

UNIVERZITET U BEOGRADU
MATEMATIČKI FAKULTET



Marko Grozdanović

FOTOMETRIJSKA POSMATRANJA I
ANALIZA KRIVIH SJAJA TESNIH DVOJNIH
SISTEMA RZ UMI, OQ UMA I LP UMA

master rad

Beograd, 2024.

Mentor:

dr Bojan ARBUTINA, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Članovi komisije:

dr Jelena PETROVIĆ, naučni savetnik
Astronomska opservatorija, Beograd

dr Monika JURKOVIĆ, naučni saradnik
Astronomska opservatorija, Beograd

Datum odbrane: _____

All we have to decide is what to do with the time that is given to us.

— J. R. R. Tolkien

ZAHVALNICA

Ovaj rad nastao je kao rezultat poslediplomskih studija astrofizike na Katedri za astronomiju Matematičkog fakulteta u Beogradu, samostalnog posmatranja na Astronomskoj stanici Vidojevica i istraživanja na Astronomskoj opservatoriji u Beogradu pod mentorstvom dr Gojka Đuraševića. Veliku zahvalnost dugujem Gojku jer bez njegovog rada, iskustva i nesebičnog deljenja znanja ova teza ne bi imala naučnu vrednost. Takođe se zahvaljujem prof. dr Bojanu Arbutini koji je detaljno pročitao rad, dao korisne ispravke i komentare i bio na raspolaganju da odgovori na sva moja pitanja. Zahvaljujem se dr Jeleni Petrović koja me je upoznala sa svetom dvojnih zvezda i njihovom evolucijom, koja je pročitala rad i pružila korisne sugestije. Zahvaljujem se i dr Moniki Jurković na korisnim savetima oko pisanja rada i diskusijama vezanim za posmatranja. Posebno se zahvaljujem izuzetnom čoveku, naučniku i prijatelju dr Branislavu Vukotiću na dugim razgovorima, usmeravanju i savetima. Hvala dr Ani Mitrašinović, na pružanju podrške kad je najpotrebnija. Za kraj, hvala mojim kolegenicama i kolegama koji su sa mnom studirali, posebno Nataliji, Vinki, Lani i Ivanu, bez kojih bi astrofizika bila još teža i verovatno ne ovako zanimljiva.

Naslov master rada: Fotometrijska posmatranja i analiza krivih sjaja tesnih dvojnih sistema RZ UMi, OQ UMa i LP UMa

Rezime: U ovom radu predstavljena su nova visokokvalitetna fotometrijska posmatranja tri tesna dvojna sistema tipa W Ursae Majoris i analizirane njihove krive promene sjaja kako bi se odredili orbitalni i fizički parametri i konstruisao 3D model sistema koristeći programski kod za analizu i modelovanje aktivnih tesnih dvojnih sistema G. Đuraševića.

Rad objedinjuje tri faze koje su potrebne da se dođe do konačnih rezultata: praktični deo koji obuhvata astronomska CCD posmatranja; redukcije dobijenih podataka i diferencijalne fotometrije radi merenja fluksa i konstruisanja krive promene sjaja (diferencijalne magnitude u funkciji heliocentričnog Julijanskog datuma); analize dobijene krive sjaja i izrade 3D modela na osnovu dobijenih parametara.

U odsustvu spektroskopskih posmatranja, za sisteme RZ UMi i OQ UMa efektivne temperature sjajnijih komponenti preuzete su iz kataloga GAIA, a odnosi masa određeni su metodom q -pretrage. Za oba sistema dobijeni su parametri koji do sada nisu bili poznati. Za sistem LP UMa odnos masa je preuzet iz analize sistema drugih autora i dobijen je novi set parametara koji može da se uporedi sa prethodno poznatim parametrima, za koje postoje neslaganja u različitim radovima.

U radu su ispitane hipoteze sa aktivnim površinskim regijama odnosno sa tamnim pegama na primarnoj i sekundarnoj komponenti ili sa svetlim pegama na regiji vrata koje su rezultat magnetske aktivnosti ili kontinuiranog prenosa mase između komponenti, koje bi objasnile različite amplitude maksimuma i skoro podjednake dubine minimuma na krivama sjaja. Analiza potvrđuje da su sva tri sistema tipa W UMa podtipa A, čije su komponente zvezde na glavnom nizu poznih spektralnih klasa. Nakon dobijanja orbitalnih i fizičkih parametara, napravljen je 3D model za različite orbitalne faze. Dobijeni rezultati mogu služiti u daljem ispitivanju ovih sistema i u modelovanju njihove evolucije.

Sadržaj

1	Uvod	1
1.1	Tipovi tesnih dvojnih sistema	4
2	Fotometrijska posmatranja	9
2.1	Kalibracioni snimci i redukcija	10
2.2	Filteri	17
2.3	Posmatranja TDS	18
3	Diferencijalna fotometrija	21
3.1	Aperturna fotometrija	22
3.2	Postupak konstruisanja krive sjaja	23
3.3	Računanje fotometrijske greške	24
4	Modeli aktivnih tesnih dvojnih sistema (TDS)	26
4.1	Efekat refleksije	29
4.2	Gravitaciono potamnjenje	33
4.3	Model TDS sa pegama na komponentama	34
5	Analiza posmatranih eklipsnih TDS	37
5.1	Metod obrnutog zadatka	37
5.2	RZ UMi	42
5.3	OQ UMa	50
5.4	LP UMa	55
6	Diskusija i zaključak	61
	Bibliografija	63

Glava 1

Uvod

Sve zvezde tokom svoje evolucije prolaze kroz faze u kojima menjaju sjaj i boju. Kada su ove promene primetne unutar ljudskog veka, zvezde se nazivaju promenljivim. Te promene mogu biti periodične, delimično periodične ili nepravilne, sa trajanjem od nekoliko minuta do nekoliko stotina godina i mogu biti rezultat same fizike zvezde ili zbog prisustva dodatnih komponenti koje uzrokuju promene sjaja koju detektujemo. Pomoću fotometrijskih metoda, možemo odrediti trajanje, amplitudu i oblik promene krive sjaja.

Čest slučaj promene sjaja je kod određenih vrsta dvojnih sistema. Kod ovakvih sistema razlog promenljivosti je njihovo međusobno orbitalno kretanje. Dvojni zvezdani sistem je onaj u kojem dve zvezde orbitiraju oko zajedničkog centra mase pod dejstvom uzajamne gravitacije obe komponente sistema. Procenjuje se da od 50% do skoro 100% svih zvezda što u okolini Sunca ili dalje u Galaksiji čine dvojni ili generalno višestruki sistemi (Abt, 1983), gde se orbitalni periodi kreću od 11 minuta do 10^6 godina (Podsiadlowski, 2014). Najveći broj dvojnih zvezda su sistemi gde su komponente sistema dosta udaljene jedna od druge tako da i nema fizičke interakcije pa obe komponente evoluiraju suštinski kao posebna zvezda (Podsiadlowski, 2014). Međutim, postoji veliki deo zvezdanih sistema sa orbitalnim periodom manjim od 10 godina, gde su zvezde tako blizu jedna drugoj da dolazi do transfera mase sa jedne komponente na drugu, što menja strukturu obe zvezde i njihovu dalju evoluciju. Astrometrijska, fotometrijska ili spektroskopska posmatranja su neophodna da bi se odredilo koje su zvezde fizički dvojne ili višestruke a koje se samo prividno vide kao dvojne u istom pravcu posmatranja, bez da su gravitaciono povezane i da imaju zajedničke fizičke karakteristike (takozvani optički parovi).

Po tome kako ih posmatrač vidi, prema načinu detektovanja i njihovom uzajam-

nom položaju, mogu se razlikovati vizuelno dvojne, spektroskopski dvojne i eklipsno dvojne gde se često izdvaja posebna grupa tesnih dvojnih sistema (TDS) kod kojih su dimenzije komponenata i njihovo međusobno rastojanje uporedivi. U zavisnosti da li ispunjavaju Rošov oval, tesno dvojne se dalje mogu podeliti na tri podgrupe: razdvojene, polukontaktne i kontaktne dvojne sisteme (Kopal, 1978).

Ako su dve komponente sistema dovoljno udaljene na nebu da su međusobno razlučive, sistem se naziva vizuelno dvojnim. Astrometrijom, ponekad tokom jednog ili više vekova može se otkriti njihova orbita, jer one koje mogu biti razlučive imaju duge periode. Samo za sisteme unutar približno 5 pc od Sunca razdvojenost od $0.2''$ može odgovarati periodu kraćem od približno jedne godine (Eggleton, 2006). Ako je kretanje samo jedne zvezde vidljivo, sistem se naziva astrometrijski dvojnim (eng. *astrometric binary*).

Sistemi mogu biti prepoznati kao spektroskopski dvojni ukoliko pokazuju varijacije radijalne brzine u spektru, odnosno gde periodični Doplerovi pomaci, zbog orbitalnog kretanja komponenata, mogu biti detektovani u jednoj ili više spektralnih linija. U zavisnosti da li ovi Doplerovi pomaci mogu biti registrovani samo za jednu ili obe komponente, sistemi će biti nazvani jednostruki ili dvostruko spektroskopski dvojni.

Eklipsne dvojne su zvezde kod kojih se sjaj periodično menja na način koji je u skladu sa orbitalnim kretanjem komponenata, odnosno kod kojih je orbitalna ravan sistema gotovo bočno u odnosu na Zemlju, tako da dok se zvezde kreću oko zajedničkog centra mase, dešavaju međusobna neizmenična pomračenja. Kao rezultat pomračenja fotometrijski se registruju pravilne promene sjaja tj. promene magnituda u toku vremena. Dobija se dijagram koji se naziva kriva promene sjaja. Analizom krive sjaja može se dobiti niz informacija o dvojnem sistemu: o vrsti pomračenja, inklinaciji orbitalne ravni, radijusu i masama komponenata, periodu revolucije, odnosu efektivnih temperatura, obliku i orijentaciji orbite, njihovoj separaciji, kao i da se na osnovu dobijenih parametara napravi model samog sistema i ispita evolucija zvezda s obzirom da komponente u dvojnim sistemima imaju zajedničko poreklo. Kod ovakvih krivih sjaja, mogu se primetiti dve vrste minimuma, koji nastaju usled primarnog ili sekundarnog pomračenja. Odnosi poluprečnika i inklinacija dolaze prvenstveno iz trajanja i oblika primarnog i sekundarnog minimuma, a temperatura iz njihovih relativnih dubina. Primarno pomračenje se dešava kada svetlija komponenta bude pomračena od strane manje sjajne komponente dok je sekundarno pomračenje kada manje sjajna komponenta bude zasenjena od svetlije komponente.

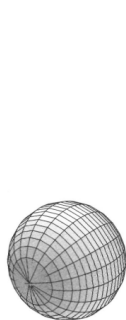
Ako je jedna zvezda dosta manjeg sjaja od druge, sekundarno pomračenje možda neće biti lako uočljivo posmatračima. Sekundarno pomračenje se može desiti tačno između primarnih pomračenja, ako su orbite dve zvezde kružne, a kod eliptičnih biće pomereno u zavisnosti od samog oblika orbite odnosno njenog ekscentriciteta. Vreme između dva uzastopna primarna minimuma naziva se orbitalni period sistema i nije nužno konstantan. Ako su zvezde blizu jedna druge, period se može menjati zbog prenosa mase između dve zvezde. Male promene u periodu se mogu akumulirati tokom vremena, tako da vremena pomračenja koja se posmatraju jasno variraju u odnosu na predviđeno vreme pomračenja. Eklipsno dvojne zvezde su obično i spektroskopski dvojne, ali ne važi i obrnuto. Ovo je zato što su eklipse verovatne samo u sistemima gde je poluprečnik jedne zvezde oko 10% njihovog međusobnog rastojanja ili ako je inklinacija tj. nagib orbitalne ravni vrlo bliska vrednosti $i \approx 90^\circ$ (Arbutina, 2009), dok ne postoji takvo ograničenje za promene radijalne brzine.

Većina eklipsnih dvojnih zvezda su tesni dvojni sistemi. U tesnim dvojnim sistemima zvezde mogu odstupati od sfernog oblika zbog kombinovanih gravitacionih i centrifugalnih efekata, što može dovesti do merljivih varijacija sjaja čak i kada ne dolazi do pomračenja, a koja se na krivoj sjaja vidi kao blaga zakrivljenost između eklipsi. Moguć je i efekat refleksije ako je npr. primarna mnogo toplija od sekundarne komponente, tako da hemisfera sekundarne koja je okrenuta prema primarnoj može biti znatno svetlija od hemisfere sa druge strane, što dovodi do varijacije sjaja koja takođe ne mora nužno uključivati pomračenje. Moguće je i da zvezde u tesnim dvojnima međusobno hidrodinamički i hidromagnetički interaguju, pojavom gasnih struja i zvezdanih pega na svojim površinama, što se takođe odražava na oblik krive sjaja u vidu blage asimetrije i promene krive tokom epoha.

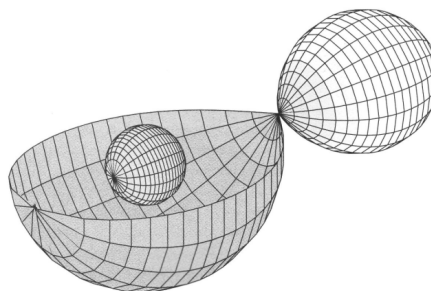
Sve ove efekte treba pažljivo proučiti i analizirati na primerima konkretnih krivih sjaja tesnih dvojnih sistema, što je i cilj ovog rada. U poglavljima koja slede biće prikazana podela tesnih dvojnih sistema, način na koji se oni fotometrijski posmatraju savremenim teleskopima i CCD kamerama, kako se dobijeni „sirovi“ snimci pripremaju za merenje fluksa radi konstruisanja krive promene sjaja i na kraju kako se analizira kriva i pravi 3D model sistema.

1.1 Tipovi tesnih dvojnih sistema

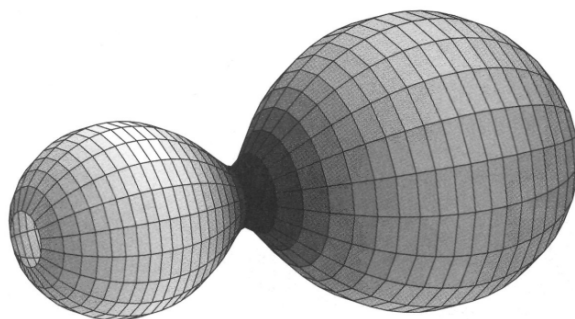
Klasifikacija koja je nastala analizom fotometrijskih krivih sjaja tesnih dvojnih sistema (Kopal, 1978), zajedno sa rezultatima spektroskopskih posmatranja u cilju određivanja radijalnih brzina, odnosa mase, separacije i temperature, daje tri moguća tipa tesnih dvojnih sistema na osnovu potpunosti njihovih Rošovih ovala. Ovi sistemi se mogu podeliti na razdvojene (eng. *detached*), polukontaktne (eng. *semidetached*) i kontaktne sisteme (eng. *contact binaries*) kod kojih su dimenzije komponentata i njihovo međusobno rastojanje uporedivi. Kod razdvojenih sistema zvezde se nalaze unutar svojih Rošovih ovala (Slika 1.1), koji definiše maksimalnu zapreminu koju svaka od zvezda može da zauzme. Kod polukontaktnih jedna zvezda ispunjava svoj Rošov oval dok se druga nalazi unutar ovala (Slika 1.2), a ukoliko obe ispunjavaju ili čak prepunjavaju svoje ovala reč je o kontaktnim sistemima (Slika 1.3).



Slika 1.1: Razdvojen sistem



Slika 1.2: Polukontaktni sistem

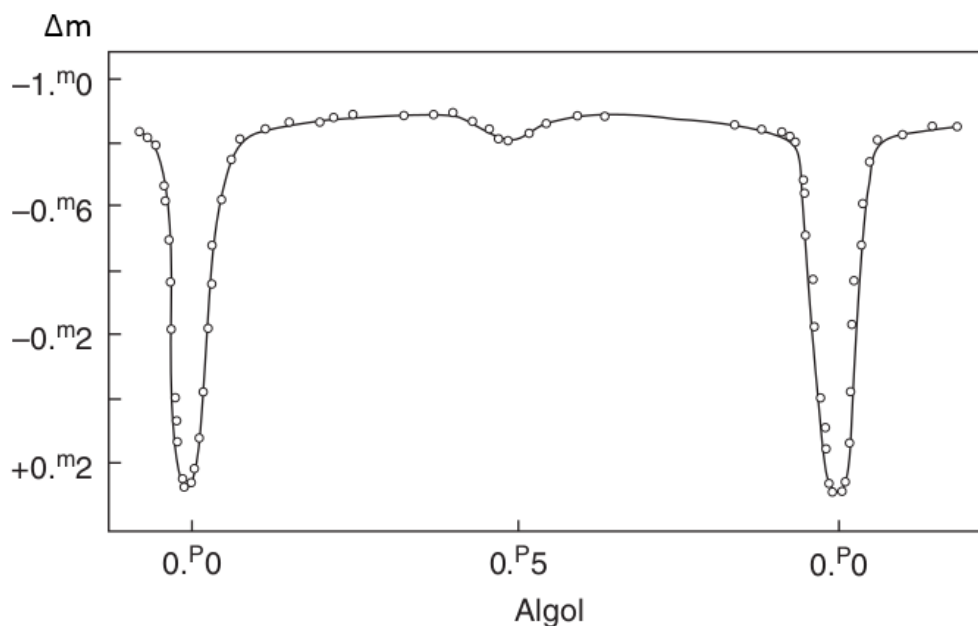


Slika 1.3: Kontaktni sistem

Na osnovu izgleda krive sjaja i fizičkih karakteristika komponenata u sistemu, tesno dvojne zvezde mogu se podeliti na 3 osnovna tipa prema tri prototipa: Algol (EA), Beta Lyrae (EB) i W Ursae Majoris (EW) (Hilditch, 2001). Zvezde koje imaju izražene pege na komponentama, odnosno čija je fotosferska aktivnost izažena tako da vodi ka asimetriji krive sjaja su zvezde tipa RS Canuum Venaticorum (RS CVn). Fotosferska aktivnost je generalno moguća na svim zvezdama sa konvektivnim motačima, tako da se ovaj tip ne klasifikuje kao poseban.

Zvezde tipa Algola (EA)

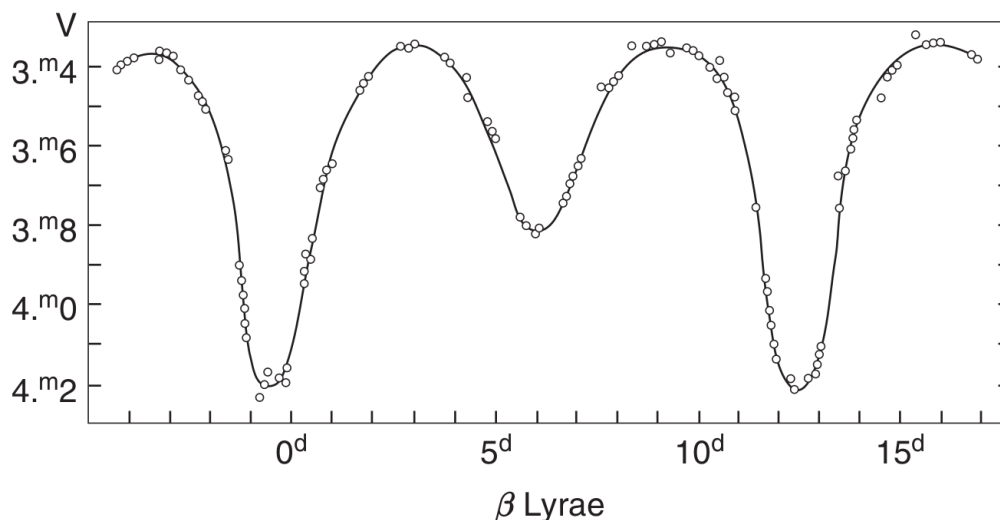
Dvojne zvezde nazvane po sistemu Algol (β Persei), karakteristične su po relativno linearnim krivama sjaja između pomračenja i oštrim minimumima tokom pomračenja (Slika 1.4). Pomračenja mogu biti veoma plitka (stoti deo magnitude) ako su delimična, i prilično duboka kad su totalna (nekoliko magnituda). U pojedinim slučajevima, sekundarno pomračenje može biti previše plitko da bi bilo merljivo, npr. kada je jedna zvezda vrlo hladna, ili potpuno odsutno, ako je veoma ekscentrična orbita. Ovakva pomračenja nastaju kod gotovo potpuno sfernih komponenata sistema gde je primarna komponenta masivna zvezda na glavnom nizu a sekundarna manja i hladnija, obično klase subdžina ili džina, pa je zbog toga značajna i njihova razlika u temperaturi, što se vidi kod dubine primarnog minimuma. Međutim, kod velikog broja EA sistema evolutivni stadijum može biti raznolik, pa tako je moguće naći sisteme gde su obe zvezde sa glavnog niza bilo kog spektralnog tipa od O do M; zvezde kod kojih su jedna ili obe komponente evoluirale ali nisu popunile Rošov oval; sisteme sa jednom stabilnom ne-evoluiralom zvezdom dok druga ispunjava svoj Rošov oval i uzrokuje prenos mase; sisteme kod kojih je jedna vrući subpatuljak ili beli patuljak kao i sisteme gde obe komponente nisu evoluirale. Iz svega ovoga vidimo da ove zvezde ne moraju biti slične sistemu Algol i da uglavnom nisu. Orbitalni periodi ovih sistema variraju od vrlo kratkih do veoma dugih i mogu se tačno odrediti merenjem oštih pomračenja.



