
везе појава са представама нашим о свету, а преко њих и са
нашом свести, јасна је трансформација енергије материјалног
кретања у енергију молекуларну наших чула, коју можемо
назвати чулном, а преко ове у енергију свести наше. Чулима
нашим претвара се једна врста енергије (физичка) у другу
(свесну). Кад престане дејство узрока, којима се изазивају у
нас представе, не престају сваки трагови у нама о појавама,
које су дејствовале: у нас се чувају трагови њихови, из којих
се реминисценцијом или ма каквим другим узроцима лако
могу обновити ишчезле представе, које су као у неком ла-
тентном стању. Овај однос између представа под утицајем
спољних узрока и трагова њихових, кад узроци ишчезну, мо-
же се сматрати као кинетична или потенцијална енергија, и
као што у околинама нашој, у природи, и бива непрестана про-
мена и прелаз из једнога у друго стање, из енергије положаја
у енергију кретања и обратно, то се исто мора вршити и у
свери микрокозма, где се и наша свест јавља.

Конзервација енергије спољнога света и лежи у сталности
суме потенцијалне и кинетичне енергије; једна се из друге или
једна на рачун друге изводи. Исти је случај са енергијама,
које руководе чулним и свесним појавама. Оне се не губе.
Искуство се вековно предаје, трансформише и преноси са ге-
нерација на генерације, и кад би сасвим пропало, то јест кад
би се облик идеја, мисли, наше свести, изгубио, све би се то
вратило у обично физичко материјално кретање, које се ни-
чим не да уништити.

Такав је циклус између физичких појава ван нас и веза
њихова са нама. Наше је опажање релативно и потпуно за-

висно од природе наше околине. Појмови наши о свету су, у крајњим узроцима, идентични појавама којима су се ти појмови изазвали. Последњи је рефлекс првога. Ма колико се упињали да нашим идејама, појмовима и свести о свету дамо некакав тип независан од природе физичких појава, ствар остаје безуспешна, јер најапсурдније представе о свету опет су природна појава и разликују се од стварних, оправданих представа само квалитативно, јер ничега новог нема у односу елемената на које сводимо све у крајњем узроку.



X.

**ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧКЕ
ФЕНОМЕНОЛОГИЈЕ**

УВОД.

Г. др. Михајло Петровић је до сада у више својих расправа, штампаних овде и на страни, улазио у примењивање математичких метода за решавање питања из области хемије, и у томе је успеха имао. Примена математике за питања ван механике и физике нарочито је у хемији, од открића неких основних закона физичко-хемијских, значајна последњих деценија. Рачун је вероватноће, још од 17-ог века, упућивао истраживаче истина из социологије на примену математике, али је тек од скора тумачење појава социјалних чисто механичким узроцима. Психо-физика, економија, разне теорије осигурања објеката и живота и др. докази су не само примене математике већ и успеси, који су на тим разним пољима и постигнути. Решавања разних питања из области примењене математике, употребом података статистичких или експерименталних, у сложенијим и простијим појавама, била су само етапе, да се увуче математика са механиком у области моралних појава, за које се домене раније мислило да не само математику и механику, но и свако предвиђање, што је одлика егзактних наука, за навек искључују.

Дело, које овде приказујемо, јесте покушај једне синтезе метода механике и математике, за примену на појаве, које подлеже променама, без обзира на место где се догађају и специјалне њихове квалитете. Наслов је дела: Елементи Математичке Феноменологије и износи преко 50 штампаних табака у издању Српске Краљевске Академије.

Наћи заједничко, типско појавама из разних домена, у себи садржи већ основу и наговештаје, да се све промене у природи режирају истим или аналогним узроцима и законима. Аналогије међу променама чисто физичким су производ аналогичности међу узроцима појава, мена и процеса,

и то је не само наговештај, већ прави упут на методе заједничке и опште за тумачење појава по принципу каузалности и постулатности, на чему се заснива не само логика догађаја, већ и логика суђења и умовања нашег.

Све шаренило, које виђамо у свету појава физичких, тако је сама за то, што су истине, до којих долазимо опажањем и дедукцијом, изведене из наших просматрања промена у одвојеним и засебним центрима. Неједнакости, разлике и наше обележавање, да су и закони неједнаки за разне домене, стоји дотле док не покушамо дубље завирити у разлоге за аналогije разне. Када се уђе у истраживања узрока аналогijaма, онда је одговор на то питање: да су аналогije нарочито схватање истих закона и истина, а такве изгледају, што исту појаву, према месту и времену њеног јављања, према природи околине у којој се дешава у два домена, изражавамо, одређујемо разним параметрима, који нас у разним доменима доводе, и то врло често до таквих односа, који сем аналогija, немају међу собом ничега заједничког. Ако ли пак значају, природи примеретара дамо њихове вредности, после апстракције свега специјалног, што долази од неједнакости система где се појаве дешавају, онда ишчезне аналогija и на место ње дође идентичност: међу узроцима промена — идентичност и важење истих закона природних за појаве, привидно посве диспаратне.

Математичка је Феноменологија генералисана механика обична. То је наука метода општих који се дају применити на третирање ма каквих питања, која се односе на појаве из ма кога домена. Шематисање узрока и ефеката, независно од разних механизма и средина где се разне промене збивају, даје елементе, да се из њих дође до оних општих закона, који у себи садрже особине заједничке за појаве и промене широких области природних. Прелаз, у применама шема нађених, са појава физичких на моралне (социјалне), могућ је само за оне који су добро упознати и са основима метода математичких и механичких и са питањима социолошким. На жалост, данас је број таквих људи врло мали. Социолози обично припадају групи људи, који са егзактним наукама никаква додира немају, као што је истоветан случај и обратно. Социолози се баве проучавањем квалитативних особина форама и процеса, и из неких карактеристичких знакова изводе по све априорне

законе за каузалне везе међу променама у свету моралних појава. Суштине су проблема социолошких нејасне. Не зна се, шта је важно, у чему се извесно питање састоји и где је тежиште основних главних проблема социјалних. Генерална питања, проблеми општи о утицајима физичких средина на моралне, мењања извесна, зависна од узрока физичких, третирају се у социологији, али све са таквом површношћу и приближношћу, да се, с правом, стање данашњих социјалних наука може да сравни са стањем физичких наука пре Аристотела и Архименат, кад обим проблема данашње механике укаже пут социолозима, којима се до сазнања питања и постављања задатака непознатој теоријској науци тумачења појава; то све није ништа да дође, тек онда можемо приближно бити у стадиуму, да извесну прецизност дамо методима и резултатима социолошким. Ово се све тиче научног разумевања појава социјалних, а не оне безбројне вреве и рада на разним гранама социјалним данас: у праву, етици, естетици — у примењеној, још непознато теоријској науци тумачења појава; то све није ништа друго на јављање појава услед разних узрока и мотива физичких и моралних, што се тек има као појава своје врсте да објасни механистички, кад за то моменат дође.

Пре но што прсеђем на излагање садржине горње књиге, говорићу о основима тумачења научног, званог механистичким, услед примене метода и принципа механике за налажење каузалне везе између узрока и ефеката код процеса и промена у разних појава.

Први Део

Основи Механистичког Тумачења.

I.

После открића великих принципа механичких у прошлом столећу, романтична филозофија великих метафизичара избачена је из науке, а оно, што је данас филозофско у науци, тиче се верифицирања механичких истина и принципа у разним проблемима природним — обично физичким и моралним. Предмет и саме филозофије није обична, системска синтеза, изведена дедуктивно на основу извесне замисли твораца разних система, и насилно довођење у склад познатих емпиричких истина, са тим системима, већ тражење логичности у разних промена и процеса, на основу закона механичких. Полазна тачка данашњег проучавања и тумачења појава јесте: да су аналогije међу појавама из разних домена не само наговештаји заједничких, већ и докази истоветних узрока међу привидно диспаративним појавама. Мртва природа (физичка), биолошка и психичка, као нешто одвојено, само су наши индивидуални назори и схватања, јер не видимо везе међу тим појавама; али ту невидљиву везу свести и на најдуховитији принцип, немеханичк, значи губљење времена, у извођењу које каквих формално логичких апсурда, пред којима се само збуњени духови могу заустављати са дивљењем, и тако сугерирани запајати утисцима: великог, духовитог, лепог и тачног. Питати се за оно што је по суштини несватљиво, могу само остаци схоластике, која је у неколико махова тријумфирала, благодарјећи силној моћи сугестије на гомиле, па биле оне квалитативно и разних нивоа. Позитивизам је избацио из науке не само извесне старе методе већ и нека питања, која

се, или не могу никада докучити, или је за решење њихово још сувише рано, пошто је број нужних података за њихова разумевања данас недовољан. Нико данас не може никога у науци заварати резултатима, до којих је дошао умовањем без олажања и примена егзактних метода, на основу извесних судова, чије су премисе извесни дедуктивни закључци, производ стања интелектуалног само дотичног типа. Све из чега наука, из дела таквих мислилаца, може да има користи, у томе је, да њихове системе сматра као елементе, из којих се може посматрати једна од многих фаза кроз коју пролази људска мисао; али да у томе види какву истину, којом се што може протумачити у нашој околини, то је далеко. Ако ко нађе чега у таквим системима, чиме би се и дало што протумачити, то је тумачење производ сугестије и тако далеко од истине, да о томе није вајде никаква рачуна водити.

Оно је само истина, што се експериментом директним или индиректним може поновити, верифицирати и демонстрирати. Методи сви научни, наслоњени на методе математичке и експерименталне, ослобођавају нас резултата емоционалних, афективних — сугестивних елемента, јер се процеси обичне формалне логике смеђују нечим, што не подлежи утицајима воље наше и ћудима нашим.

Покушаји чињени, и многи већ успеху привидени, да се механика увуче свуда, замеђују метафизичко експликовње рационалним, експерименталним методама. Егзактно палажење истина није у примени математике, и овде је математика само сигуран мост да се од познатих истина обичних дође до општих, и од добивених објашњења за просте појаве дође до разумевања сложених појава. Принципи механике су изјаве, дефиниције најпростијих особина процеса и појава, садржаних у принципу континуитета, и сведено све на механичко тумачење, није ништа друго до образложено и свесно схватање поменутог принципа како у простим тако и најсложенијим појавама.

Теорије у науци за тумачење појава механичким узроцима разликују се од теорија метафизичких и по начину обраде питања и по хипотезама из којих су склопљене. Научне теорије на пр. о топлоти, полазе од хипотеза: о кретању молекула, принципа термодинамичких, одржања и дисипације енергије, од извесних истина које оправдање могу наћи у по-

јавама, експерименту приступачним. Једне или друге теорије, везане за кретање материје или енергију, не иду даље у суштину појмова о кретању или енергији, већ даље извођење везују све више за количине, елементе, којима се појаве термичке могу детерминисати, какви су параметри: за енергију, рад, ентропију, притисак, запремину, температуру, и друго. Старе теорије метафизичке, а и оне новијег датума из доба владавине Хегла, Шелинга, из доба природне филозофије, улазе у тумачење појава топлотних помоћу, бајаги схватљивих основа суштине материје, силе и кретања. Сва нејасност, везана за схватањем горњих појмова, пренесена је и на тумачење осталих појава термичких.

За тумачење ма којих појава механичким теоријама зна се, да може бити разних теорија, ако је једна само могућа. Из овога излази: да свака теорија за тумачење у себи носи основе привременог трајања, и ово је лепо обухваћено аксиомом, да су само оне теорије данас добре, за које се може доказати да су лажне. Овим се хоће да покаже и привременост свих теорија и могућност постојања, за тумачење свих појава, и безброј теорија, што долази из немогућности да се уђе у суштину елементарних основних, чијим се појмовима теорије склапају. Тако је код старих теорија механичких о топлоти нејасан појам о кретању, односно сили и материји, а у нових је теорија енергетичких нејасна енергија, рад и ако се у обема теоријама свакога часа оперише количинама мерљивим, које се на горње нехватљиве узроке ослањају.

Из горњег је јасно: да је за нас непотребно знати шта је на пр. топлота, па да се суштина процеса термичких, на пр. рад какве термичке машине зна. Довољно је знати како се рад у топлоту, и из топлоте, прелазом из виших у ниже нивое, рад добија, па да се нађу и рандмани машине и најкориснији коефицијенти економски. Ово све вреди и за теорије у социологији. Ако се и не зна шта је живот, дух, воља, могу се појаве социјалне тумачити, аналогијом тумачења појава физичких, механичким теоријама, које ће нам казати, како се из једних промена друге добијају, како се из једних појава, као узрока, до других долази, које су последице првих.

Може неко из привремености механичких теорија закључити на њихову малу вредност и безначајност, какве су теорије метафизичке. Моћ предвиђања, која је скопчана са ма

којом теоријом механичком, оно је, што је уздиже над обичном метафизиком. Код метафизичких теорија, код тих система што су продукти дедуктивне синтезе, једва ако се приближна слика може да да за разумевање најпростијих односа код појава, док то није случај код научних теорија, које из података из групе једних појава, могу пружити материјала и за веће дедукције и за експликације појава, које на први поглед могу по све диспаратне изгледати са појавама, ради којих је извесна теорија постала. Електро-магнетске теорије за тумачење светлости и хидродинамичке појаве најбољи су пример за ово. Научне и механичке теорије се експерименталним законима и открићима коригују и модификују, смењују се другим теоријама ако наиђу на препоне услед нових открића, — док су метафизички системи, сматрани као нешто везано за природу наше субјективности крти и несаломљиви, пред новим појавама и открићима, не желећи да се прилагоде пред тешкоћама, већ тежећи да сваку тешкоћу савладају некаквим тумачењем да је ново нађена истина, само привидно таква, а у стварности другојачија, онаква, какву је замишља извесна теорија метафизичка.

II.

Под механистичким тумачењем разумемо налажење односа између карактеристичних елемената, којима се извесна појава или систем одређује, што је у главноме суштина шематичког објашњења свих појава, о којима се у књизи Г. Петровића говори. Тумачење промена ма каквих из функционалне везе параметара и њихове зависности од времена садржи у себи природу и особине узрока свих промена. Како су узроци промена и процеса механичке природе, све се збива на основу принципа механичких, то се и овај начин тумачења најбоље крсти именом механистички. Назив механистички раније је употребљаван као начин за свођење узрока разних појава нефизичких: виталних и психичких, на принцип махина-механизама (Descartes), но како су функционисања и свих махина вештачких и природних у суштини условљена узроцима механичким, механизми су само једна група појава механичких,

на које се извесно дају применити начини механичког, односно механистичког тумачења.

