ASTRONOMIJA



Radio-teleskop u Parksu (Australija), prečnika 52,50 m. *Fot. X.*

OPŠTI POJMOVI

Astronomija je nauka koja ima za cilj izučavanje vasione: nebeskih tela svih vrsta, planeta, kometa, zvezda, meteora, međuzvezdanih i međugalaktičkih materija. Ona ispituje njihov sastav, njihov relativni položaj i kretanje, njihov nastanak, kao i razvoj u prošlosti i budućnosti. Što se tiče Zemlje, uobičajeno je da se domen astronomije ograničava izvesnim specijalnim naukama, koje se bave izučavanjem pojedinosti:

— geodezija, proučava oblik i dimenzije Zemlje, detalje njene površine, njeno gravitaciono polje, metode triangulacije itd;

— geofizika se, opet, deli na više grana: seizmologiju, koja se bavi upoznavanjem unutrašnjosti Zemlje; meteorologiju, koja obuhvata proučavanje atmosfere (često nazivane i aeronomija); geomagnetizam, koji istovremeno izučava čvrsti deo naše planete i njeno spoljašnje magnetno polje; fizičku okeanografiju, koja izučava tečne mase naše planete;

— geologija, sa svojim raznim klasičnim granama, kao što su vulkanologija i režim površinskih voda (hidrologija, sneg, glečeri itd.).

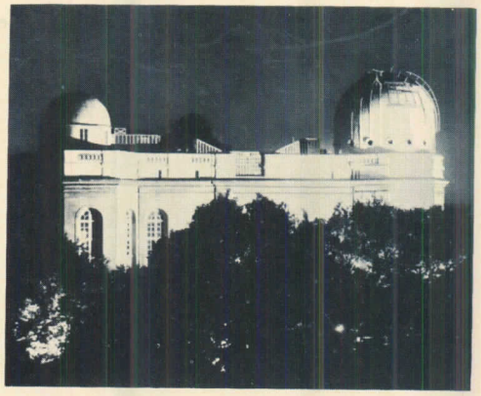
KRATKI ISTORIJSKI PODACI

Astronomija je, svakako, najstarija nauka i najviše je od svih nauka doprinela razvitku ljudske misli. Nastala iz potreba svakodnevnog života (merenje vremena, zemljoradnja, moreplovstvo) i straha prvobitnog čoveka pred veličanstvenim prirodnim pojavama, ona je ostala tesno vezana sa astrološkim sujeverjem sve do početka modernih vremena.

Stari narodi (Vavilonci, Grci, Egipćani, Kinezi) imali su samo rudimentarna astronomska znanja koja su se svodila na posmatranje nebeskih pojava vidljivih golim okom, najčešće u praktične ili religiozne svrhe. Autoritet Aristotela (Ἀριστοτέλης, IV vek pre n. e.) nametnuo je verovanje u nepomičnost Zemlje sve do početka modernih vremena. Najveći antički astronom-posmatrač bio je Hiparh (Hipparchos, kraj II veka pre n. e.). Njegovo delo poznajemo samo na osnovu spisa njegovog dalekog sledbenika Ptolemeja (Πτολεμαῖος, kraj II veka n. e.), koji će predstavljati autoritet tokom čitavog srednjeg veka, a čija je arapska verzija *Almagest* (IX vek) doprla do nas.

Klasična astronomija nastala je tokom XVI i XVII veka zahvaljujući Koperniku (Copernicus), koji je 1543. god. predložio sistem sveta, koji nosi njegovo ime, a u kome se Zemlja, kao i ostale planete, kreće oko Sunca nepomičnog u centru čitavog sistema. Kasnije, u periodu od 1609 – 1619. god., Kepler (Kepler) je ustanovio zakone kretanja planeta na osnovu posmatranja Tiho Brahea (Tycho Brache). U tom periodu je i Galilej (Galileo Galilei), jedan od tvoraca klasične mehanike, primenio prvi put na izučavanje neba durbin koji je sam pronašao, čineći tako mnogobrojna otkrića. Njutn (Newton) je 1687. god. definitivno ustanovio osnovne zakone klasične mehanike izvodeći Keplerove zakone, kao i zakone Galilejeve mehanike na osnovu principa univerzalne gravitacije, koji je njegovo ime učinio besmrtnim. Postalo je moguće objasniti njime pojavu plime i oseke, kao i precizno izračunati kretanje Meseca, planeta i kometa. Halej (Halley) je 75 godina unapred predvideo ponovnu pojavu komete koja danas nosi njegovo ime, a ta pojava je 1759. god. potvrdila važenje Njutnovog zakona i metoda nebeske mehanike. Ova nauka je tokom XVII i XVIII veka dovedena do visokog stepena savršenstva. Konačnu potvrdu dalo je 1846. god. otkriće planete Neptuna na mestu predviđenom računom. Ajnštajnova (Einstein) opšta teorija relativiteta donela je, doduše, samo malu numeričku korekciju rezultatima Njutnovog zakona, ali je zato izazvala kompletnu modifikaciju shvatanja o suštini gravitacije.

Astronomija je isprva dugo bila ograničena na Sunčev sistem i sporo se širila u domen zvezda. Godine 1715. Halej je konstatovao da zvezde nisu nepomične na nebeskom svodu, već imaju sopstveno kretanje. Heršel (Herschel) je ustanovio sopstveno kretanje Sunca u polju bliskih zvezda 1783. god., a 1803. god. otkrio je takozvane fizičke



Kupola Pariske opservatorije, osvetljene povodom V kongresa Međunarodne astronomske unije. *Fot. X.*

dvojne zvezde, koje se kreću oko zajedničkog težišta u skladu sa zakonom gravitacije. On je takođe prvi sagledao opšti oblik Mlečnog Puta — naše Galaksije.

Moderna astronomija, orijentisana na izučavanje zvezda i astrofiziku, počela se razvijati sredinom XIX veka zahvaljujući primeni fotografije u spektroskopiji. Ona se karakteriše primenom moćnih instrumenata (frapantan primer za ovo predstavljaju veliki američki teleskopi), kao i korišćenjem teorija, metoda i aparata fizike.

Među glavnim radovima toga perioda treba istaći:

1. Razvoj fotografije zvezda, što je dovelo do međunarodnog poduhvata stvaranja karte neba, početog 1887. godine. Dat je položaj 3 miliona zvezda. Primena fotografije u boji unela je u ovo važan novi elemenat.

2. Spektroskopski radovi na Harvardskoj opservatoriji, koji su u periodu od 1918. do 1924. god. doveli do objavljivanja *kataloga Henri Drepera* (Henry Draper). Ovaj katalog daje spektralni tip više od 225.000 zvezda. Radovi Morgana (Morgan) i njegove ekipe na Jerkskoj (Yerkes) opservatoriji omogućili su spektralnu klasifikaciju velikog broja zvezda.

3. Primena Dopler-Fizoovog (Doppler-Fizeau) efekta na merenje radijalnih brzina zvezda dovela je Pikeringa (Pickering) i Fogela (Vogel) 1889. godine do otkrića spektroskopskih dvojnih zvezda, kao i Struvea (Struve) do otkrića rotacije zvezda 1925. godine. Konstruisanjem Ferenbahove (Fehrenbach) prizme upoznat je znatno veći broj zvezda sa poznatim sopstvenim kretanjem.

4. Primena Zemanovog (Zeeman) efekta omogućila je otkriće magnetnog polja Sunčevih pega 1908. god., zatim je pomoću njega Hejl (Hale) 1913. god. otkrio globalno Sunčevo magnetno polje a Bebkok (Babcock) 1946. godine magnetno polje zvezda.

5. Razvoj istraživanja Sunca omogućen je konstrukcijom *spektroheliografa* 1892. god. (Hejl i Delandr [Deslandres]) i *koronografa* 1930. god. (Lio [Lyot]), kao i otkrićem radioelektričnog zračenja Sunca 1939. god. (Reber [Reber]), koje je prethodilo radanju radio-astronomije.

6. *Radio-astronomija*, koja je postala veoma važna grana astrofizike, dozvoljava izučavanje vasione na talasnim dužinama veoma različitim od optičkih (0,7 cm do 30 m umesto od 0,3μ do 0,8μ). Konstruisani su džinovski radio-teleskopi, kao, npr., onaj u Nanseju, Francuska. Jedan od najvećih uspeha radio-astronomije je ustanovljavanje oblika spiralnih grana Galaksije. Otkrića *kvazara* (1963), vrlo jakih izvora zračenja za koje se još uvek ne zna da li se nalaze u našoj Galaksiji ili su udaljene galaksije, otvara sasvim nove horizonte u našem saznavanju vasione.

7. Razvoj fizike zvezda, čije etape predstavljaju otkriće zvezda džinova i patuljaka oko 1910. god. (Hercšprung [Hertzsprung] i Rasl [Russell]), teorija ravnoteže i unutrašnjeg stanja zvezda oko 1920. god. (Edington [Eddington]), otkriće degenerisanog stanja materije u unutrašnjosti belih patuljaka 1926. god. (Fauler [Fowler]) i, najzad, otkriće nuklearnih reakcija, izvora zračne energije zvezda, 1938. god., (Bete [Bethe] i Vajczeker [Weicsäcker]) i zatim 1950. god. (Šacman [Schatzman]). Saznanja u toj oblasti obogaćena su otkrićem *neutronskih zvezda*, čije se unutrašnje temperature ne mere više milionima, nego milijardama stepeni, kao i postepenim razvitkom jedne prave »*neutronske astronomije*«.

8. Poznavanje strukture i veličine zvezdanog sistema, čije etape označavaju otkriće zvezdanih struja 1905. god. (Kaptajn [Kapteyn]) i prvo određivanje prečnika Galaksije 1917. god. (Šepli [Shapley]), zatim otkriće njene rotacije 1927. god. (Lindblad [Lindblad] i Ort [Oort]) i otkriće apsorpcije u međuzvezdanoj materiji 1930. god. (Trampler [Trumpler] i, najzad, otkriće ogromnog mnoštva galaksija (Habl [Hubble]) 1924. godine. Fenomen širenja vasione, konstatovan 1929. god., ispitivan je od 1936. god. do udaljenosti od 240 miliona svetlosnih godina (Habl, Hjumason [Humason]); istraživanje je od 1948. nastavljeno do znatno većih daljina uz pomoć teleskopa prečnika 5 m sa opservatorije Maunt Palomar, dok se danas u tu svrhu koriste kvazari.

9. Razvoj elektronske optike, počev od 1950. godine. Elektronski fotomultiplikatori omogućuju da se konstruišu krive svetlosti promenljivih zvezda sa izvanrednom tačnošću (od 0,01 zv. vel.), dok elektronska kamera Andre Lalemana (André Lallemand) omogućuje dobijanje fotografija svih vrsta sa sto puta većom efikasnošću od ranijih instrumenata.

U astronomiji se razlikuju četiri osnovne grane: *kosmografija, astrometrija, astrofizika* i *kosmogonija*.

a) DESKRIPTIVNA ASTRONOMIJA ILI KOSMOGRAFIJA. Ova grana astronomije svodi se na opis posmatranih nebeskih tela i fenomena, kao i na njihovo generalno objašnjenje.

b) ASTROMETRIJA. Ova grana astronomije izučava položaj i kretanje nebeskih tela. Osnovne matematičke metode kojima se služi su sferna astronomija i nebeska mehanika.

Sferna astronomija služi se samo u izuzetnim slučajevima pojmom daljine nebeskih tela; ona posmatra samo njihove projekcije na nebesku sferu neodređenog poluprečnika i određuje njihov položaj na njoj pomoću izvesnog broja koordinatnih sistema, čiji izbor zavisi od izučavanog problema: lokalne koordinate (zenitna daljina ili visina i azimut); zemaljske koordinate (geografska dužina i širina date tačke posmatranja na Zemlji); ekvatorijalne koordinate (rektascenzija i deklinacija ili polarna daljina), čije su vrednosti za datu zvezdu konstantne (bar u prvoj aproksimaciji); ekliptičke koordinate (ekliptička dužina i širina) za nebeska tela Sunčevog sistema čije vrednosti mogu biti geocentričke ili heliocentričke; galaktičke koordinate, merene počev od ekvatora naše Galaksije (galaktička dužina i širina).

Sferna trigonometrija omogućava da se izvrše sve potrebne transformacije i kombinacije među ovim različitim koordinatnim sistemima.

Položajna astronomija je važna grana astrometrije. Karakterističnom primenom opšte metode sukcesivnih aproksimacija, ona određuje koordinate zvezda na osnovu posmatranja iz opservatorija poznatog položaja, a takođe određuje geografske koordinate tačaka na Zemlji na osnovu izvesnog broja prethodno izračunatih koordinata zvezda. Problemi *astronomske navigacije* (pomorske ili vazdušne) spadaju, pre svega, u domen položajne astronomije. No najdelikatniji zadatak ove grane astronomije sastoji se, bez ikakve sumnje, u vrlo preciznom određivanju uniformnog vremena — ovo zbog nepravilnosti i složenosti svih kretanja koja posmatramo u vasioni. Tačno poznavanje malih varijacija položaja, ako se uzmu u obzir sistematske korekcije posmatranja (refrakcija, aberacija svetlosti, pomeranje osnovnih ravni referencije itd.), omogućuje određivanje malih *sopstvenih kretanja* zvezda. Za neke od njih ustanovljena je jedna periodična komponenta, sa jednogodišnjim periodom. Ona može biti samo posledica godišnjeg kretanja posmatrača sa Zemlje po eliptičnoj putanji oko Sunca. Iz analize ovog kretanja može se odrediti daljina zvezda izražena u funkciji dimenzija Zemljine putanje. Tako se može direktno meriti paralaksa izvesnih zvezda, njih 10.000 otprilike. Ovo je činjenica od bitne važnosti za astronomiju, jer je to omogućilo čoveku da pređe neposredno od dimenzija Sunčevog sistema na daljine najbližih zvezda.

Daljom analizom sopstvenih kretanja zvezda konstatovano je i osetno kretanje Sunčevog sistema u odnosu na susedne zvezde, u pravcu solarnog apeksa.

Nebeska mehanika bavi se, pre svega, kretanjem planeta oko Sunca, uzimajući u obzir svu složenost koju unose perturbacije usled uzajamne interakcije ovih nebeskih tela. Ova grana astronomije je u sadašnje vreme postigla vrlo visok stepen savršenstva i pored složenosti računa koji ona iziskuje. Napose, savršeno saznanje koje danas imamo o vrlo složenom kretanju Meseca dozvolilo je preciziranje definicije i merenja »uniformnog vremena«, koje figuriše u jednačinama mehanike.

Pojmovi opšte teorije relativiteta dozvolili su da se Njutnov zakon opšte gravitacije shvati kao prva aproksimacija, koja zahteva male ali nezanemarljive korektivne članove.

Nebesku mehaniku je takođe bilo moguće primeniti na grupe zvezda naše Galaksije, za koje su poznate daljine i sopstvena kretanja. Tako je bilo moguće konstatovati globalnu rotaciju Galaksije oko njenog centralnog jezgra i odrediti parametre ove rotacije sa dovoljnom preciznošću.

Isto tako, položajnoj astronomiji (i nebeskoj mehanici) možemo zahvaliti za poznavanje *mase zvezda*, na osnovu analiza orbita *dvojnih zvezda*. Bilo bi, dakle, netačno misliti da je spektakularni napredak astronomije tokom poslednjih decenija isključivo posledica primene teorija i otkrića savremene fizike.

c) ASTROFIZIKA. Najveći napredak ostvaren je u astrofizici jer je u toj oblasti razvoj teorija išao ukorak sa eksperimentalnim uspesima.

Kvantna teorija dozvolila je detaljno razumevanje mehanizma zračenja zvezda, sa njegovom stalnom igrom eksitacija, emisija, apsorpcija i sukcesivnih reemisija.

Zahvaljujući izvanredno preciznim merenjima ostvarenim u spektralnoj analizi i fotometriji, danas poznajemo uslove unutrašnje ravnoteže jedne zvezde mnogo bolje no odgovarajuće uslove u unutrašnjosti Zemlje. Teorijsko ispitivanje *termonuklearnih reakcija* i njihovo laboratorijsko ostvarenje omogućili su da se sa sigurnošću ustanovi izvor zvezdanog zračenja. Poznavanje novog stanja materije, degenerisanog stanja, koje se karakteriše fantastičnim gustinama, do na 1 milion, učinilo je da bolje poznajemo granice među trima stanjima materije: čvrstim, tečnim i gasovitim. Zar zvezde gustina najmanje 100 ne slede, bez ikakve sumnje, zakone idealnih gasova, napose zakone Mariota (Mariotte) i Gej-Lisaka (Gay-Lussac)?

Nasuprot tome, izučavanje veoma razređenih sredina *međuzvezdane kosmičke materije*, gde srednja gustina odgovara prisustvu jedva 2 ili 3 atoma po kubnom santimetru, što je mnogo manje od najsavršenijeg vakuuma ostvarivog u našim laboratorijima, dozvolilo je izučavanje zračenja materije razređene do tog stepena. Tada se javljaju spektralne linije neostvarive u laboratoriji, nazvane zbog toga *zabranjenim linijama*. Ove linije, zapravo, samo zahtevaju specijalne uslove da bi se pojavile. Odgovarajuća ekscitirana stanja atoma imaju tako dug život da se pri normalnim uslovima dezekscitiraju sudarom, a ne zračenjem. Tek visoki stepen razređenosti pruža zračenju šansu da se manifestuje.

Značajan napredak ostvaren je nedavno primenom instrumenata i metoda radio-astronomije, što omogućuje da se vasiona sagleda novim očima, naime, na talasnim dužinama sasvim različitim od talasnih dužina vidljive svetlosti. Ovaj postupak je napose učinio »vidljivim« oblake međuzvezdane materije u spiralnim granama naše Galaksije, što je omogućilo da se napravi njena karta, koja se usavršava iz dana u dan.

d) KOSMOGONIJA. Kosmogonija ima za cilj proučavanje razvoja vasione od prostog ka složenom: nastanak i starost Zemlje, nastanak Sunčevog sistema, razvoj Sunca i zvezda, nastanak galaksija i opšti razvoj vasione.

Relativistički pojmovi igraju veliku ulogu u izučavanju ovog globalnog ponašanja kojim dominira fenomen *širenja vasione*.

SFERNA ASTRONOMIJA I ASTROMETRIJA

1. — **OPŠTI POJMOVI**. Ako se ne uzmu u obzir tela Sunčevog sistema (Sunce, planete, Mesec, komete, meteori itd.), nebeska sfera se prividno kreće *ravnomernim* rotacionim kretanjem. Zvezde i ostala tela na nebu koja ne pripadaju Sunčevom sistemu mogu se smatrati nepokretnim svetlim tačkama »pričvršćenim« na unutrašnju površinu sfere beskonačnog poluprečnika. Njihovi uzajamni položaji nezavisni su od položaja posmatrača 0 na Zemlji i položaja Zemlje na putanji kojom se kreće oko Sunca. Nepokretnosti zvezda na nebeskoj sferi odgovara nepromenljivost oblika koje one obrazuju na nebeskom svodu. Jedino kretanje koje za sada razmatramo je dnevno kretanje nebeske sfere oko fiksirane ose PP′, koje se naziva *svetska osa*. Trajanje jednog obrta naziva se *zvezdanim danom*, koji traje za oko 4 minuta kraće od *srednjeg sunčanog dana*. Sve ovo je istina samo u prvoj aproksimaciji. U stvari, u prirodi nema strogo fiksiranog položaja, strogo nepromenljivog ugla ili ose. Zapravo, ove promene predstavljaju glavno interesovanje u astronomiji i doprinose specifičnim teškoćama ove nauke.

Koordinatni sistemi

2. — **UOBIČAJENI KOORDINATNI SISTEM**. Koordinatni sistemi koji se koriste u astronomiji mogu biti samo sistemi sferičnih koordinata, u kojima samo pravci, ali ne i udaljenosti zvezda, dolaze do izražaja. Kod tih sistema centar koordinata je neodređen. Može se proizvoljno smatrati da se on poklapa sa posmatračem, centrom Zemlje ili centrom Sunca. Nasuprot tome, u astronomiji Sunca i u astrofizici, daljina između posmatrača i posmatranog tela predstavlja bitan elemenat, te položaj centra koordinata, naročito u prvom slučaju, mora biti određen (geocentričke ili heliocentričke koordinate). Za definisanje sfernih koordinata (x, y) neke zvezde E, mora biti zadana polarna osa OP, ekvatorijalna ravan normalna na nju, osnovni pravac OM u toj ravni i smer u kome se koordinata x računa počev od toga pravca; koordinata se računa, uopšte uzev, počevši od tačke u ekvatorijalnoj ravni I, koja se nalazi u preseku ove ravni i ravni (OPE).

Zemaljski posmatrač raspolaže u osnovi dvema osama koje mu dozvoljavaju da definiše dva glavna sistema koordinate:

1. *lokalna vertikala* i na nju normalna ravan, *horizont*, koji definišu *horizontni koordinatni sistem;*

2. *svetska osa* i na nju normalna ravan, *nebeski ekvator*, koji definišu *ekvatorijalni koordinatni sistem*.

Postoje još dve moguće ekvatorijalne ravni kojima odgovaraju drugi koordinatni sistemi, naime:

— ravan *ekliptike*, u kojoj leži stvarna putanja Zemlje oko Sunca. To je istovremeno i ravan u kojoj Sunce vrši svoje prividno kretanje oko Zemlje: *ekliptički koordinatni sistem*. Ravan ekliptike zaklapa sa ravni nebeskog ekvatora skoro konstantan ugao od 23°27′;

— srednja ravan *Galaksije* ili, što je isto, srednja ravan Mlečnog Puta: *galaktički koordinatni sistem*. Naravno, ovi različiti koordinatni sistemi nisu nezavisni jedni od drugih: osnovni pravac jednog

sistema obično je presek osnovne ravni toga sistema sa osnovnom ravni jednoga od ostalih sistema (osim ako ne posmatramo ravan dveju polarnih osa). U vezi s tim javljaju se dve vrste problema:

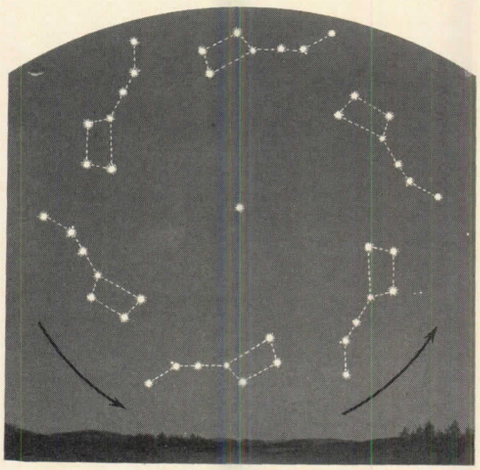
a) transformacija koordinata jednog sistema u drugi sistem koji je sa ovim u vezi;

b) istovremena upotreba koordinata koje pripadaju dvama sistemima.

U oba slučaja, rešenje se dobija pomoću formula sferne trigonometrije.



Prividno kretanje nebeske sfere oko nebeskog pola.



Prividno kretanje Velikog Medveda oko pola.

3. — **HORIZONTNI KOORDINATNI SISTEM.** Referentna ravan je horizont HH′, polarna osa je vertikala ZZ′, osnovni pravac u ravni horizonta dobija se presekom sa vertikalnom ravni, meridijanskom, koja sadrži svetsku osu OP, naime OH (v. sledeći sistem).

Horizontne koordinate koje odgovaraju datom pravcu zvezde E su:

– azimut A, koji se računa od 0° do 360° od juga prema zapadu, polazeći od meridijana;

– zenitna daljina ζ, koja se računa od 0° do 180°, počev od zenita Z, ili visina h, koja se računa od 0° do + 90°, počev od tačke I na preseku ravni horizonta i ravni (OZ, OE):

$$\zeta = ZE; \quad h = IE.$$

4. – **EKVATORIJALNI KOORDINATNI SISTEM.** Polarna osa je svetska osa PP′, a referentna ravan je nebeski ekvator.

Kao osnovni pravac u ovoj ravni može se uzeti:

— bilo presek QQ′ ekvatorijalne ravni meridijana POZ (v. prethodni sistem);

– bilo presek Oγ ekvatorijalne ravni i ravni ekliptike.

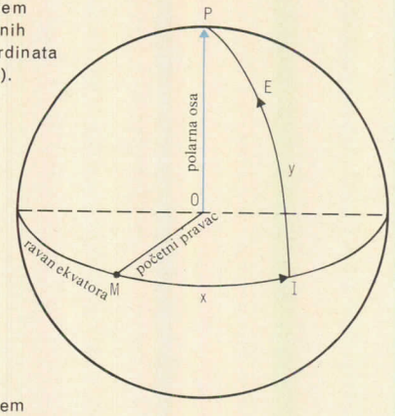
Zajednička koordinata u oba slučaja je deklinacija δ = JE zvezde E, koja se broji od 0° do + 90° od nebeskog ekvatora, počev od tačke J, koja se nalazi na preseku ravni ekvatora i ravni (OP. OE), sve do *deklinacionog kruga* zvezde, koji je, u stvari, prividna putanja koju zvezda opisuje u dnevnom kretanju. Deklinacija date zvezde E je u prvoj aproksimaciji konstantna. Ponekad se uzima njoj komplementarna veličina, *polarna daljina p*, koja odgovara luku PE, i koja se broji od 0° do 180°, počev od P.

Druga koordinata je:

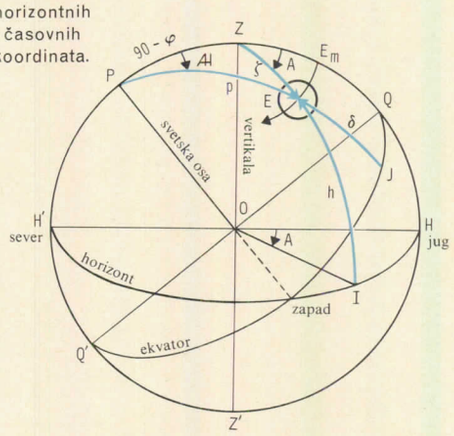
a) U prvom slučaju, dijedarski ugao brida OP, čije su strane vertikalna ravan meridijana POZ i ravan PEJ, koja se naziva *časovnom ravni* zvezde. Ova veličina nazvana *časovnim uglom* AH broji se od 0 do 24 časa počevši od *gornjeg* prolaza E_m zvezde E kroz meridijan, a u pravcu dnevnog kretanja. To je, u suštini, *lokalna* koordinata, tj. njena vrednost varira sa mestom posmatranja.

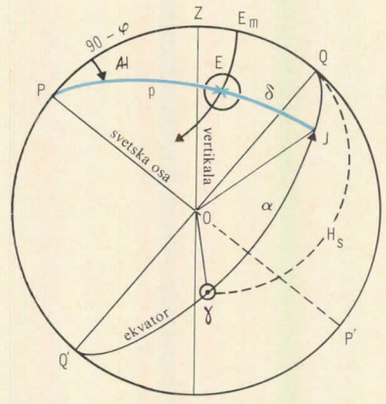
b) U drugom slučaju, ekvatorijalni luk $\gamma J = \alpha$ između pravca tačke γ i ekvatorijalnog traga J časovnog ugla tačke γ. Ova veličina se naziva *rektascenzija* zvezde i broji se od 0 do 24 časa, počev od tačke γ, ali u smislu suprotnom od dnevnog kretanja. Pošto tačka γ učestvuje u dnevnom kretanju isto kao i zvezda E, rektascenzija α zvezde (kao i njena deklinacija δ) u prvoj aproksimaciji je konstantna za datu zvezdu. Veličine α i δ nazivaju se *ekvatorijalnim koordinatama* E, dok skup AH i δ čini sistem *časovnih koordinata*.

Sistem sfernih koordinata (x, y).

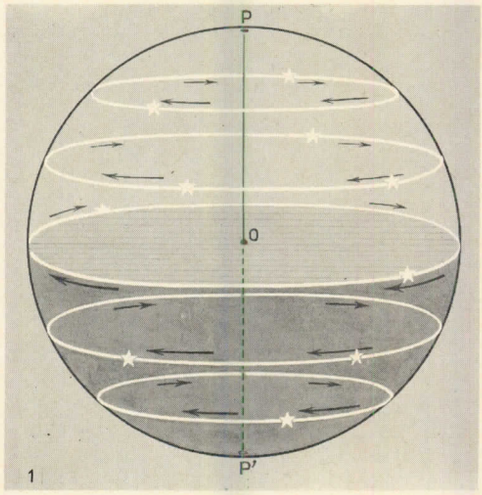


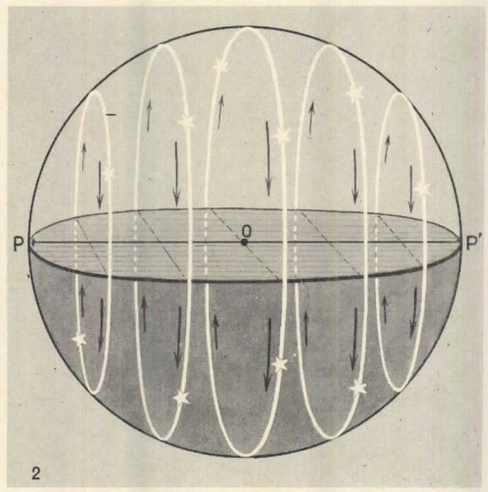
Sistem horizontnih i časovnih koordinata.

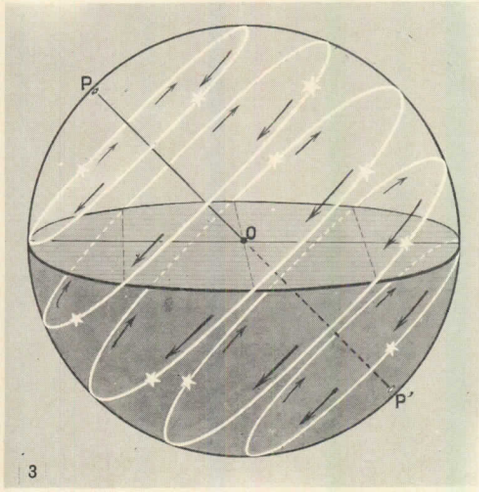




Sistem ekvatorijalnih koordinata (zvezdani čas).







Prividno kretanje neba: na polu (1), na ekvatoru (2), na 45° geografske širine (3).

N a p o m e n a. U astronomiji se uglovi računaju ili u *lučnim* stepenima, minutama i sekundama (seksagezimalnim), ili u časovima, minutama i sekundama, tzv. *vremenskim*, mada u stvari, ovde nije reč o vremenu. To je jedinica za merenje ugla, takva da je

$$1^h = 15^\circ, \qquad 1^m = 15', \qquad 1^s = 15''.$$

Radi olakšanja ove transformacije i njoj inverzne, postoje tablice.

5. – **ZVEZDANI ČAS**. U prvoj aproksimaciji uzima se da se dnevno kretanje vrši za 24 zvezdana (sideralna) časa, koji čine jedinicu vremena.

Ovo zvezdano vreme ne treba brkati sa *srednjim sunčanim vremenom*, po kome se podešava naš svakodnevni život. *Zvezdani dan* je kraći od srednjeg sunčanog dana za otprilike 3 mn 56 s, tj. grubo uzev, za 1/365 deo od 24 časa, što znači da zvezde svakog dana izlaze sa 3 mn 56 s prednosti u odnosu na naše obične časovnike. U datom mestu naziva se *zvezdanim časom* H_s časovni ugao tačke γ, tj. luk $O\gamma$. Za zvezdu rektascenzije α, u datom trenutku i na datom mestu ima se odnos

$$H_s - \text{Ч} = \alpha \qquad \text{(I, 1)}$$

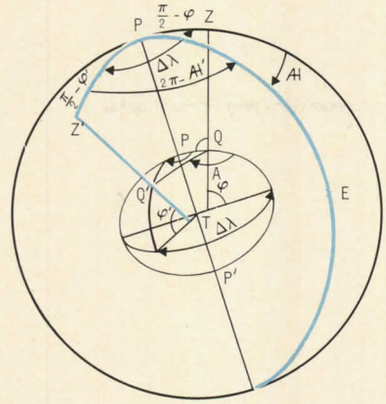
koji treba smatrati osnovnim.

U trenutku prolaza kroz meridijan zvezde E rektascenzije α, ima se po definiciji $\text{Ч} = 0$, a odatle sledi sledeća osobina koja leži u osnovi meridijanskog određivanja časa: *u trenutku prolaza kroz meridijan zvezde rektascenzije* α, *lokalni zvezdani časovnik treba da pokazuje čas* α, što je očevidno prost način »doterivanja« zvezdanog časovnika po lokalnom vremenu, pod uslovom da je α unapred poznato. Najčešće se koordinata Ч smenjuje izrazom u zagradi $(H_s - \alpha)$.

6. – **UVOĐENJE GEOGRAFSKIH KOORDINATA MESTA POSMATRANJA**. Ako se zamisli Zemlja u unutrašnjosti nebeske sfere, lako će se ustanoviti prosti zakoni koji povezuju ekvatorijalne i časovne koordinate sa zemaljskim geografskim koordinatama, čak i ako se uzme u obzir elipsoidalni oblik Zemlje:

– geografska širina φ nekog mesta Q na Zemlji je ugao koji vertikala QZ zaklapa sa zemaljskom ekvatorijalnom ravni; ova ravan se poklapa sa nebeskom ekvatorijalnom ravni. Drugim rečima, geografska širina φ jednog mesta jednaka je visini pola iznad horizonta toga mesta;

– dijedarski ugao sa bridom TP, koji zaklapaju ravni meridijana dvaju mesta na Zemlji Q i Q′, čije su geografske širine φ i φ' a zeniti Z i Z′, naziva se *razlikom geografskih dužina* $\Delta\lambda$ ovih dvaju mesta. Na Zemlji se bira jedinstveni početni meridijan koji se poklapa (u prvoj aproksimaciji) sa meridijanom stare opservatorije u Griniču. Mesta zapadno od ovog meridijana imaju pozitivnu geografsku dužinu, a istočno – negativnu.

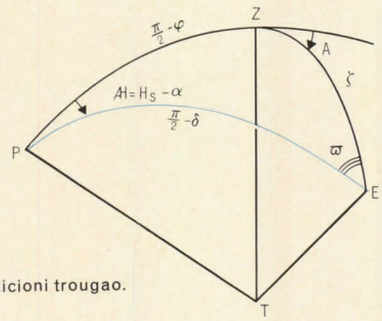


Uvođenje geografskih koordinata (širine i dužine) i zemaljski azimut.

Razlika geografskih dužina tačaka Q i Q′ jednaka je razlici časovnih uglova Ч i Ч′ iste zvezde E posmatrane iz dvaju mesta u *istom fizičkom trenutku*. Postoji direktna korespondencija između definicije astronomskog azimuta A i azimuta zemaljskog pravca QQ′. Drugim rečima, $\Delta\lambda$ je jednako razlici lokalnih zvezdanih časova u tim mestima u istom fizičkom trenutku. Isto bi bilo i sa razlikom časova srednjeg Sunčanog vremena: razlika dužina je, u stvari, *ugao;* srednje Sunčano vreme i zvezdano vreme odnose se na objekte koji se kreću različitim uglovnim brzinama, ali u oba slučaja, bez obzira na to da li se radi o zvezdanom ili srednjem Sunčanom vremenu, periferija kruga je podeljena na 24 časa, čas na 60 minuta itd.

7. – **POZICIONI TROUGAO**. Većina problema vezanih za upotrebu i transformacije sfernih koordinata u astronomiji svodi se na rešavanje tzv. *pozicionog* trougla metodama sferne trigonometrije Vrhove toga trougla čine zenit Z, pol P i nebesko telo E (rektascenzije α i deklinacije δ).

Elementi ovog trougla su:



Pozicioni trougao.

uglovi
- u P: časovni ugao $\text{Ч} = H_s - \alpha$
- u Z: ugao π — A, gde je A azimut
- u E: ugao kod nebeskog tela ϖ, u opštem slučaju nepoznat.

strane
- ZE: zenitna daljina $\zeta = \frac{\pi}{2} - h$ gde je h visina nebeskog tela iznad horizonta
- ZP: komplement geogr. širine $\frac{\pi}{2} - \varphi$ (kolatituda)
- PE: polarna daljina $\frac{\pi}{2} - \delta$

8. – **OSNOVNE FORMULE SFERNE TRIGONOMETRIJE**. Sferni trougao je trougao na površini sfere i sačinjavaju ga *tri luka velikog kruga*: krivolinijski trougao koji obrazuju dva luka meridijana sa lukom uporednika nije sferni trougao. Formule sferne trigonometrije analogne su formulama ravne trigonometrije. One se suštinski razlikuju činjenicom da strane a, b, c ulaze u ove formule preko svojih trigonometrijskih funkcija, na isti način kao i uglovi A, B, C. Svakom trouglu ABC odgovara *suplementarni* (1) trougao, u kome je svaki elemenat (strana ili ugao) zamenjen svojim suplementom. U astronomiji se posmatraju samo takvi sferni trouglovi čiji su svi elementi manji od 180°, što znači da su *sinusi* tih elemenata uvek pozitivni.

Sve formule sferne trigonometrije izvode se *elementarnim* trigonometrijskim transformacijama iz jedne od njih, nazvane *osnovna formula*. Ova se može izvesti polazeći od ravne trigonometrije. Neka je dat sferni trougao ABC na sferi jediničnog poluprečnika. Neka su AM i AN tangente na lukove AB i AC u tački A. Ako su MN tačke u kojima one presecaju OB i OC, ima se u *ravnim* trouglovima MAN i MON.

$$\overline{MN}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{AN}^2 - 2\overline{AM}\cdot\overline{AN}\cos A = \overline{OM}^2 + \overline{ON}^2 - 2\overline{OM}\cdot\overline{ON}\cdot\cos a.$$

S druge strane, na sferi jediničnog poluprečnika ima se,

$$AM = \operatorname{tg} c,\ OM = \frac{1}{\cos c},\ \overline{AM}^2 = \overline{OM}^2 - 1,$$

$$AN = \operatorname{tg} b,\ ON = \frac{1}{\cos b},\ \overline{AN}^2 = \overline{ON}^2 - 1.$$

Smenom se dobija formula

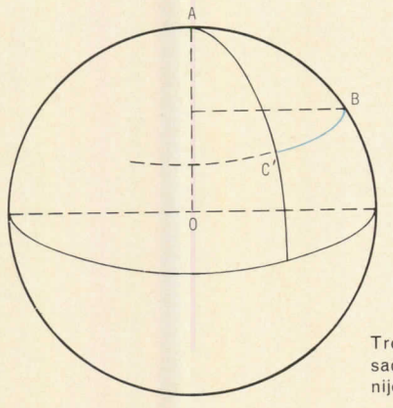
$$\cos a = \cos b\cdot\cos c + \sin b\cdot\sin c\cdot\cos A. \qquad \text{(I, 2)}$$

Naravno, postoje tri formule analogne gornjoj, kao i tri druge, dobijene razmatranjem suplementarnog trougla.

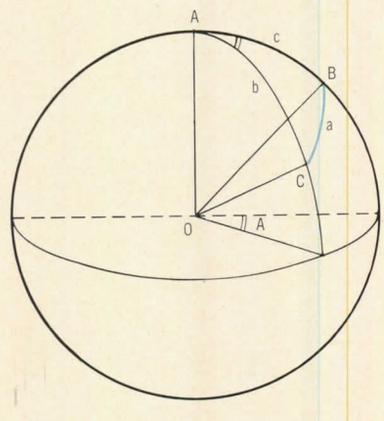
a) Analogija sinusa. Iz (I, 2) dobija se

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b\cdot\cos c}{\sin b\cdot\sin c}.$$

(1) Sferna trigonometrija se takođe primenjuje i na račun trijedara.

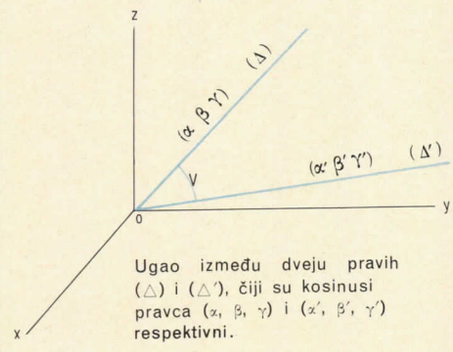


Sferni trougao.



Trougao ABC je sferni trougao.

Trougao ABC′, koji sadrži luk uporednika, nije sferni trougao.



Ugao između dveju pravih (△) i (△′), čiji su kosinusi pravca (α, β, γ) i (α′, β′, γ′) respektivni.

Zahvaljujući prostim transformacijama, može se pisati

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a}=\frac{1}{\sin^2 a}\left[1-\left(\frac{\cos a-\cos b\cdot\cos c}{\sin b\cdot\sin c}\right)^2\right]$$
$$=\frac{1-\cos^2 a-\cos^2 b-\cos^2 c+2\cos a\cdot\cos b\cdot\cos c}{\sin^2 a\cdot\sin^2 b\cdot\sin^2 c}.$$

Na osnovu simetričnog oblika ove relacije i činjenice da su sinusi svih razmatranih elemenata pozitivni, dobija se

$$\text{(I, 3)}\qquad \frac{\sin A}{\sin a}=\frac{\sin B}{\sin b}=\frac{\sin C}{\sin c},$$

formula koja podseća svojim oblikom na sinusnu relaciju trigonometrije u ravni.

b) Formula sinus-kosinus. Pišući sukcesivno cos a i cos b na osnovu (I, 2) dobija se smenom

$$\text{(I, 4)}\quad \sin a\cdot\cos B=\cos b\cdot\sin c-\sin b\cdot\cos c\cdot\cos A.$$

Ima šest relacija analognih ovoj ovde.

c) Bordine (Borda) formule koje se računaju pomoću logaritama. Računajući $\frac{1-\cos A}{1+\cos A}$ i označivši

$$a+b+c=2s$$

dobijamo, na osnovu transformacija sličnih onima koje su korišćene za dobijanje odgovarajuće formule ravne trigonometrije,

$$\text{(I, 5)}\qquad \operatorname{tg}^2\frac{A}{2}=\frac{\sin(s-b)\cdot\sin(s-c)}{\sin S\cdot\sin(s-a)}.$$

Na sličan način dobijaju se formule koje daju $\sin^2\frac{A}{2}$ i $\cos^2\frac{A}{2}$. Postoje i druge analogne kombinacije koje su našli Delambr (Delambre) i Neper (Neper). Pri računanju svih ovih formula upotrebljavaju se logaritmi.

d) Formula sfernog pravouglog trougla. Ako se stavi $A=\frac{\pi}{2}$ u sve prethodne formule, dobija se sledeća grupa:

$$\text{(I, 6)}\qquad\begin{aligned}
&\cos a=\cos b\cdot\cos c=\operatorname{cotg} B\cdot\operatorname{cotg} C,\\
&\sin b=\sin a\cdot\sin B=\operatorname{cotg} C\cdot\operatorname{tg} c,\\
&\sin c=\sin a\cdot\sin C=\operatorname{cotg} B\cdot\operatorname{tg} b,\\
&\cos B=\sin C\cdot\cos b=\operatorname{cotg} a\cdot\operatorname{tg} c,\\
&\cos C=\sin B\cdot\cos c=\operatorname{cotg} a\cdot\operatorname{tg} b,
\end{aligned}$$

e) Sferni pravougli trougao sa vrlo malom stranom. Dat je prav ugao A i jedan od oštrih uglova B, za koji se pretpostavlja da je vrlo mali: četvrti stepen veličine toga ugla, izražene u radijanima, može se zanemariti. Definišimo

$$\operatorname{tg}^2\frac{B}{2}=x=\frac{1-\cos B}{1+\cos B};\ \text{odatle je}\ 1-\cos B=\frac{2x}{1+x}.$$

Polazeći od treće i prve među relacijama (I, 6),

$$\sin c=\sin a\cdot\sin C,$$
$$\cos c=\cos a\cdot\frac{1}{\cos b}$$

te, uzimajući odnos levih i desnih strana ovih jednačina respektivno, dobijamo

$$\operatorname{tg} c=\operatorname{tg} a\cdot\sin C\cdot\cos b,$$

ili

$$\operatorname{tg} c=\operatorname{tg} a\cdot\cos B.$$

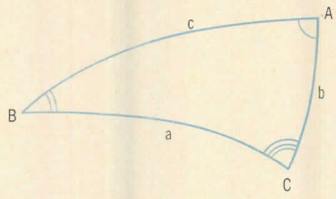
Tako se dobija

$$\operatorname{tg}(a-c)=\frac{\operatorname{tg} a-\operatorname{tg} c}{1+\operatorname{tg} a\cdot\operatorname{tg} c}=\frac{\operatorname{tg} a\,(1-\cos B)}{1+\operatorname{tg}^2 a\cdot\cos B}=$$
$$=\frac{2x\cdot\operatorname{tg} a}{(1+x)+(1-x)\operatorname{tg}^2 a}$$

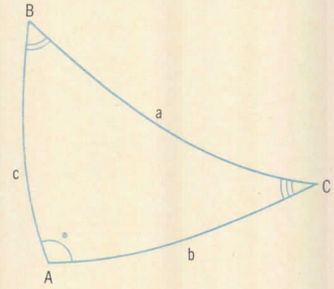
ili

$$\operatorname{tg}(a-c)=\frac{x\cdot\sin 2a}{1+x\cdot\cos 2a},$$

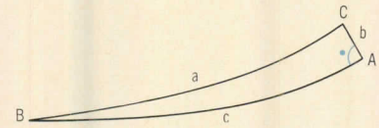
$$a-c=\operatorname{arc tg}\frac{x\cdot\sin 2a}{1+x\cdot\cos 2a};$$



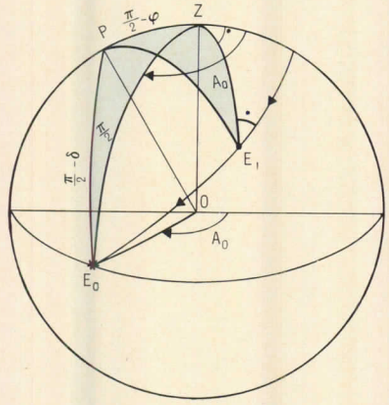
Proizvoljan sferni trougao.



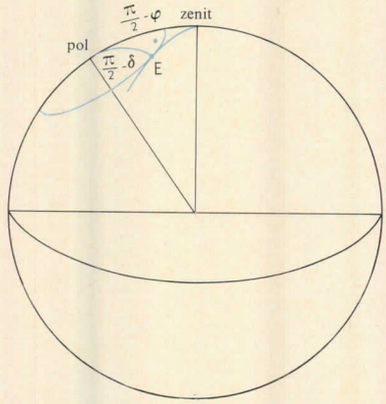
Sferni trougao sa pravim uglom u A.



Sferni trougao sa pravim uglom u A, sa vrlo malom stranom b i malim odgovarajućim uglom B.



Zvezda na zalasku E_0.
Zvezda u prolasku kroz prvi vertikal E_1.



Cirkumpolarna zvezda E u svojoj maksimalnoj elongaciji.

odakle se dobija, standardnim razvijanjem u red,

$$\text{(I, 7)}\quad a-c=\sin 2a\cdot\operatorname{tg}^2\frac{B}{2}-\frac{1}{2}\sin 4a\cdot\operatorname{tg}^4\frac{B}{2}+\ldots$$

Na taj način razlika (a—c) predstavlja veličinu drugog reda po B, a i samo B često može biti zanemareno. Ovaj razvoj poznat je pod imenom *Lagranževog razvoja* (Lagrange). On se vrlo često koristi u astronomiji. U opštem slučaju primenjuje se kada su dve veličine a i c veoma bliske i povezane među sobom relacijom

$$\operatorname{tg} c=\varepsilon\operatorname{tg} a;$$

gde je ε veličina bliska 1.

Ako stavimo

$$x=\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}$$

gde je x takođe mala veličina, može se pisati

$$\text{(I, 7 bis)}\qquad a-c=x\cdot\sin 2a-\frac{x^2}{2}\cdot\sin 4a+\ldots$$

f) Diferenciranje osnovne formule. Polazeći od formule

$$\cos a=\cos b\cdot\cos c+\sin b\cdot\sin c\cdot\cos A$$

dobija se diferenciranjem

$$\begin{aligned}-\sin a\cdot da=&(-\sin b\cdot\cos c+\\&+\cos b\cdot\sin c\cdot\cos A)\,db+(-\sin c\cdot\cos b+\\&+\cos c\cdot\sin b\cdot\cos A)\,dc\\&-\sin b\cdot\sin c\cdot\sin A\cdot dA.\end{aligned}$$

Na osnovu formule *sinus-kosinus* (I, 4), dve veličine u zagradama imaju vrednosti

$$\sin a\cdot\cos C\ \text{i}\ \sin a\cdot\cos B$$

respektivno, a odatle deleći oba člana sa sin a,

$$\text{(I, 8)}\quad da=db\cdot\cos C+dc\cdot\cos B+dA\begin{cases}\sin b\cdot\sin C,\\ \sin c\cdot\sin B.\end{cases}$$

Ova formula se mnogo koristi u astronomiji. Ona leži u osnovi većine metoda astronomske navigacije (pomorske i vazdušne), kao i izvesnih metoda položajne astronomije, napose metoda jednakih visina.

Za složenije probleme mogu se izvesti i druge diferencijalne formule.

9. – PRIMENA FORMULA SFERNE TRIGONOMETRIJE U ASTRONOMIJI.

a) Primena osnovne formule na pozicioni trougao vidi (I, 2). Ova relacija se piše

$$\text{(I, 9)}\quad \cos\zeta=\sin\delta\cdot\sin\varphi+\cos\delta\cdot\cos\varphi\cdot\cos(H_S-\alpha)$$

ili

$$\text{(I, 10)}\quad \sin\delta=\cos\zeta\cdot\sin\varphi+\sin\zeta\cdot\cos\varphi\cdot\cos A.$$

Za nebesko telo E sa poznatim ekvatorijalnim koordinatama α i δ računa se:

– zvezdani čas izlaska ili zalaska toga tela koji odgovara položaju E_0, stavivši $\zeta=\frac{\pi}{2}$;

$$\text{(I, 11)}\qquad \cos(H_s-\alpha)=-\operatorname{tg}\delta\cdot\operatorname{tg}\varphi.$$

Diskusija ove formule omogućava neposredno nalaženje klasičnih elemenata koji se odnose na promenu trajanja dana u funkciji geografske širine i godišnjeg doba, pošto deklinacija Sunca varira od + do – 23° 27′ između dva solsticija;

– zenitna daljina nebeskog tela u trenutku njegovog prolaza E_1 kroz prvi vertikalni krug, stavivši $A=\frac{\pi}{2}$. Ima se

(I, 12) $$\cos\zeta=\frac{\sin\delta}{\sin\varphi}.$$

Ovo se može desiti samo ako je $\delta<\varphi$, tj. ako zvezda dostiže kulminaciju između horizonta i zenita.

b) Primena sinusne relacije. Ova relacija se piše

(I, 13) $$\frac{\cos\delta}{\sin A}=\frac{\cos\varphi}{\sin\varpi}=\frac{\sin\zeta}{\sin(H_s-\alpha)}.$$

Lako se dobija:

— zvezdani čas i azimut maksimalne elongacije, ako do ove dolazi (ugao ϖ je prav). Ovo se može desiti samo ako je $\delta>\varphi$; takve zvezde imaju gornju kulminaciju između zenita i pola (cirkumpolarne zvezde).

Ima se

(I, 14) $$\sin(H_s-\alpha)=\frac{\sin\zeta}{\cos\varphi},$$

(I, 15) $$\sin A=\frac{\cos\delta}{\sin\varphi};$$

— zvezdani čas u momentu prolaza nebeskog tela kroz prvi vertikalni krug:

(I, 16) $$\sin(H_s-\alpha)=\frac{\sin\varphi}{\cos\delta}.$$

N a p o m e n a. Interesantno je izračunati varijacije azimuta izlaska (ili zalaska) nebeskog tela promenljive deklinacije: takav je slučaj sa Suncem ($\delta = 0$ u trenutku ekvinokcija i

$$\delta=\pm 23°27'$$

u trenutku solsticija).

• *U trenutku ekvinokcija*, ako se u (I, 11) i u (I, 13) stavi

$$\operatorname{tg}\delta=0,\ \cos\delta=1,\ \sin\zeta=1,$$

dobija se

$$H_s-\alpha=\frac{\pi}{2},\quad A_0=\frac{\pi}{2}.$$

Izlazak i zalazak Sunca leže tačno na istoku i zapadu ma kakvo bilo φ.

• *U trenutku solsticija*, rezultat zavisi od geografske širine φ. Izračunajmo, primera radi, azimut zalaska Sunca na dan letnjeg solsticija za geografsku širinu Pariza ($\varphi = 48° 50'$).

Ima se

$$\log\operatorname{tg}\varphi=1{,}94171,\quad \log\cos\delta=1{,}96256,$$
$$\log\operatorname{tg}\delta=\bar{1}{,}63726;$$

prema (I, 11)

$$\log\cos(H_s-\alpha)=\bar{1}{,}94171+\bar{1}{,}63726=\bar{1}{,}57897,$$
$$H_s-\alpha=22°\,17'\,30'',\ \log\sin(H_s-\alpha)=\bar{1}{,}96627$$

a prema (I, 13)

$$\log\sin A_0=\bar{1}{,}96256+\bar{1}{,}96627=1{,}92883;$$

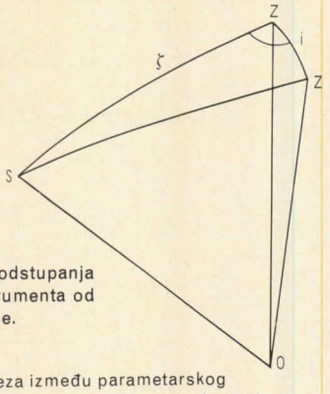
odakle

$$A_0=58°\,5'.$$

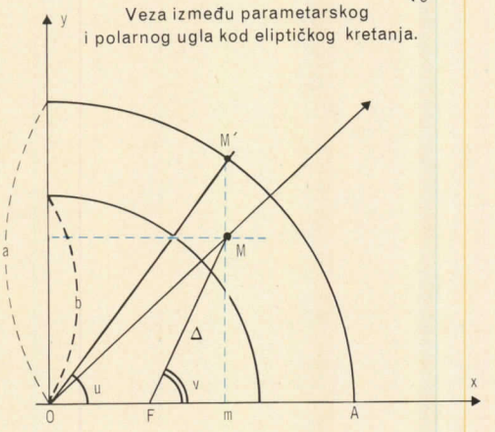
Sunce ne zalazi tačno na zapadu, već za 31° 55′ ka severu. Simetričan rezultat dobija se za zimski solsticij. Između dva solsticija postoji, dakle, u Parizu odstupanje od 63° 50′ među mestima izlaska ili zalaska Sunca. Tako se, dakle, samo približno može reći da Sunce »izlazi na istoku i zalazi na zapadu«. Sve što bi se u stvari moglo reći je: prema istoku (ili zapadu). Razlika je znatno veća na većim geografskim širinama: iznad polarnog kruga Sunce povremeno ne izlazi niti zalazi.

c) Primena Bordinih formula. Ove formule omogućavaju određivanje azimuta ili zvezdanog časa za posmatranu daljinu, na osnovu formula za čije se izračunavanje koriste logaritmi.

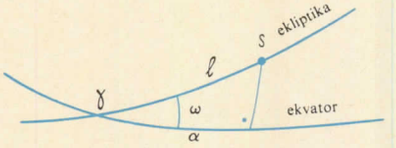
Stavivši $\varphi+\delta+\zeta=2s$



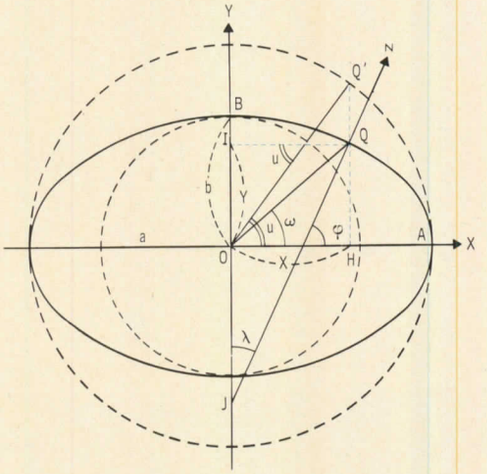
Greška usled odstupanja glavne ose instrumenta od vertikale.



Veza između parametarskog i polarnog ugla kod eliptičkog kretanja.



Redukcija prividnog ekliptičkog kretanja Sunca na ekvator.



Veza između geografske širine φ i geocentričke širine ω.

dobija se

(I, 17) $$\operatorname{tg}^2\frac{A}{2}=\frac{\cos s\cdot\cos(s-\delta)}{\cos(s-\zeta)\cdot\cos(s-\varphi)}.$$

Na osnovu ove formule mogu se dobiti

$$\left(\text{stavivši } \delta=23°\,27',\ \varphi=48°\,50' \text{ i } \zeta=\frac{\pi}{2}\right)$$

rezultati dobijeni u prethodnom stavku:

(I, 18) $$\operatorname{tg}^2\frac{H_s-\alpha}{2}=\frac{\sin(s-\varphi)\cdot\sin(s-\delta)}{\cos s\cdot\cos(s-\zeta)}.$$

d) Primena diferencijalne formule (I, 8). U opštem slučaju, ekvatorijalne koordinate α i δ posmatranog nebeskog tela E poznate su sa velikom tačnošću. To nije slučaj ni sa geografskom širinom φ mesta posmatranja, ni sa zvezdanim časom H_s ovog posmatranja. Ako se posmatra zenitna daljina ζ, greška za ovu veličinu nastala kao posledica grešaka u određivanju pomenutih dveju veličina biće data izrazima

(I, 19) $$d\zeta=\cos A\cdot d\varphi+15\cos\varphi\cdot\sin A\cdot dH_s.$$

(Faktor 15 je posledica činjenice da se $d\varphi$ najčešće izražava u lučnim sekundama, a dH_s u vremenskim sekundama).

Formula (I, 19) se koristi u opštoj metodi *visinskih pravih*, koja je najopštija metoda pomorske i vazdušne navigacije.

e) Primena Lagranževog razvoja.

• Ako glavna osa OZ′ instrumenta odstupa za malu veličinu i od vertikale u pravcu normalnom na pravac viziranja ZS, onda ta okolnost unosi u zenitnu daljinu ζ grešku reda i^2, a to se u opštem slučaju može zanemariti ako je instrument dobro postavljen.

• Ako se nebesko telo M kreće po eliptičkoj putanji oko žiže F, obično se sa Δ označava radijus-vektor FM, sa u parametarski ugao elipse koji odgovara tački M′ glavnog kruga elipse, iste apscise Om kao i tačka M, sa v polarni ugao tačke M u odnosu na F. Sva nebeska tela Sunčevog sistema imaju eliptične putanje malog ekscentriciteta e, što opravdava razvoj u redu po rastućim stepenima ove veličine. Ako su a i b ose elipse, onda je

$$e^2=\frac{a^2-b^2}{a^2}.$$

Keplerova jednačina daje kretanje planeta u funkciji parametarskog ugla u, što nije neposredno upotrebljivo. Stoga treba izraziti polarni ugao v pomoću parametarskog ugla u, koristeći razvoj po rastućim stepenima e. Po klasičnim formulama elipse, dobija se konačan rezultat,

$$\operatorname{tg}\frac{v}{2}=\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\cdot\operatorname{tg}\frac{u}{2}.$$

Postavljajući

$$\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}=\frac{1-x}{1+x},$$

izvodi se

$$x=\frac{1-(1-e^2)^{1/2}}{e}=-\frac{e}{2}-\frac{e^3}{8}+\dots$$

te, primenom Lagranževog razvoja,

(I, 20) $$v=u+e\cdot\sin u+\frac{e^2}{4}\sin 2u+\frac{e^3}{4}\left(\sin u+\frac{1}{3}\sin 3u\right)+\dots$$

• Ekliptika zaklapa sa nebeskim ekvatorom ugao ω, skoro konstantan i jednak 23° 27′. Neka S označava Sunce koje se kreće po ekliptici počev od tačke preseka dveju ravni γ. Luk γS se naziva longitudom l. Rektascenzija Sunca α dobija se povlačenjem kroz S ravni normalne na ravan ekvatora.

Prema Lagranževom razvoju, veličina $(l-\alpha)$ data je izrazom

$$l-\alpha=\operatorname{tg}^2\frac{\omega}{2}\sin 2l+\frac{1}{2}\operatorname{tg}^4\frac{\omega}{2}\sin 4l+\dots$$

gde je

$$\operatorname{tg}^2\frac{\omega}{2}=0{,}04308=9\text{ mn }52\text{ s},$$

$$\frac{1}{2}\operatorname{tg}^4\frac{\omega}{2}=0{,}00093=13\text{ s};$$

odakle se dobija sledeća relacija, veoma važna za definiciju Sunčanog vremena:

(I, 21) $$(l-\alpha)=9\text{ mn }52\text{ s}\cdot\sin 2l+13\text{ s}\sin 4l+\dots$$

• Meridijanska elipsa Zemlje karakteriše se spljoštenošću α vrlo male vrednosti, $\frac{a-b}{a}$, bliske 1/300. Umesto geografske širine φ, ponekad se mora koristiti *geocentrička širina* ω tačke Q, koja odgovara pravoj OQ (O centar Zemlje).

Prema elementarnim relacijama elipse, ima se

$$\operatorname{tg}\omega=\frac{Y}{X}=\frac{b}{a}\cdot\operatorname{tg}u=\frac{b^2}{a^2}\cdot\operatorname{tg}\varphi^{(1)},$$

gde su X i Y ravne koordinate tačke Q.

Uvedimo

$$x=\frac{1-\frac{b^2}{a^2}}{1+\frac{b^2}{a^2}}=\frac{e^2}{2-e^2}.$$

Ima se, označivši razliku $(\varphi-\omega)$ sa ε,

$$\varepsilon=\varphi-\omega=x\cdot\sin 2\varphi-\frac{x^2}{2}\sin 4\varphi+\ldots$$

ili, zadržavši glavni član i izjednačivši α sa $\frac{e^2}{2}$,

$$\varepsilon=\frac{e^2}{2}\cdot\sin 2\varphi+\ldots\simeq\alpha\sin 2\varphi+\ldots$$

Za $\varphi=45°$ i $\alpha=1/300$, dobija se za maksimalnu vrednost ε iznos $11'40''$, što je daleko od zanemarljivog.

10. – **JEDINICE DALJINE U ASTRONOMIJI.** *Srednja* daljina između Zemlje i Sunca, dobijena na osnovu savremenih radarskih merenja udaljenosti više planeta, iznosi

$$a = 149\,600\,000 \text{ km}.$$

Za daljine zvezda (D) koristi se kao jedinica *parsek* (*par*alaksa od jedne *sek*unde), daljina na koju se treba postaviti (perpendikularno) da bi se a videlo pod uglom od $1''\left(\text{naime } \frac{1}{206265}\text{ rd}\right)$; taj ugao naziva se *paralaksa*.

Ima se, dakle,

1 parsek = 149 600 000 x 206 265 = 3,08 x 10^{13} km

(odnosno oko 30 800 milijardi kilometara).

U nekim izlaganjima koristi se *svetlosna godina* (s. g.):

1 s. g. = 300 000 km × 60 × 60 × 24 × 365,25 =

Približno se ima, dakle: $= 9{,}46 \times 10^{12}$ km.

1 parsek = 3,26 s. g.

Daljina izražena u parsecima odmah daje *paralaksu* ϖ zvezde, i obrnuto:

$$\varpi''=\frac{1}{(\text{D})\text{ parsek}}.$$

Na primer, paralaksa $0''{,}2$ odgovara daljini od 5 parseka.

N a p o m e n a. Srednja daljina Zemlje od Sunca danas je poznata na više od četiri tačne karakteristične cifre, a njena će tačnost, verovatno, biti još povećana. Strogo uzevši, definicija parseka povezana je sa konvencionalnom vrednošću ove veličine, koja se naziva *astronomska jedinica* (A. J.). To je poluprečnik *kružne* orbite koju bi opisala oko Sunca planeta zanemarljive mase, slobodna od svih perturbacija, a čija bi *sideralna revolucija*, izražena u srednjim danima, iznosila 365,256894 d., što je praktično jednako sideralnoj revoluciji Zemlje.

Ovaj poluprečnik se nešto malo razlikuje od velike poluose Zemljine putanje (ova veličina podvrgnuta je perturbacijama), kao i od srednje daljine Zemlje od Sunca.

Parsek je, dakle, precizno definisan kao umnožak astronomske jedinice:

1 parsek = 206 265 astronomskih jedinica.

Međutim, ne bi bilo korektno reći da je parsek jedinica razdaljine pošto on ne sadrži dimenzije dužine.

Astronomski instrumenti

SASTAVNI DELOVI I OPŠTE KARAKTERISTIKE ASTRONOMSKIH INSTRUMENATA

Astronomski instrumenti se mogu klasifikovati na instrumente koji skupljaju svetlost i one koji je analizuju. Prvi se dele na instrumente zasnovane na refrakciji (durbini) i instrumente zasnovane na refleksiji svetlosti (teleskopi). U stvari, u savremenoj astronomiji fotografska ploča ne služi samo za sakupljanje i registrovanje fotona: upotrebom različitih emulzija i odgovarajućih filtara, ona i sama omogućuje izvesnu analizu primljene svetlosti na njene talasne dužine.

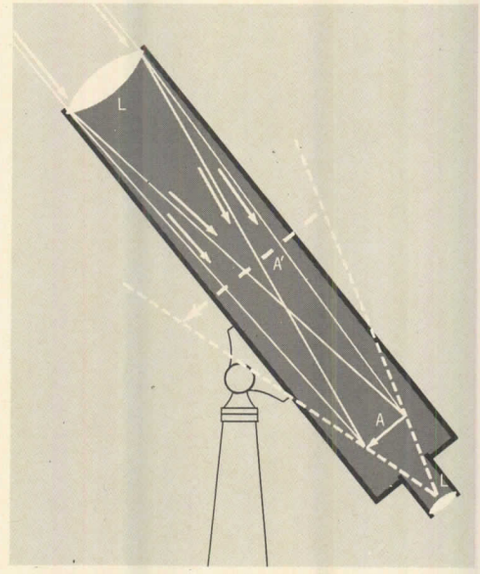
1. – **REFRAKCIONI INSTRUMENTI. ASTRONOMSKI DURBINI.** Durbini koji se koriste u astronomiji su tzv. »astronomskog« tipa, tj. sa negativnim okularom. Uvedene su i maksimalne korekcije za različite aberacije: sferna i hromatična aberacija, itd.

a) Prečnik O objektiva. Povećanjem prečnika, poboljšava se moć razdvajanja ε koja, za talasnu dužinu 5 500 Å (koja odgovara maksimalnoj osetljivosti oka) ima približnu vrednost

$$\varepsilon=\frac{13'',4}{\text{O}},$$

gde je prečnik O izražen u centimetrima.

Ovim se istovremeno povećava i količina primljene svetlosti, što je od osobite važnosti pri posmatranju vrlo slabih zvezda.



Princip astronomskog durbina: objektiv L daje obrnutu realnu sliku A predmeta u beskonačnosti; okular L' je vidi kao virtuelnu uvećanu sliku A'.

b) Sferna aberacija. Sferna sočiva koja sačinjavaju objektiv nisu savršeno anastigmatična, niti aplanetična. Prihvatljiva vrednost ove aberacije postoji jedino ako je mali količnik između prečnika objektiva i njegove žižne daljine f. Tako se definiše *količnik otvora* $\frac{\text{O}}{f}$, koji mora biti reda 1/15 ili 1/20 da bi se dobili zadovoljavajući rezultati.

c) Žižna daljina f. Iz navedenog razloga mora se uzeti sočivo velike žižne daljine. Korisno je povećavati *linearno pomeranje* slike u žižnoj ravni za jedinično *uglovno pomeranje* zvezde. Međutim, za fotografisanje nebeskih objekata velikog prividnog prečnika i vrlo slabog sjaja (planete, daleke magline), radije se koriste instrumenti sa velikim količnikom otvora, tj. sa malom žižnom daljinom, da bi se dobilo dovoljno ocrnjenje ploče za relativno kratko vreme.

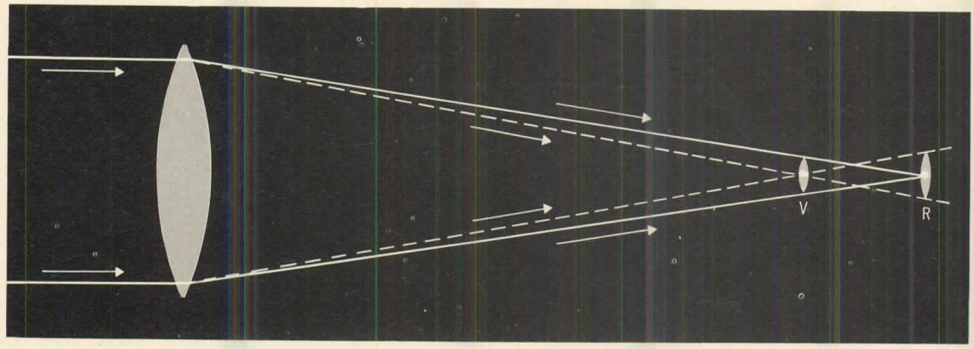
d) Optimalne dimenzije. Nemoguće je preterano povećati prečnik objektiva, jer bi to zahtevalo proizvodnju velikih masa savršeno homogenog stakla, sa svim karakteristikama optičkog stakla (koriste se objektivi sastavljeni od dva priljubljena sočiva, čiji su radijusi krivine i indeksi prelamanja izabrani tako da se dobije zadovoljavajući ahromatizam). Zahtev za malim količnikom otvora doveo bi tako, za vrlo velike objektive, do toliko velikih instrumenata da bi njihova konstrukcija bila nepraktična ili čak i nemoguća.

Najveći do danas konstruisani astronomski durbin nalazi se u Jerkskoj opservatoriji u Viljems Beju u američkoj državi Viskonsinu:

$$\text{O} = 102 \text{ cm}, \quad f = 19{,}30 \text{ m}.$$

Veliki durbin opservatorije u Medonu, potpuno rekonstruisan 1964. godine, ima objektiv prečnika 85 cm i žižnu daljinu reda 17 m. Većina stakala velikih objektiva izlivena je u Francuskoj.

e) Hromatska aberacija. Žižna daljina sočiva nije ista za sve talasne dužine koje pripadaju vidljivom



Hromatska aberacija: prosto sočivo koncentriše ljubičaste zrake u V a crvene u R. Linije koje odgovaraju putu ovih zraka shematski objašnjavaju nastanak oreola u duginim bojama oko slike.

(1) Lako se pokazuje da je $\operatorname{tg} u = \frac{b}{a}\cdot\operatorname{tg}\varphi$. Polazeći od $X = a\cdot\cos u$ i $Y = b\cdot\sin u$, dovoljno je napisati da uglovni koeficijent normale N ima vrednost $-\frac{dX}{dY}$.

delu spektra: zraci plave svetlosti konvergiraju ka tački koja je bliža objektivu nego kod zraka crvene svetlosti. Ako se slika izoštri, na primer, korišćenjem žute svetlosti na koju je oko najosetljivije, onda slika zvezde ima vid žućkaste tačke okružene crvenim ili plavoljubičastim oreolom. Ovaj nedostatak se uklanja upotrebom objektiva sastavljenih od dva stakla, tzv. *ahromatičnih*, koji se sastoje iz sabirnog sočiva od lakog stakla male disperzije *(krunskog)* i rasipnog sočiva od teškog stakla veće disperzije *(flintskog)*. Hromatske aberacije suprotnog su smisla i tako se kompenzuju. Konstrukcija takve optičke kombinacije, u kojoj se uzimaju u obzir indeksi i četiri radijusa krivine dvaju priljubljenih sočiva, veoma je teška i zahteva složene račune. Pogodan izbor krivina ove četiri površine omogućuje i redukciju sferne aberacije.

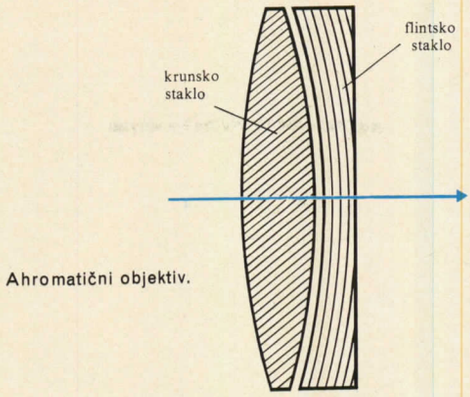
Egzaktna kompenzacija moguća je samo za dve određene talasne dužine. S obzirom na to da se talasne dužine najpovoljnije za vizuelno posmatranje znatno razlikuju od onih pogodnih za fotografsko posmatranje, većina instrumenata ima sistem od više različitih cevi, sa staklima različitih karakteristika za ove dve vrste posmatranja. Najčešće se uzimaju 0,4861 μ i 0,6563 μ za vizuelno posmatranje, a 0,4042 μ i 0,4861 μ za fotografska posmatranja sa običnim pločama.

Načinjeni su i objektivi sa tri slepljena stakla, kompenzovanih za tri talasne dužine, tzv. *apohromatični*, ali samo za prečnike manje od 30 cm, a naročito za opremanje *prizmatičnih komora*.

f) Difrakcione slike. Ako se posmatra zvezda sa velikim uvećanjem, slika ne izgleda kao tačka bez primetnih dimenzija, već kao vrlo mali svetli krug, sjajniji u centru nego na ivici, okružen prstenovima čiji sjaj opada sa udaljenošću od centra. Tako se obrazuju *difrakcioni prstenovi*, čija je uglovna veličina obrnuto proporcionalna prečniku objektiva: za objektiv prečnika 10 cm, difrakcioni disk, ili *lažni disk*, ima uglovni poluprečnik 1″,4. Ovaj fenomen ograničava posmatranje sitnih detalja, tj. moć razdvajanja durbina. To je tzv. *granica razdvajanja* datog objektiva. Velika uvećanja i mali prečnici objektiva favorizuju pojavu difrakcionih prstenova. Ovaj fenomen, posledica talasne prirode svetlosti (nalazimo ga i u akustici i u radio-tehnici), nastaje usled toga što se svetlost ne prostire pravolinijski, već se savija oko kontura objekata koji joj stoje na putu. Pojavu je ustanovio Frenel (Fresnel). Usled ovoga, mora se bitno razlikovati



Veliki durbin otvora 102 cm i žižne daljine 19,30 m sa Jerkske opservatorije čikaškog univerziteta, u Viljems Beju (Viskonsin); instrument je montiran »na nemački način«. *Fot. Ellerman.*



Ahromatični objektiv.

moć razdvajanja durbina od njegovog uvećanja. Pojam *moći razdvajanja* izvodi se iz teorije difrakcije. Pokazuje se da je poluprečnik centralne difrakcione mrlje ρ dat prostom formulom $\rho = \frac{1{,}22\,\lambda}{\alpha}$ (λ, talasna dužina posmatrane svetlosti; α, količnik otvora, jednak $\frac{O}{f}$). Posmatrajmo dva svetlosna izvora koji daju dve difrakcione mrlje. Ako se izvori približuju, nastupa trenutak kada se dve mrlje poklapaju i tada ih je nemoguće razdvojiti, tj. reći da li se posmatraju dva izvora ili samo jedan. Smatra se da su dve difrakcione mrlje odvojene sve dok njihova daljina ne bude jednaka poluprečniku centralne mrlje. Tako se dobija formula data u *a* za moć razdvajanja ε, izraženu u sekundama, ako se uzme $\lambda = 0{,}55\ \mu$. Zaista, može se pisati

$$\left(\frac{\rho}{f}\right)'' = \frac{1{,}22 \times 0{,}55}{O} \text{ radijana}$$

i

$$\left(\frac{\rho}{f}\right)'' = \frac{1{,}22 \times 0{,}55 \times 206\,225 \times 10^{-4}}{O \text{ cm}} = \frac{13'',4}{O \text{ cm}}.$$

g) Uvećanje. Ova veličina je naročito važna za posmatranje objekata sa vidljivim prividnim prečnikom. U elementarnoj optici, uvećanje G astronomskog durbina ima vrlo približnu vrednost

$$G = \frac{f}{f'},$$

gde je f' žižna daljina okulara.

Uvećanje ima granicu (pri vizuelnom posmatranju) koju određuje moć razdvajanja oka, čija je srednja vrednost 60″. Ova granična vrednost, zvana *korisno uvećanje* G_u, iznosi, dakle

$$G_u = \frac{60''}{\varepsilon} \simeq 5 \times O \text{ cm}.$$

Uvećanje G praktično je jednako odnosu prečnika objektiva i prečnika okularnog prstena (slika objektiva koju daje okular).

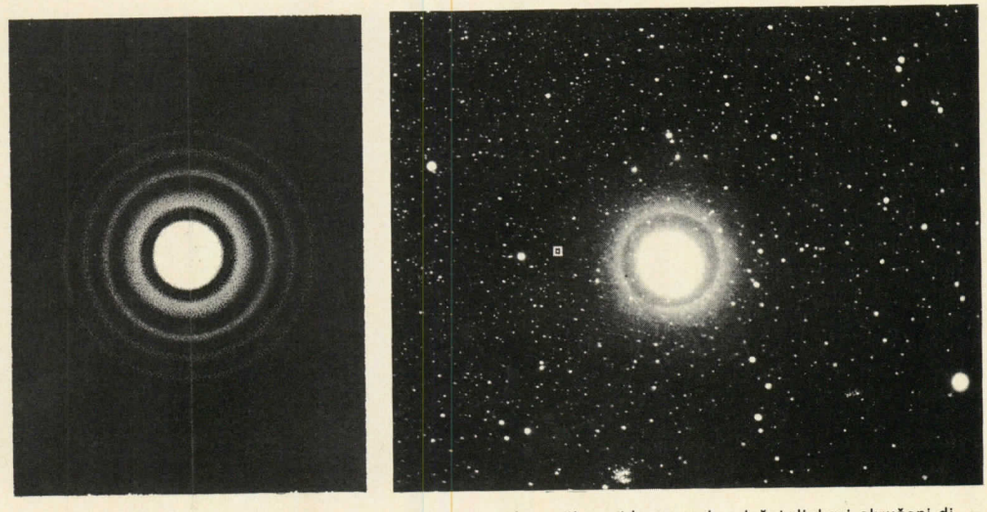
Ranije smo videli da samo veliko uvećanje dozvoljava posmatranje lažnog diska difrakcione slike, odnosno dostizanje moći razdvajanja objektiva. Ova velika uvećanja izražavaju se približno dvostrukom vrednošću prečnika objektiva izraženog u milimetrima. Tako, kod objektiva od 20 cm, korisno uvećanje za prosto vizuelno posmatranje iznosi 100; međutim, treba ići do uvećanja 400 da se vidi lažni disk i dostigne tzv. *granica razdvajanja*.

h) Razne apsorpcije. Staklo je prozračno samo za zračenja koja se nalaze između 3 600 Å i 30 000 Å. Osim toga, u visokoj atmosferi postoji sloj ozona koji zaustavlja sva zračenja talasnih dužina manjih od 2 900 Å. Od 2 900 Å do 3 600 Å mogu se koristiti objektivi od kvarca, ali njih je vrlo teško načiniti. Za daleki infracrveni deo spektra, do 53 000 Å u Sunčevoj svetlosti, refrakcioni instrumenti po staju neupotrebljivi.

Na taj način, optičke talasne dužine korišćene u astronomiji nalaze se u vrlo uskom domenu: u stvari, od 0,3 μ do 1 μ otprilike. Između 1 μ i 3 μ osnovni aparati za primanje nisu više osetljivi, kako oko, tako i fotografska ploča: samo izvesni tzv. *radiometrijski* instrumenti dozvoljavaju da se pređe granica od 1 μ. Pored ove *diferencijalne* apsorpcije stakla, mora se uzeti u obzir i *globalna* apsorpcija, koja nije neznatna ako svetlost prolazi kroz debela stakla: to je još jedan razlog za ograničavanje prečnika objektiva, jer centralna debljina brzo raste sa prečnikom.

i) Kretanje atmosfere. Ono igra vrlo važnu ulogu u astronomiji, te je izbor pogodnog mesta posmatranja izvanredno važan. Znatnije kretanje modificira u velikoj meri slike difrakcionih prstenova. Zavisno od toga da li se slika »talasa« ili »ključa«, ove modifikacije su manje ili više bitne. Tada je nekorisno povećavanje uvećanja da bi se video lažni disk. Mnoge opservatorije smeštene su na planinama da bi se smanjila debljina vazdušnog sloja kroz koji prolaze svetlosni zraci: opservatorije na Pik-di-Midi-de-Bigor, na Jungfraujohu itd.

j) Končanica. Potreba korišćenja končanice, smeštene u žižnu ravan objektiva, kod vizuelnih uglovnih merenja čini nužnom dvostruku operaciju: najpre, doterivanje okulara na končanicu (rezultat koji zavisi od operatorovog vida; kratkovid operator mora približiti okular,) a zatim pomeranje celog uređaja (okular-končanica) radi dovođenja ovoga u žižnu ravan objektiva. Ako ova dvostruka opera-



Ma kako jako bilo uvećanje, zvezde se i u najvećim instrumentima vide samo kao lažni diskovi okruženi difrakcionim prstenovima. *Desno*, zvezde se na fotografijama javljaju u vidu difuzionih mrlja, mnogo većih no što su difrakcione slike; njihova veličina raste sa prividnim sjajem zvezde. Oko najsjajnijih zvezda javlja se fotografski oreol. Površina unutar kvadrata prikazana je uvećano na slici levo. *Fot. X.*



Opservatorija na Pik-di-Midi-de-Bigor. *Fot. Alix.*

cija nije savršeno obavljena, pojaviće se efekat »paralakse« između končanice i slike, te će svako precizno merenje biti nemoguće.

Končanica omogućuje definisanje *optičke ose* durbina: to je prava koja spaja tačku ukrštanja vlakana končanice sa čvornom tačkom zrakova koji izlaze iz objektiva. Končanica najčešće sadrži longitudinalno (ili horizontalno) vlakno i transverzalno vlakno, oba fiksna. Pored toga, jedno ili više transverzalnih pokretnih vlakana kreću se u ravni beskrajno bliskoj onoj koju određuju nepomična vlakna, a njihova pomeranja mere se odgovarajućim mikrometarskim dispozitivom. Deo sa končanicom je obično pokretan, a njegova orijentacija očitava se na *pozicionom krugu* smeštenom na spoljašnosti durbina; nula toga kruga u principu odgovara horizontalnom položaju longitudinalnih vlakana. U mnogim instrumentima koji služe jedino za ona astronomska posmatranja koja ne prave razliku među talasnim dužinama zračenja ravan končanice je fiksirana u durbinu prema objektivu i odgovara fokusiranju durbina na beskonačnost. Za noćna merenja predviđeno je osvetljenje vlakana. Ako ovo osvetljenje nije dovoljno, oko delom gubi oštrinu vida. Ako je prejako, ne mogu se posmatrati slabe zvezde.

k) Vidno polje durbina. U principu, vidno polje durbina jednako je uglu pod kojim se iz centra objektiva vidi okularni prsten. Ono je, dakle, približno proporcionalno recipročnoj vrednosti uvećanja. Zbog toga se javlja potreba da se, pored durbina sa velikim uvećanjem, koristi i »tragač« sa malim uvećanjem i velikim vidnim poljem. U praksi, uvećanju 70 odgovara polje otprilike 0° 30′, tj. približno jednako prividnom prečniku Meseca ili Sunca. U jačim durbinima vidi se samo mali deo ovih nebeskih tela. Ako sam okular ima veliko uvećanje, on ne dozvoljava da se sagleda celo polje, vidljivo u žižnoj ravni. U tom slučaju mora se omogućiti pomeranje okulara u ravni perpendikularnoj na osu durbina.

U instrumentima namenjenim simultanom fotografisanju spektara velikog broja zvezda koriste se fotografski objektivi tzv. *velikog ugla* (objektivi sa tri sočiva, Tejlorovog (Taylor) tipa, ili sa 4 sočiva, Tesarovog (Tessar) tipa) priljubljeni uz prizmu velikih dimenzija. Tako se postižu vidna polja od 5° ili čak 10° sa prečnicima od 40 cm i količnikom otvora reda 1/5.

l) Osvetljenost. Posmatraćemo slučaj kad je prečnik okularnog prstena manji od prečnika p_0 zenice oka posmatrača.

• *Za objekat vidljivog prividnog prečnika* osvetljenost (odnos sjaja iste slike viđene golim okom) je uvek manja od jedinice: cela zenica nije osvetljena i, osim toga, koeficijent transparencije debelog objektiva može dostići i 0,5.

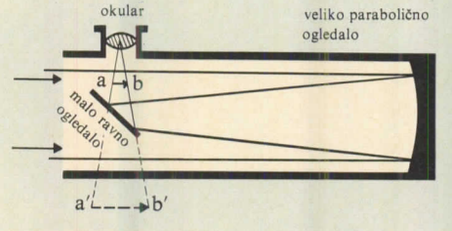
• *Za objekat bez vidljivog prividnog prečnika* treba poreditи svetlosni fluks koji u ta dva slučaja prodire u oko: za posmatranje golim okom fluks je proporcionalan sa p_0^2, a pri upotrebi instrumenata sa 0^2. Osvetljenost, jednaka proizvodu $0^2/p_0^2$ i koeficijenta transparencije, uvek je veća od jedinice. Slika ostaje tačkasta, ali je mnogo sjajnija. Tako je osvetljenost znatno veća od jedinice za neku zvezdu, a, nasuprot tome, manja od jedinice za nebeski svod osvetljen difuznom svetlošću. Tako se zvezda jasno ističe i može postati vidljiva u instrumentu usred dana.

2. – REFLEKSIONI INSTRUMENTI. TELESKOPI. Konstrukcija durbina sa objektivom prečnika većeg od 1 m praktično je nemoguća. Vrlo veliki instrumenti su, dakle, *refleksioni aparati*, nazvani *teleskopi*, koji najčešće sadrže parabolična ogledala. Ahromatizam ovog sistema je potpun, a količnik otvora može biti manji od 1/5 ili 1/6, što redukuje glomaznost i težinu instrumenta.

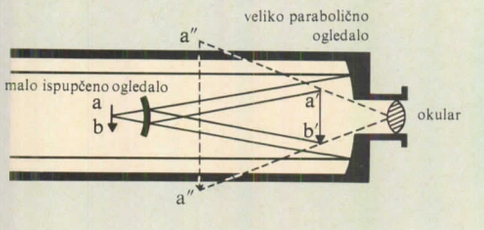
Uticaj spoljnih uzroka, na primer *promena temperature*, na kvalitet slika ne dozvoljava da se dostigne teorijska moć razdvajanja. Kod izvesnih vrlo velikih teleskopa ona se čak ni izdaleka ne može postići. Stoga kada se ne postavlja problem količine primljene svetlosti i ahromatizma, radije se koriste durbini nego teleskopi (fotografisanje Sunca, planeta itd.). Zapravo, teleskopom se nikada i ne posmatra vizuelno, već on služi samo za dobijanje fotografije. Kod vrlo velikih instrumenata uticaj spoljnih faktora se umanjuje raznim, često vrlo delikatnim uređajima, koji raspodeljuju i uravnotežuju ukupnost staklene mase u montaži (ponekad su u pitanju mase od više tona) pri proizvoljnom nagibu instrumenta. Da bi se izbegle deformacije ogledala usled širenja, električni otpori – grejači raspoređeni su na zadnjoj strani ogledala.

Razlikuju se dve glavne optičke montaže ogledala: Njutnova i Kasgrenova (Cassegrain). Kod prve od njih okular se nalazi u bočnom zidu instrumenta. Žižna slika stiže u *ab*, reflektovana od malog ravnog nagnutog ogledala, te se dobija virtuela slika *a′b′*. Kod druge je veliko parabolično ogledalo probušeno, pa malo konveksno ogledalo pretvara žižnu sliku *ab* u realnu sliku *a′b′*, a okular ovu pretvara u povećanu virtuelnu sliku *a″b″*. Isti instrument se može često upotrebiti na oba načina bez ponovnog doterivanja. Tako se, na primer, kod teleskopa od 1,83 m iz opservatorije Viktorija u Kanadi mogu dobiti žižne daljine od 9 m (Njutn) ili 32 m (Kasgren). Kasgrenova se montaža, zbog veće žižne daljine, naročito koristi kad god treba meriti mala linearna pomeranja, a takođe i za precizna spektrografska merenja, delom i zbog pogodnosti instalacije spektrografa na osi instrumenta.

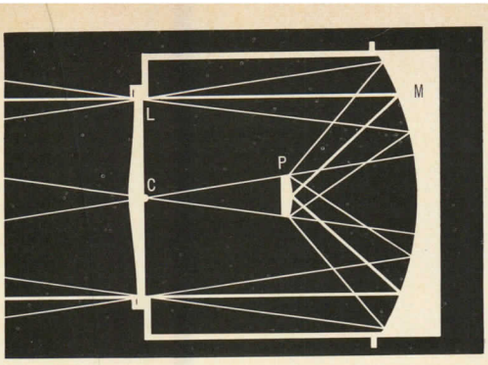
Početkom tridesetih godina konstruisan je nov instrument: *Šmitov* (Schmidt) reflektor, koji se sastoji od sfernog ogledala M i dijafragme L stavljene u njegov centar krivine C. Važnost ovoga instrumenta je u tome što on omogućava fotografisanje širokog polja čak i sa velikim ogledalom, dok obični parabolični teleskopi daju vrlo sužena vidna polja (prosečno desetak minuta). Ovo pruža veliku prednost, naročito za metodično istraživanje neba, a napose za posmatranje vrlo dalekih maglina i brzo promenljivih zvezda. Svaki svetlosni snop koji prolazi kroz dijafragmu iseca na sfernom ogledalu elementarna ogledala istog prečnika kao što je njegov. Ova elementarna ogledala daju sliku svake zvezde u vidnom polju, a ove slike su raspoređene po sfernom elementu P, čiji je poluprečnik upola manji od poluprečnika velikog



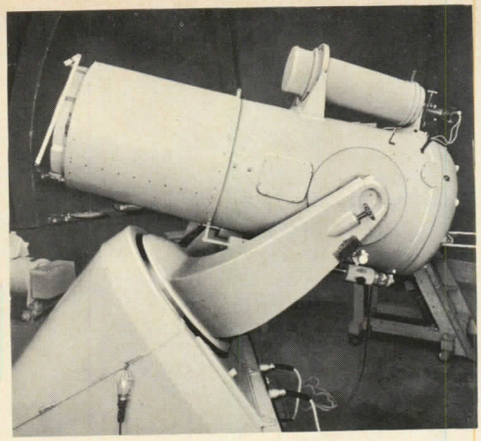
Njutnov teleskop.

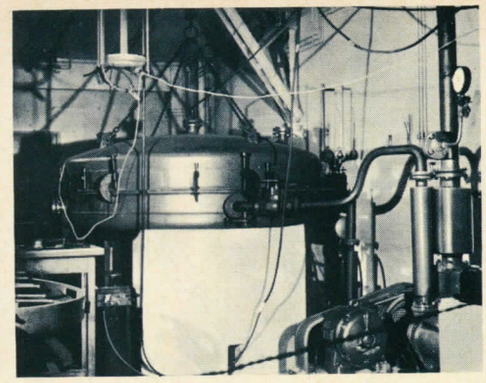


Kasgrenov teleskop.



Princip Šmitove kamere: veliko sferno izdubljeno ogledalo obrazuje u svojoj žiži jasnu sliku vrlo prostranog vidnog polja na sfernoj površini nosača filma P; sferna aberacija se koriguje stavljanjem asferičnog sočiva L u centar krivine C velikog ogledala. *Desno*, Šmitova kamera otvora 0,45 m sa opservatorije Maunt Palomar, pomoću koje su otkrivene supernove u velikom broju. Montaža je tzv. »viljuškasta«. *Fot. X.*





Zvono od 2,10 m za prevlačenje aluminijumom velikih astronomskih ogledala termičkim isparavanjem u vakumu. *Fot. Maguery.*

ogledala. Da bi se korigovala sferna aberacija, stavlja se u ravan dijafragme staklena pločica čija debljina lagano opada od centra ka rubovima, a profil joj je izračunat tako da promena optičkog puta kroz staklo kompenzuje sfernu aberaciju. Naravno, dobijene slike nisu više slobodne od hromatske aberacije.

Ako je D prečnik velikog ogledala, d prečnik dijafragme, R radijus krivine velikog ogledala, onda je teorijsko vidno polje, izraženo u radijanima, jednako $\frac{D-d}{R}$. Slike su još uvek vrlo dobre i za vidno polje povećano za 30 ili 40 procenata. Tako ogledalo čiji su elementi

$$D = 60\text{ cm}, \quad d = 20\text{ cm}, \quad R = 2\text{ m}$$

ima teorijsko vidno polje od 0,2 radijana, odnosno 12°, ali daje još uvek odlične slike i u polju koje dostiže 17°.

Istraživanja oblika koji treba dati pločici na dijafragmi omogućila su dobijanje ravnih slika umesto krivih, a ovo omogućuje dobijanje fotografija na staklenim pločama umesto na fleksibilnoj filmskoj traci.

Reflektori teleskopa su do sredine XIX veka pravljeni od specijalne bronze, a danas su to ogledala od stakla, glačanog sa izvanrednom brižljivošću i prekrivena tankim slojem aluminijuma, dobijenog isparavanjem komadića metala u vakuumu pri jakom električnom grejanju. Ogledala od posrebrenog stakla, koja su neko vreme korišćena, dvostruko su nepogodna: traju mnogo kraće (nekoliko meseci umesto više godina) i imaju vrlo slabu moć refleksije u domenu ultraljubičastih zraka.

3. – ELEMENTI POREĐENJA DURBINA I TELESKOPA.

• *Vidno polje* je mnogo veće kod durbina nego kod teleskopa.

• U pogledu *stabilnosti slike*, durbini takođe imaju prednost u odnosu na teleskope. Uzrok treba tražiti u tome što durbini imaju zatvorene cevi, iznutra pocrnjene i smeštene tako da se izbegnu sve vrste parazitnih refleksija.

• Ogledala su mnogo osetljivija od sočiva na *promene temperature*. Kod sočiva, zaista, jedna krivina R se povećava sa smanjenjem druge, te žižna daljina, jednaka $\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right)$, može ostati približno konstantna. Električni grejači, smešteni na zadnjoj strani ogledala, otklanjaju svaku primetnu deformaciju ovoga. No ahromatizam ostaje potpun, te se mogu postići znatno veći prečnici uz manju težinu i glomaznost.

4. – NAJVEĆI TELESKOPI U UPOTREBI.

Načinjen skoro istovremeno kad i teleskop Viktorija opservatorije (1918), teleskop opservatorije Maunt Vilson, u Kaliforniji, sa ogledalom od 2,54 m, dugo je bio najveći na svetu (težina samog ogledala 4 t; težina pokretnog dela 100 t).

Instrument definitivno instaliran oko 1950. god. na Maunt Palomaru, takođe u Kaliforniji, ima dva puta veći prečnik (5,08 m). Samo ogledalo teško je 20 t. Njegov količnik otvora, jednak 1,33, omogućio je dobijanje moći razdvajanja koja je približna teorijskoj.

Teleskop opservatorije Lik (Lick), Maunt Hamilton, Sjedinjene Države, dostiže u prečniku 3,05 m i ima izvanredne kvalitete. U Francuskoj je konstruisan teleskop na opservatoriji Ot Provans. Njegovo ogledalo ima prečnik 1,93 m. On ima vrlo usavršene uređaje i predstavlja značajno dostignuće.

Šmitov reflektor od 1,22 m instaliran je od jula 1949. god. na Maunt Palomaru; on je omogućio dobijanje, od 1950. do 1953. god prvog skupa fotografija koji pokriva celu nebesku sferu vidljivu sa toga mesta.

Drugi Šmitovi reflektori instalirani su u Sen Mišel-de-Provans i na opservatoriji u Medonu.

Novi veliki teleskopi (sa prečnicima od 3 do 6 m) konstruišu se ili projektuju u raznim zemljama, a napose u Južnoj Americi, radi posmatranja južnog neba.

5. – DURBINI I TELESKOPI SA EKVATORIJALNOM MONTAŽOM.

Instrument montiran »ekvatorijalno« može se kretati oko fiksirane ose paralelne svetskoj osi i oko jedne druge ose, perpendikularne na prvu. Rotacijom oko prve ose durbin (ili teleskop) može pratiti zvezdu tokom njenog dnevnog kretanja: u tom cilju se unapred, rotacijom oko druge ose, durbin dovede u položaj koji odgovara deklinaciji zvezde koja se prati. Graduisani krugovi perpendikularni na ove dve ose omogućuju usmeravanje instrumenta prema zadatoj deklinaciji i rektascenziji, ili očitavanje ovih veličina za neku proizvoljnu zvezdu. Korekcioni uređaji dozvoljavaju da se ovo učini sa većom preciznošću.

Vrlo precizan časovni mehanizam omogućuje automatsko praćenje slike zvezde tokom dnevnog kretanja. Slika zvezde izgleda tada fiksirana u polju, te se mogu obaviti bilo diferencijalna merenja koordinata u odnosu na susedne zvezde, bilo načiniti fotografski snimci sa vrlo dugim ekspozicijama, pa čak, uz veliku predostrožnost, produžiti ekspoziciju i na više noći bez mesečine: išlo se tako do ekspozicija od 72 časa. Zatim se merenja na pločama mogu obaviti u miru, korišćenjem pogodnih instrumenata (mikroskopski komparatori); snimak takođe predstavlja trajan dokument obavljenih merenja. Vizuelno posmatranje vrši se samo u slučaju otkrivanja i praćenja brzo promenljivih fenomena.

Ekvatorijalni sistem ima više vidova montaže: *(v. crteže na sledećoj strani)*

a) tzv. *nemačka* montaža, koja ima protivteg i javlja se u dve nešto različite modifikacije;

b) tzv. *engleska* montaža, gde se teleskop pomera unutar jedne »kolevke«; njen nedostatak je nemogućnost posmatranja zvezda vrlo bliskih polu;

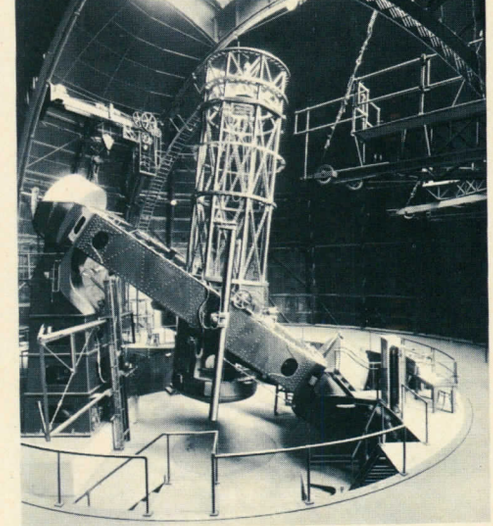
c) tzv. *viljuškasta* montaža, gde je deklinaciona osa smeštena vrlo blizu teške mase ogledala.

U većini opservatorija postoji bar jedan instrument (sa nemačkom montažom) kod koga je durbin vezan sa nosećim sistemom preko velike cirkularne ploče na koju se može utvrditi proizvoljan instrument za posmatranje: spektrograf, fotometar, dodatna fotokamera itd. Prirodno, svaki put se ponovo podešava protivteg.

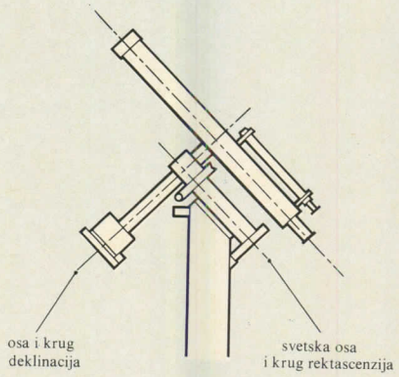
Pri posmatranju Sunca, čije je kretanje po rektascenziji različito od kretanja zvezda, a deklinacija mu je promenljiva, radije se koristi teleskop fiksnog smera, bilo vertikalan ili horizontalan. U prvom slučaju govori se o »sunčanoj kuli«, koja može dostići visinu od 50 m. U tom slučaju slika Sunca se šalje u instrument pomoću sistema od dva velika ravna ogledala koja sačinjavaju *celostat*.

6. – MIKROMETRIČKA DIFERENCIJALNA MERENJA U EKVATORIJALNOM DURBINU.

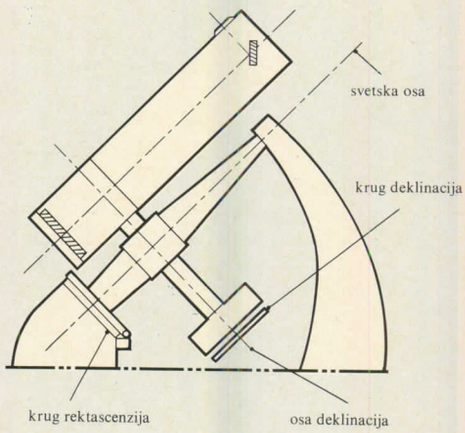
Pokretna i fiksirana vlakna končanice astronomskog durbina najčešće imaju raspored predstavljen na str. 401), gde je takođe predstavljen *pozicioni krug*, smešten na spoljnoj strani durbina. Da bi se odredili relativni položaji nebeskih tela S_1 i S_2, fiksirano longitudinalno vlakno dovodi se u takav položaj da pokriva oba tela. Globalnim pomeranjem instrumenta navede se tačka ukrštanja fiksnih vlakana na S_1, a zatim se, pomoću mikrometra sa dobošem, navede pokretno vlakno na S_2 i vrši odgovarajuće očitavanje. Kako je već unapred poznato očitavanje mikrometra koje odgovara poklapanju pokretnih vlakana sa fiksiranima, uzimanjem razlike dobija se *uglovna daljina* dvaju nebeskih tela S_1 i S_2; ovo, naravno, pod uslovom da je poznata angularna vrednost okreta

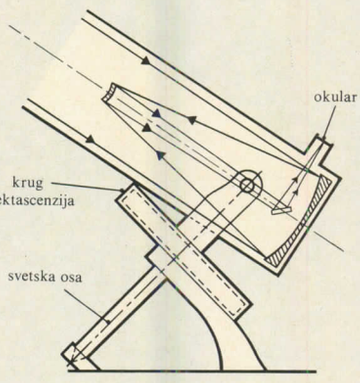


Tzv. »engleska« montaža: teleskop od 2,54 m sa opservatorije Maunt Vilson. *Fot. opservatorije Maunt Vilson.*

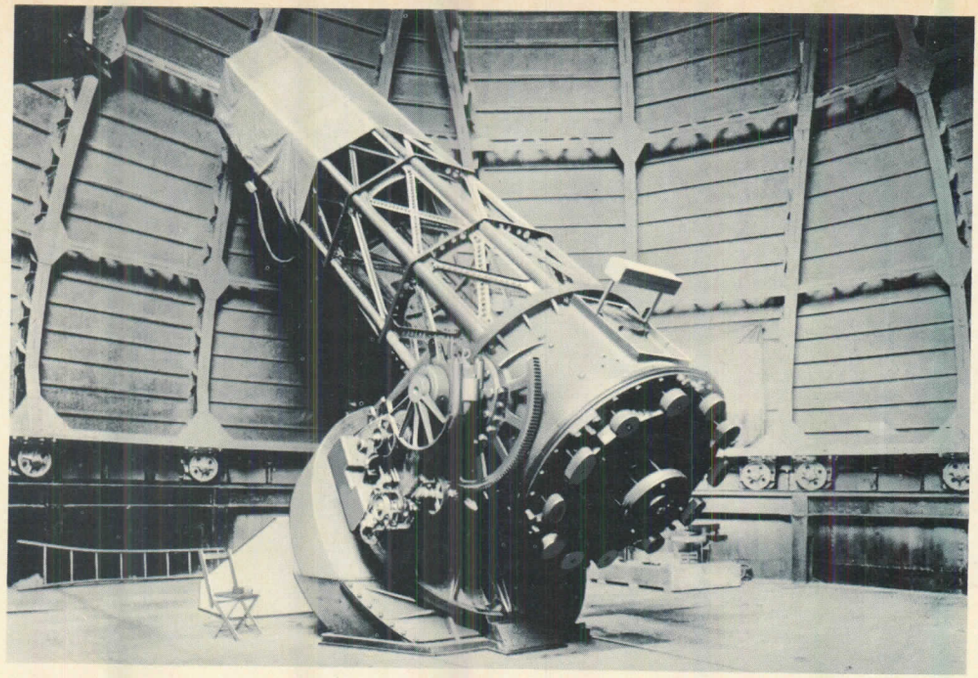


Dva tipa »nemačke« montaže.





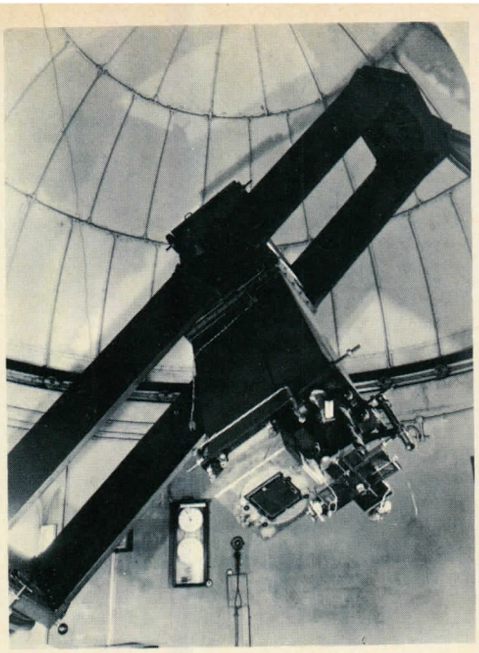
Takozvana »viljuškasta« montaža.

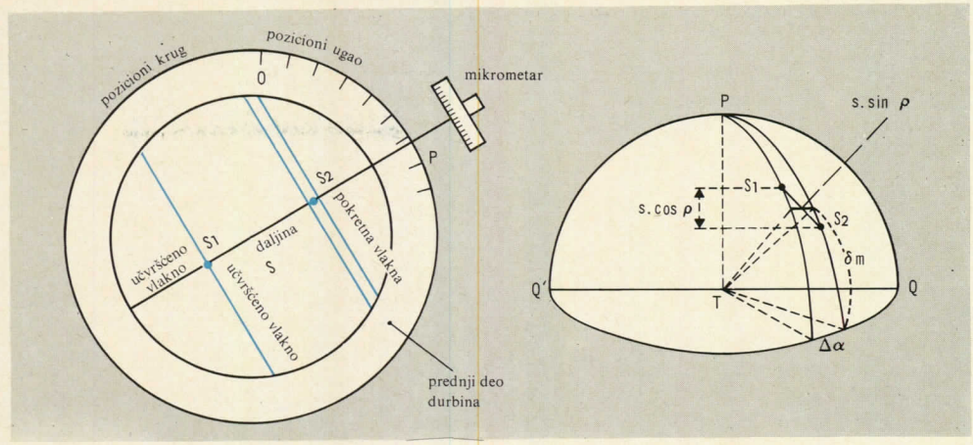


Teleskop od 1,50 m sa opservatorije Maunt Vilson (»viljuškasta« montaža). *Fot. X.*



Teleskop od 1,93 m sa opservatorije Ot Provans (»nemačka« montaža druge vrste, sa protivtegom). *Fot. O. H. P.*





Končanica astronomskog durbina.

