



**УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ**

**МАСТЕР РАД
ТУМАЧЕЊЕ ПОДАТАКА ПРЕДСТАВЉЕНИХ ГРАФИКОНИМА У
НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ**

**ментор:
др Милан Божић**

**кандидат:
Слађана Јовчић, дипл. мат.**

Београд, јун 2012.

САДРЖАЈ

УВОД.....	3
1. ПОДАЦИ.....	4
1.1. Подаци као полазна карика у процесу доношења одлука.....	4
1.2. Организовање и приказивање података (табеле и графикони).....	7
1.3. Дијаграми.....	10
1.3.1. Линијски дијаграми.....	10
1.3.2. Површински дијаграми (хистограми).....	12
1.3.3. Графикон структуре у кругу – дијаграм у облику пите.....	16
2. УПОТРЕБА ГРАФИКОНА.....	17
2.1. Значај цртања и коришћења графикона.....	17
2.2. Тумачење података представљених графиконима.....	18
2.3. Дијаграми и графикони у школама (код нас и у другим земљама)..	20
3. ИНТЕРНАЦИОНАЛНА ТЕСТИРАЊА УЧЕНИКА.....	23
3.1. Међународно истраживање ученичких постигнућа у математици и природним наукама (TIMSS).....	23
3.1.1. TIMSS 2003 у Србији.....	24
3.1.2. TIMSS 2007 у Србији.....	24
3.2. Међународни програм процене образовних постигнућа ученика (PISA).....	27
3.2.1. Постигнућа ученика из Србије у програму PISA.....	28
4. ЗАСТУПЉЕНОСТ ОБЛАСТИ ОБРАДА ПОДАТАКА У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ У ШКОЛАМА У СРБИЈИ.....	32
4.1. Образовни стандарди.....	32
4.2. Обрада података кроз наставу математике у основним и средњим школама.....	34

5. КВАЛИТАТИВНО ИСТРАЖИВАЊЕ.....	36
5.1. Методологија.....	36
5.1.1. Циљ истраживања.....	36
5.1.2. Опис инструмента и поступак истраживања.....	36
5.1.3. Узорак.....	46
5.1.4. Налази.....	46
5.1.5. Дискусија и закључци.....	48
ОПШТИ ЗАКЉУЧАК.....	50
ЛИТЕРАТУРА.....	51

УВОД

Основно истраживачко питање којим се бави овај рад је питање где ученици греше и на које проблеме наилазе приликом решавања различитих проблемских ситуација смештених у реалне контексте, а које захтевају тумачење података представљених графиконима.

Овај рад почиње поглављем посвећеном подацима; подацима од којих полази процес доношења великог броја одлука. Поменути су различити начини организовања и приказивања података и речено је нешто више о дијаграмима и њиховим врстама. Потом је у наставку истакнут значај цртања и коришћења графикона, као и неке последице лоше комуникације овог типа на релацији аутор - крајњи корисници графикона и дијаграма, односно доносиоци одлука. Упоредјујући резултате наших ученика са ученицима других земаља на међународним тестирањима ученика, са посебним освртом на математику и задатке из области обраде података, поставља се питање како се и колико о дијаграмима и графиконима учи у нашим школама, а како у другим земљама. Сходно томе, треће поглавље овог рада је посвећено TIMSS и PISA интернационалним тестирањима ученика и, наравно, наглашена су постигнућа ученика из Србије. Четврто поглавље, потом, говори о заступљености области обрада података, али и цртању и читању графика функција у настави математике у школама у Србији, са освртом на постављене образовне стандарде за крај обавезног образовања.

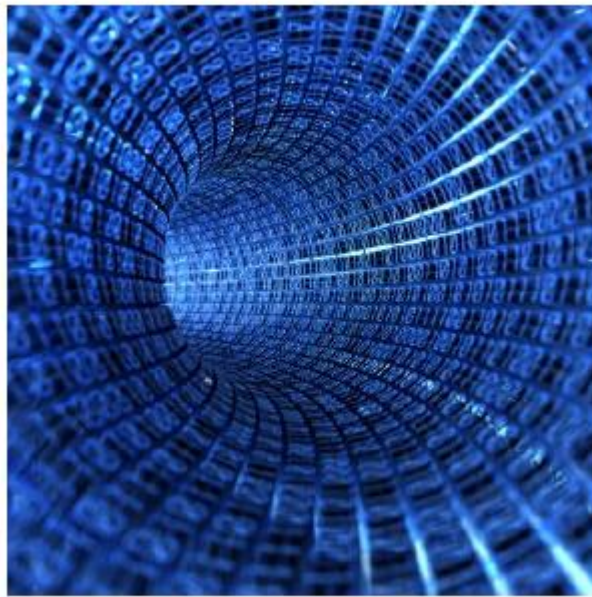
Квалитативно истраживање, са горе поменутих истраживачких питањем, реализовано је на узорку ученика другог разреда средње школе, у условима ученичког рада у паровима на задацима. Анализом садржаја издвојено је неколико проблема због којих ученици долазе до погрешних решења и одговора. Детаљније о овом истраживању у другом делу овог рада.

1. ПОДАЦИ

1.1. Подаци као полазна карика у процесу доношења одлука

Податак у буквалном преводу са латинског језика (мн. *datum*) значи "нешто што је дато". То је једноставна, необрађена, изолована мисаона чињеница погодна за комуникацију, интерпретацију и обраду од стране људи и машина.

Подаци као знаковни приказ чињеница и појмова описују својства објеката и њихових односа у простору и времену. Могу постојати у било којем облику (звучни, сликовни, бројевни, текстуални) били употребљиви или не.



Слика 1 : Подаци (замисљени попут симбола или знакова, који представљају надражаје или сигнале, који нису корисни ако се не налазе у некој релевантној форми (или облику). Могу бити и продукт опажања.)

Подаци:

- сирове, неструктуриране забележене чињенице;
- значење зависи од контекста;
- тумачењем се добијају **информације**.

Обрада података је процес претварања података у информације.

Информација (лат. *Informare* –информисање или обавештавање) је резултат анализе и организације података на начин да даје ново сазнање примаоцу. Дакле, да би податак постао информација мора имати значење новости за примаоца, односно мора утицати на повећање количине знања примаоца.



Слика 2 : Информације

Разлике између податка и информације:

- Подаци -сирове, неструктуриране чињенице, материјал за добијање информација.
- Свака информација садржи податак, али сваки податак није информација.
- Различитом комбинацијом истих података могуће је добити сасвим различите информације.
- Информација доприноси отклањању незнања.

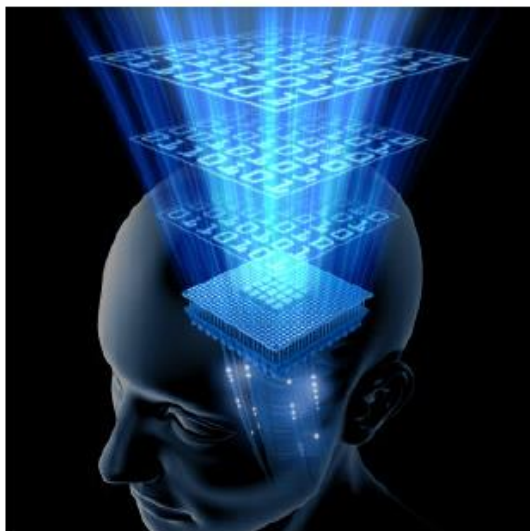
Пример: Податак: 10

Информација 1: Сада је 10 сати.

Информација 2: Матија је добио 10 из информатике.

Можемо увидети да се информација састоји од податка и значења које му је додељено. Значење информације може бити корисно, али и не мора.

Информација постаје **знање** када је интерпретирана, односно стављена у контекст или кад јој је дато значење.



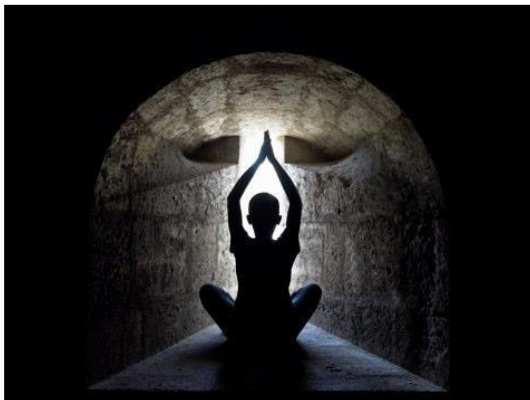
Слика 3 : Знање

Знање је одговарајућа збирка информација којој је намера да буде корисна; људска способност предузети сврсисходне поступке у разним и неизвесним ситуацијама. Знање омогућава да делујемо ефективније у поређењу са информацијом или податком и даје нам већу способност предвиђања будућих исхода. Ипак, знање је много сложеније од овог једноставног појма.

Током времена са искуством знање еволуира.

Дакле, од сирових података до информација и нових сазнања којима обogaћујемо досадашње знање. Људски ум користи то знање за бирање између могућности, а тиме реаговање и понашање постаје интелигентније. Када вредности и обавезе воде интелигентно понашање, оно је заправо темељено на **мудрости**.

Мудрост је способност доношења исправних одлука.



Слика 4 : Мудрост

Податак долази у облику необрађених запажања и димензија, информација се обликује анализирањем веза и односа између података, знање се обликује користећи информацију за деловање, мудрост се обликује кроз употребу знања, кроз комуникацију корисника знања и кроз размишљања.

ПОДАЦИ → ИНФОРМАЦИЈЕ → ЗНАЊЕ → МУДРОСТ

Пример:

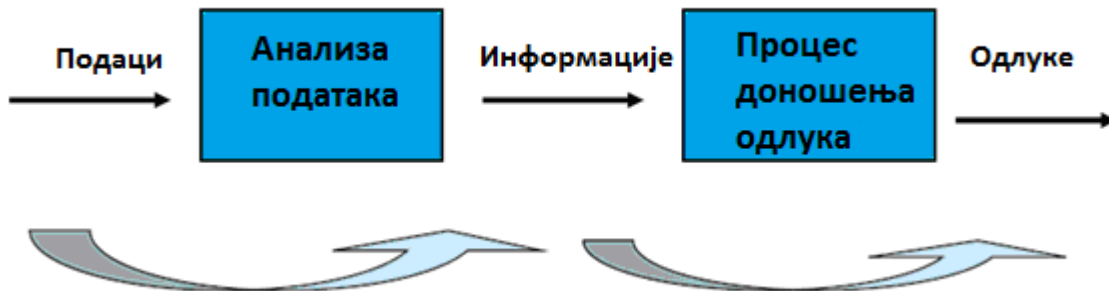
Податак: 1234567.89

Информација: Ваш рачун је порастао за 1234567.89\$ што је 8087% .

Знање: Нико ми не дугује толико новца.

Мудрост: Боље да проверим у банци пре него што их потрошим, због онога што се десило другим људима.

Циљ анализе података је процес доношења одлука.



Слика 5

1.2. Организовање и приказивање података (табеле и графикони)

Пример: У једној средњој школи професори физичког васпитања су одлучили да тестирају физичку припремљеност својих ученика. У ту сврху, ученици су радили склекове, трбушњаке и трчали су на 800m. Сваки професор је тестирао своје ученике и записао резултате у мерну листу. Након тога су одлучили да обједине све резултате, односно да направе велику базу података свих ученика у школи, како би могли да врше упоређивања резултата између разреда. Када су спојили све мерне

листе, добили су огромну листу (базу података) коју је било тешко и досадно читати, а била је потпуно непрегледна.

