

UNIVERZITET U BEOGRADU  
МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ



Natalija Mladenović

UTICAJ POČETNOG ORBITALNOG  
PERIODA NA EVOLUCIJU MASIVNIH  
TESNIH DVOJNIH SISTEMA

Master rad

Beograd, 2024.

**Mentor:**

dr Bojan Arbutina, redovni profesor  
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

**Članovi komisije:**

dr Jelena Petrović, naučni savetnik  
Astronomска опсерваторија Београд

dr Monika Jurković, naučni saradnik  
Astronomска опсерваторија Београд

**Datum odbrane:** \_\_\_\_\_

**Naslov master rada:** Uticaj početnog orbitalnog perioda na evoluciju masivnih tesnih dvojnih sistema

**Rezime:** Evolucija zvezda predstavlja složen proces koji transformiše zvezdanu strukturu na različite načine, u zavisnosti od početnih parametara. Što je veća početna masa zvezde, to je evolucija dinamičnija. Tesne dvojne zvezde su zvezdani sistemi čije se komponente nalaze na međusobno malom rastojanju sa početnim orbitalnim periodom od nekoliko dana. Između njih dolazi do niza interakcija (razmene mase) što dodatno usložnjava njihovu evoluciju. Cilj ovog rada je ispitivanje uticaja početnog orbitalnog perioda na različite faze evolucije masivnih tesnih dvojnih sistema uz korišćenje numeričkog koda za evoluciju zvezda MESA. Modelovana je evolucija sistema čije su obe komponente na početku evolucije zvezde glavnog niza nulte starosti. Početne mase svih sistema su  $50+45 M_{\odot}$ , a početni orbitalni period je variran od 3 do 10 dana. Razmatrani su modeli sa konzervativnim transferom mase, kod kojih se sva materija koju gubi primarna zvezda dodaje sekundarnoj, i nekonzervativnim transferom mase, kod kojih deo mase napušta sistem. Rezultati pokazuju da početni orbitalni period i koeficijent akrecije značajno utiču na evolutivni tok i konačne karakteristike sistema. Primarne zvezde ispunjavaju Rošove ovale i započinju transfer mase (tipa A ili B) u različitim vremenskim intervalima. Konzervativni modeli sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana evoluiraju u kontaktne sisteme, dok ostali konzervativni i svi nekonzervativni modeli ostaju odvojeni. Primarna zvezde ovih sistema formira CO-jezgra mase oko  $20 M_{\odot}$ . Na osnovu mase CO-jezgra izvršena je procena mase crnih rupa kako bi se utvrdila mogućnost nastajanja dvojnog sistema sa dve crne rupe. Modeli su pokazali da sistemi sa nekonzervativnim transferom mase i kraćim početnim orbitalnim periodima imaju veću verovatnoću da evoluiraju u dvostruki sistem crnih rupa, što ih čini potencijalnim izvorima gravitacionih talasa.

# Zahvalnica

Posebnu zahvalnost dugujem dr Jeleni Petrović za smernice pri odabiru i definisanju teme mog master rada, kao i za njeno strpljenje, savete i pomoć tokom celog procesa istraživanja. Zahvaljujem se dr Bojanu Arbutini i dr Moniki Jurković na komentarima koji su značajno doprineli poboljšanju ovog rada. Takođe, želim da izrazim zahvalnost kolegama sa Astronomске stanice Vidojevica na njihovoj stalnoj podršci, a posebno dr Branislavu Vukotiću na korisnim savetima i motivaciji tokom rada na ovom istraživanju.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
1.1	Evolucija tesnih dvojnih sistema . . . . .	3
1.2	Vrste transfera mase . . . . .	4
1.3	Evolucija masivnih tesnih dvojnih sistema . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Modeli</b>	<b>8</b>
2.1	MESA . . . . .	8
2.2	Modeli sa konzervativnim transferom mase . . . . .	9
2.2.1	Model $p = 3$ d . . . . .	10
2.2.2	Modeli sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana . . .	14
2.2.3	Model $p = 9$ d . . . . .	19
2.2.4	Model $p = 10$ d . . . . .	23
2.3	Modeli sa nekonzervativnim transferom mase . . . . .	27
2.3.1	Model $p = 3$ d . . . . .	27
2.3.2	Model $p = 4$ d . . . . .	30
2.3.3	Model $p = 5$ d . . . . .	32
2.3.4	Model $p = 6$ d . . . . .	35
2.3.5	Model $p = 7$ d . . . . .	37
2.3.6	Model $p = 8$ d . . . . .	39
2.3.7	Model $p = 9$ d . . . . .	41
2.3.8	Model $p = 10$ d . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Diskusija i zaključak</b>	<b>47</b>

# Glava 1

## Uvod

Evolucija zvezda predstavlja veoma složen i dinamičan proces. Od početnog glavnog niza do kraja evolucije, zvezda prolazi kroz različite faze tokom kojih proizvodi veliku količinu energije termonuklearnim reakcijama i gravitacionim sažimanjem. Usled termonuklearnih reakcija dolazi do spajanja lakših jezgara kako bi se formirala teža jezgra, pri čemu se oslobađa velika količina energije. Sagorevanje vodonika predstavlja termonuklearnu fuziju kod koje četiri jezgra vodonika stvaraju jedno jezgro helijuma:  $4_1^1\text{H} \rightarrow 2_2^4\text{He} + E$ . Ovaj proces se odvija kroz više reakcija: proton-proton (p-p) lanac kod manje masivnih zvezda kod kojih su temperature u jezgru dostigle vrednosti od  $10^7\text{ K}$  ili CNO ciklus kod masivnijih zvezda, čiji hemijski sastav već sadrži ugljenik, azot i kiseonik koji imaju ulogu katalizatora. Temperature potrebne za ovaj proces su nešto veće, oko  $1.5 \cdot 10^7\text{ K}$  (Kippenhahn, Weigert & Weiss, 2012). Dalje se u masivnim zvezdama vrši sagorevanje težih elemenata, sve do formiranja gvožđa.

Početni glavni niz, ili niz nulte starosti (engl. *Zero Age Main Sequence*, ZAMS) predstavlja početne tačke evolucionih linija (Hansen, Kawaler & Trimble, 2004). Zvezda najveći deo svog života provede u fazi glavnog niza, sagorevajući vodonik. Po završetku pretvaranja vodonika u helijum narušava se hidrostatička ravnoteža (HSR), menja se pritisak tako da više ne može da se suprotstavi gravitaciji, pa zvezda počinje da se sažima. Usled sažimanja dolazi do povećanja temperature u omotaču zvezde. U nekim delovima omotača temperatura postaje dovoljno visoka da započne proces sagorevanja vodonika. Međutim, ti delovi više nisu u hidrostatičkoj ravnoteži i omotač se širi dok se jezgro sažima. U ovoj fazi evolucije zvezda postaje crveni džin (ako je zvezda manje mase) ili superdžin (ako je masivnija zvezda). Usled sažimanja jezgra temperatura se povećava i ukoliko dostigne vrednost

## GLAVA 1. UVOD

---

od  $10^8$  K počinje sagorevanje helijuma. Zvezde se pomeraju na HR dijagramu<sup>1</sup> pomeraju udesno i naviše.

U zavisnosti od njene početne mase, zvezda završava svoj život kao beli patuljak, neutronska zvezda ili crna rupa. Ukoliko je početna masa usamljene zvezde manja od  $8 M_\odot$  (Kippenhahn, Weigert & Weiss, 2012) onda će ona evoluirati u belog patuljka. Beli patuljci nastaju kod zvezda koje su istrošile vodonik ili vodonik i helijum u svom jezgru, ali pri sažimanju ne mogu dostići centralnu temperaturu potrebnu za sagorevanje sledećeg elementa (helijuma ili ugljenika). Usled sažimanja zvezde gustina raste i dostiže velike vrednosti, rastojanja između atomskih jezgara i slobodnih elektrona su izuzetno mala i za takvo jezgro kažemo da je degenerisano. Sporim hlađenjem zvezda postaje beli patuljak. Zvezda je stabilni beli patuljak ako joj je masa manja od Čandrasekarove granice ( $1.4 M_\odot$ ).

Ako je početna masa usamljene zvezde veća od  $8 M_\odot$ , i u jezgru se dotiče temperatura od oko  $5 - 10 \cdot 10^8$  K (Kippenhahn, Weigert & Weiss, 2012) kreće sagorevanje ugljenika. Za sagorevanje težih elemenata centralna temperatura se povećava. Dalje se sukcesivno pale sve teži elementi, temperatura se povećava i oslobađa se energija dok se ne formira gvozdeno jezgro. Pri fuziji gvožđa energija se ne oslobađa već troši tako da se ove reakcije spontano ne dešavaju. Pri temperaturama većim od  $5 \cdot 10^9$  K dešava se fotodezintegracija jezgra i dolazi do konačnog kolapsa jezgra. Od mase jezgra zavisi da li će zvezda završiti svoju evoluciju kao neutronska zvezda ili crna rupa. Ukoliko je masa jezgra manja od oko  $2.5 M_\odot$  formira se neutronska zvezda, a za veće mase jezgro kolapsira u crnu rupu. Istovremeno, omotač zvezde se odbacuje prilikom eksplozije supernove.

Evolucija zvezda se može odvijati na različitim vremenskim skalamama: nuklearnoj, termalnoj i dinamičkoj. Nuklearna vremenska skala je vreme koje je potrebno zvezdi da sav vodonik pretvorи u helijum. Uz pretpostavku da zvezda potroši 10% vodonika pre nego što se značajno promeni, može se proceniti da je nuklearna skala:  $\tau_N \approx 10^{10} \frac{M}{L}$ , gde su gde su  $M$  i  $L$  masa i luminoznost zvezde. Kelvinova skala predstavlja odnos gravitacione potencijalne energije ( $\Omega$ ) i luminoznosti zvezde:  $\tau_K \approx \frac{|\Omega|}{L} \approx \frac{GM^2}{LR}$ , gde je  $R$  radijus zvezde i  $G$  gravitaciona konstanta. Kelvinova skala uglavnom odgovara termalnoj skali koja se definiše kao vreme koje je potrebno toplotnoj fluktuaciji da dođe od centra do površine. Ova skala je relevantna za faze

<sup>1</sup>Hertzsprung-Russell (HR) dijagram predstavlja grafičku sistematizaciju zvezda po njihovoj spektralnoj klasi i apsolutnoj veličini. Na x-osi je prikazana neka veličina određena temperaturom zvezde (efektivna temperatura, spektralna klasa ili indeks boje), a na y-osi je neka mera sjaja zvezde (luminoznost, apsolutna zvezdana veličina).

pre glavnog niza, kada se zvezda formira i gravitaciono sažima, kao i za procese u zvezdi tokom stabilizacije nakon velikih promena u strukturi. Dinamička skala, ili skala slobodnog pada, se definiše kao vreme koje je potrebno zvezdi da kolapsira kada nema sile koja može da se suprotstavi gravitaciji. Dinamička skala se može izraziti kao:  $\tau_D^{-1} \approx \sqrt{\langle \rho \rangle}$ , gde je  $\langle \rho \rangle \sim \frac{M}{R^3}$  srednja gustina zvezde. Ova skala odgovara veoma brzim procesima, poput konačnog kolapsa zvezde tokom supernove ili kada zvezda iznenada gubi stabilnost. Kako zvezde najveći deo svog života provode na glavnom nizu sagorevajući vodonik, nuklearna skala je najduža i u većini slučajeva važi:  $\tau_N > \tau_K > \tau_D$ .

## 1.1 Evolucija tesnih dvojnih sistema

Dvojne zvezde su fizički sistemi čije su komponente uslovljene uzajamnom gravitacionom interakcijom i kreću se oko zajedničkog centra mase. U zavisnosti od uzajamnog položaja zvezda u sistemu i načina detekcije, dvojne zvezde se mogu podeliti na vizuelno dvojne, spektroskopski dvojne, eklipsno dvojne i tesne dvojne zvezde. Vizuelno dvojne zvezde su one čije se komponente mogu vizuelno razdvojiti. Spektroskopski dvojne su zvezde u čijem se spektru detektuje karakteristično pomeranje linija usled orbitalnog kretanja komponenata. Eklipsno dvojne zvezde su zvezde čije se komponente međusobno pomračuju i detektuju se fotometrijski, na osnovu promene sjaja. Tesne dvojne zvezde, ili tesni dvojni sistemi (TDS), su dvojne zvezde čije se komponente nalaze na međusobno malom rastojanju, takvom da može doći do razmene mase između njih.

Evolucija tesnih dvojnih sistema je dosta složenija od evolucije usamljenih zvezda, jer obe komponente u svakoj fazi evolucije utiču jedna na drugu. Komponente TDS su primarna i sekundarna. Primarna komponenta sistema je zvezda veće mase, sekundarna komponenta sistema je zvezda manje mase. Ekvipotencijalna površ koja okružuje obe zvezde tesno dvojnog sistema naziva se unutrašnja Rošova površ. Ona se sastoji od dva Rošova ovala i Lagranževe tačke. Rošov oval je zapremina koja okružuje komponentu TDS-a i u kojoj je materijal gravitaciono vezan za tu komponentu. To je maksimalna zapremina koju komponenta može da ispuni, a da je sav materijal unutar nje gravitaciono vezan za tu komponentu. Dva Rošova ovala imaju jednu zajedničku tačku koja se naziva unutrašnja Lagranževa tačka ( $L_1$ ).  $L_1$  se nalazi između komponenata i leži na pravcu koji spaja centre zvezda i u kojoj je rezultujuća sila koja deluje na probnu masu jednaka nuli.

Kritični Rošovog radijus je radijus sfere koja ima istu zapreminu kao Rošov oval, i koji zavisi od odnosa masa komponenata  $q = M_2/M_1$ , gde je  $M_1$  masa primarne a  $M_2$  masa sekundarne komponente, i njihovog međusobnog rastojanja  $a$  (Eggleton, 1983):

$$R_L = \frac{0.49q^{-2/3}}{0.6q^{-2/3} + \ln(1 + q^{-1/2})} a \quad (1.1)$$

Ukoliko je Rošov radijus primarne i sekundarne zvezde veći od njihovog stvarnog radiusa, takav sistem se naziva razdvojenim. Ako jedna komponenta sistema ispuni Rošov oval, onda je sistem polukontaktni i tada dolazi do pretakanja mase na drugu komponentu. Ako pak obe komponente sistema ispune Rošove ovale, sistem je kontaktni.

Posmatrajmo evoluciju tesno dvojnog sistema koji čine dve zvezde srednjih masa. Kako je primarna komponenta sistema masivnija, njena evolucija je brža. Kada ispuni Rošov oval, kreće sa pretakanjem mase na sekundarnu zvezdu koje traje sve dok ne istroši gorivo u jezgru, kada primarna zvezda gravitacionim sažimanjem postaje kompaktni objekat. Kako se masa sekundarne zvezde povećala usled transfera mase sa primarne, ona je sada masivnija i ispunjava Rošov oval i kreće sa pretakanjem mase na primarnu. Na ovaj način moguće je okrenuti odnos masa u TDS, kao što je slučaj kod Algoga.

## 1.2 Vrste transfera mase

Kada primarna zvezda sistema ispuni Rošov oval, kreće sa pretakanjem mase na sekundarnu komponentu preko tačke  $L_1$  i taj proces je poznat kao transfer mase (ili engl. *Roche-lobe overflow*, RLOF). Za različite faze evolucije, na osnovu nuklearne evolucije, tj. elemenata koji se sagorevaju i početnog orbitalnog perioda, može se izvršiti klasifikacija tipova transfera mase.

Ukoliko je primarna zvezda ispunila Rošov oval i kreće sa pretakanjem mase na sekundarnu zvezdu, dok je na glavnom nizu i sagoreva vodonik, a orbitalni period sistema je reda nekoliko dana, onda je transfer mase sa primarne na sekundarnu zvezdu tipa A. U zavisnosti od vremenske skale na kojoj se odvija RLOF, razlikuju se brzi i spori transfer tipa A. Brzi transfer tipa A se dešava na termalnoj skali. Kada primarna zvezda ispuni Rošov oval, njen omotač se širi i ukoliko sistem ima veliki period, veći je kritični Rošov radijus pa će vreme trajanja transfera mase biti relativno kratko i odgovaraće termalnoj vremenskoj skali. Nakon brzog transfera tipa

## *GLAVA 1. UVOD*

---

A, primarna zvezda sagoreva vodonik u jezgru ali se njen omotač širi na nuklearnoj vremenskoj skali tako da ponovo ispunjava Rošov oval i kreće spori transfer tipa A. Ako se završio transfer tipa A, ali dolazi do ponovnog širenja primarne zvezde usled sagorevanja vodonika u omotaču tako da ispunjava Rošov oval i kreće sa transferom mase na sekundarnu zvezdu, onda se taj transfer mase naziva tip AB. Transfer mase tipa AB se odvija na termalnoj skali i stopa transfera je velika (Wellstein et al. 2001, Petrović 2004, Petrović et al. 2005). Ako dođe do ponovnog transfera mase dok je primarna u fazi sagorevanje helijuma u jezgru onda je to transfer mase tipa ABB (Kippenhahn & Thomas, 1970, Wellstein et al. 2001).

Kada je početni period sistema reda veličine nekoliko nedelja i kada primarna zvezda nema više vodonika u jezgru, ali sagoreva helijum u jezgru i vodonik u omotaču tako da se širi i ispunjava Rošov oval, onda je transfer mase sa primarne na sekundarnu zvezdu tipa B i odvija se na termalnoj vremenskoj skali. Ukoliko primarna ponovo ispuni Rošov oval prilikom sagorevanja u omotaču i krene sa transferom mase na sekundarnu, onda je to transfer tipa BB (Wellstein et al. 2001).

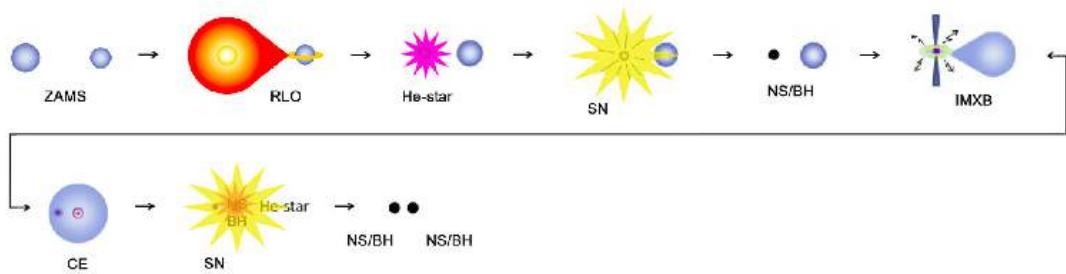
Ako nema više helijuma u jezgru, ali se helijum sagoreva u omotaču primarne zvezde, orbitalni period sistema je reda nekoliko godina, onda je transfer mase sa primarne na sekundarnu zvezdu tipa C i odvija se na dinamičkoj skali.

U zavisnosti od ukupne mase i momenta impulsa sistema, transfer mase može biti stabilan i nestabilan. U slučaju stabilnog transfera mase većinu mase koju je primarna zvezda izgubila, prikupila je sekundarna. U slučaju nestabilnog transfera mase, sekundarna zvezda ne može da prikupi sav materijal koji primarna izbací, jer je stopa transfera mase prevelika. Materijal koji je napustio primarnu zvezdu se gomila i širi tako da se formira zajednički omotač (engl. *Common Envelope*, CE) i za sistem se kaže da je u CE fazi. U ovoj fazi se sistem sastoji od jezgra primarne i sekundarne zvezde koja su okružena zajedničkim omotačem.

Stabilni transfer mase se deli na konzervativni i nekonzervativni, u zavisnosti od efikasnosti akrecije  $\beta$ , tj. odnosa mase koju je izgubila primarna zvezda i mase koju je sekundarna prikupila. Kod konzervativnog transfera sva materija koja prilikom RLOF napusti jednu zvezdu biće prikupljena od strane druge, tj.  $\beta = 1$ . Kod nekonzervativnog sistema određeni deo mase napušta sistem  $\beta \in (0, 1)$ , ali nije tačno poznato koji proces do toga dovodi, iako postoje neki kandidati.

### 1.3 Evolucija masivnih tesnih dvojnih sistema

Evolucija masivnih dvojnih sistema je izuzetno dinamičan proces koji se u zavisnosti od početnih parametara tesnog dvojnog sistema može odvijati na različite načine. Na Slici 1 prikazan je jedan mogući evolutivni put masivnog tesnog dvojnog sistema. U početnom stadijumu evolucije, obe komponente sistema su zvezde glavnog niza nulte starosti, zvezde su unutar svojih Rošovih ovala i sistem je odvojen. Masivnija zvezda brže evoluira, ispunjava Rošov oval i kreće transfer mase na sekundarnu zvezdu, sistem je polukontaktni. Kako se sagoreva vodonik u centru primarne zvezde ovo je transfer mase tipa A. Primarna zvezda gubi značajan deo mase i većinu vodonikovog omotača tako da ostaje helijumsko jezro, tj. primarna zvezda postaje Wolf-Raje (engl. *Wolf-Rayet*).



Slika 1.1: Ilustracija evolucije masivnog dvojnog sistema. Oznake: ZAMS - zvezde sa glavnog niza nulte starosti, RLO - transfer mase, He-star - helijumska zvezda, SN - eksplozija supernove, NS - neutronska zvezda, BH - crna rupa, IMXB - transfer mase praćen emisijom X-zračenja, CE - zajednički omotač. Preuzeto iz Antoniadis et al. (2013).

Wolf-Raje (VR) zvezde su jako tople i sjajne zvezde, sa efektivnom temperaturom  $T_{\text{eff}} > 50000 \text{ K}$  i luminoznošću  $L \sim 10^{5-6} L_{\odot}$ . One nastaju evolucijom masivnih zvezda spektralne klase<sup>2</sup> O, ali mogu nastati i u dvojnom sistemu kada masivna zvezda odbaci svoj vodonični omotač i ostaje ogoljeno helijumsko jezgro, ali i kod usamljenih zvezda čije su mase veće od  $\sim 25 M_{\odot}$ . VR zvezde veliki deo svoje mase gube putem jakog zvezdanog vetra.

<sup>2</sup> Spektralne klase predstavljaju sistem klasifikacije zvezda na osnovu izgleda njihovih spektara. Zvezde klase O su najtoplje i najsjajnije.

