Zbornik radova Konferencije: VI Naučno-stručni skup Nove tehnologije i standardi, digitalizacija nacionalne kulturne baštine
Matematički fakultet, Beograd, Studentski trg 16
Beograd, jun 2007

ДИГИТАЛИЗАЦИЈА ГИМНАЗИЈСКИХ УЏБЕНИКА РИСТЕ КАРЉИКОВИЋА

НАДЕЖДА ПЕЈОВИЋ

Математички факултет, Универзитет у Београду,
e-mail: nada@matf.bg.ac.yu

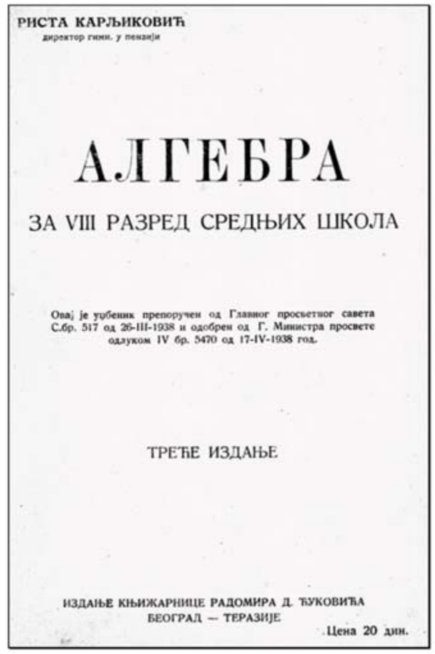
Резиме. Риста Карљиковић, гимназијски професор између два светска рата, написао је неколико уџбеника из математике који су се користили у српским гимназијама у том периоду (1922-1941). Четири његова уџбеника *Тригонометрија*, *Алгебра*, *Аналитичка геометрија* и *Геометрија* су дигитализована и налазе се у електронском облику у Виртуелној библиотеци Националног центра за дигитализацију (*Virtual library*, http://elib.matf.bg.ac.yu:8080/virlib/). Дигитализација ових књига део је пројекта електронског архивирања српских књига са математичким садржајем штампаних у прошлости. У овом чланку пишемо зашто су изабране Карљиковићеве књиге за укључење у Виртуелну библиотеку. Такође су укратко представљени садржаји ових књига.

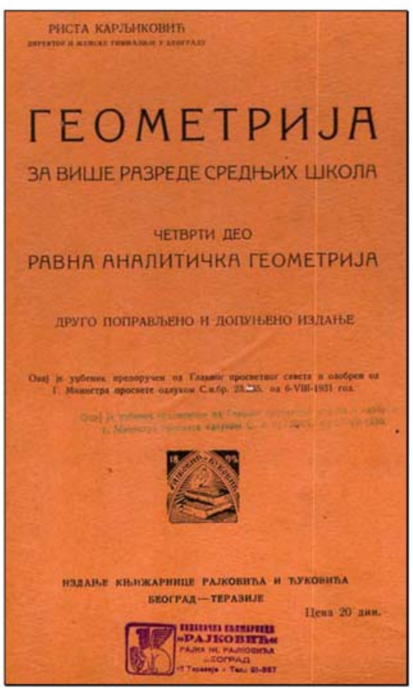
Виртуелна библиотека Националног центра за дигитализацију основана је са циљем да се произведе што комплетнија и репрезентативнија колекција ретро-дигитализованих књига и других докумената, превасходно српских аутора. Мада се у овој библиотеци налазе књиге из различитих области, ипак основни циљ овог пројекта је да се сачувају и представе општој јавности пре свега дела из математичких наука: математике, астрономије, механике, теоријске физике, математичке географије и других наука у којима математички апарат има доминирајућу улогу. Сматрамо да у тој литератури важно место имају образовне књиге, посебно уџбеници који су се користили у настави у средњим школама и на Београдском универзитету. Има више разлога за избор ове врсте књига за дигитализацију и рачунарско архивирање. Наравно, свака писана или штампана реч у прошлости, нарочито у даљој, део је културног наслеђа и већ тиме се ова дела квалификују за овакву врсту њиховог чувања. Наведимо и неке више прагматичне разлоге.