За научно експликовање појава за нас није нужно знати: што је у суштини материја, кретање, живот или психа, већ како се одређују комплекси, како се промене дешавају и односи налазе између појава што су у каузалној вези, у којима се манифестирају обичне физичке појаве, виталне, психичке или социјалне (моралне). Из онога што се да мерити, а служи као карактеристичан елеменат (параметар), да се утврди облик или процес какав, склапамо слике (шеме) о суштини појава и промене пратимо из промена тих елемената у времену. Тако на пр. немајући потребе да дубље улазимо у суштину појаве топлоте, можемо промене код гасова пратити из параметара, као што су: притисак, температура и запремина. Из нађених емпиричких истина, закона, видимо како се из ових поменутих параметара може доћи до првог и другог термодинамичког закона, чиме се и особине топлотних појава ближе одређују, а долази се и до других карактеристичних елемената: енергије, ентропије, рада, којима се могу лакше и најкомпикованије појаве да одреде. Ако успоставимо на пр. аналогije између хидродинамичких и економских појава, онда видимо да је у оба случаја истоветна појава стационарних стања, кружења и друго. За, социјалне, на пример економске појаве, тражња, понуда, рад, енергија и ентропија су карактеристични елементи, из којих се, с погледом на елементе интензитета и капацитета, могу протумачити кружења из средина виших нивоа у ниже, кружни процеси, процеси реверзибили и иреверзибилни и др. Живот није ништа друго до извесно одређено стационарно, до некле прогресивно, за тим стабилно и у извесним интервалама опадајући стање, које се одржава односом унетих, апсорбованих и испуштених супстанца, потребних за одржање индивидуе, специје и сличних или различних колективних група. Брзина циркулације материје зависи од стадиума организама, њихових облика и средине у којима они живе. Од међусобних односа организма у економским срединама зависи брзина пулсације живота економског: производње и потрошње добра и др.

Разум, слободна воља, емоције су психичке силе, — енергије, које, аналого физичким силама, изазивају промене у фи-

зичким срединама, организмима индивидуалним или колективним, и њихови се ефекти могу мерити променама карактеристичних елемената, којима се могу одредити, утицаји горњих узрока чисто психичких — моралних. Неједнако груписање људи у извесној социјалној средини, на пр. гомили, — у којој се услед одређених мотива сваки одређује одређеним правцем ка извесном циљу, услед каквог узрока, импулса, надражаја, страха узвика, опасности, говора — може бити повод за одредбу јачине ефекта, емоције и јачине надражаја, који је изазвао нарочито груписање. Груписање је чисто физичка количина, мерљива густином (бројем лица на јединици површине), а служи као податак за психичке узроке појава. Панике услед извесне вести у новинама, каквих заплета у изгледу, који од резултата преговора на конференцијама представника две или више великих сила, изазивају деруте на берзама — физичку појаву. Страх, као психичка сила, може се овде мерити физичким елементима: курсом папира, повлачењем новца из циркулације, отказивањем кредита итд. Механистичко тумачење појава у побројаним случајевима лежи не у тражењу шта је у суштини: кретање, живот, дух или материја, већ како се кад карактеристични елементи за извесне појаве могу као функције времена изразити. Тако на пр. у обичних механичких кретања наћи место тежишта тела као функцију времена, кад се знају силе, као узроци кретања, и наћи положај тачака система према утврђеном непокретном систему, значи имати проблем протумачен. Наћи однос између брзина долажења маса, прираштаја и миграције из извесне области, значи сагледати у основе закона множења популације. Ако се продукција добара доведе у везу са бројем лица и са горњим брзинама, можемо за решење питања наћи односе: или између броја житеља и количине намирница, или и број житеља и намирнице одредити као функције времена из узрока познатих, који на горња два елемента утичу. У последњи узрок рачунам физичку и етничку средину, ступањ развијености средине дотичне и њен однос према густинама других средина, са којима прва долази у додир.

Кад бих хтео одредити проблем кретања једнога човека у одређеном времену, и знати тачно све његове физичке радње, проузроковане физичким и психичким мотивима, имао бих врло тешко питање да решим. Сваки је наш покрет резултат

најмногобројнијих, различних и краткотрајних узрока. У обичним индивидуалним покретима један се мотив као узрок наших радња истиче над свима осталим, има предоминантни утицај на наше радње, и тај узрок нашим покретима називамо слободном вољом. Слободне воље не може бити у механистичком гледању на ствари, јер би значило, кад се у једном и истом моменту, услед истих узрока могу да јаве два различита ефеката, да закон каузалности не вреди. Оно, што ми приписујемо слободној вољи, долази као ефекат оних узрока, који се несвесно бирају међу многим узроцима и из те несвесности везују за извесне наше психичке акте, чије узроке приписујемо слободној вољи као сили. Ко би гледао кретање атома или молекула у каквој физичкој средини, дошао би, из чисто физичких покрета, на мисао, да су атоми задахнути слободном вољом, јер никако не би себи могао објаснити њихово неодређено, у разним правцима кретање, ако не би знао да покрет свих молекула на једној страни у себи већ садржи услове будућег кретања сваког молекула на по се.

Ако посматрамо рад два човека, у покретима, радњама њиховим, које су резултати два импулса, две силе већ се слабије опажа дејство психичких мотива, које зовемо слободном вољом. Покушај једнога лица да што створи, услед називи његове слободне воље, несвесно може бити уништен утицајем другог човека, који са њим на заједничком послу сарађује. Сарадња је овде резултат две слободне воље и ефекат две силе може бити нула, разлика, збир и макаква друга комбинација из две силе. Ако имамо радњу читаве групе, онда је ефекат заједничке сарадње геометријска резултат из свих називи слободних воља. У дејству гомиле, уређене или неорганизоване, ефекти су ма каквог њиховог: физичког или моралног дејствовања по све идентични са дејством система физичких сила, јер се сви трагови нарочитих психичких особина дејствовања по слободној вољи са свим губе.

Воља је као и сваки механички узрок повод промена и процеса. »Вера, која креће планине, јесте воља, она је прави творац ствари (моралних и физичких)« вели С. Le Bon Говорећи овде о слободној вољи и сврси имамо у виду, да се са тим особинама горњих узрока, сила, или како се у овој књизи зову: тежње, не може и не сме смањити значај механичком

тумачењу развоја појава. Све је, што се збива у свету физичком, условљено прошлим стањима, и што ће бити има извора у садашњости стања и промена. Ово је смисао механистичког тумачења појава, што се у лајичком свету, из непознавања суштине каузалности брка са фаталношћу. Горњи је принцип општи и вреди и за психичке, социјалне (моралне) појаве. Моћ предвиђања, Контово начело *savoir c' est prévoir*, садржано је у континуитету међу променама и стањима. Свесност обична, коришћење је тековинама искуства, атавизма и наслеђа, да се извесне препоне могу са што мање труда савладати у животу човечијем и људском, и права корист од свега је кад све наше радње и покрети добију тип механичког, несвесног. *Говор, ход, занат, вештина и др. су тековине несвесних, невољних аката. L'education est l'art de faire passer le conscient dans l'inconscient (G. L. Bon.)* је принцип о механичкој каузалности моралних појава и ако поменути писац налази, без довољног оправдања, разне логике за разне појаве и промене.

Једна је логика догађаја, као што је и рационална логика једна и она је отисак логике догађаја у нашој околини. Ако се наше резонување о узроцима и ефектима не поклопи са правом стварношћу, коју је доста тешко наћи, јер нам апсолутне етапе и мерила недостају — наше сазнање постаје једна идеалистичка, фантастична слика и понекад и галимитијас без икакве вредности. Принципи каузалитета, њему подобан принцип континуитета основе су за појаве и за наше расуђивање.

Из појава једнаких промена у социјалним појавама, из процеса и промена, које су опште за цео органски свет а састоје се у томе: да по закону континуитета нема скокова ни у формама ни у процесима, излази да је највероватније да је ефекат колективног дејствовања нула, и да је услед тога као и у физичким системима прогрес промена униформан. Растење или опадање у променама условљено је, без обзира на брзине мењања, постојањем одређене резултанте, силама као резултанте колективне акције. Да прогреса може бити, морају усталажена стационарна стања, која би вечно трајала без пертурбација споља, да се ремете узроцима чије се дејство јавља, траје извесно време и губи се, да се ново стање засновано може за извесно време задржати.

Овим сам напоменама показао у чему се састоји механистичко тумачење, и мислим да сам са неколико примера разјеснио и показао како се оно има разумети, ако се овај метод жели пренети са физичких на социјалне појаве. Нисам се хтео упуштати у ближку одредбу природе проблема социјалних, они се најбоље проучавају решавањем појединих питања из социологије. Сва је данашња социологија у фази дескрипције појава, и дознавање законитости на основу статистичких података, до којих се посматрањем појава и процеса социјалних долази. Безброј аналогја између друштава и организама, организама и механизма, хемизама и витализма и др., само су етапе да се у будућности за социологију припреме подаци за рационално, механистичко тумачење њених појава.

Прави социолози и данас, и ако са недовољним бројем факата, најрадије траже узроке формама и стањима социјалних система у чисто физичким мотивима. Статика социјална, наука која би требала проучити узроке да се заснује и одржи извесно стање, или облик система, и динамика социјална, наука која би из односа узрока механичких и промена у формама и стањима сагледала у промене прогресивне и ретроградне појава социјалних, чине главне области свих моралних наука. Слободна воља и циљ радњи и покрета, узети као сила извесна или облик рада (енергије), могу се корисно као механички узроци употребити за груписање, децентрисање маса и схватати као физички узрок свих покрета и промена у формама и процесима. Довођење ма ког елемента карактеристичног за форме, стања и процесе у везу са елементима временим и просторним, може нам у размацима већих времена и на већем пространству јављања појава социјалних, у елиминисаним дејствима многобројних пертурбационих елемената, мале трајашности по дејствовању, дати резултате из којих се законитости опште могу наћи за развој догађаја у социјалним срединама. Свезивање теоријских резултата социологије са практичним, примењена социологија даје нове проблеме: прогрес, просперитет, правичност, и др., што је суштина питања из моралних, правних, економских и административних наука. Ово је аналого са везом између теоријских физичких наука и технике. Односи друштвени могу се двојако

посматрати: као природни резултати друштвене развијености или као вештачке тековине (писани закони, обичајно право), којима се има да спрече штетни утицаји извесних сила, или да потенцирају добре последице других узрока. Исцрпсти све делове моралних (социјалних) наука, побројати сва питања њена нити ми је овде намере, нити се то да исцрпсти на овоме месту. Овде само наглашавам какво треба да је гледиште за појаве, а из даљег излагања, где ћемо изнети како се појаве физичке имају третирати, видеће се како се и други проблеми, ма из које области имају да схвате и да тумаче.

Противу механичког тумачења, које се од неких лајика брка са неразумевањем употребе математичких израза, устају или незналице или необавештени људи. Први то чине из разлога што је лакше резоновати о појавама и процесима обичном, сокачком логиком, чији су судови, закључци брзо готови, или на основу по све непроверених премиса, или на основу по све приближно тачних, по све хипотетичких елемената, којима се у опште пресуђује у обичним разговорима на скуповима гомила. Необавештеност се буну и устаје противу механичког тумачења социјалних појава данас тако исто, као што је се то радило пре неколико векова, кад су се механички узроци тражили за кретање и појаве физичке, јер им се чини: да ће се таквим начином тумачења наудити или достојанству човековом, које по њима располаже јаком силом, слободном вољом, или оној естетичкој узвишеној форми мисли, која шареним сликама о некаквим идеалним хармонијама, дајући израза својим утисцима и фантазији, мисли да улази у мистерије природе, кад сликама и атрибутима песничким објашњава природу. Као што није изгубила у појезији астрономија од кад је дошла механика небеска, која је простим принципима механике сагледала у узроке кретања васионских тела, и избацила онај хаос епицикала и полиедара, скуп анђела и демона, који су били носиоци и акција више воље за познате космичке појаве, тако неће ништа изгубити ни социологија ако у појаве моралне: слободну вољу, свест, емоције и др. унесе као разлог за њих и из њих изведе као из узрока последице, које се привидно данас приписују безначајним особитим квалитетима људског интелекта и душе његове.

Историјске, економске, социјалне појаве су стања извесна; она се мењају свакога часа. Равнотеже су средина моралних,

под утицајем разних узрока, лако променљиве и скуп њихових фаза сукцесивних чини разна еволуциона стања у свету појава друштвених. Где се нешто мења, а то се мењање може довести у везу са извесним другим менама, ту увек може бити говора о ономе каузалном тумачењу између узрока и појава, којим се механика служи и које се јако разликује од најивних тумачења каузалних, где неко из распореда звезда, као извесног скупа промена изводи судбине владара, појаву једну тако исто променљиву. Ако се пак аналого методама физичким, водећи рачуна о главним и споредним узроцима, осталим и привременим силама пертурбационим, упоређењем промена између две области појава, после нађених карактеристичних елемената, описаних и измерених, не само фиксирају квалитети, особине појава што се мењају, већ се постигне веза између правих, на први поглед обично невидљивих, узрока, онда се механички улази у све домене појава, и без механистичког тумачења не може бити правог научног сазнања.

Данас доста распрострањено једно од механистичких тумачења јесте примена енергетике на социјалне појаве. Покушаји, да се принципи енергетике примене, почивају на утицају рада и капитала у стварању енергије: социјалне, моралне; онако исто као што рад и топлота дају енергије за механичке, физичке, хемијске, физиолошке и психичке појаве. О постанку капитала из рада у економији не може бити спора. Наслеђа из прошлости: у традицијама, материјалним творевинама (друмовима, зградама, каналима и др.), естетички капитал: у скулпторским, музичким и сликарским творевинама; морални капитал: у узорима пожртвовања, несебичности и другим врлинама — тековине су утрошених, прошлих радова и повод, да се из затечених стања тих капитала у новој спрези са данашњим радовима створе нови капитал, енергије — социјалне и моралне. Ако за рад, капитал и енергију узмемо тражњу као карактеристичан параметар, чијим се променама могу мене горњих енергетичких количина да прате, онда нам у тим количинама, нарочито у капиталу, јасно на видик излазе и друге аналоге особине са топлотом — физичком енергијом, из које се рад добија. Створене установе, као капитал, па биле физичке или моралне природе, зраче, и зрачењем губе своју јачину и количину, наравно привидно, као што се извесна средина топлотна мења, окружена околином другојачије темпе-

ратуре. Губљење капитала физичких, из чисто физичких разлога, изложених — на пр. зграде — утицају времена, по све је разумљиво; губљење вредности машина у индустрији употребом јасно је и аналогија је јасна са зрачењем топлоте. Тако је исто јасно, и разумљиво, да услед промена укуса, навика, потреба, данас, услед измењених тражњи по јачини, многи капитали морални немају ону вредност коју су имали у времену кад су створени. Обмана је мислити да естетичке творевине прошлих векова, да архитектонски монументи, поезија, и др. не губе ништа од своје релативне вредности и да им се значај, односно јачина њиховог дејствовања не мења са временом. Омир није данас уџбеник за младеж какав је био за време Павзанија и Периклеса; Дантеова комедија изгубила је много што се њеног дејства тиче, она се данас не чита као некада и додиће време, кад ће се њена садржина у историјама литературе препричавати; а неће бити ни неколико професора на целој земљиној кугли, који ће је прочитати. Дејство ће њено опадати, као и дејство Омирове Илијаде и Одисеје, народне поезије и саме Библије, која ће по пут Веле постати шаблонисано предање једнога култа, чије ће се форме само радом извесних људи још одржавати. Мене релативних јачина горњих творевина аналоге су са опадањем нивоа температурних топлотних средина. Нејасни су мотиви многих покрета и радња у горњих творевина за данашња покољења. У томе је зрачење њихове енергије. Из додира данашњих радова за затеченим капиталима, који се могу употребити, створиће се нове енергије и капитали, чија је судбина у будућности истоветна са судбином поменутих капитала. Веза капитала са тражњом показује да је експанзија економских и социјалних средина, аналого физичким, већа, што је тражња јача, као у физичким што је брзина молекула већа, што је њихова температура виша. Две средине социјалне неједнаких тражња представљају две средине неједнаких нивоа или напона, услед чега бива струјење и тежње за унифицирање нивоа. Ова особина, готово општа за све појаве, доводи до вредности другог принципа термодинамичког, до става о ентропији. Према овоме, веза рада и капитала у стварању енергије социјалне услед неједнаких тражњи односно експанзија, даје довољно разлога за примену енергетике у тумачењу социјалних појава. Кад се енергетика, преко поменутих аналогоја, да применити на појаве со-

цијалне и моралне, онда је не само неоправдано, већ неразборито устајати противу примене механике у социологији. Последње чине или надриклике и незналице или сањалице.