## *GLAVA 1. UVOD*

---

Životni vek VR zvezda nije dug, pa primarna zvezda eksplodira kao supernova i od nje ostaje neutronska zvezda (NZ) ili crna rupa (CR). Ako nije došlo do razaranja sistema, sekundarna zvezda će ispuniti svoj Rošov oval i dolazi do transfera mase na kompaktni objekat (NZ ili CR). Takav nestabilan transfer mase praćen je emisijom X-zračenja (engl. (InterMediatemass X-ray Binary)). Nakon toga, zvezde se približavaju i formira se zajednički omotač. Sada sistem čine NZ/CR i helijumska zvezda. Ukoliko dođe do druge eksplozije supernove, sistem postaje kompaktni sistem (NZ/CR i NZ/CR). Ukoliko dođe do kontakta tj. spajanja komponenata kompaktnog sistema emituju se gravitacioni talasi.

# Glava 2

## Modeli

Modelovana je evolucija sistema čije su obe komponente na početku evolucije zvezde glavnog niza nulte starosti (ZAMS). Početna masa svih sistema je  $50 + 45 M_{\odot}$ , početna metaličnost odgovara metaličnosti Malog Magelanovog oblaka 0.0021 (Petrović, 2023), a početni orbitalni period je variran od 3 do 10 dana. Razmatrani su modeli sa konzervativnim transferom mase ( $\beta = 1$ ) i nekonzervativnim transferom mase ( $\beta \in (0, 1)$ ). I kod konzervativnog i kod nekonzervativnog transfera mase, masa se gubi iz sistema delovanjem zvezdanog vetra. U Tabeli 2.1 prikazani su početni parametri primarne i sekundarne zvezde čije će se promene tokom evolucije razmatrati.

Tabela 2.1: Početni parametri primarne i sekundarne komponente.  $R [R_{\odot}]$  - radijus u jedinicama Sunčevog radijusa,  $T_{\text{eff}} [\text{K}]$  - efektivna temperatura u kelvinima,  $L [L_{\odot}]$  - luminoznost u jedinicama luminoznosti Sunca,  $\log T_c [\text{K}]$  - centralna temperatura u kelvinima, X - zastupljenost vodonika, Y zastupljenost helijuma, Z zastupljenost ostalih elemenata.

komponenta	$R [R_{\odot}]$	$\log T_{\text{eff}} [\text{K}]$	$\log L [L_{\odot}]$	$\log T_c [\text{K}]$	X	Y	Z
primarna	7.841	4.709	5.582	7.662	0.719	0.278	0.002
sekundarna	7.393	4.699	5.489	7.657	0.719	0.278	0.002

### 2.1 MESA

Za modelovanje evolucije masivnih tesnih dvojnih sistema korišćen je MESA kod (engl. *Modules for Experiments in Stellar Astrophysics*). MESA se može koristiti za proračun evolucije usamljenih i dvojnih zvoda. To je numerički kod koji daje

dinamičku evoluciju sistema, evoluciju orbitalnih parametara ali istovremeno modeluje detaljnu evoluciju unutrašnje strukture obe zvezdane komponente (Paxton et al. 2011, 2013, 2015, 2018). Sastoji se od više različitih modula, pri čemu je svaki modul odgovoran za specifične numeričke ili fizičke aspekte potrebne za kreiranje modela zvezda.

Za proračun evolucije usamljenih zvezda koristi se **MESA star** koji kombinuje mnoge numeričke i fizičke module za simulaciju različitih scenarija evolucije zvezda. **MESA star** gradi jednodimenzionalne (1D) sferno-simetrične modele, tako što razdele strukturu na nekoliko stotina do hiljada celija i rešava kompletan skup spregnutih jednačina za svaki od njih (Paxton et al. 2011).

U ovom radu se za proračun evolucije dvojnih zvezda koristio modul **MESA binary**. On za evoluciju komponenata sistema koristi modul **MESA star** i dodatno uzima u obzir interakcije koje su specifične za dvojne sisteme: plimske sile, transfer mase i njegovi efekti na komponente, evoluciju orbite i dr. (Paxton et al. 2015). Transfer mase i njegova stopa računati su prema 'Ritter' shemi (Ritter, 1988). Uračunato je i da svaka zvezda gubi masu pod uticajem zvezdanog vетра, prema 'Dutch' opciji (Vink et al., 2001). Kako bi proračun bio efikasniji gubitak mase usled zvezdanog vетра je isključen kada centralna temperatura primarne zvezde dostigne vrednost od  $\log T_c[\text{K}] = 10^{8.3}$ .

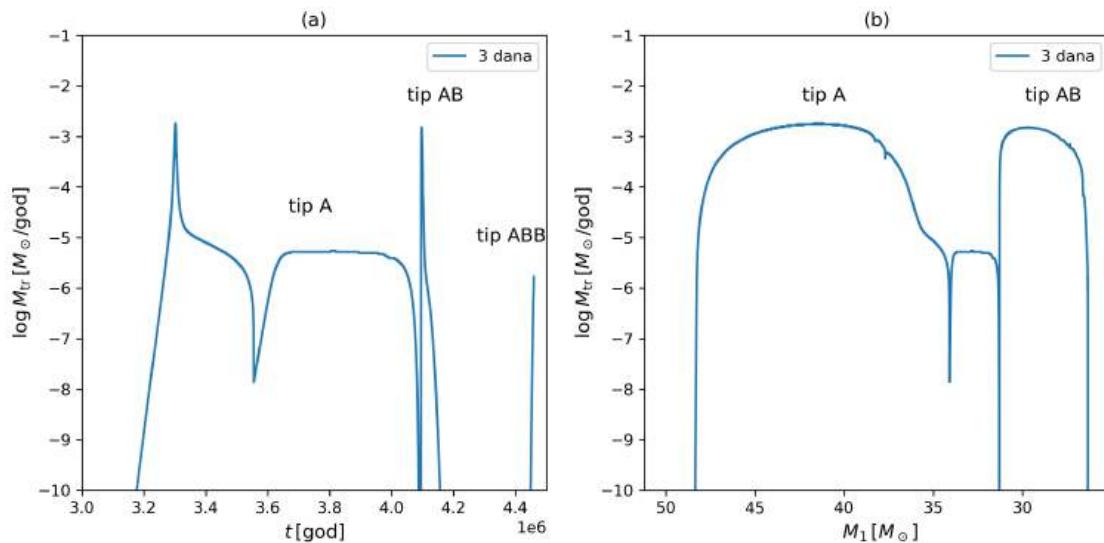
## 2.2 Modeli sa konzervativnim transferom mase

Tabela 2.2: Finalne faze modela sa konzervativnim transferom mase.  $p[\text{d}]$  - orbitalni period u danima,  $M_{\text{mtr}} \left[ \frac{M_\odot}{\text{god}} \right]$  - stopa transfera mase u Sunčevim masama po godini.

$p[\text{d}]$	konačna faza	tip transfera mase	$\max M_{\text{mtr}} \left[ \frac{M_\odot}{\text{god}} \right]$
3	CO-jezgro $[20.3 M_\odot]$	A	$2.2 \cdot 10^{-3}$
4	kontakt	A	$3.6 \cdot 10^{-1}$
5	kontakt	A	$1.8 \cdot 10^{-1}$
6	kontakt	A	$1.9 \cdot 10^{-1}$
7	kontakt	A	$0.8 \cdot 10^{-1}$
8	kontakt	A	$5.9 \cdot 10^{-1}$
9	CO-jezgro $[17.7 M_\odot]$	A	$2.5 \cdot 10^{-3}$
10	CO-jezgro $[18.7 M_\odot]$	B	$2.9 \cdot 10^{-3}$

### 2.2.1 Model $p = 3$ d

Primarna i sekundarna zvezda sistema sagorevaju vodonik u jezgru usled čega se šire. Nakon  $t = 3.2 \cdot 10^6$  god, primarna zvezda dostiže radijus od  $R_1 = 15.5 R_\odot$ , ispunjava Rošov oval i počinje sa transferom mase na sekundarnu zvezdu. Na Slici 2.1 prikazana je promena stope transfera mase tokom evolucije ovog sistema. Usled uticaja zvezdanog vetra orbitalni period se blago povećava i dostiže vrednost od  $p = 3.2$  d, dok se mase primarne i sekundarne zvezde smanjuju:  $M_1 = 48.4 M_\odot$  i  $M_2 = 43.8 M_\odot$ . Primarna zvezda se širi i kreće sa transferom mase tipa A. Stopa transfera mase tipa A dostiže maksimum od  $2.2 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ . Brza faza transfera tipa A traje do  $t = 3.6 \cdot 10^6$  god, nakon čega se omotač širi i ubrzo kreće spora faza transfera mase tipa A. Transfer mase tipa A se završava kada je  $t = 4.1 \cdot 10^6$  god. Masa primarne zvezde se nakon transfera ovog tipa smanjila  $M_1 = 31.3 M_\odot$ , a kako je svu materiju prikupila sekundarna zvezda njena masa se povećala  $M_2 = 58.8 M_\odot$ . Orbitalni period sistema nakon transfera mase tipa A je  $p = 4.1$  d. Po završetku transfera tipa A zastupljenost vodonika kod primarne zvezde je  $X_S = 0.086$ , a helijuma  $Y_S = 0.912$ . Jezgro primarne zvezde se sastoji uglavnom od helijuma  $\text{He}_{\text{core}} = 20.2 M_\odot$ , oko kojeg je omotač od vodonika  $\text{H}_{\text{rich}} = 11.1 M_\odot$ .

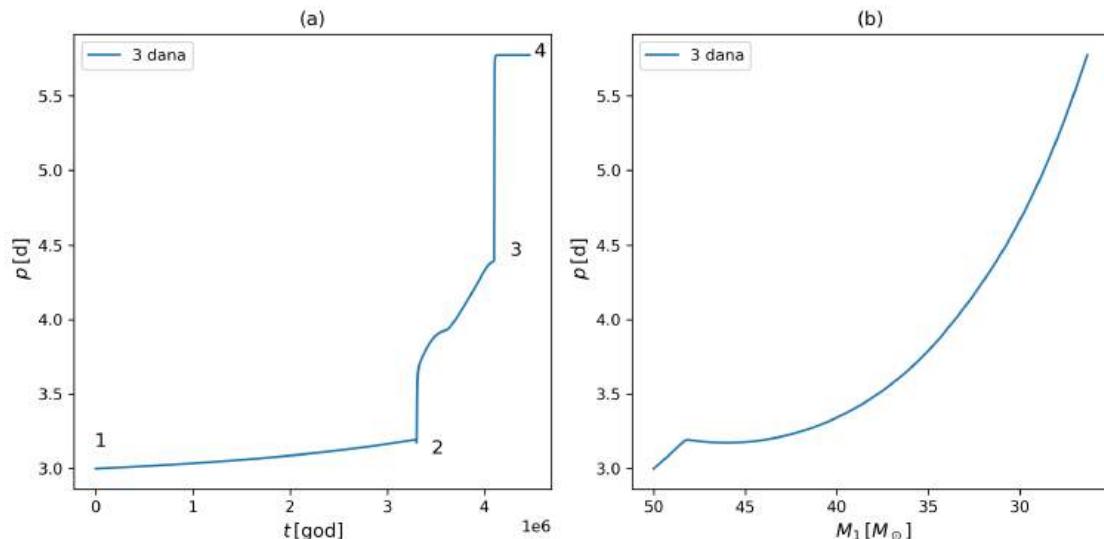


Slika 2.1: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 3 dana. Na graficima su prikazani različiti tipovi transfera mase (tip A, AB, ABB)

Nakon završetka transfera tipa A, kako primarna zvezda i dalje sagoreva vodonik u omotaču, ponovo se širi dok njen radijus ne dostigne vrednost od  $R_1 = 15.2 R_\odot$ ,

tako da ispunjava Rošov oval i kreće sa transferom mase na sekundarnu zvezdu. Ovo je transfer mase tipa AB. On nastupa ubrzo nakon transfera tipa A i traje relativno kratko, do  $t = 4.15 \cdot 10^6$  god. Maksimum stope transfera mase tipa AB dostiže vrednost od  $1.54 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ . Nakon drugog transfera mase, zastupljenost vodonika se značajno smanjila  $X_S = 0.023$ , a zastupljenost helijuma i metala je  $Y_S = 0.815$  i  $Z_S = 0.16$ . Jezgro primarne zvezde se sastoji od helijuma  $H_{\text{core}} = 22.05 M_\odot$ , oko kojeg je omotač od vodonika  $H_{\text{rich}} = 11.08 M_\odot$ . Po završetku transfera tipa AB, primarna zvezda je VR zvezda sa efektivnom temperaturom od  $\log T_{\text{eff1}}[\text{K}] = 4.63$  i luminoznošću od  $\log L_1[L_\odot] = 5.9$ .

Kada primarna zvezda sagori skoro sav helijum u jezgru, ponovo se širi i u  $t = 4.45 \cdot 10^6$  god kreće transfer mase tipa ABB koji relativno kratko traje. Kada se u jezgru primarne zvezde dostigne temperatura od  $\log T_{\text{C1}}[\text{K}] = 8.43$ , brzo se formira ugljenično jezgro  $\text{CO}_{\text{core}} = 20.3 M_\odot$ . Na kraju evolucije masa primarne komponente je  $M_1 = 26.3 M_\odot$ , sekundarne  $M_2 = 63.4 M_\odot$ , a orbitalni period sistema je  $p = 5.8$  d.



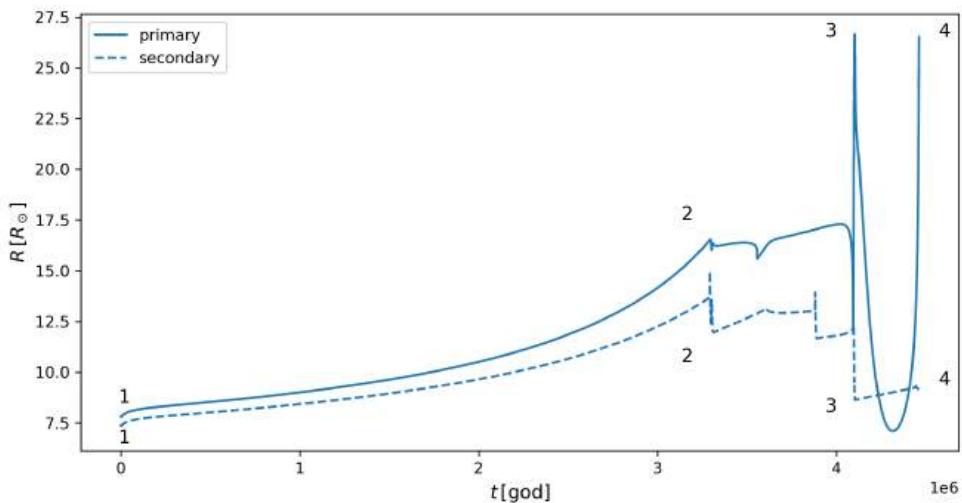
Slika 2.2: Grafici zavisnosti orbitalnog perioda sistema od vremena (a) i mase primarne zvezde (b). 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase tipa A, 3 - početak transfera mase tipa AB, 4 - kraj evolucije. Pod uticajem zvezdanog vetra u početku period sporo raste (1-2). Brži rast perioda za vreme trajanja transfera tipa A (2-3), kada dostiže vrednost od  $p = 4.1$  d. Tokom transfera mase tipa AB (2-3) vrednost perioda se poveća za 1.6 d (3-4). Na kraju evolucije, orbitalni period sistema je  $p = 5.8$  d.

Promena radijusa primarne i sekundarne zvezde tokom evolucije prikazana je na Slici 2.3. Dok sagorevaju vodonik u jezgru radijusi obe zvezde blago rastu, sve

## GLAVA 2. MODELI

---

dok primarna zvezda ne ispuni Rošov oval i krene sa transferom mase tipa A. Tada je radius primarne zvezde  $R_1 = 15.5 R_\odot$ , a sekundarne  $R_2 = 12.9 R_\odot$ . Tokom transfера tipa A, radijusi zvezda nastavljaju sporo da rastu, sem u trenutku kada stopa transfera mase dostigne maksimalnu vrednost u trenutku  $t = 3.3 \cdot 10^6$  god. Tada se radius primarne zvezde smanji za oko  $0.5 R_\odot$ , a radius sekundarne zvezde se poveća za  $1.4 R_\odot$ . Primarne zvezde i dalje sagoreva vodonik u jezgru, te radius nastavlja da se povećava i dostiže vrednost od  $R_1 = 15.5 R_\odot$ , kada kreće transfer mase tipa AB. Po završetku transfera mase tipa AB, primarna zvezda je izgubila veći deo vodonikovog omotača, sažima se pa se radius smanjuje na vrednost od  $R_1 = 7.2 R_\odot$ . U tom trenutku je radius sekundarne zvezde veći od radijusa primarne,  $R_2 = 8.9 R_\odot$ . Radius primarne zvezde ponovo raste dok ona ne ispuni Rošov oval i krene transfer mase tipa ABB. Na kraju evolucije je radius primarne zvezde  $R_1 = 26.53 R_\odot$ , a sekundarne  $R_2 = 9.17 R_\odot$ .



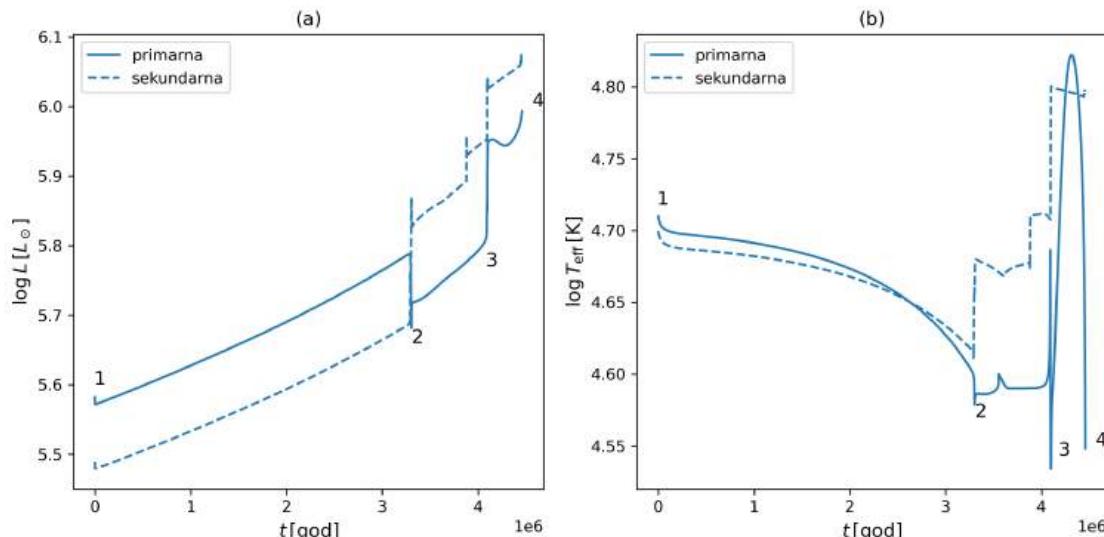
Slika 2.3: Grafik zavisnosti radijusa primarne (puna linija) i sekundarne (isprekidana linija) zvezde od vremena za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 3 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase tipa A, 3 - početak transfera mase tipa AB, 4 - kraj evolucije.

Promene luminoznosti i efektivne temperature zvezda tokom evolucije prikazane su na Slici 2.4. U početku su vrednosti za luminoznost  $\log L_1[L_\odot] = 5.58$  i efektivnu temperaturu  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.71$  primarne zvezde malo veće od luminoznosti  $\log L_2[L_\odot] = 5.48$  i efektivne temperature  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.69$  sekundarne zvezde, jer je primarna zvezda masvinija. Kako radijusi primarne i sekundarne zvezde rastu

## GLAVA 2. MODELI

---

sve do početka transfera mase tipa A, tako se luminoznosti primarne i sekundarne zvezde povećavaju, a efektivne temperature zvezda se smanjuju. Kada je stopa transfera mase maksimalna, primarna zvezda izgubi dosta mase koju sekundarna preuzme, što za posledicu ima smanjenje luminoznosti primarne zvezde i povećanje luminoznosti sekundarne zvezde. Kako radijusi i luminoznosti primarne i sekundarne zvezde rastu dok traje transfer mase tipa A, rastu i efektivne temperatue. Na samom kraju transfera tipa A, luminoznost i efektivna temperatura primane zvezde su  $\log L_1[L_\odot] = 5.81$  i  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.61$ , a sekundarne  $\log L_2[L_\odot] = 5.95$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.71$ . Luminoznosti obe zvezde se dodatno povećaju nakon transfera tipa AB. Efektivna temperatura primarne zvezde se naglo povećava jer ona odbacuje skoro sav vodonikov omotač i postaje VR zvezda sa radijusom od  $R_1 = 7.2 R_\odot$ , dok se efektivna temperatura sekundarne zvezde smanjuje, jer joj se povećava masa. Kada se radius primarne zvezde poveća i krene transfer mase tipa ABB, luminoznosti zvezda rastu, dok efektivne temperature opadaju. Na kraju evolucije su vrednosti ovih parametara za primarnu zvezdu  $\log L_1[L_\odot] = 5.99$  i  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.71$  i za sekundarnu  $\log L_2[L_\odot] = 6.07$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.69$ .



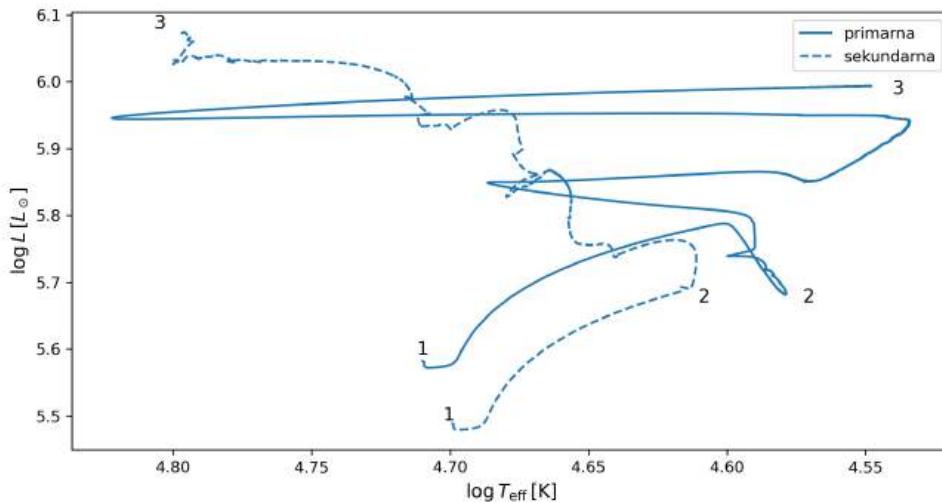
Slika 2.4: Grafici zavisnosti logaritma luminoznosti (a) i efektivnih temperatura (b) primarne (puna linija) i sekundarne (ispukljena linija) zvezde od vremena, za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 3 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase tipa A, 3 - početak transfera mase tipa AB, 4 - kraj evolucije.