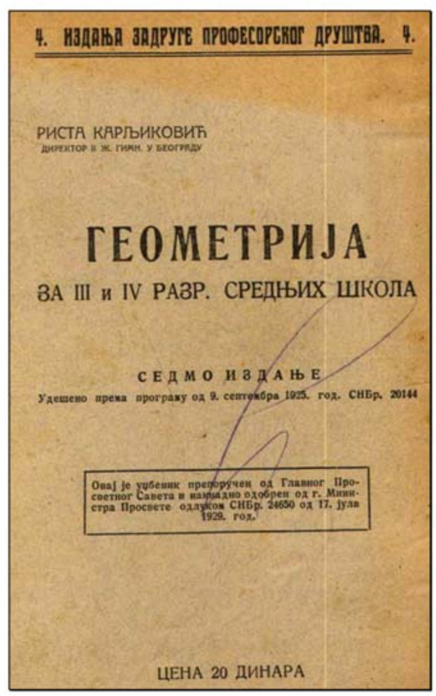
Најпре, лак и једноставан доступ овим књигама путем Интернета, омогућава се историчарима образовања, али и едукаторима да изучавају образовање у прошлости у српским школама.. Читалац се већ простим прегледањем ових књига може одмах уверити да у том погледу Србија није била изолована, напротив, школски систем и образовање у Србији, бар кад је реч о математичким наукама, били су сагласни оним најбољим у Европи. Ралог за то можемо потражити у чињеници да су најученији Срби из 18. и 19. века углавном живели и школовали се у дијаспори, пре свега у Аустроугарској. Исто тако увериће се да није исправно често присутно мишљење, да су савремени уџбеници бољи од оних у прошлости. Напротив, садржаји у већини старих уџбеника представљани су на занимљив начин, методички исправно, уз пуно уредних графичких прилога и лепих илустрација. Примери и задаци нису били уско везани за изложену тему, већ су често илустровали примене у другим наукама, на пример у геодезији и астрономији, ако је тема била из тригонометрије. Наводили су се извори задатака, затим имена математичара - аутора важнијих теорема, а често можемо наћи и доста детаљне историјске напомене. У овим књигама обрађиване су важне теме које се данас изостављају из наставе математике у средњим школама, а неких од њих нема нити у настави на факултетима. Споменимо само два таква примера, решавање кубне једначине и сферну тригонометрију. И сви ови садржаји били су написани у књигама невеликог обима, обично око стотинак страница, ретко кад коју десетину страница преко тога.

Ове књиге занимљиве су, нарочито оне из старијих времена, јер у њима можемо пратити развој српског језика, бар када је реч о оном делу који се односио на математичке науке. Оне најстарије, јер су писане на старосрпском језику и предвуковским писмом. Споменимо овде *Аритметику* Василија Дамјановића, прву књигу из математике штампану на српском (Венеција, 1767) и *Численицу* Јована Дошеновића (Будимпешта, 1809), уџбеник који се користио на Великој школи у ослобођеном Београду неколико година после Првог српског сутанка. У оним нешто новијим, уверавамо се да се терминологија мењала, и није увек једноставно препознати на шта се одређен термин односио. То је свакако предмет посебног изучавања, али споменимо, на пример, да се реч *казаљка* користила све до Првог светског рата за данас савремени термин *индекс*, слично речи *склоп* за *скуп*, *прецрт* за *пресликавање*, *стваран број* за *реалан број*, *космографија* често за *астрономију*. Најзад споменимо ћириличне фонтове којим су писане ове књиге. У основном тексту то су лепа слова Ћирилице, укључујући све врсте фонтова, курзив и masna, и величину, од оних великих која су се користила за наслове до текстова у петиту. Латинично писмо у којем је записиван математички текст, било је сагласно по облику и величини основном тексту. Све то доприносило је естетској вредности књига у графичком погледу и лакоћи читања. Споменимо да су оловне плоче –


РИСТА КАРЉИКОВИЋ
ДИРЕКТОР II ЖЕН. ГИМН. У БЕОГРАДУ
ГЕОМЕТРИЈА
ЗА ВИШЕ РАЗРЕДЕ СРЕДЊИХ ШКОЛА
ТРЕЋИ ДЕО
ТРИГОНОМЕТРИЈА
ДРУГО ПОПРАВЉЕНО И ДОПУЊЕНО ИЗДАЊЕ
Овај је уџбеник препоручен од Главног просветног савета и одобрен од Г. Министра просвете одлуком С.н.бр. 23235 од 6 августа 1931 год.
ИЗДАЊЕ КЊИЖАРНИЦЕ РАЈКОВИЋА И ЋУКОВИЋА
БЕОГРАД — ТЕРАЗИЈЕ