IV.

Без механике нема науке. Где нисмо у стању принципом каузалитета васпостави такву везу између узрока и ефеката, да у правилностима праћења појава, у законитостима не можемо сагледати ефекте принципа: акције и реакције, инерције, одржања и деградације енергије, наше је сазнање факата привремено тачно и далеко од праве научне истине. Сазнање квалитета појава, процеса и мена само је једна етапа за право научно сазнање и тек од момента, кад ма какав однос сазнамо између разних непроменљивих параметара, којим се каква промена детерменира, почиње права наука, и то од момента, ако се однос тих параметара може да означи и одреди као решење динамичких једначина. Гравитација је постојала и пре но што је ма који закон откривен. Опис појаве код терезија, одржање истих висина у комуникационих цеви, однос брзине времена и убрзања код падања и закони кретања космичких тела, добили су заједничко тумачење истим узроком, кад је као сила за све горње појаве уведена гравитација и она доведена са разним ефектима у везу, који су и многобројни и разнострукти.

П р в а х и п о т е з а, која мора бити усвојена, као изјава опште појаве о заједници међу променама и процесима, о могућности прелаза једних енергија у друге, о перманентности у сталности и идентичности ефеката произведених истим узроцима, јесте: да између разних закона механичких мора бити везе, која је, на пример, обухваћена принципом виртуелних радова, или принципом одржања енергија. Кад се од ове поставке пође, онда се питање научног тумачења своди на апликацију познатих механичких и физичких закона у разним доменама појава. Аналогичке квалитативне упућују на хипотезу и идентичности квантитативних односа, који појава детерминирају. Оно, што привидно упућује на веровање у разноликост појава и отуда на потребу разних закона за разне појаве, долази

само од неједнакости квалитативне међу парометрима, којима се у разним областима појаве одређују. Једна се на пр. промена у физичкој средини негде да одредити брзином и координатама тачке, у другој средини температуром, притиском и запремином, и ми бисмо рекли на први поглед, да у закону на пр. Маријотовом, који вреди за термичке појаве и у закону равнотеже код теразија, имамо две сасвим неједнаке појаве, док су у суштини оба закона изјаве принципа одржања енергије, јер оба закона казују однос између радова сила и њихових ефеката. Ако се посматрају промене у социологији, на пр. у економији, онда се ефекти принципа одржања и деградације рада, дају извести из неједнаких рандмана средина за добијање рада, из рада капитала, и вредности из удружених радова и капитала. Мисао људска, свест наша, проузрокована физичким узроцима, и ако се јавља као епифеномен, има градијација у јачини, има нивоских разлика, може зрачити и мењати се, и ако се згодним параметрима детерминирају особине какве појаве психичке, ипак ће све промене бити сведене на манифестације физичке по принципу одржања енергије. сила, заснованих на принципу трансформације психичких појава.

Главна је питање математичке феноменологије, да аналогјама међу процесима, укаже на идентичне основе по којима се појаве збивају, и на могућност примене механике за ма каква тумачења. Општа механика се не разликује ни по принципима, ни по својим законима од обичне механике, већ само по начину саглеђивања у појаве, по начину на који ћемо доћи до оних количина, параметара, којима се појаве детерминирају, и до тога како ћемо свезати ове параметре са временом. Брзина, убрзање, време су количине којима се параметри одређују, и њихове промене у времену условљавају, и одређују појаве, које се сматрају за нарочите функције, са гледишта механичког, тих параметара. Кад се извесне појаве, промене, процеси одреде каквом функцијом зависном од времена и параметара, онда је и закон промена одређен. Но, одређивање ових закона бива или опажањем, и онда су закони нађени од вредности само за извесне услове, они су специјалног типа или се из извесних промена каквог појава добијају подаци, помоћу којих се у вези са емпиричким законима условљава решење механичких једначина и тумачење појава, преко тих једначина, чисто механистички.

Писац је увођењем нових назива за узроке појава, назвавши силу тежњом, и смењивањем обичних сила инерције, силама инерције из чијих је израза маса обична смењена нарочитим елементима, дао обичној механици једну вишу генерализацију. Услед ових измена, теореме су постале општије, а општост је и тим пајачана, што се са тродимензионалног простора прешло, преко фигуративних тачака у механичком кретању, на n — димензионалан простор. Поред тога, што је ово дело генерализација обичне механике, науке о кретању система чврстих, изменама поменутих, увођењем карактеристичних, општих параметара, као нужних елемената за одредбу разних стања, учињено је, да су обични механички принципи генерализовани оспособљени за примену не само на појаве у разним физичким срединама: хемијским, физиолошким, но и за социјалне појаве и процесе.

Јасно је истакнута и примерима многим објашњена улога математике при механистичком тумачењу. Математички изрази, којима се обухватају особине појава и процеса, баш с тога, што велике везе постоје међу њима, припадали они ма коме домену, слични су, а често и идентични за појаве, на први поглед по све диспаратне на пр. појаве звука, светлости, електрицитета, других појава. Изрази математички, шеме заједничке, како се у делу зову, носе само кондензоване карактеристичне особине појава и процеса, чији се трагови само на овај начин лако могу сачувати за даље извођење у примени механике за тумачење, што случај не може бити при обичној анализи и синтези логичкој, којом се данашњи историци, социолози и моралисти служе за тумачење појава. Извођење на пр. каквих закона у историји, на основу уочених ових или оних одлика народа и раса, на пр. стања економског, моралног у опште социјалног, па из тих прича склопити закључке о оваквим и онаквим последицама, даје неке наговештаје о квалитетима извесних појава, али је све далеко да се и један општи закон на тај начин нађе. Посматрањем пак разних појава, на пр. физичких: клатно, таласасто кретање ваздуха или етра, испражњавање кондензатора и друго, долазимо до са знања, да је све то изазвано истоветним узроцима: ово се дознаје преко математичких израза, до којих се у разним горњим

доменима долази, а који су не само аналози већ и идентични, кад се извесни елементи унифицирају и да им се заједнички назив, пошто се ти елементи са разним детерминацијама у разним и ако сличним узразима јављају, услед неједнаких привидних неједнакости тих разних појава.

VI.

Из питања чисто механичких, обичне механике код кретања чврстих тела (система) или кретања у срединама материјалним, моћи ће се видети шта је суштина силних проблема, шта је значај параметара у механичком тумачењу и како се аналога питања и елементи за њихово решавање могу да нађу код појава из ма ког домена. Мисли се обично, да где живот настаје, где се психичке појаве јављају, ту нема посла математика. Тако је за све лајке који не знају у чему је садржина проблема из механике. Узроци промена чисто механичких се не знају. Сила, енергија, рад, топлота и др. су невидљиве, немерљиве и директно чулно несхватљиве појаве, и поред свега тога ми проучавамо особине ових узрока и налазимо јачине њихове из оних промена које се дају опажати, мерити и употребити а са њима су у вези. Планете, комете, месец, тела на земљи што се крећу системи су који особинама својим не налице ни по чему на силе и узроке кретања. Кретање је апстрактни појам за извесне промене међусобне међу телима, и кретање се одређује као функција времена, или се изражава количинама сложеним као што су брзина, убрзање и др. Тело, променом положаја релативних, није кретање, кретање је тако исто апстрактно и несхватљиво као и њихов узрок, као што је апстрактан појам енергије, рада и топлоте. Ако детерминирамо облик тела, које се креће, обрће, шири, скупља итд., извесним количинама параметрима, и те елементе имамо изражене као функције времена, из промена њихових у времену и простору можемо закључити посредно на особине механичких узрока промена у свету материјалних појава. Ако аналого пређемо на физиолошки систем, на скуп ћелија и органа, на просте и сложене системе, онда се и овде у особине животних функција може ући посматрањем промена у стањима органа и њихових функционисања. Анатомија, физиологија, у опште сва био-

логија и не дају ништа друго до методе да се суштина механизама биолошких проучи, да се животне манифестације доведу и сведу на основе механике (физике и хемије), и да се суштина свих процеса биолошких протумачи мењањем не само форама система, већ и променама стања функционисања њиховог. Живот је апстрактни појам, као и кретање; живот се огледа у променама стања и релативних положаја система. Као што се енергија механичка везује за извесне променљиве елементе, факторе интензитета и екстензитета, тако се и витална енергија, количина еквивалентна раду механичком, налази и да изразити карактеристичним елементима у разних система органских. Воља, свест, осећање и друге особине психичког живота су апстрактни појави као кретање и живот, директно се не могу опажати, али се њихово постојање изводи из промена у системима виталним. Психичка енергија, сила, рад и др. изводе се и мере помоћу параметара механичких или физиолошких; њихова се стања одређују, из промена морфолошких или физиолошких. Ово што вреди за промене, везане за индивидуалне центре, вреди и за колективне средине социјалне. Појаве економске, моралне, психофизичке маса (гомиле) на крају се дају свести на узроке по све сличне узроцима за механичке појаве. Како и на који начин ваља карактеристичке количине наћи и јесте тежиште сваке науке. Прогреси су везани са вештином налажења начина да се механичке количине одреде, да се нађе могућност правилно поставити проблем, знати шта је где познато шта није, како се промене, било у формама или процесима (стањима), могу изразити овим количинама, да се лако може доћи до израза, који ће нам карактеристичне елементе дати као функције времена. У овоме делу се писац углавном бави методима и начинима како се горња питања решавају за појаве физичке.

VII.

Ми меримо, одређујемо и тачно механички дефинишемо количине: просторне и времене. Можемо наћи дужину, површину, запремину, размак два момента у простору и времену. Овде је реч о физичким горњим количинама, уз које иде обележје њихових особина материјалних. Материја, кретање, рад,

енергија, топлота и друго су директно немерљиве количине. Кад једно тело физичко са једног нивоа сиђе у други, из његове масе (односа тежине и убрзања од теже) и пређеног пута, из две по све мерљиве количине, налазимо рад, — ефекат оне количине, која се услед удара горњег тела манифестује или у деформацијама физичким, или се јавља у променама стања топлотних, електричних или каквих других. Кретање се одређује из параметара: дужине, времена, брзине и убрзања, из количина које се директно могу мерити. Ово исто вреди и за остале појаве и процесе: физиолошке, психичке или социјалне. У доменима ових појава можемо мерити: укус, емоције, интелектуални ново и морални, економске и моралне тражње из објеката чисто материјалних, у којима се горњи појави манифестују. Број извесних грађевина и њихов квалитет даје масу и факторе интензитета за одредбу извесне социјалне (културне) енергије. Монументи артистички, песничка дела, творевине техничке, системи филозофски, њихово разумевање, експликовање, коментарисање утиче на извесне материјалне објекте, који се мењају услед горњих творевина и из тога се може одредити социјална енергија. Ако се извесна идеја не инкорпорира, не материјализира и не јави у облицима схватљивим и променљивим, она не дејствује, њена енергија не постоји. Све, што тежи да се стави у кретање или да што покрене и створи промене, мери се по ономе што се креће и мења. Између разних социјалних система се дејства постижу материјализирањем: објектима културним или психичким појавама, које су последица асоцијације и сугестије. Говор, слике, гест су средине сличне етерским срединама, њима се врши трансмисија идеја као силе и енергије, стварају покрети, у простору међу људима мењају појаве социјалне, ускомешавају масе и проузрокују процеси из којих се прогрес или назадак јавља. Оно неразумевање многих, да са извесног центра културног, на пр. естетичке слике, скулптуре, предавања каквог, може процесима психолошким да се пренесе мисао, изврши ефекат трансмисијом енергије културне, психичке и социјалне, а да се не окрњи садржај самих центара, може се објаснити ако се аналоге појаве горњим нађу у физичких појава. Такве су појаве звучне, топлотне, светлосне и друге, које могу бити упијене, одбијене преломљене, и др. и код којих се врши, кад су у близини разне квалитативне енергије, уједна-

чавање нивоа. Да какав објекат естетички изазове у гледаоце извесан ефекат, гледаочев ниво мора бити извесне висине, иначе је гледалац по све диестетичка средина. Акумулисана, истрошена енергија мисли, осећаја, рада физичког и моралног творца извесног објекта, на пр., Пракситела у Хермесу, оцртана је у сваком потезу у Хермесу. Хермес зрачи естетичку енергију, али је она за мали, изабрани број примчива да изазове ефекте, аналоге по јачини и квалитету оним утрошеним осећајима творца Хермеса. Кад векови униште трагове лепоте, пропорције, живота датог камену, онда ће ишчезнути и пресушити извор енергије коју Хермес или Венус Милонски у себи садржи. Трајање је зрачења извора по времену неједнако у физичких појава, разлике су велике у хлађењу гвожња и радијума и овај пример може објаснити негубљење јачине у творевина естетичких и негубљење јачине оних људи, који науком својом врше трансмисију интелектуалне енергије.

Кад из извесног центра струје енергије ма какве, тај центар трпи промене и одржавањем његових свих функција у правилном стању, извор може бити трајашан и дуг. Разни су узроци који разним центрима одржавају нивое и масе, факторе интензитета и капацитета. У каквој средини социјалној из које је само исељавање, пренашање, где нема стварања добара и придолажења рашћењем, настаје у брзо исцрпљење извора и ту нема услова са стабилно стационарно стање. Однос између асимилирања, задржавања и избацивања материја, карактеристичан је за стационарне појаве физичке, физиолошке, моралне и социјалне. Разумети суштину процеса је: знати у чему су основни принципи механике и њихова примена, прво на најпростије појаве физичке: на механичко кретање. У овој се књизи о овоме последњем поглавиту говори, и кад се то разуме, онда се даље аналогije могу лако наћи, као што тешко неће бити пренети ово механичко тумачење и на области појава моралних (социјалних).

VIII.