Na Slici 2.5 prikazan je evolutivni tok zvezda na HR dijagramu. Na početku evolucije su obe zvezde ZAMS. Primarna zvezda je na grafiku iznad sekundarne jer

## GLAVA 2. MODELI

---

je masivnija, pa su joj i luminoznost i efektivna temperatura veće. Obe zvezde su u fazi sagorevanja vodonika u jezgru te im se povećavaju luminoznosti, a efektivne temperature smanjuju, sve dok primarna zvezda ne ispuni Rošov oval i krene transfer mase tipa A. Luminoznost i efektivna temperatura primarne zvezde se tada smanjuju, tako da se ona pomera udesno na HR dijagramu. Za to vreme, sekundarna postaje masivnija, širi se tako da joj luminoznost i efektivna temperatura rastu pa se pomera uлево na HR dijagramu. Primarna zvezda se usled sagorevanja vodonika u omotaču ponovo širi i pomera uлево, dok ne krene transfer mase tipa AB. Tada prebacuje skoro sav vodonični omotač na sekundarnu, sažima se i postaje VR zvezda, tako da se pomera uлево na HR dijagramu. Primarna zvezda sagoreva helijum u jezgru, širi se i hlađi, dok joj luminoznost raste, pa se pomera udesno na HR dijagramu.

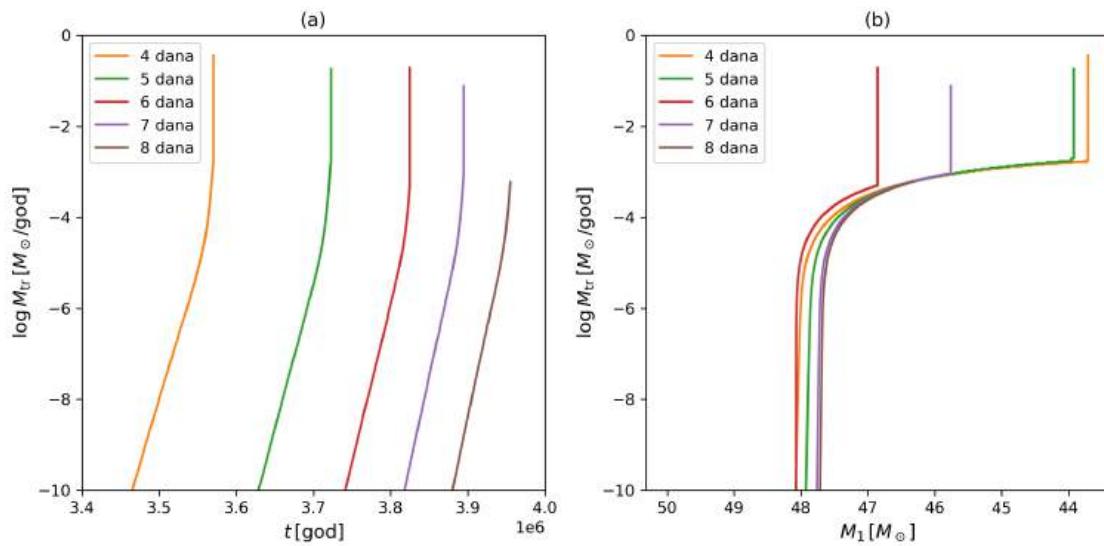


Slika 2.5: HR dijagram za primarnu (puna linija) i sekundarnu (isprikidana linija) zvezdu sistema sa početnim orbitalnim periodom od 3 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase tipa A, 3 - kraj evolucije.

### 2.2.2 Modeli sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana

Modeli sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana evoluiraju u kontaktne sisteme. Obe komponente svih ovih sistema na početku evolucije sagorevaju vodonik u jezgru. Pod uticajem zvezdanog vetra, početni orbitalni period raste. Radijusi rastu, sve dok primarne zvezde ne ispune svoje Rošove ovale, kada kreće transfer

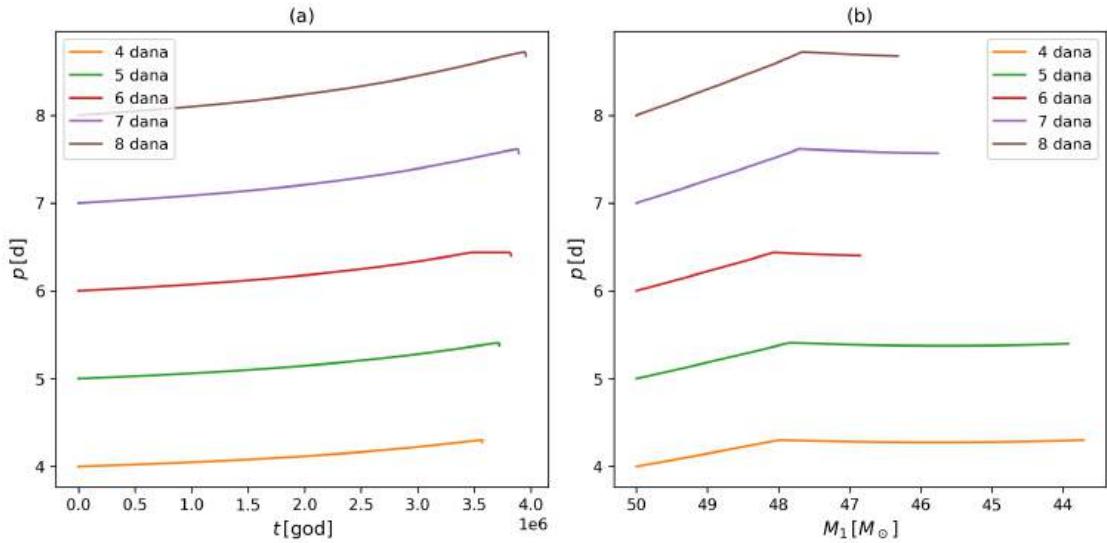
mase tipa A. Promena stope transfera mase sa vremenom i masom primarne zvezde prikazana je na Slici 2.6. Transfer mase kod ovih sistema kratko traje i kreće kasnije što je početni orbitalni period veći. Kada stopa transfera mase dostigne maksimum, modelovanje evolucije ovih sistema se završava jer dolazi do kontakta. Maksimalne vrednosti stope transfera mase, vremena trajanja, vrednosti radijusa i masa primarne i sekundarne komponente, kao i periodi na kraju transfera mase za sisteme sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana prikazani su u Tabeli 2.3.



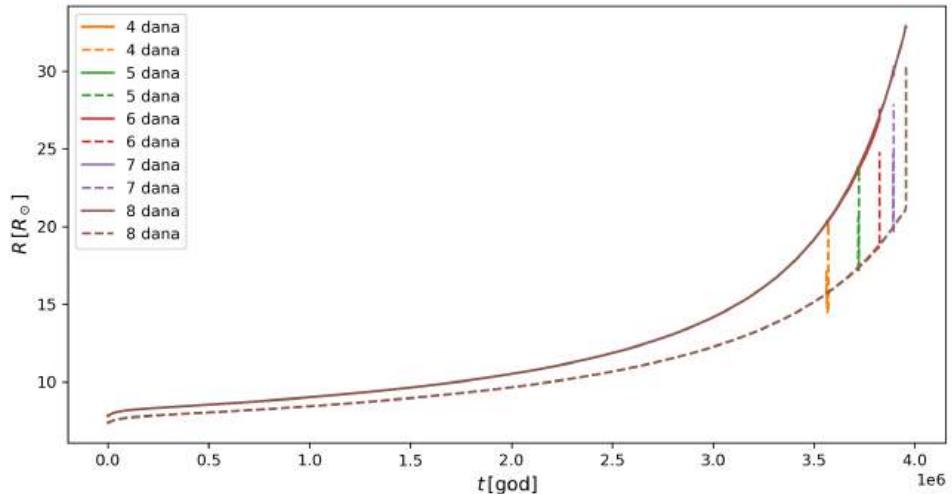
Slika 2.6: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sisteme sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana.

Promena orbitalnog perioda tokom evolucije sistema prikazana je na Slici 2.7. Konačne vrednosti perioda svih sistema date su u Tabeli 2.3.

Na Slici 2.8 prikazana je promena radijusa zvezda kontaktnih sistema. Dok sagorevaju vodonik u jezgru radijusi obe zvezde svih sistema se šire, sve dok primarne ne ispune svoje Rošove ovale i krenu sa transferom mase tipa A. Radijusi nastavljaju da rastu sve dok stopa transfera mase ne dostigne maksimalnu vrednost, kada radijusi primarnih zvezda opadaju, a sekundarnih rastu.



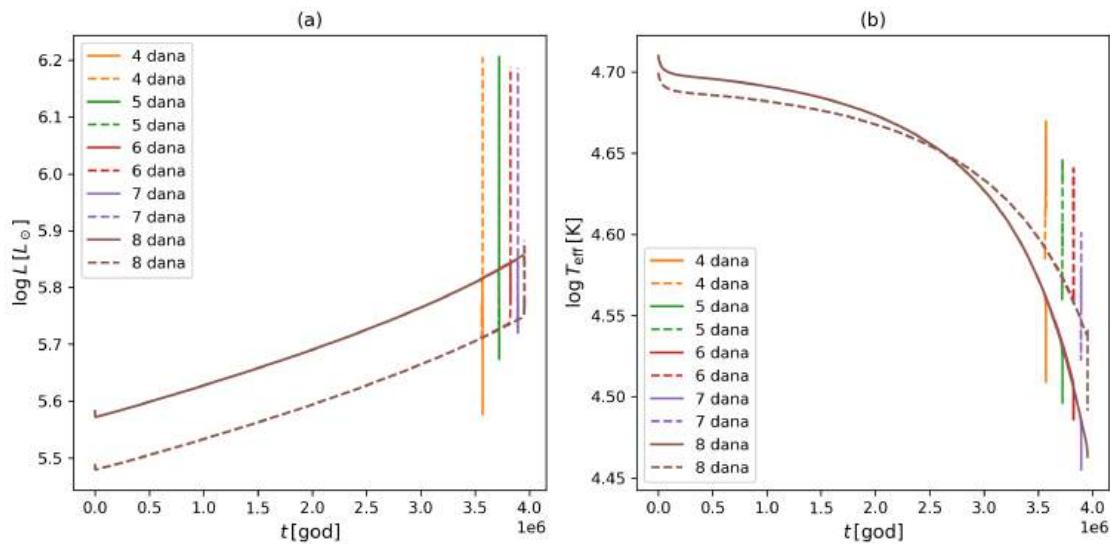
Slika 2.7: Grafici zavisnosti orbitalnog perioda sistema od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sisteme sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana.



Slika 2.8: Grafik zavisnosti radijusa primarnih (puna linija) i sekundarnih (isprekidana linija) zvezda od vremena za sisteme sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana.

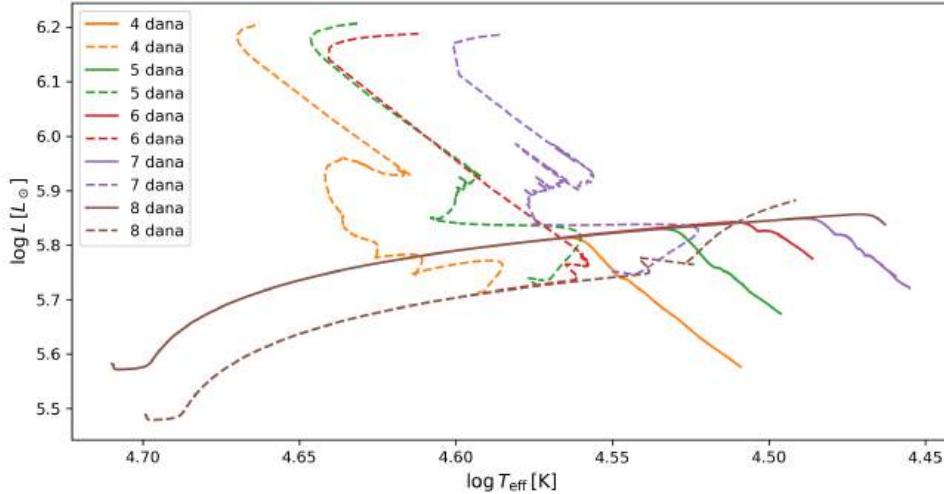
Promene luminoznosti i efektivnih temperatura zvezda tokom evolucije sistema sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana prikazane su na Slici 2.9. Kako radijusi primarne i sekundarne zvezde rastu sve dok stopa transfera mase tipa A ne dostigne maksimalnu vrednost, tako se luminoznosti primarnih i sekundarnih

zvezde povećavaju, a efektivne temperature smanjuju. Kada je stopa transfera mase maksimalna, primarna zvezda izgubi dosta mase koju sekundarna prikupi, pa se luminoznost primarne zvezde smanji, a luminoznost sekundarne se poveća. Suprotan trend se vidi kod promene efektivnih temperatura. Vrednosti luminoznosti i efektivnih temperatura na kraju evolucije modela sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana prikazani su u Tabeli 2.4.



Slika 2.9: Grafici zavisnosti logaritma luminoznosti (a) i efektivnih temperatura (b) primarnih (puna linija) i sekundarnih (isprekidana linija) zvezda od vremena, za sisteme sa početnim orbitalnim periodom od 4 dana do 8 dana.

Na Slici 2.10 prikazan je evolutivni put zvezda na HR dijagramu za sisteme sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana. Na početku evolucije su obe zvezde svih sistema ZAMS. Primarne zvezde su na grafiku iznad sekundarnih, jer su masivnije, pa su im i luminoznosti i efektivne temperature veće. Obe zvezde svih sistema su u fazi sagorevanja vodonika u jezgru te im se povećavaju luminoznosti a efektivne temperature smanjuju, sve dok primarne zvezde ne ispune svoje Rošove ovale i krene transfer mase tipa A. Luminoznosti i efektivne temperature primarnih zvezde se tada smanjuju, tako da se one pomeraju udesno na HR dijagramu. Za to vreme, sekundarne postaju masivnije, šire se tako da im luminoznosti i efektivne temperature rastu, pa se pomeraju ulevo na HR dijagramu.



Slika 2.10: HR dijagrami za primarne (puna linija) i sekundarne (isprekidana linija) zvezde sistema sa početnim orbitalnim periodom od 4 dana do 8 dana.

Tabela 2.3: Vrednosti masa, radijusa i perioda sistema na kraju praćenja evolucije i maksimalne vrednosti stopa transfera mase i vremena trajanja evolucije za sisteme sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana.

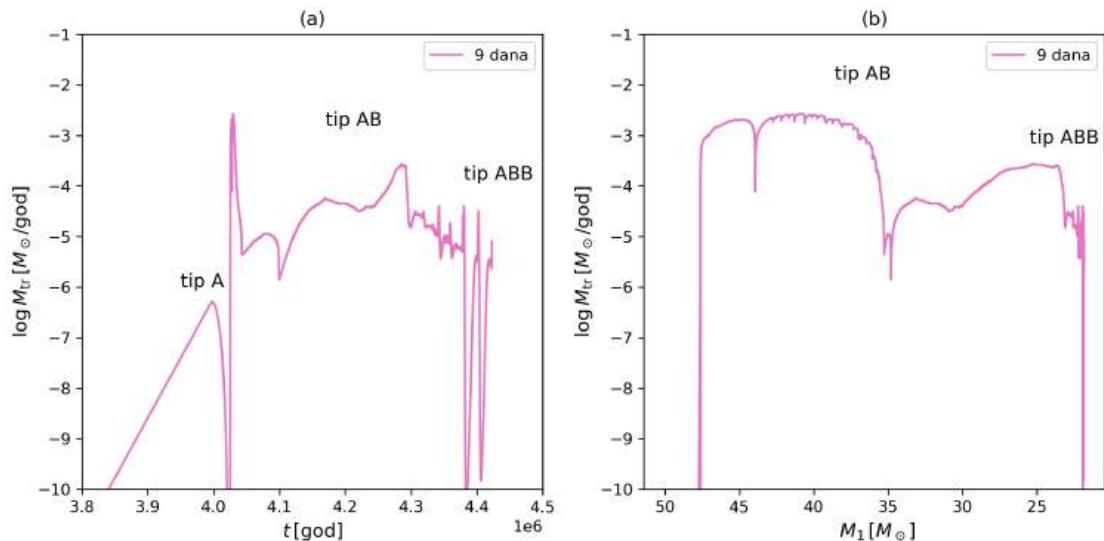
$p_i$ [d]	$\max M_{\text{tr}}$ [ $M_{\odot}/\text{god}$ ]	$t$ [ $10^6 \text{ god}$ ]	$M_1$ [ $M_{\odot}$ ]	$M_2$ [ $M_{\odot}$ ]	$R_1$ [ $R_{\odot}$ ]	$R_2$ [ $R_{\odot}$ ]	$p_f$ [d]
4	$3.6 \cdot 10^{-1}$	5.7	43.7	47.8	19.6	19.3	4.3
5	$1.8 \cdot 10^{-1}$	3.7	43.9	47.4	23.3	23.2	5.4
6	$1.9 \cdot 10^{-1}$	3.8	46.8	44.8	27.47	24.82	6.4
7	$0.8 \cdot 10^{-1}$	3.9	45.8	45.3	29.6	27.9	7.6
8	$5.9 \cdot 10^{-1}$	3.9	46.3	44.6	32.8	30.3	8.8

Tabela 2.4: Luminoznosti i efektivne temperature komponenti sistema na kraju praćenja evolucije za modele sa početnim orbitalnim periodom od 4 do 8 dana.

$p$ [d]	$\log L_1$ [ $L_{\odot}$ ]	$\log L_2$ [ $L_{\odot}$ ]	$\log T_{\text{eff}1}$ K	$\log T_{\text{eff}2}$ K
4	5.57	6.21	4.51	4.66
5	5.67	6.21	4.49	4.63
6	5.77	6.19	4.49	4.61
7	5.72	6.18	4.46	4.59
8	5.84	5.88	4.46	4.49

### 2.2.3 Model $p = 9$ d

Primarna zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana mnogo brže sagoreva vodonik u jezgru i ranije formira helijumsko jezgro u odnosu na pret-hodne modele. Promena stope transfera mase tokom evolucije sistema sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana prikazana je na Slici 2.11. Nakon  $t = 3.84 \cdot 10^6$  god, primarna zvezda dostiže radijus od  $R_1 = 33.12 R_\odot$ , ispunjava Rošov oval i kreće sa transferom mase tipa A. Stopa transfera mase tipa A dostiže maksimum od  $5.2 \cdot 10^{-7} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ . Pošto zvezda ostaje bez vodonika u jezgru i kreće da se sažima, transfer mase tipa A relativno kratko traje, do  $t = 4.02 \cdot 10^6$  god. Po završetku transfera tipa A, primarna zvezde ima helijumsko jezgro Hecore =  $21.9 M_\odot$ , oko kojeg je vodonikov omotač  $H_{\text{rich}} = 27.7 M_\odot$ .



Slika 2.11: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana. Na graficima su prikazani različiti tipovi transfera mase (tip A,AB,ABB).

Usled sagorevanja vodonika u omotaču, primarna zvezda se ponovo širi i kada joj je radijus  $R_1 = 37.24 R_\odot$  ponovo kreće transfer mase, sada tipa AB. U  $t = 4.03 \cdot 10^6$  god stopa transfera mase dostiže maksimalnu vrednost od  $2.5 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ . Na kraju transfera tipa AB, u  $t = 4.38 \cdot 10^6$  god, masa primarne zvezde je  $M_1 = 21.9 M_\odot$  a masa sekundarne  $M_2 = 21.9 M_\odot$ .

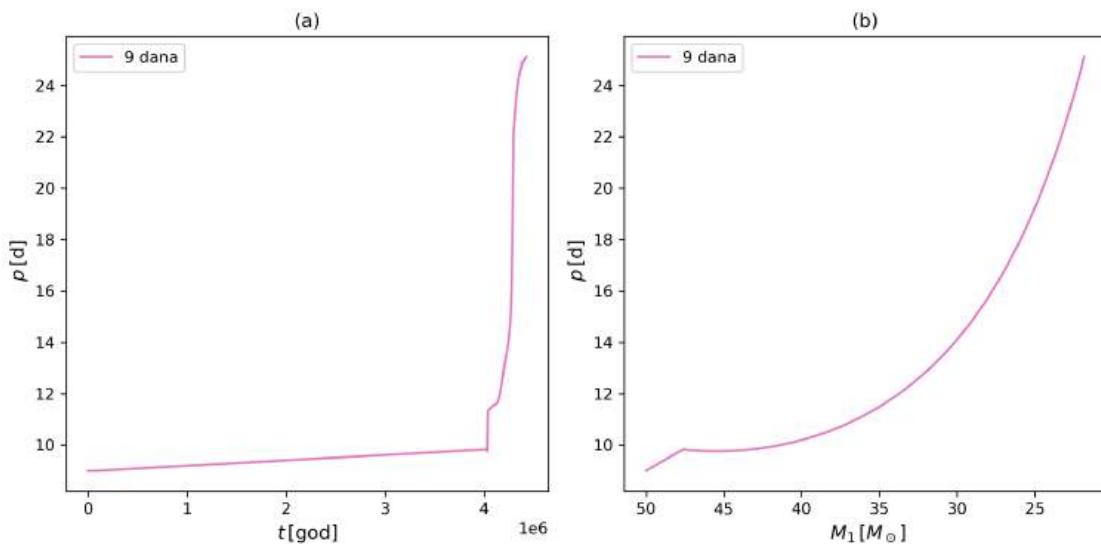
U omotaču primarne zvezde je ostalo malo vodonika kada ona ponovo ispunjava Rošov oval i kreće sa pretaknjem mase na sekundarnu zvezdu. Ovo je transfer mase

## GLAVA 2. MODELI

---

tipa ABB. Na kraju evolucije, u  $t = 4.42 \cdot 10^6$  god, primarna zvezda ima masu  $M_1 = 21.9 M_\odot$  i formirala je ugljenično jezgro COcore =  $17.7 M_\odot$ , dok se masa sekundarne zvezde znatno povećala  $M_2 = 69.1 M_\odot$ .