РИСТА КАРЉИКОВИЋ
директор гимн. у пензији
АЛГЕБРА
ЗА VIII РАЗРЕД СРЕДЊИХ ШКОЛА
Овај је уџбеник препоручен од Главног просветног савета С.бр. 517 од 26-III-1938 и одобрен од Г. Министра просвете одлуком IV бр. 5470 од 17-IV-1938 год.
ТРЕЋЕ ИЗДАЊЕ
ИЗДАЊЕ КЊИЖАРНИЦЕ РАДОМИРА Д. ЋУКОВИЋА
БЕОГРАД — ТЕРАЗИЈЕ
Цена 20 дин.


РИСТА КАРЉИКОВИЋ
ГЕОМЕТРИЈА
ЗА ВИШЕ РАЗРЕДЕ СРЕДЊИХ ШКОЛА
ЧЕТВРТИ ДЕО
РАВНА АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА
ДРУГО ПОПРАВЉЕНО И ДОПУЊЕНО ИЗДАЊЕ
ИЗДАЊЕ КЊИЖАРНИЦЕ РАЈКОВИЋА И ЋУКОВИЋА
БЕОГРАД — ТЕРАЗИЈЕ
Цена 20 дин.
„РАЈКОВИЋ“


4. ИЗДАЊА ЗАДРУГЕ ПРОФЕСОРСКОГ ДРУШТВА. 4.
РИСТА КАРЉИКОВИЋ
ДИРЕКТОР II Ж. ГИМН. У БЕОГРАДУ
ГЕОМЕТРИЈА
ЗА III и IV РАЗР. СРЕДЊИХ ШКОЛА
СЕДМО ИЗДАЊЕ
Удешено према програму од 9. септембра 1925. год. СНБр. 20144
Овај је уџбеник препоручен од Главног Просветног Савета и накнадно одобрен од г. Министра Просвете одлуком СНБр. 24650 од 17. јула 1929. год.
ЦЕНА 20 ДИНАРА

носачи слова, које су се користиле у штампи пре Другог светског рата претопљене, тако да је једини извор ових слова штампани материјал. Дигаталне копије ових текстова представљају добар извор за реконструкцију старих фонтова и обогаћивање презентације Ћириличног писма.

У овој прилици одлучили смо се да представимо четири уџбеника из математике Ристе Карљиковића, који су се користили у средњим школама између два светска рата, не само у Србији, већ и у другим деловима некадашње Краљевине Југославије. Напреднија поглавља у овим књигама користила су се у гимназијама реалкама, које одговарају данашњим гимназијама природноматематичког смера. У његовим уџбеницима види се заиста висок ниво наставе математике. По нашем мишљењу, ове књиге најбоље представљају уџбеничку литературу из математике у Србији у овом периоду. Запарво, његове књиге приказују како је изгледала математика која се предавала у Европи у двадесетим и тридесетим годинама двадесетог века. Прегледањем ових књига можемо се уверити да су то квалитетни уџбеници и да неке од њих, нарочито његова *Тригонометрија*, може бити занимљива за читање и коришћење у настави и данас.

О Ристи Карљиковићу не знамо много. Знамо толико да је био гимназијски професор математике и директор II Женске гимназије у Београду између два светска рата. Пронашли смо да је написао четири гимназијска уџбеника *Тригонометрију*, *Алгебру*, *Аналитичку геометрију* и *Геометрију*.

Тригонометрија Ристе Карљиковића користила се као уџбеник за више разреде средњих школа. У оквиру предмета Геометрија представљала је њен трећи део. Књигу је препоручио као уџбеник Главни просветни савет и одобрио тадашњи Министар просвете одлуком С.н. бр. 23235 од 6 августа 1931 године. Књигу је издала Књижарница Рајковића и Ћурковића у Београду. Такође нам је познато да је књига доживела више издања и да се користила до почетка Другог светског рата. Одлучила сам се да представим ову књигу имајући у виду њен, делимично необичан садржај. Док се у првим деловима ове књиге излажу стандардни садржаји тригонометрије последњи део посвећен је Сферној тригонометрији. Књига се састоји из следећих поглавља: *Увод, Гониометрија, Равна тригонометрија и Сферна тригонометрија.*

Занимљиво је да је у поглављу *Равна тригонометрија* дата примена тригонометрије на решавање задатака из стереометрије као и примена тригонометрије на решавање задатака из практичне геометрије и астрономије. То се нарочито може видети у задацима под бројевима 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 и 15. Издвојамо задатак 13, стр. 110, у којем је наведен поступак за одређивање даљине Месеца од Земље.