Мисли се да је димензионалност питања физичких другогачија но психичких. Материја се пружа у простору, заузима извесне облике просторне, стања се мењају у времену, док је мисао непротежна и само у времену променљива. Ово је по-

грешно схватање, што се мисли у физичких појава на објекте, који се услед физичких сила мењају, док се у психологији и социологији мисли на узроке, на психичке силе а не на појаве њима проузроковане. Сила је физичка као и психичка несхватљива и што вреди за димензионалност једних вреди и за друге узрока. Ако се посматрају промене физичких система, тела услед дејства физичких или моралних узрока, јасно је да промене физичких система у оба случаја морају бити истоветне или аналоге промене да трпе. Радом физичким може се мењати или облик или стање извесне физичке средине (услед притиска се мења или форма или температура), а ово се дешава и услед моралних сила. Опадање или рапшење јачине ма какве моралне силе може изазвати прогрес или опадање економског благостања једнога народа, може се величина, у погледу масе дотичне средине, да промени, може бити опадање популације или јаче рапшење. Шта је ово но промена облика, једне чисто физичке количине. Зар се не може доказати, да мисао људска утиче јако и на циркулацију крви и на рад мозга (Види дијаграм D'Arsonal-a), што није ништа друго да промена стања физичких услед психичких сила. Оваквих примера имамо ваздан из физиологије и обичне психологије.

На основу горњег може се поћи од истине, да се ма какво стање: форама или процеса може изразити параметрима, елементима: временим и просторним, јер се промене дешавају у простору и времену. Ако две аналоге, истоветне средине посматрамо, биле оне физичке или социјалне, на пр. две термичке средине, или две економске продуктивне или консумативне средине, оне су обично неједнаке у истоме времену на два различна места, или у два различна момента на истоме месту. С тога кажемо, да је ма која од горњих количина функција елемената просторних и времена, и из односа, узрока механичких и природе промена, налазимо преко динамичких једначина лако ону форму, из које се зависност од узрока појаве или процеса може да чита. Код температурних промена имамо Фуријерове једначине за простирање топлоте, код економских појава имали бисмо аналоге форме за дистрибуцију створених добара, капитала или рада, где би у оба случаја стања била изражена параметрима просторним и временом.

Силе, било физичке или моралне, за нас се објективирају преко својих интензитета (јачина). Ако се ефекат силе јавља

у енергији, раду, или каквом другом облику, опет је ту интензитет и његова промена у времену само. Стање извесно, процес, био физички или психички, разумљив је у својим променама, ако се знају јачина узрока и његове мене у времену. У појму интензитета је скривена природа узрока менама: силе или енергије, у појму времена, везаног за појам интензитета, садрже се елемента за квалитативне и квантитативне мене формама и процеса. Сила, ма каква била, не може се без промена у свету физичких или моралних појава, да констатује. Морамо имати извесну материјалну средину: форму или процес, какво физичко тело, стање или средину, систем морални, па да из његових промена закључимо на мењање узрока тих промена — на силе. Све се мене система ма каквог даду изразити просторним количинама, па мене биле у формама или стањима. Кретање каквог тела одређено је параметрима просторним, кретање маса услед импулса моралних одређено је просторним параметрима, аналоге одредби промене стања у каквој термичкој или физиолошкој средини. Елементи, који одређују форме или процесе пружају се у простору и преко њих силе, као узроке, детерминирамо просторним елементима. Јачина сила, као параметар њен, може нам бити мерљива, ако се просторним елементима одреди. На пр. рад се тежином и дужином одређује, слично се одређују разне енергије факторима дужинским (запремином и масом). У одредбу јачине улази маса, као елемент који има простирање за који су везане динамичке особине узрока механичких.

Ако узмемо на пр. моралну какву силу, на пр. утицај сугестије на промене у социјалним срединама, и овде налазимо масу (и то чисто физичку) која се креће и мења у времену. Једна средина социјална, тачно детерменисана, што се стања тиче, кретањем у једном правцу, намах се, услед сугестије устреми и у нарочитом поретку упуту одређеним извесним правцем и дејствује у одређеном времену, датом, одређеном јачином. Ефекат, рад, енергија те средине је функција сугестије, као силе и пута, који учини та средина. Овде пут није увек физички, већ често извесна промена у стању моралном исте средине, која се просторно цени, ако се срачунају разлике нивоа у стањима почетним и крајњим. Стање морално пре дејства сугестије да се одредити извесним елементима као и крајње, и разлика између та два стања чини елемент, који

одговара физичком путу код механичких појава, из кога се елемента и јачине сугестије налази енергија гомила, изложених дејству сугестије.

Ако код сила апстрахујемо елементе: масу и дужину, које се спајају у појму јачине, онда се моралне као и физичке силе своде на јачину, а ова на функцију времена, на елемент, који се времену мења. На овај последњи начин: јачина и време битни су елементи за одредбу силе. Правци промена у система разних јачини додају елемент просторни, као што сами системи, у којима се промене дешавају, сачињавају оно, што се у механици назива нападном тачком силе.

За зрачне појаве опште свезивање појма силе са јачином и временом од велике је користи. Гравитација, светлост, електрицитет, епидемија, сугестија и др. појаве су зрачне. Из извесног извора енергија зрачи на све стране, јер су средине, биле континуирне или дисконтинуирне, примчиве за трансмисију било ма каквих енергија. Код оваквих појава нема потребе водити рачуна о правцима, јер се импулси проносе зависно од средине, у свим правцима, и довољно је за проучавање појава довести у везу јачину силе и време у зависност са променама у ма каквим срединама. Рашчлањивање енергије, рада на силу и пут више је ради бољег проучавања елемената, узрока појавама, но ради тога, што природа самих узрока то захтева. Нема у природи одвојене силе од пута, нити рада или енергије од времена. У природи има промена у формама и стањима, произведених извесним узроцима, који могу за наше тумачење бити извесно стање и процеси, ако не тражимо примордијалне њихове узроке, или извесне енергије, које зраче и изазивају промене у стањима и системима физичким или моралним.

Други Део

Елементи математичке Феноменологије

I.

Појаве, које су писца одредиле, на тражење оних закона који су општи за процесе и промене из разних домена изнете су у уводу самог дела. »Начини, на који се узастопна тренутна стања нижу у току појава; у механизму појава, т. ј. у скупу улога оних прилика и фактора чији стицај одређује појаву, у сличности прилика у којима је реализиран стицај једног комплекска улога итд.; у природи улоге, коју једна одређена појава игра према другој; у перманентним законима или релацијама математичким, што везују промене појединих елемената и фактора у појавама — јесу заједначке особине разних појава, што чини, не само привидну сличност међу њима, већ и разлог, да се потраже не само сличности међу узроцима разних појава, но и сама идентичност«. Аналогије између диспаратних појава се најбоље огледају у типовима аналогија изражених сличним и идентичним изразима математичким. Периодичности за механичка кретања, физиолошке промене, за социјалне процесе и промене појава могу се свести на изразе математичке, којима је формулисана веза између антагонистичких узрока и периодичности промена оних параметара, којима се један од горњих појава да одредити.

Ради бољег проучавања поменутих проблема писац у уводу износи неколико општих принципа, који служе за даљу ориентацију нашу. За однос међу узроцима и ефектима помиње прво случајеве, у којима се могу проучити појави са заједничким цртама, и из тога изводи као резултат: да су последице стицаја једног одређеног скупа (појава и процеса)

проузроковане стицајем скупа заједничких факата у групи сличних појава. Постојање једнога скупа (Е) повлачи јављање другог скупа појава (О), и прво се може као узрок другог да назове. Ако се апстрахује од природе појава, које чине скуп (Е), и то исто урадимо за скуп (О), везе параметарске којима се одређују скупови Е и О дале би основе за један скелет, којима би се одредиле улоге према променама узајамним између Е и О. На овај би начин у општој механици елементисани били узроци, односно силе: гравитација, електрицитет, магнетизам, афинитет, витална сила и др. и дошли би изрази, којим би се одредили појмови о узроцима и њиховим активитетима. Појаве би биле одређене изразом у коме би карактеристични параметри, елементи одређивали апстрактне концепције ефеката од општих узрока. Специјални би закони добили вид општих, јер би њихова примена у разним областима добијала своју објективацију, придодавањем узроцима и њиховим активитетима оно, што је специфично и везано за природу појава дотичне области. Безброј аналошких група довео би нас до извесног броја шема, генерализацијом онога што је заједничко диспаратним појавама, довољних за експликовање појава. Помоћу ових шема имали би кључ за решење узрока сличних појава, за разумевање аналогичности.

Разне се поменуте шеме могу сматрати као »делови једне исте целине«.

Примењивањем метода, којим се елиминисањем не заједничких елемената, долази до специјалних шема, можемо наћи форму за опште узроке и њихова дејства, и из великог броја шема доћи до генералне једне теорије, који би чинила суштину Природне Филозофије, оне науке, која би у механистичком схватању појава дала одговора на узроке између аналогних и диспаратних појава. Та би се наука, како сам писац вели, састојала: »из генералних метода за предвиђање појединости појава према природи улога оних фактора, из чијег стицаја резултује као нужна појава последица«. Ова би наука, аналого механици, предвиђала појаве свих врста из дате комбинације улога, што појаву одређују, као премиса, независно од примена свега на одређене конкретне случајеви.

Налажење генералних релација између природе појединих улога и појединости, које резултују из учешћа тих улога у изазивању појава, задатак је математичке анализе, али по свој прилици само што се форама тиче, док се суштина њихова може уочити из принципа механике, по којима се појави у околини нашој дешавају. Математички су изрази резултат највеће генерализације, и обрасци су њени најзгоднији за поменуће шеме и теореме Природне Филозофије. После дескрипције појава и механизма њихових добијају се елементи потребни за примену математичке анализе и на поменуће би се радње свео главни проблем овога дела, које се зове »М а т е м а т и ч к а Ф е н о м е н о л о г и ј а«.

Извођење горњег проблема молби би бити на два начина. Начином индуктивним, полагањем од конкретних појава, дошло би се, генерализацијом и апстракцијом уочених заједничких одлика, до принципа, закона и шема општих. Полазне су тачке за овакав метод математичке аналогije међу диспаратним појавама. Пример је за ово тумачење узео код појава из три области: клатно у отпорној средини, кретање течности у савијеним цевима и испражњавање електричних кондензатори, и тумачи све помоћу једне и исте шеме за осцилаторна кретања. Други би начин био дедуктивни, полагање од генералних и апстрактних појмова да се дође до специјалних шема за тумачење појава из ужих области. Аналогije су ове дисциплине по све јасне са Рационалном Механиком. Овај последњи метод је узет за формирање Елемената Математичке Аналогije. Значи, да је поменуто дело у ствари једна виша генерализација рационалне механике, на чему ћемо се и дуже у нарочитом делу ове расправе задржати.

Да би се омогућио поменути дедуктивни метод нужно је знати, шта су параметри и како се помоћу њих формирају дескриптивни елементи, којима се извесна појава одређује. За сваки елемент има нарочитих карактеристичких параметара. Скуп дескриптивних елемената даје дескриптивни систем; скуп вредности самих елемената у датом тренутку представља конфигурацију система у томе тренутку. У простору од n димензија једна конфигурација одређује једну тачку M . Дескрипција је појава опис кретања тачке M за време трајања појаве. Дескрипција се једне n -димензионалне појаве може свести, према томе да ли је кретање сло-

бодно или ограничено (k систем слободe): а) или на опис ефективног кретања тачке M , б) или на опис ефективног кретања по извесном веријетету k -ог реда у n -димензионалном простору. Последњи се случај може сменити кретањем тачке N у k димензионалном простору. Ако је реципроцитет између тачке M и N , да положај N одређује M , систем је холоном, а ако је за горњу одредбу потребно знати и извесне појединости из кретања тачке N , што зависи и од механизма, онда је систем нехолоном.

Односи између пасивних и активних улога (силе инерције и фактичких узрока) доводе до диференцијалних једначина, којима се природа основних принципа механичких симболизира. Ове релације су значајне кад су просте, кад се пасивне улоге своде на улоге непосредних објеката датих тежња (сила), везаних за уочени систем активних улога.

Из овога, што је речено у последњем ставу, јасно је, да је применом дедуктивног метода, увођењем n -димензионалног простора и смењивањем назива силе — тежњом, у главноме спремљене све за генерализације обичне рационалне механике. Као последица даљих термина долазе називи услед мењања елемената са временом, које остаје као несмењив параметар и у новој механици. Свака тежња има јачину, као и свака сила, мерену величинама промена, сведених на јединицу времена, и смисао свој, услед чега су називи импулсивних и депресивних тежња. Уз ово долазе нападне тачке тежња, везаних за објекте, који су изложени дејству њиховом. Маса је у обичним динамичким једначинама смењена коефицијентом инерције. Према свему, дефиниција тежње (X), примењене на елемент као непосредни објекат, доводи до основне динамичке једначине $k \frac{du}{dt} = X$. Из ове једначине, где је исказана веза између активних улога (X) и пасивних $\left(k \frac{du}{dt} \right)$ у појавама, потичу све остале једначине којима се тумаче и детерминирају појаве. Систем једначина горњег типа је примаран, и он је идентичан са системом једначина између брзина (u) и силе (X) у механици. Ако се уведу тоталитети, т. ј. параметри $\eta = \int_{t_1}^{t_2} u dt$, једначине су основне типа $k \frac{d^2\eta}{dt^2} = X$. Овде су t_1 и t_2 вредности времена t .

Неупуштајући се у сва могућа сватања и извођења о којима је реч у овоме делу из горњих основних типова, помињем само, да како форме тако и принципи механички, после унетих нових назива: тежње, тоталитета и др. добијају са свим општији вид и могућност за лакше тумачење и по све диспаратних појава. У самом уводу дела, а доцније је у самом делу, примерима многим објашњена је примена генералисаних принципа и закона механике, не само за механичка кретања, већ за физичке, хемијске, неке физиолошке и узгред се помиње тумачење психичких и моралних појава.

Диференцијалне једначине су скуп најбитнијих особина или појава из једнога домена, или аналогних процеса и појава из разних домена. У особинама, које су изражене горњим једначинама, леже и особине природних закона, јер решење тих једначина, њихово интегрисање и доводи у ствари до самих закона, у којима је садржана квантитативна дескрипција појава. На овај начин симболи су за шеме, о којима је било речи, саме диференцијалне једначине, јер су оне израз суштине механизма који условљавају јављање, развијање и мењање појава.

Примењена Математичка Феноменологија би имала да реши питање: »то к појава и разноврсне конкретне али аналитичке појединости везане за овај ток, према познатом и унапред датом механизму; или одредити сам механизам појава, према познатом току и разним појединостима везаним за овај ток«. Да би се ови проблеми могли решити, појави морају бити дати, за рачунања наша, таквим елементима, да се они могу схватити као одређена одлика варијације појединих дескриптивних елемената, или да се могу изразити елементима лако мерљавим (скалирање релативних величина елемената). Мерење може бити директно (апсолутно скалирање) или вештачко скалирање (мерење), преко извесних релација између директно могуће мерљивих елемената и тражених величина. Кад је нађен и скалиран систем дескриптивних елемената одлике се његове јављају као сукцесије промена, као функције времена.