Slika 1.4: Kriva promene sjaja tesno dvojnog sistema Algol (Budding and Demircan, 2007)

Zvezde tipa β Lyrae (EB)

Nazvani po prototipskom sistemu β Lyrae, ovi sistemi karakterišu se kontinuiranim promenama u sjaju, bez ravnih delova između pomračenja sa različitim amplitudama minimuma (Slika 1.5). Kontinuirane promene nastaju zbog elipsoidnih oblika zvezda budući da su komponente ekstremno blizu jedna drugoj ali ne u kontaktu. Zbog blizine prisutan je i značajan transfer mase s jedne na drugu komponentu što dovodi do varijacija u dužini perioda. Najčešće su zvezde glavnog niza, spektralnog tipa B ili A, sa sinhronom rotacijom zbog plimskih efekata. Čest je slučaj da sekundarna manje masivna zvezda bude klase subdžina. Generalno obe zvezde imaju mase i prečnike mnogo veće od Sunca. U tipičnom EB sistemu, jedna zvezda je ispunila svoj Rošov oval i prenosi masu na svog pratioca. Ovaj prenos mase stvara akrecioni disk oko zvezde koja prima masu, što može značajno doprineti sjaju sistema, pogotovo u X delu spektra. Krive promene sjaja ovih sistema su složene i mogu pokazivati karakteristike kao što su promenljive dubine pomračenja, varijabilnost van pomračenja i spektralne varijacije zavisne od faze. Takođe ne moraju biti fizički slične sistemu β Lyrae.



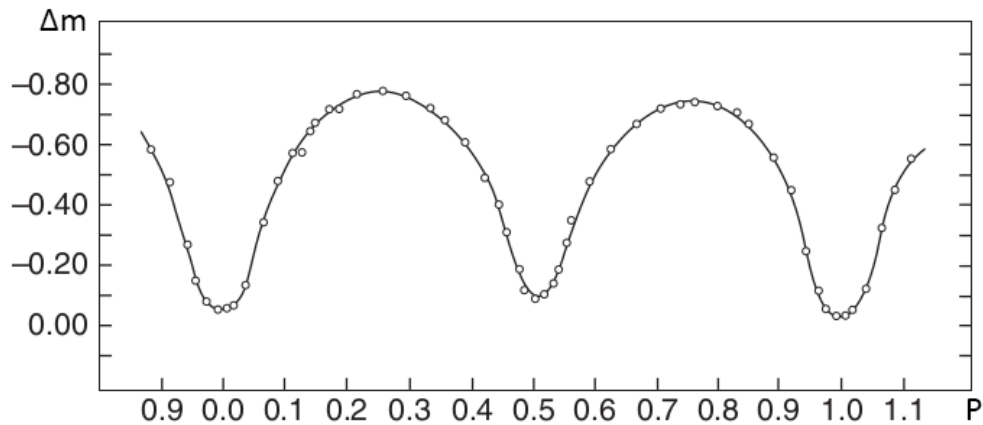
Slika 1.5: Kriva promene sjaja tesno dvojnog sitema β Lyrae (Budding and Demircan, 2007)

Zvezde tipa W Ursae Majoris (EW)

Nazvane po prototipu W Ursae Majoris (W UMa), tesno dvojne tipa EW su karakteristične po neprekidnim promenama sjaja (Slika 1.6) tokom pomračenja i veoma jakih gravitacionih efekata koji dovode do elipsoidnih površina sa varirajućom gravitacijom i sjajem. Primarni i sekundarni minimum na krivama sjaja su gotovo jednakih amplituda, periodi su kratki u rasponu od 7 sati do jednog dana. Komponente dolaze u kontakt kada masivnija i samim tim komponenta koja brže evoluiru, ispuni Rošov oval i prebaci veliku količinu materije na svog saputnika, koji nakon toga ispuni svoj Rošov oval, tako da se formira zajednički konvektivni omotač. Prisustvo zajedničkog omotača, utiče na dinamiku i evoluciju sistema. Čak i za male odnose masa, temperature komponenti su obično približno jednake (sa razlikama reda veličine od 100 K) (Lucy, 1968) zbog prisustva transfera mase s jedne na drugu komponentu, što dovodi i do promena u orbitalnom periodu i drugim fizičkim karakteristikama sistema. Kontinuirane promenama sjaja koje su rezultat elipsoidnih varijacija, minimumi skoro jednakih dubina i maksimumi koji nisu uvek simetrični su karakteristični za njihove krive sjaja. Razlika u amplitudi maksimuma sjaja, nazvana *O'Connell*-ov efekat (O'Connell, 1951), uzrokovana je nehomogenošću u raspodeli površinskog sjaja na jednoj ili obe zvezde i povezana je sa tamnim pegama magnetnog porekla. Prisustvo pega na njihovim površinama je čest slučaj

i može dovesti do varijacija u krivama sjaja, iz kojih se može doći do informacija o magnetnoj aktivnosti i diferencijalnoj rotaciji komponenata.

Mogu se razlikovati dve potklase: sistemi A-tipa i W-tipa. Tip A se nalazi među masivnijim zvezdama ranijeg spektralnog tipa od A do F, gde je kod primarnog (dubljeg) minimuma pomračena masivnija primarna komponenta. Manja zvezda može imati nešto nižu površinsku temperaturu ali to nije uvek slučaj. Među manje masivnim sistemima podtipa W nalaze se zvezde kasnijeg spektralnog tipa od G do K, kod kojih je tokom primarnog minimuma pomračena sekundarna, manje masivna komponenta. Često je slučaj da ova manje masivna sekundarna komponenta bude veće efektivne temperature nego primarna. Sa svojim specifičnim svojstvima, kontaktne dvojne zvezde tipa W UMa čine posebnu grupu objekata koji su laki za detekovanje i identifikaciju zbog velikih amplituda varijacija svetlosti koje dosežu jednu magnitudu i kratkih orbitalnih perioda, tako da je dovoljno kratkoročno praćenje.



Slika 1.6: Kriva promene sjaja tesno dvojnog sistema W UMa (Budding and Demircan, 2007)

Glava 2

Fotometrijska posmatranja

Kada posmatramo nebeske objekte, najosnovnija stvar koju možemo izmeriti je količina elektromagnetnog zračenja koja dolazi do nas od tih objekata, što nazivamo fluksom. Obično, fotometrija podrazumeva merenje fluksa kroz različite opsege talasnih dužina svetlosti. Kada izmerimo ukupan fluks i imamo neku procenu udaljenosti do tog objekta, možemo izračunati njegovo ukupno energetske zračenje, odnosno luminioznost. Ovo nam, zauzvrat, omogućava da saznamo više o temperaturi objekta, njegovoj veličini i drugim fizičkim svojstvima.

Da bi se izvršila precizna naučna merenja i omogućilo poređenje rezultata sa različitim snimaka i rezultata dobijenih različitim teleskopima i kamerama, važno je analizirati sirove podatke. Astronomska slika je dvodimenzionalna matrica brojeva (Howell, 2006). U idealnom slučaju, vrednost svakog piksela (gde je piksel jedan element matrice) bila bi direktno proporcionalna količini svetlosti koja je pogodila piksel. Praktično to nije slučaj. Broj koji je skladišten u neobrađenoj astronomskoj slici direktno sa teleskopa naziva se „analogno digitalna jedinica“ (eng. *analog to digital unit*, ADU) ili *count*, jer kamera interno pretvara analogni napon u svakom pikselu u numeričko brojanje. Signali od interesa su oni generisani fotoelektričnim efektom kada foton pogodi detektor. Takvi posmatrački podaci se čuvaju u standardnom formatu za astronomske podatke poznat kao FITS (eng. *Flexible Image Transport System*). Digitalne slike se sastoje od pojedinačnih piksela, pri čemu je osvetljenost svakog piksela predstavljena brojem. FITS slike čuvaju osvetljenost svakog piksela kao 16-bitni broj, što omogućava raspon od 65.536 različitih nivoa osvetljenosti, gde 0 predstavlja potpuno crni piksel a najveći brojevi bele piksele. Mogućnost pokrivanja tako širokog raspona nivoa osvetljenosti je važno za astronomske slike, zbog zvezda koje su svetli objekti pa su samim tim predstavljeni visokim vrednostima

u svakom pikselu, naspram veoma tamne pozadine koja je predstavljena pikselima sa veoma niskim vrednostima. Pozadina jeste tamna, ali ne potpuno crna. Ovo je posebno evidentno pri podešavanju osvetljenosti i kontrasta, gde se može uočiti da su pikseli pozadine tamno sivi umesto potpuno crni. To znači da njihove vrednosti piksela nisu tačno nula. Da bi se izvukle informacije od interesa iz astronomskih slika, potrebno je snimiti kalibracione snimke da bi se uradila redukcija dobijenih sirovih slika.

2.1 Kalibracioni snimci i redukcija

Sirova CCD slika se sastoji od piksela čija vrednost se može izračunati na sledeći način:

$$s(x, y) = B(x, y) + tD(x, y) + tG(x, y)I(x, y) + \text{noise} \quad (2.1)$$

gde je $B(x, y)$ *bias* vrednost svakog piksela, t vreme ekspozicije, $D(x, y)$ tamna struja, $G(x, y)$ senzitivnost piksela i $I(x, y)$ svetlosni fluks koji dopire do piksela (Corlan, 2004). Vrednost šuma (eng. *noise*) je nasumična i uvek prisutna.

Da bi se odredio svetlosni fluks I koji nam je zapravo od interesa, potrebno je proceniti B , D i G čije se vrednosti dobijaju iz kalibracionih snimaka: *bias*, *dark current*, *flat field*. Sa poznatim vrednostima B , D i G jednačina se može rešiti po I .

***Bias* signal**

Offset napon, nazvan *bias*, primenjuje se na CCD čip kako bi se osiguralo da nema negativnih brojeva tokom očitavanja tj. da nijedan piksel nema vrednost nula, jer to može izazvati probleme u kasnijoj statističkoj analizi slike. Postoje male varijacije u vrednosti *biasa* preko čipa, a mogu postojati i male varijacije u nivou *biasa* tokom vremena. Čak i bez osvetljenja i sa nultom ekspozicijom, pikseli na slici će imati prosečan odbroj reda nekoliko stotina. To je pozadinski nivo signala i on je uvek prisutan pa se mora uzeti u obzir prilikom obrade slike kako se ne bi pogrešno tumačio kao stvarni signal. Konačna slika za analizu treba sadržati samo signal sa objekta pa se šum koji je rezultat elektronike kamere mora ukloniti. Zbog toga se pravi *bias* snimak, koji je praktično snimak nulte ekspozicije sa zatvorenim otvorom (eng. *shutter*) kamere. Uzima se najmanje 10 *bias* frejmova od kojih se pravi jedan *master bias* koji je srednja vrednost ili medijana vrednosti svih piksela *bias* frejmova. *Bias* frejmovi nisu potrebni ukoliko je ekspozicija *dark* frejma ista kao ona kod *light*

frejmova, jer su *biasi* sadržani u *dark* frejmu. Oni se koriste kada imamo „skalirane“ *dark* frejmove, odnosno frejmove sa različitom ekspozicijom od samih *light* snimaka i u tom slučaju se oduzimaju od *dark* frejma.

Ukoliko snimimo frejmove nulte ekspozicije sa zatvorenim otvorom kamere odnosno da je $t = 0$ i $I(x, y) = 0$, iz jednačine (2.1) dobijamo:

$$b(x, y) = B(x, y) + \text{noise}.$$

Da procenimo $B(x, y)$ možemo zapisati:

$$\tilde{B}(x, y) \cong b(x, y).$$

Koristimo \tilde{B} jer možemo samo da procenimo vrednost za B , zbog šuma. Ukoliko usrednjimo nekoliko *bias* frejmova možemo se približiti vrednosti B , jer relativni doprinos šuma opada sa kvadratnim korenom broja usrednjenih frejmova:

$$\tilde{B}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_i b_i(x, y). \quad (2.2)$$

Ovo se zove *master bias* frejm.

Tamna struja (eng. *dark current*)

Odbroj (eng. *Counts*) može biti generisan u pikselu zbog termičkog kretanja elektrona u CCD kameri. Zbog toga se sa zatvorenim otvorom kamere snimaju *dark* frejmovi koji otkrivaju termalnu aktivnost čipa kamere koja generiše električne signale i pri odsustvu svetla. Ona direktno zavisi od temperature, pa se zbog toga kamere hlade na nisku temperaturu. Količina osvetljenih piksela nastalih tamnom strujom na slici takođe zavisi od vremena ekspozicije. Kod dugih ekspozicija, termalna aktivnost se akumulira i može se videti kao prisustvo svetlijih tačaka na snimku. Deo piksela mogu da budu i „vrući“ pikseli (eng. *hot pixels*) tako da je njihova tamna struja mnogo veća od ostalih piksela. Tipična vrednost osvetljenih piksela tamnom strujom iznosi 0.1 electrons/pixel/second ili manje. Položaji i vrednosti vrućih piksela obično su stabilni tokom dužih perioda, što olakšava uklanjanje njihovog efekta putem oduzimanja *dark current* frejma od *light* frejma. Snima se najmanje 10 *dark current* frejmova sa ekspozicijom od 5 sekundi koji služe za kalibrisanje *flat field* slika, kao i najmanje 10 *dark* frejmova ekspozicija koje su potrebne za korekciju *light* snimaka. Od njih se pravi *master dark* koji je srednja vrednost ili medijana vrednosti svih piksela *dark* frejmova koji se oduzima od *light* frejmova.

Ukoliko uzmemo duže ekspozicije sa zatvorenim otvorom kamere, odnosno ako je $t \neq 0$ i $I(x, y) = 0$ dobijamo *dark* frejmove:

$$d(x, y) = B(x, y) + t_{\text{dark}}D(x, y) + \text{noise}.$$

Odavde, da bismo dobili procenu tamne struje oduzimamo *bias* iz jednačine (2.2) i podelimo sa vremenom ekspozicije:

$$\tilde{D}(x, y) = \frac{d(x, y) - \tilde{B}(x, y)}{t_{\text{dark}}}.$$

Kao i za *bias*, da bi smanjili doprinos šuma usrednjavamo nekoliko *dark* frejmova:

$$\tilde{D}(x, y) = \frac{1}{t_{\text{dark}}} \frac{1}{M} \sum_i d_i(x, y) - \tilde{B}(x, y),$$

odakle je:

$$t_{\text{dark}}\tilde{D}(x, y) = \frac{1}{M} \sum_i d_i(x, y) - \tilde{B}(x, y).$$

Označimo sa \tilde{D}' *master dark* od kojeg je oduzet *bias*, tj.

$$\tilde{D}'(x, y) = t_{\text{dark}}\tilde{D}(x, y).$$

Odatle je:

$$\tilde{D}(x, y) = \frac{\tilde{D}'(x, y)}{t_{\text{dark}}}.$$

Ukoliko imamo *data* (*light*) frejm sa vremenom ekspozicije $t_{\text{data}} \neq 0$, prva dva člana u jednačini (2.1) se mogu proceniti iz *master dark* frejma \tilde{D}_M :

$$\begin{aligned} \tilde{D}_M(x, y) &= \tilde{B}(x, y) + t_{\text{data}}\tilde{D}(x, y), \\ \tilde{D}_M(x, y) &= \tilde{B}(x, y) + t_{\text{data}} \frac{\tilde{D}'(x, y)}{t_{\text{dark}}}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Ako imamo *data* frejmove koji su podjednake ekspozicije kao *dark* frejmovi, odnosno $t_{\text{data}} = t_{\text{dark}}$, onda sledi :

$$\begin{aligned} \tilde{D}_M(x, y) &= \tilde{B}(x, y) + \tilde{D}'(x, y), \\ \tilde{D}_M(x, y) &= \tilde{B}(x, y) + t_{\text{dark}}\tilde{D}(x, y), \end{aligned}$$

a kako je

$$t_{\text{dark}}\tilde{D}(x, y) = \frac{1}{M} \sum_i d_i(x, y) - \tilde{B}(x, y),$$

sledi:

$$\tilde{D}_M(x, y) = \tilde{B}(x, y) + \frac{1}{M} \sum_i d_i(x, y) - \tilde{B}(x, y),$$

što daje:

$$\tilde{D}_M(x, y) = \frac{1}{M} \sum_i d_i(x, y). \quad (2.4)$$

pa nam *master bias* frejm nije ni potreban.

U prvom slučaju kad je $t_{\text{data}} \neq t_{\text{dark}}$, oduzimanje *bias* i *dark* frejma će doprineti šumu za vrednost od:

$$\sigma_{DB} = N_R \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{1}{M} \left(\frac{t_{\text{data}}}{t_{\text{dark}}} \right)^2},$$

dok u drugom, kad su ekspozicije jednake, se doprinos šuma se svodi na:

$$\sigma_D = N_R \sqrt{\frac{1}{M}}.$$

Flat field

Svaki detektor sa površinom pokazuje razlike među pikselima, tako da nisu svi piskeli podjednako osetljivi na svetlost. Ove razlike su delimično zbog promena u osetljivosti na različitim mestima na detektoru, a delimično posledica toga kako optički uslovi u teleskopu i dodatnim optičkim komponentama utiču na osvetljenje čipa. Vinjetiranje tj. zatamnjenje blizu uglova, kao i prašina na optičkim elementima poput filtera, staklenog prozora koji pokriva CCD, i samog CCD čipa, mogu blokirati određenu količinu svetlosti. Standardna metoda za proveru ovih razlika je izlaganje čipa ujednačenom niskom nivou osvetljenja i zatim ispitivanje varijacija među pikselima. Alternativno, može se koristiti difuzno osvetljena bela tabla (tzv. „dome flat“).

Kada se pravi *flat field* slika, svaki piksel treba da dobije dovoljno svetla da bi se postigao dobar odnos signala prema šumu, ali ne toliko da se izgubi linearni odgovor senzora. Generalno to osvetljenje treba biti nešto manje od polovine maksimalnog kapaciteta piksela. *Flat field* snimci omogućavaju izračunavanje faktora korekcije za svaki piksel tako da svi daju istu vrednost kada su izloženi istoj količini svetla za određeni optički put. Da bi se dodatno povećao odnos signala prema šumu, pravi se *master flat* slika. Neki izvori varijacija u *flat field* slici mogu biti privremeni, što vodi do potrebe za pravljnjem *flat field* slika svake noći. Takođe, nije neuobičajeno

da se *flat field* slike menjaju i tokom noći, pa može biti korisno koristiti različite slike za večernja i jutarnja posmatranja. *Flat* frejmovi omogućavaju matematičko uklanjanje tih nepravilnosti, tako što se *data* snimak podeli *flat* snimkom, da dobijamo glatku i ravnomerno osvetljenu sliku. Rade se u svim dostupnim filterima na uniformno osvetljenom nebu, tokom građanskog sumraka, tj. nekoliko minuta nakon zalaska i u zoru pre izlaska Sunca.

Da bismo matematički predstavili proces dalje redukcije, iz jednačine (2.1) nakon određivanja B i D ostaje nam da se proceni vrednost za G . Da bi se ovo postiglo, na ravnomerno osvetljenom nebu bez oblaka u toku sumraka snimamo nekoliko *flat field* frejmova:

$$f(x, y) = B(x, y) + t_{\text{flat}}D(x, y) + t_{\text{flat}}G(x, y)L + \text{noise},$$

gde je L svetlosni fluks koji dopire do svakog piksela, za koji je pretpostavljeno da je jednak preko celog frejma. Potrebno je izračunati *master dark* frejm za *flat field* frejmove $D_M^F(x, y)$ i oduzeti ga od *flat* frejmova koje čini:

$$f'(x, y) = f(x, y) - D_M^F(x, y) = t_{\text{flat}}G(x, y)L + \text{noise}.$$

Da smanjimo doprinos šuma, usrednjujemo nekoliko *flat* frejmova i dobijamo *master flat* frejm:

$$\tilde{F}_M(x, y) = \frac{1}{N} \sum_i f'(x, y) = \frac{1}{N} \sum_i f(x, y) - D_M^F(x, y). \quad (2.5)$$

Varijacije senzitivnosti možemo usrednjiti tako da je:

$$G(x, y) = \bar{G}g(x, y),$$

gde je srednja vrednost od $g(x, y)$ preko celog frejma jednaka 1. Kako je

$$\frac{1}{N} \sum_i f(x, y) - D_M^F(x, y) = t_{\text{flat}}G(x, y)L + \text{noise},$$

sledi:

$$\tilde{F}_M(x, y) = t_{\text{flat}}\bar{G}g(x, y)L. \quad (2.6)$$

Uzimamo prosečnu vrednost of $\tilde{F}_M(x, y)$ po celom frejmu:

$$\bar{F} = \sum_x \sum_y t_{\text{flat}}\bar{G}g(x, y)L = t_{\text{flat}}\bar{G}L \sum_x \sum_y g(x, y) = t_{\text{flat}}\bar{G}L.$$

Deljenjem jednačine (6) sa \bar{F} , dobijamo normalizovanu *master flat field* sliku:

$$\frac{F_M(x, y)}{\bar{F}} = g(x, y). \quad (2.7)$$

Redukcija naučnih (*data* ili *light*) snimaka

Kada imamo *master dark* i *master flat* frejmove, možemo kalibrisati *data* frejmove čiju vrednost piksela čine sledeći faktori:

$$s(x, y) = B(x, y) + t_{\text{data}}D(x, y) + t_{\text{data}}\bar{G}g(x, y)I(x, y) + \text{noise}.$$

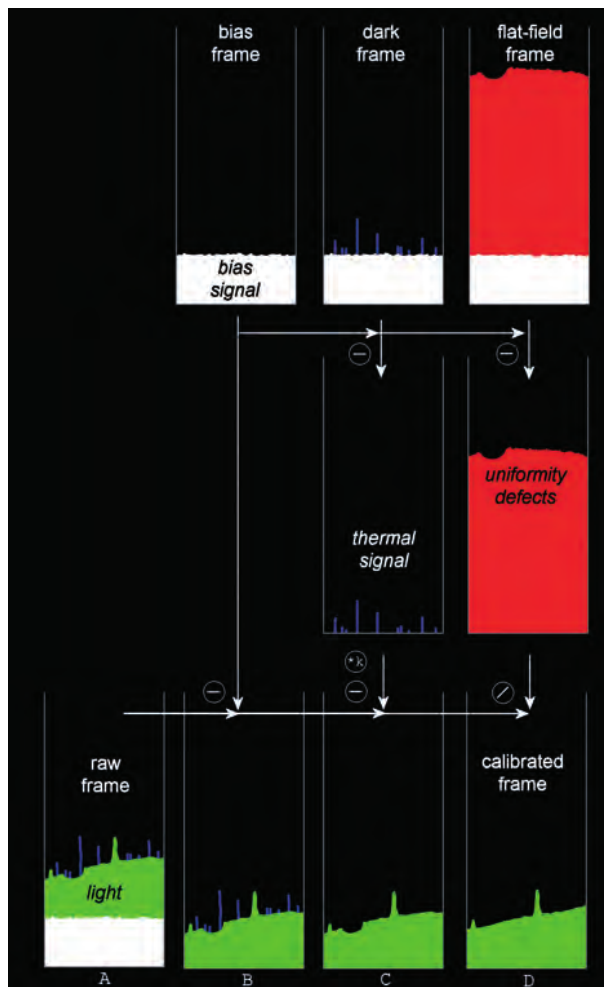
Oduzimamo *master dark* iz jednačine (2.3) i delimo normalizovanim *master flat* frejmom iz jednačine (2.7). Dobijamo:

$$\frac{\bar{F}}{\tilde{F}_M(x, y)}[s(x, y) - \tilde{D}_M(x, y)] = t_{\text{data}}\bar{G}I(x, y) + \text{noise},$$

pa je odatle traženo $I(x, y)$ jednako:

$$I(x, y) = \frac{1}{\bar{G} \cdot t_{\text{data}}} \frac{\bar{F}}{\tilde{F}_M(x, y)} [s(x, y) - \tilde{D}_M(x, y)]. \quad (2.8)$$

Na Slici 2.1 je prikazan ceo izloženi postupak kalibrisanja. Posmatrački podaci koji su dobijeni za ovaj rad su kalibrisani opisanom procedurom redukcije koristeći softver PIXINSIGHT (Keller, 2018).