Teleskop službe foto-karte neba, instaliran na opservatoriji u Parizu (»engleska« montaža). *Fot. Pariska opservatorija.*

okularnog zavrtnja, a to je konstanta koja se lako određuje zaustavljanjem kretanja instrumenta po rektascenziji i merenjem vremena posmatranja, vršenih uz upotrebu mikrometra, na primer, obrt po obrt.

Pošto je, osim toga, na pozicionom krugu očitana inklinacija S_1S_2 u odnosu na vertikalu p, ima se

$$\Delta\alpha = s \cdot \sec \delta_m \cdot \sin p,$$
$$\Delta\delta = s \cdot \cos p.$$

Očitavanje $p = 0$ odgovara vertikalnom položaju fiksiranog vlakna, a δ_m je srednja vrednost deklinacije dvaju tela.

Ekvivalentno merenje može se vršiti i na fotografskom snimku. No čak i ako je p očitovano u trenutku snimanja, bolje je u tom slučaju određivati »konstante« fotografske ploče, uz korišćenje više repernih poznatih zvezda na istom snimku. Ako je fotografija uzeta uz pomoć teleskopa (koji nema končanice), može se koristiti samo ova druga metoda.

UPOTREBA FOTOGRAFIJE U ASTRONOMIJI

1. – **FOTOGRAFSKA PLOČA**. Fotografska ploča, smeštena u žižnu ravan durbina ili teleskopa, igra veliku ulogu u astronomiji i sve više zamenjuje oko u većini posmatranja. Ona se tada ponaša kao vrlo osetljivi i precizni *brojač fotona*, pod uslovom da se ostane u izvesnim granicama:
– postoji *prag osetljivosti*, ispod koga ploča ne registruje fotone ako se pojavi suviše mali broj njih u jedinici vremena;
– ali postoji, takođe, i *prag saturacije*: za suviše veliki broj fotona po jedinici vremena fotografska ploča loše igra svoju ulogu brojača, te se veliki broj njih gubi beskorisno, apsorbovan ili rasejan. Tada slika postaje nekorisna za bilo kakvo merenje.

Smatra se da je potrebno otprilike 1 000 fotona da se dobije samo jedno razvijeno zrnce srebra, a da se dobije upotrebljiva slika zvezde, potrebni su milioni fotona. Unutar ovih granica, vrlo duge ekspozicije omogućuju dobijanje izvanredno finih slika objekata veoma slabog sjaja, nevidljivih pri bilo kakvom vizuelnom posmatranju. Na takvim snimcima mogu se vršiti ne samo merenja relativnih položaja zvezda već i fotometrijska i spektrografska merenja.

Prečnik zrnaca emulzije (otprilike 0,2 μ) određuje, uostalom, jednu vrstu »moći razdvajanja«, ispod koje se dva vrlo bliska objekta ne vide razdvojeni. Ova granica je znatno smanjena fenomenom iradijacije slike svetle tačke u osetljivom sloju. Smatra se da, prosečno, 25 časova ekspozicije dozvoljavaju registrovanje zvezda pedeset puta slabijih od onih na granici trenutne vidljivosti sa korišćenim instrumentom. Izražen u zvezdanim veličinama, dobitak iznosi 4,2.

Za obične fotografije koriste se želatinske emulzije sa bromidom srebra, bez hromatskog senzibilizatora. Maksimalna osetljivost tada odgovara plavoljubičastom, oko 0,45 μ. Konvencijom se usvaja 0,425 μ. Nasuprot tome, ove ploče su veoma neosetljive na svetlost zelene, žute i, naročito, crvene boje: nazivaju se *običnim* pločama.

Danas se, međutim, često upotrebljavaju tzv. *izohromatske* ploče, koje su učinjene osetljivim na crvenu i žutu svetlost, a žuti filter omogućuje slabljenje plavih i ljubičastih zračenja. Tako se dobija spektralna raspodela osetljivosti, vrlo bliska osetljivosti oka, sa maksimumom blizu 0,57 μ. Konvencijom se usvaja 0,529 μ. Merenja na ovim pločama se nazivaju *fotovizuelnim*. Ona su, u principu, identična sa vizuelnim posmatranjima.

Takođe se koriste i ploče senzibilizirane za infracrveni ili ultraljubičasti deo spektra. Prve, napose, omogućuju opažanje vrlo velikog broja relativno hladnih zvezda (temperature zračenja manje od 2000°K). Različitost upotrebljavanih emulzija tako pruža još jednu mogućnost za kvantitativno izučavanje raspodele intenziteta u spektru zračene energije koju emituju zvezde.

Upotreba monohromatskih filtera sa vrlo uskom *propusnom trakom* predstavlja dalji korak u tom smeru: fotografska ploča sada više nije prosti *registrator svetlosti* već je delimično i *analizator svetlosti*. Filtri koji su u upotrebi definisani su internacionalnom konvencijom, kako bi se dobijeni rezultati mogli međusobno porediti.

2. – **UPOTREBA FOTOGRAFIJE U BOJI**. Čovek bi mogao pomisliti da je ocrnjenje fotografske ploče proporcionalno vremenu ekspozicije. To nikako nije slučaj, a stvarni zakon je vrlo složen. Ipak je konstatovano da, ako se radi na vrlo niskim temperaturama (čvrsti ugljendioksid ili tečni vazduh):

a) osetljivost ovako ohlađenog filma povećava se petostruko;

b) linearni zakon je zadovoljen i važi i kod višečasovnih ekspozicija;

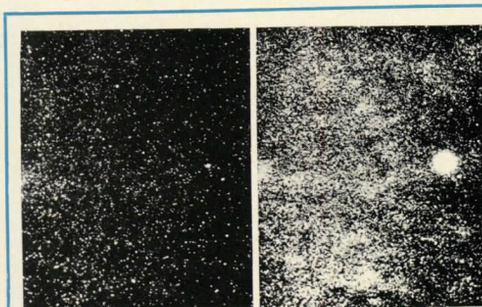
c) iščezava pojava saturacije usled difuzije u osetljivom sloju.

Ova poslednja osobina naročito je važna: pri fotografisanju dalekih galaktika mora se pribeći dugotrajnim ekspozicijama da bi se registrovali njihovi periferni delovi. Centralni delovi, koji su najinteresantniji jer sadrže »jezgro« galaksije, javljaju se tada u obliku osvetljenih površina u kojima se ne može razaznati nikakav detalj.

Ove osobine imaju i moderne emulzije za fotografiju u boji. Time se dobija novi element, koji ne treba potceniti: zaista, boja nebeskog tela je, pod izvesnim uslovima, funkcija njegove temperature. Ovo je tačno ne samo za zvezde nego i za mnogobrojne magline u unutrašnjosti Galaksije, osvetljene (difuznom ili reflektovanom svetlošću) susednim zvezdama, koje se tako mogu identifiko-

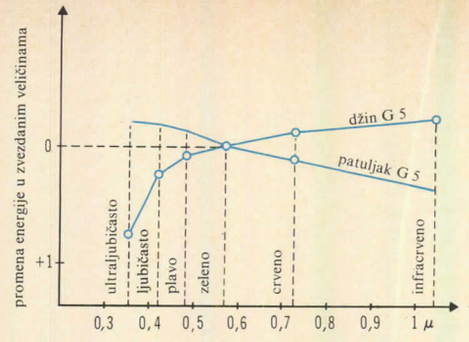


Maglina Konjska Glava u Orionu. Ekspozicija 3 časa. *Fot. opservatorija Maunt Vilson.*



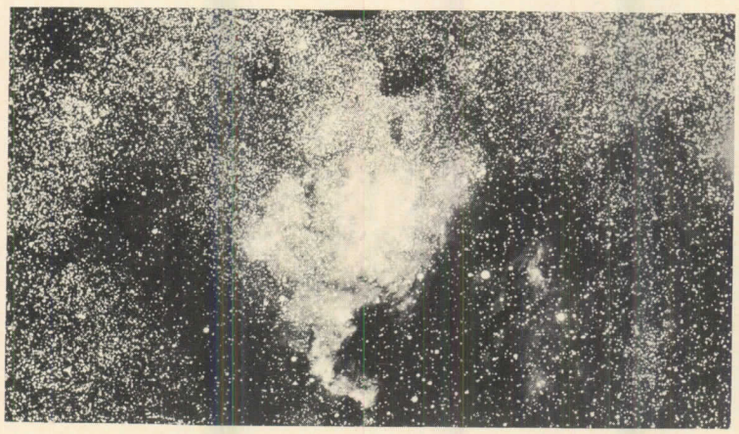
Fotografija u infracrvenom: isto zvezdano polje fotografisano levo na običnoj ploči, a desno na ploči senzibiliziranoj za infracrveno (talasna dužina: 0,87 μ). *Fot. opservatorija Maunt Vilson.*



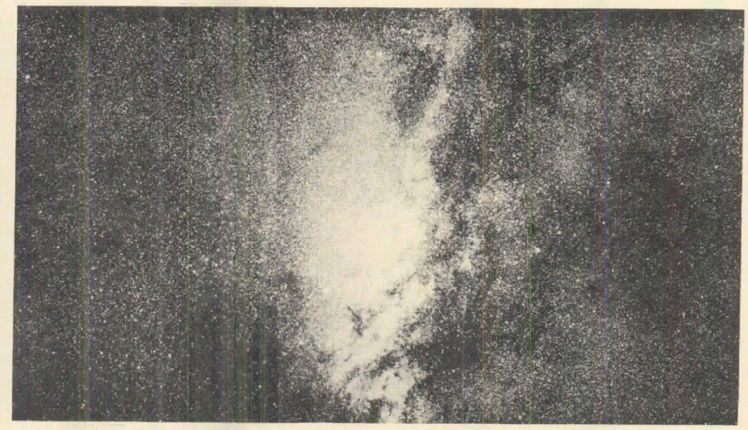


Upotreba monohromatskih filtara za analizu zračenja dveju zvezda istog spektralnog tipa, ali iz različitih klasa sjaja (dobijene krive svedene su na istu konvencionalnu vrednost u zelenom).

← Čipkasta maglina u Labudu (ekspozicija 7 časova). Ova fotografija, kao i ona na prethodnoj strani (Konjska Glava u Orionu) snimljene su teleskopom od 2,50 m sa opservatorije Maunt Vilson.



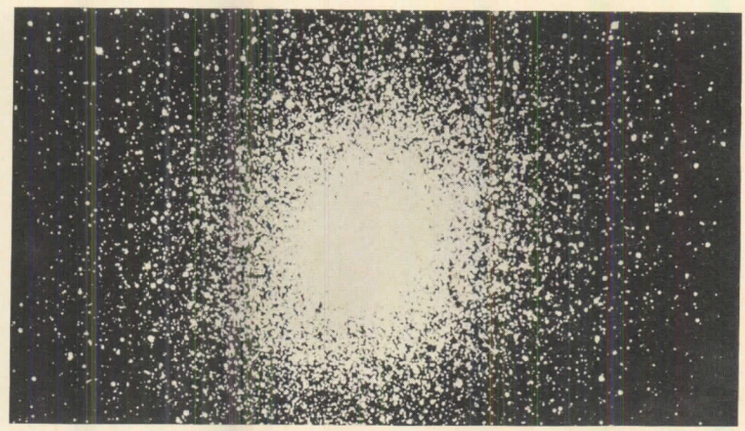
Galaktička maglina zvana Amerika, u sazvežđu Labuda.



Galaktička koncentracija, koja pokazuje brzi porast gustine zvezda u blizini galaktičkog ekvatora. *Fot. de Kérolyr.*



Veliki Magelanov Oblak, galaksija bliska našoj, može se smatrati njenim satelitom.



Zbijeno jato M 13 u sazvežđu Herkula.

Fot. X.

vati. Najvažnija nova informacija dobija se o jezgrima udaljenih galaksija, koja su kvazitačkasta i karakteristične narandžaste boje, a to je važan element za izučavanje njihovog nastanka i ravnoteže, tj. za osnovna pitanja opšte kosmogonije.

3. – **UPOTREBA FOTOĆELIJE**. Fotoelektrični efekat se sastoji u tome što izvesna tela, naročito kalijum, cezijum i sulfid olova, raspoređena u tankim slojevima, pokazuju promene u svom električnom stanju kada se osvetle. Domen osetljivosti varira od slučaja do slučaja. Cezijum – antimonske ćelije, koje su najrasprostranjenije, osetljive su od ultraljubičastog do crvenog, sa maksimumom osetljivosti blizu 0,4 μ.

Može nastupiti:

– emisija elektrona (spoljni fotoelektrični efekat);

– promena električnog otpora (unutrašnji fotoelektrični efekat).

Među ćelijama sa *unutrašnjim efektom*, ćelije sa sulfidom olova osetljive su naročito na infracrveno zračenje. One se koriste za ispitivanje sopstvenog zračenja planeta.

Fotoćelije sa *spoljnim efektom* imaju visok kvantni stepen efikasnosti. Svaki upadni foton u principu može izazvati emisiju jednog elektrona. No iz ovog ili onog razloga, izvesni fotoni mogu da ne budu aktivni. Srednja efikasnost je 25%. Struje koje se javljaju uvek su vrlo slabe, što zahteva složene aparate za amplifikaciju i termostatizaciju.

Velika prednost transformisanja fotonskog fluksa u fluks elektrona sastoji se u tome što su elektroni naelektrisane čestice. Ako se stave u električno polje čija se jačina može po volji regulisati, ove čestice mogu dobiti veliku upadnu energiju, što omogućuje znatno smanjivanje vremena ekspozicije. Naravno, upotreba elektronske fotografije moguća je samo ako se poseduju emulzije osetljive na elektrone, a ne na fotone. Ovakve emulzije postoje i koriste se za registrovanje čestica velike energije koje se nalaze u kosmičkim zracima, ili se proizvode pomoću akceleratora.

4. — **PRETVARAČ SLIKA KRASOVSKOG I LALEMANOVA ELEKTRONSKA KAMERA.** Radovi Luja de Brolja (Louis de Broglie) omogućili su stvaranje prave elektronske optike, u kojoj snopovi elektrona, ubrzani na pogodan način, znatnim razlikama potencijala bivaju usmereni elektrostatičkim ili magnetnim prstenovima, koji igraju istu ulogu kao i sočiva u običnoj optici. Tako se dobija prava slika koja rekonstruiše izgled objekta koji emituje fotone.

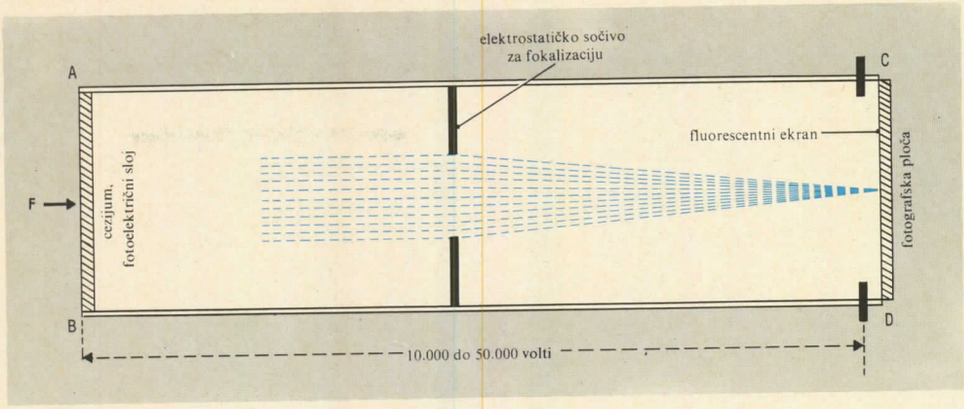
• U *pretvaraču slika* Krasovskog (Krassovsky), slika pada na fluorescentni transparentni ekran CD, koji je vrlo tanak i nalazi se na izlazu cevi; na ulazu se nalazi fotoelektrični sloj AB, na kome se obrazuje slika F; cev sadrži takođe i elektrostatičko sočivo za fokalizaciju. Obična fotografska ploča prisloni se na fluorescentni ekran, te na nju deluju zračenja koje ovaj emituje. Zna se da jedno od bitnih svojstava fluorescencije predstavlja reemitovanje svetlosti većih talasnih dužina no što ih ima prvobitna svetlost. To objašnjava pretežno korišćenje ovog instrumenta u infracrvenom.

• U *elektronskoj kameri* Andre Lalemana (André Lallemand), koja se sve više koristi, koriste se ploče ranije pomenutog tipa. Ove ploče su slabo osetljive na svetlost, ne sadrže hemijski zaštitni sloj i, pošto imaju finija zrnca od običnih ploča, omogućuju registrovanje malog broja elektrona, što praktično uklanja prag osetljivosti, utoliko pre što se koriste pri vrlo niskoj temperaturi. Lalemanova elektronska kamera sadrži katodu (semitransparentnu), stavljenu u ampulu u vakuumu i sa početnim položajem u 1. Magacin ploča smešten je u 7, a uređaj za rashlađivanje tečnim vazduhom funkcioniše u 8. Pošto se u aparatu ostvari visoki vakuum, čekić 2, koji je oslobođen jednim od elektromagneta 9, razbija ampulu katode koja se sad premešta iz 1 u 4, na put upadnih fotona, dejstvom drugog elektromagneta 9, dok treći elektromagnet 9 dovodi do zamene jedne ploče drugom nakon svake ekspozicije. Kada su iskorišćene sve ploče iz magacina, aparat se otvara da bi se ploče izvadile i razvile. Dodir sa vazduhom čini fotokatodu neupotrebljivom, te se ova mora zameniti. Uopšte uzev, elektronska slika može biti deset puta finija od klasične fotografske slike, osetljivost je sto hiljada puta veća, a broj razvijenih tragova srebra strogo proporcionalan broju fotona. Fokalizacija elektrona je omogućena oblikom anode 6, kao i postojanjem elektrostatičkog sočiva u 5.

Upotrebom ovog instrumenta efektivno se množi sa 7 ili 10 prečnik korišćenog ogledala, što tokom jedne jedine lepe noći, omogućava dobijanje rezultata za koje bi klasičnim načinom bilo potrebno 50 do 100 takvih noći za ekspoziciju. Kada se ima u vidu relativno ograničeni broj takvih noći, shvata se kolika je ogromna korist od ovako povećane efikasnosti njihovog korišćenja. Ekvivalentni rezultati dobijeni su i u stelarnoj spektrografiji.

5. — **FOTOMULTIPLIKATORSKE ĆELIJE.** Izvesna tela, osetljiva na fotoefekat, a raspoređena kao u fotoćeliji, tj. u tankim slojevima u ćeliji sa visokim vakuumom, pokazuju sledeću osobinu: ako na njih padne elektron velike energije, emituju više slobodnih elektrona za svaki takav elektron. Tako se sukcesivno mogu rasporediti u jednoj ampuli više takvih »meta« jedna za drugom; one se nazivaju *dinodama*. Dobijeni efekat tada raste u geometrijskoj progresiji, sa faktorom od 3 do 6. Laleman je tako ostvario tzv. *fotomultiplikatore*, koji imaju i do 19 stepeni. Konačni faktor je tada znatan ($3^{19} \simeq 10^9$). Čak i ako se uzmu u obzir neizbežni gubici, često nije potrebna nikakva amplifikacija na izlazu iz cevi.

Sukcesivne dinode imaju napone + V, + 2V, + 3V itd. Obično se uzima V = 100 volta. Oblik im je takav da se dobija dobro fokusiranje, a osim toga, igraju, manje ili više, ulogu elektrostatičkih sočiva. Ipak ne mogu rekonstruisati sliku izučavanog svetlosnog izvora, pa su naročito pogodni za izučavanje zračenja nebeskih tela, naročito za nalaženje *svetlosnih krivih* brzo promenljivih zvezda, kakve su cefeide.



Princip pretvarača slika.

6. — **RAZLIČITI IZGLED NEKIH NEBESKIH OBJEKATA NA RAZLIČITIM TALASNIM DUŽINAMA KORIŠĆENIM U FOTOGRAFIJI.** Upotreba filtara sa vrlo uskim propusnim trakama omogućava menjanje uslova pod kojima se snimaju nebeska tela, te njihov izgled zavisi od talasne dužine na kojoj su snimana.

Vrlo karakterističan primer predstavlja Krab maglina, koja se nalazi u sazvežđu Bika i koja, nesumnjivo, predstavlja ostatak eksplozije zvezde iz 1054. god. n. e. (daljina: 1 600 parseka). Takav fenomen se naziva *supernova*.

Najčešće korišćene talasne dužine su:

— u blizini $\lambda = 6.563$ Å, u crvenom (vodonikova linija $H\alpha$);

— u blizini $\lambda = 8.000$ Å, u infracrvenom;

— u blizini $\lambda = 3.954$ Å, u ultraljubičastom (linija K jonizovanog kalcijuma).

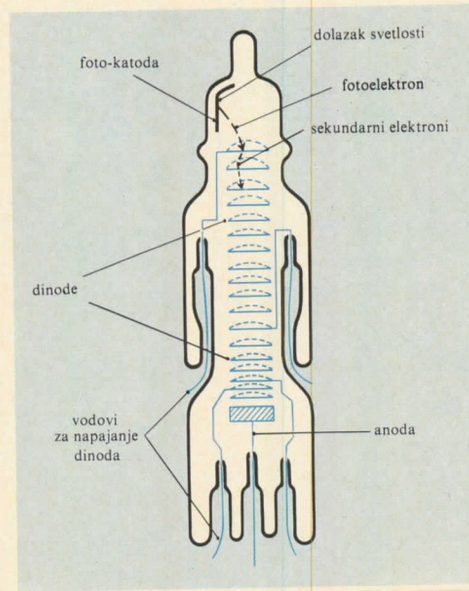
Prva talasna dužina daje fotografiju sa najviše strukturnih detalja i pokazuje vlakna izvanredne finoće. Vodonik sačinjava 76% svih elemenata koji postoje u vasioni.

Druga ne pokazuje nikakvu strukturu.

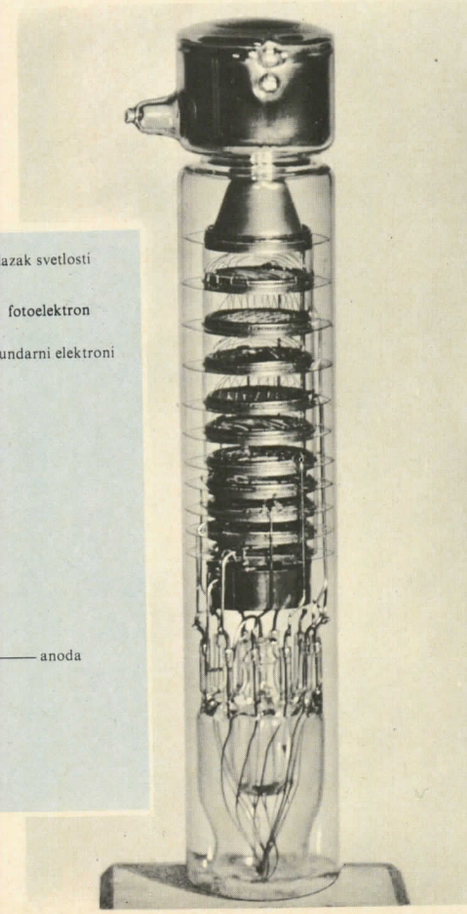
Treća još uvek pokazuje vlakna, ali manje brojna nego u prvom slučaju. Jonizovani kalcijum nije vrlo rasprostranjen element u vasioni, ali njegove se spektralne linije javljaju sa najvećom lakoćom.



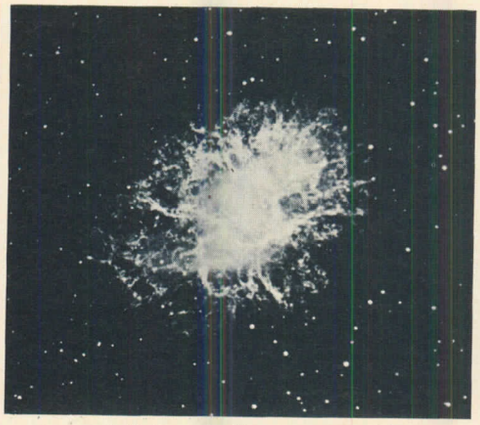
Lalemanova elektronska kamera: 1. Katoda u svojoj ispražnjenoj ampuli; 2. Čekić koji služi za lomljenje ampule; 3. Uređaj za dovođenje katode u željeni položaj; 4. Mesto katode; 5. Elektrostatičko sočivo; 6. Anoda; 7. Magacin sa pločama; 8. Hlađenje tečnim vazduhom; 9. Magnetne komande.



Elektronski foto-multiplikator: shema i uređaj. *Fot. X.*



Fotografije Krab magline (Crab Nebula):



u liniji $H\alpha$ vodonikovog spektra.
Fot. X.



u liniji K spektra jonizovanog kalcijuma.



u infracrvenoj svetlosti.

Osnovne metode astrometrije i položajne astronomije

1. — **OPŠTI POJMOVI**. *Astrometrija* ima za cilj određivanje položaja (i glavnih karakteristika) nebeskih tela, polazeći od poznatih položaja izvesnog broja izabranih tačaka na Zemlji.

Položajna astronomija, nasuprot tome, ima za cilj određivanje položaja tačaka na Zemlji, polazeći od poznatih koordinata izvesnog broja zvezda.

Na prvi pogled reklo bi se da je ovde reč o *petitio principii*. U stvari, u pitanju je samo sistematska primena opšte metode *sukcesivnih aproksimacija*, kako se to već radi u naukama zasnovanim na posmatranjima: najpre se posmatra ograničen broj zvezda i još ograničeniji broj opservatorija, za koje se ustanove *najverovatniji relativni položaji*. Zatim se njihov broj lagano povećava tokom godina, dok tačnost rezultata raste. U današnje vreme situacija je sledeća: postoji katalog *fundamentalnih zvezda* koji sadrži položaje — za epohu 1950,0 — i sopstvena kretanja 1 453 zvezda. To je F. K. 4 *(fundamentalni katalog br. 4)*, izdat 1959. godine. Osim toga, postoji internacionalni sistem od oko četrdeset opservatorija, čije su razlike geografskih dužina izmerene sa velikom preciznošću za vreme tri svetske kampanje (1926, 1933, 1958. god.). Na ovom skupu merenja ustanovljen je svetski početni meridijan, koji približno koincidira sa meridijanom meridijanskog instrumenta stare opservatorije u Griniču.

Precizno određivanje geografske širine je sasvim drugačiji problem. Zemaljski pol nije potpuno nepomičan u odnosu na Zemlju (srednja amplituda njegovog pomeranja: dvadesetak metara). Problem se sastoji u tome što treba odrediti kako srednje vrednosti geografskih širina mesta posmatranja, tako i varijacije pola. Problem širina je lakši od problema dužina, budući da ne zavisi od preciznog određivanja vremena. Stoga se ovaj problem smatra u celini razrešivim, pa se bez rezervi mogu koristiti koordinate zemaljskih opservatorija u cilju određivanja koordinata ostalih zvezda, onih koje ne figurišu u fundamentalnom katalogu; tako dobijene koordinate mogu se opet koristiti za dobijanje geografskih koordinata novih tačka na tlu. Ovaj drugi deo problema spada u domen *geodetske položajne astronomije*.

2. — **MERIDIJANSKA ASTRONOMIJA, OSNOVA OPERACIJA U ASTROMETRIJI I POLOŽAJNOJ ASTRONOMIJI**. Ako se instrument postavi tako da mu se cev može kretati oko horizontalne ose, te tako opisuje meridijansku ravan mesta posmatranja, onda su uslovi za posmatranje vrlo povoljni.

a) Na osnovu relacije (I, 1), gde je stavljeno $\mathcal{A}H = 0$, ima se

$$H_s = \alpha,$$

što znači da lokalni zvezdani časovnik mora pokazivati vreme H_s (lokalni zvezdani čas) brojno jednako rektascenziji posmatrane zvezde α (po pretpostavci poznata).

U stvari, »znati lokalni zvezdani čas u datom trenutku« znači znati korekciju lokalnog sata C_{pl} koju treba dodati pokazivanju T′ sata (doteranog na registrovanje zvezdanog dana) da bi se dobilo tačno vreme. Ima se, dakle,

$$C_{pl} = \alpha - T'. \qquad \text{(III, 1)}$$

Ako se radi o donjem prolazu kroz meridijan, treba zameniti α sa $(\alpha + 12h)$. Poznavanje korekcije lokalnog sata C_{pl} jedan je od dva osnovna elementa za određivanje geografske dužine nekog mesta u odnosu na nulti meridijan.

Drugi element, koji se često označava C_{pg}, predstavlja korekcija istoga sata u odnosu na vreme nultog meridijana u Griniču u istom trenutku. Ovaj drugi element danas je vrlo lako znati zahvaljujući prenošenju griničkog vremena preko radija. Takođe treba znati i korekciju hoda m, koja odgovara korišćenom časovniku. Tada se ima

$$C_{pl} = \alpha - T' + m\,(T' - T_0). \qquad \text{(III, 2)}$$

U ovoj formuli T_0 predstavlja čas (uzet kao referenca) kada je uspostavljena radio-veza sa Griničom radi poređenja satova. Koeficijent m se lako nalazi poređenjem vremena prijema dva sukcesivna časovna radio-signala, bez ikakvog astronomskog posmatranja.

Razlika geografskih dužina $\Delta\lambda$ data je kao

$$\Delta\lambda = C_{pl} - C_{pg}, \qquad \text{(III, 3)}$$

gde su dve veličine svedene na isti trenutak T_0. Ove iste relacije omogućuju, takođe, određivanje rektascenzije zvezde (ili kakvog drugog nebeskog tela) koja ne figuriše u katalogu fundamentalnih zvezda, ako se uzme da je korekcija lokalnog sata C_{pl} bila određena ranijim posmatranjima više ovakvih zvezda.

b) Merenje zenitne daljine ζ_m zvezde S u trenutku njenog prolaza kroz meridijan omogućuje određivanje geografske širine φ mesta posmatranja ako je poznata deklinacija δ zvezde, odnosno određivanje deklinacije nepoznate zvezde ako je inače tačno poznata geografska širina mesta. Računajući ζ_m pozitivno na jug od zenita a negativno na sever, može se pisati algebarski:

— za gornji prolazak $\varphi = \delta + \zeta_m$, (III, 4)

— za donji prolazak $\varphi = (180° - \delta) + \zeta_m$,

a ove se jednačine mogu rešiti, prema potrebi, bilo po φ, bilo po δ.

Napomene. 1. Da bi se otklonile različite sistematske greške, mora se kod meridijanskog instrumenta predvideti operacija *obrtanja durbina*, tako da se mogu simetrično vršiti posmatranja tipa *krug na istok* ili *krug na zapad*. Ovde je reč o vertikalnom graduisanom krugu na kome se očitavaju zenitne daljine nebeskih tela koja prolaze kroz meridijan, a koji služi da se usmeri durbin na zvezdu poznate deklinacije. Da bi obrtanje bilo moguće, durbin (često težak i glomazan) mora biti podignut i oslobođen iz svojih ležišta, a nakon obrtanja za 180° ponovo fiksiran. Mehanički uređaji za obrtanje variraju sa instrumentima.

2. Ako instrument poseduje precizan uređaj za očitavanje meridijanskih zenitnih daljina, na primer, skup od dva ili četiri mikroskopa za čitanje, nazivamo ga *meridijanskim krugom*. Ako ima samo vertikalni krug za usmeravanje sa malim durbinom za čitanje (do jednog ili više minuta tačnosti), naziva se *pasažni instrument*. U tom slučaju on služi isključivo za određivanje vremena ili geografskih dužina, osim ako sadrži specijalni uređaj za primenu Talkotove (Talcott) metode (vidi str. 405).

3. — **GLAVNE INSTRUMENTALNE KOREKCIJE MERIDIJANSKE ASTRONOMIJE**. Lako je videti da su opisane metode tačne samo onda ako ravan koju opisuje optička osa instrumenta kada se ovaj obrće oko horizontalne ose tačno odgovara ravni meridijana toga mesta; ovo pretpostavlja da je problem koji se diskutuje već upola rešen.

a) **Određivanje azimuta instrumenta i doterivanje ovoga u meridijan**. Naravno, pretpostavlja se da je ovaj azimut grubo određen bilo kojim načinom: pomoću busole, orijentacijom na karti itd. Tada je korekcija koja se traži zapravo *mala* korekcija, pa se može naći sukcesivnim aproksimacijama, a sve ostale korekcije mogu se smatrati jednakim nuli.

Neka je ΔA odstupanje vertikalne ravni ZSI, koju opisuje durbin, od ravni meridijana. Zvezda na koju je durbin usmeren posmatrana je u S umesto u S_1. Korekcija τ časa prolaska, koja je posledica činjenice da azimut instrumenta nije nula, odgovara dijedarskom uglu (OPS, OPS_1). Zanemarujući članove drugog reda, dobija se

$$SS_1 = \tau \cdot \cos\delta$$

i, takođe u trouglu ZSS_1,

$$SS_1 = \Delta A \cdot \sin\zeta_m.$$

Smenivši ζ_m sa $(\varphi - \delta)$, dobijamo

$$\tau = \Delta A \cdot \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\delta}. \qquad \text{(III, 5)}$$

Metoda dovođenja instrumenta u meridijan (tj. račun ΔA) izvodi se odavde lako.

Relacija (III, 5) može se pisati, za neku zvezdu S_1 sa deklinacijom δ_1,

$$\tau_1 = \Delta A \cdot \sin\varphi - \Delta A \cdot \cos\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta_1$$

a slično za zvezdu S_2 sa deklinacijom δ_2,

$$\tau_2 = \Delta A \cdot \sin\varphi - \Delta A \cdot \cos\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta_2.$$

Oduzimanjem levih i desnih strana respektivno, dobija se

$$\Delta A = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\cos\varphi(\operatorname{tg}\delta_2 - \operatorname{tg}\delta_1)}. \qquad \text{(III, 6)}$$

Ako je jedna od dveju zvezda S_1 ili S_2 cirkumpolarna (npr. Severna) a druga zvezda ekvatorijalna (čak i sa negativnom deklinacijom), tada razlika $(\operatorname{tg}\delta_2 - \operatorname{tg}\delta_1)$ može dostići vrednost, recimo, od 5 do 10. U tom slučaju se azimut instrumenta može precizno odrediti. Sve dok je ta veličina osetna, azimut se doteruje pomoću za to predviđenog zavrtnja. Kada ona postane dovoljno mala, merenja svih zvezda se koriguju pomoću relacije (III, 5). Zapravo, ekvatorijalne zvezde, sa brzim pomeranjem, jedino se i koriste za određivanje vremena i geografskih dužina. Cirkumpolarne zvezde, kombinovane sa ovima, služe samo za sukcesivno određivanje A.

b) **Odstupanje ose instrumenta od horizontale** β. Ovaj nedostatak se najčešće meri pomoću osetljive libele pogodno smeštene (β se smatra pozitivnim ako je zapadni kraj osovine uzdignutiji). Kod izvesnih instrumenata ova veličina može se meriti pomoću odbijanja svetlosti sa površine žive koja se nalazi u jednom sudu.

Kod teodolita (vidi str. 408 i 409, § 7), korekcija azimuta usled nagiba β data je izrazom

$$\Delta A = \beta \cdot \operatorname{cotg}\zeta,$$

gde je ζ zenitna daljina tačke ka kojoj je instrument usmeren. Ovde ta veličina iznosi $(\varphi - \delta)$. Ovoj azimutnoj devijaciji odgovara, na osnovu (III, 5), modifikacija τ trenutka prolaska:

$$\tau = \beta \cdot \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos\delta}.$$

c) **Lična jednačina posmatrača**. Pri posmatranju časa prolaska zvezde preko vlakna mikrometra javlja se greška, tzv. *lična jednačina*, koja može dostići i više desetina sekunde. Ova greška je približno konstantna samo kod izvežbanog i psihički smirenog posmatrača. Čak i u tom slučaju, na nju utiču spoljni faktori: veličina zvezde, brzina pomeranja itd. Zbog toga se više nastoji da se ona eliminiše, a ne da se meri.

Ovo se postiže u zadovoljavajućoj meri sledećim postupkom: vertikalno vlakno mikrometra kreće se u svojoj ravni pomoću malog elektromotora, čiju brzinu reguliše posmatrač pomoću diferencijala. Problem se tada sastoji u tome da se pokretno vlakno (kome je unapred približno data pogodna brzina) dovede u položaj da se poklopi sa zvezdom pre nego što ova stigne u centar vidnog polja, a zatim se vlakno održava u tom položaju pomoću brzinskog diferencijala. Pomoću električnih kontakata smeštenih na ivici komandnog doboša pokretnog vlakna, ovo kretanje se beleži na hronografu (čije kretanje određuje zvezdani časovnik); na osnovu ovih beleženja može se izvesti *čas* prolaska *zvezde* kroz centar vidnog polja, a to merenje je oslobođeno greške zvane lična jednačina.

d) **Ostale korekcije. Opšte formule**. Treba, takođe, voditi računa još o nekim greškama:

— *greška kolimacije*, koja odgovara preciznom određivanju tzv. *centra polja*; ovaj leži na normali spuštenoj na horizontalnu osu iz optičkog centra objektiva;

— *greška dnevne aberacije*;

— *greška uglovne vrednosti* koraka okularnog zavrtnja itd. Sve ove korekcije unesene su u formule, manje ili više pogodne, već prema vrsti posmatranja, a od kojih se većina može koristiti uz pomoć dopunskih tablica: formule Majera (Mayer), Besela (Bessel) i Hanzena (Hansen).

4. — **METODA ODREĐIVANJA GEOGRAFSKE ŠIRINE**. Opšta metoda (vidi str. 404, § 2, odeljak b) retko se neposredno primenjuje. Ona je, u stvari, direktno podložna greškama određivanja vertikale uz pomoć libele (ovog puta longitudinalne), greškama graduisanja vertikalnog kruga na kome se očitavaju meridijanske zenitne daljine, greškama atmosferske refrakcije, najzad, greškama koje nastaju usled savijanja durbina pod često velikim teretom objektiva. U tom cilju koristi se *meridijanski krug*. Ovaj poseduje vanredno fino graduisan vertikalni krug. U velikim opservatorijama svi podeoci ovog kruga kalibrišu se vrlo preciznim merenjima, da bi se prilikom posmatranja mogle izvršiti sve potrebne korekcije. Očitavanja na krugu vrše se uz pomoć sistema od četiri mikrometarska mikroskopa. Instrument, takođe, ima vrlo osetljive libele, a durbin se može obrnuti (kao i graduisani krug), jer se merenja izvode uvek sukcesivno, »krug na istok« i »krug na zapad«.

• Meridijanski krug služi naročito za određivanje *deklinacije zvezda*, napose fundamentalnih zvezda, daleko više nego što služi za određivanje geografskih širina novih tačaka posmatranja.

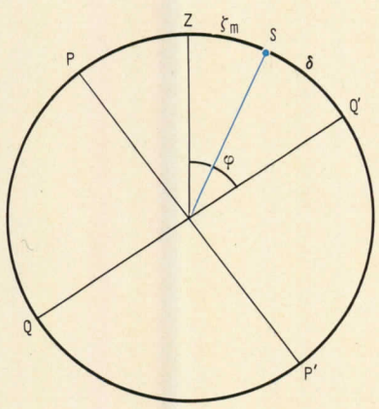
Za određivanje širina postoji više metoda, koje dozvoljavaju uklanjanje — u manjem ili većem stepenu — već pomenutih izvora grešaka. Najviše se koristi *Horbau-Talkotova metoda* (Horrebow, Talcott); nju naročito upotrebljava Međunarodna služba širina, čiji je zadatak sistematsko praćenje malih pomeranja polova. Koristi se pasažni instrument sa vrlo preciznom longitudinalnom libelom, najčešće sa dvostrukom cevi, a koja se zove *Talkotova libela*; pošto durbin zauzme datu inklinaciju, libela se fiksira u odnosu na durbin, a položaj mehurića libele podešava menjanjem položaja cevi u odnosu na okvir libele. Nakon izbora određene inklinacije, koja odgovara datoj vrednosti deklinacije, dovede se mehurić u »centar cevi« (ili na određeni podeljak koji se čita na cevi libele) pomeranjem okvira libele. Zatim se obrne durbin, te sada ima inklinaciju simetričnu prvoj respektivno ka severu i ka jugu. Ova simetrija se usavršava delovanjem na pribor (durbin — libela) da bi položaj mehurića libele bio što bliži onome koji odgovara prethodnom položaju durbina. Razlika u očitavanjima libele $(N_1 - N_2)$ ukazuje na nedostatak simetrije dvaju položaja durbina.

• Izrađuje se specijalan posmatrački katalog biranjem parova zvezda koji imaju sledeće osobine:

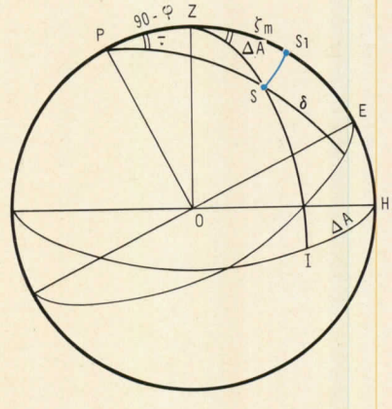
— njihove rektascenzije, tj. časovi prolaska, razlikuju se za mali broj vremenskih minuta;

— njihove deklinacije δ_1 i δ_2 su takve da se poluzbir ovih vrednosti razlikuje od procenjene širine mesta posmatranja za veličinu znatno manju od uglovne vrednosti vidnog polja mikrometarskog okulara. Ovaj uređaj je postavljen u smeru deklinacija (dok je postavljen u smeru rektascenzija pri merenju vremena), a jednom zasvagda se određuje uglovna vrednost *obrta okularnog zavrtnja* K.

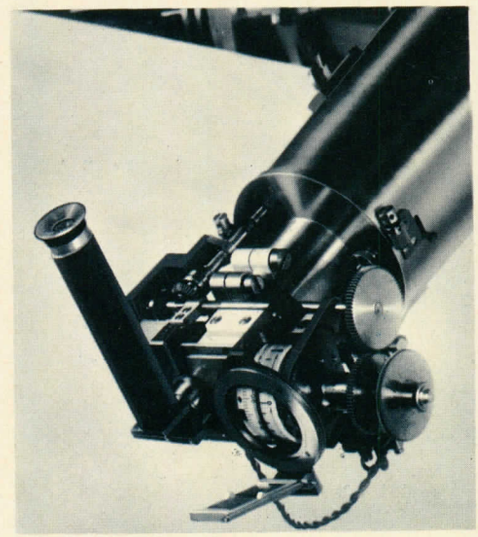
Durbin se tada doteruje prema srednjoj deklinaciji $\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$ i usmerava na prvu od zvezda iz para. Ova zvezda će proći kroz gornji ili donji deo polja, pa se vrši merenje pomoću mikrometra u trenutku



Određivanje geografske širine mesta posmatranja ili deklinacije zvezde meridijanskim posmatranjima.



Eksperimentalne korekcije meridijanske astronomije.

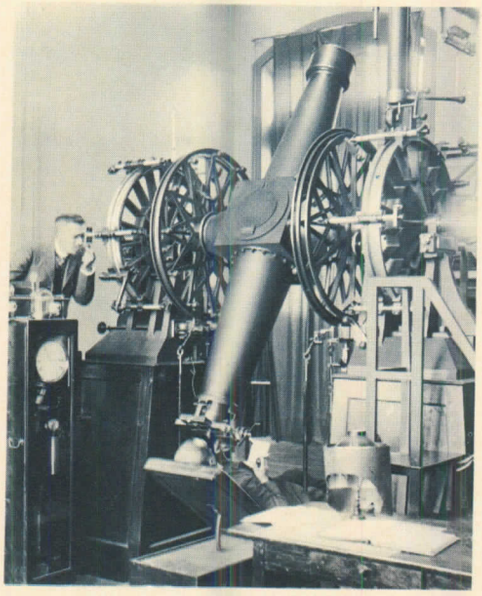


Bezlični mikrometar na električni pogon. *Fot. X.*

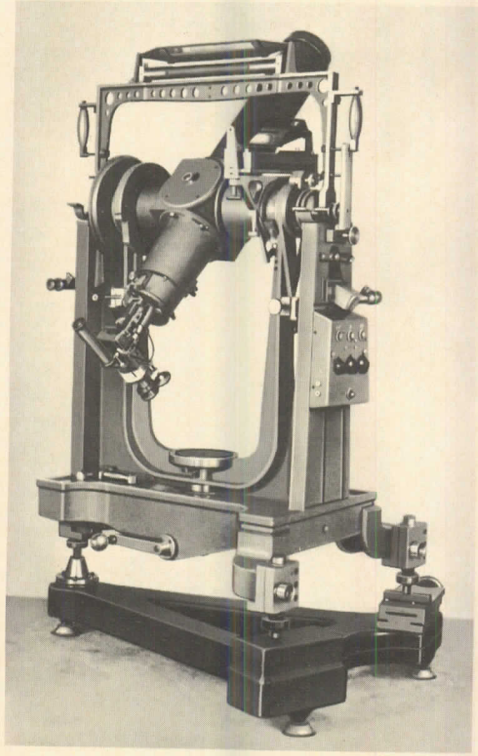
prolaska kroz meridijan: neka V_1 bude očitana vrednost. Istovremeno se vrši očitavanje libele u već navedenim uslovima. Iste operacije vrše se i sa drugom zvezdom S_2. Geografska širina φ mesta posmatranja data je onda izrazom

$$\text{(III, 7)} \qquad \varphi = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \pm K \frac{V_2 - V_1}{2} \pm \frac{N_2 - N_1}{2}.$$

Ovo je opšti princip te metode, veoma precizne ako se tačno znaju deklinacije zvezda, kao i konstante upotrebljenih instrumenata. Ona zapravo predstavlja *diferencijalnu metodu*, a zbog simetrije posmatranja vršenih na sever i na jug sa praktično



Posmatranje na meridijanskom krugu Pariske opservatorije. *Fot. J. Boyer.*



Prinov pasažni instrument snabdeven Talkotovom libelom. Namenjen merenju deklinacija. Za posmatranje vremena mikrometar se obrće za 90°. *Fot. X.*

jednakim zenitnim daljinama uklanjaju se izvesni uzroci grešaka koje zavise od zenitne daljine: naročito greške nastale usled atmosferske refrakcije i savijanja durbina. Uspostavljanje kataloga parova zvezda prilično je delikatan problem; u opštem slučaju moraju se koristiti zvezde koje ne figurišu u fundamentalnim katalozima, a ovo predstavlja nezgodu koja može biti prilično teška.

5. — **METODA BLISKE TAČKE. VISINSKE PRAVE.** Ovo je vrlo opšta metoda, korišćena kako za obična posmatranja tako i u pomorskoj i vazdušnoj navigaciji. Ona omogućava da se istovremeno odrede geografska širina i dužina mesta posmatranja, ili barem tačno lokalno zvezdano vreme u trenutku posmatranja. Iz ovog poslednjeg podatka izvodi se razlika dužina $\Delta\lambda$ na osnovu (III, 3) uz pomoć griničkog vremena, koje se prenosi preko radija.

Primenimo diferencijalnu formulu (I, 19):

$$d\zeta = \cos A \cdot d\varphi + 15 \cdot \cos \varphi \cdot \sin A \cdot dH_s.$$

Uvek možemo znati približnu vrednost geografske širine mesta posmatranja, φ_0 tako da je

$$\varphi = \varphi_0 + d\varphi,$$

a isto tako i približnu vrednost H_{s0} lokalnog zvezdanog časa, naime veličinu zvanu C_{pl}, tako da je

$$H_s = H_{s0} + dH_s.$$

Veličine $d\varphi$ i dH_s predstavljaju nepoznate ovog problema. Uz pomoć ovih približnih elemenata određuje se, *tačnim računom*, vrednost ζ_0 zenitne daljine ζ zvezde sa poznatim koordinatama α i δ, vrednost koja odgovara vrednostima φ_0 i H_{s0}. Koristi se formula (I, 9):

(III, 8)

$$\cos \zeta_0 = \sin \delta \cdot \sin \varphi_0 + \cos \delta \cdot \cos \varphi_0 \cdot \cos (H_{s0} - \alpha).$$

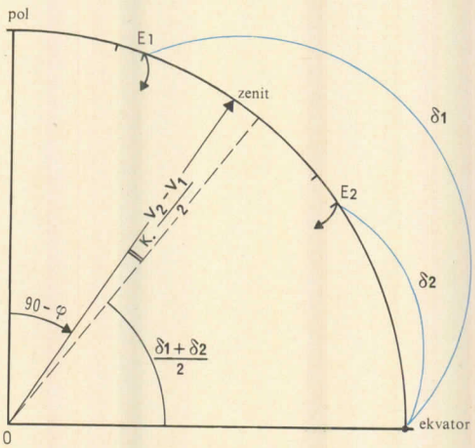
Posmatranje se sastoji u merenju stvarne zenitne daljine ζ u datom trenutku. Iz ovoga rezultata uzima se razlika $d\zeta$.

$$d\zeta = \zeta - \zeta_0.$$

Formula (I, 19),

$$d\zeta = \cos A \cdot d\varphi + 15 \cos \varphi \cdot \sin A \cdot dH_s,$$

upravo povezuje ove tri veličine, rezultat posmatranja $d\zeta$ i nepoznate veličine $d\varphi$ i dH_s. Formula pretpostavlja da je poznat azimut A pri posmatranju, ali ovaj je dovoljno *grafički* odrediti (do na pola stepena tačno). Ova se aproksimacija lako dobija pri orijentaciji aparata, na primer, pomoću busole ili jednom dopunskom malom operacijom.



Princip Horbau-Talkotove metode.

Osnovna jednačina diferencija (I, 19) može se pisati

$$\text{(III, 9)} \qquad d\zeta = \cos A \cdot d\varphi + \sin A \,(15 \cos \varphi_0 \cdot dH_s).$$

Ovo je tzv. »normalni« oblik prave azimuta $\left(A + \frac{\pi}{2}\right)$ koja prolazi na udaljenosti $d\zeta$ od koordinatnog početka; jedna je osa graduisana u jedinicama $d\varphi$, a druga u

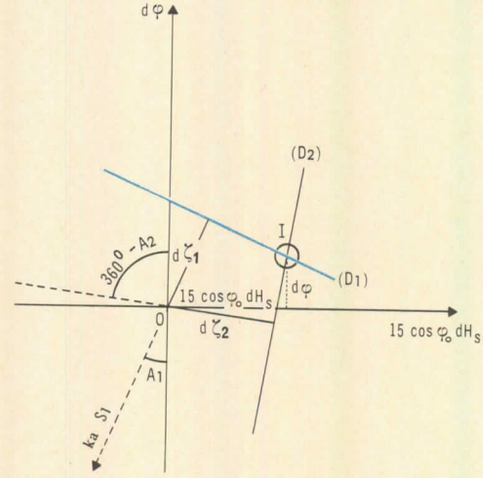
$$(15 \cos \varphi_0 \cdot dH_s).$$

Ovo je tzv. *visinska prava*. Ako se ista metoda primeni na drugu zvezdu S_2, dobija se druga visinska prava i koordinate tačke preseka I ovih dveju pravih biće $d\varphi$ i $(15 \cos \varphi . dH_s)$, čime je problem rešen. Ako se posmatra više od dve zvezde, rešenje problema dato je »najboljom tačkom preseka« svih nacrtanih pravih.

Naravno, tačnost konačnog rezultata funkcija je svih uslova koji ograničavaju tačnost merenja svake od zenitnih daljina: refrakcija i sl. No metoda je ipak veoma pogodna i mnogo se koristi, naročito u pomorskoj i vazdušnoj navigaciji, a takođe i pri geodezijskim ispitivanjima.

U pomorskoj navigaciji visine nebeskih tela nad horizontom mora mere se uz pomoć *sekstanta*. Sunce je jedino nebesko telo koje se može lako posmatrati. Dva posmatranja, neophodna za određivanje tačke, vrše se u dva različita trenutka dana, najčešće u 9 časova ujutru i u podne, a zatim se pristupa prenosu elemenata prve visinske prave na drugu na osnovu *ocene* puta koji je prešao brod; ova okolnost, naravno, umanjuje tačnost rezultata. Pred zoru i u sumrak često je moguće istovremeno videti horizont i nekoliko sjajnih zvezda, što omogućava da se tačnost poveća, ali ona ipak ne prelazi 0,5 morskih milja, tj. oko 1 km. Treba naglasiti da su pomorske navigacione karte skoro isključivo date u Merkatorovoj (Mercator) projekciji, gde su ordinate (duž meridijana) dilatirane po zakonu $\int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\cos \varphi}$. U tom se slučaju može crtati na samoj karti bez modifikacije skale, tim pre što su geografske dužine na karti istovremeno graduisane u lučnim i vremenskim sekundama.

Može se dati *geometrijska interpretacija* visinskih pravih, okolnost koja je od izvesnog interesa: usvajanje približnih vrednosti φ_0 i H_{s0} u stvari znači usvajanje približnog položaja Z_0 zenita mesta posmatranja. Problem se tada svodi na određivanje položaja stvarnog zenita Z. Za dve zvezde S_1 i S_2, izračunate zenitne daljine $(\zeta_0)_1$ i $(\zeta_0)_2$ odgovaraju lukovima nebeske sfere Z_0S_1 i Z_0S_2. Ako realna posmatranja pokazuju odstupanja $d\zeta_1$ i $d\zeta_2$, može se zaključiti da se realni zenit Z nalazi na preseku



Trag dveju visinskih pravih.

dva luka velikog kruga konstruisanih sa poluprečnicima $[(\zeta_0)_1 - d\zeta_1]$ i $[(\zeta_0)_2 - d\zeta_2]$ iz centara S_1 i S_2 respektivno. U blizini približnog zenita Z_0 ovi lukovi velikog kruga mogu se zameniti njihovim tangentama, koje nisu ništa drugo do visinske prave, kako smo ih definisali i konstruisali. Drugim rečima, na navedenim dijagramima koordinatni početak odgovara približnom zenitu Z_0 mesta posmatranja, a tačka preseka visinskih pravih — položaju pravog zenita Z.

6. — **METODA JEDNAKIH VISINA**. Da bismo se obezbedili od dva glavna izvora grešaka metode visinskih pravih (merenja zenitnih daljina pomoću graduisanih krugova i očitavanja libele — atmosferska refrakcija, čiji je tačan uticaj nepoznat), stvorena je nova metoda u kojoj se zvezde posmatraju u trenutku kada prolaze kroz izvestan visinski krug (almukantar), koji se obično uzima sa zenitnom daljinom bliskom 30°. Ova veličina, uostalom, ne mora biti poznata sa velikom preciznošću. Dovoljno je da ona bude konstantna tokom datog posmatranja. Označićemo je sa $(\zeta_0 + \rho)$, gde je uzeto ζ_0 jednako 30° 0′ 33″ (ova vrednost uzima u obzir normalnu refrakciju na zenitnu daljinu 30°).

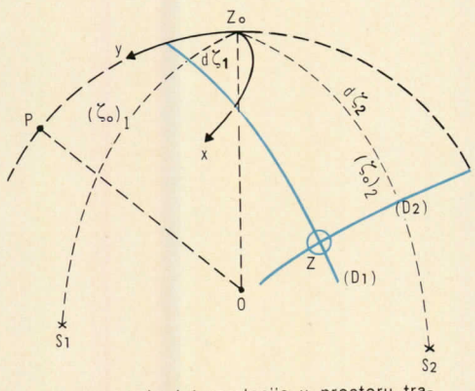
Osnovna relacija se tada može pisati

$$d\zeta + \rho = \cos A \cdot d\varphi + \sin A\,(15 \cos \varphi_0 \cdot dH_s).$$

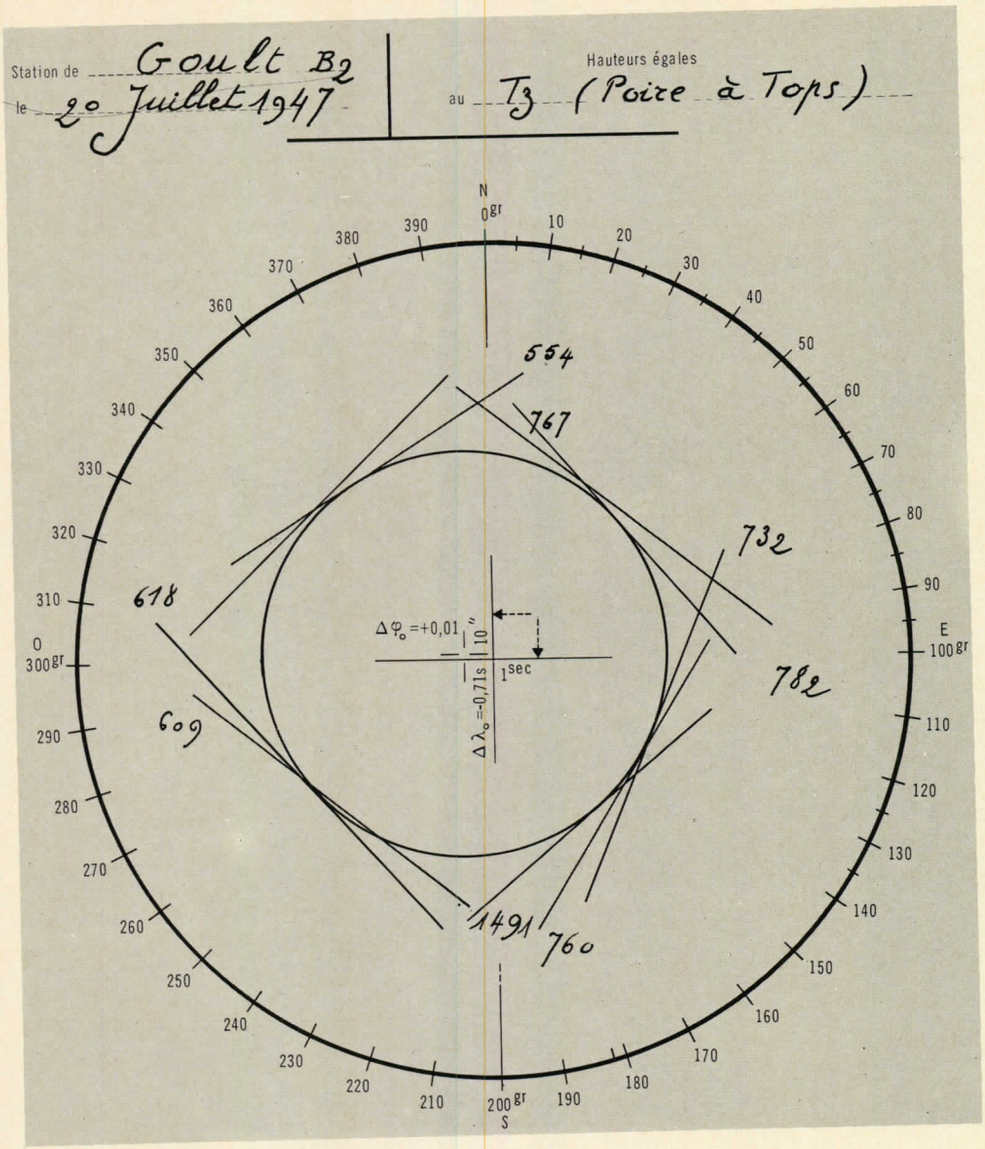
Dobija se dijagram visinskih pravih analogan ranije opisanom, no sve prave biće pomerene za konstantnu, ali nepoznatu veličinu ρ. Tačka koju treba odrediti na dijagramu sada je centar kruga ne sasvim egzaktno poznatog poluprečnika ρ, koji najbolje »dodiruje« skup konstruisanih visinskih pravih. To se obično lako postiže (ako su posmatranja dobra) prislanjanjem na dijagram izvesnog broja krugova sličnih poluprečnika, nacrtanih na providnoj hartiji. Rešenje se može dobiti i računskim putem, ako se pođe od jednačina pravih tretiranih metodom najmanjih kvadrata. Naravno, ovde je potrebno najmanje tri posmatranja (umesto dva). No ako se tačka posmatranja nalazi na čvrstom tlu, obično se posmatra 30 ili 40 zvezda tokom večeri.

Konstruisano je više uređaja za posmatranje zvezda na jednakim visinama. Od njih se najviše upotrebljava, tzv. *astrolab sa prizmom*, koji sadrži horizontalni durbin što se okreće oko vertikalne ose, pri čemu se jedan pokazivač pomera u odnosu na krug sa koga se očitava smer durbina (tačnost 0,5 stepena). Pred objektivom durbina fiksirana je ekvilateralna prizma visoke preciznosti ABC, ispod koje se u jednom sudu nalazi živa koja služi kao ogledalo.

a) **Princip astrolaba sa prizmom**. Zvezda E, zenitne daljine bliske 30°, šalje snop paralelnih zraka. Jedni ulaze u prizmu kroz stranu AB, a drugi kroz stranu AC, posle refleksije na živinom ogledalu. Svaki snop daje sliku u žiži F horizontalnog durbina sa objektivom O, čija je optička osa FI egzaktno perpendikularna na vertikalnu stranu BC prizme. Usled kretanja zvezde, ove dve slike



Geometrijske interpretacije u prostoru tragova visinskih pravih.



Primer posmatranja metodom jednakih visina:

približna tačka	$\varphi_0 = 43°55'37''00$	$\lambda_0 = +22\text{mn } 51\text{ s, } 50$ E. Gr.
korekcija	$d\varphi = \quad + \ 0''01$	$d\lambda = \quad - \quad 0\text{ s, } 71$
definitivna tačka	$\varphi = 43°55'37''01$	$\lambda = +22\text{mn } 50\text{ s, } 79$ E. Gr.

se pomeraju relativno u žižnoj ravni durbina. Kada zenitna daljina dostigne izvesnu određenu vrednost (koja predstavlja konstantu instrumenta) blisku 30°, slike koje se kreću poklope se u jednom trenutku u žiži F. Upravo ovaj trenutak se i posmatra pomoću lokalnog časovnika.

Uslovi doterivanja: optička osa FI horizontalna je i egzaktno perpendikularna na centar strane BC prizme; brid A prizme strogo je horizontalan u trenutku posmatranja.

Prvo doterivanje se vrši autokolimacijom slike končanice, smeštene u žižu F, na stranu BC. Drugo doterivanje se vrši konstantnim održavanjem direktne i reflektovane slike na istoj vertikali tokom posmatranja. (U tom cilju pomera se prizma u odnosu na durbin pomoću jednog zavrtnja.)

Ocenjivanje tačnog trenutka poklapanja je preciznije ako su dve trajektorije (direktna i reflektovana) pod većim nagibom jedna prema drugoj. Maksimalna preciznost za određivanje vremena postiže se, dakle, kada su trajektorije rektangularne. Nasuprot, za bolje određivanje geografske širine, biraju se zvezde čije trajektorije imaju veliki nagib i skoro se poklapaju.

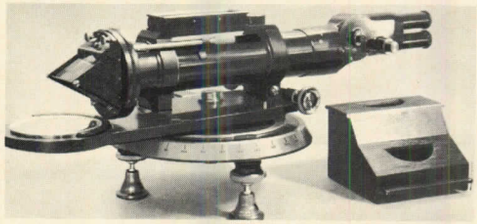
b) **Kretanje slika u vidnom polju**. U polju durbina vide se dva vertikalna i dva horizontalna vlakna, osvetljena tako da izgledaju svetla na mračnom fonu polja, što dozvoljava posmatranje slabih zvezda (uključujući i zvezdanu veličinu 6).

Pravougaonik određen vlaknima označava oblast polja gde treba da dođe do poklapanja dveju slika, kako bi greška, usled ekscentriciteta, bila zanemarljiva.

Obe slike se pomeraju koso u polju: jedna se penje dok druga silazi. Ako se deluje na zavrtanj koji određuje položaj prizme u odnosu na durbin, direktna i dvostruko reflektovana slika održavaju se tačno jedna ispod druge što odgovara horizontalnom položaju prednje ivice prizme. Za nebesko telo na istoku, direktna slika se spušta a dvostruko reflektovana se penje. Obrnuto je kod nebeskog tela na zapadu.

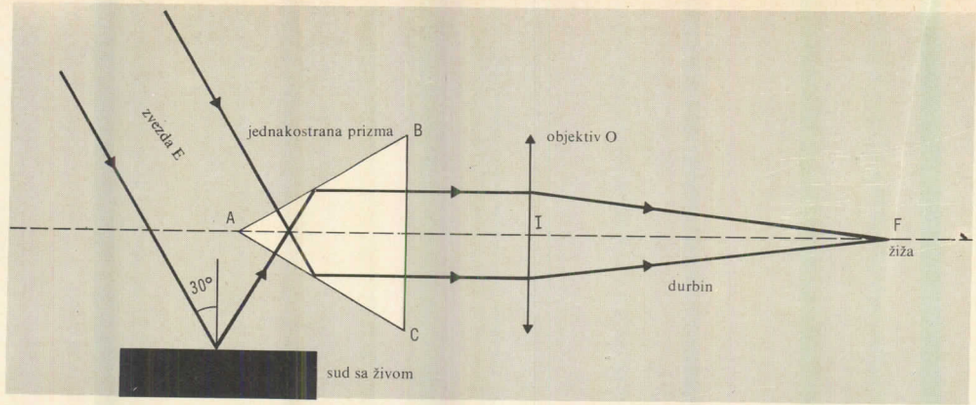
Nagib trajektorije slike u odnosu na horizontalna vlakna jednak je uglu ϖ, koji trajektorija zvezde (deklinacioni krug) čini u prostoru sa krugom zenitne daljine 30°: trajektorije dveju slika su vertikalne ako je taj ugao prav (posmatrana zvezda ima maksimalno odstupanje u E_0).

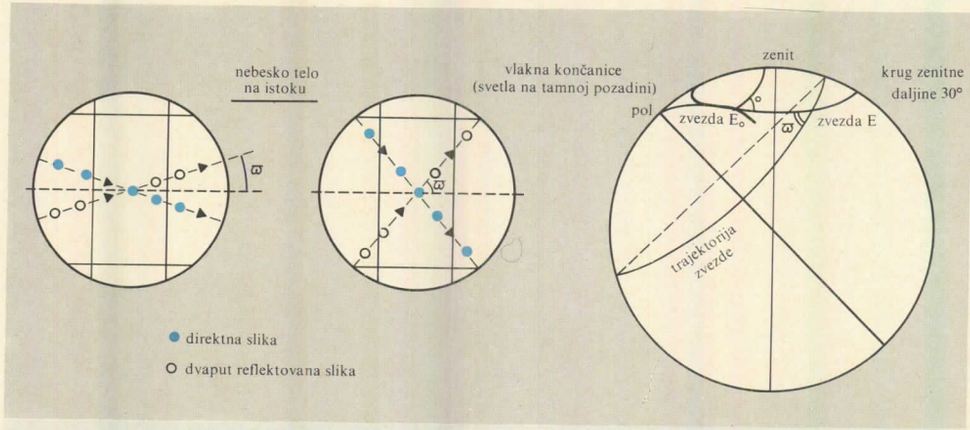
Naravno, moguće je ostvariti posmatranje jednakih visina i drugim sredstvima, a ne samo pomoću astrolaba sa prizmom; najprostije sredstvo je teodolit, čiji je durbin uperen na željenu visinu i održa-

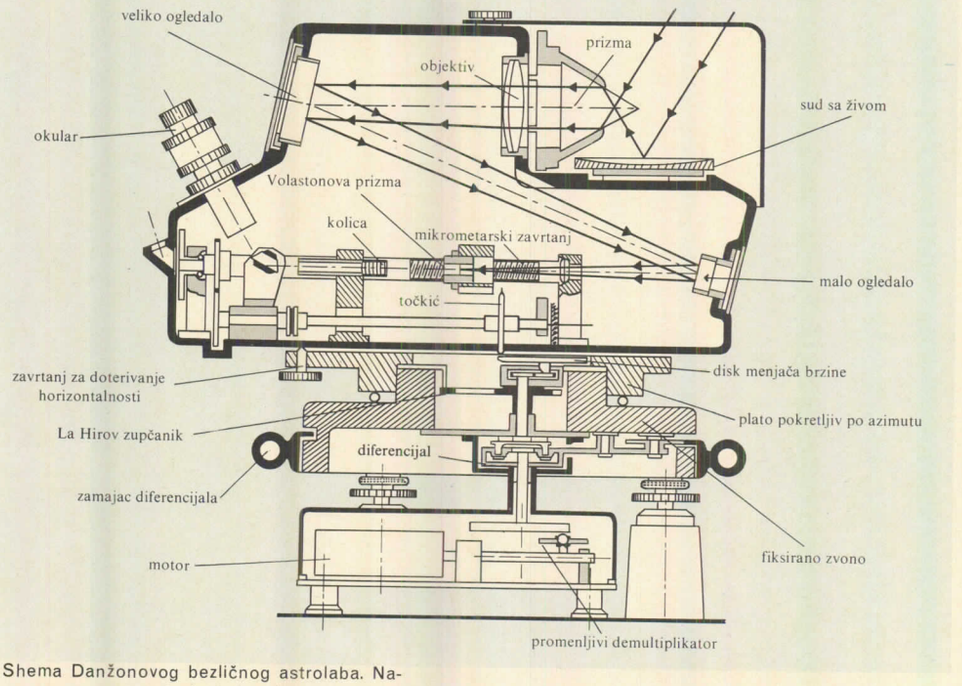


Astrolab sa prizmom. *Desno*, njegov princip. *Fot. X.*

Ispod, kretanje slika u polju astrolaba sa prizmom.







Shema Danžonovog bezličnog astrolaba. Namena ovog aparata je istovremeno merenje vremena i geografske širine posmatranjem jednakih visina fundamentalnih zvezda.

van na konstantnoj visini pomoću longitudinalne libele.

Posmatranje metodom jednakih visina zahteva uspostavljanje *kataloga posmatranja*, koji hronološki daje čas prolaska različitih zvezda kroz almukantar od 30° (do na 10 ili 15 sekundi), kao i azimut koji odgovara prolasku (do na 0,5 stepeni). To je zahtev koji nije zanemarljiv, mada postoje izvanredno dobro načinjeni uređaji, u obliku abakusa ili tablica, namenjeni pravljenju ovakvog kataloga. Štaviše, razvijeno je više računskih postupaka za određivanje pomoću formule (III, 8), koja nije prilagođena računu sa logaritmima.

Andre Danžon (André Danjon) je znatno usavršio astrolab sa prizmom, uklanjajući jednu od optičkih nesavršenosti instrumenta (snop presečen nadvoje ivicom prizme) i uvodeći uređaj za eliminisanje lične jednačine sličan onome koji je opisan na str. 405, § 3, odeljak c. »Bezlični« Danžonov astrolab smatra se danas jednim od najboljih instrumenata u položajnoj astronomiji. Njime je opremljen izvestan broj velikih opservatorija širom sveta.

7. — PRENOSIVI INSTRUMENTI ZA POSMATRANJE.

a) **Teodolit**. Teodolit je prenosivi instrument za posmatranje čiji se durbin može kretati oko dveju osa — vertikalne i horizontalne. Ovo se postiže pomoću libela. U većini slučajeva perpendikularnost dveju osa obezbeđuje se, sa znatnom tačnošću, konstrukcijom.

Kada se ceo instrument obrće oko vertikalne ose, nazvane *glavna osa*, on povlači za sobom pokazivač snabdeven uređajem za čitanje (nonijus ili mikrometarski mikroskop); položaj pokazivača čita se na precizno graduisanom krugu. Uređaja za čitanje ima dva (ili četiri) i oni su simetrično raspoređeni, tako da se u srednjem eliminiše greška čitanja usled ekscentričnosti rotacione ose u odnosu na graduisani krug, a isto tako i greške podeljaka ovog kruga, koje su na sličan način nastale usled ekscentričnosti na mašini koja je podeoke pravila. Kod većine instrumenata i sam graduisani krug se može obrtati oko ose paralelne sa glavnom osom, koja je što je moguće više blizu ove, tako da se mogu vršiti ponovljena posmatranja na simetrično raspoređenim delovima kruga; ovaj se uređaj zove »reiterator«. Slično, kada se durbin obrće oko horizontalne ose, očitavanje se vrši na vertikalnom ili zenitalnom krugu. Ovaj uređaj omogućuje merenje *zenitnih daljina*.

Ako je teodolit usmeren na predmet S zenitne daljine ζ, vertikalni krug za očitavanje može biti ili desno (K. D.), ili levo (K. L.) od durbina. Da bi se prešlo iz jednog položaja u drugi, ceo instrument se mora obrnuti za 180° oko svoje glavne ose i durbin dovesti u fiksni pravac S opisivanjem ugla koji nije ništa drugo do 2ζ. Zenitna daljina je, dakle, jednaka polovini razlike očitavanja kada se objekt S vizira sa krugom desno (K. D.) i krugom levo (K. L.). Razlika ovih očitavanja mora se uzeti u smislu K. D. — K. L., ako očitavani brojevi rastu od zenita prema predmetu sa krugom desno (K. D.), i obrnuto. Ako posmatrač stoji okrenut licem prema vertikalnom krugu, a u oba slučaja se nalazi na istoj strani instrumenta, raspored je kao na gornjoj slici. Neka je l_m očitavanje u odnosu na pravac glavne ose. Očitavanje prema S krugom desno, tj. l_d dato je izrazom

$$l_d = l_m + \zeta.$$

Očitavanje prema S krugom levo, tj. l_g dato je izrazom

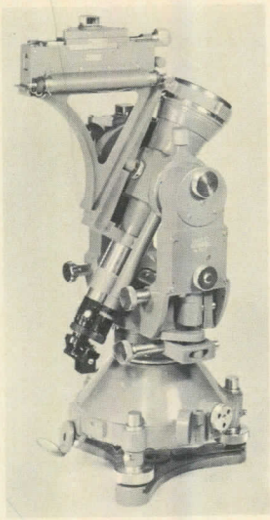
$$l_g = l_m + \zeta.$$

Odatle se dobija

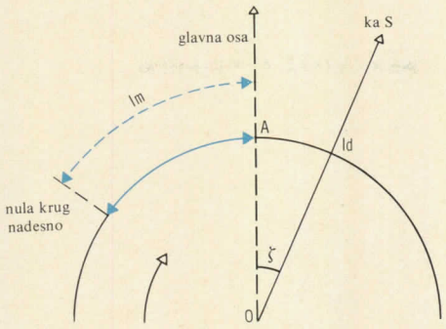
$$\frac{l_d - l_g}{2} = \zeta.$$

Navedena teorija pretpostavlja da je glavna osa strogo vertikalna. Ako postoji mali nagib i_0 (meren pomoću libele), rezultat merenja se mora korigovati, jer bi inače predstavljao »aksijalnu« a ne »zenitnu« daljinu. Korekcija i_0 biće pozitivna ako je osa nagnuta ka S, a negativna u suprotnom slučaju.

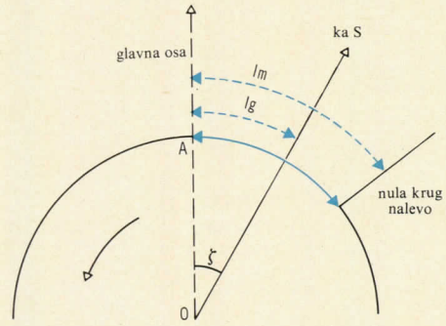
Merenje azimuta ili zenitnih daljina zahteva izvesnu *korekciju libele*. Kao i u geodeziji, u astronomiji se razlikuju dve vrste libela: libele učvršćene za



Teodolit *Wild T 3* za zenitnu daljinu 30° (primena metoda jednakih visina). *Fot. X.*



Krug desno.



Krug levo.

Merenje zenitnih daljina.

neku osu i slobodne libele, nazvane *libele-jahači*. Sve one sadrže cevčicu koja je deo torusa vrlo velikog poluprečnika krivine (koji može ići i do 200 m) i vanredno pravilnog oblika. Na gornjem delu cevčica ima graduaciju sa podeocima razmaka 2 mm; podeoci su numerisani. Prethodnim operacijama je brižljivo određena »uglovna vrednost jednog podeoka libele«, koja može biti vrlo mala, oko 1″. Astronomske libele omogućavaju ne samo rektifikaciju ose (vertikalne ili horizontalne) već i merenja njenog rezidualnog nagiba.

• *Elementarna teorija libele.* Neka je X′X osa na kojoj počiva libela, a i nagib te ose. U početnom položaju, libela je smeštena tako da su podeoci skale O levo od posmatrača, tj. O_g. Mehurić se nalazi u B, u najvišoj tački torusa. Neka l_g označava dobijeno očitavanje, a C tačku ose X′X koja se nalazi na vertikali iz B. Posle obrtanja libele, nula skale nalazi se u O_d što je simetrično sa O_g u odnosu na tačku A u kojoj normala iz C na X′X preseca cevčicu. Neka sada l_d bude izvršeno očitavanje. U oba slučaja je očitavanje koje odgovara tački A isto, naime l_m. U prvom slučaju imamo (smatrajući i pozitivnim ako je desni kraj osovine viši od levog),

$$l_g = l_m + i\,;$$

u drugom slučaju

$$l_d = l_m - i\,;$$

odakle

$$i = \frac{l_g - l_d}{2} \quad \text{i} \quad l_m = \frac{l_g + l_d}{2}.$$

Teorija je ista ako je libela, umesto da leži na osi X′X, učvršćena na osu rotacije instrumenta, koja je približno vertikalna. U oba slučaja anuliraće se nagib ose koju treba »ispraviti« uzimanjem dva očitavanja l_g i l_d, te korigujući (zavrtnjima za podešavanje instrumenta) za polovinu konstatovanog odstupanja ta dva očitavanja.

Ako treba korigovati merenje zenitnih daljina zbog neegzaktne vertikalnosti rotacione ose, smatraće se pozitivnom komponenta α nagiba ose ako je ova nagnuta ka viziranoj tački (što čini merenu zenitnu daljinu suviše malom). Tada će se primeniti formula

$$\alpha = \frac{l_{0,s} - l_{0,o}}{2}$$

a pri tom će se voditi računa o znaku, tj. uzeće se očitavanje sa nulom cevčice prema signalu ($l_{0,s}$), minus očitavanje sa nulom cevčice ka posmatraču ($l_{0,o}$), pa to podeliti sa 2.

U izvesnim modernim instrumentima očitavanja na libeli se vrše pomoću uređaja sa fiksnom optičkom osom. U tom slučaju dovodi se mehurić u pravac te ose (što za libele male preciznosti odgovara izrazu »dovesti mehurić između repera«); tada nije moguće meriti rezidualni nagib osa.

Napomena. Pri merenju azimuta mora se uzeti u obzir nagib β horizontalne ose (str. 405 § 3, odeljak b). Neka je ζ zenitna daljina viziranog objekta: greška c jednaka je malom luku MN na horizontalnom krugu (M odgovara ravni vertikalnog viziranja, N ravni realnog viziranja). Neka I bude deo luka velikog kruga spušten normalno iz Z na ASN. Lukovi ZI i AI predstavljaju respektivno komponente β i α nagiba i, perpendikularno na ravan viziranja i duž ove poslednje. Kad se kod pravouglih trouglova SIZ i SMN, čiji se vrhovi sučeljavaju, zamene uglovi sinusima, dobija se

$$\frac{c}{S} = \cos\zeta, \quad \frac{\beta}{S} = \sin\zeta\,;$$

odakle

$$c = \beta \cdot \operatorname{cotg}\zeta.$$

Ova korekcija u astronomiji nije nikad zanemarljiva. Ona izvanredno otežava vrlo precizna određivanja astronomskih azimuta posmatranjem zvezda koje leže visoko nad horizontom.

b) **Sekstant**. Sekstant je instrument koji se lako nosi, a koristi se skoro isključivo za posmatranja u pomorskoj navigaciji; on dozvoljava prilično precizno merenje (reda 0′,5) visine nebeskog tela iznad horizonta mora, ma kakva bila kretanja posmatrača usled kretanja broda, ovo bar u izvesnoj meri. Kružni sektor od 60°, AOB, čija osa nosi izdeljeni krug, ima na poluprečniku OB malo učvršćeno ogledalo m, čija se jedna polovina sastoji od običnog stakla, a ravan mu je perpendikularna na ravan sektora i paralelna poluprečniku OA. Pokretna alihada OC povlači za sobom nonijus koji klizi duž kruga, kao i veliko ogledalo M čija je ravan takođe perpendikularna na ravan sektora. Durbin L sa velikim vidnim poljem i malim uvećanjem fiksiran je na poluprečniku OA paralelno sa tetivom AB.

Posmatranje se sastoji u tome što se vizira horizont mora H kroz ogledalo m i pokreće krak OC da bi se dobila u durbinu slika sjajne zvezde S, čija se visina određuje. Poklapanje dveju slika (horizonta i zvezde), ako se dobro ostvari, ne remeti se normalnim kretanjem lađe.

Prema elementarnoj teoriji, da bi se dovela slika zvezde S u koincidenciju sa slikom horizonta H, treba veliko ogledalo M okrenuti za ugao jednak polovini ugla α, koji i jeste visina zvezde. Taj ugao se očitava na graduisanom luku AB uz pomoć nonijusa C. Najčešće, podeoci graduisanog sektora daju rezultat dobijen množenjem neposrednog očitavanja sa 2. Izvesna korekcija, laka za računanje, mora se uvesti radi uzimanja u obzir visine l posmatrača iznad mora. Ova korekcija ima vrednost

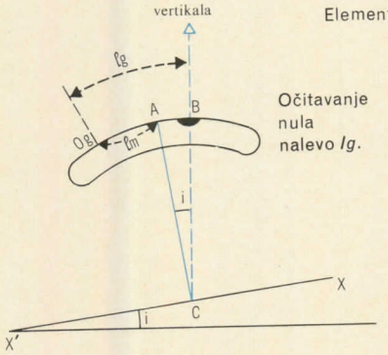
$$\theta = \sqrt{\frac{2l}{R}}$$ (gde je R poluprečnik Zemlje),

odnosno $\theta = 4'\,52''$ za $l = 7$ m.

Praktična formula je

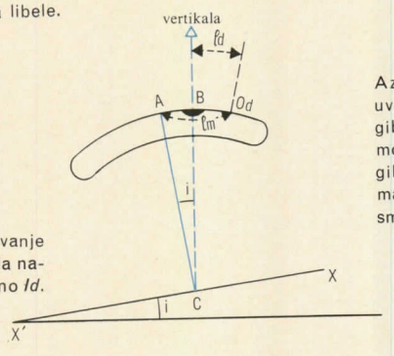
$$\theta = 6',9\sqrt{\frac{l}{15}}.$$

Specijalni sekstanti imaju sferičnu libelu male pre-

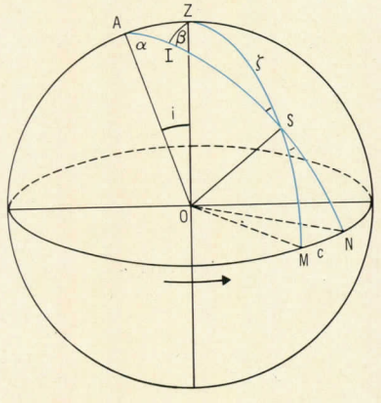


Očitavanje nula nalevo *lg*.

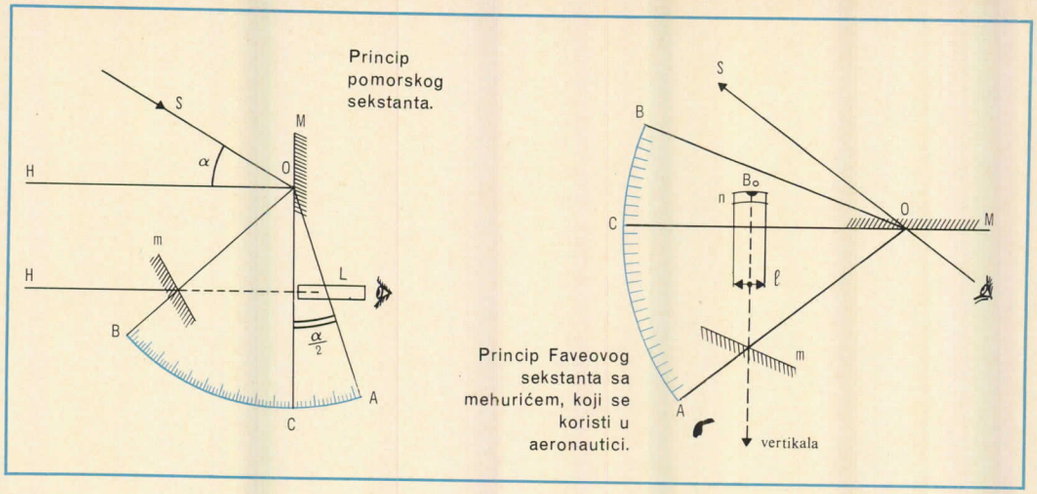
Elementarna teorija libele.



Očitavanje nula nadesno *ld*.



Azimutna korekcija uvedena usled nagiba osa. (Utiče samo komponenta nagiba u ravni normalnoj na ravan posmatranja).



Princip pomorskog sekstanta.

Princip Faveovog sekstanta sa mehurićem, koji se koristi u aeronautici.

ciznosti koja može zameniti posmatranje nivoa mora. Za potrebe vazdušne navigacije merenje se vrši u odnosu na pravac vertikale, a ovaj se dobija pomoću sferne libele s mehurićem malog radijusa krivine. Tačnost je mnogo manja nego kod pomorskog sekstanta (otprilike 10′ umesto 1′).

Kod *Faveovog (Favé) sekstanta* sferna libela *n* smeštena je u vertikalnoj cevi. Mehurić B_0 nalazi se u žiži sabirnog sočiva *l*, čiji je optički centar u centru sferne libele. Slika toga mehurića B_0, za koju se može smatrati da dolazi iz beskonačnosti, posmatra se posle refleksije na fiksiranom ogledalu *m* (potpuno posrebrenom) i na ogledalu M (poluposrebrenom); ovo drugo ogledalo nalazi se na pokretnom kraku, na čijem se kraju nalazi nonijus C za očitavanje. Posmatrač, čije se oko nalazi blizu ogledala M, posmatra viziranu zvezdu S kroz poluprovidno ogledalo M i pokreće pokretni krak dovodeći sliku mehurića B_0 u pravac S.

FIZIKA ZVEZDA

Ovaj odeljak odnosi se na fiziku tzv. normalnih zvezda, čijim se prototipom može smatrati Sunce. Zvezde dostupne posmatranju pripadaju dvema različitim »populacijama« (odnosno »zvezdanim stanovništvima«) nazvanim »populacija I« (skorijeg postanka; njoj pripada i naše Sunce) i »populacija II«, koja je, grubo uzev, dva puta starija i čije su fizičke, hemijske i dinamičke osobine različite od osobina prve populacije. Pored ovih, postoje zvezde (i grupacija zvezda) koje se nazivaju »abnormalnim«, jer je takva priroda i intenzitet zračenja koje one emituju.

Fotometrija zvezda

ZVEZDANE VELIČINE

1. — **PRIVIDNE ZVEZDANE VELIČINE.** Intenzitet osvetljenosti površine koja prolazi kroz oko posmatrača normalno na pravac ka zvezdi karakteriše prividni sjaj te zvezde i određuje njenu *prividnu veličinu*. Kaže se, na primer: zvezda (prividne) veličine 3,4 ili 15,3.

Osnovni problem ovde predstavlja određivanje *skale* poređenja među veličinama, a zatim i *nule* te skale. U tu svrhu koristi se Fehnerov (Fechner, 1850) zakon, koji uspostavlja odnos između oseta kojima čovekov organizam registruje jedan fenomen i uzroka koji te osete izazivaju: u našem slučaju — između oseta koji izaziva svetlost zvezde i objektivnog merenja jačine te svetlosti uz pomoć instrumenata. Zakon se može formulisati ovako: ako posmatrač bez instrumenata rasporedi *prividne veličine* zvezda po aritmetičkoj progresiji, onda se objektivno prividni sjaj tih zvezda odnosi po geometrijskoj progresiji. Drugim rečima: svakoj promeni *d*F nekog »uzroka« odgovara »oset« koji se može izraziti kao $\frac{dF}{F}$. Ptolemej je oko 137. god. pre n. e. sačinio prvi katalog, koji je obuhvatio približno 1 200 zvezda vidljivih golim okom; zvezde je rasporedio po skali aritmetičke progresije od 1 do 6, tj. sa 5 intervala. Kasnije je uočeno da između zvezda na krajevima Ptolemejeve skale (koju su astronomi hteli da sačuvaju radi kontinuiteta) postoji objektivni odnos sjaja blizak 100, što je omogućilo određivanje osnovnog odnosa odgovarajuće geometrijske progresije K. Iz relacije $K^5 = 100$ dobija se

$$\log K = 0{,}4, \quad \frac{1}{\log K} = 2{,}5, \quad K = 2{,}512.$$

Ako e i e', odnosno m i m', označavaju respektivno prividni sjaj i zvezdane veličine dveju zvezda, ima se

$$\frac{e}{e'} = K^{m'-m}, \quad \frac{1}{\log K}(\log e - \log e') = m' - m;$$

odakle sledi osnovna relacija — Pogsonova (Pogson) formula

$$m' - m = 2{,}5\,(\log e - \log e').$$

Nula skale određena je naknadno, da bi se uspostavio kontinuitet sa drugim zvezdanim katalogom, znatno obimnijim od Ptolemejevog: *Bonner Durchmusterung*, koji je 1859. god. objavio Argelander (Argelander), a koji sadrži više od 324 000 zvezda sa tačnošću do na 0,1 zvezdane veličine. Grubo uzev, zadržana je zvezdana veličina 7 Argelanderovog kataloga za zvezde koje leže upravo ispod granice vidljivosti golim okom. Tada veličina 0 odgovara približno zvezdi *Vega*, kada se ova nalazi u zenitu pri vrlo vedrom nebu. Po ovoj konvenciji, neke vrlo sjajne zvezde, npr. *Sirijus*, mogu imati negativne veličine, ali ovo ne predstavlja nikakvu smetnju.

Između zvezda koje imaju zvezdanu veličinu 1 i 21, odnos sjaja je takav da se ima

$$\log \frac{e}{e'} = 0{,}4 \times 20 = 8, \quad \text{odnosno} \quad \frac{e}{e'} = 10^8,$$

što je vrlo veliki broj.

2. — **APSOLUTNE ZVEZDANE VELIČINE.** Prividna zvezdana veličina m očevidno zavisi od udaljenosti zvezde. *Apsolutnom zvezdanom veličinom* M naziva se ona prividna veličina koju bi dotična zvezda imala kada bi se nalazila na standardnoj udaljenosti, za koju je usvojena vrednost 10 parseka. Usvajajući zakon obrnute proporcionalnosti sjaja i kvadrata daljine D, Pogsonova jednačina daje

$$M - m = 2{,}5 \cdot \log \frac{100}{D^2}$$

ili

$$M - m = 5 - 5 \log D.$$

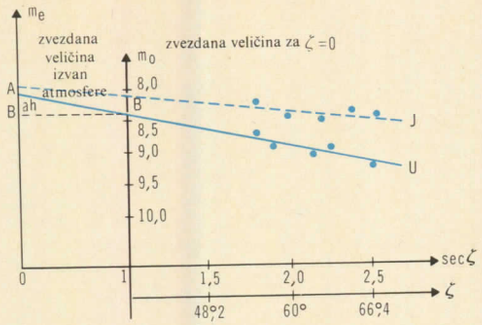
Ova relacija je od izvanredne važnosti. Ona svodi poznavanje daljine D jedne zvezde na ocenu njene apsolutne veličine M i merenje njene prividne veličine m; prividna zvezdana veličina uvek se može meriti. M se često može oceniti upoređivanjem (na osnovu spektra ili koji drugi način) sa zvezdama kojima je direktno izmerena daljina D, a samim tim i apsolutna zvezdana veličina. Srećnu okolnost za istraživanje vasione predstavlja činjenica što postoji »fond« zvezda (oko 10 000), čija se daljina može meriti neposredno, merenjem njihove paralakse. Za sve zvezde koje pripadaju vrlo udaljenom skupu zvezda: globularna jata, udaljene galaksije i sl., razlika M — m je praktično ista za sve zvezde jednog skupa: ona se naziva njegovim *modulom daljine*.

3. — **APSORPCIJA U ZEMLJINOJ ATMOSFERI.** Zemljina atmosfera delimično apsorbuje svetlost koja dolazi sa zvezda. Ovde ćemo posmatrati samo totalnu, neselektivnu apsorpciju, nezavisnu od talasne dužine zračenja. Ona varira sa zenitnom daljinom ζ posmatrane zvezde i sadrži član vida sec ζ, usled različite debljine atmosfere kroz koju prolazi zračenje. Neka je m_ζ posmatrana zvezdana veličina pri zenitnoj daljini ζ, a m_0 zvezdana veličina koja bi se posmatrala u zenitu ($\zeta = 0$); m_e veličina koja bi bila posmatrana kad ne bi bilo atmosfere. Tada se može pisati

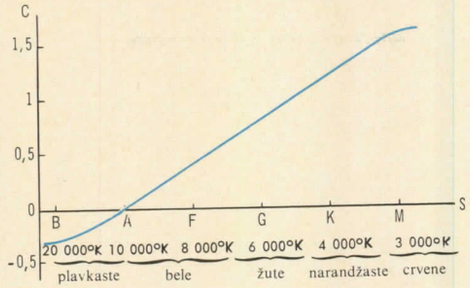
$$m_\zeta = m_e + K \cdot \sec \zeta,$$

gde je K koeficijent određen empirički.

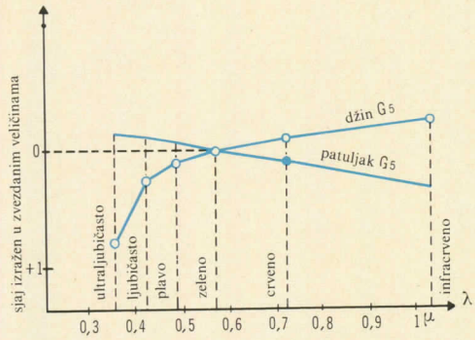
Da bi se mogla sa sigurnošću koristiti posmatrana zvezdana veličina m_ζ, ona se mora svesti na vrednost m_e. U tom cilju meri se više puta m pre ili



Konstrukcija Bugieove prave.



Zavisnost indeksa boje zvezda od njihove temperature.



Fotometrija u šest boja za džina i patuljka spektralnog tipa G 5.

posle kulminacije zvezde, tj. na promenljivim zenitnim daljinama ζ_1, ζ_2, ζ_3 itd. i tako za svaku zvezdu konstruiše dijagram nanoseći na apscisu ζ od 0° do 65°, a takođe i sec ζ od 1 do oko 2,5. Na ordinatu se nanosi m. Na dijagram se ucrtaju tačke koje odgovaraju različitim vrednostima m za različite zenitne daljine ζ. Sve ove tačke treba da leže na pravoj koja preseca osu sec $\zeta = 1$ u tački koja daje vrednost m_0, a pravu paralelnu toj osi koja odgovara sec $\zeta = 0$ u tački koja daje m_e. Dijagram na gornjoj slici izrađen je za žutu zvezdu J i ultraljubičastu zvezdu U. Nagibi dveju pravih su različiti, što pokazuje da je atmosferska apsorpcija veća za ultraljubičasti nego za žuti deo spektra, *a fortiori* za crveni i infracrveni. Ovaj postupak se naziva »metod Bugieovih (Bouguer) pravih«.

4. — **SELEKTIVNOST RECEPTORA. RAZLIČITE VRSTE PRIVIDNIH ZVEZDANIH VELIČINA.** Pri merenju m dobijaju se različiti rezultati, zavisno od selektivnosti upotrebljenih receptora. Tako se uvode:

– *vizuelna zvezdana veličina* m_v, dobijena u principu običnim vizuelnim fotometrima;

– *fotografska zvezdana veličina* m_p dobijena merenjem na običnoj fotografskoj ploči;

– *fotovizuelna zvezdana veličina* m_{pv}, dobijena merenjem na *izohromatskoj* fotografskoj ploči (vidi str. 401, § 1), što daje u principu $m_v = m_{pv}$;

– *fotoelektrična zvezdana veličina* m_{pe}, dobijena pomoću fotoelektrične ćelije, po potrebi povezane sa fotomultiplikatorom (vidi str. 403, § 5);

– *radiometrijska zvezdana veličina* m_r, dobijena pomoću termalnog receptora (bolometar, termoelement itd.); ona očevidno zavisi od moći refleksije ogledala teleskopa kojim se vrši posmatranje;

– najzad, *bolometrijska zvezdana veličina* m_{bol}, koja se dobija iz neke od navedenih veličina pogodnom korekcijom (istovremeno teorijskom i eksperimentalnom), tako da rezultuje zvezdana veličina koja bi se merila receptorom jednako osetljivim na sve talasne dužine. Ona, dakle, odgovara ukupnom emitovanom zračenju zvezde, te figuriše u velikom broju teorijskih problema.

Konvencijom se određuje $m_{bol} = m_{pv}$ za zvezde temperature 6 500°C.

Za svaku drugu temperaturu bolometrijska korekcija uvek je negativna. Razlika između ovih različitih vrsta zvezdanih veličina često je znatna, pa može dostići i 2 zv. vel., što odgovara odnosu sjaja 1 prema 6.

Posebno se za neku zvezdu definišu dve sledeće razlike:

$$i = m_p - m_{pv}, \text{ tzv. } \textit{indeks boje};$$
$$c = m_{pv} - m_m, \text{ tzv. } \textit{indeks toplote}.$$

Skup svih dosadašnjih posmatranja dozvoljava da se konstatuje da indeks boje zavisi, na pravilan način, od *spektralnog tipa* zvezde. Gornji crtež daje krivu koja izražava tu zavisnost. Nula ove krive odgovara, prema konvenciji, zvezdama tipa A 0 (bele zvezde). Uz ovu konvenciju, zvezdi ε *Orionis*, spektralnog tipa B 0, odgovara — 0,4 zv. vel., a 1,8 zv. vel. odgovara Antaresu i Betelgezi, crvenim zvezdama spektralnih tipova M_1 i M_2. Za slabe zvezde, zvezdanih veličina iznad 14, spektralna klasifikacija vrši se isključivo na osnovu njihovog indeksa boje.

Temperatura zračenja zvezda može se takođe izračunati (uz pomoć izvesnih zvezda koje služe za poređenje) na osnovu njihovog indeksa boje.

5. — **PRAKTIČNO MERENJE PRIVIDNIH ZVEZDANIH VELIČINA.** Za izvestan broj zvezda koje se smatraju osnovnim zvezdama, zvezdane veličine se mere pomoću klasičnog vizuelnog fotometra: kao izvor poređenja koristi se veštačka zvezda, čiji se sjaj može po volji regulisati apsorbujućim klinom. Radi se ili direktnim poređenjem, ili osvetljavanjem jedne pločice (sa difuznim ekranom ili bez njega).

Fotoelektrične i radiometrijske veličine mere se prethodno kalibrisanim odgovarajućim instrumentima.

Najčešće se merenja vrše na fotografskim pločama (običnim i izohromatskim). Obično se na pločama meri samo prečnik slika svake zvezde; ploče su pri snimanju stavljene tačno u žižnu ravan. Ove slike su približno okrugle mrlje, naštale delom usled *fotografske iradijacije* u osetljivom sloju, a i usled drugih uzroka. Mora se *kalibrisati svaka ploča* uz pomoć više poznatih zvezda koje se javljaju na snimku, što dozvoljava da se nađe kriva promene prečnika slika u funkciji zvezdane veličine. Ova metoda je očevidno vrlo delikatna, naročito ako se reperne zvezde nalaze van ispitivanog snimka.

Za preciznija merenja danas se mnogo koristi Šiltova (Schilt) metoda, koja koristi *fotometar sa promenljivom dijafragmom*. Dostiže se tačnost od + 0,02 zv. vel., no ova metoda počiva na interpolaciji, tj. pretpostavlja da su unapred poznate zvezdane veličine izvesnog broja zvezda; taj skup uključuje zvezde od najsjajnijih do najslabijih.

Radi kalibracije fotografskih ploča, astronomi su brižljivo merili *nizove* zvezda, od kojih je najbolje poznat *severni polarni niz*; on sadrži oko 150 zvezda, čija veličina ide do + 17. Takođe su ustanovljeni i sekundarni etaloni u drugim delovima neba.

6. — **VIŠEBOJNA FOTOMETRIJA.** Upotreba fotografskih ploča sa emulzijama definisanim u skladu sa međunarodnim konvencijama, kao i upotreba monohromatskih filtara sa precizno definisanom i uskom propusnom trakom, pruža izvanredno sredstvo za klasifikaciju i merenje zračenja koje dolazi sa zvezda. To je intermedijarna metoda između fotometrijske i spektrografske metode. Najčešće se vrši fotometrija u šest boja: ultraljubičastoj, ljubičastoj, plavoj, zelenoj, crvenoj i infracrvenoj.

Merenjem zvezdanih veličina na fotografskim pločama posle prolaska svetlosti zvezde kroz šest navedenih filtara može se za svaku zvezdu odrediti kriva raspodele primljene energije u funkciji talasne dužine. Tako dobijene krive karakterišu ne samo spektralni tip zvezde no i njenu klasu sjaja: zvezda patuljak, džin, superdžin itd. Konstatuje se da su, za isti spektralni tip, džinovi mnogo bogatiji u infracrvenom, a patuljci u ultraljubičastom. Opšte uzev, sjaj u zelenom delu spektra sličan je kod svih zvezda.

PROMENLJIVE ZVEZDE

1. — **OPŠTI POJMOVI O PROMENLJIVIM ZVEZDAMA.** Na nebu se opaža *vrlo veliki broj* zvezda promenljivog sjaja. Kod nekih od njih zakon promene sjaja je vrlo nepravilan; kod drugih se opaža izvesna pravilnost; postoje, takođe, i *periodične zvezde*, koje su praktično za nas jedino interesantne.

Ove poslednje nazivaju se opštim imenom cefeide, po imenu zvezde δ *Cefeja*, koja je njihov karakterističan predstavnik.

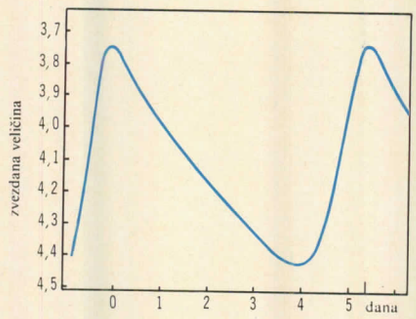
U stvari, treba razlikovati dve vrste cefeida, za koje je tek 1952. god. zapaženo da pripadaju dvema različitim zvezdanim populacijama, te ih stoga ne treba brkati.

a) Cefeide vrlo kratkog perioda (manjeg od 0,8 dana), koje su naročito brojne u zbijenim jatima, a najčešće se nazivaju zvezdama tipa *RR Lyrae*, prema imenu jednog njihovog karakterističnog predstavnika;

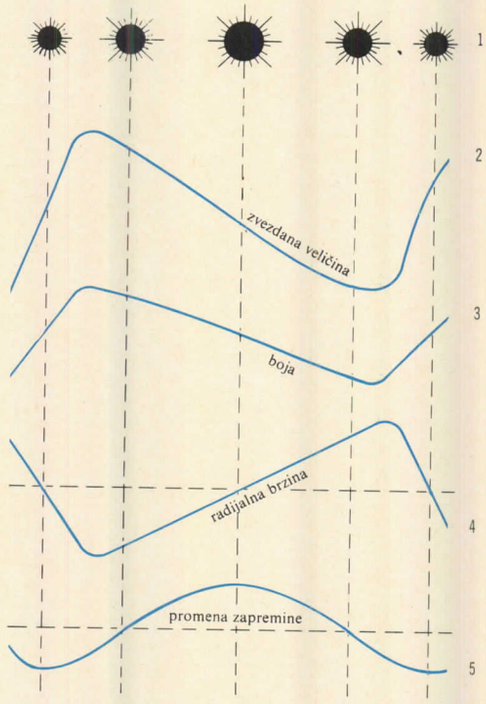
b) Cefeide sa srednjim periodom (koji se kreće od 3 do 45 dana), a koje se često nazivaju *tipičnim cefeidama* (period δ *Cefeja* iznosi 128,9 h, odnosno 5,37 dana).

Nema cefeida čiji bi periodi bili između 0,8 i 3 dana. Promene zvezdane veličine cefeida iznose od 0,1 do 1,5 zv. vel. Varijacije su periodične, ali nisu sinusoidalne, pošto je opadanje sjaja obično mnogo sporije nego njegov porast.

2. — **VEZA IZMEĐU PERIODA CEFEIDE I NJENE APSOLUTNE ZVEZDANE VELIČINE.** Postoji empirička veza između perioda neke cefeide i njene apsolutne zvezdane veličine (iz koje se može dobiti njena daljina). Prvi put je ovo konstatovala gospođica Livit (Leavitt) 1912. god., mereći prividne zvezdane veličine velikog broja cefeida koje se nalaze u Malom Magelanovom Oblaku, koji predstavlja galaksiju sličnu našoj, a nalazi se na daljini od oko 50 000 parseka. Za tako udaljene objekte (vidi str. 410, § 2) postoji konstantna razlika između prividne i apsolutne zvezdane veličine, razlika koja se naziva *modul daljine*. Eksperimentalna kriva koja daje relaciju posmatranih perioda cefeida i njihovih prividnih zvezdanih veličina primenjuje se u ovom slučaju i na apsolutne zvezdane veličine: u tom cilju dovoljno je dodati modul daljine na osi *y*. Ovaj modul je, naravno, nepoznat. Slična posmatranja vršena su za druge udaljene grupacije zvezda (galaksije, ili zbijena zvezdana jata, koje se nalaze u blizini periferije naše Galaksije). Dobijen je čitav niz fragmentarnih krivih koje sve imaju isti tok, istu krivinu, no u početku astronomi nisu znali ni da ih nadovežu jednu na drugu, niti da ih kalibrišu u apsolutnim zvezdanim veličinama. Tako se lutalo više godina, utoliko pre što se nije znalo u početku da zvezde tipa *RR Lyrae* i tipične cefeide ne pripadaju istoj zvezdanoj populaciji, te svakako nemaju ni iste uslove kalibrisanja njihovih karakterističnih krivih.



Kriva sjaja δ Cefeja, najkarakterističnija među promenljivim zvezdama, tzv. cefeidama.



Promene: 1. prečnika zvezde; 2. zvezdane veličine; 3. boje; 4. radijalne brzine; 5. zapremine.