Питање решења шематисања механизма разних појава спада у домене појединих наука. Ови се проблеми састоје у прицизирању онога, што игра извесну улогу у изазивању промена, што су активни узроци (силе), отпори инерције и секун-

дарни узроци. Овај је посао за многе појаве свршен а за многе могућ и ако није окончан. Пример наведен: да се активни узроци јављају, према приликама или као атракција, као термичка или електричка тежња, као магнетска сила, фотохемијска акција светлосних зракова, осмотички притисак у органским ћелијама, акција бакцила при прогресивном развоју извесне болести — све показује на шта у извесним доменама ваља обратити пажњу да се нађу нужни елементи за шематизацију и налажење решења питањима математичке Феноменологије. У низу излагања примена општих закона и принципа генерализационе механике, наводи писац појаве, које су производ безброј многих и неједнако трајних узрока и налази да ту треба водити рачуна, или о преponderантним узроцима, или о закону великих бројева, по коме је потирање великог антагонистичких узрока и решења су наша све лакша, што је број ситних узрока већи (Закон Дипсов).

Овде ћемо изнети у чему је интерес ове науке, по мишљењу самога писца. Безброј данашњих појава, којима се разне науке за механистичко тумачење служе, био би сведен на једну заједничку основу. Ако се неби постигло да се једна теорија општа нађе, којом би се многе данашње смениле, јер је то крајњи, асимптотски резултат наших тумачења, теорије би нове биле општије и носиле у себи могућност примењивања и на појаве, ван онога домена, чије нас је проучавање довело до нађених теорија. За ово имамо примере у принципима и законима Fourier-а, Carnot-а, Mayer-а и др. Кад се дедукцијама, на већ показани начин дође до шема, из њих би се узеле оне хипотезе за тумачење појединих особина појава, које најбоље одговарају правом стању ствари, о чему на крају има експериментација да одлучи. Експериментативан такав може бити повод за извесну шему, као што шема може само тако опстати ако хипотезе из ње не нађу ни контрадикцију у природним појавама.

II.

После увода изнети су основи полидимензионалне геометрије, за тим се прешло на ближе одредбе појединих питања, које смо додирнули већ. У првом делу опширно су додирнути дескриптивни елементи појава. Под дескриптивним еле-

ментима разуме се одређен скуп елемената, који се мења у току извесне деформације. Дескриптивни елементи иду на одредбу квалитативних особина, конкретних и апстрактних појава. У овој су глави изнета разна скалирања елемената, чиме се преко квантитативних односа међу елементима, који појаву или процес одређују, улази ближе у квалитете појава. Јасно је изнето како се графички може ући у природу кинетичког тока дескриптивних елемената, из чега се долази до фаза тока у одређеном времену. Код квалитативних и квантитативних дескрипција наговештене су могућности за овакво третирање психичких и социјалних појава, без даљег улажења у примере, којима би се из ближе могла илустровати примена опште механике на поменуте појаве. Поменуте су аналогije, као што су: атавизам и хистерезија електричке и магнетичке, опште ритмичке појаве и осцилације итд.

Описивање шематско појава је одређено описом сукцесија узастопних тренутних стања. Шематисањем се проблем трансформише у слику, где од првобитних елемената дескриптивних остају само квантитативни представници тј. параметри, који својим варијацијама илуструју ток узастопних стања. Овде је изнето доста примера за шематске дескрипције. (Кретање чигре по хоризонталној равнини, појава дифракције паралелне светлости, испражњавање електричног кондензатора, хемијске трансформације у мономолекуларним реакцијама, ток једне болести.)

У другом делу прве главе су изнети елементи за аналитичку дескрипцију. Скуп (u_1, u_2, \dots, u_n) , где су u_1, u_2, \dots, u_n дескриптивни елементи, зове се дескриптиван систем. Скуп вредности u_1, u_2, \dots, u_n чини конфигурацију система и она у времену t даје стање система у томе моменту. Ако се u_1, u_2, \dots, u_n знају као функције времена, онда је трајекторија фигуративне тачке M позната. Начин кретања тачке одређује ток појаве (процеса), за што је нужно знати брзину промене елемента u у времену t , $\frac{du}{dx}$, чиме се интензитет појаве у времену t дефинише. Помоћу ових количина је одређена геометријска и кинетичка трајекторија тачке M . Трајекторија даје геометријске елементе, а конфигурација система интензитет појаве и тоталитет елемената — кинетичке елементе. Ово је последње за потребно за механистичко тумачење појава.

У другој глави су основи за механизме код појава. Толазни је принцип овде: да су две улоге у истој појави или у двама разним појавама сличне, ако последице од њих имају скупове (е) заједничких особина. Аналогије улога повлаче егзистенцију скупова (е) и тај се скуп назива је згр ом а н а л о г и је. Према овоме, узрок једне појаве јесте утицај свега онога, што игра какву улогу у јављању скупа промена. Са узроцима су сличне и идентичне тежње, односно силе у механици.

Кад активних, реактивних и пасивних улога, према разним појединостима садржаним у језгру аналогије, могу се разликовати многобројне и разноврсне улоге, којих има у механизмима појава. Овде су побројане улоге: изазивача (варнице код експлозија), тренутних узрока (улога механичког удара, наглог осветљења), координативне улоге (улога магнетског поља при оријентацији система магнетских игала), регулаторске улоге (регулатор код парних махина), улоге терена (утицај масе при распростирању термичког или електричног стања), улога везе (везе исказане законом на пр. Мариотовим), улога препрека (веза која држи једно чврсто тело непомицно према спољним узроцима, који теже да га покрену) итд.

Аналогије међу улогама могу бити квалитативне или квантитативне, и за последње је најсавршенији тип аналогија међу улогама, што се да изразити математичким аналогијама. Све појаве, обухваћене аналогијама последњег вида, чине један тип, једну аналошку групу, где су улоге везане за комологе елементе, међу којима постоје облици поменутих квантитативних аналогија.

Природа улога и њено шематисање у вези је са језгром аналогије. Један низ од n сличних улога у n разних појава огледа се у самоме језгру аналогије, чиме се и сама природа појаве дефинише.

Према изведеном је суштина шематисања: 1) у набрајању и опису онога што један скуп (о) прилика чини, услед чега настају модификације; и 2) у опису појединих улога, свега онога што горњи скуп чини. Шематисање механизма је сведено на шематисање скупа (о) и улога везаних за оно, што чини тај скуп. За две шеме, добивене на показани начин, каже се да су сличне по саставу, кад свакој улози у једној од њих одговора по једна улога сличне природе у другој шеми. Ако

су улоге истоветне, шеме механизма имају истоветни састав, и одговарајући појаве припадају једном и истом типу.

У овој се глави изближе говори о: тежњама или узроцима, јачинама и смислу њиховом, и излажу сви принципи механике, нарочито динамике, измењени с погледом на смењене силе тежњама, са увођењем потребних елемената за шематисање механизма. Овде је такође узето доста примера за тежње разних облика (узроци по законима разних варијација облика).

У другом одељку је изнета спона између механизма и манифестација појава, што се обухвата особинама диференцијалних једначина. Овде је генералисана основна динамичка једначина између силе и убрзања и изведена примена од обичних простих појава механичких до појава хемијских, које су сложеније од најсложенијих појава обичних физичких. Апелове каноничке форме, општије од Лагранжових, унете су за општије облике и форме из којих се може доћи до обичних и општијих динамичких једначина, са излагањем потребних система трансформационих при упрошћавању једначина. Све је ово илустровано примерима из појединих области, и изведена примена за холономе и нехолономе системе.

У овом је одељку разрађена партија трансформација једначина за потенцијалне појаве, где су основи теорије потенцијала за тродимензионални простор генералисани за n -димензионални и спроведен систем, већ поменуте генерализације, на питања из ове области. Овде је питања конзервативних, стационарних и интермитентних појава објашњено са довољним бројем примера.

Општи принципи: виртуелних радова, минимума, најмање акције, наслоњени на рачун варијације; једначине и теореме Хамилтонове и Јакобијеве, генералисане су по познатом већ начину.

У трећем одељку су изнети резултати тумачења особина диференцијалних једначина, као последице схватања појава, наслањајући се на принципе већ изнете у уводу Математичке Феноменологије.

Питања стационарних стања и фаза расветљено је примерима из механичке, физике и хемије и скренута је пажња на стабилитете стационарних стања. Овде је значајно скренути пажњу на примену аналогича код хемијских појава, код којих

се од скоро методи механички примењују. Случајеви ограничених и неограничених реакција су расветљани примерима и показана зависности стања њихове стабилности од карактеристичних елемената (време, притисак, густина, концентрација и др.). Горња су стања илустрована примерима из физике импедерабилија, где се сретамо са теоремама механичким за стационарна стања у скаларним и векторским пољима. За ово су узети примери из хидродинамике, топлоте, електромагнетизма, светлости.

У другој глави трећег одељка су изнесене теореме о живој сили и примене њене на разне појаве. Рад је обичних сила смењен радом тежња, а рад сила инерције (жива сила) смењен је тоталним радом инертних тежња. Продискутовани су системи слободни и условљени везама и објашњен значај теореме живих сила у аналогима разним. Како је доста тежак проблем одредбе кинетичке енергије у многим случајевима, на многим са местима она узима у место потенцијалне (рад тежње са промењеним знаком), то је у доста случајева, и то сложених, показано како се формирају изрази за кинетичку енергију и рад обичних тежња. Извођење рада примењених тежња из функција (потенцијал) нарочитих и извођење теорема о живој сили (први интеграл) и принцип одржања енергија код конзервативних, а слично и неконзервативних појава, по све је аналог са истим истинама из обичне механике. Код обе врсте енергија разликују се делови од механичких тежња (сила) (видљивих кретања) и од чисто физичких: топлотних, светлосних, електричних узрока (енергија утицаја, напона, афинитета и др.). За ово је узето примера из свих области физичких појава и нарочито је истакнута вредност антагонистичких сила, на пр. правих електромоторских, од којих постају индукционе појаве, при примени теореме о живој сили.

У трећој глави овог одељка изложени су утицаји пертурбационих узрока, утицај узрока, који се изненада јаве или ишчезну, чије је трајање трајно или тренутно. Појаве, услед горњих узрока, чине дисконтинуирност у јављању сукцесивних мена, али како је трајање оваквих пертурбационих тежња тренутно, принцип континуитета, по коме су стања више мање униформно стационарна, од опште је вредности. Утицаји дисконтинуирних узрока и веза изражавају се изразима у којима тежње (силе) и време играју главну улогу, и

смењивање веза дисконтинуирних може бити као и континуирних реакционих веза. Једначина се $k \frac{dv}{dt} = X$ смењује ди-

намичком једначином $k \Delta v = \int_{t_1}^{t_2} X dx$, која казује: »да је пертурбација у правцу v пропорционална непосредно импулсу примењене тежње«. (Δ овде означаује размак количине v у времену t_1 и t_2). Овде су јасно разликоване фазе, што се свршују са временом $t = t_1$, што одговарају размаку времена $t_1 - t_2$, и што почињу после времена $t = t_2$. Све се ови решава или диференцијалним или обичним и уз то још и линеарним једначинама, где су непознате диференције променљивих елемената (параметара) $\Delta p_1, \Delta p_2 \dots \Delta p_n$.

У четвртој одељку, првој глави изнете манифестације појава као последица састава механизма самих појава. Кад се дође до карактеристичних параметара као функција времена, дескрипције појава помоћу овако нађених количина дају квантитативну слику о њима. Свезивање оваквих слика за један одређени тип даје једну општу шему, по којој се, за време трајања једне појаве, нижу сукцесивна тренутна стања из којих се састоји ток појава.

Наведено је доста примера за шеме из разних области појава и процеса. Такве су шеме: за појаве проузроковане узроцима сталне јачине, што резултују из акција узрока независних варијација, или су резултат акција узрока као функција свога непосредног објекта. Овде поред других примера карактеристични су примери за множење једне биолошке феле, опадање особина какве феле услед природне и вештачке селекције, закон множења људства и др. Појаве могу бити резултат акција депресивних узрока, пропорционалних тоталитету свога објекта или појаве зависне од симултног утицаја два или више узрока неједнаких особина; просте појаве у линеарним феноменским пољима, што резултују из акције једнога узрока пропорционалног дивергенцији поља. У овом одељку су значајне једначине, као последице особина принципа континуитета (Fourier-а, Laplace-а Poisson и др.), где се аналогije могу лако да пренесу са физичких на социјалне проблеме, ако се питања социолошка: апсорпције, дисперзије, простирања и др. третирају, с погледом на карактеристичке

елементе, параметре, којима се енергија, рад и капитал социјални има да изразе. Понуда, тражња, рад капитал и друге количине доведене у везу са променама у социјалним појавама дале би нам једначине аналоге термодинамичким за протирње топлоте, из којих би лако илустровали масу питања из социјалне динамике.

У шеснаест група шема изнети су примери карактеристични за просте и комплексне појаве, које су резултат акција комплекса узрока, који се на разне начине мењају са појавом, односно њеним стањем, за случајеве, кад су објекти везани разним везама и степенима слободе.

У другој глави овог одељка изнете су квалитативне слике појава. Овде су изнети случајеви непотпуне дескрипције механизма, услед тога што нису или тачно прецизирани закони активних и реактивних узрока, или су непознати начини мењања коефицијената инерције у току појаве, или су непознати начини зависности појединих фактора и елемената веза у систему. Овде је изнет извесан број случајева, код којих се из познатих особина дескриптивних елемената, којима се појав одређује, може ући у склоп квалитативне слике саме појаве. Овај је одељак разјашњен са шест група примера, од којих су значајни примери који говоре о квалитативности у појава везаних за симетрију и дисиметрију узрока или феноменских поља у којима се појаве дешавају, и група примера за илустровање принципа најмање акције, како их писац назива: к в а л и т а т и в н е п о ј е д и н о с т и и м п о з и р а н е е г з и с т е н ц и ј о м и п р и р о д о м е к о н о м с к и х м о м е н а т а у п о ј а в а .

Елементи су симетрије везани за сам механизам појаве, и последице симетричности ефеката долазе од елемената симетрије у узроцима њиховим. Ако са изразом Δ обележимо разноврсне комбинације активних и пасивних елемената и фактора у појавама, онда су појединости тока појаве или процеса изражене једначином $\Delta = \text{minimum}$. При свакој појави, процесу, елементи од којих зависи појава, у сваком тренутку, чине израз Δ мањим, но што би био, кад би се елементи сменили вредностима другојачијим, но што их имају у природним варијацијама. Економија се у природи оцртава изразим нарочите споне, које постоји између тока појаве и њеног механизма. Диференцијалне, динамичке једначине су само један

облик, израз те споне. Ове факторе у Δ , који су везани за извесну појаву, назива писац економским моментима.