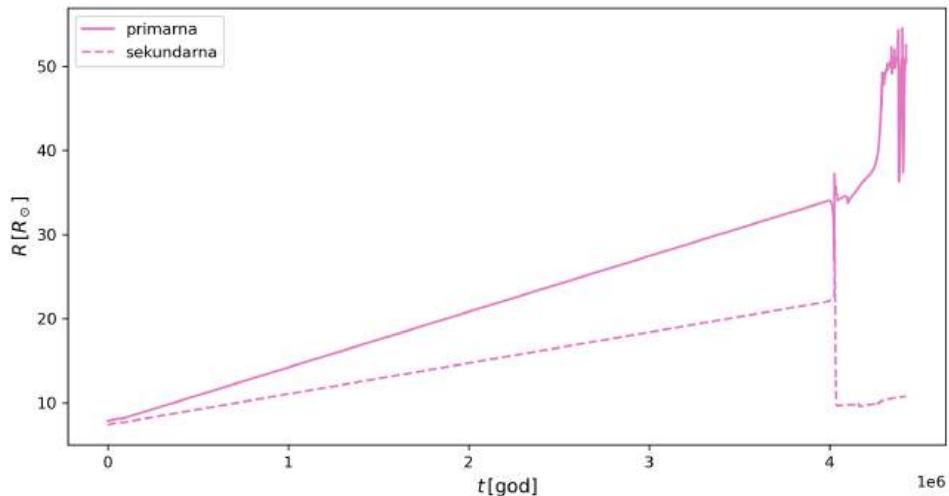
Promena orbitalnog perioda sistema tokom evolucije prikazana je na Slici 2.12. Period sporo raste pre početka transfera mase, zbog uticaja zvezdanog vetra. Nakon transfera mase tipa A period je  $p = 9.8$  d. Brzi rast perioda se primećuje dok traje transfer mase tipa AB, kada se period poveća za više od 15 d. Na kraju evolucije, nakon transfera tipa ABB, orbitalni period sistema je  $p = 25.1$  d.



Slika 2.12: Grafici zavisnosti orbitalnog perioda sistema od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana.

Promena radijusa primarne i sekundarne zvezde tokom evolucije prikazana je na Slici 2.13. Kako se obe zvezde šire usled sagorevanja vodonika u jezgru radijus rastu. Radijus primarne zvezde raste brže jer se brže sagoreva vodonik. Kada radijus primarne zvezde dostigne vrednost od  $R_1 = 33.12 R_\odot$  kreće transfer mase tipa A. Tada je radijus sekundarne zvezde  $R_2 = 21.47 R_\odot$ . Radijus primarne zvezde raste sve dok se ne potroši sav vodonik jezgru, zvezda krene da se sažima i radijus opadne na vrednost od  $R_1 = 26.86 R_\odot$ . Radijus primarne ponovo raste jer se omotač primarne zvezde širi i kada je  $R_1 = 37.22 R_\odot$ , kreće transfer tipa AB. Tada radijus sekundarne zvezde naglo poraste na vrednost od  $R_2 = 29.42 R_\odot$ . Na kraju evolucije, tokom transfera mase tipa ABB radijus primarne zvezde je  $R_1 = 52.52 R_\odot$ , a sekundarne  $R_2 = 10.75 R_\odot$ .

Promene luminoznosti i efektivne temperature zvezda tokom evolucije prikazane su na Slici 2.14. Kako radijusi primarne i sekundarne zvezde rastu, tako se luminoznosti primarne i sekundarne zvezde povećavaju, a efektivne temperature zvezda smanjuju. Radijus primarne zvezde raste brže pa se i efektivna temperatura brže smanjuje. Transfer mase tipa A ne utiče mnogo na promenu luminoznosti i efektivne temperature. Luminoznost primarne zvezde se smanjuje, a sekundarne povećava tokom transfera mase tipa AB, suprotno važi za efektivne temerature. Na kraju transfera mase tipa AB, luminoznost primarne je  $\log L_1[L_\odot] = 5.82$ , efektivna temperatura je  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.52$ , dok su vrednosti za sekundarnu zvezdu  $\log L_2[L_\odot] = 6.09$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.76$ . Na kraju evolucije, nakon transfera tipa ABB, luminoznosti obe zvezde se povećavaju, a efektivne temperature smanjuju. Konačne vrednosti su  $\log L_1[L_\odot] = 5.87$  i  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.71$  za primarnu i  $\log L_2[L_\odot] = 6.12$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.78$  za sekundarnu zvezdu.



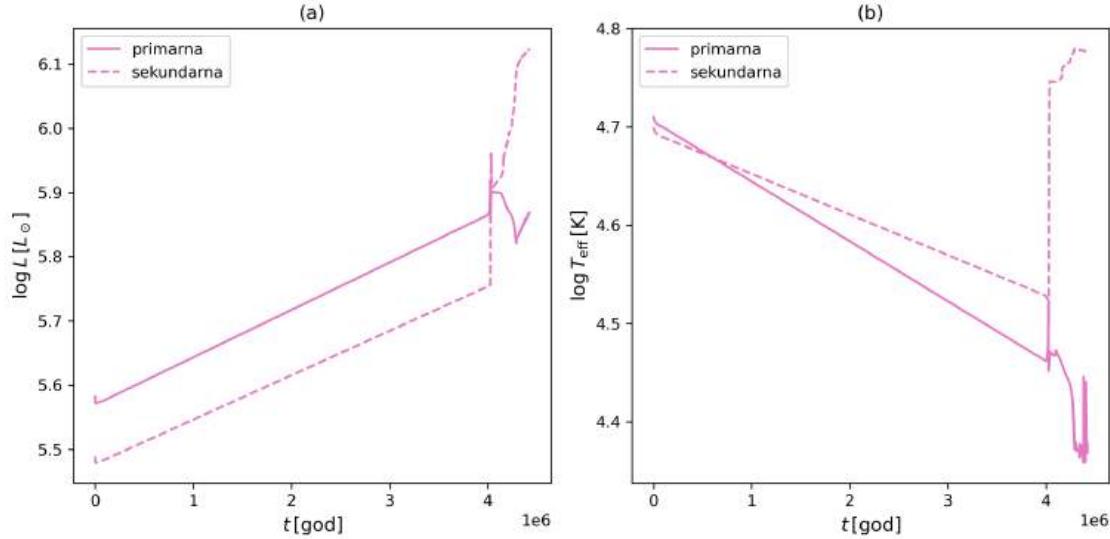
Slika 2.13: Grafik zavisnosti radijusa primarne (puna linija) i sekundarne (isprekidana linija) zvezde od vremena za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana.

Na Slici 2.15 prikazan je evolutivni put zvezda na HR dijagramu. Na početku evolucije su obe zvezde ZAMS. Obe zvezde su u fazi sagorevanja vodonika u jezgru te im se povećavaju luminoznosti, a efektivne temperature smanjuju, sve dok primarna zvezda ne krene da se sažima tako da joj se efektivna temperatura povećava, pa se pomera uлево на HR dijagramu. Kad primarna zvezda krene da sagoreva vodonik u omotaču, širi se pa joj se luminoznost i efektivna temperatura smanjuju, tako da se

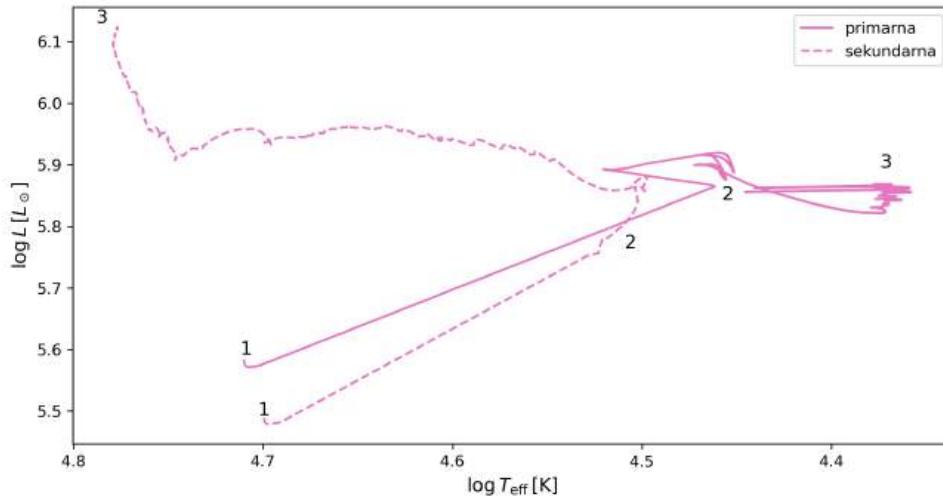
## GLAVA 2. MODELI

---

ona pomera udesno na HR dijagramu. Za to vreme, sekundarna postaje masivnija, širi se tako da joj luminoznost i efektivna temperatura rastu pa se pomera ulevo na HR dijagramu.



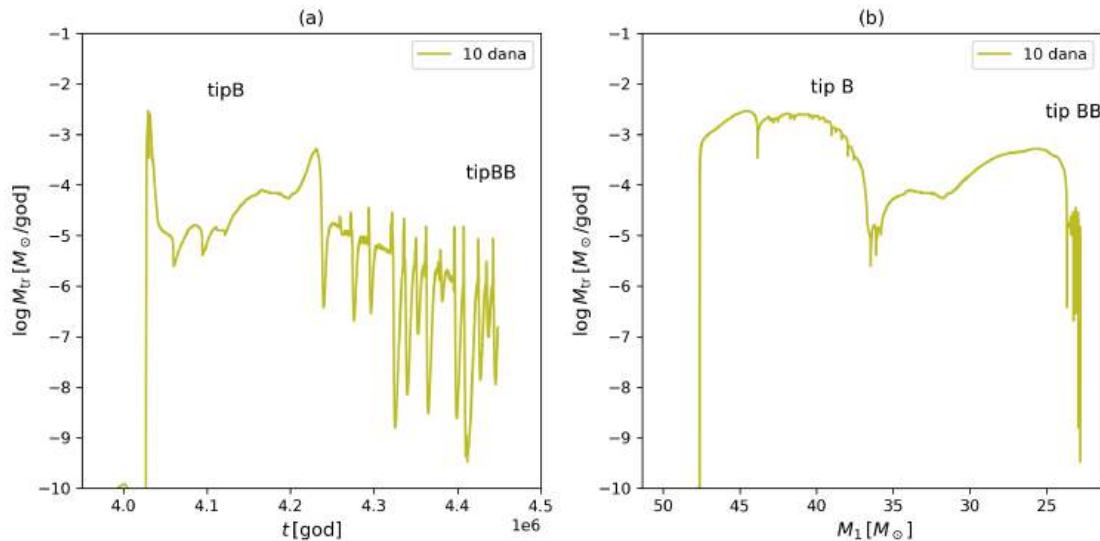
Slika 2.14: Grafici zavisnosti logaritma luminoznosti (a) i efektivnih temperatura (b) primarne (puna linija) i sekundarne (isprikidana linija) zvezde od vremena, za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana.



Slika 2.15: HR dijagram za primarnu (puna linija) i sekundarnu (isprikidana linija) zvezdu sistema sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase, 3 - kraj praćenja evolucije.

### 2.2.4 Model $p = 10$ d

Primarna zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana već u trenutku  $t = 4.0 \cdot 10^6$  god ostaje bez vodonika u jezgru. Jezgro primarne zvezde je helijumsko  $\text{He}_{\text{core}} = 21.9 M_{\odot}$ , oko kojeg je vodonikov omotač  $H_{\text{rich}} = 25.9 M_{\odot}$ . Usled sagorevanja vodonika u omotaču, primarna zvezda se širi, ispunjava Rošov oval i nakon  $t = 4.02 \cdot 10^6$  god, kada joj je radijus  $R_1 = 40.1 R_{\odot}$ , kreće sa pre-takanjem materije na sekundarnu zvezdu. Ovo je transfer mase tipa B čija stopa dostiže maksimalnu vrednost od  $2.9 \cdot 10^{-3} \frac{M_{\odot}}{\text{god}}$ . Na Slici 2.16 prikazana je promena stope transfera mase tokom evolucije ovog sistema. Na kraju transfera mase tipa B, u  $t = 4.24 \cdot 10^6$  god, primarna zvezda ima masu  $M_1 = 23.7 M_{\odot}$  a masa sekundarne zvezde je  $M_2 = 67.2 M_{\odot}$ . Primarna zvezda ponovo ispunjava Rošov oval i kada radijus dostigne vrednost od  $R_1 = 47.7 R_{\odot}$ , tada kreće transfer mase tipa BB. Maksimalna vrednost stope transfera mase tipa BB je  $2.9 \cdot 10^{-5} \frac{M_{\odot}}{\text{god}}$ . Na kraju evo-lucije, u  $t = 4.45 \cdot 10^6$  god, primarna zvezda ima masu  $M_1 = 22.8 M_{\odot}$  i formirala je ugljenično jezgro  $\text{CO}_{\text{core}} = 18.7 M_{\odot}$ , a masa sekundarne zvezde je  $M_2 = 68.1 M_{\odot}$ . Na Slici 2.16 (a) pre početka transfera tipa B, primećuje se vrednost stope transfera mase koja je malo iznad  $10^{-10} \frac{M_{\odot}}{\text{god}}$ . Pošto se vrednost brzo spusti ispod granice, ovo nema fizički značaj transfera mase tipa A, već se prepisuje ograničenju numeričkog koda.

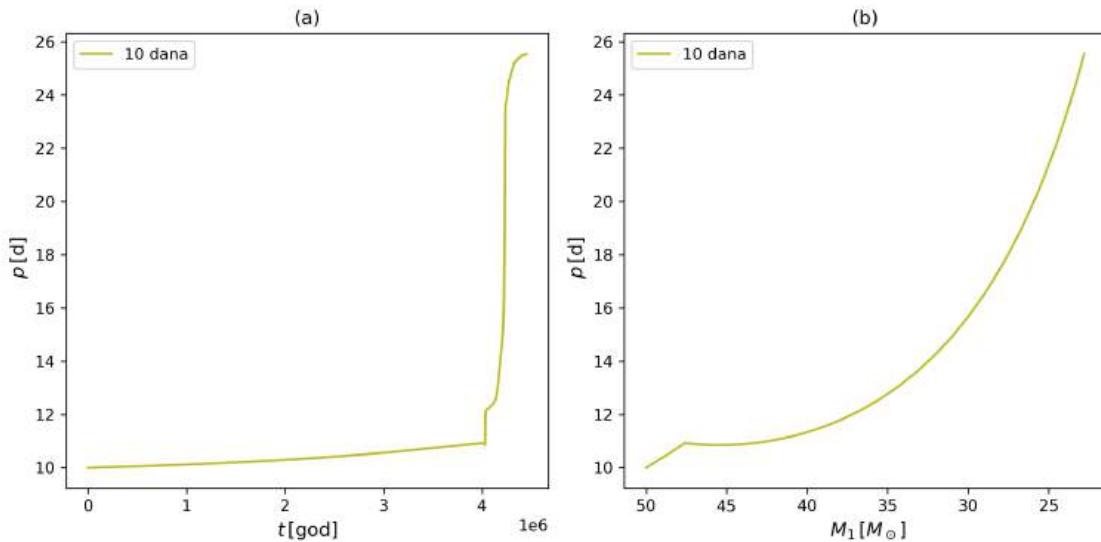


Slika 2.16: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana. Na graficima su prikazani različiti tipovi transfera mase (tip B, BB).

## GLAVA 2. MODELI

---

Promena orbitalnog perioda sistema tokom evolucije prikazana je na Slici 2.17. Period sporo raste pre početka transfera mase, zbog uticaja zvezdanog veta. Brzi rast perioda se primećuje dok traje transfer mase tipa BB. Na kraju evolucije, nakon transfera tipa BB, orbitalni period sistema je  $p = 25.5$  d.

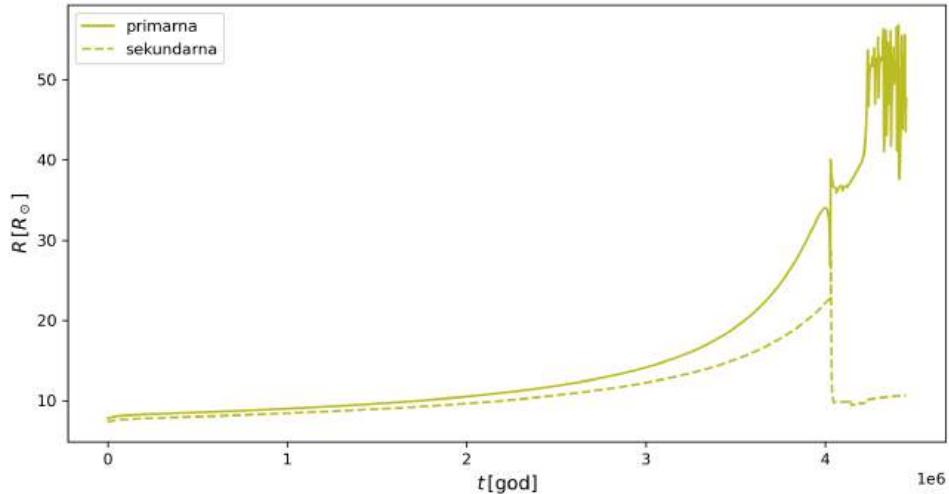


Slika 2.17: Grafici zavisnosti orbitalnog perioda sistema od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana.

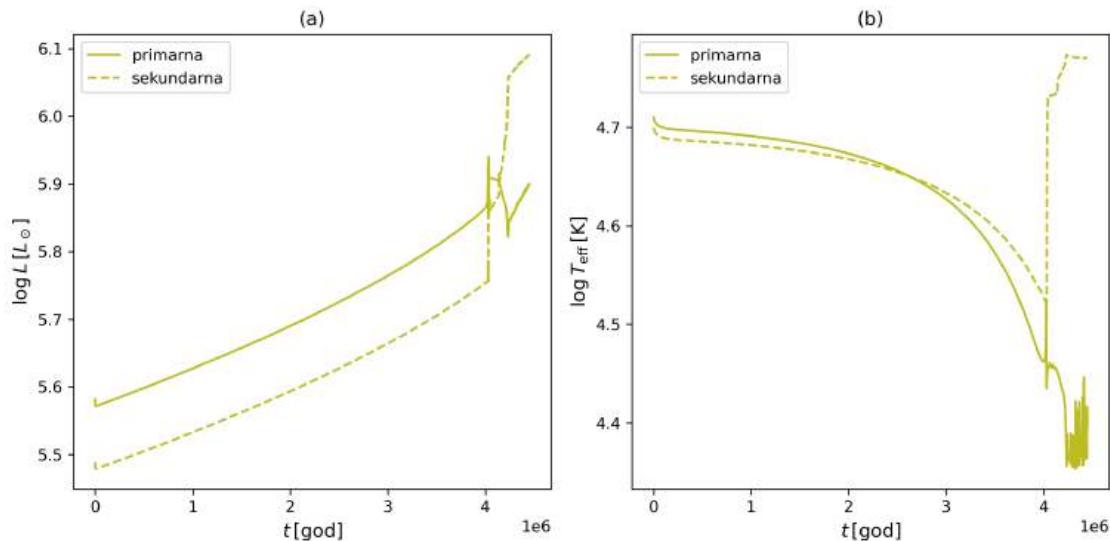
Promena radijusa primarne i sekundarne zvezde tokom evolucije prikazana je na Slici 2.18. Kako se obe zvezde šire usled sagorevanja vodonika u jezgru radijusi rastu. Radijus primarne zvezde raste brže jer se brže sagoreva vodonik. Kada radijus primarne zvezde dostigne vrednost od  $R_1 = 40.1 R_\odot$  kreće transfer mase tipa B. Tada je radijus sekundarne zvezde  $R_2 = 28.5 R_\odot$ . Radijus primarne ponovo raste jer se primarna zvezda širi i kada je  $R_1 = 47.7 R_\odot$ , kreće transfer tipa BB. Tada je radijus sekundarne zvezde  $R_2 = 10.2 R_\odot$ . Na kraju evolucije radijus primarne zvezde je  $R_1 = 47.35 R_\odot$ , a sekundarne  $R_2 = 10.6 R_\odot$ .

Promene luminoznosti i efektivne temperature zvezda tokom evolucije prikazane su na Slici 2.19. Kako radijusi primarne i sekundarne zvezde rastu, tako se luminoznosti primarne i sekundarne zvezde povećavaju, a efektivne temperature zvezda smanjuju. Radijus primarne zvezde raste brže pa se i efektivna temperatura brže smanjuje. Luminoznost primarne zvezde se smanjuje, a sekundarne povećava tokom transfera mase tipa B, suprotno važi za efektivne temperature. Na kraju evolucije, luminoznost primarne je  $\log L_1[L_\odot] = 5.89$ , efektivna temperatura

je  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.39$ , dok su vrednosti za sekundarnu zvezdu  $\log L_2[\text{L}_\odot] = 6.09$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.77$ .



Slika 2.18: Grafik zavisnosti radijusa primarne (puna linija) i sekundarne (isprekidana linija) zvezde od vremena za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana.

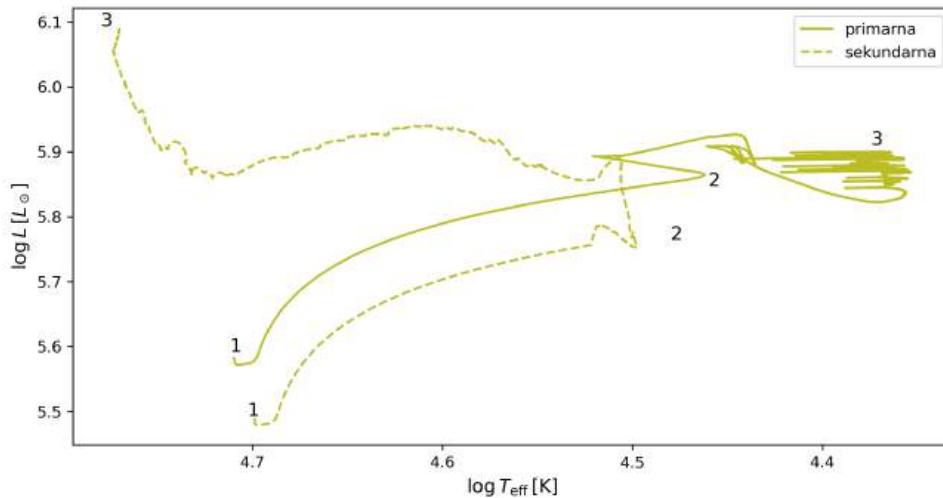


Slika 2.19: Grafici zavisnosti logaritma luminoznosti (a) i efektivnih temperatura (b) primarne (puna linija) i sekundarne (isprekidana linija) zvezde od vremena, za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana.

## GLAVA 2. MODELI

---

Na Slici 2.20 prikazan je evolutivni put zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana na HR dijagramu. Na početku evolucije su obe zvezde ZAMS. Obe zvezde su u fazi sagorevanja vodonika u jezgru te im se povećavaju luminoznosti, a efektivne temperature smanjuju, sve dok primarna zvezda ne krene da se sažima tako da joj se efektivna temperatura povećava, pa se pomera uлево na HR dijagramu. Kad primarna zvezda krene da sagoreva vodonik u omotaču, širi se pa joj se luminoznost i efektivna temperatura smanjuju, tako da se ona pomera udesno na HR dijagramu. Za to vreme, sekundarna postaje masivnija, širi se tako da joj luminoznost i efektivna temperatura rastu pa se pomera uлево na HR dijagramu.



