UNIVERZITET U BEOGRADU
MATEMATIČKI FAKULTET

Tatjana Radovanović

MATEMATIČKI MODELI ZA AUTOMATIZOVANE STVARAOCE TRŽIŠTA

master rad

Beograd, 2022.

Mentor:

dr Vesna Marinković, docent
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Članovi komisije:

dr Miodrag Živković, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Aleksandar Veljković, asistent
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Datum odbrane: ____________________

Porodici

Naslov master rada: Matematički modeli za automatizovane stvaraoce tržišta

Rezime: Automatizovani stvaraoci tržišta su protokoli koji olakšavaju likvidnost na elektronskim finansijskim tržištima. Postali su popularni tek u poslednjih nekoliko godina sa rastom popularnosti kriptovaluta i decentralizovanih finansija, ali su razvijeni i implementirani dosta ranije na drugim vidovima tržišta. Da bi bilo moguće primeniti ih na različite vrste tržišta i trgovanje različitom vrstom imovine, razvijeno je više modela koji omogućavaju njihov rad. Centralna tema ovog rada su upravo ti modeli i njihove osobine. Obrađeni modeli su pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja, pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivo na likvidnost, automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim proizvodom, konstantnom sumom i konstantnom srednjom vrednošću i automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim krugom ili elipsom. Pored upoznavanja sa njima, potrebno je upoznati se i sa tržištima predviđanja i tržištima za razmenu tokena kako bi se stekla predstava o bitnim konceptima vezanim za automatizovane stvaraoce tržišta.

Ključne reči: token, tržište, automatizovani stavaralac tržišta, likvidnost

Sadržaj

Glava 1

Uvod

Automatizovani stavaraoci tržišta su protokoli koji omogućavaju trgovcu da izvrši trgovanje na tržištu bez nužnog prisustva drugih kupaca i prodavaca. Funkcionišu korišćenjem računarskih programa.

Automatizovani stvaraoci tržišta su postali popularni poslednjih godina sa rastom popularnosti tržišta kriptovaluta i decentralizovanih finansija. Iako se na internetu često može pročitati kako su oni razvijeni da bi olakšali razmenu na tržištu kriptovaluta, to nije tako. Oni su osmišljeni i implementirani dosta ranije i našli su primenu na različitim tržištima. Njihova osnovna prednost je ta što nam za trgovanje nije potreban drugi trgovac, već njegovu ulogu može odigrati algoritam.

Kako različita tržišta imaju različite namene, razvijeni su i različiti modeli za automatizovane stvaraoce tržišta koji imaju odgovarajuće osobine. Poznavanje ovih osobina je jako bitno kako bismo mogli da izaberemo model koji najbolje odgovara našem konkretnom problemu i kako bismo znali kako će se naš automatizovani stvaralac tržišta ponašati. Naravno, neki modeli su primenljivi na različite vrste problema, dok neki rade dobro samo u slučajevima za koje su i razvijeni.

Tema ovog rada su upravo modeli koji se koriste za kreiranje automatizovanih stvaralaca tržišta. Međutim, da bismo mogli bolje da razumemo njihov rad i primenu, u poglavlju 2 se malo bolje upoznajemo sa automatizovanim stvaraocima tržišta i pojmom likvidnosti. U istom poglavlju je objašnjeno i kako funkcionišu tržišta predviđanja, na kojima automatizovani stvaraoci tržišta igraju bitnu ulogu i koja nam pomažu da definišemo i razumemo funkciju cena i troškova kao i osobine koje bi automatizovani stvaralac tržišta trebalo da poseduje. U ovom poglavlju su prikazana i tržišta za razmenu tokena, koja su donela popularnost ovoj temi.

U poglavlju 3 su prikazane teorijske osnove različitih modela. Obrađeni su modeli: pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja, pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivo na likvidnost, automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim proizvodom, konstantnom sumom, odnosno konstantnom srednjom vrednošću i automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim krugom ili elipsom.

U poglavlju 4 pozabavili smo se implementacijom ovih modela i rezultatima trgovanja prilikom upotrebe različitih modela. U fokusu su osobine ovih modela i kako se te osobine odražavaju na trgovanje.

U poglavlju 5 su izneti zaključci ove teze. Osim zaključaka date su i moguće smernice za dalji rad.

Glava 2

Automatizovani stvaraoci tržišta

Automatizovani stvaraoci tržišta (eng. automated market makers) su protokoli koji olakšavaju likvidnost na elektronskim finansijskim tržištima. *Likvidnost tržišta* (eng. market liquidity) se odnosi na to koliko se neka imovina može lako kupiti ili prodati, a da to ne dovede do gubitka njene vrednosti. Visoka likvidnost tržišta znači da je tržište aktivno, da ima dosta trgovaca koji trguju određenom imovinom i da je cena te imovine stabilnija. Niska likvidnost tržišta pak označava da je tržište manje aktivno, da je teže trgovati određenom imovinom i da dolazi do većih promena cena te imovine [7].

Kod automatizovanih stvaralaca tržišta, ukoliko bismo želeli da trgujemo određenom imovinom, ne bi nam bio potreban drugi trgovac koji će prihvatiti našu ponudu; dovoljno je da pronaći odgovarajući fond likvidnosti, gde će ulogu drugog trgovca odigrati algoritamski zasnovan trgovac. *Fondovi likvidnosti* (eng. liquidity funds) su fondovi u koje je moguće uložiti sredstava, a za uzvrat fond isplaćuje određene nadoknade, sve dok ne povučemo uložena sredstva.

Iako vlada uverenje da su automatizovani stvaraoci tržišta osmišljeni specijalno za trgovanje na mrežama za decentralizovane finansije, gde uglavnom služe za razmenu tokena, i da su prvi put implementirani u poslednjih nekoliko godina, to nije u potpunosti tačno. Naime, sama ideja je dosta starija i nije vezana isključivo za ovu vrstu tržišta. Automatizovani stvaraoci tržišta su, pre nego što su pronašli svoju primenu kod decentralizovanih finansija, osmišljeni i implementirani za druge vrste tržišta. Posebno se izdvajaju tržišta predviđanja koja su značajna za razumevanje osnovnih teorijskih aspekata i za samo funkcionisanje automatizovanih stvaralaca tržišta. Stoga, pre nego što pređemo na konkretne modele, bilo bi dobro upoznati se sa osnovnim principima tržišta predviđanja i tržišta za razmenu tokena.

2.1 Tržišta predviđanja

Da bismo lakše približili neke osnovne pojmove kao što su funkcija cene i funkcija troškova u automatizovanim stvaraocima tržišta, poželjno je najpre objasniti šta su to *tržišta predviđanja* (eng. prediction markets). Tržišta predviđanja su tržišta na kojima se trgovanje na berzi vrši u cilju dobijanja agregiranih uverenja o nepoznatom budućem ishodu nekog događaja.

Primer 1. *Pretpostavimo da se nalazimo na trci konja u kojoj učestvuje n konja. Tada bismo mogli da kupimo hartiju od vrednosti „konj A pobeđuje konja B" koja garantuje isplatu od jednog dolara ako se taj događaj obistini i nula dolara u suprotnom. Moguće je kupiti i druge hartije od vrednosti koje predviđaju drugačije ishode. Za opkladu na pobednika trke imali bismo n mogućih ishoda. Ukoliko želimo da se kladimo na konačan raspored konja nakon trke, skup mogućih konačnih ishoda bi se sastojao od $n!$ permutacija skupa od n konja [15].*

Kod ove vrste tržišta je bitno obezbediti početnu likvidnost. Ako tržište nije dovoljno likvidno, svako može da lako promeni stanje tržišta bez preuzimanja velikog rizika, što utiče na to da se verovatnoće mogućih ishoda nakon prognoze brzo promene. Finansijska tržišta su često koristila stvaraoce tržišta da obezbede početnu likvidnost i tako pokrenu trgovinu. Tržišta predviđanja su usvojila sličnu ideju po kojoj stvaralac tržišta preuzima rizik od gubitka subvencioniranjem tržišta i na taj način omogućava veću likvidnost. Ovaj gubitak se može posmatrati kao trošak rada [2].

Tržišta predviđanja mogu imati velike koristi od automatizovanih stvaralaca tržišta. Naime, na ovaj način postoji algoritamski trgovac koji je uvek spreman za interakciju sa trgovcima, obezbeđujući likvidnost koju je možda teško podržati bez upotrebe automatizovanih stvaralaca tržišta. Složenija okruženja koja karakteriše ogroman broj ishoda su neupotrebljiva bez nekog oblika automatizovanog trgovanja, pa je za njih automatizovani stvaralac tržišta neophodan [15].

Funkcija cene i troškova

Prilikom konstruisanja automatizovanog stvaraoca tržišta za tržišta predviđanja prostor budućih događaja može se predstaviti skupom Ω, pri čemu se realizuje tačno jedan događaj $\omega \in \Omega$. Opklade koje trgovci prave sa automatizovanim stvaraocem tržišta su predstavljene kao funkcije koje preslikavaju moguće događaje u brojeve

[13]. Stanje tržišta odražava *vektor količine* (eng. quantity vector) Q dimenzije n, koji kao i-tu komponentu sadrži kolika se naknada duguje trgovcima ako se dogodi i-ti događaj [13]. Da bi se odredile cene trgovanja koriste se *funkcije troškova* (eng. cost function) [12].

Definicija 1 (Funkcija troškova)**.** *Funkcija C: $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, gde je n broj događaja, preslikava vektor količine, odnosno iznose koje automatizovani stvaralac tržišta mora da isplati, u skalarnu vrednost koja predstavlja trošak [12].*

Vrednost funkcije troškova predstavlja i ukupan iznos sredstava uloženih na tržište. Ako je Q_0 početno stanje tržišta, onda $C(Q_0)$ predstavlja maksimalnu subvenciju automatizovanog stvaraoca tržišta određenom tržištu. Ukoliko trgovac želi da promeni stanje tržišta iz stanja Q_i u stanje Q_{i+1}, mora da plati razliku u troškovima $C(Q_{i+1}) - C(Q_i)$ [15]. Mi smo u prethodnom primeru pretpostavili da automatizovani stvaralac tržišta isplaćuje jedan dolar za svaku opkladu koja odgovara ishodu. Naravno, ova nadoknada može biti i veća ili manja. Ako bi automatizovani stvaralac tržišta isplaćivao umesto jednog dolara deset dolara, onda bi i vrednost naknade koju trgovac plaća prilikom kupovine hartije od vrednosti bila pomnožena sa deset.

Primer 2. *Funkcija $C(Q) = b \ln(\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i}{b}})$, gde $Q = (q_1, \ldots, q_n)$ predstavlja vektor količine, a $b > 0$ je konstanta, predstavlja funkciju troškova za pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja.*

Treba napomenuti da funkcija troškova mora da bude diferencijabilna, jer se na osnovu nje definiše *funkcija cena* (eng. price function).

Definicija 2 (Funkcija cena)**.** *$P_i(Q) = \frac{\partial C(Q)}{\partial q_i}$ je funkcija cena i-tog događaja, gde je q_i količina kupljenih hartija od vrednosti koje pretpostavljaju da će se ostvariti i-ti događaj, odnosno broj opklada da će se taj događaj dogoditi [5, 13].*

Vrednosti funkcije cene predstavljaju kolektivnu procenu trgovaca koliko je verovatno da se određeni ishod ostvari [1].

Primer 3. *Iz primera 2 sledi da je funkcija cene za pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja $P_i(Q) = \frac{e^{\frac{q_i}{b}}}{\sum_{j=1}^{n} e^{\frac{q_j}{b}}}$*

Poželjna svojstva automatizovanog stvaraoca tržišta

Postoje tri svojstva koja bi funkcija cena bilo poželjno da ima: to su nezavisnost od putanje, invarijantnost u odnosu na translaciju i osetljivost na likvidnost [13].

Definicija 3 (Nezavisnost od putanje)**.** *Funkcija cene P je nezavisna od putanje ako vrednost linijskog integrala (troška) između bilo koja dva vektora količine zavisi samo od tih vektora količine, a ne od putanje između njih.*

Nezavisnost funkcije cene od putanje označava da nije bitan način na koji se tržište kreće iz jednog stanja u drugo; zbirni trošak biće isti. Drugim rečima, nije bitno da li je neka transakcija izvršena odjednom ili je podeljena u više manjih transakcija: ukoliko je vektor količine nakon trgovanja u oba slučaja isti biće ista i nadoknada koja se na kraju plaća. Zbog ovoga trgovac ne mora da pravi strategiju kako će trgovati, odnosno da smišlja da li će odjednom izvršiti jednu veliku transakciju ili više manjih, dokle god oba načina trgovanja rezultuju istim stanjem tržišta. Zbog ove osobine trgovac ne može da izvrši seriju trgovanja i tako ostvari veći profit bez preuzimanja određenog rizika. Ukoliko se jedna transakcija podeli na više malih transakcija i ako tokom njihovog izvršavanja drugi trgovci nisu trgovali na tom tržištu nakon poslednje transakcije, vektor količine biće jednak vektoru količine dobijenim u slučaju da je transakcija izvršena odjednom i trgovac plaća istu nadoknadu. Međutim, ukoliko su u međuvremenu i drugi trgovci trgovali na tom tržištu, menjali su vektor količine i on ne mora biti isti kao da je trgovanje izvršeno odjednom, te samim tim i nadoknada ne mora biti ista.

Još jedna bitna posledica ovog svojstva je da nam je za reprezentaciju stanja tržišta potrebno da znamo samo vektor količine dok nas informacije o prethodnim trgovanjima ne zanimaju. Inače, svaki model za automatizovane stvaraoce tržišta koji se zasniva na funkciji troškova nezavisan je od putanje [13].

Definicija 4 (Invarijantnost u odnosu na translaciju)**.** *Funkcija cene P je invarijantna u odnosu na translaciju ako je $\sum_i P_i(Q) = 1$ za sva validna stanja Q.*

Ovaj uslov se može posmatrati kao neophodan uslov za efikasno agregiranje informacija na tržištu jer bez njega ostaje mogućnost da trgovci plate previše ili budu premalo plaćeni. Glavna prednost koju daje ovo pravilo je ta što se vrednosti funkcije cene mogu tumačiti kao verovatnoće da će se određeni događaji desiti.

Nedostatak ovog pravila je ta što likvidnost tržišta (merena kao stopa po kojoj se cene menjaju kako se vrši trgovina) mora biti unapred utvrđena, iako još uvek nije poznat nivo aktivnosti trgovaca. Ako se cene menjaju prebrzo, tržište će biti nestabilno kada je broj trgovaca veliki. Ako se cene menjaju presporo, trgovci možda neće imati dovoljno kapitala da promene vrednost funkcije cene tako da odražavaju globalno tržište ili njihova uverenja o tome koliko je određeni ishod verovatan [9].

Definicija 5 (Osetljivost na likvidnost)**.** *Definišimo n-dimenzionalni vektor* $l = (1, 1, \dots, 1)$. *Funkcija cene* P *nije osetljiva na likvidnost ako je* $P_i(Q + \alpha l) = P_i(Q)$ *za sva validna stanja* Q *i za svako* α, *gde je* α *konstanta. Inače kažemo da je funkcija cene osetljiva na likvidnost.*

Osetljivost funkcije cene na likvidnost znači da investicije fiksne veličine manje menjaju cenu na likvidnim nego na nelikvidnim tržištima. Takođe, nadoknada koju plaćamo prilikom trgovine je različita. Ova osobina je poželjna jer se intuitivno podudara sa načinom na koji bismo želeli da tržišta funkcionišu.

Idealan automatizovani stvaralac tržišta bi trebalo da poseduje sve tri pomenute osobine: da funkcija cena bude nezavisna od putanje, inverzna u odnosu na translaciju i da bude osetljiva na likvidnost. Ipak, dokazano je da je nemoguće napraviti model koji može da ima sva tri nabrojana svojstva, tako da se u najboljem slučaju moramo zadovoljiti sa dve od tri navedene osobine [13].

2.2 Tržišta za razmenu digitalnih tokena

U poslednje vreme se dosta govori o kriptovalutama i digitalnim tokenima. Kriptovalute su digitalne ili virtuelne valute koje su zaštićene kriptografskim algoritmima. Token određene kriptovalute predstavlja imovinu koju je moguće razmenjivati. Ako želimo da trgujemo tokenima biće nam potrebna usluga razmene tokena. Ovu uslugu nam mogu pružiti berze koje mogu biti *centralizovane* (eng. centralized exchanges) ili *decentralizovane* (eng. decentralized exchanges). Dok nam je kod centralizovanih berzi potreban posrednik kako bismo trgovali, kod decentralizovanih to nije slučaj. Berze mogu biti zasnovane na *knjigama naloga*[1] (eng. order book) ili na *fondu likvidnosti* (eng. liquidity fund) koji se još naziva *bazen likvidnosti* (eng. liquidity pool). Centralizovane berze su, uglavnom, zasnovane na knjigama naloga, dok decentralizovane berze mogu biti zasnovane na oba načina. Ukoliko su decentralizovane berze zasnovane na knjigama naloga princip rada je isti kao i kod centralizovanih berzi. Korisnici mogu da postave naloge za kupovinu ili prodaju

[1] Knjiga naloga predstavlja liste naloga za kupovinu i prodaju određene imovine, u kojima su navedene cene i količina imovine koja je u opticaju po toj ceni. Nalozi za kupovinu su sortirani opadajuće, a nalozi za prodaju rastuće, tako da su na vrhu liste uvek najbolje ponude. Ove liste se ažuriraju dinamički kako pristižu nove ponude.

određene količine tokena po svojim limitiranim cenama[2] ili po tržišnoj ceni[3]. Ti nalozi se upisuju u knjigu naloga koja predstavlja listu ponuda za kupovinu i prodaju, i razmena će biti izvršena kada se cena nekog naloga za kupovinu poklopi sa cenom naloga za prodaju. Kod ovog pristupa glavna razlika između centralizovanih i decentralizovanih tržišta je u tome gde se nalaze tokeni: kod centralizovanih se nalaze u *novčaniku* (eng. wallet) berze, a kod decentralizovanih u novčaniku korisnika [3]. Novčanik je uređaj, fizički medijum, program ili usluga koji čuva javni i/ili privatni ključ za potpisivanje transakcija prenosa kriptovaluta i tokena.