Како треба податке организовати (средити) а да буду прегледни, информативни и лаки за читање?

Статистика нам помаже да организујемо податке, обрађујемо их и представимо за интерпретацију и евалуацију. При томе се служимо компјутерима, који све то ураде много брже и тачније од човека. Међутим, компјутери су само оруђе које је човек направио и одредио шта могу да ураде. То подразумева да се компјутеру дају коректни подаци и коректне инструкције, а он ће све то да уради веома брзо и тачно. Разумети и савладати технике за организовање и приказивање сирових података (резултата мерења) у читљивом и корисном облику подразумева и приказивање табела и креирање графика, како би подаци били што лакши за схватање и интерпретацију. Када се једном разумеју и савладају те методе, компјутер је ту као средство да убрза целокупни процес организовања података. Али, дакле, ко користи компјутер мора да зна шта и како да унесе у њега, како да контактира са њим, и на крају шта и како да интерпретира оно што му је компјутер саопштио на екрану монитора или штампачу.

Сакупљени подаци садрже веома много информација али потенцијалне вредности. Пре него што добијемо информације из тих сирових података, морамо организовати податке у неки логичан, читљив и користан облик.

Један начин таквог организовања података су **табеле**. На пример, користе се табеле дистрибуције:

1) **дистрибуција рангирањем (ранг дистрибуција)** – слагање података, обично у једној колони, према рангу по величини резултата (вредности података), или по растућој или по опадајућој вредности података. Она представља брзи преглед распона варирања података у групи. Лако се уочавају екстремне вредности, највећа и најмања. Ова дистрибуција се користи када је мали број података (не већи од 20), што је прегледно ако стане на екран монитора или страницу А4 формата.

2) **дистрибуција једноставних фреквенција** – организовање већег броја података по фреквенцији појављивања истих података (f) у анализираној варијабли X . Јер када се анализира већи број испитаника, веома је неповољно ређати њихове

податке одвојено, због тога што би таква листа била веома дугачка. Препоручује се коришћење приказивања овакве дистрибуције увек када је број података > 20 , а распон ≤ 20 , што ће омогућити прегледност табеле на уобичајеном формату папира, или на екрану монитора.

3) **дистрибуција групних фреквенција** – рангирање резултата у варијабли X према групама података и према фреквенцијама појављивања резултата испитаника који су их остварили (f). Када је број података, број испитаника > 20 и распон > 20 , потребно је користити овај начин груписања података.

Када се прави дистрибуција групних фреквенција, прво треба одлучити колико група треба формирати. То зависи од распона података и од природе варијабле, односно колико је заиста логично и смислено правити број група а да се унутар групе не налази превелики или премали број фреквенција. Добра страна је та што добијамо глобалне информације о дистрибуцији података на малом простору. Лоша страна је што немамо тачне информације о подацима унутар група. Међутим, у појединим истраживањима, при анализирању већих група испитаника, сасвим су довољне информације које се добијају прегледом дистрибуција групних фреквенција.

Табелама приказујемо податке у облику редова и колона. Поред табеларног, други начин је приказивање помоћу **графикана**, који визуелно презентују податке, често знатно боље него што се то може извести табелама. Међутим, табеларни приказ је често прецизнији.

Графикон је визуелно представљање података. Сваки графикон треба да укључује најмање три карактеристике: наслов, ознаку на X -оси (апсциси) и ознаку на Y -оси (ординати). Уз то су могуће и још неке додатне информације. Графикони на једноставан начин истичу податке, њихову структуру, развој и односе тј. омогућују лакше и очигледније поређење, истичу трендове и друге важне особине. Могу се учинити атрактивнијим и кориснички оријентисанијим него табеле.

Лакши приказ и доношење пословних одлука на основу графикана или слике, данас је увелико заступљено у свим облицима људске делатности, нарочито у статистици.

Већина предности графичког начина приказивања огледа се у брзом и лаког сагледавању критичних тренутака одређене појаве, као и кардиналним вредностима (најмања и највећа вредност у низу) и слично.

Графикони морају бити једноставни, јасни и прегледни. Прегледност у графиконима често иде на штету тачности и прецизности процене донешене на основу таквог приказа. То је делом умањено употребом динамичких графичких приказа кроз тродимензионалне (3-D) пројекције и разне углове гледања.

Постоји више начина графичког приказивања статистичких података. С обзиром на елементе који се користе у њиховој конструкцији сврставамо их у три основне групе:

- дијаграми
- картограми
- прикази сликом – пиктограми

Дијаграми служе за приказивање свих врста серија. Пиктограми такође, користећи при том лик свог предмета за приказивање података. Картограми имају облик географских карата и користе се за приказивање само географских серија.

1.3. Дијаграми

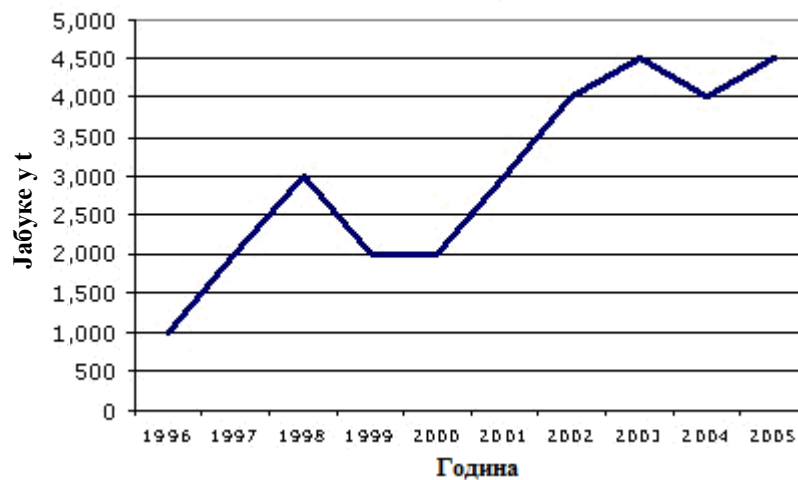
Дијаграми пружају широке и разноврсне могућности за приказивање и упоређивање величина и облика. Најчешће се користе линијски дијаграми – за приказивање развоја, и површински дијаграми – за приказивање структура.

1.3.1. Линијски дијаграми

Ова врста дијаграма заснива се на графичком приказивању појава помоћу правих, кривих или изломљених линија. Најчешће се користе за приказивање временских серија, у којима подаци указују на динамику испитиване појаве током времена.

Дакле, у питању је графикон који показује везу – однос између две променљиве у форми линије. Зависна променљива је променљива чије вредности зависе од вредности друге променљиве која се зове независна променљива.

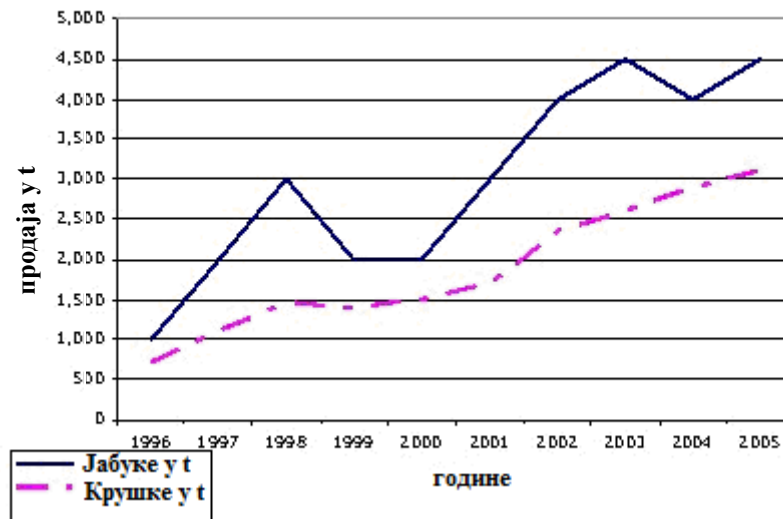
Нпр. на следећој слици (слика 6) вредност продаје је зависна променљива, и њена вредност зависи од године (време је увек независна променљива). Ако график треба да покаже ниво профита који се оствари различитим обимом продаје, ниво профита би требао да буде зависна променљива јер варира у зависности од промене у обиму продаје.



Слика 6 : Продаја јабука у тонама у периоду 1996 - 2005

График се црта помоћу две осе: X-осе или хоризонталне осе која показује независну променљиву и Y-осе или вертикалне осе која показује зависну променљиву. Свака оса би требала да буде јасно означена скалом променљивих.

Када помоћу линијског дијаграма приказујемо две или више појава, да бисмо их на графикону могли разликовати, морамо линије посебно означити или различито обојити, односно дати тумачења или легенду графикона као што је приказано на слици 7.

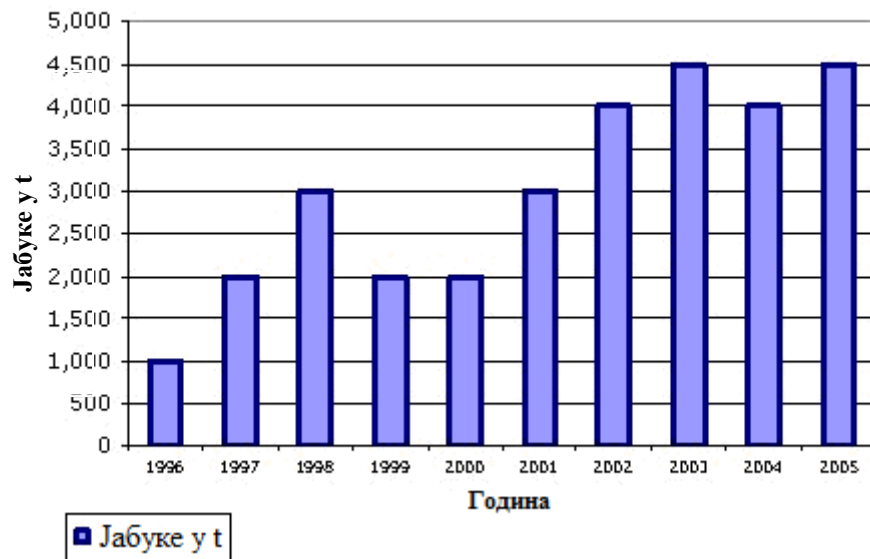


Слика 7 : Продаја јабука и крушака у t у периоду 1996 - 2005

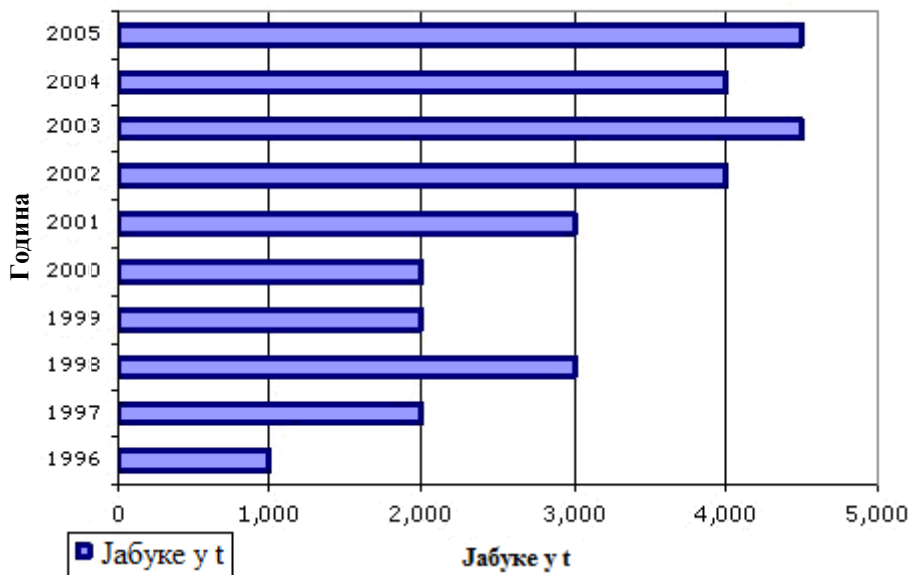
1.3.2. Површински дијаграми (хистограми)

Површински дијаграми су графикони који приказују статистичке податке површинама геометријских слика. Има их више врста, а најчешће и најуспешније се примењују у виду стубића, квадрата и круга.