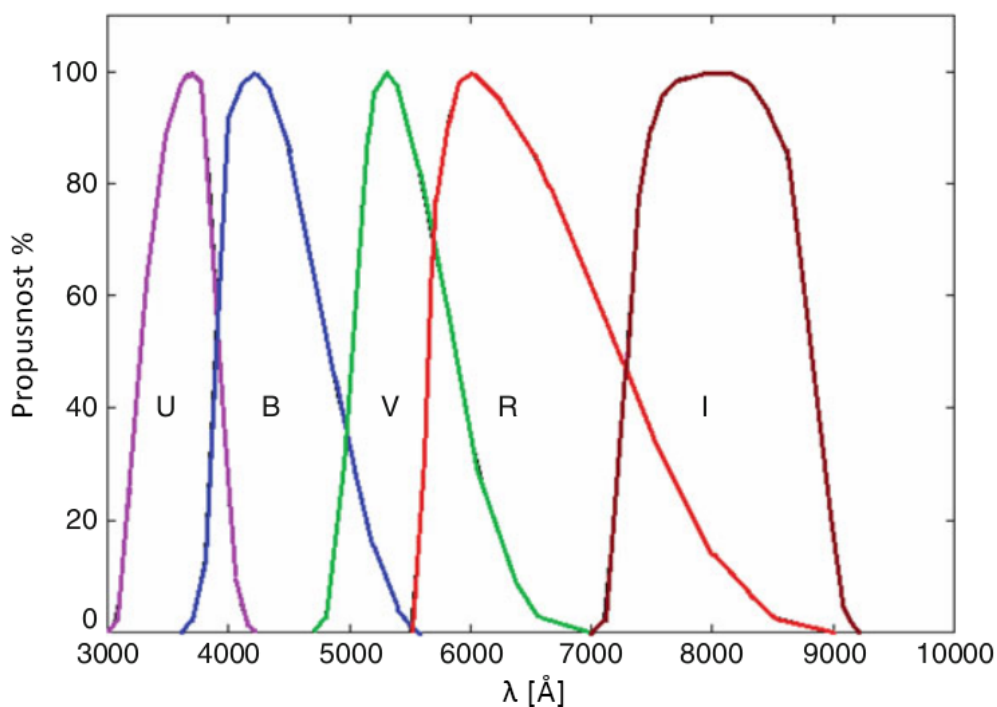


Slika 2.1: Postupak redukcije snimaka: kolona A sadrži sirovi snimak (eng. raw frame) kojeg čine *bias* signal (belo), termalni signal (topli pikseli, plavo) i optički signal (prikazan zelenom) koji je sastavljen od pozadinskog šuma tj. osvetljenosti neba i u ovom slučaju, od dve zvezde, uz dodatak senki čestica prašine (mala udubljenja levo) i nešto vinjetiranja. U koloni B, *bias* signal je oduzet od sirovog snimka. U koloni C, termalni signal je takođe eliminisan nakon oduzimanja bias signala iz *dark* frejma i skaliranja koeficijentom k . U koloni D, senke prašine i vinjetiranje su uklonjeni deljenjem *flat field* snimkom, nakon oduzimanja *dark* frejma uključenog u *flat field* frejme (svetlosni signal u crvenoj boji) (Legault, 2014). Rezultat je kalibrisani snimak koji se kao takav dalje koristi u fotometrijskoj analizi.

2.2 Filteri

Fotometrija se može smatrati spektroskopijom niske rezolucije. Kada se meri sjaj zvezde kroz različite filtere i detektore, zapravo se izoluju delovi spektra objekta pa je važno znati koje talasne dužine filter propušta i kako detektor na njih reaguje. Da bi se ovakvi posmatrački podaci dobijeni od različitih posmatrača koji koriste različitu opremu i detektore mogli upoređivati, definisani su standardni propusni opsezi za filtere. Filteri se mogu podeliti u 3 grupe:

- Širokopolasni filteri pokrivaju velike delove celokupnog optičkog spektra. Najšire korišćeni set je *Johnson-Cousins* UBVRI sistem, koji je razvio *Harold Johnson* pedesetih godina dvadesetog veka, a nekoliko decenija kasnije modifikovao *A.W.J. Cousins*. *Johnson* i *Morgan* su kreirali fotometrijski standard koristeći fotomultiplikatorsku cev i set filtera, koji je definisao tri široka prolazna opsega: filter U za bliski ultraljubičasti region sa centrom na oko 350 nm, B za plavi deo vidljivog spektra sa centrom na 440 nm i V centriran na 550 nm. *Johnson* je kasnije proširio UVB sistem dodajući R i I opsege, centrirane na 670 nm i 800 nm. *Cousins* je 1973. godine redefinisao R i I opsege koristeći efikasniji fotomultiplikator i drugačije filtere, sa centrima na 650 nm i 800 nm. Tokom 1990-ih, *M. Bessel* je razvio filtere koristeći obojena stakla (apsorpcijske filtere) kako bi radili sa CCD detektorima. Ovaj sistem filtera postao je standard za fotometrijska posmatranja (Slika 2.2).
- Filteri srednje širine pokrivaju užu opseg talasnih dužina, sa ekvivalentnim širinama od samo nekoliko stotina umesto nekoliko hiljada angstrema. Najčešće korišćen sistem je Stromgren. Iako je za postizanje istog odnosa signala prema šumu kao kod šireg filtera potrebna duža ekspozicija ili veći teleskop, ovaj sistem je pažljivo dizajniran tako da svaki filter uzima fizički informativan deo spektra zvezde.
- Uskopolasni filteri pokrivaju veoma mali deo optičkog spektra, obično manje od 100 angstrema. Uobičajeni par su H_α i H_α continuum. Filteri dizajnirani u paru obično uključuju jedan koji obuhvata određenu spektralnu liniju (u ovom slučaju H_α), dok drugi obuhvata samo kontinuum sa jedne strane te linije. Drugi primeri uskopolasnih filtera koji se često koriste obuhvataju liniju jedanput jonizovanog sumpora (SII linija), kao i dva puta jonizovanog kiseonika (OIII).



Slika 2.2: Propusni opseg Johnson-Cousin filtera sa modifikacijama Besela (Bessell, 1990).

2.3 Posmatranja TDS

Za ovaj rad, posmatrana su tri tesno dvojna sistema na Astronomskoj stanici Vidojevica. CCD fotometrijska posmatranja tesno dvojnih sistema RZ UMi i OQ UMa odrađena su koristeći reflektorski teleskop *Nedeljković*, prečnika primarnog ogledala 0.6 m. Kamera je prikačena na *Cassegrain* fokus žižne daljine 6000mm (f/10) čije su karakteristike date u Tabeli 2.1.

Obe zvezde su posmatrane po jednu noć tokom koje je pokriven ceo orbitalni period. Posmatranja su izvršena koristeći široke *Bessell* B, V, R_c, I_c filtere koji su blisko usklađeni sa klasičnim *Johnson-Cousins* sistemom (Bessell, 1990). Vremena ekspozicije za sistem RZ UMi bila su 120, 45, 30 i 30 sekundi za B, V, R i I filtere, a za sistem OQ UMa 90, 45, 45, 45, respektivno. Vazдушna masa (eng. *airmass*) tokom posmatračke noći je za zvezdu RZ UMi bila u intervalu od 1.48 do 1.37 a za sistem OQ UMa od 1.03 do 1.35. Iz vidnih polja u kome se nalaze sistemi izabrane su poredbene i kontrolne zvezde koje najbliže odgovaraju poziciji i sjaju sistema.

Tesno dvojni sistem LP UMa je posmatran koristeći reflektorski teleskop *Milan-*

Tabela 2.1: Podaci o CCD kameri na teleskopu *Nedeljković*

Teleskop	0.6m teleskop Nedeljković
Filteri	Johnson-Cousin (Bessell) BVRI, sloan 'u'g'r'i'z
Kamera	FLI ProLine PL23042 Back illuminated CCD
Dimenzije senzora	2048 × 2064 pixels
Veličina piksela	15 × 15 μm pixel ⁻¹
Vidno polje	17.5 × 17.5 arcmin ²
Skala piksela	0.512 × 0.512 arcsec pixel ⁻¹
Gain	1.85 e ⁻ /ADU
Readout noise	22 e ⁻
Dark current noise	0.2 e ⁻ pixel ⁻¹ s ⁻¹ , na temperaturi od -30°C

ković, prečnika primarnog ogledala 1.4 m. Teleskop koristi alt-azimutalnu montažu i Riči-Kretien (eng. *Ritchey-Chrétien*) optički sistem. Optički sistem obezbeđuje vidno polje od 30 lučnih minuta bez značajnih aberacija (Vince, 2021). Efektivna fokalna udaljenost na svim izlazima iznosi 11200 mm (f/8). Na jednom Nejsmit (eng. *Nasmyth*) izlazu postavljen je *focal reducer* koji smanjuje žižnu daljinu na 7132 mm. Tu je prikačena *iKonL* CCD kamera koja obezbeđuje vidno polje od 13.3 × 13.3 lučnih minuta. Karakteristike CCD kamere kojom je sniman ovaj tesno dvojni sistem su date u Tabeli 2.2. Sistem LP UMa je snimljen za jednu posmatračku noć koristeći B,V,R i I filtere po specifikacijama Besela, sa ekspozicijama koje su menjane tokom noći kako bi se usled promene vazdušne mase sa porastom visine zvezde održao linearni opseg kamere. Promena vazdušne mase je bila u opsegu od 2.0 do 1.02.

Tabela 2.2: Podaci o CCD kameri na teleskopu *Milanković*

Teleskop	1.4m teleskop Milanković
Filteri	Johnson-Cousin (Bessell) BVRI, L, H _α , SII i H _α Continuum
Kamera	Andor iKon-L 936 Back illuminated CCD
Dimenzije senzora	2048 × 2048 pixels
Veličina piksela	13.5 × 13.5 μm pixel ⁻¹
Vidno polje	13.3 × 13.3 arcmin ²
Skala piksela	0.39 × 0.39 arcsec pixel ⁻¹
Gain	1.00 e ⁻ /ADU
Readout noise	7 e ⁻
Dark current noise	0.0004 e ⁻ pixel ⁻¹ s ⁻¹ , na temperaturi od -70°C

Informacije o posmatranju¹ sva tri tesno dvojna sistema i referentnim nepromenljivim zvezdama su prikazane u Tabeli 2.3.

Tabela 2.3: Koordinate, magnitude i periodi posmatranih zvezda

Zvezda	Ime	R.A. ₂₀₀₀ [h: m: s]	Dec [°: ': "]	B _{mag.}	Period [d]
TDS	RZ UMi	14:54:26.02	+86:43:37.41	11.97	0.33733
Poredbena	GSC 04642-00752	14:49:12.10	+86:45:43.44	14.4	-
Kontrolna	GSC04642-00777	14:48:47.58,	+86:43:41.29	13.9	-
TDS	OQ UMa	13:57:22.36	+56:26:06.93	-	0.283356
Poredbena	-	13:57:07.86	+56:25:20.11	-	-
Kontrolna	-	13:57:12.66	+56:27:13.99	-	-
TDS	LP UMa	10:33:57.79	+58:52:15.55	13.025	0.309
Poredbena	GSC 03822-00070	10:33:48.79	+58:52:30.83	13.92	-
Kontrolna	-	10:34:22.49	+58:52:45.39	-	-

¹Magnitude tesno dvojnih sistema koje su unete predstavljaju prividne magnitude koje se računaju po formuli (3.1) i dobijene su unošenjem vrednosti standardnih magnituda za poredbeni i kontrolnu zvezdu koje su preuzete sa Simbada. Ovako dobijena magnituda nije standardna magnituda jer ne uzima u obzir boju poredbenih zvezda.

Glava 3

Diferencijalna fotometrija

Za dobijanje krivih sjaja tesnih dvojnih sistema, pogotovo onih sa kratkim periodima tipa W UMa, pogodna je diferencijalna fotometrija zbog svoje jednostavnosti i preciznosti u merenju malih varijacija u sjaju. Ona podrazumeva pronalaženje razlike između magnitude promenljive zvezde od interesa i jedne ili više referentnih nepromenljivih zvezda koje se nalaze u vidnom polju kamere. Pošto su u tom slučaju zvezde uglovno udaljene samo nekoliko lučnih minuta, to znači da svetlost koja dolazi sa njih biva izložena istoj vazdušnoj masi, odnosno prolazi kroz slične atmosferske slojeve pa su im efekti atmosferske ekstinkcije jednaki tako da se poništavaju. Referentna zvezda zbog toga treba da ima sličnu boju tj. spektralni tip i sjaj kao ciljna promenljiva zvezda. Ekstinkcija posebno dolazi do izražaja na visinama manjim od 30 stepeni, tako da posmatranja ispod te visine treba u ovom slučaju izbegavati.

Promene u sjaju promenljive zvezde mere se kao razlike u magnitudi između nje i referentne tj. poredbene i kontrolnih zvezda, čija upotreba služi kao provera nepromenljivosti poredbene zvezde i pomaže u smanjenju grešaka prilikom merenja svake zvezde što čini da ova metoda može biti izuzetno precizna, sa tačnošću do 0.005 magnituda. Prednost diferencijalne fotometrije je što nije potrebna kalibracija na standardni fotometrijski sistem, ali to znači da razlike u magnitudama neće biti identične onima u standardnom sistemu. Konačni rezultati će biti izraženi u razlikama, pa iz diferencijalne fotometrije ne dobijamo standardne magnitude ili boje promenljive zvezde osim ako se ne uradi standardizacija referentne zvezde. Ipak, za potrebe ovog rada i konstruisanja krivih sjaja je dovoljno znati samo njihove instrumentalne magnitude, odnosno njihovu razliku.

3.1 Aperturna fotometrija

Osnovna funkcija aperturne fotometrije je da meri fluks određenog broja zvezda na slici (što će biti izraženo kao instrumentalna magnituda) i proceni očekivanu grešku. Kao dodatna funkcija, ako su neke od zvezda standardne zvezde poznate magnitude, može se izračunati standardna magnituda merene zvezde koristeći standardne zvezde kao referencu. Ako imamo instrumentalnu magnitudu ciljne zvezde i bar jednu od standardnih zvezda, možemo izračunati standardnu magnitudu ciljne zvezde jednostavno dodavanjem standardne magnitude razlici u instrumentalnim magnitudama između ciljne i standardne odnosno referentne zvezde¹.

Da bismo izmerili fluks zvezde, sabiramo vrednosti intenziteta iz kružnog regiona oko ciljne zvezde (centralna apertura) i oduzimamo mereni doprinos pozadine. Pozadina se meri na osnovu vrednosti u prstenastom regionu (eng. *Annulus*) koji okružuje zvezdu na određenoj udaljenosti (Slika 3.1).

Pretpostavljajući da je broj piksela unutar centralne aperture N , ukupni fluks (zvezda + pozadina) je:

$$F_{tot} = \sum_i^N I_i.$$

Ako je B procenjeni nivo pozadine, fluks zvezde je:

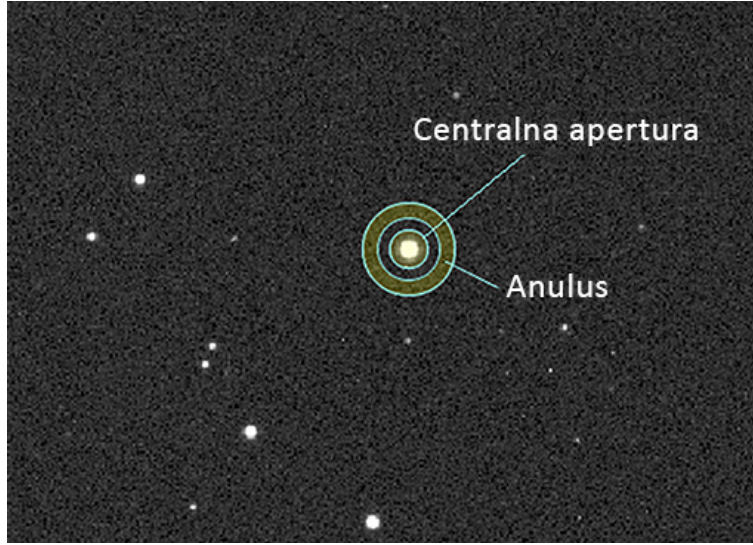
$$F_T = \sum_i^N I_i - NB,$$

a instrumentalna magnituda zvezde:

$$m_I = -2.5 \log\left(\sum_i^N I_i - NB\right).$$

Značajne prednosti se mogu dobiti ako se koristi više od jedne referentne zvezde za poredenje. Korišćenjem većeg broja poredbenih tj. kontrolnih zvezda, njihove greške merenja će se usrednjavati. Takođe ovo smanjuje doprinos greške koja nastaje zbog različitih boja zvezda. Sve ovo smanjuje doprinos greške njihovih instrumentalnih magnituda, kao i greške njihovih standardnih magnituda.

¹Ovo neće biti potpuno „prava“ magnituda zvezde, dok se ne uzmu u obzir boje standardnih i ciljnih zvezda. Ipak, to je najbolje što se može postići iz jednog frejma radi procene približne magnitude.



Slika 3.1: Apertura kojom se meri fluks izvora. Centralni kružni otvor meri intenzitet svakog piksela profila zvezde a prsten (anulus) koji ga okružuje meri vrednost pozadine koja se koristi za oduzimanje od vrednosti zvezde. Da bi se osiguralo da je pozadina odvojena od zvezde, postoji razmak između otvora i anulusa.

3.2 Postupak konstruisanja krive sjaja

Diferencijalna fotometrija posmatračkih podataka u ovom radu je odrađena pomoću softvera *AstroImageJ* (Collins et al., 2017) koji je namenjen za dobijanje preciznih krivih sjaja koristeći višestruku aperturnu fotometriju. Merenje se izvodi korišćenjem fotometrije sa jednom aperturom na ciljnoj zvezdi i jednoj ili više referentnih zvezda.

Relativni fluks ciljne zvezde se izračunava po formuli:

$$\Phi_T = \frac{F_T}{\sum_{i=1}^n F_{C_i}},$$

gde su F_T i F_{C_i} fluks ciljne (eng. *target star*) i referentnih zvezda (eng. *reference star*) u okviru aperture koji se čitaju kao integrisani odbroji (eng. *net integrated counts*) i predstavljaju sumu svih piksela u unutrašnjoj aperturi od koje je oduzeto osvetljenje pozadine koja se očitava iz spoljašnjeg *anulusa* oko same aperture (eng. *source-sky*) a oznaka i predstavlja indeks koji označava broj referentnih zvezda.

Ukoliko je potreban, relativni fluks za svaku referentnu zvezdu se može izračunati tako što se računa odnos fluksa j -te referentne zvezde sa zbirom po $j \neq i$ flukseva ostalih zvezda:

$$\Phi_{C_j} = \frac{F_{C_j}}{\sum_{i=1}^N F_{C_i}, j \neq i}.$$

Podaci koji su dobijeni za diferencijalni fluks se pretvaraju u odgovarajuće diferencijalne magnitudo (Δm) po formuli:

$$\Delta m = -2.5 \log (\Phi).$$

Vrednosti diferencijalne magnitudo ciljne zvezde se posebno računaju za svaki pojedinačni snimak koji u *header*-u sadrži heliocentrični Julijanski datum (HJD). Postavljanjem Δm na y -osu a HJD na x -osu, dobijamo niz tačaka koje zajedno predstavljaju krivu promene sjaja.

Da bi se dobila prividna magnitudo zvezde, potrebno je uneti vrednost standardne prividne magnitudo za jednu ili više referentnih zvezda m_{C_i} , nakon čega se prividna magnitudo ciljne zvezde računa po formuli:

$$m_T = \frac{-\ln \sum_i^n 2.512^{-m_{C_i}}}{\ln 2.512} - 2.5 \log \frac{F_T}{\sum_i^n F_{C_i}}, \quad (3.1)$$

gde i označava broj referentne zvezde za koje je standardna magnitudo uneta.