Fondovi (bazeni) likvidnosti su rezerve tokena koje se nalaze na pametnim ugovorima[4] decentralizovanih tržišta i dostupne su korisnicima u svrhu razmene tokena. O bazenima možemo razmišljati kao o skupovima tokena kojima možemo trgovati. Najčešće imamo dva tokena u bazenu, mada su poznati i protokoli kod kojih fond može imati više od dva tokena [10]. Većina decentralizovanih tržišta koja se zasnivaju na bazenima likvidnosti koriste automatizovane stvaraoce tržišta.

Kao i kod automatizovanih stvaralaca tržišta za tržište predviđanja, i na tržištima za razmenu tokena funkcija troškova igra bitnu ulogu. Za razliku od tržišta predviđanja gde se nakon svake transakcije vrednost funkcije troškova menja, na tržištima za razmenu tokena se sistem trudi da održi vrednost funkcije troškova konstantnom. Prilikom kreiranja fonda izračunava se vrednost funkcije troškova, a kasnije automatizovani stvaralac tržišta izračunava cene tako da održi ovu vrednost konstantnom. Ukoliko trgovac želi da kupi ili proda određenu količinu nekog tokena, treba da plati odnosno dobije količinu drugog tokena koja neće poremetiti Vrednost funkcije troškova. Stoga, ukupna vrednost sredstava na tržištu ostaje ista [4]. Funkcija cena na tržištu za razmenu tokena nema tako važnu ulogu kao na tržištima predviđanja. Ipak, pomoću nje možemo izračunati nagib tangentne linije koji može dati informacije o fluktuaciji cena [15]. Dodatno, i ovde je bitno odrediti koje od poželjne tri osobine automatizovani stvaralac tržišta poseduje. Bitno je napomenuti da se pod pojmom „cena” misli na nadoknadu koju trgovac plaća ukoliko želi da kupi određeni token, odnosno koju dobija ukoliko ga prodaje, i ne treba ga

[2]Ako je cena limitirana trgovac prilikom davanja naloga navodi po kojoj ceni želi da trguje, a nalog se izvršava ukoliko postoji ista ili bolja ponuda suprotnog tipa. Na primer, ako trgovac želi da kupi token po određenoj ceni, trgovina će biti izvršena samo ako neko želi da ga proda po istoj ili nižoj ceni.

[3]Ako trgovac daje nalog po tržišnoj ceni, on ne navodi cenu po kojoj želi da trguje već automatski prihvata najbolje ponude na tržištu.

[4]Pametni ugovor je program ili protokol koji omogućava dvema ugovornim stranama da postave uslove transakcije bez potrebe da veruju trećoj strani da bi se transakcija izvršila [8].

mešati sa vrednošću funkcije cena.

Bitan pojam kod ove vrste tržišta je *kriva vezivanja* (eng. bonding curve), koja se još naziva i kriva funkcije troškova. Ovo je matematička kriva koja definiše odnos između cene i ponude sredstava [5]. Ako x osa predstavlja količinu jednog tokena u fondu, na y osi možemo videti koja količina drugog tokena mora da se nađe u fondu kako bi funkcija troškova ostala nepromenjena. Samim tim, može nam pružiti informacije o tome kolike bi naknade trebalo platiti prilikom trgovanja.Ukoliko je kriva vezivanja konveksna, kako se smanjuje količina tokena u fondu njegova cena raste, dok u slučaju konkavne krive vezivanja njegova cena opada [15].

Ukoliko je razmena određenog para tokena moguća u više različitih bazena likvidnosti, može se javiti razlika u cenama na različitim tržištima. Tada se javlja prilika za arbitražu. Korisnici koji vrše arbitražu kupiće određeni token na tržištu gde je njegova cena manja, a prodati ga tamo gde je njegova cena veća i time ostvariti profit na razlici u cenama. Ovo se može ponavljati sve dok se cene tog tokena na tržištima ne izjednače.

Da bi automatizovani stvaraoci tržišta mogli da funkcionišu potrebno im je obezbediti likvidnost. Likvidnost je veća što je veća količina tokena u fondu i zbog toga se korisnici ohrabruju da postanu *dobavljači likvidnosti* (eng. liquidity provider). Oni pozajmljuju svoje tokene bazenu likvidnosti, a za uzvrat mogu da zarade doprinos od prikupljenih provizija koje su naplaćene trgovcima. Način na koji se naplaćuje provizija zavisi od konkretnog protokola. Pritom, provizije mogu biti fiksne ili promenljive, a njihovu vrednost kontroliše kreator bazena [3].

Nestalni gubitak i dobit

Dobavljači likvidnosti isporučuju sredstva u fond likvidnosti. *Nestalni gubitak* (eng. impermanent loss) je privremeni gubitak vrednosti imovine koji doživljavaju dobavljači likvidnosti zbog volatilnosti[5] para tokena koji se nalazi u fondu. Automatizovani stvaraoci tržišta imaju nestalni gubitak što nanosi štetu dobavljačima likvidnosti. Vrednost imovine se može smanjiti ili povećati nakon trgovine. Nestalni gubitak nastaje kada se vrednost deponovane imovine smanji. Ovaj gubitak može biti samo privremen. On nestaje kada se odnos sredstava vrati na prvobitni odnos koji deponovao dobavljač likvidnosti [5]. Ukoliko se vrednost imovine povećala, reč je o *nestalnoj dobiti* (eng. impermanent gain).

[5]Pojam volatilnosti se odnosi na raspon i brzinu kretanja cena. Što se cena više menja u kratkom vremenskom roku, to je volatilnost veća.

Posmatrajmo fond od dva sredstva gde $Q_t = (x_t, y_t)$ označava par sredstava sa količinama x i y u trenutku t. Pretpostavimo da je dobavljač likvidnosti deponovao par sredstava (x_0, y_0). Takođe, pretpostavimo da je y stabilna valuta[6] koju ćemo zbog toga smatrati obračunskom jedinicom. Vrednost imovine dobavljača likvidnosti u trenutku t_0 se računa na sledeći način:

$$V(Q_0(x_0, y_0)) = \frac{y_0}{x_0} \cdot x_0 + y_0 = 2y_0 \tag{2.1}$$

Trgovanjem se odnos dva sredstva menja iz (x_0, y_0) u (x_n, y_n). Možemo dodati δx fondu i dobiti $x_n = x_{n-1} + \delta x$, odnosno $y_n = y_{n-1} - \delta y$, jer nam fond isplaćuje δy tokena. Može i obrnuto, da dodamo δy, čime dobijamo $y_n = y_{n-1} + \delta y$ i $x_n = x_{n-1} - \delta x$. Sada će vrednost imovine (x_n, y_n) u trenutku n biti:

$$V(Q_n(x_n, y_n)) = \frac{y_n}{x_n} \cdot x_n + y_n = 2y_n \tag{2.2}$$

a vrednost originalnog stanja (x_0, y_0) procenjenog relativnom cenom $\frac{y_n}{x_n}$ u trenutku n se izračunava kao:

$$V(Q_n(x_0, y_0)) = \frac{y_n}{x_n} \cdot x_0 + y_0 \tag{2.3}$$

Da li u određenom trenutku imamo nestalni gubitak ili nestalnu dobit možemo ustanoviti izračunavanjem vrednosti funkcije $D(x_n)$ koja predstavlja razliku $V(Q_n(x_n, y_n))$ i $V(Q_n(x_0, y_0))$.

$$D(x_n) = V(Q_n(x_n, y_n)) - V(Q_n(x_0, y_0)) = 2y_n - (\frac{y_n}{x_n} x_0 + y_0) = (2 - \frac{x_0}{x_n}) y_n - y_0 \tag{2.4}$$

Naime, ako je vrednost $D(x_n)$ negativna postoji nestalni gubitak, a ako je pozitivna onda postoji nestalna dobit, a ako je nula tada ne postoje ni nestalni gubitak ni nestalna dobit.

Neki automatizovani stvaraoci tržišta mogu imati samo nestalni gubitak, dok neki mogu imati i nestalni gubitak i nestalnu dobit. Iako nestalna dobit izgleda kao povoljniji scenario, i on sa sobom vuče probleme. Kada se dogodi nestalna dobit, dobavljači likvidnosti ostvaruju ekstra dobit što ih može motivisati da povuku svoja sredstva kako bi sačuvali vandredni profit koji su ostvarili.

[6]Stabilne valute su tokeni vezani za neka stabilna sredstava, uglavnom dolar, koji bi trebalo da imaju odnos 1:1 sa njim. Ovu vezu mogu održavati pomoću različitih mehanizama. Postoje tri tipa stabilnih valuta: stabilne valute koje kao zalog imaju gotovinu, stabilne valute koje imaju kriptovalutu kao zalog i algoritamski zasnovane stabilne valute koje pomoću algoritama kontrolišu cenu [8].

Glava 3

Modeli za automatizovane stvaraoce tržišta

U ovom poglavlju ćemo predstaviti teorijske aspekte različitih modela za kreiranje automatizovanih stvaralaca tržišta. Prikazaćemo po kojim formulama se računaju funkcije cena i troškova i prodiskutovati koje osobine koji model poseduje.

3.1 Pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja

Pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja (eng. logarithmic market scoring rule) je model za automatizovane stvaraoce tržišta koji je našao široku primenu. Predstavlja osnovu mehanizama koji služe za kreiranje automatizovanih stvaralaca tržišta za tržišta predviđanja.

Neka je X nezavisna slučajna promenljiva sa konačnim prostorom ishoda $\Omega = (\omega_1, \ldots, \omega_n)$, a p procena verovatnoće za slučajnu promenljivu X tako da je $\sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) = 1$. U cilju proučavanja racionalnog ponašanja sa pravičnim nadoknadama, funkcija nagrade je definisana na sledeći način:

$$s_\omega(p) = b \ln(2 \cdot p(\omega)) \tag{3.1}$$

gde je $b > 0$ konstanta. Pretpostavimo da trgovac želi da promeni trenutnu procenu verovatnoće za određeni ishod iz p_1 u p_2. Ako se desi događaj ω na koji se on kladi, njegova nagrada iznosiće $s_\omega(p_2) - s_\omega(p_1)$. Poštenim izveštajem o svojoj proceni verovatnoće da će se ostvariti događaj ω trgovac bi mogao da maksimizira svoju nagradu

$$S(p_1, p_2) = \sum_{\omega \in \Omega} p_2(\omega)(s_\omega(p_2) - s_\omega(p_1)) = b \sum_{\omega \in \Omega} p_2(\omega) \ln \frac{p_2(\omega)}{p_1(\omega)} = b \cdot D(p_2||p_1) \quad (3.2)$$

gde je $D(p_2||p_1)$ relativna entropija[1] između verovatnoća p_2 i p_1.

Automatizovani stvaralac tržišta zasnovan na pravilu logaritamskog tržišnog bodovanja može se posmatrati na sledeći način: pretpostavimo da tržište nudi $|\Omega|$ hartija od vrednosti gde svaka hartija od vrednosti odgovara određenom ishodu i automatizovani stvaralac tržišta plaća jedan dolar za svaku hartiju od vrednosti koja odgovara događaju koji se realizovao. U ovom slučaju bi se promena procene verovatnoće ishoda $\omega \in \Omega$ iz vrednosti $p_1(\omega)$ u vrednost $p_2(\omega)$ izvela kupovinom hartije od vrednosti za događaj ω sve dok tržišna vrednost te hartije od vrednosti ne dostigne $p_2(\omega)$.

Funkcija troškova za ovako definisane automatizovane stvaraoce tržišta je data na sledeći način:

$$C(Q) = b \ln(\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i}{b}}) \quad (3.3)$$

a funkcija cene za svaki ishod glasi:

$$P_i(Q) = \frac{e^{\frac{q_i}{b}}}{\sum_{j=1}^{n} e^{\frac{q_j}{b}}} \quad (3.4)$$

gde $Q = (q_1, \ldots, q_n)$ predstavlja vektor količine, a $b > 0$ konstanta koja se naziva *parametar likvidnosti* (eng. liquidity parameter). Ovaj parametar kontroliše koliko se vrednosti funkcije troškova i vrednosti funkcija cena menjaju kao odgovor na trgovanje. Kao svojstvo funkcije troškova i cena, za male vrednosti parametra b cene se brzo menjaju sa većim troškovima za trgovce, dok se za velike vrednosti parametra b cene sporo menjaju sa manjim troškovima za trgovce. Da bi se ovaj parametar ispravno postavio, stvaralac tržišta mora da ima jasnu motivaciju i tačno razumevanje verovanja trgovaca što je jako teško jer se ovaj parametar postavlja prilikom kreiranja automatizovanog stvaraoca tržišta, odnosno pre početka bilo kakvog trgovanja [14].

Primetimo da veća vrednost parametra b povećava i *vrednost gubitka u najgorem slučaju* (eng. worst case loss) . Gubitak u najgorem slučaju se izračunava kao razlika između maksimalnog iznosa novca koji bi stvaralac tržišta mogao da ima na

[1] Relativna entropija predstavlja meru koliko se jedna raspodela verovatnoće razlikuje od druge [6].

kraju perioda trgovanja i ukupnog iznosa prikupljenog tokom trgovanja. Za automatizovane stvaraoce tržišta zasnovane na logaritamskom pravilu tržišnog bodovanja gubitak u najgorem slučaju iznosi $b \ln n$.

Funkcija cene ovako definisanih automatizovanih stvaralaca tržišta je nezavisna od putanje i invarijantna u odnosu na translaciju. Naime, primetimo da za izračunavanje funkcije troškova koristimo samo reprezentaciju trenutnih stanja, a ne koristimo informacije kako smo došli do tog stanja. Lako se proverava i da je funkcija cene invarijantna u odnosu na translaciju:

$$\sum_i P_i(Q) = P_1(Q) + P_2(Q) + \ldots + P_n(Q) = \frac{e^{\frac{q_1}{b}}}{\sum_{j=1}^n e^{\frac{q_j}{b}}} + \frac{e^{\frac{q_2}{b}}}{\sum_{j=1}^n e^{\frac{q_j}{b}}} + \ldots. + \frac{e^{\frac{q_n}{b}}}{\sum_{j=1}^n e^{\frac{q_j}{b}}} = \frac{e^{\frac{q_1}{b}} + e^{\frac{q_2}{b}} + \ldots + e^{\frac{q_n}{b}}}{\sum_{j=1}^n e^{\frac{q_j}{b}}} = \frac{\sum_{j=1}^n e^{\frac{q_j}{b}}}{\sum_{j=1}^n e^{\frac{q_j}{b}}} = 1 \tag{3.5}$$

Ovaj model je neosetljiv na likvidnost što se jednostavno može pokazati. Neka je $l = (1, 1, \ldots, 1)$, a α konstanta. Tada je:

$$P_i(Q + \alpha l) = \frac{e^{\frac{q_i+\alpha}{b}}}{\sum_{j=1}^n e^{\frac{q_j+\alpha}{b}}} = \frac{e^{\frac{\alpha}{b}} e^{\frac{q_i}{b}}}{e^{\frac{\alpha}{b}} \sum_{j=1}^n e^{\frac{q_j}{b}}} = \frac{e^{\frac{q_i}{b}}}{\sum_{j=1}^n e^{\frac{q_j}{b}}} = P_i(Q) \tag{3.6}$$

Treba imati na umu da je ovaj model osmišljen za tržišta predviđanja kod kojih vektor količine Q predstavlja broj kupljenih hartija od vrednosti za svaki događaj, odnosno odražava potražnju za određenim ishodom na tržištu. Ovako zasnovana tržišta se mogu koristiti i za decentralizovane finansije. Neka se u fondu $Q = (q_1, \ldots, q_n)$ nudi n različitih vrsta tokena, gde je q_i preostala količina tokena i u fondu. Vrednost funkcije cena u ovom slučaju predstavlja trenutnu cenu kupovine beskonačno male količine tokena. Prilikom kreiranja fonda sistem izračuna vrednost funkcije troškova, a kasnije se, tokom trgovanja, trudi da održi tu funkciju konstantnom. Ako hoćemo da prodamo ili kupimo određenu količinu nekog tokena, sistem treba da izračuna koliku bi količinu drugog tokena trebalo da uplatimo odnosno da dobijemo za uzvrat.