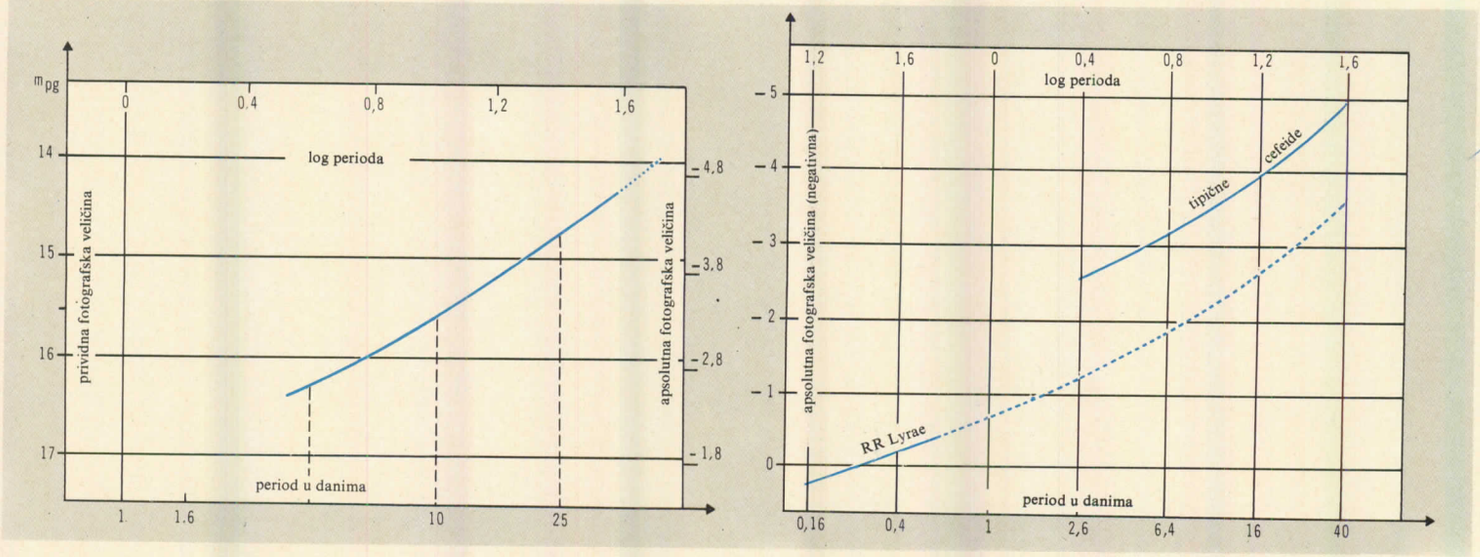
Pitanje je sasvim rasvetljeno od 1952. god. i dijagram koji je ovde dat je opšte usvojen. Vidi se da on pokazuje znatan diskontinuitet između krive za *RR Lyrae* i krive tipičnih cefeida. Kada je ova činjenica konstatovana oko 1952. god., daljine udaljenih galaksija, ocenjene naročito posmatranjem njihovih tipičnih cefeida, odjednom su se udvostručile.

Detaljnije ispitivanje cefeida (naročito njihovih krivih sjaja i radijalnih brzina) pokazuje da su one *pulzirajuće zvezde*. Napose je ustanovljeno da maksimalne i minimalne vrednosti M znatno zaostaju za minimalnim i maksimalnim vrednostima zapremine. Iz ovog faznog zakašnjenja moglo se zaključiti da ovde nije reč o nekoj površinskoj modifikaciji, nego o modifikaciji čiji uzrok leži u dubinama zvezde. Važnost cefeida je velika. Ove zvezde sačinjavaju zapravo *svetionike daljine*, čija je preciznost nezavisna od toga kolika je ta daljina. One tako predstavljaju element vrlo velike vrednosti u našem saznavanju vasione.

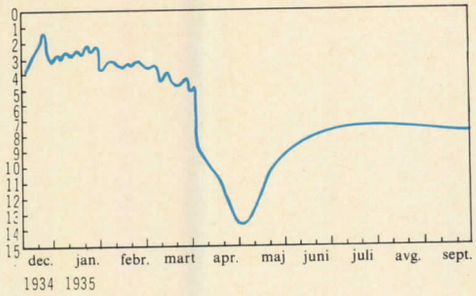
3. — **NOVE.** Zvezde čiji sjaj naglo poraste, da bi zatim lagano spao na polaznu vrednost, pri čemu porast sjaja dostiže 12 zv. vel., nazivaju se nove. Kad god je bilo moguće oceniti njihovu daljinu, uvek se konstatovalo da je njihova apsolutna zvezdana veličina u trenutku maksimuma reda — 7, što već ukazuje na zajedničku karakteristiku svih novih. Neke od njih mogle su biti posmatrane i u ostalim galaksijama. Ove zvezde imaju više karakterističnih crta:

a) Njihov *broj* je vrlo veliki. U našoj Galaksiji javlja ih se godišnje dvadesetak; zvezdana veličina im dostiže 9, što znači da nastaju od zvezda prividne zvezdane veličine manje od 20.

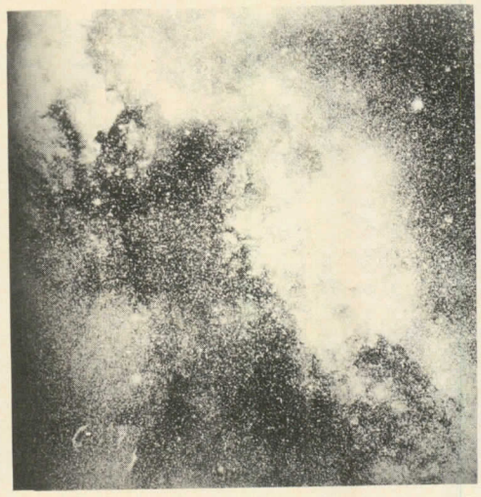
b) Njihov *rekurentni karakter* vrlo je izražen. Konstatovane su nove »povratnici«. Zvezda *RS Ophiuchi* posmatrana je već treći put 1958. godine. Sa izvesnom sigurnošću se može tvrditi da postoje kategorije zvezda predisponiranih da postanu nove.



Dijagram cefeida iz Malog Magelanovog Oblaka (posmatranja mis Livit iz 1912). *Desno*, opšti dijagram cefeida kakav se danas usvaja.



Kriva sjaja nove u Herkulu, 1934.





Desno, ostatak supernove u maglini Labuda (donji levi ugao slike) i leva grana Čipkaste magline u Labudu. *Fot. X.*

c) *Krive sjaja* različitih novih su daleko od toga da budu međusobno slične. Ponekad je potrebno desetak godina pa da izvesne nove ponovo postignu svoj polazni sjaj.

d) *Promena temperature* je vrlo mala, a spektralni tip se ne menja mnogo: u pitanju su, znači, promene poluprečnika, koje odgovaraju izbacivanju gasa brzinama od 100 do 1 000 km/s. Ovo je potvrđeno posmatranjem Doplerovog efekta.

e) One nesumnjivo *nastaju* usled eksplozije. Izračunata je ukupna količina zračenja jedne nove, koja za nekoliko nedelja izrači energiju reda 10^{45} erga, što je ekvivalentno sa 10 000 godina Sunčevog zračenja. Ne radi se, dakle, o radikalnoj kataklizmi, čak ni o procesu u dubinama zvezde, već samo o *površinskoj pojavi*: u datom trenutku zvezda odbacuje jedan sloj sa svoje površine, kao i gasove vrlo visokih temperatura.

f) One su određenog *spektralnog tipa* (plave zvezde tipa 0, apsolutne zvezdane veličine + 3 ili + 4 i abnormalno velike mase), kao što pokazuju sva dosadašnja posmatranja. Radi se o »specijalnim« zvezdama, što je u skladu sa pomenutim njihovim rekurentnim karakterom.

4. — **SUPERNOVE**. U nekim galaksijama se ponekad javljaju zvezde tipa »nove«, čiji sjaj dostiže vrednosti veće od sjaja same galaksije. Takve zvezde se nazivaju *supernove* (naziv nije baš srećno izabran). Srednja učestanost njihove pojave ocenjena je na *jednu po galaksiji otprilike svaka četiri veka*. U maksimumu njihova apsolutna vrednost dostiže u proseku — 14,5, a poneka ide i do — 17,5 (što je 6.10^8 jače od sjaja Sunca). Ovaj skok u sjaju ocenjen je na 22 zv. vel. Ukupna vrednost emitovane energije je reda 10^{49} erga, što odgovara ukupnoj unutrašnjoj raspoloživoj energiji obične zvezde: sve se zbiva kao da se zvezda odjednom oslobađa celokupne svoje rezerve energije. Predloženo je više teorija za objašnjenje ovakvih eksplozija.

U većini slučajeva, u blizini mesta gde se pojavila supernova opaža se izvestan ostatak u vidu difuzne magline, koja se najčešće širi. Sačuvana je uspomena o četiri supernove koje su se pojavile u našoj Galaksiji:

a) Supernova koju je 1572. god. posmatrao Tiho Brahe (Tycho-Brahé), a koja je dostigla sjaj Venere i bila vidljiva golim okom sve do marta 1574. godine. Nije otkrivena reziduelna maglina.

b) *Krab maglina*, u sazvežđu Bika, a koja odgovara supernovi koju pominju stare japanske hronike iz 1054. godine. Zvezdana veličina u maksimumu ocenjena je na — 5. Maglina se kreće radijalnom brzinom od 1 100 km/s, a opaža se i transverzalna ekspanzija od 0″,18 godišnje. Krab maglina je jak izvor radio-talasa, kao i kosmičkih zraka.

c) Supernova koju je posmatrao 1604. god. Kepler u sazvežđu Ofijuha, a koja je dostigla veličinu od — 2,5. Izgleda da je 1940. god. na opservatoriji Maunt Vilson otkrivena lepezasta maglina prečnika 30″, a koja bi mogla predstavljati ostatak Keplerove supernove.

d) Najzad, u sazvežđu Labuda vidi se vlaknasta maglina koju obrazuju dva kružna luka prividnog poluprečnika oko 2°, a koja ima sopstveno kretanje 0″,05 godišnje. Fotografisani sa velikim uvećanjem, ovi pseudolukovi kruga pokazuju poznatu *Čipkastu maglinu u Labudu*. Svakako se radi o ostatku supernove koja je eksplodirala pre 100 000 godina.

Spektri zvezda

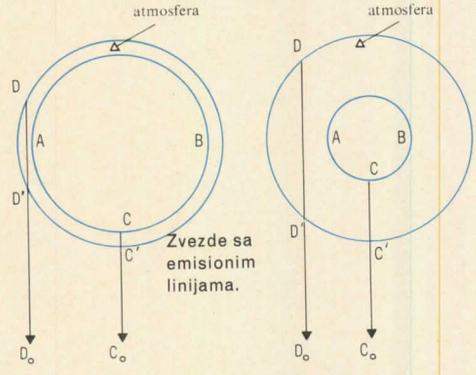
OPŠTI POJMOVI O ZVEZDANIM SPEKTRIMA

1. — **SPEKTAR GASOVITE MASE**. Pod dejstvom termičke ili električne ekscitacije, gas *u atomskom stanju* emituje:

— bilo *neprekidan spektar* u tzv. »duginim« bojama, slično kao i usijano čvrsto telo; ovakav spektar emituje se počev od izvesne granične vrednosti pritiska, pri čemu preovlađuje intenzitet svetlosti određene boje, koja zavisi od temperature emitujuće površine. Granični pritisak nije manji od pritiska koji odgovara potpunoj jonizaciji svih atoma u dotičnom gasu;

— bilo *spektar koji sačinjava nekoliko sjajnih monohromatskih linija*, ako je pritisak manji od pomenutog graničnog pritiska. To je tzv. »emisioni« spektar, koji se sastoji od sjajnih linija koje na visokim frekvencijama prelaze u kontinuum.

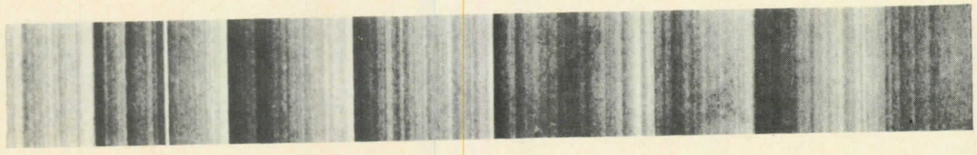
Ako kroz gasovitu masu u atomskom stanju prolazi svetlost koja potiče od tela sa kontinualnim spektrom, opažaju se *crne linije* koje se nalaze na istim mestima, odnosno talasnim dužinama kao i emisione linije koje karakterišu dotični gas (Kirhofov [Kirchhoff] zakon).



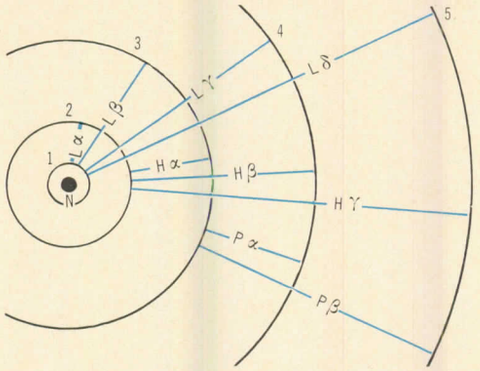
U zvezdi s leve strane spektar iz sloja DD' »utopljen« je u spektru koji potiče iz unutrašnje sfere ABC. U zvezdi s desne strane, sa vrlo velikom atmosferom, spektar iz oblasti DD' intenzivan je i može biti posmatran odvojeno.

Ako gas nije u atomskom već u molekularnom stanju, spektralne linije (emisione ili apsorpcione) zamenjuje *trakasti spektar*, koji obrazuju mnogobrojne linije slivene u trake: posmatrane instrumentom dovoljno jake disperzije, trake se razlažu u mnoštvo finih linija. Ovakvi spektri sreću se samo kod najhladnijih zvezda; opaženi su samo dvoatomski molekuli. Pomenućemo napose titanov oksid, kome odgovara grupa TiO, kao i ugljovodonična i cijanska grupa, CH i CN. Pri višim temperaturama ovi molekuli se razlažu u atome.

2. — **SPEKTAR ZVEZDA**. Centralni delovi zvezde, gde vlada pritisak od više miliona tona po kvadratnom centimetru, emituju neprekidan spektar. Krećući se ka spoljašnjim slojevima, zračenje nailazi na manje ili više dobro definisan omotač, tzv. *fotosferu*. Pošto pritisak izvanredno brzo opada, u datom trenutku dovoljno je preći 200 km duž poluprečnika da bi se pritisak promenio od 100 kg/cm² (potpuna neprozračnost) na 0,01 kg/cm² (potpuna prozračnost). To objašnjava oštrinu prividne konture zvezde kao što je Sunce, ako se uzme u obzir daljina na kojoj se ono nalazi (1˜



Trake titanovog oksida u spektru promenljive Mira Ceti (λλ 4600—7000 Å). Trake nerazložene usled slabe disperzije daju spektru izgled karakterističan za zvezde tipa M. *Fot. V. M. Slipher, opservatorija Lowell*, 1907.



Teorija vodonikovog spektra po N. Boru. Shema pokazuje skokove elektrona među raznim orbitama oko jezgra N, praćene emisijom ili apsorpcijom prvih linija Lajmanove (Lα, Lβ . . .), Balmerove (Hα, Hβ . . .) i Pašenove (Pα, Pβ . . .) serije.

odgovara 700 km); ovo je tačno samo za optičke talasne dužine, a ne i za velike talasne dužine radio-astronomije. Izvan fotosfere, pritisak gasa sve više opada. Ti gasovi sačinjavaju *hromosferu*, koja (bar u slučaju Sunca — jedine zvezde kod koje je moguće posmatrati hromosferu) predstavlja relativno tanak sloj, čiji spektar karakteriše nekoliko crnih monohromatskih linija na neprekidnom spektru koji potiče od centralnih delova. Iznad toga, naravno u slučaju Sunca, opaža se izvanredno razređena atmosfera, kojoj je dat naziv *korona*; moguće je posmatrati koronu samo u specijalnim okolnostima (pomračenje) i sa naročitim instrumentom (koronografom). Karakteristični spektar korone, izvanredno slab, relativno je neprimetan u opštem spektru Sunca.

Kod izvesnih zvezda (otprilike 1 na 200) sa vrlo velikim atmosferama javlja se smeša sjajnih i tamnih linija. Prve potiču od perifernih slojeva zvezde koje udaljeni zemaljski posmatrač vidi »iz profila«; to su tzv. *zvezde sa emisionim linijama*. Najvažnije i najbrojnije linije zvezdanog spektra su tamne linije koje nastaju u fotosferi. One potiču iz čitavog niza emisija, apsorpcija i reemisija, koje se događaju u dubinama fotosfere. Javlja se i nekoliko apsorpcionih linija koje unosi hromosfera, skoro potpuno prozračna za zračenje koje emituje fotosfera, izuzev nekoliko naročito intenzivnih spektralnih linija (tzv. linije H i K jonizovanog kalcijuma, vodonikova H linija itd.). Pojam »obrtnog sloja«, koji je bio u upotrebi pre dvadesetak godina (apsorpcioni spektar koji izazivaju isključivo pare niske hromosfere) danas je potpuno napušten.

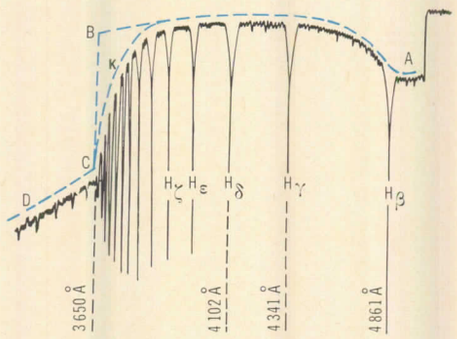
3. — **MEHANIZAM NASTAJANJA EMISIONIH LINIJA. VODONIKOV ATOM.** Atom vodonika se sastoji od centralne čestice, *protona*, oko koje se kreće druga čestica, *elektron*. Prema Borovoj (Bohr) hipotezi, ovo kretanje se vrši isključivo po određenim mogućim orbitama, koje se mogu smatrati cirkularnim i koncentričnim. Svakoj od ovih orbita, numerisanih celim brojevima počev od one najbliže jezgru, odgovara *energetski nivo*, pri čemu najniži nivo odgovara orbiti n° 1, a najviši odgovara izbacivanju elektrona van polja privlačnog dejstva protona. Atom koji tako izgubi elektron naziva se *jonizovani*: ako sadrži više elektrona, može biti jonizovan i više puta. Ako je atom podvrgnut termičkoj ili električnoj ekscitaciji, elektron može sukcesivnim skokovima preći sa neke orbite na orbitu višeg ranga. Ako uzrok ekscitacije prestane da deluje, elektron pada na orbitu nižeg ranga: pri tom emituje česticu svetlosti, *foton*, čija je *frekvencija* ν (obrnuto proporcionalna talasnoj dužini) data relacijom

$$h\nu = E_m - E_n,$$

gde je h univerzalna konstanta, tzv. *Plankova (Planck) konstanta*, a E_m i E_n su energetski nivoi koji odgovaraju orbitama ranga m i n.



Opšti izgled vodonikovog spektra. Talasne dužine rastu sleva nadesno.



Uvećani crtež Balmerovog diskontinuiteta za zvezdu spektralnog tipa C, gde je ovaj diskontinuitet naročito karakterističan. Izlomljena kriva DCBA (zajedno sa krivom CKA) označava granice vrednosti energije koje odgovaraju neprekidnom spektru.

Kod atoma sa jednim orbitalnim elektronom (slučaj vodonika i jednom jonizovanog helijuma), talasni broj (recipročna vrednost talasne dužine) emitovanog fotona (odnosno, odgovarajućih emisionih linija) dat je izrazom

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{m_0^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

Z je *redni broj* elementa u periodnom sistemu (naime, 1 za vodonik, 2 za helijum itd.), a R je konstanta, tzv. *Ridbergova (Rydberg) konstanta*, nešto malo različita za vodonik i helijum. Za vodonik ona iznosi 109 677,58 cm^{-1}, što daje za vodonik Balmerovu (Balmer) formulu:

$$\frac{1}{\lambda} = 109\,677{,}58\left(\frac{1}{m_0^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

uz uslov $m > m_0$.

Kada m neograničeno raste, dobija se granična vrednost $\frac{R}{m_0^2}$. Takvih graničnih vrednosti ima toliko koliko i celih vrednosti m_0.

• Za $m_0 = 1$ dobija se *Lajmanova* (*Lyman*) *serija*, koju sačinjava skup emisionih linija u dalekom ultraljubičastom delu spektra, te se stoga kod zvezda ne mogu posmatrati. Prva linija ove serije (koja se označava Lα) odgovara talasnoj dužini:

$$L\alpha = 1215{,}7 \text{ Å},$$

a kad m teži beskonačnosti, dobija se

$$L_0 = 912 \text{ Å (granica)}.$$

• Za $m_0 = 2$ dobija se *Balmerova serija*, koja se cela nalazi u vidljivom delu spektra, te je stoga za nas naročito važna. Stavljajući $m_0 = 2$ u opštu formulu, dobija se

$$\begin{aligned} H_\alpha &= 6\,562{,}82 \text{ Å}, \\ H_\beta &= 4\,861{,}35 \text{ Å}, \\ &\text{- - - - - - - - - -} \\ H_0 &= 3\,645{,}98 \text{ Å (granica)} \end{aligned}$$

• Za $m_0 = 3$ dobija se *Pašenova* (*Paschen*) *serija*, koja leži u bliskom infracrvenom delu spektra, te se još može posmatrati, iako uz teškoće. Ako se stavi $m_0 = 3$ u opštu formulu, dobija se

$$\begin{aligned} P_\alpha &= 18\,751 \text{ Å}, \\ &\text{- - - - -} \\ P_0 &= 8\,204 \text{ Å}. \end{aligned}$$

Gornje slike ilustruju mehanizam nastanka različitih linija, kao i raspored triju serija, Lajmanove, Balmerove i Pašenove.

O p š t e n a p o m e n e. *a*) Da bi se pojavile linije Balmerove serije, treba da u posmatranoj masi vodonika postoji znatan broj atoma u ekscitiranom stanju $n^0 = 2$. Međutim, pri uslovima koji vladaju u zvezdanoj atmosferi, jedva da 25 atoma vodonika u stanju $n^0 = 2$ dolazi na 100 milijardi onih koji se nalaze u stanju $n^0 = 1$. Tako, mada atomi vodonika predstavljaju oko 75% svih atoma u vasioni, spektralne linije vodonika, iako se pojavljuju skoro u svim zvezdanim spektrima, pojavljuju se veoma diskretno.

b) Granične vrednosti uvedene za svaku od tri serije mnogo su manje oštre no što bi se moglo pomisliti. Naročito za Balmerovu seriju, u blizini talasne dužine 3 647 Å, javlja se nagomilavanje apsorpcionih linija, koje se sve više zbijaju i, najzad, obrazuju pravu *zonu kontinualne apsorpcije*, poznatu pod imenom Balmerovog diskontinuiteta, koji igra važnu ulogu u astrofizici. Ovaj fenomen nije prost. Za graničnu talasnu dužinu svake serije elektron dostiže orbitu beskonačnog poluprečnika, što odgovara jonizaciji atoma. Eksperiment pokazuje da tokom te operacije on apsorbuje i fotone talasne dužine manje od λ_0. Izbačeni elektron ima, dakle, energiju veću od $h\nu_0$. Ona se ispoljava u vidu kinetičke energije, odnosno preko brzine v. Iz toga se izvodi da se svaka od serija vodonikovog spektra produžava na malim talasnim dužinama neprekidnim spektrom, koji čini nejasnim zone diskontinuiteta (napose Balmerovu), a to izaziva znatno smanjenje energije koja odgovara neprekidnom fonu spektra. Prirodno, uslovi fenomena se menjaju zavisno od pritiska u atmosferi posmatrane zvezde.

Na sličan način, u jonizovanom gasu električno polje jona i elektrona bliskih atomu perturbira njegove spoljne orbite, te ove prestaju da budu strogo »kvantizirane«, tj. njihovi nivoi energije prestaju da budu egzaktno određeni.

4. — **MEHANIZAM NASTAJANJA APSORPCIONIH LINIJA.** Neka je data masa vodonika smeštena između posmatrača i usijanog tela koje emituje fotone svih frekvencija. Posmatrajmo atom čiji se elektron nalazi na orbiti n^0 2; atom interaguje sa fotonom frekvencije $\frac{E_4 - E_2}{h}$. Elektron će biti podignut na orbitu n^0 4, a foton *apsorbovan*, tj. prestaje da postoji. Ova apsorpcija odgovara liniji H_β Balmerove serije, te će se ova pojaviti kao tamna linija na neprekidnom spektru usijanog izvora. U stvari, milijarde sličnih apsorpcija daju liniju H_β koju mi posmatramo kao stalan proces.

Vrlo veliki broj fotona nema upravo te frekvencije koje odgovaraju Balmerovoj formuli. One prolaze bez smetnje kroz masu vodonika, a njima odgovara posmatranje neprekidnog fona spektra između spektralnih linija. Izloženi mehanizam omogućava da se shvati već pomenuti Kirhofov zakon: emisione i apsorpcione linije odgovaraju potpuno istim talasnim dužinama. Postoji opšte pravilo da telo može apsorbovati samo ono zračenje koje može i emitovati, i obrnuto. Važnost ovog zapažanja je znatna: napose, pri apsorpciji, kao i pri emisiji, linije Balmerove serije mogu se javljati samo ako se dovoljan broj vodonika nalazi u stanju n^0 2. Pojam zona diskontinuiteta javlja se na isti način u apsorpciji kao i u emisiji.

5. — OPŠTA RAZMATRANJA O SPEKTRIMA OSTALIH GASOVA.

a) **Opšte o spektrima**. Nakon razmatranja vodonika, reći ćemo nekoliko reči i o spektrima ostalih gasova. I oni imaju više serija »spektralnih termova«. Elektroni, kojih može biti mnogo, raspoređeni su u više slojeva; samo donji slojevi su popunjeni. Dva spoljna sloja mogu biti nepopunjena (manje od 8 elektrona u sloju). Odgovarajući elektroni, tzv. *valentni elektroni* ili *optički elektroni*, skoro su isključivo odgovorni za emitovanje vidljive svetlosti. Nasuprot tome, linije koje odgovaraju X-zracima vrlo malih talasnih dužina nastale su usled kretanja elektrona u nižim slojevima. Vrlo je izraženo umnožavanje linija. Vide *se dubleti*, *tripleti* i *multipleti* koji mogu imati i do 15 komponenti. Ima takođe i linija koje ostaju jedinstvene.

b) **Nestabilna stanja i zabranjene linije**. Svi ovi prelazi ne vrše se sa istom verovatnoćom: najsporiji su najmanje verovatni, usled mogućnosti rekombinacije raspoloživih jona. Vreme života nestabilnih stanja varira od 10^{-8} do 10^{-2} s.

Izvesni prelazi dugo su smatrani *zabranjenim*: oni su samo manje verovatni, jer su sporiji. Izvesna verovatnoća da oni nastanu postoji samo ako je gustina gasa vrlo mala: to se i događa u izvesnim maglinama naše Galaksije, gde srednja gustina ne prelazi 10^{-22} g/cm³. Spektar ovih maglina sadrži linije nepoznate u zemaljskim laboratorijama, koje su stoga pripisane još nepoznatom gasu *nebulijumu*. Kasnije se ustanovilo da se radi o »zabranjenim« linijama spektra dva i tri puta jonizovanog kiseonika i jonizovanog azota (koji se označavaju O III, O II i N II). Najizraženija je dvostruka zelena linija (oko 5000 Å), karakteristična linija O III.

c) **Popunjenost različitih nivoa. Bolcmanova (Boltzmann) formula**. U zvezdanoj atmosferi koja se nalazi u ravnoteži, broj N atoma datog elementa na bilo kom energetskom nivou može se smatrati stacionarnim. Isto je i sa brojem jona i slobodnih elektrona. Odnos $\frac{N_b}{N_a}$ broja atoma (u jedinici zapremine) koji se nalaze u energetskim stanjima *a* i *b* (*b* je iznad *a*) dat je *Bolcmanovom formulom*; kvantna mehanika daje izraz

$$\frac{N_b}{N_a}=\frac{g_b}{g_a}\cdot e^{-\frac{\chi_{ab}}{kT}}.$$

U ovoj formuli k je konstanta, tzv. *Bolcmanova konstanta* ($k=1,38033\cdot 10^{-16}$ erg/grad), T je temperatura a χ razlika energija nivoa *a* i *b*. Što se tiče g_a i g_b, to su *statističke težine* ovih nivoa. Ove veličine su precizno definisane u kvantnoj statistici. Njihova definicija i način merenja lakši su u slučaju atoma prostih kao vodonikov, gde ova veličina ima vrednost 2 m², a *m* je rang dotičnog energetskog nivoa. χ_{ab} se može izraziti u elektron-voltima:

$$1\text{eV}=1,602\cdot 10^{-12}\text{ erg}.$$

Ako uvedemo ove numeričke veličine, možemo pisati Bolcmanovu jednačinu u obliku

$$\log\frac{N_b}{N_a}=-\frac{5040}{T}E+\log\frac{g_b}{g_a}.$$

Za atom vodonika, kad se uzme $b=2$, $a=1$, odnosno $\frac{g_2}{g_1}=4$, treba uzeti E = 10,2 V (vrednost potencijala rezonancije). Tada izlazi

$$\log\frac{N_2}{N_1}=0,6-\frac{5040}{T}\cdot 10,2.$$

Ako se uzme T = 5040° K (tj. otprilike površinska temperatura Sunca), dobija se $\log\frac{N_2}{N_1}=-9,6$, što znači da ima otprilike 25 atoma u stanju n° 2 na 100 milijardi u stanju n° 1, rezultat koji smo ranije naveli da bismo objasnili činjenicu da su linije Balmerove serije u spektrima nebeskih tela slabe, i pored toga što je vodonik najobilniji element u vasioni.

6. — OPŠTI FENOMEN JONIZACIJE.

Jonizacija atoma, tj. gubitak jednog ili više elektrona, može nastati bilo usled pojačanog dejstva uzroka ekscitacije (termičkog ili električnog), bilo usled bombardovanja fotona koje emituje usijano telo. U ovom drugom slučaju govori se o *fotojonizaciji*. Ova je utoliko intenzivnija ukoliko upadni fotoni imaju veću energiju (zvezde bogate ultraljubičastim zračenjem): u principu, fotojonizaciju mogu izvršiti samo fotoni talasnih dužina manjih od talasnih dužina graničnih linija (912 Å za vodonik). Vrlo mali pritisci favorizuju ovaj fenomen (takav je slučaj sa izvesnim difuznim maglinama koje postoje u našoj Galaksiji a koje iz daljine ekscitiraju vrlo sjajne zvezde). Često je fenomen praćen *apsorpcijom* zračenja koje ga izaziva: iz spektra ekscitirajuće zvezde isečen je manji ili veći deo spektra.

Ma na koji način da je nastala, jonizacija atoma odgovara izvesnom ravnotežnom stanju: što se više povećava disocijacija, povećava se i verovatnoća rekombinacije jona i slobodnih elektrona, koja daje neutralan (ili manje jonizovan) atom. *A priori*, velike gustine favorizuju takve rekombinacije.

Zvezdani spektri imaju izvesne karakteristične osobine, koje su u vezi sa fenomenom jonizacije; osnovne takve osobine su sledeće:

a) *Ekscitacija i jonizacija elektronskim sudarima*. Slobodni elektroni koji se kreću u gasovitoj masi mogu ekscitirati sudarom druge atome. Kada se ovako ekscitirani atom dezekscitira u osnovno stanje, najčešće je u pitanju lagani prelaz, tj. posmatrana linija je *zabranjena*. Vrlo male gustine favorizuju ovaj fenomen.

b) *Lučni i varnički spektri*. Kod atoma sa više elektrona, više njih može biti otrgnuto. Dok vodonik ima jednu vrednost (13,5 V) jonizacionog potencijala, ovakvi atomi imaju više jonizacionih potencijala, kao i više jonskih stanja koja odgovaraju otrzanju jednog ili više elektrona. Njima odgovaraju različiti spektri, zvani *lučni spektar* i *varnični spektri*; ovi poslednji mogu biti prvog ili višeg reda.

c) *Atomi vrlo visokog stepena jonizacije*. Atomi vrlo visokog stepena jonizacije ne mogu se uvek dobiti u laboratoriji, što je najčešće posledica nemogućnosti ostvarenja pritiska (ili gustina) tako niskih kao što su oni koji vladaju u izvesnim difuznim maglinama; nekima od ovih gustina odgovara samo po nekoliko atoma u kubnom centimetru. Sunčeva korona predstavlja karakterističan primer. Neidentifikovane linije su navodile na misao o postojanju gasa nepoznatog na Zemlji, koji je nazvan *koronijum*. Kasnije se ustanovilo da su u pitanju bili atomi Fe XII i Ni XV; prisustvo ovih jona predstavlja izvestan problem s obzirom na temperaturne uslove.

d) *Koegzistencija lučnih linija izvesnih elemenata i varničnih linija tih i drugih elemenata*. Ova činjenica se lako objašnjava time što su uslovi jonizacije različiti, te pri datim uslovima istovremeno postoje različito jonizovani (jedan ili više puta) atomi, kao i normalni atomi, u određenom odnosu.

e) *Složene atmosfere. Preovladivanje izvesnih spektralnih linija*. Uopšte uzev, zbog odsustva izvesnih linija u spektru složene atmosfere ne može se zaključiti da dotični element u atmosferi ne postoji. Isto tako, postojanje jasnijih, jače crnih, širih linija ne nameće nužno zaključak da dotični element preovlađuje. Postojeći fizički uslovi i karakteristike gasova koji sačinjavaju smešu, u stvari, određuju *intenzitet* spektralne linije, i to, izgleda, na vrlo složen način, što otežava interpretaciju zvezdanih spektara.

To je činjenica od osobite važnosti za zvezdanu spektroskopiju. Dok se linije Balmerove serije vodonika javljaju u spektrima zvezda vrlo slabo, i pored ogromne proporcije vodonika u sastavu vasione (reda 76% ukupnog broja atoma), dotle se u svim spektrima zvezda Sunčevog tipa izvesne linije jonizovanog kalcijuma javljaju sa velikim intenzitetom. Međutim, u atmosferi Sunca ima samo nekoliko desetina atoma jonizovanog kalcijuma na 100 miliona atoma vodonika. Slično se i spektri metalnih para pojavljuju samo u spektrima najhladnijih zvezda, jer se odgovarajući atomi lako jonizuju, a linije njihovih jona sve leže u ultraljubičastom delu spektra, nedostupnom posmatranju.

f) *Jednačina ravnoteže među neutralnim i jednostruko ili višestruko jonizovanim atomima*. Neka N i N_{r+1} predstavljaju brojeve atoma r i $r+1$ puta jonizovanih, u jedinici zapremine. Zakon koji je 1921. god. ustanovio indijski fizičar Megnad Saha (Meghnad Saha), a koji spada u domen atomistike, omogućava izračunavanje odnosa $\frac{N_{r+1}}{N_r}$ u funkciji:

— temperature T, potencijala V_i, koji odgovara jonizaciji ranga r, i elektronskog pritiska P_e, koji predstavlja pritisak gasa slobodnih elektrona;

— izvesnih funkcija U_r i U_{r+1}, nazvanih *particione funkcije* ili *sume stanja*, a koje određuju *statističke težine* različitih nivoa, koje figurišu u Bolcmanovoj formuli. Ovde ćemo uzeti da su statističke težine i particione funkcije za svako telo i svaki energetski nivo date u tablicama fizičkih konstanti. Sahina formula se piše (energije su izražene u elektron-voltima):

$$\log\frac{N_{r+1}}{N_r}=-\frac{5040}{T}V_i+2,5\log T-\log P_e-0,48+\log\frac{2U_{r+1}}{U_r}.$$

Vidi se da faktori temperature i elektronskog pritiska deluju u suprotnom smislu. Drugim rečima, isti stepen jonizacije atoma može se postići bilo povećanjem temperature, bilo smanjenjem elektronskog pritiska (ili, grubo uzev, gustine). Elektronski pritisak P_e varira od 10 bara za temperature niže od 5000° K do 200 bara za temperature iznad 10000° K. Za približne račune, radi ocene reda veličine, većina autora usvaja 130 bara, što odgovara temperaturi od 7 600° K, srednjoj vrednosti temperature zvezda »glavnog niza«. Ima se $\log 130 = 2,11$.

7. — INTERPRETACIJA INTENZIVNOSTI RAZLIČITIH LINIJA U ZVEZDANOM SPEKTRU.

Kombinovanjem Bolcmanove i Sahine formule, dobija se zadovoljavajuća interpretacija različitog intenziteta raznih spektralnih linija, koja je, na prvi pogled, izgledala neobjašnjiva (pretpostavlja se da je poznato g_a, g_b, U_r i U_{r+1}).

Sahina formula dozvoljava, pre svega, da se izračuna odnos $\frac{N_+}{N}$ za različite vrednosti temperature (N_+ je broj jednom jonizovanih atoma, N broj neutralnih atoma). Na primer, za atom vodonika, čiji je jonizacioni potencijal 13,54 V, a za koji se iz tablica dobija rezultat

$$\log 2\frac{U_+}{U}=0,$$

$$\log\frac{N_+}{N}=-\frac{5040}{T}\cdot 13,54+2,5\log T-0,48-2,11.$$

Može se videti da ovaj odnos konstantno (i brzo) raste sa temperaturom T : $1{,}2 \times 10^{-8}$ za 6 000°K, a $7{,}9 \times 10^{-2}$ za 30 000°K.

Za određivanje intenziteta apsorpcionih linija Balmerove serije naročito je važan odnos $\frac{N_2}{N}$ gde je N_2 broj atoma u drugom energetskom nivou, a N ukupan broj atoma, neutralnih i jonizovanih. Međutim, može se pisati

$$\frac{N_2}{N}=\frac{N_2}{N+N^+}=\frac{N_2/N}{1+N^+/N}\simeq\frac{N_2/N_1}{1+N^+/N}.$$

Zaista, odnos $\frac{N_2}{N}$ je vrlo blizak odnosu $\frac{N_2}{N_1}$.

U tome odnosu brojitelj je dat Bolcmanovom formulom, a imenitelj Sahinom formulom. Vidi se da odnos ove dve veličine raste do 10 000°K, kada prolazi kroz maksimum, a zatim opada ka visokim temperaturama.

Analogni računi, naravno mnogo složeniji, mogu se vršiti i za druge elemente; oni daju krive istog tipa. Kod kalcijuma linije jonizovanog kalcijuma imaju vrlo izražen maksimum oko 5 000°K, pa su još vrlo intenzivne i na temperaturi Sunca (oko 6 000°K).

Zvezde spektralnog tipa B (oko 25 000°K) ranije su nazivane *helijumskim zvezdama*; zvezde spektralnog tipa A (oko 10 000°K) nazivane su *vodoničnim zvezdama*. Greška je očigledna. Zvezde B i A u stvari samo imaju temperaturu dovoljnu da jako ekscitira njihov helijum ili vodonik (elementi sa velikim potencijalom ekscitacije), dok hladnije zvezde to mnogo manje uspevaju. Ako pođemo od zvezda tipa M do tipa A, vidimo kako Balmerove linije postaju sve jače sa porastom temperature. No ove linije slabe u tipu B, jer ovde jača ekscitacija sve više jonizuje atom, ogoljujući protone koji ne učestvuju u izmenama zračenja. Slično se i linije neutralnog helijuma pojavljuju tek oko 8 000°K, da bi iščezle oko 28 000°K; linije jonizovanog helijuma javljaju se od 25 000 do 30 000°K: između 25 000 i 28 000°K ove dve vrste linija javljaju se zajedno. Tako se dobija približna predstava spektra zvezde datog spektralnog tipa ako se na priloženom dijagramu povuče prava paralelna ordinati. Treba uočiti da ovde izvedeni približni računi ne pokazuju da li odgovarajuće spektralne linije leže u vidljivom delu spektra ili ne.

Sve ovo daje indikacije da određivanje relativnih obilnosti raznih elemenata u zvezdanoj atmosferi predstavlja izvanredno složen problem, čak i ako se, u *prvoj aproksimaciji*, usvoji pretpostavka da sve zvezde sadrže hemijske elemente u istom odnosu. Danas se poseduje dokaz da u ovome postoje znatne varijacije.

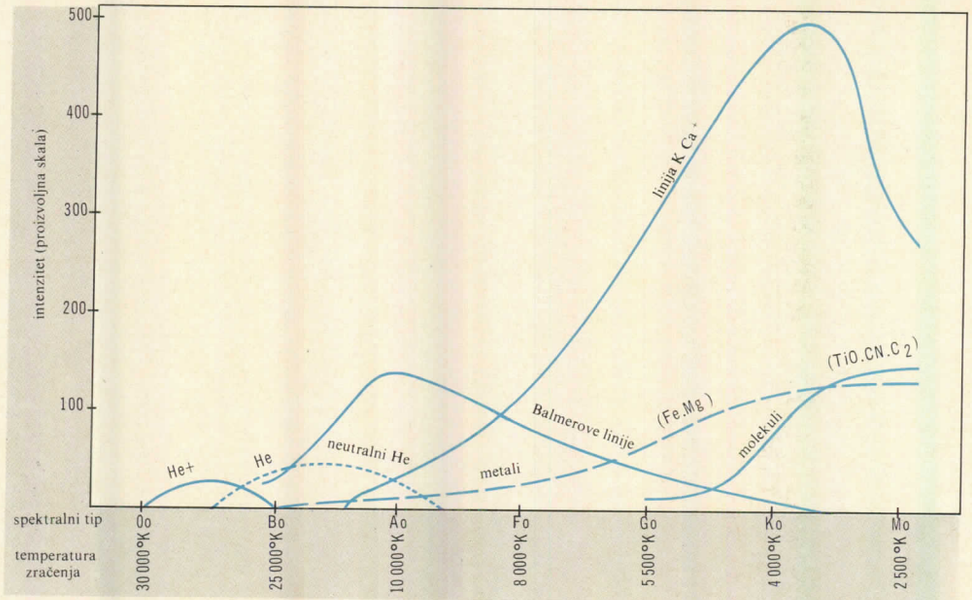
8. — **UZROCI POMERANJA, UDVAJANJA ILI ŠIRENJA SPEKTRALNIH LINIJA**. Teorija omogućava da se predvide mesto, intenzitet i struktura (prosta ili višestruka linija) spektralnih linija; različiti uticaji mogu modificirati ove elemente. Osnovni takvi uticaji su:

a) *Dopler-Fizoov* (*Doppler-Fizeau*) *efekat*. Relativna radijalna brzina V_r izvora zračenja (zvezda) u odnosu na posmatrača (Zemlja) izaziva pomeranje spektralnih linija (prema ljubičastom ako se izvor približava, prema crvenom ako se udaljava). Drugim rečima, dolazi do modifikacije talasnih dužina koje daje teorija (smanjenje u slučaju približavanja, povećanje u slučaju udaljavanja). Ovaj fenomen, zajednički za sva talasna kretanja (napose zvuk), opisan je formulom

$$V_r = 300\,000 \times \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda},$$

gde je V_r izraženo u kilometrima u sekundi.

Odstupanje mereno *linearno* na spektru sa aproksimacijom 0,001 Å, pri talasnim dužinama bliskim 3 000 Å, dozvoljava merenje radijalne brzine sa tačnošću od 100 m/s. Ovo *ma kolika bila daljina nebeskog tela.*



Opšta tendencija promene intenziteta linija i traka glavnih elemenata u zavisnosti od temperature zračenja ili, što izlazi na isto, od spektralnog tipa zvezde u harvardskoj klasifikaciji.

Doplerov efekat omogućuje takođe izučavanje rotacije nebeskih tela vidljivog prividnog poluprečnika, kao i kretanja izvesnih zvezda, uzajamno bliskih, koje se obrću jedna oko druge (dvojne zvezde).

Doplerovo pomeranje je proporcionalno talasnoj dužini, što predstavlja karakterističnu odliku ovog efekta. Radio-astronomija je konstatovala zračenje talasne dužine 21,105 cm. Takvo zračenje je oko 400 000 puta osetljivije na Doplerov efekat od svetlosnog zračenja talasne dužine samo 0,5. Termičko kretanje atoma daje im slučajno raspoređene radijalne brzine u odnosu na posmatrača, što dovodi do *širenja spektralnih linija.*

b) *Zemanov (Zeeman) efekat*. Ako se neki gas stavi u jako magnetno polje, u njegovom spektru se opaža:

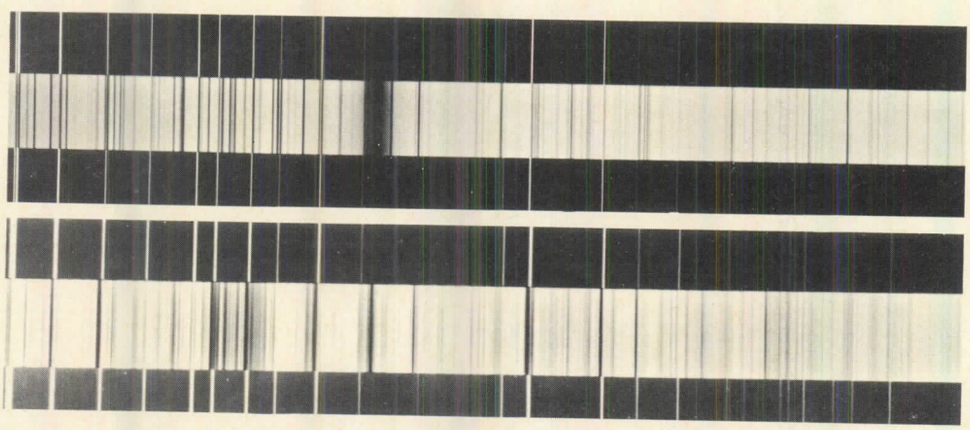
— ako se posmatra u pravcu normalnom na polje, utrostručavanje linija koje leže simetrično oko centralne nerazložene linije;

— ako se, nasuprot tome, posmatra u pravcu linija sile, opažaju se polarizovane bočne komponente, dok centralna linija iščezava. Kvantna teorija omogućava da se na osnovu ovoga izračuna približna vrednost magnetnog polja.

c) *Komptonov (Compton) efekat*. Kada se foton sudari sa elektronom, on skrene i gubi energiju: frekvenca mu je smanjena, te svetlost postaje jače crvena. Ovaj efekat, iako veoma važan s teorijske tačke gledišta, praktično se i ne javlja u vidljivom spektru zvezda, gde bi dostigao jedva 10^{-5} Å. Komptonov efekat otkriven je 1923. godine.

d) *Ajnštajnov (Einstein) efekat*. Prema opštoj teoriji relativiteta, nastaje takođe pomak ka crvenom ako svetlost emituje telo vrlo velikog gravitacionog potencijala. Ovaj potencijal približno je proporcionalan masi tela, a obrnuto proporcionalan njegovom poluprečniku. Zvezde imaju sve mase istoga reda, no neke od njih, beli patuljci, mogu imati poluprečnike koji su manji od stotog dela Sunčevog poluprečnika. Čak i u tom ekstremnom slučaju, Ajnštajnov efekat se nalazi na granici posmatranja. Ovaj pomak je prvi put posmatrao Adams (Adams) 1924. god. kod jedne zvezde-belog patuljka, jedva vidljivog pratioca Sirijusa. U stvari, Sirijus je dvojna zvezda.

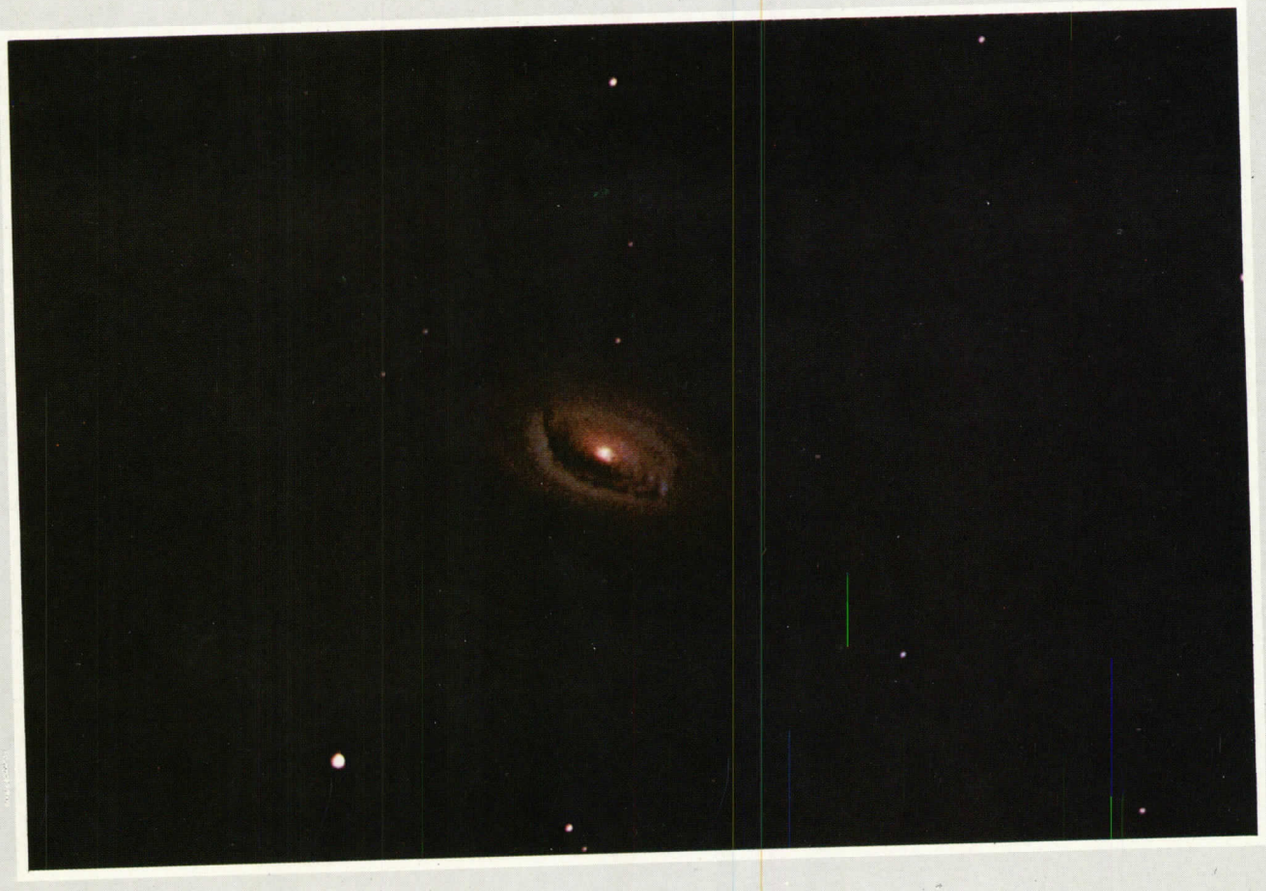
e) *Obični i međuatomski Štarkov (Stark) efekat*. Prisustvo jakog električnog polja prouzrokuje efekat sličan magnetnom efektu (Zemanov efekat). Najčešće je, međutim, u zvezdi pravac električnog polja neodređen, pa se samo konstatuje proširenje linija; na ovo su naročito osetljive linije vodonika



Mala pomeranja spektralnih linija zvezda u odnosu na odgovarajuće linije zemaljskog izvora omogućuju saznavanje njihovih radijalnih brzina približavanja (—) i (+) udaljavanja. *Gore* α Krme, tip F 0, radijalna brzina +21 km/s; *dole*, α Kentaura, tip G 0, radijalna brzina — 25 km/s. *Fot. opservatorija Lick.*



Maglina Konjska Glava u Orionu (*Barnard 33*). Susedna oblast: džinovskikosmičkitamni oblak gasa i prašine. Daljina: oko 1700 svetlosnih godina.



Galaksija M 64 u Berenikinoj Kosi. Spiralna galaksija tipa Sb. Žućkasto svetlo jezgro. Daljina: oko 10 miliona svetlosnih godina.

Fot. Société astronomique de Suisse



Deo Mlečnog Puta u sazvežđu Ofijuha. U centru, tamna maglina oblika S. *Fot. Edward Emerson Barnard, Jerkska opservatorija (Viskonsin).*

i helijuma, najrasprostranjenijih elemenata u zvezdanim atmosferama. Kada su ovi gasovi jako jonizovani, svaki mali naboj (jon ili elektron) stvara električno polje koje deluje na susedne atome; ovo delovanje ima slučajan karakter i manifestuje se širenjem linija, koje će, uopšte uzev, biti utoliko izražajnije ukoliko je temperatura veća i veća gustina (atomi su bliži jedan drugom). Ovaj efekat je naročito primetan kod *belih patuljaka*, gde su gustine abnormalno velike, te vodonikove linije postaju vrlo široke.

Zvezde se mogu podeliti u dve velike kategorije:

— zvezde *patuljci*, tipa našeg Sunca, sa prilično velikom gustinom i površinskom temperaturom koja kod Sunca dostiže 6 000°K;

— zvezde *džinovi*, sa mnogo manjom gustinom i mnogo većim poluprečnikom (pri ekvivalentnim masama).

Za dve zvezde istog spektralnog tipa:

— temperature će biti više kod patuljaka nego kod džinova;

— spektralne linije patuljaka biće šire i izraženije (jače termičko kretanje, mnogobrojniji sudari, izraženiji međuatomski Štarkov efekat).

Postoji još dosad nepomenuti uzrok koji utiče na relativno širenje spektralnih linija kod patuljaka: to je veliki broj sudara među česticama. Mnogobrojni sudari razaraju neke od malih oscilatora koje sačinjava elektron u kretanju. Ovo delovanje ekvivalentno je amortizaciji, pa se ispoljava u obliku širenja odgovarajuće linije.

ASTRONOMSKI SPEKTROGRAFI

1. — **DISPERZIJA SVETLOSTI U PRIZMI.** Fenomen disperzije složene svetlosti izučava se pomoću prizmi u sledećim uslovima:

a) Prizme moraju biti postavljene u položaj »minimalne devijacije«, pri čemu je svaka prizma postavljena simetrično u odnosu na pravac upadne i prelomljene svetlosti.

b) Treba koristiti paralelne snopove svetlosti, što zahteva upotrebu *kolimacionog sočiva* u čijoj se žiži nalazi tačkasti izvor svetlosti (najčešće vrlo fini prorez na koji padaju zajedno slike zvezde i izvora koji služi za poređenje, koji dolazi iz jednog kolimatora); osim toga, potrebno je *sabirno sočivo* na izlazu sistema prizmi, sočivo koje predstavlja objektiv fotografske komore.

c) Upotreba više uzastopnih prizmi (najčešće tri) omogućava amplifikaciju efekta disperzije.

Pošto je slika zvezde tačkasta, njen spektar se u principu javlja kao crta bez primetne debljine. Neophodno je da se on proširi. To se može postići na više načina: najprostiji se sastoji u tome da se prorez orijentiše paralelno dnevnom kretanju, a zatim se lagano poremeti kretanje ekvatorijala po rektascenziji; u tom slučaju postoji opasnost da se izgubi deo spektra, jer atmosferska refrakcija nije ista za sve talasne dužine, naročito ako je zvezda daleko od zenita. Često se radije saopštava lagano oscilatorno kretanje oko ravnotežnog položaja bilo celom spektrografu bilo samo nosaču fotografske ploče. Sa najjačim modernim aparatima postiže se disperzija od 1 mm, pa čak i 2 mm, za talasne dužine koje se razlikuju za 1 Å, kod talasnih dužina u blizini 4 300 Å. Spektri se, zatim, izučavaju pomoću spektrokomparatora ili spektrofotometara, osetljivih na disperziju od jednog mikrona. Na taj način talasne dužine su određene do na 1/1 000 ongstrema. Najčešće korišćena disperzija je 50 Å po milimetru. Opšte je pravilo da se velike disperzije mogu dobiti samo na štetu slika.

2. — **SPEKTROGRAFI SA REŠETKOM.** Optička rešetka je providna ili reflektujuća površina na kojoj je ostvarena periodična »perturbacija« po jednoj dimenziji, perturbacija sa vrlo malim »korakom« (od dela mikrona do nekoliko desetina mikrona). U astronomiji se naročito koriste refleksione rešetke koje sačinjava precizno zaravnjena staklena ploča u koju je urezan niz ekvidistantnih brazda u tankom sloju aluminijuma nanesenom na ploču. Tako se uspeva obično da se ureže 500 crta po milimetru, a cela ploča ima bar 50 000 crta. Takve se rešetke mogu lako proizvesti u više primeraka, te cena svakog od njih nije preterana. Ako se takva rešetka osvetli paralelnim snopom svetlosti, opaža se da se svetlost reflektuje (ili prolazi) ne samo u pravcu određenom zakonima refleksije (ili pravolinijskog prostiranja), već takođe i u nekoliko drugih pravaca koji odgovaraju interferencionim maksimumima. Položaj tih maksimuma zavisi od talasne dužine, te se tako javlja disperzioni fenomen. Ako je izvor polihromatski, videće se, npr. kod transmisione rešetke, slika F_0 koja bi se javila kada ne bi bilo rešetke, a sa svake strane te slike - spektri dotičnog svetlosnog izvora. Kaže se da su ti spektri reda + 1, + 2, + 3,..., — 1, — 2, — 3...

Disperzija se povećava sa redom spektra, no spektri postaju sve slabiji jer količina svetlosti ostaje ista. Refleksione rešetke olakšavaju posmatranje ljubičastog i infracrvenog dela spektra jer bi ta zračenja, inače, bila apsorbovana u staklenim prizmama (ili transmisionim rešetkama). Uglavnom se dobija mnogo veća disperzija od one koju bi davala prizma iste veličine. Spektrograf sa rešetkom opservatorije Maunt Vilson dozvoljava razdvajanje dveju linija koje se razlikuju za 0,025 A, a koje se nalaze u blizini $\lambda = 5900$ Å; razmak ovih linija na ploči iznosi 0,125 mm. Mikrometarski mikroskop, makar bio i male jačine, dozvoljava tada da se uoče talasne dužine sa tačnošću bar od hiljaditog dela ongstrema.

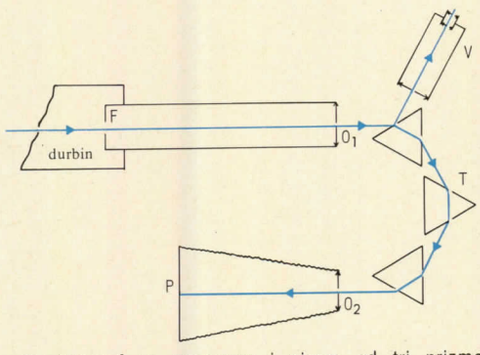
U izvesnim domenima spektri različitih redova koje daje rešetka ponekad se prepokrivaju. Različiti postupci omogućuju da se ovaj nedostatak potpuno ukloni, ili bar umanji.

Rešetke su se dugo vremena upotrebljavale (zbog apsorpcije) za izučavanje sjajnih nebeskih tela, naročito Sunca, a sada se upotrebljavaju redovno u astrofizici, od vremena kada se uspelo da se 70% upadne svetlosti koncentriše u jedan jedini spektar oko određene talasne dužine; ovo je postignuto davanjem specijalnog profila zarezima rešetke (u obliku pravouglih trouglova), tzv. *lestvičaste* rešetke. Uzmimo kao primer takvu rešetku sa 600 zareza po milimetru; za ugao $\alpha = 18°$, maksimum koncentracije za prvi red leži oko $\lambda = 0{,}98$ μ, a za drugi red — oko $\lambda = 0{,}49$ μ, tj. blizu sredine vidljivog spektra.

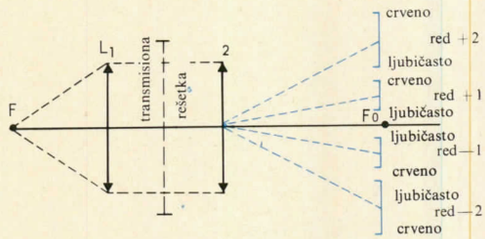
Jedno vreme korišćene su rešetke ucrtane u izdubljenom ogledalu, no u današnjoj astrofizici se one retko upotrebljavaju u spektroskopiji ultraljubičastog dela spektra (bar ako se vrše posmatranja sa površine Zemlje), budući da ultraljubičasto zračenje zvezda ne dopire do nas.

Obično se koristi sledeći zvezdani spektrograf sa rešetkom: kolimator je mali Kasgrenov teleskop obrnuto montiran (parabolično ogledalo M i hiperbolično ogledalo *m*). Spektrograf ima transmisionu rešetku R, a objektiv je sferno ogledalo M′, čije su aberacije korigovane pomoću dva sočiva, L i L′. Slika se obrazuje na filmu *f*, koji je lagano zakrivljen, jer sferno ogledalo M′ nije aplanetično.

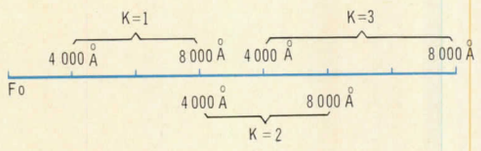
3. — **SPEKTROGRAFI BEZ PROREZA.** Vrlo fini prorez služi da se slika zvezde učini stvarno tačkastom, te tako dozvoli registrovanje na istoj ploči i spektara za poređenje, čije linije imaju poznate talasne dužine. Tada zvezde moraju biti posmatrane jedna po jedna, a svako merenje po sebi predstavlja delikatnu operaciju. Ovi nedostaci eliminisani su upotrebom *prizmatične komore*, odnosno *prizme — objektiva*. Ovaj se uređaj jednostavno sastoji od prizme (stavljene u položaj minimalne devijacije) i objektiva, najčešće fotografskog objektiva sa širokim vidnim poljem, koji sadrži tri stakla Tesarovog (Tessar) tipa. Sve zvezde koje se nalaze u polju daju kroz prizmu svoj spektar na fotografskoj ploči: ovde je ivica prizme usmerena paralelno pravcu dnevnog kretanja. Jedini raspoloživi spektar za poređenje daje neka poznata zvezda koja se nalazi u polju instrumenta. Analogna montaža



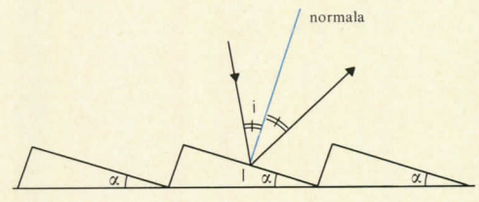
Spektrograf sa prorezom i nizom od tri prizme. F, prorez na koji pada slika zvezde, u žiži ahromatičnog sočiva O, (objektiv kolimator); T, niz od tri prizme; O_2, objektiv foto-kamere, koji daje spektar na ploču P; V, vizor pomoću koga se posmatra zvezda refleksijom na prvoj strani prve prizme, kako bi se mogla održati na prorezu.



Shema transmisione rešetke.



Prekrivanje spektara različitih redova K.



»Stepenasta« rešetka.

α, ugao između ravni elementarnih ogledala i ravni rešetke (obično se uzima $\alpha = 18°$). Svakom upadnom uglu *i* odgovaraju difrakcioni uglovi na osnovu određene formule, a takođe i talasna dužina λ za koju je svetlost koncentrisana u spektru reda *p*. Pogodnim izborom *i*, može se do 70% svetlosti koncentrisati oko date talasne dužine.

se može ostvariti uz pomoć rešetke, a može biti montirana i na teleskop.

Nedostatak ovih spektrografa sa velikim poljem je u tome što upadni ugao nije isti za sve zvezde i što disperzija varira od tačke do tačke polja.

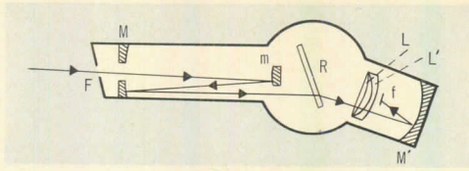
Ovaj nedostatak je u velikoj meri otklonjen u *prizmi sa normalnim poljem* francuskog astronoma Šarla Ferenbaha (Charles Fehrenbach).Ona se sastoji od prizme načinjene od flintskog stakla, sa uglom 2A, uz koju su priljubljene dve prizme od krunskog stakla, sa uglom A. Ceo sistem se ponaša kao ploča sa paralelnim stranama. Indeksi dvaju stakala izabrani su tako da se dobije prostiranje svetlosti bez prelamanja za određeno zračenje (4 220 Å) pri čemu je očuvana dosta velika reziduelna disperzija.

Ferenbahova prizma sa normalnim poljem omogućuje merenje radijalnih brzina velikog broja slabih zvezda koje se nalaze u polju instrumenta, uz korišćenje metode koju je predložio Švarcšild (Schwarzschild) 1913. godine. Postupak se sastoji u tome da se uzmu dve fotografije istog zvezdanog polja, prva pre a druga posle obrtanja prizme; snimci su malo pomereni po visini u odnosu jedan na drugi. Dva tako dobijena spektra iste zvezde okrenuta su na suprotne strane, pa se meri rastojanje među linijama istih elemenata. Ono odgovara dvostrukoj vrednosti daljine koja bi odvajala svaku liniju od takve idealne linije koja se ne bi pomerila pri rotaciji prizme. Kao što je gore rečeno, takva je linija 4 220 Å. Postojanje ovoga repera omogućuje određivanje položaja posmatrane linije i izvođenje radijalne brzine zvezde. U tu svrhu neophodno je prethodno poznavati radijalne brzine nekoliko zvezda u polju, merene pomoću spektrografa sa prorezom; ove zvezde služe kao etaloni. Konstrukcija Ferenbahove prizme sa normalnim poljem pre petnaestak godina omogućila je određivanje radijalnih brzina nekoliko desetina hiljada zvezda, u severnoj i u južnoj hemisferi. Ona je time omogućila astronomiji da ostvari ogroman napredak u upoznavanju vasione.

4. — **PRIMENA ELEKTRONSKE KAMERE**. Lalemanova elektronska kamera može se adaptirati za upotrebu zajedno sa spektrografom koji je smešten na kraju teleskopa. U tom slučaju, foto-k..toda se mora staviti u žižnu ravan spektrografa. Trajanje ekspozicije može biti od 50 do 100 puta manje od onog koje je potrebno ako se ne upotrebljava komora. Ako je u pitanju zvezda, može se reći da se sve događa kao da je prečnik objektiva povećan za faktor reda 7 do 10.

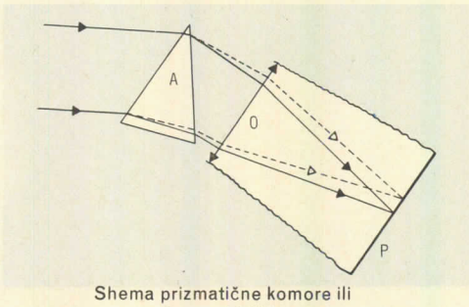
5. — **SPEKTROFOTOMETRI — REGISTRATORI**. Detaljno fotometrijsko ispitivanje zvezdanih spektara jedna je od najvažnijih operacija u astrofizici. Obično se radi na *providnoj* fotografskoj ploči, koristi se spektrofotometar-registrator, koji sadrži sistem sabirnih sočiva i dijafragmi, pogodno rasprostranjenih, a njegov bitan deo predstavlja *fotoćelija*, koja amplificira razlike u jačini svetlosti koja prolazi kroz ploču duž spektra. Tako je dobijena kriva ocrnjenja, koja pokazuje depresiju pri prolazu preko svake od apsorpcionih linija. Na taj način je moguće odrediti (uz pomoć više ili manje arbitrerne skale) *širine* i *intenzitete* linija ili, tačnije, *odnose intenziteta* raznih linija istog spektra. Ovo merenje daje vrlo interesantne rezultate.

Ispitivanje *spektralne raspodele energije* vrlo je delikatno, najviše usled apsorpcije svetlosti, koja zavisi od talasne dužine. Ovde se radi samo o energiji neprekidnog fona, izuzevši spektralne linije. Prva slika (str. 419) daje spektrofotometrijsku reprezentaciju zvezde Vege, dobijenu na opservatoriji Jungfraujoh (3 875 m) i koju je analizirao pomoću mikrospektrofotometra-registratora francuski astronom Šalonž (Chalonge); ovaj instrument se danas smatra klasičnim. Na slici se oko $\lambda = 3\,650$ Å opažaju karakteristični elementi diskontinuiteta u nivou energije, koji odgovara neprekidnom fonu; to je tzv. *Balmerov diskontinuitet*, koji igra vrlo važnu ulogu u astrofizici. Druga slika daje detalje *profila* linije registrovane na mikrospektrofotometru. Razlikuje se *dubina* linije, njena *maksimalna širina*, kao i njena *površina*, koja se smatra proporcionalnom intenzitetu linije.



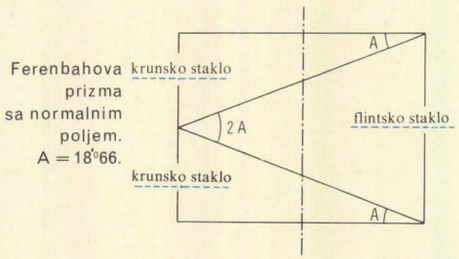
Spektrograf sa rešetkom.

F, prorez; m, hiperbolično ogledalo; M parabolično ogledalo; R, rešetka; LL' korigujuća sočiva; M' sferno ogledalo; f, film.



Shema prizmatične komore ili prizma-objektiva.

A, prizma; O, foto-objektiv; P, ploča.



SPEKTRALNA KLASIFIKACIJA ZVEZDA

1. — **JEDNODIMENZIONALNA HARVARDSKA KLASIFIKACIJA**. Prvu sličnu klasifikaciju napravio je Seki (Secchi) u Rimu, pre jednog veka. Klasifikacija se zasnivala isključivo na bojama (plave, bele, žute zvezde i dve klase crvenih zvezda) i bila je vrlo gruba. Štaviše, *prividne* boje zvezda mogu biti znatno izmenjene gasovitim slojevima kroz koje svetlost prolazi (Zemljina atmosfera i međuzvezdana materija). Primer Sunca, koje izgleda žuto u čistoj atmosferi a crveno pri lakoj zamagljenosti, vrlo je karakterističan u ovom pogledu.

Zvezdani spektri su danas klasificirani prema svojim *linijama*, a ne prema svome neprekidnom spektru; ovaj bi, doduše, predstavljao bitniju karakteristiku, ali ga je teže interpretirati. Ova klasifikacija je nastala u Harvardu pod rukovodstvom Pikeringa (Pickering) početkom ovoga veka, a zatim je nastavljena sve do naših dana radom čitave ekipe njegovih učenika i sledbenika. Ona je potpuno *empirička*: sastoji se u *etiketiranju* spektara velikim slovima azbuke prema izgledu njihovih linija, pa zatim njihovomređanju u *linearni niz*, tako da promena pri prelazu od jednog na drugi bude neprekidna. Ovakav postupak je uspeo, te daje niz *normalnih spektralnih tipova*:

O, B, A, F, G, K, M.

Ovaj bizarni niz slova ilustruje lutanja klasifikatora. U početku se nastojalo da se u obzir uzmu samo vodonikove linije Balmerove serije, koje su najjasnije u tipu A, manje jasne u tipu B i tipu F itd. Ubrzo je konstatovano da ova gruba klasifikacija ne zadovoljava, ali su zadržane neke od prvobitno uvedenih kategorija.

Rastuća tačnost tehnika klasifikacije omogućila je da se u svakom tipu razlikuje deset grupa označenih ciframa od 0 do 9. Tako se ima:

B 0, B 1, B 2, ..., B 8, B 9, A 0, A 1, A 2, ... itd.

Prelaz od B 9 na A 0 znači samo malu modifikaciju spektra, mnogo manju nego, npr., prelaz od B 1 na B 9. Činjenica da je zvezde bilo moguće klasificirati u linearni niz pokazuje da spektralne linije zavise, u prvoj aproksimaciji, od *samo jednog faktora*. Taj faktor je *temperatura* sredine u kojoj linije nastaju. Grubo uzev, gornji niz odgovara opadajućim temperaturama počev od 30 000°K za zvezde O 5 do 2 500°K (ili čak manje) za zvezde M 5 preko niza od 20 000°K (B 0), 10 000°K (A 0), 7 500°K (F 0), 5 800°K za Sunce (G 2), 4 000°K (K 0) itd.

Hardvardska klasifikacija je, kao i Sekijeva, još uvek klasifikacija prema bojama, pošto su, prema Vinovom (Wien) zakonu, talasne dužine maksimuma energije u svakom spektru obrnuto proporcionalne temperaturi emisije. No klasifikacija je mnogo preciznija, a promene boje zvezde zbog sredine kroz koju svetlost prolazi ostaju bez uticaja na nju. Zanemarujući ove prividne modifikacije, može se reći da su zvezde O i B plave, zvezde A i F bele, zvezde G žute, a zvezde K i M narandžaste i crvene.

N a p o m e n e. a) *Tople* zvezde imaju *malo linija* u domenu pristupačnom posmatranjima, jer jako jonizovani elementi imaju veliku većinu linija u dalekom ultraljubičastom delu spektra, nedostupnom posmatranju. Hladne zvezde, nasuprot tome, imaju bezbroj metalnih linija i molekularnih traka.

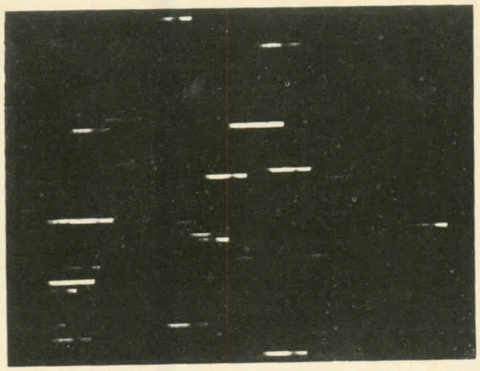
b) Pri jednakoj ekspoziciji spektar toplih zvezda izgleda na snimku mnogo *duži* nego spektar hladnih zvezda, jer tople zvezde imaju mnogo ultraljubičaste i plave svetlosti, na koju je fotografska ploča osetljiva. Nasuprot tome, hladne zvezde emituju vrlo malo takve svetlosti; osim pri dugoj ekspoziciji, spektar se javlja bez dveju svojih oblasti, plave (jer nema takve svetlosti) i crvene (jer ima slabo dejstvo na fotografsku ploču).

c) Iz pomenutih razloga, zvezdani spektri dobijeni na običnim fotografskim pločama, onakvi kakvi se objavljuju u udžbenicima astronomije, najčešće idu negde od Balmerovog diskontinuiteta (3 647 Å) pa do linije $H\beta$ Balmerove serije (4 861 Å).Ređi su spektri koji idu do crvene linije $H\alpha$ (6 563 Å). Ako se želi ići dalje, moraju se koristiti specijalne fotografske ploče, senzibilizirane za infracrveno.

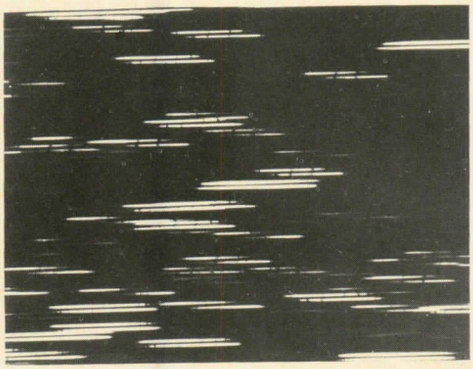
d) Pored specijalnih tipova zvezda, kao što su nove ili beli patuljci, posmatraju se i sledeće zvezde koje su, u stvari, van normalnih tipova:

Tip W (Wolf — Rayet) — Ove zvezde imaju iste temperature kao tip O, a imaju i iste elemente, no umesto *apsorpcionih* — imaju *emisione* linije. Drugim rečima, linije su sjajnije od neprekidnog fona. U pitanju su zvezde sa abnormalnim atmosferama, koje se stalno obnavljaju izbacivanjem gasa iz zvezde.

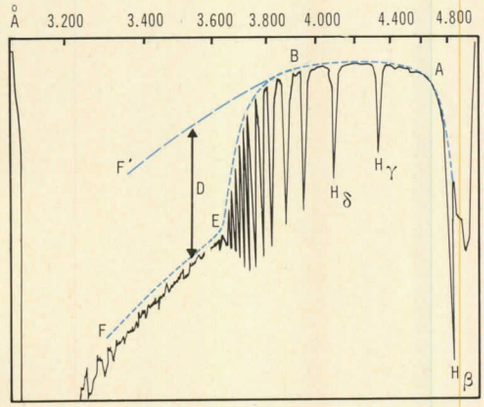
Tipovi R, N i S — U ove kategorije ubraja se nekoliko tuceta zvezda-džinova, čiji se hemijski sastav razlikuje od sastava zvezda sa normalnom atmosferom.



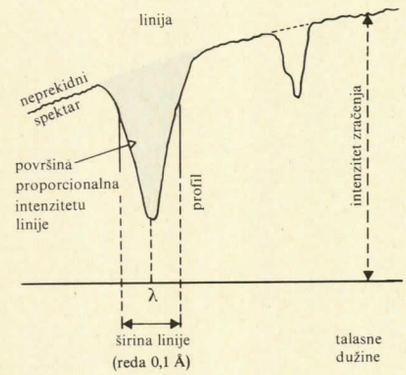
Primena Ferenbahove prizme sa normalnim poljem. *Gore*, zvezdani spektri posmatrani običnim prizma-objektivom; *dole*, obrnuti zvezdani spektri posmatrani Ferenbahovom prizmom sa normalnim poljem. Pomak odgovarajućih linija pruža mogućnost izračunavanja radijalne brzine zvezde. *Fot. X.*



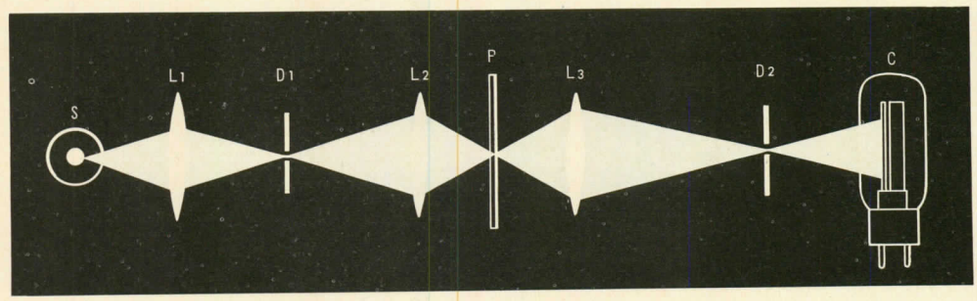
Desno, shema principa optičkog dela spektrofotometra-registratora. Svetlost izlazi iz lampe S, zatim prolazi kroz foto-ploču koju prebriše slično elektronskom snopu kod televizora; pošto izađe iz foto-ploče P, pada na fotoćelije C, čija se struja nakon amplifikacije registruje na galvanometru. Pogodne dijafragme D_1 i D_2 ograničavaju oblast ploče koja se istražuje i eliminišu parazitnu svetlost.



Mikrofotometrijski snimak spektra Vege (α Lyrae) pokazuje koliko je velika apsorpcija vodonika u ultraljubičastom kod zvezde spektralnog tipa A O. Šiljci odgovaraju apsorpcionim linijama H_β, H_γ, H_δ,... Balmerove serije vodonika. Odstupanje D između produženja BF′ neprekidnog dela spektra AB u plavo i ljubičasto i stvarnog neprekidnog spektra EF u ultraljubičastom naziva se »Balmerov diskontinuitet«. Po D. Barbijeu i D. Šalonžu, Pariska opservatorija.



Detalji spektralne linije.



Tipovi R i N odgovaraju tipovima K i M, ali trake ugljenikovih molekula zamenjuju trake titanovog oksida. Ponekad ih nazivaju *ugljeničnim zvezdama.*

Tip S ima trake cirkonijum-oksida umesto traka titanovog oksida. Ovako dopunjen, niz spektralnih tipova izgleda:

$$\begin{array}{lll} W & & R-N \\ O\ B\ A\ F\ G & -K- & M. \\ & & S \end{array}$$

2. — **DVODIMENZIONALNA KLASIFIKACIJA. PATULJCI I DŽINOVI.** Harvardska klasifikacija, s obzirom da koristi samo jedan parametar — temperaturu, teško može objasniti izvesne anomalije koje se javljaju kod zvezda istog spektralnog tipa u istim uslovima fotografisanja (emulzije, ekspozicija, uslovi apsorpcije itd.). Ustanovljeno je da izvesne, relativno malobrojne zvezde imaju *mnogo finije* linije no što je to slučaj sa prosečnom zvezdom toga tipa: takav je slučaj, na primer, sa β *Orionis* (Rigel) u odnosu na α *Leonis* (Regulus), koje obe pripadaju tipu B 8. Ova osobina je naročito primetna kod lučnih linija. Isto je i sa zvezdama ζ *Ursae majoris* i α *Cygni*. Odnos može biti obrnut za izvesne varnične linije. Sve se događa kao da umesto jednog parametra postoje dva, koji deluju u suprotnom smislu. U Sahinoj formuli, koja određuje uslove jonizacije gasa, temperatura i elektronski pritisak tako deluju u suprotnom smeru: za isti stepen jonizacije moguće je više kombinacija ova dva antagonistička faktora. Uostalom, izgleda da ovih kombinacija ima praktično svega dve ili tri. Zato je u klasifikaciji zvezda izabran za kriterijum *stepen jonizacije gasa*, odnosno *disocijacije molekula.* Ova klasifikacija, samo prividno dvodimenzionalna, potpuno je zadovoljila do sada. Međutim, manjem elektronskom pritisku odgovara, grubo uzev, manja gustina, pa zato i veća zapremina, jer su mase zvezda približno jednake. Drugim rečima, pomenuti fenomeni objašnjavaju se uzimanjem u obzir *zvezda džinova*, ponekad i *superdžinova*, u odnosu na normalne zvezde (Sunčevog tipa), koje se često zovu *zvezde patuljci.*

Uostalom, zvezde koje su džinovi (ili superdžinovi) po svojoj zapremini isto su to i po svome sjaju: istom spektralnom tipu odgovara isti sjaj po jedinici površine. Ako su poluprečnici dveju zvezda u odnosu 1 prema 100 (površine u odnosu 1 prema 10 000), onda Pogsonova (Pogson) relacija daje razliku apsolutnih zvezdanih veličina od 12 jedinica (upravo su odnosi ovog reda veličine i konstatovani u stvarnosti). Ako postoje zvezde gušće od drugih, spektralne linije bi trebalo da budu šire i dublje, a temperatura zračenja viša (naravno, pri istom spektralnom tipu).

3. — **HERCŠPRUNG — RASELOV DIJAGRAM.** Rezultate naznačene u prošlom odeljku dobili su 1905. god. Hercšprung (Hertzsprung) i 1914. god. Rasel (Russell) konstruišući dijagram koji daje apsolutne veličine zvezda u funkciji njihove temperature ili, što je isto, njihovog spektralnog tipa. Što su posmatranja duže trajala, dijagram se sve više bogatio novim tačkama, ali se one nisu raspoređivale ravnomerno u njegovoj ravni. U stvari, velika većina zvezda lokalizovala se u blizini silazeće dijagonale dijagrama, obrazujući tzv. *glavni niz.* Sunce, prema svojim karakteristikama (tip G 2, $M = +5$), nalazi se otprilike u sredini. Nešto manji broj zvezde nalazi se u oblasti izduženoj i približno paralelnoj sa apscisnom osom, u visini $M = 0$; ova oblast ne spaja se sa glavnim nizom. Nešto ređe zvezde izuzetnog sjaja nalaze se pri vrhu dijagrama (M od — 5 do — 7). Površine izvan ovih linija praktično su prazne. Ipak, u donjem levom uglu nalaze se slabe bele zvezde, tzv. beli patuljci, čiji procenat u zvezdanoj populaciji stalno raste sa daljim posmatranjima te dostiže 8%. Hercšprung je prvi uveo ove nazive, koji su danas opšte usvojeni.

Osim toga, postoji relacija između mase zvezde i njenog stvarnog sjaja, što dozvoljava da se ordinata dijagrama graduiše u masama, bar za zvezde glavnog niza.

Pri označavanju zvezde, pored *spektralnog tipa*, beleži se i njena *klasa sjaja* jednim od sledećih prefiksa:

d (dwarf) = patuljak;
g (giant) = džin;
c = superdžin.

Zvezde sa emisionim linijama označavaju se sufiksom *e*.

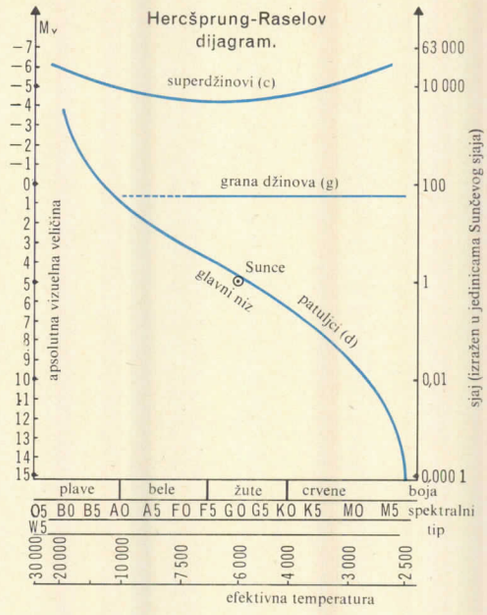
Primera radi, Sunce je zvezda *d*G 2, Kapela je zvezda *g*G 2, a Antares je zvezda *c*M 0.

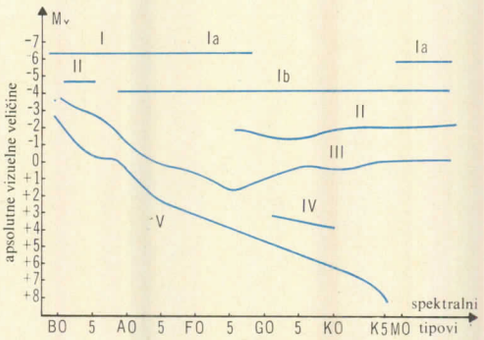
4. — **SAVREMENI MORGANOV DIJAGRAM.** Na prvobitnom Raselovom dijagramu zvezde nisu raspoređivane po jasnim linijama. Pre se radilo o zonama veće gustine, gde je neodređenost u definisanosti odgovarala, otprilike, tačnosti određivanja apsolutnih veličina (koje se izvode iz daljine). U naše vreme je na Jerkskoj opservatoriji razrađena mnogo preciznija klasifikacija, kojoj su naročito doprineli američki astronom Morgan (W. W. Morgan) i njegova ekipa. Ukupno se razlikuje pet klasa zvezda. Dok klase I, III i V odgovaraju kategorijama *c*, *g* i *d*, dotle su klase II i IV intermedijarne respektivno između *c* i *g*, i između *g* i *d*. Sve ove klase karakterizovane su tankim linijama (reda polovine jedinice skale zvezdanih veličina), a ta se linija svakim danom sve više precizira. Ova klasifikacija do danas još uvek nije proširena na zvezde tipa M. Takođe se zaustavlja i na M = + 8.

5. — **METODA SPEKTROSKOPSKIH PARALAKSI.** Ispitivanje spektra zvezde omogućuje stručnjaku da brzo identifikuje njen spektralni tip i klasu sjaja; ovaj postupak svakim danom postaje sve precizniji. Koristeći Hercšprung-Raselov dijagram, ili još bolje Morganov (bez tipa M i do apsolutne veličine + 8), naučnik izvodi njenu apsolutnu zvezdanu veličinu M, a odatle njenu daljinu D, na osnovu merenja njene prividne zvezdane veličine *m*, što se uvek može izvesti.

Lako je izračunati koliku grešku unosi u određivanje daljine D greška pri merenju apsolutne veličine M. Iz relacije

$$M - m = 5 - 5 \log D,$$





Klase sjaja zajedno sa spektralnim tipom.

dobija se

$$\Delta M = 5 \log e \frac{\Delta D}{D} \simeq 2 \frac{\Delta D}{D}.$$

Ako je M određeno do na polovinu jedinice ($\Delta M = 0{,}5$), dobija se $\Delta D = 0{,}25$ D, odnosno 25% daljine. Tako izgleda, najprostije izložena, metoda određivanja daljine zvezda na osnovu njihovih spektara. Metoda je znatno usavršena poslednjih godina. Ranije se zasnivala na kriterijima zasnovanim na odnosu intenziteta određenih parova linija, najčešće linije lučnog spektra jednog elementa i linije varničnog spektra drugog. Na osnovu zvezda poznate daljine, za svaki spektralni tip izrađeni su katalozi sa izvesnim brojem ovakvih odnosa intenziteta linija. Na žalost, takvi katalozi nisu postojali za sve spektralne tipove. Ti kriteriji danas služe najviše za određivanje spektralnog tipa i klase sjaja posmatrane zvezde. Važnu primenu spektroskopske metode predstavlja otkrivanje džinova, a naročito superdžinova, među zvezdama slabog prividnog sjaja, što je dozvolilo dubok prodor u svet zvezda: za prividnu zvezdanu veličinu + 8 Pogsonova relacija daje, ako se radi o superdžinu (— 7), daljinu

— 7 — 8 = 5 — 5 log D, odnosno D = 10 000 parseka.

N a p o m e n a. Hercšprung-Raselov dijagram važi samo za zvezde koje se, slično Suncu, nalaze u spiralnim granama naše Galaksije. Postoji čitav niz zvezda koje ne zadovoljavaju H. R. dijagram. One sačinjavaju zvezdanu populaciju različitu od one kojoj mi pripadamo.

6. — **NASELJENOST PROSTORA I POPUNJENOST KATALOGA.** Posmatranje bez analize daje lažnu ideju o stvarnoj naseljenosti prostora: džinovi i superdžinovi, koji se vide izdaleka, nameću se našem pogledu čak i kada im je daljina velika. Nasuprot, patuljke ne vidimo čim su nešto malo više udaljeni. Zvezde vidljive golim okom, kao i one u katalozima (po nužnosti zasnovanim na prividnim zvezdanim veličinama), predstavljaju, pre svega, *izuzetne zvezde*. Stvarno zvezdano stanovništvo je mnogo skromnije.

Mase zvezda

1. — **PRINCIP ODREĐIVANJA MASE ZVEZDA.** Mase zvezda moguće je odrediti zahvaljujući postojanju mnogobrojnih parova zvezda, koje se pod dejstvom gravitacije kreću jedna oko druge, odnosno, tačnije, koje se obe kreću oko zajedničkog centra mase. Smatra se da *gravitaciona konstanta* G ima istu vrednost u Sunčevom sistemu i u celoj vasioni. Formule klasične mehanike, primenjene na relativno Keplerovo kretanje, daju za G vrednost

$$G = 4\pi^2 \frac{a^3}{T^2} \cdot \frac{1}{M_1 + M_2}.$$

U ovoj formuli a je velika poluosa elipse kojom se jedna zvezda mase M_1 (na primer) kreće oko druge zvezde mase M_2, period obrtanja je T.

Ako su M_1 i M_2 izražene u jedinicama Sunčeve mase, a u astronomskim jedinicama, a T u zvezdanim godinama, zanemarujući masu Zemlje u odnosu na masu Sunca, imamo u ovim jedinicama:

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{T^2}.$$

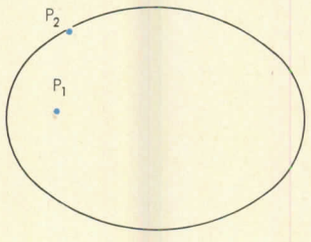
Pošto se pri merenju a ne mere metričke razdaljine, već samo uglovni razmaci α koji odgovaraju daljini D zvezde, trebalo bi pisati

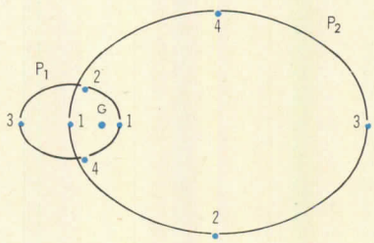
$$M_1 + M_2 = \frac{\alpha^3 D^3}{T^2}.$$

S druge strane, ako se ne rekonstruiše jedna od relativnih orbita već orbite jedne i druge komponente u odnosu na centar mase (prateći promene svake od dveju zvezda po rektascenziji i deklinaciji), poređenjem ovako dobijenih dveju elipsa nalazi se odnos $\frac{M_1}{M_2}$. Odatle se izvode vrednosti M_1 i M_2.

U principu je potrebno poznavati daljinu D para da bi se iz uglovnih razmaka α i iz perioda T mogle odrediti mase M_1 i M_2 izražene u jedinicama Sunčeve mase.

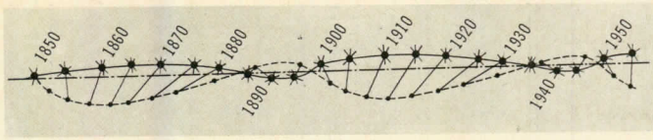
2. — **OPŠTA RAZMATRANJA.** Broj dvojnih zvezda u vasioni vrlo je veliki: na 130 poznatih zvezda zvezdane veličine manje od 3 dolazi 40 dvojnih zvezda. Pri tome se, naravno, uzimaju u obzir samo zvezde kod kojih se može ustanoviti





Levo, relativno eliptično kretanje tela P_2 koje se kreće oko tela P_1.

Desno, kretanje dva tela P_1 i P_2 oko njihovog centra mase G, ako je odnos masa jedan prema tri. Položaji 1, 2, 3 i 4 odgovaraju jedan drugome na obema orbitama.



Sopstveno kretanje Sirijusa otkrilo je postojanje njegovog saputnika još pre nego što je bio viđen.

orbitalno kretanje, a ne one čiji su pravci u odnosu na posmatrača sa Zemlje bliski. Kompletno ispitivanje orbitalnih kretanja predstavlja težak problem, pa ga je bilo moguće preduzeti samo za nekoliko stotina parova od ukupno 30 000 zvezda registrovanih u katalogu. Razdvajanje dveju komponenti dvojne zvezde može se izvesti:

— vizuelnim posmatranjima (oko 30 000 poznatih);

— spektroskopskim posmatranjem (oko 1 500 poznatih);

— fotometrijskim posmatranjem (oko 1 000 poznatih).

Ove tri metode često se dopunjuju pod izvesnim uslovima.

Većina zvezdanih orbita ima mnogo veći ekscentricitet nego što je to slučaj kod planetarnih orbita Sunčevog sistema (u srednjem 0,50 prema 0,08). U stvari, broj dvojnih zvezda za koje je bilo moguće izvesti precizna izračunavanja koja daju mase vrlo je ograničen: početkom 1957. god. bilo ih je samo 77 (66 vizuelnih i 11 spektroskopskih). To je dovoljno da se izvuku važni zaključci, no čine se mnogi napori da se ovaj broj poveća. Ne treba zaboraviti da izvesni periodi prelaze 100 godina.

3. — **PROUČAVANJE VIZUELNIH DVOJNIH ZVEZDA**. Precizno posmatranje položaja i danas je vrlo teško i složeno. U Francuskoj se mnogo koristi Milerov (P. Muller) mikrometar sa dvostrukim prelamanjem, koji daje po dve slike od svake zvezde: posmatranje se tada sastoji u tome da se prva slika prve zvezde postavi tačno u sredinu između dveju slika druge zvezde. Rastojanje ovih dveju slika meri se mikrometrom. Ono je jednako dvostrukoj vrednosti tražene daljine između dveju zvezda-komponenata.

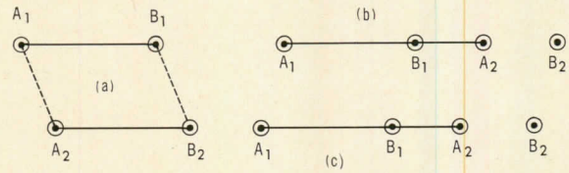
Jedno od prvih posmatranja dvojnih zvezda izvršio je 1850. god. Besel (Bessel) na *Sirijusu*, koji ima pratioca slabog sjaja, zvezdane veličine + 10. Polazeći od konstatovanih nepravilnosti sopstvenog kretanja Sirijusa, Besel je ne samo predosetio postojanje nevidljivog pratioca već je uspeo i da odredi računom neke karakteristike njegove relativne orbite.

Posmatranje ovog pratioca postalo je moguće od 1862. godine.

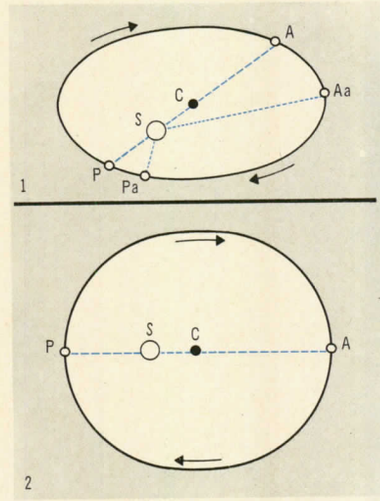
Jedna od teškoća korišćenja rezultata posmatranja vizuelnih dvojnih zvezda jeste to što se posmatranja odnose na *prividnu orbitu*, koja predstavlja projekciju stvarne orbite na ravan perpendikularnu na pravac viziranja. Tada se moraju koristiti projektivna svojstva koničnih preseka: centar koničnog preseka održava se u projekciji, ali ne i položaj žiža; obe ose se projektuju prema konjugovanim prečnicima prividne elipse, itd.

Problemi u vezi sa ovom transformacijom mogu se rešiti metodama geometrije, ili grafičkim putem. Najčešće se koristi mešovita metoda, koja upotrebljava račun za određivanje izvesnih elemenata. Grafička metoda omogućava da se koristi srednja vrednost više posmatranja, vršenih radi dobijanja prividne elipse, a ova, zbog malih vrednosti posmatranih uglova, nema uvek neku veliku pravilnost.

4. — **PROUČAVANJE SPEKTROSKOPSKIH DVOJNIH ZVEZDA**. Kada se posmatrač nalazi manje ili više u ravni orbite, a daljine (prividne ili stvarne) dveju zvezda postanu male (što odgovara, uopšte uzev, velikim orbitalnim brzinama), pribegava se spektroskopskim posmatranjima Dopler-Fizoovog efekta. Registrovane radijalne brzine su maksimalne kada se jedna ili druga zvezda nađe na kraju orbitalnog poluprečnika perpendikularnog na pravac posmatranja. Pošto se tako uvodi *metrički* element (naime, radijalna brzina), može se reći



Princip Milerovog birefrigentnog mikrometra. Neka A_1 i A_2, B_1 i B_2 budu udvostručene slike para AB. Četiri tačke čine paralelogram (*a*); slike se dovedu na istu pravu okretanjem mikrometra (*b*), što definiše pravac AB u prostoru. Menjanjem položaja prizme ostvaruje se simetričan raspored kao u (*c*); na mikrometru se tada očitava četvorostruka vrednost merene daljine *d*.



Prividna (1) i stvarna (2) orbita dvojne zvezde. Tačke A i P su krajevi velike ose stvarne orbite; A_a i P_a su tačke koje im odgovaraju na prividnoj orbiti, a C je centar orbite (koji se održava u projekciji). Ako je S zvezda koja se smatra nepomičnom, tačke A i P su preseci sa prividnom orbitom.

Ekscentricitet orbite je $\frac{SC}{SA}$.

da spektroskopska posmatranja, zajedno sa vizuelnim posmatranjima, dozvoljavaju određivanje daljine para, a time i izračunavanje masa njegovih komponenata. U stvari, ima vrlo malo parova na koje se može primeniti jedna ili druga metoda: račun se mogao izvesti za Kapelu i mali broj drugih parova.

U principu, izučavanje udvajanja spektralnih linija oko srednjeg položaja omogućava dobijanje, uz znatne teškoće:

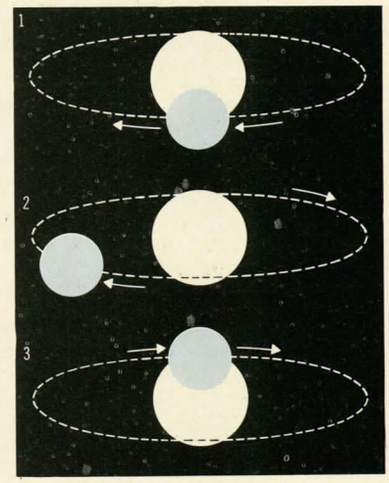
— perioda obrtanja T;

— odnosa masa $\frac{M_1}{M_2}$.

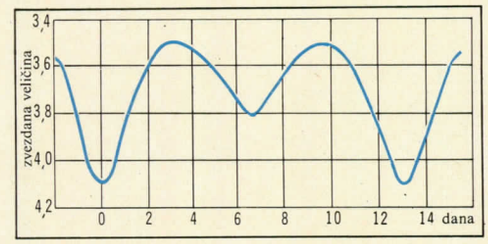
Račun postaje veoma delikatan ako dve zvezde iz para imaju vrlo različite spektralne tipove ili sjaj.

Ni u kom slučaju posmatranja ne omogućavaju izračunavanje nagiba *i* ravni orbite u odnosu na liniju koja spaja Zemlju i dvojnu zvezdu. Jedino je moguće meriti *a*.sin *i*, a ne *a*. Prema osnovnoj jednačini, tako je moguće odrediti $M_1 \sin^3 i$ i $M_2 \sin^3 i$.

Za skup od više parova može se koristiti ono što se u analizi zove *srednjom vrednošću* funkcije $\sin^3 i$,



Princip objašnjenja promene sjaja kod eklipsnih promenljivih tipa Algola: 1. sistem u glavnom minimumu; 2. sistem van pomračenja; 3. sistem u sekundarnom minimumu.



Kriva sjaja eklipsne promenljive β Lyrae.

koja iznosi $\frac{3\pi}{16}$, tj. oko 0,59. Tako dobijeni rezultati imaju samo statističku vrednost.

5. — **PROUČAVANJE FOTOMETRIJSKIH DVOJNIH ZVEZDA**. Tako se nazivaju *eklipsne dvojne zvezde*. Ako prividni prečnik orbite nije vrlo veliki u odnosu na prečnike komponenata dvojne zvezde, a ugao *i* je mali, dvojna zvezda se može registrovati fotometrijski usled delimičnih pomračenja (eklipsa) koja nastaju kad god jedna od komponenata prolazi ispred druge. Fenomen je utoliko karakterističniji ukoliko su zvezdane veličine komponenata različitije. Na osnovu krive svetlosti može se lako dobiti period T. Njena detaljna analiza omogućava izračunavanje nagiba *i*, kao i odnosa $\frac{r_1}{r_2}$ poluprečnika dveju zvezda. Kombinovano spektroskopsko i fotometrijsko proučavanje dvojnih zvezda moglo bi, u principu, dati potpuno rešenje problema, jer su uslovi posmatranja ovde ekvivalentni (»tesan« par, a posmatrač približno u ravni orbite). No u većini slučajeva dobijene krive svetlosti daleko su od teorijskog oblika prikazanog na priloženoj slici, a njihova precizna analiza često nije moguća (slučaj zvezda izraženog elipsoidalnog oblika; slučaj kada sekundarna zvezda ima orbitu vrlo velikog ekscentriciteta, itd.). Predstavnici dva najkarakterističnija tipa nepravilnih dvojnih zvezda su zvezde β *Persei* (Algol) i β *Lyrae*.

6. — **OPŠTI REZULTATI**. Skup dobijenih rezultata dovodi do izvanredno važnog zaključka: *mase zvezda se vrlo malo razlikuju, a svakako su istog reda veličine*. Ekstremni mereni odnos masa je 20 prema 1, što nije mnogo, a kod 99% zvezda mase variraju samo od 1/2 do 2 u jedinicama Sunčeve mase. Pošto se zna da poluprečnici poznatih zvezda variraju od 1/100 do 500 u jedinicama

Sunčevog poluprečnika (zapremine u odnosu 1 prema 10^{14}), zaključuje se da gustine variraju od 10^{-6} do 10^{8} u odnosu na gustinu Sunca. *Razlike među patuljcima i džinovima (ili superdžinovima) u suštini su razlike gustina.*

U okviru naše Galaksije postoji ipak nekoliko zvezda sa abnormalno velikim masama. Do sada je otkrivena samo jedna zvezda čija je masa 139 puta veća od mase Sunca, no verovatno je da ih ima i većih, koje se ne pojavljuju u merljivim parovima. Ove zvezde igraju vrlo važnu ulogu u evoluciji vasione.

7. — **RELACIJA MASA-SJAJ**. Skala masa ima, dakle, raspon koji je istoga reda kao i raspon skale apsolutnih zvezdanih veličina. Prirodno je zapitati se da li postoji neka relacija, barem empirička, između ovih veličina. Donja tablica daje sledeće veličine za sedam vizuelnih dvojnih zvezda: veliku poluosu orbite a; period T (u zvezdanim godinama); paralaksu ϖ; masu M (u jedinicama Sunčeve mase) i apsolutnu vizuelnu zvezdanu veličinu M. Ako se konstruiše dijagram u kome se na apscisu nanosi log M, a M na ordinatu, vidi se da 12 od 14 razmatranih tačaka leže u blizini određene krive, na kojoj takođe leži i Sunce ($M = 1$, $M = +4{,}7$). Izuzetak čine pratioci Sirijusa i Prokiona, koji su beli patuljci.

Svi do danas poznati rezultati dozvoljavaju da se tvrdi da postoji određena relacija između mase zvezda i njihovog sjaja, osim, možda, za abnormalne zvezde. Takav se rezultat dobija i na osnovu teorijskih razmatranja. Prirodno, apsolutna zvezdana veličina o kojoj se ovde radi je *bolometrijska veličina* M_b, tj. zvezdana veličina dobijena apstrahovanjem atmosferske apsorpcije i selektivnih karakteristika korišćenih receptora.

Egenova (Eggen) kriva praktično je prava linija; ona se odnosi samo na zvezde glavnog niza, isključujući klasu džinova. Međutim, izgleda da neke zvezde ove klase ipak zadovoljavaju ovu relaciju. Danas se astronomi slažu u tome da ne postoji jedinstveni zakon za sve zvezde, već više relacija koje se odnose na ekvivalentne zvezde, a da su izvesne *abnormalne* zvezde (beli patuljci, superdžinovi koji emituju velike količine energije) izvan svakog zakona.

Većina vizuelnih dvojnih zvezda pripada glavnom nizu; među zvezdama istog prividnog sjaja ove zvezde su bliže, te je njihovu dvostrukost lakše posmatrati. Nasuprot tome, fotometrijske dvojne zvezde su većinom sjajne zvezde, vidljive iz daleka, pa je promenu njihovog sjaja moguće posmatrati i iz vrlo velikih daljina. U ograničenoj zapremini oko Sunca naročito su se mogle posmatrati eklipsne dvojne zvezde tipa W *Ursae majoris*, patuljci spektralnih tipova F i G, sa vrlo kratkim periodom, manjim od jednog dana.