3.3 Računanje fotometrijske greške

Računanje fotometrijskih grešaka je od značaja radi preciznog fitovanja dobijenih podataka. Ukupan šum N izražen u ADU za CCD fotometriju se računa prema formuli koju su razvili Merlin i Hovel (Merline and Howell, 1995):

$$N = \frac{\sqrt{GF_* + n_{pix}(1 + n_{pix}/n_b)(GF_S + F_D + F_R^2 + G^2 + G^2\sigma_f^2)}}{G}, \quad (3.2)$$

gde G predstavlja *gain* CCD kamere u jedinicama electrons/ADU, F_* je fluks odnosno integrirani odbroj (eng. *net integrated counts*) u aperturi u jedinicama ADU, n_{pix} je broj piksela u aperturi, n_b broj piksela u regionu koja je korišćen za procenu pozadine neba, F_S je odbroj pozadine neba po pikselu u jedinicama ADU, F_D je ukupni doprinos odbroja tamne struje (eng. *dark current*) po pikselu u elektronima, F_R predstavlja šum čitanja (eng. *read noise*) u jedinicama electrons/pixel/read i σ je standardna devijacija dela piksela izgubljenog radi digitalizacije u jedan piksel i iznosi $\sigma_f \simeq 0.289$ ADU za f uniformno raspodeljeno između -0.5 i 0.5 .

Greška relativnog fluksa se onda računa po jednačini:

$$\sigma_{\Phi} = \frac{F_T}{F_E} \sqrt{\frac{N_T^2}{F_T^2} + \frac{N_E^2}{F_E^2}}, \quad (3.3)$$

gde je $N_E = \sqrt{\sum_{i=1}^n N_{C_i}^2}$ ukupan šum svih referentnih zvezda koje se koriste za merenje, $N_T = N$ iz jednačine (3.3) ukupan šum za ciljnu zvezdu i F_E integrisani odbroj svih referentnih zvezda. Greška u prividnoj magnitudi ciljne zvezde se računa po formuli:

$$\sigma_{m_T} = 2.5 \log \left(1 + \left(\frac{N_T^2}{F_T^2} + \frac{\sum_i N_{E_i}^2}{(\sum_i F_{C_i})^2} \right)^{1/2} \right), \quad (3.4)$$

a greška referentne:

$$\sigma_{m_C} = 2.5 \log \left(1 + \frac{N_E}{F_C} \right),$$

gde indeks i označava broj referentne zvezde za koje je uneta vrednost prividne magnitudo. Greška u prividnoj magnitudi referentnih zvezda je prosto fotometrijska greška fluksa koja je konvertovana u skalu magnitudo. Dobijene vrednosti ne računavaju neodređenost unete prividne magnitudo referentnih zvezda.

Glava 4

Modeli aktivnih tesnih dvojnih sistema (TDS)

U tesno dvojnim sistemima oblik komponenata zavisi od njihove brzine rotacije i privlačne plimske interakcije. Lagranžovi polinomi su se pokazali uspešnim u opisivanju malih odstupanja od sfernog oblika zvezda, kada su u pitanju razdvojeni sistemi. Međutim u drugim slučajevima, gde su zvezde bliže jedna drugoj tako da se i njihove površine dodiruju, dolazi do većeg odstupanja od sfernog modela. Neophodno je uvesti alternativnu formulaciju koja može da pruži kvantitativni opis sfera, bilo plimno deformisanih ili elipsoidnih oblika. Ova formulacija je Rošov model (Kopal, 1959), koji se može opisati ekvipotencijalnim površima. On pretpostavlja visok stepen centralne kondenzacije komponenata, normalnost osa rotacije na kružnu orbitalnu ravan i sinhronost rotacije komponenata i revolucije sistema. Prisustvo asinhronosti u određenim evolutivnim fazama je potvrđeno spektroskopskim posmatranjima pa se i ovaj efekat uzima u razmatranje.

U centru Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema postavljamo komponentu m_1 koja predstavlja tačkastu masu primarne zvezde sistema. Definišemo koordinatni sistem tako da rotira zajedno sa dvojnim sistemom. Masa sekundarne zvezde se nalazi na jediničnom rastojanju ($a = 1$) od koordinatnog početka u tački m_2 , i stalno leži na X -osi. Y -osa se nalazi u orbitalnoj ravni u smeru revolucije sistema, a Z -osa je normalna na orbitalnu ravan.

U nekoj tački $P(x, y, z)$ na površini primarne komponente sistema, na rastojanju r_1 i r_2 od tačaka m_1 i m_2 , nalazi se čestica jedinične mase na koju deluje rezultantna

sila čiji je potencijal dat relacijom:

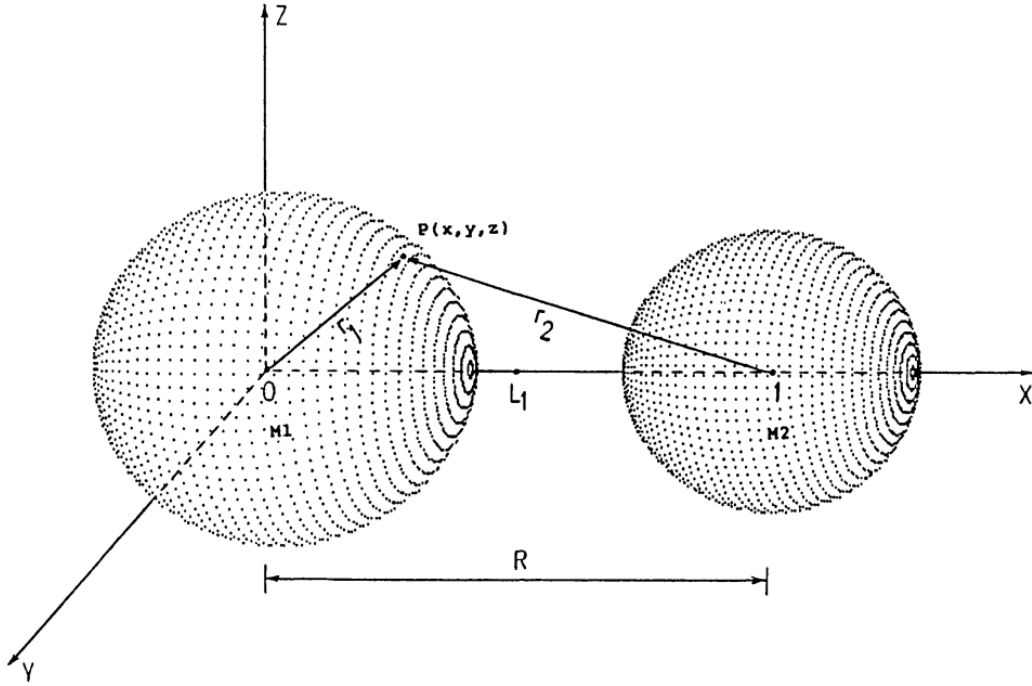
$$\psi = G\frac{m_1}{r_1} + G\frac{m_2}{r_2} + \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) - \frac{m_2}{m_1 + m_2}\omega_k^2 x, \quad (4.1)$$

gde su:

$$r_1^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad r_2^2 = (x - R)^2 + y^2 + z^2, \quad (4.2)$$

kvadrati rastojanja tačke $P(x, y, z)$ od centra gravitacije komponentata čije je međustobno rastojanje R (Slika 4.1) a G gravitaciona konstanta. Kvadrat Keplerove ugaone brzine revolucije sistema je izražen preko:

$$\omega_k^2 = G\frac{m_1 + m_2}{R^3}.$$



Slika 4.1: Definicija koordinatnog sistema dvojne zvezde. Preuzeto iz Djurasevic (1992).

Za opis potencijala sila u sistemu figurišu gravitacioni potencijali komponentata i članovi koji opisuju potencijal centrifugalne sile. Ukoliko se uzme da je $R = 1$ i smene:

$$q = m_2/m_1, \quad C = \psi R/Gm_1,$$

za normalizovani, bezdimenzioni potencijal sila na površini komponentata dobijamo:

$$C = \frac{1}{r_1} + q\left(\frac{1}{r_2} - x\right) + \frac{q+1}{2}(x^2 + y^2)f^2, \quad (4.3)$$

gde je f parametar asinhronosti, koji se dobija iz ugaone brzine $\omega = f\omega_k$.

Oblik ekvipotencijala $C = \text{const.}$ varira u zavisnosti od same vrednosti konstante. Kada je vrednost C veća, ovali oko središta komponentata su zatvoreni, gotovo sferni što je slučaj kod razdvojenih dvojnih zvezda. Međutim, kako vrednost C opada, ovali se transformišu u pravcu koji povezuje centre gravitacije zvezda i njihove površine koje okružuju dve masene tačke postaju sve izduženije po X -osi. U slučaju kada je rotacija sinhrona ($f = 1$), kada konstanta C dostigne određenu kritičnu vrednost $C = C_L$ (specifičnu za dat odnos masa), njihove nezavisne površine dodirnuće jedna drugu tj. ovali će se spajati u Lagranžovoj ravnotežnoj tački L_1 (Slika 4.2). Ovo predstavlja Rošovu granicu zapremine ili kritični Rošov oval za obe komponente, i rezultira konfiguracijom koja liči na „peščani sat“. Rošov oval definiše najveće moguće razmere komponentata pri kojima one očuvavaju stabilnost (Kopal, 1959) tj. maksimalnu zapreminu koju zvezda može zauzeti u dvojnemu sistemu a da i dalje svoje čestice (atome, jone i dr.) drži sopstvenom gravitacijom.

Rezultantna sila u Lagranžovoj tački L_1 koja deluje u sistemu je jednaka nuli, pa tu gradijent i parcijalni izvodi potencijala zadovoljavaju uslov:

$$\text{grad } C = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial z} = 0. \quad (4.4)$$

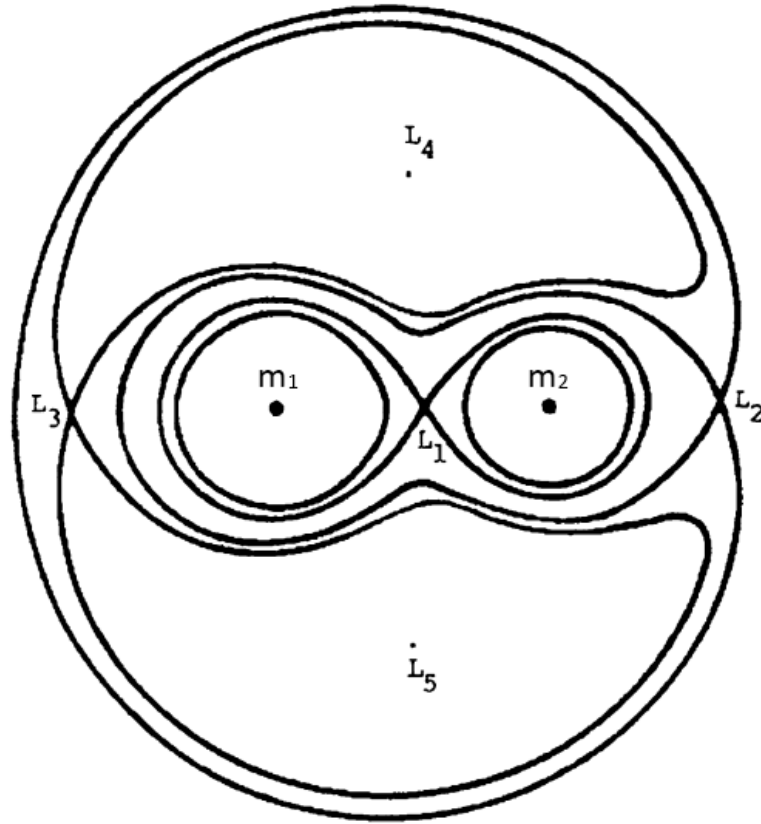
Tačka L_1 leži na X -osi ($y = z = 0$), pa gornji uslov, preko jednačine (6) daje uslov:

$$\frac{\partial C}{\partial x} = -\frac{1}{x^2} + q \left[\frac{1}{(x-1)^2} - 1 \right] + (q+1)x = 0. \quad (4.5)$$

Rešavanjem ove jednačine nalazimo koordinatu x_1 Lagranžove tačke L_1 a odgovarajuću vrednost kritičnog Rošovog potencijala C_{L1} dobijamo iz jednačine:

$$C_{L1} = C(x_1, 0, 0), \quad f = 1.$$

Kada jedna ili obe zvezde u sistemu rotiraju asinhrono, kritična granica $C = C_k$ do koje komponenta održava svoju stabilnost nalazi se unutar Rošovog ovala $C = C_{L1}$ i izračunava se zasebno za svaku komponentu sistema. Komponente svoje kritične ovala $C = C_k$ mogu popunjavati do određene granice koja garantuje njihovu stabilnost. Kada je rotacija sinhrona, ovali $C = C_{k1}$ se poklapaju sa kritičnom granicom Rošovog ovala $C = C_{L1}$.



Slika 4.2: Površine sa konstantnim potencijalom za TDS sa odnosom masa q . Dve zvezde su u fizičkom kontaktu preko vrata u predelu L_1 i okružene su zajedničkim omotačem koji zauzima oblast između Rošove granice i ekvipotencijalnih površina koje odgovaraju površinama sistema. Iza tog regiona, druga ekvipotencijalna površina okružuje ceo binarni sistem i prikazuje presečnu tačku L_2 . Ovo je spoljašnja Lagranžova tačka, kroz koju materija može najlakše da pobegne gravitaciji sistema. Dodatan presek ekvipotencijalnih površi se nalazi u tački L_3 na suprotnoj strani of tačke L_2 , koja predstavlja zonu sa većim potencijalom nego L_2 . Na nešto većoj udaljenosti od masa m_1 i m_2 leže tačke L_4 i L_5 koje predstavljaju lokalne minimume potencijala i čine jednakostranične trouglove sa masama m_1 i m_2 . Preuzeto iz Chattopadhyay et al. (2016).

4.1 Efekat refleksije

Zbog međusobne blizine komponenata TDS, efekat refleksije je neophodno uključiti u model. Uzajamnim zračenjem primarna i sekundarna zvezda u TDS utiču jedna na drugu, pa se raspodela temperature na njihovim suprotno orijentisanim hemisferama menja što naročito dolazi do izražaja u TDS sa znatnim razlikama u efektivnoj temperaturi. Primetan je uticaj refleksije na oblik krive sjaja.

Djurasevic (1991) predlaže model TDS koji uzima u obzir realne dimenzije obe zvezde, pa samim tim predstavlja realniji model u odnosu na modele kod kojih se jedna komponenta aproksimira tačkastim izvorom zračenja. Pretpostavlja se da komponente sistema zrače kao apsolutno crna tela sa temperaturama T_1 i T_2 . Uvodimo sferni koordinatni sistem definisan relacijama:

$$\begin{aligned}x &= r_1 \cos \eta = r_1 \lambda \\y &= r_1 \sin \eta \cos \phi = r_1 \mu \\z &= r_1 \sin \eta \sin \phi = r_1 \nu\end{aligned}\tag{4.6}$$

Razmatra se efekat refleksije na nekoj od elementarnih ćelija površine $d\vec{S}(r_1, \eta, \phi)$ na koje je razbijena površina komponente, a koje su definisane izrazom:

$$dS(r_1, \eta, \phi) = \frac{r_1^2(\eta, \phi) \sin \eta d\eta d\phi}{\cos \epsilon},$$

gde u imeniocu imamo kosinus ugla (ϵ) između normale na element površi $\vec{n} = (l, m, n)$ (Slika 4.3) i radijus vektora $\vec{r}_1(\eta, \phi)$ koji je dat skalarnim proizvodom odgovarajućih jediničnih vektora:

$$\cos \epsilon = \lambda l + \mu m + \nu n.$$

Jednačina potencijala u ovako definisanom koordinatnom sistemu dobija oblik:

$$C = \frac{1}{r_1} + q \left[\frac{1}{\sqrt{1 + r_1^2 - 2r_1\lambda}} - r_1\lambda \right] + \frac{q+1}{2} r_1^2 (1 - \nu^2) f_1^2\tag{4.7}$$

gde polarni radijus ($r_1 = R_{k1}$) kritičnog ovala C_{k1} koji određuje maksimalne moguće razmere stabilne komponente, određujemo pri uslovima:

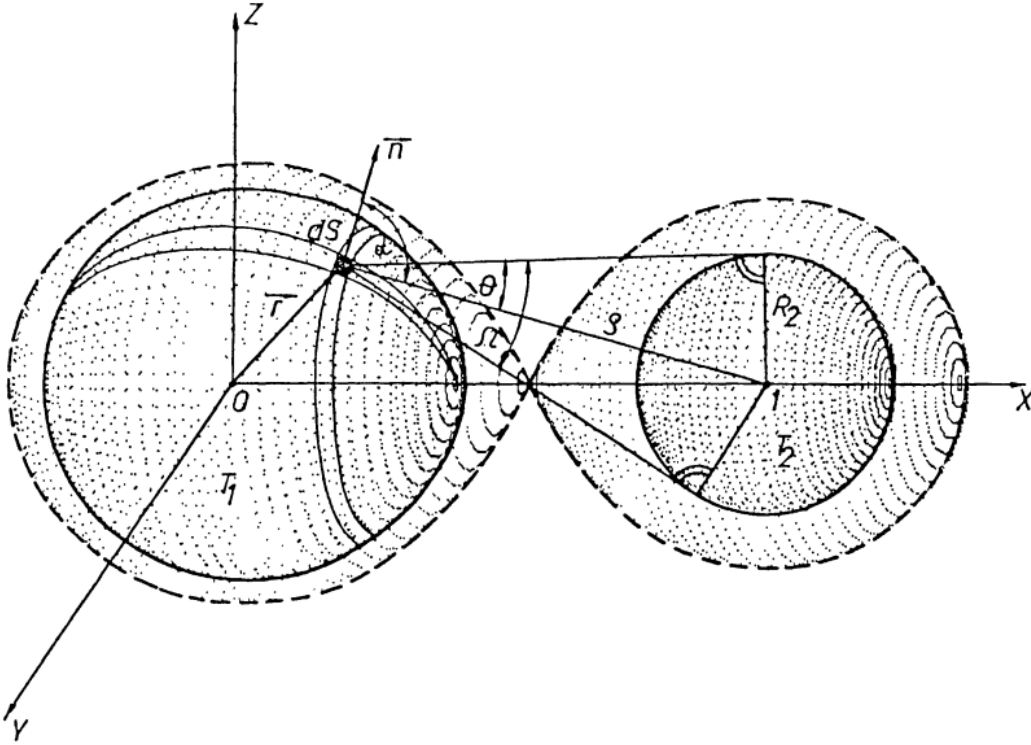
$$C_1 = C_{k1}, \quad \mu = 0, \quad \nu = 1,$$

a polarni radijus komponente R_1 dobijamo iz relacije:

$$S_1 = R_1/R_{k1}, \quad S \leq 1,$$

zadajući vrednost parametra S_1 . Za rastojanje od koordinatnog centra gde je i centar primarne komponente do centra susedne komponente dobija se veza:

$$\rho_0 = \sqrt{1 + r^2 - 2r\lambda}.$$



Slika 4.3: Model za račun efekta refleksije u TDS. Preuzeto iz Djurasevic (1992).

Normala $\vec{n} = (l, m, n)$ površi $d\vec{S}(r, \eta, \phi)$ i pravac ka susednoj zvezdi, zaklapaju ugao α , pa na element površine dS pada zračenje susedne komponente samo ukoliko je ispunjen uslov $\cos \alpha > 0$ koja se nalazi iz geometrijskih veza:

$$\cos \alpha = \frac{l(1 - r\lambda) - r(\mu m + \nu n)}{\rho_0}$$

Iz centra elementarne ćelije, susedna komponenta se vidi pod prostornim uglom od:

$$\Omega = 2\pi \int_0^\theta \sin \theta d\theta = 2\pi(1 - \cos \theta).$$

Sa Slike 4.3 imamo vezu: $\sin \theta = R_2/\rho_0$ pa za faktor delucije zračenja dobijamo:

$$W = \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{1 - (R_2/\rho_0)^2} \right].$$

Označimo sa ρ_1 gustinu energije zračenja komponente na poziciji razmatranog elementa $dS(r, \eta, \phi)$, a sa ρ_2 srednju gustinu energije zračenja na površini susedne zvezde. Ukupna gustina zračenja razmatrane elementarne ćelije predstavlja zbir „sopstvene“ gustine zračenja ρ_1 i gustine zračenja koje ćelija prima od suseda tj.

$$\rho_\Sigma = \rho_1 + \rho_2 \cos \alpha W, \quad \cos \alpha > 0.$$

Kako pretpostavljamo lokalnu termodinamičku ravnotežu (LTR), a komponente zrače kao crna tela, preko Stefan-Bolcmanovog zakona prethodna relacija poprima oblik:

$$\sigma T^4 = \sigma T_1^4 + \sigma T_2^4 \cos \alpha W, \quad \cos \alpha > 0$$

gde je σ Stefan-Bolcmanova konstanta; $T_1 = T_1(r, \eta, \phi)$ „sopstvena“ temperatura zvezde na poziciji elementarne ćelije $dS(r, \eta, \phi)$, a T_2 predstavlja efektivnu temperaturu susedne zvezde.