Pretpostavimo da u fondu imamo dva tokena $Q = (x_i, y_i)$ gde x_i i y_i predstavljaju količinu tokena X i Y u datom trenutku. Ukoliko želimo da kupimo n tokena tipa X, njegovu preostalu količinu lako izračunavamo tako što od trenutne količine oduzmemo n tokena, $x_{i+1} = x_i - n$. Ukoliko pak prodajemo n tokena tipa X količina tog tokena u fondu će biti $x_{i+1} = x_i + n$. Međutim, treba odrediti koliko bi fond trebalo da sadrži tokena Y da bi vrednost funkcije troškova ostala nepromenjena.

Ovo možemo odrediti pomoću formule:

$$y_{i+1} = b \ln \left(e^{\frac{k}{b}} - e^{\frac{x_{i+1}}{b}}\right) \tag{3.7}$$

gde je k konstantna vrednost funkcije troškova.

Ovako zasnovan automatizovani stvaralac tržišta za razmenu tokena ima slične osobine kao i automatizovani stvaralac tržišta razvijen za tržišta predviđanja. I u ovom slučaju funkcija cena je nezavisna od putanje i invarijantna u odnosu na translaciju, a nije osetljiva na likvidnost. Međutim, token koga u fondu ima u većoj količini biće skuplji što ne odgovara intuitivnim zakonima tržišta [15].

Automatizovani stvaralac tržišta sa logaritamskim tržišnim bodovanjem ima nekoliko nedostataka bez obzira u koje se svrhe koristi. Pošto je neosetljiv na likvidnost, kupovina jedne hartije od vrednosti ili jednog tokena određenog tipa ima isti uticaj i na tržištima sa malom i na tržištima sa velikom likvidnošću što ne odgovara intuitivnim zakonima tržišta. Još jedan problem je to što se za definisanje funkcija cena i troškova koriste logaritamska i eksponencijalna funkcija koje mogu biti zahtevne za izračunavanje i ako je eksponent kod eksponencijalne funkcije veliki, lako može doći do prekoračenja. Ipak, ovaj model je i dalje popularan jer je bio prvi osmišljeni automatizovani stvaralac tržišta za tržišta predviđanja i decentralizovane razmene tokena, ima jednostavnu analitičku formu i ograničen gubitak.

3.2 Pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivo na likvidnost

Pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivo na likvidnost (eng. liquidity-sensitive logarithmic market scoring rule) predstavlja modifikaciju pravila logaritamskog tržišnog bodovanja. Automatizovani stvaraoci tržišta neosetljivi na likvidnost ne odražavaju na pravi način naše poimanje tržišta. Međutim, pošto nije moguće konstruisati model koji bi zadovoljio sva tri poželjna svojstva funkcija cena, ukoliko želimo da naš model bude osetljiv na likvidnost moramo žrtvovati ili svojstvo nezavisnosti od putanje ili invarijantnost u odnosu na translaciju. U modelu logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivog na likvidnost se relaksira uslov invarijantnosti u odnosu na translaciju. Naime, umesto uslova $\sum_i P_i(q) = 1$ koristimo sledeći uslov:

$$\sum_i P_i(Q) \geq 1 \tag{3.8}$$

Dalje, modifikujemo i cenu troškova pravila logaritamskog tržišnog bodovanja tako što konstantu b menjamo funkcijom $b(Q) = \alpha \sum_i q_i$ gde je $\alpha > 0$. Sada funkcija troškova glasi:

$$C(Q) = b(Q)\ln(\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i}{b(Q)}}) = \alpha \sum_i q_i \ln(\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i}{\alpha \sum_i q_i}}) \tag{3.9}$$

a funkcija cene ima naredni oblik:

$$P_i(Q) = \alpha \ln(\sum_{j=1}^{n} e^{\frac{q_j}{b(Q)}}) + \frac{e^{\frac{q_i}{b(Q)}} \sum_{j=1}^{n} q_j - \sum_{j=1}^{n} q_j e^{\frac{q_j}{b(Q)}}}{\sum_{j=1}^{n} q_j \sum_{j=1}^{n} e^{\frac{q_j}{b(Q)}}} \tag{3.10}$$

Kako smo se odrekli svojstva invarijantosti u odnosu na translaciju zbir funkcija cena neće biti uvek 1. Ipak, možemo da odredimo u kom se intervalu taj zbir kreće. Neka je $l = (1, 1, \dots, 1)$, i neka je $Q = kl$ za $k > 0$. Naredna tri tvrđenja navodimo bez dokaza, koji se mogu naći u [13].

Tvrđenje 1. $\sum_i P_i(kl) = 1 + \alpha n \ln(n)$.

Tvrđenje 2. *Maksimum zbira funkcija cena dobija se u svakoj tački oblika kl, gde je $k > 0$. Štaviše, to su jedine tačke u kojima se maksimum postiže.*

Tvrđenje 3. *Minimalni zbir funkcija cena iznosi* $1 + n\Big[\alpha \ln(e^{\frac{1}{\alpha}} + n - 1) - \frac{e^{\frac{1}{\alpha}}}{e^{\frac{1}{\alpha}} + n - 1}\Big]$. *Ovaj minimum se postiže kada je $q_i > 0$ i $q_j = 0$ za svako $i \neq j$. Za $\alpha \gtrsim 0$ važi* $1 + n\Big[\alpha \ln(e^{\frac{1}{\alpha}} + n - 1) - \frac{e^{\frac{1}{\alpha}}}{e^{\frac{1}{\alpha}} + n - 1}\Big] = 1 + O(\alpha^2)$.

Iz prethodnih tvrđenja sledi da je zbir funkcija cene ograničen na sledeći način:

$$1 \approx 1 + n\Big[\alpha \ln(e^{\frac{1}{\alpha}} + n - 1) - \frac{e^{\frac{1}{\alpha}}}{e^{\frac{1}{\alpha}} + n - 1}\Big] \leq \sum_i P_i(Q) \leq 1 + \alpha n \ln n \tag{3.11}$$

Parametar α se može posmatrati i kao provizija koju uzima stvaralac tržišta. Pritom, većim vrednostima parametra α odgovara veća provizija. Prilikom postavljanja vrednosti ovog parametra ukoliko želimo da provizija ne prelazi neku vrednost v, vrednost α možemo postaviti na sledeći način:

$$\alpha = \frac{v}{n \ln n} \tag{3.12}$$

Ako želimo da održimo neku procentualnu proviziju, što je veći broj mogućih ishoda n, biće manja vrednost α. Međutim, iako se zbir funkcija cena povećava sa povećanjem vrednosti parametra α, ovo nam ne govori ništa o ponašanju funkcije troškova. Funkcija troškova se ne povećava direktno sa povećanjem vrednosti parametra α jer imamo konfliktne situacije unutar naše funkcije troškova. Naime, povećanjem vrednosti parametra α smanjuju se vrednosti termova q_i, ali se ujedno i povećava vrednost $b(Q)$ [13].

Pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivo na likvidnost je razvijeno za tržišta predviđanja, ali se može upotrebiti i za razmenu tokena tako što se prilikom trgovanja trudimo da vrednost funkcije troškova održavamo konstantnom. Međutim, kriva vezivanja bi u ovom slučaju bila konkavna što bi značilo da token koji je zastupljeniji na tržištu ima veću cenu što ne odgovara intuitivnom shvatanju tržišta. Što se nestalnog gubitka i nestalne dobiti tiče, ovako definisani automatizovani stvaralac tržišta može imati i jedno i drugo mada je to teško analitički pokazati [5, 15].

3.3 Automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim proizvodom, konstantnom sumom i konstantnom srednjom vrednošću

Automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim proizvodom, konstantnom sumom i konstantnom srednjom vrednošću su razvijeni za tržišta za razmenu tokena. Osnovi princip na kome se zasnivaju je taj da se vrednost funkcije troškova održava konstantnom. Kako se kod tržišta predviđanja vrednost funkcije troškova menja nakon svake trgovine, a trgovac plaća naknadu u iznosu razlike između stare i nove vrednosti, ovi modeli nisu pogodni za tržišta predviđanja.

Automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim proizvodom

Automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim proizvodom (eng. constant product automated market makers) predstavljaju model koji je našao najširu primenu na tržištu za razmenu tokena. Vrednost funkcije troškova se izračunava kao proizvod količine tokena u fondu:

$$C(Q) = \prod_{i=1}^{n} q_i \tag{3.13}$$

dok funkcija cene glasi:

$$P_i(Q) = \prod_{j \neq i} q_j \tag{3.14}$$

Ovako konstruisan automatizovani stvaralac tržišta je osetljiv na likvidnost i nezavisan od putanje. Dodatno, kriva vezivanja je konveksna tako da odgovara intuitivnom shvatanju tržišta jer će manje zastupljeniji token imati veću cenu [15].

Automatizovani stvaralac tržišta sa konstantnim proizvodom može ostvariti samo nestalni gubitak. Za fond $Q_t = (x_t, y_t)$ gde su x_t i y_t količine tokena u trenutku t i gde je k konstantna vrednost funkcije troškova, inicijalnu količinu tokena y možemo predstaviti na sledeći način $y_0 = \frac{k}{x_0}$, dok u trenutku n količina tokena y iznosi $y_n = \frac{k}{x_n}$. Odavde sledi da nestalni gubitak možemo da prikažemo na sledeći način:

$$D(x_n) = (2 - \frac{x_0}{x_n})y_n - y_0 = (2 - \frac{x_0}{x_n})\frac{k}{x_n} - \frac{k}{x_0} = \frac{1}{x_n^2}\Big[-\frac{k}{x_0}x_n^2 + 2kx_n - kx_0\Big] \quad (3.15)$$

Primetimo da se unutar uglastih zagrada nalazi kvadratna funkcija po x_n čija je vrednost diskriminante jednaka nula. Iz toga sledi da funkcija $D(x_n)$ ima samo jednu nulu. Znak uz kvadratni član je negativan što znači da je funkcija $D(x_n)$ konkavna, pa je maksimalna vrednost funkcije $D(x_n)$ nula. Dakle, vrednost funkcije $D(x_n)$ je uvek negativna osim ako je $x_n = x_0$. U tom slučaju je vrednost $D(x_n)$ jednaka nula pa ovaj automatizovani stvaralac tržišta ne može ostvariti nestalnu dobit [5].

Automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnom srednjom vrednošću

Funkcija troškova *automatizovanih stvaralaca tržišta sa konstantnom srednjom vrednošću* (eng. constant mean automated market makers) se zadaje narednom formulom:

$$C(Q) = \prod_{i=1}^{n} q_i^{w_i} \quad (3.16)$$

gde je w_i pozitivan realan broj koji predstavlja normalizovanu težinu i-tog tokena, tj. važi $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ [11, 10]. Funkcija cene automatizovanog stvaralaca tržišta sa konstantnom srednjom vrednošću ima oblik:

$$P_i(Q) = w_i q_i^{w_i - 1} \prod_{j \neq i} q_j \quad (3.17)$$

Kao i automatizovani stvaralac tržišta sa konstantnim proizvodom i ovaj automatizovani stvaralac tržišta je osetljiv na likvidnost i nezavisan od putanje. Takođe, i njegova kriva vezivanja je konveksna [15].

Automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnom sumom

Kod *automatizovanih stvaralaca tržišta sa konstantnom sumom* (eng. constant sum automated market makers) funkcija troškova se trudi da održi konstantan zbir količine svih tokena

$$C(Q) = \sum_{i=1}^{n} q_i \tag{3.18}$$

dok funkcija cene za svaki token uvek ima vrednost 1

$$P_i(Q) = 1 \tag{3.19}$$

Ovaj model nije osetljiv na likvidnost i nije invarijantan u odnosu na translaciju. Od poželjnih osobina poseduje samo nezavisnost od putanje.

Automatizovani stvaralac tržišta sa konstantnom sumom može ostvariti i nestalni gubitak i nestalnu dobit. Vrednosti y_0 i y_n možemo predstaviti na sledeći način: $y_0 = k - x_0$, $y_n = k - x_n$. Ispitivanje da li model ostvaruje nestalni gubitak ili nestalnu dobit svodi se na analizu funkcije $D(x_n)$ koja u ovom modelu ima vrednost::

$$D(x_n) = (2 - \frac{x_0}{x_n})(k - x_n) - (k - x_0) = \frac{1}{x_n}\Big[-2x_n^2 + (k + 2x_0)x_n - kx_0\Big] \tag{3.20}$$

Vrednost diskriminante kvadratne funkcije po x_n zadate unutar uglastih zagrada je $\Delta = (k - 2x_0)^2$. Kada je $x_0 \neq \frac{k}{2}$ automatizovani stvaralac tržišta može imati i nestalni gubitak i nestalnu dobit, a kada je $x_0 = \frac{k}{2}$ može imati samo nestalni gubitak. U slučaju kada kvadratna funkcija zadata jednakošću 3.20 ima dve nule $x_n = \frac{k}{2}$ i $x_n = x_0$ postoje i nestalni gubitak i nestalna dobit [5].

Teorema 1. *Ako je $x_0 \neq k$ tada automatizovani stvaralac tržišta sa konstantnom sumom ima nestalnu dobit kada je $x_0 < x_n < \frac{k}{2}$ ili kada je $\frac{k}{2} < x_n < x_0$.*

3.4 Automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim krugom i konstantnom elipsom

Funkcija troškova automatizovanih stvaralaca tržišta sa konstantnim krugom, odnosno konstantnom elipsom (eng. constant ellipse/circle automated market makers) data je sledećom jednakošću:

$$C(Q) = \sum_{i=1}^{n} (q_i - a)^2 + b \sum_{i \neq j} q_i q_j \tag{3.21}$$

gde su a i b pogodno izabrane konstante. Za rad ovako definisanog automatizovanog stvaraoca tržišta koristi se samo deo kruga, odnosno elipse, koji se nalazi u prvom kvadrantu koordinatnog sistema. Od izbora parametara a i b zavisi da li će funkcija troškova biti konveksna ili konkavna. Takođe, podešavanjem vrednosti parametra a mogu se dobiti različite amplitude cena i različite stope fluktuacije cena. Iz funkcije troškova se izvodi naredna funkcija cene:

$$P_i(Q) = 2(q_i - a) + b \sum_{i \neq j} q_j \tag{3.22}$$

Automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim krugom i automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnom elipsom pripadaju istoj klasi automatizovanih stvaralaca tržišta i imaju mnoge zajedničke osobine. Oni su nezavisni od putanje i osetljivi na likvidnost. Dodatno, ovaj tip automatizovanih stvaralaca tržišta može imati i nestalni gubitak i nestalnu dobit, ali je to teško analitički dokazati [15].

Glava 4

Implementacija i rezultati

Svi razmatrani modeli za automatizovane stvaraoce tržišta implementirani su u programskom jeziku Python. Detalji implementacije se mogu naći na adresi `https://github.com/Tatjana95/AutomatedMarketMaker`.

Za implementaciju stvaraoca tržišta kreirana je klasa `MarketMaker` koja kao atribut ima listu tokena koji se nalaze u fondu. Takođe, ona čuva i informaciju koje je početno stanje tržišta, kako bismo mogli da merimo nestalni gubitak i dobit. Ova klasa je apstraktna jer ima apstraktne metode za računanje funkcija cena i troškova. Klasu `MarketMaker` nasleđuju klase `LMSR`, `LS_LMSR`, `ConstantProduct`, `ConstantSum`, `ConstantMean` i `ConstantCircle`. Ove klase predstavljaju model logaritamskog tržišnog bodovanja, model logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivo na likvidnost, automatizovani stvaralac tržišta sa konstantnim proizvodom, konstantnom sumom i konstantnom srednjom vrednošću i automatizovani stvaralac tržišta sa konstantnim krugom ili konstantnom elipsom. U ovim klasama implementirane su metode koje služe za izračunavanje funkcija cena i troškova odgovarajućih modela.

Implementirana je i klasa `Swap` koja kao atribut čuva konstantnu vrednost funkcije troškova i služi da nam olakša predstavljanje tržišta za razmenu tokena. Ona je takođe apstraktna.

Konačno, za rad sa tržištima za razmenu tokena implementrirane su klase `LMSR_swap`, `LS_LMSR_swap`, `ConstantProduct_swap`, `ConstantSum_swap`, `ConstantMean_swap` i `ConstantCircle_swap` koje nasleđuju klase koje predstavljaju odgovarajući model i klasu `Swap`.

Za rad na tržištima predviđanja implementirane su klase `LMSR_prediction` i `LS_LMSR_prediction`. One nasleđuju klase `LMSR` i `LS_LMSR`.

Implementirana je i klasa `Token` koja predstavlja informacije o tokenima u fondu, njihov naziv, količinu i težinu. Kako je težina tokena relevantna samo kod automatizovanih stvaralaca tržišta sa konstantnom srednjom vrednošću, vrednost ovog parametra biće inicijalizovana na 0.5. Hartije od vrednosti kojima se trguje na tržištima predviđanja imaju slične osobine kao i tokeni na tržištima za razmenu tokena, te ćemo ovu klasu koristiti i za njihovo predstavljanje.

Ako razmotrimo funkcije troškova i cena za svaki od ovih modela, vidimo da je vremenska složenost njihovog izračunavanja $O(n)$, gde je n broj različitih ishoda na tržištima predviđanja, odnosno različitih tipova tokena u fondu. Međutim, u praksi se na tržištima za razmenu tokena u fondu nalaze uglavnom dva tipa tokena, tako da je u tom slučaju složenost konstantna. I kod tržišta predviđanja je broj mogućih ishoda mali i najčešće je jednak dva.