8. — **DINAMIČKE PARALAKSE**. U većini slučajeva ne čini se velika greška ako se za neku dvojnu zvezdu uzme

$$M_1 + M_2 = 2.$$

U tom slučaju može se odrediti D, bar u prvoj aproksimaciji, ako se pođe od posmatranja α i T; dobijena vrednost može se poboljšati uz pomoć krive masa-sjaj: ako se pođe od prividnih veličina m_1 i m_2, sa provizornom vrednošću D mogu se izračunati apsolutne veličine M_1 i M_2 na osnovu Pogsonove relacije. Kriva masa-sjaj tada daje poboljšanu vrednost masa M_1' i M_2' a iz njih se može dobiti poboljšana vrednost D iz osnovne relacije.

9. — **MASE I GUSTINE ZVEZDA**. Istovremenim korišćenjem Egenovog dijagrama (ili bilo koga drugog, ekvivalentnog) i Hercšprung-Raselovog dijagrama može se ovaj poslednji kalibrisati u masama na ordinati umesto apsolutnih veličina, bar što se tiče zvezda glavnog niza i nekoliko džinova, ali isključujući superdžinove i bele patuljke. Tako je ustanovljeno da zvezde spektralnog tipa A iz glavnog niza imaju oko 2,5 puta veće mase od Sunca. Nasuprot tome, zvezde spektralnog tipa K 5 ($M \simeq +9$) imaju mase jednake prosečno četvrtini mase Sunca. Zapremina uglavnom opada mnogo brže od mase. Zbog toga je skala gustina daleko opsežnija od skale masa. Pošto znamo da je srednja gustina Sunca 1,41, a ocenivši poluprečnik zvezde na osnovu njenog indeksa boje i njene daljine, možemo izračunati gustinu po formuli

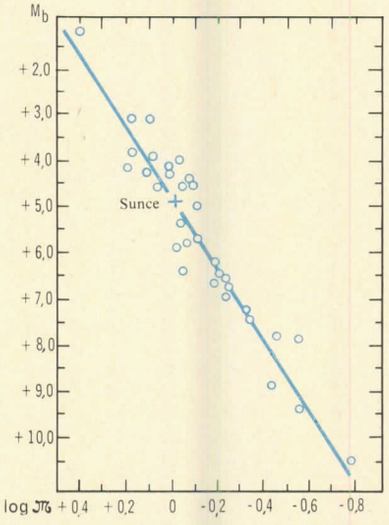
$$d = 1{,}41 \cdot \frac{M}{R^3},$$

gde su M i R izraženi u odgovarajućim sunčanim jedinicama.

Tako se nalazi da srednje gustine variraju od 0,1 g/cm³ za spektralni tip B, do 1 g/cm³ za spektralni tip F i 2 g/cm³ za spektralni tip K.

Kod nekoliko džinova za koje se ovaj račun mogao izvesti dobijene su gustine od 0,008 do 0,03 g/cm³. Superdžinovi ζ *Aurigae* i ε *Aurigae*, koji oba pripadaju eklipsnim dvojnim zvezdama, imaju respektivno gustinu 2×10^{-9} g/cm³ i $1{,}6 \times 10^{-6}$ g/cm³. Zvezda VV *Cephei* dala je u istim uslovima 5×10^{-9} g/cm³, odnosno 5/1.000 miligrama po kubnom decimetru.

Na drugom kraju skale su *beli patuljci*, od kojih mnogi pripadaju dvojnim sistemima (na primer saputnik Sirijusa); ova zvezda ima poluprečnik jednak 23/1.000 poluprečnika Sunca, a gustina joj je $1{,}1 \times 10^{5}$ g/cm³, tj. 110 tona po kubnom decimetru. U tom slučaju reč je o materiji u degenerisanom stanju, koja sadrži samo atomska jezgra bez njihovih elektronskih omotača.



Veza masa-sjaj ili Egenova kriva. (Ona grubo uzev odgovara jednačini

$M_b = 4{,}79 - 7{,}8 \log M$)

Zvezde	a	T	Paralaksa ϖ	Masa ℳ		Apsolutna vizuelna M veličina	
α Kentaura	23	80	0″ 761	1,1	0,9	6,1	4,7
Sirijus	20	50	0″ 381	2,2	1,0	10,0	1,3
Prokion	14	40	0″ 295	1,4	0,4	13,2	2,9
61 Labuda	84	720	0″ 294	0,6	0,6	8,6	7,9
Kriger 60	9	45	0″ 256	0,26	0,14	13,3	11,8
O^2 *Eridani*	34	248	0″ 205	0,4	0,2	12,3	10,8
70 *Ophiuchi*	23	88	0″ 197	0,90	0,73	7,5	5,8

Unutrašnjost zvezda

SILE KOJE DELUJU

1. — **GRAVITACIONI PRITISAK**. Reč je o pritisku koji stvaraju sukcesivni slojevi ogromne gasovite mase: kod Sunca on iznosi 2×10^{33} g. Kad se zna da ukupno zračenje Sunca iznosi 4×10^{33} erga, može se izračunati (na osnovu formule ekvivalentnosti mase i energije) da gubitak mase usled zračenja iznosi kod Sunca 4 miliona tona u sekundi: sa ovim gubitkom mase Sunce bi moglo trajati 10 milijardi godina.

Gravitacioni pritisak u unutrašnjosti zvezde raste od površine ka centru. Usled ovog efekta, a takođe i usled sa njime vezanog porasta temperature, elektroni otrgnuti od atoma, kao i preostala jezgra, obrazovali bi, da se radi o potpuno inertnoj materiji, nešto nalik na »minimalno« telo velike gustine, svakako veće od 1 miliona. To, tzv. *degenerisano* stanje materije zaista postoji kod nekih zvezda (beli patuljci). No to nije slučaj kod velike većine zvezda.

Kod Sunca, napose, srednja gustina iznosi samo 1,41. Sunce je, međutim, nesumnjivo u stanju termodinamičke ravnoteže: njegovo zračenje je, grubo uzev, slično onome od pre 3 milijarde godina (rezultat koji se izvodi iz tragova ugljenika nađenih u prearhajskim slojevima koji imaju tu starost).

U unutrašnjosti Sunca mora, dakle, postojati sila suprotna gravitacionom pritisku (dakle, sila koja deluje upolje). To može biti samo *pritisak gasa*, koji ćemo označavati sa p_g. Da bi ovaj pritisak mogao dostići dovoljnu vrednost, u centru zvezde mora postojati znatan izvor energije, čemu odgovara takođe dovoljno visoka temperatura, koja izaziva kretanje čestica i time stvara pritisak gasa. Ovu energiju ne može dati gravitaciona kontrakcija gasa, jer bi razvijena toplota bila savršeno nedovoljna i imala bi privremen karakter. Helmholc (Helmholtz) i lord Kelvin (Kelvin) izračunali su trajanje takve gravitacione kontrakcije Sunca i dobili su rezultat: 20 miliona godina.

Tražen izvor energije mora biti stalan, osetljiv na eventualne promene temperature i takav da održava temperaturu centra Sunca na oko 14 miliona stepeni, tj. na sadašnjoj vrednosti.

No tada se postavlja drugi problem: treba objasniti prirodu emitovanog spoljnog zračenja zvezde, koje kod Sunca odgovara samo temperaturi od 6 000°K, kao i činjenicu da je odgovarajući gubitak energije pravilan i relativno spor (2 erga po gramu materije u slučaju Sunca).

2. — **PRITISAK ZRAČENJA**. Ako je neko telo izloženo zračenju H, ono trpi pritisak, tzv. *radijacioni pritisak*, koji je eksperimentalno ustanovio Lebedev; veličina ovog pritiska je $\frac{H}{c}$ (gde je c brzina svetlosti).

Ovo repulzivno dejstvo je vrlo slabo ako temperature ne dostižu milione stepeni; ono na Zemlji iznosi samo 4 g na površini od 1 hektara, normalno na pravac Sunčevog zračenja. Ovaj se pritisak ipak ne može zanemariti. Repulzivna sila je obrnuto proporcionalna kvadratu daljine. Mnogo je, dakle,

jača u tački na površini Sunca nego u nekoj tački na Zemlji. Proporcionalna je kvadratu poluprečnika, ako deluje na neku česticu sfernog oblika. Nasuprot tome, gravitaciono dejstvo je proporcionalno trećem stepenu poluprečnika. Kod dovoljno malih čestica repulzija stoga preovlađuje nad atrakcijom, nezavisno od daljine čestice od centra repulzije. To objašnjava činjenicu da pritisak Sunčevog zračenja može potisnuti dovoljno male čestice sve do Zemlje. Ipak postoji izvesna granica, koju nameću fenomeni difuzije.

Izraz za pritisak zračenja ima prost oblik ako se radi o izolovanoj šupljini u temperaturnoj ravnoteži na T stepeni. Ako se uzme u obzir refleksija zračenja na zidovima šupljine (za koje se pretpostavlja da savršeno reflektuju), u termodinamici se dobija formula

$$(\text{VII, 1}) \qquad p_r = \frac{a}{3}T^4,$$

a je koeficijent proporcionalnosti, čija vrednost iznosi $7{,}55 \times 10^{-15}$ u jedinicama C. G. S., a koji je uveo Bolcman (Boltzmann). Zračenje koje emituje zvezda odgovara sa dovoljnom tačnošću tzv. *zračenju crnog tela*, koje i jeste ono zračenje koje ispunjava upravo definisanu šupljinu. Kod zvezde je, dakle, *pritisak zračenja proporcionalan četvrtom stepenu temperature*.

3. — **PRITISAK GASA I MARIOT-GEJ-LISAKOV (MARIOTTE-GAY-LUSSAC) ZAKON.** Ovaj zakon povezuje pritisak p_g tzv. »idealnog gasa« sa njegovom temperaturom T i gustinom ρ. Formula glasi

$$(\text{VII, 2}) \qquad p_g = \frac{R}{\mu}\rho T,$$

R je univerzalna gasna konstanta ($8{,}317 \times 10^7$ u jedinicama C. G. S.), a μ označava gram-mol gasa, tj. njegovu molekularnu težinu (u odnosu na vodonik) izraženu u gramima.

Ma koliko to paradoksalno izgledalo, zakon idealnih gasova primenjuje se i na gasovitu masu zvezde, mada srednja gustina kod Sunca iznosi 1,41, a centralna gustina oko 76. Ovo dolazi otuda što pri visokim temperaturama nastaje jaka jonizacija, skoro potpuna, što na bitan način menja one odnose među atomima koji određuju agregatno stanje: čvrsto, tečno i gasovito. Čestice iz kojih se atom sastoji imaju prečnike od 1/10 000 do 1/100 000 prečnika atoma. Tako je moguće sabiti idealni gas na milion puta manju zapreminu a da pri tom ne prestane biti idealan, *samo ako je gas jonizovan*.

Kod jonizovanog gasa javlja se smeša manje ili više složenih jezgara, elektrona i drugih čestica. Iz opštih zakona kinetičke teorije gasova sleduje ekviparticija kinetičke energije. Sve čestice su ekvivalentne i sve jednako doprinose pritisku i ostvarenoj ravnoteži.

Da bi se primenila formula (VII, 2), treba uzeti za μ odnos atomske težine A gasa i ukupnog broja »komada« dobijenih jonizacijom.

Kod lakih i srednjih elemenata, jonizacijom se dobija približno $\frac{A}{2}$ elektrona, ako je A atomska težina (na primer: ${}^{12}_{6}C$, ${}^{23}_{11}Na$, ${}^{56}_{26}Fe$).

Uzima se, dakle,

$$\mu = \frac{A}{\frac{A}{2}+1} \simeq 2.$$

Postoje, međutim, vrlo važni izuzeci: vodonik i helijum. Ako se izuzme Zemlja, posmatrana materija u vasioni sastoji se od 76% vodonika, 23% helijuma i 1% svega ostalog.

Treba, dakla, uzeti:

– za vodonik $\mu = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$;

– za helijum $\mu = \frac{4}{2+1} = \frac{4}{3}$.

Ako se uzme srednja vrednost ovih veličina, vodeći računa o proporciji različitih tela, treba uzeti

$$\frac{1}{\mu} = 2 \times \frac{76}{100} + \frac{3}{4} \times \frac{23}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{100},$$

odnosno

$$\mu = 0{,}59.$$

Pošto se zna da reakcije u unutrašnjosti zvezda dovode do transformisanja vodonikovih atoma u atome helijuma, može se uzeti za jezgro vrlo stare zvezde, u kome se ovakve transformacije vrše milijardama godina, vrednost $\mu = 1$, što odgovara odnosu 20% vodonika prema 80% helijuma.

UNUTRAŠNJI IZVORI ENERGIJE ZVEZDE

1. — **KOLIČINA EMITOVANE ENERGIJE.** Ukupna količina energije koju emituje Sunce iznosi 4×10^{33} erga, a njegova masa je 2×10^{33} g. Emituje se, dakle, prosečno 2 erga po gramu materije, a taj proces traje već više milijardi godina.

Izvestan broj zvezda džinova ili superdžinova emituje mnogo veće količine energije:

Kapela ..... 58 erga po gramu materije;
ψ *Cygni* ..... 3 600 erga po gramu materije;
29 *Canis majoris* . 10 000 erga po gramu materije.

U ova dva poslednja slučaja u pitanju je fantastično trošenje energije; već sada možemo uočiti postojanje izvesnog, istina ne tako velikog broja zvezda koje strahovito troše energiju, a čiji je život, usled toga, mnogo kraći nego kod »normalne« zvezde tipa Sunca.

2. — **MOGUĆI IZVORI ENERGIJE.** Izvesno je da se ne radi ni o hemijskom izvoru (Sunce ne »gori«), niti o radioaktivnom izvoru (ima vrlo malo radioaktivnih tela u Suncu, slično kao i na Zemlji). Jedino moguće objašnjenje dala su dva francuska fizičara, Lanževen (Langevin) 1911. god. i Žan Peren (Jean Perrin) 1919. godine. Ako se jedinica atomskih težina izabere tako da je atomska težina kiseonika O = 16, onda je atomska težina vodonika H = 1,008. Pri obrazovanju kiseonika iz vodonika gubi se, dakle, 1/125 deo mase. Ako se primeni osnovna formula specijalne teorije relativiteta, koja daje vezu mase i energije, vidi se da je odnos ovih dveju veličina jednak kvadratu brzine svetlosti c: $U = mc^2$. Relativni gubitak mase od 1/125 odgovara, dakle, stvaranju velike količine energije; Peren je ustanovio da je ovo dovoljno za objašnjenje 100 milijardi godina zračenja Sunca, prošlog i budućeg (pri sadašnjem sjaju). Uostalom, bitni deo ovog oslobađanja energije ostvaruje se već u transmutaciji $4H \rightarrow He$, gde se 1/141 deo mase manifestuje kao energija.

Ovakve transmutacije su moguće ako se jezgra bombarduju odgovarajućim projektilima, kojima se saopštava dovoljna kinetička energija. Najrasprostranjeniji projektil, prisutan u ogromnom broju u zvezdama, jeste *proton*, tj. jezgro atoma vodonika koje je, u postojećim temperaturskim uslovima, izgubilo elektron koji oko njega kruži. (U abnormalno masivnim zvezdama javljaju se i druge čestice, α-čestica i neutron).

Takve reakcije, nastale usled visoke temperature, nazivaju se *termonuklearnim reakcijama*; ove reakcije među jezgrima oslobađaju velike količine energije, tj. i same su izotermičke. Potrebna je, međutim, određena energija da one započnu, a tu energiju daje gravitaciona kontrakcija. U slučaju Sunca odgovara joj temperatura od više stotina hiljada stepeni, dovoljna da započnu bar neke termonuklearne reakcije. Kasnije, ove termonuklearne reakcije daju energiju koja dovodi do porasta temperature zvezde, a taj porast omogućava druge, moćnije reakcije.

Treba istaći sledeće činjenice:

a) Jezgro helijuma je jedno od najstabilnijih poznatih jezgara. Energija veze četiri jezgra vodonika koji ulaze u njegov sastav iznosi 27 miliona elektron-volta, a energija protona koja odgovara temperaturi u centru Sunca (14×10^6 °K) iznosi samo 2 000 elektron-volta. Energija koja se oslobađa pri stvaranju jezgra helijuma mnogo je veća od energije termičkog kretanja čestica, bar kod normalnih zvezda. U sintezi elemenata mora se ići dalje, jer bi inače vasiona sadržala samo vodonik i helijum.

b) Bilo bi apsurdno zamišljati da se jezgro helijuma stvara istovremenim sudarom četiri protona. Može se, dakle, zamišljati samo indirektan prelaz od vodonika ka helijumu, preko više intermedijarnih tela.

c) Uslovi nastajanja većine termonuklearnih reakcija danas se izučavaju u laboratorijama; ako se ne mogu ostvariti temperaturni uslovi koji postoje u masivnim zvezdama, mogu se stvoriti odgovarajuće razlike potencijala, zahvaljujući ciklotronima koji se stalno usavršavaju. Temperaturni pragovi ovako dobijeni u laboratoriji (ili određeni računom) mnogo su veći od vrednosti posmatranih u unutrašnjosti zvezda, ali to se lako može razumeti. Zaista, u zvezdama:

— jonizovani atomi izgubili su zaštitni omotač koji čine njihovi elektroni;

— sudari su permanentni, a ne trenutni kao u laboratoriji;

— čestice koje se sudaraju nailaze sa svih strana, a ne iz određenog pravca.

d) Količina oslobođene energije po gramu materije može se izračunati kad se uzmu u obzir sve moguće reakcije pri datim uslovima.

e) Može se izračunati u svim slučajevima i *brzina oslobađanja energije*, koja najčešće zavisi od visokog stepena temperature (T^{22} u izvesnim slučajevima). Ova činjenica je važna. Ona pokazuje da najsjajnije zvezde, emitujući ogromne količine energije, ne moraju imati mnogo više centralne temperature no što je slučaj kod Sunca.

f) Uopšte uzev, za nekoliko prvih elemenata periodnog sistema Mendeljejeva, temperaturski pragovi su niski: oko 400 000°K. Međutim oslobođene energije su znatne. Temperaturni pragovi rastu kod sledećih elemenata, ali su oslobođene energije sve manje.

3. — **BETEOV CIKLUS, ODNOSNO CIKLUS UGLJENIK-AZOT** (C-N). Na ovaj način izučavan je veliki broj mogućih reakcija. Uzimajući u obzir samo reakcije lakih elemenata, kakvi se najčešće nalaze u Suncu, fizičari Hans Bete (Hans Bethe) u Americi i fon Vajczeker (C. von Weizsäcker) u Nemačkoj nezavisno su pronašli 1938. god. određeni niz termonuklearnih reakcija koje mogu dovesti do pretvaranja vodonika u helijum u uslovima koji vladaju u unutrašnjosti Sunca, tj. vodeći računa o sledećim bitnim uslovima:

— centralna temperatura od 15 do 20 miliona stepeni;

— oslobađanje energije 2 erga po gramu materije prosečno.

Ovaj niz reakcija, kome je dato ime *Beteov ciklus*, ili *ciklus ugljenik-azot*, može se razložiti na šest etapa, od kojih četiri (redni broj 1, 3, 4 i 6) predstavljaju praktično trenutne transmutacije, a dve (redni broj 2 i 5) su nešto sporiji radioaktivni raspadi

tzv. β-*radioaktivna emisija*. Proces je predstavljen sledećim jednačinama:

$$
\begin{aligned}
&(1) && {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{13}_{7}\mathrm{N} + \gamma\nearrow,\\
&(2) && {}^{13}_{7}\mathrm{N} \rightarrow {}^{13}_{6}\mathrm{C} + e^{+},\\
&(3) && {}^{13}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + \gamma\nearrow,\\
&(4) && {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{15}_{8}\mathrm{O} + \gamma\nearrow,\\
&(5) && {}^{15}_{8}\mathrm{O} \rightarrow {}^{15}_{7}\mathrm{N} + e^{+},\\
&(6) && {}^{15}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{4}_{2}\mathrm{He},\\
&\text{ukupan rez.} && 4\ {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2e^{+} + \gamma.
\end{aligned}
$$

U ovom ciklusu ugljenik igra ulogu sličnu ulozi hemijskog katalizatora, tj. konačno se regeneriše i može ponovo stupiti u proces; pri tome nestaju 4 atoma vodonika, a nastaje 1 atom helijuma, oslobađajući energiju koja odgovara ranije izračunatoj razlici masa.

Tokom ciklusa, koji traje prosečno 2 do 3 miliona godina, oslobađa se 4/10 000 erga po jednom obrazovanom atomu helijuma; količine materije koje ulaze u proces u Sunčevoj masi toliko su ogromne da se dobija pomenuta vrednost 2 erga po gramu u sekundi prosečno (odnosno 50 do 100 za centralnu oblast Sunca), vrednost koja odgovara posmatranoj. Pri ovom računu vreme trajanja ciklusa uglavnom je određeno njegovom najsporijom reakcijom, naime četvrtom (zahvat protona jezgrima običnog azota). Ostale eventualno moguće reakcije, koje proizvode milion puta veću ili manju energiju, mogu sa sigurnošću biti eliminisane.

Transformišući tako neprekidno 564 miliona tona vodonika u 560 miliona tona helijuma *u sekundi*, Sunce proizvodi u svom centru 4 miliona tona svetlosti, koja se zatim izliva kroz njegovu površinu za isto toliko vreme.

Napomene.

1. U gornjim jednačinama notacija e^{+} odgovara emitovanju pozitivnog elektrona, ili *pozitrona*, što se često predstavlja i notacijom β^{+}; notacija γ odgovara emisiji fotona.

2. Relacije 2 i 5, koje predstavljaju β-radioaktivnost, u stvari su nepotpune. Smatra se, još od radova Paulija (Pauli) i Fermija (Fermi), da se pri tom istovremeno emituje čestica zvana *neutrino*, čestica bez mase, koja se pravolinijski prostire kroz tela, uključivši i nebeska tela, bez primetnog skretanja. Uloga i važnost ove čestice svakim danom su sve bolje poznate; razmatra se mogućnost stvaranja prave *neutrino-astronomije*. Uostalom, neutrino koji nastaje u reakcijama 2 i 5 i nije čestica velike energije.

4. — **REAKCIJE PROTON-PROTON** (P-P). Jednačine Beteovog ciklusa pisane su na osnovu tada važeće hipoteze da centralna temperatura Sunca iznosi 20 miliona stepeni. Od 1950. god. progres nuklearne hemije i fizike zvezda, kao i čitav niz činjenica, ukazuju na to da centralna temperatura Sunca ne prelazi 14 do 16 miliona stepeni, i da je isti takav slučaj i kod zvezda spektralnih tipova F, G, K i M. Stoga je bilo potrebno da se potraži drugi niz reakcija, koje se odvijaju pod tim uslovima, a ipak proizvode energiju u iznosu od 2 erga po gramu. Krajnju reakciju te serije našao je 1951. god. francuski astronom E. Šacman (E. Schatzman).

Ove reakcije, date u nastavku, nazivaju se reakcijama *proton-proton* (P-P). U njima učestvuju šest protona, od kojih se dva ponovo dobijaju u konačnoj reakciji, uz intermedijarno stvaranje teškog vodonika (deuterijuma) i nestabilnog helijumovog izotopa ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$:

$$
\begin{aligned}
&\text{reakcije ponovljene 2 puta} && \left\{\begin{aligned}
&{}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{2}_{1}\mathrm{D} + \beta^{+} + \text{neutrino} && (1)\\
&{}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{D} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{H} + \gamma\nearrow && (2)\\
&{}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{2}_{1}\mathrm{D} + \beta^{+} + \text{neutrino} && (3)\\
&{}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{D} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + \gamma\nearrow && (4)
\end{aligned}\right.\\
&&& {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\ {}^{1}_{1}\mathrm{H} && (5)
\end{aligned}
$$

U jednačinama (1) i (3) ponovo se vidi obrazovanje neutrina, veoma interesantnih čestica. Oni nastaju pod dejstvom tzv. »slabih« interakcija. Ukupna oslobođena energija proporcionalna je ovde sa T^{4} umesto sa T^{22}. U uslovima kakvi vladaju u centru Sunca, trajanje ove reakcije je 10^{11} godina. Da bi ove reakcije bile efikasne, potrebne su temperature počev od 8 miliona stepeni. Količina energije oslobođene usled ovih reakcija jednaka je energiji koju stvara C-N ciklus pri temperaturi od oko 14 miliona stepeni, koja je bliska onoj koja vlada u centru Sunca. U blizini 10 miliona stepeni njihova efikasnost je sto puta veća od efikasnosti C-N ciklusa. Danas se smatra da P-P reakcije, koje započinju već na 400 000 stepeni, učestvuju sa 99% u ukupnom zračenju Sunca.

Ove reakcije nastaju i u atomskoj bombi. U tom slučaju u smešu se direktno unosi deuterijum, pa čak i tricijum (${}^{3}_{1}\mathrm{H}$), umesto da se čeka da se ovi elementi obrazuju fuzijom više protona:

$$
\begin{aligned}
&{}^{3}_{2}\mathrm{He} + e^{-} \rightarrow {}^{3}_{1}\mathrm{H};\\
&{}^{3}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + \gamma\nearrow.
\end{aligned}
$$

5. — **OSTALE MOGUĆE REAKCIJE**. Ranije smo videli da prvih nekoliko elemenata periodnog sistema Mendeljejeva (Li, Be i B) učestvuju u termonuklearnim reakcijama čiji je temperaturni prag dosta nizak (oko 3×10^{5} stepeni), dok su oslobođene energije dosta velike. Pre nego što je shvaćena važnost P-P reakcija, postojala je tendencija da se pomenutim reakcijama pripiše velika važnost, jer su smatrane kao neophodni uslov (kao izvor energije) Beteovog ciklusa. Danas se misli da je verovatnoća ovih reakcija ograničena neznatnim brojem atoma litijuma, berilijuma i bora, koji se nalaze u materiji zvezde; ovi se elementi troše tokom reakcije, te se tako brzo iscrpe. (To nije slučaj kod dva prethodna ciklusa.) Ove reakcije se danas smatraju samo propratnom pojavom. Reakcije,

$$
\begin{aligned}
&\text{litijum} && \left\{\begin{aligned}
&{}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{6}_{3}\mathrm{Li} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{2}\mathrm{He}\\
&{}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{7}_{3}\mathrm{Li} \rightarrow 2\ {}^{4}_{2}\mathrm{He},
\end{aligned}\right.\\
&\text{berilijum} && \left\{\begin{aligned}
&{}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{9}_{4}\mathrm{Be} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{6}_{3}\mathrm{Li}\\
&{}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{7}_{4}\mathrm{Be} + \gamma\nearrow\\
&{}^{7}_{4}\mathrm{Be} \rightarrow {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + \beta^{+} + \text{neutrino},
\end{aligned}\right.\\
&\text{bor} && \left\{\begin{aligned}
&{}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{11}_{5}\mathrm{B} \rightarrow 3\ {}^{4}_{2}\mathrm{He}\\
&{}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{10}_{5}\mathrm{B} \rightarrow {}^{11}_{6}\mathrm{C} + \gamma\nearrow\\
&{}^{11}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{11}_{5}\mathrm{B} + \beta^{+} + \text{neutrino},
\end{aligned}\right.
\end{aligned}
$$

obuhvataju dva radioaktivna raspada β, raspad bora i berilijuma, oba puta uz emisiju neutrina. Ovaj raspad izazivaju tzv. jake interakcije, tako da u slučaju Sunca ovi raspadi skoro iscrpljuju β-radioaktivnost, jer 92% ukupne energije β-čestica potiče od raspada bora, a oko 8% od raspada berilijuma. Elektroni koji nastaju u pomenutim raspadima stižu i do Zemlje, te su mogli biti registrovani.

USLOVI KOJI VLADAJU U UNUTRAŠNJOSTI ZVEZDE

1. — **OPŠTA RAZMATRANJA**. Teorijska istraživanja unutrašnjosti zvezda započeo je 1870. god. Amerikanac Lejn (Homer Lane) a dalje su ih razvili oko 1906. god. Nemci Švarcšild (Schwarzschild) i Emden (Emden). Engleski astronom A. Edington (A. Eddington) stvorio je 1926. god. opštu teoriju, koja je danas, doduše, uveliko prevaziđena, ali još uvek predstavlja korisnu osnovu. Od novijih autora treba istaći indijskog astronoma Čandrasekara (Chandrasekhar), koji živi u Sjedinjenim Državama. Od francuskih astronoma treba pomenuti E. Šacmana, koji je dao važan doprinos ovoj grani astrofizike.

2. — **OGRANIČENOST ZVEZDANIH MASA**. Formule (VII, 1) i (VII, 2), koje daju pritisak zračenja p_r i pritisak gasa p_g

$$
\begin{aligned}
p_r &= \frac{a}{3}\mathrm{T}^{4},\\
p_g &= \frac{R}{\mu}\rho\mathrm{T},
\end{aligned}
$$

pokazuju da pritisak zračenja raste sa četvrtim stepenom temperature, dok je pritisak gasa samo proporcionalan temperaturi.

Centralna temperatura raste sa porastom mase M. To izgleda očevidno *a priori*, a može se konstatovati i relativno prostim računom, koji koristi samo hipotezu o *hidrostatičkoj ravnoteži*, tj. ne uzima u obzir promenu gravitacionog pritiska niti gustine gasa sa udaljenošću posmatrane tačke od centra zvezde. Uzima se samo srednja gustina $\rho = \frac{3}{4\pi} \times \frac{M}{\mathrm{R}}$, gde se M i R (poluprečnik) odnose na celu zvezdu. Posle približne integracije, dobijaju se za pritisak u centru P_c, kao i centralnu temperaturu T_c, približne vrednosti; kad je u pitanju Sunce, ove vrednosti su dosta bliske onima koje daju mnogo tačniji računi, naročito za temperaturu T_c, koja je, po Mariotovom zakonu, jednaka količniku pritiska i gustine; obe ove vrednosti rastu sa približavanjem centru, na način koji dovodi do izvesne kompenzacije u njihovom količniku.

Ako temperatura dostigne vrlo velike vrednosti, pritisak zračenja raste mnogo brže od gravitacionog pritiska. Pritisak zračenja je relativno zanemarljiv kod zvezda Sunčeve mase. On dostiže 20% (u odnosu na gravitacioni pritisak) kod zvezde čija je masa 4 puta veća od mase Sunca, 30% za 6 puta veću masu, a 40% za 10 puta veću masu (ove rezultate dobio je još Edington, 1926. god.).

Kod mnogo većih masa, pritisak zračenja postaje tako veliki da nadvlada gravitacioni pritisak, te zvezda više nije stabilna: »razduvana« vazdušnim pritiskom, zvezda se automatski razbija na manje fragmente, čija je masa manja od *kritične mase zvezde*. Uostalom, međuzvezdana kosmička materija, iz koje je zvezda nastala i na račun koje se povećava gravitacionom akrecijom, tada biva odbijana umesto privlačena.

3. — **VEZA MASA-SJAJ**. Ova veza se može ustanoviti relativno jednostavnim argumentima. Uvedimo, kao što je to učinio Edington,

$$
\begin{aligned}
&(a) && \mathrm{P} = p_g + p_r,\\
&(b) && p_g = \beta\mathrm{P},\\
&(c) && p_r = (1-\beta)\,\mathrm{P}, \text{ gde je } \beta < 1.
\end{aligned}
$$

Takozvana *Edingtonova hipoteza* sastoji se u pretpostavci da je odnos $\beta = \frac{p_g}{\mathrm{P}}$ konstantan duž celog poluprečnika gasovite sfere. No p_r ima vrednost $\frac{\mathrm{H}}{c}$ (vidi str. 423), odakle sledi

$$
(d) \qquad dp_r = \frac{d\mathrm{H}}{c}.
$$

Jedna od klasičnih jednačina elementarne mehanike, tzv. *barometarska jednačina*, daje vrednost pritiska $d\mathrm{P}$, koji vlada u tankom sfernom sloju debljine dr, a koji se nalazi na daljini r od centra; gustina sloja je ρ, a njegova masa M:

$$
(e) \qquad d\mathrm{P} = -\mathrm{G}\frac{M}{r^{2}}\rho\,dr,
$$

gde je G gravitaciona konstanta. Deleći (*d*) sa (*e*), dobija se

$$
(f) \qquad \frac{dp_r}{d\mathrm{P}} = 1-\beta = \frac{-1}{c\mathrm{G}} \times \frac{r^{2}d\mathrm{H}}{M\rho\,dr}.
$$

Uvodeći za ovaj unutrašnji sferični sloj lokalni faktor apsorpcije k po jedinici mase, definisan relacijom

$$dH = -k(\varrho dr)\,H.$$

Ako se sa L označi ukupna energija koju zrači taj sferični sloj, $L = 4\pi r^2 H$, iz (*f*) sledi,

$$1-\beta=\frac{k}{4\pi cG}\times\frac{L}{M}.$$

Veličina $\frac{L}{M}$ predstavlja energiju oslobođenu u jednoj sekundi iz grama materije unutrašnjeg sferičnog sloja poluprečnika r. Ova veličina predstavlja jedan deo veličine $\frac{L_0}{M_0}$, koja odgovara celini zvezde (poluprečnik R_0, masa M_0, ukupni sjaj L_0):

$$\frac{L}{M}=k\,\frac{L_0}{M_0};$$

odakle, konačno,

$$1-\beta=\frac{\eta k}{4\pi cG}\times\frac{L_0}{M_0}.$$

Konstantnost faktora $1-\beta$, u čemu se i sastoji Edingtonova hipoteza, u stvari znači konstantnost proizvoda ηk, u kome faktor k raste od površine ka centru, a faktor η od centra ka površini. Teorijska i eksperimentalna istraživanja pokazala su da ovaj proizvod malo varira, bar na polovini radijusa koja je bliža površini. Prethodna formula tada se može pisati

$$(g)\qquad L_0=\frac{1-\beta}{\eta k}\,4\pi cG M_0.$$

Ovim je dobijena veza masa-sjaj. Usvojivši ocenu vrednosti $\frac{1-\beta}{\eta k}$ (nužno nesigurnu), Edington je konstruisao odgovarajuću krivu, kalibrisanu u odnosu na konvencionalne jedinice na osnovu zvezde *Kapele*, dvojne zvezde-džina sa vrlo malom gustinom, a čiji su svi elementi vrlo dobro poznati (Mariot-Gej-Lisakov zakon se sa *a priori* boljom šansom mogao primeniti na zvezde vrlo male gustine). Edington je očekivao da se na ovoj krivoj pojave samo zvezde-džinovi sa malom gustinom, zaista »gasovite« zvezde u svakodnevnom smislu te reči. Na njegovo veliko iznenađenje, na dobijenoj krivoj ležalo je ne samo Sunce ($\varrho = 1{,}41$) već čak i zvezde-patuljci slabog sjaja (do + 11) i velike gustine. Treba zapaziti da je apscisna osa graduisana samo do $M = 25$, a ordinata samo do $M_b = -4$. U stvari, superdžinovi, pa i mnogobrojni džinovi, ne pokoravaju se ovom zakonu, kao što smo videli na str. 366, § 7. Isto važi i za subpatuljke, a naročito za bele patuljke, koji predstavljaju poseban slučaj.

4. — **NEKI DOBIJENI REZULTATI**. Detaljno izučavanje problema dovodi do složenih diferencijalnih jednačina, a njihova integracija je veoma teška. Daćemo neke rezultate dobijene ovakvim istraživanjem:

a) Na polovini razdaljine od centra do površine ima se

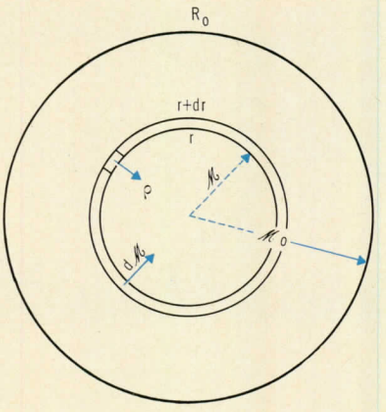
$$\frac{V}{V_0}=0{,}125,\quad \frac{T}{T_c}=0{,}275,\quad \frac{\varrho}{\varrho_0}=0{,}024,$$

$$\frac{M}{M_0}=0{,}900,\quad \frac{P}{P_c}=0{,}007.$$

9/10 mase koncentrisano je, dakle, oko centra; u spoljašnjem delu pritisak je samo 7/1 000 deo, a gustina samo 24/1 000 deo od vrednosti koje ove veličine imaju u centru zvezde.

b) Srednja vrednost ovih elemenata u odnosu na njihove vrednosti u centru iznosi

$$\varrho=\frac{1}{54}\varrho_c,\quad T=\frac{10}{17}T_c$$



Uspostavljanje veze masa-sjaj.

Za Sunce, čija je srednja gustina 1,41 dobro poznata, dobija se

$$\varrho_c = 75{,}6.$$

c) Izračunavajući apsolutne vrednosti (a ne samo odnose), Čandrasekar je dobio sledeće rezultate za neke zvezde:

Zvezde	Sjaj	T_c °K	P_c u barima
Sunce	1,0	14×10^6	123×10^9
Sirijus	38,9	16×10^6	$7{,}2 \times 10^9$
Prokion	5,75	13×10^6	$4{,}2 \times 10^9$
Kapela	120,0	$2{,}6 \times 10^6$	$3{,}7 \times 10^9$

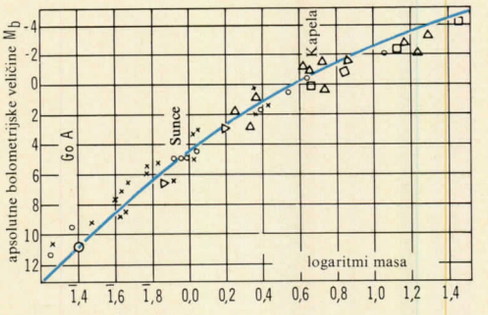
Neki rezultati na prvi pogled iznenađuju: na primer, mala vrednost centralne temperature *Kapele*, zvezde približno istog spektralnog tipa kao Sunce. Njen veliki sjaj potiče otud što joj je površina sa koje zrači 100 puta veća od površine Sunca.

Kod *Sirijusa* centralna temperatura je jedva nešto veća nego kod Sunca, no njen spektralni tip prethodi Sunčevom u spektralnom nizu (A umesto G 2).

Kod superdžinova (na primer *Betelgeza*) nalaze se izvanredno male srednje gustine (0,0000001). Što se tiče slojeva odakle potiče zračenje, njihova se gustina može porediti sa najboljim vakuumom dobijenim u zemaljskim laboratorijama.

5. — **PRENOS ENERGIJE KROZ ZVEZDU**. Poznata su tri načina kojima se toplota, odnosno energija, prenosi od tačke do tačke: *provođenjem*, *konvekcijom* i *zračenjem*.

Fenomen *provođenja* opaža se ako se metalna šipka zagreje na jednom kraju: temperatura šipke raste utoliko više ukoliko je posmatrana tačka bliža izvoru toplote. Molekularno kretanje se prenosi od jednog mesta do drugog, ali bez prenosa materije; u tome se i sastoji posmatrani fenomen.



Veza masa-sjaj kako ju je dobio Edington 1928; kriva je kalibrisana na osnovu poznatih osobina dvojne zvezde-džina, Kapele.

Primer *konvekcije* predstavlja zagrevanje vode u sudu. Izjednačenje temperature vode koja se nalazi u centru suda i one u blizini zidova zagrevanih plamenom vrši se prenošenjem materije koje se može neposredno posmatrati. Kod razređenih gasova (npr. visoka atmosfera), gde promene temperature nastaju usled kretanja čestica naviše i naniže, a da se pri tom ne razmenjuje toplota sa susednim nepokretnim česticama, upotrebljavaju se sinonimno termini: konvektivna ravnoteža i adijabatička ravnoteža, mada ovaj poslednji termin ima i drugo, specifično značenje u fizici.

Primer prenosa toplote *zračenjem* predstavlja obična električna sijalica u kojoj je načinjen vakuum. Staklo sijalice je toplo, a vidljiva svetlost predstavlja vidljivi deo emitovanog zračenja, dok toplota odgovara infracrvenom zračenju. U tom slučaju govori se o radijativnoj ravnoteži, odnosno transportu.

U unutrašnjosti zvezda najveći deo zračenja odgovara radijativnom transportu. No postoji i konvektivni transport, koji je prilično veliki u izvesnim oblastima zvezda.

Osnovni uslov za nastajanje prenosa konvekcijom jeste veliki stepen neprozračnosti materije za određeni tip zračenja. Moglo bi se pomisliti da je neprozračnost materije u unutrašnjosti zvezde znatna, te da postoji velika verovatnoća uspostavljanja konvektivne ravnoteže; u stvari, temperaturi koja vlada u ovoj sredini odgovara zračenje vrlo malih talasnih dužina: nekoliko ongstrema u centru, pa do nekoliko stotina ongstrema bliže površini, tj. vrlo meki X-zraci, takvi da bi 50 cm Zemaljske atmosfere bili dovoljni za apsorpciju polovine ukupnog iznosa toga zračenja. Treba, međutim, uzeti u obzir visoki stepen jonizovanosti te materije, usled čega njena neprozračnost nije tako izražena: fragmenti nastali razbijanjem atoma ne pružaju više tako veliki otpor prolazu zračenja. Ipak, izvesni atomi nisu potpuno jonizovani. Na zračenja koja potiču od termonuklearnih reakcija iz centra oni reaguju dobro poznatim mehanizmom difuzije, apsorpcije i sukcesivne reemisije. To odgovara *radijativnoj ravnoteži*, u kojoj svaki unutrašnji sferični sloj dolazi u ravnotežu sa uslovima koji vladaju u centru, te emituje zračenje za koje važe zakoni zračenja crnog tela. Postoje, ipak, dve oblasti zvezde, za koje je opravdana pretpostavka da je neprozračnost materije dovoljno velika da se tu uspostavi konvektivna ravnoteža:

a) U *površinskim slojevima* zvezde temperatura je mnogo manja, te je broj nejonizovanih ili nepotpuno jonizovanih atoma mnogo veći. Jonizacija ovih atoma apsorbuje zračenje usporavajući tako njegov izlazak iz zvezde, pa i delimično uspostavljanje konvektivne ravnoteže.

b) U samom *centru* zvezde slobodni elektroni, kojih ovde ima vrlo mnogo, predstavljaju prepreku zračenju koje se kreće ka površini, pre svega difuzionim efektom, tzv. *Tomsonov (Thomson) efekat*, koji je utoliko veći što je temperatura viša; osim toga, naelektrisane čestice prolaze u svom haotičnom kretanju kraj jezgara mnogo veće mase, te bivaju skrenute sa svoga pravca. Ova skretanja ekvivalentna su apsorpcijama: nazivaju ih *slobodnim prelazima* (na engleskom: *free-free transitions*).

U uslovima kakvi vladaju na površini Sunca i sličnih zvezda, naročito onih sa nižom temperaturom, stvara se nova čestica, *negativni jon vodonika*; njegovo stvaranje znatno troši energiju, a ovo favorizuje stvaranje konvektivne ravnoteže. Negativni jon nastaje zato što neutralni atom vodonika ima izvestan afinitet i prema dodatnom elektronu. Apsorpcija nastaje ne samo pri stvaranju ove čestice već i pri njenom razaranju jonizacijom. U svakom slučaju, atmosfera zvezde Sunčevog tipa veoma je neprozračna; cilindrični stub preseka 1 cm^2, u kome se nalaze samo 2 g vodonika, znatno je neprozračniji no 1 000 g Zemljine atmosfere, razmatrane u ekvivalentnim uslovima.

Ovi specijalni uslovi čine da zvezda Sunčevog tipa ne emituje trenutno svu energiju koja nastaje usled termonuklearnih reakcija u njenom centru.

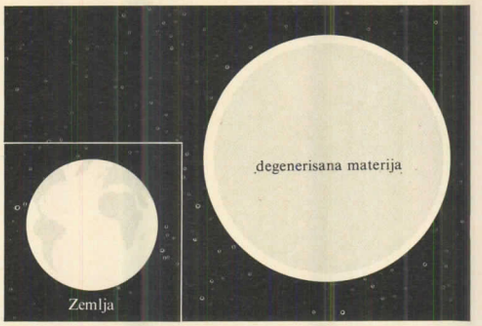
Kad se govori o zvezdama koje su »rasipnici energije«, pod tim se podrazumeva da postoje zvezde u kojima uslovi mnogo manje pogoduju stvaranju neprozračnog i apsorbujućeg sfernog sloja, koji privremeno zadržava energiju da ne »izađe« iz zvezde.

6. — **RELATIVNA VELIČINA KONVEKTIVNIH I RADIJATIVNIH OBLASTI**. Ova veličina varira od zvezde do zvezde (jer zavisi od mase i gustine): u izvesnim slučajevima, može se smatrati da vlada radijativna ravnoteža; u drugim slučajevima, ona je izrazito konvektivna.

Kod Sunca, prema najnovijim proučavanjima, centralno jezgro je vrlo malo, a njegov poluprečnik ne prelazi 5 % poluprečnika Sunca (odnosno 35000 km); debljina površinskog konvektivnog sloja iznosi prosečno 20 000 km.

Kod zvezda glavnog niza toplijih od Sunca, poluprečnik jezgra ide do 1/7 poluprečnika zvezde. U tim zvezdama centralna sfera sadrži 1/8 ukupne materije, iako je njena zapremina samo 1/350 ukupne zapremine.

Danas se smatra da termonuklearne reakcije nastaju samo u unutrašnjosti centralnog jezgra. Jednog dana vodonik će biti iscrpen u tom konvektivnom jezgru, a ono će postati izotermno. U slučaju vrlo malog jezgra, vodonik se najpre iscrpe u centru zvezde, a zatim i u daljim slojevima. Kako je neprozračnost helijuma mnogo veća nego kod vodonika, raste centralna temperatura, a takođe



Presek Sirijusovog pratioca, koji pokazuje njegovo tamno jezgro od degenerisane materije; samo tanak površinski sloj zrači.

i sjaj. To će se desiti i Suncu, u budućnosti koja se ceni na 7 milijardi godina.

7. — **SLUČAJ BELIH PATULJAKA**. Energija stvorena u centru zvezde prenosi se samo malim delom ka spoljašnjim slojevima. Bilo bi pogrešno smatrati da se ova energija tu gomila, spremna da eksplodira prvom prilikom: to se ponekad stvarno dešava, ali u sasvim specijalnim uslovima. Ova ogromna količina energije služi bilo neposredno u obliku pritiska zračenja, bilo indirektno, stvarajući veliki pritisak gasa, kao kompenzacija gravitacionog pritiska površinskih slojeva zvezde, te tako sprečava zvezdu da se sruši u samu sebe pod dejstvom tog gravitacionog pritiska.

Kada se nuklearna energija utroši manje ili više potpunim procesom iscrpljivanja vodonika, zvezda počinje da se ruši pod dejstvom sukcesivnih slojeva materije — nastaje *gravitacioni kolaps*; rezultat ovoga procesa je degenerisana materija gustine veće od 1 milion. Takva zvezda, crna i hladna, ne emituje više zračenje. Ali pre nego što stigne u taj konačni stadijum, zvezda će proći kroz stadijum *belog patuljka*, a sastoji se od tamnog jezgra degenerisane materije okruženog tankim površinskim slojem koji emituje slabo zračenje. U slučaju *Sirijusovog* pratioca gustina već dostiže 210 000. Za zvezdu *Van Maanen* 2, koja je dosta bliska granici vidljivosti, gustina dostiže 10 miliona. Apsolutna veličina prve od ovih dveju zvezda iznosi +11,4, a druge +14,3. Spektralni tip spada u početak niza (O, B ili A). Ali tek kod normalnih zvezda toga spektralnog tipa javljaju se visoke temperature zračenja. Po definiciji, spektralni tip meri samo stepen jonizacije atoma, te je normalno da ovaj stepen bude visok: to su, dakle, *beli patuljci*. Neke od njih imaju čak i neprekidan spektar, ili bar široke emisione trake, slično usijanom čvrstom telu. To je slučaj, na primer, sa zvezdom Wolf 457, koja ima gustinu 8×10^7 i apsolutnu zvezdanu veličinu + 15,1. Samo zvezdama koje u početku imaju znatno veću gustinu od Sunca preti mogućnost takve katastrofalne evolucije.

Temperatura zračenja i prečnici zvezda

1. — **PRIRODA PROBLEMA**. Dok centralne temperature zvezda dostižu više miliona stepeni, dotle temperature površinskih slojeva jedva prelaze nekoliko hiljada stepeni. Ove temperature moguće je odrediti na osnovu zračenja koje dolazi sa zvezde. U tom cilju mora se učiniti pretpostavka o prirodi zračenja koje emituje *fotosfera* zvezde. Pretpostavlja se da je ovo zračenje, bar u izvesnom domenu talasnih dužina, dovoljno slično specijalnom vidu zračenja, detaljno izučavano u fizici pod imenom *zračenja crnog tela*. Dobijeni rezultati potvrđuju zasnovanost ove pretpostavke, barem u domenu vidljive svetlosti.

2. — **ZRAČENJE CRNOG TELA**. Tako se u fizici naziva zračenje koje vlada u zatvorenoj šupljini sa savršeno apsorbujućim zidovima, u savršenoj termodinamičkoj ravnoteži sa zidovima šupljine, čija je temperatura uniformna i jednaka T. Ovo zračenje zavisi isključivo od T. Ono se može realizovati pomoću peći vrlo debelih i savršeno apsorbujućih zidova; posmatra se zračenje koje izlazi kroz malu rupu u zidu peći, uz pretpostavku da unutrašnje površine zidova savršeno reflektuju. Tri su osnovna zakona zračenja crnog tela:

a) *Plankov zakon*, koji daje, u funkciji talasne dužine λ, raspodelu energije u spektru zračenja. Plankova formula daje vrednost ove energije u malom intervalu $d\lambda$ oko date vrednosti λ. Snaga dW_λ, izražena u intervalu $d\lambda$, ima vrednost

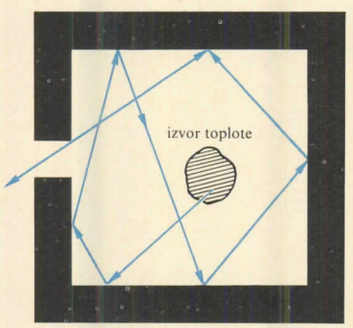
$$dW_\lambda = \mathscr{R}_\lambda d\lambda$$

gde je $\mathscr{R}\lambda$ energija zračenja talasne dužine λ emitovana sa jedinične površine. Plankova formula daje

$$\text{(VIII, 1)} \qquad \mathscr{R}_\lambda = C_1 \lambda^{-5} \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1\right),$$

Konstante C_1 i C_2 imaju sledeće definicije i numeričke vrednosti:

$$C_1 = 2\pi hc^2 = 3{,}739 \times 10^{-5}\ \text{erg} \cdot \text{cm}^2,$$



Shematski prikaz crnog tela, posmatranog kroz rupu u zidu šupljine sa idealno reflektujućim unutrašnjim zidovima.

$$C_2 = \frac{hc}{K} = 1{,}4388\ \text{cm} \cdot \text{grad},$$

gde je c brzina svetlosti, h Plankova konstanta, jednaka $6{,}62 \times 10^{-27}$, a K je Bolcmanova konstanta, jednaka $1{,}38 \times 10^{-16}$.

Relativno komplikovana, Plankova formula se grafički izražava pomoću *izotermnih krivih*, koje daju raspodelu u spektru za različite vrednosti temperature. Sve ove krive pokazuju maksimum, koji je sve viši i sve oštriji što temperatura više raste; pri tom se maksimum pomera ka manjim talasnim dužinama. Odmah se zapaža:

— za temperature manje od 1 000°K, maksimum zračenja leži vrlo daleko u nevidljivom infracrvenom;

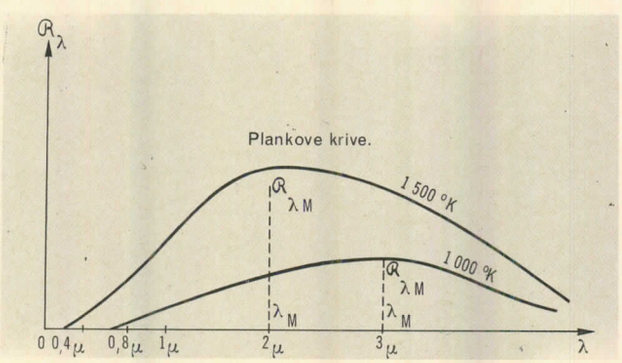
— za temperature više od 10 000°K, maksimum zračenja leži vrlo daleko u takođe nevidljivom ultraljubičastom.

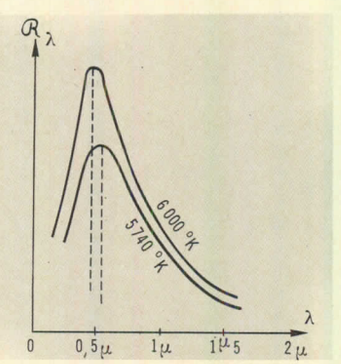
Ove okolnosti znatno smanjuju mogućnosti ispitivanja optičkim sredstvima vrlo hladnih i vrlo toplih zvezda. U izvesnim problemima može se koristiti uprošćena Plankova formula (zanemarujući 1 u odnosu na $e^{C_2/\lambda T}$):

$$\text{(VIII, 2)} \qquad \mathscr{R}\lambda = C_1 \lambda^{-5} \cdot e^{\frac{C_2}{\lambda T}}$$

što se može pisati

$$\text{(VIII, 3)} \qquad \log \mathscr{R}_\lambda = -5 \log \lambda + \log C_1 - \frac{6\,248}{\lambda T}$$





$(6\,248 = C_2 \log e)$.

Slično je moguće, za velike vrednosti λ (slučaj radio-astronomije), koristiti frekvencije ν umesto talasnih dužina λ:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda.$$

Tada se ima

$$R_\nu = \frac{C_1}{C_2} \nu^3 \left[e^{\frac{C_2 \nu}{cT}} - 1\right]^{-1}.$$

Razvijajući veličinu u zagradi pomoću binomnog obrasca

$$\left[e^{\frac{C_2 \nu}{cT}} - 1\right]^{-1} = \left[\frac{C_2 \nu}{cT}\right]^{-1} + \dots$$

ima se

$$R_\nu = \frac{C_1 \cdot T}{C_2 c^3} \nu^2 + \dots$$

te, koristeći definicije C_1 i C_2,

$$\text{(VIII, 4)} \qquad R_\nu = \frac{2\pi K T}{c^2} \nu^2 + \dots$$

Gornja uprošćena formula, tzv. *Rejlijeva (Rayleigh) formula*, stalno se koristi u radio-astronomiji, gde se posmatraju talasi vrlo male frekvencije.

b) *Štefanova formula*, koja daje *ukupno zračenje* izvora, odgovara svim talasnim dužinama, i dalje računato po jedinici površine. Da bi se ono našlo, traži se integral

$$\int_0^\infty R_\lambda d\lambda = R.$$

Račun daje

$$\text{(VIII, 5)} \qquad R = \sigma T^4,$$

sa $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-5}$ u jedinicama C.G.S.;

c) *Vinova formula* daje vrednost temperature pri kojoj maksimum zračenja leži na određenoj talasnoj dužini. U tom cilju traži se vrednost λ_M koja izvod $\frac{dR_\lambda}{d\lambda}$ čini jednakim nuli. Nakon izvesnih transformacija, dobija se vrlo prost rezultat

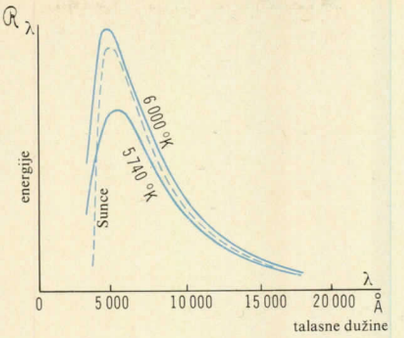
$$\text{(VIII, 6)} \qquad \lambda_m T = 2{,}897 \ (\lambda \text{ u mikronima}).$$

Kod Sunca, čija je površinska temperatura 6 000°K, maksimum intenziteta trebalo bi da bude u plavo-zelenom. No i najelementarnije posmatranje pokazuje da Sunce izgleda žuto. U stvari, Sunce nije žuto: najbolji dokaz je to što ono postaje crvenkasto kad se posmatra kroz tanki sloj magle, ili čak i kad je samo blizu horizonta. Slično tome, ni »nebo« nije plavo. Njegov izgled potiče usled difuzije u atmosferi plave svetlosti koju emituje Sunce. Ovde se posmatra vrlo karakterističan efekat *selektivne apsorpcije*.

Kako u unutrašnjosti zvezda vladaju temperature T od više miliona stepeni, emitovano zračenje ima vrlo male talasne dužine: nastaju vrlo meki X-zraci, takvi da bi sloj od 50 cm Zemaljske atmosfere apsorbovao polovinu.

3. — **ODREĐIVANJE TEMPERATURE ZRAČENJA ZVEZDA**. Moguće je izmeriti spektralnu raspodelu zračenja Sunca, pa zatim ispitivati da li je posmatrana raspodela dobro predstavljena nekom od Plankovih krivih. Gornja slika pokazuje da temperatura 5 950°K daje vrlo prihvatljive rezultate ako se ograničimo na talasnu dužinu između 5 000 Å i 15 000 Å. Tako dobijena temperatura je tzv. *temperatura sjaja*.

Na osnovu Štefanovog zakona određuje se *efektivna temperatura* T_e. Osnovnu teškoću u tom određivanju predstavlja činjenica da se Štefanov zakon odnosi



Temperatura sjaja Sunca.

na jedinicu površine koja zrači. On se, dakle, može koristiti samo ako znamo površinu zvezde, a za to treba znati njene dimenzije, što je nemoguće bez poznavanja daljine D. S druge strane, ukupno zračenje zvezde, na svim talasnim dužinama, relativno lako je meriti (sa radiometrijskim aparatom, osetljivim na sve talasne dužine).

Neka W bude količina energije koja dolazi sa zvezde poluprečnika r, na daljini D, a pada na ekran jedinične površine u jedinici vremena. Za to vreme zvezda u svim pravcima emituje zračenje $4\pi D^2 W$, a svaka jedinica površine zvezde zrači količinu energije:

$$R = \frac{4\pi D^2 W}{4\pi r^2} = W \frac{D^2}{r^2}.$$

Upravo ova veličina R figuriše u Štefanovom zakonu, iz koga se dobija

$$\text{(VIII, 7)} \qquad T_e = \sqrt[4]{\frac{R}{\sigma}}$$

Efektivna temperatura T_e može se odrediti samo ako su poznati D i r. Ako je ε prividni prečnik zvezde, $\left(\varepsilon = \frac{2r}{D}\right)$, može se pisati

$$\text{(VIII, 8)} \qquad \varepsilon^2 = \frac{4W}{\sigma T_e^4}.$$

Ako se *oceni* temperatura zvezde, pa ta veličina uzme za efektivnu temperaturu, dobija se prosta veza prividnog prečnika i primljenog zračenja W. Naravno, metrički dijametar se može dobiti samo ako je poznata daljina D.

U praksi se određuje naročito tzv. *temperatura boje*. Metoda pretpostavlja da su poznate temperature izvesnog broja referentnih zvezda, koje su i same etalonirane (delikatnim metodama) prema zemaljskim izvorima za koje se zna da zrače kao crno telo određene temperature. Radi se, dakle, u stvari, o relativnim temperaturama.

Neka e_1, e_2 i e'_1, e'_2, predstavljaju prividni sjaj dveju zvezda E i E′ za talasne dužine λ_1 i λ_2; apsolutne temperature zvezda su T i T′. Napišimo izraz (VIII, 3) za svaku zvezdu i svaku talasnu dužinu posebno. Oduzimanjem ovih jednačina jedne od druge, član po član, dobija se

$$\log \frac{e_1}{e'_1} - \log \frac{e_2}{e'_2} = 6\,248 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T'}\right)\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right).$$

Dva izraza na levoj strani preko Pogsonove formule vezani su sa apsolutnim zvezdanim veličinama koje odgovaraju talasnim dužinama λ_1 i λ_2. Ako se uzme $\lambda_1 = 0{,}529\ \mu$ i $\lambda_2 = 0{,}425\ \mu$, tj. karakteristične talasne dužine vizuelnih i fotografskih zvezdanih veličina, onda leva strana odgovara razlici indeksa boje i i i' dveju zvezda. Tada imamo

$$i - i' = 2{,}5 \cdot 6\,248 \left[\frac{1}{0{,}425} - \frac{1}{0{,}529}\right]\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T'}\right).$$

odnosno

$$i - i' = 7\,225 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T'}\right).$$

Često se za poređenje uzima Sunce, kod koga je

$$i = 0{,}8 \text{ i } T = 5760°K.$$

U tom slučaju dobija se

$$\text{(VIII, 9)} \qquad T' = \frac{7\,225}{i' + 0{,}45}.$$

Na taj način, merenje indeksa boje i' jedne zvezde dozvoljava određivanje njene temperature zračenja sa dobrom aproksimacijom. Tako se mogu odrediti temperature zračenja vrlo velikog broja zvezda, barem u izabranom intervalu dveju talasnih dužina.

Generalizacija ove metode, koja daje tzv. temperature boje, nije tako jednostavna.

4. — **GLAVNI REZULTATI**. Vidi se da se dobijeni rezultati menjaju sa talasnim dužinama λ_1 i λ_2. Vrlo različiti rezultati dobijaju se s jedne i sa druge strane Balmerovog diskontinuiteta, naročito kod zvezda u čijim su spektrima vodonične linije i Balmerov diskontinuitet jako izraženi. Takav je slučaj zvezda spektralnog tipa A. Kod zvezda toga tipa nalazi se 16 500°K za vidljivi spektar, a 10 500°K za njegov ultraljubičasti deo. Ova razlika iznosi samo nekoliko stotina stepeni za zvezde tipa F 0 i G 0.

Sledeća tablica daje neke vrednosti za različite tipove (u hiljadama stepeni Kelvinovih):

Spektralni tip	B 0	A 0	A 5	F 0	F 5	G 0
Vidljivi spektar	25	16,5	11	8,6	7,2	6,5
Ultraljubičasti spektar	18	10,5	9,5	8,3	6,8	6,0

S druge strane, temperature džinova i superdžinova su znatno manje od temperatura patuljaka istog spektralnog tipa. Taj rezultat je u skladu sa spektralnom klasifikacijom zvezda: da bi se dobio isti stepen jonizacije atoma (ili disocijacije molekula), potrebna je manja temperatura (pri jednakim ostalim uslovima) ako je gustina manja.

Pojava je naročito izražena kod spektralnih tipova G, K i M, koji se jasnije diferenciraju na džinove i patuljke (vidi Hercšprung-Raselov dijagram).

Spektralni tip	G 0	G 5	K 0	K 5	M 0	M 5
Džinovi	5 200	4 600	4 200	3 600	3 400	2 850
Patuljci	6 000	5 400	4 900	3 900		

5. — **PRIVIDNI PREČNICI ZVEZDA NA OSNOVU TEMPERATURE ZRAČENJA**. U formuli

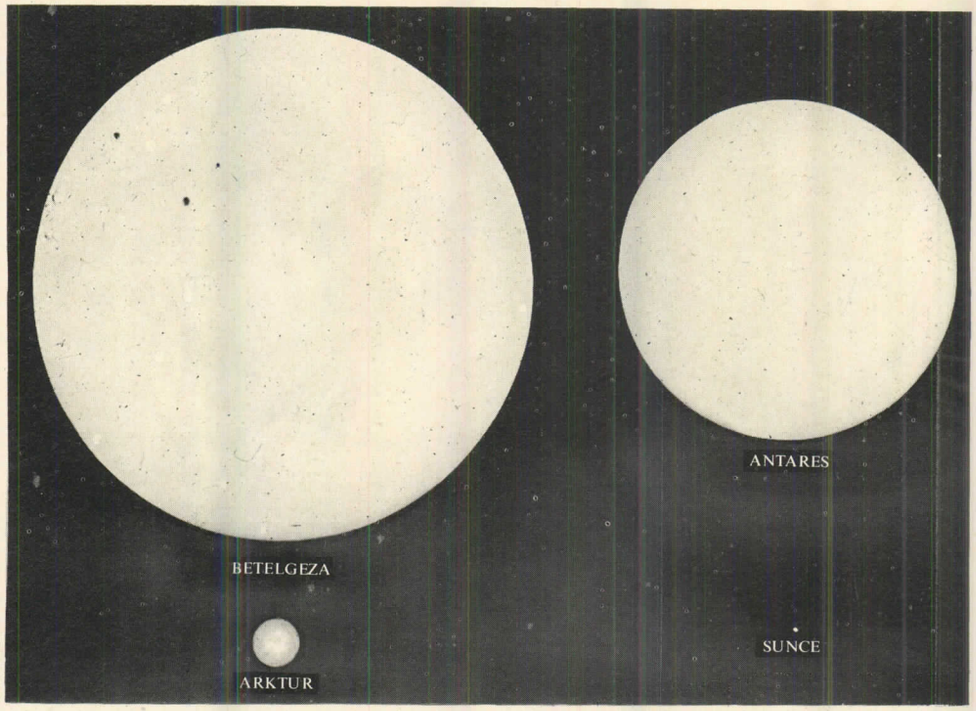
$$\varepsilon^2 = \frac{4W}{\sigma T_e^4}$$

T_e u principu predstavlja efektivnu temperaturu. Za račune koji se zadovoljavaju redom veličine u formuli se može koristiti bilo koja vrsta temperature, određena što je moguće tačnije. Sa svoje strane, W je vezano sa radiometrijskom zvezdanom veličinom m_r Pogsonovom formulom, koja se može pisati

$$\log W = -0{,}4\, m_r + C^{te}.$$

Konstantu je moguće odrediti za Sunce. Tako se dobija praktična formula, vrlo pogodna za primenu

$$\text{(VIII, 10)} \qquad \log \varepsilon = 5{,}27 - 0{,}2\, m_r - 2 \log T$$



Poređenje prečnika Sunca i nekih džinova i superdžinova.

(m_r može biti mereno npr. pomoću termoelemenata).

Razrađena je neposredna metoda merenja zvezdanih prečnika (na osnovu interferencije svetlosti), koja je dozvolila Majkelsonu (Michelson) da izmeri prividne prečnike nekoliko džinova i superdžinova. Dobijeni rezultati (njih dvanaestak) dobro se slažu sa rezultatima dobijenim primenom prikazanih metoda.

6. — **STVARNI PREČNICI ZVEZDA**. Ako je poznata daljina zvezde, može se odrediti stvarni prečnik na osnovu prividnog. U sledećoj tablici, dve prve zvezde su superdžinovi, druge dve su džinovi. Zvezde glavnog niza imaju prečnike reda Sunčevog. Prečnici belih patuljaka kreću se od 1/10 i 1/100 reda Sunčevog. Tako je odnos zapremina superdžinova i belog patuljka $1/10^{14}$.

Zvezde	Spektralni tip	ε	ϖ	R
α *Orionis* (Betelgeza)	*c*M 0	0″,047	0″,011	460
α *Scorpii* (Antares)	*g*M 0	0″,040	0″,026	160
α *Bootis* (Arktur)	*c*K 0	0″,022	0″,080	30
α *Tauri* (Aldebaran)	*g*K 5	0″,020	0″,057	38

U tablici su paralaksa ϖ (recipročna vrednost daljine u parsecima) i prividni prečnik zvezde ε izraženi u lučnim sekundama; poluprečnik R izražen je u jedinicama Sunčevog poluprečnika.

7. — **VAŽNE NAPOMENE**.

• Određivanje temperature primenom Plankove formule na osnovu raspodele energije u spektru ne može se primeniti bez prethodne analize. Ako bi se to činilo, posmatranje belog, savršeno reflektujućeg zida izloženog Suncu dalo bi za njegovu temperaturu vrednost od 6 000°K, što je očevidno apsurdno. Pre primene ove formule treba ustanoviti da se radi o telu koje emituje vlastito zračenje, kao i da se to zračenje može sa dovoljnom tačnošću smatrati zračenjem crnog tela (kako je ovaj pojam definisan u fizici).

• Na prvi pogled izgleda čudno da Sunčeva fotosfera zrači manje ili više kao crno telo (to je empirička činjenica). U stvari, pri prolazu svetlosti kroz ovaj tanak sloj, apsorbuje se skoro sve zračenje koje potiče iz unutrašnjosti zvezde, u čemu negativni jon vodonika igra važnu ulogu. No njena debljina je dovoljno mala da bi joj temperatura bila uniformna, što i uslovljava prirodu zračenja zvezde. U svakom slučaju, identifikacija sa zračenjem crnog tela samo je približna. Ta aproksimacija u slučaju Sunca zadovoljava između 5 000 i 15 000 Å, no verovatno manje zadovoljava kod drugih zvezda i van ovih granica talasnih dužina. Ponekad se kaže da zvezde zrače kao »sivo telo«.

• Čak i sa tom uprošćavajućom hipotezom, mora se uzeti u obzir više vrsta temperatura koje se, za Sunce, mnogo ne razlikuju: efektivna temperatura, temperatura sjaja i različite temperature boje. Kod vrlo razređenih gasovitih atmosfera dobijaju se mnogo veće razlike. U vasioni se sreću gustine koje idu i do 10^{-24} g/cm³, tj. mnogo manje no one koje odgovaraju najboljem vakuumu ostvarenom u laboratorijama na Zemlji. Tada su uslovi u kojima se vrši razmena energije sudarima čestica različiti od onih koji vladaju u normalnim gasovima. Kada se ovakvoj sredini dovede toplota da bi joj se povećala temperatura, istovremeno se povećava (pri stalnoj zapremini) *kinetička energija* i *unutrašnja energija* molekula gasa. Pod uticajem mnogobrojnih sudara molekula koji nastaju u normalnom gasu, dolazi do uzajamne razmene i ravnoteže ovih dvaju vidova energije. No kada je gustina *vrlo mala*, može doći do pravog »razvoda« ovih vidova energije. Čestice koje sačinjavaju razređeni gas moraju se tada individualno posmatrati, te se obični pojmovi temperature (i pritiska) više ne mogu primenjivati. Unutrašnja energija je uslovljena isključivo zračenjem kome su ove čestice izložene. Za izvanredno razređene gasove koji čine kosmičku međuzvezdanu sredinu, ocenjuje se da zračenje svih zvezda Galaksije definiše temperaturu između 5 000 i 10 000°K, već prema prirodi ovih maglina i eventualnoj blizini neke zvezde koja emituje zračenje velike energije. U blizini Sunca, razređena sredina koja sačinjava sunčanu koronu ima temperaturu od 2 miliona stepeni.

Nasuprot tome, čestica sastavljena od nekoliko milijardi atoma (takve čestice postoje i sačinjavaju tzv. *kosmičku prašinu*), kod koje ne postoji mogućnost atomskih prelaza, imala bi temperaturu blisku apsolutnoj nuli.

• U vezi sa temperaturom koja odgovara unutrašnjoj energiji treba razlikovati *temperaturu ekscitacije* (koja se javlja u Bolcmanovoj formuli) i *temperaturu jonizacije* (koja se javlja u Sahinoj formuli). Kod razređenih gasova ove dve vrste temperature jasno se razlikuju.

Ova razmatranja objašnjavaju teškoću koja postoji u definisanju temperature Zemljine atmosfere na raznim visinama iznad tla.

Radio-astronomija

UVOD. Predmet radio-astronomije je posmatranje, registrovanje i interpretacija zračenja mnogo većih talasnih dužina no što su talasne dužine koje pripadaju optičkom domenu; ona potiču iz raznih delova vasione: Sunce, velike planete, izvesne zvezde, galaktičke magline, ostale galaksije itd. Godine 1931. uspeo je Dženski (Jansky), izučavajući u laboratorijama Bel-kompanije u Sjedinjenim Državama atmosferske parazite u radio-prenosu, da konstatuje periodično vraćanje slabog, ali jasnog signala koji se ponavljao sa periodom od *zvezdanog dana*; signal je dolazio iz pravca koji je odgovarao približno sazvežđu Strelca, koji se praktično poklapa sa pravcem jezgra naše Galaksije.

Engleski vojnici na radarskim instalacijama u Sautemptonu ustanovili su 1942. god. postojanje jasnog signala iz pravca Sunca, koje se tada nalazilo u periodu velike aktivnosti (velika pega na Sunčevom disku, hromosferske erupcije, magnetne bure, raznovrsne perturbacije u radio-saobraćaju). Ostale engleske radarske stanice potvrdile su ovo posmatranje. Tako je rođena radio-astronomija!

Tokom poslednjih četvrt veka zabeležen je znatan i brz napredak. Danas je ona jedno od naših najmoćnijih sredstava u istraživanju vasione.

INSTRUMENTI I METODE PRIJEMA

1. — **TALASI POSMATRANI U RADIO-ASTRONOMIJI**. Kroz posmatrani deo vasione stalno prolaze na sve strane zračenja vrlo različitih talasnih dužina, od nekoliko ongstrema za γ i X-zrake, pa do više kilometara za izvesne radio-talase. U okviru tog domena, oblast vidljive svetlosti je sasvim minimalna: 2 900 Å do 8 000 Å, uz korišćenje fotografskih ploča senzibiliranih na infracrveno. S jedne i sa druge strane snažna apsorpcija onemogućava pristup ka drugim talasnim dužinama. Sa strane velikih talasnih dužina, apsorpcija, najviše zbog kiseonika i vodene pare, produžava se sve do talasa bliskih 1 cm. Tu se već prelazi u domen radio-talasa, za koje je tehnika prijema izvanredno napredovala za poslednjih tridesetak godina. Na izgled ne postoji ograničenje sa strane većih talasnih dužina. U stvari, to nije tako za zračenje koje iz okolnog prostora dolazi na Zemlju. Ova je, naime, počev od 50 ili 100 km pa do 350 — 400 km okružena sa više slojeva (vrlo razređenih) jonizovanih čestica, dakle, naelektrisanih, koji sačinjavaju *jonosferu*. Visine i gustine ovih slojeva variraju sa intenzitetom Sunčeve aktivnosti. Specijalne institucije u svim zemljama od eđuju više puta dnevno ove veličine mereći vreme prostiranja odjeka dobijenih refleksijom signala emitovanih sa tla. Dobijeni rezultati

su od velike važnosti za organizaciju telekomunikacija na velikim rastojanjima.

Elektromagnetni talasi koji se kreću kroz sredinu sastavljenu od naelektrisanih čestica trpe prelamanje slično onome koje ima svetlosni zrak u normalnoj sredini; za izvesnu vrednost koeficijenta prelamanja i određenu graničnu vrednost frekvencije javlja se i ovde totalna refleksija.

Ako N_e predstavlja elektronsku gustinu u jonosferi, izraženu brojem elektrona u kubnom metru, pokazuje se da je pomenuta granična frekvencija (u hercima) $\nu_\mu = 9\sqrt{N_e}$. N_e se menja sa godišnjim dobom i geografskom širinom dotičnog mesta. Tako se nalazi da se ν_μ kreće u opsegu od 15 MHz do 6 MHz, odnosno, izražavajući ovo u talasnim dužinama,

$$20 \text{ m} < \lambda < 50 \text{ m}.$$

Za srednju vrednost usvaja se 30 m, te je tako posmatranju dostupan opseg od 1 cm do 30 m. On je već neuporedivo veći od opsega vidljive svetlosti. U okviru ovih granica, moćne antene i osetljivi prijemni uređaji omogućavaju prijem čitavog niza šumova koji dolaze iz prostora. Glavni zadatak radio-astronomije sastoji se u interpretaciji tako primljenih signala.

2. — **OSNOVNE KARAKTERISTIKE RADIO-ASTRONOMSKIH POSMATRANJA**. Može se navesti veliki broj ovih karakteristika:

a) Prepreke mnogo manje zadržavaju radio-talase nego što je to slučaj sa vidljivom svetlošću. Radio-talasi se mogu posmatrati danju i noću, a oblaci u Zemljinoj atmosferi za njih su delimično providni. Velike magline međuzvezdane kosmičke materije, izvanredno razređene, rasprostrte na ogromna prostranstva u raznim delovima naše Galaksije (koje su »neprijatelj broj 1« klasične astronomije zbog složenih apsorpcija u optičkom domenu) potpuno su prozračne za ova zračenja. Najzad, radio-astronomskim posmatranjima mogu se oceniti pravac i daljina njihovih izvora, što znatno unapređuje naše poznavanje dalekih delova vasione.

b) Nasuprot tome, moć razdvajanja instrumenata, proporcionalna talasnoj dužini pri istim dimenzijama, mnogo je manje povoljna no kod običnih optičkih instrumenata (između talasnih dužina od 1 μ i 1 m postoji odnos 1 milion). Mora se, dakle, pribeći specijalnim uređajima da bi se dobilo dovoljno fino posmatranje.

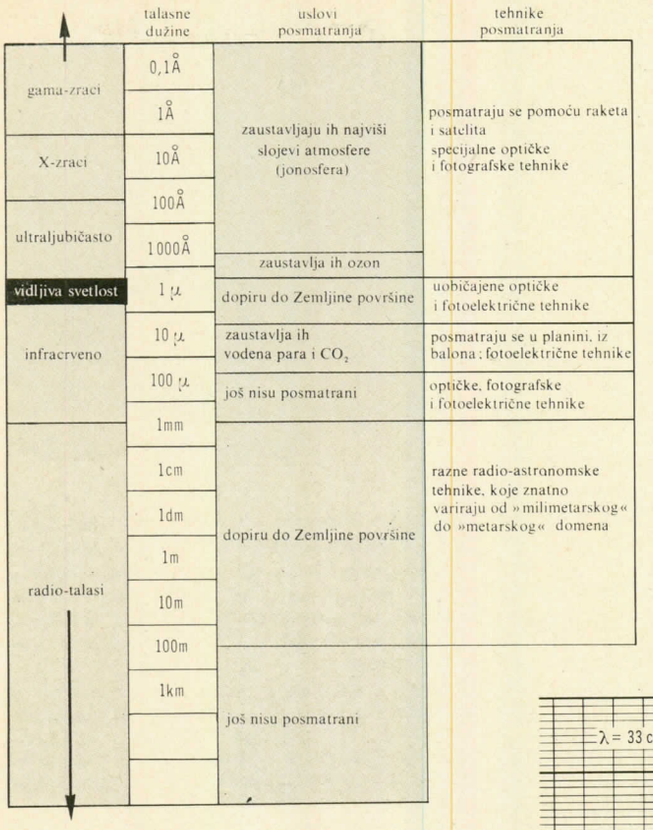
c) Radio-astronomski instrumenti moraju se instalirati u što pustijim mestima, da bi se izbegle električne i magnetne smetnje, kojih ima mnogo u blizini industrijskih centara.

d) Velike talasne dužine koje se ovde koriste vrlo su osetljive na Dopler-Fizoov efekat, koji je obrnuto proporcionalan talasnoj dužini. Ova osobina se mnogo koristi.

e) U svakom slučaju, energije koje se primaju izvanredno su male. Ako se izuzmu talasi primljeni sa Sunca i malog broja radio-izvora izvanrednog intenziteta, ukupna energija primljena od kako postoji radio-astronomija može se proceniti samo na nekoliko ergova. Zbog ovoga mora postojati izvanredno razvijen sistem amplifikacija. Osim toga, kao i zbog moći razdvajanja, površina antena mora biti vrlo velika.

f) Primljeni šumovi su istoga reda kao i »fon« aparata: u pitanju je jedna vrsta »pucketanja«, koja daje niz visokih frekvencija, sa amplitudom koja stalno varira oko svoje srednje vrednosti; ovaj neotklonjivi šum u aparatu je posledica termičkog kretanja elektrona u njegovim kolima i otpornicima. Kod radio-teleskopa srednjih dimenzija (recimo 5 m u prečniku) i jakog radio-izvora (zvezda ζ *Tauri*) to čini 0,5 mV pri srednjem naponu od 7,5 V. To je malo! Mora se, dakle, pribeći specijalnim procesima diferencijacije.

g) U skladu sa Kirhofovim zakonom, gasoviti sloj može emitovati samo ona zračenja koja može



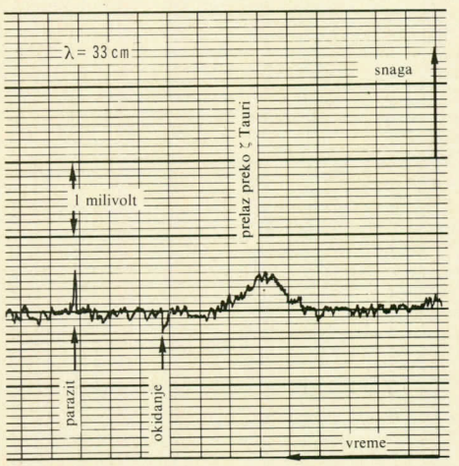
Posmatrani talasi u radio-astronomiji

i apsorbovati, odnosno obrnuto. Kod nebeskog tela kao što je Sunce (i neke velike planete), gde postoje različiti gasoviti koncentrični slojevi (fotosfera, hromosfera i korona), zračenje najvećih talasnih dužina potiče iz slojeva sa najmanjom gustinom elektrona, a zatim se talasna dužina smanjuje kako ova gustina raste, tj. kako se sukcesivno prelazi iz visoke u srednju, a zatim u nisku koronu. Nasuprot tome, centimetarski (a eventualno i decimetarski) talasi potiču iz hromosfere i fotosfere. Već prema talasnoj dužini na kojoj se prima (to je moguće regulisati u aparatu kojim se vrši prijem), obavlja se pravo dubinsko sondiranje različitih koncentričnih slojeva Sunca. Ako se brzo prebrišu talasne dužine od 1 cm do 2 i 3 m, u trenutku nekog naglog procesa na Suncu (a oni su česti), može se pratiti i analizirati pojava koja nastaje na površini Sunca i prostire se kroz gornje slojeve. Vrlo lako je moguće ustanoviti brzinu i uslove prostiranja. Na tom principu zasnovana su posmatranja u kojima je poslednjih godina učinjen znatan napredak.

h) Veliki deo zračenja ove vrste predstavljaju termička zračenja nebeskih tela, koja potiču od toplotnog kretanja čestica. Fizika daje formulu, tzv. *Rejlijevu formulu*, specijalni slučaj opšte Plankove formule, koja daje raspored energije u spektru (u funkciji talasnih dužina i temperature) za zračenje vrlo velike talasne dužine. Na taj način je u većini slučajeva moguće, ako su poznate jednačina primljenog zračenja i njegova talasna dužina, odrediti (apsolutnu) temperaturu sredine koja emituje.

i) U našoj Galaksiji se na mnogim mestima nalaze magline male gustine, ali ogromnih dimenzija. Gustina im je u proseku 10^{-21} g/cm^3, odnosno milijardu puta manja *(grosso modo)* nego kod najsavršenijeg vakuuma koji se može ostvariti u laboratoriji. Ove magline, kao i većina tela u vasioni, praktično se sastoje od vodonika i to od vodonika u atomskom stanju. Međutim, atomi vodonika mogu postojati u dva oblika, odnosno u dva vrlo bliska energetska stanja. Pri spontanom prelazu sa jednog nivoa na drugi emituje se vrlo mala količina energije kojoj odgovara teorijski dobro poznata talasna dužina 21,105 cm. Ako se uzmu u obzir prosečna

Dijagram posmatranja radio-izvora sa jednim teleskopom (prečnika 5 m).



gustina sredine i sudari među atomima, još uvek relativno brojni (ostaje prosečno 2 do 3 atoma u kubnom centimetru), nalazi se da se ovi spontani prelazi događaju prosečno jednom u sto godina. Zahvaljujući velikoj dubini ovih maglina, kao i ekstremnoj osetljivosti naših receptora, ovakvo emitovanje signala danas je moguće primati. Njima odgovara precizno definisana spektralna linija: tzv. linija od 21 cm, koja igra vrlo važnu ulogu u astronomiji.

Posmatranja ovde imaju specijalan karakter. Ona se ne ograničavaju na merenje intenziteta ovog zračenja, već se naročito vrlo precizno meri egzaktna talasna dužina na kojoj se prima, nužno nešto malo različita od 21,105 cm. Ova razlika $\Delta\lambda$, na osnovu Dopler-Fizoovog efekta, ukazuje na postojanje određene radijalne brzine približavanja ili udaljavanja. Posmatranjem se, naravno, registruje i pravac iz koga signal dolazi.

Topografija naše Galaksije danas je dobro poznata. Sve karakteristike njenog rotacionog kretanja tačno su određene: ako se u određenom pravcu sretne objekat čija se radijalna brzina može direktno meriti, iz toga se može zaključiti da se nalazi na određenom mestu Galaksije. Ako se iz tog pravca prima zračenje na nekoliko talasnih dužina malo različitih među sobom, to znači da se na pravcu posmatranja nalazi nekoliko maglina koje se mogu tako uneti na kartu Galaksije.

Treba istaći da, izuzimajući nekoliko »fotogeničnih slučajeva« (kao što su Čipkasta maglina u Labudu, Orionova maglina, maglina u Plejadama itd.) galaktičke magline svojim srednjim rasporedom ocrtavaju spiralne grane naše Galaksije.

Sve ovo objašnjava kako je bilo moguće nacrtati kartu spiralnih grana naše Galaksije zahvaljujući radio-astronomiji, a što predstavlja rezultat od izuzetne važnosti.

3. — **INSTRUMENTI I TEHNIKE POSMATRANJA**. Kod instrumenata za posmatranje u radio-astronomiji razlikuju se tri dela:

a) Antena u užem smislu. Antena je *dipolnog tipa, polutalasna*. Sastoji se od običnog provodnika dužine jednake polovini talasne dužine zračenja koje se prima; provodnik je presečen u sredini, a dve polovine su spojene sa prijemnikom specijalnom transmisionom linijom: kada elektromagnetno polje deluje na dipol, ovaj postaje sedište stacionarnih talasa, koji u slučaju rezonance imaju maksimum intenziteta u njegovoj sredini. Odnos talasne dužine zračenja i dužine dipola nije precizan, te se finije regulisanje postiže uređajima u receptoru, u kome se nalazi jedan ili više kondenzatora za regulisanje.

b) Receptor. On se može porediti sa radio-prijemnikom. Vrši preciznu selekciju primljenih frekvencija. Konstruisan je tako da amplificira samo signale u izvesnom opsegu frekvencija, na tzv. *propusnoj traci*, u opsegu koji je mnogo uži no onaj što ga određuje antena.

Receptor je tipa superheterodina, tj. on registruje »udare« koji nastaju slivanjem primljenog zračenja i pomoćnog zračenja bliske talasne dužine, koja proizvodi uređaj u samom prijemnom aparatu. Ovaj način prijema bitan je kod visokih frekvencija. Koristeći uređaj za mešanje frekvencija, primljena frekvencija svodi se na vrednosti između 10 i 60 MHz, koje se mnogo lakše amplificiraju i registruju. Uostalom, i sam detektor dovodi do sniženja frekvencija, kao što prikazuje priložena slika.

Ova dva uređaja imaju za cilj da izdvoje primljeni signal od fona, jer su ova dva šuma iste prirode.

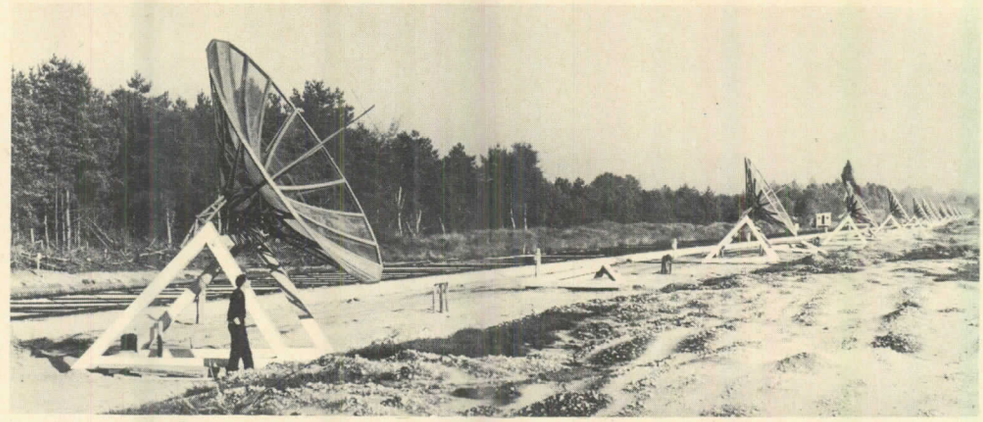
c) Radio-teleskop. On najčešće ima oblik paraboloida, koji koncentriše primljene talase u svoju žižu, gde se nalazi sama antena, povezana sa receptorom. Da bi se kompenzovale pomenute nepogodnosti (male energije signala i slaba moć razdvajanja), radio-teleskopi se prave vrlo veliki. Površinu teleskopa sačinjava rešetka od metalne žice, vrlo pravilna i čvrsta; dimenzije otvora na mreži stoje u izvesnom odnosu sa talasnim dužinama koje će se primati.

• *Pokretni radio-teleskopi*. Slično optičkim teleskopima, u početku su i džinovski radio-teleskopi konstruisani tako da se mogu orijentisati na sve strane.

Džinovski radio-teleskop u Džodrel Benku, kod Mančestra ima prečnik 76 m. U Australiji postoji radio-teleskop približno istih dimenzija, ali konstruisan kasnije, te je znatno usavršen. Amerikanci su počeli konstrukciju radio-teleskopa od 180 m, ali su od nje odustali. Mnogobrojni radio-teleskopi prečnika 25 m postoje u Holandiji, SAD itd.

• *Interferometarski radio-teleskop*. Moć razdvajanja, ali samo ona, poboljšava se uzimanjem dva povezana radio-teleskopa na velikoj daljini jedan od drugog. Skoro uvek se ova baza uzima u pravcu istok-zapad: ne treba zaboraviti da je posmatranje dinamičko, a ne statičko. Radio-izvori se kreću od istoka ka zapadu, tako da je dovoljno učiniti instrumente pokretnima u vertikalnom smeru, pa da se omogući praćenje bilo koga izvora pri njegovom prolasku kroz meridijan. Naravno, primljena energija zavisi samo od zbira površina dvaju teleskopa. Povećavanjem broja teleskopa povećava se tzv. *površina zahvata*, a time i primljena energija.

Priložena slika pokazuje uređaj koji su Australijanci primenili u Kristijansenu, sa 32 teleskopa raspoređenih na 217 m, a takođe pokazuje vezu između



Opšti izgled grane istok-zapad radio-interferometra u Nanseju. *Fot. X.*

teleskopa i receptora. Ostvarena moć razdvajanja iznosi 3′ pri posmatranju na talasnoj dužini 21 cm.

Sličan raspored je usvojen i na francuskoj opservatoriji u Nanseju, ali sa bazom od 1 550 m i 32 elementarna teleskopa prečnika 5 m. Moć razdvajanja je 4′ na talasnoj dužini 1,77 m (posmatranja niske korone Sunca).

Na gornjoj slici vidi se uređaj u Nanseju, trenutno najmoćniji na svetu. On ima i drugu bazu, perpendikularnu na prvu, namenjenu određivanju deklinacije izvora (8 ogledala od 10 m raspoređenih duž 770 m). Pored već navedenih prednosti, interferometarski uređaj ima i dve druge:

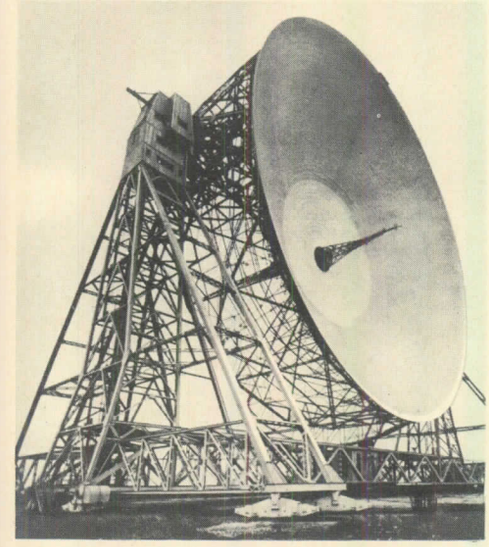
— Pošto izvor zračenja prolazi sukcesivno ispred različitih teleskopa koji sačinjavaju uređaj, nastaju fenomeni interferencije, koji olakšavaju izdvajanje primljenog signala iz fona. Dve priložene slike omogućavaju da se to vidi.

Već u jednostavnom slučaju dveju antena, pravilna sinusoida koja odgovara izotopnim antenama deformiše se usled direktivnosti elementarnih antena, dajući vrlo diferenciran centralni signal ako su antene vrlo direktivne.

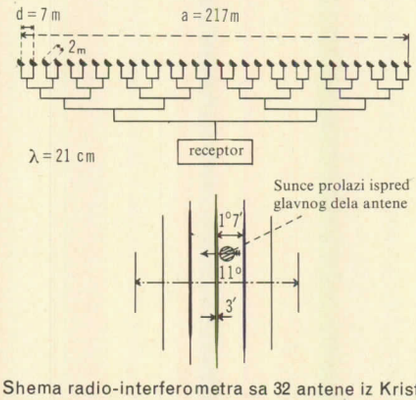
— Ako se posmatraju tri antene, A_1, A_2 i A_3, čak i ako su izotropne, svaki od parova (A_1A_2) ili (A_2A_3) daje na pomenutoj slici sinusoide predstavljene isprekidanom linijom; dva para zajedno daju sinusoidu izvučenom punom linijom, istog perioda i dvostruke amplitude. Par koji sačinjavaju dve krajnje antene A_1 i A_3 daje sinusoidu iste amplitude kao i bilo koji od parova (A_1A_2) ili (A_2A_3), ali dvaput manjeg perioda. Ako se uzme ukupna rezultanta sva četiri beleženja, dobija se jasno diferenciran signal, koji bi bio još izraženiji ako bi antene bile jako direktivne, a ne izotropne (takav je slučaj kod paraboloida jer je velika osa usmerena ka izvoru).

Naravno, različiti teleskopi (ili grupe teleskopa) moraju biti povezani sa receptorom apsolutno identičnim vodovima. Ako se u jednu od ovih transmisionih linija ubaci kabl dužine $\lambda/2$, dijagram interferencionih pruga se pomera za polovinu pruge: maksimumi zamenjuju nule, i obrnuto. Ako se transformacija regularno izaziva F_0 puta u sekundi, ceo dijagram se pomera u prostoru i konačno daje signal frekvencije F_0, koja se može učiniti vrlo različitom od parazitnih šumova koji se žele eliminisati.

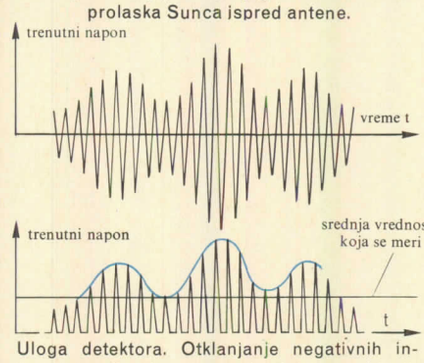
• *Veliki nepokretni radio-teleskopi*. Takav je veliki radio-teleskop u Nanseju, konstruisan 1965. godine u blizini pomenutog interferometarskog radio-teleskopa. Njegova namena je posmatranje linije od 21 cm, ali sa mnogo moćnijim sredstvima no što su ona kojima se do tada raspolagalo. Radi se ne samo o određivanju položaja vodoničnih maglina u našoj Galaksiji, već i o otkrivanju ovakvih maglina u ostalim galaktikama, što bi znatno povećalo naše znanje o ovim svetovima udaljenim više desetina miliona svetlosnih godina. Radio-teleskop se sastoji od jednog elementa koji je nepokretno



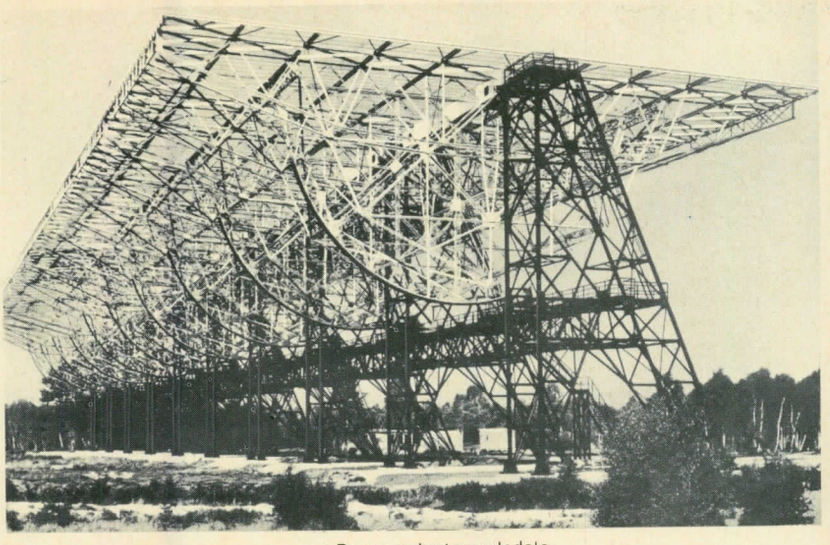
Džinovski radio-teleskop u Džodrel Benku, kod Mančestera; prečnik 76 m. *Fot. X.*



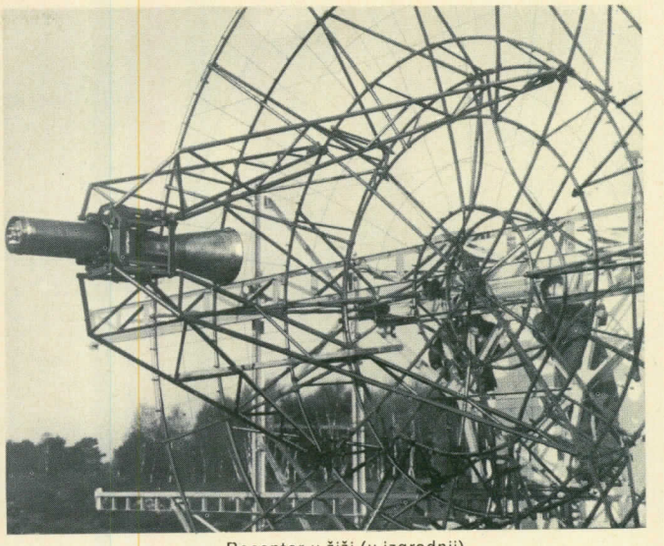
Shema radio-interferometra sa 32 antene iz Kristijansena (Australija). *Dole*, dijagram antene i shema prolaska Sunca ispred antene.



Uloga detektora. Otklanjanje negativnih intenziteta. Ostaje samo obvojnica pozitivnih maksimalnih vrednosti.

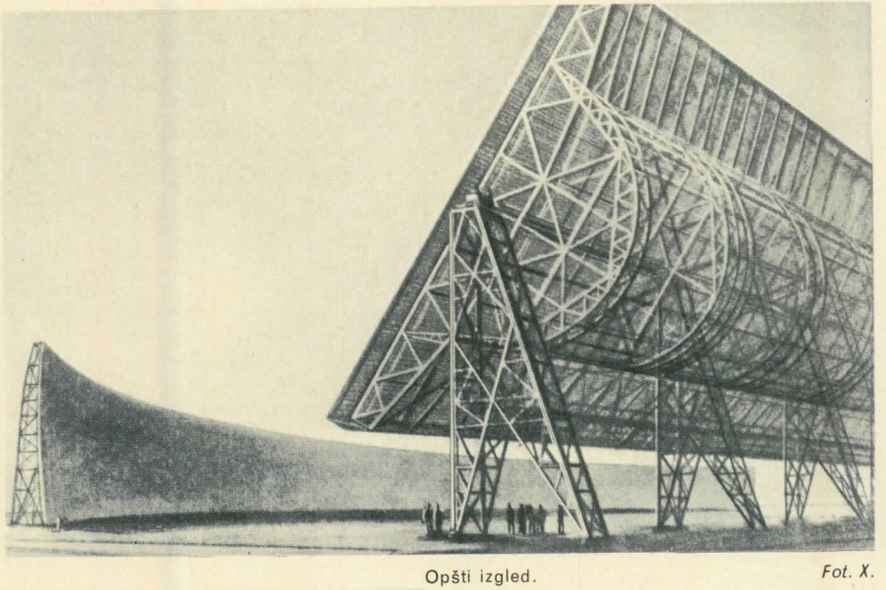


Ravno pokretno ogledalo.



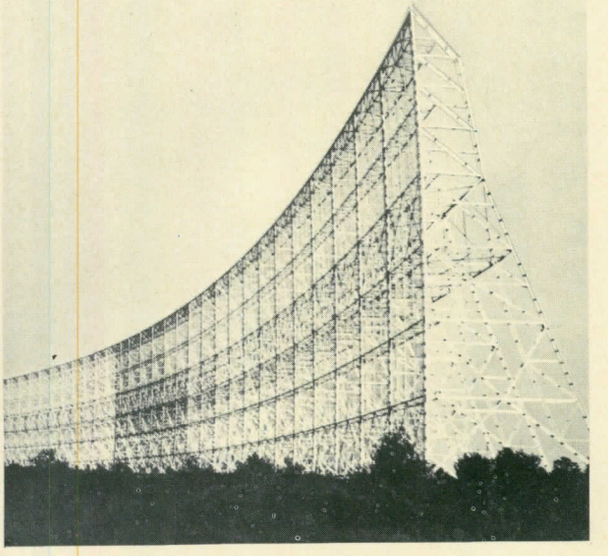
Receptor u žiži (u izgradnji).

Veliki nepokretni radio-teleskop u Nanseju

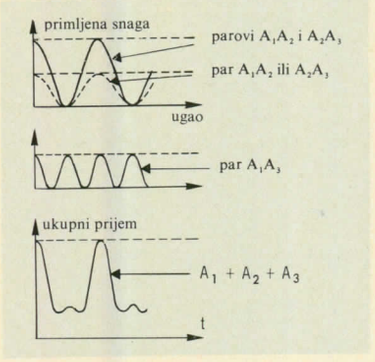


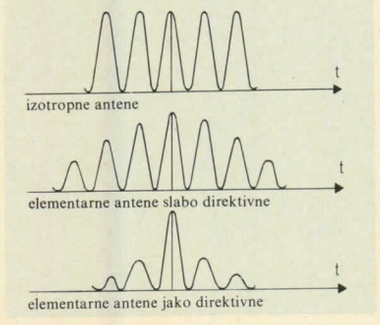
Opšti izgled.

Fot. X.



Sferno nepomično ogledalo.





Gore, dijagram mreže od 3 antene A_1, A_2, A_3 za koje je pretpostavljeno da su izotropne.

Levo, dijagram mreže od dve antene. Interferencione pruge usled direktivnosti antene.

sferno ogledalo, okrenuto severu i znatnih dimenzija: radijus krivine: 580 m
širina: 300 m
visina: 35 m } sastavljeno od panoa širine 10 m
460 m ispred ovoga nalazi se ravno ogledalo (i ono je napravljeno od mreže) nešto manjih dimenzija: 200 m dužine, 40 m visine, 10 panoa dužine 20 m, koji se mogu kretati oko horizontalne ose. Namena ovog ravnog ogledala je da uputi na sferno ogledalo talase iz prostora koji inače ne bi na njega pali. Ako brzina vetra postane suviše velika, ogledalu se automatski dozvoljava sloboda kretanja oko svoje osovine. Slika se obrazuje u žižnoj ravni, na 290 m od sfernog ogledala.

Sferna aberacija ostaje znatna, a vidno polje instrumenta je 15° u horizontalnom smeru. Tako se može posmatrati isti izvor i tokom jednog časa otprilike. Praćenje se ostvaruje pomeranjem antene u žižnoj ravni duž jedne zakrivljene pruge dužine 60 m; pomeranje je sinhrono sa pomeranjem slike izvora u polju. Pošto difrakciona mrlja ima otprilike 4 m, antena sadrži malo dopunsko ogledalo istih dimenzija, koje najzad koncentriše zračenje u neku vrstu levka na dnu kojeg se nalazi dipolna antena.

Amerikanci su konstruisali u Portoriku, tj. vrlo blizu ekvatora, nepokretni instrument sličnih dimenzija, dijametra 300 m, koristeći prilagođeno udubljenje terena. Polje instrumenta je 20°, realizovano pomeranjem antene i žižne ravni ogledala. On je namenjen naročito posmatranju planeta i nebeskih tela male deklinacije (pojas Zodijaka).

RAZLIČITI MEHANIZMI EMISIJE

1. — **OPŠTI POJMOVI**. Izuzev emisije koja odgovara liniji od 21 cm neutralnog atoma vodonika, radio-talasi koji stižu iz prostora ne pripadaju strogo određenim talasnim dužinama, već u tom pogledu postoji velika raznovrsnost. Drugim rečima, spektar radio-izvora je skoro uvek neprekidan. Interpretacija primljenog zračenja ipak daje vrlo važne informacije o fizičkom stanju izvora, njihovoj temperaturi, sastavu, gustini, stepenu jonizacije, magnetnom polju koje u njima vlada itd.

Obično se ove emisije dela na:

— *termičke emisije*, koje dobijaju energiju od toplotnog kretanja čestica razmatranog gasa;

— *netermičke emisije*, koje odgovaraju svim drugim mogućim načinima dobijanja energije, a koje je u opštem slučaju nemoguće reprodukovati u laboratoriji.

2. — **TERMIČKA EMISIJA GASA**. Rejlijeva (Rayleigh) formula, specijalni slučaj Plankove, daje za intenzitet zračenje R_ν, izražen u funkciji frekvencije ν i temperature T, izraz

$$R_\nu = \frac{2\pi K T}{c^2}\nu^2,$$

gde je K Bolcmanova konstanta, a c brzina svetlosti.

Da bi se ova formula mogla primenjivati u radio-astronomiji za određivanje temperature tela koje emituje, njegovo zračenje mora biti dovoljno slično zračenju crnog tela. To delimično zavisi od talasne dužine: na primer, tlo je izvanredno crno telo za $\lambda < 10$ cm, dok ima znatnu moć refleksije za $\lambda > 1$ m.

To, naravno, zavisi i od prirode tela. Napose, ne može se bez detaljnije analize primeniti Rejlijeva formula na gas, naročito ako je jako razređen: tada je veoma providan, a njegovo zračenje je slabo čak i ako mu je temperatura visoka. Usled providnosti gasa, veliku ulogu u ovome igraju debljina i gustina sloja koji emituje. Pošto providnost gasa zavisi od talasne dužine, od ove zavisi i potrebna debljina. To je tzv. *optička debljina* za datu talasnu dužinu.

Astronomi su usvojili konvenciju da primljene intenzitete zračenja ne označavaju u standardnim jedinicama energije, već u temperaturama datim u Kelvinovim (Kelvin) stepenima. Ovakav postupak na prvi pogled zbunjuje: ako se antena zameni otporom čija je impedanca jednaka njenoj, kao *temperatura antene* izazvana nekim nebeskim telom definiše se ona temperatura na koju bi trebalo dovesti otpor da bi se dobilo skretanje instrumenta jednako onom koje se neposredno dobija posmatranjem nebeskog tela.