Наведени су неки примери од безбројних, пошто има и безбројних момената за једну исту појаву, са познатим законима формације. Тражење минимума нарочитих, карактеристичних интеграла из динамике спада у ову област, јер су ти интегрални, чије се минимуми траже, једни од момената економских у разних појава. Као што су карактеристични изрази тако је исто и са системима: $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$, од којих сваки има свој минимум за случај испуњених услова (с), са чим су у вези и безбројне комбинације $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$, из израза $\Delta_1 \Delta_2 \dots \Delta_n$, које имају своје минимуме у вези са условом (с). Међу бескрајно многим економским моментима, везаних за генералне феноменолошке случајеве, или за поједине специјалне врсте појава, има их таквих, који имају нарочито одређено феноменолошко значење. Такав је случај, где је факт о минимуму везан за специјални облик економског момента, код кретања по Gauss-овом принципу. (Принцип најмањег присиљавања.) Факт минимума, безусловног или везаног за скуп погодаба у механизму појаве, имплицира одређене појединости, детаље појава. Принцип најмањег утрошка енергије и најмањег напора у виталним, психичким и социјалним појавама истоветан је са горњим принципом минимума, где он није ништа друго до један нарочито »кондензован израз свих, како квантитативних тако и квалитативних појединости у манифестацијама појаве«.

Велики је број квалитативних појединости везан за егзистенцију економских фактора. Функционисање мишића, према ефекту који има да се произведе, повлачи најмањи утрошак енергије или најмањи могући напор. Перманентна тежња у социјалним економским срединама јесте да се потребе подмире утрошком најмањих енергија итд.

III.

Пети одељак говори о саставу и шемама феноменолошких механизма.

Свака средина, физичка или морална: систем прост или сложен, јесте механизам, који функционисањем обухвата све

промене у формама и стањима. Процеси, који се збивају у разним системима као механизмима, бивају по шемама већ изложеним, које су обележје за каузално свезивање узрока и ефеката. Одредба комбинације улога, што чине механизам, спада у нарочите проблеме појединих наука. Овде су побројане категорије улога и узрока у разних механизмама. Атрактивна сила, трансформаторске тежње реагенаса хемијских, осмотички притисак у органским ћелијама, деструктивна тежња бацила при прогресивном развоју болести итд. су активни импулсивни узроци. Треће, отпор средине, индуктивна реактивна сила (Lenz), коерцитивна сила магнета, первна или социјална реакција су реактивни узроци. Инерција механичка при транслацији, центрифугална сила у ротацији, електро-магнетска или индуктивна електромоторна сила, социјална инерција (навика, предрасуда) јесу инерције разне. Моментани, напрасни узроци; улоге веза; регулаторске улоге разне: улога терена (распоред маса или других скалара); улоге препрека — пређене су у разним областима појава и показано је, да свега шаренила нестаје, кад су улоге, а са њима и механизми шематизирани и доведени на облик објеката Математичке Феноменологије.

Шеме су нацрт механизма, у њима остају само улоге описане генерално, али довољно одређено, да се из тога могу сагледати суштине појава. Ово је разним примерима из ближе објашњено. Поред многих механизма изнетих истичу се: механизми одбране организама против акције микроба, и механизам нормалних и патолошких појава при продукцији вољних аката. Код првих механизма извесан узрок с (лек какав) врши двогубу акцију: једну на непосредни активни узрок (на активитет микроба) и другу на депресивни узрок (на бактерицидне и антитоксичне особине сокова, на отпор организма). Обе се акције међу собом комбинују по принципима механичким, који вреде за обичне узроке механичких појава и процеса. Код механизма вољних аката, по Ribot-у, имамо комплекс импулсивних и депресивних, дисконтинуираних узрока, чија је акција регулисана једним фактором са одређеном координативном улогом, а врши се у једноме скупу прилика, који при свој акцији игра теренску улогу. Разни односи и услови чине да имамо све фазе, од здравих до патолошких појава у вољних аката.

У другој глави овог одељка се говори о варијацијама активитета у механизмима појава.

Промене су активитета везане за извесне улоге безбројне али се ипак, у својој разноврсности оваквих промена, могу наћи опште законитости, какав је случај са универзалном гравитацијом, која се, за безброј механизма, у мањим и већим размерама, какав је случај за механику кретања космичких, као узрок променама може да наведе. Пертурбациони узроци, који често привидно могу уништити ефекат по природи општих, генералних закона, у већини случајева, нарочито за појаве моралне, своде се на нулу, услед потирања ефеката услед тих узрока, због подједнаког броја и јачине диспаратних пертурбационих дејстава њихових. За разне облике закона и квалитативних појединости варијације ефеката узети су примери из разних група. У прву су групу унети, под насловом квантитативни закони варијације активитета: 1) очевидни закони, 2) емпирички и експериментални закони, 3) аналитички изведени закони, 4) хипотетички закони, верификовани својим последицама. У групу квалитативних појединости варијација активитета говори се о приближно довољним подацима за поједине активитете, да се до приближне квантитативне слике дође, да би се појава, њен ток промене и фазе проучиле.

Из прве групе су значајни примери из области физиологије, где се говори о деструктивној акцији једне групе бацила и зависности исте од броја бацила. Зависност извесног активитета, узрока појаве од броја, масе, јачине онога ефекта који се тим узроком производи, важан је за економске и социјалне појаве. Извесна сила, узрок утиче на број житеља, и кад се постигне извесно стање онда је количина становника деструктивни елемент, супротног дејства првобитном узроку, и израз за однос силе и броја популације добија се по одредбама предвиђених у првој групи, где се колективни активитет једне групе бацила мења пропорционално њиховом бројном стању, или је случај сложенији, али горњем аналог, ако се посматра стање бројно бацила, кад се има посла са разним групама, карактерисаних специјалним одликама.

Емпирички су закони непотпуни прави природни закони, засновани на недовољном броју података из посматраних про-

мена. Статистички су закони један облик тих емпиричких закона, који тек преко аналитичких закона, изведених из хипотетичких узрока, чије се особине нагађају по разним ефектима, појавама, могу ући у разне области и категорије протумачених појава, каквим узроцима, на основу генералних закона. Извођење аналитичких закона везује се за извесна интуитивна правила, од којих су многа у књизи и побројана.

Полазећи од извесне хипотезе, долази се често до каквог закона, који важи за ужи или шири обим јављања појаве. Један је такав пример гравитација универзална, до које се дошло хипотезом о атрактивним и репулсивним силама, које су доста несхватљиве, али узете као такве тумаче лепо све појаве космичких кретања. Класички је пример оваких закона, закон простирања топлоте (Fourier) где је проста хипотеза, да је топлота, као функција времена и положаја у хомогеним срединама, зависна од разлике температурне два бескрајно блиска делића. Једначина о простирању топлоте: $X = K \sum \frac{\delta^2 v}{\delta x^2}$,

са граничним условима, садржаним у једначини $K \frac{\delta v}{\delta n} + h(v - v_0) = 0$, доводи до једначине, где је температура v дата изразом зависним од времена t и координата x у z . Ако се у место топлоте узме ма каква друга енергија, а у место параметра температуре v , узме други параметар, на пр. у место енергије топлотне, капитал (материјални или морални), а у место температуре, тражња (физичка или морална), имаћемо једначину важну за моралне појаве о простирању, подели, размештају: богатства, капитала или ма какве социјалне енергије. Овде не можемо пропустити да не напоменемо, да се из израза математичких, до којих се долази на основу познатих особина узрока (утицаја тежња), губе трагови самих узрока, и остају односи између оних количина које се могу мерити.

Кад се у једначини Фурија смени утицај тежње X са $K \frac{\delta v}{\delta t}$ добија се једначина: $K \frac{\delta v}{\delta t} = \sum K \frac{\delta^2 v}{\delta x^2} \delta w + h(v_0 - v) \sigma ds$. Овај по-

следњи израз даје везу између количина: температуре, времена и положаја (преко x , y , z), даје односе међу елементима који се мењају и појаву одређују независно од узрока који је производе.

Изнети су разни начини како се емпиричке формуле могу извести из теоријских (Vant Hoff-а израз $\lambda = H T^{\beta/2} e^{-\frac{\alpha}{2T}}$ из $\frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{dT} = \frac{\Phi(T)}{2 T^2}$). Овде су образложени примерима и хипотетични закони за случајеве варијације активитета код експоненцијалних појава, зависни су на разне начине од величине дескриптивних елемената.

Кад нема довољно података за потпуну квантитативну слику појава, онда се из квантитативних појединости активитета у механизмима могу наћи квалитативне појединости појаве или процеса. Овакав је случај за готово све теорије медицинске о узроцима болести, за теорије биолошке о постанку фела и разних квалитета организама, за појаве психичке и социјалне. Код свих ових поља може, и то често приближно, довољан број података за праћење промене у појави да да и законе квантитативног карактера (Weber-Fechner-ов закон). За поједине активитета, где нисмо у стању уочити њихове односе квантитативне, већ само квалитативне појединости, знамо само тенденције промена. Знамо често смисао активитета, његове правце рашћења, јачину, брзине јачања или слабења, максимуме и минимуме њихових јачина; континуирни, дисконтинуирни, персистентни и интермитентни карактер; периодичност, ритмичност, асимптотност јачине, границе активитета, симетрије, и дисиметрију узрока феноменолошког поља у коме активитет дејствује итд. Помоћу свега овога врше се разна проматрања, прикупљају подаци, довољни најчешће за потпуне квалитативне слике појава, а некад довољни и за емпиричке и хипотетичке аналитичке законе.

Састав механизма, начин варијације активитета и дескрипција појединости појаве чине суштину потребних елемената за научно експликовање појава. Познавати прва два елемента олакшава сазнање главне стране у проучавању појави. Познавање механизма одређује све што је потребно, да се и појединости тока појаве знају, што обратно није случај. Инверзија овде не даје све потребне поред нужних елемената, да се сагледа у суштину механистичког разумевања појава. Квалитативне појединости нису сви елементи за сазнање механизма процеса и појава. Једни и исти појави, одређени разним својим појединостима дескриптивним, могу бити по-

следица разних механизма, и да се они вежу за један, одређен механизам, морају се дати извесни услови који су у вези са природом проучаваних појава. Оваквих случајева имамо у механици кретања, на пр. код кретања централних. Из облика силе дата је путања, из природе путање у опште није дато само једно решење, већ више њих за силе, које такво кретање могу дати. Почетни услови и други односи могу прецизирајући односе између кретања и силе из кретања дати само једну силу, као узрок појави кретања. (Проблеми: Бертранов, Јакобијев, Пијзеов и других.) У опште се сме казати, »да је познавање тока једне појаве и његових разних појединости, у опште, само собом недовољно за сазнавање механизма појаве«. Поред ове инверзности у одредби проблема горњих, сам ток појаве може дати могућности да се извесни карактеристични елементи нађу за саме механизме, управо податак какав да је извесни механизам вероватнији од другог за појаву, чији ток знамо и познајемо квалитативне елементе њене. Дијаграм варијација каквог елемента ако је права линија, онда је највероватније да је стални узрок тражени непроменљиве јачине, да је сталне јачине резултанта из комплекса узрока, али нису искључени узроци периодичке природе и други, који под нарочитим погодбама могу дати варијације по горњем дијаграму. Пример су за ово кретања по коничним влацима, где је обухваћена и права линија, услед централних сила разних типова. Оваквих примера имамо много у физиологији, на пр. тумачења Richet-а и Вроса-е о којима се у књизи говори о надражајијама ондулационим нервног центра, јер је претпоставка да су узроци ритмички и интермитенти; психологија на пр. код механизма Ribot-а, којом се тумаче патолошке појаве — продукције вољних аката, где се појаве мењају под утицајем мерљивих узрока итд. »Математичка феноменологија може и без дубљег улажења у појединости појава, на основу каткад и најповршнијих података, да да идеју о могућним и вероватним механизмима појава и у напред навестити хипотезе за њихове експликације, што би имало бити полазна тачка за дубља природњачка испитивања.

Хомологи дијаграми могу пружити најбоље податке за одлучивање које међу механизмима ваља узети као највероватније за извесну појаву. Помоћу њих се статистика најчешће и готово једино данас одлучује за емпиричке своје законе

(Види дијаграме: Маршалове, Бестабла, Парети-а и других). Овде долази Гаусово налажење вертикалне компоненте земљиног магнетизма где у њу не улазе никакве спољне већ само унутрашње силе магнетске. У маси познатих и непознатих разноликих узрока какве појаве уочити и издвојити ефекте каквог узрока, постиже се помоћу дијаграма средњих вредности. Такав је пример за утицај месечев на земљину кору, чији се ефекат манифестује у облику периодичних, слабих деформација коре, где улогу слабог узрока игра атракција месечева, са другојачијом периодом од периоде сунца и других узрока. Овај је начин примењен и на одредбу утицаја слабих периодичких узрока на појаве океанских плима и одсека.

VI.

Последњи шести одељак феноменолошких аналогича говори у првој глави о математичким, у другој о квалитативним аналогичама.

Без обзира на конкретну природу појава, долази се из свега што је изложено на идеју о феноменолошким аналогичама међу разнородним појавама. Ове се аналогиче опажују у: механизмима, природи и комбинацијама улога, у начину на који се нижу узаступна стања, у перманентним законима и математичким односима што регулишу појаве и другоме. Све се аналогиче деле на: квантитативне и квалитативне, према природи језгра њиховог. Најсавршенији су типови аналогича математичке аналогиче, које се састоје у истоветности односа математичких којима се појаве одређује. Ови су односи једначине: диференцијалне или обичне између елемената променљивих у времену и простору, којима се појава одређује, а што зовемо параметрима. Ови аналитички облици су односи између променљивих параметара и карактеристичних констаната за извесну појаву. Ако имамо извесну групу појава, квалитативно неједнаких, она улази у аналитичку групу појава, ако се извесне заједничке особине могу исказати једним изразом аналитичким или обухватити једним механизмом.

Истоветност броја и аналитичких облика диференцијалних једначина групе разлог је егзистенције математичких ана-

логија. Квантитативне дескрипције овде доводе диспаратне појаве до једног аналитичког израза за проблеме, који се састоји у интерграцији, интерпретацији и дискусији истих једначина. Ово чини, да ту групу појава зовемо аналитички еквивалентном, што се опет у ствари везује за састав самог механизма појаве.

За механизам је ма какве појаве везан извесан израз (функција) Δ њених дескриптивних елемената и његов извод по времену и услов је потребан и довољан за еквиваленцију разних појава исте групе да Δ има исти облик за све појаве из те групе. Овакве су функције изрази већ познати у Апаловим и Хамилтоновим формама за холономе, нехолономе и конзервативне системе. Да скуп појава представља једну аналошку групу, потребно је да за њу постоји одређена функција истог облика за све појаве дотичне групе. Постојање оваквих израза омогућава постојање математичких аналошких група. Деривација ових функција даје диференцијалне једначине појава — њихове једначине кретања (промена). — Језгро је аналогично садржано у постојању оваквих функција.