U prethodnim poglavljima smo pominjali da različiti modeli imaju odgovarajuće osobine, kao i da neki modeli imaju parametre koji imaju značajan uticaj na ponašanje automatizovanog stvaraoca tržišta. U daljem tekstu fokus će biti na osobinama svakog modela i njihovim uticajem na trgovanje. Nećemo uzimati u obzir provizije koje trgovac treba da plati jer način njihovog izračunavanja, naplaćivanja i raspodele se razlikuje od projekta do projekta [3].

4.1 Analiza pravila logaritamskog tržišnog bodovanja

Ako pažljivije pogledamo funkciju troškova $C(Q) = b\ln(\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i}{b}})$ pravila logaritamskog tržišnog bodovanja uočavamo da se u njoj javlja eksponencijalna funkcija. Kako količina nekog tokena ili hartije od vrednosti u fondu može biti velika, prilikom izračunavanja vrednosti ove funkcije vrlo lako može doći do prekoračenja. Zbog toga bi bilo dobro funkciju troškova zapisati na drugi način kako bismo smanjili mogućnost da do prekoračenja dođe. To možemo uraditi na sledeći način:

$$C(Q) = b\ln\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i}{b}} = b\ln(e^{\frac{q_1}{b}}\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i-q_1}{b}}) = b(\ln e^{\frac{q_1}{b}} + \ln\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i-q_1}{b}}) = q_1 + b\ln\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i-q_1}{b}} \tag{4.1}$$

Iz istog razloga bi bilo dobro i funkciju cena zapisati na nešto drugačiji način:

$$P_i(Q) = \frac{e^{\frac{q_i}{b}}}{\sum_{j=1}^{n} e^{\frac{q_j}{b}}} = \frac{e^{\frac{q_i}{b}}}{e^{\frac{q_i}{b}} \sum_{j=1}^{n} e^{\frac{q_j - q_i}{b}}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} e^{\frac{q_j - q_i}{b}}} \tag{4.2}$$

Ukoliko ovaj model koristimo za razmenu tokena, prekoračenje se može javiti i prilikom izračunavanja nepoznate količine tokena. Zbog toga bi i ovu formulu trebalo pogodnije zapisati:

$$y_{i+1} = b \ln (e^{\frac{k}{b}} - e^{\frac{x_{i+1}}{b}}) = b \ln e^{\frac{k}{b}} (1 - e^{\frac{x_{i+1} - k}{b}}) = k + b \ln (1 - e^{\frac{x_{i+1} - k}{b}}) \tag{4.3}$$

Primer 4. *U tabeli 4.1 su za tržište predviđanja koje ima dva moguća ishoda i čije je inicijalno stanje $Q_0 = (1000, 1000)$ prikazani inicijalna funkcija troškova, funkcija troškova nakon kupovine deset hartija od vrednosti kao i nadoknada koju bi trgovac trebalo da plati. Kao što smo već diskutovali, za veće vrednosti parametra b trošak koji trgovac treba da plati je manji.*

b	$C(Q_0)$	$C(Q_1)$	$C(Q_1) - C(Q_0)$
0.01	1000.0069	1010.0000	9.9931
0.1	1000.0693	1010.0000	9.9307
1	1000.6931	1010.0000	9.3069
10	1006.9315	1013.1326	6.2011
100	1069.3148	1074.4396	5.1249
1000	1693.1471	1698.1596	5.0125
10000	7931.4718	7936.4730	5.0012

Tabela 4.1: Nadoknada koju bi trgovac trebalo da plati prilikom kupovine 10 hartija od vrednosti za različite vrednosti parametra b na tržištu čije je početno stanje $Q_0 = (1000, 1000)$.

Diskutovali smo i kako parametar b utiče na gubitak u najgorem slučaju. Tabela 4.2 prikazuje gubitke u najgorem slučaju na tržištima predviđanja koja imaju početno stanje $Q_0 = (1000, 1000)$, ali su im vrednosti parametra b različite. Zapažamo da se sa povećanjem vrednosti parametra b povećava i gubitak u najgorem slučaju.

Važno je prodiskutovati i kako vrednost parametra b utiče na tržišta za razmenu tokena. Na slici 4.1 prikazana su stanja fonda kada b uzima vrednosti 0.1, 1, 10, 100, 1000 i 10000 i za početno stanje fonda $Q_0 = (100, 100)$. Na x osi je prikazana količina prvog tokena, a na y osi količina drugog tokena koja bi osigurala da funkcija troškova ostane nepromenjena. Razmatranjem ovih grafika možemo zaključiti da je

b	gubitak u najgorem slučaju
0.01	0.0069
0.1	0.0693
1	0.6931
10	6.9315
100	69.3147
1000	693.1472
10000	6931.4718

Tabela 4.2: Gubitak u najgorem slučaju za različite vrednosti parametra b na tržištu čije je početno stanje $Q_0 = (1000, 1000)$.

bitno pravilno izabrati vrednost parametra b. Ukoliko je izbor vrednosti parametra b loš, moguće je kupiti veliku količinu jednog tokena dajući u zamenu malu količinu drugog tokena.

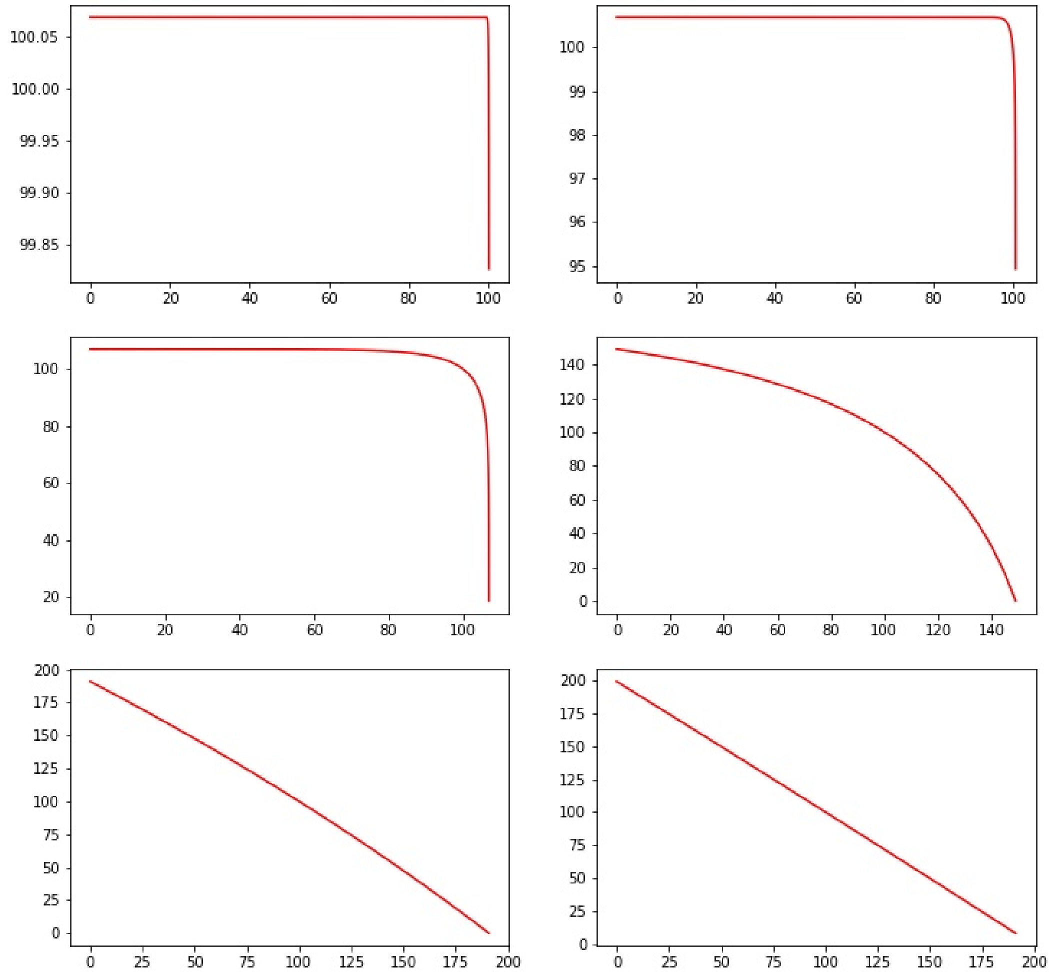
b	$C(Q)$	Q_1
0.1	100.0693	(0,100.0693)
1	100.6931	(0,100.6931)
10	106.9315	(0,106.9312)
100	169.3147	(0,148.9880)
1000	793.1472	(0,190.9028)
10000	7031.4718	(0,199.0099)

Tabela 4.3: Uticaj odabira različitih vrednosti parametra b na stanje fonda prilikom kupovine svih tokena jednog tipa za početno stanje fonda $Q_0 = (100, 100)$.

Kako bismo ovaj problem bolje ilustrovali, u tabeli 4.3 za fond čije je početno stanje $Q_0 = (100, 100)$, date su konstantne vrednosti funkcije troškova i stanja fonda nakon kupovine svih tokena jednog tipa. Možemo uočiti da nam je za vrednost $b = 0.1$ potrebno samo 0.06931472 tokena tipa Y da bismo kupili sve tokene tipa X. Takođe, i ako parametar b uzima vrednosti 10 ili 100, i dalje nam nije potrebna velika količina tokena tipa Y da bismo kupili sve tokene tipa X.

Pošto su svi modeli za automatizovane stvaraoce tržišta koji su zasnovani na funkciji troškova nezavisni od putanje, to važi i za ovaj model nevezano da li ga koristimo za tržišta predviđanja ili za razmenu tokena. Posledice ove osobine ilustrujemo u primerima 5 i 6.

Primer 5. *Definišimo automatizovanog stvaraoca tržišta za tržište predviđanja gde*



Slika 4.1: Stanje fonda za različite vrednosti parametra b. Početno stanje je $Q_0 = (100, 100)$, parametar b uzima vrednosti redom 0.1, 1, 10, 100, 1000 i 10000. Na x osi je prikazana količina tokena tipa X koja se nalazi u fondu, a na y osi količina tokena tipa Y koji se nalazi u fondu.

je početno stanje $Q_0 = (1000, 1000)$ *i* $b = 1000$*. Vrednost funkcije cene za oba moguća ishoda je 0.5. Ako odjednom kupimo deset hartija od vrednosti koje kažu da će se ostvariti prvi događaj, odnosno pomerimo stanje tržišta u stanje* $Q_1 = (1010, 1000)$*, trebalo bi da platimo 5.0125 dolara. U tabeli 4.4 prikazano je kako bi trgovanje teklo* *kada bismo kupovali jednu po jednu hartiju od vrednosti pri čemu bi tržište redom prelazilo u stanja* $Q_1 = (1001, 1000)$, $Q_2 = (1002, 1000)$, ..., $Q_{10} = (1010, 1000)$. *Ako saberemo sve naknade koje je trgovac trebalo da plati dobijamo da bi trebalo da plati 5.0125 dolara, što je isto kao kada bi izvršio sve transakcije odjednom.*

i	$C(Q_i)$	$C(Q_i) - C(Q_{i-1})$	$p(q_1)$	$p(q_2)$
0	1693.1472		0.5	0.5
1	1693.6473	0.5001	0.5002	0.4998
2	1694.1477	0.5004	0.5005	0.4995
3	1694.6483	0.5006	0.5007	0.4993
4	1695.1492	0.5009	0.5010	0.4990
5	1695.6503	0.5011	0.5012	0.4988
6	1696.1517	0.5014	0.5015	0.4985
7	1696.6533	0.5016	0.5017	0.4983
8	1697.1552	0.5019	0.5020	0.4980
9	1697.6573	0.5021	0.5022	0.4978
10	1698.1597	0.5024	0.5025	0.4975

Tabela 4.4: Deset uzastopnih kupovina jedne hartije od vrednosti gde je inicijalno stanje tržišta $Q_0 = (1000, 1000)$ i parametar $b = 1000$.

Primer 6. *Definišimo na sličan način i automatizovanog stvaraoca tržišta za razmenu tokena tipa* X *i tipa* Y *za početno stanje tržišta* $Q_0 = (1000, 1000)$ *i vrednost parametra* $b = 1000$. *I u ovom slučaju ćemo prvo kupiti deset tokena tipa* X *i tu razmenu platiti 9.901 token tipa* Y. *Pritom je fond prešao u stanje* $Q_1 = (990, 1009.901)$. *Postupak kupovine jednog po jednog tokena je predstavljen u tabeli 4.5 i sabiranjem svih nadoknada koje smo platili, dobijamo da je ukupno uplaćeno 9.901 tokena tipa* Y.

Detaljnijim razmatranjem tabele 4.4 možemo da primetimo još jedno zanimljivo svojstvo. Kod tržišta predviđanja prilikom kupovine hartija od vrednosti, nadoknada koju bi trgovac trebalo da plati postajala je sve veća što je količina hartija od vrednosti u fondu rasla. Ovo ponašanje je logično jer ove količine predstavljaju broj opklada na dati ishod. Kupovinom zastupljenije hartije od vrednosti kladimo se na verovatniji događaj. Pošto stvaralac tržišta isplaćuje fiksnu naknadu za svaku hartiju od vrednosti koja odgovara datom ishodu, kladeći se na verovatniji događaj i plaćajući veću naknadu, naša ukupna zarada će biti manja.

i	Q_i	$y_i - y_{i-1}$	$p(x)$	$p(y)$
0	(1000,1000)		0.5	0.5
1	(999,1000.999)	0.999	0.4995	0.5005
2	(998,1001.996)	0.997	0.499	0.501
3	(997,1002.991)	0.995	0.4985	0.5015
4	(996,1003.984)	0.993	0.498	0.502
5	(995,1004.9751)	0.9911	0.4975	0.5025
6	(994,1005.9642)	0.9891	0.497	0.503
7	(993,1006.9513)	0.9871	0.4965	0.5035
8	(992,1007.9365)	0.9852	0.496	0.504
9	(991,1008.9197)	0.9832	0.4955	0.5045
10	(990,1009.901)	0.9813	0.495	0.505

Tabela 4.5: Deset uzastopnih kupovina jednog tokena gde je inicijalno stanje tržišta $Q_0 = (1000, 1000)$ i parametar $b = 1000$.

Kod tržišta za razmenu tokena ilustrovanog u tabeli 4.5, razvoj događaja nije logičan. Kupovinom tokena tipa X mi smanjujemo njegovu količinu u fondu, a povećavamo količinu tokena tipa Y. Prema intuitivnim zakonima tržišta trebalo bi da token tipa X postaje sve skuplji, ali iz tabele možemo zaključiti da to nije slučaj. Naprotiv, on postaje sve jeftiniji. Ako još jednom pogledamo sliku 4.1 vidimo da su prikazani grafici uglavnom konkavni (mada se to za mnogo velike ili male vrednosti parametra b ne primećuje na slici), a to znači da će manje zastupljen token biti jeftiniji.

U tabelama 4.4 i 4.5 su date i vrednosti funkcije cena za svaku hartiju od vrednosti, odnosno za svaki token u datom koraku. Već smo pokazali da ovaj automatizovani stvaralac tržišta ima osobinu invarijantnosti u odnosu na translaciju tako da je zbir funkcija cena u svakom koraku jednak 1. Kod tržišta predviđanja ove vrednosti odgovaraju verovatnoćama da se taj događaj ostvari.

Pored ovih osobina, već smo pokazali i da automatizovani stvaralac tržišta zasnovan na pravilu logaritamskog tržišnog bodovanja nije osetljiv na likvidnost. U tabeli 4.6 je prikazano kako kupovina deset hartija od vrednosti utiče na različita tržišta predviđanja kod kojih je $b = 1000$, ali su im različita početna stanja. Kao što se može primetiti, ova transakcija je imala isti uticaj na sva tržišta bez obzira na njihovu likvidnost. Nakon njenog izvršenja vrednosti funkcija cena su iste na svakom tržištu i na svakom tržištu smo platili istu nadoknadu.

Stanja nakon kupovine deset tokena na tržištma za razmenu tokena sa različitim

Q_0	C_0	Q_1	C_1	$C_1 - C_0$	$p(q_1)$	$p(q_2)$
(50, 50)	743.1472	(60, 50)	748.1597	5.0125	0.5025	0.4975
(100, 100)	793.1472	(110, 100)	798.1597	5.0125	0.5025	0.4975
(500, 500)	1193.1472	(510, 500)	1198.1597	5.0125	0.5025	0.4975
(1000, 1000)	1693.1472	(1010, 1000)	1698.1597	5.0125	0.5025	0.4975
(5000, 5000)	5693.1472	(5010, 5000)	5698.1597	5.0125	0.5025	0.4975
(10000, 10000)	10693.1472	(10010, 10000)	10698.1597	5.0125	0.5025	0.4975

Tabela 4.6: Kupovina deset hartija od vrednosti na tržištima predviđanjima koja imaju različito početno stanje, a vrednost parametra $b = 1000$.

početnim stanjima i parametrom $b = 1000$ prikazana su u tabeli 4.7. Zaključujemo da smo na svim tržištima platili istu nadoknadu, kao i da su vrednosti funkcija cena nakon trgovanja iste.