Iz jednačine za faktor delucije W i prethodne jednačine, za ukupnu temperaturu $T = T(r, \eta, \phi)$ na elementarnu površine $dS(r, \eta, \phi)$, usled efekta refleksije dobijamo:

$$T = T_1 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos \alpha \left[1 - \sqrt{1 - (R_2/\rho_0)^2} \right] \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 \right\}^{1/4}, \quad \cos \alpha > 0. \quad (4.8)$$

Pri efektu refleksije u atmosferi razmatrane komponente dolazi do preraspodele i delimičnog rasejanja zračenja koje stiže sa susedne zvezde, pa za procene vezane za refleksiju u sistemu ulogu ima i parametar A_L koji predstavlja albedo zvezde, koji se može smatrati slobodnim parametrom jer komponente TDS mogu biti različitih karakteristika. Ovaj efekat posebno je naglašen kod poznih spektralnih klasa sa konvektivnim omotačem (Ruciński, 1973), gde se optičko zračenje susedne komponente delimično apsorbuje u atmosferi, menjajući njenu raspodelu temperature, efekte rasejanja upadnog zračenja i efekte vezane za prestrojavanje strukture podfotosferskih slojeva pod uticajem zračenja susedne zvezde. To dovodi do smanjenja fluksa zračenja koje stiže iz unutrašnjih slojeva zvezde, što se manifestuje kao promena albeda pri efektu refleksije. U prvoj aproksimaciji može se uzeti da se zračenje koje dolazi sa susedne komponente u potpunosti reflektuje odnosno da je albedo jednak jedinici, pa za raspodelu temperature po površini komponente TDS imamo:

$$T(r, \eta, \phi) = \begin{cases} T_1, & \cos \alpha \leq 0 \\ B, & \cos \alpha > 0, \end{cases} \quad (4.9)$$

gde je:

$$B = T_1 \left\{ 1 + A_L \cos \alpha \left[1 - \sqrt{1 - (R_2/\rho_0)^2} \right] \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 \right\}^{1/4}.$$

Elementarne površine na koje ne pada zračenje susedne komponente ($\cos \alpha \leq 0$) imaju samo „sopstvenu“ temperaturu $T_1 \equiv T_1(r, \eta, \phi)$.

4.2 Gravitaciono potamnjenje

Usled plimskih deformacija, komponente u TDS mogu po obliku znatno odstupati od sfera, pa se po površini zvezde menja ubrzanje sile teže, što utiče i na raspodelu temperature, jer identitet $T_1 \equiv T_1(r, \eta, \phi)$ ističe da postoji zavisnost „sopstvene“ temperature elementarne ćelije od njene lokacije na zvezdi. Ovaj efekat se naziva gravitacionim potamnjenjem i može se opisati relacijom:

$$T_1(r, \eta, \phi) = T_{1ef} \left[\frac{g(r, \eta, \phi)}{g_{1ef}} \right]^\beta \quad (4.10)$$

gde je T_{1ef} srednja vrednost efektivne temperature primarne zvezde koja se u prvoj aproksimaciji određuje iz spektralnog tipa zvezde; $g(r, \eta, \phi)$ je ubrzanje sile teže na poziciji razmatrane elementarne ćelije; g_{1ef} srednja vrednost ubrzanja sile teže na površini zvezde, β koeficijent gravitacionog potamnjenja.

Za uključivanje u razmatranje efekta gravitacionog potamnjenja, potrebno je izračunati ubrzanje sile teže $g(r, \eta, \phi)$, na površini zvezde za svaku elementarnu ćeliju. Kako je to zapravo gradijent potencijala, imamo:

$$g(r, \eta, \phi) = |\nabla C(r_1, \eta, \phi)| = \sqrt{C_r^2 + C_\eta^2 + C_\phi^2}.$$

Komponente C_r , C_η , C_ϕ se mogu naći iz jednačine potencijala (4.7), i uvodeći smenu:

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{1 + r_1^2 - 2r_1\lambda}},$$

izraz za potencijal dobija oblik:

$$C = \frac{1}{r_1} + q(\rho - r_1\lambda) + \frac{q+1}{2} r_1^2 (1 - \nu^2) f_1^2, \quad (4.11)$$

pa se C_r , C_η , C_ϕ se dobijaju parcijalnim diferenciranjem jednačine potencijala:

$$\begin{aligned} C_r &= \frac{\partial C}{\partial r_1}, \\ C_\eta &= \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \eta}, \\ C_\phi &= \frac{1}{r_1 \sin \eta} \frac{\partial C}{\partial \phi}. \end{aligned}$$

Srednja vrednost ubrzanja sile teže po površini zvezde je data izrazom:

$$g_{ef} = \frac{\sum_{i=1}^N g_i(r_1, \eta, \phi) dS_i(r_1, \eta, \phi)}{\sum_{i=1}^N dS_i(r_1, \eta, \phi)},$$

gde je N broj elementarnih ćelija na koje razbijamo površinu zvezde.

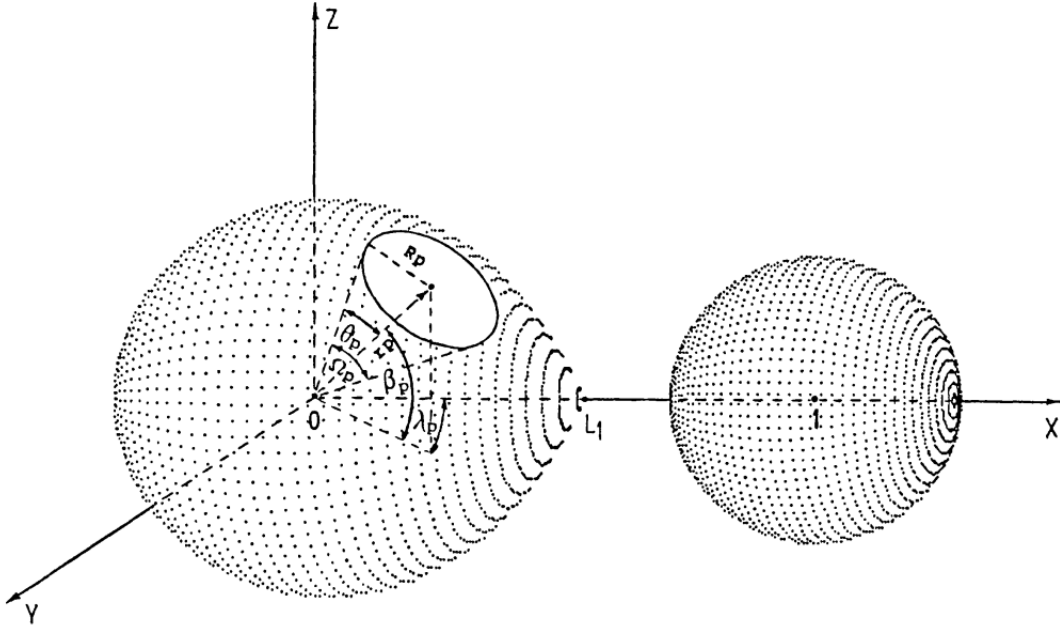
4.3 Model TDS sa pegama na komponentama

Aktivni procesi u TDS tipa RS CVn, W UMa, kao i kod znatnog broja sistema koji sadrže komponente poznih spektralnih klasa (F,G,K) i konvektivne omotače, pokazuju da su njihove krive sjaja pod uticajem talasne depresije koja se superponira na efekte pomračivanja, elipsoidnosti i refleksije, pa je rezultujuća kriva sjaja često asimetrična i deformisana. Amplituda i položaj depresije na krivoj sjaja su promenljivi u toku vremena i pokazuju migraciju depresije po orbitalnoj fazi. Višegodišnja posmatranja istih zvezda ukazuju na cikličnost ovih promena sa kvaziperiodom od nekoliko godina, što podseća na 11-togodišnji Sunčev ciklus. Ovi poremećaji krivih sjaja mogu biti manje ili više izraženi, a tipične amplitude depresija kreću se u intervalu od nekoliko stotih do desetih delova magnitude. Podaci iz radio, UV i X-domena ukazuju na postojanje aktivnih struktura Sunčevog tipa, koje se razvijaju u višim atmosferskim slojevima komponentata ovih sistema, pri čemu postoji prostorna korelacija ovih oblasti sa fotosferskim pegama, koje mogu pokrivati i do 40% površine zvezde (Rodono, 1983), za razliku od Sunčevih gde se izuzetno retko sreće slučaj da oko 1% vidljive površine bude prekriven pegama. Adekvatan model koji uzima u obzir realnu geometriju komponentata i omogućava istovremeno određivanje parametara eklipsnog sistema i pega predlaže Djurasevic (1991). Da bi se objasnila asimetrija i depresije na krivama sjaja aktivnih TDS, na komponentama se pretpostavlja postojanje krupnih aktivnih regiona, koje se aproksimiraju pegama kružnog oblika (Slika 4.4) što pruža geometrijsku jednostavnost pa se rešavanje problema svodi na minimalan broj parametara.

Položaj pege na komponenti TDS je jednoznačno određen koordinatama centra pege, a prostorni ugao pod kojim se iz centra zvezde „vidi“ pega, određuje njene dimenzije. Iz geometrijskih veza sa Slike 4.4, ugao θ_p iznosi:

$$\theta_p = \arcsin(R_p/r_p),$$

gde je R_p radijus pege a r_p radijus vektor od centra zvezde do centra pege. Položaj pege na zvezdi se zadaje longitudom λ_p i latitudom β_p njenog centra, pri čemu se longituda računa od pravca koji spaja centre komponentata u retrogradnom smeru (gledano sa $+Z$ ose). Centar pege u prethodno postavljenom rotirajućem koordinatnom sistemu je opisan relacijama:



Slika 4.4: Model TDS sa prikazom kružne pege na primarnoj komponenti. Preuzeto iz Djurasevic (1992).

$$\begin{aligned}
 x &= r_p \cos \lambda_p \cos \beta_p, \\
 y &= r_p \sin \lambda_p \cos \beta_p, \\
 z &= r_p \sin \beta_p.
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

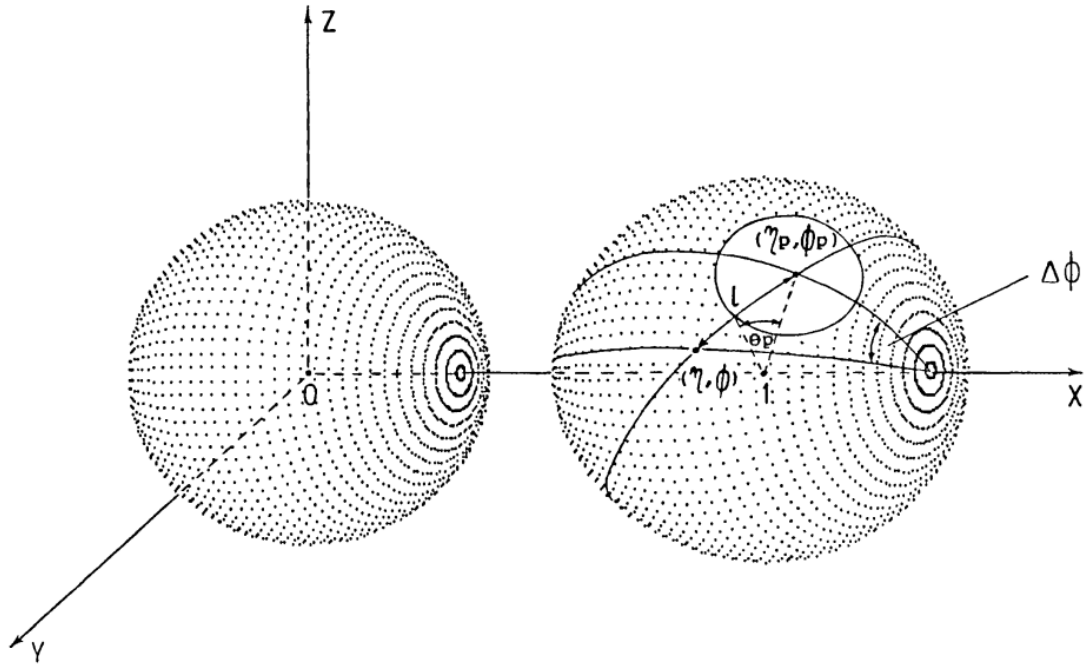
Za razbijanje površine zvezde na elementarne ćelije koristimo sferni koordinatni sistem, koji je pogodan zbog opisivanja plimskih deformiteta u zonama ka Lagranžovoj tački L_1 :

$$\begin{aligned}
 x &= r_p \cos \eta_p, \\
 y &= r_p \sin \eta_p \cos \phi_p, \\
 z &= r_p \sin \eta_p \sin \phi_p.
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Iz prethodnih relacija nalazimo ugaone koordinate centra pege (η_p, ϕ_p) pa je sledeći zadatak ispitati da li neka elementarna površina $d\vec{S}$ pripada zoni pege. Povlačimo veliki krug na površini zvezde, tako da prolazi kroz centre elementarne ćelije (η, ϕ) i pege (η_p, ϕ_p) . Najkraće rastojanje između datih centara pege $dS(r, \eta, \phi)$ predstavlja element luka ovog kruga (l) (Slika 4.5).

Za element luka iz sferne trigonometrije se dobija:

$$\cos l = \cos \eta_p \cos \eta + \sin \eta_p \sin \eta \cos \Delta\phi$$



Slika 4.5: Geometrijski prikaz uslova pripadnosti ćelije oblasti pege. Preuzeto iz Djurasevic (1992).

gde je $\Delta\phi = \phi - \phi_p$. Smatramo da ćelija pripada pegi ukoliko se centar ćelije nalazi u zoni pege, tj. ako je ispunjen uslov $l < \theta_p$, odnosno $\cos\theta_p < \cos l$. Ukoliko je za neku elementarnu ćeliju zadovoljen ovaj uslov, potrebno je izvršiti korekciju temperature elementa $T(r, \eta, \phi)$ za „efekat pege“. Mogu se očekivati tamne i „svetle pege“, a njihovu temperaturu možemo povezati sa temperaturom okolne fotosfere parametrom A_p , definisanim relacijom $A_p = T_p/T$. Ukoliko je $A_p < 1$ reč je o tamnoj pegi, dok za „svetle pege“ imamo $A_p > 1$. Za sve elementarne površine koje se nalaze u pegi, ranije dobijenu jednačinu za temperaturu elementarne ćelije treba korigovati za faktor A_p odakle dobijamo:

$$T_p(r, \eta, \phi) = A_p T(r, \eta, \phi).$$

Glava 5

Analiza posmatranih eklipsnih TDS

5.1 Metod obrnutog zadatka

Obrnuti zadatak podrazumeva određivanje optimalnih vrednosti parametara koji daju sintetičku krivu sjaja koja najbolje fituje posmatračke podatke, tj. koji daju minimalno odstupanje između posmatrane i teorijske krive, pri kojima se dobija minimum funkcionala:

$$S = \sum_{i=1}^N (O - C)_i^2, \quad i = 1, \dots, N,$$

gde su sa O označene posmatrane, a sa C sintetičke vrednosti krive sjaja eklipsnog TDS sistema na i -toj orbitalnoj fazi. Standardna devijacija posmatranja se računa po formuli:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O - C)_i^2}{n - 1}}.$$

Metoda obrnutog zadatka kojom je rađena analiza u ovom radu bazira se na sintezi metode optimizacije preko gradijenata i metode diferencijalnih popravki u jedan algoritam, a realizovana je modifikacijama Marquardt (1963) algoritma i detaljno je opisana u radu Djurasevic (1991). U ovakvom slučaju, obrnuti zadatak rešava se u iterativnom ciklusu popravki elemenata modela, zasnovanom na nelinearnom metodu najmanjih kvadrata.

Sjaj sistema na datoj orbitalnoj fazi θ_i predstavlja nelinearnu funkciju slobodnih parametara modela, koju možemo predstaviti relacijom:

$$m(\theta_i) = y(\theta_i, a_j), \quad j = 1, \dots, m, \quad i = 1, \dots, N.$$

U rešavanje obrnutog zadatka ulazi se zadajući početne vrednosti parametara modela $(a_j)_0$ sa kojima se sintetizuje polazna kriva sjaja $y_0(\theta_i)$. Sintetička kriva sjaja, koja se dobija na osnovu modela TDS, je funkcija znatnog broja slobodnih parametara ($m \leq 13$), čiji broj zavisi od osobina posmatrane krive sjaja i od pouzdanosti raspoloživih informacija o sistemu. Zavisno od kvantiteta i kvaliteta prethodnih informacija o sistemu, koncepcija analize obrnutog zadatka može biti donekle različita. Kod modela koji ima dve tamne pege na komponentama, osnovna i najšire eksploatisana varijanta programa za rešavanje obrnutog zadatka može imati do 13 slobodnih parametara i to su odnos masa komponentata, koeficijenti popunjenosti kritičnih ovala, inklinacija orbite, temperatura jedne od komponentata, ugaone dimenzije, longitude i latitude pega i na kraju albeda komponentata. Koeficijenti albeda A_p u slučaju tamnih pega, se obično unapred fiksiraju, a njihova vrednost se procenjuje na osnovu analogije sa pegama na Suncu i rezultata do kojih se došlo u izučavanju pega na zvezdama tipa RS CVn, i u zavisnosti od temperature zvezde na kojoj se pege nalaze. Za zvezde koje su proučavane u ovom radu vrednost koeficijentata albeda je fiksirana na $A_p = 0.5$ koji sledi iz postupka za račun efekta refleksije u TDS. Rešavanje obrnutog zadatka se obično počinje sa malim brojem slobodnih parametara, pa kada se stigne u fazu neznatnih promena sume kvadrata odstupanja između posmatrane i sintetičke krive sjaja, tj. veličine $S = \sum(O - C)^2$, spisak slobodnih parametara se automatski proširuje i konvergencija se nastavlja. Tipična varijanta podrazumeva određivanje odnosa masa komponentata, koeficijentata popunjenosti kritičnog ovala primarne komponente, inklinacije orbite, temperature jedne od komponentata, ugaonih dimenzija, pozicionog ugla (longitude) i temperature svetle pege. Fiksnu temperaturu jedne od komponentata zadajemo na osnovu spektralne klase zvezde. Na osnovu spektralnih klasa komponentata takođe zadajemo i koeficijente gravitacionog potamnjenja kao i inicijalnu vrednost temperature druge komponente. Ostale veličine se procenjuju na osnovu izgleda krive sjaja.

U odsustvu spektroskopskih posmatranja i podataka za radialne brzine, odnosi masa su procenjeni isključivo na osnovu fotometrijskih podataka koristeći tzv. q -pretragu (eng. q -search). Ovaj pristup podrazumeva izradu niza pojednostavljenih, preliminarnih modela sa različitim vrednostima odnosa masa koji ne uključuju zvezdane pege i doprinos trećeg svetla, a izabrani su tako da ravnomerno pokriju razuman opseg; q -pretraga je u ovim slučajevima izvršena za vrednosti q od 0.1 do 1.0 jer je $q = m_2/m_1$ tj. $q = m_s/m_p$ gde je m_1 uvek masivnija komponenta pa vrednost za q ne prelazi 1. Ovi modeli se zatim optimizuju kako bi se posmatranja što

bolje uklopila prilagođavanjem glavnih orbitalnih i fizičkih parametara (inklinacija, faktori popunjenosti, temperature), ali ne i samog odnosa masa, koji ostaje fiksiran na početnoj vrednosti. Kvalitet fita, kvantifikovan zbirom kvadrata reziduala između posmatranih i sintetičke krive sjaja, $\sum(O - C)^2$, se zatim prikazuje na grafiku u funkciji odnosa masa za svaku probnu vrednost q . Pošto odnos masa utiče na relativne veličine komponenti, on ima značajan efekat na oblik krive sjaja, naročito u sistemima sa dovoljno visokim inklinacijama koje proizvode totalna pomračenja. Iz tog razloga, očekujemo da će se kvalitet fita značajno povećati kako se probne vrednosti q približavaju stvarnom odnosu masa. Minimalna vrednost q -pretrage, koji predstavlja najbolji odnos masa, nalazi se prilagođavanjem polinoma kroz tačke. Zatim se procedura ponavlja za finije uzorkovanje probnih vrednosti q u regiji blizu ovog minimuma. Model sa najboljom procenom za odnos masa se konačno optimizuje sa celokupnim setom parametara, uključujući i q .

Još jedan važan koncept koji pomaže u ograničavanju mase komponentata u dvojnem sistemu je funkcija mase (Podsiadlowski, 2014). Izjednačavajući gravitacionu silu sa centripetalnom obe komponente i koristeći Njutnove relacije pretpostavljajući kružne orbite, možemo zapisati funkcije mase f_1 i f_2 za primarnu i sekundarnu zvezdu, respektivno:

$$f_1 = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{P(v_1 \sin i)^3}{2\pi G},$$

$$f_2 = \frac{m_1^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{P(v_2 \sin i)^3}{2\pi G}.$$

Desna strana ovih jednačina sadrži samo merljive veličine, kao što su projektovana amplituda radijalnih brzina komponentata ($v_{1,2} \sin i$ gde je i inklinacija sistema) i period P (G je gravitaciona konstanta). Odatle, funkcija mase je direktno zavisna od posmatranih veličina. Za dvostruko spektroskopske zvezde, gde amplituda radijalne brzine može biti izmerena, mogu se iskoristiti ove relacije da se nađe $m_1 \sin^3 i$ i $m_2 \sin^3 i$. Često je teško odrediti inklinaciju, ali u slučajevima gde je to moguće, može se odrediti masa obe komponente (kad je inklinacija $i \simeq 90^\circ$). Ovo je jedna od najvažnijih metoda u određivanju zvezdanih masa, uključujući one kod kompaktnih objekata kao što su beli patuljci, neutronske zvezde i crne rupe. U slučaju kad je jedna zvezda mnogo manje masivna od druge ($m_1 \ll m_2$), funkcija mase manje masivne komponente je direktno proporcionalna masi većoj:

$$f_2(m_1) \simeq m_2 \sin^3 i$$

Bez spektroskopskih podataka, da bismo dobili apsolutne parametre sistema, masa primarne komponente je procenjena na osnovu spektralnog tipa, iz tablica koje su date u Lang (1992), koje predstavljaju veze između spektralnog tipa, mase i radijuse zvezda, sa pretpostavkom da se radi o zvezdi glavnog niza. Masa sekundarne komponente može biti izračunata iz poznatog odnosa masa. Znajući ukupnu masu i period sistema, možemo dobiti orbitalnu separaciju iz trećeg Keplerovog zakona:

$$\frac{a^3}{P^2} = m_1 + m_2$$

gde je separacija $a = a_{orb} = R = 214.84261 R_{\odot}$ data u Sunčevim radijusima ($R_{\odot} = 695990$) km, period $P = P[\text{d}]/365.25$ u godinama a ukupna masa sistema ($m_1 + m_2$) u masama Sunca.