Једноставни стубићи (слике 8а и 8б) се користе за приказивање величине или нивоа једне појаве, по модалитетима или вредностима једног обележја, или по временском и просторном обележју. Њиме се могу приказати све врсте серија. Када желимо графички да упоредимо величину – ниво двеју и више појава према истом обележју, користе се двоструки тј. вишеструки стубићи (слика 9).

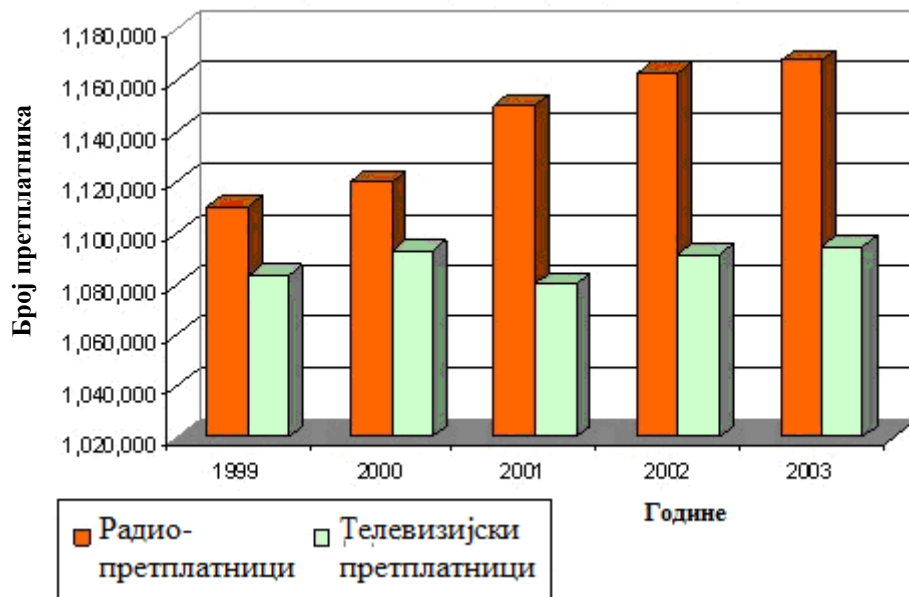


Слика 8а : Продаја јабука у тонама у периоду 1996 – 2005



Слика 8б : Продаја јабука у тонама у периоду 1996 - 2005

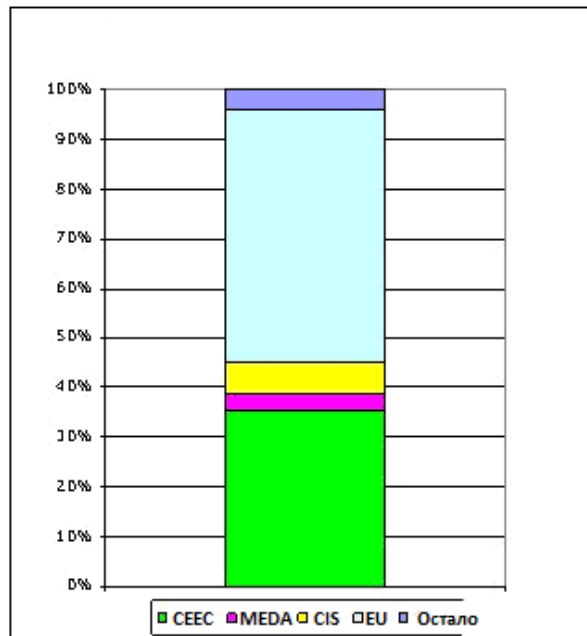
**Слика 9: Вишеструки стубићи – Радиопретплата и телевизијска претплата
(1999 - 2003)**



Исте осе се користе као и у линијском дијаграму. Важно је да је свака оса јасно означена и да показује скалу података. Дужина (висина) колоне представља вредност зависне променљиве. Дијаграм јасно показује величину сваке ставке и омогућава једноставно поређење два сета бројки, нпр. продаје у две године, поређењем висине сваке колоне у дијаграму.

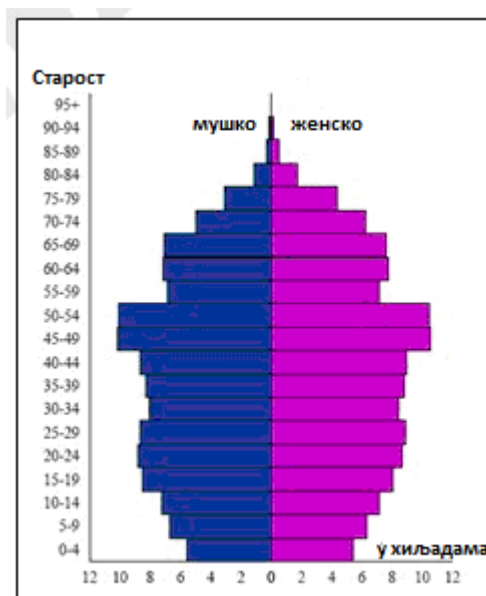
Раздељени или структурални стубићи – примењују се за приказивање једног скупа за два и више периода, с тим што се конструише онолико стубића колико има периода. Осим тога, њима је могуће упоредити структуру 2 или више различита статистичка скупа према истом обележју.

Конструише се на основу процентних података. Његова висина представља висину целог скупа (у процентима то износи 100), а стубић се дели – пресеца сразмерно величини делова скупа (слика 10).



Слика 10 : Структура извоза, Република Србија, по економским зонама земаља, јануар-септембар, 2004.

Симетрични стубићи – специфичан вид двоструких стубића који су положени хоризонтално и супротно једни другима. Најчешће се примењује у демографској статистици за приказивање структуре становништва према полу и старости. На тај начин се добија старосна пирамида, као што је дато на слици 11 – Старосна пирамида општине у 2002. години.



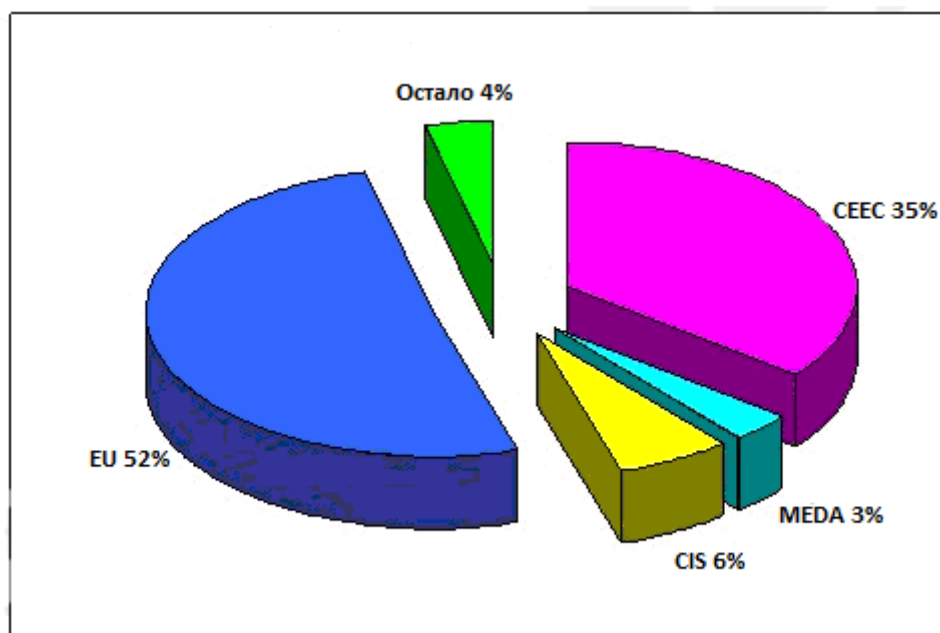
Слика 11 : Старосна пирамида општине 2002.

1.3.3. Графикон структуре у кругу – дијаграм у облику пите

Структура хомогеног скупа који се посматра независно од других најчешће се приказује кружним дијаграмима или тзв. структуралним круговима. Графикон је у облику круга који је подељен на делове, а сваки део представљају различите ставке.

Графикон показује релативну величину различитих делова целине. Нпр. може се користити да прикаже однос броја мушкараца и жена у популацији, или пропорцију различитих типова трошкова у укупним издацима компаније.

У последње време све популарнији назив за ову врсту графикона је пита тј. графикон у облику пите. То је зато што изгледом подсећа на питу а сваки део представља “парче” пите. (слика 12)



Слика 12 : Структура извоза, Република Србија, по економским зонама земаља, јануар-септембар, 2004.

2. УПОТРЕБА ГРАФИКОНА

2.1. Значај цртања и коришћења графикона

Сетимо се фразе „слика вреди хиљаду речи“. Графички приказ подразумева све оно где речи више нису довољно ефикасне, тј. где пуно тога хоћемо да ставимо на мало папира. Замислите, нпр., колико би речи требало да се опише како склопити играчку из киндер-јајета. Уместо тога, груба скица са неколико бројева и стрелица одлично решава проблем.

Комуникација која садржи информације у форми статистике или бројева може бити тешко разумљива за просечног слушаоца и/или гледаоца. Бројеви и подаци у тексту могу да одбију читаоца од садржине текста и он ће их прескочити или неће схватити њихово пуно значење када их буде читао. Зато је боље раздвојити статистичке податке и приказати их визуелно у форми табеле или графикона. Као илустрација или додаток дијаграм може помоћи читаоцу да јасније види „укупну слику“ најважнијих мисли изнесених у тексту.

Највећи број графикона, најчешће дијаграма, цртамо сами себи зато што нам је често потребан још један начин да представимо емпиријске податке. Графичко приказивање података може да понуди много више од сликовне замене за табеле података, о чему је и било речи у претходном делу око њиховог организовања и приказивања.

Ако знамо да их користимо, дијаграми постају моћне алатке за закључивање о квантитативним информацијама.

Дијаграми, такође, служе и као подсетник. Неке идеје није лако артикулисати у речи, већ је лакше направити скицу. Свега неколико линија може да нам помогне да реконструишемо цео мисаони ток, што би речима било много теже учинити. Због тога истраживачи док истраживање још траје стално цртају графике, хистограме расподела, концептуалне мапе итд. Дакле, цртање дијаграма постаје реконструкција веза између мисли – помаже нам графички обликовати идеју.