Slika 2.20: HR dijagram za primarnu (puna linija) i sekundarnu (isprekidana linija) zvezdu sistema sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase tipa B, 3 - kraj evolucije.

## 2.3 Modeli sa nekonzervativnim transferom mase

Tabela 2.5: Finalne faze modela sa nekonzervativnim transferom mase.  $p[\text{d}]$  - orbitalni period u danima,  $M_{\text{mtr}} \left[ \frac{M_\odot}{\text{god}} \right]$  - stopa transfera mase u Sunčevim masama po godini

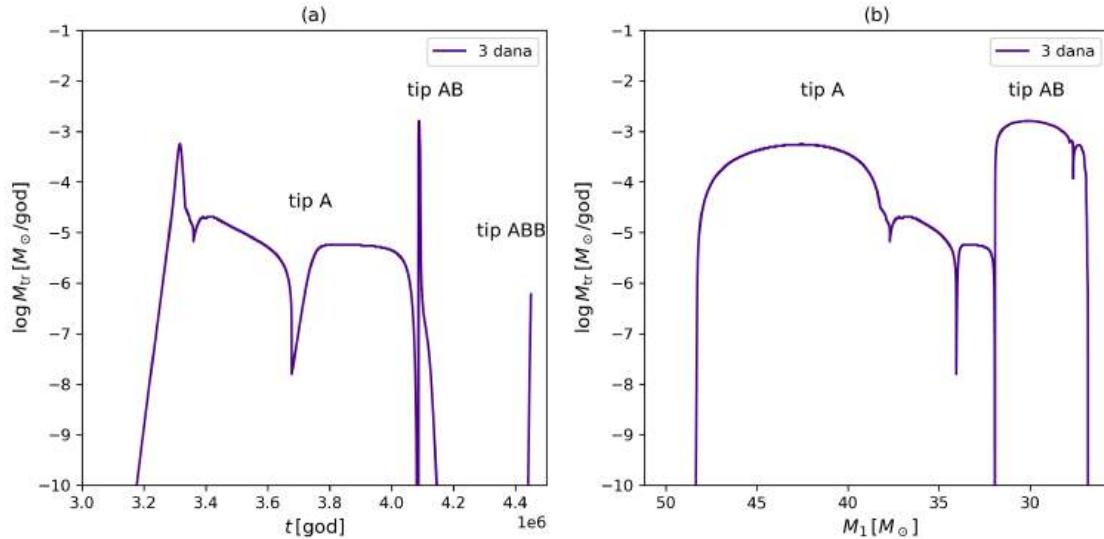
$p[\text{d}]$	konačna faza	tip transfera mase	$\max M_{\text{mtr}} \left[ \frac{M_\odot}{\text{god}} \right]$
3	CO-jezgro [ $20.6 M_\odot$ ]	A	$1.6 \cdot 10^{-3}$
4	CO-jezgro [ $20.8 M_\odot$ ]	A	$1.7 \cdot 10^{-3}$
5	CO-jezgro [ $20.9 M_\odot$ ]	A	$3.1 \cdot 10^{-3}$
6	CO-jezgro [ $20.6 M_\odot$ ]	A	$8.1 \cdot 10^{-2}$
7	CO-jezgro [ $20.9 M_\odot$ ]	A	$4.1 \cdot 10^{-3}$
8	CO-jezgro [ $18.7 M_\odot$ ]	A	$5.9 \cdot 10^{-3}$
9	CO-jezgro [ $18.6 M_\odot$ ]	A	$2.9 \cdot 10^{-3}$
10	CO-jezgro [ $17.9 M_\odot$ ]	B	$2.5 \cdot 10^{-3}$

### 2.3.1 Model $p = 3$ d

Evolucija modela sa nekonzervativnim transferom mase i početnim orbitalnim periodom od 3 dana je slična evoluciji konzervativnog modela. Primarna zvezda sistema u  $t = 3.2 \cdot 10^6$  god dostiže radijus od  $R_1 = 15.5 R_\odot$ , ispunjava Rošov oval i počinje sa transferom mase na sekundarnu zvezdu. Na Slici 2.21 prikazana je promena stope transfera mase tokom evolucije ovog sistema. Kako još nije istrošila vodonik u jezgru ovo je transfer mase tipa A. Stopa transfera mase dostiže maksimum od  $5.7 \cdot 10^{-4} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i na grafiku se mogu primetiti brza i spora faza transfera ovog tipa. Transfer mase tipa A se završava kada je  $t = 4.08 \cdot 10^6$  god, kada je masa primarne zvezde  $M_1 = 31.9 M_\odot$ , a masa sekundarne  $M_2 = 44.5 M_\odot$ . Primarna zvezda se ubrzno nakon transfera tipa A ponovo širi, ispunjava Rošov oval kada kreće transfer mase tipa AB čija stopa dostiže maksimalnu vrednost od  $1.6 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i traje sve do  $t = 4.09 \cdot 10^6$  god. Po završetku transfera tipa AB, jezgro primarne zvezde se sastoji uglavnom od helijuma  $\text{Hecore} = 22.1 M_\odot$ , oko kojeg je omotač od vodonika  $\text{H}_{\text{rich}} = 4.9 M_\odot$ .

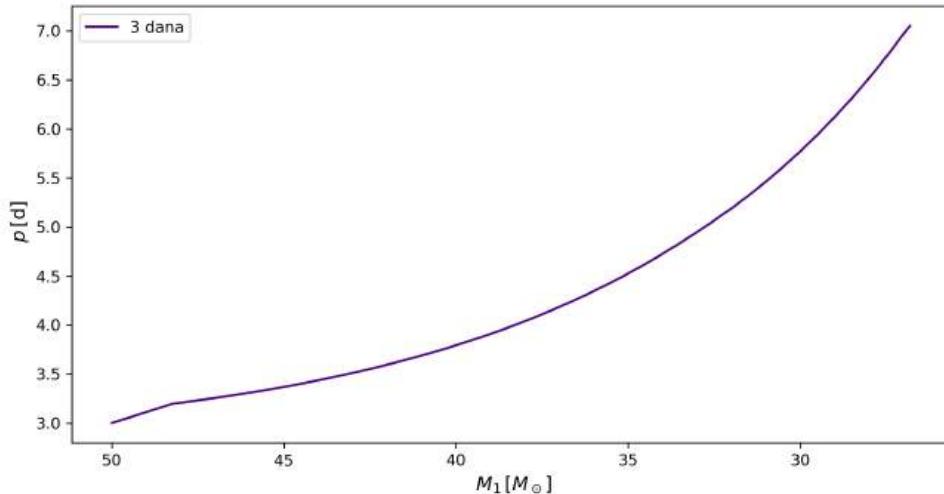
Kako je ostalo vodonika u omotaču, primarna se opet širi i u  $t = 4.4 \cdot 10^6$  god ponovo kreće transfer mase tipa ABB. Maksimalna vrednost stope transfera mase tipa ABB je  $6.1 \cdot 10^{-7} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ . Na kraju evolucije, primarna zvezda ima masu  $M_1 = 26.8 M_\odot$  i formirala je ugljenično jezgro  $\text{COcore} = 20.6 M_\odot$ , a masa sekundarne zvezde je

$M_2 = 44.9 M_\odot$ . Kako je ovo nekonzervativni model, vidimo da je pod uticajem zvezdanog vетra i transfera mase sistem izgubio oko  $29 M_\odot$ .



Slika 2.21: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 3 dana. Na graficima su prikazani različiti tipovi transfera mase (tip A, AB, ABB).

Promena orbitalnog perioda sistema tokom evolucije prikazana je na Slici 2.22. Period se značajno povećava kada kreće transfer mase tipa A. Na kraju evolucije je orbitalni period sistema  $p = 7.1$  d.

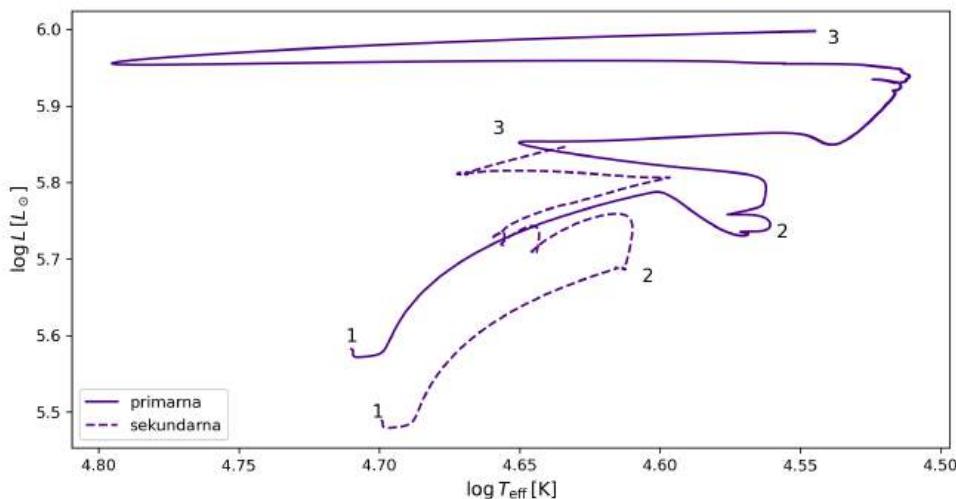


Slika 2.22: Grafik zavisnosti orbitalnog perioda sistema od mase primarne zvezde, za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 3 dana.

## GLAVA 2. MODELI

---

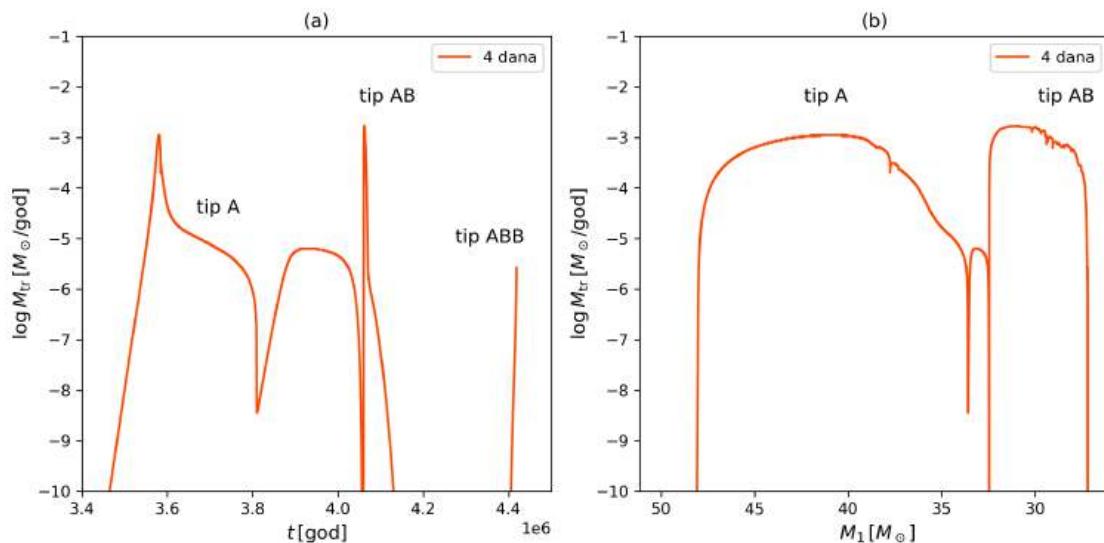
Na Slici 2.23 prikazan je evolutivni put zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 3 dana na HR dijagramu. HR dijagram je sličan konzervativnom modelu. Na početku evolucije obe zvezde su u fazi sagorevanja vodonika u jezgru te im se povećavaju luminoznosti, a efektivne temperature smanjuju, sve dok primarna zvezda ne ispuni Rošov oval i krene transfer mase tipa A. Luminoznost i efektivna temperatura primarne zvezde se tada smanjuju, tako da se ona pomera udesno na HR dijagramu. Za to vreme, sekundarna postaje masivnija, širi se tako da joj luminoznost i efektivna temperatura rastu pa se pomera uлево na HR dijagramu. Primarna zvezda se usled sagorevanja vodonika u omotaču ponovo širi i pomera uлево, dok ne krene transfer mase tipa AB. Tada prebacuje skoro sav vodonični omotač na sekundarnu i postaje VR zvezda, tako da se pomera uлево na HR dijagramu. Primarna zvezda sada sagoreva helijum u jezgru, širi se i hlađi pa se pomera udesno na HR dijagramu. Sekundarna se na kraju evolucije takođe pomera udesno, luminoznost joj se povećava, a efektivna temperatura smanjuje jer joj radijus raste. Na kraju transfera mase tipa ABB i evolucije sistema, luminoznost primarne zvezde je  $\log L_1[L_\odot] = 5.99$ , efektivna temperatura je  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.54$ , dok su vrednosti za sekundarnu zvezdu  $\log L_2[L_\odot] = 5.85$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.63$ .



Slika 2.23: HR dijagram za primarnu (puna linija) i sekundarnu (isprekidana linija) zvezdu sistema sa početnim orbitalnim periodom od 3 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase tipa A, 3 - kraj praćenja evolucije.

### 2.3.2 Model $p = 4$ d

Evolucija modela sa nekonzervativnim transferom mase i početnim orbitalnim periodom od 4 dana je potpuno drugačija od konzervativnog modela. Primarna zvezda sistema u trenutku  $t = 3.5 \cdot 10^6$  god dostiže radijus od  $R_1 = 20.4 R_\odot$ , ispunjava Rošov oval i počinje sa transferom mase na sekundarnu zvezdu. Na Slici 2.24 prikazana je promena stope transfera mase tokom evolucije ovog sistema. Kako još nije istrošila vodonik u jezgru ovo je transfer mase tipa A. Stopa transfera mase tipa A dostiže maksimum od  $1.1 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i na grafiku se mogu primetiti brza i spora faza transfera ovog tipa. Transfer mase tipa A se završava kada je  $t = 4.06 \cdot 10^6$  god, kada je masa primarne zvezde  $M_1 = 32.5 M_\odot$ , a masa sekundarne je  $M_2 = 44.6 M_\odot$ .



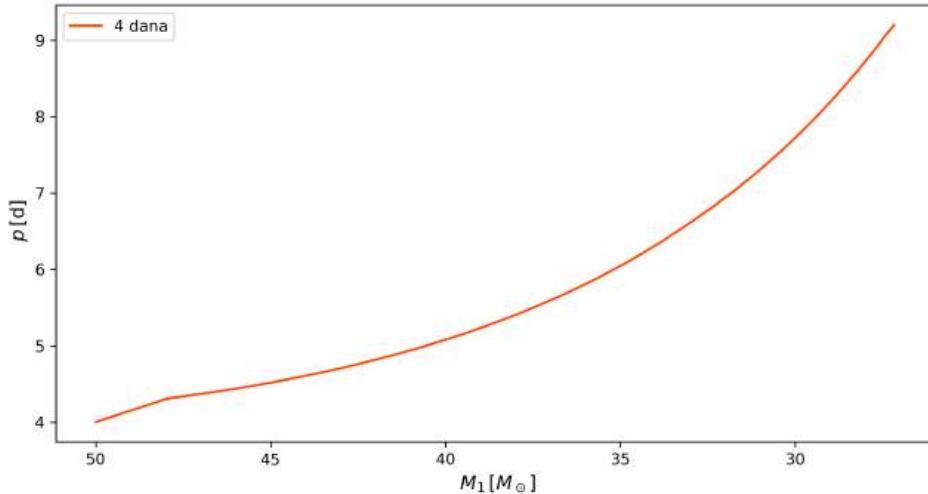
Slika 2.24: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 4 dana. Na graficima su prikazani različiti tipovi transfera mase (tip A, AB, ABB).

Primarna zvezda se ubrzo nakon transfera tipa A ponovo širi, ispunjava Rošov oval kada kreće transfer mase tipa AB. Stopa transfera mase tipa AB dostiže maksimalnu vrednost od  $1.7 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i traje sve do  $t = 4.13 \cdot 10^6$  god. Po završetku transfera tipa AB, jezgro primarne zvezde se sastoji uglavnom od helijuma Hecore =  $22.4 M_\odot$ , oko kojeg je omotač od vodonika H<sub>rich</sub> =  $4.8 M_\odot$ . Kako je ostalo vodonika u omotaču, primarna se opet širi i u  $t = 4.4 \cdot 10^6$  god kreće transfer mase tipa ABB. Maksimalna vrednost stope transfera mase tipa ABB je  $2.6 \cdot 10^{-6} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ . Na kraju evolucije primarna zvezda ima masu  $M_1 = 27.2 M_\odot$  i formirala je ugljenično jezgro COcore =  $20.8 M_\odot$ , a masa sekundarne zvezde je  $M_2 = 45.1 M_\odot$ . Kako je ovo

## GLAVA 2. MODELI

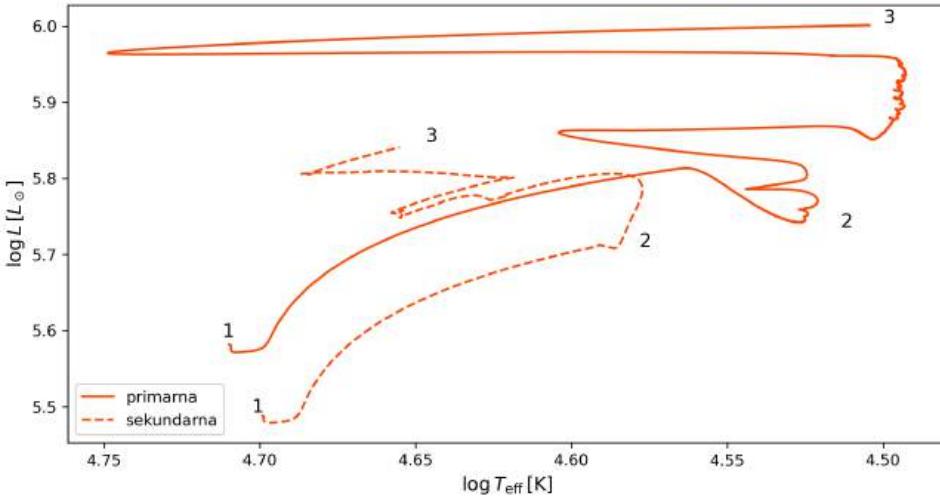
---

nekonzervativivni model, vidimo da je pod uticajem zvezdanog vetra i transfera mase sistem izgubio oko  $23 M_{\odot}$ . Promena orbitalnog perioda sistema tokom evolucije prikazana je na Slici 2.25. Period se značajno povećava od  $t = 3.5 \cdot 10^6$  god kada krene transfera tipa A. Na kraju evolucije, orbitalni period sistema je  $p = 9.2$  d.



Slika 2.25: Grafik zavisnosti orbitalnog perioda sistema od mase primarne zvezde, za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 4 dana.

Na Slici 2.26 prikazan je evolutivni put zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 4 dana na HR dijagramu. Na početku evolucije obe zvezde su u fazi sagorevanja vodonika u jezgru te im se povećavaju luminoznosti, a efektivne temperature smanjuju, sve dok primarna zvezda ne ispuni Rošov oval i kreće transfer mase tipa A. Luminoznost i efektivna temperatura primarne zvezde se tada smanjuju, tako da se ona pomera udesno na HR dijagramu. Za to vreme, sekundarna postaje masivnija, širi se tako da joj luminoznost i efektivna temperatura rastu pa se pomera ulevo na HR dijagramu. Primarna zvezda se usled sagorevanja vodonika u omotaču ponovo širi i pomera ulevo, dok ne kreće transfer mase tipa AB. Tada prebacuje skoro sav vodonični omotač na sekundarnu i postaje VR zvezda, tako da se pomera ulevo na HR dijagramu. Primarna zvezda sada sagoreva helijum u jezgru, širi se i hlađi pa se pomera udesno na HR dijagramu. Sekundarna se na kraju evolucije takođe pomera udesno, luminoznost joj se povećava, a efektivna temperatura smanjuje jer joj radijus raste. Na kraju evolucije sistema, luminoznost primarne zvezde je  $\log L_1[\text{L}_{\odot}] = 6.01$ , efektivna temperatura je  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.50$ , dok su vrednosti za sekundarnu zvezdu  $\log L_2[\text{L}_{\odot}] = 5.87$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.84$ .

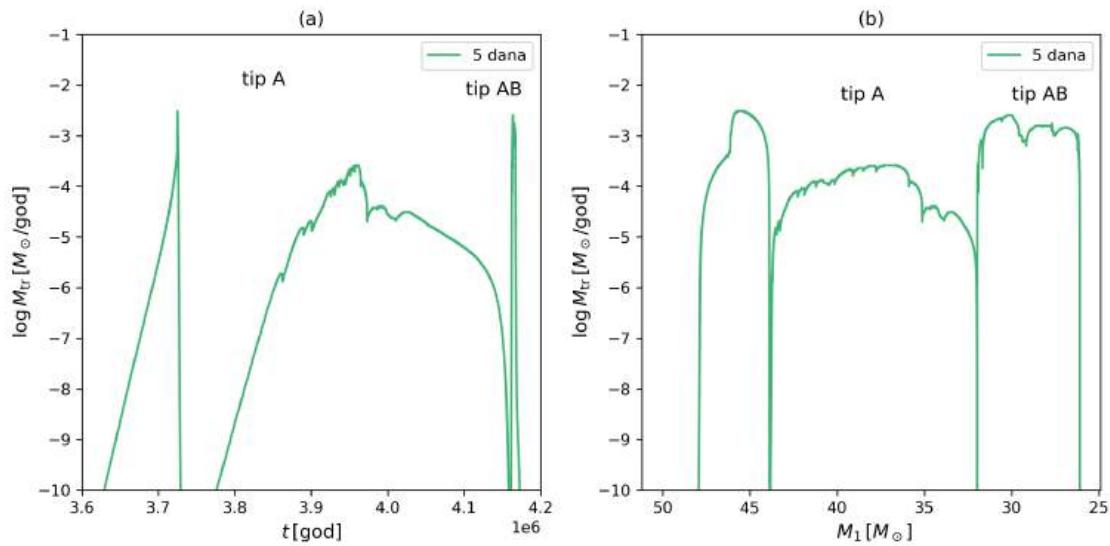


Slika 2.26: HR dijagram za primarnu (puna linija) i sekundarnu (isprekidana linija) zvezdu sistema sa početnim orbitalnim periodom od 4 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase tipa A, 3 - kraj praćenja evolucije.