Ovaj odnos temperature i energije ne bi trebalo da izaziva čuđenje ako se ima u vidu osnovna Maksvelova (Maxwell) formula, koja daje kinetičku energiju čestica u gasu temperature T:

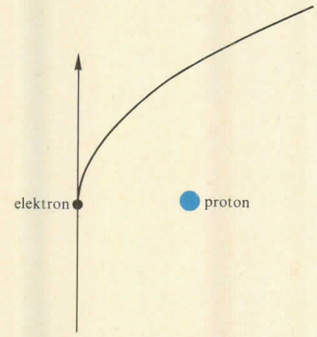
$$W = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}KT,$$

gde je K Bolcmanova konstanta, a v^2 je srednji kvadrat brzine termičkog kretanja čestica.

3. — **TERMIČKA EMISIJA GASA, TAKOZVANIM »FREE-FREE« PRELAZIMA**. Termičko zračenje karakterisano je statističkom ravnotežom koja se u gasu uspostavlja između kretanja elektrona i energija fotona, emitovanih i apsorbovanih pri prelazu elektrona iz jednog stanja u drugo. U praksi, u vasioni se obično susreću mase manje ili više potpuno jonizovanog vodonika, te, u stvari, treba razmatrati zračenje koje emituju elektroni prolazeći kraj protona (čije su mase mnogo veće).

Neka je dat elektron E, koji u početnom stanju ima pravolinijsku trajektoriju. Kada se približi protonu, na njega deluje privlačna elektrostatička sila, koja ga skreće sa trajektorije dajući ovoj hiperboličan oblik, kao što se vidi na slici. Ovom procesu odgovara mali utrošak energije, te, prema tome, kratkotrajna emisija elektromagnetnog talasa. Aparati registruju zbir svih tih emisija; zračenje očevidno ima stohastički karakter, sa konstantnom srednjom vrednošću.

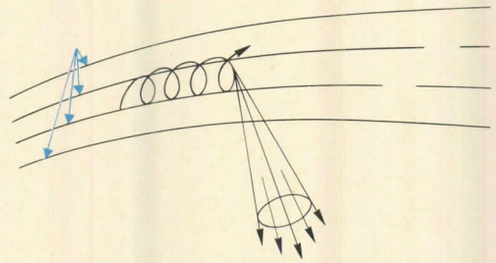
Takvo zračenje se naziva *hiperboličnim* ili, češće i tačnije, zračenje pri prelazima slobodnog elektrona, da bi se razlikovalo od zračenja koje odgovara prelazima elektrona iz jednog vezanog stanja u drugo (engleski: *free-free transition*; nemački: *Bremsstrahlung*). Skoro sve vidljivo zračenje koje dobijamo sa zvezda nastaje ovim mehanizmom.



Skretanje elektrona sa trajektorije pod uticajem protona.



Obično giromagnetno zračenje.



Giromagnetno zračenje sinhrotronskog tipa (elektroni se kreću velikom brzinom).

4. — **GIROMAGNETNO ZRAČENJE**. Ako se posmatrana sredina nalazi u magnetnom polju, trajektorije elektrona se od prvobitno pravolinijskih transformišu u spirale, koje se obavijaju oko magnetnih linija sile. Kao i u prethodnom slučaju, promena trajektorije elektrona zahteva apsorpciju energije, a time i emitovanje elektromagnetnog talasa. Frekvencija rotacionog kretanja, ili *giromagnetna frekvencija*, proporcionalna je jačini magnetnog polja. Bitno je da ta jačina bude dovoljna da njome izazvana frekvencija bude veća od srednje učestanosti sudara elektrona i protona: u protivnom slučaju, nastala bi samo hiperbolička emisija. Ova granična jačina iznosi više desetina gausa; takva polja sreću se samo u blizini Sunčevih pega, a i tu igraju vrlo važnu ulogu.

5. — **»SINHROTRONSKO« ZRAČENJE**. Ako su elektroni bilo kojim procesom ubrzani do brzina mnogo većih od termičkih, brzina koje nisu zanemarljive u odnosu na brzinu svetlosti, onda se deo energije zrači na frekvencijama koje su harmonici (i to vrlo visokog reda) osnovne frekvencije: emisioni spektar tada postaje praktično neprekidan.

Ako se brzina elektrona još više povećava, tako da se približi brzini svetlosti, nastaje nova pojava i zračenje se vrši u uskom konusu, čija se osa poklapa sa pravcem brzine elektrona, a ugao otvora mu je utoliko uži što je brzina veća. Većina netermičkih radio-izvora (galaksije u procesu sudara, halo naše Galaksije, Krab maglina, skokovi u intenzitetu Sunčevog zračenja označenog kao n° IV itd) daje zračenje nastalo ovim procesom, koji se naziva *sinhrotronskim efektom*, jer je prvi put konstantovan 1946. god na velikom akceleratoru-sinhrotronu kompanije Dženeral Elektrik u Sjedinjenim Državama.

Ovo tako znatno ubrzavanje elektrona povezano je i sa problemom porekla kosmičkih zraka. Najverovatniji mehanizam, koji je predložio E. Fermi, (E. Fermi) sastoji se u interakciji čestice sa dva jonizovana oblaka koji se nalaze u magnetnom polju, u trenutku kada se ovi oblaci približavaju jedan drugom: mase oblaka su velike, a brzine male, te čestica male mase može tako dobiti veliku brzinu.

6. — **ZRAČENJE ČERENKOVA**. Ako je indeks prelamanja neke sredine n, brzina svetlosti u njoj postaje $\frac{c}{n}$, gde je c brzina svetlosti u vakuumu.

Ako se brzina čestica nalazi u intervalu između $\frac{c}{n}$ i c, nastaje nova vrsta emisije elektromagnetnih talasa u konusu maloga ugla na trajektoriji čestice. Postojanje takvog zračenja, tzv. *zračenje Čerenkova*, ustanovljeno je i izučavano u nuklearnoj fizici. Sadašnje stanje poznavanja jonizovanih sredina ne dozvoljava da se zaključi o njegovoj važnosti kao izvora radio-talasa u vasioni.

7. — **OSCILACIJE PLAZME**. *Plazmom* se naziva gas u ravnoteži, delimično ili potpuno jonizovan, u kome je ukupno negativno naelektrisanje čestica jednako pozitivnom. Ravnoteža se može pokvariti ako nastane lokalni višak negativnih naboja u odnosu na pozitivne. Uzrok tome može biti pojava električnog polja u posmatranoj sredini, prolaz grupe čestica ili udarnog talasa nastalog na bilo koji način. Tada se javlja tzv. *talas plazme*: usled inercije čestica, ove počinju da osciluju paralelno pravcu prostiranja. Na izvesnoj frekvenciji može nastupiti rezonanca, te amplituda dostiže znatnu vrednost. Tada nastaju *oscilacije plazme*.

Danas se zna da izvesna zračenja Sunca, koja dostižu veliki intenzitet, odgovaraju takvim oscilacijama.

SUNČEV SISTEM

Fizika Sunca

Sunce se može smatrati tipičnom zvezdom naše Galaksije. Njegovo izučavanje je za nas od osobite važnosti, a olakšano je njegovom relativno malom daljinom, što omogućava detaljno posmatranje.

1. — **NUMERIČKI PODACI**. Treba poznavati sledeće osnovne podatke koji se tiču Sunca:

— daljina od Zemlje: 149 600 000 km (23 436 Zemljinih poluprečnika);

— srednji prividni prečnik 32′ (ekstremne vrednosti: 31′31″ i 32′25″);

— razdaljina na Suncu koja odgovara uglu 1″: 720 km;

— masa: 2.10^{33} g = 333 432 puta masa Zemlje;

— poluprečnik: 700 000 km = 109 Zemljinih poluprečnika;

— srednja gustina u odnosu na vodu: 1,41;

— gravitaciono ubrzanje na površini: 274 m/s², odnosno oko 28 *g*, gde je *g* gravitaciono ubrzanje na Zemljinoj površini.

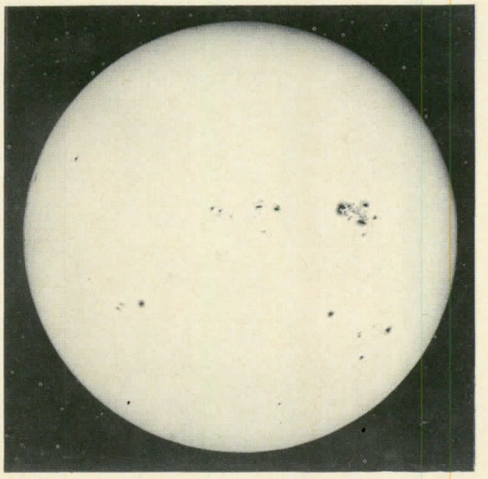
2. — **INSTRUMENTI ZA POSMATRANJE**. Da bi se smanjio intenzitet svetlosti bez promene njenog spektralnog sastava, koriste se okulari sa refleksijom (na primer, na površini koja odvaja blok stakla i posudu ispunjenu vazelinskim uljem). Mogu se dobiti (izvlačenjem cevi u kojoj je smešten okular) fotografske slike koje dostižu prečnik od 70 cm.

Pošto prividno dnevno kretanje Sunca nije isto kao kod zvezda (deklinacija mu se menja od + 23°27′ do — 23°27′), najčešće se durbin učvrsti (horizontalno ili vertikalno), a kretanje nebeskog tela se prati pomoću sistema dva ogledala velikog prečnika, čije se kretanje lako može regulisati. Takav instrument se naziva *celostat*.

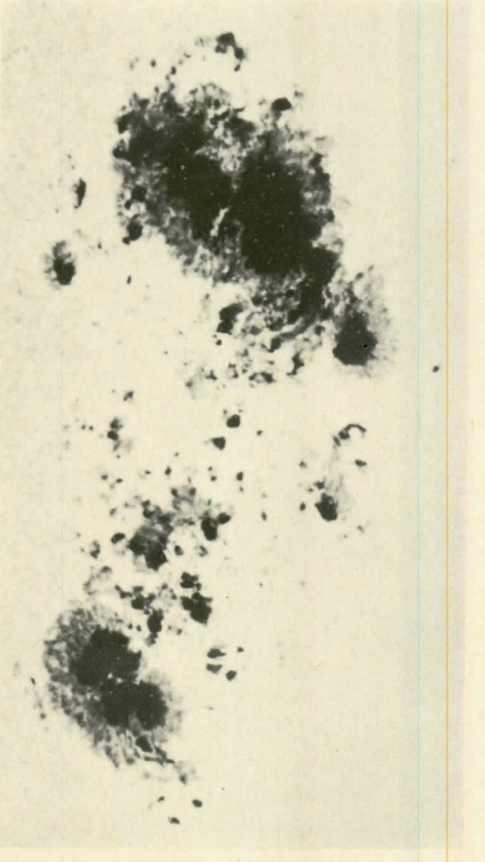
3. — **OPŠTI IZGLED**. Površina Sunca ima zrnast izgled; granulacije, (koje moraju imati bar 700 km u prečniku da bi bile vidljive) stalno nastaju i nestaju. Ova kretanja pokazuju da su konvekcione struje znatne.

Sjaj diska primetno opada od centra ka rubovima: u stvari, duž centralnog pravca, normalnog na površinu, brže se prodire u toplije slojeve, prelaženjem date dužine, nego što je to slučaj sa pravcem usmerenim ka rubu. Kontrast se više opaža pri fotografskom nego pri vizuelnom posmatranju, jer je fotografska ploča obično manje osetljiva na velike talasne dužine (kojima odgovaraju fotoni manje energije). Odnos dva sjaja (u centru i na rubovima) može dostići 6/10.

4. — **PEGE I FAKULE**. Na površini Sunca opažaju se tamne pege, koje se izdvajaju na osnovi sjajnih fakula. Fakule se javljaju prve i vidljivije su u blizini Sunčevog ruba. One tamo ne postaju tamnije, što znači da se nalaze iznad površine Sunca. Neke od pega, vidljive golim okom, mogu dostići 1/10 prečnika Sunca. Njihovo dno (tzv. *senka*) mnogo je tamnije od periferne oblasti (polusenke). Pege se najčešće javljaju u grupama od dve (istočna i zapadna pega). U pogledu njihovog broja i relativne površine, ispoljava se značajna periodičnost. Ta periodičnost, koja odgovara ekvivalentnoj periodičnosti Sunčeve aktivnosti, karakteriše se periodom od 11,2 godina. U stvari, u pitanju je poluperiod, jer na kraju svakog poluperioda pege variraju u relativnom položaju na Sunčevom disku, a naročito u pogledu magnetnog polariteta (severnog i južnog).



Opšti izgled Sunca (treba zapaziti nekoliko pega i zatamnjenje ka rubu diska). *Fot. opservatorija Maunt Vilson.*



Pege i fakule blizu Sunčevog ruba. *Fot. Opservatorija u Medonu.*

U stvari, ove pege su centri magnetnog polja čiji intenzitet može dostići 3 000, pa čak i 4 500 gausa (Zemljino magnetno polje ne prelazi 0,5 gausa). Njihov spektar odgovara sniženju temperature, koje se manifestuje pojavom molekulskih spektara (napose titanovog oksida); osim toga, javlja se udvajanje linija usled Zemanovog efekta (vidi str. 416).

5. — **ROTACIJA**. Ona se proučava bilo na osnovu pomeranja vidljivih objekata (naročito Sunčevih pega), bilo Doplerovim efektom, merenim zasebno za svaki rub. Kako se radi o gasovitoj sferi, trajanje rotacije varira sa Sunčevom heliografskom širinom. Srednja vrednost iznosi 24 dana na ekvatoru, a 30 dana na širini od 80°. Ova diferencijalna rotacija izaziva intenzivno mešanje površinskih delova, a to zapravo odgovara postojanju *konvektivne oblasti*. Ova oblast dostiže dubinu od 1/7 poluprečnika. Prema izvesnim savremenim teorijama, periodičnost i evolucija Sunčevih pega objašnjavaju se ovom diferencijalnom rotacijom: linije sile magnetnog polja sve više bivaju deformisane usled rotacije, dok najzad ne dođe do narušavanja ravnoteže, nakon čega se sistem ponovo vraća u prvobitno stabilno stanje. Prema ovim teorijama, pege bi odgovarale »petljama« ovako deformisanih linija sile. Uostalom, izvesne erupcije, koje nastaju na površini Sunca, javljaju se isključivo u unutrašnjosti velikih pega.

6. — **ZRAČENJE**. Ukupno zračenje Sunca meri se pomoću radiometrijskih instrumenata, osetljivih na sve talasne dužine. Neposredno dobijene rezultate treba svesti na jedinicu površine ekrana-receptora, na nultu zenitnu daljinu, kao i na gornju granicu Zemljine atmosfere.

Današnja vrednost osnovne veličine, tzv. *solarne konstante*, iznosi

$$2\ \text{cal/mn/cm}^2 \pm 0{,}04.$$

Ukupna energija koju Sunce zrači u sekundi je, dakle,

$$U_{\odot} = \frac{2{,}00 \times 4\pi \times (1{,}496 \times 10^{13})^2 \times 4{,}18}{60} = 3{,}91 \times 10^{26}\ \text{džaula.}$$

Po jedinici površine koja zrači dobija se

$$u_{\odot} = \frac{3{,}91 \times 10^{26}}{4\pi \times 49 \times 10^{20}} = 6\,355\ \text{džaula,}$$

a po jedinici ukupne mase,

$$u_{1\odot} = \frac{3{,}91 \times 10^{26}}{2 \times 10^{33}} \simeq 2\ \text{erga po gramu.}$$

Ako se primeni osnovna formula specijalne teorije relativiteta, koja se odnosi na ekvivalentnost mase i energije ($U = mc^2$, gde je c brzina svetlosti), nalazi se da zračenje Sunca odgovara gubitku mase od 4 miliona tona u sekundi.

Ma kako veliki izgledao ovaj broj, on je ipak vrlo mali u odnosu na ukupnu masu Sunca.

7. — **ZVEZDANA VELIČINA SUNCA**. Dobijaju se vrednosti

$$m_v = -26{,}9, \quad m_p = -26{,}1,$$

što daje indeks boje

$$i = 0{,}8.$$

Apsolutna zvezdana veličina Sunca dobija se iz relacije

$$M - m = 5 + 5 \log 206\,264 = 31{,}57,$$

odakle je

$$M_v = +4{,}7, \quad M_p = +5{,}5,$$

odnosno stvarni sjaj 23 000 puta manji od sjaja zvezde *Rigel*.

8. — **TEMPERATURA SUNCA**. Za *efektivnu temperaturu* T_e Štefanov zakon daje

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{6\,355 \times 10^7}{5{,}67 \times 10^{-5}}} = 5\,740°\text{K}.$$

Temperatura sjaja izvodi se iz krive spektralne raspodele energije, koja se na zadovoljavajući način smešta između teorijskih Plankovih krivih za 5 740 i 6 000°K. Danas se uzima vrednost 5 950°K, što zadovoljava u opsegu između 3 000 i 15 000 Å.

Boja Sunca onakvog kakvo se vidi ne odgovara stvarnoj boji određenoj Vinovim zakonom, jer Zemljina atmosfera apsorbuje fotone najveće energije, a zatim ih rasejava u obliku difuzne svetlosti, što stvara »nebesko plavetnilo«.

Na osnovu posmatranja vršenih iz balona, maksimum energije Sunčevog zračenja ocenjuje se na $\lambda = 0{,}478\,\mu$, tj. negde u plavom. Na osnovu Vinovog zakona to odgovara temperaturi od 6 100°K.

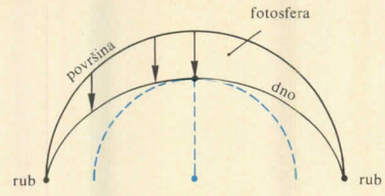
9. — **SUNČEV SPEKTAR**. Sunčev spektar je veoma detaljno proučavan i u njemu je identifikovano 30 000 linija ili traka, od kojih oko 6 000 potiču usled prolaza svetlosti kroz atmosferu Zemlje. Spektar odgovara zvezdi-patuljku spektralnog tipa G 2. U njemu važnu ulogu igraju dve vrlo jake linije, linije H i K jonizovanog kalcijuma (3 968 i 3 934 Å, na granici ultraljubičastog; linija K ima širinu reda 30 Å). Linije Balmerove serije srednjeg su intenziteta. Opažaju se i mnogobrojne molekularne trake biatomskih molekula. Sve u svemu, samo 20% ovih linija odgovara nejonizovanim elementima (varnični spektri).

Sunčev spektar poznat je u detalje, te je moguće naći *relativne obilnosti* različitih elemenata. Tako je dobijeno, po redu veličine:

na 1 000 000	atoma vodonika,
60 000	atoma helijuma,
300 do 500	atoma kiseonika, neona, ugljenika,
100	atoma azota,
30 do 60	atoma kalcijuma, argona, magnezijuma, silicijuma,
10	atoma gvožđa, sumpora, hlora,
3 do 6	atoma bakra, fluora, natrijuma, aluminijuma, nikla.

Ovde se vidi tipični sastav atmosfere zvezda spektralnih tipova F, G, K i M.

Balmerov diskontinuitet je mnogo manje izražen nego kod zvezda spektralnog tipa A. Ustanovljeno je da velika neprozračnost atmosfere Sunca, mada je njena gustina mnogo manja od gustine Zemljine atmosfere (otprilike 1/500), velikim delom ima za uzrok stvaranje i razaranje *negativnog jona* vodonika; ovaj jon, posledica afiniteta neutralnog vodonika prema dodatnom elektronu, vrlo je nestabilan, a njegov jonizacioni potencijal ne premaša 0,75 volta. Tako nastaje neka vrsta opne, relativno neprobojne za zračenje koje dolazi iz unutrašnjosti Sunca, a tanke, tako da se njena temperatura može smatrati



Fotosfera i površina Sunca.

uniformnom. Delom se njoj može zahvaliti što je zračenje Sunca moguće smatrati, barem približno, zračenjem crnog tela.

Kod zvezda koje odgovaraju početku niza spektralnih tipova, uslovi su takvi da ne favorizuju osobito stvaranje negativnog jona vodonika; izgleda da u ovome treba gledati jedan od uzroka razlike u brzini emitovanja energije koja se opaža među zvezdama pomenutih spektralnih tipova.

10. — **DETALJNO PROUČAVANJE FOTOSFERE**. Fotosfera je površinski deo zvezde i od nje potiče zračenje koje primamo. U tom sloju nastaju i *emisije* i *apsorpcije*. Fotosfera ima *optičku*, ali ne i geometrijsku definiciju. Ona je sastavljena od koncentričnih slojeva različite temperature i oni vrše različite selektivne apsorpcije zračenja koje potiče iz slojeva bližih centru.

Karakteristike različitih slojeva koji se nalaze između površine i dubine od 600 km rezimirane su u sledećoj tablici:

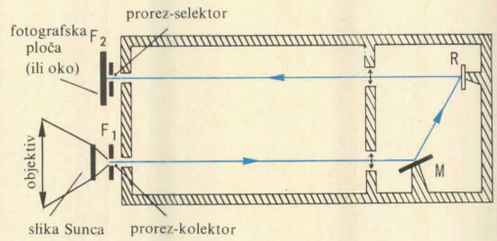
	Površinski sloj	Dubina 500 km	Dno (dubina 600 km)
Prava lokalna temperatura u °K	4800	5600	7200
Pritisak gasa u barima	0,01	0,08	0,15
Gustina u odnosu na vazduh	$2 \cdot 10^{-5}$		$20 \cdot 10^{-5}$
Deo zračenja koji izlazi	99,8%	33%	2%

Duž ovih 600 km, masa gasovitog stuba osnove 1 cm² ne bi bila veća od 2 g.

Iznad površine fotosfere providnost materije tako brzo raste da se ima utisak *oštre granice*. Granica je približno ista za sve talasne dužine vidljive svetlosti. Nasuprot tome, na decimetarskim i metarskim talasima radio-astronomije ekvatorski prečnik Sunca dva puta je veći od onog koji vidimo.

11. — **DETALJNO PROUČAVANJE HROMOSFERE**. Sunčeva hromosfera se direktno može posmatrati za vreme potpunog pomračenja; ona izgleda kao prsten ružičaste boje, debljine 7 000 do 10 000 km (10 do 15″).

Hromosfera je skoro potpuno providna za zračenje koje potiče iz fotosfere. Međutim, za izvesne intenzivne linije spektra (vodonikova H linija i linije H i K jonizovanog kalcijuma Ca^+), neprovidnost gasova na Suncu je tako velika da čak i vrlo retka hromosfera postaje i sama neprovidna. Na osnovu



Shema spektroheliografa.

Kirhofovog (Kirchoff) zakona može se zaključiti da hromosfera može i emitovati zračenje odgovarajućih talasnih dužina.

Ako se tokom nekoliko sekundi, koliko traje totalno pomračenje Sunca, hromosfera posmatra pomoću spektrografa, opaža se čitav niz sjajnih lukova: oni su utoliko veći ukoliko se elementi kojima odgovaraju više uzdižu u hromosferi. Tako se konstatovalo da linijama H i K kalcijumovog jona Ca^+ odgovara prosečno visina od 14 000 km, a linijama H_α i H_β vodonika respektivno visine od 12 000 i 8 000 km. Naravno, ovo »dubinsko sondiranje« od ogromnog je interesa.

Linija K kalcijumovog jona Ca^+ pokriva otprilike 30 Å. Ako se poseduje potpuno monohromatski instrument, njegov prorez može se postaviti na centralni (tzv. K_3), srednji (K_2) ili ivični (K_1) deo ove linije: tako se dobijaju informacije o visokoj, srednjoj ili niskoj hromosferi.

Takav potpuno monohromatski instrument postoji; nezavisno su ga konstruisali američki astronom Hejl (Hale) i francuski astronom Deland (Deslandes) 1891-1893. godine.

Instrument se naziva spektroheliograf: slika Sunca, koja se dobija pomoću durbina, analizira se spektrografom sa prorezom F_1, koji, pomoću mehaničkog uređaja, može prebrisati celu sliku. Svetlosni snop se ogledalom M šalje na disperzivni sistem R i izlazi paralelno svome pravcu pri ulazu u instrument. Slika se formira na fotografskoj ploči, posle prolaza kroz drugi prorez F_2, tzv. *selektivni*, isto tako fini kao i prvi, te tako sposoban da izoluje praktično monohromatsko zračenje. Fotografska ploča se može pomerati u odnosu na F_2 kretanjem egzaktno sinhronizovanim sa kretanjem Sunčeve slike u odnosu na F_1. Na taj način se na ploči dobija monohromatska slika Sunca, koja odgovara talasnoj dužini selekcionisanoj pomoću drugog proreza.

Naročiti uređaj omogućava korišćenje instrumenta za vizuelno posmatranje. Pri tom je moguće uključiti uređaj za fotografisanje kad god nastane neki interesantan fenomen.

Najčešće se posmatraju spektroheliogrami koji odgovaraju linijama K jona kalcijuma Ca^+ (K_1, K_2 ili K_3) i vodonikovoj liniji H_α. Spektroheliogrami K_1 vrlo su pogodni za proučavanje fakula, a spektroheliogrami K_3 za proučavanje fenomena u visokoj hromosferi.

12. — **PROTUBERANCE I HROMOSFERSKE ERUPCIJE**. Hromosferske protuberance, kada nastaju na prividnom rubu Sunca, predstavljaju izvanredno upečatljiv fenomen. Kinematografskom kamerom su snimljeni filmovi (ubrzani) koji omogućavaju da se neprekidno prati ova pojava i tako uoči njen mehanizam. Opaža se pojava mlazeva materije izvanredne jačine, koji se prostiru na ogromnu udaljenost. U izvesnim slučajevima, materija se penje i do 700 000 km, pa zatim pada na nisku hromosferu po trajektorijama koje mnogo liče na magnetne linije sile. Drugom prilikom, ona se direktno javlja u velikim visinama, pa zatim pada a da se nije videlo kako se penje. To se objašnjava time što se u početku sastojala od jonizovanog vodonika, koji ostaje nevidljiv sve dok se dovoljan broj jona ne rekombinuje s elektronima. Spektroheliograf omogućava da se protuberance posmatraju stalno, a ne samo u blizini Sunčevog ruba. Tada se javljaju u obliku vrlo finih vlakana, čija je orijentacija povezana sa ranije pomenutim ciklusom Sunčeve aktivnosti.

Ma kako upečatljive bile protuberance, one nisu najvažniji fenomen aktivnosti Sunca, već su to *hromosferske erupcije*. One se sastoje u nagloj pojavi svetlih masa u fakularnim oblastima, mnogo sjajnijih od neposredne okoline, a čiji se oblik i intenzitet brzo menjaju. Njihovo trajanje prelazi jedan čas, ali je najčešće i kraće. Za nekoliko minuta njihov sjaj može postati deset puta veći od sjaja obližnjih delova. Njima odgovara temperatura od 1 milion stepeni, umesto 6 000°K fotosfere. Njihov porast je obično mnogo brži nego opadanje. Pro-

tuberance i hromosferske erupcije mogu se posmatrati samo u monohromatskoj svetlosti (H_α vodonika ili H i K jonizovanog kalcijuma Ca^+). Ovi fenomeni tiču se samo gornjih slojeva hromosfere, počev od 10 000 km.

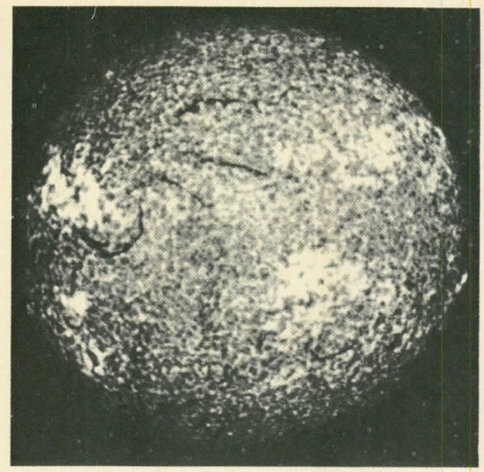
13. — **VEZE IZMEĐU HROMOSFERSKIH POJAVA I NEKIH ZEMALJSKIH FENOMENA.** Postoji vrlo jasna korelacija između burnih pojava u hromosferi i nekih poremećaja Zemljinog magnetnog polja. *Dnevna varijacija* magnetne deklinacije u odnosu na njenu srednju vrednost nastaje nesumnjivo zbog Sunca: srednje odstupanje varira od 7′ do 12′ tokom Sunčevog ciklusa. Da bi se na takvoj daljini manifestovalo dejstvo Sunca, mora očevidno postojati neki *prenosnik*. U visokim slojevima Zemljine atmosfere postoje slojevi atoma jonizovanih Sunčevim ultraljubičastim zračenjem. Ovi slojevi sačinjavaju *jonosferu*. Njihova visina varira tokom ciklusa Sunčeve aktivnosti. Jonosfera se, uostalom, sastoji od više slojeva, tzv. D, E i F, koji su raspoređeni između 50 i 200 do 300 km. Elektronske gustine variraju od 200 000 elektrona po kubnom centimetru za sloj E do 350 000 za najudaljeniji od slojeva višestrukog sloja F. Jonosferski slojevi igraju veliku ulogu u prodiranju radio-talasa, bilo da se radi o radio-vezi, radaru ili radio-astronomiji.

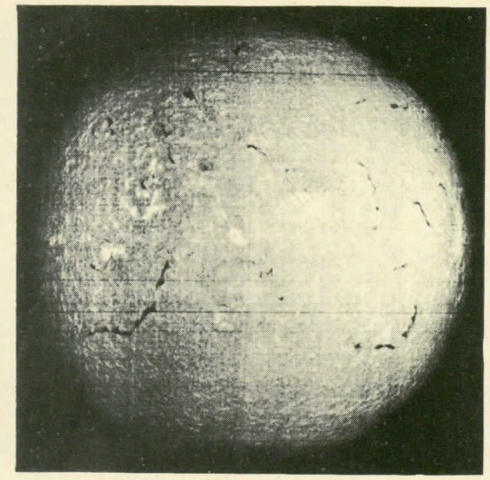
Intenzivni fenomeni na Suncu, a naročito hromosferske erupcije, obično su skoro trenutno praćeni poremećajima radio-veza, kao i skokom zabeleženim na krivama koje daju registrujući magnetni instrumenti.

Sa zakašnjenjem od 26 sati, često se opažaju prave magnetne bure; one počinju naglo, a tokom njih deklinacija može varirati više od 1° i intenzitet polja za 10% njegove vrednosti. Za vreme noćnih magnetnih bura opaža se, naročito u krajevima visokih geografskih širina, *polarna svetlost*, veličanstveni zastori i mlazevi svetlosti nepravilnog oblika koji se brzo menjaju.

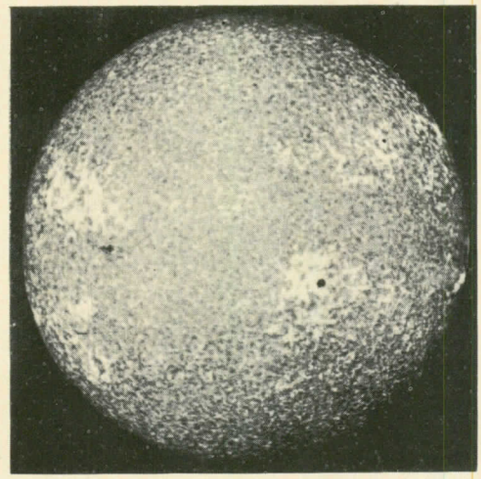
Neke magnetne bure ne nastaju tako naglo, ne odgovaraju nikakvoj karakterističnoj erupciji i pojavljuju se posle jedne Sunčeve rotacije. Nasuprot tome, neke vrlo vidljive erupcije ostaju neaktivne ako emitovani zraci ne dostignu Zemlju (otvor emisionog konusa: oko 40°).

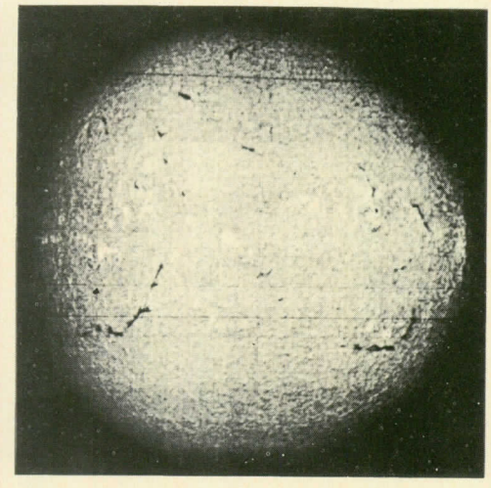
U trenutku erupcije, istovremeno se javlja povećanje intenziteta ultraljubičastog zračenja Sunca (ono putuje do Zemlje oko 8 mn) i korpuskularno zračenje u radijalnom pravcu, koje sačinjavaju atomi vodonika, helijuma i kalcijuma, izbačeni u prostor usled naglog povećanja pritiska zračenja brzinom

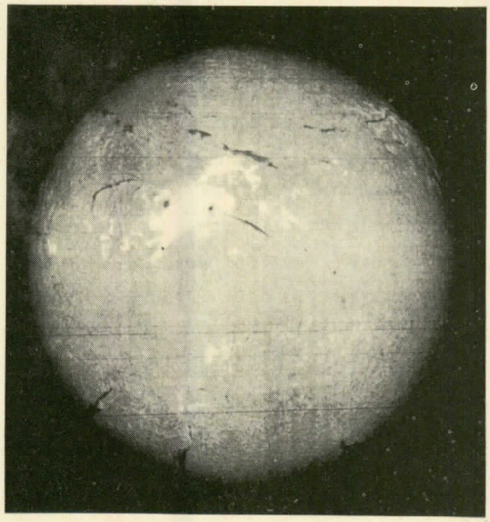




Spektroheliogrami dobijeni sa linijom K jonizovanog kalcijuma *(levo)* i linijom H vodonika *(desno)*; oni pokazuju respektivno: gornji sloj *(gore)* i srednji sloj *(dole)* Sunčeve hromosfere. *Fot. opservatorija u Medonu.*







Velika hromosferska erupcija registrovana spektroheliografom sa linijom H_α, 25. jula 1946. u 17 h 32 min na opservatoriji u Medonu.



Sunčeve protuberance.

od oko 1 500 km/sek. Ovo korpuskularno zračenje i prouzrokuje magnetne bure i polarnu svetlost koja ih prati.

14. — **OSNOVNE KARAKTERISTIKE SUNČEVE KORONE**. Sunčeva korona ima izgled »oreola« beličaste ili svetlosive boje, koji se može posmatrati ponekad i do 10° od Sunca. Dalje od toga gustina postaje suviše mala da bi se korona mogla ustanoviti, ali postoje jaki razlozi za mišljenje da je i sama Zemlja obuhvaćena dalekim delovima korone. Veličina korone je funkcija Sunčeve aktivnosti u trenutku posmatranja. Njen sjaj nikada ne nadmaša sjaj punog Meseca. Razlikuju se dva glavna dela korone:

— unutrašnja korona, tzv. *korona* K;

— spoljna korona, tzv. *korona* F.

Unutrašnja korona ima neprekidan spektar, analogan Sunčevom, ali bez apsorpcionih linija, a osim toga ima još 23 sjajne linije, od kojih su dve naročito izražene: zelena linija ($\lambda = 5303$ Å) i crvena linija ($\lambda = 6374$ Å). Ove linije je 1941. god. otkrio B. Edlen (B. Edlen) kao zabranjene linije višestruko jonizovanih atoma metala (Fe XIV, Fe XV, Ni XVI itd.) Pojava ovih linija odgovara temperaturi ne manjoj od milion stepeni. Neprekidni spektar nastaje difuzijom svetlosti na gasu slobodnih elektrona, koji se stohastički kreću ogromnim brzinama: na taj način, Doplerov efekat »premazuje« apsorpcione linije koje postoje u upadnoj svetlosti. Za nastajanje ovog efekta ponovo je potrebna temperatura od milion stepeni.

U spoljašnjoj koroni iščezava spektar sjajnih linija, a neprekidni spektar nastaje difuzijom Sunčeve svetlosti na agregatima atoma, dimenzija većih od 1 μ, koji sačinjavaju *kosmičku prašinu*. Ova je jako koncentrisana u ravni ekliptike, što dovodi do tzv. *zodijačke svetlosti*.

Korona se do 30-tih godina mogla posmatrati samo prilikom potpunih pomračenja Sunca. Francuski astronom Bernar Lio (Bernard Lyot) konstruisao je 1931. god. vrlo interesantan instrument, *koronograf*, koji pod izvesnim uslovima omogućava skoro permanentno posmatranje korone, pa čak i hromosfere. Treba izbeći sledeće efekte, koji sprečavaju posmatranje korone:

— pre svega, atmosfersku difuziju, koja se može smanjiti posmatranjem sa visokih planina (Pik-di-Midi, 2877 m; Jungfraujoh, 3600 m) i samo u povoljnim danima;

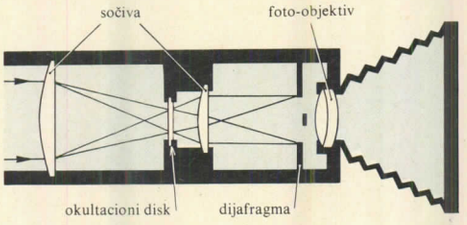
— zatim, mnogobrojne difuzije u instrumentu, koje se koriguju primenom dijafragme, objektiva sa jednim jedinim sočivom, praktično savršenih prizmi itd. Žižna daljina tada se menja sa izabranom talasnom dužinom (f varira od 3,80 m do 4,08 m u originalnom Lioovom aparatu).

Slika Sunca pada na neprovidan disk prečnika nešto većeg no što je prečnik slike, koji zaustavlja skoro svu primljenu svetlost. Dopunski uređaji, predstavljeni na gornjoj slici, imaju za cilj da u najvećoj mogućoj meri umanje difuziju u instrumentu. Konačna slika se može posmatrati neposredno ili se šalje u spektrograf ili spektroheliograf.

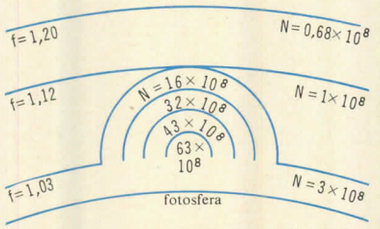
U istom periodu (1930) Bernar Lio je konstruisao i monohromatski filter sa propusnom trakom užom od 1 Å i poljem dovoljnim da se može fotografisati Sunčev disk. Ovi filtri dozvoljavaju da se po želji izoluje 5 ili 6 vrsta zračenja najinteresantnijih za fiziku Sunca. Njihova velika stabilnost i velika količina svetlosti čine da se koriste za kinematografsko snimanje pojava na Suncu, koje brzo evoluiraju.

15. — **RADIO-ASTRONOMSKA POSMATRANJA SUNCA**. Radio-astronomska posmatranja omogućavaju sondiranje različitih slojeva Sunčeve atmosfere, u zavisnosti od korišćene talasne dužine (talasi od 1 cm do 10 m). Tako su se mogle ustanoviti, na osnovu Rejlijeve formule, temperature raznih dostignutih slojeva, i to:

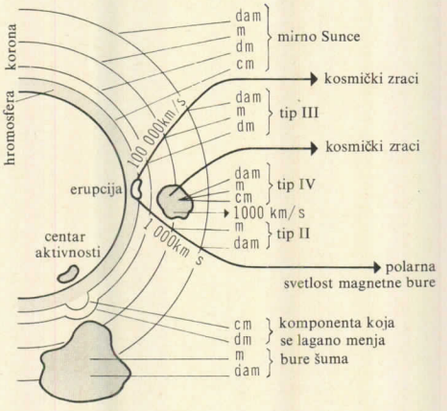
6×10^3 K za $\lambda = 0{,}7$ cm;
10^4 K za $\lambda = 1{,}2$ cm;



Princip koronografa.



Model koronarne kondenzacije (prečnik 125000 km; N, gustina elektrona u kubnom centimetru; f, odnos prema poluprečniku fotosfere.



Razna radio-zračenja Sunca.

10^5 K za $\lambda = 60$ cm;
10^6 K za $\lambda = 1$ m i više.

Ako se ne uzmu u obzir razni centri aktivnosti, posmatra se tzv. zračenje *mirnog Sunca*. No na talasnim dužinama između 3 i 50 cm opaža se lagano promenljiva komponenta čije ponašanje nesumnjivo zavisi od ukupne površine vidljivih pega. *Oblik* Sunca ostaje sferan za najmanje talasne dužine. Kada one rastu, dobija se sve spljošteniji oblik.

16. — **POSMATRANJA VAŽNIH CENTARA SUNČEVE AKTIVNOSTI**. U tu svrhu koriste se instrumenti nazvani *radio-spektrografi*, koji imaju antenu sa vrlo širokom propusnom trakom i receptor sa vrlo uskom propusnom trakom; frekvencija na koju je receptor podešen pomera se unutar propusne trake antene, tako da je prebriše više puta u sekundi.

Uz pomoć takvog instrumenta može se pratiti prostiranje poremećaja kroz sukcesivne slojeve, a takođe i meriti brzina ovog prostiranja. Najvažniji burni fenomeni nazivaju se skokovima (engleski: *burst*). Zračenje slabog intenziteta potiče od kondenzacije u koroni, koja se obrazuje iznad centra aktivnosti, a slabi počev od izvesne visine. Priložena slika daje shematsku predstavu takve kondenzacije.

Skokovi u užem smislu reči vrlo kratko traju (delić sekunde do nekoliko časova). Najčešće, ali ne uvek, nastaju usled hromosferske erupcije ili protuberance. Australijski astronom Uajld (Wild) rasporedio ih je u klase I, II, III, IV i V.

Kod skokova tipa II poremećaj se kreće brzinom koja ne prelazi 1 000 km/s. Usled njih nastaje emisija čestica koje stižu do Zemlje i tu izazivaju magnetne bure i polarnu svetlost.

Skokovi tipa III odgovaraju širenju poremećaja kroz koronu brzinom većom od 100 000 km/s, praćenom mlazevima čestica koje se sreću relativističkim brzinama. Emisioni proces je, verovatno, onaj koji je ranije opisan kao *oscilacije plazme*.

Skokovi IV su najvažniji. Oni mogu trajati više časova. Njihov izvor se nalazi na 10^6 km od Sunčeve površine i ima dimenzije 3×10^5 km. Zračenje je tipa *sinhrotronskog*. Pri tom takođe nastaje deo kosmičkih zraka, tj. onih koji nastaju na Suncu. Ovi zraci ponekad stižu do Zemlje.

Postoje i drugi tipovi poremećaja, naročito oni koje nazivaju *burama šuma*.

Fizika planeta

1. — **NEKOLIKO REČI O PLANETAMA**. Od najstarijih vremena znalo se da među nebeskim telima postoje takva čije dnevno kretanje nije isto kao kod ostalih zvezda, pa su ta tela stoga nazvana *planete* (od grčke reči koja znači »lutalica«). U antičko doba znalo se samo za pet planeta: *Merkur*, *Venera*, *Mars*, *Jupiter* i *Saturn*; mnogo kasnije otkriveni su *Uran* (Heršel (Herschel), 1781), *Neptun* (Leverije (Le Verrier), 1846) i *Pluton* (Lauel (Lowell), 1915. i Tombo (Tombaugh), 1930).

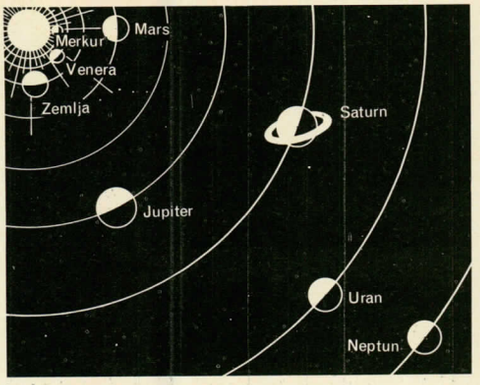
Prividno kretanje planeta na nebu predstavljalo je dugo zagonetku, a objašnjenje je pružio tek Kopernik (1473-1543). Pre njega su predlagana složena (i netačna) objašnjenja ovih na izgled vrlo nepravilnih kretanja, čas direktnih, čas retrogradnih, a ponekad i stacionarnih. Tačnu interpretaciju, koju je dao Kopernik 1543. god., na kraju svog života, proverio je *empirički* Kepler oko 1616. god., a *teorijski* Njutn oko 1683. god. Precizno izučavanje ovih kretanja je izvanredno komplikovano usled interakcije planeta; njime se bavi nebeska mehanika.

2. — **KOPERNIKOV SISTEM I NJEGOVE POSLEDICE**. Kopernik je prvi shvatio da su planete (a među njima i Zemlja) nebeska tela koja se kreću oko Sunca kružnim i uniformnim kretanjem (u prvoj aproksimaciji). Srednje linearne brzine su obrnuto proporcionalne kvadratnom korenu daljina planeta od Sunca, tj. linearne brzine su veće kod planeta bližih Suncu nego kod daljih.

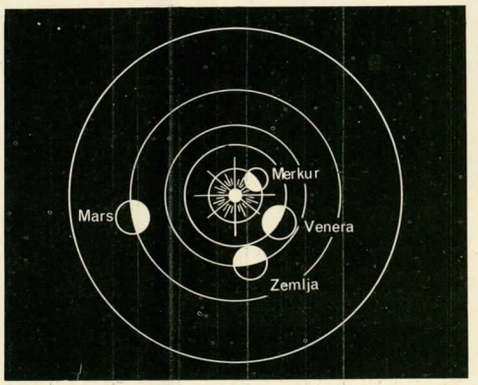
Prividno nepravilno kretanje planeta je, dakle, samo pojavni oblik relativnog kretanja u odnosu na posmatrača koji se nalazi na jednoj od planeta (Zemlji): prema tome da li je brzina V_t posmatrača sa Zemlje usmerena u istom ili suprotnom pravcu od brzine V_j Jupitera ili V_m Merkura ($V_j < V_t < V_m$), na primer, prividno kretanje posmatrane planete vršiće se u direktnom ili retrogradnom smeru. Prividno kretanje koje je, u celini uzev, direktno, povremeno će biti *retrogradno* ili će imati momente *stacionarnosti*.

Planete koje su bliže Suncu nego Zemlja, tzv. *donje planete*, na izgled osciluju s jedne strane Sunca na drugu, i obratno (Merkur za $+25°$, Venera $+47°$, ako se zanemari ekscentricitet orbita). Trajektorije svih planeta leže u bliskim ravnima. One odstupaju najviše 8° od ravni Zemljine orbite, odnosno *ekliptike*. Donje planete pokazuju *mene* sasvim analogne Mesečevim menama. Kod gornjih planeta taj efekat se opaža samo u slučaju Marsa.

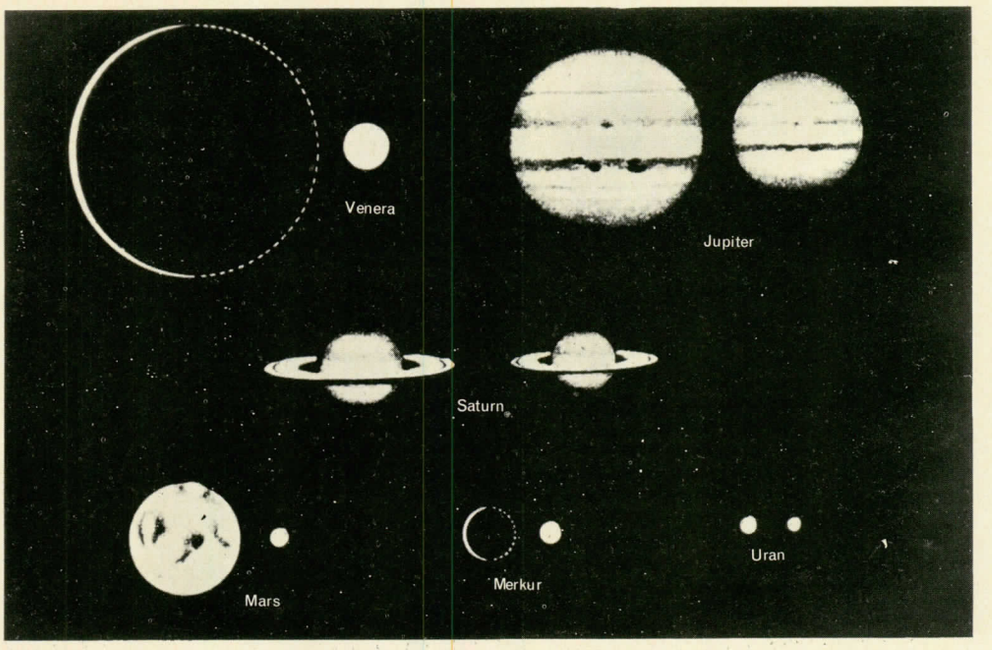
Kad se uzmu pravci u srednjoj ravni ekliptike i posmatraju projekcije u odnosu na tu ravan, kaže se da su Sunce i neka planeta, *u odnosu na Zemlju* T:



Opšti izgled Sunčevog sistema.



Tzv. planete Zemljine grupe.



Ekstremni izgled planeta, prema tome da li su u konjunkciji ili opoziciji (gornje planete), u gornjoj ili donjoj konjunkciji (planete Zemljine grupe).

— u *konjunkciji*, ako su dva nebeska tela u istom pravcima, recimo J'_1;

— u *opoziciji*, ako su dva nebeska tela u suprotnim pravcima, recimo J'_1;

— u *kvadraturi*, ako pravci ka ovim nebeskim telima zaklapaju prav ugao.

Donja planeta može imati donju konjunkciju M_1 i gornju konjunkciju M_1'.

3. — **EMPIRIČKI KEPLEROVI ZAKONI**. Na osnovu brojnih i preciznih posmatranja Tiho Brahea (Tycho-Brahé), Kepler (1571-1630) je konstruisao orbitu Marsa tačku po tačku i tako *empirički* otkrio sledeća tri zakona:

1. ZAKON — Orbita leži u ravni i ima oblik elipse. Sunce se nalazi u jednoj od žiža.

2. ZAKON — Radijus-vektor planete u jednakim razmacima vremena prebriše jednake površine.

3. ZAKON — Odnos $\frac{a^3}{T^2}$ isti je za sve planete (a, srednja daljina planete od Sunca; T, vreme njenog obrtanja).

Iz 3. Keplerovog zakona izvodi se:

$$\frac{V'}{V}=\frac{2\pi\frac{a'}{T'}}{2\pi\frac{a}{T}}=\frac{\sqrt{\frac{a'^2}{T'^2}}}{\sqrt{\frac{a^2}{T^2}}}=\frac{\sqrt{\frac{a'^3}{T'^2}}}{\sqrt{\frac{a^3}{T^2}}}\times\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a'}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a'}}.$$

rezultat koji je već naznačen u paragrafu 2.

4. — **SIDERIČKI I SINODIČKI PERIOD**. *Siderički* period T obrtanja neke planete je vreme potrebno da planeta izvrši potpun obilazak oko Sunca.

Sinodički period Σ je interval vremena koji razdvaja dve sukcesivne opozicije ili konjunkcije (konjunkcije iste prirode, ako je u pitanju donja planeta).

Znajući siderički period (A) Zemlje (siderička godina), može se za neku planetu naći veza između T i Σ. Relacija je različita za donju planetu (brzina veća od brzine Zemlje) i gornju planetu (brzina manja od brzine Zemlje). Računajući sa srednjim kretanjima, bez muke se uspostavlja relacija

$$\frac{1}{T}=\frac{1}{A}\pm\frac{1}{\Sigma}\quad\begin{matrix}\text{(donja planeta }+\text{)}\\ \text{(gornja planeta }-\text{)}\end{matrix}$$

Planete	Trajanje revolucije		Srednja brzina u km/s
	sinodička Σ (u srednjim danima)	siderička T (u godinama i danima)	
Merkur	116	88 d.	48
Venera	584	225 d.	35
Zemlja		366 d. 25	30
Mars	780	1 g. 322 d.	24
Jupiter	399	11 g. 315 d.	13
Saturn	378	29 g. 167 d.	9,5
Uran	370	84 g. 7 d.	6,6
Neptun	367	164 g. 280 d.	5,3
Pluton	366,5	249 g. 77 d.	4,7

5. — **OPŠTE KARAKTERISTIKE PROUČAVANJA FIZIKE PLANETA**. Izučavanje fizike planeta zadaje ozbiljne teškoće:

— zbog toga što su savremeni veliki astronomski instrumenti konstruisani za proučavanje tačkastih svetlosnih izvora kao što su zvezde;

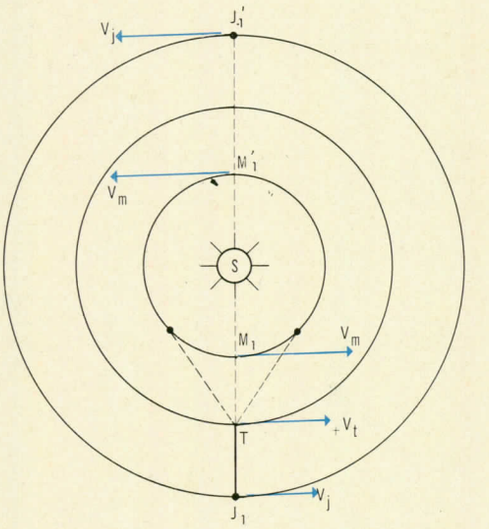
— zbog znatnog vrtložnog kretanja i rasejanja svetlosti u atmosferi;

— zbog toga što se radi o hladnoj materiji, koja ne emituje skoro nikakvo sopstveno zračenje; to znatno otežava fotometrijska i spektroskopska istraživanja.

6. — **TABLICA PODATAKA O SUNČEVOM SISTEMU**. Priložena tablica daje daljine, poluprečnike, mase i gustine planeta.

Ako se srednja daljina Zemlja-Sunce uzme za jedinicu, može *se konstatovati* da daljine D planeta od Sunca, uz izvesne rezerve, čine jedan niz, tzv. *Ticius-Bodov niz* (Titius-Bode), koji odgovara relaciji

$$D=0{,}4+0{,}3\times 2^{n-1}.$$



Relativno kretanje planeta u odnosu na posmatrača koji se nalazi u T i ima brzinu V_t.

Planete	Daljina (u astronomskim jedinicama)		Poluprečnik (Zemlja : 1)	Masa (Zemlja : 1)	Srednja gustina
	stvarna	Bodov zakon			
Merkur	0,39	0,40	0,37	0,056	5,6
(1) Venera	0,72	0,7	0,97	0,817	5,0
(2) Zemlja	1,00	1,00	1,00	1,00	5,52
(3) Mars	1,57	1,6	0,54	0,108	3,8
(4) ?	*2,8*	*2,8*			
(5) Jupiter	5,20	5,20	11,14	318,86	1,31
(6) Saturn	9,56	10,0	9,4	95,22	0,7
(7) Uran	19,22	19,6	4,0	14,58	1,6
Neptun	30,11	?	3,5	17,26	2,3
(8) Pluton	39,6	38,8	0,46	0,1	?
Sunce	—	—	109	333 432	1,41

U ovoj relaciji treba staviti $n = 1$ za Veneru, a preskočiti planete Merkur i Neptun: izvesne osobine Neptuna daju osnov za mišljenje da se radi o planeti koja je kasnije zahvaćena između Urana i Plutona, a da nije od početka pripadala sistemu. Osim toga, broj 4 treba pripisati skupu malih planeta koje se kreću između Marsa i Jupitera na srednjoj daljini 2,8; one su, verovatno, odlomci tzv. *Olbersove planete*, koja se, po svoj prilici, rasprsla pošto se već ohladila i očvrsla. Broj ovih malih planeta ceni se danas na 1 640.

Iz ove tablice mogu se izvući sledeći zaključci:

— samo Sunce sadrži 99,85% ukupne mase Sunčevog sistema;

— nasuprot tome, na njega dolazi samo 2% ukupnog uglovnog momenta, što čini malo verovatnim zajedničko poreklo Sunca i planeta iz iste magline.

Kvalitativno, planete se dele u dve grupe:

— četiri male planete bliske Suncu, tzv. *planete Zemljinog tipa*, čija srednja gustina znatno premaša gustinu stena (2,7); njihove gustine rastu zajedno s masama;

— planete daleko od Sunca, tzv. *džinovske planete*, ogromne mase, a čija je srednja gustina 2 do 4 puta manja od gustine stena i bliska srednjoj gustini Sunca, sa abnormalno niskom vrednošću za Saturn. Unutrašnja struktura ovih dveju grupa bitno je različita.

7. — **TEMPERATURE PLANETA**. Ovde se radi samo o toploti koja potiče od Sunca, jer su planete hladna nebeska tela. Od pre izvesnog vremena taj iskaz je doveden u sumnju za planetu Jupiter, jer su vrlo precizna merenja ustanovila da ova planeta emituje toplotu veću od one koju dobija od Sunca. Iz toga se ne može zaključiti da postoje termonuklearne reakcije u unutrašnjosti planete. Međutim, mada je samo mala količina Sunčevog termičkog zračenja reflektovana, tako da ne može imati posebnog značaja, planeta apsorbuje izvestan deo zračenja i ponovo ga emituje kao infracrveno zračenje, pošto odgovarajuća temperatura ostaje niska.

a) Na osnovu poznate vrednosti Sunčevog zračenja i daljine d planete, može se izvršiti sledeći teorijski račun. Ako upotrebimo ranije korišćene notacije, možemo pisati da svaki kvadratni centimetar površine planete dobija deo $\frac{1}{4\pi d^2}$ ukupnog zračenja $U_\odot$ koje emituje Sunce, odnosno prema Štefanovom zakonu

$$U_\odot = 4\pi (R_\odot)^2 \sigma (T_\odot)^4$$

i

$$\frac{U_\odot}{4\pi d^2} = \left(\frac{R_\odot}{d}\right)^2 \sigma (T_\odot)^4.$$

Ovo zračenje se ponovo emituje na temperaturi T_{pl} odakle je

$$\left(\frac{R_\odot}{d}\right)^2 \sigma (T_\odot)^4 = \sigma (T_{pl})^4,$$

ili

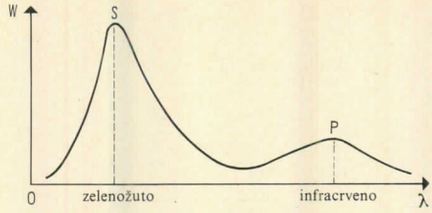
$$T_{pl} = \sqrt{\frac{R_\odot}{d}} \times T_\odot.$$

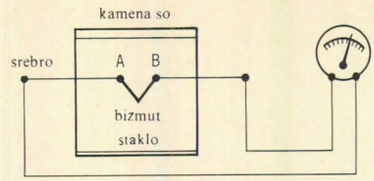
U stvari, taj rezultat treba pomnožiti korekcionim faktorom $\frac{\sqrt{2}}{2}$, da bi se u obzir uzela činjenica da planeta prima zračenje na površini $2\pi\rho^2$ (ρ, poluprečnik planete), a reemituje ga sa površine $4\pi\rho^2$. Može se, dakle, pisati

$$T_{pl} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{R_\odot}{a}} \times T_\odot.$$

Kada se $T_\odot$ i $R_\odot$ zamene njihovim poznatim vrednostima, dobija se temperatura u Kelvinovim stepenima

$$T_{pl} = \frac{277^\circ K}{\sqrt{d}}.$$





Dve vrste zračenja koje emituje planeta (zračenje S u zelenožutom, direktno reflektovano sa površine, i zračenje P, koje planeta najpre apsorbuje, a zatim emituje). *Desno*, termoelement A—B (srebro-bizmut) u ampuli u koju svetlost planete može ući bilo kroz prozor od kamene soli (prozračan za infracrveno), bilo kroz prozor od stakla (neprozračan za infracrveno).

Za Zemlju ($d = 1$) dobija se tako $T_\delta = +4^\circ C$. Obično se uzima 15°C, a malo odstupanje od 11°C potpuno se opravdava prisustvom Zemljine atmosfere, za koju se zna da naročito apsorbuje infracrveno zračenje koje Zemlja reemituje (efekat staklene bašte). Atmosfera takođe prouzrokuje izjednačenje temperature dveju hemisfera (osvetljene i mračne). Temperatura od + 4°C takođe odgovara i osvetljenoj strani Meseca.

b) Mogu se takođe vršiti i eksperimentalna merenja, ako je moguće razdvojiti zelenožuto zračenje S, koje potiče od reflektovane Sunčeve svetlosti, od zračenja P, koje predstavlja infracrveno zračenje koje reemituje planeta. Da bi se ovo merenje izvršilo, koristi se termoelement (na primer srebro-bizmut) zatvoren u cilindričnu ampulu, koja je sa jedne strane zatvorena staklenim zidom (neprovidan za infracrveno) a sa druge strane zidom od kamene soli (providan za infracrveno). Prema tome da li zračenje ulazi s jedne ili sa druge strane, galvanometar G registruje bilo zbir (S + P) dvaju zračenja, bilo samo zračenje S. Iz razlike ovih očitavanja izvodi se P, a iz njega T pomoću Štefanovog zakona.

Sledeća tablica daje rezultate dobijene jednom ili drugom metodom; temperature su date u Celzijusovim stepenima.

	Merkur (osvetljena strana)	Venera (osvetljena strana)	Mars	Jupiter	Saturn	Uran	Neptun	Mesec
Rezultati posmatranja	+ 417° C	+ 57° C	+ 12° C	— 138° C	— 153° C	— 180° C	?	+ 127° C
Teorijski rezultat (Zemlja na − 4° C)	+ 172° C	+ 54° C	— 51° C	— 151° C	— 183° C	— 210° C	— 222° C	+ 4° C

Nebesko telo	Merkur	Venera	Zemlja	Mars	Jupiter	Saturn	Uran	Neptun	Mesec
V_p u m/sek	3250	11000	11200	5000	59600	35500	21100	23750	2375

Parabolična brzina bežanja V_p za razna tela Sunčevog sistema.

Gas	H_2	He_2	H_2O	N_2	CO	O_2	CO_2
C u m/sek za 0° C	1838	1307	615	493	493	461	393
C u m/sek za 6400° C	147040	104560	49200	39440	39440	36880	31440

Srednja kvadratna brzina C u m/sek za razne gasove na 0° C i na 6400° C.

Neslaganje ovih dveju metoda u slučaju Meseca i Merkura, nebeskih tela potpuno lišenih atmosfere, objašnjava se time što je njihova moć reflektovanja (albedo) vrlo velika za infracrveno: primljena količina zračenja znatno je veća od one koja odgovara sopstvenom zračenju planete i sadrži jedan deo reflektovane Sunčeve svetlosti. Metode se mnogo bolje slažu kod većih planeta, koje imaju atmosferu i malo reflektuju infracrvene Sunčeve zrake.

8. — **ATMOSFERA PLANETA**. Postojanje (ili nepostojanje) atmosfere planete zavisi od više parametara, a naročito:

a) Od njene mase M i poluprečnika R, koji određuju vrednost gravitacionog potencijala, od koga zavisi parabolična brzina bežanja V_p data izrazom

$$V_p^2 = 2G\frac{M}{R}$$

gde je G gravitaciona konstanta.

b) Od njene temperature T koja određuje srednju kvadratnu brzinu C molekula te atmosfere na osnovu Maksvelovog zakona:

$$C = 157{,}90\sqrt{\frac{T}{\mu}}\ \text{m/s},$$

gde je μ gram-mol dotičnog gasa. C je 1,2 puta veća od najverovatnije brzine, a 4% molekula imaju brzinu 2C.

Očevidno je da će se dotični gas rasejati iz atmosfere planete vrlo brzo ako je brzina molekularnog kretanja, koja zavisi od temperature, veća od brzine bežanja V_p. Ako je brzina molekularnog kretanja manja od V_p, ali ipak relativno velika, dotični gas se delimično rasejava u prostoru; on će se potpuno rasejati kada protekne dovoljno vremena. Džins (Jeans) je otkrio sledeći zakon: ako je $C = \frac{V_p}{3}$, polovina gasa »pobegne« za nekoliko nedelja; ako je $C = \frac{V_p}{5}$, taj proces traje oko milijardu godina.

Poređenje brzine bežanja kod različitih planeta i brzine molekularnog kretanja izvesnog broja gasova dovelo je do sledećih zaključaka:

a) Čak i pri sadašnjoj temperaturi, Zemlja bi za milijardu godina izgubila praktično sav molekularni vodonik koji bi postojao u njenoj atmosferi.

b) Ako se pretpostavi početna temperatura od 6 000°C, velika većina kiseonikovih molekula napustila bi atmosferu Zemlje; ostali bi samo oni koji učestvuju u oksidaciji površinskih stena.

c) Čim se ohladila, Zemlja je mogla sačuvati sve elemente, počevši od vode.

d) Sadašnja Zemljina atmosfera nije »prvobitna«. Ona se naknadno stvorila tokom hlađenja. Sadašnji kiseonik je stvoren dejstvom hlorofila (usled fotosinteze izazvane ultraljubičastim zračenjem Sunca) na ugljen-dioksid, koji potiče od organskih materija stvorenih istom tom fotosintezom.

e) Kod Merkura i Meseca došlo je do brzog gubljenja atmosfere, koja se nije mogla nanovo obrazovati.

f) Očevidno je da su džinovske planeta sačuvale sve gasove koje su imale u trenutku postanka. Normalno je, dakle, da su gustine ovih planeta bliske gustini Sunca, kao što je ranije rečeno.

9. — **UNUTRAŠNJA STRUKTURA PLANETA.**

• **Zemlja**. Struktura Zemlje je danas dosta dobro poznata, iako se o tome još mnogo raspravlja. Najmoćnije sredstvo istraživanja predstavlja merenje uslova širenja seizmičkih talasa koji potiču od dubokih trusova. Ovi uslovi zavise od fizičkog stanja sredine kroz koju se talas prostire (čvrsto ili tečno) i pritisaka sa kojima se sreću. Grubo uzev, otkriveni su vrlo jasni i nagli diskontinuiteti na dubinama:

50 do 100 km, 880 km, 2 900 km i 5 000 km.

Ovi razni diskontinuiteti omogućuju razmatranje više koncentričnih slojeva:

— *Zemljina kora*, gustine blizu 2,67 (gustina stena), koja ide do 50 ili 100 km, a često se naziva *sial*;

— *gornji omotač*, koji dopire do 880 km;

— *omotač u užem smislu*, koji dopire do 2 900 km; ova dva sloja nazivaju se *sima*, a gustina im se kreće od 3,27 do oko 5,00;

— *jezgro*, koje ide do 5 000 km i često se naziva *nife*; ove dve separacione površine su vrlo oštre i jasne, te izgleda da odgovaraju promeni stanja (kao površina koja razdvaja led i vodu); gustine u unutrašnjosti jezgra brzo prelaze 9,3 i zatim se povećavaju do 11,5;

— *subjezgro*, od 5 000 do 6 400 km, gde gustine dostižu 15, pa čak i 17, a koje se ponaša kao čvrsto telo, dok se jezgro ponaša kao tečnost, bar što se tiče uzajamnog odnosa atoma.

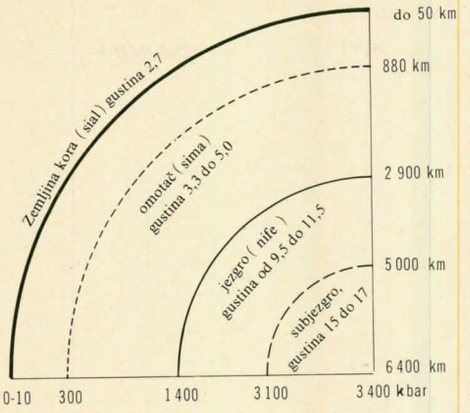
Postoje dve teorije o sastavu Zemljinog jezgra:

a) Pretpostavka da se ono sastoji od legure gvožđa sa 10% nikla potvrđena je činjenicom da mnogobrojni meteoriti imaju takav sastav. Osim toga, sasvim nedavna istraživanja pokazala su da ova legura pod ogromnim pritiscima (pritisak u centru Zemlje procenjuje se na 3×10^6 bara) pokazuje interesantnu anomaliju u načinu kako gustine rastu sa pritiskom, te daje prihvatljiv rezultat po redu veličine. Zna se inače da legura gvožđa i nikla od 33% nikla pokazuje vrlo interesantnu anomaliju pri dilataciji; to je tzv. metal *Invar*, koji se mnogo koristi u metrologiji.

b) Prema Remzijevoj (Ramsey) teoriji to je sam vodonik, koji se pod tako ogromnim pritiscima počinje ponašati kao metal i, najzad, dostiže gustinu neophodnu za objašnjenje srednje gustine Zemlje (5,52). Interesantnu crtu ove teorije predstavlja to što se koristi najrasprostranjeniji elemenat u vasioni.

• **Mesec**. Srednja gustina Meseca iznosi samo 3,33. Centralni pritisak je kod njega mnogo manji nego u centru Zemlje. Osim toga, moguće je precizno određivanje njegovog momenta inercije; dobijena vrednost, 0,397, vrlo je bliska vrednosti 2/5, koja teorijski odgovara homogenoj sferi.

• **Mars i Venera**. Model Venere je analogan modelu Zemlje. Pošto joj je masa nešto malo manja od Zemljine (0,817), manja joj je i srednja gustina (5,0). Slično je, samo još izraženije kod planete Mars (M = 0,18). Centralni pritisak je znatno manji, te



Osnovne zone u unutrašnjosti Zemlje. (Pritisci su izraženi u kilogramima.)

postoje šanse da su jezgro i subjezgro sliveni bez oštre granice. Moment inercije (0,359) bliži je teorijskoj vrednosti 0,400, koja odgovara homogenoj masi, nego što je to slučaj kod Zemlje gde je on jednak 0,3345.

• **Džinovske planete**. Materija od koje su sastavljene slična je po sastavu prosečnoj materiji Sunca, no, naravno, sa mnogo manjim centralnim pritiskom i gustinom. Srednje gustine su slične gustini Sunca, izuzev kod Saturna, gde je gustina mnogo manja. Vrednost momenta inercije (0,24) pokazuje postojanje izvesne heterogenosti, ali to ne povlači za sobom vrlo veliku gustinu u centru. Modele od 80% helijuma i 5% teških elemenata izračunao je Remzi (Ramsey) 1950. god. i našao da postoji zadovoljavajuće slaganje sa posmatranim činjenicama.

U svakom slučaju, površinske temperature su vrlo niske (—138°C na Jupiteru; —180°C na Uranu). Jupiter i njegova slavna »crvena mrlja« su dobili sledeći opis, prilično obeshrabrujući za astronaute: »oblaci amonijaka koji plivaju u atmosferi metana«. Reč je o gasovima čije su temperature sublimacije izvanredno niske.

10. — **RADIO-ASTRONOMSKA POSMATRANJA**. Temperature planeta, određene radio-astronomskim posmatranjem i primenom Rejlijeve (Rayleigh) formule daju vrednosti bliske onima koje se dobijaju za infracrveno zračenje ranije opisanim metodama. Kod Jupitera je to istina samo za santimetarske talase. Ako se posmatra na većoj talasnoj dužini, konstatuje se postojanje specijalnog radio-izvora koji nema termičko poreklo; ovim je dokazano postojanje pojasa visokoenergetskih čestica, analognih Van Alenovim (Van Allen) pojasevima, otkrivenim u Sunčevom polju pomoću veštačkih satelita. Postojanje magnetnog polja od više gausa, konstatovano, uostalom i na drugi način, izaziva *sinhrotronsko zračenje* elektrona velike brzine (vidi str. 432, § 5). Na talasnim dužinama bliskim 15 m opažaju se vrlo nepravilna i intenzivna emitovanja, koja predstavljaju izvanredno silovite skokove. Verovatno su u pitanju statička pražnjenja, slična *munjama* koje vidimo na Zemlji, ako to nisu izbacivanja velikih masa gasa visoke temperature na nekim tačkama planete.

Jupiter svakako ima, kao i Zemlja, *jonosferu*, koja može modifikovati osobine propuštenog zračenja.

Što se tiče Venere, iako su temperature otkrivene pomoću talasa dužine 1 cm analogne onima koji se dobijaju direktno iz infracrvenog zračenja, već kod 10 cm se dobija dvostruka vrednost te temperature. Odatle se može zaključiti da planeta ima višu temperaturu od oblaka koji je okružuju. Ovaj fenomen se objašnjava »efektom staklene bašte« koji izaziva atmosfera velike debljine. Nedavna radio-astronomska merenja, zajedno sa radarskim odjecima, pokazala su da Venera iza svoga zastora od oblaka krije vrlo izražen reljef, sa planinskim vencima dugim 3 500 km, a čija visina može dostići 4 000 m.

Interplanetarna sredina

SATELITI VELIKIH PLANETA (OSIM MESECA)

1. — **UVOD**. Velike planete, počev od Zemlje, imaju satelite, čiji broj i karakteristike variraju od planete do planete. Predloženo je više teorija o nastanku ovih satelita, ali to pitanje i dalje ostaje onoliko kontraverzno koliko i kosmogonija Sunčevog sistema uopšte.

2. — **MARSOVI SATELITI**. Planeta Mars ima dva satelita koje je otkrio Hol (Hall) 1877. god.: *Fobos* i *Dejmos* (Strah i Užas, dostojni pratioci Marsa, boga rata). Sateliti se kreću u skoro kružnim orbitama koje leže u istoj ravni; ove ravni su blizu ekvatorijalne ravni planete.

• *Fobos* je samo 9 500 km udaljen od centra planete (čiji je poluprečnik 3 443 km); njegov period kretanja iznosi 7 h 39 mn. Kako period rotacije planete iznosi 24 h 27 mn, posmatrač na Marsu video bi Fobos kako izlazi na zapadu a zalazi na istoku, sa prividnim trajanjem obrtanja od oko 11 h.

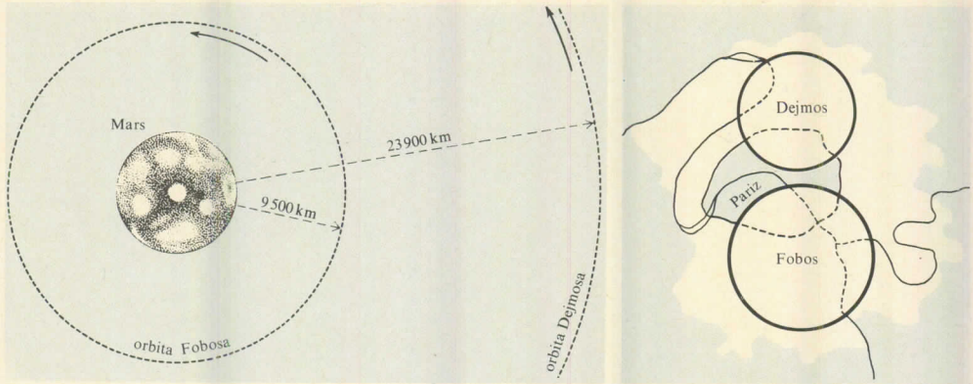
• *Dejmos* je udaljen oko 23 900 km od centra planete. Stvarni period obrtanja mu je 30 h 18 mn. Prividni period obrtanja je oko 132 h. Prečnik Fobosa je oko 15 km, a Dejmosa 8 km. Oba satelita mogu se videti samo pomoću velikih instrumenata.

3. — **JUPITEROVI SATELITI**. Poznato je dvanaest Jupiterovih satelita. Četiri se mogu lako videti običnim dvogledom, a otkrio ih je Galilej 1610. god. Jedino su njihove dimenzije, mase i gustine dobro poznate. Dimenzije su im slične Mesečevim; takođe i gustine za J. I i J. II, ali znatno manje za J. III i J. IV. Imena su im *Io*, *Evropa*, *Ganimed* i *Kalisto*.

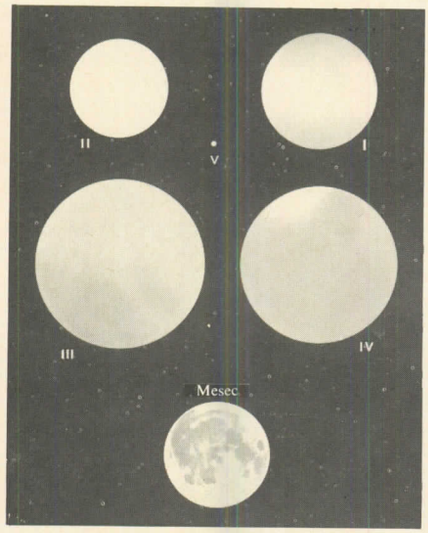
Orbite su im vrlo blizu ravni orbite planete. Sem nekoliko izuzetaka, svi oni prolaze kroz senku planete pri svakom obrtu (njihovo nestajanje nije trenutno zbog refrakcije i apsorpcije njihove svetlosti u atmosferi Jupitera); kada su u konjunkciji s planetom, projektuju se na njen disk (pomračenja). Periodi ovih pojava poznati su odavno. Zapazivši 1676. god. znatnu oscilaciju ovih perioda, u zavisnosti od toga da li je Jupiter bio u konjunkciji ili opoziciji, Remer (Römer) je prvi odredio brzinu svetlosti znajući daljinu Sunce-Zemlja: među posmatranjima vršenim u trenucima konjunkcije i opozicije nastaje zakašnjenje jednako vremenu koje je potrebno svetlosti da pređe prečnik Zemljine orbite, naime oko 16 mn.

Prečnici četiri prva satelita leže u intervalu od 3 100 do 5 200 km, a nagibi njihovih orbita (u odnosu na Jupiterovu) u intervalu od 2°43′ do 3°7′. Kod sedam drugih satelita, prečnici su mnogo manji (50 do 100 km), daljine do planete mnogo veće (sve do daljine 332 puta veće od prečnika planete), a nagibi orbita vrlo veliki, veći od 90° kod tri poslednja satelita, čije je prividno kretanje stoga retrogradno. Ekscentriciteti ovih orbita takođe su vrlo veliki.

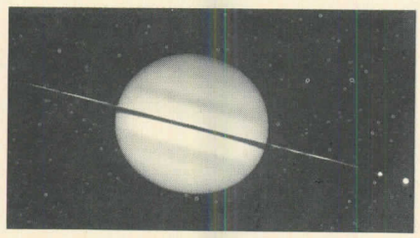
4. — **SATURNOV PRSTEN I SATELITI**. Najuočljivija karakteristika ove planete je njen sistem *prstenova*, tankih, ravnih i koncentričnih. Ima ih tri, i obično se označavaju slovima A, B i C, od



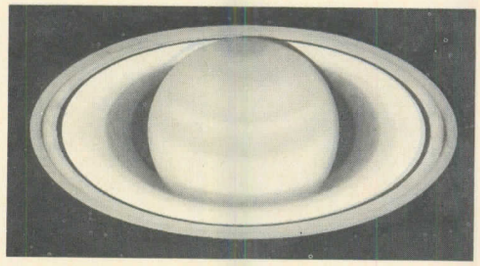
Orbite Marsovih satelita. *Desno*, dimenzije Marsovih satelita poređene sa Parizom i ranijim departmanom Sene.



Poređenje dimenzija Meseca i glavnih Jupiterovih satelita.



Saturnovi prstenovi viđeni iz profila; u njihovom produžetku dva satelita ove planete.



Detalji tri Saturnova prstena u njihovom maksimumu vidljivosti 1973. godine.

spoljnih prstenova ka unutrašnjim. Otkrio ih je Hajgens (Huygens) 1655. godine. Unutrašnji prsten C otkriven je tek 1850. godine. On je slabog sjaja i poluprovidan. Daljine prstenova od planete idu od 11 000 do 136 000 km. Debljina im ne prelazi 15 do 20 km. Ravan im se podudara sa ekvatorom planete, čiji nagib u odnosu na ravan ekliptike iznosi 28°. Usled toga se njihov izgled menja za posmatrača sa Zemlje sa periodom od oko 30 godina: kada se posmatrač sa Zemlje nađe u ravni prstenova, ovi mu izgledaju kao mrka linija koja se projektuje na površinu planete i ima vrlo malu prividnu debljinu.

Mnogi važni radovi posvećeni su sastavu i uslovima stabilnosti prstenova, zakonima njihove rotacije, razlogu njihove odeljenosti, pa i samoj njihovoj prirodi; izvesna pitanja i danas su sporna. Ipak, izgleda, definitivno je utvrđeno da se prstenovi sastoje od odlomaka raznih veličina, pretežno od leda, a koji se obrću oko planete ne kao čvrst prsten, nego u skladu sa Keplerovim zakonima. Podela prstena u više koncentričnih prstenova verovatno je posledica delovanja Saturnovih satelita, jer su neki periodi obrtanja ovih samerljivi sa periodima raznih prstenova (efekat rezonancije). Njihova ukupna masa izgleda da je manja od 1/400 000 mase planete, što je, po svoj prilici, formalni uslov stabilnosti.

Saturn ima deset satelita. Najveći od njih, *Titan*, otkrio je Hajgens 1665. god. (masa 1,92 puta veća od mase Meseca; gustina 3,7; samo on ima prometan prividni poluprečnik). Najudaljeniji satelit, *Feba*, ima retrogradno kretanje, što je od važnosti za kosmogoniju.

5. — **URANOVI I NEPTUNOVI SATELITI.** Uran ima pet satelita, vrlo slabog sjaja i dostupnih samo velikim instrumentima. Pošto nagib ose rotacije planete u odnosu na ekliptiku iznosi 98°, njeno prividno rotaciono kretanje je *retrogradno*, što predstavlja jedinstven primer u Sunčevom sistemu. To je slučaj i sa pet satelita, *Miranda*, *Arijel*, *Umbrijel*, *Titanija* i *Oberon*, koji su otkriveni između 1787. god. (Oberon) i 1948. god. (Miranda).

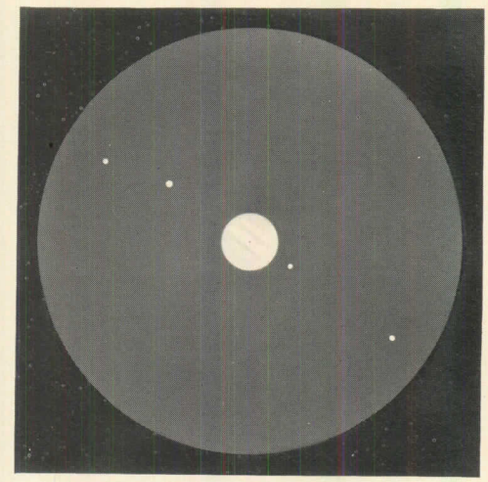
Neptun ima dva satelita, od kojih je prvi, *Triton*, otkriven samo nekoliko nedelja posle same planete, a drugi, *Nereida*, otkriven je tek 1949. godine. Treba istaći da se Triton kreće na svojoj orbiti (poluprečnika 354.000 km) u retrogradnom smeru.

PLANETOIDI

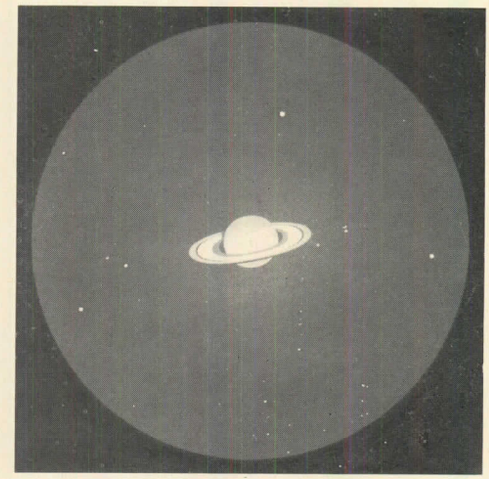
Postoje mnogobrojne male planete (planetoidi, odn. asteroidi) čija srednja orbita odgovara daljini od Sunca od 2,8 astronomskih jedinica, što odgovara vrednosti koja se javlja u Ticijus-Bodeovom (Titius-Bode) zakonu.

Prvi među njima, *Ceres*, otkrio je Pjaci (Piazzi) 1801. god., a drugi, *Palas*, Olbers (Olbers) godinu dana kasnije; tada je predložio svoju slavnu hipotezu o nekadašnjem postojanju planete, koja se kasnije rasprsla u komade, a čija je orbita odgovarala daljini od 2,8 astronomskih jedinica.

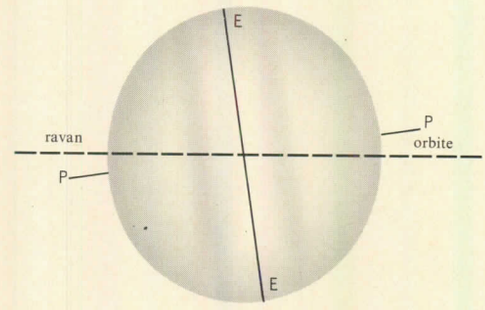
Otkrića su sledila ubrzanim tempom počev od 1847. god., a olakšana su u velikoj meri primenom fotografije. Broj katalogiziranih asteroida iznosi danas 1640. Samo njih trinaest imaju prečnik veći od 250 km: najveći, *Ceres*, ima prečnik od 560 km; kod najmanjih prečnik dostiže jedva nekoliko kilometara. Neki od njih, vrlo slabog sjaja, mogli su posle pojavljivanja da budu praćeni samo kratko vreme, što čini vrlo nesigurnima izračunate vrednosti elemenata njihovih orbita.



Jupiter i njegova četiri glavna satelita.



Saturn i njegovi sateliti viđeni durbinom.



Nagib Uranove rotacione ose.

Naročitu pažnju privlači planetoid *Eros*, čija je srednja daljina od Sunca 1,46. Pri najpovoljnijim opozicijama, koje se ponavljaju svakih 30 godina (1931, 1961 itd.), planeta se zbog velikog ekscentriciteta (1,22) svoje orbite približava Zemlji sve do 1/8 daljine Zemlja-Sunce. Sve dok nisu usavršene radarske metode, ova osobenost je korišćena da bi se sa dovoljnom preciznošću merila »paralaksa« Sunca, odnosno, u stvari, dimenzije planetnog sistema.

Naravno, ostaju još mnogobrojni mali planetoidi koje treba otkriti, a neki astronomi misle da njihov broj mora da iznosi 30 000. Pošto im je masa vrlo mala (za Ceres 1/8 000 Zemljine mase), ne mogu zadržati ni najslabiju atmosferu. Ukupna masa planetoida ocenjena je na 1/3 000 Zemljine mase. Orbite su, naravno, podvrgnute vrlo jakim perturbacijama, koje naročito izaziva Jupiter. Detaljno izučavanje ovih orbita (i njihovih perturbacija), navelo je više astronoma da pretpostave postojanje više porodica planetoida i da odbace Olbersovu hipotezu o jedinstvenoj prvobitnoj planeti. Prema njihovom mišljenju, bilo je više odvojenih razaranja različitih objekata u raznim epohama. Razaranja su, verovatno, nastala usled sudara, a zatim su se odlomci nastali u prvobitnim sudarima i sami ponovo sudarali. Veliki broj meteorita kristalne strukture moraju se smatrati odlomcima planete.

KOMETE

1. — **OPŠTI IZGLED I PRIRODA KOMETA.** Izgled kometa se veoma menja: one obično imaju glavu koja sadrži *jezgro*, uvek vrlo malo, a koje se ponekad čak i ne ističe. Celinu komete sačinjava *rep*, koji se često proteže na veliku daljinu. Rep je uvek usmeren na suprotnu stranu od Sunca. Njegov oblik, obično zakrivljen, osim, prividno, ako Zemlja leži u ravni orbite planete, rezultat je dveju elemenata: brzine komete na njenoj orbiti i brzine čestica koje iz komete izbacuje delovanje Sunca (pritisak zračenja i izbacivanje raznih vrsta čestica sa Sunca sačinjava ono što se često naziva *Sunčevim vetrom*). O važnosti ovog izbacivanja materije već je diskutovano u vezi sa Sunčevim hromosferskim erupcijama. Materijal iz repa ima hiperboličke brzine i kometa ga definitivno gubi. Ma kako da je ovaj materijal razređen, kometa ne može neograničeno dugo da trpi takve gubitke. Zbog toga komete sa kratkim periodom nemaju više repa.

Gustine su izvanredno male: »vreća puna ničega«, govorio je Lauel. Zaista, kometni repovi su tako retki da se u 1 000 km³ nalazi manje supstancije no u jednom naprstku vazduha. Prolaz Zemlje kroz kometu manifestovao bi se, verovatno, obilnim padom meteorita, naročito ako bismo se sudarili sa glavom komete. Uticaj na Zemlju bio bi neznatan; nasuprot tome, avantura bi bila kobna po kometu.

Nije se mogao posmatrati nikakav čvrsti objekat značajnijih dimenzija čak ni u jezgrima kometa koja su prolazila vrlo blizu Zemlje, niti je opažena i najmanja senka na Sunčevom disku pri prolasku komete između Zemlje i Sunca (slučaj Halejeve komete 1910. god.).

Glava komete mora, dakle, biti roj čvrstih čestica sličnih meteoritima, gust u centru, gde obrazuje jezgro, a razređeniji u omotaču. Različiti gasovi, neki nevidljivi, a drugi dostupni našem posmatranju zahvaljujući spektralnim posmatranjima, obuhvataju i prožimaju ovaj roj. Pod dejstvom Sunčevog zračenja ovi gasovi se gube tokom vremena, a i sam roj čestica lagano osiromašuje i rastura se duž trajektorije.

Nedavno predložena Uiplova (Whipple) teorija (1949) izgleda vrlo primamljivo: jezgro je sastavljeno od smrznutog gasa obloženog meteoritnim šljunkom. Kad se kometa približava Suncu, smrznuti gas se topi, isparava ili sublimiše, te tako topi jezgro: rotacija jezgra razbacuje odlomke nesimetrično oko sebe. »Rupe« koje u unutrašnjosti ostavlja njihov odlazak objašnjavaju rušenje, komadanje, a ponekad i potpuno iščezavanje nebeskog tela.

2. — **NASTANAK KOMETA.** Predložen je izvestan broj hipoteza koje u celini dobro objašnjavaju posmatrane fenomene.

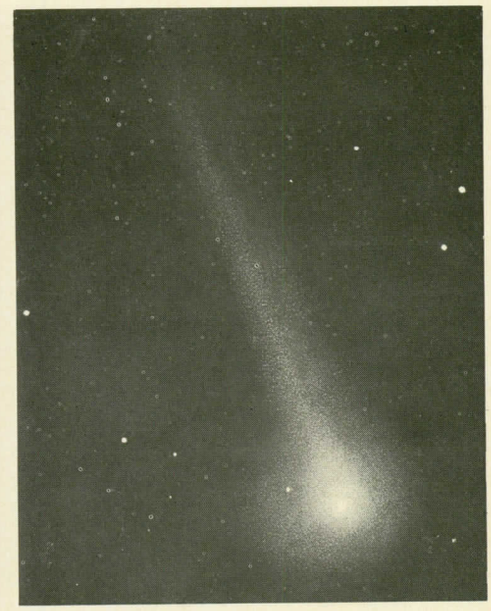
Kao i sve zvezde u Galaksiji, Sunce se kreće kroz sredinu koju sačinjava kosmička materija izvanredno male gustine; u toj sredini javljaju se lokalne kondenzacije koje pod dejstvom gravitacije mogu stupiti u orbitalno kretanje. Laplas je izračunao da sfera dejstva Sunca iznosi 100 000 Zemljinih poluprečnika, dok sfera vidljivosti takvih kondenzacija sa Zemlje ne premaša dvostruku vrednost Zemljine daljine od Sunca, jer ove kondenzacije ne svetle sopstvenom svetlošću.

Pod dejstvom još nedovoljno poznatih uticaja (među kojima bi, po Ortu, važnu ulogu mogle igrati najbliže zvezde), perihelne daljine nekih kometa postaju manje, što ih dovodi u zonu velikih planeta, gde neke od njih postaju vidljive za zemaljskog pošmatrača. No tada na komete deluju perturbacije ovih planeta, a naročito najmasivnije — Jupitera. Može doći do »zahvata« koji transformiše kvaziparaboličku kometu u eliptičku kometu mnogo kraćih perioda. Nasuprot tome, isti fenomen može pretvoriti orbitu komete kratkog perioda u hiperboličnu, te tako odvesti kometu u opšti oblak kometa koji okružuje Sunčev sistem. Komete kratkog perioda, prolazeći svaki put vrlo blizu Sunca, podvrgnute su (kao što je ranije rečeno) vrlo jakim repulzivnim silama, koje ih postepeno prazne izbacujući njihove najisparljivije materije, a mogu ih i razoriti, kao što je to bio slučaj sa Bjelinom kometom.

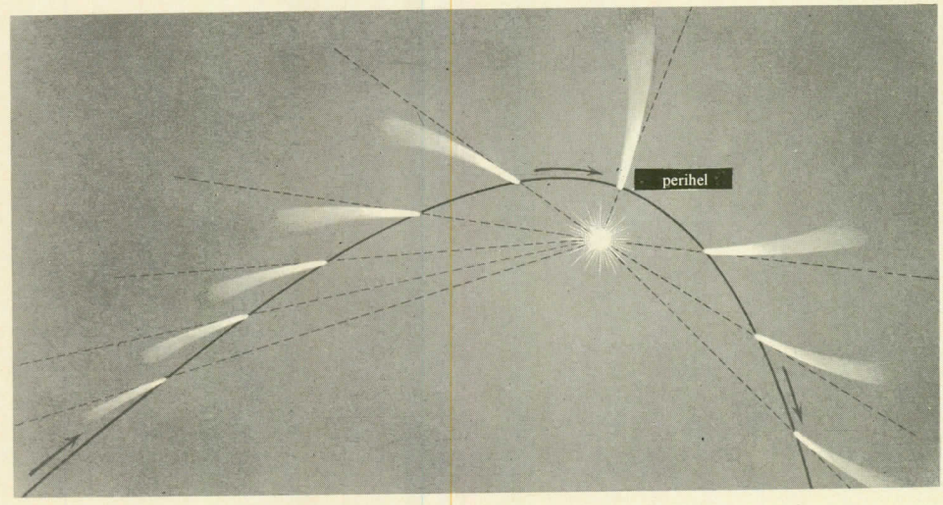
3. — **ORBITE I PERIODI KOMETA.** Do danas je poznato oko 1 500 kometa, uključujući i povratak periodičnih kometa. Otkako su usavršena optička sredstva, broj im raste za prosečno 6 godišnje: dve trećine su »nove« komete, a trećinu predstavljaju već poznate periodične komete.

Izračunate su relativno precizno orbite oko 500 kometa: polovina njih su parabolične, 180 su eliptične (od kojih 80 kvaziparaboličnih), a 50 su slabo hiperbolične. Treba, uostalom, podvući da





Gore, običan izgled komete: jezgro, kosa i rep. *Levo*, Bruksova kometa 1911. god. pokazivala je zaokrugljenu glavu i dug, prav i vrlo pravilan rep.



Rep komete je uvek okrenut na suprotnu stranu od Sunca.

su orbite računate na osnovu relativno vrlo kratkog luka u blizini perihela, te zato nisu potpuno precizne. Ustanovljeno je da su hiperbolične trajekto.ije posmatranih kometa uvek nastale usled perturbacije planeta: *nijedna poznata kometa nema hiperboličnu trajektoriju pri svom dolasku u naše susedstvo.*

Osim toga, skoro sve komete kratkog perioda (50 njih imaju periode od 3 do 9 godina) veoma se približavaju Jupiteru: polovina njih prolazi na oko 0,15 A. J. od ove planete.

Treba uzeti u obzir da bi kometa koja odlazi na daljinu od 1 parseka (odnosno oko 200 000 A. J.) imala period od oko 10^7 godina; bilo bi nemoguće da njena perihelna daljina bude toliko kratka da bismo mogli posmatrati njen prolazak. Mora se, dakle, misliti da nam ogromna većina kometa ostaje nepoznata.

Poznati su i slučajevi iščezlih, razbijenih kometa. Najslavnija među njima je Bjelina kometa, koja je 1846. god. opažena udvostručena, pri čemu su dve komponente pokazivale čudne promene sjaja. Taj par se ponovo vratio 1852., prema predviđanju. Godine 1859. nije se mogla posmatrati kometa, jer joj je orbita ležala u pravcu Zemlja-Sunce. Uslovi posmatranja povratka 1865. god. bili bi povoljni, ali kometa se nije vratila, i od tada nije viđena. Godine 1872. i 1875. veliki pljuskovi roja meteorita, Bjelidi, doneli su na Zemlju deo odlomka ove komete (svaki posmatrač je video više od 100 meteora u minuti, tokom više časova). Od 1900. god. Bjelidi su se udaljili od Zemlje.

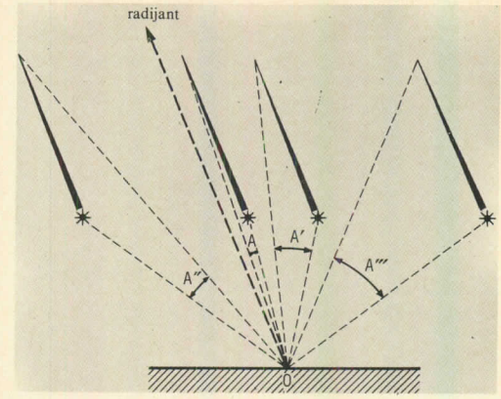
Disruptivne gravitacione sile kojima Sunce (ili neka planeta) deluje na materiju grupisanu u jezgru komete nadvladavaju onda kad je gustina predmeta manja od kritične vrednosti (koja se može ustanoviti matematički). Međutim, ima više sila koje teže da smanje ovu gustinu. To su:

— gubitak materije u korist repa;

— sudari sa meteoritima;

— električno odbijanje čestica u jezgru komete (koje je naelektrisano), Pointing-Robertsonov (Poynting-Robertson) efekat, koji vrši separaciju velikih i malih čestica i raspoređuje ih po različitim orbitama.

Kada se kometa raspadne, produkti raspadanja se rasporede, vrlo neravnomerno, duž orbite koja odgovara grubo kometinoj orbiti (koja se stalno deformiše). U tome se nalazi zadovoljavajuće objašnjenje *meteoritskih rojeva*, koji se mogu posmatrati (na dosta nepravilan način) u određenim periodima godine, odnosno pri određenim položajima Zemlje na njenoj orbiti.



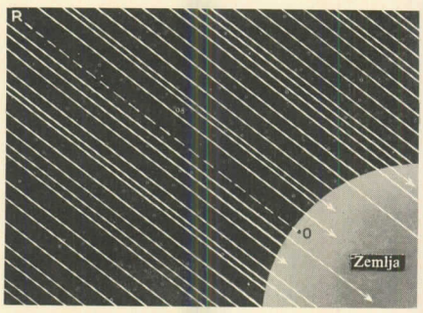
Usled efekta perspektive, trajektorije meteora izgledaju posmatraču utoliko kraće ukoliko su bliže radijantu. Fotografija koju je snimio »Ranger VII« na 3 milje od površine Meseca.

METEORI I METEORITI

1. — **OPŠTE OSOBINE METEORA I METEORITA**. *Meteori* su svetlosni fenomeni koji nastaju sagorevanjem *meteorita* usled trenja pri prolazu kroz Zemljinu atmosferu. Nazivi *zvezde padalice* ili *bolidi* ne upotrebljavaju se u astronomiji. Meteoriti su uvek vrlo mali objekti, vrlo blizu nas, a ogromna većina njih ne prelazi 1 mg. Ponekad se javljaju retki džinovski meteoriti koji dostižu više stotina kilograma, a izuzetno i više tona. Prečnik od 1 000 m uzima se (po konvenciji) kao granica između ovih izuzetnih meteorita i planetoida (asteroida). Mnogi meteoriti potiču od kometa koje su se raspale. Ali ne bi se moglo danas tvrditi da je to opšti slučaj.

2. — **ROJEVI METEORITA**. Ako nastanu raspadom komete, meteoriti imaju paralelne trajektorije koje zbog perspektive izgleda kao da dolaze iz određene tačke neba koja se zove *radijant*. Ovi rojevi su često vrlo obilni i imaju izgled gigantskog vatrometa. Neki od njih ponavljaju se svake godine u približno određeno vreme, kada Zemlja u svome kretanju preseca zonu koja odgovara trajektoriji komete iz koje su ovi nastali (npr. roj Perseida, koji se posmatra oko 10. avgusta, a odgovara kometi posmatranoj 1862. god. u sazvežđu Perseja; kometa se više nikad nije pojavila).

Ako je u pitanju kometa koja se odavno raspala, ostaci su imali dovoljno vremena da se rasporede duž cele kometine orbite, uostalom difuzno i neravnomerno; pa i tada Zemljina trajektorija treba da približno preseca zonu orbite te komete, da bi se posmatrao roj. Roj se tada opaža u mestu blizu linija preseka ravni dveju orbita, tzv. *linija čvorova*.



Pošto su trajektorije meteora paralelne, R će za posmatrača O biti »radijant«, iz koga će meteori prividno izvirati usled efekta perspektive.

3. — **ZVEZDANA VELIČINA METEORA. BROJANJE I MASA METEORITA**. Pojam o zvezdanoj veličini meteorita može se dobiti ako se u obrtnom ogledalu posmatra brazda koja odgovara zvezdi poznate veličine. *Po konvenciji*, zvezdi veličine 2 odgovara meteor veličine 4.

Takođe po konvenciji, brzom meteoritu koji izaziva meteor veličine 2 pripisuje se masa od 40 mg. Uzima se, takođe, da sjaj varira proporcionalno sa masom. U skladu sa Pogsonovim zakonom, mase takođe slede geometrijski niz sa osnovnim odnosima 2,5. Na osnovu mnogobrojnih nedavnih posmatranja zaključeno je da broj meteorita po zvezdanoj veličini takođe aproksimativno čini isti geometrijski niz sa odnosom 2,5. Odatle se zaključuje da je ukupna masa koja dolazi na jednu veličinu otprilike konstantna. Ako se za osnovu uzme broj $7{,}0 \times 10^6$, kao broj meteorita veličine $+2$ koje dnevno susretne Zemlja, dobija se za red veličine ukupnih meteoritskih masa koje dnevno susretne Zemlja rezultat izražen sledećom tablicom:

Vizuelne veličine meteora	Ukupna masa dnevno (u tonama)
$\leqslant -10$	2
-9 do -5	3
-4 do 0	2
$+1$ do $+5$	6
$+6$ do $+10$	6
$> +11$	1000 (prema izučavanju meteoritske prašine

Na prvi pogled ovi brojevi izgledaju izvanredno veliki. U stvari, 6 t meteorita u obliku šljunka odgovaralo bi samo ravnomernom sloju debljine 6 cm raspoređenom na površini Zemlje tokom 2 milijarde godina. Meteoriti masa manjih od 5 kg potpuno isparavaju u atmosferi, obrazujući meteoritsku prašinu koja lagano pada na površinu Zemlje i može se sakupiti rastapanjem snega iz glečera i polarnih oblasti.

4. — **POSMATRANJE I BRZINE METEORITA**. Vizuelna posmatranja su izvanredno teška i nedovoljno precizna. Upotreba povezanih fotografskih posmatranja već je dozvolila veliki napedak omogućujući da se odredi i visina posmatranih fenomena.

Danas se naročito vrše posmatranja radarom, jer trag meteorita izaziva lokalnu jonizaciju duž trajektorije, što se lako opaža u delu trajektorije perpendikularnom na osu radarskog snopa. Osim toga, difrakcija radarskih talasa pruža mogućnost za procenu brzine meteorita. Najviše se koriste talasne dužine reda 8 m.

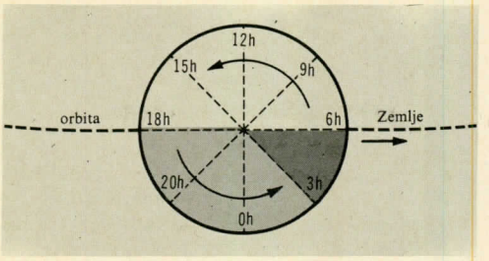
Bitan problem je u tome da se vidi da li su posmatrane brzine veće od paraboličke brzine bežanja (koja za Zemlju iznosi 42 km/s) ili nisu, tj. da li posmatrani meteoriti pripadaju Sunčevom sistemu ili potiču iz kosmičke međuzvezdane sredine. Rezultati dobijeni tokom poslednjih godina dovode do zaključka da skoro svi milioni miliona meteorita koje sreće Zemlja pripadaju Sunčevom sistemu. Mnogi autori ipak smatraju da 1% meteorita potiče iz međuzvezdanog prostora, što na prvi pogled izgleda logično. Osim toga, brzina Zemlje na njenoj orbiti je 30 km/s. Pošto je donja granica hiperboličkih brzina 42 km/s, brzine meteorita u odnosu na Zemlju mogu ležati između 12 i 72 km/s, u zavisnosti od njihovog pravca u odnosu na Zemljino kretanje kroz prostor. Zaključuje se, napose, da je broj meteora koje vidi posmatrač sa Zemlje veći u 6 časova ujutru, kada se posmatrač nalazi na prednjem delu projektila koji predstavlja Zemlja, nego u 18 časova, kada ga samo meteoriti vrlo velike brzine mogu dostići.

5. — **PRIRODA METEORITA**. Grubo uzev, razlikuju se dve vrste meteorita: *gvoždeviti meteoriti* i *kameniti meteoriti*. Oni koji potiču iz kometarnih rojeva skoro su isključivo kameniti. Oni koji su sporadični i izolovani mešoviti su: samo ih je polovina gvoždevitih. Oni sadrže 91% gvožda i 8% nikla. Meteoriti obe vrste imaju složenu fizičku strukturu. Kameniti meteoriti odgovaraju konglomeratu izmrvljenih kristala, koji su izgubili boju i teško ih je identifikovati, a nalaze se i delići metala i olivina. Njihovo izučavanje je komplikovano zbog izmešanih kristalnih vrsta. Mora se zaključiti da su pri formiranju ovih kristala postojali izvanredno visoki pritisci. Metalni meteori svojom strukturom ukazuju na tečnu fazu, praćenu vrlo laganim hlađenjem. Ovo se hlađenje moglo vršiti u unutrašnjosti nebeskih tela planetarnih dimenzija.

6. — **VELIKI METEORITI**. Oni su vrlo retki, a tragovi koje su ostavili u tlu (nasuprot onome što se događalo na Mesecu) iščezli su manje ili više potpuno pod dejstvom rečne i eolske erozije. Smatra se da je dovoljan jedan vek pa da iščeznu tragovi meteoritskog kratera prečnika petnaestak metara. Najveći meteorit koji je pronađen ceo (u Južnoj Africi) težak je 60 t. Poznato je dvadesetak njih težih od 1 t.

Poslednji poznati pad vrlo velikog meteorita desio se u severnom Sibiru 30. juna 1908. godine. Ukupna masa iznosila je više hiljada tona, a pad je registro-

van na seizmografima celog sveta. Još uvek postoje deset kratera od petnaestak metara. Najveći od poznatih kratera koji nesumnjivo potiču od meteorita je »Meteor Crater« u pustinji Arizone (prečnik 1 200 m).



Usled Zemljinog kretanja po orbiti, broj meteora je veći u 6 h izjutra nego u 18 h.