Слично као и у време Марка Пола и откривања нових територија, истраживачи иду пре осталих, виде разне ствари и проживљавају много тога да би потом сумирали своја искуства, сазнања и утиске и коначно их предали свој публици у форми приче, путописа или некакве мапе. Истраживачи никада не могу

да пренесу целокупно своје искуство, нити за то има потребе. Истраживачко искуство мора да се профилира и сажме у одређену форму која ће указати на све што је битно, али не више од тога. Један од најефектнијих начина преношења научних информација је графички приказ или дијаграм.

Комуникација истраживача самог са собом на овај начин, јасно, не мора имати неких битних ограничења. Међутим, када сликовну поруку шаљемо неком другом, ситуација је битно другачија! –Како ће ту поруку протумачити они којима је она и намењена?

2.2. Тумачење података представљених графиконима

Као што је већ било речи о томе, некада је добро дизајниран дијаграм најједноставнији и најбољи начин да информације пренесемо неком другом. Крајњи корисници ће те резултате користити за даља истраживања или, што је веома чешће случај, само за доношење одлуке, нпр. да ли да купе неки производ, да ли да одобре средства за финансирање неког пројекта или да ли да прогласе епидемију.

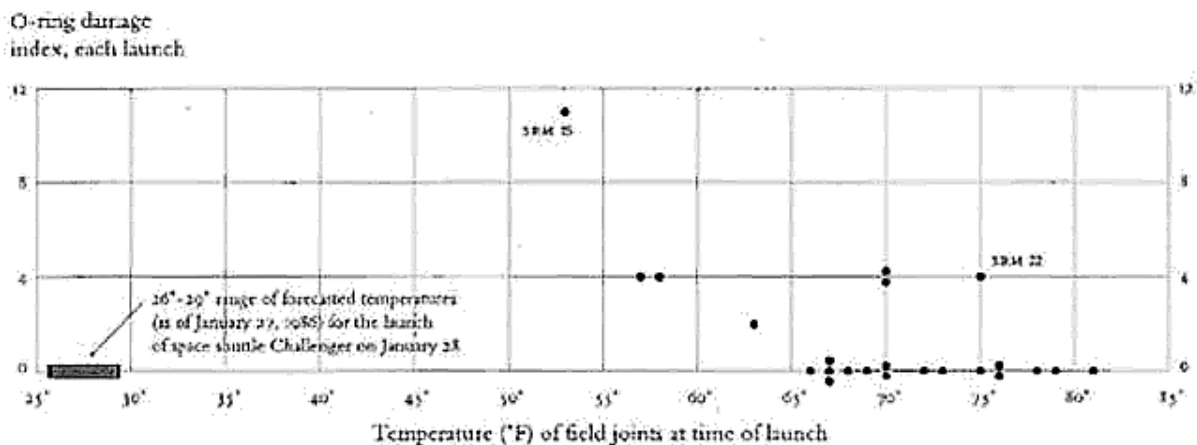
Не постоји идеалан начин графичког представљања резултата. На који начин би било најбоље да представимо резултате зависи, пре свега, од тога шта о појави која је описана дијаграмом корисници знају.

Чувени статистичар из претходног века, Џон Туки је рекао да график достиже пуну вредност када нас примора да видимо оно што је неочекивано. Овај исказ има велику практичну вредност. Да бисмо оптимално приказали податке, треба да утврдимо шта је за корисника неочекивано, тј. колико зна о појави са графика. Кориснику увек можемо да олакшамо посао тако што му дамо могућност да податке упореди са нечим познатим или очекиваним по одређеној логици или моделу. Ипак, успешност графичког представљања податка зависи највише од наше процене како ће то корисник протумачити.

Чињеница да су крајњи корисници дијаграма увек доносиоци одлука, целу ствар са цртањем и читањем дијаграма чини озбиљнијом. Међутим, дијаграми који би требало да помогну у доношењу одлука, често умеју бити “прешарени” и

заправо носе минимум информација представљених у врло непрегледној форми. Разлог за то могу бити две ствари: или аутори не знају да направе дијаграм који истиче оно што је битно или доносиоци одлука не знају да прочитају сложеније дијаграме.

Последице лоше комуникације овог типа могу да буду катастрофалне. Најпознатији пример је експлозија спејс-шатла Челенџер 28. јануара 1986. због тога што су неки О-прстенови процурели услед ниске спољне температуре. Тада је на очиглед стотина милиона телевизијских гледалаца страдало свих седам чланова посаде. Оно што је тада заказало нису били инжењери. Они су одмах реаговали чим су чули временску прогнозу и рекли да би лет требало одложити. Међутим начин на који су своје аргументе представили (13 дијаграма из којих је тешко видети целину) није био довољно убедљив. Све је то могло да се стави на један график који не би оставио много дилеме да ли одобрити лет или не (слика 13). Лет је, међутим, одобрен и трагедија је била неизбежна.



Слика 13

Према Едварду Тафтију изузетност у графичком приказивању резултата састоји се од јасног, прецизног и ефикасног преношења комплексних идеја.

Укратко, он каже да дијаграми треба да:

-прикажу податке

- наведу посматрача да размишља о суштини пре него о графичком дизајну и техници којом је дијаграм произведен итд.
- избегну могућност да приказ искриви оно што о подацима треба рећи
- представе пуно бројева на малом простору
- велике скупове података учине кохерентним
- охрабре посматрача да пореди различите делове скупа података
- открију податке на више нивоа детаљности, од општег прегледа до fine структуре
- служе јасно одређеној сврси: описивању, истраживању, класификовању или декорацији
- буду чврсто интегрисани са статистичким и вербалним описима скупа података.

Проблем је несумњиво у томе што већина људи цртање графика и других дијаграма доживљава као потпуно техничку ствар. Истина је да нам разноврсни софтверски алати за цртање графика драстично олакшавају посао, али нам сигурно неће рећи шта је то од података битно а шта не, и што је још важније, никако нас не ослобађају одговорности за то што радимо. Рачунар ће наше податке претворити у дијаграм тачно онако како му то ми кажемо.

Да бисмо знали шта да му кажемо, потребно је о дијаграмима учити у школама.

2.3. Дијаграми и графикони у школама (код нас и у другим земљама)

Вероватно још и пре школе играли смо таблић и „лупали рецке“ не знајући да је и то дијаграм. Када смо почели да учимо о бројевима цртали смо дијаграме са пет кружића или седам јабука. После тога, нажалост, дијаграми су полако ишчезли, односно све мање и мање се помињу у наставној пракси. На међународном TIMSS истраживању за осмаке, где се испитује оно што је у програмима већине земаља које на испитивању учествују, наши ђаци се редовно срећу са непознатом речју: хистограм. Чини се да већина земаља сматра да је коришћење и разумевање хистограма неопходно свим грађанима, а код нас то, очигледно, није случај.

Када је реч о графиконима, типични задаци које наши ученици решавају на часовима математике су типа: „Испитај ток и нацртај график функције...“ или

примена графичке методе у решавању неких једначина и неједначина (средња школа). А са друге стране, нпр. на поменутиим међународним TIMSS и PISA тестирањима од њих се очекује да тумаче графиконе, представе податке графички и сл. –нешто што на часовима „нису радили“ или су, пак, урадили неколико примера али недовољно да се снађу и ураде задатке тог типа на тесту.

О лошим резултатима наших ученика (нпр. резултати тестирања Трендова у међународном испитивању образовних постигнућа из математике и природних наука (TIMSS) из 2007. показују да су српски ђаци међу 425.000 вршњака из 59 земаља освојили ниско 20. место) стручњаци имају различита мишљења, коментаре, тумачења, али су сложни у томе да нешто у образовном систему треба мењати. Нека истраживања показују да наставницима недостају методичка знања, да се мање усавршавају од колега из иностранства, а држе предавања класичног типа. На часовима се ретко изводе експерименти и истраживања из биологије, физике, хемије и географије, а из математике се не тумаче довољно табеле, дијаграми и графикони. Такође, нашим програмима недостаје практично знање, а врло је важна способност деце да се у практичном животу ослањају на знање које су стекли у школама. А заправо дешава се да се деца са животним проблемима носе на основу здравог разума, а не школског знања.

Осврнимо се, за кратко, на математику у Сингапуру где њихови ученици постижу најбоље резултате у свету још од 1990. године.

Сингапурска математика се темељи на две велике идеје: решавање математичког проблема (*problem solving*) и математичко размишљање. Неки од циљева њиховог основног математичког програма јесу да омогући ученицима да примењују математику у свакодневним животним проблемима, као и да представе и тумаче податке у писаној, графичкој форми, форми дијаграма и табела.

Сингапурски уџбеници из математике помажу ученицима да визуелизују проблемску ситуацију претварањем апстрактних речи у лаке за разумевање графичке моделе. Изградњом модела могу много јасније да разумеју проблемску ситуацију. Иако је потребно време да се развију вештине осмишљавања графичких модела код ученика, сматрају да је вредно труда. Док деца постају вештија,

искуснија у прављењу модела она стичу и самопоуздање у своје могућности да решавају проблем. Искуство у коришћењу графичких модела помаже ученицима да решавају све сложеније и сложеније задатке који долазе кроз основну и средњошколску математику.

Није им циљ обухватити гомилу математичких концепата у наставној години, већ покушати обрадити мање њих али заиста темељно. Свакој од тих тема приступа се кроз три различите фазе. Scott Baldrige¹ : “У првој фази, ученици покушавају решити задатак који садржи одређене мере. То може бити мерење врата, прозора или слично. Деца могу употребити и нешто попут новца, или праву готовину. Друга је фаза графичке природе: готовину прикажемо, на пример, цртежом кованица. А у последњој фази, деца се користе сликовитом презентацијом како би објаснила математичку операцију, попут: сабрати 313 и 516. Дакле, тим се програмом следи одређени процес, корак по корак.”

Сјајни резултати сингапурских ученика су без сумње привукли пажњу у осталим државама за сингапурски начин рада у школама. Начин рада у нашим школама далеко је од сингапурског. Не мора он бити идентичан као у Сингапуру или некој другој земљи, али резултати говоре за себе- нешто је потребно променити у том раду. Упоредити наш начин рада у школама са начином рада у некој другој земљи, извући неке закључке који ће нам помоћи да побољшамо наставу у нашим школама.

Ако говоримо конкретно о математичкој области: Обрада података, за њу је, као и за остале области, образовним стандардима прописано која суштинска знања, вештине и умења ученици треба да поседују на крају одређеног циклуса образовања. Дакле, и овој области се придаје велика важност, али то је мало другачије у наставној пракси.

¹ `Сингапурска математика` наставни је програм који се предаје по моделу подучаваном у основним школама у Сингапуру. Scott Baldrige је стручњак за спровођење овог наставног плана. Креирао је семинаре за наставнике математике у америчким основним школама.

3. ИНТЕРНАЦИОНАЛНА ТЕСТИРАЊА УЧЕНИКА

3.1. Међународно истраживање ученичких постигнућа у математици и природним наукама (TIMSS)

Истраживање TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) представља међународно истраживање образовних постигнућа ученика основне школе у области математике и природних наука. Истраживање TIMSS осмислило је и реализује Међународно удружење за евалуацију образовних постигнућа (International Association for the Evaluation of Educational Achievement – IEA), чије је седиште у Амстердаму, у Холандији, заједно са Међународним центром за TIMSS и PIRLS истраживања при Бостонском колеџу (TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College).