13) *Наћи отстојање једног небеског тела (месеца, сунца) до земљиног средишта.*

Нека тачка O (сл. 57) претставља центар Земље, EK пречник екватора, а кружна периферија меридијан места B и C на Земљиној површини одакле се посматрање врши. Ако су углови $BOK = \varphi$ и $COK = \varphi'$, географске ширине места B и C, а углови Z и Z' зенитне раздаљине небеског тела, који се углови одређују у истом тренутку од посматрача када се небеско тело налази над меридијаном места B и C, R полупречник Земље, онда се раздаљина $OS = d$ одређује из четвороугла $SBOC$ помоћу количина: R, φ, φ', Z и Z'. Ако означимо углове BSO и CSO са x и y, онда најпре одређујемо те углове помоћу њиховог збира и њихове разлике.

Њихов збир из четвороугла $SBOC$ јесте:

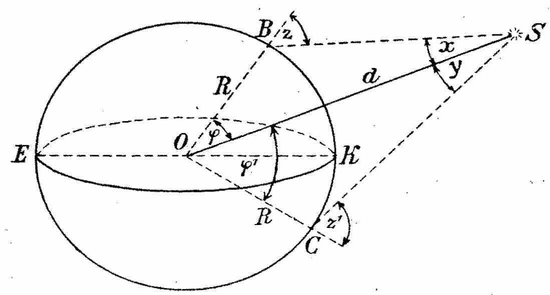
$$x+y=360^0-(180^0-z)-(180^0-z')-(\varphi+\varphi')=(z+z')-(\varphi+\varphi')\ldots(1)$$

Њихову разлику одређујемо на следећи начин: Из $\triangle\ SOB$ имамо $R : d = sinx : sin\ (180^0 - z)$, а из $\triangle\ SOC$ имамо

$$R : d = siny : sin\ (180^0 - z').$$

Упоређивањем ових двеју пропорција налазимо да је

$$sinx : sinz = siny : sinz', \text{ или } sinx : siny = sinz : sinz'.$$



Сл. 57

Применом изведених пропорција добијамо:

$(sinx + siny) : (sinx - siny) = (sinz + sinz') : (sinz - sinz')$, или

$$2\,sin\frac{x+y}{2}\,cos\frac{x-y}{2} : 2cos\frac{x+y}{2}\,sin\frac{x-y}{2} = 2\,sin\frac{z+z'}{2}\,cos\frac{z-z'}{2} :$$

$$: 2\,cos\frac{z+z'}{2}\,sin\frac{z-z'}{2}, \text{ или } tg\frac{x+y}{2} : tg\frac{x-y}{2} = tg\frac{z+z'}{2} : tg\frac{z-z'}{2}.$$

Одавде је

$$tg\,\frac{x-y}{2} = tg\,\frac{\frac{x+y}{2}\cdot tg\frac{z-z'}{2}}{tg\frac{z+z'}{2}} = \frac{tg\,\frac{z+z'-\varphi-\varphi'}{2}\ tg\frac{z+z'}{2}}{tg\,\frac{z+z'}{2}}.$$

Из ове једначине, употребом логаритама, налазимо угао $(x-y)$. За $x-y=\omega$ и $x+y=(z+z')-(\varphi+\varphi')=\varepsilon$, налазимо да је $x=\frac{\omega+\varepsilon}{2}$ и $y=\frac{\varepsilon-\omega}{2}$.