Elementi nebeske mehanike

KRETANJE PLANETE OKO SUNCA

1. — **NEKI POJMOVI ELEMENTARNE MEHANIKE.** Kretanje planete oko Sunca vrši se u skladu sa Njutnovim *zakonom univerzalne gravitacije*, koji se može rezimirati na sledeći način: privlačenje se vrši duž linije koja spaja dva tela o kojima se radi (Sunce i planeta); sila privlačenja proporcionalna je masama M i m ovih tela, a obrnuto proporcionalna kvadratu njihove daljine Δ, naime

$$F = G\frac{Mm}{\Delta^2}.$$

Ubrzanje $\vec{\gamma}$ koje dobija planeta mase m je, dakle,

$$\vec{\gamma} = -G\frac{M}{\Delta^2},$$

gde je G gravitaciona konstanta, jednaka $6{,}670 \times 10^{-8}$ u jedinicama C. G. S.

U stvari, da bi se izračunalo $\vec{\gamma}$ *u relativnom* kretanju m oko M, mora se uzeti u obzir i privlačenje kojim m deluje na M. U elementarnoj mehanici se pokazuje da se to postiže smenom M sa $M + m$ u izrazu za $\vec{\gamma}$. Pri ispitivanju relativnog kretanja m oko M mora se, dakle, uzeti u obzir ubrzanje $\vec{\gamma}_1$ tako da

$$(1) \qquad \vec{\gamma}_1 = -G\frac{M+m}{\Delta^2} = -\frac{\mu}{\Delta^2},$$

gde je radi uprošćenja pisanja stavljeno

$$G(M+m) = \mu.$$

Kod takvog kretanja sa *centralnim ubrzanjem* površina koju prebriše radijus-vektor u jedinici vremena ostaje konstantna, rezultat koji je Kepler ustanovio empirički. Ovako definisana konstantna brzina data je u pravouglom koordinatnom sistemu izrazom $\frac{1}{2}\left(x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt}\right)$, a izrazom $\frac{1}{2}\Delta^2\frac{dv}{dt}$ u polarnim koordinatama, gde je v elongacija prave Sunce-planeta u odnosu na x-osu, a Sunce je u jednoj od žiža koničnog preseka koji opisuje planeta. Ima se, dakle,

$$(2) \qquad x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt} = \Delta^2\frac{dv}{dt} = C.$$

gde je C dvostruka vrednost brzine prebrisavanja površine, tzv. *konstanta površine*. Vrednost ubrzanja $\vec{\gamma}_1$ nalazi se uz pomoć klasične formule, tzv. *Bineovog (Binet) obrasca*. Kad se izjednače rezultat koji daje Bineov obrazac i vrednost koju daje (1), dobija se diferencijalna jednačina koja posle integracije daje relaciju

$$(3) \qquad \Delta = \frac{\frac{C^2}{\mu}}{1 + \frac{C^2}{\mu}K\cos v},$$

gde je K *integraciona konstanta*.

Izraz (3) daje u polarnim koordinatama jednačinu konusnog preseka čija se velika osa podudara sa polarnom osom. Kada se stavi

$$\frac{C^2}{\mu} = a(1-e^2) = \frac{b^2}{a},$$

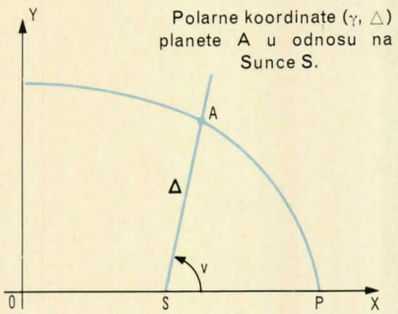
$$(4) \qquad K\frac{C^2}{\mu} = e$$

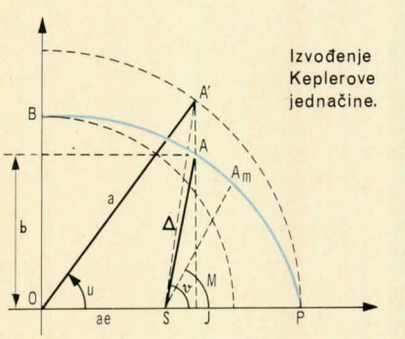
dobija se

$$\Delta = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v},$$

gde su a i b ose koničnog preseka, a e njegov ekscentricitet. Tako se, kada radijus-vektor opiše pun krug, dobija eliptična orbita,

$$(5) \qquad \pi ab = \frac{1}{2}CT$$





(πab je površina elipse, a T trajanje potpunog obrta); odatle je

$$(6) \qquad C = \frac{2\pi}{T}ab = nab$$

gde je n tzv. *srednje kretanje* planete.

Kad se ova vrednost C unese u prvu od formula (4), dobija se, pišući eksplicitno vrednost μ, relacija

$$(7) \qquad G = 4\pi^2\frac{a^3}{T^2}\times\frac{1}{M+m},$$

veoma važna relacija, koju smo već ranije diskutovali u vezi sa određivanjem mase zvezda na osnovu posmatranja dvojnih zvezda.

Iz gornje relacije se odmah vidi 3. Keplerov zakon: u meri u kojoj je moguće zanemariti m u odnosu na M, odnos $\frac{a^3}{T^2}$ je konstantan za sve planete Sunčevog sistema. Jednačina kretanja planeta, ili *Keplerova jednačina*, može se dobiti vrlo prostim matematičkim razmatranjima.

Neka je A položaj planete u trenutku t, S položaj Sunca u žiži eliptične orbite velikih poluosa a i b, a P tačka preseka velike ose i elipse bliža S; može se uzeti da je trougao PSA, čiju jednu stranu sačinjavaju luk elipse, projekcija trougla PSA′, u kome je tačka A′ tačka glavnog kruga elipse koja odgovara A; kako je faktor projekcije jednak $\frac{b}{a}$, dobija se

(a i b su poluose elipse, a e njen ekscentricitet);

$$PSA = PSA'x\frac{b}{a} = (POA' - SOA')\frac{b}{a},$$

ili

$$PSA = \frac{1}{2}(a^2u - a^2e\sin u)\frac{b}{a},$$

gde je u parametarski ugao elipse koji odgovara v, koji se u astronomiji zove *ekscentrična anomalija*, tj. ugao POA′:

$$PSA = \frac{ab}{2}(u - e\sin u).$$

Napišimo da je količnik ove površine i ukupne površine elipse πab jednak $\frac{t-\theta}{T}$, gde je θ trenutak prolaska kroz P, tačku koja se zove *perihel* orbite. Odatle se izvodi jednačina, tzv. *Keplerova jednačina*:

$$(8) \qquad u - e\sin u = 2\pi\frac{t-\theta}{T} = M.$$

Ugao M, definisan Keplerovom jednačinom, zove se *srednja anomalija*. Ovaj ugao se opisuje ravnomernim kretanjem. Odgovara mu položaj planete A_m, koji se na priloženoj slici nalazi u *zakašnjenju* u odnosu na položaj A planete, čija se pak elongacija v naziva *pravom anomalijom*: stvarna brzina planete je, u stvari, veća od njene srednje vrednosti u blizini perihela P i afela (koji se nalazi na suprotnoj strani elipse). Srednja brzina je manja od stvarne na krajevima male ose, B i B′ (B′ nije predstavljeno na slici).

Razdaljina SA = Δ jednaka je dužini radijus-vektora planete.

Primena Keplerove jednačine. Neka se zadatak sastoji u tome da se odredi položaj Jupitera na njegovoj orbiti 3 godine i 47 dana posle njegovog prolaza kroz perihel, znajući da

$e = 0{,}048$ i T = 11 god. 315 dana.

Izračuna se

$$M = \frac{3\text{ god. }47\text{ dana}}{11\text{ god. }315\text{ dana}} = \frac{1\,142{,}75\text{ dana}}{4\,332{,}75\text{ dana}} = 0{,}26755\text{ rd.} = 15°07'.$$

Kad je poznato e, nalazi se u jednom od klasičnih metoda za rešavanje Keplerove jednačine (sukcesivne aproksimacije ili razvoj u red po rastućim stepenima e).

Pošto se dobije u, izračunaće se v, bilo pomoću izraza u konačnom obliku

$$\operatorname{tg}\frac{v}{2}=\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\times\operatorname{tg}\frac{u}{2},$$

bilo razvojem u red i zadržavanjem prvih članova. Ograničićemo se na to da damo bez dokaza tri najviše upotrebljavana razvoja za Sunčev sistem, u kome su ekscentriciteti svih planetnih orbita mali:

$$(9)\quad\begin{cases} u=\mathrm{M}+e\sin\mathrm{M}+\dfrac{e^2}{2}\sin 2\,\mathrm{M}+\dfrac{e^3}{8}\times \\ \qquad\times(3\sin 3\,\mathrm{M}-\sin\mathrm{M})+\ldots \\ v=u+e\sin u+\dfrac{e^2}{4}\sin 2u+\dfrac{e^3}{4}\times \\ \qquad\times\left(\sin u+\dfrac{1}{3}\sin 3u\right)+\ldots \\ v=\mathrm{M}+2e\sin\mathrm{M}+\dfrac{5}{4}e^2\sin 2\mathrm{M}+e^3\times \\ \qquad\times\left(\dfrac{13}{12}\sin 3\mathrm{M}-\dfrac{1}{4}\sin\mathrm{M}\right)+\ldots \end{cases}$$

U slučaju Zemlje imalo bi se, uzevši u obzir ekscentricitet čija je vrednost 0,016, a koristeći pojam »srednjeg kretanja« n (ranije definisan) sledeći izraz

$$(9\ bis)\quad v-\mathrm{M}=7\mathrm{mn}\ 40\mathrm{s}\cdot\sin nt+55\mathrm{s}\cdot\sin 2nt+\ldots$$

Ova poslednja relacija je od bitne važnosti za astronomsku definiciju vremena.

2. — **OSNOVNA JEDNAČINA ZA BRZINE PLANETA.** Neka V označava brzinu planete u trenutku kada se nalazi na daljini Δ od Sunca, a neka V_0 i Δ_0 budu vrednosti ovih elemenata u trenutku prolaza kroz perihel. Primenjujući teoremu živih sila, može se pisati

$$\frac{1}{2}\mathrm{V}^2-\frac{1}{2}\mathrm{V}_0^2=\int_{\Delta_0}^{\Delta}-\frac{\mu}{\Delta^2}\,d\Delta=\frac{\mu}{\Delta}-\frac{\mu}{\Delta_0},$$

ili

$$\mathrm{V}^2-\frac{2\mu}{\Delta}=\mathrm{V}_0^2-\frac{2\mu}{\Delta_0}=\mathrm{C}^{te}.$$

Kada se koriste relacije

$$\mathrm{V}_0^2=\frac{\mathrm{C}^2}{\Delta_0^2},\ \Delta_0=a(1-e),\ \frac{\mathrm{C}^2}{\mu}=a(1-e)^2,$$

dobija se, nakon potrebnog uprošćenja,

$$(10)\qquad \mathrm{V}^2-\frac{2\mu}{\Delta}=\mathrm{V}_0^2-\frac{2\mu}{\Delta_0}=-\frac{\mu}{a}=\mathrm{C}^{te}.$$

U zavisnosti od toga da li je V^2 jednako, veće ili manje od $\frac{2\mu}{\Delta_0}$, veličina $-\frac{\mu}{a}$ je beskonačna, negativna ili pozitivna, tj. orbita je parabolična, hiperbolična ili eliptična, pri čemu je poslednji slučaj najčešći. Partikularna vrednost

$$(\mathrm{V}_0)_p^2=\frac{2\mu}{\Delta_0}$$

je tzv. *parabolička brzina* ili *brzina bežanja*. Ona igra važnu ulogu u izučavanju atmosfera planeta i u problemu veštačkih satelita.

OPŠTI POJMOVI O KRETANJU PLANETA

1. — **UVOĐENJE HELIOCENTRIČNIH LONGITUDA U JEDNAČINE KRETANJA PLANETA.** U nebeskoj mehanici se terminom *anomalija* označava ugao koji se anulira kada planeta prolazi kroz perihel (odnosno, uopšte, kroz tačku na orbiti najbližu centralnom telu). Pošto orbite planeta ne leže sve u istoj ravni, a pravci perihela se i sami menjaju zbog perturbacija, mora se položaj planete svesti na zajedničku repernu tačku, za elongacije isto kao i za vreme. Kao reperni početak vremena uzima se epoha 1900,0 (tj. podne 31. decembra 1899. god.), a kao zajednički reper elongacija — položaj (u tom trenutku, tj. za epohu 1900,0) prolećne ekvinokcijalne tačke, koja odgovara preseku ravni ekvatora i ekliptike, a obično se naziva *tačka* γ.

a) Slučaj Zemljine orbite. Heliocentrične longitude se računaju u odnosu na tačku γ (koja po definiciji pripada Zemljinoj orbiti) i neka bude (heliocentrična) longituda perihela P, koja se lagano menja. Transformacija koordinata odgovara samo smeni promenljivih

$$v=l-\varpi,$$

gde je l heliocentrična longituda Zemlje T. Treća od relacija (9) tada se piše

$$(11)\quad l=\varpi+\mathrm{M}+2e\sin\mathrm{M}+\frac{5e^2}{4}\sin 2\mathrm{M}+\ldots$$

Neka T_m bude *srednji* položaj Zemlje koji odgovara elongaciji M, a T_0 i $(T_0)_m$ elementi koji odgovaraju početnoj epohi definisanoj ranije; srednja longituda Zemlje u tom trenutku neka bude $(l_0)_m$. Ako je n srednje kretanje Zemlje po njenoj orbiti, ima se po definiciji

$$\mathrm{M}=(l_0)_m+n(t-t_0)-\varpi,$$

a izraz (10) se piše, stavljajući $t_0=0$, uprošćenja radi, i zapazivši da ϖ nestaje iz ovog izraza,

$$(12)\qquad l=(l_0)_m+nt+2e\sin[(l_0)_m+nt-\varpi]+\frac{5e^2}{4}\sin 2[(l_0)_m+nt-\varpi]+\ldots$$

U ovoj relaciji skup periodičnih članova predstavlja mali luk $T_0(T_0)_m$. Najčešće se notacija $(l_0)_m$ zamenjuje uprošćenom notacijom l_0, za koju se treba setiti da predstavlja *srednju longitudu u početnoj epohi*. Veličina l_0+nt odgovara srednjoj longitudi planete u trenutku t. No zbog složenog menjanja pravca tačke γ, ova veličina sadrži mali član reda t^2. Tako se dobija za srednju longitudu Sunca (tj. apstrahujući sve periodične članove), koja je bitna za astronomsku definiciju vremena, Njukombov (Newcomb) izraz

$$l=18\mathrm{h}\ 38\mathrm{min}\ 47\mathrm{s},\ 203+86\,401\mathrm{s},\ 84\,542t+0\mathrm{s},\ 0726\times10^{-4}t^2$$

U ovom izrazu t se izražava u julijanskim danima, jednakim 1/365,25 godine.

b) Slučaj proizvoljne orbite. Pošto orbite planeta leže u primetno različitim ravnima, transformacija koordinata, kao što je ona iz prethodnog odeljka, složenija je u slučaju drugih planeta. Posmatrajmo liniju čvorova ravni neke orbite nagiba i; neka N označava uzlazni čvor, a Ω longitudu toga pravca. Tada se u izračunavanje položaja planete uvodi ugao koji sa ON zaklapa radijus-vektor OA planete, pa njemu doda Ω. Tako uvedena veličina, sastavljena iz dva lučna elementa koji ne leže u istoj ravni, zove se *longituda u orbiti* i označava sa $\mathfrak{L}$. Za proizvoljnu planetu ona igra istu ulogu kao ekliptička dužina u slučaju Zemlje ($\mathfrak{L}=\widehat{\gamma\mathrm{N}}+\widehat{\mathrm{NA}}$).

2. — **KARAKTERISTIČNI ELEMENTI ORBITE PLANETE.** Ovih elemenata u principu ima sedam.

a) Elementi koji određuju dimenzije i oblik orbite su:
— velika poluosa a;
— ekscentricitet e.

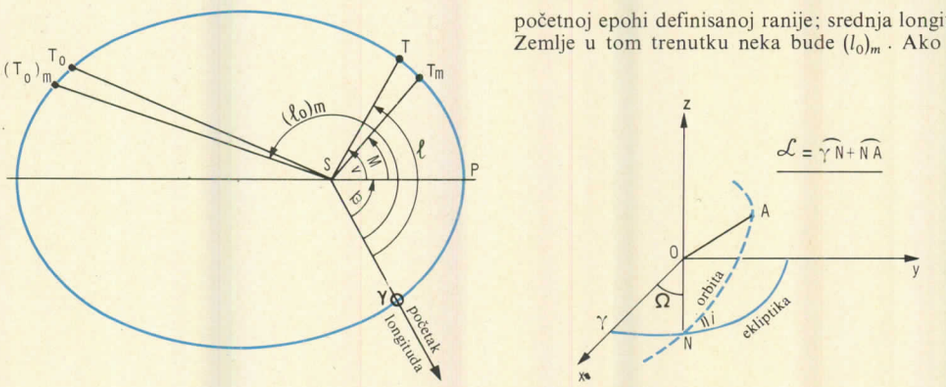
b) Elementi koji određuju zakon kretanja su:
— trajanje obrtanja T ili srednje kretanje $n=\frac{2\pi}{\mathrm{T}}$;
— trenutak θ prolaska kroz perihel;
— longituda ϖ perihela, računata u ravni orbite.

c) Elementi koji određuju raspon orbite su:
— ekliptička dužina linije čvorova NN′, odnosno Ω;
— ugao nagiba i ravni orbite u odnosu na ravan ekliptike.

Broj ovih elemenata se svodi na šest za planete Sunčevog sistema, zbog konstantnosti odnosa $\frac{a^3}{\mathrm{T}^2}$, pod uslovom da se zanemari masa m planete u odnosu na masu M Sunca.

3. — **ODREĐIVANJE HELIOCENTRIČKIH ELEMENATA ORBITE PLANETE.** Potrebno je, dakle, šest posmatranja da bi se odredili elementi orbite neke planete. To mogu biti, na primer, tri dvostruka posmatranja rektascenzija i deklinacija, koji se transformišu u *geocentričke* ekliptičke širine i dužine pomoću formula klasične sferne trigonometrije (vidi str. 24, § 7, definicija pozicionog trougla). Osnovna teškoća sastoji se u nalaženju heliocentričkih vrednosti ovih veličina, na osnovu poznatih elemenata Zemljinog kretanja.

Ovde neće biti opisane vrlo složene metode računanja, od kojih su dve glavne razradili Laplas (Laplace) i Gaus (Gauss); ipak treba istaći sledeće: astronomi XVII i XVIII veka raspolagali su već dosta preciznim poznavanjem orbitalnih elemenata glavnih planeta. Oni su bili usvojili dva sledaća uprošćenja:



Uvođenje ekliptičkih dužina u jednačine kretanja Zemlje.
Desno, uvođenje ekliptičkih dužina u jednačine kretanja bilo koje planete.

a) Uzimali su da su nagibi i raznih orbitalnih ravni dovoljno mali, tako da se može pisati $\sin i = i$ i $\cos i = 1$;

b) Vršili su posmatranja uglavnom u trenucima konjukcija i opozicija planeta: u tim specijalnim trenucima, heliocentričke longitude jednake su (do na π u izvesnim slučajevima) geocentričkim longitudama koje se dobijaju posmatranjem.

No tada su se posmatranja morala vršiti kroz više sukcesivnih godina, a za to vreme bi se orbite deformisale usled perturbacija. Polazeći zatim od geocentričkih širina, mogli su lako odrediti i i Ω

PERTURBACIJE USLED ELIPSOIDNOG OBLIKA ZEMLJE

1. — **OPŠTI POJMOVI**. Zemlja ima oblik spljoštenog obrtnog elipsoida; ona rotira oko svoje male ose za jedan dan od 24 zvezdana časa. Približno je: velika poluosa orbite, $a = 6\,378\,000$ km, a spljoštenost, α, bliska 1/300. Uticaj ovog elipsoidnog oblika oseća se osobito u pojavama *precesije ekvinokcija* i *astronomske nutacije*, koji, doduše, ne utiču osetno na kretanje drugih planeta, ali zato znatno menjuju položaj Zemljinog ekvatora u odnosu na ravan ekliptike, a time i položaj tačke γ, od koje se računaju rektascenzije i ekliptičke longitude. Radi se, dakle, o promenama vrednosti koordinata planeta, a ne o promeni njihovog položaja u odnosu na Sunce. U astronomiji se govori o »varijaciji osnovnih ravni«.

Dva nebeska tela koja najviše utiču na ekvatorijalno ispupčenje Zemlje jesu Mesec i Sunce. Perturbirajuće dejstvo Meseca je 2,17 puta jače od dejstva Sunca, jer u tom slučaju efekat daljine preovlađuje u odnosu na efekat mase. Ako je zavisnost privlačne sile od ovih veličina data izrazom $\frac{M}{\Delta^2}$, zavisnost perturbirajućeg dejstva je vida $\frac{M}{\Delta^3}$. Ako se uzmu Zemaljski elementi (poluprečnik r i masa m) za jedinice, ima se:

– za Mesec $\Delta' = 60\,r$, $\quad M' = \frac{m}{80}$

– za Sunce $\Delta' = 23\,400\,r$, $\quad M' = 330\,000\,m$.

Zaista se dobija odnos 2,17 ovih perturbacionih dejstava, definisanih kao razlika delovanja na tačku površine i na centar Zemlje. Rezultat je tačan samo ako se ne javljaju periodički članovi tipa $A \sin nt$ u diferencijalnim jednačinama. Pri integraciji ovima odgovaraju članovi tipa $\left(A \frac{1}{n} \cos nt\right)$.

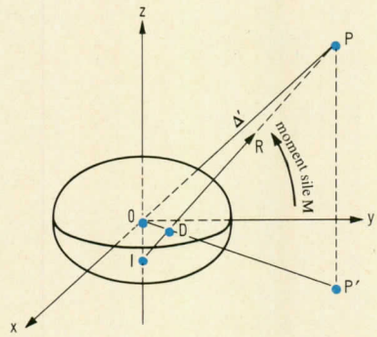
Međutim, srednje kretanje Meseca je u proseku 13,26 puta brže od kretanja Sunca. Periodični članovi koji se odnose na Mesec imaju amplitudu $\frac{13{,}26}{2{,}17}$ puta manju nego članovi koji se odnose na Sunce, tj. 6 puta manju.

Posmatrajmo perturbirajuće dejstvo koje blisko nebesko telo P ima na Zemlju zbog njenog elipsoidnog oblika. Pravac privlačne sile R ne prolazi kroz centar Zemlje, već kroz tačke D i I. Otud nastaje moment sile M, koji teži da zakrene Zemlju tako da ekvatorijalna ravan prolazi kroz P. Na osnovu principa akcije i reakcije, Zemlja se tome suprotstavlja jednakom silom. Stvara se *dopunsko ubrzanje* koje odgovara momentu sile M′, jednakom i suprotnom momentu M. Njegov efekat predstavlja kretanje ose Zemljine rotacije po površini konusa, čija se osa poklapa sa (fiksiranim) pravcem normalnim na ravan ekliptike; kretanje se vrši u retrogradnom smeru, te ima za posledicu retrogradno kretanje tačke γ na ekvatoru. No ako se tačka γ kreće retrogradno, nastaje *precesija* trenutka ravnodnevnice u toku prividnog kretanja Sunca po nebeskoj sferi.

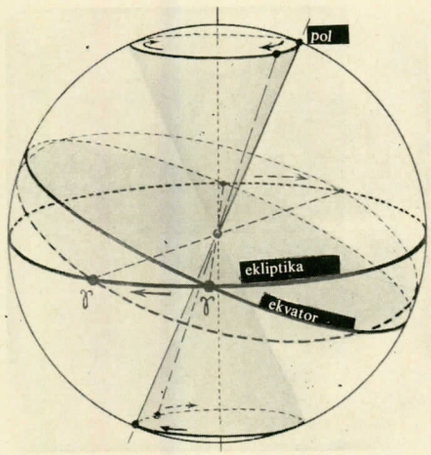
Rotaciono kretanje Zemlje postaje zapravo klasično žiroskopsko kretanje. No kako je masa Zemlje velika, a njeno rotaciono kretanje brzo, reč je, u stvari, o uprošćenom žiroskopskom kretanju, u kome je nutacija (u mehaničkom smislu te reči) zanemarljiva. Ipak, treba napomenuti:

a) da perturbirajuća nebeska tela (Mesec i Sunce) nisu nepokretna, već se kreću po relativno složenim keplerovskim orbitama;

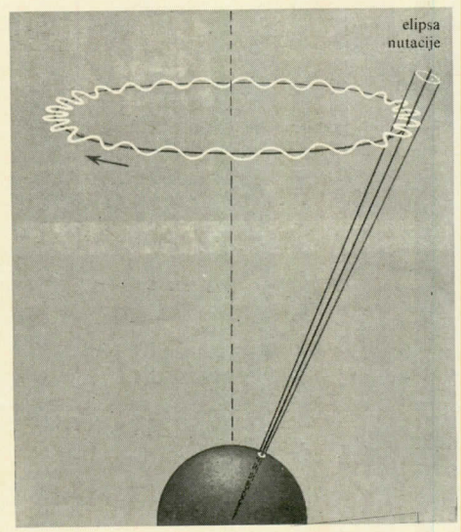
b) da se ova kretanja vrše u različitim ravnima.



Uticaj elipsoidne forme Zemlje na njenu gravitacionu interakciju sa nekim nebeskim telom.



Precesiono kretanje ose i ekvatora Zemlje. Retrogradno kretanje prolećne tačke.



Desno, primer nutacije.

Oba dejstva se, dakle, menjaju od trenutka do trenutka. Njihovo globalno dejstvo je:

— s jedne strane, uniformna rotacija linije ekvinokcija, gde udeo Meseca i Sunca iznosi respektivno 2,17 i 1;

— s druge strane, periodična dejstva, tzv. *astronomska nutacija*, kod koje je dejstvo Sunca dominirajuće u pogledu amplitude (6 prema 1); efekat se sastoji u promeni brzine presecije (pojava koja se zove *nutacija u longitudi* označena obično Ω), a takođe i u promeni nagiba ω ravni ekvatora i ekliptike (*nutacija u nagibu*, obično označena sa N).

2. — **OSNOVNI PODACI O PRECESIJI I NUTACIJI**. Ovde ćemo dati samo glavne termove, i to bez dokaza, jer su odgovarajući računi bili i složeni, naročito ako se traže dalji, sve brojniji i sve manji termovi.

Godišnja uniformna precesija { solarna $\psi_s = +16'',03\,t$: lunarna $\psi_l = +34'',34\,t$.

Za izračunavanje godišnje vrednosti *opšte precesije*, mora se takođe uzeti u obzir i lagano kretanje ekliptike usled perturbacije koju izazivaju ostale planete. Ona se ispoljava tzv. »planetarnom« precesijom od —0″ 17, kao i vrlo malim članom reda t^2. Tako se dobija za konstantu ukupne precesije

$$\psi = +50'',26\,t + 1'',11\left(\frac{t}{100}\right)^2,$$

gde se t uzima u tzv. julijanskim godinama, koje traju 365,25 dana. Ovde se radi o jednoj od osnovnih konstanti vasione.

Nutacija u longitudi { solarna $-1'',27\,\odot$; lunarna $-17'',23\sin\Omega + 0'',21\sin 2\Omega - 0'',20\sin 2\mathbb{C} + \ldots$

Nutacija u nagibu { solarna $+0'',55\cos 2\odot$; lunarna $+9'',21\cos\Omega - 0'',09\cos 2\Omega + 0'',09\cos 2\mathbb{C} + \ldots$

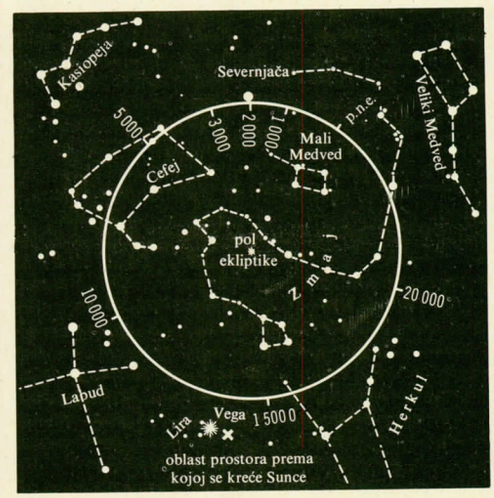
U ovim relacijama:

— $\odot$ je ekliptička dužina Sunca;

— Ω je longituda uzlaznog čvora Mesečeve orbite (period 18 god. 2/3)

— $\mathbb{C}$ je longituda Meseca.

3. — **ASTRONOMSKE POSLEDICE PRECESIJE**. Iz vrednosti konstante precesije vidi se da tačka γ obiđe ekliptiku za 25 790 godina. Drugim rečima, za to vreme pol P Zemljine rotacije opiše oko pola ekliptike krug otvora 23° 27′. Pol P se sada nalazi na oko 1° od zvezde α *Ursae minoris* (Polarna Zvezda). On će joj se još približavati sve do 2100. god., kada će biti udaljen od nje za 27′ 5″. Zatim će proći kroz sazvežđe Cefeja i nakon približno sto



Pomeranje nebeskog pola usled precesije ekvinokcija.

dvadeset vekova ulogu Polarne Zvezde igraće Vega (α *Lyrae*). Promene pravca tačke γ igraju važnu ulogu u svim problemima gde se javljaju koordinate zvezda, a naročito u definiciji i merenju astronomskog vremena.

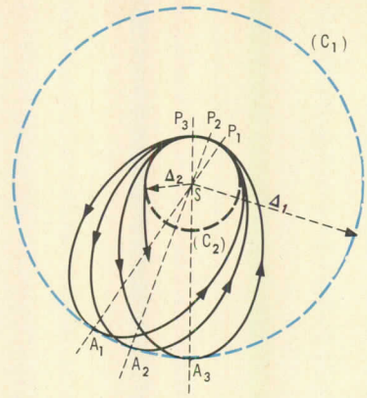
4. — **ELIPSA NUTACIJE**. Glavni term nutacije u longitudi

$$[\pm 17'', 23 \sin \Omega],$$

sa periodom od 18 god. 2/3 odgovara kretanju ose rotacije u prostoru duž kruga osnovice konusa precesije. Poluamplituda ovog kretanja je, po ekliptičkoj dužini (dijedarski ugao),

$$\pm 17'', 23 \times \sin 23°27' = \pm 6'', 86.$$

Glavni term nutacije u nagibu $(\pm 9'', 21 \cos \Omega)$ odgovara periodičnom kretanju normalnom na krivu precesije. Pod kombinovanim dejstvom ovih glavnih termova, osa rotacije opisuje malu elipsu, tzv. *elipsu nutacije*, sa poluosama 6'', 86 i 9'', 21; elipsa se opiše za 18 god. 2/3. Tako precesioni konus postaje talasast (oko 1 360 talasa). Termovi kratkog perioda i male amplitude čine ovaj talasasti oblik još komplikovanijim.



Rotacija velikih osa planetnih orbita.

PERTURBIRANO KRETANJE PLANETA

1. — **UVOD**. Uzajamno delovanje planeta Sunčevog sistema nikako se ne može zanemariti. Uzimanje u obzir svih ovih perturbacija pri računu unosi velike matematičke komplikacije. Zato se u nebeskoj mehanici ograničavamo na rešavanje *problema tri tela* (Sunce, posmatrana planeta A, perturbirajuća planeta P). Posle toga se vrši sumiranje tako izračunatih perturbacija.

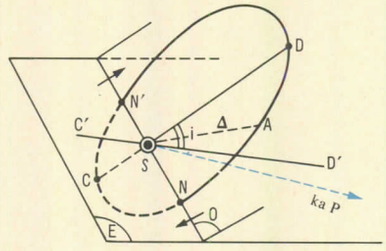
2. — **OPŠTA METODA ZVANA VARIJACIJA ORBITALNIH KONSTANTI**. U ovoj metodi individualiziranja perturbacija ide se mnogo dalje. U stvari, posmatra se odvojeno svaki od karakterističnih elemenata orbite A i ispituju perturbacije koje izaziva svaka druga planeta posebno. Nalaženje rezultante svih ovih dejstava moguće je ako je svaka od ovih perturbacija mala, što je u praksi uvek slučaj. Za svaku keplerovsku orbitu postoji trenutna orbita koju astronomi zovu (uostalom, pogrešno) *oskulatornom orbitom*: tom bi se orbitom kretala planeta kad bi sve perturbacije odjednom prestale. Račun se sastoji u tome što se za svako ispitivano nebesko telo uspostave diferencijalne jednačine za $\frac{da}{dt}, \frac{de}{dt}, \frac{di}{dt}$, itd., a zatim tako dobijeni izrazi integriraju za svako perturbirajuće telo. Ti računi su vrlo složeni. Među tim perturbacijama dve su permanentne: rotacija velikih osa orbita u njihovoj ravni i rotacija linije čvorova ravni svake orbite u ravni ekliptike. Ostale su periodične. Treba pomenuti da pri sumiranju parcijalnih efekata periodičnog karaktera mogu biti dobijene rezultirajuće perturbacije dugih perioda; ovo biva kada su periodične komponente samerljive među sobom. Takve se perturbacije često nazivaju *sekularnim*. Ne treba ih mešati sa permanentnim perturbacijama.

3. — **KVALITATIVNE ODLIKE DVEJU PERMANENTNIH PERTURBACIJA**. **a) Rotacija velikih osa planetnih orbita**. U nebeskoj mehanici kretanje tačke A na koju deluje privlačna sila koja bi bila proizvoljna funkcija daljine Δ do centra atrakcije S vršilo bi se po trajektoriji sastavljenoj iz niza petlji; u specijalnom slučaju Njutnove atrakcije trajektorija se svodi na zatvorenu elipsu. Ako se privlačna sila malo razlikuje od Njutnove, petlje su vrlo blizu jedna drugoj, te se mogu smatrati deformacijom njutnovske elipse laganom rotacijom velike ose. Za Zemljinu orbitu ova rotacija iznosi 11'', 6 *godišnje* (period oko 118 000 godina). Za Mesečevu orbitu ona iznosi 6' 40'' *dnevno* (period 8 godina 311 dana).

b) Retrogradno kretanje linije čvorova planetne orbite. Ovaj se fenomen najlakše može shvatiti ako zamislimo da je planeta A materijalno učvršćena za atraktivni centar S vezom zanemarljive mase i da se okreće oko njega kao kamen u praćki. Delovanje perturbirajućeg nebeskog tela P (čija se orbita nalazi u ravni E različitoj od ravni O orbite A) teži da ovu ravan dovede u takav položaj da prolazi kroz P i tako uvodi dopunsko ubrzanje, koje stvara retrogradno kretanje linije čvorova analogno onom koje je opisano u diskusiji presekcije ekvinokcija.

Dolazi, takođe, i do promene ugla i između dveju ravni O i E, koji se karakteriše linijom najvećeg nagiba SD ravni O i njenom projekcijom C' D' na ravan E. Ove varijacije imaju isključivo periodički karakter. Što se tiče retrogradnog kretanja linije čvorova, ono ima jedan permanentan term i izvestan broj periodičkih termova. Za Zemljinu orbitu, retrogradno kretanje linije čvorova iznosi samo —0'', 12 *godišnje*.

Za Mesečevu orbitu, brzina retrogradnog kretanja linije čvorova je 3' 11'' *dnevno*. Odgovarajući period 18 god. 2/3 javlja se kod velikog broja astronomskih fenomena.



Retrogradno kretanje linije čvorova jedne planetne orbite.

4. — **ISTORIJSKA RAZMATRANJA**. Sledeće činjenice ilustruju izložene teorije.

a) Analizom perturbacija konstatovanih u kretanju Urana, Leverije je 1846. god. zaključio da postoji perturbirajuća planeta koja se nalazi na većoj daljini (Neptun), čiju je približnu orbitu uspeo da izračuna *a priori*; ovaj račun je bio dovoljno precizan da se ta planeta mogla pronaći posmatranjem.

b) Perturbacije Meseca su najmnogobrojnije od svih. Tablice koje je 1917. god. objavio E. Braun (Brown) uzimaju u obzir 1475 perturbacionih termova. Kretanje Meseca se danas smatra do te mere poznatim da se razlike između posmatranja i podataka datih Braunovim tablicama (posle modifikacije numeričke vrednosti izvesnih integracionih konstanti) koriste za merenje slučajnih i nepredvidivih varijacija u brzini rotacije Zemlje.

DALJINE I MASE U SUNČEVOM SISTEMU

1. — **UVOD**. S obzirom na to da je Sunčev sistem savršeno poznat mogla bi se izraditi njegova precizna mapa na kojoj bi nedostajao samo razmer.

Da bi se ovaj razmer mogao odrediti, dovoljno je poznavati samo jednu od ovih daljina u nekom datom trenutku. Sve ove daljine mogu se izraziti pomoću jedne od njih, koja se koristi kao konvencionalna jedinica, tzv. *astronomska jedinica* (A. J.); ona odgovara praktično srednjoj vrednosti velike poluose Zemljine orbite. Danas se uzima za tu veličinu vrednost

$$A = 149\,600\,000 \text{ km}.$$

Ova vrednost se dobija uglavnom iz više saglasnih merenja daljine Venere pomoću radara, potvrđenih nedavno merenjem daljine Merkura. Istovremeno je internacionalnim dogovorom usvojena sledeća vrednost velike poluose Zemljinog elipsoida:

$$a_e = 6\,378\,160 \text{ m};$$

odakle se dobija *Sunčeva paralaksa* $[\pi \odot]$, tj. ugao pod kojim se velika poluosa Zemljinog elipsoida a_e vidi sa daljine A, ako stoji normalno na pravac posmatranja. Ona iznosi

$$\pi \odot = 8'', 794.$$

Ranije je bila usvojena vrednost 8'', 80. Tačnost je povećana za jednu decimalu, što je vrlo važno.

2. — **RANIJE METODE ODREĐIVANJA DALJINA**. Sve do poslednjih godina paralaksa se merila direktno, simultanim posmatranjem date planete iz različitih opservatorija i merenjem njenog položaja na nebeskoj sferi; poslednje takvo merenje vršeno je na planetoidu *Erosu*, koji se u vreme povoljnih opozicija (otprilike svakih 30 godina) približava Zemlji do na 1/8 daljine koju treba meriti. Uslov istovremenosti posmatranja bilo je lako ispuniti, jer je danas vrlo dobro poznato univerzalno vreme (U. V.). Ranije su korišćene i druge metode, od kojih neke imaju veliki istorijski značaj, naročito prolasci Venere ispred Sunca i pomračenja Jupiterovih satelita (Remer, kraj XVIII veka).

3. — **MASE PLANETA (OSIM ZEMLJE)**. Kod planeta koje imaju jedan ili više satelita koriste se metode za određivanje mase zvezda (posmatranjem dvojnih zvezda), pod uslovom da je masa posmatranog satelita zanemarljiva u odnosu na masu planete. Kod ostalih planeta (Merkur, Venera), masa se određuje na osnovu perturbacija koje ove planete vrše na orbitalna kretanja susednih planeta. Isti je slučaj i sa Mesecom, koji u orbitalno kretanje Zemlje unosi »nejednakosti« koje su danas dobro poznate.

4. — **MASE ZEMLJE I SUNCA**. Ako treba naći samo odnos dveju masa, m i M, poredi se izraz za gravitaciono ubrzanje na Zemljinom ekva-

toru g'_0 (apstrahujući centrifugalno ubrzanje usled rotacije Zemlje) i za gravitacionu konstantu G:

$$g'_0 = G\frac{m}{a_e^2} \quad \text{i} \quad G = 4\pi^2\frac{A^3}{T^2}\times\frac{1}{M+m}.$$

Odatle se dobija

$$\frac{m}{M+m} = g'_0\frac{T^2}{4\pi^2}\times\frac{1}{a_e}\left(\frac{a_e}{A}\right)^2.$$

Veličina $\frac{a_e}{A}$ i nije ništa drugo no Sunčeva paralaksa definisana u § 1. Što se tiče g'_0, njegova eksperimentalno merena vrednost bliska je 981 cm/s². Tako se dobija

$$\frac{m}{M} = \frac{1}{332\,958}.$$

Da bi se našla masa Sunca, mora se koristiti numerička vrednost G, koja iznosi $6{,}67 \times 10^{-8}$ u sistemu C. G. S. Tako se dobija

$$M = 2 \times 10^{33} g \quad \text{i} \quad m = 6 \times 10^{27} g.$$

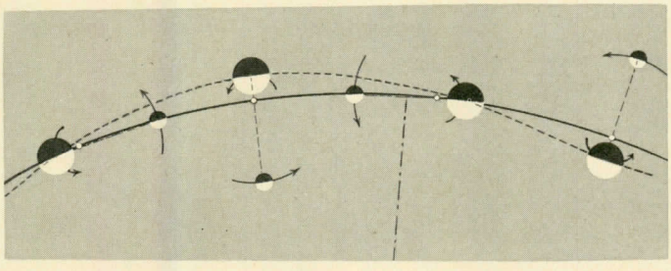
Pošto su poznate dimenzije Zemlje, odavde se dobija vrednost za njenu srednju gustinu

$$\Delta_m = 5{,}57.$$

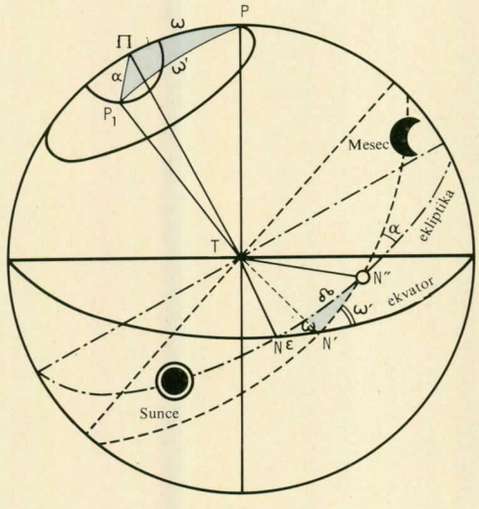
Mesec

KARAKTERISTIKE MESEČEVOG KRETANJA

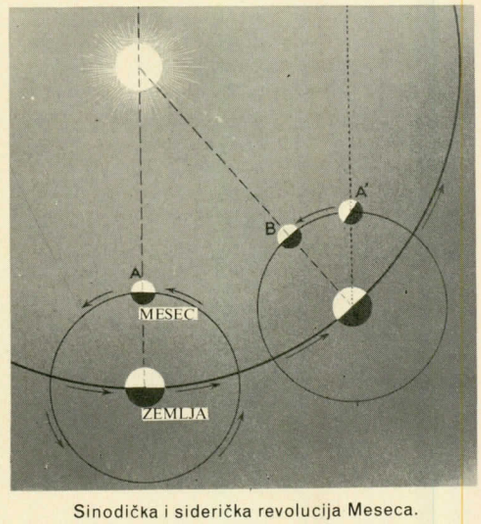
1. — **UVOD**. Mesec je jedini Zemljin satelit. Oko Sunca se u stvari, za jednu godinu obrće centar mase sistema Zemlja-Mesec. Taj centar mase se nalazi na oko 1000 km od Zemljine površine, a oko njega se, u stvari, obrće ne samo Mesec nego i Zemlja. Može se, dakle, smatrati da Mesec opisuje oko Sunca krivu sličnu sinusoidi, tako da se u odnosu na Zemlju nalazi čas sa iste strane kao Sunce, a čas sa suprotne. Isto tako, orbita Zemlje je i sama takva jedna sinusoidalna kriva, na koju utiče položaj Meseca u odnosu na nju.



Kretanje Zemlje i Meseca oko njihovog zajedničkog težišta. Trajektorija Meseca je predstavljena punom linijom, a Zemljina isprekidanom. Mesec je predstavljen bilo malim belim krugom, bilo, kada to crtež dozvoljava, većim krugom, koji omogućava razlikovanje između osvetljene i tamne strane.



Mesečeva orbita u odnosu na Zemljinu.



Sinodička i siderička revolucija Meseca.

2. — **OSNOVNE KONSTANTE KOJE KARAKTERIŠU MESEC I NJEGOVO KRETANJE.** Masa Meseca u odnosu na Zemljinu: 0,01227, odnosno 1/81,30.

Srednja gustina: 3,33 (u odnosu na vodu), odnosno 0,61 gustine Zemlje. Prečnik: 3/11 ekvatorijalnog prečnika Zemlje, odnosno 3 476 km.

Srednja daljina od Zemlje: 384 400 km, odnosno 60 puta veća od srednjeg poluprečnika r Zemlje.

Odgovarajuća srednja paralaksa: 57′ 2″, 70, koja brzo varira između 52′ i 62′.

Srednji prividni prečnik: 31′ 5″, 16, koji varira na jednu i drugu stranu za oko 10°/₀

(Prividni prečnik Sunca varira od 31′ 31″ do 32′ 35″.)

Rotacija Meseca oko svoje ose vrši se za isto vreme kao i njegov obilazak oko Zemlje. Osa rotacije nagnuta je za 88° 29′ u odnosu na ravan ekliptike; njen nagib u odnosu na ravan Mesečeve orbite varira od 83° 11′ do 83° 29′.

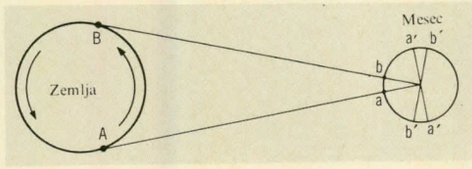
Srednji nagib ravni Mesečeve orbite u odnosu na ravan ekliptike menja se za 173 dana između 5° 0′ i 5° 18′ (srednja vrednost 5° 8′ 43″). Ekscentricitet orbite je 0,055.

Ako ω označava srednji nagib ravni Zemljinog ekvatora u odnosu na ravan ekliptike (sadašnja vrednost 23° 27′), razmatranje polarnog trougla $\Pi P P_1$, koji obrazuju respektivni polovi Zemljinog ekvatora, ekliptike i Mesečeve orbite, pokazuje da ugao ω', koji ravan Mesečeve orbite zaklapa sa ravni Zemljinog ekvatora leži u intervalu $\omega - \alpha$ i $\omega + \alpha$. Taj ugao varira, dakle, od 18° 18′ do 23° 36′, srednjih vrednosti, dok su ekstremne vrednosti 18° 10′ i 28° 45′. Neka N i N″ predstavlja preseke ravni ekliptike sa ravnima Zemljinog ekvatora i Mesečeve orbite, a neka N′ označava presek Zemljinog ekvatora sa ravni Mesečeve orbite; primena sinusne formule na trougao NN′N″ pokazuje da se luk NN′ menja u intervalu — 16° 40′ i + 16° 40′. Taj se luk obično označava sa ε. U prethodnoj glavi rečeno je da se tačka N″ kreće retrogradno sa periodom 18 god. 2/3. Luk NN″ obično se predstavlja simbolom $\mathfrak{Q}$; to je ekliptička dužina uzlaznog čvora Mesečeve orbite.

3. — **VIDOVI MESEČEVOG KRETANJA**. Ovih kretanja ima pet.

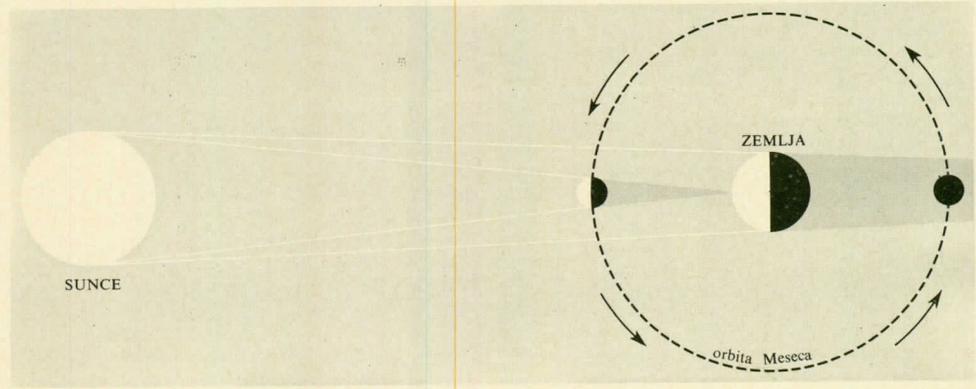
• *Siderička revolucija* odgovara obrtanju Meseca oko Zemlje, odnosno povećanju za 360° srednje longitude Meseca u odnosu na neku nepokretnu zvezdu. Njeno trajanje iznosi 27,32 dana, ili tačnije 27 d 7 h 43 mn 11,5 s.

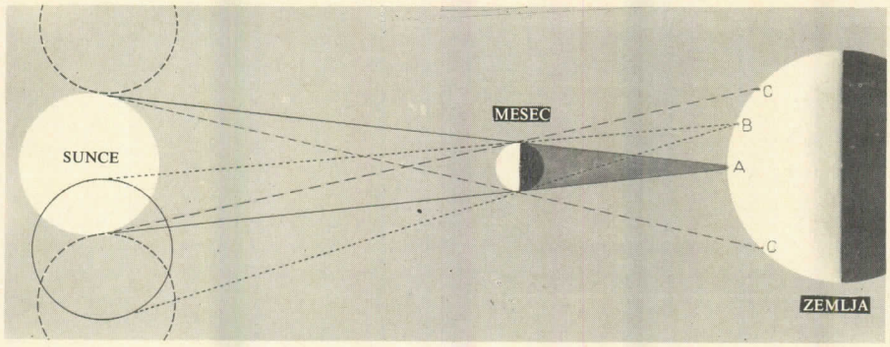
• *Tropska revolucija* odgovara vremenu potrebnom da se za 360° poveća srednja longituda Meseca u odnosu na promenljivi položaj ekvinokcija. Ona iznosi 27 d 7 h 43 mn 4,7 s, što odgovara dnevnom povećanju srednje longitude Meseca od 13° 10′ 35″, što se može porediti sa odgovarajućom vrednošću 1° za Sunce $\left(\text{tačan odnos } \frac{1}{13{,}26}\right)$. Ovaj rezultat treba zapamtiti.



Princip dnevne libracije Meseca. Mesec je dovoljno blizu, a Zemlja dovoljno velika da bi se iz raznih tačaka na Zemlji Mesec video nešto drugačije. Kada se posmatrač usled Zemljine rotacije prebaci iz A u B, on vidi neke nove delove Meseca i čini mu se da se Mesec lagano pomera oko svoje ose tamo-amo.

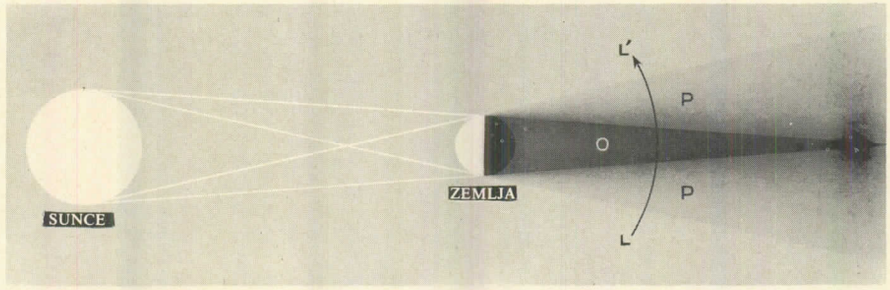
Desno, opšti mehanizam pomračenja Sunca i Meseca.





Teorija potpunih i delimičnih pomračenja Sunca. Pošto je Sunce ogromno, ali daleko, a Mesec mali, ali blizu, to se konus Mesečeve senke prostire dovoljno daleko, te stiže do u blizinu Zemlje. Ako se povuku zajedničke tangente na ova dva nebeska tela, vidi se da Mesec potpuno zaklanja Sunce samo u jednoj uskoj oblasti na Zemlji, delimično ga zaklanja na drugim mestima, a negde ga uopšte i ne zaklanja. Prema tome, može nastupiti potpuno ili delimično pomračenje Sunca.

Dole, pomračenju Meseca: u svome kretanju iz L u L' Mesec prolazi sukcesivno kroz konuse polusenke P i senke O.



• *Sinodička revolucija* Meseca definiše se isto kao i kod planeta: to je vreme koje protekne između dve sukcesivne konjukcije Meseca i Sunca (na primer, dva mlada Meseca). Ova vrednost, koja se obično naziva *mesecom* (vremenskim) iznosi u srednjem 29 d 12 h 44 mn 2,8 s, ili približno 29,5306 dana. Odatle sledi da je trajanje Mesečevog dana duže od Sunčevog dana, tj. da Mesec prolazi kroz meridijan svakoga dana kasnije nego prethodnog. Zakašnjenje prosečno iznosi 50 mn 30 s, ali može varirati od 40 do 60 mn. Ovo zakašnjenje nije isto i pri izlasku Meseca, koje određuju i drugi faktori. Treba zapamtiti da, grubo uzev, Mesec izlazi svakoga dana 50 mn kasnije nego prethodnog. Takođe se može zapamtiti da ima 13 meseci (u navedenom smislu) u toku godine i da prosečno jedan dan u kalendarskom mesecu nema prolaska kroz meridijan, ili izlaska, ili zalaska.

• *Drakonička revolucija* odgovara srednjoj vrednosti vremenskog intervala koji razdvaja dva prolaska Meseca kroz uzlazni čvor njegove orbite. Njeno trajanje je 27 d 5 h 5 mn 36 s, ili približno 27,2122 dana. Ova veličina igra ulogu u teoriji pomračenja.

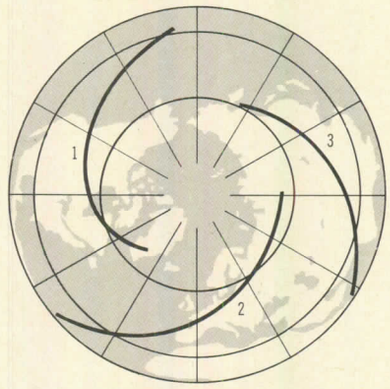
• *Anomalistička revolucija* odgovara srednjoj vrednosti vremenskog intervala koji razdvaja dva sukcesivna prolaska Meseca kroz njegov perigej. Srednja vrednost je 27 d 13 h 18 mn 33 s ili 27,5545 dana.

4. — **LIBRACIJE MESECA**. Usled nejednakosti kretanja Meseca i činjenice da njegova osa rotacije nije egzaktno perpendikularna na ravan njegove orbite, nije, strogo uzev, istina da Mesec uvek okreće istu stranu. U stvari, postoji složeno periodično prividno ljuljanje, koje čini da se može posmatrati 59/100 ukupne površine Meseca. Ovaj fenomen se naziva *libracija*. Postoje tri vrste libracije:

a) *libracija po longitudi*, koja čini da se sa svake strane Mesečevog ruba može videti uska oblast od 8°;

b) *libracija po latitudi*, koja omogućava da se vide zone od najviše 6° 50′ s one strane oba Mesečeva pola (otprilike svakih 14 dana alternativno);

c) *dnevna libracija* koja potiče otud što je i sam posmatrač, usled dnevne rotacije Zemlje, doveden u sukcesivno različite položaje. Njena amplituda dostiže 1° 2′.



Pomračenje Sunca koje nastupa posle isteka sarosa ne vidi se iz istih mesta na Zemlji, već sukcesivno u 1, 2, 3.

OSNOVI TEORIJE POMRAČENJA

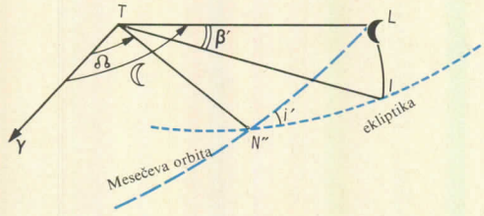
1. — **UVOD**. Prividni prečnici Meseca i Sunca su približno jednaki; ipak, prva od ovih veličina može biti nešto manja ili veća od druge. U zavisnosti od toga posmatraju se *prstenasta* ili *totalna* (potpuna) pomračenja Sunca; ako se radi o potpunom pomračenju, ono može trajati i više minuta.

Potpuno pomračenje Meseca nastupa ako Mesec uđe u konus Zemljine senke. Trajanje mu zavisi od toga da li se Mesec nalazi blizu apogeja ili perigeja (100 do 200 mn). No postoji, takođe, mogućnost i pomračenja polusenkom i delimičnog pomračenja pre i posle potpunog, tako da pojava u celini traje znatno duže.

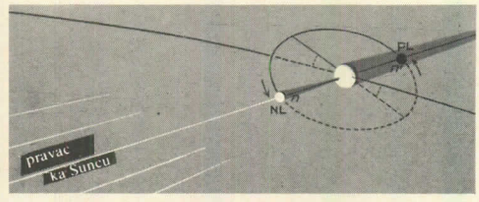
Uopšte uzev, pomračenja Sunca i Meseca mogu se dogoditi samo ako se Mesec nalazi u blizini ravni ekliptike (otuda takođe i naziv *eklipsa*), što znači — samo u blizini prolaska Meseca kroz čvor N″ njegove orbite.

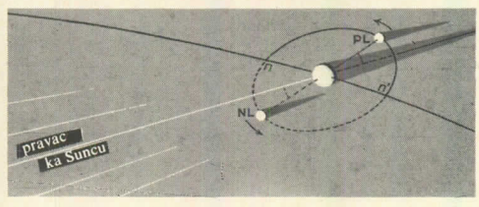
Treba zapaziti da se pomračenje Meseca može posmatrati u istom trenutku iz svih mesta na Zemlji u kojima je Mesec već izašao. To nije slučaj kod pomračenja Sunca, gde uslovi posmatranja pojave zavise bitno od položaja posmatrača na površini Zemlje, budući da se vrh konusa opisanog oko Sunca i Meseca nalazi na daljini od Meseca jednakoj, *grosso modo*, njegovoj daljini od Zemlje, što je posledica približne jednakosti njihovih prividnih prečnika.

2. — **PERIODIČNOST POMRAČENJA**. Ona zavisi od relativnog položaja Sunca i Meseca u odnosu na čvor N″ Mesečeve orbite. Ako se porede trajanja sinodičkog (29,5306 d) i drakoničkog (27,2122 d) meseca, vidi se da ove dve vrednosti stoje u odnosu vrlo bliskom $\frac{242}{223}$. Ovaj period od 223 (vremenska) meseca (6 585 d 7 h 42 mn), koji se zove *saros* ili *haldejski period*, bio je poznat još u vreme Haldejaca. On je samo približno tačan jer se odnosi samo na srednja kretanja ovih nebeskih tela. Izražena u godinama, njegova vrednost iznosi 18 godina i 12, 11 ili 10 dana. Preciznost je, u stvari, mnogo veća nego što to izgleda na prvi pogled, i to iz sledećeg razloga: nejednakosti u ekliptičkoj dužini Meseca koji se kreće po orbiti, a koje mogu dostići 8°, zavise od položaja Meseca na orbiti u odnosu na njegov perigej. Međutim, vrednost sarosa odgovara skoro tačnom umnošku trajanja anomalističke lunarne godine (27,5545 d × × 239 = 6 585 d 12 h 37 mn). Drugim rečima, posle jednog haldejskog perioda, Mesec se nalazi približno na istoj tački svoje orbite. Za vreme tog istog perioda Sunce, čije su nejednakosti u longitudi

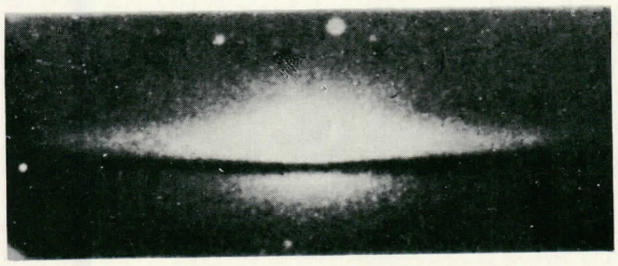


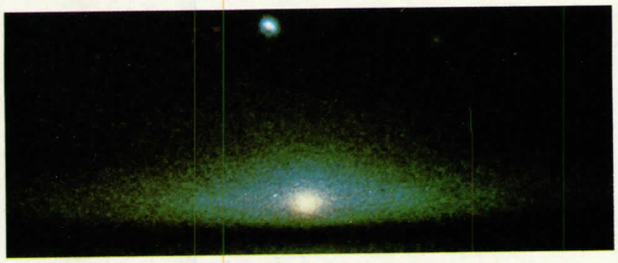
Uslovi za nastupanje pomračenja.



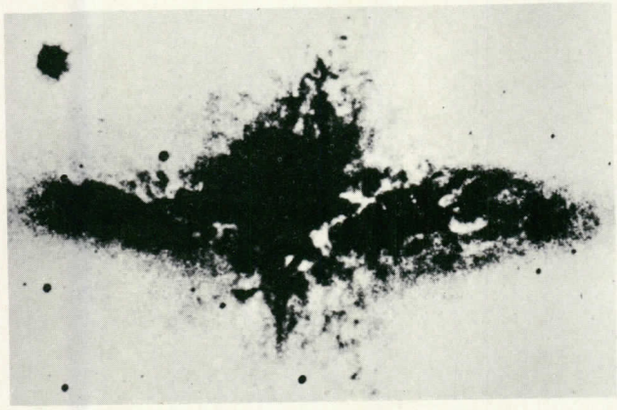


Pomračenja mogu nastupiti samo ako linija čvorova Mesečeve orbite leži u istom pravcu kao Sunce.



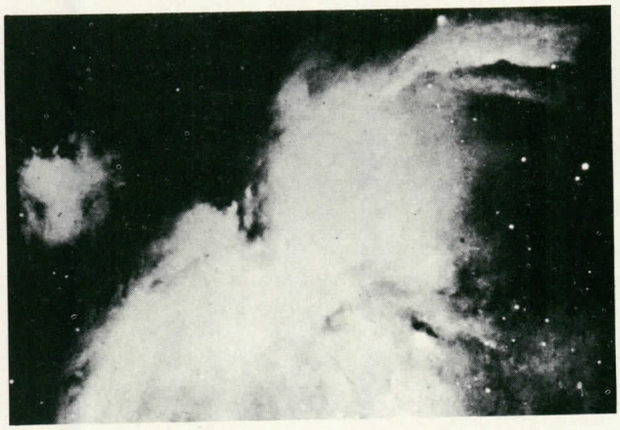


Galaksija M 104, zvana »Sombrero«, na 37 miliona svetlosnih godina, dimenzija većih od naše Galaksije.





Galaksija M 82 u sazvežđu Veliki Medved. U centru se opaža crveno zračenje (linija H), koje emituju pramenovi gasa. Možda se radi o eksploziji miliona zvezda koje čine jezgro.





Velika galaktička maglina u Orionu, koju više susednih zvezda osvetljava difuzijom i fluorescencijom (daljina 1 700 svetlosnih godina, prečnik oko 20 svetlosnih godina).





Spiralna galaksija u sazvežđu Berenikina Kosa, koju vidimo sasvim sa strane. Transverzalna tamna traka u stvari je međuzvezdana materija koju ta galaksija sadrži.
Fot. La Société astronomique de Suisse.



Tamni oblak Barnard B 92 u sazvežđu Strelca. (*Fot. Opservatorije u Maunt-Vilsonu*).

4 puta manje od Mesečevih nejednakosti, nalazi se u istom položaju na svojoj orbiti, sa eventualnom greškom od nekoliko dana. Najzad, sinodička revolucija čvora Mesečeve orbite N″, čije je trajanje 346,6 d, sadržana je 242 — 223 = 19 puta u sarosu: Sunce napreduje svakog dana za 3 739″ u odnosu na čvor Mesečeve površine N″.

Taj interesantan odnos veličina koje karakterišu četiri kretanja (Meseca, Sunca, čvora N″ i perigeja Meseca), pak čak i pet (sa Sunčevim perigejem) predstavlja glavnu prednost haldejskog perioda, tog zanimljivog i korisnog otkrića. U svakom slučaju, kod Sunčevih pomračenja »linija centraliteta«, odnosno centralna linija zone na Zemlji u kojoj se pomračenje vidi kao potpuno, vrlo je uska, a njen tačan položaj se znatno menja i sa najmanjim varijacijama razmatranih elemenata.

Linije centraliteta više sukcesivnih pomračenja, mada pripadaju istoj »porodici«, ne mogu se superponirati rotacijom. Uopšte uzev, posle jednog sarosa linije centraliteta se spuštaju za više stepeni ka jugu. Naravno, pomračenja Sunca mogu nastati samo u vreme mladog Meseca, a pomračenja Meseca — samo u vreme punog Meseca.

3. — **USLOVI ZA NASTAJANJE POMRAČENJA.** Pomračenja su moguća kratko vreme pre ili posle prolaska Meseca kroz liniju čvorova njegove orbite. Lako je izračunati u kojim je granicama, na primer, moguće pomračenje Sunca. Neka Ω i $\mathbb{C}$ označavaju longitude čvorova N″ i Meseca. Kako je maksimalna vrednost prividnog prečnika Meseca $\beta' = 34' 23''$, primenom sinusne formule na sferni trougao N″LI,

$$(1) \qquad \operatorname{tg}\beta' = \operatorname{tg} i' \sin(\mathbb{C} - \Omega),$$

Kad se uzme za i' navedena vrednost 5° 18′, dobija se

$$\mathbb{C} - \Omega < 17°.$$

Posle jednog sinodičkog meseca (2953 d), Sunce napreduje u odnosu na N″ za

$$3739'' \times 29{,}53 = 30°35'17''.$$

Kako je ova vrednost manja nego dva puta 17° (interval od — 17° do + 17°), *u intervalu od jednog sinodičkog meseca mogu nastati dva pomračenja Sunca.*

Da bi se videlo pod kojim uslovima može nastupiti pomračenje Meseca, u jednačini (1) treba vrednost 34′ 23″ zameniti vrednošću 31′ 25″. Tako se dobija

$$\mathbb{C} - \Omega < 12° \text{ umesto } 17°,$$

što pokazuje da ne mogu nastupiti dva pomračenja Meseca u intervalu jednakom sinodičkom mesecu, a čime je potvrđeno da ukupno ima manje pomračenja Meseca nego pomračenja Sunca. Kada se Mesec nalazi u blizini linije čvorova svoje orbite, pomračenja Meseca i Sunca, ako oba nastupaju, razdvojena su, naravno, intervalom od pola sinodičkog meseca.

4. — **DETALJNO PREDVIĐANJE SUNČEVOG POMRAČENJA.** Detaljne računske metode razvio je Besel (Bessel) još pre jednog veka. U pitanju su vrlo dugi računi kojima se bave specijalizovani kalkulatori. U okviru internacionalne akcije, svake godine se računaju i objavljuju detaljne mape. One daju linije centraliteta, krajnje granice konusa polusenke i transverzalne linije koje označavaju časove početka i kraja pomračenja.

5. — **UKUPNI BROJ POMRAČENJA TOKOM SAROSA.** Tokom haldejskog perioda ima prosečno 71 pomračenje, od koga 43 Sunčeva a 28 Mesečevih. Tokom godine ima najviše 7 pomračenja, od kojih 5 ili 4 Sunčevih i 2 ili 3 Mesečeva, ili obratno. Ako se ne uzimaju u obzir pomračenja Meseca polusenkom, u jednoj godini mogu nastati samo dva pomračenja; u tom slučaju biće to pomračenje Sunca.

6. — **VAŽNOST POSMATRANJA POMRAČENJA.** Pomračenja se posmatraju iz više razloga:

a) Ona omogućuju merenje skretanja svetlosnog zraka koji prolazi kraj Sunčevog ruba. U tom cilju vrše se fotografska posmatranja zvezda više meseci pre (ili posle) pomračenja, a takođe i tokom pomračenja, kada je zbog oslabljene svetlosti Sunca moguće posmatrati zvezde. Ovo merenje je važna potvrda opšte teorije relativiteta, koja daje teorijsku vrednost 1″,74.

b) Poredeći izračunato vreme nastanka potpunog pomračenja (totaliteta) sa posmatranim, stručnjaci za geodeziju izvlače zaključke o tačnom obliku realnog geoida u odnosu na konvencionalni elipsoid koji služi za referencu i prema kome su vršeni računi.

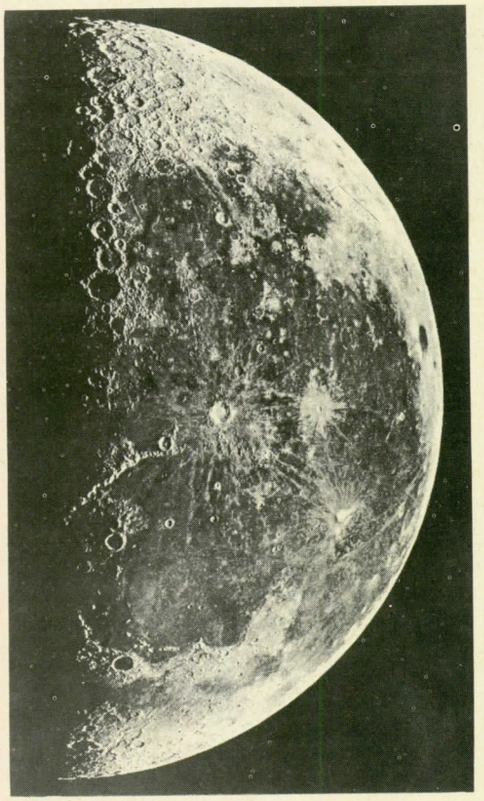
FIZIKA MESECA
PRIRODA MESEČEVOG TLA

1. — **O MESEČEVOM RELJEFU.** Polovina površine Mesečevog diska pokrivena je sivkastim zonama sa malo izraženih detalja, kojima je dat ne baš najsrećnije izabran naziv *mora.* Između njih se nalaze planinski masivi, čije se visine (određene na osnovu senki koje bacaju) mogu porediti sa visinama velikih planinskih lanaca na Zemlji. Neki vrhovi pojavljuju se osvetljeni i iza velikog kruga koji predstavlja granicu osvetljene zone, tzv. *terminatora.*

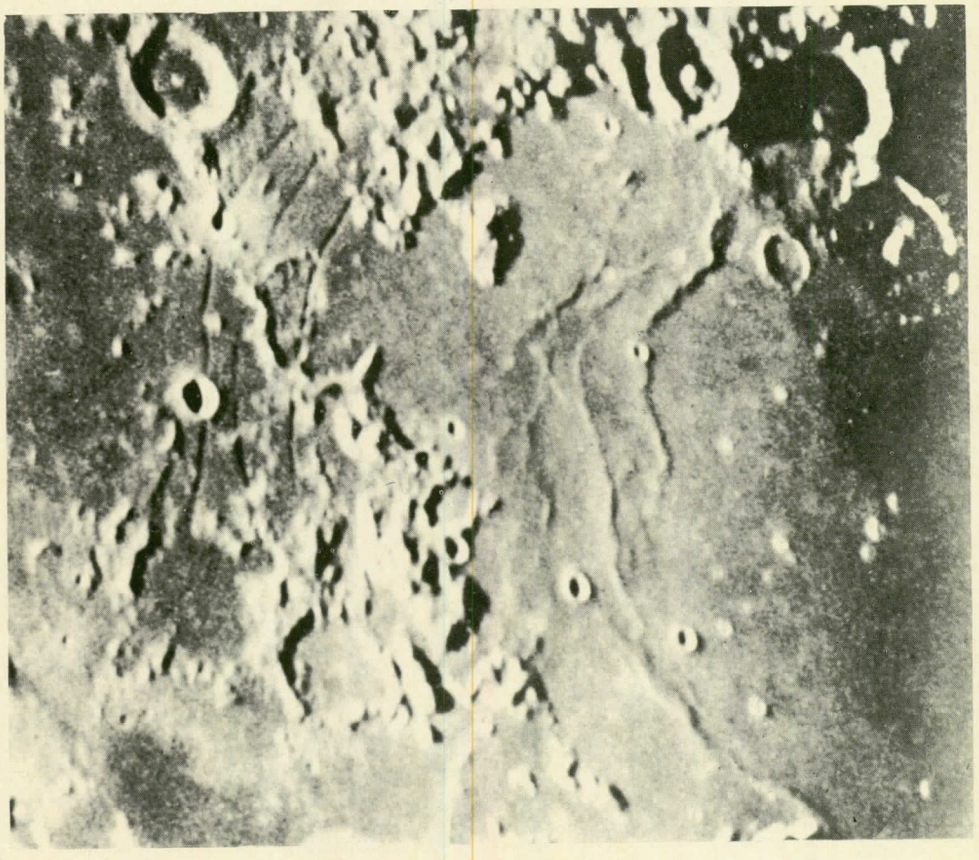
Na celoj Mesečevoj površini sreće se veliki broj basena ograničenih nekom vrstom izrazito kružnog zida. Unutrašnje sniženje nivoa može u izvesnim slučajevima dostići više hiljada metara. Najveći među njima imaju prečnike veće od 200 km. Nasuprot tome, neki su na granici vidljivosti. Više njih, a naročito među najvećima, predstavljaju polazne tačke beličastih pruga koje se zrakasto razilaze na sve strane do na više stotina kilometara.

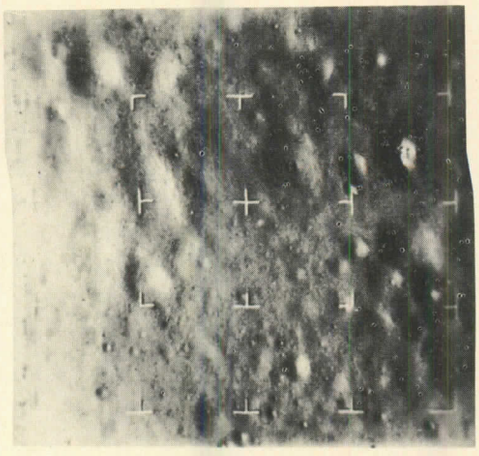
c) I pored uvođenja spektroheliografa i koronografa, posmatranja korone i hromosferskih protuberanci »na živo« *i dalje je od nesumnjivog interesa.*

d) Isto je tako veoma važno izučavanje jonosfere i promena njene jonizacije za vreme pomračenja. Tako su analizom svetlosti pomračenog Meseca Šalonž (Chalonge) i Barbije (Barbier) ustanovili 1942. god. da naša atmosfera naročito obiluje ozonom između 20 i 30 km visine.



Mesec u poslednjoj četvrti.
Fotografija snimljena na opservatoriji Maunt Vilson (Kalifornija).
Dole, velike paralelne pukotine, koncentrične sa morem vlage, čija površina izgleda naborana.
Fot. Pariska opservatorija.





Fotografija koju je »Ranger VII« snimio na 3 milje od površine Meseca.



Fotografija koju je »Ranger VII« snimio sa oko 300 m iznad površine Meseca (fotografija je nepotpuna, jer se satelit razbio pre nego što je poslao sve detalje.

Većina astronoma smatra da poreklo velike većine ovih kratera treba tražiti u padu vrlo velikih meteorita, praćenom eksplozijom. Malopre pomenuti zvezdasti tragovi odgovarali bi toj eksploziji i predstavljali materijal izbačen iz Mesečevog tla.

Najveći odlomci, padajući na površinu, stvorili su mnoštvo »rupa« mnogo manjih dimenzija i sa zaokrugljenim rubovima. Često ih nazivaju *sekundarnim kraterima*. Poznati su sa izvesnom preciznošću tek od 1964. god. na osnovu rezultata letova raketa »Ranger VII«, »Ranger VIII« i »Ranger IX«, lansiranih u Sjedinjenim Državama; dobijene su fotografije sa daljine od 13 000 m, koje dozvoljavaju da se razlikuju objekti linearnih dimenzija 50 cm. Dve priložene fotografije odgovaraju snimcima uzetim, prva, dve sekunde, a druga desetinu sekundi pre no što se »Ranger VII« razbio o Mesečevo tlo. Slika nije mogla biti preneta kompletna zbog razbijanja uređaja.

Na prvom snimku (snimljenom sa visine od 5 km) levo se vidi, u unutrašnjosti kratera manjeg od 100 m, crnkasta masa sa dva sjajna vrha, što bez sumnje predstavlja stenu koja je pala na Mesec suviše malom brzinom da bi se zarila u tlo.

Izvesne sumnje mogle su se javiti do 1966. god. u pogledu strukture i čvrstine Mesečevog tla, koje su neki smatrali tlom peskovitog tipa i bez ikakve konzistentnosti. Sovjetski kosmički brod »Luna IX« i američki »Surveyor« spustili su se na Mesec a da nisu utonuli u njegovo tlo, demonstrirajući time njegovu (barem relativnu) čvrstinu. Panoramske fotografije uzete iz ovih uređaja na tlu pokazale su da je tlo šljunkovito, očevidno suho, ali da može da izdrži prilično velik teret.

Na Mesecu nema ni atmosfere ni vode. Fenomeni erozije tamo su praktično svedeni na nulu. Jedino što imaju uticaj emisije čestica koje potiču sa Sunca, tzv. *sunčani vetar*. Izračunato je da bi za objašnjenje sadašnjeg Mesečevog reljefa bilo dovoljno da svakih 10 000 godina padne jedan veći meteorit. Vrlo veliki meteoriti padali su i na Zemlju, ali su njihovi tragovi brzo izbrisani erozijom usled dejstva vetra i vode.

Međutim, reljef Meseca malim delom potiče i od dejstva unutrašnjih sila. Stvarno, na površini Meseca se opažaju brazde, žlebovi i pukotine, približno ravnomerne širine, a koje se protežu često više od 100 km, pri čemu ih ne zaustavljaju ni zidovi kratera ni planinske oblasti.

Uopšte uzev, nalazi se veoma malo tragova nabiranja. Čak i kada postoji bočni pritisak, on najčešće ima za posledicu nastajanje ispupčenja. Ima takođe i više tragova izvlačenja i pomeranja Mesečeve kore.

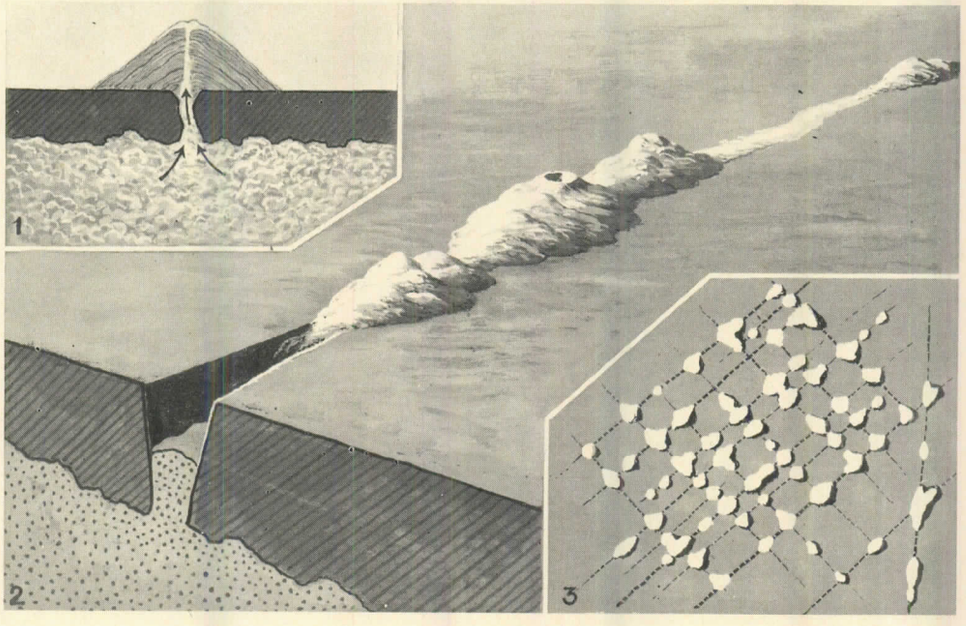
Više autora razmatralo je sledeću dvostruku hipotezu:

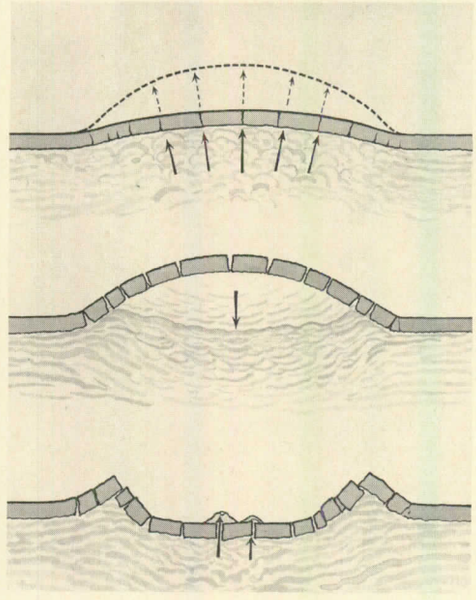
a) U određenoj epohi istorije Meseca, kada je to dozvolilo stanje površine, sila širenja unutrašnjih gasova podigla je ogromne mehure, na čijoj površini su nastale pukotine kroz koje su izlazili gasovi. Unutrašnji pritisak usled toga opada, te se te kupole ruše stvarajući tako kratere slične onima koje posmatramo, a i onima koji su mogli nastati usled pada velikih meteorita. Stvarno se na Mesečevoj površini opažaju izvesna ispupčenja, izvesna kupolasta uzvišenja, koja bi mogla predstavljati raniju etapu procesa nastajanja; s obzirom na sadašnje stanje Meseca, taj proces pripada prošlosti i verovatno je ostao nedovršen. Treba, uostalom, istaći da je 1958. god. sovjetski astronom Kozirjov posmatrao i snimio izbacivanje gasova, registrovano na osnovu spektra. To posmatranje kasnije nije ponovljeno, ali se ipak ne može osporavati.

b) Pod pritiskom unutrašnjih sila moglo je doći do izlivanja magme kroz manje ili više pravolinijske pukotine, nastale opštim pomeranjem tla; ovo izlivanje magme, najpre kašaste a zatim očvrsle, moglo je prouzrokovati ranije pomenute brazde žlebova i pukotine. Prema onome što je do danas posmatrano, nastanak Mesečevog reljefa je složen i delovalo je više uzroka, relativno nazavisno. U svakom slučaju, postoje znatne razlike u nastanku Mesečevog i Zemljinog reljefa.

2. — **MESEČEVA SVETLOST**. Naravno u pitanju je Sunčeva svetlost reflektovana na Mesečevoj površini, sa malim povećanjem zračenja velike talasne dužine. Ovo osvetljenje očevidno zavisi od *Mesečevih mena*, koje se mogu definisati matematički uglom koji obrazuju prave koje centar Meseca spajaju sa centrima Zemlje i Sunca. No za isti ugao, sjaj Meseca nije isti onda kada raste i kada opada: prosečno je jači pre punog Meseca nego pošle.

Vizuelna zvezdana veličina punog Meseca približno je — 12,7 (prosečno), a indeks boje mu je +1,2. Odgovarajući sjaj je oko 400 000 puta manji od sjaja Sunca.





Hipoteza o nastanku Mesečevih kratera uzdizanjem tla, a zatim survavanjem.

Hipoteza obrazovanja Mesečevog reljefa izbijanjem unutrašnje magme: 1. Stvaranje planine (dat je presek); 2. Izdužen i nejednak reljef koji odgovara tragu pukotine; 3. Pravilan raspored grupe planina nastalih iz sistema pukotina koje se presecaju.

Mesečev albedo (odnos količine svetlosti koju Mesec šalje prema onoj koju prima od Sunca) iznosi 0,073, što znači da Mesec apsorbuje 92,7% svetlost koju prima od Sunca.

Kada Mesec ima izgled srpa, ipak se može nejasno razlikovati i onaj deo Mesečevog diska koji ne obasjava Sunce. To je tzv. *pepeljasta svetlost*, oko 10 000 puta slabija od sjaja punog Meseca. Proučavanje te reflektovane Sunčeve svetlosti sa Zemlje omogućuje da se odredi njen albedo, oko 5 puta veći od Mesečevog.

Izvesne osobine odbijanja Sunčeve svetlosti na Mesecu (a naročito njena *polarisanost*) navele su Bernara Lioa (Bernard Lyot) na misao da Mesečevo tlo ima prašinastu strukturu. Na osnovu već pomenutih posmatranja vršenih na samom Mesecu ustanovljeno je da nije reč o pesku, već o šljunku. Uostalom, više autora je i ranije primetilo da bi se postojanje peska, čija zrnca klize jedno po drugom, teško moglo zamisliti van gasovite atmosfere, isto kao i pri vrlo visokim pritiscima, kakvi su vladali u vreme obrazovanja peščara u Zemljinoj kori.

3. — **TEMPERATURA MESECA**. Svaka tačka Mesečeve površine ima 14 puta 24 časa neprekidno dan, a isto toliko noć. Zbog toga nastaju vrlo velike promene temperature, koje ne ublažava nikakva atmosfera. Tokom dana temperatura, verovatno, premaša + 100°C, a tokom noći, verovatno pada na — 50°C. Za vreme pomračenja Meseca, temperatura sa malim zakašnjenjem prati brze varijacije upadnog Sunčevog zračenja; ta činjenica ukazuje na vrlo slabu termičku provodljivost površine tla i ukazuje na njegovu prašinastu strukturu, naravno uz rezerve kojima je u prethodnom paragrafu ograničen smisao te reči.

Definicija i merenje vremena

OPŠTA RAZMATRANJA

1. — **HRONOLOŠKI I HRONOMETRIJSKI PROBLEM**. Postoje dva različita problema u vezi sa definicijom i merenjem vremena:

a) *Hronološki* problem, koji se sastoji u tome da se neki događaj smesti na skali uniformnog vremena, koje se proteže daleko u prošlost, a za koje se definišu proizvoljan početak i jedinica, tj. vreme po definiciji teče ravnomerno kako u prošlosti tako i u budućnosti. Drugim rečima, nastoji se da se prebroje sekunde i delići sekunde koji su protekli od toga prizvoljnog početka.

b) *Hronometrijski* problem, koji se sastoji u vrlo preciznom merenju nekog intervala vremena, ponekad veoma kratkog (merenja frekvencija); on može biti izražen u jedinicama koje ne moraju biti identične sa onima koje su korišćene u prvom problemu. Da bi se udovoljilo zahtevima moderne tehnike, drugi problem mora se rešiti sa mnogo većom preciznošću nego prvi: on se odnosi na probleme u vezi sa prostiranjem elektromagnetnih talasa: radio, televizija, radar itd. U ovom problemu se ne pojavljuje ni pojam proizvoljnog početka od koga se vreme računa, niti pojam skale vremena.

Prvi problem je astronomski, a drugi se više tiče fizike. Zbog toga se govori često o astronomskom i o fizičkom vremenu. Često se kaže i *atomsko vreme*. Jednom odlukom Svetske konferencije za mere i težine od 1964. god. fiksirane su jedinice koje odgovaraju dvema vrstama vremena, a te odluke ući će uskoro u primenu. Uostalom, ovi problemi i nisu uzajamno nezavisni. Tako se može zamisliti neka vrsta »integracije« fizičkog vremena (zasnovanog na atomskim prelazima), na taj način što će se nadovezati jedna na drugu sekunde koje protiču u atomskim etalonima. Tako se stvara skala vremena koja je eksperimentalna i manje ili više veštačka. Tada se napušta ideja o udaljenom proizvoljnom početku, a pretpostavlja se da su različiti atomski etaloni verni, kao i da se mogu reprodukovati i upoređivati među sobom u svakom trenutku, ma u kojoj se tački na Zemlji merenje vršilo.

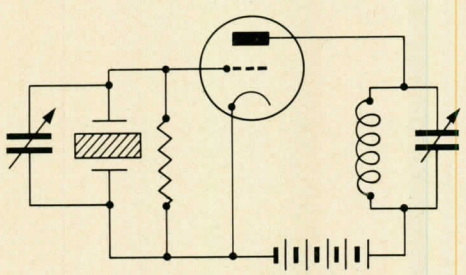
Takvo se vreme ne može neposredno koristiti u astronomiji, a još manje u nebeskoj mehanici. Kretanja u ovoj disciplini moraju se pratiti u daleku prošlost, a skala vremena na koju se oslanja definiše se izvanrednom pravilnošću kretanja nebeskih tela Sunčevog sistema, pod uslovom da su iz ovih kretanja otklonjeni svi sistematski uzroci perturbacije. U oba slučaja, uostalom, koristi se isti interpolacioni uređaj, isti tip sprave za registrovanje vremena, čiju modernu verziju predstavlja *kvarcni časovnik*.

2. — **PIEZOELEKTRIČNI KVARCNI ČASOVNIK**. Pogodno izrezana kvarcna pločica ima piezoelektrične osobine: ako se podvrgne mehaničkim pritiscima na nekima od svojih ravni, u određenom pravcu i odnosu na svoje kristalne simetrije, među tim stranama se javlja elektrostatička razlika potencijala; znak izdvojenog naelektrisanja zavisi od toga da li se radi o kompresiji ili dilataciji. Fenomen reverzibilan u tom smislu da potencijalne razlike izazivaju deformacije kristala kvarca. Ako se radi o struji koja ima period jednak periodu sopstvene vibracije kvarca, ovaj stupa u rezonancu i počinje snažno da vibrira. Više načina rezanja kvarca pogoduje ovom fenomenu. Sve ih je teško realizovati jer je potrebna izvanredna preciznost.

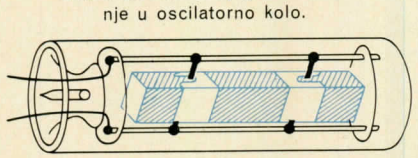
Ako se ovaj kvarc zajedno sa triodom uklopi u oscilatorno strujno kolo i ostvari rezonanca sa periodom sopstvene vibracije kvarca, ostvaruje se *rezonator — generator elektromagnetnih talasa* sa izvanredno pravilnom frekvencijom i vrlo malom amortizacijom.

Donja slika pokazuje paralelno vezan kristal kvarca: vidi se i položaj elektroda; njihovo montiranje u vakuumu ostaje vrlo delikatna operacija.

No takvi kristali stare, te njihovo pokazivanje trpi *pomeranje*; ono se može učiniti vrlo malim ako se radi pri vrlo niskim i vrlo stalnim temperaturama, ali već samo njegovo postojanje ne dozvoljava da se ovaj uređaj za duže vreme smatra savršenim časovnikom. To je, doduše, izvanredan aparat za interpolaciju, ali mu je potrebna kontrola i povremeno doterivanje. Na jednoj od donjih slika treba zapaziti kondenzator za doterivanje. U nekim slučajevima ono se ostvaruje prema astronomskim posmatranjima, a u drugim — poređenjem sa atomskim rezonatorom. Treba napomenuti da takav kvarcni rezonator, koji vibrira sa frekvencijom 100 000 Hz, mora imati demultiplikator frekvencije, koji redukuje frekvenciju na finalnu vrednost od 1 vibracije u sekundi (1 Hz), kojom se pokreće »sekundara« (a time i minutna kazaljka). Tako kvarcni rezonator postaje pravi časovnik koji omogućava doterivanje i regulaciju hoda pomoću za to određenog kondenzatora.



Etalon od kvarca i njegovo montiranje u oscilatorno kolo.



ASTRONOMSKO VREME

1. — **ZVEZDANO VREME**. Ono se direktno odnosi na kretanje zvezda. Ako se uoči trenutak t prolaska kroz meridijan zvezde poznate rektascenzije α, razlika $\alpha - t$ daje korekciju kojom treba ispraviti pokazivanje časovnika da bi se dobilo tačno zvezdano vreme (vidi str. 393, formulu I, 1). Iz više razloga zvezdano vreme se ne upotrebljava kao jedinica za brojenje. Ono što se određuje jeste zvezdani čas unutar jednog dana. Mora se, dakle, iz astronomskih tablica znati:

— zvezdano vreme u 0 časova za svaki dan;

— odnos zvezdanog vremena prema srednjem Sunčevom vremenu, koje reguliše naš svakodnevni život.

Prvu od ovih veličina lako je odrediti jer tačka γ, u stvari, pripada Sunčevom sistemu, a njeno kretanje vrlo je dobro poznato. U svakom slučaju, ova veličina je data u tablicama efemerida. Što se tiče trajanja zvezdanog dana, odnosno *jedinice zvezdanog vremena*, ono se lako izvodi iz sledećeg razmatranja: u intervalu od jedne godine broj Sunčevih dana je za 1 manji od broja Zemljinih rotacija. Pošto se zna da godina iznosi 365,2422 srednja Sunčeva dana, poći će se od jednačine 365,2422 srednja Sunčeva dana = 366,2422 zvezdana dana.

Razlika trajanja im je oko 3 mn 56 s, što znači da zvezde svakog dana izlaze 3 mn 56 s *ranije* nego prethodnog.

Da bi se izrazio isti interval vremena bilo u sekundama srednjeg Sunčevog vremena, bilo u sekundama zvezdanog vremena, koristiće se, već prema slučaju

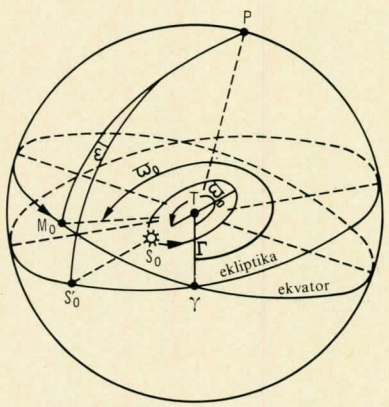
faktor $\left(1+\frac{1}{365{,}2422}\right)$ ili $\left(1-\frac{1}{366{,}2422}\right)$.

Korektivni članovi dati su tablicama koje se nalaze u svim astronomskim godišnjacima.

2. — **SREDNJE SUNČEVO VREME**. Sva posmatranja, makar bila vršena i u zvezdano vreme za zvezde, moraju se kasnije svesti (računom) na Sunčevo vreme, jer je naš svakodnevni život regulisan po Suncu. Međutim, samo nebesko telo (Sunce) ne može direktno služiti kao regulator vremena. U stvari, ono se kreće po ekliptici po Keplerovim zakonima, a ne po ekvatoru, te je njegovo kretanje po rektascenziji neravnomerno. Stoga je pogodno zameniti pravo Sunce fiktivnim, koje zadovoljava određene uslove i koje nazivaju *srednjim Suncem*.

Vremensko izjednačenje se definiše kao razlika rektascenzije »pravog« Sunca α i srednjeg Sunca α_m:

$$E = \alpha - \alpha_m.$$



Definicije i kretanje srednjeg Sunca. Ugao predstavlja vrednost *vremenskog izjednačenja* kada je Sunce u S_0.

Geometrijski, odnos pravog i srednjeg Sunca definiše se na sledeći način: u momentu kada Sunce u svom prividnom kretanju prolazi kroz perigej S_0, na nebeskoj sferi odgovara mu tačka S'_0; tačka M_0 na nebeskom ekvatoru definiše se tako da joj je rektascenzija ϖ_0 jednaka ekliptičkoj dužini perigeja. Iz te tačke polazi fiktivno nebesko telo, *srednje Sunce*, i kreće se po ekvatoru, tako da mu je rektascenzija u svakom trenutku jednaka srednjoj ekliptičkoj dužini pravog Sunca. Kada kroz godinu dana pravo Sunce bude ponovo prolazilo kroz perigej, čija će ekliptička dužina tada biti donekle izmenjena, ϖ'_0, srednje Sunce će tada imati rektascenziju ϖ'_0. Može se pisati $\varpi'_0 = \varpi_0 + 50'', 26$ (precesija) $+ 10'', 46$ (rotacija velike ose).

Pravo Sunce ima veću brzinu od srednjeg u trenutku prolaska kroz perigej. Znači, ako pravo Sunce prolazi kroz tačku γ 21. marta, srednje Sunce će kroz nju proći nešto docnije, oko 23. marta.

Analitički, za vremensko izjednačenje nalazi se formula, u koju ulaze dva niza termova, koji odgovaraju:

— izrazu za dužinu nebeskog tela prema Keplerovom zakonu;

— redukciji ekliptičke dužine na odgovarajuću rektascenziju, pri čemu je uzajamni nagib dveju ravni jednak 23° 27′.

Tako se dobija (formula I, 21, str. 395, formula 9 *bis*, str. 444)

$$E = -9\text{ mn }52\text{ s}\sin 2(\varpi_0 + nt) + 13\text{ s}\sin 4(\varpi_0 + nt) + \ldots + 7\text{ mn }40\text{ s}\sin nt + 5\text{ s}\sin 2nt + \ldots$$

gde je n srednje kretanje Sunca po njegovoj orbiti.

Kriva dobijena na osnovu ove formule predstavlja rezultantu četiri elementarne sinusoide; ona je predstavljena na gornjoj slici. Može se videti iz ove krive da vremensko izjednačenje 4 puta godišnje biva jednako nuli, jednom u trenutku prolaska kroz perigej (oko 3. januara); ono varira između — 16 mn i + 15 mn.

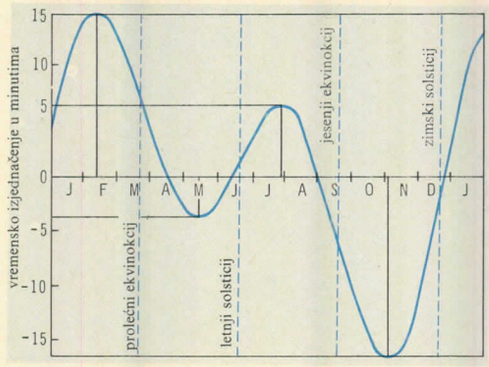
U stvari, vremensko izjednačenje se vrlo retko koristi u praksi jer se Sunce posmatra najčešće samo da bi se usavršilo poznavanje konstanti ekliptike, kao i radi detaljnijeg upoznavanja kretanja samog Sunca. Određivanje vremena se vrši korišćenjem zvezdanog vremena na osnovu posmatranja zvezda, a zatim se zvezdano vreme transformiše u srednje Sunčevo vreme pomoću jednačina nebeske mehanike, a naročito pomoću osnovne jednačine koja daje srednju longitudu Sunca.

3. — **SREDNJA LONGITUDA SUNCA. ZAKONSKA JEDINICA VREMENA**. Srednja longituda Sunca je poznata iz apsolutnih posmatranja Sunca, koja omogućuju određivanje zakona njegovog kretanja na osnovu merenja *deklinacija*, a s obzirom na poznatu vrednost nagiba ekliptike. Prema Njukombu, ima se

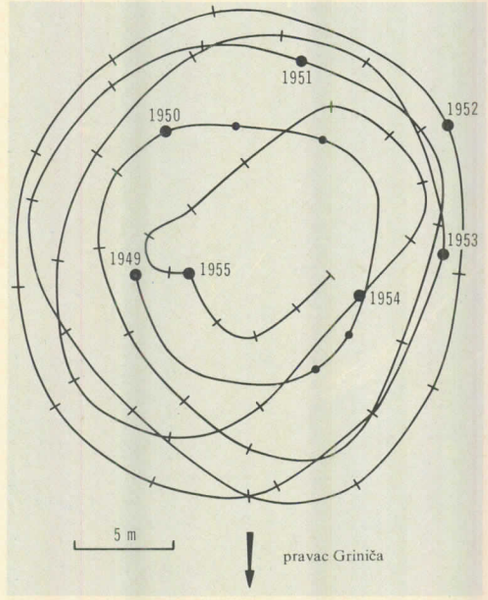
$$L = 279°41'48'',04 + 129\,602\,768'',13\,t + 1'',089\,t^2.$$

U ovoj formuli t je izraženo u julijanskim vekovima, koji po konvenciji sadrže 36 525 d, kao i konstantni član koji odgovara vrednosti srednje longitude Sunca L na početku epohe, za koju se uzima početak godine 1900.

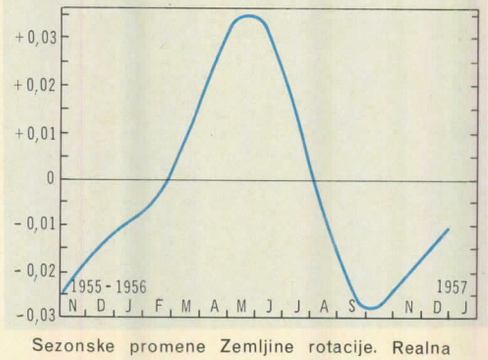
Iz Njukombove jednačine izvlači se napose *zakonska* jedinica vremena, koja se javlja u dekretu francuske vlade od 20. maja 1961. godine. Sledeće, dosta delikatno rezonovanje vodi do ove definicije: kao i svi njegovi prethodnici, Njukomb je u svojim računima uzeo za osnovni *interval vremena* trajanje tropske godine, tj. vremenski interval koji razdvaja dva trenutka u kojima deklinacija Sunca postaje jednaka nuli; zatim je taj interval vremena podelio, u skladu sa konvencijom, na 365,25 jednakih intervala, koje je nazvao *julijanskim danima*. Tako je dobio za koeficijent uz t empiričku vrednost 129 602 768″,13. Ako treba da se definišu srednji Sunčevi dani od 24 časa, svaki čas od 60 minuta a svaka minuta od 60 sekundi, tj. ukupno 86 400



Kriva promene vremenskog izjednačenja.



Polodija od 1949. do 1955, prema S. I. L.(trajektorija Severnog pola).



Sezonske promene Zemljine rotacije. Realna Zemlja »žuri« ili »zaostaje« u odnosu na idealnu Zemlju sa konstantnom brzinom rotacije.

vremenskih sekundi, ili 86 400 × 15″ = 129 600 000 lučnih sekundi, broj N Sunčevih dana sadržanih u tropskoj godini mora biti takav da

$$\frac{N}{365{,}25} = \frac{129\,600\,000}{129\,602\,768{,}13'}$$

N = 365,24219872 srednja Sunčeva dana.

A broj sekundi srednjeg Sunčevog vremena sadržan u tropskoj godini biće

$$365{,}24219872 \times 86\,400 = 31\,556\,925{,}9747\text{ s.}$$

Ova vrednost je navedena u zakonu koji određuje *zakonsku jedinicu vremena*. Ova definicija je internacionalna. No član t^2 u Njukombovoj jednačini pokazuje da trajanje tropske godine nije strogo konstantno. Lako je izračunati da njena promena iznosi 0,53 s u jednom veku. Ma kako bila mala, ona obavezuje da se definiše na koji se trenutak odnosi tropska godina koja je uzeta za osnovnu jedinicu. Izabrano je trajanje tropske godine za epohu 1900,0, tj. u podne 31. decembra 1899. god.

4. — **NERAVNOMERNOST ZEMLJINE ROTACIJE**. Problem definicije i merenja vremena znatno čini složenijim činjenica da Zemljina rotacija pokazuje više nepravilnosti.

a) Složeni fenomen precesije ekvinokcija prisiljava nas da u definiciji vremena koristimo samo precesiju uniformnu po longitudi. Tako se definiše *srednje zvezdano vreme*, koje se nešto malo razlikuje od pravog zvezdanog vremena; ta razlika čini nužnim da se koordinate posmatranih zvezda svaki put svode na trenutak posmatranja pomoću individualnih korekcija za precesiju i nutaciju.

b) *Osa rotacije* Zemlje nije apsolutno fiksirana u odnosu na samu Zemaljsku kuglu. Trenutni pol lagano oscilira nepravilnim kretanjem oko srednjeg pola i opisuje na površini Zemlje krivu koja se zove *polodija*. Ukupna amplituda je u sadašnje vreme oko 0″,60, odnosno 21 m. To je mala, ali ne i zanemarljiva vrednost; vremenska korekcija je od nekoliko stotih delova sekunde. Elementi te korekcije poznati su tek sa izvesnim zakašnjenjem. Nju određuje internacionalna služba, tzv. služba *varijacije geografskih širina*.

c) *Brzina rotacije* Zemlje pokazuje varijaciju zavisnu od godišnjeg doba; u odnosu na fiktivnu Zemlju sa stalnom brzinom rotacije, prava Zemlja ima zakašnjenje od 0,035 s u maju, a ima prednost od 0,029 s u oktobru.

d) *Konstatovano je sekularno usporenje brzine rotacije*. Odgovarajuća korekcija se svodi na to da se osnovnoj Njukombovoj jednačini doda korekcioni član, kao i da se ravnomerno vreme t zameni pseudoravnomernim vremenom θ, tako da

$$\theta = t + 29{,}95\,t^2$$

(t izraženo u vekovima); odatle, ograničivši se na približnu vrednost,

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 + 60\,t.$$

Nakon dvadeset vekova, zakašnjenje uneto u merenje vremena je

$$20^2 \times 30 = 12\,000\text{ s} = 3\text{ h }20\text{ mn.}$$

Usporenju Zemljine rotacije odgovara produženje trajanja dana za oko 60 s nakon jednog veka od 36 525 d. Produženje trajanja dana je, dakle, $\frac{60}{36\,525} = 0{,}001\,64$ s. Nagomilavanje ovih dnevnih usporenja i dovodi do pomenute razlike od 3h 20 mn.

e) Čak i ako se uzmu u obzir sve ove nepravilnosti, ipak preostaju stohastičke *fluktuacije*. One se ispoljavaju u nepravilnostima izmerenih vrednosti ekliptičke dužine Meseca, koji je nebesko telo sa najbržim kretanjem po longitudi, 13 puta bržim od kretanja Sunca. Konstatovanje fluktuacija ovakvim merenjima moguće je zato što su jednačine kretanja Meseca danas savršeno dobro poznate, a posmatranje položaja Meseca u odnosu na zvezde učinjeno je mnogo preciznijim zahvaljujući velikoj preciznosti posmatranja okultacije zvezda Mesecom.

Odgovarajuća korekcija, koju takođe treba dodati Njukombovoj jednačini, izražena je termom

$$+ 1{,}821\text{ s B,}$$

gde je B konstatovano odstupanje longitude Meseca, a koeficijent 1,821 predstavlja vreme potrebno da se longituda Meseca poveća za 1″.

5. — **UNIVERZALNO VREME** (U. V.). Različite vrste vremena koje smo definisali, kako zvezdano tako i srednje Sunčevo vreme, pravo ili srednje, odnose se na *lokalno vreme*.

Potrebe savremenog života učinile su neophodnom generalizaciju vremena jedinstvenog u celom svetu, što je moglo da se postigne usvajanjem određenog meridijana; internacionalnim dogovorom ovaj meridijan prolazi kroz Grinič, ili mu je bar vrlo blizu (precizna definicija je prilično komplikovana). Cela Zemlja je podeljena na 24 zone od 1 časa, pri čemu početna zona (nenumerisana) ima za centralni meridijan grinički meridijan. Numerisanje od 0 do XXIII vrši se, zatim, od zapada prema istoku. Svaka država bira jednu zonu (ili više njih ako je prostrana), što omogućava definiciju *zakonskog vremena* u svakoj državi. Tako generalisano vreme naziva se *univerzalno vreme* (U. V.). Da bi se prešlo sa direktno merenog lokalnog vremena na odgovarajuće univerzalno vreme, moraju se uzeti u obzir i geografska dužina dotičnog mesta i broj zone kojoj pripada dotična država.

Korekcija (< 12 h) koju treba dodati *univerzalnom vremenu* (U. V.) da bi se dobilo zakonsko vreme pozitivna je ka istoku a negativna ka zapadu. Tačna linija *promene datuma* određena je precizno u blizini meridijana 180°, da bi se uzele u obzir izvesne zemlje u toj oblasti (Aleutska ostrva, Fidži, Novi Zeland, itd.).