Q_0	C	Q_1	$y_1 - y_0$	$p(x)$	$p(y)$
(50, 50)	743.1472	(40, 59.901)	9.901	0.495	0.505
(100, 100)	793.1472	(90, 109.901)	9.901	0.495	0.505
(500, 500)	1193.1472	(490, 509.901)	9.901	0.495	0.505
(1000, 1000)	1693.1472	(990, 1009.901)	9.901	0.495	0.505
(5000, 5000)	5693.1472	(4990, 5009.901)	9.901	0.495	0.505
(10000, 10000)	10693.1472	(9990, 10009.901)	9.901	0.495	0.505

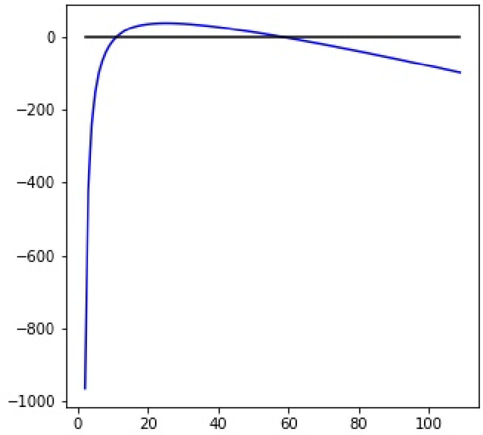
Tabela 4.7: Kupovina deset tokena na tržištima za razmenu tokena koja imaju različito početno stanje, a vrednost parametra $b = 1000$.

Što se tiče nestalnog gubitka i nestalne dobiti kod tržišta za razmenu tokena, ovaj model može ostvariti i jedno i drugo. Ovo tvrđenje je ilustrovano na slici 4.2 za fond sa početnim stanjem $Q_0 = (10, 100)$ i odabirom vrednosti parametra $b = 1000$. Vidimo da je nestalni gubitak veliki ako je količina tokena tipa X u fondu blizu nule.

4.2 Analiza pravila logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivog na likvidnost

Kao što smo već naveli funkcija troškova pravila logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivog na likvidnost je

$$C(Q) = b(Q) \ln(\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i}{b(Q)}}) \tag{4.4}$$



Slika 4.2: Nestalni gubitak i dobit pravila logaritamskog tržišnog bodovanja kada je početno stanje tržišta $Q_0 = (10, 100)$ i vrednosti parametra $b = 1000$. Na x osi je prikazana količina tokena tipa X u fondu, a na y osi nestalni gubitak odnosno nestalna dobit.

gde je $b(Q) = \alpha \sum_i q_i$ i $\alpha > 0$. I ovu funkciju je moguće pogodnije zapisati slično kao i kod običnog pravila logaritamskog tržišnog bodovanja.

$$C(Q) = b(Q) \ln \sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i}{b(Q)}} = q_1 + b(Q) \ln \sum_{i=1}^{n} e^{\frac{q_i - q_1}{b(Q)}} \tag{4.5}$$

Ukoliko ovaj model koristimo na tržištu za razmenu tokena, trebalo bi da prilikom razmene izračunamo koliko bi drugog tokena trebalo da se nalazi u fondu da bismo vrednost funkcije troškova održali nepromenjenom. Ako sa k označimo vrednost funkcije troškova, nepoznata količina tokena može se izračunati po formuli:

$$y_{i+1} = b(Q) \ln \left(e^{\frac{k}{b(Q)}} - e^{\frac{x_{i+1}}{b(Q)}}\right) \tag{4.6}$$

Međutim, za razliku od običnog pravila logaritamskog tržišnog bodovanja gde je b bila konstantna vrednost, kod logaritamskog pravila tržišnog bodovanja osetljivog na likvidnost ovo je funkcija čija se vrednost menja u zavisnosti od stanja u fondu. Ako raspišemo formulu po kojoj se nepoznata količina može izračunati dobijamo:

$$y_{i+1} = b(Q) \ln \left(e^{\frac{k}{b(Q)}} - e^{\frac{x_{i+1}}{b(Q)}}\right) = \alpha(x_{i+1} + y_{i+1}) \ln \left(e^{\frac{k}{\alpha(x_{i+1}+y_{i+1})}} - e^{\frac{x_{i+1}}{\alpha(x_{i+1}+y_{i+1})}}\right) \tag{4.7}$$

Ovu jednakost rešavamo tako što metodom polovljenja intervala tražimo nulu naredne funkcije

$$f(y) = \alpha(x_{i+1} + y_{i+1}) \ln \left(e^{\frac{k}{\alpha(x_{i+1}+y_{i+1})}} - e^{\frac{x_{i+1}}{\alpha(x_{i+1}+y_{i+1})}}\right) - y_{i+1} \tag{4.8}$$

Kao što smo već ranije pomenuli, parametar α se kod tržišta predviđanja ponaša kao provizija koju stvaralac tržišta naplaćuje i sa povećanjem vrednosti parametra α povećava se i zbir funkcija cena, ali to ne mora da bude slučaj sa funkcijom troškova. U tabeli 4.8 su prikazani rezultati kupovine deset hartija od vrednosti na tržištima predviđanja koja imaju različite vrednosti parametra α, ali je kod svih početno stanje $Q_0 = (1000, 1000)$. Iako se može uočiti da je zbir funkcija cena zaista porastao za veće vrednosti parametra α , primetimo da to ne znači da će trgovac morati da plati više kako bi izvršio svoje transakcije. U slučaju kada je $\alpha = 0.001$ da bi trgovac pomerio stanje tržišta iz stanja $Q_0 = (1000, 1000)$ u stanje $Q_1 = (1010, 1000)$ trebalo bi da plati 8.6275 dolara, što je više nego u slučajevima kada parametar α uzima vrednosti 0.01, 0.1 ili 0.5. Međutim, primetimo da ova nadoknada ne opada sa povećanjem vrednosti parametra α jer da bi ova kupovina bila izvršena na tržištu sa vrednošću parametra $\alpha = 0.1$ potrebno je platiti 5.7554 dok je na tržištu kod koga je $\alpha = 0.5$ potrebno platiti 8.4782 dolara. Još jedno bitno zapažanje je to da je u slučaju kada je $\alpha = 1$ za ovu akciju potrebno izdvojiti 11.9377 dolara. Pošto je naša pretpostavka da stvaralac tržišta isplaćuje jedan dolara za svaku hartiju od vrednosti koja odgovara događaju koji se ostvario, trgovac je u ovom slučaju uvek na gubitku pošto može da zaradi samo deset dolara. Za vrednost parametra $\alpha = 10$ ovaj problem je daleko izraženiji. Ovakav scenario bi obeshrabrio trgovinu, tako da je veoma važno izabrati dobru vrednost parametra α.

Detaljnijom analizom tabele 4.8 možemo da zaključimo i da je zbir vrednosti funkcija cena veći od 1 i u početnom stanju, a i nakon izvršenja transakcije. Stoga, ovaj automatizovani stvaralac tržišta nema osobinu invarijantnosti u odnosu na translaciju te se ni vrednosti funkcije cena ne mogu posmatrati kao verovatnoće da se određeni događaj dogodi. Naime, funkcije cena nam mogu dati informaciju koji je događaj verovatniji, ali ne i sa kojom verovatnoćom će se izvršiti. Da je ovaj model primenjen na tržište za razmenu tokena, vrednosti funkcije cena u početnom stanju bi bile iste kao i za tržište predviđanja, tako da ovaj model za automatizovane stvaraoce tržišta definitivno ne poseduje osobinu invarijantnosti u odnosu na translaciju.

Na slici 4.3 prikazana su stanja fonda čije je početno stanje $Q_0 = (100, 100)$ za različite vrednosti parametra α. Vrednosti koje uzima parametar α su redom 0.001, 0.01, 0.1, 0.5, 1 i 10. Možemo zaključiti da je pravilan izbor parametra α bitan da se ne bi dogodila situacija da pomoću male količine jednog tokena kupimo sve tokene drugog tipa. Radi bolje ilustracije ovog problema, u tabeli 4.9 su za

α	C_0	$P_X(Q_0)$	$P_Y(Q_0)$	C_1	$C_1 - C_0$	$P_X(Q_1)$	$P_Y(Q_1)$
0.001	1001.3863	0.5007	0.5007	1010.0138	8.6275	0.9932	0.0069
0.01	1013.8629	0.5069	0.5069	1019.5478	5.6849	0.6285	0.3848
0.1	1138.6294	0.5693	0.5693	1144.3848	5.7554	0.5817	0.5568
0.5	1693.1472	0.8466	0.8466	1701.6254	8.4782	0.8491	0.8441
1	2386.2944	1.1931	1.1931	2398.23212	11.9377	1.1944	1.1919
10	14862.9436	7.4315	7.4315	14937.259	74.3154	7.4316	7.4313

Tabela 4.8: Uticaj odabira različitih vrednosti paramtra α na tržište predviđanja gde je početno stanje $Q_0 = (1000, 1000)$.

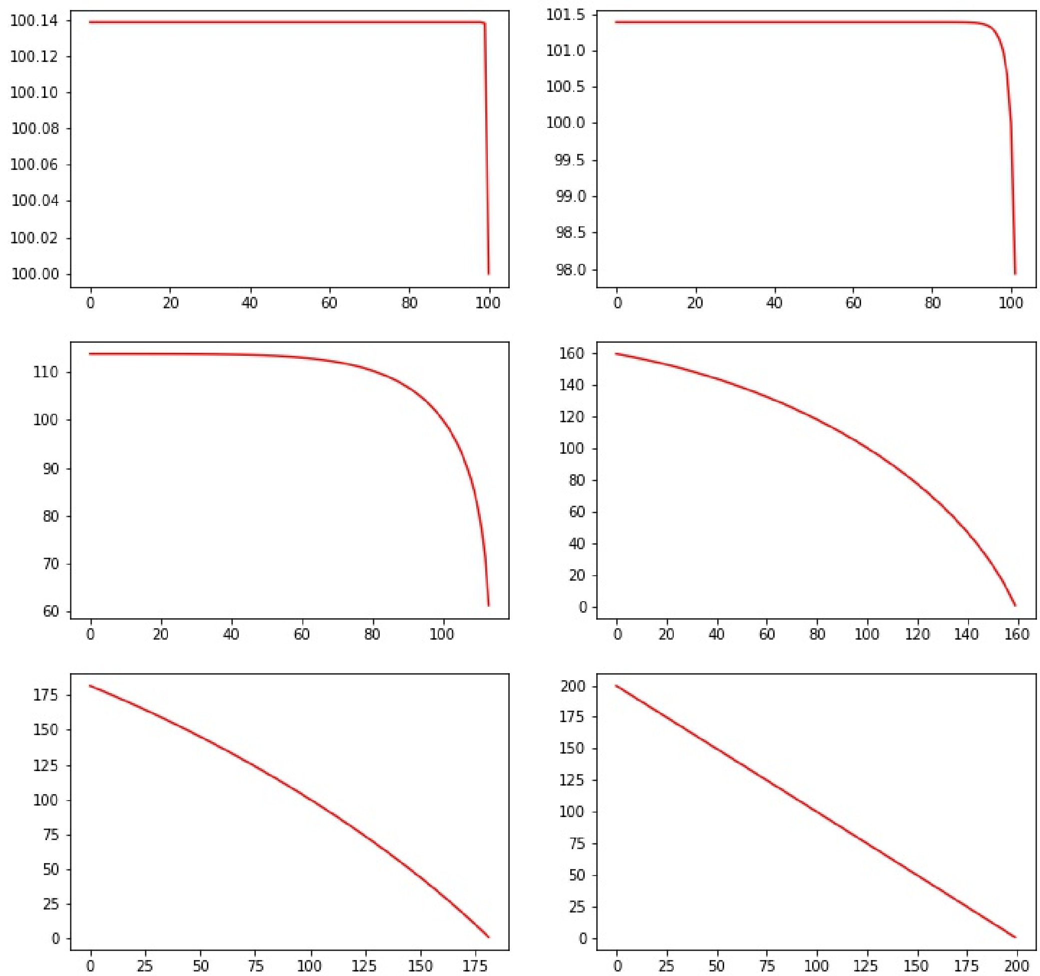
različite vrednosti parametra α date vrednosti funkcije troškova i stanje fonda nakon kupovine svih tokena jednog tipa. Za kupovinu svih tokena tipa X gde je $\alpha = 0.001$ potrebno je samo 0.13862944 tokena tipa Y.

α	$C(Q)$	Q_1
0.001	100.13862944	(0,100.13862944)
0.01	101.38629436	(0,101.38629436)
0.1	113.86294361	(0,113.86242669)
0.5	169.31471806	(0,159.21057711)
1	238.62943611	(0,181.70745281)
10	1486.29436112	(0,199.66429739)

Tabela 4.9: Uticaj parametra α na stanje fonda prilikom kupovine svih tokena jednog tipa. Početno stanje fonda je $Q_0 = (100, 100)$.

Već smo pokazali da pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivo na likvidnost ne zadovoljava pravilo invarijantnosti u odnosu na translaciju. Kako ovaj model za svoj rad koristi funkciju troškova, on je nezavisan od putanje. Ovo svojstvo ćemo ilustrovati primerom 7.

Primer 7. *Razmotrimo fond čije je početno stanje* $Q_0 = (1000, 1000)$, *vrednost parametra* $\alpha = 0.5$ *i početna vrednost funkcije troškova* $C(Q_0) = 1693.1472$. *Ukoliko trgovac na tržištu predviđanja odjednom kupi deset hartija od vrednosti, potrebno je da plati 8.4782 dolara. U tabeli 4.10 prikazan je tok trgovanja kada bi trgovac kupovao jednu po jednu hartiju od vrednosti. Ako saberemo naknade koje bi trgovac trebalo da plati, zaključujemo da je trgovac trebalo da plati ukupno 8.4782 dolara što je isti iznos kao i u slučaju kada je odjednom kupio svih deset hartija od vrednosti.*



Slika 4.3: Stanje fonda za različite vrednosti parametra α. Početno stanje je $Q_0 = (100, 100)$, a α uzima redom vrednosti 0.001, 0.01, 0.1, 0.5, 1 i 10. Na x osi je prikazana količina tokena tipa X koja se nalazi u fondu, a na y osi količina tokena tipa Y koji se nalazi u fondu.

Ukoliko ovaj model primenimo na tržište za razmenu tokena gde je početno stanje $Q_0 = (1000, 1000)$ *i parametar* $\alpha = 0.5$*, trgovac bi za kupovinu deset tokena tipa X morao da plati nadoknadu od 9.9413 tokena tipa Y. U tabeli 4.10 je dat prikaz kako bi teklo trgovanje kada bi trgovac kupovao jedan po jedan token. Zapažamo da je zbir* *nadoknada jednak 9.9413. Takođe, možemo primetiti da cena jednog tokena tipa X postaje sve manja i manja. Ako pogledamo ponovo sliku 4.3 koja opisuje međusobni odnos tokena u fondu vidimo da su krive prikazanih grafika konkavne (iako se to ne primećuje za male i velike vrednosti parametra α), što znači da će se prilikom smanjenja količine tokena u fondu smanjivati i njegova cena.*

	tržište predviđanja		razmena tokena	
i	$C(Q_i)$	$C(Q_i) - C(Q_{i-1})$	Q_i	$y_i - y_{i-1}$
0	1693.1472		(1000, 1000)	
1	1693.9939	0.8467	(999, 1000.9994)	0.9994
2	1694.8408	0.84695	(998,1001.9976)	0.9982
3	1695.688	0.8472	(997,1002.9947)	0.9971
4	1696.5355	0.84745	(996,1003.9906)	0.9959
5	1697.3832	0.84769	(995,1004.9853)	0.9947
6	1698.2311	0.84794	(994,1005.9788)	0.9935
7	1699.0793	0.84819	(993,1006.9712)	0.9924
8	1699.9277	0.84844	(992,1007.9624)	0.9912
9	1700.7764	0.84869	(991,1008.9524)	0.99
10	1701.6254	0.84893	(990,1009.9413)	0.9889

Tabela 4.10: Ilustracija kretanja tržišta prilikom deset uzastopnih kupovina jedne hartije od vrednosti na tržištima predviđanja, odnosno jednog po jednog tokena na tržištu za razmenu tokena kada je početno stanje $Q_0 = (1000, 1000)$ i vrednost parametra $\alpha = 0.5$.

Kao što njegov naziv sugeriše, ovaj automatizovani stvaralac tržišta je osetljiv na likvidnost što znači da će transakcija fiksne dužine imati različit uticaj na tržištima koja su likvidnija od tržišta sa manjom likvidnošću. Ova osobina je ilustrovana u tabelama 4.11 i 4.12. Na svakom od razmatranih tržišta je vrednost parametra $\alpha = 0.5$ i ilustruje se isti scenario po kome kupujemo 10 tokena, odnsono hartija od vrednosti. Međutim, početno stanje je različito, pa sa njim i funkcija troškova. Vidimo da ova transakcija ima različit uticaj na svako od ovih tržišta. Naime, njenim izvršavanjem dobili smo različite vrednosti funkcije cena kao i naknadu koju trgovac treba da plati. Takođe, primećujemo da je na tržištima predviđanja plaćena manja nadoknada na likvidnijim tržištima, dok na tržištima za razmenu tokena važi suprotno: na likvidnijim tržištima je plaćena veća nadoknada.