Најзад из троугла SBO и SCO налазимо да је:

$$d=\frac{R\,sin\,z}{sinx},\ \text{ или }\ d=\frac{R\,sin\,z'}{siny}.$$

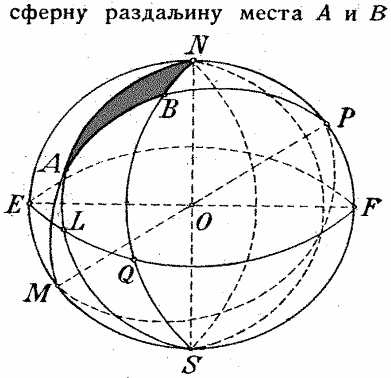
Бројни пример. Зенитни угао Месеца измерен у Берлину (северна географска ширина $\varphi = 52^0\,31'\,33''$) је $z = 32^0\,3'\,51''$, а зенитни угао месеца, измерен у истом тренутку на гребену Добре Наде (јужна географска ширина $\varphi' = 33^0\,56'\,3''$), је $z' = 55^0\,42'\,48''$; наћи одстојање месеца до центра наше Земље

Напомена. Аристарх је већ у III веку пре нове ере нашао геометријску методу да одреди Месечеву даљину, али вредност коју је тако добио била је превише груба. Прво тачно одређивање даљине једног небеског тела на примеру Месеца урадили су француски астрономи Лаланд и Лакај у XVIII веку, управо мерећи Месечеве координате с крајева основице која се протезала од Рта Добре Наде до Берлина. Видимо да је Карљиковић узео управо овај бројни пример.

Истичемо поглавље *Сферна тригонометрија,* у којем су описани сферни троуглови, њихове врсте и особине. Затим је дато решавање елемената правоуглог сферног троугла, решавање елемената косоуглог сферног троугла, као и примена сферне тригонометрије у астрономији и геодезији. Тако, на страни 140 *Тригонометрије*, имамо следећи пример:

III. Сферна раздаљина између два места на земљи

Да бисмо израчунали сферну раздаљину места A и B на земљи, треба да знамо географске ширине и географске дужине тих места. Ако су φ_1 и λ_1 географска ширина и дужина места A, φ_2 и λ_2 географска ширина и дужина места B, N и S полови земље, круг $NESF$ главни меридијан, а круг $ELQF$ екватор, кругови $NALS$ и $NBQS$ меридијани места A и B, онда је: $\varphi_1 = AL$, $\lambda_1 = EL$, $\varphi_2 = BQ$ и $\lambda_2 = EQ$, тада је тражена сферна раздаљина AB страна сферног троугла ABN у коме знамо две стране NA и NB ($NA = 90^0 - \varphi_1$ и $NB = 90^0 - \varphi_2$) и захваћени угао $N = \lambda_2 - \lambda_1$. Задатак се, дакле, своди на пети случај решавања сферног троугла из претходног параграфа.



Сл. 70

Напомена. Ако желимо да израчунамо сферну раздаљину двају места на земљи не у степенима већ у дужинској јединици (у метрима, километрима, миљама), онда примењујемо пропорцију:

$$40000000 : x = 360^0 : \sphericalangle AB, \quad \text{одакле је:}$$

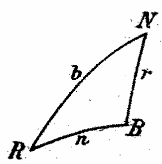
$$x = \frac{40000000 \cdot \sphericalangle AB}{360^0} m = \frac{40000 \cdot \sphericalangle AB}{360^0} km,$$

где је 40000000 обим великог круга у метрима (приближно), x растојање места A и B у метрима, а $\sphericalangle AB$ растојање места (страна сферног троугла NAB у степенима).

Поред општег решења, Карљиковић наводи и рачунски пример решавања сферног троугла. Пример се односи на одређивање раздаљине између два места на Земљи.

Карљиковић овде узима да су географске дужине Рима и Беча позитивне. Дакле, већ 1930, много раније него што је Међународна унија усвојила ту конвенцију 1977. године.

***Пример.** Наћи сферну раздаљину између Рима и Беча, ако је геогр. ширина Рима $\varphi_1 = 41^0\,53'\,54''$ а Беча $\varphi_2 = 48^0\,12'\,35''$, геогр. дужина Рима $\lambda_1 = 12^0\,28'\,48''$, а Беча $\lambda_2 = 16^0\,22'\,42''$, рачунајући од гриничког меридијана.*



Сл. 71

Ако сферни пол N, Рим (R) и Беч (B) дају сферни троугао NRB, онда је страна $NR = 90^0 - \varphi_1 = 48^0\,6'\,16''$, страна $NB = 90^0 - \varphi_2 = 41^0\,47'\,25''$, а угао код $N = \lambda_2 - \lambda_1 = 3^0\,53'\,54''$.