Истраживање се реализује сваке четири године у IV и VIII разреду. До сада су реализовани циклуси 1995., 1999. и 2003. године. Србија је први пут учествовала у овом истраживању 2003. године. Код нас је у циклусу 2003 и 2007 истраживање спроведено на узорку ученика VIII разреда.

Кључно код TIMSS истраживања је то што омогућава сагледавање сложеног односа између постигнућа ученика у контексту курикулума, школских и породичних услова, у односу на ставове ученика, поређење постигнућа између појединих земаља, као и праћење промена у постигнућу популације ученика одређене земље која је била учесник у више циклуса истраживања. За дубље и потпуније разумевање резултата ученичког постигнућа од великог значаја је проучавање и дубље разумевање контекста у којем ученици уче, односно различитих услова који представљају саставни део тих контекста у школи и породици. То је и пут откривања могућности унапређења наставе и учења математике и природних наука у основној школи. Занимљива су поређења и анализе између земаља - учесница, на основу којих, такође, може да се дође до корисних резултата. У том смислу, постоје веома различите могућности поређења, почев од избора земаља са којима се врши поређење, као и када је у питању садржај поређења.

3.1.1. TIMSS 2003 у Србији

Пројекат TIMSS 2003 је реализован у мају 2003. године у 49 земаља света. Узорак је био репрезентативан за ученике 8. разреда у Србији без Косова. Чинило га је 4296 ученика из 149 основних школа.

У погледу успеха из математике ученици осмих разреда из Србије били су мало, али статистички значајно, изнад међународног просека, односно налазе се на 24. месту од 49 земаља учесница. Од земаља из региона ученици из Србије у математици били су успешнији, али не значајно, у односу на ученике из Бугарске и Румуније, значајно бољи од Македоније, нешто слабији (не значајно) од ученика из Словеније (21. место, али у просеку годину дана млађи од наших), и далеко слабији од ученика из Мађарске (9. место).

Од европских земаља учесница у истраживању ученици су остварили статистички значајно бољи успех само од ученика из Норвешке (који су били у просеку годину дана млађи од наших), из Молдавије и са Кипра а од ваневропских земаља - од афричких, блискоисточних и земаља Латинске Америке. Све остале европске земље, осим поменутих, као и земље са америчког и аустралијског континента и земље далеког истока показале су успешније резултате.

У оквиру испитиваних области знања из математике наши ученици су остварили најбољи резултат на задацима из алгебре, а најслабији у коришћењу статистичких података.

3.1.2. TIMSS 2007 у Србији

2007. године ученици из Србије су по други пут учествовали у TIMSS међународном истраживању. Истраживање је овога пута реализовано у 59 земаља света (425.000 ученика). Узорак истраживања обухвата 4.045 ученика осмог разреда из 147 основних школа Србије без Косова.

У истраживању TIMSS 2007 образовна постигнућа се пореде са тзв. просеком TIMSS скале – он износи 500 поена и не представља међународни просек, већ унапред постављену лествицу знања.

Просечно постигнуће ученика из Србије на тесту из математике износи 486 поена, што је сврстава у групу земаља чији су ученици постигли резултат који је испод просека TIMSS скале, али и релативно близу тог просека.

Кинески Тајпеј	598
Просек скале	500
Србија	486

Табела 1

Ученици из 10 земаља су имали резултате боље од просека TIMSS скале. Најбољих 5 земаља су: Кинески Тајпеј (Тајван), Јужна Кореја, Сингапур, Хонг Конг и Јапан. Потом следе: Мађарска, Енглеска, Руска федерација, САД и Литванија. На нивоу просека TIMSS скале налазе се: Чешка Република, Словенија, Јерменија и Аустралија.

Ученици из Србије постигли су исти успех на тесту из математике као и ученици следећих земаља: Шведске, Малте, Шкотске и Италије. Наши ученици су имали бољи успех од ученика из већег броја земаља – од европских то су: Норвешка, Кипар, Бугарска, Израел, Украјина, Румунија, Босна и Херцеговина, Турска и Грузија.

-Како су се постигнућа ученика из Србије у TIMSS 2007 променила у односу на TIMSS 2003?

Постигнуће Србије	
TIMSS 2003	477
TIMSS 2007	486

Табела 2

Просечно постигнуће ученика из Србије из математике се побољшало у 2007. години у односу на 2003. - са 477 на 486 поена. У целом узорку земаља учесница у TIMSS 2003 и TIMSS 2007, код једне трећине (11) успех се поправио, код једне трећине (12) остао је исти, а код једне трећине (10) је опао.

Постигнуће Србије из математике:

Домени садржаја	
Просек скале	500
Број	478
Алгебра	500
Геометрија	486
Подаци и вероватноћа	458
Сазнајни домени	
Знање чињеница	478
Примена знања	500
Закључивање	474

Табела 3

Постигнуће ученика и нивои знања:

Математика		
Нивои знања	Број поена	% ученика
Највиши	625	5
Високи	550	24
Осредњи	475	57
Ниски	400	83

Табела 4

3.2. Међународни програм процене образовних постигнућа ученика (PISA)

Међународни програм процене ученичких постигнућа PISA (Programme for International Student Assessment) реализује се у организацији OECD-а од 1997. године. Тестирања ученика организују се сваке три године (2000, 2003, 2006, 2009...), а основни циљ је да се омогући земљама учесницама да доносе стратешке одлуке у образовању на основу емпиријских података о постигнућима ученика и условима у којима се они школују.

У оквиру PISA студије систематски се прати који ниво функционалне писмености у домену математичке, научне и читалачке писмености достижу петнаестогодишњаци у датој земљи. Ова три домена су изабрана као најопштији и најрелевантнији индикатори квалитета и праведности образовања (OECD, 2009).

Специфичност PISA студије је да она не испитује у којој мери ученици могу да репродукују оно што су учили у школи, већ у којој мери су компетентни да разумеју и користе расположиве информације приликом решавања релевантних проблема из свакодневног живота. Отуда је у PISA уобичајено да се уместо термина знање користи израз писменост или компетенција. Термином писменост дефинисана су знања и вештине које се очекују, односно способност ученика да концепте научене у школи користи у свакодневном животу. Другим речима, нагласак је на функционалним, употребљивим знањима, а не на академским, енциклопедијским знањима.

Осим тога овде није циљ анализирати каква су и колика знања ма ког конкретног ученика, већ колико, у просеку, може да постигне ученик који се школује у одређеној земљи. Заправо, тестира се колико је ефикасан и успешан образовни систем једне земље, у којој мери је успео ученике да "опреми" оним знањима и вештинама које ће им бити потребне за наставак школовања, али и за успешно сналажење у различитим реалним животним ситуацијама.

3.2.1. Постигнућа ученика из Србије у програму PISA

Током три истраживачка циклуса у којима је учествовала Србија, на скали чија је аритметичка средина 500 (а стандардна девијација 100), остварен је просечан резултат од 437 поена 2003. године и задржано исто просечно постигнуће и у наредном тестирању 2006. године, док је 2009. године просек подигнут на 442 поена. Ово постигнуће припада другом нивоу на развојној скали, што значи да су, током деветогодишњег школовања, ученици у просеку оспособљени за примену једноставних процедура, за проналажење одређене информације коришћењем једног извора, за проналажење решења у једноставној ситуацији у којој су све релевантне информације дате. Захтеви који припадају овом нивоу траже од ученика когнитивне активности на нивоу репродукције.

Налази даље указују да 40% ученика из Србије остварује постигнућа која су испод нивоа функционалне писмености. Истовремено, веома мали број ученика (3,5%) остварује постигнућа на два највиша нивоа. Ако се зна да једна школска година у просеку доприноси са око 40 поена на скали математичке писмености, то би значило да су наши ученици практично више од једне школске године у заостатку за својим вршњацима из других земаља, што речито говори о потреби да се настава математике унапреди, посебно у погледу примене стечених знања на проблемске ситуације из реалног живота.

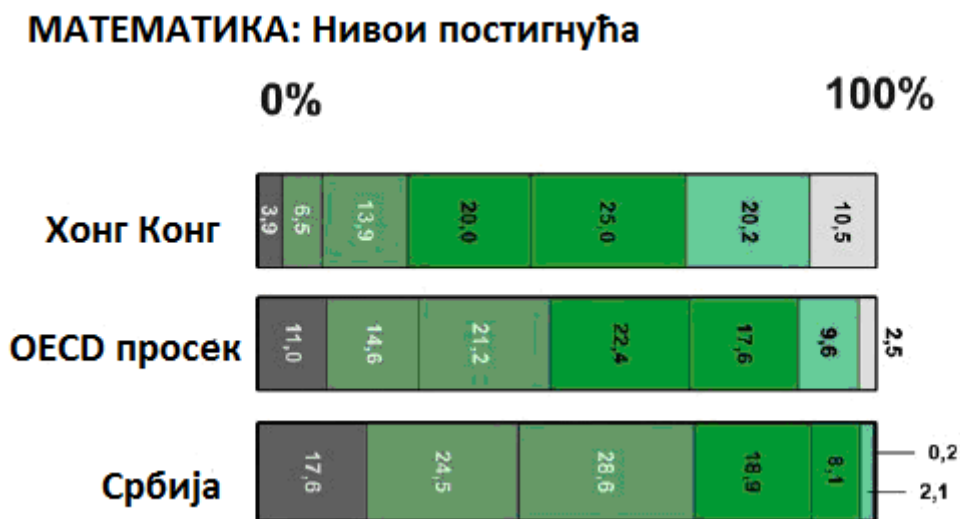
Ево нешто више о **PISA 2003** где је фокус у процени постигнућа, баш у овом циклусу, био управо на математици.

Испитивање је обухватило 85 математичких питања различитог нивоа тежине смештених у реалан контекст. Најједноставнији задаци подразумевају репродукцију научених знања, препознавање једноставнијих математичких процедура и извођење рутинских операција. Задаци средњег нивоа тежине захтевају од ученика интерпретирање и повезивање података. Тежи задаци су комплексне проблемске ситуације у којима се од ученика очекује да селектује, пореди и евалуира различите стратегије решавања проблема, као и да формулише и образложе решења до којих је дошао.

У PISA 2003 мерена су постигнућа ученика у 4 области математике:

- Простор и облик (односи у простору, геометрија, особине објеката)
- Трансформације и релације (разумевање односа међу варијаблима и начина на који су они представљени)
- Бројеви и мере
- Неизвесност (вероватноћа и статистичке процедуре)

На следећем графикону приказано је колико се процената ученика из Србије нашло на сваком од испитиваних нивоа постигнућа. Упоредо је дата расподела постигнућа за Хонг Конг, као најбоље пласирану земљу и просек свих земаља које су учествовале. При тумачењу овог графикона требало би имати на уму да су нивои постигнућа развојно организовани, што значи да је ученик који се налази на одређеном нивоу (нпр. на четвртом) успео да реши и све задатке са претходних нивоа.



Слика 14

-Примери задатака из математике који илуструју различите нивое постигнућа:

РАСТ (ДРУГИ НИВО)

На графикону је приказана просечна висина девојака и младића у Холандији 1998.