Što se tiče nestalnog gubitka i dobiti kod tržišta za razmenu tokena, ovaj model može da ostvari i jedno i drugo. Kako je to teško analitički dokazati u primeru 8

Q_0	C_0	Q_1	C_1	$C_1 - C_0$	p_X	p_Y
(50, 50)	84.6574	(60, 50)	93.3501	8.6927	0.8898	0.7992
(100, 100)	169.3147	(110, 100)	177.8995	8.5847	0.8698	0.8222
(500, 500)	846.5736	(510, 500)	855.0641	8.4905	0.8515	0.8416
(1000, 1000)	1693.1472	(1010, 1000)	1701.6254	8.4782	0.8491	0.8441
(5000, 5000)	8465.7359	(5010, 5000)	8474.2041	8.4682	0.8471	0.8461
(10000, 10000)	16931.4718	(10010, 10000)	16939.9388	8.467	0.8468	0.8463

Tabela 4.11: Osetljivost na likvidnost na tržištima predviđanja koja imaju različito početno stanje, a vrednost parametra $\alpha = 0.5$.

Q_0	C	Q_1	$Y_1 - Y_0$	p_X	p_Y
(50, 50)	84.6574	(40, 58.9362)	8.9362	0.743	0.9321
(100, 100)	169.3147	(90, 109.4412)	9.4412	0.7956	0.8928
(500, 500)	846.5736	(490, 509.8832)	9.8832	0.8365	0.8564
(1000, 1000)	1693.1472	(990, 1009.9413)	9.9413	0.8416	0.8515
(5000, 5000)	8465.7359	(4990, 5009.9882)	9.9882	0.8456	0.8476
(10000, 10000)	16931.4718	(9990, 10009.9941)	9.9941	0.8461	0.8471

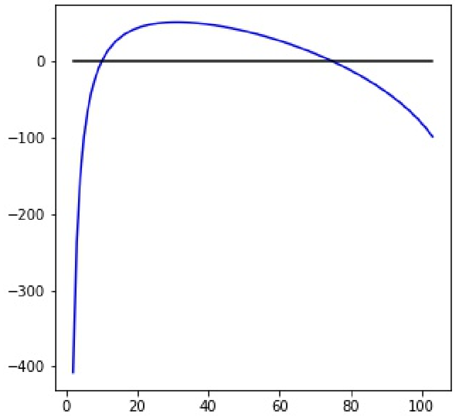
Tabela 4.12: Osetljivost na likvidnost za tržištima za razmenu tokena koja imaju različito početno stanje, a vrednost parametra $\alpha = 0.5$.

ćemo pokazati da postoji automatizovani stvaralac tržišta zasnovan na pravilu logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivog na likvidnost koji može ostvariti i nestalni gubitak i nestalnu dobit.

Primer 8. *Konstruišemo automatizovanog stvaraoca tržišta čije je početno stanje* $Q_0 = (10, 100)$, *vrednost parametra* $\alpha = 0.5$ *i vrednost funkcije troškova* $C(Q) = 109.7836$. *Na slici 4.4 prikazan je grafik koji pokazuje da ovaj automatizovani stvaralac tržišta može da ostvari i nestalni gubitak i nestalnu dobit.*

4.3 Analiza automatizovanih stvaralaca tržišta sa konstantnim proizvodom

Model automatizovanog stvaraoca tržišta sa konstantnim proizvodom zasniva se na tome da je vrednost funkcije troškova uvek konstantna. On, stoga, nije pogodan za tržišta predviđanja te ćemo ga razmatrati samo u kontekstu tržišta za razmenu tokena.



Slika 4.4: Nestalni gubitak i nestalna dobit pravila logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivog na likvidnost kada je početno stanje tržišta $Q_0 = (10, 100)$, a parametar $\alpha = 0.5$. Na x osi je prikazana količina tokena tipa X u fondu, a na y osi nestalni gubitak odnosno nestalna dobit.

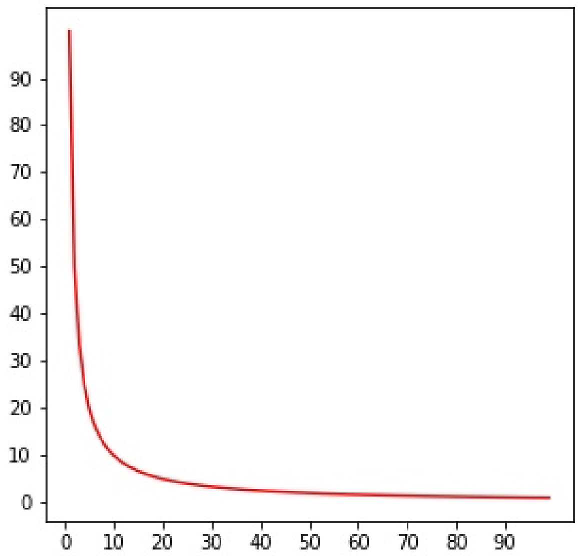
Kao i svi ostali automatizovani stvaraoci tržišta koji počivaju na funkciji troškova i ovaj je nezavisan od putanje. Nezavisnost od putanje ćemo ilustrovati u primeru 9.

Primer 9. *Konstruišimo automatizovanog stvaraoca tržišta za razmenu tokena čije je početno stanje fonda* $Q_0 = (100, 100)$*, a vrednost funkcije troškova je* $C(Q) = 10000$*. Pretpostavimo da trgovac želi da kupi 10 tokena tipa X: da bi on izvršio ovu transakciju potrebno je da uloži 11.1111 tokena tipa Y. U tabeli 4.13 ilustrovan je tok trgovanja u slučaju kupovine deset tokena, jednog po jednog. Zaključujemo da su ukupni troškovi koje trgovac treba da plati isti kao da je ovo trgovanje izvršio odjednom. Možemo primetiti još jednu bitnu stvar: kako trgovanje teče i kako se količina prvog tokena smanjuje u fondu, tako se povećava njegova cena što se poklapa sa intuitivnim shvatanjem tržišta. Na slici 4.5 prikazana je kriva vezivanja za ovaj model. Da bi slika bila preglednija, za početno stanje izabrano je stanje* $Q_0 = (10, 10)$*, a za vrednost funkcije troškova* $C(Q) = 100$*. Možemo primetiti da je ova kriva konveksna što odgovara tvrdnji da je manje zastupljen token ujedno i skuplji.*

Primetimo da ukoliko je na tržištu za razmenu tokena implementiran ovaj model, nije moguće iz fonda kupiti sve tokene jednog tipa jer bi nam za to bilo potrebno beskonačno mnogo tokena drugog tipa. Ilustrujmo šta bi se desilo kada bi iz fonda

i	Q_i	$Y_i - Y_{i-1}$
0	(100, 100)	
1	(99, 101.0101)	1.0101
2	(98, 102.0408)	1.03072
3	(97, 103.0928)	1.05197
4	(96, 104.1667)	1.07388
5	(95, 105.2632)	1.09649
6	(94, 106.383)	1.11982
7	(93, 107.5269)	1.1439
8	(92, 108.6957)	1.16877
9	(91, 109.8901)	1.19446
10	(90, 111.1111)	1.221

Tabela 4.13: Kupovina jednog po jednog tokena na tržištu sa konstantnim proizvodom gde je početno stanje $Q_0 = (100, 100)$.



Slika 4.5: Kriva vezivanja automatizovanog stvaraoca tržišta sa konstantnim proizvodom gde je početno stanje $Q_0 = (10, 10)$. Na x osi je prikazana količina tokena tipa X u fondu, a na y osi količina tokena tipa Y.

sa stanjem $Q_0 = (100, 100)$ pokušali da kupimo 99 tokena tipa X. Za ovu trgovinu bi nam bilo potrebno 9900 tokena tipa Y. Da smo umesto 99 pokušali da kupimo 99.99 tokena tipa X, morali bismo da izdvojimo 999899.99999949 tokena tipa Y.

Iako ovakvo ponašanje deluje ekstremno, ono nas može zaštititi od toga da neko pokupi sve tokene jednog tipa iz fonda.

Kako je funkcija cena za ovaj model definisana kao $P_i(Q) = \prod_{j \neq i} q_j$ primećujemo da je već na početku vrednost funkcije troškova za oba tipa tokena jednaka 100, pa ovaj model nije invarijantan u odnosu na translaciju. Ostaje nam da proverimo da li je zadovoljeno svojstvo osetljivosti na likvidnost. U tabeli 4.14 prikazano je kako kupovina od deset tokena tipa X utiče na tržište sa različitim početnim stanjima. Vidimo da je ova fiksna transakcija imala drugačiji uticaj na svako od tržišta jer smo njenim izvršavanjem dobili različite vrednosti funkcije cena, kao i različitu visinu naknade koju trgovac plaća. Dodatno, primetimo da je manja nadoknada plaćena na likvidnijim tržištima.

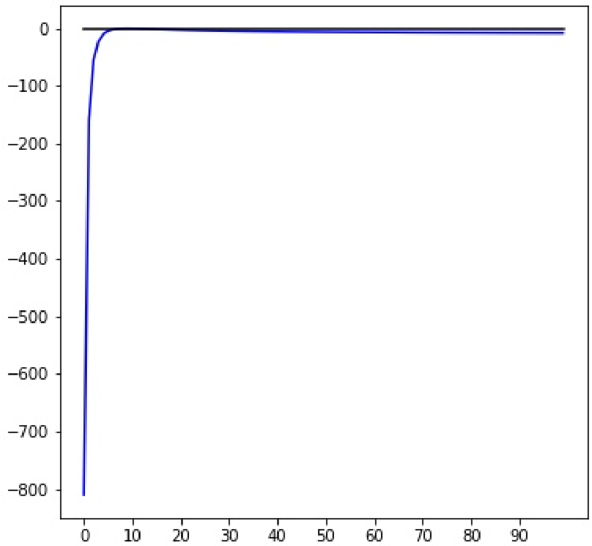
Q_0	C	Q_1	$Y_1 - Y_0$	p_X	p_Y
(50, 50)	2500	(40,62.5)	12.5	62.5	40
(100, 100)	10000	(90,111.1111)	11.1111	111.1111	90
(500, 500)	250000	(490,510.2041)	10.2041	510.2041	490
(1000, 1000)	1000000	(990,1010.101)	10.101	1010.101	990
(5000, 5000)	25000000	(4090,5010.02)	10.02	5010.02	4990
(10000, 10000)	100000000	(9090,10010.01)	10.01	10010.01	9990

Tabela 4.14: Kupovina deset tokena tipa X na tržištima koje imaju različito početno stanje Q_0 i koriste automatizovane stvaraoce tržišta sa konstantnim proizvodom.

Već smo prodiskutovali o tome da ovaj model ne može ostvariti nestalnu dobit već samo nestalni gubitak. Na slici 4.6 je dat prikaz nestalnog gubitka za fond čije je početno stanje $Q_0 = (10, 10)$. Kao što vidimo, ova vrednost nije nikad veća od nule.

4.4 Analiza automatizovanih stvaralaca tržišta sa konstantnom sumom

Za automatizovane stvaraoce tržišta sa konstantnom sumom važi da je vrednost funkcija cena uvek 1. Pošto u fondu postoje bar dva tipa tokena, jasno je da on ne zadovoljava svojstvo invarijantnosti u odnosu na translaciju. Dodatno, ovaj model nije osetljiv ni na likvidnost. Iz tabele 4.15 možemo da zaključimo da je nakon kupovine deset tokena tipa X na tržištima sa različitim početnim stanjima, vrednost



Slika 4.6: Nestalni gubitak automatizovanog stvaraoca tržišta sa konstantnim proizvodom. Na x osi je prikazana količina tokena tipa X u fondu, a na y osi nestalni gubitak.

funkcije cena ostala 1 i da je svuda plaćena ista nadoknada što potvrđuje našu pretpostavku da je ovaj model neosetljiv na likvidnost.

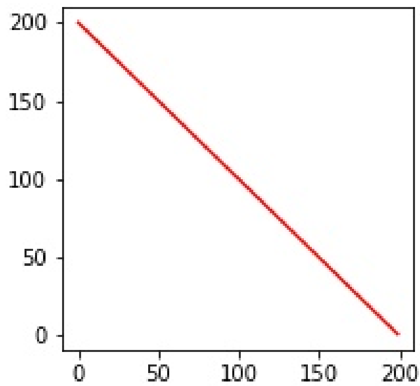
Q_0	C	Q_1	$Y_1 - Y_0$	p_X	p_Y
(50, 50)	100	(40,60)	10	1	1
(100, 100)	200	(90,110)	10	1	1
(500, 500)	1000	(490,510)	10	1	1
(1000, 1000)	2000	(990,1010)	10	1	1
(5000, 5000)	10000	(4090,5010)	10	1	1
(10000, 10000)	20000	(9090,10010)	10	1	1

Tabela 4.15: Kupovina deset tokena tipa X na tržištima sa različitim početnim stanjima Q_0.

Pošto se ovaj model zasniva na funkciji troškova, on zadovoljava svojstvo nezavisnosti od putanje. Ovo svojstvo je ilustrovano u tabeli 4.16: kupovina deset tokena jedan po jedan na tržištu koje ima početno stanje $Q_0 = (100, 100)$ košta isto kao da je to učinjeno odjednom, odnosno, u oba slučaja je ukupna nadoknada koju bi trgovac trebalo da plati jednaka 10 tokena tipa Y.

i	Q_i	$Y_i - Y_{i-1}$
0	(100, 100)	
1	(99, 101)	1
2	(98, 102)	1
3	(97, 103)	1
4	(96, 104)	1
5	(95, 105)	1
6	(94, 106)	1
7	(93, 107)	1
8	(92, 108)	1
9	(91, 109)	1
10	(90, 110)	1

Tabela 4.16: Kupovina tokena jedan po jedan na tržištu gde je početno stanje $Q_0 = (100, 100)$

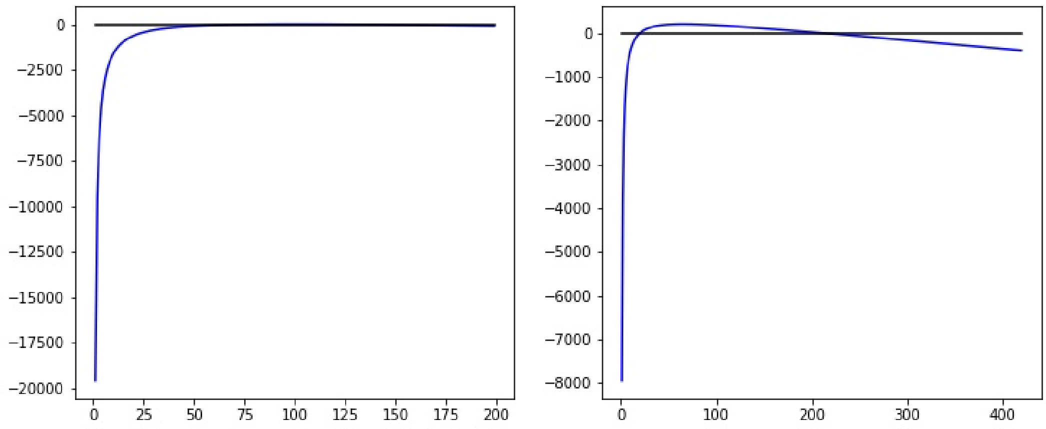


Slika 4.7: Kriva vezivanja automatizovanog stvaraoca tržišta sa konstantnom sumom čije je početno stanje fonda $Q_0 = (100, 100)$. Na x osi je prikazana količina tokena tipa X u fondu, a na y osi količina tokena tipa Y.

Posmatranjem tabele 4.16 možemo zapaziti i da je prilikom svakog od deset trgovanja trgovac platio istu nadoknadu. Na slici 4.7 prikazana je kriva vezivanja za tržište $Q_0 = (100, 100)$. Primećujemo da njen grafik odgovara grafiku linearne funkcije. Pošto se Hesijan[1] linearnih funkcija sastoji samo od nula, one su istovremeno i konveksne i konkavne. Kako konveksnost i konkavnost krive vezivanja određuju da li će prilikom smanjenja količine tokena u fondu njegova cena rasti ili opadati, kod au-

[1]Hesijan je kvadratna matrica parcijalnih izvoda drugog reda skalarne funkcije ili skalarnog polja.

tomatizovanih stvaralaca tržišta sa konstantnom sumom bi cena tokena istovremeno i rasla i opadala za istu vrednost.



Slika 4.8: Nestalni gubitak i nestalna dobit automatizovanog stvaraoca tržišta sa konstantnom sumom za početna stanja $Q_0 = (100, 100)$ i $Q_0 = (20, 400)$. Na x osama je prikazana količina tokena tipa X, a na y osama nestalni gubitak, odnosno nestalna dobit.