Тада је:

$$tg\,\frac{B+R}{2} = \frac{\cos\frac{b-r}{2}}{\cos\frac{b+r}{2}}\,cotg\,\frac{N}{2} \text{ и } tg\,\frac{B-R}{2} = \frac{\sin\frac{b-r}{2}}{\sin\frac{b+r}{2}}\,cotg\,\frac{N}{2} \text{ или}$$

$$tg\,\frac{B+R}{2} = \frac{\cos 3^0\,9'\,25{,}5'' \cdot cotg\,1^0\,56'\,57''}{\sin 44^0\,56'\,50{,}5''} \text{ и}$$

$$tg\,\frac{B-R}{2} = \frac{\sin 3^0\,9'\,25{,}5'' \cdot cotg\,1^0\,56'\,57''}{\sin 45^0\,56'\,50{,}5''};$$

$$\log tg\,\frac{B+R}{2} = 1{,}48340 \text{ и } \log\,tg\,\frac{B-R}{2} = 0{,}79754;$$

$$\frac{B+R}{2} = 88^0\,7'\,6''; \frac{B-R}{2} = 80^0\,56'\,38''; \quad B+R = 176^0\,14'\,12'',$$

$$B - R = 161^0\,53'\,16''; \ B = 169^0\,3'\,44'', \ R = 7^0\,10'\,28''.$$

$$tg\,\frac{n}{2} = \frac{\sin\frac{B+R}{2}}{\sin\frac{B-R}{2}}\,tg\,\frac{b-r}{2} = \frac{\sin 88^0\,7'\,6'' \cdot tg\,3^0\,9'\,25{,}5''}{\sin 80^0\,56'\,38''}; \ \log\,tg\,\frac{n}{2} =$$

$= 2{,}74682; \frac{n}{2} = 3^0\,11'\,42''; n = 6^0\,23'\,24''$. Дакле, сферна раздаљина Беч—Рим износи $6^0\,23'\,24''$, или у дужинској јединици:

$$RB = \frac{40000000 \cdot 6^0\,23'\,34''}{360^0} = \frac{40000000 \cdot 23004}{1\,296\,000} =$$

$= 710\,000\ m = 710\ km.$

Напомена. На сличан начин се одређује и сферна раздаљина између било која два небеска тела на небеској сфери..

Карљиковић у књизи *Тригонометрија* поред занимљивих примера даје велики број задатака. За неке задатке, нарочито теже, наводи њихово порекло и годину. Углавном су то задаци који су се давали на матури у предратној Југославији (Београд, Ужице, Карловац, Приштина, Шибеник, итд) и Француској (Sorbonne, Caen, Marseille, итд). Неке познате теореме наводи по имену аутора: Косинусна теорема – Карнотова теорема, Гасуове обрасце – Молвајдове једначине.

Занимљиво је да Херонов образац за површину троугла назива и Брамагуптов образац. У књизи се појављују речи које су данас готово изгубљене, на пример речи *космографија* и *гониометрија*.

Сферна тригонометрија која је представљена у Карљиковићевој књизи предавала се само у гимназијама реалкама, које би сада одговарале гимназијама природно-математичког смера. Данас се ови садржаји не предају у средњим школама.

Алгебра Ристе Карљиковића користила се као уџбеник у завршном разреду средњих школа пре Другог светског рата. Књигу је прихватио Главни просветни савет и одобрио тадашњи Министар просвете одлуком IV бр. 5470 од 17. априла 1938 године. Уџбеник је издала Књижарница Ђурковића у Београду. Књига је доживела више издања а дигитализовано је треће издање. Карљиковићева *Алгебра* садржи следећа поглавља: *Терија извода* и *појам максимума и минимума, Основи интегралног рачуна, Комплексни бројеви, Моавров образац, једначине трећег степена* и *Додатак.* Најзанимљивије поглавље у овој књизи је *Комплексни бројеви, Моавров образац, једначине трећег степена* које се предавало само у гимназијама реалкама. Овде се излаже тригонометријски облик комплексног броја као и операције са комплексним бројевима. За степеновање комплексног броја користио је Моавров образац и дата је његова примена за израчунавање функција n-тостроког угла помоћу синуса и косинуса тог угла.