Да би се функција Δ могла применити, пошто је истог облика, на разне појаве из исте групе, ваља само дати параметрима разво значење, према особитим квалитетима појаве. Ако разне квалитете појава доведемо у везу са параметрима и константама, које улазе у састав израза Δ , онда је за примену Δ на разне појаве нужно изнети хомологију параметерску. Код појава на пр. експоненцијалних, датих једном једначином, примена се ове једначине може спровести кроз диспаратне појаве преко нарочитих хомологих елемената. Ако се узму појаве: 1) интензитет радијације, 2) барометарски притисак, 3) температура тела и 4) електрично оптерећење на површини течности и горње елементе обележимо свуда са q ; онда ће елемент t редом бити: дебљина апсорбујућег слоја, висина, време хлађења, време испаравања; λ извесна констанда везана за квалитет горњих појава. Заједничка је једначина за горњу групу: $\frac{dq}{dt} + \lambda q = 0$. Овде је улога функције

$$\Delta, \frac{1}{2} \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 - \lambda q \frac{dq}{dt},$$

чији извод даје заједничку једначину целе групе појава. Цела је математичка физика састављена из оваквих израза Δ , којима се разне групе појава тумаче.

Овде помињем од примера само Thomson-Lippmann-ове аналогије. Група је појава састављена из: атракције, електричних и термодинамичких појава. Хомологи су елементи: I) Њутнов потенцијал, електрични потенцијал и апсолутна температура; II) количина материје, количина електрицитета, ентропија; III) механичка енергија, електрична енергија и количина топлоте. Овде количина електрицитета има за хомологи елемент у термичким појавама, не количину топлоте, већ ентропију $S \left(dS = \frac{dQ}{T} \right)$, према чему се принцип одржања електрицитета једначи са Carnot-овим принципом ентропије за реверзибилне, кружне процесе, који је исказан односом $\int dS = 0$. Због овога се последњег Carnot-ов принцип може сматрати за принцип одржања ентропије. За хомологе елементе из појаве исте групе овде се могу навести моје аналогије између термичких и економских појава, које и писац помиње (стр. 733, 734 и 735).

Енглески физичари несматрају појав протумачен и разумљив ако извесан процес или промену, ма из кога домена, не могу каквим механизмом вештачким колико толико начинити приступачним нашем схватању (Boltzmann, Maxwell, Thomson и други). Ови модели цематизирају ток и појединост појаве, где делови справа играју не истоветно, већ грубо аналоге улоге и радње, сличне онима, које се у природи збивају. Овај начин посматрања појава и повод је и оправданост заснивању науке, каква је ова, коју називамо науком математичких аналогија.

Поред услуга, које имамо од математичких аналогија, за грубо схватање појава и њиховог тока у односу модела и појаве, оне имају и дубљи свој филозофски значај. Проблем је природне филозофије, да се све истине до којих разне науке долазе, сведу на што мањи број односа, којима се каузалитет природних појава истражује, а то се може постићи у колико је већи број »запажених« аналогија међу диспаратним појавама. За овај »асимптотски циљ свих наука« долази се груписањем појава: »по њиховим механизмима, законима њиховог тока и математичким релацијама међу факторима што у тим механизмима играју одређене улоге«. Математичке аналогије дају групама диспаратних појава и начин да се процеси и промене у групи протумаче и да се преко израза, којима се обухвата

суштина заједничког у групи појава дође до генералнијих израза за групе разних појава, што је етапа виша и етапа ближа у гледању механистичком на развој природних диспаратних, не само појава већ и група. Кад појаве буду груписане и подведене под опште шеме онда ће основи проблеми Природне Филозофије бити сведени на проучавање тих шема, тих израза карактеристичних за механизме појава и процеса.

Математичким се аналогијама има да припише сав прогрес данашње математичке физике и сви покушаји примене математике, преко увлачења механике, где на први поглед изгледа немогућа њена владавина. Модерне теорије: еластичности, атракције, распростирања електрицитета, топлоте, капитала и другог, резултати су аналогија међу појавама. Аналогије су значајне не само за теоријске науке, за науке тумачења, већ и за налажење конкретних закона (емпиричних), за прогрес физичких наука експерименталних (Lippmann, P. и J. Curie).

Математичке су аналогије од значаја великог за »материјализацију математичких проблема«. Овако се зове налажење конкретне појаве за извесан аналитички проблем. Често велике тешкоће, из недовољно развијених метода математичких, отклањају се материјализацијом аналитичких проблема. За ову су значајни примери самога Г. Петровића о интеграцији извесних диференцијалних једначина, где кретање извесног дела његовог апарата, описује курбу, која је решење графичко саме диференцијалне једначине, из које се до самог аналитичког израза те графичке линије не може доћи (физичка интеграција). Овде помињем његов пример решења Рикатијеве једначине помоћу података до којих се долази из утрошених реаленаса у извесним хемијским реакцијама (Хемијска интеграција).

У другој се глави говори о квалитативним аналогијама. Ако је низ појава такав, да се њихова узастопна стања или појединости механизма њиховог не могу изразити математичким релацијама, које траже квантитативне односе параметарске, онда постоје само квалитативне аналогије. Могућност општа, да се дође до квалитативне дескрипције елемената какве појаве, садржи у себи, и ако се и не може доћи до квантитативних аналогија, да оне у самој ствари постоје. Идеја о

квалитету почива на нашем осећању разлика међу разноврсним или сличним елементима: њиховој јачини, величини, смислу и другим особинама којима се квантитативност одређује. Квалитативне су аналогije несавршене квантитативне.

Сличности улога појединих фактора у механизмима разних појава или њихових група и мена карактеришу заједничке црте у диспаратним појавама и ово најчешће даје разлога, нарочито код тумачења социјалних појава, и у обичном резонувању, да се за образлагавање процеса и догађаја узимају аналози узроци и разлози и прелази се са једног домена појава на други, служећи се често законима, који вреде за једне појаве, да се са свим диспаратне, а у нечему сличне, протумаче. За ово писац налази оправдања у егзистенцији заједничког језгра аналогije између појава које се пореде. Нарочити интерес феноменолошки за квалитативне аналогije изнет је већ раније и он лежи у реципроцитету између састава механизма појава, начина варијације активитета и појединости манифестације појаве.

Код разноврсних појава, груписањем у квалитативне аналошке групе, преко језгра аналогije, можемо доћи до факта нарочитог феноменолошког значаја, и овај факт може послужити као елемент за заједничку експликацију диспаратних појава, што даје основе и елементе за проблеме математичке аналогije. Примера ради наводи се поред других проблема природна и вештачка селекција. Селекција, услед мешавине разних фела или разних индивидуа исте феле, јесте нарочити облик истог феноменолошког процеса, где се у генерацијама будућим све више истиче једна фела или варијатет, који, што се даље одмичемо, бројно све више преобладава над осталим. Овде се заједничко језгро аналогije своди на један процес, где се еволуција дескриптивног система у одређеном правцу дешава и где се еволуирање постиже јачањем нарочитог органа, услед пређених фаза у борби за опстанак предака његових. Систем је потпуно еволуиран у правцу оних елемената, чији параметри, опадајући у току процеса, спадају на вредности мало различне од нуле.

Шема је процеса горње еволуције сличне Gräffe-овој методи раздвајања корена бројних једначина, и оваких простих шема можемо наћи за безброј диспаратних појава, чиме се из

шаренила међу природним појавама могу начинити објекти математичких аналогија и анализе. Хемијске су квалитативне анализе из области квалитативних аналогија и у ову област долазе готово сва просматрања из домена социјалних, и моралних појава. За данас ове квалитативне аналогије у највише случајева могу само идеје сугерирати за експликације привидно компликованих појава, за практичке, експерименталне и индустријске методе и са таквим се резултатима срећемо на сваком кораку у теоријским и практичким — технолошким — наукама.

У колико квалитативне аналогије дубље продиру у природу механизма одређених група аналошких, у толико смо ближи онаквом језгру, какве траже квантитативне аналогије, и тиме се прави прелаз из квалитативно феноменолошких аналогија ка квантитативним, да се сазнање појава приближи асимптотном феноменолошком циљу: »редукцији бескрајно компликовање и шарене слике, што представља свет појава на што је могуће простију скицу, која јој је подлога и из које би се реална слика имала формирати само при додавањем спољних, феноменолошки безначајних појединости, које ни у колико не мењају саму скицу«.

Кроз књигу је проведена идеја изражена у основној концепцији, наћи: »истоветност појединости у манифестацији појава, као нужну последицу истоветности карактеристичних факата у њиховим механизмима«. Генерална ће се и пространа математичка дисциплина, названа Математичка Феноменологија, чији су елементи овде изложени, тек онда јавити, кад горња идеја буде разрађена у том обиму за безброј области и групе појава, кад се међу њима могу издвојити аналогије обухваћене карактеристичним аналитичким изразима, којима се суштине механизма група аналошких дају одредити. Ово је могуће за данас за доста велики број области а обим ће бити проширен са напретком у налажењу елемената (параметара) за одредбу квалитативних и квантитативних аналогија. Упооређивање појава, привидно диспаратних, о којима се често и много говори у књизи, омогућено је аналошким елементима,

нађеним параметрима, којима се изражавају механичке количине, које разне називе добијају у разним групама појава. Прогрес је горње дисциплине условљен налажењем параметара за детерминацију онога што се мења, јер кад је то могуће, примена механике, преко анализе, је ствар више формална.



ЗАКЉУЧАК

I.

Математика је прве примене нашла у геометрији, у науци, где се има посла са количинама које се директно могу мерити, као што су: дужине, површине и запремине. Може се рећи, да је се математика, као апстрактна наука, наука одвојених принципа и метода, развила из геометрије, коју је емперичка дала, — практично мерење земље; и из астрономије, науке опсервације положаја и промена међу космичким телима. Није лако било применити математику на појаве моралне, из простог разлога, што су објекти промена и проучавање директно немерљиве количине и лако не сводљиве на елементе, који се измерити и прорачунати дају. Паскал, Бернулији и други су још пре неколико векова у основима рачуна вероватноће сагледали могућности за примену математике на појаве социјалне — у опште моралне. Домен појава, које су изгледале по све произвољне и неподложне утицају узрока по сталним законима, постао је поприште метода математике од часа, кад се из великог броја посматрања, по све привидно произвољних промена, нашло, да и ту владају законитости као и за појаве механичке. Рађање, морталитет, периодичност криза економских, финансијских и друго, што се изазива позитивно узроцима моралне природе, правилношћу јављања, све посматрано у већем обиму просторном и временом, дало је практичарима позитивне резултате за многе установе: осигуравајућа друштва, статистичко-економске законе о рашћењу популације итд. Примена математичких метода је у последње време значајна за многе техничке гране, а од интереса су примене њене у психологији, логици формалној, хемији, физиологији и другим областима социјалних наука, нарочито у економији.

Поменута горња примена математике тиче се одомаћивања математичких метода и она нема онога значаја, који добија покушајима последњих деценија, да се математика, преко примене механичких (физичких) принципа, увуче као метод за тумачење појава. Свезати узроке са последицама преко принципа механичких, значи дати аналогијама, које су за сваког јасне у низу најдиспаратнијих појава, реалну базу нову за гледање на појаве привидно механичке — моралне. Примена принципа виртуелних радова, општег принципа механичког, на појаве економске, не само да је одмах омогућила примену метода математичких у економији, већ јој је дала генералност и могућност да се сматра као огранак специјални опште механике. Слична примена принципа механичких: конзервације енергије, најмање акције и других, даје и општост и елеганцију теоријама социологије, етике, економије и свих одељака наука, које се баве тумачењем појава.

Немогућност директног мерења карактеристичних елемената, који појаве детерминирају, упутила је социологе, психологе, физиологе и друге на графичке методе, који доводи до слика из којих се јасно виде не само квалитативне већ и квантитативне мене елемената (параметара), којима се појави одређују. Ритам, периодичност, асимптотност, униформност, интермитентност и ваздан друге особине менâ у појава и процеса, за које се многи примери наводе у делу Г. Петровића, дају се графички оцртати и за појаве моралне. Истина, за сада је ово оцртавање преко кураба, које се добијају из елемената статистичких, нема аутоматских апарата за мерење социјалних енергетичких количина, али и графичка представа квалитативних и квантитативних појединости у појава разних доказ је, да за те појаве вреде општи закони механике.

Књига, о којој је овде реч, говори о могућности примене математике преко примене закона механике и баш из ових разлога би се могла назвати наука о механичким аналогијама. Аналогије су биле повод груписању и категорисању појава, о тражењу заједничког међу групама привидне диспаратности; а међу аналогијама су се најважније особине механичке појаве истицале и упућивале посматраче на свађање свих разноликости на заједничке опште принципе механике. По свршеном послу, по налажењу разлога и оправдања примене опште механике, неминовно математика долази, као најсигурнији ме-

тод за експликовање, генералисање, упрошћавање, при третирању проблема из велике области тумачења појава. Математички изрази, ако се за часак апстрахују специјалне вредности оних елемената, који улазе у састав тих израза, и који се морају узети у обзир кад се тумаче њихови односи у одређеној области појава или процеса — имају своју индивидуалност и типа су суштине механистичке, механизма, у којима се главне особине појава и промена резимирају. Из последњег разлога је оправдан и назив математичке феноменологије, јер се на математичке изразе, као на јединке, независне од посматране појаве или области појава, гледа као на апарат, којим се, после незнатних измена у значају елемената који чине израз, може лако истом формулом да пређе са једне групе појава на другу, и то често и на такве групе, које у први мах могу, по све диспаратне и каузално невезане, да изгледају. Како пак сви изрази, све форме математичке о којима је реч, како у овој књизи, тако и свуда где се аналогијама доводе у везу разне појаве, постају применом механике за каузална тумачења, то све формуле имплицитно садрже у себи механистичко тумачење, које је само на свој начин, нарочитим симболима изражено. Свака формула прочитана и речима исказана садржи опис механичких теорема, принципа и истина у примени њиховој код појава и промена њихових.

Да се механика може унети у појаве живота, не треба њене принципе буквално примењивати и не треба их сматрати за апсолутне истине, као што већином лајци на то гледају. Апсолутних истина нема, јер нема етапе за контролисање истина у погледу њихове апсолутности. Једна је само истина: да су сва сазнања релативна (А. Comte) и то је права етапа за експликације све могуће. Овде исцрпно не улазим у примену механике на појави виталне, већ само излажем основе по којима се може механистички и на те ствари да гледа.

II.