Jedna međunarodna organizacija, Internacionalni biro za vreme, ima svoj stalni centar na Pariskoj opservatoriji. Njegov je zadatak da daje permanentnu definiciju univerzalnog vremena, i da to odašilje preko radija; ovo se vrši u više etapa, pri čemu se uzimaju u obzir sukcesivne korekcije, a rezultati se objavljuju svaka dva meseca u *Časovnom biltenu*. Korekcije su zasnovane na posmatranjima sa četrdesetak opservatorija, koje su raspoređene po celom svetu, a svaka od njih raspolaže celokupnom službom vremena (posmatranje, održavanje tačnog vremena i njegova radio-difuzija).

Za definiciju univerzalnog vremena koriste se samo neke od korekcija navedenih u prethodnom § 4:

— korekcije za precesiju i nutaciju uključene u neobrađenim rezultatima posmatranja;

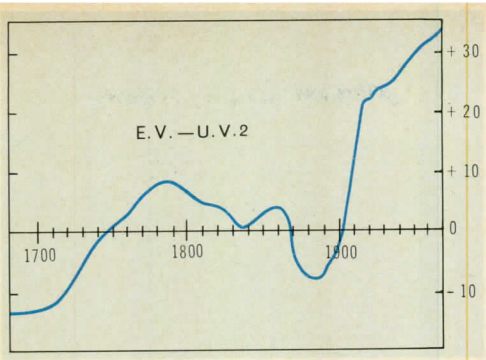
— korekcije za srednji pol i godišnju varijaciju brzine rotacije.

Tako definisano vreme se naziva *uniformno provizorno univerzalno vreme* ili U. V. 2, i koristi se za potrebe astrometrije i položajne astronomije. Druge korekcije služe za definiciju druge vrste vremena, tzv. *efemeridskog vremena*; za određivanje ovog vremena potrebno je ponekad godinu ili dve, a samo se ono koristi u nebeskoj mehanici (§ 6).

To što se svi ovi rezultati saznaju tek sa manjim ili većim zakašnjenjem ne ometa njihovu primenu u astronomiji. Uostalom, i prvi publikovani provizorni rezultati imaju već veliku preciznost, a ni njih nije moguće znati trenutno. To što se konačne korekcije vremena saznaju sa zakašnjenjem od nekoliko časova, nekoliko nedelja ili više meseci, ni u kakvoj meri ne umanjuje konačnu tačnost; tako se mogu unositi konačne korekcije u posmatrane razlike longituda, merene koordinate nekih zvezda, trenutak posmatranja nekog fenomena itd.

6. — **EFEMERIDSKO VREME** (E. V.). Jedino ono predstavlja *uniformno vreme*, ali mu je definicija u velikoj meri zasnovana na konvenciji. Ona se, u suštini, zasniva na navedenoj Njukombovoj jednačini. Polazeći od provizornog uniformnog univerzalnog vremena U. V. 2, uzimaju se u obzir korekcije *d* i *e* pomenute u § 4, naime, sekularno usporavanje Zemlje i nepravilne fluktuacije opažene u Mesečevoj longitudi.

Sama Njukombova jednačina mora se u izvesnoj meri modifikovati da bi se uzele u obzir korekcije čija je nužnost shvaćena pri nedavnim posmatranjima: lagane modifikacije u nezavisnom članu i u koeficijentu uz *t*. Zapaža se da su ove dve male modifikacije shvaćene kao »korekcije«, a da je sama Njukombova jednačina sačuvana, naročito



Kriva koja daje razliku između efemeridskog vremena i provizornog uniformnog univerzalnog vremena (E. V. — U. V. 2).

što se tiče definicije internacionalne jedinice astronomskog vremena, date u § 2 — ovo radi osiguranja kontinuiteta sa već objavljenim rezultatima. Konačni rezultati objavljuju se u obliku razlike E. V. — — U. V. 2. Na gornjem dijagramu vidi se ova razlika. Odgovarajuća korekcija ima vrednost 35 s u 1965. godini.

N a p o m e n e. 1. Nazivi srednje griničko vreme, ili engleski: Greenwich mean time (GMT), koji se često upotrebljavaju u novinama i časopisima, u stvari su pogrešni: u astronomiji se »srednje vreme« broji od podneva do podneva, tj. određuje se na osnovu *gornjeg* prolaska posmatranih nebeskih tela. Bilo bi pravilnije da se govori *građansko griničko vreme*. Svetska astronomska unija je više puta autoritativno preporučila termin *univerzalno vreme* (U. V.).

2. Trajanje tropske godine, izraženo u srednjim Sunčevim danima (ono odgovara intervalu vremena koje razdvaja dva prolaska Sunca kroz tačku γ, ili tačnije: kroz regularizovanu tačku γ, isključivanjem periodičnih efekata nutacije u longitudi) nije jednako trajanju jednog potpunog obrta Zemlje oko Sunca, odnosno sideričkoj godini. Između ova dva trajanja postoji malo odstupanje zbog precesije ekvinokcija, koje iznosi 50″, 26, odnosno 3,4 s. Tačnije, ovo odstupanje jednako je vremenu koje je potrebno da se srednja ekliptička dužina Sunca poveća za 50″, 26. S obzirom na to da se ona povećava za 360° tokom godine, elementarni račun pokazuje da povećanje longitude od 50″, 26 odgovara intervalu vremena od 20 mn 26 s.

Trajanje zvezdane (sideričke) godine skoro je konstantno, u svakom slučaju mnogo više od trajanja tropske godine, koja varira za 0,53 s za jedan vek. Ipak je tropska godina, kao jedina dostupna posmatranju, iskorišćena za definiciju jedinice astronomskog vremena.

FIZIČKO ILI ATOMSKO VREME

1. — **TRAŽENA TAČNOST SAVREMENIH MERENJA VREMENSKIH INTERVALA**. Ta merenja su, u stvari, *vrlo precizna merenja frekvencije*. Reč je, dakle, pre o problemu koji spada u domen fizike, a ne astronomije. Astronomija nikada neće moći dostići traženu tačnost, koja danas iznosi 10^{-11} s, dok stabilnost od 0,001 s dnevno odgovara tek 1 000 puta manjoj tačnosti. Ipak, veličina koju treba definisati i meriti ista je kao i ona u astronomiji, tako da ova dva vida određivanja vremena mogu vršiti koristan uzajamni uticaj.

2. — **PRINCIP ATOMSKOG ODREĐIVANJA VREMENA ILI FREKVENCIJA**. Ne postoji, zapravo, *atomski časovnik*, nego samo *rezonatori* koji emituju elektromagnetne talase određene i teorijski precizno poznate talasne dužine. Postupak se sastoji u korišćenju takvih talasa radi *kontrolisanja* vibracija kvarcnog časovnika, čija je osnovna frekvencija 100 000 Hz; ako je potrebno, časovnik se može prinuditi da određenu frekvenciju zadrži koliko je potrebno. Ovaj postupak očevidno pretpostavlja mogućnost da se frekvencija kvarca pomnoži *vrlo egzaktnim* faktorom, možda vrlo složenim; na taj način kvarc vibrira sa frekvencijom koja bi u principu trebalo da bude jednaka frekvenciji rezonatora, a u stvari će mu biti samo vrlo bliska.

Uz pomoć kondenzatora za regulisanje koji se nalaze u svim kvarcnim časovnicima nastoji se da se postigne što tačnija jednakost tako umnožene frekvencije kvarca i frekvencije rezonatora. Takozvani *atomski* časovnici su, u stvari, obični kvarcni časovnici, čijim vibracijama komanduje rezonator poznate frekvencije. Ponekad nema komandovanja, već postoji samo *kontrola*.

3. — **REZONATORI**. Za njih se najčešće koristi gas, bilo u atomskom, bilo u molekularnom stanju, a čije čestice mogu imati dva susedna energetska stanja (tj. nalaziti se u dva različita »nivoa«, kako se to kaže u fizici). Prelaz iz jednog nivoa u drugi može biti ili spontan, ili spoljašnjim faktorima izazvan (ili bar favorizovan). Najčešće se koriste:

— molekul amonijaka, kod koga se inverzija tetraedra obrazovanog od atoma azota i 3 atoma vodonika može ostvariti apsorpcijom energije koja odgovara frekvenciji od 23 870, 130907 MHz;

— atom cezijuma, gde se koristi frekvencija precesije njegovog elektrona u magnetnom polju jezgra. Odgovarajuća frekvencija je 9192,631770 MHz. Ova frekvencija je uzeta kao etalon za sve ostale rezonatore, pri čemu je gornja vrednost definisana u odnosu na sekundu efemeridskog vremena; odredili su je 1958. god. Esen (Essen) i Markovic (Markowitz);

— atom rubidijuma ili atom talijuma;

— atom vodonika, za koji smo ova dva nivoa energije definisali u vezi s problemima radio-astronomije, konstatovavši da je odgovarajuća talasna dužina jednaka 21,105 cm.

Ponekad se koriste tzv. *stimulirane* emisije, u kojima se prelaz sa jednog nivoa na drugi favorizuje prethodnom selekcijom čestica koje se nalaze na ovim nivoima. Odgovarajući instrumenti se označavaju terminom MASER (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiations). Njihova upotreba spada u domen atomske fizike.

4. — **ZAKLJUČAK**. Danas je moguće upravljati hodom kvarcnog časovnika, ili bar taj hod kontrolisati pomoću uređaja zasnovanog na atomskom prelazu kome odgovara precizno poznata frekvencija. Ta frekvencija se može odrediti u odnosu na sekundu efemeridskog vremena zahvaljujući vrednosti frekvencije cezijuma, koju su 1958. god. odredili Esen i Markovic. Ova vrednost je internacionalno usvojena nedavnom odlukom Svetske konferencije za mere i težine.

S obzirom na to da se kvarcni časovnici ponašaju kao pravi časovnici, postala su moguća nastojanja na *integraciji atomskog vremena*, tj. na apstrahovanju vremena zasnovanog na atomskim časovnicima od svake spoljne kontrole. Ovim se pretpostavlja da se svi atomski časovnici mogu međusobno porediti i da su savršeno reproducibilni; u ovom domenu postignuti su već određeni uspesi.

Tako stvorena skala vremena može biti samo kratka skala, koja seže u prošlost jedva nekoliko godina. Ona ne može zadovoljiti astronome, naročito ne u vezi s problemima nebeske mehanike. Ipak im ona može učiniti značajne usluge stavljajući im na raspolaganje praktično savršen hronometarski uređaj. Tako se javlja upotreba dveju nešto malo različitih jedinica, za *vreme* i za *intervale vremena*. One se ne razlikuju više od 0,001 s dnevno, što čini 39 s u jednom veku.

Činilo nam se potrebno da ovde naglasimo važnost ovih pojmova, koji su danas u punom razvoju, a koji se odnose na jednu od osnovnih veličina mehanike, astronomije i fizike: *vreme*.

Veštački sateliti

UVOD. Problemi koji se odnose na način lansiranja i propulziju veštačkih satelita spadaju u domen astronautike. Detaljni opis vrlo složenih instrumenata koji se nalaze u satelitima spada u domen elektronike i tehnike. Nasuprot tome, problemi koji se odnose na trajektorije spadaju u domen astronomije (nebeske mehanike), a dobijeni rezultati koji doprinose boljem poznavanju vasione spadaju u domen astrofizike.

»Osvajanje vasionskog prostora« u stvari se svodi (a tako će to ostati još zadugo) na istraživanje najbliže okoline Zemlje, a »kosmonauti« su stigli samo do Meseca. Velike teškoće koje se suprostavljaju istraživanju daljih nebeskih tela danas su potpuno jasne. Sve do danas udaljenije oblasti Sunčevog sistema istraživane su samo uz pomoć uređaja bez posade, ali sposobnih da na Zemlju prenesu jedan deo rezultata registrovanih njihovim instrumentima. I pored toga, od 1957. god. naovamo postignuti su izvanredno krupni rezultati.

PROBLEMI U VEZI SA TRAJEKTORIJAMA

1. — **OSNOVNI PROBLEM BRZINA**. Brzina kojom se kreće veštački satelit predstavlja bitan element njegove trajektorije; pri razmatranju kretanja satelita nije dovoljno uzimati izolovano »sfere privlačenja« raznih nebeskih tela (Zemlja, Mesec, Sunce), jer kretanje satelita nije određeno samo relativnim daljinama od njega do tih tela i njihovim masama: satelit nije, naime, nikakvom svemoćnom rukom postavljen na mesto na kome se nalazi, niti je bez sopstvene brzine. Osnovna formula problema brzine je (vidi str. 444, § 2)

$$V^2-\frac{2\mu}{\Delta}=V_0^2-\frac{2\mu}{\Delta_0}=-\frac{\mu}{a}=C^{te}$$

(V, brzina u datoj tački; V_0, brzina u perigeju, tzv. *početna brzina normalna na pravac satelit — — Zemlja*; Δ, daljina do Zemlje u razmatranom trenutku; Δ_0, daljina perigeja od centra Zemlje; a, velika poluosa orbite satelita, pozitivna, negativna ili beskonačna, već prema tome da li je orbita eliptična, hiperbolična ili parabolična; $\mu = GM$, gde je G gravitaciona konstanta, a M masa Zemlje). Iz ove formule se vidi da se iz poznate Δ_0 (daljine perigeja) i V_0 (početne brzine) može neposredno izračunati velika poluosa elipse, a odatle i daljina apogeja, kao i brzina u toj tački.

Posebnu pažnju privlači partikularna vrednost $(V_0)_p$ početne brzine, tzv. *paraboličke brzina*, čija je definicija

$$(V_0)_p^2=\frac{2\mu}{\Delta_0}.$$

Isto tako, treba istaći vrednost $(V_0)_c$, koja odgovara *ravnomernoj kružnoj brzini*. Iz osnovnih zakona mehanike dobija se, stavivši $\Delta_0 = a$

$$(V_0)_c^2=\frac{\mu}{\Delta_0}=(V_0)_p^2\times\frac{1}{2}.$$

Treba zapaziti da su i jedna i druga brzina obrnuto proporcionalne kvadratnom korenu daljine do Zemlje. Isto važi i za brzinu V u proizvoljnom trenutku. *Brzina kretanja satelita oko Zemlje opada kada se povećava njegova daljina od Zemlje*. Nikada ne treba izgubiti iz vida ovaj elementarni zakon, sa kojim smo se već sreli pri izučavanju kretanja planeta oko Sunca.

• *Trajanje obrtanja T za kružnu orbitu*. Iz formula za ravnomerno kružno kretanje dobija se

$$T=\frac{2\pi\Delta_0}{(V_0)_c}=\frac{2\pi{\Delta_0}^{3/2}}{\sqrt{\mu}}.$$

• *Preostala brzina pri lansiranju paraboličkom ili hiperboličkom brzinom*. Iz osnovne jednačine brzina takođe se dobija

$$V^2-(V_0)_p^2=2\mu\left(\frac{1}{\Delta}-\frac{1}{\Delta_0}\right).$$

Brzina V satelita u odnosu na Zemlju postaje jednaka nuli tek na beskonačnoj daljini Δ. Često upotrebljavan izraz *brzina oslobađanja* nije pogodan: satelit se »oslobađa« privlačenja nebeskog tela tek u beskonačnosti. Jedini korektan termin je *paraboličke brzina*. No na vrlo velikoj daljini Δ, takvoj da se visina lansiranja Δ_0 u odnosu na nju može zanemariti, navedena relacija se može primeniti. Ako je, na primer, $\Delta = 100\,\Delta_0$, preostala brzina je vrlo približno jednaka 1/10 početne paraboličke brzine.

U slučaju hiperboličke brzine, brzina u beskonačnosti V_∞ nije više jednaka nuli, te se iz iste opšte jednačine dobija

$$V_\infty^2=V_0^2-(V_0)_p^2.$$

Kao što će se videti u sledećem paragrafu, parabolička brzina u odnosu na Zemlju iznosi 11,18 km/s. Ako je početna brzina bila 12 km/s, preostala brzina u beskonačnosti biće

$$V_\infty^2=12^2-11{,}18^2=19{,}01;$$

odakle je

$$V_\infty=4{,}36\ \text{km/s}.$$

Ako je satelit samo vrlo daleko (a nije u beskonačnosti), na ovu vrednost dodaje se malopre izračunata, koja daje preostalu brzinu u odnosu na polaznu paraboličku brzinu.

2. — **NUMERIČKE PRIMENE**. Za približne numeričke primene može se uzeti za Zemlju, u sistemu C. G. S.,

$$\mu=4\times10^{20}\ \text{g},\quad a_0=64\times10^7\ \text{cm}$$

(a_0 je srednja vrednost Zemljinog poluprečnika). Tada se za $(V_0)_p$ i $(V_0)_c$ dobijaju rezultati navedeni u sledećoj tablici:

Visina lansiranja u km	$(V_0)_p$ u km/sek	$(V_0)_c$ u km/sek
0	11,18	7,91
200	11,01	7,78
400	10,84	7,66
600	10,69	7,56
800	10,54	7,45
1000	10,39	7,35
1720	9,95	7,04
36000	4,34	3,07

• *Paraboličke brzina u odnosu na Mesec*. Polazi se od sledećih elemenata: masa = 1/81 i poluprečnik = 3/11 u odnosu na Zemlju. Dobija se

$$(V_0)_p\ \text{Mesec} = 2380\ \text{m/s (pri tlu)}.$$

• *Paraboličke brzina u odnosu na Sunce*. Pomoću odgovarajućih elemenata izraženih u odnosu na Zemlju (odnos masa 300 000; odnos poluprečnika 109) nalazi se

$(V_0)_p$ — Sunce = 42 200 m/s, na daljini Sunce — — Zemlja;
$(V_0)_c$ = 29 385 m/s, što je približno jednako orbitalnoj brzini Zemlje.

• *Satelit čiji jedan obilazak traje* 24 *časa*. Primenjujući gornju formulu, nalazi se

$$\Delta_0=42\,330\ \text{km},\quad h=35\,862\ \text{km}.$$

Satelit lansiran na tu visinu brzinom kruženja (tj. 3070 m/s) *duž ekvatora* u smeru zapad-istok izgledao bi nepomičan na nebu iz svih mesta u kojima bi se mogao videti. Takvi su američki telekomunikacioni sateliti »Syncom«, »Telstar«, »Early Bird«. Teškoća se ovde sastoji u uvođenju satelita u ekvatorijalnu orbitu.

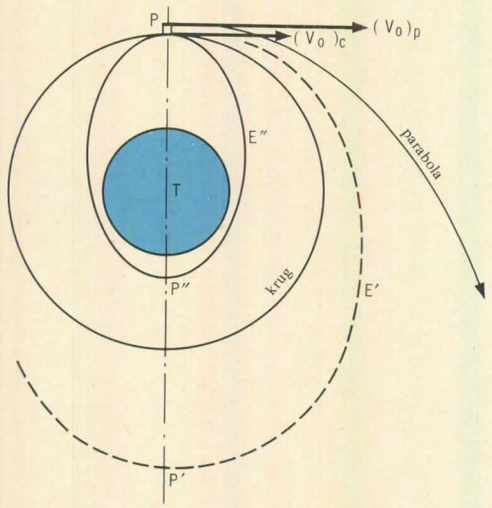
3. — **OBLIK ORBITA. VIZUELNA POSMATRANJA**. Satelit se oslobađa poslednjeg stepena rakete tek onda kada već ima horizontalnu brzinu, tj. normalnu na pravac satelit-Zemlja. U zavisnosti od toga da li brzina kojom se kreće u tom trenutku ima vrednost manju ili jednaku $(V_0)_c$ u intervalu između $(V_0)_c$ i $(V_0)_p$, odnosno jednaku ili veću od $(V_0)_p$ razlikuju se sledeći vidovi trajektorije:

$V_0<(V_0)_c$	eliptična trajektorija; apogej u tački lansiranja P, perigej u njoj suprotnoj tački P″;
$V_0=(V_0)_c$	kružna trajektorija;
$(V_0)_c<V_0<(V_0)_p$	eliptična trajektorija; perigej u tački lansiranja P, apogej u njoj suprotnoj tački P′;
$V_0=(V_0)_p$	parabolična trajektorija;
$V_0>(V_0)_p$	hiperbolična trajektorija.

Pri lansiranju bi svakako trebalo izbegavati prvi slučaj, da se projektil ne bi približio donjim slojevima atmosfere, gde bi brzo sagoreo.

Kada satelit opisuje orbitu u prostoru, on više ne učestvuje u rotacionom kretanju Zemlje, koje se vrši u okviru njegove trajektorije i nezavisno od nje. Iz date tačke na Zemljinoj površini satelit se može videti kako na »penjućem« tako i na »silazećem« delu svoje trajektorije. Ovo je tako pod uslovom da se satelit nalazi u *zoni vidljivosti* koja odgovara toj tački na Zemlji. Tu zonu je lako odrediti. Posmatrajmo visinu od 585 km. Konus vidljivosti za neku tačku na Zemlji ima otvor 87° 20′, odnosno 1/8 punog ugla. Kako je period takvog satelita 96 mn, satelit ostaje najviše 12 mn u konusu vidljivosti. Da bi stigao iz P_1 u P_2 (odnosno 180° u odnosu A) treba da ima prividnu srednju brzinu od 0,5 stepeni u sekundi. U većini slučajeva ta prividna brzina je veća. Vizuelno posmatranje, praćeno preciznim hronometrijskim merenjima, prilično je delikatno, te zahteva specijalne instrumente za posmatranje.

Satelit lansiran u pravcu koji sa ekvatorom zaklapa ugao α° vidljiv je, pre ili kasnije, iz svake tačke na



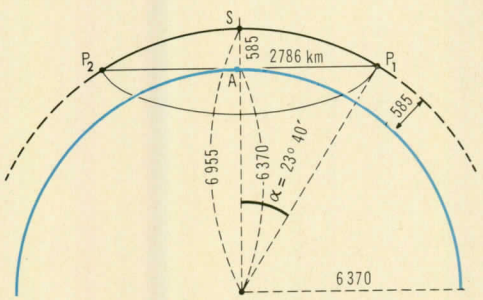
Oblik orbite u funkciji početne brzine. Za trajektoriju E'', tačka lansiranja P predstavlja apogej, a suprotna tačka P'' je perigej. Za trajektoriju E' tačka P je perigej, a tačka P' apogej.

Zemlji koja se nalazi između uporednika — $\alpha°$ i + $\alpha°$. Uzmimo kao primer satelit čiji su elementi vidljivosti upravo izračunati i koji obiđe Zemlju oko petnaest puta za 24 h; Na geografskoj širini Pariza mogu se posmatrati dva niza od po tri prolaza dnevno, pri čemu su ova dva niza razdvojeni intervalom od tačno 12 h. Ako je period obilaska tačan podumnožak od 24 h, svaki od ovih prolazaka ponavlja se u isti čas svakog dana, ako se apstrahuje precesija ravni orbite; satelit ponovo prolazi kroz zenit tačke lansiranja, takođe u određeni, uvek isti čas. Ako je satelit lansiran ka istoku, dodaje mu se pri polasku brzina rotacije Zemlje, odnosno 450 × cos φ m u sekundi, gde je φ geografska širina.

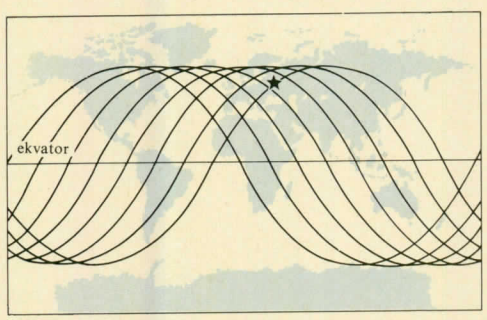
Sateliti ne svetle sopstvenom svetlošću. Ipak se mogu videti sa Zemlje, slično vrlo visokim oblacima (cirusima) koji se vide pre izlaska ili posle zalaska Sunca, kada se zemaljski posmatrač već nalazi u senci, a ti visoki oblaci su već (ili još) osvetljeni Suncem. Ipak, vrlo daleki satelit može biti vidljiv tokom cele noći na geografskoj širini Francuske, naročito tokom letnjih meseci, kada Sunce ne silazi više od 20° ispod horizonta: primer predstavlja satelit »Echo I«, koji su Sjedinjene Države lansirale 1960. god. na visinu od 1.600 km, posle čega je usledilo lansiranje satelita »Echo II« 1964. godine. Posmatranje se može vršiti pomoću optičkih instrumenata, radara, lasera ili prijemom radio-signala, ali uslovi vidljivosti očevidno ostaju isti.

4. — **PROBLEMI TRANSFERA I RANDEVUA.** a) Postoji mogućnost »igranja« sa različitim elementima koji utiču na oblik orbite radi dobijanja željene trajektorije uz maksimalnu uštedu: tako, na primer, satelit lansiran sa relativno male visine, a brzinom većom od brzine kruženja koja odgovara toj visini, imaće apogej koji može biti vrlo daleko. Ako se tome satelitu, kada stigne u svoj apogej, da dopunski potisak koji povećava njegovu brzinu do brzine kruženja za tu daljinu, on će se naći na udaljenijoj kružnoj orbiti posle operacije u dva poteza, koja kao celina zahteva znatno manji utrošak energije i goriva nego kad bi se operacija izvela u jednom potezu.

U stvari, najveći deo energije koji se utroši da se »satelitizira« neki projektil koristi se da se satelit dovede na određenu visinu; energija potrebna za to je mnogo veća od one koja odgovara davanju izvesne brzine satelitu u trenutku kada se otkačinje poslednji stepen rakete. Zapravo, prvi stepeni rakete, mnogo veći od poslednjeg, zato i služe da »uzdignu« projektil do željene visine. Poslednji stepen rakete, koji stupa u dejstvo tek u trenutku kada je raketa već zauzela položaj perpendikularan na pravac ka Zemlji, daje potrebnu komponentu da bi se postigla upravo željena početna brzina.



Uslovi vidljivosti veštačkog satelita.



Neke od prividnih trajektorija »Sputnjika II«.

b) Uopšte ne dolazi u obzir da se satelit lansira raketom od samo jednog stepena, koja bi delovala jednim jedinim impulsom vrlo kratkog trajanja, slično dejstvu eksploziva. Usled inercije, pri polasku bi bili uništeni i instrumenti i putnici. Potisak mora biti *progresivan*, a kako projektil postaje sve lakši, odbacujući utrošeni stepen rakete, to potisak koji izaziva sledeći stepen, delujući na znatno olakšalu raketu, progresivno povećava brzinu. Obično prvi stepen saopštava brzinu od 1 500 m/s na visini od oko 60 km; drugi stepen uzdiže projektil do 200 km i daje mu brzinu od oko 5 000 m/s; treći stepen povećava brzinu na 8 000 m/s; četvrti stepen omogućava da se postigne potrebna brzina da bi se satelit kretao po predviđenoj trajektoriji.

c) Na osnovu formule za brzinu vidi se, nakon kraćeg računa, da satelit lansiran na visini od 400 km brzinom od 10 000 m/s ima apogej na visini od 32 200 km, a brzina u toj tački mu je 1 800 m/s; na toj visini brzina kruženja je 3 310 m/s, te je dovoljno dodati brzinu od 1 510 m/s da se dobije kružna trajektorija na velikoj visini, čije bi direktno dobijanje bilo mnogo skuplje.

d) Da bi se rešio problem transfera i randevua između dva satelita, od kojih jedan stiže drugoga, neophodno je da se prethodno postigne koplanarnost orbita. Za to postoje dva postupka: ako oba satelita moraju biti lansirani iz istog mesta, podesi se tako trajanje obilaska prvog satelita da ceo broj njegovih perioda ispunjava interval od 24 h; na taj način će prvi satelit prolaziti ponovo kroz zenit tačke lansiranja posle izvesnog konačnog broja obilazaka. Tačno u trenutku jednog njegovog prolaska (ali uzimajući u obzir izvesne korekcije) biće lansiran drugi satelit. U normalnim uslovima greška od 5 s unosi odstupanje od 40 km između dva satelita.

Naravno, može se delovati i na plan druge orbite: u tom cilju treba sačekati prolazak drugog satelita kroz liniju preseka ravni dveju orbita, tzv. *liniju čvorova*.

Međutim, bočno delovanje je uvek teško ostvariti. To je moguće učiniti samo delovanjem bočnih raketa, što predstavlja jednu od karakteristika astronautičke navigacije. Velike ostvarene brzine čine vrlo teškim željene promene pravca, koje u svakom slučaju zahtevaju *vrlo veliki utrošak goriva*: promena ravni za 1° apsorbuje već znatan deo rezerve goriva koja se nosi u kabini. Osim toga, kabine nisu potpuno stabilizovane, te je pojam pravca tu teško precizirati. Kada se dva kosmička broda nalaze na dvema koncentričnim i bliskim kružnim trajektorijama, javlja se druga velika teškoća astronautičke navigacije: ako u datom trenutku onaj koji sledi *ubrza*, tako utrošena energija dovešće ga na *višu orbitu*, na kojoj će se kretati *manjom brzinom*; tako počinje ono što je jedan autor u šali nazvao *paklenom jurnjavom*. Naravno, da je u pitanju samo sportski podvig, uvek bi se mogao postići traženi rezultat, pod uslovom da se raspolaže velikom količinom goriva (propergol) za pomoćne motore koji se nalaze u kabini. Za operaciju »Gemini«, koju su uspešno izvršile Sjedinjene Države 1965. god., pozitivni impuls od 200 m/s, praćen negativnim impulsom istog reda, zahtevao bi 450 kg propergola, tj, 14% mase satelita. Međutim, bilo je odlučeno da se ponese samo 200 kg propergola.

Poslednjih godina su operacije transfera i randevua sa uspehom vršili američki i sovjetski astronauti. Teškoća u spajanju brodova, pomenuta u prethodnom paragrafu, rešava se na sledeći način: koči se onaj satelit koji sledi, da bi se tako doveo na nižu orbitu, na kojoj se kreće većom brzinom. Kada stigne »na visinu« satelita koji treba da stigne, malo ubrzanje podići će ga na orbitu ovog poslednjeg.

Višestrukim ponavljanjem ovog manevra moguće je ostvariti randevu. Pri svakom od ovih, u principu kratkih manevara, luk promenjene trajektorije malo odstupa od luka prvobitne trajektorije.

Pri ovakvim operacijama neophodna je *lična* akcija astronauta, kao i direktna veza između dva satelita. Veza se ostvaruje pomoću radara; na satelitu koji treba dostići postavlja se uređaj za odgovor, koji se vrši defaziranim sistemom, te se tako doznaje ne samo daljina već i relativna brzina toga satelita.

Problem randevua igraće veliku ulogu u putovanju čoveka na dalje planete, jer će na osnovu njega biti moguće sastaviti više kosmičkih brodova u jedan jedini, mnogo većih dimenzija, koji bi inače bilo praktično nemoguće odjednom podići u orbitu (tzv. kosmička stanica, kao polazna tačka za interplanetarna putovanja).

5. — **USLOVI LETA NA MESEC.** Kod leta na Mesec može se nastojati:

— da se pogodi Mesec punim pogotkom;

— da se obiđe ovo nebesko telo prilazeći mu dovoljno blizu da bi se mogla fotografisati suprotna strana;

— da se satelit ubaci u orbitu oko Meseca i tako postane satelit Zemljinog satelita; ovaj postupak je korišćen prilikom sletanja čoveka na Mesec za vreme leta američkog vasionskog broda »Apollo XI«. Od satelita se odvojio Mesečev moduo, na kome su se dva čoveka spustila na Mesec; nakon obavljenog zadatka, Mesečevim modulom su se vratili na kosmički brod, koji je onda izašao iz orbite oko Meseca i vratio se na Zemlju.

Što se tiče leta sa direktnim pogotkom, gde se očevidno mora uzeti u obzir kretanje Meseca po njegovoj orbiti (oko 1 km/s), podaci o njemu dati su u priloženoj tablici: trajanje leta i brzine dolaska na Mesec date su u funkciji početne brzine, uzimanjem u obzir Mesečevog gravitacionog dejstva.

Početna brzina u m/s	Dužina putanje u časovima	Brzina pri dolasku
11090	64	2440
11180	44	2820
11270	35	3150
11370	31	3510
11600	25	4190
12000	19	5190

Za kratkotrajan let koji odgovara poslednjem redu tablice, početna brzina mora biti određena sa tačnošću od 1 m/s ako se želi da se pogodi određena tačka na Mesečevoj površini, što pretpostavlja izvanredno poznavanje upravljanja pomoćnim motorima. To je danas obična stvar, i većina letova ovakvog tipa praćena je sukcesivnim snimanjem Meseca, čiji se rezultati odmah prenose na Zemlju elektromagnetnim talasima.

6. — **RAZMATRANJE TRAJEKTORIJA U ODNOSU NA SUNCE.** Potrebno je, očevidno, da početna brzina bude bar jednaka paraboličkoj. U § 1 data je *preostala brzina* u beskonačnosti za početnu hiperboličku brzinu. Ovu veličinu treba vektorski složiti sa brzinom obrtanja Zemlje oko Sunca, oko 30 000 m/s u pravcu tangente na ekliptiku. Zavisno od pravca u kome je lansiranje izvršeno, dobijaju se vrlo različiti rezultati.

• Ako se lansiranje vrši u smeru kretanja Zemlje po ekliptici, dovoljna je relativno mala početna brzina pa da rezultujuća brzina bude veća od 42 200 m/s i da se projektil neograničeno udalji od Sunca. Prost račun daje za tu brzinu 16 500 m/s.

• Ako se lansiranje vrši u suprotnom smeru, brzine se oduzimaju jedna od druge, te je potrebna početna brzina od 32 000 m/s da bi rezultujuća brzina bila jednaka barem nuli: u tom slučaju, projektil bi slobodnim padom dostigao Sunce za oko 65 dana.

• Ako rezultujuća brzina u odnosu na Sunce nije jednaka nuli, projektil se obrće oko Sunca kao neki meteorit.

7. — **STALNE PERTURBACIJE ORBITA VEŠTAČKIH SATELITA**. Ponovo se srećemo sa dvema perturbacijama koje su diskutovane u glavi posvećenoj nebeskoj mehanici (vidi str. 446, § 3). To su:

a) *Precesiono kretanje ravni orbite* usled elipsoidnog oblika Zemlje. Longituda Ω čvora orbite u odnosu na Zemljin ekvator menja se tokom dana za veličinu $\Delta\Omega$ jednaku

$$\Delta\Omega = \frac{9^\circ,97}{(1-e^2)^2} \times \left(\frac{R}{a_0}\right)^{7/2} \times \cos i.$$

U ovoj formuli R označava veliku poluosu orbite, ekscentriciteta e, a_0 je ekvatorijalni poluprečnik Zemlje, a i nagib ravni orbite. Efekat je utoliko izraženiji što je ravan orbite bliža ekvatorskoj, sa maksimumom od 9°. Kako se $\Delta\Omega$ može lako meriti, i to veoma precizno, s obzirom na to da se može meriti kroz veliki broj sukcesivnih dana i na mnogobrojnim satelitima, lako je shvatiti da je ovde reč o preciznoj metodi za određivanje glavnih elemenata Zemljinog elipsoida, a napose njegove spljoštenosti, što je vanredno važan problem u geodeziji.

b) *Rotaciono kretanje perigeja u ravni orbite*. Ova rotacija se vrši u direktnom smeru za nagibe manje od 63° 26′, a u retrogradnom smeru za nagibe veće od ove granične vrednosti. Ona premaša 4° za polarne orbite. Ugao ω, koji pravac perigeja zaklapa sa linijom čvorova, povećava se tokom dana za veličinu

$$\Delta\omega = \frac{4^\circ,98}{(1-e^2)^2} \times \left(\frac{R}{a_0}\right)^{7/2} \times (5\cos^2 i - 1).$$

Ova veličina jedaka je nuli za $\cos i = \frac{1}{\sqrt{5}}$, odnosno $i = 63^\circ\ 26'$.

GLAVNI NAUČNI REZULTATI DOBIJENI OVIM PUTEM

1. — **VEŠTAČKI SATELITI I ASTRONOMSKA POSMATRANJA**. Najveća prednost koju pri astronomskim posmatranjima pružaju sateliti sastoji se u tome što oni omogućuju da se posmatra izvan Zemljine atmosfere, koja zadržava ceo ultraljubičasti deo zračenja Sunca i ostalih zvezda.

Dok se pri posmatranju sa tla u spektru vodonika mogu posmatrati samo linije Balmerove serije, dotle se pri posmatranjima sa veštačkih satelita može registrovati Lajmanova serija, a naročito Lajmanova linija talasne dužine 1 215,66 Å, koja je veoma izražena. Ova je, svakako, bila bitan element u stvaranju organske materije na Zemlji fotosintezom, pre nego što se obrazovao sloj ozona koji nas odvaja od Sunčevog ultraljubičastog zračenja, štiteći na taj način život na Zemlji. Ultraljubičasto zračenje je veoma bitan faktor u aktiviranju visokih slojeva atmosfere i njenoj jonizaciji.

Registrovani profil Lajmanove linije pokazuje, uostalom, interesantnu osobinu: širina joj iznosi 60 Å, odakle se može zaključiti da termičko kretanje u sredini, gde zračenje nastaje, odgovara mnogo višoj temperaturi od površinske temperature Sunca. Registrovano zračenje potiče iz »oreola« koji okružuje Sunce, u vezi sa čim je rečeno, dok je govoreno o fizici Sunca, da je i sama Zemlja okružena vrlo dalekom Sunčevom koronom. Izvršena merenja znatno su unapredila naše znanje o ovoj sredini: njenoj temperaturi, gustini, masi itd.

Ovi zaključci su potvrđeni vrlo specijalnim profilom koji pokazuje Lajmanova linija α u Sunčevom spektru, koji se razlikuje od klasičnog profila, manje ili više razlivenog, spektralne linije: u stvari, opažaju se dva maksimuma, na 1215,51 i 1215,81 Å, što odgovara apsorpciji u neutralnom vodoniku čiji je apsorpcioni spektar C, tako da profil B u stvari predstavlja razliku između A i C.

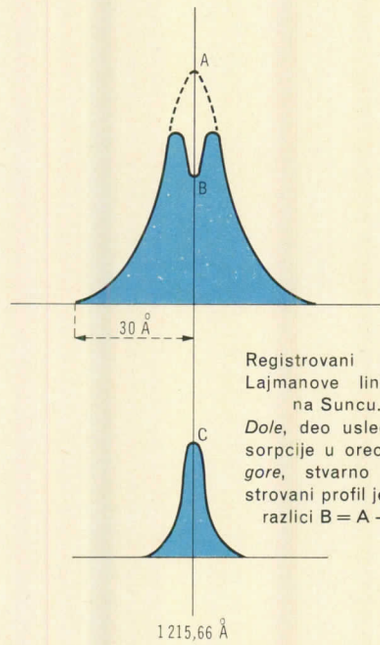
Neobično je interesantna i izvanredna nepravilnost sa kojom se pojavljuju i iščezavaju centri u kojima nastaje ultraljubičasto zračenje. Ta nestabilnost je analogna onoj koja se u vidljivom delu spektra opaža u nastajanju i nestajanju vidljivih fenomena, kao što su protuberance i hromosferske erupcije.

Pasmatranje *zvezda* u domenu ultraljubičastog nije ništa manje zanimljivo od posmatranja Sunca: napose, ultraljubičasto zračenje zvezda B (vrlo toplih) pokazalo se 30 puta slabije no što se predviđalo. Iz toga se izvodi zaključak da su zvezde okružene oreolom koji vrši apsorpciju i difuziju svetlosti upravo tih talasnih dužina, jer sadrže čestice odgovarajućih dimenzija.

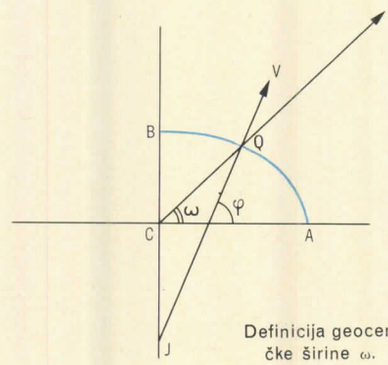
Naravno, spektrografska posmatranja Sunca i zvezda pretpostavljaju savršenu stabilizaciju satelita, kao i stalnu kontrolu njegovog ponašanja. Satelit mora dovoljno dugo ostati usmeren ka određenom nebeskom telu.

2. — **VEŠTAČKI SATELITI I GEODEZIJA**. a) U § 7 p. thodnog odeljka napomenuto je da precizno merenje precesije orbitalnih ravni mnogobrojnih satelita koji danas kruže oko Zemlje omogućava izračunavanje poboljšane vrednosti srednje spljoštenosti Zemljinog elipsoida. Nađena vrednost je 1/298,25.

Ranije prihvaćena vrednost bila je 1/297, tzv. *Hejfordov* (Hayford) elipsoid. Nedavni računi dali



Registrovani profil Lajmanove linije α na Suncu. *Dole*, deo usled apsorpcije u oreolu C; *gore*, stvarno registrovani profil jednak razlici B = A — C.

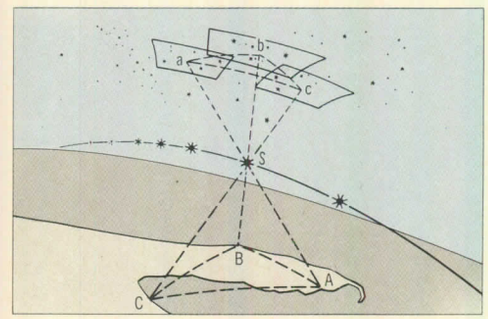


Definicija geocentričke širine ω.

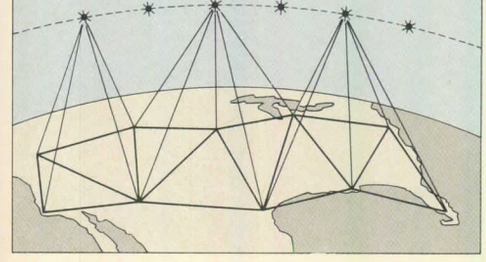
su vrednost 1/298,25 a korišćena su samo geodezijska posmatranja sa Zemlje, te je tako ta vrednost potvrđena u dva nezavisna tipa merenja. Primenjivanjem perturbacione teorije na veštačke satelite i razvijanjem Zemljinog gravitacionog potencijala do visokih stepena, posmatranjem više satelita nađeno je da Zemljin ekvator ima dosta izražen eliptični oblik (kao što je više naučnika pretpostavljalo), a kasnije je ustanovljena izvesna asimetrija dveju Zemljinih hemisfera: u sadašnjoj epohi severna hemisfera je izduženija za oko 30 m od južne, a eliptični oblik ekvatora manifestuje se razlikom od 150 m između dveju poluosa eliptičnog ekvatora, pri čemu pravac veće poluose odgovara geografskoj dužini + 11° (u odnosu na grinički meridijan).

b) Upotreba satelita takođe omogućava da se na homogen način međusobno povežu tačke na Zemljinoj površini, koje tako leže da se iz jedne od njih ne vide ostale, što onemogućava njihovo pripadanje istoj geodezijskoj mreži. Ovde je reč o definiciji univerzalnog koordinatnog sistema, odnosno sistema referencije. Pri tome se nužno moraju apstrahovati lokalne vertikale pojedinih tačaka, jer na njihov pravac u svakoj tački utiče nejednaka raspodela materijala nejednake gustine u Zemljinoj kori. U tom slučaju posmatraće se isključivo *geocentričke* koordinate ovih tačaka, koje se od geografskih koordinata razlikuju naročito definicijom koordinate »širina«, koja se definiše nagibom radijus-vektora CQ u odnosu na ekvator ω, a ne više vertikale VQ, kao što je to bio slučaj pri definiciji geografske širine φ. Ove geocentričke koordinate određene su *deklinacijom* i *rektascenzijom* tačke u kojoj zrak CA preseca nebesku sferu (naravno, u 0 časova U. V., da bi se uzela u obzir Zemljina rotacija). Na taj način se koordinate tačaka na Zemlji povezuju sa sistemom nebeskih ekvatorijalnih koordinata, čije je precizno određivanje složeno, ali kojim su astronomi potpuno ovladali.

Pri ovome se polazi od najmanje tri tačke na Zemlji, čije daljine mogu biti od 3 do 4 000 km (istog reda veličine kao visina korišćenog satelita). Posmatranja, koja se u principu vrše istovremeno, sastoje se u fotografisanju satelita na zvezdanom fonu. Uz pomoć računa, a znajući koordinate jedne od tačaka i izmerivši na tlu dužinu jedne od strana (što je



Princip fotografske satelitske triangulacije: S, veštački satelit; A, polazna tačka; AB, dužina merena na tlu; C, nova tačka čiji se položaj određuje; *a*, *b*, *c*, projekcije na nebo pravih AS, BS, CS.



Satelitska triangulacija Sjedinjenih Država.

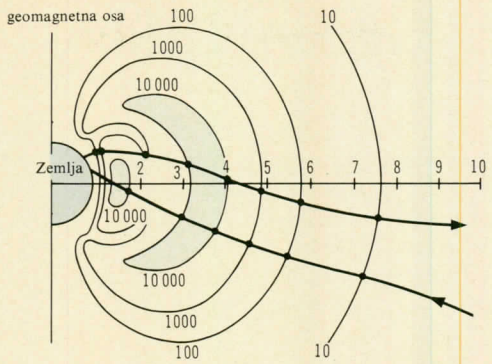
uvek moguće metodama klasične geodezije), mogu se odrediti geocentričke koordinate ostalih vrhova polaznog trijedra. Račun će biti znatno uprošćen ako je moguće odrediti ne samo pravac satelita već i njegovu daljinu u trenutku posmatranja, na primer pomoću lasera. Na taj način može se pokriti čitava država, pa čak i kontinent, mrežom koja nije triangulaciona, nego »trijedrizaciona«, a koja pod izvesnim uslovima može premostiti velika pustinjska prostranstva ili okeane.

c) Ekvivalentne procedure mogu se primeniti u cilju rešavanja problema pomorske i vazdušne navigacije. Ako satelit emituje neprekidne signale precizno određene frekvencije, posmatranja Dopler-Fizoovog efekta omogućuju da se konstruiše geometrijsko mesto tačaka u kojima se on može naći kao i jedan pravac referencije, sve to i pri oblačnom vremenu; ovo je znatan napredak u odnosu na klasične metode astronomske navigacije.

3. — **VEŠTAČKI SATELITI I TELEKOMUNIKACIJE**. U početku se predviđalo korišćenje satelita isključivo kao *pasivnih releja*. Takva je bila uloga satelita »Echo I« i »Echo II«, koji su, u stvari, bili baloni pokriveni slojem velike moći refleksije. Danas se koriste isključivo *aktivni releji*: američki sateliti »Relay«, »Syncom«, »Telstar«, »Early Bird« i ruski satelit »Molnija«. Emitovani talasi se tačno usmeravaju na satelite, što zahteva upotrebu elektronskog računara da bi se u svakom trenutku odredili elementi viziranja. Pošto primi zračenje, satelit ga ponovo emituje, ali s malom snagom (25 W umesto 2 kW), i to antenom koja zrači jednako u svim pravcima. Snaga koju prima zemaljski receptor ne prelazi 10^{-13} W. Lako je zamisliti izvanrednu složenost toga receptora. Džinovska direkciona antena u Plemer-Bodu (Pleumeur-Bodou) u Francuskoj teška je preko 300 tona. Poslednji modeli telekomunikacionih satelita su svi tzv. sateliti *od* 24 *časa*. Nije moguće tako lako postići da kruže na željenoj visini po ekvatorijalnoj orbiti.

4. — **VEŠTAČKI SATELITI I METEOROLOGIJA**. Takozvani *meteorološki* sateliti snimaju i na magnetoskopskim trakama čuvaju, u grupama od po 32 komada, vrlo interesantne slike Zemlje i sistema oblaka koji je okružuju; slike se, zatim, šalju na Zemlju radio-putem na komandu koja se daje signalom sa Zemlje. Za tri nedelje takav satelit može poslati više od 7 000 slika, na osnovu kojih se, npr. može rekonstruisati obrazovanje tajfuna, te se ovi na taj način mogu najaviti nekoliko dana unapred i tako izbeći eventualne katastrofe.

Seriji satelita »Tiros« (Television and Infra-Red Observation Satelite), od kojih je prvi lansiran 1960. god., usledila je od jula 1964. god. serija satelita »Nimbus«, koji imaju kvazipolarne orbite



Van Alenovi pojasevi.

i stabilizovani su na njima, tako da je objektiv kamere koju nose stalno upravljen ka Zemlji; ovo nije bio slučaj sa satelitima »Tiros«, pa je zato veliki broj snimaka bio izgubljen. Nagib orbite satelita »Nimbus« iznosi 80° 30′. Ako se pogleda formula koja daje brzinu precesije satelitskih orbita, nalazi se da za tu vrednost nagiba i precesija satelita kompenzuje prividno pomeranje Sunca tokom godišnjeg doba: ako je satelit »Nimbus« lansiran u vertikalnoj ravni koja u datom trenutku prolazi kroz Sunce, onda će ta ravan uvek prolaziti kroz Sunce, bez obzira na kretanje Zemlje po njenoj orbiti.

5. — **POSTOJANJE PROSTRANIH POJASEVA ZRAČENJA OKO ZEMLJE**. Otkriće i izučavanje pojaseva zračenja, nepoznatih do 1959. god., verovatno je najspektakularniji korak u istraživanju vrlo visoke atmosfere. Istraživanje je naročito vršeno pomoću niza američkih satelita »Explorer« i »Pioneer«, koji su premašili visinu od 2 500 km. U vezi sa ovim su i tri satelita »Lunik« takođe dali interesantne podatke.

a) Jedan od prvih izučavanih fenomena bio je *dolazak meteorita* na satelit. Naravno, radi se o mikrometeoritima, jer je susret sa relativno velikim meteoritom (recimo, veličine zrna graška) prilično neverovatan. Uostalom, pri brzinama o kojima se ovde radi, on bi bio katastrofalan. Mikrofoni, kao i uređaji sa vrlo tankim električnim žicama (koje se kidaju pri dodiru) instalirani su na spoljnim zidovima satelita. Dobijeni rezultati su izvanredno ohrabrujući: za čestice veće od 4 μ verovatnoća sudara je manja od jedne čestice u sekundi za površinu od 100 m². Za meteorite veće od 10 μ verovatnoća je 10 puta manja.

b) Pomoću Gajgerovih (Geiger) brojača mereni su *kosmički zraci*. Različite komponente ovih zraka, delom korpuskularnih, još uvek su slabo poznate. Jedan deo dolazi sa Sunca. Drugi deo dolazi iz dubina prostora, to je sve što se sa sigurnošću može reći.

Činjenica da je zračenje koncentrisano naročito u zoni Mlečnog Puta izgleda da ukazuje na galaktičko poreklo kosmičkih zraka koji stižu na Zemlju.

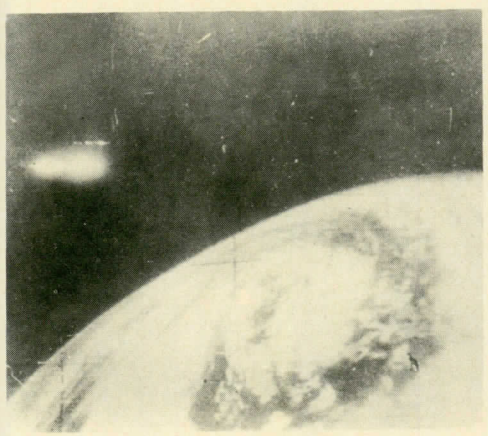
c) Letovi američkih satelita »Explorer« (I, III, IV, V), čiji je apogej dostizao 40 000 km, pokazali su da se Gajgerovi brojači blokiraju usled saturacije na oko 10 000 km, što je jednako 1,5 Zemljin poluprečnik; ovo blokiranje odgovaralo je prolasku kroz jednu relativno usku zonu. Američki satelit »Pioneer I«, čija je visina premašila 100 000 km, a zatim serija satelita »Lunik« potvrdili su ovaj rezultat, a takođe pokazali i postojanje drugog pojasa, mnogo daljeg; intenzitet zračenja ovog drugog pojasa mnogo je veći nego kod prvog. Ovi pojasevi zračenja danas su poznati pod imenom »*Van Alenovi pojasevi*,« po imenu američkog astronoma koji ih je naročito izučavao. Bilo bi preterano smatrati ove pojaseve zračenja »smrtonosnom barijerom«. Pored toga što je moguće štititi se od njih klasičnim sredstvima, satelit sa živim bićima bi kroz njih tako prošao da živa bića ne bi pretrpela ozlede od zračenja. Gornja slika pokazuje shematski granice Van Alenovih pojaseva koji se nalaze respektivno između 1 i 2, zatim između 3 i 4 Zemljina poluprečnika. Izgleda da se druga zona proteže vrlo daleko, verovatno iza 50 000 km, no uvek je konstatovano opadanje intenziteta zračenja sa povećanjem daljine. Radi se o relativnim merenjima sa proizvoljnom jedinicom.

Maksimumi intenziteta u obema zonama jako su izraziti. Na daljini većoj od desetak Zemljinih poluprečnika zračenje se po intenzitetu ne razlikuje od opšteg kosmičkog zračenja.

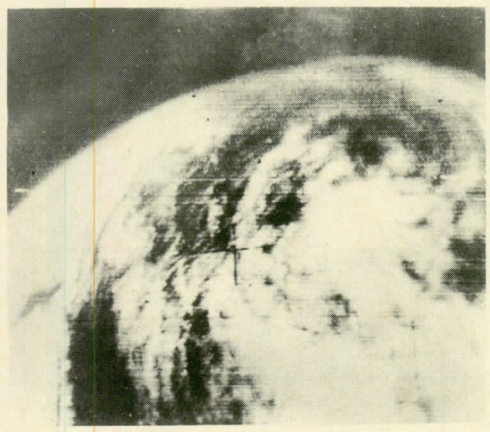
Danas preovlađuje mišljenje, zasnovano na tome što listić olova debljine 0,1 mm zaustavlja veći deo zračenja, da se stvarno radi o *česticama*; kod spoljnog pojasa radi se o česticama male energije, koje obrazuju plazmu protona i elektrona nastalih iz Sunčevih mlazeva.

Van Alenove zone nesumnjivo odgovaraju slojevima u kojima linije sile Zemljinog magnetnog polja usmeravaju i zadržavaju u vidu struja naelektrisane čestice koje dolaze uglavnom sa Sunca.

Sovjetski rezultati u svemu potvrđuju rezultate koje su dobili Amerikanci za prvi Van Alenov pojas. Međutim, prema njima, maksimum drugog pojasa ležao bi oko 40 000 km, umesto 23 000 km. Sve ove rezultate treba još potvrditi i dalje ispitati oblik ovih pojaseva, a naročito *stvarnu prirodu zračenja koja ih sačinjavaju*.



Snimak tajfuna koji nastaje napravljen sa meteorološkog satelita. *Desno*, isti tajfun nešto kasnije.



GALAKSIJA

Do sada smo razmatrali zvezde individualno, razvrstavajući ih u klase po njihovim fotometrijskim i spektrografskim karakteristikama. No zvezde u vasioni obrazuju ogromne skupove od stotine milijardi zvezda. Za nas je najvažniji od tih skupova naša Galaksija; ona ima oblik spljoštenog diska sa centralnim ispupčenjem, koji se na nebeskom svodu ocrtava kao Mlečni Put. Da bi mogle da se prouče struktura, evolucija i dinamika Galaksije, treba precizno odrediti koordinate zvezda i ispitati njihove male sistematske promene koje se nazivaju sopstvenim kretanjem.

Nebeske koordinate zvezda naše Galaksije i njihova sopstvena kretanja

1. — **SISTEMATSKE KOREKCIJE POSMATRANIH VREDNOSTI KOORDINATA ZVEZDA.** Najbitnije su sledeće četiri korekcije:

a) One koje se odnose na promenu ravni u odnosu na koje su definisane koordinate (ekvator, ekliptika i njihov presek, linija ekvinokcija): odgovarajuće korekcije su korekcije za *precesiju* i *nutaciju*.

b) One koje su potrebne zbog prisustva Zemljine atmosfere: korekcija za *astronomsku refrakciju*.

c) One koje nastaju usled pomeranja posmatrača u prostoru, pomeranja čija brzina, oko 30 km/s, nije zanemarljiva u odnosu na brzinu svetlosti: korekcija za *aberaciju svetlosti*.

d) Najzad one koje se uvode zato što dimenzije Zemljine orbite nisu sasvim zanemarljive u odnosu na daljine nekoliko hiljada nama najbližih zvezda: korekcija zbog *zvezdanih paralaksi*.

Ako posle svih ovih korekcija (od kojih se neke odnose na sama posmatranja, a druge na koordinate korišćene u računima) još uvek preostanu male varijacije u koordinatama zvezde, pri posmatranjima koja se ponavljaju kroz što je mogući duži interval vremena — onda te preostale varijacije predstavljaju izraz *sopstvenog kretanja* te zvezde u prostoru. Ova sopstvena kretanja iznose godišnje nekoliko *stotih delova sekunde*. Na fotografskim pločama snimljenim sa vrlo velikim žižnim daljinama odgovaraju im linearna pomeranja reda mikrona. Radi se, dakle, o vrlo preciznim računima i merenjima.

2. — **KOREKCIJE ZBOG PRECESIJE I NUTACIJE.** Ovde se ne radi čak ni o prividnim promenama položaja zvezda, već samo o modifikacijama njihovih koordinata, određenih u odnosu na ravni koje se i same lagano kreću. Kao što smo videli na str. 445, fenomeni precesije i nutacije sastoje se (ograničivši se na glavne termove) iz sledećih kretanja:

— *ravnomernog* povećanja *ekliptičke dužine* l za 50″, 256 godišnje (odnosno 3,4); to povećanje se označava $\Delta(l)$;

— *periodične* varijacije $N(l)$, tzv. *nutacije u longitudi*, čije je glavni term

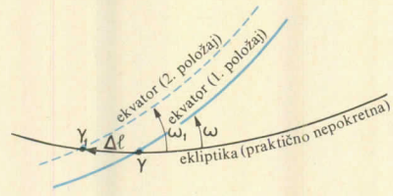
$$N(l) = +7'',23 \sin \Omega + \dots$$

gde je Ω longituda uzlaznog čvora Mesečeve orbite;

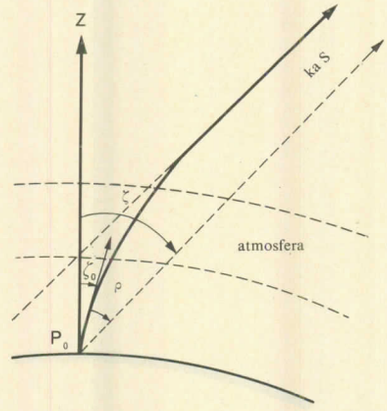
— periodične varijacije $\Omega(\beta)$, koja se javlja u latitudi β zvezde i čiji je glavni term

$$\Omega(\beta) = +9'',21 \cos \Omega + \dots$$

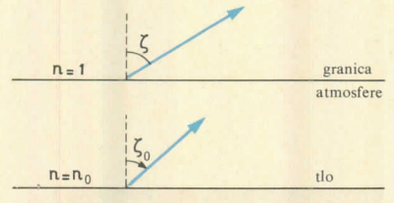
Odgovarajuće varijacije rektascenzija i deklinacija dobijaju se iz diferencijalnih formula sferne trigeometrije analognih formula (I, 8) sa str. 394. Tako se za korekcije $\Delta\alpha$ rektascenzije i $\Delta\delta$ deklinacije dobija,



Korekcije za precesiju i nutaciju. Pomeranje ekvatora u odnosu na ekliptiku: tačka γ dolazi u γ_1 (pomeranje Δl) te nagib ω postaje ω_1.



Astronomska refrakcija. Za vreme prolaza kroz atmosferu svetlosni zrak se zakrivljuje od P_0 do S. Po izlazu iz atmosfere, on nastavlja paralelno sa P_0S. Stvarna zenitna daljina ζ dobija prividnu vrednost ζ_0, koja se od vrednosti ζ razlikuje za mali ugao ρ, tzv. refrakciju.



Uprošćeni račun korekcije za refrakciju (slučaj horizontalnih i paralelnih slojeva).

$$\Delta\alpha = 3,1\text{ s} + 1,3\text{ s} + 1,3\text{ s} \times \operatorname{tg}\delta \cdot \sin\alpha + \dots$$
$$\Delta\delta = 20'',0 \times \cos\alpha + \dots$$

Za Polarnu Zvezdu (Severnjaču; $\operatorname{tg}\delta = 63,13$) godišnja varijacija iznosi 45 s.

Treba imati na umu da se koordinate zvezda, date u efemeridama za izvestan datum, moraju svesti na dan i čas posmatranja (na osnovu podataka iz tih istih efemerida) pre nego što se upotrebe u bilo kakvom računu. Ovi redukcioni računi se unapred vrše za osnovne zvezde, a rezultati se objavljuju svake godine u vidu tablica sa intervalom od deset dana, tako da je moguća linearna interpolacija.

Za ostale zvezde, odgovarajući računi su bili dugi i zamorni sve do poslednjih godina; upotreba elektronskih računara učinila ih je neuporedivo lakšima, omogućavajući da se relativno prosti računi vrše u ekliptičkim koordinatama za početnu epohu, pa da se zatim izvrši jedna jedina transformacija iz jednog koordinatnog sistema u drugi.

3. — **KOREKCIJA ZBOG ASTRONOMSKE REFRAKCIJE.** Usled promene gustine slojeva Zemljine atmosfere, svetlosni zrak koji od neke tačke P_0 sa Zemlje polazi ka zvezdi S biva zakrivljen pri prolazu kroz atmosferu, okrećući svoju konkavnu stranu ka tlu. Zbog toga je stvarna zenitna daljina ζ zvezde S veća od prividne zenitne daljine ζ_0; razlika ovih dvaju uglova definiše refrakciju ρ. Odgovarajuća korekcija je očevidno utoliko veća ukoliko je veća zenitna daljina. Lako se može izračunati njen glavni deo, što daje vrednost još uvek prihvatljivu za $\zeta = 60°$. Od 60° do 75° teorija je već mnogo složenija. Za tzv. *horizontalne* refrakcije (75° do 90°) korekcije su vrlo velike i dosta nepouzdane. Zato se merenja na tako velikim daljinama u principu ne vrše. Ima se $\rho = 60''$ za $\zeta = 45°$ i $\rho \simeq 36'\ 36''$ za $\zeta = 90°$. Na 1° ispod ravni horizonta mesta posmatranja korekcija bi dostigla $56'\ 30''$.

Naznačimo elemente prostog računa koji odgovara malim zenitnim daljinama, tj. slučaju kada se sukcesivni atmosferski slojevi mogu smatrati ravnima i paralelnima sa površinom Zemlje, koja se takođe smatra za ravnu, te se ponašaju kao ploče sa paralelnim stranama i ne ulaze u račun: moraju se jedino uzeti u obzir dva ekstremna sloja, vakuum u kome je koeficijent prelamanja jednak jedinici i sloj pri tlu sa koeficijentom prelamanja n_0.

Neka je ζ zenitna daljina pri izlasku iz atmosfere, a ζ_0 zenitna daljina pri tlu; može se pisati

$$\sin\zeta = \sin(\zeta_0 + \rho) = n_0 \sin\zeta_0.$$

Polazeći od

$$\sin\zeta = \sin\zeta_0 + \rho\cos\zeta_0$$

dobija se, izražavajući ρ u lučnim sekundama,

$$\rho'' = \frac{n_0 - 1}{\sin 1''} \times \operatorname{tg} \zeta_0 .$$

U tzv. *normalnim* uslovima temperature i pritiska ima se $n_0 = 1{,}000294$. Ako se uzme u obzir koeficijent transformacije ugla iz radijana u sekunde, ovde označen kao $\frac{1}{\sin 1''}$, a jednak 206 265, dobija se

$$\rho'' = 0{,}000294 \times 206\,265 \times \operatorname{tg} \zeta \simeq 60'' \operatorname{tg} \zeta .$$

Tako, u svom glavnom delu, refrakcija raste kao tg ζ za ne suviše velike uglove.

No za koeficijent prelamanja pri tlu treba voditi računa o njegovoj zavisnosti od temperature i pritiska. Odgovarajuća korekcija data je u tablicama koje se nalaze u svim astronomskim godišnjacima. Ona jako varira sa pritiskom, koji je opet funkcija visine. Tako, na primer, na visini od oko 1 000 m (razlika pritiska blizu 100 mm žive) korekcija zbog refrakcije za $\zeta = 60°$ postaje 90″, dok je pri tlu bila 104″, tj. menja se za 14″. Ako se nebesko telo nalazi blizu horizonta, korekcija je ne samo vrlo velika nego se i vrlo brzo menja: tako, kada Sunce dodirne horizont u ravničarskom kraju, razlika u refrakciji za gornji i donji rub dostiže oko 1/5 prividnog prečnika Sunca, te ovo izgleda znatno spljošteno. Utisak je mnogo jači ako se posmatra sa nekog vrha jako uzdignutog u odnosu na okolni pejzaž. U trenutku zalaska Sunce se tada nalazi znatno ispod ravni horizonta mesta posmatranja.

Korekcija zbog refrakcije se najčešće vrši direktno, pre nego što se u račun uvede posmatrana zenitna daljina.

Ako se pri merenjima na snimcima traže korekcije $\Delta\alpha$ i $\Delta\delta$ za veličine α i δ, mora se voditi računa o činjenici da prividna trajektorija zvezde na nebeskoj sferi nije deklinacioni krug, već kriva koja od njega odstupa sve više sa porastom ζ.

Pošto se izračuna ρ u funkciji ζ pomoću tablica za refrakciju, vodeći računa o uslovima datoga trenutka, a zatim izračuna ugao $\tilde{\omega}$ pri nebeskom telu u trenutku posmatranja, imaće se u sfernom trouglu PZS

$$\Delta\alpha = \rho \sec\delta \times \sin\tilde{\omega}, \quad \Delta\delta = \rho \cos\tilde{\omega}.$$

No ako se na snimku mere položaji u odnosu na susedne reperne zvezde, obične formule primenjivaće se samo kao diferencijalne, tj. sa većom preciznošću, u odnosu na uvek male razlike $\Delta\zeta$.

4. — **KOREKCIJA ZBOG ABERACIJE SVETLOSTI**. Fenomen aberacije je dobro poznat, a njegov princip je lako shvatiti: ako se čovek brzo kreće po kiši koja vertikalno pada, imaće utisak da ga kapi vode udaraju u lice. Ako se nalazi u kupeu voza koji se kreće, videće tragove kiše na prozorima u obliku kosih linija, sa utoliko većim nagibom što je brzina voza veća.

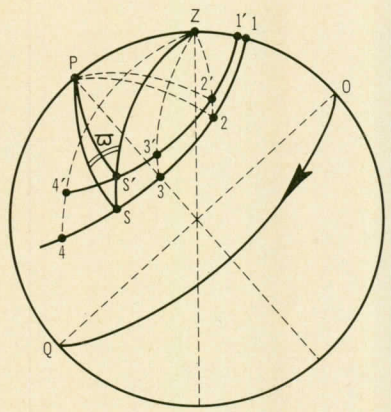
Isto se događa i sa svetlosnim zracima koji dolaze iz beskonačno daleke tačke u prostoru, samo ako brzina posmatrača nije zanemarljiva u odnosu na brzinu svetlosti: pravac ka svetlosnom izvoru izgleda tada nagnut *u smeru pomeranja posmatrača*. No zemaljski posmatrač vrši u odnosu na zvezde dva vida kretanja jednake važnosti.

— Pre svega, kreće se duž ekliptike brzinom v od 30 km/s, odnosno 1/10000 brzine svetlosti. No 1/10000 deo radijana iznosi oko 20″, 5. Precizna vrednost koju usvajaju astronomi, tzv. *konstanta aberacije*, iznosi 20″,496. Odgovarajuća pojava zove se *godišnja aberacija*.

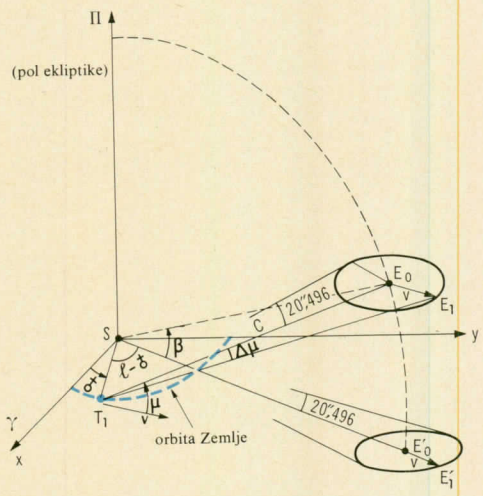
— Zatim, usled Zemljine rotacije, on se kreće i drugim kretanjem, čija je brzina mnogo manja, a zavisi od geografske širine φ mesta posmatranja. Linearna brzina iznosi 450 × cos φ, što u uglovnoj meri iznosi 0″, 320 × cos φ. Odgovarajuća pojava



Usled refrakcije, Sunce izgleda spljošteno na horizontu.



Usled astronomske refrakcije, umesto da trajektorija zvezde S bude deklinacioni krug 1, 2, 3, S, 4 paralelan ekvatoru QQ′, njena trajektorija je 1', 2', 3', S', 4', i nije paralelna prethodnoj.



Godišnju aberaciju svetlosti izaziva kretanje Zemlje T_1 po njenoj orbiti u ekliptičkoj ravni xSy brzinom v. Zvezda E_0 se vidi u E_1, tako da je E_0E_1 paralelno i jednako sa v. Zvezda E'_0 sa nultom ekliptičkom širinom i istom ekliptičkom dužinom kao E_0 videla bi se u E'_0. Prividne trajektorije E_1 i E'_1 su elipse raznog stepena spljoštenosti, ali im je velika poluosa svima jednaka 20″,496.

l, dužina zvezde;
$\tilde{\delta}$, dužina Zemlje u trenutku posmatranja;
β, širina zvezde E_0.

Desno, posmatrana aberacija svetlosti u astronomskom durbinu.

je 75 puta slabija od prethodne, čak i onda kada je najizraženija; to je tzv. *dnevna aberacija*.

Ispitajmo prvo od ovih kretanja uzimajući najpre u obzir slučaj kada se posmatrač kreće paralelno svetlosnom snopu.

Neka je O objektiv durbina upravljenog ka zvezdi E, čija se slika e obrazuje u žižnoj ravni F objektiva O. Za vreme t, koje svetlosnom zraku treba da stigne iz O u F, durbin se pomerio za iznos vt, te je slika iz e prešla u e'. Ima se

$$Oe = ct ,$$
$$ee' = vt ,$$

gde je c brzina svetlosti.

Odatle se za skretanje svetlosnog zraka dobija

$$\Delta\mu = \frac{ee'}{Oe} = \frac{v}{c}.$$

Kretanje posmatrača T u prostoru vrši se u ravni ekliptike, te pravac TE zaklapa sa brzinom v ugao μ. Korekcija zbog aberacije koja odgovara tome kretanju jeste

$$\Delta\mu = \frac{v \sin\mu}{c} = \left(\frac{v}{c}\right) \sin\mu = 20'',496 \sin\mu .$$

Zvezda E_0 vidi se u tački E_1 koja je određena tako da se pravac E_0E_1 poklapa sa pravcem v kretanja Zemlje T_1 po njenoj ekliptičkoj orbiti. Kada Zemlja T_1 opiše svoju orbitu (koja je elipsa), prividni položaj zvezde opisuje zatvorenu krivu koja je krug, jer se u mehanici dokazuje da je hodograf keplerovske orbite krug. Ovaj krug se vidi kao elipsa, koja je utoliko spljoštenija što je latituda β zvezde manja. No velike poluose ovih prividnih elipsi sve su jednake 20″, 496.

Ugao μ koji pravac T_1E_0 zaklapa sa brzinom v može ležati u proizvoljnoj ravni u prostoru. Pri izračunavanju korekcije zbog aberacije, treba odrediti ovaj ugao u funkciji ekliptičkih koordinata l i β. U tom cilju uvodi se razlika (heliocentričnih) longituda zvezde l i Zemlje $\tilde{\delta}$. Račun daje sledeće proste rezultate:

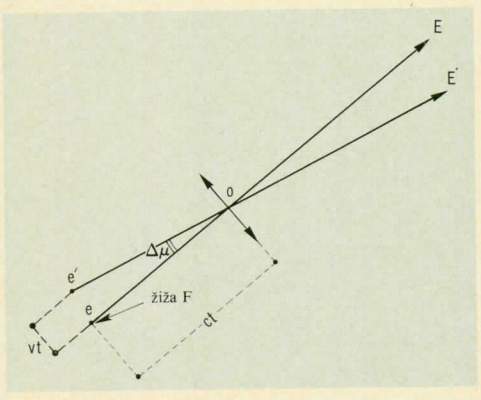
$$\Delta l = 20'',496 \cos(l - \tilde{\delta}) \sec\beta ;$$
$$\Delta\beta = 20'',496 \sin(l - \tilde{\delta}) \sin\beta .$$

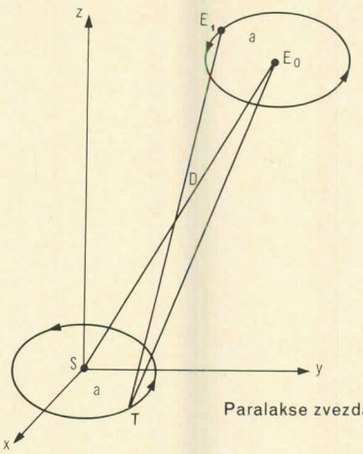
Prelaz na korekcije $\Delta\alpha$ i $\Delta\delta$ vrši se pomoću dosta složenih formula, čija je upotreba znatno olakšana tablicama datim u efemeridama u funkciji datuma posmatranja. Račun ovih *dnevnih redukcija* obično se vrši istovremeno kad i redukcije u vezi sa precesijom i nutacijom.

Što se tiče dnevne aberacije, korekcija je naročito prosta u slučaju meridijanskih posmatranja, za koje se dobija

$$\Delta\alpha = 0{,}021 \text{ s} \times \cos\varphi \times \sec\delta ,$$
$$\Delta\delta = 0.$$

Efekat korekcije se jednostavno sastoji u tome što zvezda nešto kasnije prolazi kroz meridijan pri





Paralakse zvezda.

gornjem prolasku, a nešto ranije pri donjem prolasku.

5. — **PARALAKSE ZVEZDA**. Pošto su koordinate zvezda korigovane za sve efekte koje smo diskutovali, obično se posmatraju samo male varijacije pri periodičnom određivanju rektascenzije i deklinacije zvezde.

Međutim, kod nekoliko hiljada zvezda opažene su promene, kako u rektascenziji α tako i u deklinaciji δ, čiji je period egzaktno jednak jednoj godini. Ovaj se rezultat može interpretirati samo tako što se za uzrok ovih varijacija uzima konačna vrednost dimenzija Zemljine orbite, tj. činjenica da se njene dimenzije ne mogu potpuno zanemariti u odnosu na daljine zvezda.

Posmatrajmo sistem osa vezanih za Sunce, koje se nalazi u koordinatnom početku; ravan xSy je ravan ekliptike. Neka je E_0 zvezda, nepokretna na konačnoj daljini D. Ako se sa Sunca ta nepokretna zvezda vidi u E_0, sa Zemlje, koja se nalazi u tački T krećući se po svojoj orbiti, ta zvezda će se videti u E_1 u odnosu na iste ose; $E_0 E_1$ je paralelno i jednako TS, tj. daljina između E_0 i E_1 jednaka je a, srednjem poluprečniku Zemljine orbite.

Kada se posmatrač kreće po svojoj ekliptičkoj orbiti, izgledaće mu da zvezda E_1 opisuje prividnu orbitu identičnu sa njegovom, i to u istom smeru. Ovako opisana kriva vidi se u obliku kvazielipse, koja je utoliko spljoštenija što je ekliptička širina zvezde manja. Radijus prividne orbite, paralelne sa ekliptikom, vidi se pod uglom $\pi_0 = \frac{a}{D}$, tzv. *paralaksa zvezde*. Taj ugao je sve manji što je daljina zvezde veća. Vidi se da postoji izvesna analogija sa fenomenom aberacije, ali takođe i dve bitne razlike:

a) velika poluosa prividne aberacione elipse vidi se pod istim uglom za sve zvezde; kod elipse paralakse, ovaj ugao je obrnuto proporcionalan daljini zvezde;

b) između dva fenomena postoji fazna razlika od 90°, jer je pomeranje usled aberacije $E_0 E_1$ paralelno sa brzinom Zemlje, tj. perpendikularno na TS, a u slučaju paralakse pomeranje je paralelno sa TS. Odatle se mogu izvesti vrednosti korekcija zbog paralakse izražene u Δl i $\Delta\beta$, na osnovu formula datih u paragrafu 4. Dobija se

$$\Delta l = \frac{a}{D} \sin(\odot - e) \sec\beta,$$

$$\Delta\beta = -\frac{a}{D} \cos(\odot - e) \sin\beta.$$

Ove formule mogu služiti u dve svrhe: bilo da se izračunaju prividne koordinate zvezda za koje je $\frac{a}{D}$ unapred poznato i nije zanemarljivo; bilo, naprotiv, da se izračuna veliko D ako su vrlo precizna merenja rektascenzije i deklinacije, vršena sa intervalom od šest meseci u najpogodnije vreme, pokazala odstupanja koja se drukčije ne mogu objasniti.

Ovo određivanje *trigonometrijskih paralaksi* leži u osnovi svih određivanja daljine zvezda. Do danas je određeno oko 10 000 daljina ovom metodom. Smatra se da paralaksa mora biti jednaka bar 0″,025 da bi se mogla meriti sa dovoljnom preciznošću, što ograničava domet ove metode na 40 parseka. To je vrlo malo u odnosu na dimenzije Galaksije, čiji je prečnik 30 000 parseka. To je, takođe, vrlo malo i u odnosu na broj zvezda u Galaksiji, koji se ocenjuje na sto do dvesta milijardi.

Ipak, ovom metodom je obuhvaćen dovoljan broj zvezda da bi se mogli tražiti opšti zakoni, mogle nalaziti srednje vrednosti i, uopšte, mogla vršiti statistička istraživanja. Na žalost, svi tipovi zvezda ne nalaze se među ovih 10 000 zvezda poznate daljine. Metoda trigonometrijskih paralaksi dozvolila je čoveku da poveže merenje dimenzija tela koja ga neposredno okružuju sa merenjem rastojanja u kosmičkom prostranstvu: metar, dimenzije Zemlje (u geodeziji), Sunčevu paralaksu i veliku poluosu Zemljine orbite (u nebeskoj mehanici), najzad paralakse zvezda, čiju jedinicu predstavlja daljina sa koje se radijus Zemljine putanje vidi pod uglom od 1″, *parseka*.

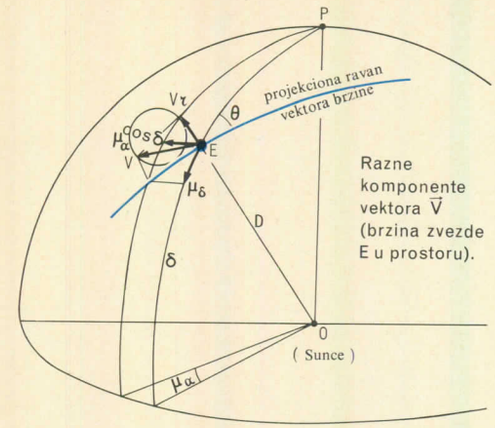
Sve direktno merene paralakse manje su od 1″. Najveća poznata paralaksa iznosi 0″,760 i odgovara dvema zvezdama iz sazvežđa Kentaura: zvezda α *Centauri* (i sama dvojna) i mala zvezda *Proxima Centauri* (zv. vel. + 11).

Sirijus ima paralaksu 0″,375, a *Prokion* 0″,288.

6. — **PRIVIDNA SOPSTVENA KRETANJA I RADIJALNE BRZINE**. Upoređivanje snimka načinjenih u razmacima od više godina pokazuje, i pored svih korekcija, male promene u rektascenziji i deklinaciji, koje sačinjavaju *prividna sopstvena kretanja* ovih zvezda po rektascenziji i deklinaciji. Te promene su vrlo male i opravdano je smatrati ih proporcionalnima vremenu. Danas je poznato jedva 200 zvezda čije *godišnje* prividno sopstveno kretanje premaša 1″: najveće do sada poznato sopstveno kretanje iznosi 10″,3 i odnosi se na zvezdu veličine + 9,4, jednu od najbližih Zemlji, tzv. *Barnardovu zvezdu*.

Danas je sa dovoljnom preciznošću poznato oko 250 000 sopstvenih kretanja. Očevidno je da vrednosti izvesnih konstanti (precesija, nutacija, aberacija itd.) direktno utiču na najverovatnije vrednosti ovih sopstvenih kretanja.

Uporedo sa ovim veličinama može se za svaku zvezdu odrediti njena radijalna brzina V_r u odnosu na Sunce (uzimajući u obzir i kretanje Zemlje u odnosu na Sunce); radijalna brzina određuje se na osnovu Dopler-Fizoovog efekta. Ove radijalne brzine najčešće se kreću u intervalu od — 30 do



+ 30 km/s, no mogu dostići i 100, pa čak i 300 km/s. Broj zvezda sa poznatom radijalnom brzinom danas vrlo brzo raste zahvaljujući primeni Ferenbahove prizme sa normalnim poljem, opisane u odeljku o astronomskim instrumentima.

Neka, dakle, komponente sopstvenog kretanja zvezde E imaju uglovne vrednosti μ_α i μ_δ, a radijalna brzina neka ima (metričku) vrednost V_r. Brzina zvezde u prostoru je V; njene komponente u tangentnoj ravni nebeske sfere (tačka dodira E) imaju uglovne komponente $\mu_\alpha \cos\delta$ i μ_δ.

Stvarno, veličina μ_α odgovara malom dijedarskom uglu sa bridom OP. Komponenta koja odgovara luku uporednika koji prolazi kroz E ima vrednost $\mu_\alpha \cos\delta$. Ove uglovne komponente ne mogu se direktno kombinovati sa radijalnom brzinom V_r, koja je metrička komponenta; tačnije, to je moguće učiniti, ali samo onda kada se zna daljina D zvezde, što omogućuje prevođenje uglovnih vrednosti sopstvenih kretanja po rektascenziji i deklinaciji u metričke. Brzina zvezde u prostoru poznata je, dakle, samo ako se zna daljina D zvezde; u protivnom, poznavanje μ_α i μ_δ omogućava samo da se napiše jednačina projekcione ravni koja sadrži brzinu V, kao i da se odredi trag preseka te ravni sa nebeskom sferom (ugao pravca θ).

Važno pitanje predstavlja izbor repernih zvezda u odnosu na koje se mere sopstvena kretanja zvezda na snimku. Mora se sukcesivno napredovati kroz niz zvezda, počev od onih čija su sopstvena kretanja određena na apsolutan način, što je moguće učiniti samo nizom veoma preciznih meridijanskih posmatranja.

N a p o m e n a. Kada se govori o vektoru brzine $\bar{V}$ u prostoru, uvek se podrazumeva *relativna brzina u odnosu na Sunce*, koje se uzima za koordinatni početak.

Opis Galaksije. Njena dinamika.

1. — **OPŠTI OPIS**. Već je u XVIII veku Heršel pretpostavljao da sve zvezde čine jedinstven sistem: *Galaksiju*, koja manje ili više liči na spljošteni obrtni elipsoid, čija se ekvatorijalna ravan poklapa sa Mlečnim Putom, koji se u teleskopima razlaže na mnoštvo zvezda. Mlečni Put ima izgled beličaste pruge preko neba čija je srednja ravan nagnuta za oko 60° u odnosu na ravan ekvatora. Na osnovu njega se definiše *srednja galaktička ravan*, kao i *galaktičke širine i dužine*.

Galaktičke dužine se računaju od preseka srednje galaktičke ravni i ekvatora. Ova tačka se nalazi u sazvežđu Orla. Obično se galaktička dužina označava sa L, a galaktička širina sa B. Ispitivanje Galaksije pokazuje da ona ima oblik vrlo spljoštenog diska čiji je prečnik oko 30 000 parseka (90 000 s. g.), a debljina mu je približno ravnomerna sa velikim ispupčenjem u centralnom delu, čija debljina iznosi oko 5 000 parseka. Ako se Galaksija posmatra perpendikularno na osnovnu ravan, opaža se vrlo izražena spiralna struktura koja se odvija od centra ka periferiji. Fotografije galaksija sličnih našoj omogućuju nam da dosta tačno sagledamo opšti oblik našeg vasionskog ostrva. Položaj Sunca u njoj je prilično ekscentričan; ono se nalazi otprilike na 2/3 poluprečnika mereno od centra, a debljina galaktičkog diska na mestu gde se nalazi Sunce je 1 000 parseka. Relativno nedavna radio-astronomska merenja (1963. god.) dala su za daljinu Sunca od centra Galaksije vrednost od 10 000 parseka. Galaktička dužina centralnog ispupčenja po konvenciji je fiksirana na 327°. Ovaj pravac odgovara za nas pravcu sazvežđa *Strelac*.

Koncentracija zvezda sve više opada sa približava-

njem rubovima diska. Velike bele tačke koje se opažaju na priloženoj slici odgovaraju grupi nebeskih objekata koji predstavljaju periferne satelite Galaksije, a sačinjavaju ih skupovi koji sadrže stotine hiljada zvezda, pri čemu njihov raspored ima vrlo jako izraženu centralnu koncentraciju. To su tzv. *zbijena jata* (nazivaju ih i globularnim jatima). Zbijena jata, zajedno sa izolovanim perifernim zvezdama, sačinjavaju tzv. *galaktički oreol* (halo), neku vrstu zvezdane magle u koju je uronjen disk.

Galaksija se kreće rotacionim kretanjem, što se moglo predvideti već i iz njenog spiralnog oblika. Ona ne sadrži samo zvezde već i oblake difuzne materije, neke sjajne a neke tamne; ta *međuzvezdana materija* sačinjava *galaktičke magline*. Gustina im je izvanredno mala, ali su im dimenzije vrlo velike; apsorpcija svetlosti pri prolasku kroz njih utiče na rezultate većine fotometrijskih i spektrografskih merenja koja se vrše na površini Zemlje. Izvanredno je teško odrediti korekciju koja odgovara ovom efektu. Ukupna masa međuzvezdane materije ceni se na 1/10 ukupne mase zvezda.

2.— **ZBIJENA JATA**. Izučavanje ovih jata igra vrlo važnu ulogu u istraživanju Galaksije. Usled našeg ekscentričnog položaja, njihov prividni raspored je nepravilan, tako da ih je moguće snimiti 32 na jednom jedinom snimku. Vrlo mali broj njih vidljiv je golim okom. Nađeno je da ih ima 103 još 1888. god., a od tada njihov broj nije znatno porastao, pa i to na osnovu posmatranja u infracrvenoj svetlosti. Devetnaest od njih sadrže cefeide vrlo kratkog perioda, tzv. zvezde tipa RR *Lyrae*, što je omogućilo određivanje njihove daljine. Tako je nađeno 11 000 parseka za jato M13 (u sazvežđu Herkula), a 7 200 parseka za jato sa oznakom ω Kentaura. Što se tiče zbijenih jata koja ne sadrže cefeide RR *Lyrae*, njihova daljina je ocenjena bilo na osnovu globalnog poređenja sjaja sa 19 prvih, bilo uzimajući srednju vrednost sjaja 25 najsjajnijih zvezda. Na taj je način konstatovano da je sistem zbijenih jata praktično sferičan, da mu se centar poklapa sa centrom Galaksije i da mu prečnik iznosi 30 000 parseka. Ovi rezultati su bili među prvima koji su dali indikacije, kasnije potvrđene, o dimenzijama Galaksije i položaju njenog centra.

3. — **DINAMIKA GALAKSIJE**. Da bi se ispitala dinamika galaksije, uvode se sukcesivno:

a) grupe zvezda za koje su poznata samo prividna sopstvena kretanja po rektascenziji i deklinaciji, μ_α i μ_δ;

b) grupe zvezda za koje je, pored ovoga, poznata i radijalna brzina V_r;

c) grupe zvezda za koje je, pored svega navedenog, poznata i daljina a time i brzina V u prostoru, u odnosu na Sunce.

Odgovarajuća istraživanja se vrše *statističkim metodama*, posmatranjem dosta velikih grupa zvezda, recimo, stotinak njih; uzimaju se srednje vrednosti α_m, δ_m, $(\mu_\alpha)_m$, $(\mu_\delta)_m$, $(V_r)_m$, D_m, V_m itd. pri čemu se u svim slučajevima podrazumevaju algebarske srednje vrednosti. Ova procedura polazi od pretpostavke da u kretanjima zvezda postoji sistematski i stohastički deo, a da uzimanje srednjih vrednosti eliminiše ovaj poslednji.

4. — **KRETANJE SUNCA U PROSTORU NA OSNOVU SOPSTVENIH KRETANJA ZVEZDA**. Viljem Heršel (William Herschel) je 1783. god., analizirajući petnaestak tada poznatih sopstvenih kretanja, konstatovao približno konvergiranje velikih krugova na kojima leže vektori brzine tih zvezda; tačka prema kojoj oni konvergiraju leži u sazvežđu Oriona. Ovi zaključci su kasnije potvrđeni i učinjeni preciznijima na osnovu statističke analize zasnovane na uzimanju srednjih vrednosti zvezdanih grupacija; nađene su u odnosu na nebesku sferu jednačine odgovarajućih projekcionih ravni, a zatim su izračunate najverovatnije vrednosti aproksimativne tačke preseka ovih ravni. Logičan zaključak je da se, u stvari, Sunce kreće prema dijametralno suprotnoj tački. Ova tačka je tzv. *Sunčev apeks*. Vrednosti dobijene za ovu tačku u dobroj su saglasnosti. *Klasični apeks* je tačka čije su koordinate:

— ekvatorijalne koordinate $\alpha_0 = 270°$, $\delta_0 = +30°$;

— galaktičke koordinate: $L_0 = 23°$, $B_0 = +22°$.

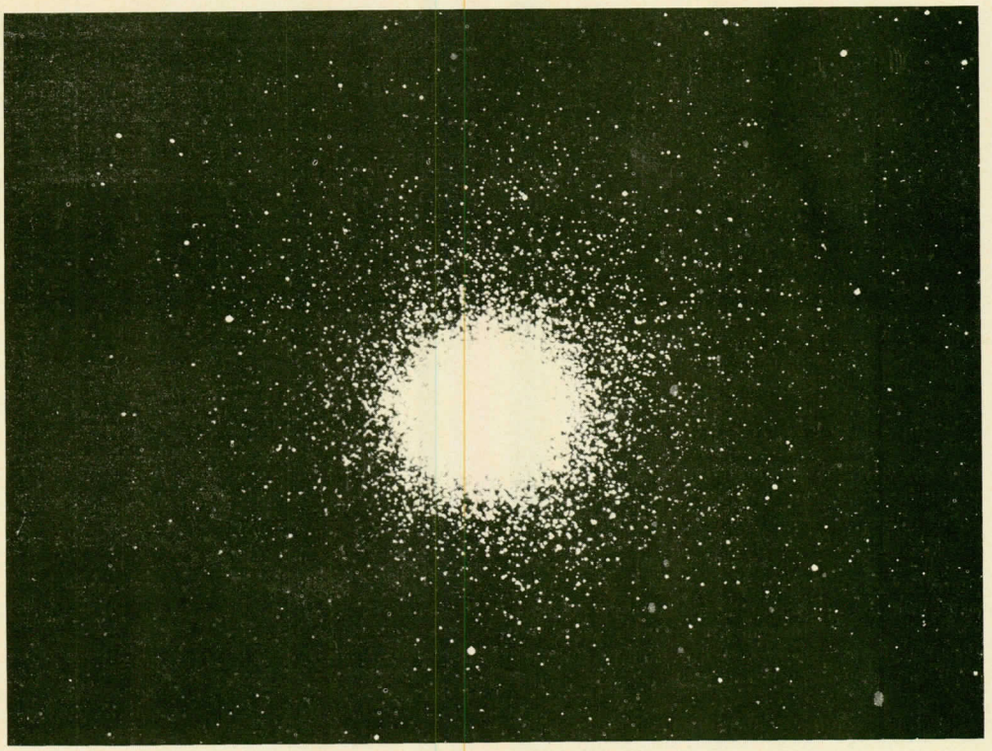
5. — **UVOĐENJE RADIJALNE BRZINE SVAKE GRUPE**. Za svaku grupu posebno može se tako odrediti vrednost za translacionu brzinu V Sunca. Ako je E_m prosečna zvezda grupe, radijalna brzina $(V_r)_m$, u ugao između pravca SE_m i pravca SA koji ta grupa daje za apeks, dobija se

$$V_\odot = -\frac{(V_r)_m}{\cos u}.$$

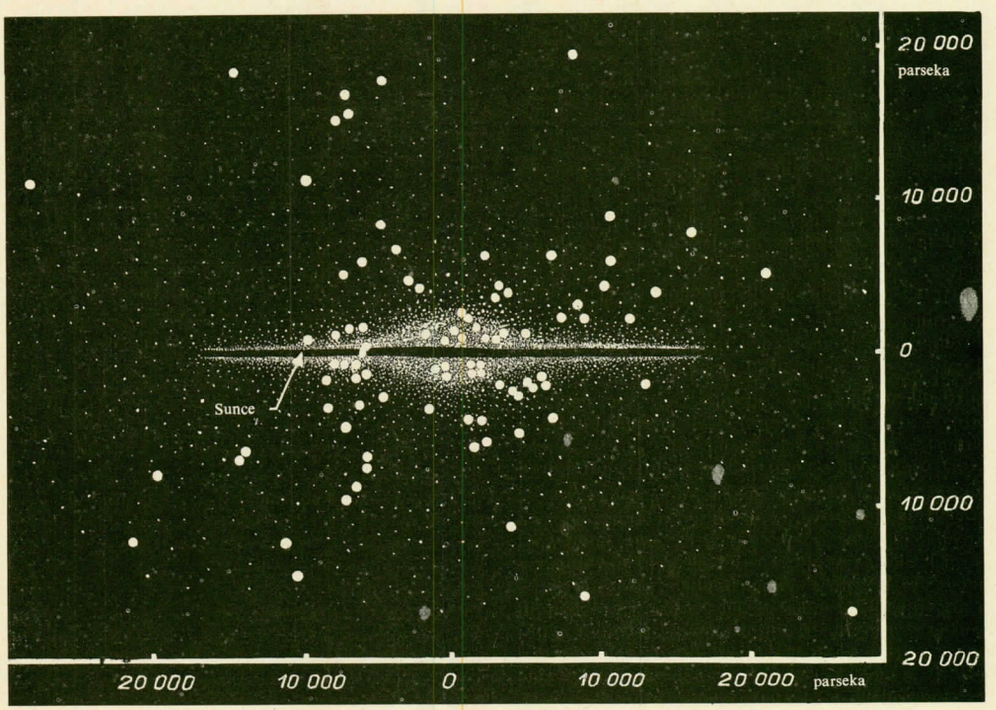
Srednja vrednost rezultata dobijenih za različite grupe daje

$$V_\odot = 20\,\text{km/s},$$

što odgovara *godišnjem* pomeranju Sunca za 615 miliona kilometara; to je 4 puta veće od daljine



Zbijeno jato ω Kentaura, fotografisano na južnoj stanici opservatorije Harvard koledža.



Raspored zbijenih jata u odnosu na srednju galaktičku ravan u kojoj leži Sunce.

Zemlja-Sunce, a odgovara pomeranju od 1 parseka za 50 000 godina.

U stvari, ako se za ovo koriste vrlo udaljene zvezde ili neke specijalne zvezde, kao npr. zbijena jata, cefeide RR *Lyrae* ili neki crveni džinovi Me (tj. sa emisionim linijama), dobijeni rezultati su znatno različiti, zbog nekih partikulariteta ovih zvezda. Ovo prividno kretanje Sunca ka apeksu mora se smatrati kao *odnos bliskih zvezda*, jer ne zavisi samo od realnog kretanja Sunca u Galaksiji, već i od srednjeg kretanja zvezda dovoljno bliskih da bi njihova sopstvena kretanja μ_α i μ_δ mogla poslužiti za određivanje apeksa i relativne translacione brzine.

6. — **PRIMENA KRETANJA KA APEKSU NA ODREĐIVANJE DALJINA IZVESNIH ZVEZDA. METODA »SEKULARNIH PARALAKSI«.** Neka je E_m prosečna zvezda neke grupe slične onoj koju smo do sada razmatrali, a D_m njena daljina od Sunca. Po isteku određenog vremena Sunce S je prešlo u S′ (SS′ poznato), dok su koordinate E_m dobile priraštaje $\Delta\alpha_m$ i $\Delta\delta_m$. Tačka E_m je prešla u E'_m. Neka μ' označava ugao koji pri E'_m zaklapaju pravci E'_m S i E'_m S′. Posmatrajmo projekciju μ toga ugla na ravan $SS'E_m$ i označimo sa u ugao između pravca SE_m i S-apeks. Za daljinu D_m dobija se

$$D_m = \frac{SS' \cdot \sin u}{\mu}.$$

Za jasno ograničene i homogene grupe metoda je dosta precizna. Često je ona jedina koja se može primeniti; kako se zasniva na efektu koji se nagomilava tokom više godina, njen »domet« može dostići više hiljada parseka. Ona je korišćena naročito za kalibrisanje karakterističnih krivih cefeida RR *Lyrae*.

7. — **GALAKTIČKA ROTACIJA.** Posmatrajmo grupe zvezda čije daljine od Sunca r nisu suviše velike, te sopstvena kretanja po rektascenziji i deklinaciji, μ_α i μ_δ, nemaju isuviše male vrednosti; ograničimo se takođe na grupe dovoljno bliske galaktičkom krugu. Usvojićemo hipotezu rotacionog kružnog kretanja keplerovskog tipa, hipotezu koju potvrđuje spljošten oblik Galaksije i njena spiralna struktura; pri razmatranju ćemo koristiti ranije pomenute numeričke vrednosti: daljina R Sunca od centra G Galaksije, 10 000 parseka; galaktička dužina centra G, 327°.

Imajući ovo u vidu, razmotrićemo dve komponente brzine V grupe M, duž SM i perpendikularnu na SM, koje ćemo označiti v_r i v_t. Pod pretpostavkom kružnog rotacionog kretanja, brzina V_m, određena u odnosu na Sunce, u stvari je geometrijska (vektorska) razlika brzina V_0 Sunca S i V'_m grupe M. Smatraćemo nepoznatima uglovnu brzinu Sunca $\frac{V_0}{R}$ i veličinu $\frac{\Delta V_0}{\Delta R}$, koja odgovara promeni V_0 kad se sa daljine R pređe na daljinu $R + \Delta R$. Ako je α ugao između pravaca SM i SG, označićemo sa $\Delta\alpha$ ugao između pravaca GS i GM. To je istovremeno i ugao između V_m i V'_m. Uspostavićemo vezu između veličina v_r i v_t, *koje se dobijaju neposredno iz posmatranja*, u funkciji raznih veličina prikazanih na slici, kao i dveju nepoznatih koje smo definisali.

Uvedimo

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{V_0}{R} - \frac{\Delta V_0}{\Delta R}\right), \quad B = -\frac{1}{2}\left(\frac{V_0}{R} + \frac{\Delta V_0}{\Delta R}\right),$$

dobija se

$$\frac{V_0}{R} = A - B, \quad \frac{\Delta V_0}{\Delta R} = -(A + B).$$

Jednačine koje uspostavljaju vezu između pomenutih veličina daju sledeće izraze:

$$v_r = Ar \sin 2\alpha$$
$$v_t = Ar \cos 2\alpha + Br. \qquad (**)$$

Dobijeni rezultati. Prema nedavnim rezultatima, dobijenima kombinacijom optičkih i radio-astronomskih posmatranja, ima se:

$$A = +0'',0032 \text{ godišnje},$$
$$B = -0'',0021 \text{ godišnje};$$

odakle se dobija

$$\frac{V_0}{R} = +0'',0053 \text{ godišnje},$$

$$\frac{\Delta V_0}{\Delta R} = -0'',0011 \text{ godišnje},$$

što za trajanje kompletnog obilaska Sunca oko centra Galaksije daje 245 miliona godina.

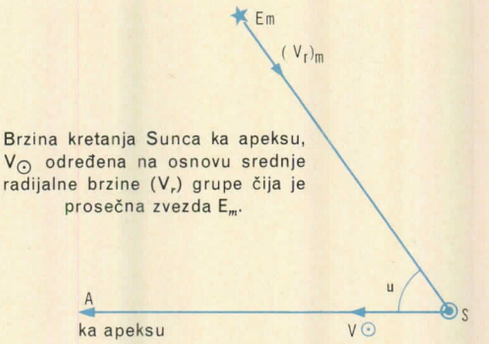
Takođe je moguće izraziti A i B u kilometrima u sekundi za R = 1 parsek. Tako se dobija

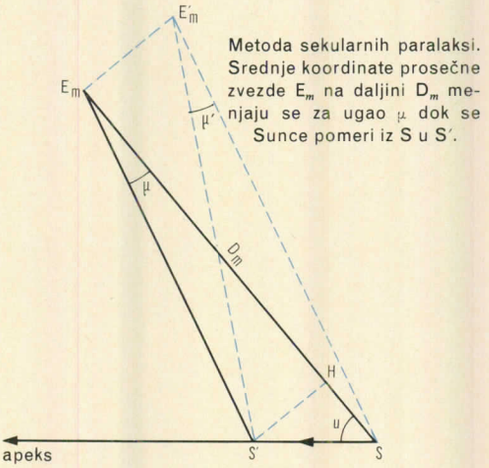
$$A = +0{,}015 \text{ km/s/parsek},$$
$$B = -0{,}010 \text{ km/s/parsek}.$$

Veličina $\frac{\Delta V_0}{\Delta R}$ ima vrlo malu vrednost 0,5 km/s pri povećanju R za 100 parseka; što odgovara postojanju znatne koncentracije mase u centru Galaksije.

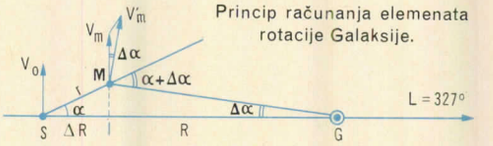
Brzina S je po pretpostavci normalna na pravac SG, tj. usmerena prema tački čija je galaktička dužina $327° + 90° = +57°$.

Linearna brzina Sunca određuje se na taj način što se za R uzme vrednost od 10 000 parseka. Tako se dobija 250 km/s.





Metoda sekularnih paralaksi. Srednje koordinate prosečne zvezde E_m na daljini D_m menjaju se za ugao μ dok se Sunce pomeri iz S u S′.



Princip računanja elemenata rotacije Galaksije.

N a p o m e n e. a) Usled keplerovskog karaktera galaktičke rotacije, ova rotacija dovodi do vrlo energičnog mešanja materije. Dok za milijardu godina Sunce obiđe četiri puta oko galaktičkog centra, neka zvezda koja je za 1 000 parseka bliže ovom centru ili dalje od njega napraviće za to vreme tri ili pet obrtaja. Odatle se može zaključiti da spiralne galaksije postoje tek nekoliko milijardi godina, tj. da su one relativno mlade. Međutim, u oblasti koja se nalazi mnogo bliže centru situacija mora biti dosta različita.

b) Konstatovano je, uostalom, da čak ni u okolini Sunca zakon brzina nije egzaktno keplerovski, već postoje fluktuacije. Ta činjenica je posmatrana ne samo u našoj Galaksiji već i pri detaljnom izučavanju rotacije nekih susednih galaksija.

8. — **INTERPRETACIJA OVA DVA KRETANJA SUNCA U GALAKSIJI.** Ranije smo rekli da se Sunce kreće u pravcu apeksa, čija je galaktička dužina + 23°, a brzina kretanja Sunca je 20 km/s. Sada govorimo o rotacionom kretanju brzinom od 250 km/s u pravcu kome odgovara galaktička dužina + 57°. Ova dva rezultata nisu neuskladiva i interpretiraju se na sledeći način: rotaciono kretanje je opšte kretanje Galaksije, te u njemu učestvuju sve zvezde, a svakako one u blizini Sunca. No brzine ovih zvezda mogu imati veličine i pravce koji se nešto razlikuju, pri čemu njihova srednja vrednost odgovara, na rastojanju od centra jednakom Sunčevom, brzini kruženja V_0. U odnosu na brojne susedne zvezde, koje takođe učestvuju u opštoj rotaciji Galaksije, stvarna brzina Sunca odstupa od pravca normalnog na SG za ugao $57° - 23° = 34°$, a njegova stvarna brzina je za 20 km/s veća od one koja odgovara opštem rotacionom kretanju. Drugim rečima, kretanje Sunca ka apeksu je relativno: određuje se u odnosu na zvezde dovoljno bliske, takve da njihova sopstvena kretanja μ_α i μ_δ još uvek imaju primetne vrednosti.

9. — **KORIŠĆENJE ISKLJUČIVO RADIJALNIH BRZINA. ORTOV EFEKAT.** Uzmimo prvu od formula (**) i zamenimo A njegovom vrednošću 0,015. Ima se

$$v_r = 0{,}015 \times r \times \sin 2\alpha \text{ km/s},$$

rezultat koji važi pod uslovom da je daljina r, izražena u parsecima, mala u odnosu na R. Ova relacija odgovara tzv. *Ortovom efektu* (Oort, holandski astronom koji je dao veliki broj značajnih radova o galaktičkoj rotaciji). Ona je veoma važna jer se radijalne brzine mogu odrediti sa mnogo većom preciznošću nego uglovna sopstvena kretanja μ_α i μ_δ, a ta preciznost ne zavisi od daljine. Na taj se način može odrediti srednja daljina grupe zvezda u Galaksiji kada se posmatra samo srednja radijalna brzina ove grupe. Tako je načinjena karta spiralnih grana Galaksije, na osnovu merenih radijalnih brzina vodonika koji sačinjavaju bitan elemenat ovih grana; oblaci vodonika se posmatraju metodama radio-astronomije, pomoću linije od 21 cm.

10. — **UTICAJ GALAKTIČKE ROTACIJE NA PRIVIDNO SOPSTVENA KRETANJA.** Zamislimo sferu poluprečnika $r = 1\,000$ parseka, a čiji se centar nalazi u Suncu; razne brzine koje zvezde imaju usled galaktičke rotacije manifestovaće se na ovoj sferi sopstvenim kretanjima koja pokazuju sistematski karakter. Ovo je u nekom smislu problem suprotan onome koji se sastoji u određivanju galaktičke rotacije na osnovu posmatranih sopstvenih kretanja. Dobija se

$V_r = 15 \sin 2\alpha$ u kilometrima u sekundi,
$V_t = 15 \cos 2\alpha - 10$ u kilometrima u sekundi.