Из свега овога види се да једначина $x^3+px+q=0$ има један корен стваран а два имагинарна, ако је испуњен услов $27q^2+4p^3>0$. Образац:

$$x=\sqrt[3]{\frac{-27q+\sqrt{729q^2+108p^3}}{54}}+\sqrt[3]{\frac{-27q-\sqrt{729q^2+108p^3}}{54}},\ \text{или}$$

$$x=\sqrt[3]{\frac{-9q+\sqrt{81q^2+12p^3}}{18}}+\sqrt[3]{\frac{-9q-\sqrt{81q^2+12p^3}}{18}},\ \text{или}$$

$$x=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{3}\right)^3}}+\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{3}\right)^3}} \quad (11)$$

зове се *Кардан-ов.* Овај образац употребљава се при добивању корена оне једначине трећег степена облика $x^3+px+q=0$, која има имагинарне корене, за шта је потребан услов $\left(\frac{q}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{3}\right)^3>0$ или $27q^2+4p^3>0$. Овај се образац не примењује при решавању једначине $x^3+px+q=0$, који има само

У књизи Карљиковић излаже решавање кубне једначине, садржаја који се данас не учи у средњим сколама. Наводи разне облике једначина трећег степена и њихове особине, врсте корена (сва три реална или један реалан и два комплексна конјугована броја) и веза између корена и коефицијената. Изложен је поступак свођења опште једначине трећег степена на простији облик. Изведен је Карданов образац који је користио за добијање сва три корена једначине трећег степена.

Напомена. Карљиковић у поглављу *Додатак* наводи да Карданов образац неправедно носи назив према Кардану и да је стварни творац овог обрасца Тартаљ.

У истом поглављу Карљиковић даје приказ историјског развитка аритмеике и алгебре, почев од Феничана, Египћана, Индијаца, Вавилонаца и Халдејаца, што је неуобичајено у новијим средњошколским уџбеницима. Тако сазнајемо да су Феничани творци аритметике, Египћани геометрије, Халдејци и Вавилонци астрономије. Даље, Карљиковић пише да најстарија пронађени аритметички списи воде порекло из Египта и да су они писани хијероглифским цифрама на папирусу између 20. и 17. века пре нове ере. Пише да се први елементи алгебре налазе код Еуклида у његовом делу *Елементи*, и да је прво дело из алгебре објавио у 4. веку Диофант Александријски (325-409). Карљиковић потом излаже развој алгебре у средњем веку и наводи да је Италијан Леонардо из Пизе пренео у 12. веку арапску и индијску аритметику и алгебру у Западну Европу, док је творац модерне алгебре Франсоа Вијет (1540-1603), творца алгебарског симболизма, што је знатно упростило математичке операције и подигло ниво алгебре. Такође излаже доприносе других математичара тог времена, да је Декарт (1596-1650) творац аналитичке геометрије и да је усавршио примену алгебре у геометрији. Описује доприносе и математичара из каснијих вемена, да су Лајбниц и Њутн у 17. веку створили теорију инфинитезималног рачуна и да у 18. и 19. веку постоји читава плејада славних математичара: Ојлер, Даламбер, Безут, Лаплас, Лагранж, Монж, Карно, Аргон, Мурej, Гаус, Коши и Јакоби.
Карљиковић на крају књиге даје и кратак преглед увођења математичких симбола. Тако сазнајемо да су данашње цифре индијског порекла и да су у Европу стигле преко Арабљана, па стога и носе назив арапске цифре. Затим да је знакове сабирања и одузимања увео Леонардо из Пизе, а да се први пут се у штампаном облику појављују у Немачкој 1489, да је знак једнакости увео Рекорд 1552, а знаке неједнакости веће и мање ($>$, $<$) увео Хариот 1600 и знак различитости ($\neq$) Христофен.

Аналитичка геометрија Ристе Карљиковића користила се као уџбеник за више разреде средњих школа. Књигу је препоручио као уџбеник Главни просветни савет а одобрио тадашњи Министар просвете одлуком С.н. бр. 23235 од 6. августа 1931. године. Књигу је издала Књижарница Рајковића и Ђуковића у Београду. Књига је доживела више издања, дигитализовано је друго поправљено и допуњено издање.