Код појава живота, у индивидуалним или колективним центрима, филозофи и неки социолози не налазе идентичности и аналогије са појавама механичким. Тешко је, доиста, у најсавршенијим системима органским, где имамо манифестације

везане са психом нашом, на мах уочити аналогije са обичним физичким појавама. Ако пак учинимо два скретања: пређемо на живот монера, бакцила или посматрамо кретање у социјалним срединама, онда су и аналогije јасне у доменима физичког и психичког света. Живот какве монере састоји се из промена, које су продукат утицаја средине, унутарњих и спољних сила, и организам се тај најнижи може сматрати, као форма која се одржава динамичким условима спољних и унутарњих сила. Рашћење организма, множење и извесна стационарност његових форми по све је идентична, не само аналога, са фазама, кроз које пролазе облици тела физичких услед утицаја спољних и унутарњих сила молекуларних. Деобом постају организми слични оном организму основном који се дели и даље се продужује пренашање ових особина на крајње делове као носиоце живота. Немогућност, да се у деловима јаве нове особине каквих нема у основној ћелији, особина је механизма и механичких сила, које се стављају у акцију при процесима и појавама живота. Пренашање особина на делове: опне, нуклеуса и протоплизме са свима тенденцијама, које су се налазиле у првобитној ћелији, из које деобом нове постају, значи, да и овде владају физички закони, по општем начелу: да исти узроци стварају увек и свуда у сличним околностима исте последице. Обичне физичке појаве: кретање система космичких, постанак разних тела по облицима, масама и путањама, једна је категорија у фазама живота васионског и разликује се по градацијама од појава физичких, које се збивају у свету анорганском и органском, где се посла има са компликованијим и квантитативно вишим системима. Ако са организама уницелуларних пређемо на организме мултицелуларне, онда се манифестације многе, како физичких тако и психичких појава, дају разумети сарадњом улога разних органа, склопљених их разних ћелија; и до јасних представа се о свему може доћи, водећи рачуна о компликованости системској код разних средина физичких или психичких. Суштина живота, сведена за функције физиолошке разне, које се свде на процесе: асимилације, дистрибуције, секреције и друго, није ништа у ствари, до физичка размена између околине и унутарњих средина из којих се организам састоји. Брзина ових разних радњи зависи од степена сложености система разних и њихових средина, од склопа организама као механизма. По-

јаве психичке, схваћене као надчулне, епифеноменалне појаве, гледање је на ствар недовољно логички, јер су све такве појаве у вези са променама разним чисто физичких, материјалних средина и трају, док функционишу ови системи.

Еволуција, обухваћена у принципу дисипације кретања и интеграције материје, у ритму кретања и тумачење одржавањем сила (енергија) (Спенсер), указује на идентичности а не само на аналогије у доменама разним: физичким, виталним и психичким. Ембрио светова у небулозама само, је по димензијама другојачији од органских ембриона. Опне, нуклеуси, протоплазме сличне су са гасовитим масама у ротацији, неједнаким густинама, температурама и притисцима у унутрашњости небулоза, и са почецима планетарних и сунчаних система у маглинама. Диференцирање и постанак светова из небулоза свршава се враћањем у првобитно небулозно стање из ког се обнављују процеси и појаве сличне са прошлим стањима. Механизам светова личи на механизме ембриона, ћелије и организама. Одржавање стања извесног ма где и у ма каквом организму (механизму), на основу устаљеног процеса размена материја, под упливом одређених сила, чини манифестације, које карактеришу виталитет. Живот органски, за који се данас верује да из ембриона проистиче, и да је заблуда *generatio spontanea*, под том предпоставком може опстати ако се основе теорије о *raupergmi*, по којој се клице, услед зрачних притисака, који долазе од централних тела, извора светлости, необичном брзином по висини крећу и са једног небеског тела преносе на друго. (Svante Arrhenius, *Das Werden der Welten*). Ако пристајемо на сва тумачења о брзини кретања сперми, о савлађивању свих отпора у интерпланетарним просторима од хладноће, светлости, вакума и друго, остаће ипак као загонетка да је прачетак органских материја, које улазе у састав сперме, одвојен од почетка небулоза где се посла има са обичном енергијом и динамичком масом. Мора се веровати и у поставку, — да и ако данашње прилике спољне: притисак, температура, густине слојева, хемијска једињења и друго нису згодни да дају вештачким путем сперму, и организам из сперме, којој не предходи организам — да није искључена могућност постанка сперме и ван организама у непрегледним регионима васионским, који сваког момента све могуће фазе обухваћају, међу којима се ишчезле фазе из прошлости и наше планете налазе.

Одбацивањем последње теорије о могућности постанка органских материја из неорганичних, морали би веровати у постанак организама од искони, од момента кад су се прве небулосе јавиле. Ово би одвело даље и имали бисмо јављање појава у три аспекта: неорганичком, органском и психичком. Да је ово тумачење слично са схоластичким тројством и да се противи познатим трансформацијама и прелазима појава из једних у друге области и идентичности процеса у појава разних домена о томе не треба много дискутовати.

Постанак специја, родова, кола код биљног и животињског света по све је проста ствар, с погледом на принципе Дарвинове, De-Vries-а, и других, у сравнењу са тешкоћама, које се при тумачењу појава имају савладати кад се прелаз постепено хоће да начини између обичних физичких и виталних средина. Сличност живота, механизма и њиховог функционисања у свету бактерија из области флоре и фауне, наговештава веровање у постанак протоплозме и ембриона под нарочитим погодбама из неорганичних материја и енергија. Диференцијације у најсавршенијим представницима типова из оба царства организама не могу унети никакву забуну у погледу физиолошких процеса којима се живот одржава, јер је подлога тих процеса по све механичке природе. Уношење свести, психе као силе и покретача радњи ненагонских, може изазвати сумњу у механичност покрета, кад се индивидуе као центри и извори промена и појава посматрају. Свака сумња престаје у идентичност и сличност између обичних механичких појава и социјалних, које су производ комплекса и скупа индивидуа.

Механистичност код разних појава само је онда несхватљива кад се буквално узме, како је схватају извесни мислиоци, чији се погледи на свет заснивају на извесном песничком, нереалистичком сматрању појава. Ако се апстрахује за час од вештачких машина, и сваки процес сматра као ефекат дејства извесних узрока, производ трансформација енергија, онда су без разлике сви системи по процесима аналози, и радње се и разно функционисање не могу ван закона збивати. Сваки систем, посматран по форми својој, који скрива и обележава средину у којој се процеси збивају, извесно је равнотежно стање, условљено спољним и унутрашњим силама. Равнотеже су изрази за стање процеса разних. Еволуција постоји у формама разним, што у ствари нису друго до разне физичке

средине, док су основи процеса идентични код свих еволуција и трансформација. Ако пређемо на елементе, којима се извесна стационарност (равнотежна стања) у разним организама одређује, онда адапција, атавизам, наслеђе директно, скокови у постанку специја и др., проузроковано борбом за опстанак, селекцијама разним јесу фазе за разне равнотеже системске. Теорија Р. Квинтона (René Quinton), садржана у тенденцији свих бића за одржање форама, не само да се не противи основима еволуције, већ нема ничега у ствари заједничког са узроцима утилитарне природе, на какву фаталност он своди развитак органски. »Есенцијални закон природе, његов основни ритам је по њему не промена (како еволуција десцендентна тражи), већ сталност. Морска вода, температура и осмотички притисак, у вези са јачином концентрационом морске воде, битни су елементи постапка организама и тенденција се опажа за константношћу њиховом; из њих се, као важних параметара, може да посматрају организми као системи равнотежни и немогућност одржања извесних равнотежних стања показује прави ритим живота органских, који се манифестује у појавама еволуционим, Равнотеже су све у природи релативне, апсолутних нема. Тело што мирује на столу јесте динамичка равнотежа, као што је равнотежа динамичка положај човека на велосипеду. Ако би се земља нагло зауставила, тело би одлетало са стола онако исто као што би човек пао са бицикла, ако би се нагло његова брзина смањила. Отпор дају тела услед брзине са којом се крећу и права инерција је у величини брзине са којима се масе крећу, Ваздух, етар, вода, који се тако лако потискују телима, постају непробојне средине, ако им се брзине релативне повећају.

Све ово постоји код организама. Апстрахујући све физиолошке радње монера или најсавршенијег организма, форме системске, са свима унутрашњим елементима по Квинтону се свде на брзину сокова, крви, која је идентична са примордијалном морском водом, која је на температури 44°, концентрације слане 8 гр. на 1000. У вековима се мењају спољне прилике: температура, концентрација слана (осмотички притисак) — сама морска вода. Организми теже да очувају стање интерно својих организама и то је идентично са последицама обичне инерције, да се створене равнотеже сачувају. Услед спољних се прилика мењају брзине циркулације, услед брзине опти-

ција крви и сокова диже се унутарња топлота, и са свима оваквим променама стварају се нова равнотежна стања — виши ступњеве еволуције. Ово је скроз механистички и по све оправдано гледиште и по све у складу са теоријама. Ламарка и Дарвина. Бежање од механистичности у домене финализма ма каквог, утилитарног или супранатуралног, непотребно је, јер привидност константности система, по све је јасна и са гледишта чисто физичког и механичког. Мисао се (интелигенција) и по Квинтону не узима за циљ већ за моћ, средство да се у борби са променама помогне организмима у чувању форма и стационарности процеса. За морал и социологију су онда по све јасни биолошки мотиви, који се могу довести, као што смо горе показали, у везу са механиком, доводећи дужности људске у везу са чувањем стања затечених и са еволуцијом у правцу паралелних промена у спољној околини човековој и социјалној. Савлађивање све већих напора, идући из тропских у поларне крајеве, праћено је вишим фазама у култури људској, аналого променама међу елементима биолошких јединица код виших типова и специја.

III.

Кад се, са индивидуалних, органских центара пређе на скупове, сложене из тих јединака: на друштво, државу, народ, расе и у тим дискретним срединама, у мањим размацама времена и простора не можемо сагледати јаче контакте међу елементима из којих се социјални системи састоје. Еволуција показује само градиције и ступњеве у разних система али потврђује, да се, ма где била појава социјална, везује увек за појаве идентичне. Ма какво друштво било, показује тенденције сличне у погледу одржања своје егзистенције, задовољења психичких и физичких разних потреба. Вера, традиције, поезија, редови грађански, културне разне установе, освајања и друго налазимо и у свих народа и у свим временима. Може бити само разлике на пр. у брзини саобраћаја данас и пре неколико стотина и хиљада година, али не може бити говора, да је било тенденција у друштвама, кад извесни ниво постигну у развићу, за неоштеће са другим срединама социјалним. Ове особине, да се исте појаве налазе у друштвима сличних фаза,

говоре у прилог нашег механистичког тумачења развоја појава и процеса социјалних.

Ради проучавања и тумачења појава социјалних, доводећи их у везу са појавима физичким, ваља наћи карактеристичне количине које се природом својом импозирају методу механике. Такве су количине: рад, енергија, капитал и друге њима сличне количине. За детерминицију блиску горњих количина ваља да се користимо огромним садањим и будућим материјалом дескриптивне социологије, који нам описује фазе и даје карактеристичне елементе за одредбу горњих количина. Ови се карактеристични елементи једначе са елементима у механици, које зовемо параметрима. Тако на пр. код енергије културне једнога народа у извесном моменту ваља имати у виду број способних индивидуа да нешто створе, број тековина: физичких или психичких (јавних зграда, саобраћајних средстава, науке, књижевности уметности); број консумента створених продуката и ти нам елементи као параметри у томе моменту могу дати све што је нужно да се до количине дође, којом се детерминира енергија дотичне средине. Ако се енергија сматра као збир евентуалних радова и капитала, онда имамо основну социјално-динамичку једначину за даље експликације социјалних појави. Скуп свих снага једнога народа, физичких, сасређених у појединим индивидуалним или колективним центрима, настремљених по тенденцијама у истим или разним правцима, што се постиже моралним особинама дотичне средине, и кроза што се душа дотичне социјалне средине види, даје оно што се зове рад те средине. Затечено стање у извесном моменту: у разним капиталима физичким (јавним зградама, путевима, пристаништима, наоружању) и моралним (науци, уметности, укусу, књижевности, манирима и другоме) представља количину аналогу топлоти код физичких појава, коју зовемо општом речју капитал. У социјалној средини, као механизму, динамизам је окарактерисан везом рада и капитала у стварању социјалне енергије. Фазе су социјалних механизма оцртане у флукуацијама рандмана, у величини искоришћења рада из капитала и обратно, што је такође у вези са душом народа и социјалних средина. Један проналазак, на пр. фаланга македонска, чини да је рандман већи у Македонаца но у Персијанаца, и јачина тог рандмана даје већу енергију из рада и капитала спојеног у фаланзи но у стројевима Перси-

јанаца. Последице су овога победа на страни бројно слабијих, јер је друга количина, брзина, којом се енергија изражава, а која је зависна од нових стројева, нове тактике, већа код Александра но код Дарија. Ако се надмоћност једне расе, народа, племена пренесе на брзину од чијег квадрата зависи енергија, онда је у овоме објашњење надмоћности не само Македоније, но доцније и свих других завојевача културних и некултурних. Као што рандман игра велику улогу у висини енергије, тако исто играју рад и капитал. Народи без икаквих тековина, самим радом тешко могу постићи оне успехе, који са толиким истим радом постигну они, којима је прошлост у капиталима разним резервисала радове њихових предака. Обратно је неефикасна средина, која се само на капитале наслања, не ангажујући оне силе виталне, које рад треба да дају. Удружен рад са капиталом даје нове вредности, нове енергије.

Сваки покрет социјални, који се манифестује у покретима материјалним, или се рестаурира путем асоцијација продуктивних речима, писмом, тоном или ма чим другим, комплекс је из физичких и психичких мотива. Грађевина ма каква исто је тако дело физичких и психичких сила као и песма, књига, статуа. Енергије, према овоме, на ма ком пољу социјалном су манифестације физичко-психичких сила, па се оне директно или индиректно могле мерити. Ово исто вреди за радове и капитале.

Кад се омогући егзистенција прве социјално-динамичке једначине (аналоге првој термо-динамичкој), онда су даља извођења сасвим лака и слична извођењима у физици. Интермитентност, ритам, ентропија, фазе разних стања, критичке тачке, разна агрегатна стања и друго, су само називи, који се имају аклиматисати на социјалне појаве и довести ближе у везу са квалитетом нових посматраних појава. Полазећи од енергетичних једначина лако налазимо пласман за шеме о којима је реч у овоме делу. Како су принципи механички симболирани у поменутих шемама, то се сви принципи механички путем шема преносе и на домене социјалне.

На горњи се начин домен квалитативних аналогича у појава социјалних претвара у домен квантитативних аналогича и од данашње описне социологије прелази на праву социјалну механику појава. Механичке аналогиче данас, а и за дужи још период времена, у општим принципима својим обележаваће

само главне трасе по којима ће се ићи у механистичком тумачењу социјалних појава. За проучавање детаља далеко смо од прецизности, која влада у механици материјалних система, али као што, сем општих погледа на групе појава из хемије и физиологије, не знамо још све оно што је потребно за тачно сазнање наше на основима механике, така ће још доста времена проћи док све елементе, параметре и количине у социологији тако одредимо, да са њим можемо оперисати, као што са сличним радимо у механици данас. Покушаји унифицирања метода и увођења принципа механичких за привидно диспаратне појаве чине, да наше научно сазнање добије потребно јединство и да се сама привидна диспаратност на неки начин протумачи. Елементи Математичке Феноменологије чине један значајан корак напред и праве увод у нову науку, која треба да замени морфолошку фазу, која је потребна али не и довољна за наше ориентисање у свету појава и процеса.