### 2.3.3 Model $p = 5$ d

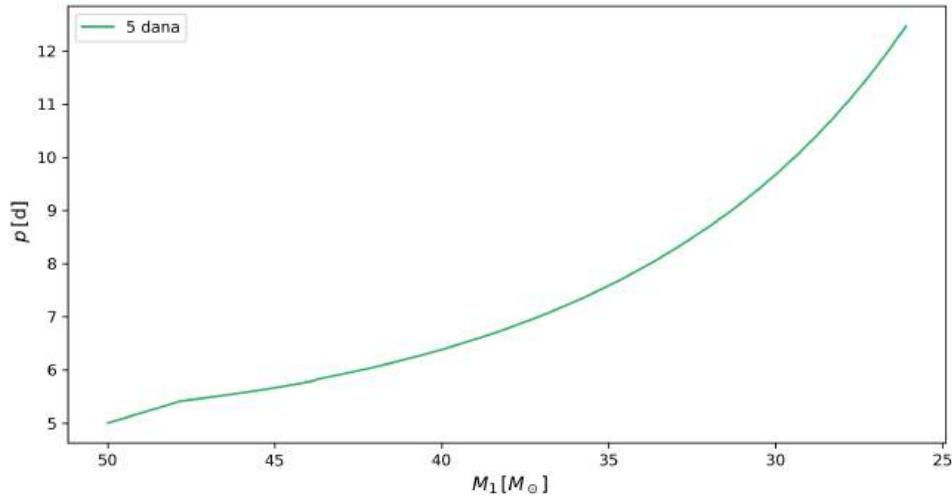
Primarna zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 5 dana u  $t = 3.6 \cdot 10^6$  god dostiže radijus od  $R_1 = 21.6 R_\odot$ , ispunjava Rošov oval i počinje sa transferom mase tipa A na sekundarnu zvezdu. Na Slici 2.27 prikazana je promena stope transfera mase tokom evolucije ovog sistema. Na grafiku su jasno razdvojene brza i spora faza transfera mase tipa A. Stopa transfera mase brze faze transfera tipa A dostiže maksimum od  $3.1 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ . Brza faza transfera tipa A se završava kada je  $t = 3.7 \cdot 10^6$  god. Tada je masa primarne zvezde  $M_1 = 43.9 M_\odot$ , a masa sekundarne je  $M_2 = 43.8 M_\odot$ .

Spora faza transfera mase tipa A kreće kada je  $t = 3.8 \cdot 10^6$  god, dostiže maksimalnu vrednost od  $2.6 \cdot 10^{-4} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i traje sve do  $t = 4.16 \cdot 10^6$  god. Po završetku sporog transfera tipa A, jezgro primarne zvezde se sastoji uglavnom od helijuma Hecore =  $21.2 M_\odot$ , oko kojeg je omotač od vodonika H<sub>rich</sub> =  $10.8 M_\odot$ . Usled sagorevanja vodonika u omotaču, primarna se opet širi i ubrzano kreće transfer mase tipa AB. Maksimalna vrednost stope transfera mase tipa AB je  $2.5 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i traje do  $t = 4.17 \cdot 10^6$  god. Na kraju evolucije primarna zvezda ima masu  $M_1 = 26.1 M_\odot$  i formirala je ugljenično jezgro COcore =  $20.9 M_\odot$ , a masa sekundarne zvezde je  $M_2 = 45.2 M_\odot$ . Sistem je izgubio masu od oko  $24 M_\odot$ .



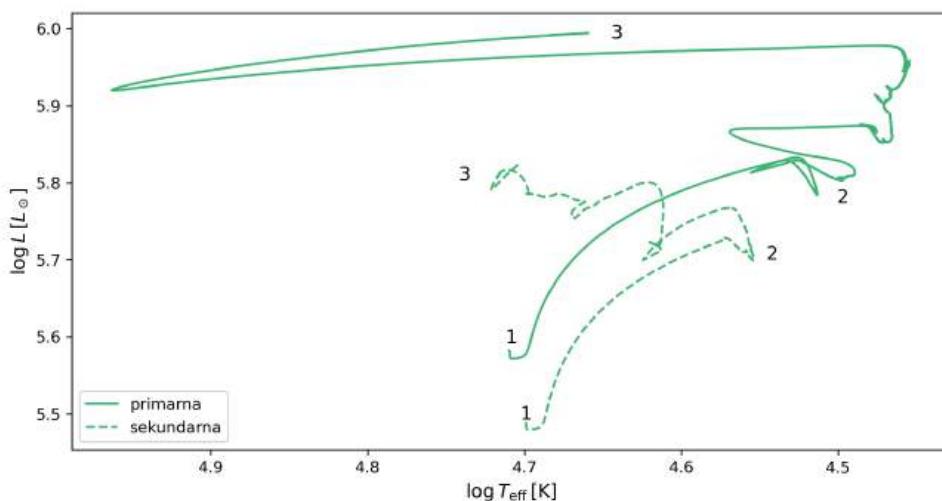
Slika 2.27: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 5 dana. Na graficima su prikazani različiti tipovi transfera mase (tip A, AB).

Promena orbitalnog perioda sistema tokom evolucije prikazana je na Slici 2.28. Period se značajno povećava od  $t = 3.6 \cdot 10^6$  god, pod uticajem transfera mase i na kraju je orbitalni period sistema  $p = 12.5$  d.



Slika 2.28: Grafik zavisnosti orbitalnog perioda sistema od mase primarne zvezde, za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 5 dana.

Na Slici 2.29 prikazan je evolutivni tok zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 6 dana na HR dijagramu. Na početku evolucije obe zvezde su u fazi sagorevanja vodonika u jezgru te im se povećavaju luminoznosti, a efektivne temperature smanjuju, sve dok primarna zvezda ne ispunи Rošov oval i krene transfer mase tipa A. Luminoznost i efektivna temperatura primarne zvezde se tada smanjuju, tako da se ona pomera udesno na HR dijagramu. Za to vreme, sekundarna postaje masivnija, širi se tako da joj luminoznost i efektivna temperatura rastu pa se pomera ulevo na HR dijagramu. Primarna zvezda se usled sagorevanja vodonika u omotaču ponovo širi i pomera ulevo. Kada se sa primarne zvezde prebac skoro sav vodonični omotač na sekundarnu, ona se sažima i postaje VR zvezda, tako da se pomera ulevo na HR dijagramu. Primarna zvezda se širi se i hlađi pa se pomera udesno na HR dijagramu. Sekundarna se na kraju evolucije takođe pomera udesno, luminoznost joj se povećava a efektivna temperatura smanjuje jer joj radijus raste. Na kraju evolucije sistema, luminoznost primarne zvezde je  $\log L_1[L_\odot] = 5.99$ , efektivna temperatura je  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.66$ , dok su vrednosti za sekundarnu zvezdu  $\log L_2[L_\odot] = 5.82$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.70$ .

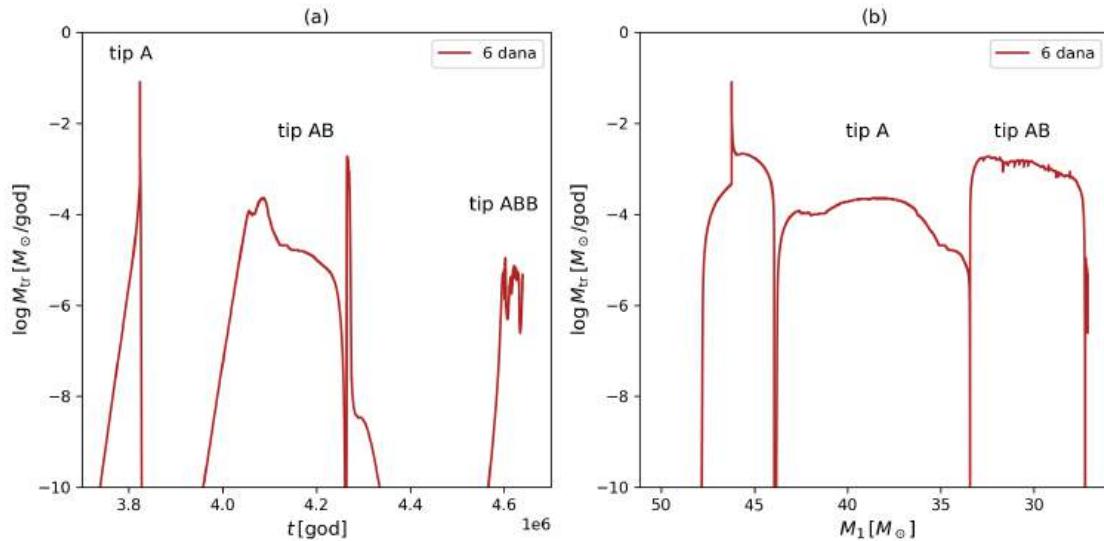


Slika 2.29: HR dijagram za primarnu (puna linija) i sekundarnu (isprekidana linija) zvezdu sistema sa početnim orbitalnim periodom od 5 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase tipa A, 3 - kraj evolucije.

### 2.3.4 Model $p = 6$ d

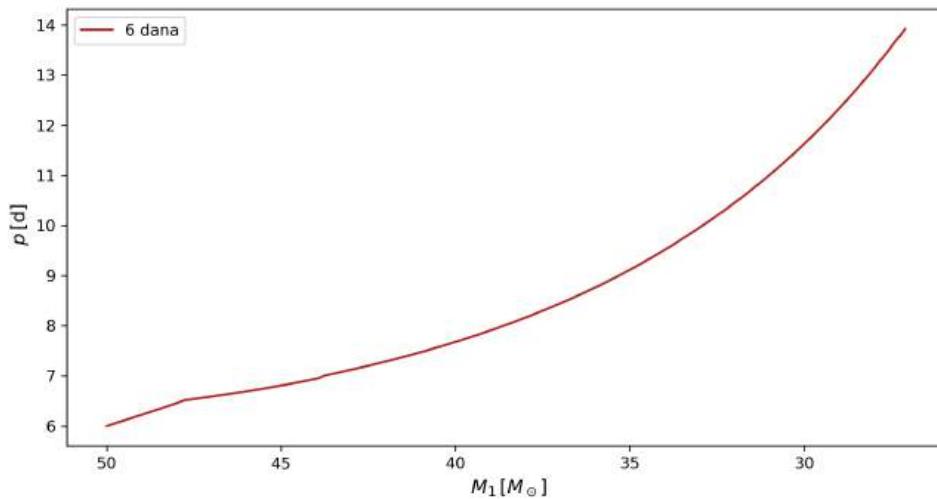
Primarna zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 6 dana u trenutku  $t = 3.2 \cdot 10^6$  god dostiže radijus od  $R_1 = 24.3 R_\odot$ , ispunjava Rošov oval i počinje sa transferom mase na sekundarnu zvezdu. Na Slici 2.30 prikazana je promena stope transfera mase tokom evolucije ovog sistema. Stopa transfera mase brze faze transfera tipa A dostiže maksimum od  $8.1 \cdot 10^{-2} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i završava se kada je  $t = 3.8 \cdot 10^6$  god. Tada je masa primarne zvezde  $M_1 = 43.9 M_\odot$ , a masa sekundarne je  $M_2 = 43.8 M_\odot$ .

Stopa transfera mase spore faze transfera tipa A dostiže maksimalnu vrednost od  $2.3 \cdot 10^{-4} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i traje sve do  $t = 4.26 \cdot 10^6$  god. Po završetku transfera tipa A, jezgro primarne zvezde se sastoji uglavnom od helijuma Hecore =  $20.6 M_\odot$ , oko kojeg je omotač od vodonika Hrich =  $12.8 M_\odot$ . Usled sagorevanja vodonika u omotaču, primarna se opet širi i ubrzo kreće transfer mase tipa AB. Maksimalna vrednost stope transfera mase tipa AB je  $1.9 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i traje do  $t = 4.3 \cdot 10^6$  god. Kako je ostalo vodonika u omotaču, primarna zvezda se ponovo širi ispunjava Rošov oval i u  $t = 4.6 \cdot 10^6$  god kreće sa transferom tipa ABB čija stopa dosiže maksimalnu vrednost od  $1.1 \cdot 10^{-5} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ . Na kraju evolucije primarna zvezda ima masu  $M_1 = 27.1 M_\odot$  i formirala je ugljenično jezgro COcore =  $20.6 M_\odot$ , a masa sekundarne zvezde je  $M_2 = 44.9 M_\odot$ . Sistem je izgubio masu od oko  $22 M_\odot$ .



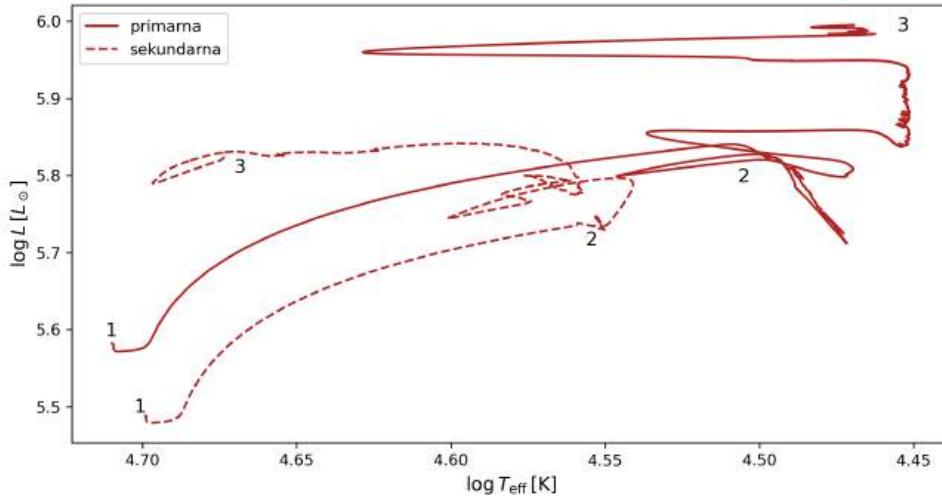
Slika 2.30: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 6 dana. Na graficima su prikazani različiti tipovi transfera mase (tip A, AB, ABB).

Promena orbitalnog perioda sistema tokom evolucije prikazana je na Slici 2.31. Period se značajno povećava pod uticajem transfera mase i na kraju je orbitalni period sistema  $p = 13.9$  d.



Slika 2.31: Grafik zavisnosti orbitalnog perioda sistema od mase primarne zvezde, za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 6 dana.

Na Slici 2.32 prikazan je evolutivni put zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 6 dana na HR dijagramu. Na početku evolucije obe zvezde su u fazi sagorevanja vodonika u jezgru te im se povećavaju luminoznosti, a efektivne temperature smanjuju, sve dok primarna zvezda ne ispuni Rošov oval i krene transfer mase tipa A. Luminoznost i efektivna temperatura primarne zvezde se tada smanjuju, tako da se ona pomera udesno na HR dijagramu. Za to vreme, sekundarna postaje masivnija, širi se tako da joj luminoznost i efektivna temperatura rastu pa se pomera uлево na HR dijagramu. Primarna zvezda se usled sagorevanja vodonika u omotaču ponovo širi i pomera uлево. Kada usled transfera tipa ABB prebaci skoro sav vodonični omotač na sekundarnu, primarna zvezda se sažima i postaje VR zvezda, tako da se pomera uлево na HR dijagramu. Primarna zvezda sada sagoreva helijum u jezgru, širi se i hlađi pa se pomera udesno na HR dijagramu. Sekundarna se na kraju evolucije takođe pomera udesno, luminoznost joj se povećava a efektivna temperatura smanjuje jer joj radijus raste. Na kraju evolucije sistema, luminoznost primarne zvezde je  $\log L_1 [L_\odot] = 5.99$ , efektivna temperatura je  $\log T_{\text{eff}1} [\text{K}] = 4.47$ , dok su vrednosti za sekundarnu zvezdu  $\log L_2 [L_\odot] = 5.82$  i  $\log T_{\text{eff}2} [\text{K}] = 4.67$ .

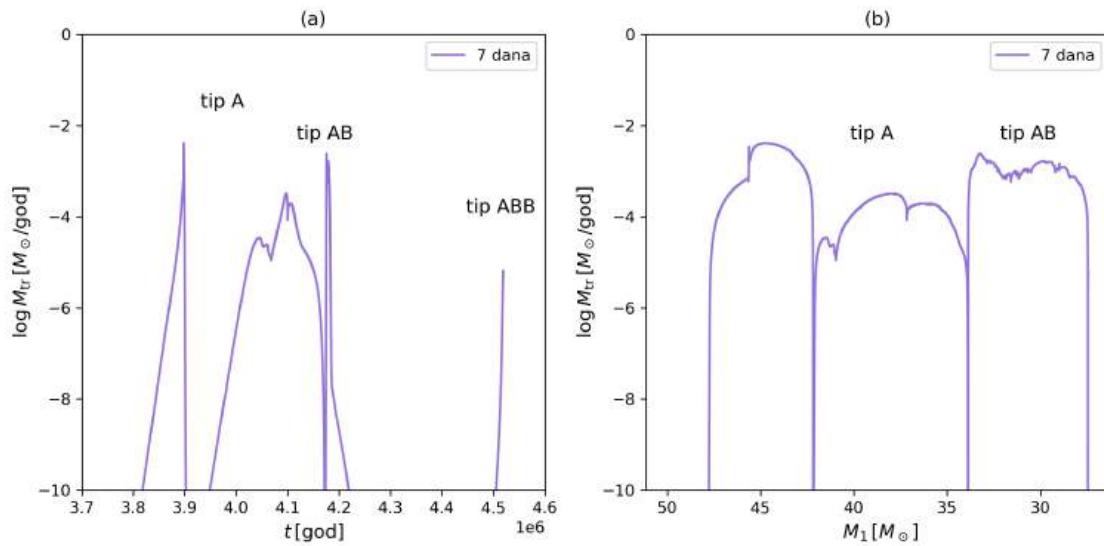


Slika 2.32: HR dijagram za primarnu (puna linija) i sekundarnu (isprekidana linija) zvezdu sistema sa početnim orbitalnim periodom od 6 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase tipa A, 3 - kraj praćenja evolucije.

### 2.3.5 Model $p = 7$ d

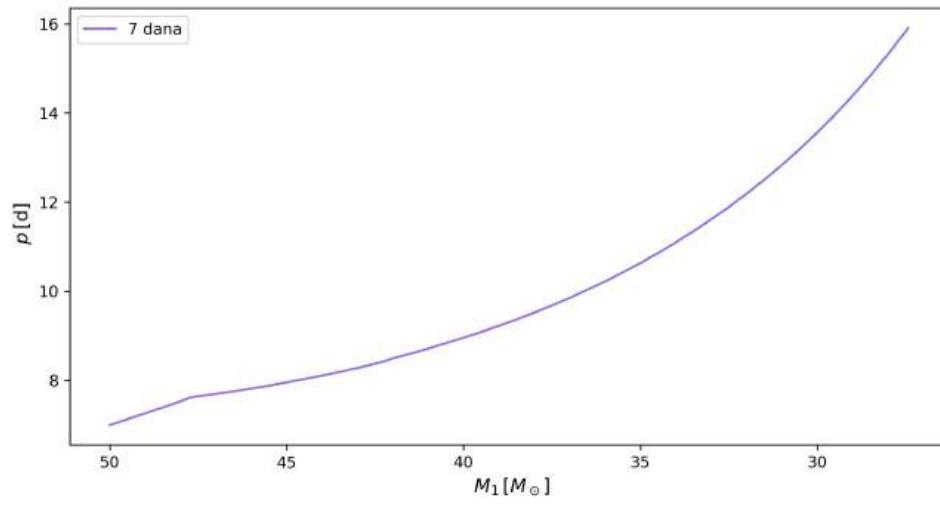
Evolucija sistema sa početnim orbitalnim periodom od 7 dana se odvija kao evolucija prethodnih modela. U trenutku  $t = 3.8 \cdot 10^6$  god primarna zvezda dostiže radijus od  $R_1 = 26.9 R_\odot$ , ispunjava Rošov oval i počinje brza faza transfera mase tipa A. Na Slici 2.33 prikazana je promena stope transfera mase tokom evolucije ovog sistema. Stopa transfera mase brze faze transfera tipa A dostiže maksimum od  $4.1 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i završava se kada je  $t = 3.9 \cdot 10^6$  god. Tada je masa primarne zvezde  $M_1 = 42.2 M_\odot$ , a masa sekundarne je  $M_2 = 43.9 M_\odot$ . Ubrzo sledi i spora faza transfera mase tipa A sa maksimalnom stopom od  $3.2 \cdot 10^{-4} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i traje sve do  $t = 4.17 \cdot 10^6$  god. Po završetku transfera tipa A, jezgro primarne zvezde se sastoji uglavnom od helijuma  $\text{He}_{\text{core}} = 21.5 M_\odot$ , oko kojeg je omotač od vodonika  $\text{H}_{\text{rich}} = 12.4 M_\odot$ .

Kako je ostalo vodonika u omotaču, primarna se opet širi i ubrzo kreće transfer mase tipa AB. Maksimalna vrednost stope transfera mase tipa AB je  $2.4 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i traje do  $t = 4.2 \cdot 10^6$  god. Na kraju evolucije primarna zvezda ima masu  $M_1 = 27.4 M_\odot$  i formirala je ugljenično jezgro  $\text{CO}_{\text{core}} = 20.9 M_\odot$ , a masa sekundarne zvezde je  $M_2 = 45.1 M_\odot$ . Sistem je izgubio masu od oko  $23 M_\odot$ .



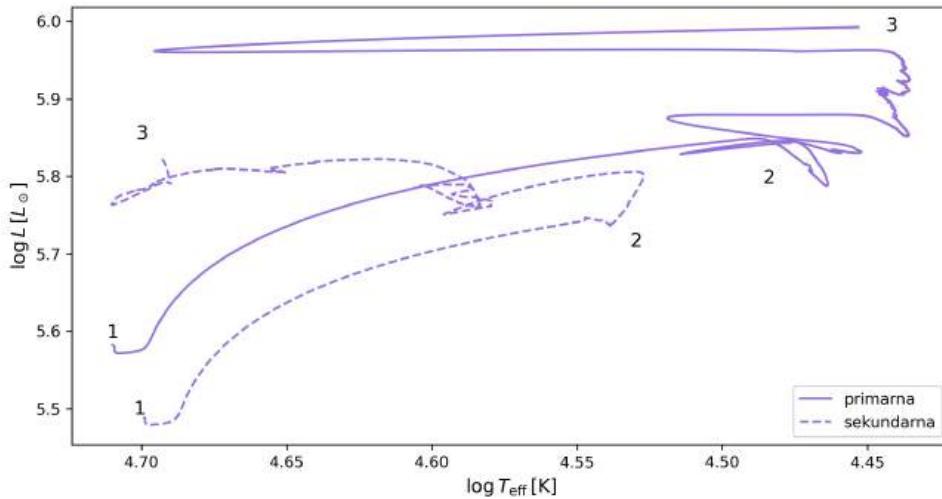
Slika 2.33: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 7 dana. Na graficima su prikazani različiti tipovi transfera mase (tip A, AB, ABB).