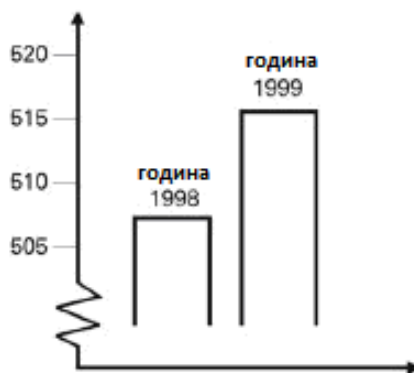


Слика 15

Од 1980., просечна висина 20-огодишњих девојака повећала се за 2,3cm на 170,6cm. Колика је била просечна висина 20-огодишњих девојака у 1980.?

ПЉАЧКЕ (ШЕСТИ НИВО)

ТВ репортер је приказао овај графикон и рекао: "Графикон показује да је пораст пљачки у раздобљу између 1998. и 1999. огроман".



Слика 16

Сматраш ли да је изјава репортера тачна интерпретација графикона? Образложи одговор.

Задатак са читањем графикона са другог нивоа је успело да реши 58.9% ученика у Србији (а у Хонг Конгу 89.6%). Задатак са пљачкама припада шестом нивоу. Тај задатак у Србији могу да реше само 2 ученика од 1000. Значи, био је тежак. Право питање на које треба дати поштен одговор је: шта је то што у процесу образовања треба урадити (променити, увести, избацити, другачије предавати...) да бисмо помогли ученицима да оваква питања лакше савлађују?

4. ЗАСТУПЉЕНОСТ ОБЛАСТИ ОБРАДА ПОДАТАКА У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ У ШКОЛАМА У СРБИЈИ

4.1. Образовни стандарди

Образовни стандарди за крај обавезног образовања развијани су у периоду од 2005. до 2006. године у оквиру пројекта Развој школства у Републици Србији – пројектна компонента Развој стандарда и вредновање. Национални просветни савет донео је, 19. 05. 2009. године, Одлуку о усвајању Образовних стандарда за крај обавезног образовања. Документ о образовним стандардима данас има већина земаља, а у Европи готово све земље. Једна од намена оваквих докумената јесте да уједначе квалитет функционисања све више децентрализованих образовних система, како на националном, тако и на интернационалном нивоу.

Образовни стандарди су искази о темељним знањима, вештинама и умењима које ученици треба да стекну до одређеног нивоа у образовању и формулисани су на три нивоа постигнућа: основни, средњи и напредни ниво. Сваки наредни ниво подразумева да је ученик савладао знања и вештине са претходног нивоа.

Конкретно, образовни стандарди за крај обавезног образовања за предмет: математика, дефинисани су за следеће области:

- бројеви и операције са њима,
- алгебра и функције,
- геометрија,
- мерење,
- обрада података.

Овде ћу навести само образовне стандарде који се односе на област обрада података.

ОБРАДА ПОДАТАКА		
Основни ниво	Средњи ниво	Напредни ниво
<i>Ученик уме да:</i>	<i>Ученик уме да:</i>	<i>Ученик уме да:</i>
изражава положај објеката сврставајући их у врсте и колоне; одреди положај тачке у првом квадранту координатног система ако су дате координате и обратно	влада описом координатног система (одређује координате тачака, осно или централно симетричних итд)	одреди положај (координате) тачака које задовољавају сложеније услове
прочита и разуме податак са графикона, дијаграма или из табеле, и одреди минимум или максимум зависне величине	чита једноставне дијаграме и табеле и на основу њих обради податке по једном критеријуму (нпр. одреди аритметичку средину за дати скуп података; пореди вредности узорка са средњом вредношћу)	тумачи дијаграме и табеле
податке из табеле прикаже графиконом и обрнуто	обради прикупљене податке и представи их табеларно или графички; представља средњу вредност медијаном	прикупи и обради податке и сам састави дијаграм или табелу; црта график којим представља међузависност величина
одреди задати проценат неке величине	примени процентни рачун у једноставним реалним ситуацијама (на пример, промена цене неког производа за дати проценат)	примени процентни рачун у сложенијим ситуацијама

Табела 5

У збирци задатака из математике за завршни испит у основном образовању и васпитању за школску 2010/2011. годину је наведена целокупна листа образовних стандарда који се испитују задацима на завршном испиту. Па тако и задаци у збирци распоређени су, према сложености захтева, на основни, средњи и напредни ниво. У оквиру сваког нивоа, задаци су разврстани у сваку од области: Бројеви и операције са њима, Алгебра и функције, Геометрија, Мерење и Обрада података.

У збирци се налазе задаци који ће бити на завршном испиту, потпуно исти или делимично измењени. На тесту ће се, осим задатака из збирке, наћи и нови задаци (у збирци су наведени примери таквих задатака).

Дакле, тестови који ће ученици решавати на завршном испиту садрже задатке којима се испитује оствареност образовних стандарда са сва три нивоа, основног, средњег и напредног.

4.2. Обрада података кроз наставу математике у основним и средњим школама

У основној школи тек у седмом разреду се уводи правоугли координатни систем у равни. Такође се обрађује и лекција: Графичко представљање података. А све то у оквиру области Зависне величине, у оквиру које се на часовима обрађују и директна и обрнута пропорционалност. Тако се припрема терен да се у осмом разреду уведе појам линеарне функције. Годишњим планом рада је предвиђено да се на област Зависне величине и њихово графичко представљање одвоји 19 часова (од укупних 144, и то 7 за обраду, 12 за утврђивање).

У осмом разреду ученици се упознају са цртањем и читањем графика линеарних функција. Потом долази на ред тема: Графичко представљање статистичких података, а у оквиру ње: Представљање зависних величина табеларно и у координатном систему, Графичко представљање статистичких података у облику дијаграма, Средња вредност, Медијана, Поређење података са средњом вредношћу. За ову тему је годишњим програмом предвиђено 6 часова (3 за обраду и 3 за утврђивање).

Дакле, област Обрада података у настави математике у основним школама тек постаје заступљена у седмом, а наставља се у осмом разреду (ако изузмемо

почетак петог разреда и представљање скупова Веновим дијаграмом). Што се средњих школа тиче, на часовима математике не обрађују се даље различите врсте дијаграма за представљање података, али се раде графици различитих функција. То сада већ прелази у област Алгебра и функције.

У првој години средње школе уводи се појам функције, пресликавања. Учи се о инверзном пресликавању и ради се линеарна функција. Треба поменути и да се у оквиру теме системи линеарних једначина представља и графички метод решавања система линеарних једначина.

У другој години средње школе обрађује се график степене функције, квадратна функција, експоненцијална функција, затим логаритамска функција као инверзна експоненцијалној, и на крају графици тригонометријских и инверзних тригонометријских функција. Такође, ради се графичко решавање једначина, као и графички метод решавања система квадратних једначина са две непознате.

У трећој години средње школе са ученицима се ради приказивање у координатном систему, нпр. једначине праве итд. Затим дефинишу се хипербола, парабола, представљају се њихове једначине и графици.

Кроз четврту годину средње школе обнављају се претходно обрађиване елементарне функције и њима се додаје испитивање и цртање графика ирационалне функције. Затим, обрађује се појам извода, а између осталог и његово графичко тумачење.

5. КВАЛИТАТИВНО ИСТРАЖИВАЊЕ

5.1. Методологија

5.1.1. Циљ истраживања

Циљ овог истраживања је да се утврди где ученици греше и на које потешкоће наилазе при решавању реалних проблемских ситуација које укључују и тумачење графикана; како се ученици сналазе приликом тумачења података представљених на овај начин и како размишљају при решавању оваквих задатака.

5.1.2. Опис инструмента и поступак истраживања

Ученици су решавали два задатка преузета из програма PISA. Задаци су из области научне писмености² и, у складу са основним циљем PISA истраживања (процена припремљености ученика за будући живот), смештени су у реалне контексте.

У овом истраживању изабрана су два задатка која тестирају различите компетенције ученика као што су: интерпретација података, извођење закључака, давање објашњења, и научна знања ученика у социјалном и глобалном контексту (друштвена заједница, збивања у свету), а из тематских области: Природни ресурси, Животна средина.

Оба задатка почињу једним уводним текстом, а потом следе питања.

Ученици нису одмах имали увид у комплетне задатке, већ најпре први задатак и то: свакој групи је на почетку дато да прочита уводни текст који их припрема на то у вези чега ће уследити питања, а затим група одговара на прво питање из задатка. После закључака и објашњења везаних за то питање, група добија следеће питање на које треба да одговори и тако редом. После свих питања из првог задатка, ученици добијају да прочитају уводни текст за други задатак и понавља се исти поступак одговарања на питање за питањем.

Следи приказ оба задатка коришћена у истраживању.

² Термин научна писменост најкомплексније и најбоље одражава природу постигнућа у области природних наука. Изразом природне науке обухваћене су следеће научне дисциплине: физика, хемија, биологија, физичка географија и астрономија.

Први задатак: ЕНЕРГИЈА ВЕТРА

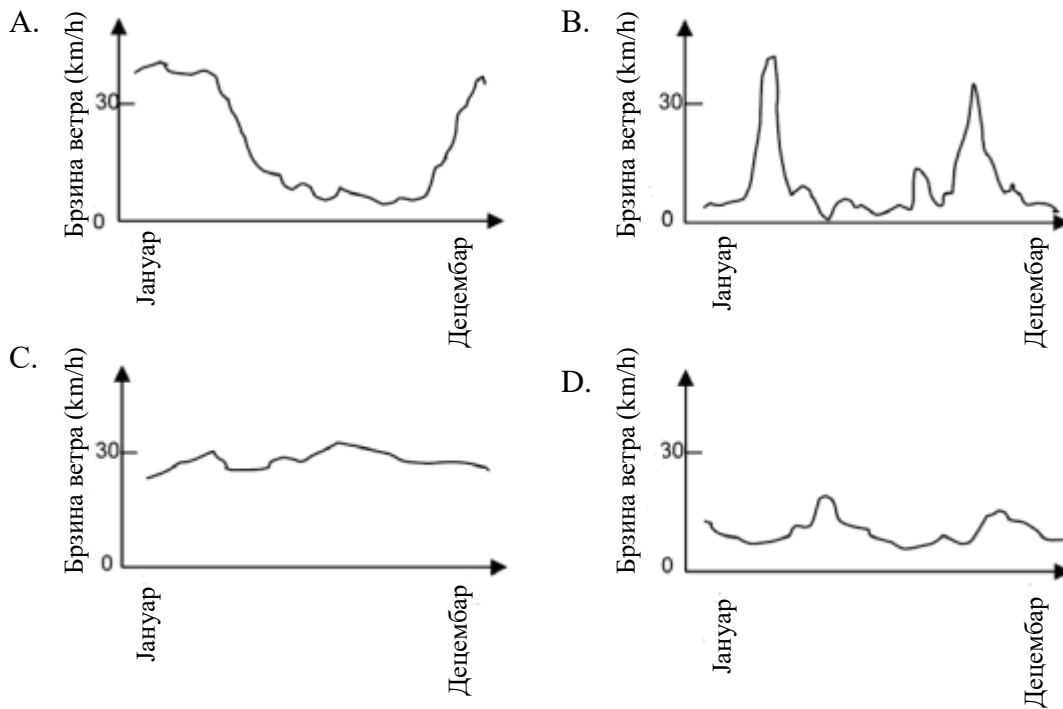
Многи људи сматрају да добијање струје помоћу ветра може да буде извор електричне енергије који ће заменити електране на нафту или угаљ. Оно што се види на овој фотографији (слика 17) су ветрењаче са лопатицама које окреће ветар. Њихова ротација омогућава генератору у ветрењачи да производи струју.