Već smo ranije prokomentarisali da ukoliko je $x_0 = \frac{k}{2}$, gde je k vrednost funkcije troškova, a x_0 inicijalna količina tokena tipa X u fondu, tržište ne može ostvariti nestabilnu dobit, dok u drugim slučajevima može ostvariti i nestalnu dobit i nestalni gubitak. Da bi važilo $x_0 = \frac{k}{2}$ potrebno je da prilikom kreiranja fonda količina oba tokena u fondu bude jednaka. Na slici 4.8 nalaze se grafici koji prikazuju nestalni gubitak i nestalnu dobit za fondove čije je početno stanje $Q_0 = (100, 100)$, odnosno $Q_0 = (20, 400)$. Primećujemo da tržište za razmenu tokena čije je početno stanje $Q_0 = (20, 400)$, to jest tržište koje u inicijalnom stanju nije imalo jednaku količinu oba tokena, može ostvariti i nestalni gubitak i nestalnu dobit. Međutim, kod tržišta sa početnim stanjem $Q_0 = (100, 100)$ količina oba tokena prilikom kreiranja fonda je jednaka i sa grafika vidimo da ovako definisan automatizovani stvaralac tržišta nije u stanju da ostvari nestalnu dobit.

4.5 Analiza automatizovanih stvaralaca tržišta sa konstantnom srednjom vrednošću

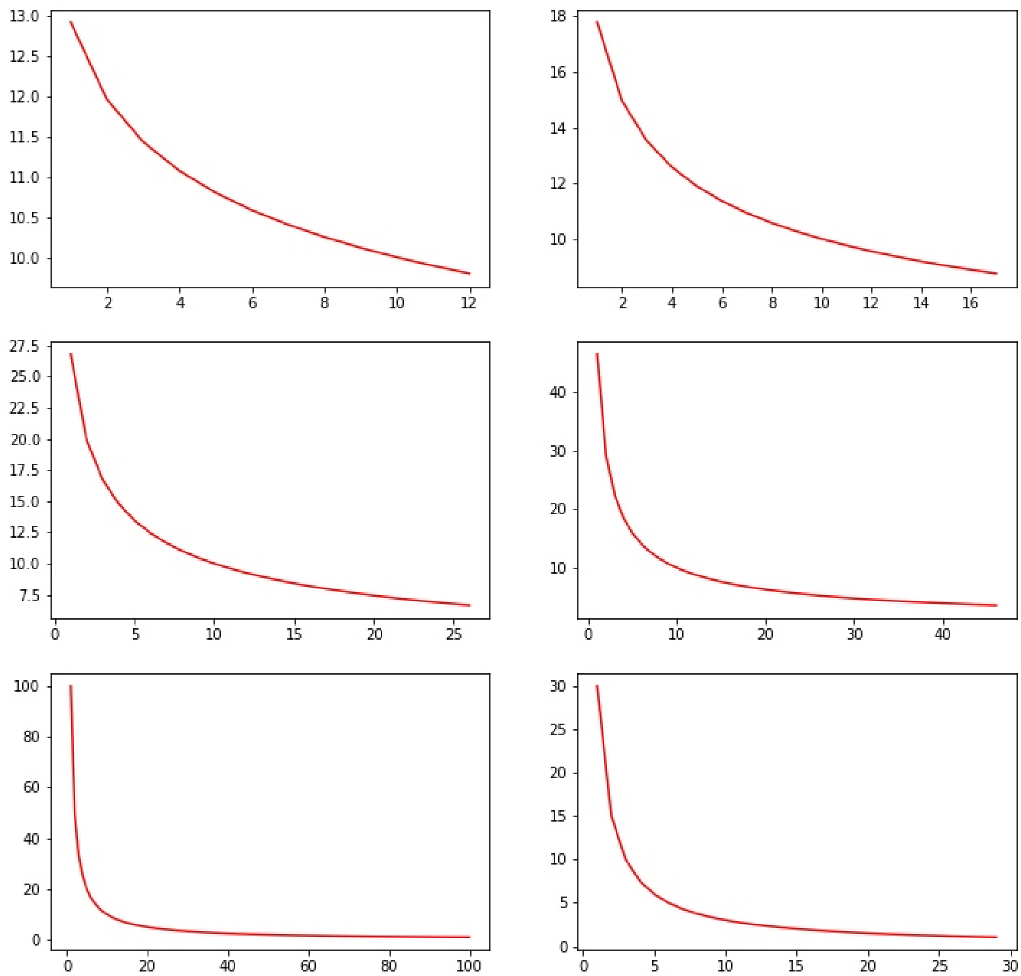
Parametar w_i u funkciji troškova $C(Q) = \prod_{i=1}^{n} Q_i^{w_i}$ automatizovanog stvaraoca tržišta sa konstantnom srednjom vrednošću predstavlja težinu tokena u fondu. Njegov uticaj je ilustrovan u tabeli 4.17 u kojoj je prikazan efekat kupovine deset tokena iz fondova koji imaju isto početno stanje tržišta $Q_0 = (1000, 1000)$, ali različite vrednosti parametra w_i. Za razliku od prethodnih modela, gde je u početnom stanju funkcija cene oba tokena bila ista ukoliko je i njihova količina u fondu bila ista, ovde je to slučaj jedino ako su im težine iste, u suprotnom, token sa većom težinom ima i veću vrednost funkcije cena. Takođe, vidimo i da je nadoknada koju smo platili prilikom trgovanja veća ukoliko token ima veću težinu. U prilog ovoj tvrdnji ide i ilustracija krive vezivanja za tržišta sa različitim vrednostima funkcije težina, prikazana na slici 4.9. Vidimo i da je ova kriva konveksna što znači da će se nadoknada koju trgovac plaća za kupovinu tokena povećavati kako se njegova količina u fondu smanjuje.

w_1, w_2	$C(Q)$	$P_0(x)$	$P_0(y)$	Q_1	$y_0 - y_1$	$P_1(x)$	$P_1(y)$
0.1, 0.9	1000	0.1995	451.0685	(990, 1001.1173)	1.1173	0.2016	446.508
0.3, 0.7	1000	2.383	88.1248	(990, 1004.3166)	4.3166	2.4102	87.1309
0.5, 0.5	1000	15.8114	15.8114	(990, 1010.101)	10.101	16.0516	15.5748
0.7, 0.3	1000	88.1248	2.383	(990, 1023.728)	23.7279	90.4882	2.3207
0.9, 0.1	1000	451.0685	0.1995	(990, 1094.6701)	94.6701	494.2677	0.1821

Tabela 4.17: Uticaj težine tokena na kupovinu deset tokena tipa X na tržištima kod kojih je početno stanje fonda $Q_0 = (1000, 1000)$.

Analizom tabele 4.17 zaključujemo da je zbir vrednosti funkcije cena veći od jedan, stoga ovaj model nije invarijantan u odnosu na translaciju. Kako je i ovaj model zasnovan na funkciji troškova, on je nezavisan od putanje. Ilustracija ove osobine biće prikazana u primeru 10.

Primer 10. *Dat je fond kod koga je težina prvog tokena* $w_x = 0.55$*, težina drugog tokena* $w_y = 0.45$*, a početno stanje* $Q_0 = (1000, 1000)$*. Ako trgovac želi da kupi odjednom deset tokena tipa X, morao bi u zamenu da da 12.3595 tokena tipa Y. U tabeli 4.18 prikazan je tok trgovanja ukoliko trgovac kupuje deset tokena jedan po jedan. Ako saberemo naknade koje bi platio kupujući jedan po jedan token, vidimo*



Slika 4.9: Uticaj težina tokena na krive vezivanja automatizovanog stvaraoca tržišta sa konstantnom srednjom vrednošću. Težine su redom jednake (0.1, 0.9), (0.2, 0.8), (0.3,0.7), (0.4, 0.6) i (0.5, 0.5) i (0.5, 0.5). Početno stanje za prvih pet grafika je $Q_0 = (10, 10)$, a za poslednji grafik $Q_0 = (10, 3)$. Na x osi su prikazane količine tokena tipa X u fondu, a na y osi količine tokena tipa Y.

da je taj iznos takođe 12.3595 tokena tipa Y. Primećujemo i da je nadoknada za token tipa X rasla kako mu se smanjivala količina u fondu.

Ostaje nam da proverimo osetljivost razmatranog modela na likvidnost. U tabeli

i	q_i	$Y_i - Y_{i-1}$
0	(1000, 1000)	
1	(999, 1001.2236)	1.2236
2	(998, 1002.4499)	1.2263
3	(997, 1003.6789)	1.229
4	(996, 1004.9107)	1.2318
5	(995, 1006.1452)	1.2345
6	(994, 1007.3825)	1.2373
7	(993, 1008.6226)	1.2401
8	(992, 1009.8654)	1.2428
9	(991, 1011.1111)	1.2456
10	(990, 1012.3595)	1.2484

Tabela 4.18: Kupovina tokena jedan po jedan na tržištu čije je početno stanje $Q_0 = (1000, 1000)$, težina tokena tipa X $w_x = 0.55$ i težina tokena tipa Y $w_y = 0.45$

4.19 prikazan je efekat kupovine deset tokena tipa X na tržištima gde je težina tokena tipa X jednaka $w_x = 0.55$, a težina tokena tipa Y je $w_y = 0.45$, ali im je početno stanje različito. Primećujemo da je na tržištima sa različitom likvidnošću nadoknada koju trgovac treba da plati različita. Dodatno, na tržištima sa većom likvidnošću je nadoknada koju je potrebno platiti manja.

Q_0	C	Q_1	$Y_1 - Y_0$	p_X	p_Y
(50, 50)	50.0	(40,65.6773)	15.6773	6.8683	1.8017
(100, 100)	100.0	(90,113.7433)	13.7433	8.2581	2.9971
(500, 500)	500.0	(490,512.4998)	12.4998	17.3567	7.1298
(1000, 1000)	1000.0	(990,1012.3595)	12.3595	24.984	9.9063
(5000, 5000)	5000.0	(4090,5012.2494)	12.2494	59.7379	20.7155
(10000, 10000)	10000.0	(9090,10012.2358)	12.2358	87.3151	28.3456

Tabela 4.19: Kupovina deset tokena tipa X na tržištima sa različitim početnim stanjima Q_0 gde je težina tokena tipa X $w_x = 0.55$ i težina tokena tipa Y $w_y = 0.45$.

Još jedna bitna osobina ovog modela je ta što bi trgovcu za kupovinu svih tokena jednog tipa bilo potrebno beskonačno mnogo tokena drugog tipa. Na ovaj način se štitimo od toga da neko pokupuje sve tokena istog tipa. Čak i ako bi u modelu pokušali da kupimo skoro sve tokene, bilo bi nam potrebeno mnogo sredstava. Pretpostavimo da želimo da iz fonda sa početnim stanjem $Q_0 = (100, 100)$ i težinama $w_x = 0.55$ i $w_y = 0.45$ kupimo 99 tokena tipa X. Za to bi nam bilo potrebno

4228.7613 tokena tipa Y, a ako želimo da kupimo 99.9 tokena tipa X moraćemo da damo za uzvrat 28380.3586 tokena tipa Y.

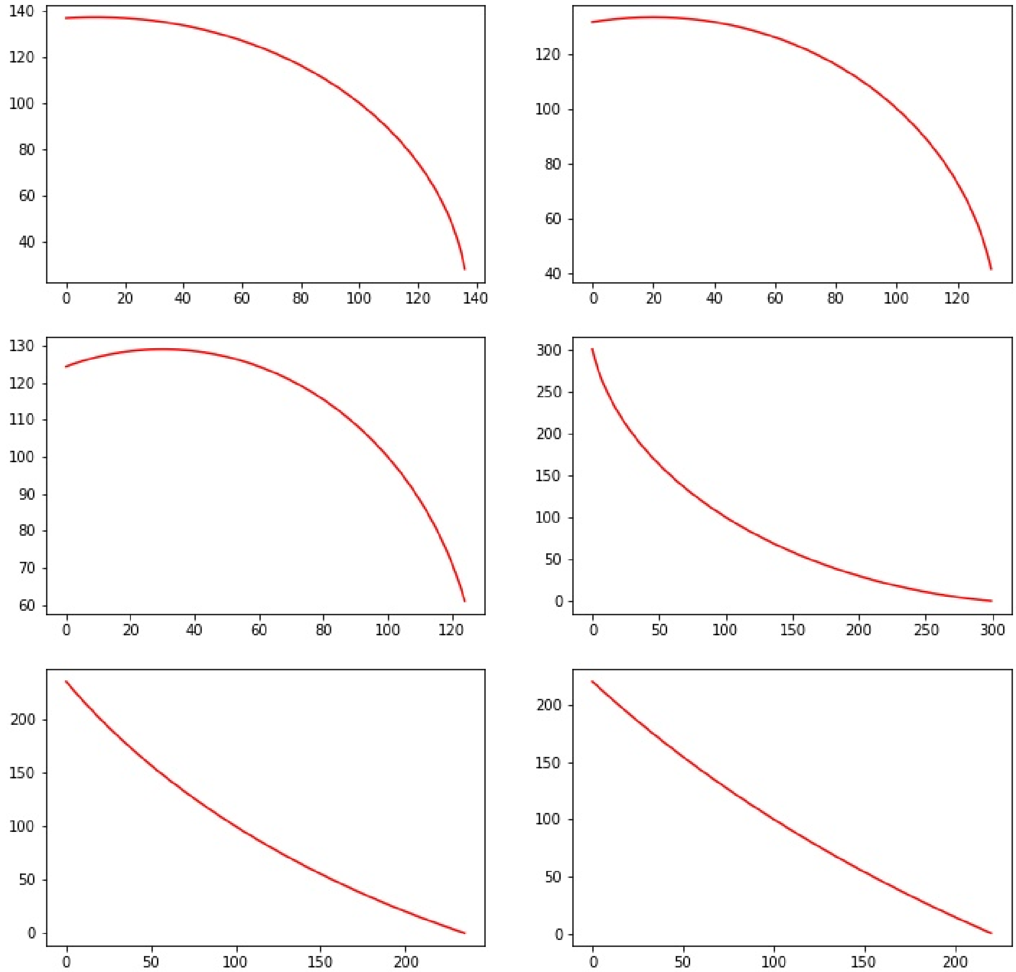
4.6 Analiza automatizovanih stvaralaca tržišta sa konstantnim krugom

Kao što smo već pomenuli, automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim krugom ili konstantnom elipsom imaju slične osobine. Podešavanjem vrednosti parametara a i b određujemo da li će konkretan automatizovani stvaralac tržišta biti automatizovani stvaralac tržišta sa konstantnim krugom ili sa konstantnom elipsom. Takođe, izbor ovih parametara utiče na to da li će kriva vezivanja biti konkavna ili konveksna. Osobine ovako definisanog automatizovanog stvaraoca tržišta ilustrovaćemo na primeru automatizovanog stvaraoca tržišta zasnovanom na konstantnom krugu što znači da će vrednost parametra b biti nula. Rekli smo i da se za rad automatizovanog stvaraoca tržišta koristi samo prvi kvadrant i da možemo izabrati da li ćemo koristiti konveksnu ili konkavnu funkciju vezivanja. Na slici 4.10 prikazane su krive vezivanja za različita tržišta sa početnim stanjem $Q_0 = (100, 100)$. Vidimo da su neke krive vezivanja konveksne, dok su druge konkavne.

Pravilan izbor parametra a je bitan i zbog toga da ne bismo došli u situaciju da trgovac malom količinom tokena jednog tipa kupi sve tokene drugog tipa. Ovaj problem ilustrovan je u tabeli 4.20 za tržište sa početnim stanjem $Q_0 = (100, 100)$. Vidimo da ukoliko je $a = 30$ možemo kupiti 100 tokena tipa X sa 24.33981 tokenom tipa Y. Ako uporedimo tabelu sa slikom 4.10 vidimo da je u slučajevima gde je kriva konkavna za kupovinu svih 100 tokena tipa X potrebno manje od 100 tokena tipa Y, dok je tamo gde je kriva konveksna potrebno više od 100 tokena. To je i logično jer smo rekli da kada je kriva vezivanja konkavna cena tokena pada sa smanjenjem njegove količine u fondu, dok je u slučaju kada je kriva vezivanja konveksna situacija suprotna.

Ovaj model je nezavisan od putanje jer ima funkciju troškova. U primeru 11 se može videti efekat ovog svojstva na tržištu za razmenu tokena sa početnim stanjem $Q_0 = (100, 100)$ i parametrom $a = 350$.

Primer 11. *Razmotrimo tržište čije je početno stanje* $Q_0 = (100, 100)$ *i vrednost parametra* $a = 350$*. Na taj način postižemo da kriva vezivanja bude konveksna. Vrednost funkcije troškova je* $C(Q) = 125000$*. Da bismo odjednom kupili 10 tokena*



Slika 4.10: Uticaj parametra a na tržišta tokena gde je početno stanje $Q_0 = (100, 100)$. Vrednosti parametra a su 10, 20, 30, 350, 500, 700. Na x osi je prikazana količina tokena tipa X u fondu, a na y osi količina tokena tipa Y.

tipa X, potrebno nam je 10.417 tokena tipa Y. Tok kupovine jednog po jednog tokena tipa X ilustrovan je u tabeli 4.21. Ako saberemo sve naknade koje je trgovac platio vidimo da je svejedno da li je to uradio odjednom ili iz više transakcija. Vidimo, takođe, da je cena tokena tipa X rasla kako se njegova količina smanjivala što je očekivano jer smo izabrali konveksnu krivu vezivanja.

a	$C(Q)$	Q_n
10	16200	(0,136.8858)
20	12800	(0,131.3553)
30	9800	(0, 124.33981)
350	125000	(0,300.0)
500	320000	(0,235.4249)
700	720000	(0, 220.4168)

Tabela 4.20: Uticaj parametra a na stanje fonda prilikom kupovine svih tokena jednog tipa.

i	Q_i	$Y_i - Y_{i-1}$
0	(100, 100)	
1	(99, 101.004)	1.004
2	(98, 102.0161)	1.0121
3	(97, 103.0364)	1.0203
4	(96, 104.065)	1.0286
5	(95, 105.1021)	1.037
6	(94, 106.1476)	1.0455
7	(93, 107.2017)	1.0541
8	(92, 108.2646)	1.0629
9	(91, 109.3363)	1.0717
10	(90, 110.417)	1.0807

Tabela 4.21: Kupovina tokena jedan po jedan na tržištu gde je početno stanje fonda $Q_0 = (100, 100)$ i vrednost parametra $a = 350$.