U slučaju da su poznate amplitude krivih radijalnih brzina komponentata v_1 i v_2 , separacija se može naći preko:

$$a[\text{km}] \sin i = \frac{86400}{2\pi} (v_1 + v_2) P[\text{d}].$$

Apsolutni parametri koji su dobijeni na osnovu metode obrnutog zadatka su:

$\Sigma(\text{O} - \text{C})^2$ - konačna suma kvadrata rezidula između posmatrane (LCO) i sintetičke (LCC) krive sjaja;

σ_{rms} - srednja kvadratna greška (eng. *root-mean-square*) reziduala;

$q = m_s/m_p$ - odnos masa komponentata;

$T_{\text{p,s}}$ - efektivna temperatura masivnije primarne i manje masivne sekundarne komponente;

$\beta_{\text{p,s}}, A_{\text{p,s}}, f_{\text{p,s}}$ - eksponenti gravitacionog potamnjenja, albedo i ne-sinhroni rotacioni koeficijenti komponentata, respektivno;

$A_{\text{cs}}, \theta_{\text{cs}}, \lambda_{\text{cs}}$ i φ_{cs} - temperaturni koeficijenti, uglovne dimenzije, longitude i latitude (u stepenima) pega na primaru i sekundaru;

F_p - faktor popunjenosti za kritični Rošov oval masivnije, primarne komponente;

i [°] - orbitalna inklinacija (u stepenima);

$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_{\text{B,V,R,I}}$ - doprinos trećeg svetla ukupnom svetlu sistema u B,V,R i I opsegu talasnih dužina;

$\Omega_{\text{p,s}}, \Omega_{\text{in}}, \Omega_{\text{out}}$ - bezdimenzioni površinski potencijali komponentata, unutrašnje i spoljašnje kontaktne površine, respektivno;

$f_{\text{over}}[\%]$ - stepen kontakta;

$R_{p,s}$ - polarni radijus komponenata u jedinicama rastojanja između njihovih centara;

$L_p/(L_p + L_s)$ - luminoznost masivnije, primarne komponente (uključujući hladnu pegu);

$m_{p,s}[m_\odot]$, $R_{p,s}[R_\odot]$ - zvezdane mase i srednji radijus komponenata u sunčevim jedinicama;

$\log g_{p,s}$ - logaritam efektivnog gravitacionog ubrzanja komponenata u CGS jedinicama;

$M_{bol}^{p,s}$ - apsolutna bolometrijska magnituda komponenata;

$a_{orb}[R_\odot]$ - orbitalna velika poluosa u jedinicama Sunčevih radijusa.

5.2 RZ UMi

Eklipsni dvojni sistem RZ UMi otkriven je od strane Goranskija (Goranskij, 1982) koji ga svrstava u klasu eklipsnih TDS tipa W UMa, sa periodom od $P = 0.3373$ dana (Hoffman et al., 2009). Druga posmatranja su odrađena od strane van Kanterena i saradnika (van Cauteren et al., 2006) koristeći 0.4m njutnovski teleskop, i V filter po specifikaciji Besela (Bessell, 1995). Parametri sistema su izvedeni korišćenjem Vilson i Devini (Wilson and Devinney, 1971) koda. Iz grubog odnosa period-boja za zvezde W UMa (Eggen, 1967) pretpostavljena je prosečna temperatura primarne zvezde $T_1 = 5500\text{K}$. Pretpostavljene su vrednosti gravitacionih potamnjenja ($g_{p,s} = 0.32$) i bolometrijskog albeda ($A_{p,s} = 0.5$) tipične za kontaktne dvojne sisteme. Najbolji fit je zatim izveden sa slobodnim parametrima za temperaturu sekundarne komponente (T_2), nagibom (i), površinskim potencijalom i relativnim monohromatskim sjajem primarne zvezde, uz pretpostavku različitih vrednosti odnosa masa q . Ovi proračuni su pokazali da bilo koji odnos mase između 0.8 i 2.2 odgovara podacima skoro podjednako dobro. Vrednost temperature sekundarne zvezde ostaje skoro konstantna na $T_2 = 5395 \pm 25\text{K}$ tokom ovog intervala, dok vrednost nagiba raste od $i = 80.3^\circ$ za $q = 0.8$ do $i = 83.3^\circ$ za $q = 2.2$.

Sa novim i kvalitetnijim posmatračkim podacima iz ovog rada možemo pristupiti detaljnijoj analizi ovog sistema. Koristeći kod Đuraševića (Djurasevic, 1991) odrađena je analiza dobijene krive sjaja sistema. Početni posmatrački materijal je dat preko trenutka posmatranja izraženog u heliocentričnim Julijanskim danima i diferencijalne magnitude, i prikazan je u Tabeli 5.1.

Poznavanjem orbitalnog perioda sistema i krive sjaja, preko epohe primarnog minimuma, ovako dat posmatrački materijal se jednostavno standardnim postupkom prevodi na oblik gde je vremenska skala prevedena u orbitalne faze i konstruiše se kriva sjaja u funkciji diferencijalna magnituda-faza. Dobijena kriva sjaja je tipa EW i pokazuje asimetriju i različite amplitude maksimuma, kao i širine primarnog i sekundarnog minimuma. Koristeći metodu Ki i van Verdena (Kwee and van Woerden, 1956) izračunato je vreme primarnog i sekundarnog minimuma koja iznose:

$$I_{min} = 2460390.5059039 \pm 0.0001020,$$

$$II_{min} = 2460390.3376719 \pm 0.0001494,$$

pa je nova dobijena efemerida:

$$I_{min}[\text{HJD}] = 2460390^d.5059039 + 0.33733 \times E \quad (5.1)$$

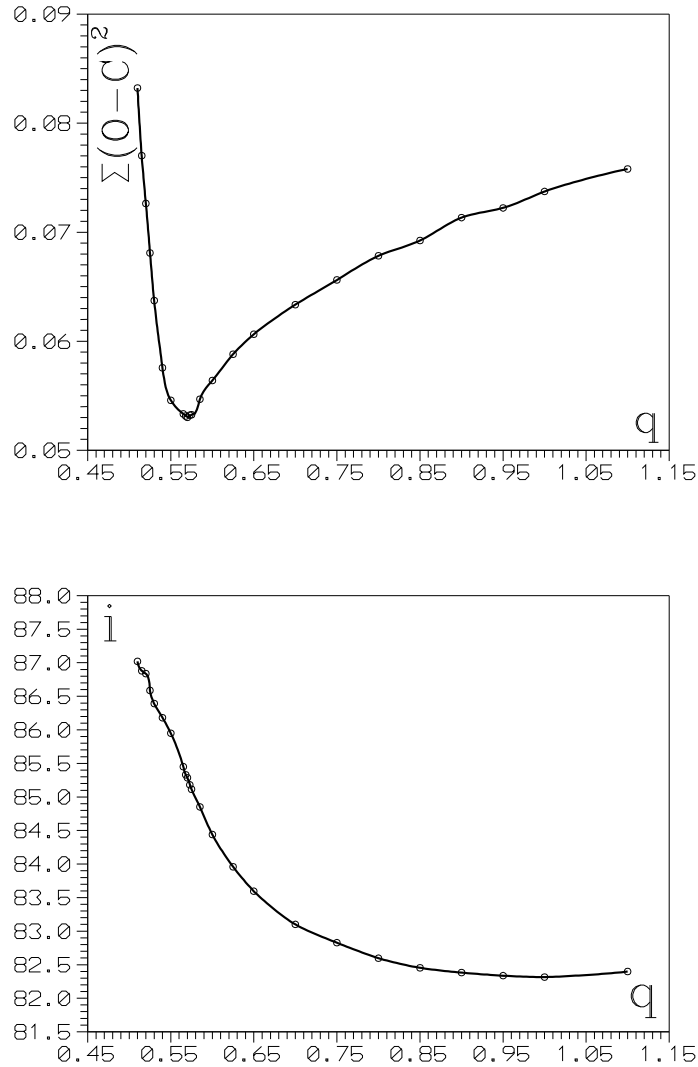
Tabela 5.1: Pregled jednog dela podataka krive sjaja oko sekundarnog minimuma za sistem RZ UMi u I filteru

RZ UMi			
HJD	Faza	Δm	Greška
2460390.326554	0.46836	-0.87460	0.00668
2460390.329367	0.47669	-0.81357	0.00653
2460390.332168	0.48500	-0.77007	0.00688
2460390.334968	0.49330	-0.76838	0.00669
2460390.337781	0.50164	-0.76498	0.00652
2460390.340582	0.50994	-0.75750	0.00621
2460390.343394	0.51827	-0.77739	0.00696
2460390.346195	0.52658	-0.82790	0.00659
2460390.348996	0.53488	-0.87983	0.00666
2460390.351808	0.54322	-0.94323	0.00655
2460390.354609	0.55152	-1.00191	0.00643
2460390.357421	0.55985	-1.04790	0.00653

Sa ovako dobijenom krivom sjaja moguće je pristupiti analizi u okviru modela TDS sa pegama na komponentama koje bi objasnile različite visine maksimuma kao i asimetričnost. Analiza je obavljena primenom metode obrnutog zadatka, za krive sjaja u B, V, R i I filteru posebno.

U odsustvu spektroskopskih posmatranja koje bi pružile vrednosti za radijalne brzine, analiza počinje određivanjem odnosa masa samo iz fotometrijskih podataka, koristeći q -pretragu. Traži se minimalna vrednost $\sum(O - C)^2$ sa promenom parametra q . Za ovaj sistem dobija se vrednost od $q = m_2/m_1 = 0.570$ (Slika 5.1). Takođe isplotovana je i promena inklinacije orbite sa promenom odnosa masa gde je dobijena vrednost inklinacije od $i \approx 85.2 \pm 0.6$. koja odgovara odnosu masa od $q = 0.570$. Pretpostavljajući ovu vrednost odnosa masa q , ispitane su dve hipoteze. Prva hipoteza pretpostavlja hladnu pegu na sekundarnoj komponenti a druga na primarnoj komponenti. Temperatura primarne komponente $T_1 = 5500$ K je fiksirana, dok je optimizacija modela rezultirala temperaturom sekundarne komponente koja je nešto viša od temperature primarne: $T_2 = 5650 \pm 20$ K. Sistem je u kontaktnoj konfiguraciji sa stepenom kontakta $f_{\text{over}} \approx 9\%$.

Rezultati pokazuju izvrsno slaganje rešenja, pri ovim radnim hipotezama o postojanju tamne pege na primarnoj ili sekundarnoj komponenti. Konačna suma kvadrata odstupanja između posmatrane i konačne sintetičke krive sjaja modela je male vrednosti, što ukazuje na dobro fitovanje. U Tabeli 5.2 su dati dobijeni parametri i greške njihovog određivanja za slučaj hipoteze sa hladnom pegom na sekundarnoj



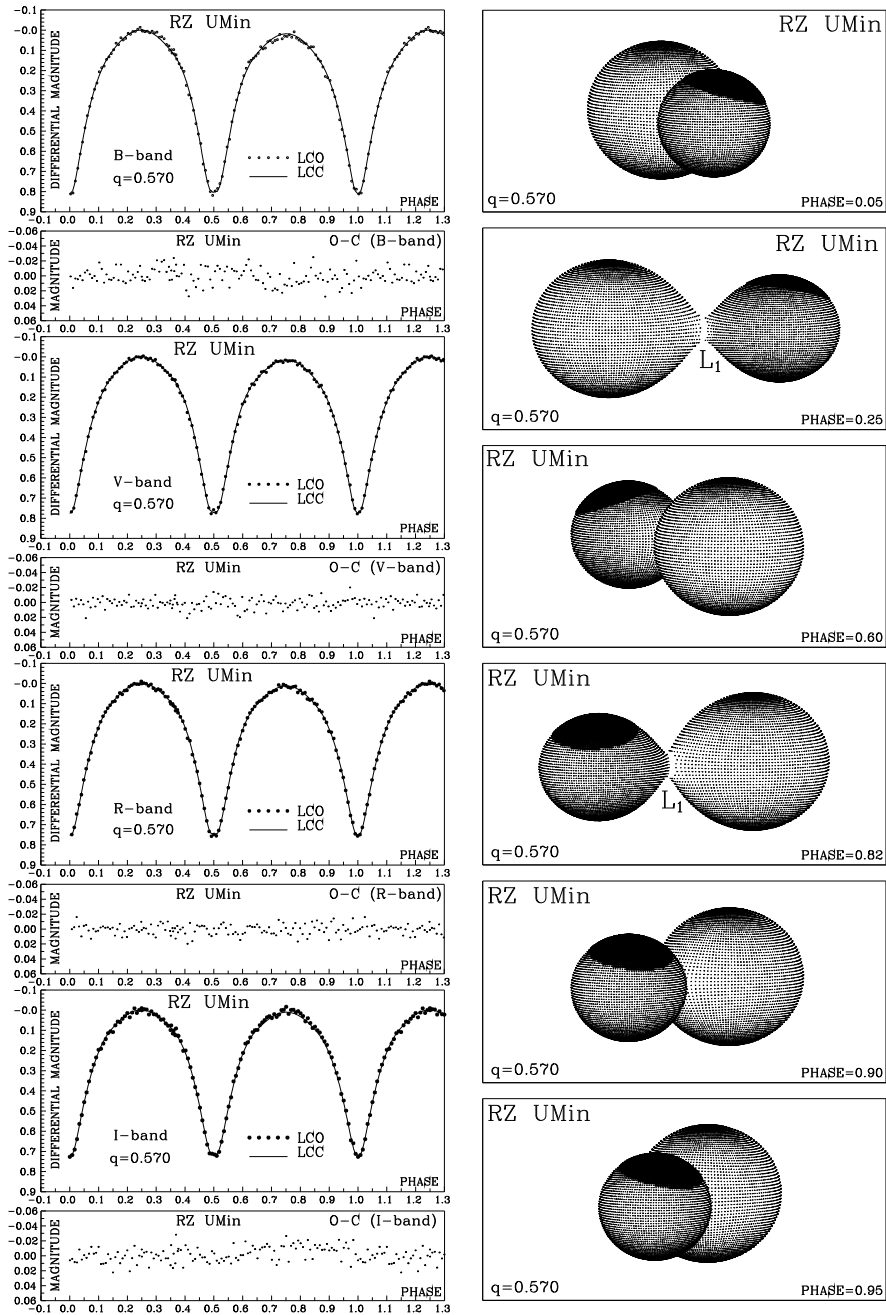
Slika 5.1: Traženje odnosa mase i inklinacije q -search metodom. Svaka tačka na gornjem grafiku predstavlja kvalitet fita krive sjaja odnosno $\sum_i (O - C)^2$ za pretpostavljeni odnos masa komponenata.

komponenti, a u Tabeli 5.3 za hipotezu sa hladnom pegom na masivnijoj primarnoj komponenti, koje slede iz metode najmanjih kvadrata za svaku pretpostavljenu hipotezu pojedinačno. Na osnovu dobijenih rezultata, na slikama 5.2 i 5.3 su prikazane posmatrana (obeležena tačkama) i konačna sintetička kriva (obeležena punom linijom), nacrtane jedna preko druge kako bi se mogao videti kvalitet fita. Konačna

odstupanja ($O - C$) između posmatranih i optimalnih sintetičkih krivih sjaja dobijene pri optimalnim parametrima modela nađenim rešavanjem obrnutog zadatka su u okviru tačnosti merenja. Odstupanja su prikazana (označena tačkama) ispod krivih sjaja sa oznakom $O - C$, za svaki filter pojedinačno. Na osnovu dobijenih rezultata, RZ UMi možemo svrstati u podtip A, jer je u primarnom minimumu pomračena masivnija komponenta. Na desnoj strani Slike 5.2 i 5.3 prikazan je 3D model sistema, onako kako bi ga video posmatrač na orbitalnim fazama 0.05, 0.25, 0.60, 0.82, 0.9 i 0.95.

Tabela 5.2: Rezultati simultane analize BVRI krivih sjaja tesno dvojnog sistema RZ UMi, dobijeni rešavanjem inverznog problema za Rošov model sa hladnom pegom na manje masivnoj (sekundarnoj) komponenti. n je ukupan broj pojedinačnih frejmova u svim filterima.

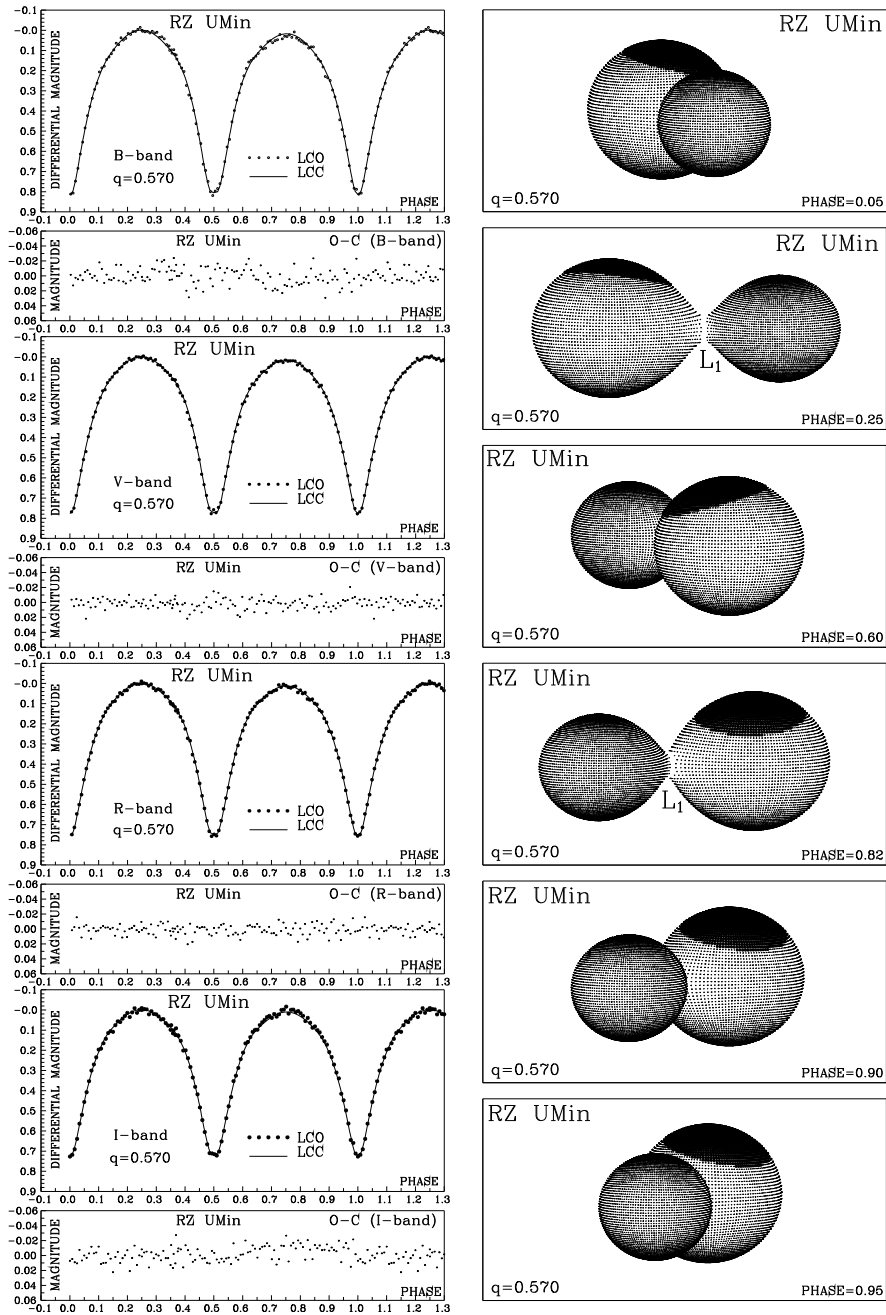
Parametar	
sistem	RZ UMi
$n(\text{B} + \text{V} + \text{R} + \text{I})$	649
$\Sigma(\text{O} - \text{C})^2$	0.0509
σ_{rms}	0.0089
$q = m_s/m_p$	0.570
T_p	5500
$A_{p,s}$	0.5
$\beta_{p,s}$	0.08
$f_p = f_s$	1.0
$A_{cs} = T_{cs}/T_s$	0.96 ± 0.02
θ_{cs}	48.7 ± 1.3
λ_{cs}	311.7 ± 4.2
φ_{cs}	71.6 ± 1.5
T_s	5650 ± 20
F_p	1.012 ± 0.002
i [°]	85.2 ± 0.6
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_B$	0.000 ± 0.002
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_V$	0.000 ± 0.002
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_R$	0.000 ± 0.002
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_I$	0.012 ± 0.002
$\Omega_{p,s}$	2.9768
Ω_{in}	3.0081
Ω_{out}	2.6725
f_{over} [%]	9.30
$R_p[D = 1]$	0.408
$R_s[D = 1]$	0.315
$L_p/(L_p + L_s)(\text{B}; \text{V}; \text{R}; \text{I})$	0.600; 0.602; 0.603; 0.605
$m_p[M_\odot]$	0.922 ± 0.02
$m_s[M_\odot]$	0.525 ± 0.02
$R_p[R_\odot]$	1.007 ± 0.02
$R_s[R_\odot]$	0.781 ± 0.02
$\log g_p$	4.40 ± 0.02
$\log g_s$	4.37 ± 0.02
M_{bol}^p	4.98 ± 0.02
M_{bol}^s	5.42 ± 0.03
$a_{\text{orb}}[R_\odot]$	2.30 ± 0.02



Slika 5.2: Rezultati analize B,V,R i I krive sjaja (LCO), prikazani zajedno sa optimalnom sintetičkom krivom (LCC), konačni $O - C$ reziduali i prikaz modela sa hladnom pegom na sekundarnoj komponenti u orbitalnim fazama 0.05, 0.25, 0.60, 0.82, 0.90 i 0.95.

Tabela 5.3: Rezultati simultane analize BVRI krivih sjaja tesno dvojnog sistema RZ UMi, dobijeni rešavanjem inverznog problema za Rošov model sa hladnom pegom na masivnijoj (primarnoj) komponenti.