Књига се састоји од следећих поглавља: *Увод, Тачка, Права линија, Круг, Елипса, Хипербола, Парабола* и *Тангенте и нормале кривих линија.*

Неке параграфе у књизи обележава звездицом, јер су били предвиђени само за ученике Реалке, као на пример: Поларна једначина елипсе, Поларна једначина хиперболе, Поларна једначина параболе, Полови и поларе кривих линија, општи облик једначина кривих другог реда.

Геометрија Карљиковића користила се као уџбеник у нижим разредима средњих школа до Другог светског рата. Књигу је као уџбеник препоручио Главни просветни савет а одобрио тадашњи Министар просвете одлуком С.н. бр. 24650 од 17. јула 1929. године. Књигу је издала штампарија Јовановић у Београду. Уџбеник Геометрија је доживео велики број издања, дигитализовано је седмо издање. У књизи су покривени стандардни садржаји из геометрије за ђачки узраст.

Закључак

Карљиковићеве књиге су методички лепо написане и градиво се у њима постепено уводи. Карљиковић даје много урађених примера тако да пратећа збирка није ни поребна. Посебно бих истакла једноставност извођења основних теорема Сферне тригонометрије у његовој *Тригонометрији*, као и налажење решења кубне једначине у његовој *Алгебри*. Тај део математике био је приступачан у сваком погледу ђацима гимназија реалке у оно време. Штампарских грешака у у његовим књигама готово да нема.

Имајући у виду методички начин писања књига, њихов сдржај, примере и задатке, препоручила бих ове књиге и данашњим ђацима, средњошколким професорима па и студентима. Књиге су дигитализоване и налазе се на интернет страници Математичког факултета у оквиру виртуелне библиотеке на адреси http://elib.matf.bg.ac.yu:8080/virlib/.

Литература

Карљиковић, Р., *Геометрија за више разреде средњих школа – трећи део Тригонометрија*, изд. кижарнице. Рајковића и Ћуковића, 1931, 1935.

Карљиковић, Р., *Алгебра за III разред средњих школа*, изд. књижарнице Радомира Ћуковића, 3. издање, 1938.

Карљиковић, Р., *Геоматрија за више разреде средњих школа – четврти део, равна аналитичка геометрија*, изд. књ. Рајковића и Ђуковића, 2. издање, 1931.
Карљиковић, Р., Геометрија за III и IV разред средњих школа, изд. Професорског друштва, 7. издање, 1938.
Н. Пејовић, *Тригонометрија Ристе Карљиковића*, Зборник радова конференције "Развој астрономије код Срба IV", Београд 22-25. април 2006, **уредник М. С. Димитријевић, Публ. Астр. друш. "Руђер Бошковић", св. 7, 189-198, 2007.**
Z. Ognjanović, *Nacionalni centar za digitalizaciju*, NCD Review, 1, 3-11, 2003.
Ž. Mijajlović, O Nekim poduhvatima u oblasti digitalizacije u poslednjoj deceniji, NCD Review, 2003, 12-27, 2003.
Green, R, *Spherical Astronomy*, Cambridge Univ. Pres, London, 1985.
Волинскиј, Б.А., *Сферическаја тригонометрија*, Наука, Москва 1977.
Шеварлић, Б и Бркић, З., *Општа астрономија*, Савремена администрација, Београд, 1971, 1981.
Virtual Library, ed. Ž. Mijajlović, http://elib.matf.bg.ac.yu:8080/virlib/

Abstract. Rista Karljiković was a gymnasium professor between two World wars. He wrote several textbooks on mathematics that were used in Serbian secondary schools at that time, (1922-1941). Four of his books: *Trigonometry*, *Algebra*, *Analytical geometry* and *Geometry* are digitized and they can be found in the electronic form in the Virtual Library, http://elib.matf.bg.ac.yu:8080/virlib/, of the National Center for Digitization. Retro-digitization of these books is a part of the project on archiving of Serbian mathematical books printed in the past. We explain in this article why Karljiković's books were selected for digitization and inclusion in the Virtual Library. It appears that Karljiković's books satisfied very high scholar standards and that they represent very well classroom mathematics taught in the most developed European countries in this period. Also, contents of the books are shortly presented.

Овај рад делимично је финансиран средствима технолошког пројекта 006201, *Дигитализација научне и културне баштине*, Министарства за науку и технологију Србије.