Слика 17

ПИТАЊЕ 1.

На графиконима испод представљена је средња брзина ветра на четири различита места у току године. На ком месту је најбоље направити ветрењачу за производњу електричне енергије?



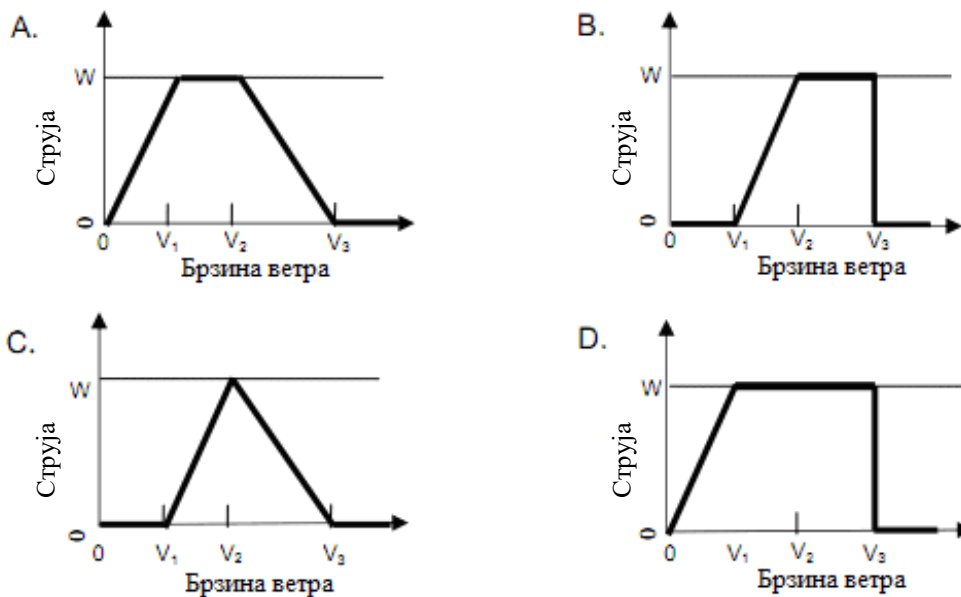
Слика 18

ПИТАЊЕ 2

Што ветар јаче дува, лопатице ветрењаче се брже окрећу и производи се више електричне енергије. Међутим, у реалној ситуацији, не постоји директна веза између брзине ветра и произведене енергије. Следе четири “услова за рад” неке ветрењаче у реалној ситуацији.

- Лопатице почну да се окрећу када ветар достигне брзину V_1 .
- Производња електричне енергије достиже максимум (W) када ветар достигне брзину V_2 .
- Из безбедносних разлога, брзина окретања лопатица престаје да се повећава када је брзина ветра већа од V_2 .
- Лопатице престају да се окрећу када ветар достигне брзину V_3 .

Који од следећих графика најбоље представља везу између брзине ветра и произведене струје према поменутим условима рада?



Слика 19

ПИТАЊЕ 3.

При истој брзини ветра, што је већа надморска висина, ротације лопатица су спорије. Који од наведених разлога највише одговара објашњењу зашто се лопатице ветрењача окрећу спорије у зонама на већим надморским висинама, иако је брзина ветра иста?

- A) Ваздух је мање густ на већим висинама.
- B) Температура је нижа на већим висинама.
- C) Гравитациона сила опада на већим висинама.
- D) На већим висинама киша чешће пада.

Питања из овог задатка су затвореног типа. Дакле, понуђени су одговори и од ученика се тражи да изабери један за који сматрају да је тачан. Међутим, иако су питања затвореног типа, ми смо тражили од ученика да образложе свој избор – зашто су баш изабрали одређено решење, а са друге стране одмах елиминисали неке друге понуђене одговоре.

У првом питању се од ученика очекује да приметите на ком графику је брзина ветра уједначена током године, где нема великих осцилација и да као коначан и тачан одговор изабери график С.

Код другог питања очекивано је да ученици пажљиво прочитају наведене услове и анализирајући понуђене графике изабери онај који верно представља везу између брзине ветра и произведене струје при наведеним условима (а то је график В).

И на крају последње питање из овог задатка није захтевало неке посебне математичке анализе, већ се ослања на већ стечена ученичка знања и искуства (тачан одговор је А).

Други задатак: ЕФЕКАТ СТАКЛЕНЕ БАШТЕ

Живим бићима је за опстанак неопходна енергија. Енергија која одржава живот на Земљи потиче од Сунца, које је толико усијано да енергију емитује у простор. Само незнатни део те енергије доспева до Земље, при чему њен највећи део пролази кроз земљину атмосферу која се понаша као заштитни омотач око површине планете.

Земља апсорбује један део те енергије, док се други део одбија од земљине површине и враћа назад. Део те одбијене енергије апсорбује атмосфера.

Сходно томе, просечна температура изнад земљине површине већа је него што би била да нема атмосфере.

Земљина атмосфера има исти ефекат као и стаклена башта, отуда израз „ефекат стаклене баште“.

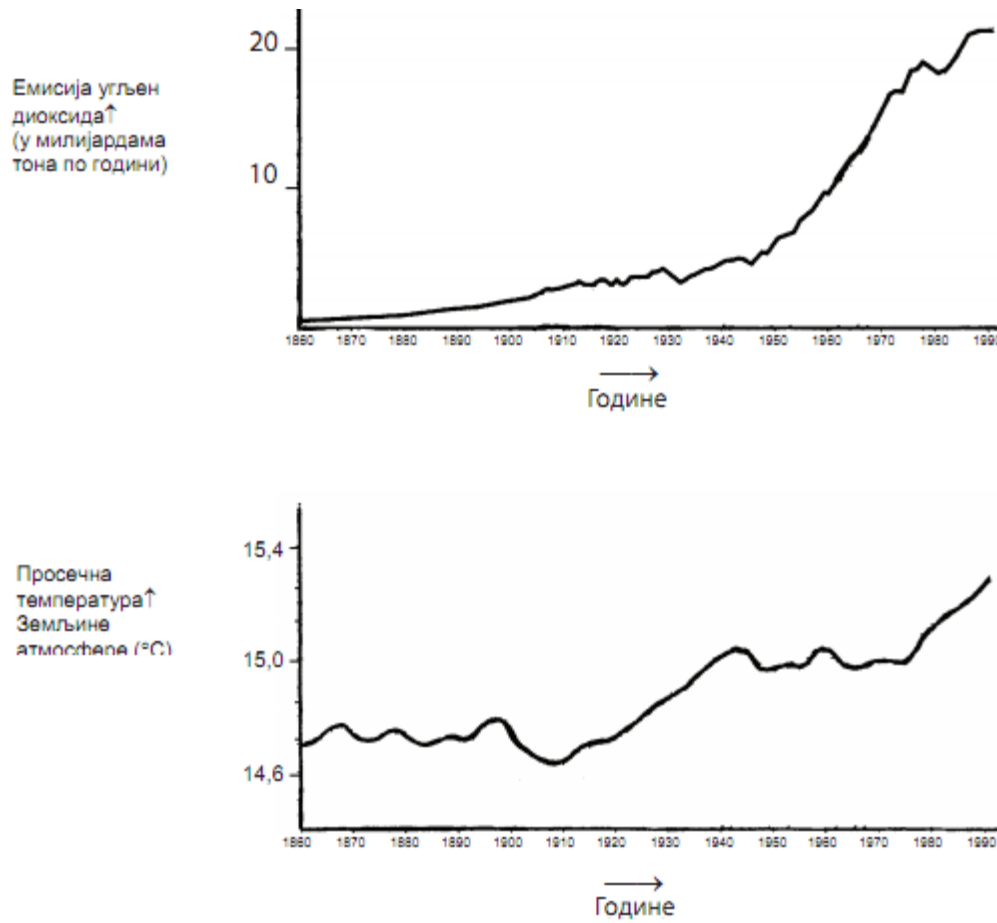
Ефекат стаклене баште интензивирају у току 20. века. Чињеница је да је просечна температура земљине атмосфере повећана. Новине и часописи често сматрају да је повећана емисија угљен-диоксида главни узрочник том прегрејавању које се јавља у 20. веку.



Слика 20

Студента Пеђу занима могући однос између просечне температуре земљине атмосфере и емисије угљен-диоксида на Земљи.

У једној библиотеци, пронашао је следеће графиконе.



Слика 21

Пеђа закључује на основу графикана да је пораст просечне температуре земљине атмосфере проузрокован повећањем емисије угљен диоксида.

ПИТАЊЕ 1.

Шта у тим графиконима потврђује Пеђин закључак?

ПИТАЊЕ 2.

Ученица Ивана не слаже се са Пеђиним закључком.

Упоређујући графиконе она изјављује да одређени делови графикана нису у сагласности са његовим закључком.

Дај пример, наводећи део графикана који није у сагласности са Пеђиним закључком.

ПИТАЊЕ 3.

Пеђа не одустаје од свог закључка: узрочник загревања атмосфере је повећана емисија угљен- диоксида.

Ивана мисли да је његов закључак пренагљен. Она каже: „*Пре него што прихватиш тај закључак, мораш бити сигуран да су константни остали чиниоци који би могли имати утицај на ефекат стаклене баште*“.

Наведи један од чинилаца на које Ивана циља.

Питања из овог задатка су отвореног типа па су у складу са тим и одговори разноврсни. Ипак, очекивани одговори, односно одговори за које би ученици на правом PISA тестирању освојили максималан број бодова су:

-за прво питање (*Шта у графиконима потврђује Пеђин закључак?*) нпр. :

- Како су се емисије повећавале, тако се повећавала и температура.
- Оба графикана приказују пораст.
- Зато што од године 1910. оба графикана иду навише.
- Температура се повећава како се наставља емитовање CO₂.

- Линије информација на графиконима расту заједно.
- Све расте.
- Што се више CO₂ емитује, већа је и температура.
- Количина CO₂ и просечна температура на Земљи су директно

пропорционалне.

- Оне имају сличан облик што указује на повезаност.

[Дакле, одговори који се односе на повећање (просечне) температуре и емисије угљен-диоксида. Или, пак, одговори који се односе (у општим цртама) на позитиван однос између температуре и емисије угљен-диоксида; коришћење термина као што су „позитиван однос“, „сличан облик“ или „директно пропорционално“. Док, погрешни би били одговори који се односе само на повећање било просечне температуре, било емисије угљен-диоксида; или одговори без јасне слике о природи везе температуре и емисије угљендиоксида]

-за друго питање (...дати пример, наводећи део графикона који није у сагласности са Пеђиним закључком) нпр. :

- Од 1900 до 1910. (оквирно) количина CO₂ се повећавала, док се температура снижавала.
- Од 1980 до 1983. количина угљен-диоксида се смањивала, а температура се повећавала.
- Температура током 19. века је углавном иста, али први графикон наставља да расте.
- Између 1950. и 1980. температура се није повећала, али CO₂ јесте.
- Од 1940. до 1975. температура остаје отприлике иста, али емисија угљен-диоксида показује оштар раст.
- Од 1860. до 1900. линија угљен-диоксида је прилично равна, док линија температуре много кривуда.
- 1940. температура је много виша него 1920. уз сличне емисије угљен-диоксида.