Parametar	
sistem	RZ UMi
$n(\text{B} + \text{V} + \text{R} + \text{I})$	649
$\Sigma(\text{O} - \text{C})^2$	0.0516
σ_{rms}	0.0089
$q = m_s/m_p$	0.570
T_p	5500
$A_{p,s}$	0.5
$\beta_{p,s}$	0.08
$f_p = f_s$	1.0
$A_{cs} = T_{cs}/T_s$	0.96 ± 0.02
θ_{cs}	48.7 ± 1.3
λ_{cs}	300.2 ± 4.2
φ_{cs}	74.2 ± 1.5
T_s	5620 ± 20
F_p	1.013 ± 0.002
i [°]	85.3 ± 0.6
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_B$	0.001 ± 0.002
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_V$	0.003 ± 0.002
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_R$	0.004 ± 0.002
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_I$	0.016 ± 0.002
$\Omega_{p,s}$	2.9760
Ω_{in}	3.0081
Ω_{out}	2.6725
f_{over} [%]	9.56
$R_p[D = 1]$	0.408
$R_s[D = 1]$	0.315
$L_p/(L_p + L_s)(\text{B}; \text{V}; \text{R}; \text{I})$	0.585; 0.588; 0.591; 0.593
$m_p[M_\odot]$	0.922 ± 0.02
$m_s[M_\odot]$	0.525 ± 0.02
$R_p[R_\odot]$	1.008 ± 0.02
$R_s[R_\odot]$	0.781 ± 0.02
$\log g_p$	4.40 ± 0.02
$\log g_s$	4.37 ± 0.02
M_{bol}^p	4.98 ± 0.02
M_{bol}^s	5.44 ± 0.03
$a_{\text{orb}}[R_\odot]$	2.30 ± 0.02



Slika 5.3: Rezultati analize B,V,R i I krive sjaja (LCO), prikazani zajedno sa optimalnom sintetičkom krivom (LCC), konačni O-C reziduali i prikaz modela sa hladnom pegom na primarnoj komponenti u orbitalnim fazama 0.05, 0.25, 0.60, 0.82, 0.90 i 0.95.

5.3 OQ UMa

OQ UMa otkrivena je kao promenljiva zvezda prilikom pretrage neba oko galaksije M101 (Romano, 1979). Nova fotometrijska posmatranja sistema su odrađena tokom noći 8. aprila 2024. godine. Do sada nije urađena kvantitativna analiza ovog sistema, pa sa novim posmatračkim podacima pristupamo konstrukciji krive sjaja i njenoj analizi. U Tabeli 5.4 prikazan je deo posmatračkog materijala dobijenog diferencijalnom fotometrijom sa kojim pristupamo konstruisanju krive sjaja.

Tabela 5.4: Pregled jednog dela podataka krive sjaja oko primarnog minimuma za sistem OQ UMa u I filteru.

OQ UMa			
HJD	Faza	Δm	Greška
2460409.297941	0.95644	1.39100	0.006239
2460409.300771	0.96642	1.40362	0.004536
2460409.303537	0.97618	1.41288	0.004587
2460409.306291	0.98590	1.42716	0.004626
2460409.309057	0.99567	1.42778	0.004690
2460409.311812	0.00539	1.42794	0.004779
2460409.314567	0.01511	1.42928	0.004989
2460409.317333	0.02487	1.41558	0.004921
2460409.320087	0.03459	1.40326	0.004723
2460409.322842	0.04431	1.35969	0.004467
2460409.325608	0.05408	1.31274	0.004579
2460409.328363	0.06380	1.26892	0.004574

Koristeći metodu Ki i van Verdena (Kwee and van Woerden, 1956) izračunata su vremena primarnog i sekundarnog minimuma koja iznose:

$$I_{\min} = 2460409^d.3102869 \pm 0.0014032$$

$$II_{\min} = 2460409^d.4566844 \pm 0.0012183$$

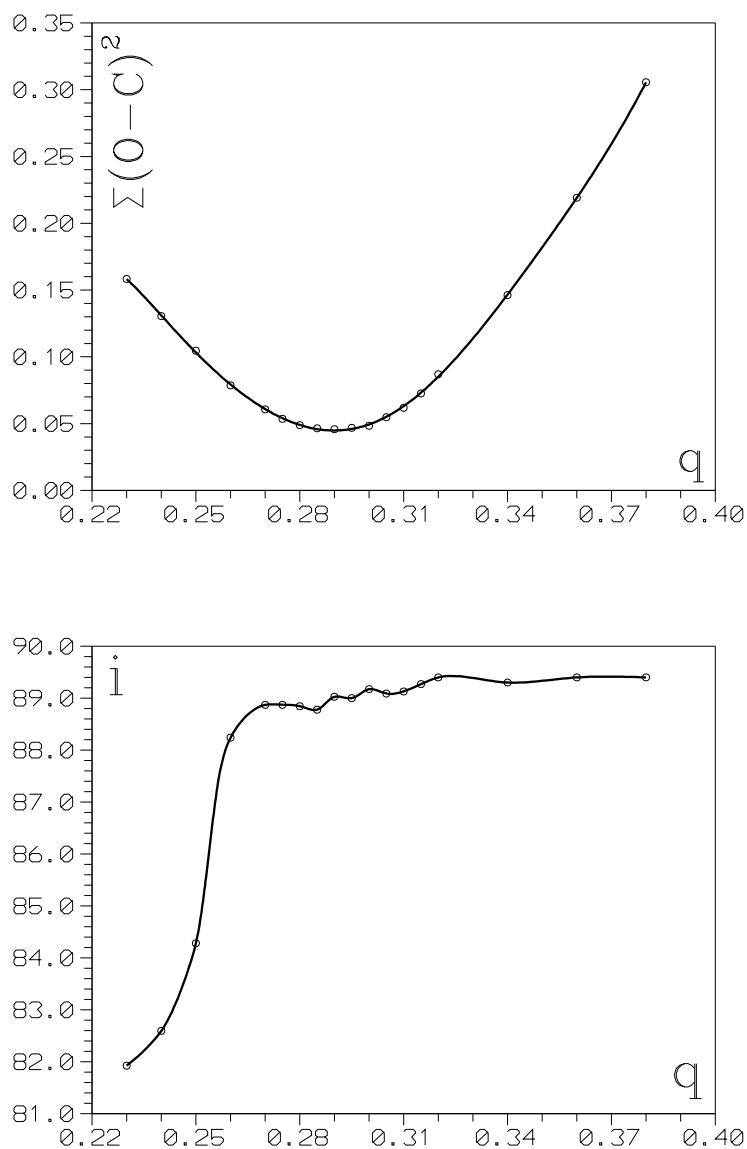
pa nova efemerida iznosi:

$$I_{\min}[\text{HJD}] = 2460409^d.3102852 + 0.283356 \times E \quad (5.2)$$

Kao i u prethodnom slučaju, analiza započinje određivanjem odnosa mase komponentata q -pretragom zbog nedostatka spektroskopskih posmatranja. q -pretraga za ovaj sistem daje vrednost od $q = 0.290$ (Slika 5.4). Uz ovaj odnos masa, dobijamo da je inklinacija sistema 89.4 stepena. Zbog ovako velike inklinacije imamo totalna

pomračenja, pa odnos masa možemo smatrati pouzdanim. Na krivi sjaja tokom sekundarnog pomračenja se može primetiti ravno dno minimuma, zbog toga što veća komponenta potpuno zamračuje sekundarnu koja je skoro dvostruko manjeg radijusa i ima trećinu mase primarne komponente (Slika 5.5). Analiza krive sjaja pokazuje da je ovaj sistem u plitkom „overkontaktu“ sa stepenom kontakta od $f_{\text{over}} = 12.9\%$. U primarnom minimumu je pomračena veća, masivnija primarna komponenta što ovaj sistem čini potklasom A. Temperatura primarne komponente je preuzeta iz GAIA kataloga i uzeta kao fiksni parametar prilikom pokretanja programa. Dobija se da je temperatura sekundarne komponente identična, sa greškom od oko 20K. Na krivi sjaja se mogu primetiti različite amplitude maksimuma sjaja kao i asimetričnost krive što ukazuje na postojanje hladne pege na primarnoj komponenti, i svetle pege u regionu vrata, što uz jednake temperature komponentata i postojanja izraženijeg trećeg svetla u I filteru ukazuje da postoji aktivan transfer mase sa masivnije komponente na manje masivnu sekundarnu komponentu. Analiza potvrđuje postojanje pege na većoj komponenti, na latitudi od 182 stepena i longitudi od 33 stepena, i ukazuje na magnetsku aktivnost na površini zvezde.

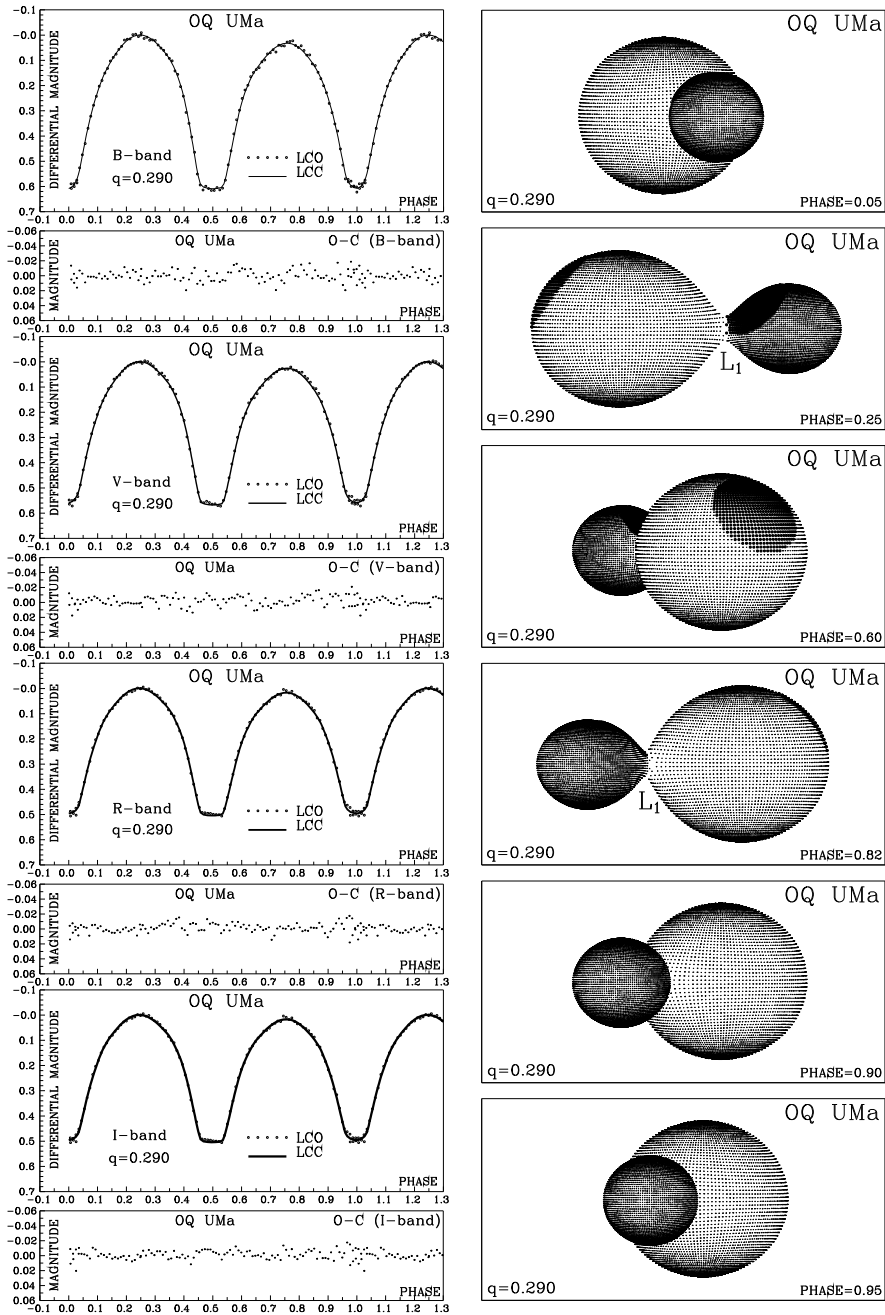
Odstupanja između posmatrane i sintetičke krive imaju malu vrednost, što govori o dobrom kvalitetu fita (Slika 5.5). Parametri koji su dobijeni su prikazani u Tabeli 5.5.



Slika 5.4: Traženje odnosa mase i inklinacije q -search metodom. Svaka tačka na gornjem grafiku predstavlja kvalitet fita krive sjaja odnosno $\sum_i(O-C)^2$ za pretpostavljeni odnos masa komponentata.

Tabela 5.5: Rezultati simultane analize BVRI krivih sjaja tesno dvojne zvezde OQ UMa, dobijeni rešavanjem inverznog problema za Rošov model sa hladnom pegom na masivnijoj primarnoj komponenti i svetlom pegom u regionu vrata na manje masivnoj sekundarnoj komponenti.

Parametar	
sistem	OQ UMa
$n(B + V + R + I)$	586
$\Sigma(O - C)^2$	0.0259
σ_{rms}	0.0067
$q = m_s/m_p$	0.290
T_p	5850
$A_{p,s}$	0.5
$\beta_{p,s}$	0.08
$f_p = f_s$	1.0
$A_{cs} = T_{cs}/T_s$	0.95 ± 0.02
θ_{cs}	32.9 ± 1.5
λ_{cs}	182.5 ± 2.6
φ_{cs}	33.1 ± 1.0
$A_{bs} = T_{bs}/T_s$	1.10 ± 0.03
θ_{bs}	43.4 ± 1.8
λ_{bs}	155.5 ± 2.6
φ_{bs}	37.6 ± 1.0
T_s	5849 ± 35
F_p	1.011 ± 0.002
i [°]	89.4 ± 0.4
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_B$	0.000 ± 0.002
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_V$	0.008 ± 0.002
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_R$	0.004 ± 0.002
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_I$	0.035 ± 0.002
$\Omega_{p,s}$	2.4206
Ω_{in}	2.4440
Ω_{out}	2.2628
f_{over} [%]	12.9
$R_p[D = 1]$	0.463
$R_s[D = 1]$	0.264
$L_p/(L_p + L_s)(B; V; R; I)$	0.729; 0.731; 0.732; 0.733
$m_p[M_\odot]$	1.00 ± 0.02
$m_s[M_\odot]$	0.29 ± 0.02
$R_p[R_\odot]$	0.983 ± 0.02
$R_s[R_\odot]$	0.564 ± 0.02
$\log g_p$	4.45 ± 0.02
$\log g_s$	4.40 ± 0.02
M_{bol}^p	4.77 ± 0.02
M_{bol}^s	5.98 ± 0.03
$a_{\text{orb}}[R_\odot]$	1.9755 ± 0.02



Slika 5.5: Rezultati analize B,V,R i I krive sjaja (LCO), prikazani zajedno sa optimalnom sintetičkom krivom (LCC), konačni O-C reziduali i prikaz modela sa hladnom pegom na primarnoj komponenti i svetlom pegom u regionu vrata na sekundarnoj komponenti u orbitalnim fazama 0.05, 0.25, 0.60, 0.82, 0.90 i 0.95.

5.4 LP UMa

LP UMa otkrivena kao promenljiva zvezda tipa δ Scuti (Martin, 2000). Kasnije, posmatranjem u V i R filteru, prema indeksu boje, spektralni tip je procenjen da je srednji G, što nije u saglasnosti sa klasifikacijom zvezda kao tipa δ Scuti koje su najčeće od A0 do F5 spektralnog tipa. Kriva sjaja pokazuje drugačije dubine minimuma koji se ponavljaju ciklično, pa je utvrđeno da je LP UMa polukontaktni TDS tipa β Lyra (Biro, 2000), sa visokim odnosom masa između komponentata od $q = 0.88$. Kod drugih autora, efektivna temperatura procenjena je na osnovu indeksa boje i iznosi $T = 5500\text{K}$, razlika u temperaturi $\Delta T = T_1 - T_2 = 1045\text{K}$ i stepen kontakta $f = 57\%$ (Csizmadia et al., 2003). Analiza krivih sjaja iz prethodnog rada je pokazala male asimetričnosti primarnog i sekundarnog minimuma (efekat *O'Connell*-a) koje su objašnjene prisustvom tamne pege na sekundarnoj komponenti. Analiziran je i orbitalni period i dobijen rezultat pokazuje ekstremno visoku stopu povećanja perioda što može biti objašnjeno transferom mase sa manje masivne na masivniju komponentu sistema i prisustvom trećeg tela u sistemu. Prasad et al. (2014) su objavili nove fotometrijske rezultate u studiji o tri kontakna sistema tipa W UMa. Pronašli su mali *O'Connell*-ov efekat zbog prisustva vruće pege na komponentama. Dodatno, pronašli su da je LP UMa kontaktno dvojna sa stepenom kontakta od $f = 14\%$ i velikim odnosom mase, kao i u radu Csizmadia et al. (2003). Promena orbitalnog perioda je objašnjena transferom mase sa primarne na sekundarnu komponentu. Novi set krivih sjaja i osam novih trenutaka minimuma su predstavljeni u radu Liao et al. (2015). Potvrđena je najbrža stopa povećanja perioda za zvezde tipa W UMa (+10.21 s 100yr) koja sugerise da zapravo primarna zvezda vrši akreciju mase sekundarne zvezde stopom od $\dot{m} = 5.3 \times 10^{-6} M_{\odot}\text{yr}^{-1}$. Sa uključenom trećom komponentom, apsolutni fizički parametri su procenjeni na $m_1 = 0.9M_{\odot}$, $m_2 = 0.74M_{\odot}$, $R_1 = 1.04R_{\odot}$, $R_2 = 0.97R_{\odot}$, $L_1 = 0.875L_{\odot}$, $L_2 = 0.442L_{\odot}$, razdvojenost između komponentata od $a = 2.27R_{\odot}$, odnos mase $q = 0.823$ i stepen kontakta $f = 66.6\%$. Potrebna su dodatna spektroskopska posmatranja da se potvrdi odnos mase i ispita da li postoji dodatna treća komponenta koja doprinosi ukupnom sjaju i koja može imati značajnu ulogu u evoluciji sistema.

Posmatranja i analiza sa Weihai opservatorije su dali dosta drugačije rezultate (Guo et al., 2016). U radu je otvrđeno da je LP UMa podtip A kontaktnih TDS tipa W UMa, sa odnosom mase $q = 0.33$ i razlikom u temperaturi između komponenti od $\Delta T = 90\text{K}$, stepenom kontakta od $f = 7.9\%$. Asimetričnu krivu sjaja takođe

objašnjavaju prisustvom vruće pege na masivnijoj komponenti. Uzimajući u obzir da su obe komponente zvezde glavnog niza, procenjeno je da je masa primarne komponente $M_1 = 0.92M_\odot$ a sekundarne $M_2 = 0.30M_\odot$. Za orbitalni period je dobijena takođe velika stopa povećanja perioda kao u prethodnim radovima, ali za stopu akrecije mase kojom se ovo objašnjava su dobijeni rezultati različiti za red veličine ($\dot{m} = 5.2 \times 10^{-7}M_\odot yr^{-1}$) što je verovatno uzrokovano drugačijim odnosom masa. Različiti autori su došli do znatno različitih rezultata (Tabela 5.6).

Sa novim fotometrijskim podacima pristupićeemo još jednoj analizi ovog sistema i upoređićemo dobijene rezultate. Kao i u prethodnim slučajevima, prvo pristupamo izračunavanju epohe koja počinje dubljim minimumom koji je i u ovom slučaju primarni minimum. Koristeći metodu Ki i van Verdena (Kwee and van Woerden, 1956) dobijeno je vreme primarnog i sekundarnog minimuma koja iznose:

$$\begin{aligned} I_{\min} &= 2460340^d.6245199 \pm 0.0003386 \\ II_{\min} &= 2460340^d.4733146 \pm 0.0003066 \end{aligned}$$

Pa je nova efemerida za epohe:

$$I_{\min}[\text{HJD}] = 2460340^d.6245199 + 0.309897 \times E \quad (5.3)$$

Deo posmatračkog materijala kojim je konstruisana kriva sjaja je dat u Tabeli 5.7. Kada se uporede krive sjaja koje su dobijane u prethodnim radovima, može se primetiti da se njen oblik menjao sa vremenom. Dubine minimuma su skoro izjednačene otkrivajući da se efektivne temperature obe komponente izjednačavaju što pokazuju i rezultati analize. Zbog asimetričnosti krive sjaja, analizirali smo podatke sa hipotezom da se na površinama primarne i sekundarne komponente nalazi po jedna hladna pega, čije su koordinate određene programom. U procesu određivanja parametara, temperatura primarne komponente je bila fiksirana na prethodno određenu vrednost od $T_p = 5500\text{K}$ (Csizmadia et al. (2003), Liao et al. (2015)). Efekti gravitacionog potamnjenja su takođe fiksirani na $g = 0.32$ za konvektivne atmosfere (Lucy, 1968), kao i vrednosti za bolometrijski albedo od $A_1 = A_2 = 0.5$ ((Ruciński, 1969). Parametri koji su bili postavljeni kao slobodni su inklinacija, temperatura sekundarne komponente, monohromatska luminoznost primarne komponente i bezdimenzioni potencijali za obe zvezde. Odnos masa je preuzet iz rada Guo et al. (2016) gde su autori odradili q -pretragu i dobili vrednost od $q = 0.327$.

Podaci analize pokazuju da je sistem LP UMa A-podtip klase W UMa sa stepenom kontakta od $f = 17.12\%$ koji ima aktivnu atmosferu sa tamnim pegama.

GLAVA 5. ANALIZA POSMATRANIH EKLIPSNIH TDS

Tabela 5.6: Poznati fizički parametri zvezde LP UMa iz prethodnih radova.