Kod automatizovanog stvaraoca tržišta sa konstantnim krugom vrednost funkcije cena može biti negativna. Ako pogledamo već razmatrano tržište kod koga je početno stanje fonda $Q_0 = (100, 100)$ i vrednost parametra $a = 350$, funkcije cena u početnom stanju imaju vrednosti $P_x(Q_0) = P_y(Q_0) = -500$. Zbir ovih dveju vrednosti nije jedan, tako da ovaj model nije invarijantan u odnosu na translaciju.

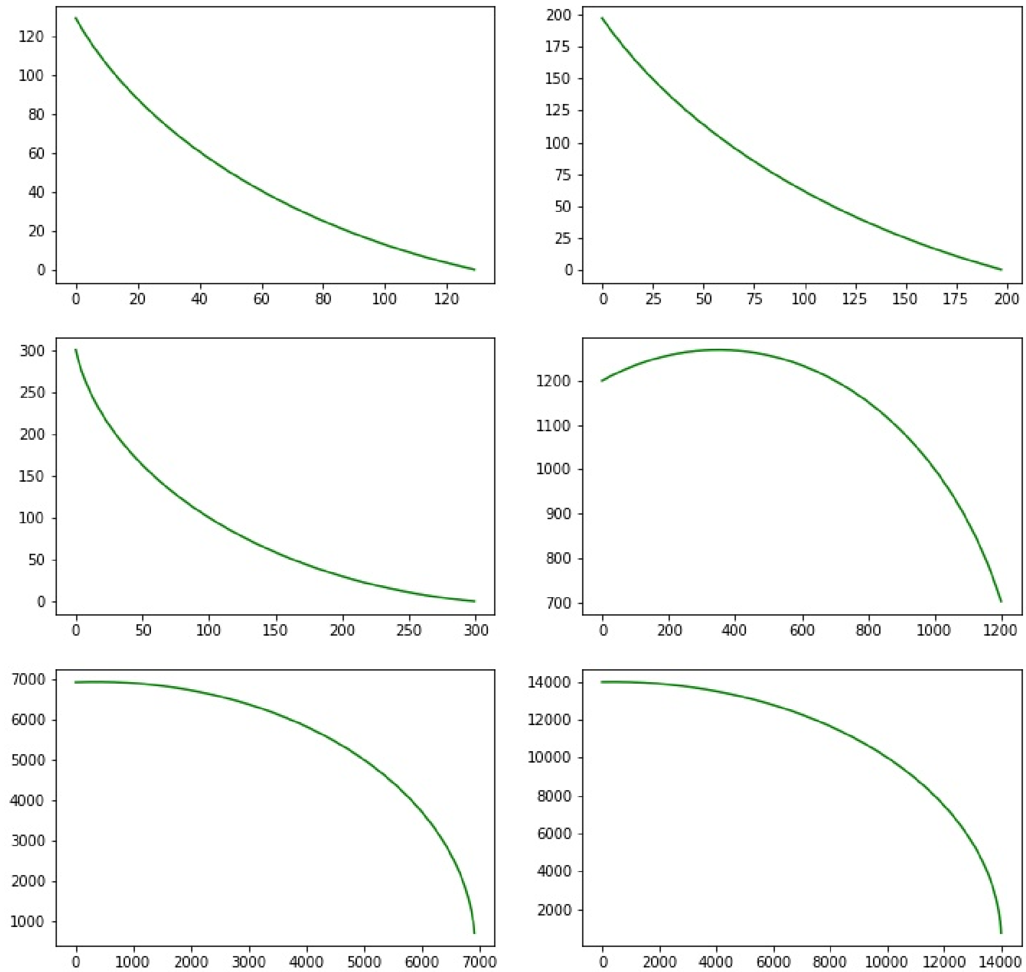
Ostaje nam još da proverimo da li je ovaj model osetljiv na likvidnost. Za vrednosti parametra a biramo vrednost 350. Razmotrimo scenario po kome trgovac kupuje 10 tokena tipa X na tržištima sa različitom likvidnošću. Rezultate ove trgovine možemo videti u tabeli 4.22.Primetimo, takođe, da je ova transakcija proizvela različite efekte na različitim tržištima, ali i da na likvidnijim tržištima trgovac nije nužno platio manju nadokanadu. Naime, ako je vrednost parametra a ista na svim razmatranim tržištima, različite početne likvidnosti mogu u kombinaciji sa ovim parametrom da proizvedu konkavne ili konveksne krive vezivanja. Ovaj efekat je ilustrovan na slici 4.11 gde su početna stanja tržišta redom $Q_0 = (50, 50)$, $Q_0 = (80, 80)$, $Q_0 = (100, 100)$, $Q_0 = (1000, 1000)$, $Q_0 = (5000, 5000)$ i $Q_0 = (10000, 10000)$, a vrednost parametra $a = 350$: prva tri tržišta imaju konveksnu krivu vezivanja, a druga tri konkavnu krivu vezivanja.

Q_0	C	Q_1	$Y_1 - Y_0$	p_X	p_Y
(50, 50)	180000	(40,60.345)	10.345	-620	-579.3099
(80, 80)	145800	(70,90.3849)	10.3849	-560	-519.2302
(100, 100)	125000	(90,110.417)	10.417	-520	-479.1659
(1000, 1000)	845000	(990,1009.8485)	9.8485	1280	1319.6969
(5000, 5000)	43245000	(4090,5009.9785)	9.9785	9280	9319.9571
(10000, 10000)	186245000	(9090,10009.9896)	9.9896	19280	19319.9793

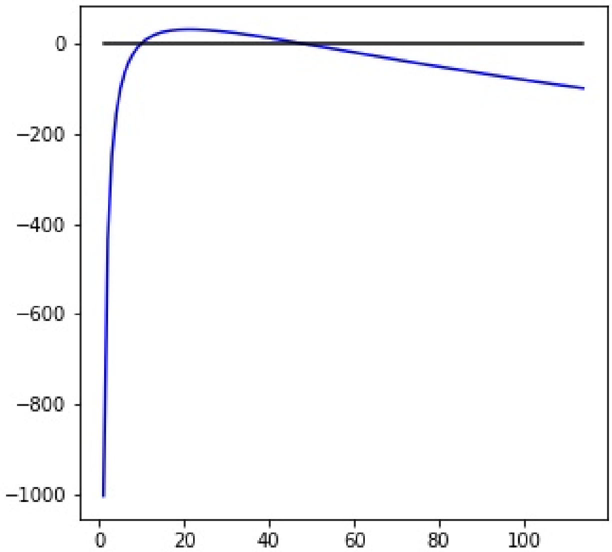
Tabela 4.22: Kupovina deset tokena na tržištima sa različitim početnim stanjem fonda Q_0 gde je vrednost parametra $a = 350$.

Za ovaj model smo već pomenuli da može ostvariti i nestalni gubitak i nestalnu dobit, ali da je to teško analitički dokazati. Na primeru 12 ćemo pokazati da automatizovani stvaralac tržišta sa konstantnim krugom može ostvariti i nestalni gubitak i nestalnu dobit.

Primer 12. *Konstruišemo automatizovanog stvaraoca tržišta sa početnim stanjem* $Q_0 = (10, 100)$ *i vrednošću parametra* $a = 350$*. Na slici 4.12 prikazan je grafik koji pokazuje da ovaj tip automatizovanog stvaraoca tržišta može da ostvari i nestalni gubitak i nestalnu dobit.*



Slika 4.11: Krive vezivanja na različitim tržištima kod kojih je vrednost parametra $a = 350$, a početna stanja tržišta su redom $Q_0 = (50, 50)$, $Q_0 = (80, 80)$, $Q_0 = (100, 100)$, $Q_0 = (1000, 1000)$, $Q_0 = (5000, 5000)$ i $Q_0 = (10000, 10000)$. Na x osi je prikazana količina tokena tipa X u fondu, a na y osi količina tokena tipa Y.



Slika 4.12: Nestalni gubitak i dobit automatizovanog stvaraoca tržišta sa konstantnim krugom čije je početno stanje $Q_0 = (10, 100)$ i vrednost parametra $a = 350$. Na x osi je prikazana količina tokena tipa X, a na y osi nestalni gubitak, odnosno dobit.

Glava 5

Zaključak

Automatizovani stvaraoci tržišta su protokoli koji služe da olakšaju likvidnost na elektronskim finansijskim tržištima. Prilikom trgovanja na tržištima koja koriste automatizovane stvaraoce tržišta nije neophodno prisustvo drugih trgovaca, već njihovu ulogu preuzima algoritamski zasnovan trgovac. Najznačajniju primenu imaju na tržištima predviđanja i na tržištima za razmenu tokena. Kako različita tržišta mogu trgovati različitom vrstom imovine, i samim tim zahtevati automatizovane stvaraoce tržišta sa različitim osobinama, razvijeno je više modela koji omogućavaju njihov rad. Modeli koji su predstavljeni u ovom radu su pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja, pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivo na likvidnost, automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim proizvodom, konstantnom sumom, odnosno konstantnom srednjom vrednošću i automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim krugom i konstantnom elipsom.

Ako na tržištu predviđanja koristimo logaritamsko pravilo tržišnog bodovanja za svaki mogući ishod možemo dobiti tačnu verovatnoću da se on ostvari. Ali kako ovaj model nije osetljiv na likvidnost, kupovina jedne hartije od vrednosti ima isti uticaj i na likvidnim i na nelikvidnim tržištima. Pravilo logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivo na likvidnost prevazilazi ovaj problem, ali stvara drugi, jer držeći se tog pravila ne možemo dobiti tačna predviđanja verovatnoće za određeni ishod, već možemo samo da zaključimo koji je ishod verovatniji. Dodatno, potrebno je i odrediti vrednost parametra b kod logaritamskog pravila tržišnog bodovanja, odnosno parametra α kod pravila logaritamskog tržišnog bodovanja osetljivog na likvidnost. Kako ovi parametri imaju uticaj na visinu naknade koju trgovci moraju da plate, njihov pravilan izbor je jako bitan. Ako odredimo da trgovci plaćaju visoku nadoknadu za trgovanje oni neće hteti da trguju na našem tržištu, a ako je ta nadoknada mnogo niska, rizikujemo da na kraju budemo na gubitku.

Pravilno postavljanje ovih parametara je bitno i ako neki od ova dva modela koristimo za tržišta za razmenu tokena. Lošim izborom parametara dolazimo u opasnost da neko pokupi sve tokene jednog tipa iz fonda, a da za uzvrat ustupi malu količinu drugog tokena. Dodatni problem je što je kriva vezivanja ovih modela konkavna, što znači da će se cena tokena smanjivati kako njegova količina opada, što se ne slaže sa intuitivnim pravilima tržišta. Neosetljivost na likvidnost logaritamskog pravila tržišnog bodovanja predstavlja manu i u ovom slučaju, jer nije logično da se plati ista nadokanada na likvidnim i nelikvidnim tržištima. Međutim, ova dva modela mogu ostvariti nestalnu dobit što predstavlja ekstra profit za dobavljače likvidnosti. Na taj način možemo privući dobavljače likvidnosti da ulože svoja sredstva, medjutim, postoji rizik da će oni u nekom trenutku ta sredstava povući kako bi ostvarili ekstra profit.

Automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnim proizvodom i konstantnom srednjom vrednošću imaju konveksne krive vezivanja, što znači da će prilikom smanjenja količine jednog tokena u fondu njegova cena rasti. Još jedna bitna prednost ovih modela je ta što nije moguće da trgovac kupi sve tokene jednog tipa iz fonda jer bi mu za to bilo potrebno beskonačno mnogo tokena drugog tipa. Ipak, moguće je kupiti skoro sve tokene jednog tipa uz pomoć velike količine tokena drugog tipa. Naravno, fond iz kog su kupljeni skoro svi tokeni jednog tipa nije baš koristan, ali kako će cena tokena nakon neke granice postati jako velika, možemo da pretpostavimo da trgovci taj tip tokena neće kupovati na tom tržištu već na nekom drugom. Štaviše, ovo će verovatno privući trgovce koji vrše arbitražu i koji će uskladiti cenu na ovom tržištu sa globalnom. Dodatno, ovi modeli su osetljivi na likvidnost, međutim, oni nisu u stanju da ostvare nestalnu dobit, već mogu imati samo nestalni gubitak.

Automatizovani stvaraoci tržišta sa konstantnom sumom mogu ostvariti nestalnu dobit, ali oni nisu osetljivi na likvidnost. Njihova kriva vezivanja je linearna tako da je cena tokena uvek ista: niti raste, niti opada. Ovi modeli se mogu koristiti na tržištima gde se razmenjuju stabilne valute.

Automatizovani stvaralac tržišta sa konstantnim krugom, odnosno konstantnom elipsom može ostvariti i nestalnu dobit i nestalni gubitak. Pravilnim podešavanjem vrednosti parametara a i b možemo birati da li će kriva vezivanja biti konveksna ili konkavna. Ovaj model je i osetljiv na likvidnost. Međutim, u ovom modelu je moguće kupiti sve tokene jednog tipa iz fonda.

Kao što vidimo nijedan od ovih modela nije idealan. Da bismo izabrali koji je pogodan model, trebalo bi da znamo u koju svrhu ćemo ga koristiti i koje su nam osobine važnije od drugih.

U ovom radu predstavljene su samo osnovne verzije navedenih modela. Različiti projekti mogu imati specifične zahteve, kao što je način računanja i naplaćivanja provizije, raspodela nagrada dobavljačima likvidnosti ili dodavanje likvidnosti fondu. Kako bi ovi zahtevi bili ispunjeni, često se koriste modifikovane verzije nekog modela ili hibridni modeli koji kombinuju više modela.

Bibliografija

[1] J. Abernethy, Y. Chen, and J. Vaughan. Efficient market making via convex optimization, and a connection to online learning. *ACM Transactions on Economics and Computation*, 1, 01 2012.

[2] A. Brahma, S. Das, and M. Magdon-Ismail. Comparing prediction market structures, with an application to market making. *arXiv.org, Quantitative Finance Papers*, 12 2010.

[3] L. Fang, E. Azmi, B. Hor, and K.W. Win. *How to DeFi: Advanced*. How to DeFi. CoinGecko, 2021.

[4] R. Fritsch. Concentrated Liquidity in Automated Market Makers. In *Proceedings of the 2021 ACM CCS Workshop on Decentralized Finance and Security (DeFi@CCS), Virtual Event, Republic of Korea*, November 2021.

[5] H. J. Kim, S. Choi, Y. T. Yoon, and S. Yoo. Impermanent Loss and Gain of Automated Market Maker Smart Contracts. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022.

[6] S. Kullback and R. A. Leibler. On information and sufficiency. *The Annals of Mathematical Statistics*, 22(1):79–86, March 1951.

[7] P. Langley. The performance of liquidity in the subprime mortgage crisis. *New political economy.*, 15(1), 2010.

[8] D. Lau, D. Lau, T.S. Jin, K. Kho, E. Azmi, L. Fang, B. Hor, and K.W. Win. *How to DeFi: Beginner*. How to DeFi. CoinGecko, 2021.

[9] X. Li and J. W. Vaughan. An axiomatic characterization of adaptive-liquidity market makers. In *EC*, pages 657–674. ACM, 2013.

[10] F. Martinelli and N. Mushegian. Non-custodial portfolio manager, liquidity provider, and price sensor. 2019.

[11] V. Mohan. Automated market makers and decentralized exchanges: a defi primer. *Financial Innovation*, 8:1–48, 2020.

[12] A. Othman and T. Sandholm. Automated market makers that enable new settings: Extending constant-utility cost functions. In *AMMA*, volume 80 of *Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social Informatics and Telecommunications Engineering*, pages 19–30. Springer, 2011.

[13] A. Othman, T. Sandholm, D. M. Pennock, and D. M. Reeves. A practical liquidity-sensitive automated market maker. In *EC*, pages 377–386. ACM, 2010.

[14] X. Wang. Liquidity adaptation via parameter tuning. ACM, 2016.

[15] Y. Wang. Automated market makers for decentralized finance (defi). arXiv, 2020.

Biografija autora

Tatjana Radovanović rođena je 27. maja 1995. godine u Užicu. Detinjstvo je provela u Godoviku kod Požege. Osnovnu školu „Petar Leković" u Požegi završila je 2010. godine kao nosilac Vukove diplome. Informatički smer gimnazije „Sveti Sava" u Požegi završava 2014. godine kao odličan učenik. Iste godine upisuje Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu, smer informatika. Diplomirala je 2018. godine nakon čega upisuje master studije informatike na istom fakultetu.