[Одговори који се односе на један одређени део графикона на коме се кривуље не спуштају заједно нити се заједно пењу и где се даје одговарајуће објашњење. Док,

погрешни би били одговори који упућују на неправилност у кривуљи без посебног освртања на оба графика; или они који упућују на слабо дефинисани период или годину без било каквог објашњења (нпр. *Средњи део, 1910.,...*)]

-за треће питање (...*навести један од чинилаца на које Ивана циља*) нпр. :

- Сунчева топлота и можда промена замљиног положаја.
- Енергија која се рефлектује од земље.
- Испарења воде у ваздуху.
- Области.
- Појаве као што су вулканске ерупције.
- Атмосферско загађење (гас, гориво).
- Количина издувног гаса.
- CFC (фреон).
- Број аутомобила.
- Озон (као део ваздуха).

[Фактори који упућују на енергију/радијацију која долази од Сунца или они који упућују на једну природну компоненту или могући загађивач. Док, погрешни би били одговори који се односе на неки неспецифични фактор (нпр. *Ђубрива, Спрејеви, Какво је било време, ...*); или они који упућују на узрок који утиче само на концентрацију угљен-диоксида.]

Након последњег исписаног питања из задатка Ефекат стаклене баште, ученицима је усмено постављено и једно додатно питање: -Претпоставимо да пронађете два графика од којих је на једном, у одређеном временском периоду, приказан пораст производње слаткиша, а на другом, у истом том периоду, приказан пораст броја мобилних претплатника. Да ли бисте само на основу та два графика и чињенице да су оба растућа могли да закључите да један утиче на други, односно да је повећање производње слаткиша проузроковано порастом броја мобилних претплатника или обрнуто?

Питање је постављено са циљем, не да протумаче нечије налазе, већ да се сами ставе у улогу истраживача и донесу одређене закључке. Да ли ће их

размишљање навести на закључке као и Пеђу у првом питању? Само, овог пута дати су графици "појава" које се, бар на први поглед, не могу одмах довести у везу и за које чак и без графика не бисмо рекли да утичу једна на другу.

Ученици су задатке решавали у паровима. Истраживачи су били присутни, али нису учествовали у самом процесу извођења закључака и одговарања сугеришући ученицима тачан одговор, већ су охрабривали ученике да гласно формулишу своје мисли и образложе свој одговор. Аудио записи овог истраживања анализирани су методом анализе садржаја.

5.1.3. Узорак

Узорак обухвата ученике другог разреда средње школе.

У овом истраживању учествовало је 10 ученика Прве економске школе у Београду. Критеријуми за избор ученика су њихова експресивност и оцене из математике. Групе су формиране тако да имамо и групе ученика са истим постигнућима (две петице, две двојке), али и групе ученика са различитим постигнућима (ученик који има 5, 4 и ученик са двојком из математике).

5.1.4. Налази

Анализом садржаја вербалних исказа ученика током решавања задатака издвојили су се следећи проблеми који воде ка погрешним решењима:

■ Брзоплето одговарање-нарочито код питања где треба изабрати један од понуђених одговора.

Проблем је у томе што поједини ученици не размишљају превише о постављеном питању. Не прочитају питање са разумевањем па и не разумеју прави циљ задатка, шта се то заправо од њих тражи у задатку. Или, пак, када се и поред свега тога брзо одлуче за неки одговор, не враћају се задатку за проверу. То води томе да остају при свом првобитном решењу које је најчешће погрешно.

■ Неузимање у обзир свих задатих услова. То се највише показало у другом питању задатка Енергија ветра. Поједини ученици су обратили пажњу само на максимум производње електричне енергије, а занемарили услове који се односе на производњу електричне енергије када је брзина ветра између 0 и V_1 , или када је брзина већа од V_2 .

Проблем се показао у томе што ученици, неузевши у обзир све услове дате у задатку, изаберу одговор за који сматрају да је тачан под утиском оног услова који су некако издвојили као "јачо битан", а затим, када поново прочитају питање, на све начине покушавају да оправдају свој избор и докажу да су и остали услови (првобитно само механички прочитани) обухваћени њиховим решењем.

■ Погрешно протумачени услови. Овде се опет враћам другом питању из првог задатка (Енергија ветра). Ту су настала различита збуњивања. Нпр. око услова: "Лопатице почну да се окрећу када ветар достигне брзину V_1 ". Занемарено је да тада почиње и производња електричне енергије, занемарено је шта је на којој оси представљено. Овај услов су поједини ученици схватили на тај начин да график на делу од 0 до V_1 мора бити растућа функција, а да у V_1 достиже максимум који се наставља до V_2 и тако даље. Затим, услов: "Лопатице престају да се окрећу када ветар достигне брзину V_3 " навео је поједине да питају да ли се лопатице заустављају одмах у месту или је то процес. За њих је то значило- да ли ће график у једном делу где ветар достиже брзину V_3 бити постепено опадајућа функција као на графицима А и С или као на преостала два графика.

■ Неповезивање ишчитаних података са графика са реалном ситуацијом на прави начин. Овде бих издвојила прво питање задатка Енергија ветра, које су иначе све групе осим једне тачно одговориле.

Група која је погрешно одговорила одлучила се за график В уз образложење да је у одређеном периоду јако велика брзина ветра и тада ће се произвести јако велика количина електричне енергије довољна за целу годину. Али и код једне групе која је тачно на крају одговорила, било је двоумљења између графика В и С. Цитираћу део разговора између те две ученице:

‘‘В. Ја мислим В зато што нам струја можда највише треба у јануару и децембру. Не знам.’’

‘‘Ја мислим да је С зато што је ту уравнотежен ветар. Константно. А са њом се не слажем да нам треба само у јануару и децембру. Користимо лети климу.’’

‘‘Еее може! Да! С! Боље С!’’

■ Схватање графика као комплетне слике о некој појави. Ово је конкретно био проблем у целокупном другом задатку (Ефекат стаклене баште).

Иначе, различита истраживања показују да ученици често посматрају табеле и графиконе, као завршне саме по себи. Мало њих се односи према њима као изворима података и доказа, или као начину истраживања образаца и односа у подацима или информацијама.

Па тако и у овом другом задатку, углавном су се сви ученици сложили са Пеђиним закључком. Тек, додатно усмено питање (а и треће питање са Иваниним коментаром пре тога) које смо им поставили их је поколебало и размишљали су и о неким другим факторима који, ето, нису представљени на графику.

5.1.5. Дискусија и закључци

У налазу овог истраживања издвојени су неки проблеми који се јављају код ученика приликом тумачења података представљених графиконима у задацима који су смештени у реалне контексте. Ове потешкоће делом настају и услед недостатка искуства ученика у "читању графикона".

Ученици нису имали проблема са препознавањем делова функције и ишчитавањем периода у којима она расте или опада и сл. Али, ипак се дешава да не повезују те прочитане податке са реалном ситуацијом на прави начин.

Ако мало боље погледамо, то је баш оно што и уче о графицима функција на часовима (нацртај и испитај особине (монотоност, екстремне вредности, нуле, ...) одређене функције) али недостаје нит која ће повезати график функције са реалном ситуацијом. Недостаје: сагледавање корисности тога што уче, примена у свакодневном животу. Док са друге стране, свакодневно у новинама, различитим

чланцима из часописа, на телевизији, графикони се често користе да подрже неки аргумент, тачку гледишта, прегледно представе податке и сл.

Дакле, неки крајњи закључак овог истраживања, савет, био би тај да кроз наставу ученике треба упознати са значајем графикана, начином њиховог креирања, као и тумачењем података представљених графиконима. Можда ће се наћи у позицији да донесу јако битну одлуку на основу таквих података. Али такође је битно и неговати критичко мишљење код ученика (неће баш увек графикони на које наиђу верно приказивати предвиђене податке).

Вратимо се на почетак овог рада:

ПОДАЦИ → ИНФОРМАЦИЈЕ → ЗНАЊЕ → МУДРОСТ.

ОПШТИ ЗАКЉУЧАК

Општи закључак ћу почети једним делом описа књиге Стива Молина "Видим шта хоћеш да кажеш", а која говори о деци и визуелним информацијама: "Разни визуелни текстови – мапе, дијаграми, временске скале, графикони, табеле и многи други – налазе се у свим средствима којима се служе ђаци од основне школе до последипломских студија, у већини кључних предметних подручја учења. Са визуелним текстовима срећемо се свуда – у школи, код куће, на улици. Зашто их онда у настави углавном игноришемо? "

И заиста, како је и овде речено, без обзира на то да ли је реч о школским књигама, енциклопедијама, плановима града, брошурама, каталозима или ознакама у околини, попут саобраћајних знакова или натписа на продавницама, окружени смо информативним текстовима у којима се слике и симболи користе исто колико и речи. Ученици свих узраста сусрећу се са визуелним текстовима исто толико често као и одрасли, а од њих се очекује да их разумеју и приликом рада у школи и у свакодневном животу. Да би ученици разумели и ту врсту текстова и оспособили се да их сами израђују, у настави им треба показати како ти текстови функционишу.

Дакле, у томе се огледа и значај цртања и коришћења графикана. Живимо у информационом добу, где се статистички подаци о широком спектру тема, као што су потрошње, незапослености, инфлација, годишњи принос усева, временска прогноза често представљени у облику графикана или графиконима.

Примена графикана у образовању је потребна и корисна јер од ученика захтева више вештина истовремено: разликовање битног и небитног, утврђивање веза између различитих елемената целине, увид у целину и све њене саставне елементе, апстрактно мишљење.

Оно што између осталог и јесте циљ наставе и учења математике, то је стицање елементарне математичке писмености употребљиве у свакодневним животним ситуацијама, односно овладавање математичким знањима и вештинама које ће примењивати у приватном, друштвеном и будућем професионалном животу. Припремимо наше ученике за деловање у најширем спектру свакодневних животних ситуација у којима се могу затећи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] И. Анић, Д. Павловић Бабић, *Решавање математичких проблема у реалном контексту: квалитативна и квантитативна анализа постигнућа*
- [2] В. Андрић, *Проверавање и оцењивање у настави математике у основној школи*, Нови Сад, 2011.
- [3] Г. Бала, *Методологија кинезиолошких истраживања*, Факултет физичке културе, Нови Сад
- [4] С. Вербић, *Графике цртају људи, а не excel*
- [5] С. Молин, *Видим шта хоћеш да кажеш, деца и визуелне информације*, Креативни центар, 2009.
- [6] "Образовни стандарди за крај обавезног образовања" – Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања, Београд, 2009.
- [7] Д. Павловић Бабић, *Ко се плаши PISE још*
- [8] Д. Павловић Бабић, А. Бауцал, Д. Кузмановић, *Научна писменост PISA 2003 и PISA 2006*, Београд, 2009.
- [9] S. Friel, G. Bright, F. Curcio, *Understanding of graphs*
- [10] C. Joyce, A. Neill, V. Watson, J. Fisher, *Tables and graphs* (2008)
- [11] <http://www.ceo.edu.rs/>
- [12] <http://www.ipisr.org.rs/TIMSSkratko.aspx>
- [13] <http://www.mpn.gov.rs/userfiles/konferencije/PISA-NaucnaPismenost.pdf>
- [14] http://www.mpn.gov.rs/userfiles/dokumenti/zbirke-zavrsni-ispit/Zbirka_matematika_na_srpskom.pdf
- [15] <http://www.pisaserbia.org/>
- [16] <http://portal.ceo.edu.rs/mod/resource/view.php?id=47>