Promena orbitalnog perioda sistema tokom evolucije prikazana je na Slici 2.34. Period se značajno povećava pod uticajem transfera mase i na kraju je orbitalni period sistema  $p = 15.9$  d.



Slika 2.34: Grafik zavisnosti orbitalnog perioda sistema od mase primarne zvezde, za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 7 dana.

Na Slici 2.35 prikazan je evolutivni put zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 7 dana na HR dijagramu. Velika je sličnost sa HR dijagramima prethodnih modela. Vrednost luminoznosti primarne zvezde na kraju evolucije je  $\log L_1[L_\odot] = 5.99$ , efektivna temperatura je  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.45$ , dok su vrednosti za sekundarnu zvezdu  $\log L_2[L_\odot] = 5.82$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.69$ .

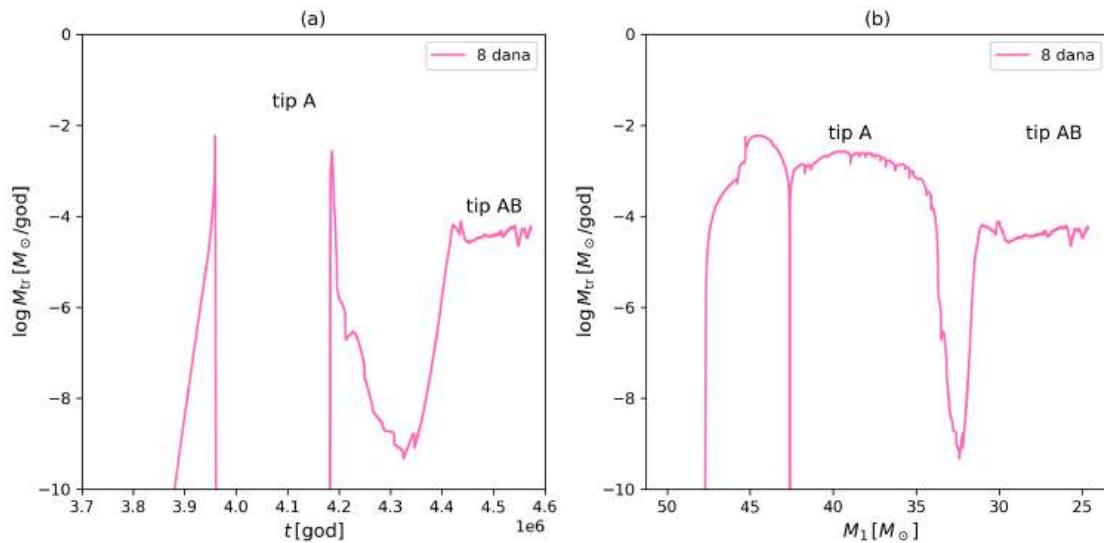


Slika 2.35: HR dijagram za primarnu (puna linija) i sekundarnu (isprekidana linija) zvezdu sistema sa početnim orbitalnim periodom od 7 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase tipa A, 3 - kraj praćenja evolucije.

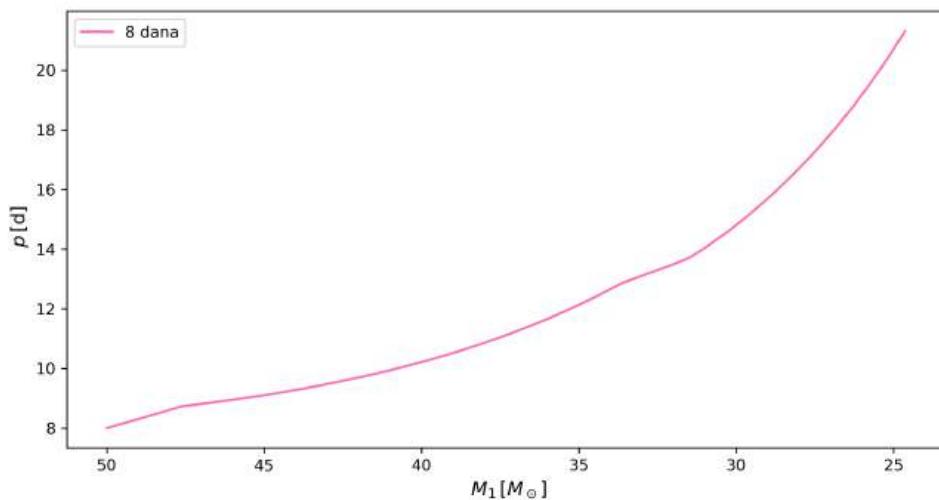
### 2.3.6 Model $p = 8$ d

Evolucija sistema sa početnim orbitalnim periodom od 8 dana se odvija kao evolucija prethodna dva modela. U trenutku  $t = 3.88 \cdot 10^6$  god primarna zvezda dostiže radijus od  $R_1 = 29.6 R_\odot$ , ispunjava Rošov oval i počinje spora faza transfera mase tipa A. Na Slici 2.36 prikazana je promena stope transfera mase tokom evolucije ovog sistema. Stopa transfera mase dostiže maksimum od  $5.9 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i završava se kada je  $t = 3.96 \cdot 10^6$  god. Tada je masa primarne zvezde  $M_1 = 42.6 M_\odot$ , a masa sekundarne je  $M_2 = 43.8 M_\odot$ . Ubrzo sledi i spora faza transfera tipa A sa maksimalnom stopom od  $2.7 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i traje sve do  $t = 4.35 \cdot 10^6$  god. Po završetku transfera tipa A, jezgro primarne zvezde se sastoji uglavnom od helijuma  $\text{He}_{\text{core}} = 21.7 M_\odot$ , oko kojeg je omotač od vodonika  $\text{H}_{\text{rich}} = 10.6 M_\odot$ . Kako je ostalo vodonika u omotaču, primarna se opet širi i ubrzo kreće transfer mase tipa AB. Na Slici 2.36 se primećuje da tip AB kreće pre nego što se spora faza transfera tipa A završi.

Maksimalna vrednost stope transfera mase tipa AB je  $7.7 \cdot 10^{-5} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ . Na kraju evolucije primarna zvezda ima masu  $M_1 = 25.1 M_\odot$  i formirala je ugljenično jezgro COcore =  $18.7 M_\odot$ , a masa sekundarne zvezde je  $M_2 = 44.9 M_\odot$ . Sistem je izgubio masu od oko  $25 M_\odot$ .



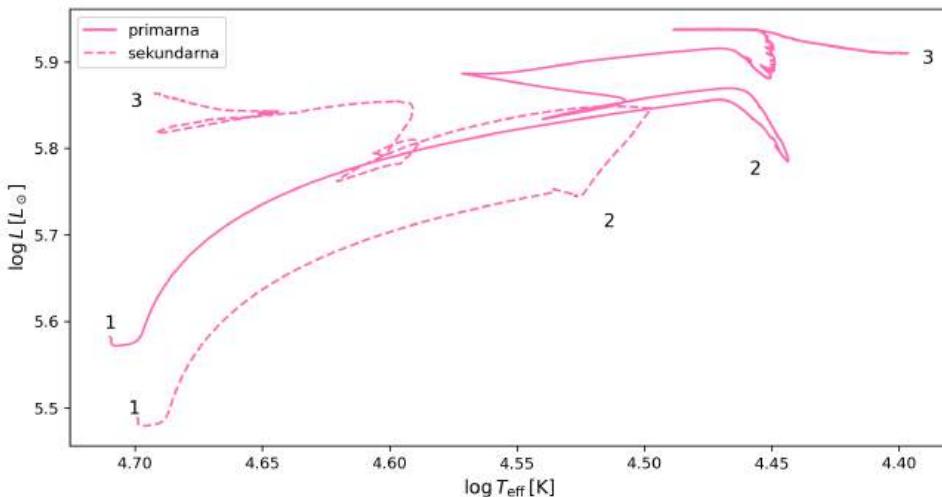
Slika 2.36: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 8 dana. Na graficima su prikazani različiti tipovi transfera mase (tip A, AB).



Slika 2.37: Grafik zavisnosti orbitalnog perioda sistema od mase primarne zvezde, za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 8 dana.

Promena orbitalnog perioda sistema tokom evolucije prikazana je na Slici 2.37. Na kraju evolucije je orbitalni period sistema  $p = 20.6$  d.

Na Slici 2.38 prikazan je evolutivni put zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 8 dana na HR dijagramu. Velika je sličnost sa HR dijagramima prethodnih modela. Vrednost luminoznosti primarne zvezde na kraju evolucije je  $\log L_1[L_\odot] = 5.91$ , efektivna temperatura je  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.39$ , dok su vrednosti za sekundarnu zvezdu  $\log L_2[L_\odot] = 5.86$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.69$ .



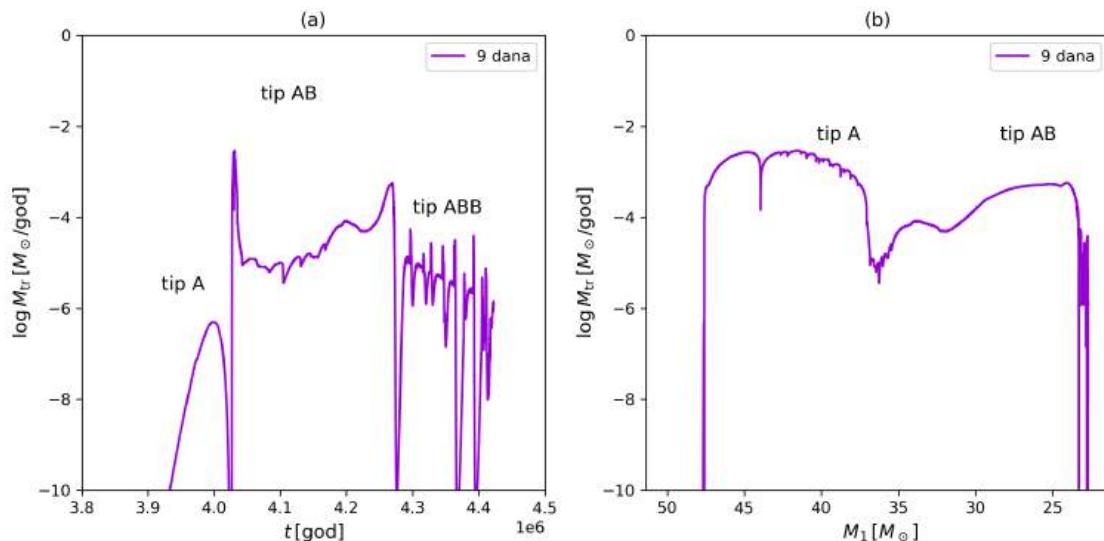
Slika 2.38: HR dijagram za primarnu (puna linija) i sekundarnu (isprekidana linija) zvezdu sistema sa početnim orbitalnim periodom od 8 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase tipa A, 3 - kraj praćenja evolucije.

### 2.3.7 Model $p = 9$ d

Evolucija nekonzervativnog modela sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana je slična evoluciji modela sa konzervativnim transferom mase. Promena stope transfera mase tokom evolucije sistema sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana prikazana je na Slici 2.39. Nakon  $t = 3.9 \cdot 10^6$  god, primarna zvezda dostiže radijus od  $R_1 = 32.3 R_\odot$ , ispunjava Rošov oval i kreće sa transferom mase tipa A. Stopa transfera mase tipa A dostiže maksimum od  $4.9 \cdot 10^{-7} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  i traje do  $t = 4.02 \cdot 10^6$  god. Po završetku transfera tipa A, primarna zvezda ima helijumsko jezgro Hecore =  $21.8 M_\odot$ , oko kojeg je vodonikov omotač  $H_{\text{rich}} = 25.8 M_\odot$ .

Usled sagorevanja vodonika u omotaču, primarna zvezda se ponovo širi i kada joj je radijus  $R_1 = 31.8 R_\odot$  kreće transfer mase tipa AB. Stopa transfera ma-

se dostiže maksimalnu vrednost od  $2.9 \cdot 10^{-3} \frac{M_{\odot}}{\text{god}}$ . Na kraju transfera tipa AB, u  $t = 4.27 \cdot 10^6$  god, masa primarne zvezde je  $M_1 = 23.3 M_{\odot}$  a masa sekundarne  $M_2 = 45.7 M_{\odot}$ . U omotaču primarne zvezde je ostalo malo vodonika kada ona ponovo ispunjava Rošov oval i kreće sa pretaknjem mase na sekundarnu zvezdu. Ovo je transfer mase tipa ABB. Na kraju evolucije, u  $t = 4.42 \cdot 10^6$  god, primarna zvezda ima masu  $M_1 = 23.3 M_{\odot}$  i formirala je ugljenično jezgro COcore =  $18.6 M_{\odot}$ , dok se masa sekundarne zvezde znatno povećala  $M_2 = 45.7 M_{\odot}$ . Sistem je izgubio oko  $26 M_{\odot}$ .



Slika 2.39: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana. Na graficima su prikazani različiti tipovi transfera mase (tip A, AB, ABB).

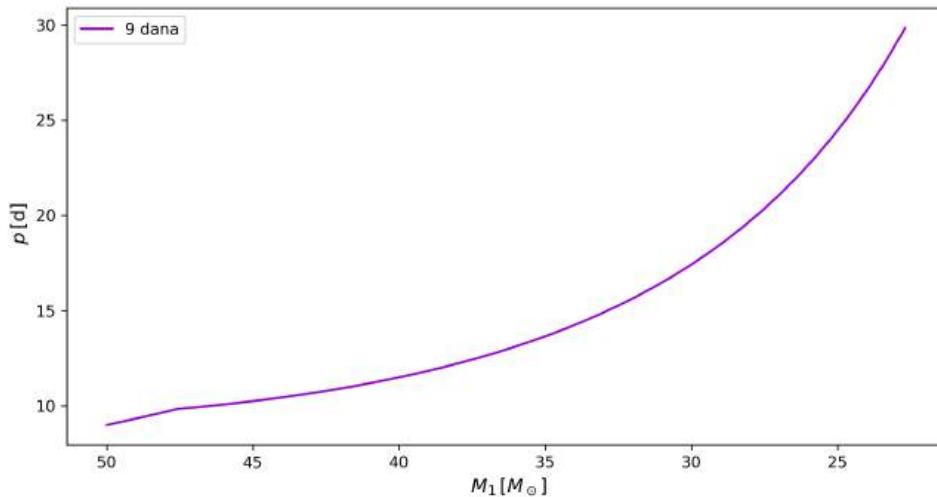
Promena orbitalnog perioda sistema tokom evolucije prikazana je na Slici 2.40. Brzi rast perioda se primećuje dok traje transfer mase tipa AB. Na kraju evolucije, nakon transfera tipa ABB, orbitalni period sistema je  $p = 29.8$  d.

Evolucija zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana na HR dijagramu prikazana je na Slici 2.41. Na početku evolucije su obe zvezde ZAMS. Put primarne zvezde na HR dijagramu je isti kao i za konzervativni sistem sa malim razlikama u luminoznosti i efektivnoj temperaturi, dok se kod sekundarne zvezde vidi veća razlika. Masa sekundarne zvezde nekonzervativnog sistema je dosta manja, te ona ima mnogo manju luminoznost od sekundarne konzervativnog sistema i na grafiku je niže u odnosu na konzervativni sistem. Luminoznost primarne zvezde je

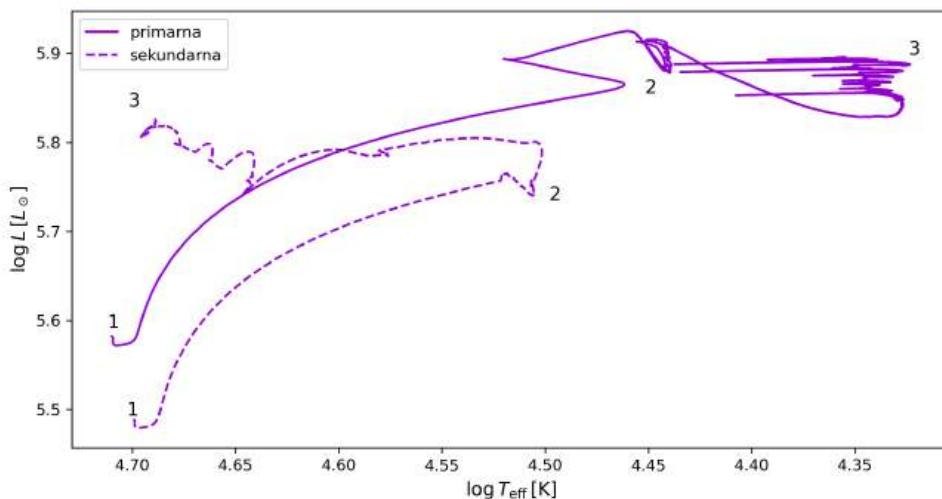
## GLAVA 2. MODELI

---

$\log L_1[\text{L}_\odot] = 5.89$ , efektivna temperatura je  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.36$ , dok su vrednosti za sekundarnu zvezdu  $\log L_2[\text{L}_\odot] = 5.82$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.69$ .



Slika 2.40: Grafik zavisnosti orbitalnog perioda sistema od mase primarne zvezde, za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana.

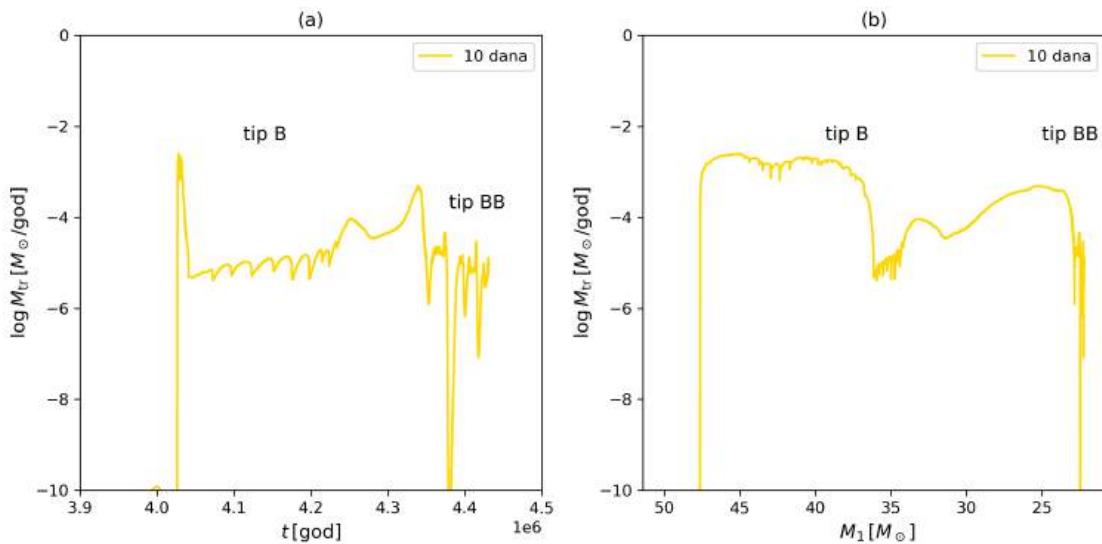


Slika 2.41: HR dijagram za primarnu (puna linija) i sekundarnu (isprekidana linija) zvezdu sistema sa početnim orbitalnim periodom od 9 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase, 3 - kraj praćenja evolucije.

### 2.3.8 Model $p = 10$ d

Evolucija nekonzervativnog modela sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana je slična evoluciji modela sa konzervativnim transferom mase. Primarna zvezda sistem sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana već u trenutku  $t = 4.0 \cdot 10^6$  god ostaje bez vodonika u jezgru i usled sagorevanja vodonika u omotaču, širi se, ispunjava Rošov oval i nakon  $t = 4.02 \cdot 10^6$  god, kada joj je radijus  $R_1 = 34.1 R_\odot$ , kreće sa pretakanjem materije na sekundarnu zvezdu. Ovo je transfer mase tipa B čija stopa dostiže maksimalnu vrednost od  $2.5 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ . Na Slici 2.42 prikazana je promena stope transfera mase tokom evolucije ovog sistema. Na kraju transfera mase tipa B, u  $t = 4.38 \cdot 10^6$  god, primarna zvezda ima masu  $M_1 = 22.5 M_\odot$  a masa sekundarne  $M_2 = 45.8 M_\odot$ .

Primarna zvezda se ponovo širi i kada radijus dostigne vrednost od  $R_1 = 47.6 R_\odot$ , ispunjava Rošov oval i kreće transfer mase tipa BB. Maksimalna vrednost stope transfera mase tipa BB je  $2.7 \cdot 10^{-5} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ . Na kraju evolucije, u  $t = 4.45 \cdot 10^6$  god, primarna zvezda ima masu  $M_1 = 22.2 M_\odot$  i formirala je ugljenično jezgro COcore =  $17.9 M_\odot$ , a masa sekundarne zvezde je  $M_2 = 45.8 M_\odot$ . Primarna zvezda ima sličnu masu i evoluciju kao primarna zvezda konzervativnog modela sa periodom od 10 dana, dok je sekundarna manje masivna. Sistem je izgubio masu od  $27 M_\odot$ .

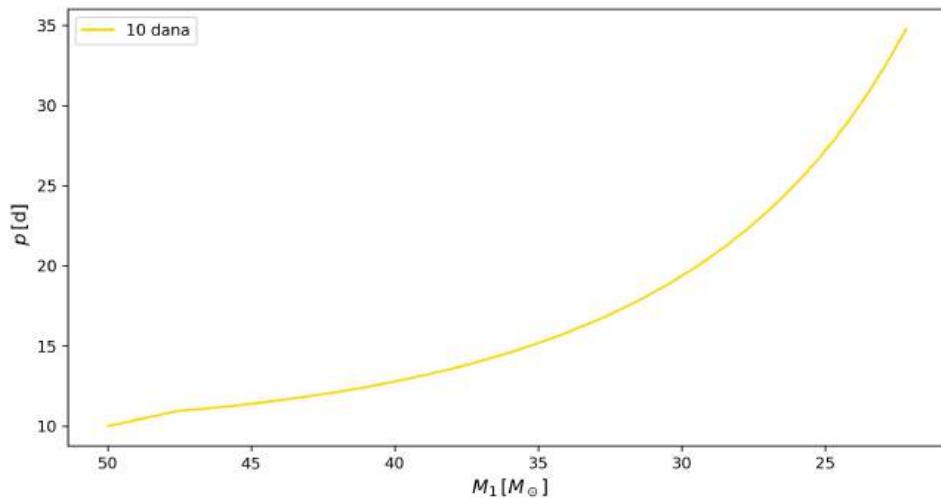


Slika 2.42: Grafici zavisnosti logaritma stope transfera mase od vremena (a) i mase primarne zvezde (b), za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana. Na graficima su prikazani različiti tipovi transfera mase (tip B, BB).