Tip sistema Spektralni tip Parametri	β Lyr	Biro (2000)	W UMa	Prasad et al. (2014)
	G5	Csizmadia et al. (2003)	Vrednost	Referenca
	Vrednost	Referenca	Vrednost	Referenca
q	0.886 ± 0.015	Csizmadia et al. (2003)	0.823 ± 0.003	Liao et al. (2015)
M_p	0.886 ± 0.015	Prasad et al. (2014)	0.327 ± 0.002	Guo et al. (2016)
M_s	$0.75 M_\odot$	Csizmadia et al. (2003)	$0.9 M_\odot$	Liao et al. (2015)
	$0.66 M_\odot$	Csizmadia et al. (2003)	$0.75 M_\odot$	Liao et al. (2015)
f_{over} [%]	57%	Csizmadia et al. (2003)	66.6%	Liao et al. (2015)
	14%	Prasad et al. (2014)	10.9 ± 2.0	Guo et al. (2016)
T_p	5516 K	Csizmadia et al. (2003)	5500K	Liao et al. (2015)
	5794 K	Prasad et al. (2014)		
T_s	4471 K	Csizmadia et al. (2003)	4802 ± 12	Liao et al. (2015)
	4921 ± 41	Prasad et al. (2014)	5302 ± 32	Guo et al. (2016)
P	0.309897	Kreiner (2004)		
i [°]			65.1 ± 0.7	Liao et al. (2015)
	62.84 ± 1.35	Csizmadia et al. (2003)	51.762 ± 0.248	Guo et al. (2016)
R_p	$0.95 R_\odot$	Csizmadia et al. (2003)	$1.04 R_\odot$	Liao et al. (2015)
R_s	$0.90 R_\odot$	Csizmadia et al. (2003)	$0.97 R_\odot$	Liao et al. (2015)
L_p	$0.75 L_\odot$	Csizmadia et al. (2003)	$0.875 L_\odot$	Liao et al. (2015)
L_s	$0.29 L_\odot$	Csizmadia et al. (2003)	$0.442 L_\odot$	Liao et al. (2015)
$L_p/(L_p + L_s)$ u (B) filteru	0.769	Prasad et al. (2014)	0.776 ± 0.008	Guo et al. (2016)
			0.567 ± 0.002	Liao et al. (2015)
$L_p/(L_p + L_s)$ u (V) filteru	0.717	Prasad et al. (2014)	0.766 ± 0.007	Guo et al. (2016)
			0.510 ± 0.002	Liao et al. (2015)
$L_p/(L_p + L_s)$ u (R) filteru	0.691	Prasad et al. (2014)	0.761 ± 0.006	Guo et al. (2016)
			0.473 ± 0.002	Liao et al. (2015)
$L_p/(L_p + L_s)$ u (I) filteru	0.667	Prasad et al. (2014)	0.757 ± 0.005	Guo et al. (2016)
				Liao et al. (2015)
$A_p = A_s$	0.50	Csizmadia et al. (2003)	0.50	Guo et al. (2016)
				Liao et al. (2015)
$g_p = g_s$	0.32	Csizmadia et al. (2003)	0.32	Guo et al. (2016)
				Liao et al. (2015)
$(\Omega_1 = \Omega_2)$	3.2811	Csizmadia et al. (2003)	3.148 ± 0.014	Liao et al. (2015)
			2.517 ± 0.006	Guo et al. (2016)
(Ω_{in})	3.496 ± 0.013	Prasad et al. (2014)	2.526	Guo et al. (2016)
(Ω_{out})	3.562	Prasad et al. (2014)	2.532	Guo et al. (2016)
M_{bol}^p	3.071	Prasad et al. (2014)		
M_{bol}^s	4.139	Prasad et al. (2014)		
RA (J2000)	4.402	Prasad et al. (2014)		
DEC (J2000)	10 33 57.79	Gaia Collaboration (2020)		
	+58 52 15.55	Gaia Collaboration (2020)		

Uzimajući u obzir da se radi o zvezdama na glavnom nizu, masa primarne komponente je procenjena na da je $m_p = 0.921m_\odot$ prema Cox (2000), a iz odnosa masa, masa manje masivne $m_s = 0.301$. Dobija se da je inklinacija sistema $i = 50.3^\circ$ što znači da ne dolazi do totalnih pomračenja pa vrednosti koje su određene za mase mogu varirati, te se ovi podaci mogu smatrati preliminarnim. Za ovaj sistem potrebna su spektroskopska posmatranja koja bi potvrdila odnos masa čime bi ostali parametri mogli biti preciznije izračunati. Parametri koji su dobijeni su prikazani u Tabeli 5.8. Na Slici 5.6 sa leve strane se nalaze krive sjaja kroz posmatrane filtere,

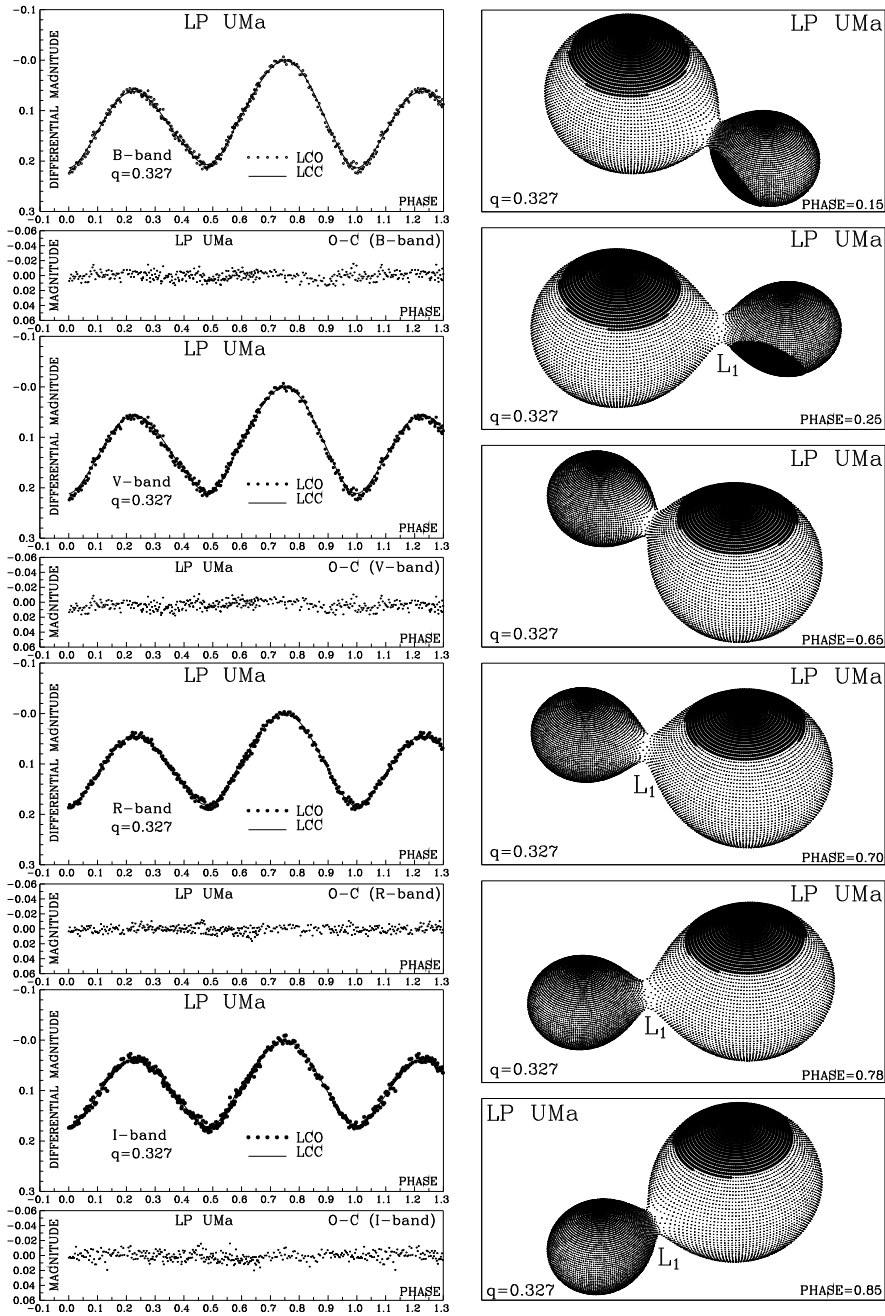
Tabela 5.7: Deo podataka krive sjaja oko primarnog minimuma za sistem LP UMa u R filteru

LP UMa			
HJD	Faza	Δm	Greška
2460340.620495	0.98701	-0.09486	0.00373
2460340.621571	0.99048	-0.09876	0.00372
2460340.622659	0.99400	-0.09995	0.00374
2460340.623736	0.99747	-0.09671	0.00372
2460340.624812	0.00094	-0.09905	0.00374
2460340.625900	0.00445	-0.10260	0.00372
2460340.626976	0.00793	-0.09297	0.00372
2460340.628064	0.01144	-0.10117	0.00373
2460340.629141	0.01491	-0.10644	0.00372
2460340.630217	0.01838	-0.10554	0.00374
2460340.631305	0.02189	-0.10435	0.00374
2460340.632393	0.02541	-0.10183	0.00373

gde tačke predstavljaju posmatrane vrednosti a punom linijom koja fituje tačke date su sintetičke vrednosti po kojom su dobijeni parametri. Ispod krive se nalaze $O - C$ vrednosti, koje pokazuju kvalitet fita. Sa desne strane je prikazan $3D$ model sistema u različitim orbitalnim fazama iz ugla pod kojim ga posmatrač vidi, odnosno sa inklinacijom od 50 stepeni. Sa slika se može videti da ne dolazi do totalnih pomračenja sistema što se primećuje i na krivama sjaja zbog malih amplituda minimuma.

Tabela 5.8: Rezultati simultane analize BVRI krivih sjaja tesno dvojne zvezde LP UMa, dobijeni rešavanjem inverznog problema za Rošov model sa hladnom pegom na primarnoj i sekundarnoj komponenti.

Parametar	
sistem	LP UMa
$n(\text{B} + \text{V} + \text{R} + \text{I})$	1585
$\Sigma(\text{O} - \text{C})^2$	0.0473
σ_{rms}	0.0054
$q = m_s/m_p$	0.327
T_p	5500
$A_{p,s}$	0.5
$\beta_{p,s}$	0.08
$f_p = f_s$	1.0
$A_{cs} = T_{cs}/T_p$	0.85 ± 0.02
θ_{cs}	48.1 ± 1.0
λ_{cs}	69.1 ± 2.0
φ_{cs}	86.3 ± 1.0
$A_{cs} = T_{cs}/T_s$	0.87 ± 0.02
θ_{bs}	46.5 ± 1.5
λ_{bs}	117.6 ± 2.0
φ_{bs}	-29.3 ± 1.0
T_s	5512 ± 30
F_p	1.015 ± 0.002
i [°]	50.3 ± 0.3
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_B$	0.0060 ± 0.003
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_V$	0.000 ± 0.002
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_R$	0.077 ± 0.003
$l_3/(l_1 + l_2 + l_3)_I$	0.087 ± 0.002
$\Omega_{p,s}$	2.4905
Ω_{in}	2.5252
Ω_{out}	2.3225
f_{over} [%]	17.12
$R_p[D = 1]$	0.456
$R_s[D = 1]$	0.275
$L_p/(L_p + L_s)(\text{B}; \text{V}; \text{R}; \text{I})$	0.721; 0.722; 0.722; 0.723
$m_p[M_\odot]$	0.921 ± 0.02
$m_s[M_\odot]$	0.301 ± 0.02
$R_p[R_\odot]$	1.009 ± 0.02
$R_s[R_\odot]$	0.613 ± 0.02
$\log g_p$	4.44 ± 0.02
$\log g_s$	4.34 ± 0.02
M_{bol}^p	4.98 ± 0.02
M_{bol}^s	6.05 ± 0.03
$a_{\text{orb}}[R_\odot]$	2.0584 ± 0.02



Slika 5.6: Rezultati analize B, V, R i I krive sjaja (LCO), prikazani zajedno sa optimalnom sintetičkom krivom (LCC), konačni O-C reziduali i prikaz modela sa hladnom pegom na primarnoj i sekundarnoj komponenti u orbitalnim fazama 0.15, 0.25, 0.65, 0.70, 0.78 i 0.85.

Glava 6

Diskusija i zaključak

U ovom radu izvršena je detaljna fotometrijska analiza tesnih dvojnih sistema RZ UMi, OQ UMa i LP UMa i dobijeni su geometrijski i fizički parametri sistema. Dobijene su nove epohe primarnih i sekundarnih minimuma, koje mogu da se koriste u analizi promene perioda tokom vremena jer su krive sjaja ovih dvojnih sistema promenljive. Promena orbitalnog perioda mogla bi biti posledica prenosa mase između komponenti sistema. RZ UMi i OQ UMa pokazuju *O'Connell*-ov efekat sa primarnim maksimumom svetlijim od sekundarnog, dok kriva sistema LP UMa pokazuje ovaj efekat sa sekundarnim maksimumom više izraženim od primarnog. Asimetrične krive sjaja su objašnjene modelom pega. Hladna pega je prisutna na primarnoj ili sekundarnoj komponenti kod sistema RZ UMi - u oba slučaja sintetička kriva se dobro poklapa sa posmatračkom krivom, za razliku od slučaja kada se radi model bez pega. Svetla pega u regionu vrata sekundarne komponente kod sistema OQ UMa je dobro objašnjenje podjednakih temperatura primarne i sekundarne komponente i indikator prisustva transfera mase. Iz modelovanja krivih sjaja, razlike u temperaturama između komponentata RZ UMi, OQ UMa i LP UMa su utvrđene da iznose respektivno oko 150 K, 1 K i 12 K, što potvrđuje činjenicu koja se obično nalazi u kontaktnim dvojnim sistemima da komponente imaju skoro jednake temperature. Temperature sekundarnih komponentata su u druga dva slučaja, kod sistema RZ UMi i LP UMa, nešto više nego kod njihovih primarnih masivnijih komponentata iako se radi o sistemima podtipa A, što se retko sreće (Alton and Stepień, 2021). Krive sjaja sistema RZ UMi i OQ UMa pokazuju konfiguraciju totalnog pomračenja zbog visokih vrednosti inklinacija $i \approx 90^\circ$, dok kriva sjaja sistema LP UMa ima delimičnu prirodu pomračenja zbog manje inklinacije. Modelovanje krive sjaja RZ UMi i OQ UMa pokazuje pouzdane odnose masa zbog velike inklinacije. Međutim,

odnos masa za LP UMa je usvojen iz prethodnog rada i ne može se smatrati previše pouzdanim jer kod ovog sistema ne dolazi do totalnih pomračenja. Sva tri sistema imaju plitku kontaktnu konfiguraciju gde su njihovi stepeni kontakta u rasponu od 9% do 17%. Za sistem LP UMa, razlika u temperaturi između komponenti je manja nego ona koju su utvrdili prethodni autori. Da bi se proverila tačna konfiguracija, za ovaj sistem je potreban spektroskopski utvrđen odnos masa kao ulaz u fotometrijsko modelovanje krive sjaja, ali takva posmatranja još uvek nisu dostupna. Zbog toga, apsolutni parametri sistema LP UMa još uvek nisu sigurni, pa rešenje treba uzeti sa rezervom. Za sva tri sistema je potvrđeno da su kontakni sistemi tipa W UMa, i da pripadaju A podtipu kod kojeg je tokom primarnog minimuma pomračena masivnija komponenta. Dobijeni parametri za ove sisteme se mogu iskoristiti za dalju analizu i modelovanje njihovih evolucija.

Bibliografija

- Abt, H. A. (1983). Normal and abnormal binary frequencies. , 21:343–372.
- Alton, K. B. and Stepień, K. (2021). Roche Modeling and Evolutionary History of Six Low Mass Contact Binary Systems. , 71(2):123–161.
- Arbutina, B. (2009). *The minimum mass ratio for contact close binary systems of W Ursae Majoris-type*. PhD thesis, University of Belgrade, Serbia.
- Bessell, M. S. (1990). UBVRI passbands. , 102:1181–1199.
- Bessell, M. S. (1995). UBVRI Systems: Resolving Different Versions. , 107:672.
- Biro, I. (2000). *IBVS*, 4929.
- Budding, E. and Demircan, O. (2007). *Introduction to Astronomical Photometry*. Cambridge University Press, 2nd edition.
- Chattopadhyay, T., Sinha, A., and Chattopadhyay, A. K. (2016). Influence of binary fraction on the fragmentation of young massive clusters—a Monte Carlo simulation. , 361:120.
- Collins, K. A., Kielkopf, J. F., Stassun, K. G., and Hessman, F. V. (2017). AstroImageJ: Image Processing and Photometric Extraction for Ultra-precise Astronomical Light Curves. , 153(2):77.
- Corlan, R. (2004). *GCX User’s Manual*.
- Cox, A. N. (2000). *Allen’s astrophysical quantities*.
- Csizmadia, S., Bíró, I. B., and Borkovits, T. (2003). Photometric study of the over-contact binary star <ASTROBJ>GSC 3822-1056</ASTROBJ>. , 403:637–643.

- Djurasevic, G. (1991). Ispitivanje aktivnih tesnih dvojnih sistema NA osnovu fotometrijskih merenja = Investigation of active close binaries based on photometric measurements. *Publications de l'Observatoire Astronomique de Beograd*, 42.
- Djurasevic, G. (1992). An Analysis of Active Close Binaries / CB / Based on Photometric Measurements - Part One - a Model of Active CB with Spots on the Components. , 196(2):241–265.
- Eggen, O. J. (1967). Contact binaries, II. , 70:111.
- Eggleton, P. (2006). *Evolutionary Processes in Binary and Multiple Stars*.
- Gaia Collaboration (2020). VizieR Online Data Catalog: Gaia EDR3 (Gaia Collaboration, 2020). *VizieR Online Data Catalog*, page I/350.
- Goranskij, V. P. (1982). SVS is a W UMa type variable. *Peremennye Zvezdy Prilozhenie*, 4:169–170.
- Guo, D. F., Li, K., Hu, S. M., Jiang, Y. G., Gao, D. Y., and Chen, X. (2016). The highest rate orbital period increasing contact binary LP UMa revisited. , 44:29–34.
- Hilditch, R. W. (2001). *An Introduction to Close Binary Stars*.
- Hoffman, D. I., Harrison, T. E., and McNamara, B. J. (2009). Automated Variable Star Classification Using the Northern Sky Variability Survey. , 138(2):466–477.
- Howell, S. B. (2006). *Handbook of CCD Astronomy*. Cambridge Observing Handbooks for Research Astronomers. Cambridge University Press, Cambridge, 2nd edition.
- Keller, W. A. (2018). *Inside PixInsight*.
- Kopal, Z. (1959). Semi-detached Binaries and Stellar Evolution. *Leaflet of the Astronomical Society of the Pacific*, 8(361):81.
- Kopal, Z. (1978). *Dynamics of close binary systems*.
- Kreiner, J. M. (2004). Up-to-Date Linear Elements of Eclipsing Binaries. , 54:207–210.

- Kwee, K. K. and van Woerden, H. (1956). A method for computing accurately the epoch of minimum of an eclipsing variable. , 12:327.
- Lang, K. R. (1992). *Astrophysical Data: Planets and Stars*. Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY.
- Legault, T. (2014). *Astrophotography*. Rocky Nook.
- Liao, W.-P., Qian, S.-B., Zhao, E.-G., and Li, L.-J. (2015). A deep, unusual over-contact binary system with high rate of mass transfer: LP Ursa Major. , 67(3):48.
- Lucy, L. B. (1968). The Light Curves of W Ursae Majoris Stars. , 153:877.
- Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2):431–441.
- Martin, B. (2000). *IBVS 4880*, 4880.
- Merline, W. J. and Howell, S. B. (1995). A Realistic Model for Point-sources Imaged on Array Detectors: The Model and Initial Results. *Experimental Astronomy*, 6(1-2):163–210.
- O’Connell, D. J. K. (1951). The so-called periastron effect in close eclipsing binaries ; New variable stars (fifth list). *Publications of the Riverview College Observatory*, 2(6):85–100.
- Podsiadlowski, P. (2014). *The evolution of binary systems*, page 45–88. Canary Islands Winter School of Astrophysics. Cambridge University Press.
- Prasad, V., Pandey, J. C., Patel, M. K., and Srivastava, D. C. (2014). Photometric and polarimetric studies of three W UMa-type binaries: FZ Ori, V407 Peg and LP UMa. , 353(2):575–594.
- Rodono, M. (1983). Solar-like activity phenomena in stars. , 54(2):571–583.
- Romano, G. (1979). Seven New Variable Stars in the Field of M101. *Information Bulletin on Variable Stars*, 1674:1.
- Ruciński, S. M. (1969). The Proximity Effects in Close Binary Systems. II. The Bolometric Reflection Effect for Stars with Deep Convective Envelopes. , 19:245.

BIBLIOGRAFIJA

- Ruciński, S. M. (1973). The W UMa-type Systems as Contact Binaries. I. Two Methods of Geometrical Elements Determination. Degree of Contact. , 23:79.
- van Cauteren, P., Lampens, P., and Wils, P. (2006). Photometric elements and stellar parameters for the contact binary RZ UMi. *Peremennye Zvezdy*, 26(2):2.
- Vince, O. (2021). News and Future Plans in the Development of the Astronomical Station Vidojevica. In *XIX Serbian Astronomical Conference*, volume 100, pages 161–168.
- Wilson, R. E. and Devinney, E. J. (1971). Realization of Accurate Close-Binary Light Curves: Application to MR Cygni. , 166:605.

Biografija autora

Marko Grozdanović rođen je 4.8.1996. godine u Vranju. Maturirao je 2015. godine u vranjskoj gimnaziji „Bora Stanković“ na prirodno-matematičkom smeru. Godine 2018. upisuje se na Matematički fakultet u Beogradu, smer Astronomija i astrofizika na kome je diplomirao 6. februara 2023. godine. Iste godine upisuje master studije astrofizike. Od avgusta 2023. godine zaposlen je na Astronomskoj opservatoriji u Beogradu u zvanju stručni saradnik. Na Astronomskoj stanici Vidojevica radi kao posmatrač i operater na teleskopima.