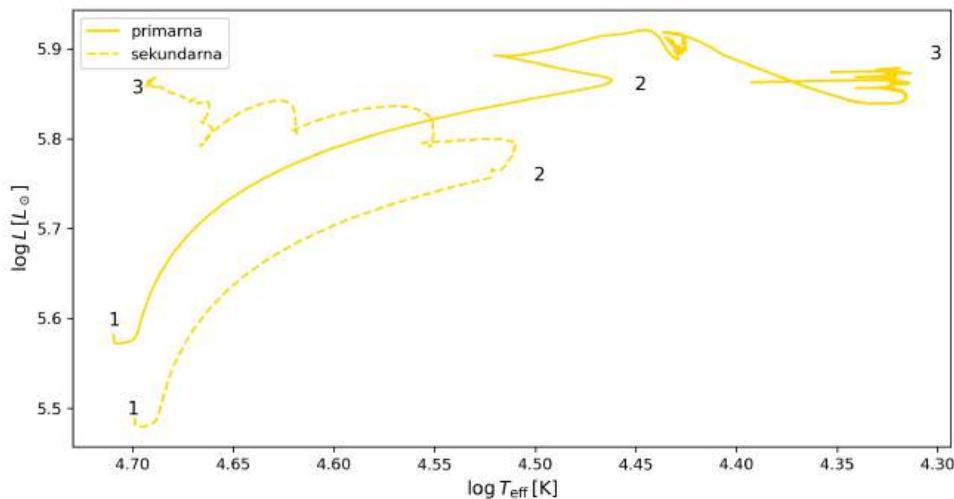
## GLAVA 2. MODELI

---

Promena orbitalnog perioda sistema tokom evolucije prikazana je na Slici 2.43. Period sporo raste pre početka transfera mase, zbog uticaja zvezdanog veta. Na kraju evolucije, nakon transfera tipa BB, orbitalni period sistema je  $p = 34.7$  d.



Slika 2.43: Grafik zavisnosti orbitalnog perioda sistema od mase primarne zvezde, za sistem sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana.



Slika 2.44: HR dijagram za primarnu (puna linija) i sekundarnu (isprekidana linija) zvezdu sistema sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana. 1 - početak evolucije, 2 - početak transfera mase, 3 - kraj praćenja evolucije.

## *GLAVA 2. MODELI*

---

Evolucija zvezda sistema sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana na HR dijagramu prikazana je na Slici 2.44. Na početku evolucije su obe zvezde ZAMS. Put primarne zvezde na HR dijagramu je isti kao i za konzervativni sistem sa malim razlikama u luminoznosti i efektivnoj temperaturi, dok se kod sekundarne zvezde vidi veća razlika. Masa sekundarne zvezde nekonzervativnog sistema je dosta manja, te ona ima mnogo manju luminoznost od sekundarne konzervativnog sistema i na grafiku je niže u odnosu na konzervativni sistem. Luminoznost primarne zvezde je  $\log L_1[L_\odot] = 5.89$ , efektivna temperatura je  $\log T_{\text{eff}1}[\text{K}] = 4.32$ , dok su vrednosti za sekundarnu zvezdu  $\log L_2[L_\odot] = 5.87$  i  $\log T_{\text{eff}2}[\text{K}] = 4.69$ .

# Glava 3

## Diskusija i zaključak

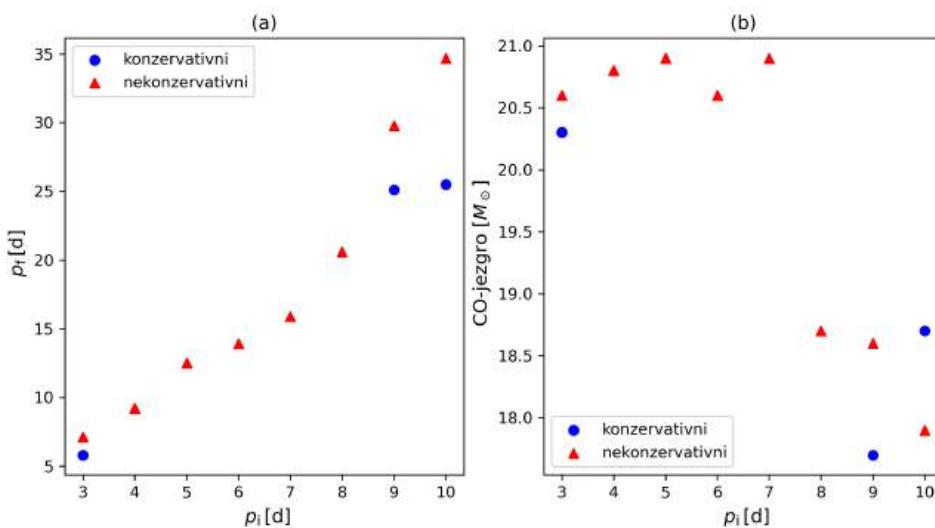
Zvezde masivnih tesnih dvojnih sistema interaguju na različite načine tokom svoje evolucije. Početni orbitalni period i koeficijent akrecije utiču na evolutivni tok i konačne karakteristike sistema koji su se inicijalno sastojali od dve masivne zvezde spektralne klase O. Primarne zvezde ispunjavaju Rošove ovale i započinju transfer mase (tipa A ili B) u različitim vremenskim intervalima. Neki sistemi završavaju svoju evoluciju kao kontaktni sistemi, što se očekuje kod masivnih tesnih dvojnih sistema sa malim orbitalnim periodom (Menon et al., 2020). Međutim, kada je odnos masa primarne i sekundarne zvezde blizak jedinici, ovakav scenario može biti izbegnut (Ulrich & Burger, 1976, Pols, 1994, Wellstein et al., 2001). Zbog toga smo izabrali odnos početnih masa  $\frac{M_2}{M_1} = 0.9$  (Petrović, 2021). Primarna zvezda ponovo ispunjava Rošov oval i započinje transfer mase na sekundarnu (tipa AB ili BB). Nakon transfera tipa A/B i AB/BB, primarna zvezda gubi veliki deo svoje mase i postaje manje masivna od sekundarne.

Primarna zvezda modela kod kojih dolazi do transfera tipa AB, evoluira u VR zvezdu kada je zastupljenost vodonika u omotaču manja od 0.4 (Petrović, 2021). VR zvezde sagorevaju helijum u jezgru i brzo se formira ugljenično (tj. CO) jezgro. Kod modela sa transferom tipa BB, nakon prenosa mase primarna zvezda nije VR zvezda, ali sagoreva helijum u jezgru i formira ugljenično jezgro. Iz konzervativnih modela dobijaju se ugljenična jezgra masa od  $17.1 M_\odot$  do  $20.3 M_\odot$ , dok se kod nekonzervativnih modela formiraju ugljenična jezgra masa od  $17.9 M_\odot$  do  $20.9 M_\odot$  (Tabela 3.1).

Na Slici 3.1 prikazani su grafici na kojima se vidi uticaj početnog orbitalnog perioda na evoluciju modela sa konzervativnim i nekonzervativnim transferom mase kod kojih se formiralo ugljenično jezgro. Kod modele sa nekonzervativnim transfe-

## GLAVA 3. DISKUSIJA I ZAKLJUČAK

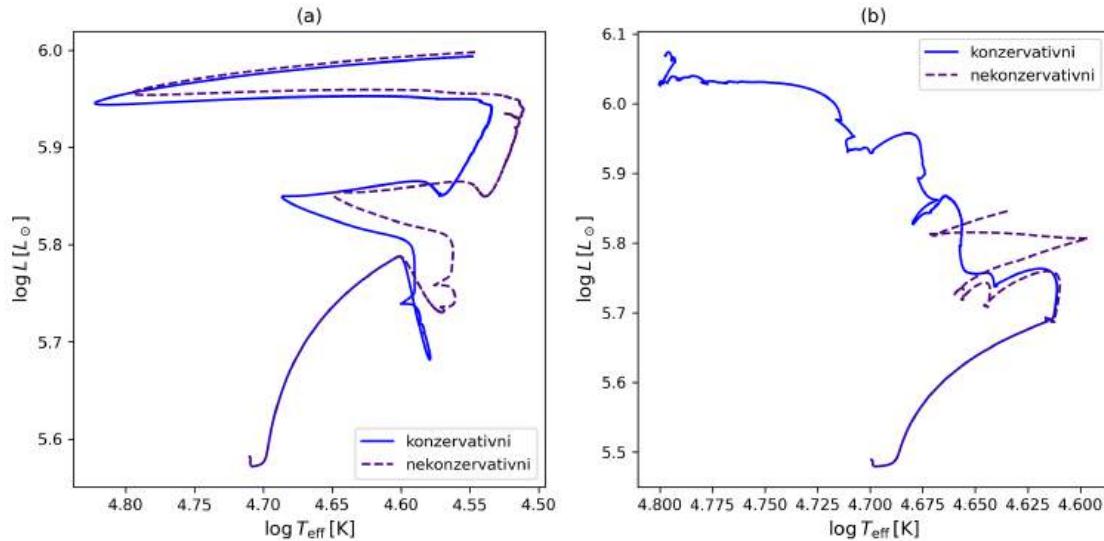
rom mase period na kraju evolucije je veći u odnosu na period kod konzervativnih modela, jer materija napušta sistem (Slika 4.1 (a)). Na Slici 3.1 (b) se vidi da su CO-jezgra u većini slučajeva veća kod nekonzervativnih, nego kod konzervativnih modela, ali da su razlike prilično male. Masa CO-jezgra blago raste kod nekonzervativnih modela sa povećanjem početnog period od 3 do 5 dana (Petrović, 2021), ali sa daljim porastom stagnira, a zatim i opada za par  $M_{\odot}$ .



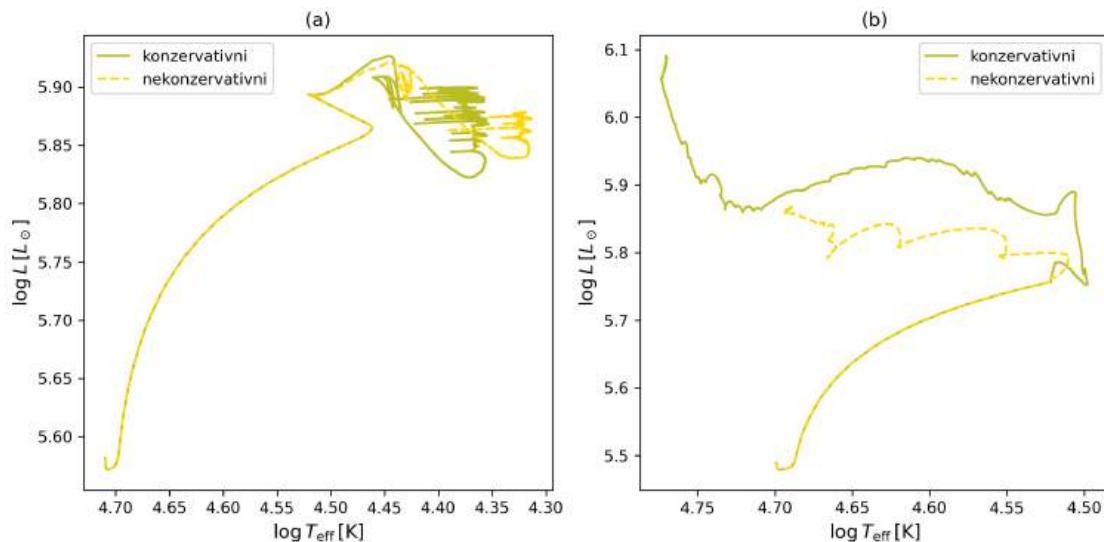
Slika 3.1: Grafik zavisnosti orbitalnog perioda na kraju evolucije od početnog orbitalnog perioda (a) i masa ugljeničnih jezgara od početnog orbitalnog perioda (b), za modele sa konzervativnim i nekonzervativnim transferom mase.

Na Slici 3.2 prikazan je evolutivni put primarnih (a) i sekundarnih zvezda(b) na HR dijagramu, za konzervativni i nekonzervativni model sa početnim orbitalnim periodom od 3 dana. Put primarnih zvezda na HR dijagramu je sličan za ova dva modela, dok se kod sekundarnih primećuje razlika. Sekundarna zvezda konzervativnog modela je tokom transfera tipa A prikupila više mase u odnosu na sekundarnu zvezdu nekonzervativnog modela, te su joj luminost i efektivna temperatura veće. Na kraju evolucije sekundarna zvezda konzervativnog modela se nalazi u gornjem levom uglu HR dijagrama, dok sekundarna zvezda nekonzervativnog ima mnogo manju luminost i efektivnu temperaturu, te je desno i ispod konzervativnog modela. Kod modele sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana, kod kojih dolazi do transfera tipa B, primećuje se slična situacija (Slika 4.3).

### GLAVA 3. DISKUSIJA I ZAKLJUČAK



Slika 3.2: HR dijagram za primarne (a) i sekundarne (b) zvezde konzervativnog i nekonzervativnog modela sa početnim orbitalnim periodom od 3 dana.



Slika 3.3: HR dijagram za primarne (a) i sekundarne (b) zvezde konzervativnog i nekonzervativnog modela sa početnim orbitalnim periodom od 10 dana.

Modelovanje zvezda je završeno kada se kod primarnih zvezda sistema formira CO-jezgro. Međutim, ubrzo nakon formiranja CO-jezgra kod primarne zvezde sistema, dolazi do eksplozije SN i od primarne zvezde ostaje crna rupa (Petrović, 2021). Na osnovu dobijenih masa CO-jezgara izračunate su mase crnih rupa (Belczynski et al., 2008) koje su prikazane u Tabeli 3.1. i za konzervativne i nekonzervativne

## GLAVA 3. DISKUSIJA I ZAKLJUČAK

---

modele. Na osnovu dobijenih rezultata zaključujemo da primarne zvezde modela evoluiraju u crne rupe čije su mase oko  $20 M_{\odot}$ .

Ako sistemi ostanu vezani nakon eksplozije supernove, sastoje se od crne rupe (primarna zvezda) i zvezde glavnog niza (sekundarna zvezda). Ako sekundarna ispuni Rošov oval, počinje nestabilni transfer mase na crnu rupu, što dovodi do formiranja zajedničkog omotača (CE faza). Ako sekundarna zvezda formira masivno helijumsko jezgro pre nego što ponovo ispuni Rošov oval i izbegne kontakt s crnom rupom, eksplodiraće kao supernova, ostavljajući iza sebe neutronsku zvezdu ili crnu rupu. Ukoliko sistem ostane vezan, formira se kompaktni sistem koji može biti emiter gravitacionih talasa (Petrović, 2021).

Tabela 3.1: Mase primarnih i sekundarnih zvezde  $M_1 + M_2$ , mase helijumskih  $M_{1,\text{He}}$  i ugljeničnih  $M_{1,\text{CO}}$  jezgara primarne zvezde, periodi na kraju evolucije  $p_f$  i izračunate mase crnih rupa  $M_{1,\text{BH}}$ , za konzervativne (k) modela sa početnim orbitalnim periodom  $p_i$  od 3, 9 i 10 dana i nekonzervativnih (n) modela sa početnim orbitalnim periodom od 3 do 10 dana.

$p_i$ [d]	$M_1 + M_2$ [ $M_{\odot}$ ]	$p_f$ [d]	$M_{1,\text{He}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$M_{1,\text{CO}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$M_{1,\text{BH}}$ [ $M_{\odot}$ ]	model
3	$26.3 + 63.4$	5.8	24.2	20.3	23.7	k
9	$21.9 + 69.1$	25.1	21.4	17.7	19.7	k
10	$22.8 + 68.1$	25.5	22.5	18.7	20.5	k
3	$26.8 + 44.9$	7.1	24.5	20.6	24.1	n
4	$27.2 + 45.1$	9.2	24.7	20.8	24.5	n
5	$26.1 + 45.2$	12.5	24.6	20.9	23.5	n
6	$27.1 + 44.9$	13.9	24.5	20.6	24.4	n
7	$27.4 + 45.1$	15.9	24.8	20.9	24.7	n
8	$25.1 + 44.9$	20.6	22.5	18.7	22.6	n
9	$23.3 + 45.7$	29.8	22.4	18.6	20.4	n
10	$22.2 + 45.8$	34.7	21.7	17.9	19.9	n

Gravitacioni talasi mogu nastati spajanjem kompaktnih objekata koji se formiraju tokom evolucije masivnih tesnih dvojnih sistema. U Tabeli 3.2 prikazani su gravitacioni talasi posmatrani LIGO i Virgo detektorima, koji su nastali spajanjem crnih rupa, od kojih je jedna komponenta mase od oko  $20 M_{\odot}$ .

### GLAVA 3. DISKUSIJA I ZAKLJUČAK

---

Tabela 3.2: Detekovani izvori gravitacionih talasa kod kojih je bar jedna komponenta crna rupa mase oko  $20 M_{\odot}$ . Reference: 1 - Abbott et al. (2019), 2 - Abbott et al. (2024), 3 - Abbott et al. (2023).

naziv	$M_1 + M_2 [M_{\odot}]$	referenca
GW151012	23+14	1
GW170104	31+20	1
GW170809	35+24	1
GW170814	31+25	1
GW190403_051519	88+22	2
GW190408_181802	25+18	2
GW190413_052954	35+24	2
GW190517_055101	37+25	2
GW190527_092055	37+23	2
GW190630_185205	35+24	2
GW190719_215514	37+21	2
GW190814	23+3	2
GW190828_065509	24+10	2
GW190915_235702	35+24	2
GW190916_200658	44+24	2
GW190925_232845	21+16	2
GW190926_050336	40+23	2
GW190929_012149	81+24	2
GW191127_050227	53+24	3
GW191215_223052	25+18	3
GW200210_092254	24+3	3
GW200302_015811	38+20	3

Zaključujemo da postoji značajan broj detektovanih izvora gravitacionih talasa kod kojih je jedna komponenta sistema crna rupa mase oko  $20 M_{\odot}$ , što je u skladu sa masama crnih rupa formiranih evolucijom primarnih zvezda u našim modelima. Mase sekundarnih komponenti variraju između  $45 M_{\odot}$  i  $69 M_{\odot}$ , što ukazuje na mogućnost da će neki od ovih sistema evoluirati u crne rupe ili neutronske zvezde. Stoga, naši modeli mogu predstavljati potencijalne izvore gravitacionih talasa.

Na osnovu rezultata dobijenih modelovanjem sistema istih početnih masa ( $50 + 45 M_{\odot}$ ) sa različitim početnim orbitalnim periodima (od 3 do 10 dana), utvrdili smo da je granica za transfer mase tipa B 10 dana, kako za konzervativne, tako i za nekonzervativne sisteme. Sistemi sa kraćim početnim periodima evoluiraju kroz transfer mase tipa A. Većina konzervativnih modela evoluira u kontakt, pa takvi sistemi (sa periodom od 4 do 8 dana) nisu kandidati za formiranje dvojnih sistema crnih

### *GLAVA 3. DISKUSIJA I ZAKLJUČAK*

---

rupa. Povećanje početnog orbitalnog perioda kod nekonzervativnih modela dovodi do blagog povećanja mase CO-jezgra. Kod nekonzervativnih modela sa početnim periodom od 3 do 5 dana, masa CO-jezgra raste od  $20.6 M_{\odot}$  do  $20.9 M_{\odot}$ . Dalje povećanje početnog perioda od 5 do 7 dana ne utiče značajno na masu CO-jezgra, ali za najveće periode dolazi do pada mase CO-jezgra za oko  $2 M_{\odot}$ . Duži početni orbitalni period rezultira u dužem orbitalnom periodu pri formiranju CO-jezgra, tj. u fazi neposredno pre eksplozije SN kod primarne zvezde. Da bi se formirao sistem sa dve crne rupe, neophodno je da sistem ostane vezan posle eksplozija SN. Ovo će biti slučaj ako masa izbačena u eksploziji nije suviše velika. Dakle, sistemi sa nekonzervativnim transferom mase imaju veću mogućnost da evoluiraju u dvojni sistem čije su komponente crne rupe, što ih čini potencijalnim izvorima gravitacionih talasa. U budućem radu planirano je da se ispita uticaj različitih početnih masa primarne i sekundarne komponente.

# Literatura

- Abbott R., Abbott T.D., Abraham S. et al., 2021, Physical Review X, **11**, 021053  
Abbott R., Abbott T.D., Acernese, F. et al., 2023, Physical Review X, **13**, 041039  
Abbott R., Abbott T.D., Acernese, F. et al., 2024, Physical Review X, **109**, 022001  
Antoniadis, J., Freire, P.C.C., Wex, N. et al., 2013, Science, **340**, 448  
Belczynski K., Kalogera V., Rasio, Frederic R.A. et al., 2008, ApJS, **174**, 223  
Eggleton, P.P., 1983, ApJ, **268**, 368  
Hansen C.J., Kawaler S.D. & Trimble V., 2004, Springer  
Kippenhahn, R. & Thomas H.-C., 1970, IAU Colloq. 4: Stellar Rotation, 20  
Kippenhahn R., Weigert A. & Weiss A., 2012, Stellar Structure and Evolution, Springer  
Menon A., Langer N., de Mink S.E. et al., 2020, MNRAS, **507**, 5013  
Paxton, B., Bildsten L., Dotter A. et. al., 2011, ApJ, **192**, 3  
Paxton, B., Cantiello, M., Arras P. et al., 2013, ApJ, **208**, 4  
Paxton, B., Marchant P., Schwab J. et al., 2015, ApJ, **220**, 15  
Paxton, B., Schwab J., Evan B.B. et al., 2018, ApJS, **234**, 34  
Petrović J., 2004, Ph.D. Thesis, University of Utrecht  
Petrović J., Langer N., van der Hucht K.A, 2005, A&A, **435**, 1013  
Petrović J., 2021, Eur. Phys.J.D., **75**, 162  
Petrović, J. 2023, SerAJ, **206**, 1  
Pols O.R., 1994, A&A, **290**, 119  
Ritter, H., 1988, A&A, **202**, 93  
Vink J.S., de Koter A. & Lamers H.J.G.L.M., 2001, A&A, **369**, 574  
Ulrich R.K., Burger H.L., 1976, ApJ, **206**, 509  
Wellstein, S., Langer, N., Braun, H., 2001, A&A, **369**, 939

# Biografija autora

Natalija Mladenović rođena je 2.1.2000. godine u Vranju. Završila je gimnaziju „Bora Stanković“ u Vranju. Godine 2018. upisala je Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu, smer Astronomija i astrofizika, koji je završila 2023. godine sa prosekom 8,8. Iste godine upisuje master studije na smeru Astronomija i astrofizika. Od 2022. godine saradnik je Istraživačke stanice Petnica. Od 2023. godine radi kao tehnički operater na Astronomskoj stanicici Vidojevica.