Tako tačke I i J ove sfere, koje leže na pravoj Sunce — — centar Galaksije, imaju brzine kruženja respektivno veće i manje od Sunca za $\pm$ 5 km/s što se tiče v_t. Za tačke M i N koje se nalaze u kvadraturi (α jednako $\frac{\pi}{2}$ i $\frac{3\pi}{2}$), tangencijalna brzina ne samo

da nije jednaka nuli (kao što bi moglo izgledati na prvi pogled) već ima svoju maksimalnu brzinu 25 km/s. Priložena slika predstavlja relativne brzine u funkciji njihovog azimuta, pri hipotezi da je Sunce nepomično, a da se sve zvezde nalaze na jednakoj daljini od 1000 parseka.

11. — **CENTRALNA MASA GALAKSIJE. BROJ ZVEZDA U GALAKSIJI.** Relacija koja je korišćena pri izučavanju dvojnih zvezda može se primeniti i na Sunce, koje se kreće oko centralne mase M_0 Galaksije. Ako se za jedinicu uzme masa Sunca, predstavljena simbolom ⊙, astronomska jedinica a kao jedinica za daljinu, a zemaljska godina kao jednoj daljini od 1000 parseka.

$$M_0 = \frac{a^3}{T^2} \odot = 1{,}46 \times 10^{11} \odot,$$

stavljajući $a = 10\,000 \times 206\,265$ A. J. i $T = 245 \times \times 10^6$ godina. Kad se uzme u obzir približna jednakost masa zvezda, a pretpostavi da je ukupna masa M Galaksije za 1/3 veća od centralne mase, dobija se po redu veličine *dve stotine milijardi* zvezda u Galaksiji.

Danas se smatra da se, u prvoj aproksimaciji, zvezde u unutrašnjosti Galaksije raspoređuju ovako:

— 70% ukupne mase u spljoštenom disku;

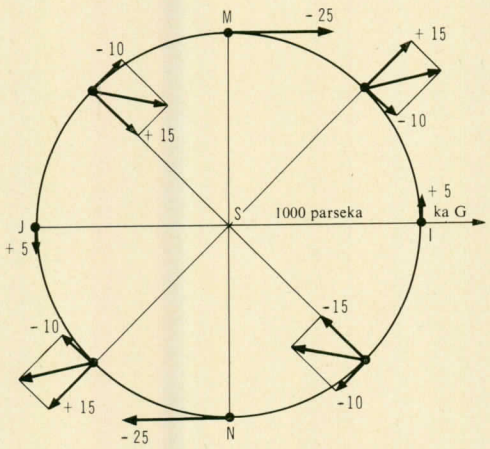
— 5 do 10% za masu međuzvezdane materije;

— 20 do 25% za galaktički oreol, neku vrstu zvezdane magle u koju je disk uronjen.

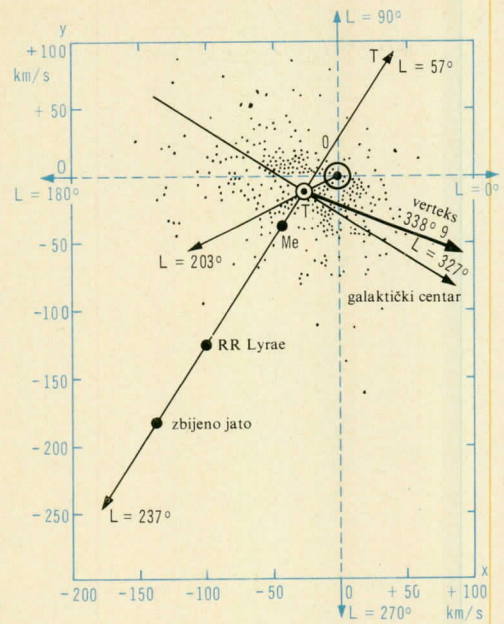
12. — **IZUČAVANJE BRZINA POSMATRANIH INDIVIDUALNO.** Radi razmatranja brzina u prostoru (naravno, u odnosu na Sunce) izvesnog broja individualno posmatranih zvezda, predstavićemo ih u odnosu na pravougli koordinatni sistem $Oxyz$, definisan na sledeći način: ose Ox i Oy se nalaze u galaktičkoj ravni, a usmerene su respektivno prema tačkama čija je galaktička dužina 0 i 90°; osa Oz je perpendikularna na njih. Gornja slika predstavlja projekcije na galaktičku ravan krajeva vektora brzine 419 zvezda koje se nalaze na manje od 20 parseka od Sunca; Sunce je predstavljeno malim krugom. Reprezentativne tačke obrazuju oblak. Neka I bude njegov centar. OI predstavlja projekciju na galaktičku ravan brzine Sunca u odnosu na skup razmatranih zvezda. Za longitudu OI nalazi se vrednost — 23°, što odgovara vrednosti nađenoj za apeks do na 180°.

Individualne brzine zvezda nisu raspoređene slučajno, već postoji privilegovan pravac koji odgovara približno longitudi centra Galaksije (338,9 umesto ranije navedenog rezultata 327). Oblik ovog oblaka tačaka pokazuje da raspodela brzina nije sferična, nego elipsoidalna.

Značaj ove sheme nije samo u tome da se dijagramom provere rezultati koje daje račun. Njena važnost je mnogo veća: ako se na dijagramu predstave



Uticaj diferencijalne galaktičke rotacije na prividna sopstvena kretanja zvezda koje se po pretpostavci nalaze na daljini 1000 parseka od Sunca S.



Proučavanje brzina uzetih individualno.

zvezde čije su brzine u odnosu na Sunce velike, recimo veće od 75 km/s, onda se reprezentativne tačke ovih zvezda raspoređuju po jednoj *polupravoj*; njena galaktička dužina, 237°, razlikuje se za 180° od pravca rotacije Sunca u Galaksiji za koji je nađeno 57°.

Takav je slučaj naročito sa grupom crvenih džinova Me (zvezde sa emisionim linijama), a ova pojava je još izraženija kod cefeida tipa RR *Lyrae* (srednja prividna brzina 130 km/s) i zbijenih jata (srednja prividna brzina 185 km/s). Treba istaći da takve zvezde daju rezultate koji znatno odstupaju od normalnih ako se one koriste za određivanje apeksa; one se ne pokoravaju ni zakonitostima klasičnog Hercšprung-Raselovog dijagrama. Sve ovo navodi na misao da te zvezde čine zvezdanu populaciju različitu od one kojoj pripada Sunce, a takođe i zvezde koje se, kao i ono, nalaze u spiralnim granama Galaksije.

Taj skup zvezda zove se *populacija II*; smatra se da su ove zvezde mnogo starije no one koje sačinjavaju *populaciju I*, kojoj pripada i naše Sunce.

Danas se smatra da su ove zvezde sa velikom *prividnom* brzinom u stvari zvezde sa malom *realnom* brzinom: Sunce ih »ostavlja u mestu«, krećući se brzinom od 250 km/s. Tako zbijena jata, čija brzina u odnosu na Sunce iznosi 185 km/s, u prostoru imaju brzinu rotacije 250 — 185 = 65 km/s. Zvezde čije se reprezentativne tačke nalaze na ovoj polupravoj galaktičke dužine 327° pripadaju *Štrembergovoj* (*Strömberg*) *asimetričnoj struji*, prema imenu astronoma koji je prvi otkrio ovu pojavu. U stvari, trajektorije zvezda populacije II imaju vrlo raznovrsne ekscentricitete i nagibe u odnosu na galaktičku ravan, a samo je vektorski zbir njihovih stvarnih brzina mali u odnosu na brzinu kretanja Sunca.

Međuzvezdana materija u Galaksiji

1. — **POSTOJANJE OVE MATERIJE I NJENE OSNOVNE KARAKTERISTIKE.** Postojanje difuzne međuzvezdane materije u Galaksiji potvrđeno je sledećim činjenicama.

— Postojanjem svetlih mrlja nepravilnog oblika, koje nije moguće razlučiti u zvezde, ma kakva bila moć korišćenja instrumenta. Označavaju ih nazivom *sjajne magline*, da se ne bi pobrkale sa galaktikama. Nekada su i jedne i druge nazivane *maglinama*, pre nego što su usavršeni instrumenti omogućili da se napravi bitna razlika između ove dve kategorije »nebeskih objekata«.

— Postojanjem, nasuprot tome, vrlo tamnih mrlja ili pruga, koje se nazivaju *tamnim maglinama*. One odgovaraju zonama totalne apsorpcije, koje imaju vid tamnog ekrana na sjajnom fonu. Ove magline su nam, svakako, relativno blizu, jer se nijedna grupa sjajnih zvezda nije našla između njih i nas.

— Apsorpcijom koju izazivaju obe pomenute vrste maglina. Apsorpcija može biti kontinualna i opšta, te tako modificirati prividne zvezdane veličine zvezda koje se nalaze s one strane ovih maglina. Ona, takođe, može biti diferencijalna ili selektivna (prema talasnim dužinama), te tako modificirati spektre.

— Postojanjem spektralnih linija koje emituju sjajne magline. Ove spektralne linije mogu poticati iz raznih izvora: ponekad je reč o spektru rasejane svetlosti koja potiče od bliskih zvezda; drugi put o emisionom spektru usled fenomena fotojonizacije; u nekim drugim slučajevima, posmatrane linije potiču od opšte difuzije, tzv. difuzije *noćnog neba*; najzad, neke linije (emisione ili apsorpcione) potiču sa mesta gde se sredstvima kojima raspolažemo ne opaža nikakva maglina, ni sjajna ni tamna.

Uostalom, fotografije velikog broja drugih galaksija pokazuju postojanje slične međuzvezdane materije.

Kako objasniti ove različite osobine koje, na izgled, protivreče jedne drugima? Pošto međuzvezdana materija može izazvati rasejanje svetlosti okolnih zvezda, znači da se sastoji iz finih čestica. Danas se zna da nema govora o difuziji na gasu, već da se ovde radi o difuziji svetlosti na česticama čiji je prečnik reda veličine talasne dužine vidljivog spektra, tj. od 0,1 μ do 1 μ. Tako rasejana svetlost je plavlja nego upadna, a spektar pokazuje karakteristike apsorpcionog spektra. Međutim, kako međuzvezdana materija može imati i sopstveni emisioni spektar, to ona svakako sadrži i gas. Ove dve hipoteze, uostalom, nisu neuskladive, jer fine čestice o kojima je bilo reči (a koje se označavaju nazivom kosmička *prašina*) mogu nastati iz okolnog gasa aglomercijom nekoliko milijardi atoma. Uspostavlja se ravnoteža između dva vida materije, uz postojanje reverzibilnog procesa, koji postavlja granicu (uzajamnim sudarima) kako za obilnost prašine tako i za poluprečnik čestica. Posmatrani emisioni spektri nastaju usled jonizacije gasa pod dejstvom zračenja neke vrlo sjajne susedne zvezde (spektralni tipovi W, O i B). Kao i svi spektri istog porekla, ovi spektri su složeni i sadrže dve karakteristične zelene linije, koje se objašnjavaju vrlo složenim mehanizmom rekombinacija. Većina ovih linija pripada kategoriji »*zabranjenih linija*«, koje su favorizovane niskim pritiskom koji vlada u toj sredini.

Uopšte uzev, magline koje sjaje difuzijom svetlosti bliskih zvezda na izgled su *beličaste* (maglina u Plejadama, na primer), dok su sjajne magline sa emisionim linijama *zelenkaste*, zbog postojanja pomenutih zelenih linija (maglina u Orionu, na primer). Što se tiče tamnih maglina, njihovo poreklo je isto, ali njih ne osvetljava nikakva zvezda. Ponekad im je barem kontura bočno osvetljena nekom sjajnom zvezdom: takav je slučaj sa poznatom maglinom Konjska Glava, koja se nalazi u Orionu.

Tako kosmička međuzvezdana materija ima jednolik prosečni sastav, pri čemu gustina varira idući od skoro potpune prozračnosti pa do potpuno apsorbujućeg oblaka. Ovi aspekti potiču od manje ili veće blizine susednih zvezda, njihovog spektralnog tipa, kao i njihovog položaja u odnosu na ovaj oblak gasa izmešanog sa prašinom.

2. — **OPŠTA KONTINUALNA APSORPCIJA.** Mada nije reč o homogenom apsorbirajućem sloju, danas se smatra da se bolometrijske zvezdane veličine menjaju *prosečno* za 1,5 do 2 jedinice po kiloparseku. Time što se zanemarivao ovaj fenomen, tj. što se slabljenje sjaja zvezde pripisivalo isključivo njenoj udaljenosti, dolazilo se ranije do precenjivanja dimenzija naše Galaksije. Ova apsorpcija, očevidno mnogo veća u neposrednoj blizini galaktičke ravni, čini nemogućim posmatranje drugih galaksija na galaktičkim širinama manjim od 20°. Ne može se dovoljno istaći koliko je znatna vrednost homogene apsorpcije izražene promenom za 2 zv. vel. po kiloparseku.

Primena Pogsonove formule,

$$\log \frac{e}{e'} = 0{,}4 \times 2 = 0{,}8,$$

pokazuje da posle puta od 1 000 parseka kroz Galaksiju primamo samo 16% početne energije. Nakon puta od 2 000 parseka, log $\frac{e}{e'} = 1{,}6$, ostaje samo 2,5% emitovane svetlosti. Nakon 3 000 parseka ostaje samo 0,4%,: drugim rečima, ne vidi se skoro ništa. Srećnu okolnost predstavlja činjenica da je apsorpcija daleko od homogene.

3. — **DIFERENCIJALNA APSORPCIJA.** Ona se manifestuje modifikacijom spektra zvezde koji, grubo uzev, postaje »crveniji«; ovo se konstatuje upoređenjem sa spektrima zvezda istog spektralnog tipa, ali posmatranih u vrlo različitim uslovima apsorpcije (bez apsorpcije, ako je moguće): obično se za ovo koriste zvezde koje leže u pravcu normalnom na galaktičku ravan, jer »zvezdani oreol« sa obe strane srednje galaktičke ravni jedva da ima debljinu od 1 000 parseka na mestu gde se nalazi Sunce.

Na osnovu *indeksa boje* i (razlika između vizuelne i fotografske zvezdane veličine) definiše se tzv. *eksces boje* E, koji se definiše kao

$$E = i - i_0,$$

gde je i merni indeks boje, a i_0 indeks boje pri apsorpciji jednakoj nuli.

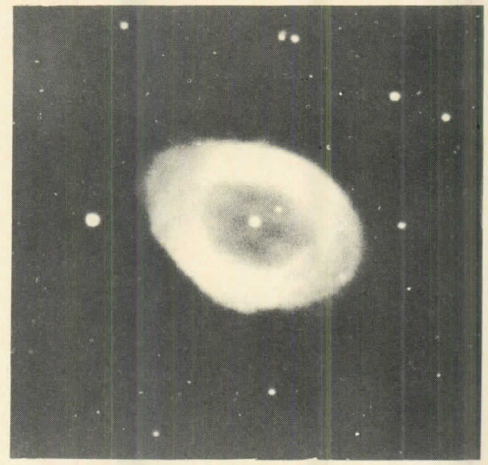
U izvesnoj meri E ne zavisi od spektralnog tipa, a proporcionalan je daljini D zvezde, pri čemu je koeficijent proporcionalnosti K reda 0,3 zv. vel. po kiloparseku. Nalazi se da fotografska apsorpcija A_{pg}, uzimajući u obzir fotografsku (4 250 Å) i vizuelnu (5 290 Å) talasnu dužinu, zadovoljava relaciju

$$A_{pg} \simeq 5E,$$

što stvarno daje srednju vrednost od 1,5 zv. vel. na 1 000 parseka. Merenjem E, koje je uvek moguće, nalaze se tako apsorpcije u različitim pravcima, pa čak i na različitim daljinama, a to su veličine koje se na izgled *a priori* teško mogu odrediti.

4. — **HETEROGENOST APSORPCIJE.** Opšta apsorpcija može varirati u odnosu 1 prema 3 od jednog sektora do njemu susednog, a u istom pravcu mogu se sresti apsorbujući oblaci različitog stepena prozračnosti. Uopšte uzev, apsorpcija, obrnuto proporcionalna talasnoj dužini dotičnog zračenja, upola je manja za infracrveno ($\lambda = 10\,000$ Å) nego za plavo ($\lambda = 5\,000$ Å). Zbog toga poseban značaj ima posmatranje neba neselektivnim metodama, npr. merenjem fotoelektričnih veličina ili korišćenjem fotografskih ploča senzibiliziranih na infracrveno.

Ova heterogenost apsorpcije dozvoljava posmatranje kroz intervale između apsorpcionih zona; i pored toga, opšti problem apsorpcije ostaje jedan od osnovnih problema astronomije. Apsorpcija u međuzvezdanoj sredini nazivana je i »neprijateljem broj 1« astronomije. Danas se nastoji da se napravi karta neba koja pokazuje kolika je apsorpcija u pojedinim pravcima, ali je ovaj poduhvat još daleko od ostvarenja.



Planetarna maglina M57 u sazvežđu Lire smatra se najkarakterističnijim predstavnikom te kategorije nebeskih tela.

5. — **SREDNJA GUSTINA I MASA MEĐUZVEZDANE SREDINE.** Srednja gustina međuzvezdane materije ocenjuje se na

$$\rho = 3 \times 10^{-24}\ \mathrm{g/cm^3},$$

što, grubo uzev, znači nekoliko atoma neutralnog vodonika u kubnom centimetru.

Srednja gustina tipičnog oblaka oko 10 puta je veća. Srednja gustina same »prašine« samo je

$$\rho_{\text{praš.}} = 10^{-26}\ \mathrm{g/cm^3}.$$

Ako se zanemari gustina između oblaka (možda 1/100 gornje vrednosti), sastav međuzvezdane materije može se predstaviti na sledeći način: u svakom kubnom santimetru oblaka nalazi se mali broj atoma vodonika i helijuma; na 1 000 cm^3 oblaka dolazi jedan teški atom. Najzad, na 10^{12} cm^3 (odnosno 1 hm^3) dolazi jedno zrnce prašine prečnika 0,2. Ova *prašina* čini deo oblaka koji rasejava i apsorbuje svetlost. Ova ekstremna razređenost (na čovekovoj skali) ne treba da nas navede na to da izgubimo iz vida ogromnost galaktičkog prostora, te da tako potcenimo ukupnu masu međuzvezdane materije.

Do nedavna se smatralo da je ukupna masa Galaksije približno jednako podeljena na zvezde i na međuzvezdane materije. Danas se misli da je u ovom računu jako potcenjena ukupna masa zvezda: što više napreduje tehnika posmatranja, to se više povećava broj zvezda slaboga sjaja (beli patuljci ili zvezde koje zrače isključivo u infracrvenom). Smatra se da ukupna masa međuzvezdane materije predstavlja oko 1/10 ukupne mase Galaksije, što je ipak znatna veličina.

6. — **GLOBULE I RAĐANJE SUPERDŽINOVA.** Terminom *globule* označavaju se male okrugle i guste magline čiji prividni prečnici variraju između 5″ i 10″; ovi objekti se dosta često javljaju u prostoru. Ima ih 16 ispred sjajne magline Mesije (Messier) 8, a njihov prečnik leži između 10″ i 12″. Pošto su njihove daljine mogle biti ocenjene, zna se da su njihovi stvarni prečnici oko 10^4 astronomskih jedinica, odnosno 100 puta veći od prečnika celog Sunčevog sistema. Danas se smatra da iz ovih objekata nastaju zvezde, i to *superdžinovi*. Superdžinova ima relativno malo, a njihove apsolutne zvezdane veličine iznose — 6 ili — 7, tj. njihov je stvarni sjaj nekoliko desetina hiljada puta jači od sjaja Sunca. Takvom zračenju odgovara utrošak energije i transformacija vodonika u helijum Beteovim ciklusom u vremenu od najviše stotinak miliona godina. Ove su zvezde, dakle, nastale relativno skoro, te se proces njihovog nastajanja svakako vrši i u sadašnje vreme.

Osim toga, tehnike posmatranja u infracrvenom delu spektra otkrivaju nam, što se više razvijaju, sve veći broj džinovskih tela (većih od celog Sunčevog sistema); ta nebeska tela su još tamna (1 500°C efektivne temperature). Ove džinovske tamne »zvezde« predstavljaju prelazni oblik između globule i vidljive zvezde.

Tako novija istraživanja pokazuju postojanje procesa nastajanja zvezda iz hladnog kosmičkog materijala. Naravno, većinu aspekta ovog kondenzacionog procesa odrediće tek buduća istraživanja.

7. — **OSTALE OSOBENOSTI KOSMIČKE MEĐUZVEZDANE SREDINE.** Ova sredina karakteriše se, takođe, nizom njoj svojstvenih fenomena.

a) *Svetlost noćnog neba* potiče od svih zvezda zajedno, a rasejava je sva međuzvezdana materija. Njen spektar je usled toga vrlo složen. U njemu se nalaze glavne apsorpcione linije Sunčevog spektra, u čemu, bez ikakve sumnje, učestvuju zvezde slabog sjaja, tipa sličnog Sunčevom. Udeo galaktičke difuzije u ukupnom sjaju noćnog neba ocenjuje se na 5 do 10%.

b) Neke *emisione linije* javljaju se u Mlečnom Putu van oblasti naseljenih galaktičkim maglinama koje emituju, pa čak i tamo gde se nikakva maglina ne pojavljuje ni na najosetljivijim fotografijama. Ove linije su inače karakteristične linije emisionog spektra maglina. Iz njihovog prisustva zaključuje se da postoje oblaci gasa, vrlo diskretni i nejednako raspoređeni u prostoru, a asocirani sa zvezdama spektralnog tipa W ili O koje nisu suviše daleko.

c) Apsorpcione linije, tzv. *stacionarne linije*, često se opažaju u običnim spektrima zvezda; njih proizvodi međuzvezdana materija, slično nastanku *teluričkih* linija u Sunčevom spektru. Teško je razlikovati ove linije od apsorpcionih linija iz samog zvezdanog spektra.

Među ovima se najčešće posmatraju linije H i K jonizovanog kalcijuma Ca^+, naročito u zvezdama toplijim od onih spektralnog tipa B 5, u kojima se inače ove linije normalno ne javljaju. Ove apsorpcione linije, kada postoje, ne učestvuju u Doplerovom efektu koji odgovara sopstvenom kretanju zvezde, te se stoga i zovu *stacionarnim linijama*. One su obično mnogo oštrije nego linije zvezdanog spektra. Analizirajući spektre svih zvezda spektralnog tipa B čija je daljina poznata, nađeno je da je intenzitet stacionarne linije K približno proporcionalan daljini zvezde. Obrnuto, ovaj intenzitet je korišćen za procenu daljina zvezda spektralnog tipa B, čija daljina nije poznata. Misli se da ova metoda (verovatno najbolji kriterijum daljine za zvezde spektralnog tipa B) daje tačnost 20%.

d) *Planetarne magline* su male okrugle magline; otuda potiče njihovo ime, uostalom sasvim neadekvatno. U centru uvek imaju zvezdano jezgro, a spektar im je kao kod emisionih maglina; u spektru su naročito mnogobrojne zabranjene linije i linije male verovatnoće. Poznato je oko 400 takvih maglina. Najčešće se sreću planetarne magline prečnika reda 0,15 parseka (prividni prečnik 10″ za najbliže). Centralne zvezde su uvek zvezde sa vrlo visokim temperaturama, bogate ultravioletnim zračenjem (zvezde spektralnog tipa W ili O). Usled fenomena selektivne apsorpcije, zvezda ponekad postaje nevidljiva. Unutrašnja vrtložna kretanja (Doplerov efekt) ispoljavaju se u proseku *stalnom ekspanzijom* planetarne magline. Mada su im gustine vrlo male (3×10^{-21} do 3×10^{-20} g/cm^3), njihove ukupne mase lako dostižu vrednost mase obične zvezde (2×10^{33} g). U stvari, vidi se samo onaj deo magline gde je vodonik jonizovan, te ukupna masa magline mora biti veća od navedene vrednosti.

Mislilo se da bi planetarne magline mogle biti ostaci nekadašnjih nova. I pored nekih dosta frapantnih analogija, danas se misli da je ovde reč o dve različite pojave. I pored svega, vrlo je verovatno da je gasovita masa planetarne magline izbačena iz centralne zvezde, čija je ukupna masa morala biti znatno veća od kritične mase koju smo ranije definisali.

Radio-astronomska posmatranja u Galaksiji

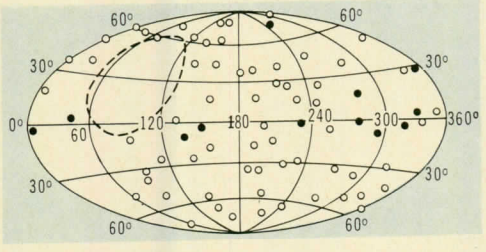
1. — **UVOD**. Prva radio-astronomska posmatranja odnosila su se na neprekidno zračenje Galaksije na metarskim talasima. Dženski (Jansky) je 1931. god. konstatovao da se maksimalni intenzitet primljenih talasa ponavlja svakog dana, ali oko 4 mn pre nego prethodnog. Radilo, se dakle, o zračenju povezanom sa dnevnim kretanjem nebeskih tela. Vrlo rano je ustanovljeno da je zračenje koncentrisano duž Mlečnog Puta, a da dostiže svoj maksimum u pravcu sazvežđa Strelca; u tom pravcu nalazi se i centar Galaksije. Počev od 1936. god. Amerikanac Reber (Rober) je odredio izvestan broj krivih jednakog intenziteta zračenja (»izofote«); sve one pokazivale su znatno povećanje intenziteta u pravcu galaktičkog centra. Među posmatranim talasnim dužinama neke odgovaraju termičkoj emisiji; to je slučaj naročito sa desimetarskim talasima. Druge nisu termičkog porekla, već ih proizvode čestice visoke energije. Takvo je zračenje koje primamo na metarskim talasima. Ono odgovara vrlo visokoj temperaturi i uvek ima karakteristike *sinhrotronskog zračenja*. Sinhrotronsko zračenje ukazuje na postojanje galaktičkog oreola čestica visoke energije, kao i relativno jakog magnetnog polja. Ovaj oreol ima približno sferičan oblik, a prečnik mu je istog reda veličine kao i prečnik Galaksije. Nedavno je slično zračenje opaženo i oko nekih drugih galaksija, a naročito oko galaksije bliske našoj, M 31, koja se zove i *Andromedina maglina*. U ovom galaktičkom oreolu nastaju i *kosmički zraci*; jedan deo ovih zraka nastaje i u nekim od Sunčevih hromosferskih erupcija, naročito u najburnijima od njih, tzv. skokovima n° IV.

2. — **GALAKTIČKI I VANGALAKTIČKI RADIO-IZVORI**. Za vreme neprekidnog radio-astronomskog posmatranja fiksiranim radio-teleskopom, dakle na određenoj zenitnoj daljini, registruju se oštri maksimumi. Oni odgovaraju prolasku određenog *radio-izvora*; radeći na raznim zenitnim daljinama, pravilno raspoređenim, može se napraviti karta raspodele najvažnijih radio-izvora. Preciznost sa kojom se takve karte prave zavisi, naravno, od moći razdvajanja korišćenog instrumenta. Takva posmatranja omogućavaju samo da se odredi pravac radio-izvora, a ne i njegova daljina. Neki od ovih radio-izvora nalaze se u našoj Galaksiji, ali je većina njih vangalaktičkog porekla.

Donja slika daje izvesnu ideju o raspodeli radio-izvora. Najintenzivniji među njima, predstavljeni crnom tačkom, pretežno su koncentrisani u ravni simetrije Galaksije. Postoje velike šanse da ovi radio-izvori stvarno i pripadaju Galaksiji. Ostali, slabiji, ravnomerno su raspoređeni u svim delovima neba. Nije uvek moguće utvrditi da li se radi o iherentno slabim izvorima, ili o vrlo dalekim, verovatno vangalaktičkim izvorima.

Među najjače radio-izvore, izuzevši kvazare, spadaju:

— radio-izvor *Cygnus* A, čiji je radio-fluks na Zemlji jednak fluksu Sunca. Položaj ovoga izvora poklapa se sa vrlo slabom zvezdom, prividne veličine + 18;



Raspodela najintenzivnijih radio-izvora u Galaksiji.

— radio-izvor u sazvežđu *Bika*, koji se poklapa sa *Krab maglinom*, ostatkom eksplozije supernove;

— radio-izvor u *Kasiopeji*, koji odgovara supernovi koju je 1572. god. posmatrao Tiho Brahe (Tycho-Brahé);

— radio-izvor u *Ofijuhu*, ostatak supernove koju je posmatrao Kepler 1604. godine.

Sve do pre nekoliko godina nije se skoro znalo za druge radio-zvezde, osim Sunca. Treba ipak napomenuti da bi zračenje Sunca bilo neprimetno kada bi njegova daljina od Zemlje iznosila samo 5 parseka.

3. — **NEDAVNA POSMATRANJA RADIO-ZVEZDA. KVAZARI**. Počev od 1960. god. nađen je izvestan broj izvanredno jakih radio-izvora, koji prema trećem katalogu opservatorije u Kembridžu nose oznake: 3C 48, 3C 147, 3C 196, 3C 286, 3C 273, 3C 295 i, nedavno, 3C 9, koji je najjači među njima. Osobenosti ovih tela su od izvanrednog značaja, a njihovo izučavanje predstavlja jedno od najvažnijih poglavlja savremene astronomije.

a) Ova nebeska tela odgovaraju objektima koji su vidljivi optičkim instrumentima: prividni prečnik 0″, 5 do 2″, 5; prividne veličine od + 13 do + 16.

b) Njihov spektar je emisioni, što nije slučaj ni sa većinom zvezda, a ni sa skoro svima drugim galaksijama. No trebalo je dugo vremena za identifikaciju ovih spektara, jer njihove linije pokazuju pomak ka crvenom, tipa Dopler-Fizoovog efekta; ovaj pomak je vrlo veliki, te za 3C 9 odgovara formalno radijalnoj brzini 690 000 km/s, odnosno 2,3 puta brzina svetlosti. Ako se primeni »konstanta brzine bežanja galaksija« (100 km/s po megaparseku), ova radijalna brzina odgovara daljini od oko 7 milijardi parseka. Prošlo je, dakle, 22 milijarde godina od kako je zračenje koje primamo pošlo sa toga nebeskog tela.

c) Zabeleženi spektri pokazuju linije koje odgovaraju višestruko jonizovanim atomima (do 5 puta u slučaju kiseonika), što odgovara velikim energijama disocijacije, tj. grubo uzev — vrlo visokim temperaturama.

d) Proučavanje relativnih intenziteta ovih spektralnih linija omogućilo je da se pored temperature nađe i gustina jonizovanog gasa u kome su linije nastale. Ovi računi potpuno isključuju mogućnost da su ovde u pitanju zvezde vrlo malog poluprečnika i znatne mase, jednake bar 100 milijardi Sunčevih masa, što bi dozvolilo da se pomak ka crvenom objasni relativističkim efektom, tzv. *Ajnštajnovim efektom*, istim onim koji se opaža (na granici moći merenja) kod belih patuljaka naše Galaksije.

Može se zaključiti da ovi objekti sudeluju u *širenju vasione*: oni su 10 puta manji od običnih galaksija, ali su zato 10 do 100 puta sjajniji od najvećih poznatih galaksija. U Sjedinjenim Državama za njih su predloženi nazivi *quasi stellar objects* ili *quasi-stars*, odnosno skraćeno *kvazari* (quasars). Očevidno se ovde srećemo sa procesom bitno različitim od prostog pretvaranja vodonika u helijum (uz neke intermedijarne reakcije), što predstavlja normalni režim evolucije zvezda naše mirne Galaksije.

Najzad, izvesni *plavi superdžinovi*, koji su do nedavna smatrani zvezdama koje se nalaze na granicama naše Galaksije, prema najnovijim posmatranjima mogli bi biti daleke i vrlo sjajne galaksije, udaljene više milijardi svetlosnih godina, slične kvazarima, ali bez radio-zračenja, a 500 puta brojnije nego kvazari. Američki astronom Sendejdž (Sendage), koji ih je otkrio 1964-1965. godine, predložio je za njih naziv BSO *(blue stellar objects)*. Umesto toga, usvojena je za kvazare oznaka QSS *(quasi stellar radio-sources)*, a za nebeska tela koja je otkrio Sendejdž rezervisana je oznaka QSG *(quasi stellar galaxies)*.

Ova, još uvek tajanstvena nebeska tela predstavljaju osnovni problem savremene astronomije. Izvanredno moćna sredstva savremene radio-astronomije omogućila su njihovo otkrivanje, ali će ona još dugo biti predmet istraživanja... i imaginacije astronoma.

4. — **ODREĐIVANJE POLOŽAJA OBLAKA MEĐUZVEZDANE MATERIJE U GALAKSIJI**. Oblaci međuzvezdane materije u našoj Galaksiji učestvuju u njenoj rotaciji; oni najvećim delom sačinjavaju njene *spiralne grane*. Pošto se sastoje pretežno od vodonika u atomskom stanju, mogu se otkriti radio-astronomskim posmatranjima linije 21,105 cm, o čijoj je važnosti već bilo reči.

Talasna dužina koja odgovara ovoj liniji vrlo je precizno poznata na osnovu kvantne teorije; ako se posmatranjem dobije nešto malo različita vrednost, to odstupanje odgovara radijalnoj brzini na osnovu Dopler-Fizoove formule. Korišćenjem *Ortovog efekta*, može se odrediti daljina nekog galaktičkog objekta poznatog pravca, koji učestvuje u rotaciji Galaksije, samo na osnovu poznavanja njegove radijalne brzine.

Kad su nam poznati pravac i daljina, raspolažemo svim elementima potrebnim za pravljenje karte grana naše Galaksije, što se može smatrati vrlo lepim uspehom radio-astronomije.

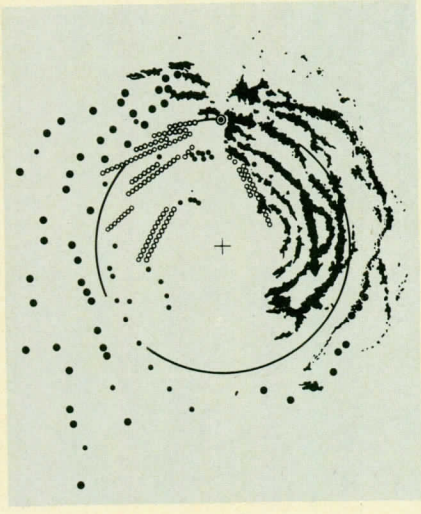
Talasna dužina od 21 cm, milion puta veća od optičkih talasnih dužina, istovremeno pruža mogućnost za veću preciznost i za veću osetljivost. Tako se može posmatrati i više oblaka na raznim daljinama, a u istom pravcu. Naravno, ne može se posmatrati niti u pravcu galaktičkog centra, niti u suprotnom pravcu.

Na donjoj slici se vidi shematski prikaz grane Galaksije u okolini Sunca. Sunce se nalazi na ivici spirale koje se od *Jednoroga* i *Oriona* proteže u pravcu *Labuda*. Zavoj spirale bliži centru obuhvata oblake *Štita*, *Štitonoše* i *Krme*. U našoj okolini srednja daljina ova dva spiralna zavoja je 1 650 parseka. Spiralne grane prate rotaciju jezgra, kao da se spirala navija, dok je jedna prethodna teorija bila došla do suprotnog zaključka. Gustina gasa između spiralnih grana manja je od 1/10 njegove gustine u spiralnim granama.

U oblastima bližim centru (na primer, do 3 000 parseka), radijalne brzine su vrlo velike i nepravilno raspoređene, što ukazuje na to da ta oblast Galaksije nema uređenu strukturu.

Osim toga, intenzitet linije 21 cm daje takođe i dragocene podatke o gustinama i temperaturama u Galaksiji, u skladu sa onim što je ranije dobijeno istraživanjem kosmičke međuzvezdane materije.

Postoji izvanredan sklad između oblika spirale



Shematski crtež spiralnih grana galaksije.

koji se vidi sa priloženog crteža i rezultata koje je američki astronom Morgan dobio na osnovu sondiranja u raznim pravcima, pomoću dijagrama znatno preciznijeg od Raselovog. Morgan je posebno izučavao prostornu raspodelu plavih superdžinova, koji su, bar delom, objekti karakteristični za spiralne grane naše Galaksije; na slici su predstavljeni velikim crnim tačkama. Oblaci predstavljeni tamnom bojom odgovaraju holandskim posmatranjima i nalaze se pretežno u desnom delu slike. Svetlijom bojom predstavljeni su oblaci koji odgovaraju australijskim posmatranjima.

GALAKSIJE
EVOLUCIJA VASIONE

Galaksije

1. — **UVOD**. Galaksije su vrlo daleki *skupovi zvezda*, koje ne treba pobrkati sa galaktičkim maglinama. Krajem prošlog veka znalo se već za 11 000 galaksija, a najsjajnija među njima, koja se nalazi u sazvežđu Andromede (M 31), poznata je još od antičkog doba. Broj ovih objekata dostupnih velikom teleskopu od 5 m sa Maunt Palomara, teleskopu kojim se mogu posmatrati objekti zvezdane veličine + 23, svakako je veći od 500 miliona, a možda dostiže i milijardu: milijarda galaksija od kojih svaka sadrži 100 do 200 milijardi zvezda, takav je deo vasione dostupan našem posmatranju. Tek je relativno nedavno uspostavljena definitivna razlika između galaksija i galaktičkih maglina; još 1930. god. mnogi astronomi smatrali su da se vasiona ograničava samo na našu Galaksiju. Američki astronomi Kertis (Curtis), Riči (Ritchey) i, naročito Habl (Hubble) i Bađe (Baad) učinili su kraj diskusijama pokazavši da u ovim telima nastaje veći broj nova; i pored toga, neki su nastavili da ove objekte i dalje zovu *maglinama*.

Danas je usvojen naziv *galaksije* (sa malim g), dok je naziv *Galaksija* (sa velikim G) rezervisan za ono vasionsko ostrvo kome pripada Sunce. Naziv »maglina« se i dalje (pogrešno) koristi za neke izuzetno poznate galaksije, na primer, »*Andromedina maglina*«. Tu terminologiju treba odbaciti. Galaksije se označavaju:

— bilo svojim brojem u katalogu koji je 1771. god. objavio francuski astronom Mesije (Messier), a koji sadrži oko 300 difuznih objekata, među kojima su i zbijena jata (npr. M 3 ili M 13) i galaktičke magline (M 8, M 17, M 20, M 78 itd), pored galaksija (M 31, M 82, M 103 itd);

— bilo svojim brojem u opštem katalogu koji se danas vodi, a naziva se *New General Catalogue*, sa oznakom NGC (npr. NGC 4594).

U delovima nebeske sfere gde je slaba apsorpcija, a izvan prostora koji odgovara pojasu od 20° iznad i ispod galaktičke ravni, vidi se prosečno tri puta više difuznih objekata (manje ili više spljoštenih) nego zvezda.

2. — **OBLIK GALAKSIJA**. Opažaju se tri različita oblika galaksija:

— spiralni oblik, sa globularnim jezgrom jačeg sjaja i granama koje se spiralno obavijaju oko njega. U galaksijama toga oblika uvek postoji tamna međuzvezdana materija, koja se vidi između spiralnih grana; ako galaksiju vidimo iz profila, ova materija se javlja u vidu tamne ekvatorijalne pruge;

— eliptični oblik, bez međuzvezdane materije;

— nepravilan oblik, ponekad sa začecima spirale.

Karakteristična činjenica: nikada se ne sreću, ni u jezgrima spiralnih galaksija, ni u elipsoidnim galaksijama, vrlo topli plavi superdžinovi, koji brzo troše svoju energiju, te im je zato život mnogo kraći nego kod ostalih zvezda.



Razlaganje u zvezde male oblasti galaksije M31 u Andromedi. Fot. E. E. Barnard, Jerkska opservatorija, durbin od 0,25 m.

Vrlo je verovatno da različiti oblici odgovaraju raznim stupnjevima evolucije galaksija. Napose, postojanje spirala izgleda da odgovara relativno maloj starosti galaksija koje imaju taj oblik, jer keplerovska rotacija galaksije dovodi do intenzivnog mešanja materije, te tako i do ravnomerne raspodele nakon dovoljnog broja obrta. Ta činjenica je potvrđena i time što plavi superdžinovi postoje isključivo u granama spiralnih galaksija i u nekim nepravilnim galaksijama.

Precizna klasifikacija po obliku je veoma teška, naročito kod nepravilnih galaksija, čiji izgled često varira u zavisnosti od osetljivosti korišćene fotografske emulzije. Ipak treba pomenuti klasifikaciju koju je izvršio Habl od 1935. do 1953. god. na osnovu 1 500 galaksija, dovoljno bliskih da bi se detalji njihove strukture jasno mogli videti na fotografijama snimljenim na opservatoriji Maunt Vilson; s obzirom na položaj ove opservatorije, reč je uglavnom o galaksijama iz severne nebeske hemisfere. Nesumnjivu teškoću unosi nepoznata vrednost ugla koji srednja ravan galaksije zaklapa sa pravcem posmatranja. Između dve galaksije koje su svrstane u različite klase možda postoji razlika samo u ovome uglu.

• *Spiralne galaksije* su daleko najbrojnije: 82,6%. One su predstavljene slovom S. Među njima se razlikuje više potklasa.

— Od spiralnih grana može preostati samo periferija, dok vrlo veliko centralno ispupčenje mnogo liči na eliptičnu galaksiju. Obično ima više spiralnih grana. Tada se govori o *sočivastim galaksijama* klase SO. One su prilično brojne (21,5%).

— Ako spiralne grane nastaju u dvema tačkama, dijametralno suprotnim, blizu jezgra, pa se zatim obavijaju oko njega bez pojave novih spiralnih grana, to su *normalne spirale S*, koje se klasifikuju u tri subkategorije, Sa, Sb i Sc, prema tome da li je spirala više ili manje otvorena. Ovde takođe može uticati nagib srednje ravni u odnosu na pravac posmatranja.

— Ponekad se dve tačke iz kojih polaze spiralne grane ne poklapaju sa centralnim oblastima, već se nalaze na krajevima skoro pravolinijske crte. Tada je reč o *spiralama sa crtom*, koje se označavaju SB, a sadrže tri potklase SBa, SBb i SBc. Normalne spirale i spirale sa crtom predstavljaju 61,1% Hablovog kataloga.

Neke sočivaste spirale takođe mogu imati crtu. One se označavaju SB O.

Naša Galaksija je lepa spiralna galaksija, ali nema izuzetne dimenzije.

• *Eliptične galaksije* predstavljaju, po Hablu, samo 13% od ukupno 1 500 galaksija njegovog kataloga. Označavaju se slovom E, a prema stepenu svoje eliptičnosti klasifikuju se od E 0 do E 7.

• Takozvane »*nepravilne*« *galaksije* su vanredno različite strukture sa mnogobrojnim kondenzacijama, od kojih se nijedna ne može smatrati centrom sistema. One se klasifikuju u dve potklase:

— *tip Magelanovog Oblaka*, označen Irr I (2,55%), u kome se javlja centralna crta okružena produžecima nepravilnog izgleda. Danas postoji tendencija da se ove galaksije priključe spiralama sa crtom;

— *haotični tip*, označen Irr II (0,85%), u koji se uključuju skoro svi objekti koji nisu mogli biti razvrstani u neku od prethodnih klasa.

Habl je takođe predlagao uvođenje klase partikularnih galaksija (0,9%). Današnja tendencija je da se ove galaksije raspodele među prethodne tipove, a da njihova oznaka nosi na kraju slovo *p*.

Treba napomenuti da je izvestan broj galaksija koje su nekad bile raspoređene u klasu E danas svrstane u klasu S O, jer usavršena sredstva posmatranja danas omogućuju da se vide čak i slabo razvijene spiralne grane.

3. — **GALAKTIČKA JATA.** Raspored galaksija u prostoru nije ravnomeran. Galaksije su grupisane u *jata* različite veličine (do 1 000 članova). Izgleda kao da je vasiona »popločana« galaktičkim jatima, bez većeg razmaka među njima.

Naša Galaksija takođe pripada jednom jatu, tzv. *lokalnom jatu*; do danas je identifikovano oko 19 članova toga jata, čiji je poluprečnik 600 000 parseka. Kada se uzmu dovoljno veliki domeni u odnosu na dimenzije jata, ponovo se dobija homogen raspored. Najsjajnije galaksije imaju isti *inherentan* sjaj u svim dovoljno bogatim jatima.

Posle lokalnog jata, najvažniju ulogu u kosmologiji (jer se njegove galaksije mogu razložiti u zvezde) igra Virgo, *jato u Devici*, nepravilnog oblika, koje se prostire na oko 4×10^6 parseka. Na površini od 12 kvadratnih stepeni izbrojano je više od 500

galaksija. Centar jata udaljen je od Sunca za oko 8×10^6 parseka.

4. — **NAJBLIŽE GALAKSIJE**. Dve najbliže galaksije su *Veliki* i *Mali Magelanov Oblak*, koji se vide na južnom nebu i od nas su udaljeni samo 50 000 parseka, što je dvostruka vrednost prečnika sfere u kojoj se nalaze zbijena jata. U ovim galaksijama se nalaze sve vrste zvezda posmatranih u našoj Galaksiji: promenljive zvezde, cefeide, nove, supernove, plavi superdžinovi itd. Prividni prečnik Velikog Oblaka je 3,5°, a prividni prečnik Malog Oblaka upola je manji.

Dve najbliže galaksije posle Magelanovih Oblaka su M 33 (u sazvežđu Trougla, 580 000 parseka) i M 31 (u sazvežđu Andromede, 600 000 parseka).

5. — **MEĐUGALAKTIČKA MATERIJA**. Sve do 1950. god. nije bilo nikakve indikacije, nikakve apsorpcije, ni opšte ni diferencijalne, koja bi dozvolila da se konstatuje prisustvo kosmičke materije u međugalaktičkom prostoru. U to vreme je snažni teleskop od 5 m sa Maunt Palomara omogućio da se vide *sjajni mostovi* koji često povezuju dve ili tri susedne galaksije. Ta »vlakna«, kako ih ponekad zovu, mogu biti duža od 300 000 parseka. Osim toga, obično se kod svake galaksije pojavljuje izolovana grana na antipodima tačke iz koje polazi vlakno, što je u skladu sa teorijom plimskog dejstva.

Takođe je ustanovljeno da je centar velikih galaktičkih jata ispunjen sjajnom difuznom materijom između vidljivih galaksija. Da li je reč o slobodnim zvezdama, ili o patuljastim galaksijama?

Najzad, prebrojavanje galaksija slabog sjaja pokazuje da njihov broj nešto opada na površini koju ispunjava jato velikih galaksija: izgleda da stvarno postoji oblak apsorbujućeg materijala u okviru galaktičkog jata.

6. — **SPEKTRI GALAKSIJA**. Uopšte uzev, glavne karakteristike složenih spektara galaksija određuju zvezde — žuti patuljci, slične Suncu. Kod najslabijih galaksija skoro se isključivo javljaju apsorpcione linije H i K jonizovanog kalcijuma Ca^+. U odnosu na dve linije se najčešće meri pomak ka crvenom, o kome će kasnije biti reči. Izučavanje galaktičkih spektara vrši se naročito matodom *fotometrije u šest boja*. Ako se zračenje M 31 poredi sa zračenjem patuljka dG 5, vidi se da u njemu ima više ultraljubičastog zračenja, zbog prisustva superdžinova, ali i više infracrvenog zračenja, zbog prisustva crvenih patuljaka. Ove razlike su manje u odnosu na džina gG 5, pa čak postoji identičnost u ultraljubičastom. Ako se posmatra samo jezgro jedne spiralne galaksije, ili čak i eliptična galaksija, opada bogatstvo ultraljubičastog zračenja usled već pomenutog odsustva plavih džinova.

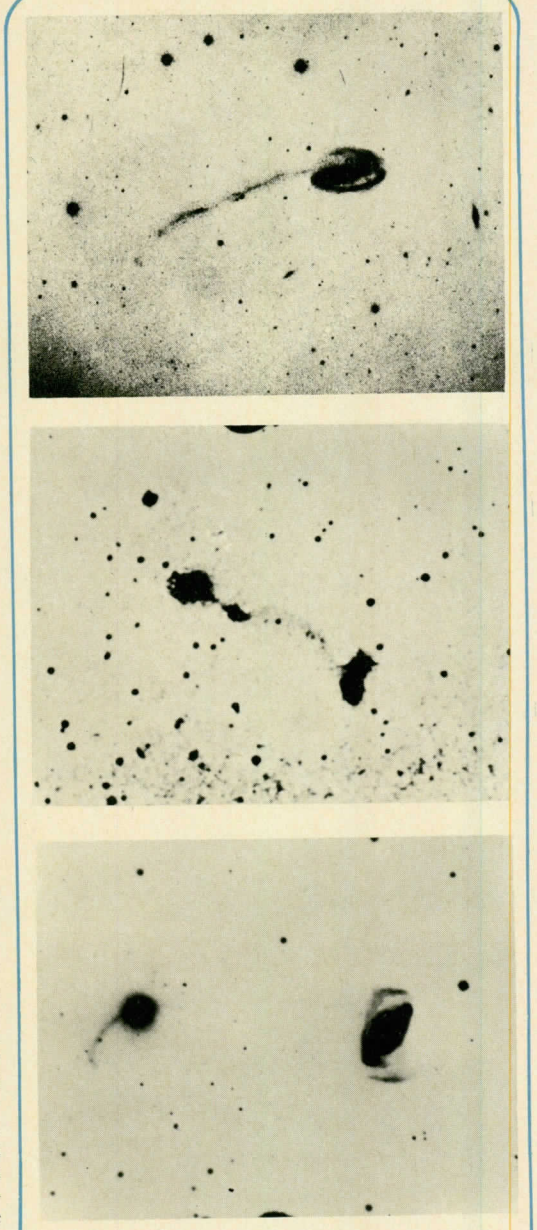
Na priloženoj slici tri krive su provedene kroz istu tačku, koja odgovara zelenoj svetlosti.

7. — **DALJINE GALAKSIJA**. Njihovo određivanje je vrlo delikatno, te se od slučaja do slučaja primenjuju različite metode.

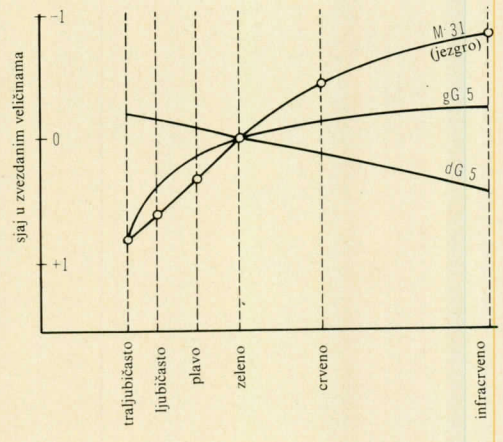
a) Za galaksije lokalnog jata, raspolaže se sa više kriterijuma daljine: cefeide, superdžinovi, nove, supernove ili zbijena jata. Za srednju vrednost četiri najsjajnije zvezde spiralne galaksije uzima se prosečna vrednost $M = -6{,}4$.

b) Zatim se pristupilo proučavanju galaksija u jatu Virgo (u sazvežđu Device), koje je za nas najvažnije jer nam je najbliže posle lokalnog jata. Cefeide se više ne mogu videti. Međutim, opažaju se plavi superdžinovi, za koje se iz Hercšprung-Raselovog dijagrama dobija određena vrednost za apsolutnu zvezdanu veličinu; na osnovu ovoga određuju se daljine do 6×10^6 parseka.

c) Korak po korak, tako se dobijaju drugi kriterijumi za udaljenije galaksije. Napose, činjenica da je sjaj najlepših spiralnih galaksija jata Virgo veći od sjaja njihovih vlastitih superdžinova za oko 10 zv. vel. omogućila je da se za »plafon« sjaja glavnog tela galaksije usvoji vrednost $M_{pg} = -19$, što je već ranije dobijeno za M 31 (u Andromedi).



Primeri međugalaktičke kosmičke materije i »mostova« materije koji postoje između susednih galaksija.



Fotografija u 6 boja spektra jezgra galaksije M 31, poređena sa spektrima patuljka i džina spektralnog tipa G 5.

Opšte usvojeni kriterijum je da se zvezdana veličina $M_{pg} = -18{,}9$ pripiše petoj galaksiji bogatog galaktičkog jata. Primenimo Pogsonovu relaciju na galaksiju koja ima

$$M = -19\ ;\ m = +23\ .$$

Iz

$$M - m = 5 - 5 \log D\ ,$$

dobija se

$$-47 = -5 \log D\ ,\quad \log D = 9{,}4\ ,$$
$$D = 2{,}5 \times 10^9 \text{ parseka.}$$

Takva bi bila granica dometa velikog teleskopa sa Maunt Palomara kad ne bi bilo ni apsorpcije, ni slabljenja svetlosti usled razilaženja galaksija.

d) Umesto da se posmatra sjaj najsjajnijih galaksija jata, često se koristi pojam *srednje galaksije*. Statistička razmatranja primenjena su na mnogobrojna jata i krive raspodele stvarno imaju oblik zvonaste Gausove krive; iz njih se dobija za apsolutnu zvezdanu veličinu vrednost $M = -15{,}1$ kao najverovatnija.

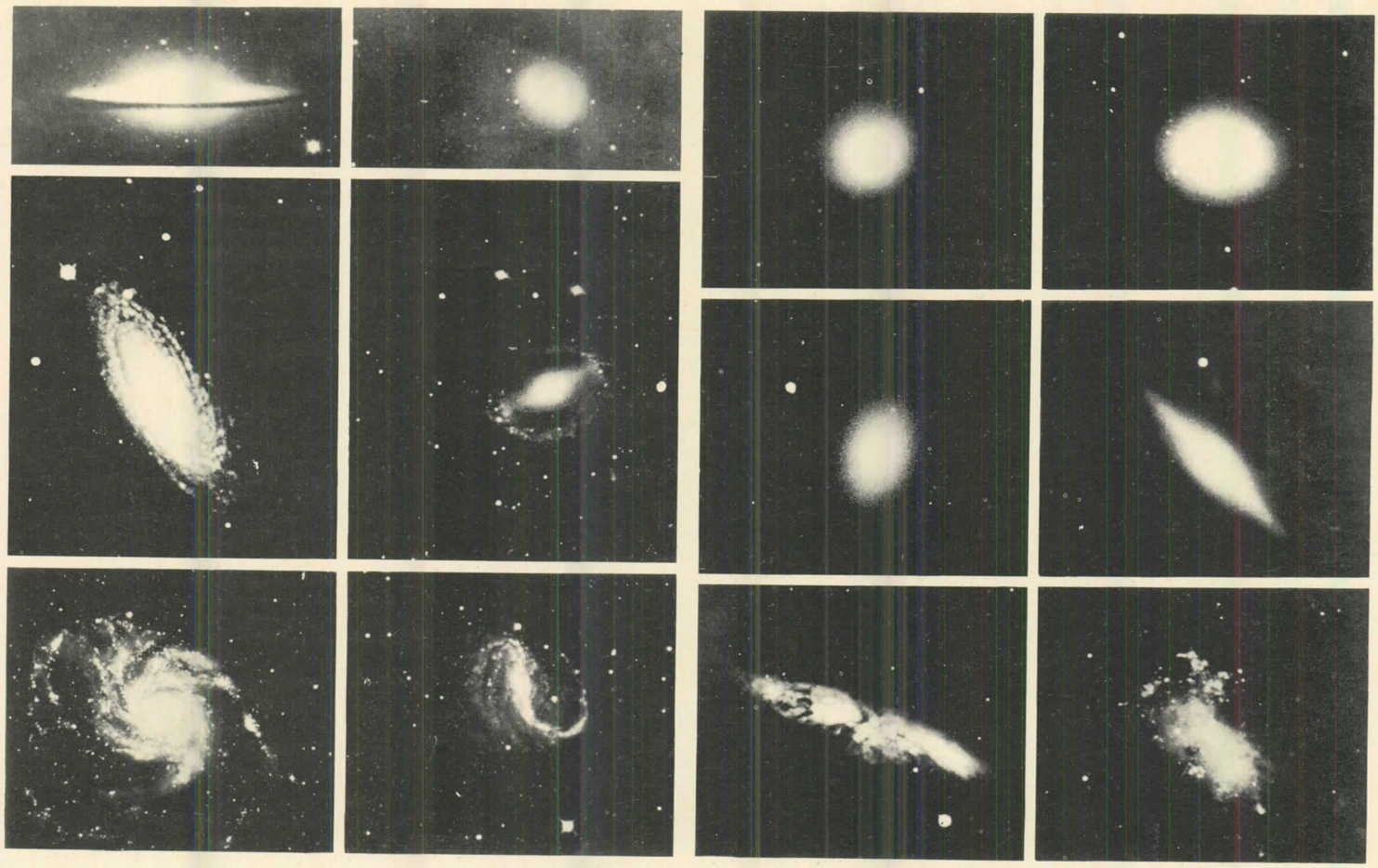
U praksi je fotometrija vrlo dalekih galaksija izvanredno delikatna, zbog toga što njihov prividni prečnik nije zanemarljiv, a i zato što su njihove zvezde manje gusto raspoređene na rubovima tih galaksija. Doduše, postoji više fotometrijskih metoda, ali se one bolje primenjuju na statistička nego na individualna proučavanja. Osim toga, dešavalo se ponekad da se smatraju plavim superdžinovima sjajne mase za koje je kasnije nađeno da predstavljaju magline iz te galaksije, analogne, na primer, Velikoj Orionovoj maglini u našoj Galaksiji; usled ovoga dolazilo je do potcenjivanja daljina nekih dalekih galaksija.

Sada je u toku revizija fotometrijskih podataka o vrlo dalekim galaksijama; na osnovu nje već je korigovan izvestan broj daljina. No za veliku većinu galaksija nema drugog kriterijuma osim veličina pomaka spektra ka crvenom.

8. — **RADIJALNE BRZINE. RAZLAGANJE GALAKSIJA**. Spektri skoro svih galaksija pokazuju pomak spektralnih linija ka crvenom; pomak je obrnuto proporcionalan talasnoj dužini, što je karakteristično svojstvo Dopler-Fizoovog efekta. Ova proporcionalnost je nedavno potvrđena i za talasnu dužinu od 21 cm, koja se mnogo koristi u radio-astronomiji, a oko milion puta je veća od prosečnih talasnih dužina vidljive svetlosti, Izgleda da stvarno postoji relativno pomeranje izvora i posmatrača, drugim rečima — da postoji *razilaženje galaksija*. Ovakvom pomaku spektralnih linija odgovara smanjenje sjaja, koje za vrlo daleke galaksije posmatrane na Maunt Palomaru može dostići 0,8 zv. vel., što svakako ne olakšava traženje zakona, ma kakav on bio, koji povezuje radijalne brzine sa daljinama.

Ipak je još 1928. god. Habl mogao formulisati sledeći zakon: *brzine razilaženja galaksija proporcionalne su njihovim daljinama*. U meri u kojoj ovo razilaženje odgovara stvarnom kretanju, ovo ŠIRENJE VASIONE predstavlja homotetiju bez mogućnosti fiksiranja njenog centra. Posmatrač na drugoj galaksiji konstatovao bi istu ovu proporcionalnost brzine razilaženja sa daljinom. Ovaj zakon se ne primenjuje u unutrašnjosti galaktičkih jata, gde su brzine raspoređene slučajno u odnosu na srednju brzinu jata. Galaksije koje pripadaju istom jatu raspoznaju se na osnovu kvazijednakosti njihovih radijalnih brzina. Sve do poslednjih godina najveća registrovana radijalna brzina iznosila je 120 000 km/s, što odgovara prelaženju puta od 1 parseka za 8 godina. Nedavno otkriće QSS *(quasi stellar radiosources* ili kvazari) i QSG *(quasi stellar galaxies)* omogućilo je da se znatno poveća ova maksimalna vrednost.

Ako se usvoji Hablov zakon i odredi odgovarajući koeficijent, tzv. *Hablova konstanta*, onda se merenje daljine svake novootkrivene galaksije svodi na merenje pomaka njenih spektralnih linija. Pri brzini



Klasifikacija galaksija po Hablu. *Levo*, normalne spiralne galaksije i galaksije sa crtom; *desno*, eliptične i nepravilne galaksije.

od 100 000 km/s, odnosno pri 1/3 brzine svetlosti, dolazi do pomaka talasnih dužina u istom odnosu: linije H i K jonizovanog kalcijuma Ca^+ ($\lambda_{srednja}$ = = 3 960 Å, tj. na granici ultraljubičastog) pomerene su sve do $\lambda = 5\,280$ Å, tj. u žuti deo spektra.

9. — **HABLOVA KONSTANTA.** Danas se smatra da je najverovatnija vrednost Hablove konstante 100 km/s/megaparsek. Habl je 1928. god. bio predložio 540 m/s/megaparsek. Sukcesivne revizije daljina galaksija dovele su do znatne korekcije ove vrednosti. *Hablova konstanta* h je odnos brzine V i daljine r neke galaksije:

$$h=\frac{V}{r}\cdot$$

Veličina $1/h$ ima dimenzije vremena. Vrednost h je moguće izraziti u jedinicama C. G. S. Znajući da parsek iznosi $3{,}08 \times 10^{18}$ cm, ima se

$$h=\frac{100}{3{,}08\cdot 10^{19}}=0{,}32\cdot 10^{-17},$$

ili

$$\frac{1}{h}=3{,}08\times 10^{17}\text{ s vremenskih,}$$

odnosno

$$\frac{1}{h}=10\text{ milijardi godina.}$$

Ako se pretpostavi da je »u početku sveta« došlo do gigantske eksplozije vasionske materije, i da je svaki odlomak, u vidu galaksije (ili bolje, u vidu galaktičkog jata) od početka imao brzinu koju danas posmatramo (Lemetrova (Lemaître) hipoteza *prvobitnog atoma*), onda bi vreme $1/h$ predstavljalo *trajanje ekspanzije*. Pre toga vremena sve galaksije bi se nalazile blizu jedna drugoj, a u vasioni bi vladale temperature i pritisci znatno veći no oni koji u njoj danas vladaju.



Grupa galaksija u sazvežđu Pegaza. *Fot. opservatorije Maunt Vilson.*

No moguće je napraviti i drugu, razumniju hipotezu. Jednačini

$$h=\frac{V}{r}\text{ ili }r=V\times\frac{1}{h}$$

odgovaralo bi povećanje daljina proporcionalno sa vremenom. Ako se relacija $V=hr$ napiše u obliku

$$\frac{dr}{dt}=hr,$$

ima se

$$\frac{dr}{r}=h dt,$$

odnosno:

$$\log r=ht\text{ ili }r=Ce^{ht}.$$

Ova relacija dozvoljava da se izračuna, na primer, interval vremena ($t_2 - t_1$) tokom koga se svaka daljina u prostoru udesetostruči. Dovoljno je napisati

$$e^{ht2}=10\times e^{ht1},$$

ili

$$e^{h(t2-t1)}=10,$$

što daje

$$t_2-t_1=\frac{1}{h\log e}=23\text{ milijarde godina.}$$

Uz bilo koju od ovih rudimentarnih hipoteza nalazi se za sadašnju strukturu vasione prošlost koja ne prelazi jednu ili dve milijarde godina. Pre 50 godina teorijski je uzimana u obzir prošlost i od 100 000 milijardi godina. Može se, dakle, reći da je otkriće razilaženja galaksije unelo odlučujući argument u korist *kratke vremenske skale*, potvrđene i brzom evolucijom galaksija i zvezda.

10. — **SREDNJA GUSTINA MATERIJE U PROSTORU.** Sve do 1952. god. smatralo se da se u kocki strane jednake 700 000 parseka prosečno nalaze tri galaksije srednje veličine. Tome bi odgovarala srednja gustina od 10^{-29} do 10^{-30} g/cm³. U trenutku novog kalibrisanja krive cefeida, koja je dovela do nove skale daljina među galaksijama, astronomi su bili prinuđeni da smanje procenjenu vrednost srednje gustine. Holandski astronom Ort, jedan od vodećih savremenih astronoma, usvaja od 1958. god. za srednju gustinu vrednost 3×10^{-31}

g/cm³. Unutar dobro poznatog jata, kao što je jato Virgo, srednja gustina se ceni na 10^{-27} g/cm³, a unutar naše Galaksije na 6×10^{-24} g/cm³. Na taj način dobija se ideja o rasporedu materije u vasioni. Ove vrednosti srednjih gustina igraju izvanredno važnu ulogu u problemima *relativističke kosmologije*.

11. — **NEDAVNA OTKRIĆA U VEZI SA GALAKTIČKIM JEZGROM**. Nedavno uvođenje fotografija u boji na filmovima hlađenim pomoću čvrstog ugljendioksida omogućilo je dobijanje fotografija galaksija na kojima je bilo moguće izbeći predugu ekspoziciju; tako se moglo videti jezgro ne više kao bezoblična svetleća masa, već u obliku (eliptičnog) kvazi-tačkastog jezgra, u sjajnim žutim i narandžastim bojama karakterističnim za najstarije zvezdane populacije.

Skoro uniformne dimenzije ovog jezgra iznose 7,7 × 4,7 parseka. Slična posmatranja su, uostalom, vršena sa opservatorije Maunt Vilson i Maunt Palomar na galaksiji M 31, a takođe i na našoj sopstvenoj Galaksiji uz pomoć elektronske kamere. Rezultati su nedavno potvrđeni metodama radio-astronomije.

Takve pojave nisu začuđujuće. Postoji *kritična masa* za svaku zvezdu. Za galaksiju skala je mnogo veća. Centralno jezgro galaksije ne formira se akrecijom *kosmičke materije*, već zahvatom bliskih *zvezda*. Počev od izvesnog trenutka, brzina zvezda u unutrašnjosti jezgra je takva da su zvezde blizu periferije izbačene iz njega. Tako nastaje i zahvat i izbacivanje zvezda, sve dok se ne uspostavi stacionarni režim u kome centralno jezgro ostaje relativno malo.

Takođe dolazi i do izbacivanja permanentnih prstenova i pojaseva gasa, sličnih onima koje je Ort radio-astronomskim metodama pronašao oko jezgra naše vlastite Galaksije.

No može doći ni do »kataklizmi« koje na skali galaksija predstavljaju ono što su »supernove« na skali zvezda. Najpoznatiji primer predstavlja galaksija M 82, koja se nalazi na 10 miliona svetlosnih godina od nas. Takođe postoje QSS (*quasi stellar radiosources* ili kvazari, sa vrlo jakim emitovanjem radio-talasa) i QSG (*quasi stellar galaxies*, bez emitovanja radio-talasa).

Evolucija vasione

STAROST ZEMLJE, OSNOVA ZA OCENU VREMENSKIH INTERVALA U VASIONI

1. — **UVOD**. Samo je određivanje starosti Zemlje zasnovano na direktnim merenjima, dok ostala određivanja starosti u vasioni zadržavaju karakter hipoteze, čak i onda kada se zasnivaju na nekoliko kategorija saglasnih fakata. Nema bitne razlike između starosti *Zemljine kore* i starosti *Zemlje* u celini, jer je interval vremena koji je protekao između obrazovanja usijane sfere i pojave prvih kontinenata morao biti dosta kratak (nekoliko miliona godina). Ne treba izgubiti iz vida male dimenzije naše planete, koja ne poseduje unutrašnje izvore energije. Savremene metode za određivanje starosti Zemlje zasnovane su na merenju prirodne radioaktivnosti; dobijeni rezultati malo se razlikuju jedan od drugog, te se tako uzajamno potvrđuju.

2. — **OSNOVNI POJMOVI O PRIRODNOJ RADIOAKTIVNOSTI**. Izvesna tela koja postoje na površini Zemlje, kao uranijum, torijum, radijum, izotop 87 rubidijuma, izotop 40 kalcijuma itd., *radioaktivna* su, tj. ona emituju čestice i elektromagnetno zračenje, razlažući se pri tom spontano u druga tela prostije atomske strukture. Trajanje ovih dezintegracija varira u ogromnom intervalu, idući od nekoliko milionitih delova sekunde do nekoliko miliona godina. Njihov period označićemo sa Θ: to je vreme potrebno da se broj atoma određenog elementa svede na polovinu.

Radioaktivna konstanta λ određuju verovatnoću raspada toga elementa. Opšte je prihvaćeno da se vrednost ove konstante ne menja tokom vremena. Veličine Θ i λ povezane su relacijom

$$\Theta = \frac{\log 2}{\lambda}, \quad \log 2 = 0{,}693.$$

Neka je N_0 početni broj atoma nekog radioaktivnog elementa. Po isteku vremena t ovaj broj postaje N. Brojevi N_0 i N povezani su relacijom

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

a broj atoma N′ ovoga elementa, koji su se transformisali u atome nekog drugog elementa, je

$$N' = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Ako je λ poznata, merenjem N i N_0 određuje se vreme t.

3. — **PRINCIP ODREĐIVANJA STAROSTI POMOĆU URANIJUMA**. Ovo određivanje se vrši u dve sukcesivne etape.

• 1. *etapa*. Obično olovo ima u *sadašnje* vreme precizno poznat izotopski sastav:

— izotop Pb 204 (obilnost 1,36°/₀), koje ne potiču od neke poznate radioaktivnosti;

— izotop Pb 206 (obilnost 25,3°/₀), koje potiče iz radioaktivne dezintegracije uranijumovog izotopa 238;

— izotop Pb 207 (obilnost 21,2°/₀), koje potiče iz radioaktivne dezintegracije uranijumovog izotopa 235;

— izotop Pb 208 (obilnost 52,1°/₀), koje potiče iz radioaktivne dezintegracije torijumovog izotopa 232.

Pošto su poznate radioaktivne konstante uranijuma U 238, uranijuma U 235 i torijuma Th 232, *izotopski sastav olova u bilo kome trenutku može se odrediti računom*. Ako se, dakle, na radioaktivnom uzorku arhajske stene, npr. granita, izvrši vrlo fina analiza (koja je vrlo delikatna), razdvajanjem izotopa olova, dobiće se procena trajanja radioaktivnosti u uzorku *od kako je on formiran*.

Prirodni uranijum se uglavnom sastoji iz dva izotopa, U 238 i U 235 čije su respektivne obilnosti 99,3°/₀ i 0,7°/₀. Ima se, dakle, $\frac{\text{U } 238}{\text{U } 235} = 139$.

Takva analiza omogućava datiranje različitih geoloških epoha (tercijer, karbon, devon, kambriska itd.) u zavisnosti od terena sa koga je uzet uzorak. Ovaj rezultat je još uvek podložan sledećoj grešci: zanemarena je količina olova koja je prvobitno mogla postojati u izučavanoj steni kao nečistoća. Ipak, ova prva aproksimacija dozvoljava izračunavanje druge aproksimacije za traženu vrednost.

• 2. *etapa*. Naročito se koristi Holmsova metoda (Holmes), koja dozvoljava da se dostigne epoha formiranja prvih kontinentalnih podloga. Ovde se koriste olovne rude koje *nisu radioaktivne*, kao što je galenit (PbS), nađene na terenu koji takođe *nije radioaktivan*, a starost mu je određena na osnovu prethodne metode: neka ova starost bude t_m. Posle fine analize galenita, nepromenjenih od vremena obrazovanja, problem se sastoji u određivanju intervala vremena, počev od nekog početnog trenutka T, u kome je dostignut nađeni izotopski sastav. Reč je o postupku u dva koraka: t_m na osnovu ranije nezavisne operacije i $T - t_m$ na osnovu analize uzorka galenita. Problem, u stvari, ima tri nepoznate: T i prvobitne količine x_0 i y_0 olova u izotopima uranijuma 238 i 235. Potrebna su, dakle, tri datirana i analizirana uzorka da bi se odredile tri nepoznate problema. Metodu je naročito koristio nedavno preminuli britanski geolog A. Holms; on je ovaj problem rešavao pomoću dijagrama, na kome svakom paru uzorka odgovara prava. Tačka preseka ovako dobijenih pravih određuje najverovatniju vrednost rešenja.

Nedavni rezultati A. Holmsa daju

$$T = 4{,}3 \times 10^9 \text{ godina}.$$

Izgleda da je starost Zemlje kao nebeskog tela 4,8 do 5 milijardi godina. Taj rezultat se dobro slaže sa rezultatima za starost Sunca i velikog broja zvezda koje pripadaju istoj »zvezdanoj populaciji«.

4. — **OSTALE METODE**. Korišćene su i druge metode radi proveravanja dobijenih rezultata.

a) Analiza olova nađenog u nekim meteoritima (Paterson (Patterson), 1955) daje starost od 4,5 × × 10^9 godina.

b) Korišćena je i stroncijum-rubidijumska metoda (Arens (Ahrens), 1949): rubidijum ima dva izotopa, Rb 87 i Rb 85, od kojih je samo prvi radioaktivan i daje stroncijum 87. Merenjem odnosa ova dva elementa dobija se dobra procena tražene starosti. Treba primetiti da se rubidijum često nalazi u miki i feldspatu.

c) Jedna metoda koju još treba usavršiti zasniva se na raspadu izotopa 40 kalijuma na argon 40 i kalcijum 40. Ova se metoda može primeniti na mike bogate kalijumom, vrlo rasprostranjene u prirodi.

Iz svega se ovog može zaključiti da je starost Zemlje dobro određena, barem po redu veličina.

EVOLUCIJA ZVEZDA

1. — **UVOD**. Na osnovu najnovijih rezultata, izgleda da postoje više mogućih procesa evolucije zvezda, pa je tako moguće da iz neznanja svrstavamo u istu kategoriju zvezde različitog porekla i istorije.

Još nedavno se mislilo da se zvezde rađaju tople, a da se zatim lagano hlade. Po toj hipotezi, zvezda bi se jednostavno kretala duž niza spektralnih tipova od 0 do M.

Otkriće Hercšprung-Raselovog dijagrama izmenilo je ova shvatanja: zvezda se rađa hladna kondenzacijom kosmičkog gasa; tada je ona džin ili superdžin, crvene boje i spektralnog tipa M; usled kontrakcije, njena temperatura raste i ona prvi put prolazi kroz spektralni niz u smeru suprotnom od navedenog, duž grane džinova ili superdžinova, u zavisnosti od svoje mase; kada dostigne kritičnu gustinu i postane plava zvezda, ona počinje da se kreće duž glavnog niza u smeru opadanja temperature, sve dok ne dostigne stadijum patuljka spektralnog tipa M. Tako zvezda dva puta prolazi kroz niz spektralnih tipova i temperatursku skalu.

Ostaje više nejasnih pitanja u vezi s ovim procesom:

— pre svega, samo postojanje belih patuljaka;

— zatim, brza evolucija izvesnih džinova koji zrače ogromne količine energije. Gamov je razmatrao crveni džin ζ *Aurigae*, čija je masa 15 puta veća od mase Sunca ($M = 15M\odot$), a poluprečnik joj je 200 puta veći od Sunčevog ($R = 200R\odot$); ako je njen vrlo veliki sjaj isključivi efekat kontrakcije, poluprečnik bi se morao menjati za 1°/₀ godišnje, a zvezdana veličina za 0,2 jedinice za 10 godina. Međutim, još je Hiparh posmatrao ovu zvezdu

pre više od 2 000 godina, a njena zvezdana veličina se nije mnogo razlikovala od sadašnje.

Nasuprot tome, za zvezdu normalnog tipa, vreme koje je potrebno da ona pređe ceo evolucioni ciklus od crvenog džina do crvenog patuljka ocenjeno je na 100 000 milijardi godina, na osnovu više saglasnih računa.

2. — **TERMONUKLEARNE REAKCIJE I VEZA MASA-SJAJ**. Ove dve teorije su omogućile da se sa velikim stepenom sigurnosti ustanove sledeće činjenice:

a) Utroškom energije samo se lagano smanjuje masa M zvezda tokom njihovog normalnog života, zbog velike vrednosti faktora c^2 u relaciji $U = Mc^2$.

Danas se smatra da se velika većina zvezda rađa sa masama bliskima onim koje danas posmatramo, izuzevši one zvezde čija masa prelazi kritičnu vrednost.

b) Progresivno zamenjivanje vodonika helijumom povećava neprovidnost zvezde, što dovodi do povećanja efektivnih temperatura i apsolutnog sjaja. Zvezde koje pripadaju glavnom nizu Raselovog dijagrama imaju, dakle, tendenciju da se kreću *uz* ovaj niz, a ne niz njega.

c) Postojanje opšte veze masa-sjaj postavlja tada dilemu koju je moguće rešiti samo na jedan način. Da bi se objasnilo kako može postojati relacija između dva elementa od kojih jedan (masa) opada, dok se drugi (sjaj) povećava, mora se pretpostaviti da je evolucija zvezda tek počela (tek pre jedva nekoliko milijardi godina).

d) Ista ova veza masa-sjaj pokazuje da zvezde najveće mase najbrže troše svoju energiju, tj. svoje zalihe vodonika. Evolucija nekih plavih superdžinova može trajati stotinak miliona godina. Ove zvezde su, dakle, nedavno nastale, a nastaju i danas, pred našim očima, kondenzacijom iz međuzvezdane materije. Uostalom, konstatovano je da većina sjajnih plavih superdžinova ne zadovoljava vezu masa-sjaj, ili je slabo zadovoljava, pri čemu odstupanje može dostići kod nekih zvezda i 3 zvezdane veličine.

e) Ako se pogledaju termonuklearne reakcije koje se vrše u unutrašnjosti zvezda, vidi se da među njima ima više radioaktivnih raspada, u kojima se proizvodi *neutrino*; ove čestice, bez mase mirovanja, kreću se brzinom svetlosti i mogu proći kroz bilo koje telo odnoseći delić oslobođene energije, što može dovesti i do znatnog gubitka ako se stvara veliki broj neutrina. Ali broj ovih čestica brzo raste sa temperaturom, te počinje da preovlađuje između 10^8 i 10^9 stepeni. To se događa u zvezdama čija je masa 10 puta veća od Sunčeve. Pošto neutrini mogu bez smetnji izaći iz zvezde, njena unutrašnja energija se izvanredno brzo rasipa, te tako nastaje proces koji posmatramo kao »supernove«. Ovde nije reč o eksploziji, već pre o »implozija«, nazvanoj *gravitacioni kolaps*. Na mnogo većoj skali ova pojava se dešava i kod ultrabrze evolucije izvesnih galaksija.

3. — **POSTOJANJE DVEJU RAZLIČITIH ZVEZDANIH POPULACIJA**. Još je odavno Šepli skrenuo pažnju na odsustvo plavih superdžinova, tipičnih cefeida i kosmičkog gasa u zbijenim jatima. Najsjajnije zvezde zbijenih jata su crveni džinovi, čija apsolutna vizuelna veličina M_{pv} ne prelazi $M_{pv} = -3$. Izgeda da su zvezde koje sačinjavaju ova jata različite od onih koje okružuju Sunce, a koje su predstavljene standardnim Raselovim dijagramom.

Ove napomene su u pravoj meri shvaćene tek kada je Bade (Baade), uz pomoć velikih kalifornijskih teleskopa, pokazao da *eliptične galaksije*, kao i *jezgra* spiralnih galaksija (pa i naše Galaksije), imaju istu zvezdanu populaciju kao i zbijena jata; da bi ih označio, Bade je uveo termin *populacija II*. Štaviše, *između spiralnih grana* galaksija, uključivši i našu, opažaju se samo zvezde populacije II. Pri izučavanju galaktičke rotacije, a takođe i Sunčevog kretanja ka apeksu, dobijaju se vrlo velika odstupanja ako se koriste za određivanje ovih veličina zbijena jata, cefeide sa kratkim periodom tipa RR *Lyrae*, kao i izvesni crveni džinovi sa emisionim linijama tipa Me. Pri izučavanju raspodele brzina u odnosu na lokalni referentni sistem nađena je tzv. *asimetrična struja*. Ove zvezde velike relativne brzine u stvari su vrlo spore zvezde, koje Sunce pretiče i ostavlja za sobom u svome obrtanju oko galaktičkog centra. Može se pretpostaviti da ove zvezde potiču iz centralnih oblasti naše Galaksije. Usled perturbacija, njihove orbite postaju jako ekscentrične, te se tako pojavljuju u blizini Sunca, u perifernim oblastima, gde su, tako reći, slučajno, te ne učestvuju u opštem rotacionom kretanju spiralne grane kojoj pripada Sunce.

Tek je 1952. god. otkrivena ozbiljna greška, koja se sastojala u pripisivanju jedinstvene krive period-sjaj svim cefeidama, bez obzira na njihov period: cefeidama RR *Lyrae* i tipičnim cefeidama, iako ove grupe pripadaju znatno različitim spektralnim tipovima. U stvari, dijagram koji su konstruisali Livit i Šepli sastavljen je na osnovu tipičnih cefeida posmatranih u Magelanovim Oblacima, a kalibrisanje krive izvršeno je isključivo na osnovu posmatranja zvezda tipa RR *Lyrae* iz naše Galaksije. Danas se zna da postoje dva tipa dijagrama, koji se odnose na zvezde iz dveju različitih populacija (vidi str. 412, § 2).

Danas se smatra nesumnjivim da je *prvobitna zvezdana populacija u vasioni populacija II*, čiji su *prvobitni* džinovi i superdžinovi iščezli, a takođe i zvezde dovoljno velike mase iz glavnog niza. Ova populacija preovlađuje u vasioni. Ona je opštija i starija. U njoj se više ne javljaju superdžinovi zbog nedostatka kosmičkog gasa i prašine.

Sunce pripada populaciji I, kao i većina njemu bliskih zvezda, koje zajedno s njim sačinjavaju spiralnu granu naše Galaksije: upravo njih najlakše vidi posmatrač sa Zemlje. To objašnjava zašto je sve do poslednjih godina bio zadržan isključivo Raselov dijagram, koji je pogrešno smatran opštim. Osim toga, populacija u našem susedstvu je mešovita. Uglavnom su različite kinematičke karakteristike ovih dveju populacija ono što omogućuje da se izvrši razdvajanje — a možda i neke razlike u hemijskom sastavu. Populacija I, nastala u spiralnim granama, karakteriše se brzinama kruženja i strogo je ograničena na galaktičku ravan; zvezde populacije II imaju brzine proizvoljnog smera i nezavisnije su u odnosu na galaktičku ravan. Njihove orbite su vrlo ekscentrične, a sreću se ponekad i na vrlo velikim galaktičkim širinama. Da rezimiramo, populacija II je osnovna populacija u vasioni. Populacija I je samo nedavni epifenomen: ona nastaje iz kosmičkog gasa, koji, sve dok postoji, obrazuje spiralne grane. Ako nema gasa, nema ni spiralnih grana, pa stoga ni populacije I. Populacija II se nalazi i u galaktičkoj ravni spiralnih galaksija (M 31, na primer, ili naša Galaksija), a populacija I se superponira na nju duž spiralnih grana.

4. — **DIJAGRAM ZA ZVEZDE POPULACIJE II ANALOGAN RASELOVOM DIJAGRAMU**. Nedavni napredak fotometrije (sa upotrebom fotoćelija), kao i puštanje u rad velikog teleskopa na Maunt Palomaru, omogućili su američkom astronomu Sendejdžu (Sandage) da napravi dijagram sličan Raselovom (koji se odnosio na zvezde populacije I, lako dostupne posmatranju sa Zemlje), ali ovoga puta za zvezde iz više zbijenih jata. Ova istraživanja, vršena naročito na jatima M 3 (u Lovačkim Psima), M 13 i M 92, važna su iz dva razloga.

a) Zvezde iz jednog zbijenog jata nisu slučajan agregat, već su grupa istog porekla, istog početnog hemijskog sastava i iste starosti.

b) Sve ove zvezde nalaze se praktično na istoj daljini, te se vrednost njihovih apsolutnih veličina M (u kojima je dijagram kalibrisan) može dobiti iz merene vrednosti njihovih prividnih veličina prostim dodavanjem modula daljine jata. Ako ova poslednja veličina nije tačno poznata, dolazi do pomeranja skale apsolutnih veličina M, ali bez deformacije dijagrama. Pošto su ove zvezde mnogo starije od onih koje figurišu u klasičnom Raselovom dijagramu, novodobijeni dijagram se u nekom smislu može smatrati *nastavkom* prethodnog, te predstavlja buduće stanje zvezda populacije I posle još nekoliko milijardi godina.

Na dvema priloženim slikama vidi se rezultat dobijen za 1 100 zvezda zbijenog jata M 3, kao i superpozicija ove nove sheme i klasičnog Raselovog dijagrama. Za druga jata dobijaju se slični rezultati ali koji se ne mogu egzaktno superponirati na one ovde predstavljene. Dva dijagrama imaju zajednički samo donji deo glavnog niza.

Na delu *a* vodonik iz zvezdanog jezgra troši se reakcijom proton-protoni Beteovim ciklusom. Ako dolazi do mešanja materijala zvezde usled brze rotacije, ona nastavlja da se penje u glavnom nizu duž *a'*.

Drugačija je sudbina brojnih zvezda sa sporom rotacijom. Jedna Švarcšildova (Schwarzchild) teorija pokazuje da se klasični nuklearni procesi nastavljaju sve dok jezgro od čistog helijuma, koje postaje izotermno, ne dostigne 12% mase zvezde. Na tom stadijumu Švarcšild predviđa sledeći proces: kad jezgro postane izotermno, omotač se širi, a zvezda je sve crvenija i postaje džin. Postojanje grane *b* dijagrama populacije II frapantno se slaže sa ovom teorijom. Zvezdama čija je masa 1,3 puta veća od mase Sunca treba, prema teoriji, 3,5 milijardi godina da pređu na granu *b*. Zvezde čija masa ne premaša masu Sunca još uvek su na grani *a* (početna bolometrijska veličina $M_b > 4{,}5$).

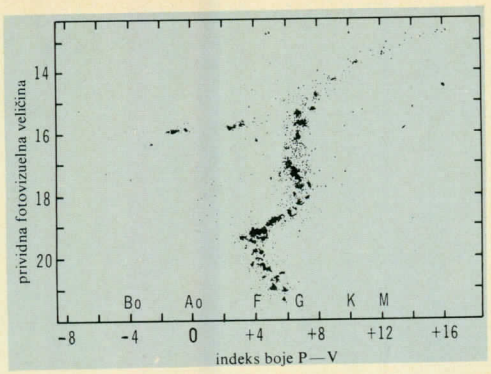
Naravno, za zvezde grane *b* ne važi više veza masa-sjaj. Kada zvezda više ne raspolaže nuklearnom energijom, kada se vodonik iscrpe, ponovo nastupa kontrakcija i zvezda klizi duž horizontalne grane ka zvezdama tipa RR *Lyrae* i »plavim patuljcima«. Na kraju ovog procesa može se pojaviti nova, supernova, može doći do degeneracije u belog patuljka itd. Prema Sendejdžu, danas se na grani *b* nalaze zvezde čije su početne bolometrijske veličine M_b u intervalu između 4,5 i 4; najsjajnije među njima stigle su u desni gornji ugao dijagrama.

Može se smatrati da dijagram populacije II predstavlja sadašnju disperziju zvezdane populacije koja se pre nekoliko milijardi godina našla udno glavnog niza, sa bolometrijskom veličinom manjom od 7. Zvezde ove prvobitne populacije rođene sa bolometrijskom veličinom manjom od 4 već su iščezle, jer je njihova evolucija trajala utoliko kraće ukoliko su bile sjajnije. One su iščezle rasturanjem svoje materije (kataklizme, supernova), degeneracijom (beli patuljci), komadanjem ili definitivnim gašenjem.

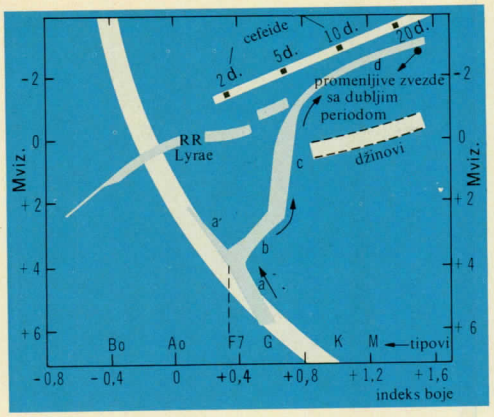
Evolucija populacije I biće slična evoluciji populacije II. No ona sadrži zvezde različite starosti, koje su sve nastale posle obrazovanja galaksija. Na primer, patuljak sličan Suncu ima blizu 5×10^9 godina. No džinovi i superdžinovi glavnog niza su tako reći juče rođeni, te će brzo iščeznuti, a drugi će se rađati na njihovo mesto sve dok se ne iscrpe kosmički gas. U našem susedstvu nalaze se izmešane zvezde populacija I i II. Nije ih stoga uvek lako razlikovati.

5. — **RAZLIKE U HEMIJSKOM SASTAVU. SINTEZA TEŠKIH ELEMENATA**. Među zvezdama populacija I i II postoji dosta karakteristična razlika u pogledu hemijskog sastava: zvezde populacije II su mnogo siromašnije u metalima nego zvezde populacija I (za najmanje 10%). Sve se dešava kao da su se zvezde populacije II kondenzovale iz prvobitnog gasa *pre* nego što je ovaj sadržavao količine metala.

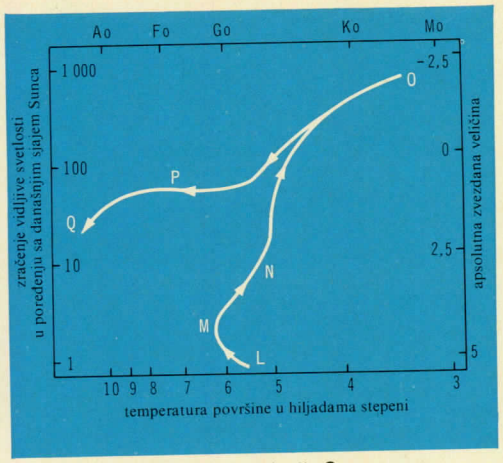
Pri uslovima koji vladaju u unutrašnjosti normalnih zvezda (15 do 25 miliona stepeni, 9 milijardi atmosfera), moguće su samo reakcije koje pretvaraju vodonik u helijum uz uništavanje nekih lakih elemenata, a eventualno i uz katalitičko dejstvo ugljenika. S obzirom na izvanrednu stabilnost jezgra helijuma, stvaranje teških elemenata zahtevalo bi temperature i pritiske za koje Čandrasekar



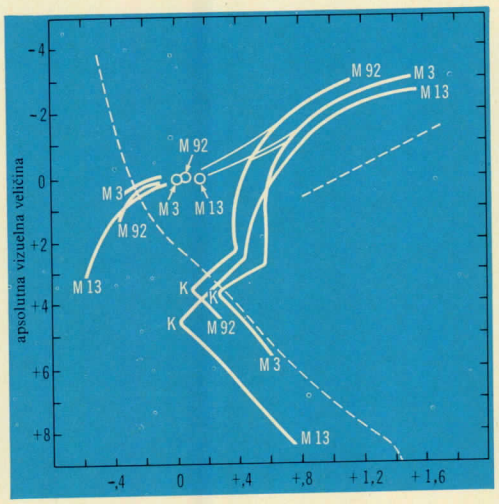
Hercšprung-Raselov dijagram zbijenog jata u Lovačkim Psima (M3).

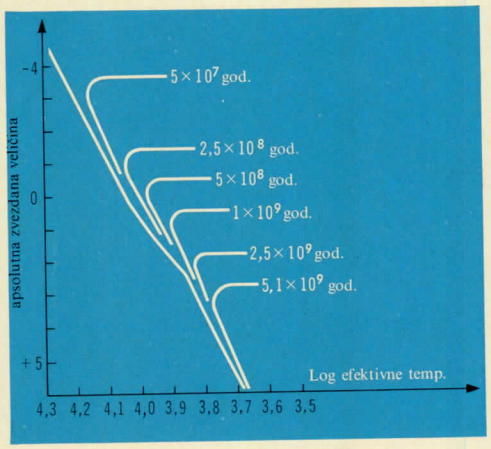


Superpozicija dijagrama za populaciju I (punom crtom) i populaciju II (isprekidano).

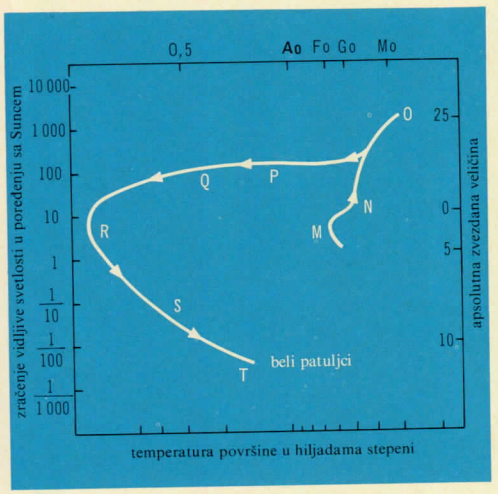


Verovatna evolucija Sunca.





Poređenje dijagrama boja-veličina za M 13, M 92 i M 3 uz hipotezu da sve promenljive sa kratkim periodom imaju istu apsolutnu veličinu (M=0). *Desno*, teorijska evolucija zvezda iz glavnog niza.



Kriva evolucije belih patuljaka.

(Chandrasekhar) daje vrednosti oko hiljadu puta veće od onih koje vladaju u unutrašnjosti normalnih zvezda. No i manje temperature bile bi dovoljne kad bi gustine bile mnogo veće. Ovakvi uslovi mogu se ostvariti u zvezdama izuzetno velike mase. Kao što je ranije rečeno, emitovanje neutrina može izazvati znatno povećanje gustine i eksploziju zvezda u obliku supernove. Ovakve eksplozije mogle su rasturiti ovako nastale teške elemente po vasioni.

Sa iščezavanjem hipermasivnih zvezda populacije II prestalo je i rasturanje teških elemenata u prostoru. Novonastale zvezde populacije I, slične Suncu, nastale su iz ovako obogaćenog materijala. Superdžinovi se iz njega i danas obrazuju u vidu »globula« (vidi str. 464, § 6).

Rezultati dobijeni primenom Lalemanove elektronske kamere i fotografije u boji pokazali su da u centru galaksija postoji jezgro koje se često naziva *proto-zvezda*; u ovom jezgru morali bi vladati uslovi temperature i pritiska dovoljni za obrazovanje svih teških elemenata. Ova jezgra su u punoj aktivnosti, što se manifestuje izbacivanjem prstenova gasovite materije, koje je naročito posmatrao Ort. Nema sumnje da ta aktivnost jezgra galaksija postepeno obogaćuje međuzvezdani gas teškim elementima.

6. — **STAROST ZVEZDA I »STAROST VASIONE«**. Kao što je rečeno, postoji dijagram analogan Raselovom za zvezde populacije II.

Jedna od gornjih slika pokazuje superpoziciju tri dijagrama, dobijenih za zbijena jata M 3, M 13 i M 92; dijagrami su superponirani poklapanjem zvezda tipa RR *Lyrae*, za koje se uzima apsolutna veličina jednaka nuli.

Osim toga, savremene teorije omogućuju određivanje starosti zvezda populacije II na osnovu položaja tačke u kojoj napuštaju granu glavnog niza. Sa gornje slike vidi se red veličine ove teorijske evo-

Na osnovu konfrontacije ovih dveju slika može se oceniti starost zbijenog jata M 3; minimalna vrednost njegove starosti je $6{,}5 \times 10^9$ godina, a verovatnija vrednost mu je 7×10^9 godina.

»Starost vasione« (vreme od početka ekspanzije) nešto je veća, iznosi 7,5 do 8 milijardi godina. Rezultat se dobija na osnovu sadašnje vrednosti konstante razilaženja galaksija.

7. — **BUDUĆA EVOLUCIJA SUNCA**. Dijagram evolucije zvezda populacije II daje izvesnu ideju o mogućoj budućoj evoluciji Sunca: njegov sjaj će rasti; danas se smatra da će za desetak milijardi godina Sunce biti stotinak puta sjajnije nego danas (povećanje apsolutne veličine M za 5 jedinica). Temperatura Zemlje biće tada 300°C, te će sav život iščeznuti sa njene površine. Vidi se da smo danas vrlo daleko od starih shvatanja kada se smatralo da će relativno brzo doći do hlađenja i gašenja Sunca.

Ova evolucija neće biti ravnomerna: za 5 milijardi godina Sunce još neće dostići svoju karakterističnu obrtnu tačku M. Dostići će je, verovatno, tek posle daljih 4 ili 5 milijardi godina. Zatim će evolucija biti sve brža. Sunce će ući u eru burnog razvoja, u izraženom kontrastu sa svojom današnjom mirnom egzistencijom. U povratnoj tački 0 Sunce će imati dimenzije 200 do 300 puta veće od sadašnjih i obuhvatiće već Merkur, Veneru, pa možda i Zemlju.

8. — **BELI PATULJCI**. Kada se iscrpu rezerve nuklearne energije, zvezda počinje da se skuplja, no brzo istroši energiju gravitacione kontrakcije.

Tada prestaje da zrači i postaje tamno i hladno telo: samo tanak omotač gasa, još uvek u normalnom stanju, stvara iluziju aktivnosti: 90% materije je mrtvo. Takvo je, grubo uzev, stanje zvezda nazvanih *belim patuljcima*, jer je njihov spektralni tip 0, a slabog su sjaja i vrlo malog prečnika, što im daje izvanredno veliku srednju gustinu, koja dostiže 10^6 i čak 10^7. Takvih zvezda svakako ima više no što ih možemo otkriti današnjim sredstvima posmatranja. Neke od njih, verovatno, potiču od eksplozije hipermasivnih zvezda, ali druge su, nesumnjivo, trajni rezultat evolucije starijih zvezda ili onih sa velikim utroškom energije.

9. — **IREVERZIBILNOST EVOLUCIJE ZVEZDA**. Na osnovu sadašnjeg stanja nauke, moglo bi se zaključiti da evolucija zvezda pokazuje mnoge karakteristike ireverzibilnosti. *Izgleda* da se materija većim delom transformiše u degenerisano stanje. Takođe *izgleda* da se samo mali deo te materije može konvertirati u zračenje. Vasiona *na izgled* teži konačnom stanju: mrtve zvezde (crni patuljci) u hladnom prostoru. Međutim, ne može se tvrditi da je ovo konačna istina. Ne samo što već sad postoji tzv. *teorija stacionarnog stanja* Golda (Gold), Bondija (Bondi) i Hojla (Hoyle), koja pretpostavlja drugačiji ishod (doduše, poslednjih godina gomilaju se rezultati posmatranja nepovoljni za ovu teoriju), već nije moguće isključiti ni takav razvoj nauke koji bi omogućio sagledavanje procesa regeneracije materije i ciklični karakter evolucije.

OPŠTA EVOLUCIJA VASIONE

1. — **ELEMENTARNI POJMOVI U VEZI SA OPŠTOM TEORIJOM RELATIVITETA**. U savremenoj kosmologiji izuzetno važnu ulogu igra opšta teorija relativiteta. Relativistička kosmologija polazi od *širenja vasione*, smatrajući *razilaženje galaksija* eksperimentalnom činjenicom.

Neko dvodimenzionalno biće kretalo bi se po površini Zemlje ne mogući da izađe u treću dimenziju, pa stoga ni da shvati neku drugu geometriju osim *površinske geometrije*. I pored toga, Zemlja je trodimenzionalno telo sa zakrivljenom i zatvorenom površinom.

Ajnštajn je još 1905. god. izvršio prvu generalizaciju pojmova prostora i vremena, da bi ih doveo u sklad sa nekim zakonima fizike, a naročito sa poznatim Maksvel-Lorencovim jednačinama; ove su jednačine osnovne za teoriju elektromagnetizma, a pomenuta generalizacija bila je neophodna da bi se teorija uskladila sa eksperimentalno posmatranim svojstvima transformacije između dva koordinatna sistema koji se kreću ravnomernom brzinom u odnosu na drugi.

Lorenc (Lorentz) je ustanovio da Maksvelove jednačine važe u proizvoljnom koordinatnom sistemu koji se ravnomerno kreće samo ako se pri transformaciji koordinata pored prostornih koordinata x, y, z, uzme i četvrta koordinata: vreme t. Na osnovu Ajnštajnove analize relativnosti pojma istovremenosti, Ajnštajn, Minkovski (Minkowski) i njihovi sledbenici razvili su tzv. *specijalnu teoriju relativiteta*, čiji su najvažniji rezultati:

— konstantnost brzine svetlosti u vakuumu (ovo je zapravo postulat teorije);

— ekvivalentnost mase i energije ($U = mc^2$).

Specijalna teorija relativiteta koristi *četvorodimenzionalni prostorno-vremenski kontinuum*, koji se stalno koristi u modernoj fizici. Ajnštajn je 1916. god. uopštio ove rezultate stvorivši tzv. *opštu teoriju relativiteta*:

— zamenivši ravnomerno kretanje koordinatnog sistema proizvoljnim kretanjem;

— uvodeći gravitacione pojave u okvir nove teorije, slično (ali ne identično) sa uključivanjem elektromagnetnih pojava u specijalnu teoriju;

— stavljajući u osnov svoje teorije eksperimentalnu činjenicu jednakosti *inertne mase* (otpor kojim se telo suprotstavlja sili) i *teške mase* (mera gravitacionog delovanja). Ova jednakost ne izgleda na prvi pogled nužna: na primer, ne postoji nikakva relacija između mase tela i sile kojom na njega deluje električno ili magnetno polje;

— osiguravši lokalnu konzervaciju energije i impulsa.

2. — **OSNOVNA JEDNAČINA OPŠTE TEORIJE RELATIVITETA**. Geometrija nekog prostora određuje se pomoću formule koja daje daljinu ds dveju susednih tačaka toga prostora. Ajnštajnova teorija daje diferencijalne jednačine koje indirektno određuju ovu veličinu; integraciju ovih jednačina za najprostiji slučaj dao je Švarcšild 1917. god. Dobijeni rezultat je poznati Švarcšildov linijski element ds^2. U izrazima opšte teorije, pa i u ovom Švarcšildovom rezultatu, prostorne i vremenske koordinate najtešnje su povezane.

Važnu posledicu ovih jednačina možemo izraziti ovako: u blizini mase M prostor nije više euklidski, te se jednačina prave linije mora zameniti Švarcšildovim linijskim elementom ds^2: drugim rečima, u blizini neke mase M prostor je zakrivljen. Naša čula nam ne dozvoljavaju da na očigledan način predstavimo takav prostor, koji Sunce zakrivljuje u svojoj okolini, a u tako zakrivljenom prostoru kreću se materijalne tačke (planete) opisujući geodezijske linije u »zakrivljenom« prostor-vremenu.

Može se o tome prostoru stvoriti izvesna slika na osnovu poređenja, koje doduše nije verno ali je zato klasično: zamislimo platno zategnuto na horizontalnom okviru. Kuglica bačena na ovu površinu kreće se pravolinijski. Ako se u centar zategnutog platna stavi teško sferično telo, platno će se zakriviti; kuglica koja prolazi kraj ove sfere skrenuće sa svoga puta usled ulegnuća platna. Štaviše, ako je brzina mala, udubljenje će zarobiti kuglicu i ona će se okretati po njegovim zidovima. Naravno, ova slika je vrlo neadekvatna. U svakom slučaju, opšta teorija relativiteta tvrdi *da prostor nije euklidski u blizini masa kao što je Sunce*. U blizini Sunca nema prave linije, kao što je nema ni na površini sfere. Po relativističkom shvatanju, tvrditi suprotno bilo bi isto tako nerazumno kao i tvrditi da je Zemlja ravna.

3. — **KLASIČNE PROVERE ZAKRIVLJENOSTI PROSTORA**. Postoje tri klasične eksperimentalne potvrde opšte teorije relativiteta. To su:

• *Skretanje svetlosti pri prolasku kraj Sunca.* Kada svetlosni zrak prolazi blizu velike mase kao što je Sunce, on biva skrenut. Primenom Ajnštajn-Švarcšildove formule dobija se za ugao Δ ovog skretanja u slučaju Sunca vrednost

$$\Delta = 1'', 74.$$

Eksperimentalno proveravanje vršeno je više puta za vreme potpunog pomračenja Sunca, fotografisanjem polja zvezda u trenutku pomračenja i nekoliko meseci kasnije, u normalnim uslovima. Rezultati merenja se dobro slažu sa teorijom.

• *Pomeranje Merkurovog perihela.* Velike ose planetarnih orbita vrše rotaciono kretanje u direktnom smeru. Kod planete najbliže Suncu, Merkura, od pre jednog veka poznato je da je ovo rotaciono kretanje znatno veće (42'', 84 u jednom veku) od onog koje predviđa klasična nebeska mehanika. Ova vrednost dobija se sa dovoljnom tačnošću primenom Ajnštajn-Švarcšildove formule.

• *Pomak spektralnih linija ka crvenom u jakom gravitacionom polju* (zvezde sa velikom masom i vrlo malim poluprečnikom). Sa sredstvima kojima danas raspolažemo ovaj pomak opaža se samo kod *belih patuljaka*. Prvi ga je ustanovio Adams 1924. god. posmatrajući Sirijusovog pratioca, koji je beli patuljak. Kasnije su ova posmatranja potvrđena na belim patuljcima 40 *Eridani* B i Van Maanen 2.

4. — **PRIMENA NA VASIONU KAO CELINU. KOSMOLOŠKI PROBLEM**. Ajnštajn je pokušao da odredi strukturu vasione kao celine na osnovu globalnog rasporeda masa, zanemarivši lokalne nejednakosti. Njegov model vasione ispunjen je homogeno raspoređenom materijom. Gustina je različita od nule i svugde ista. Osim toga, raspored masa smatra se statičkim. Da bi dobio rešenje pod ovim uslovima, Ajnštajn je morao uvesti konstantu λ, tzv. *kosmološku konstantu*, koja zavisi od srednje gustine ρ i manifestuje se kao *repulzivna sila*, suprotna gravitaciji. Ta konstanta λ je vrlo mala, te se njen efekat ne opaža ne samo u Sunčevom sistemu, no čak ni u galaksiji ili jatu galaksija. Oseća se samo između galaktičkih jata. Ovaj model se zove *statička Ajnštajnova vasiona*. Može se pokazati da se ona nalazi u stanju nestabilne ravnoteže: ako gustina pretrpi i najmanju fluktuaciju, ravnoteža se definitivno pokvari, te nastaje monotono skupljanje vasione ako se gustina ρ povećala, odnosno njeno monotono širenje ako se gustina ρ smanjila.

Lemetr (Lemaitre) je 30-tih godina predložio model sa tačkastim početnim stanjem (tzv. prvobitni atom), a sadašnje stanje predstavljalo bi ostatke te prvobitne eksplozije. Kosmički zraci bi, po toj hipotezi, bili relikti početne intenzivne radioaktivnosti. Polazeći od procene srednje vrednosti gustine, $\rho_0 = 10^{-29}$ g/cm^3, Lemetr je za sadašnju vrednost tzv. »poluprečnika vasione« i ukupnu masu vasione došao do izvesnih numeričkih vrednosti.

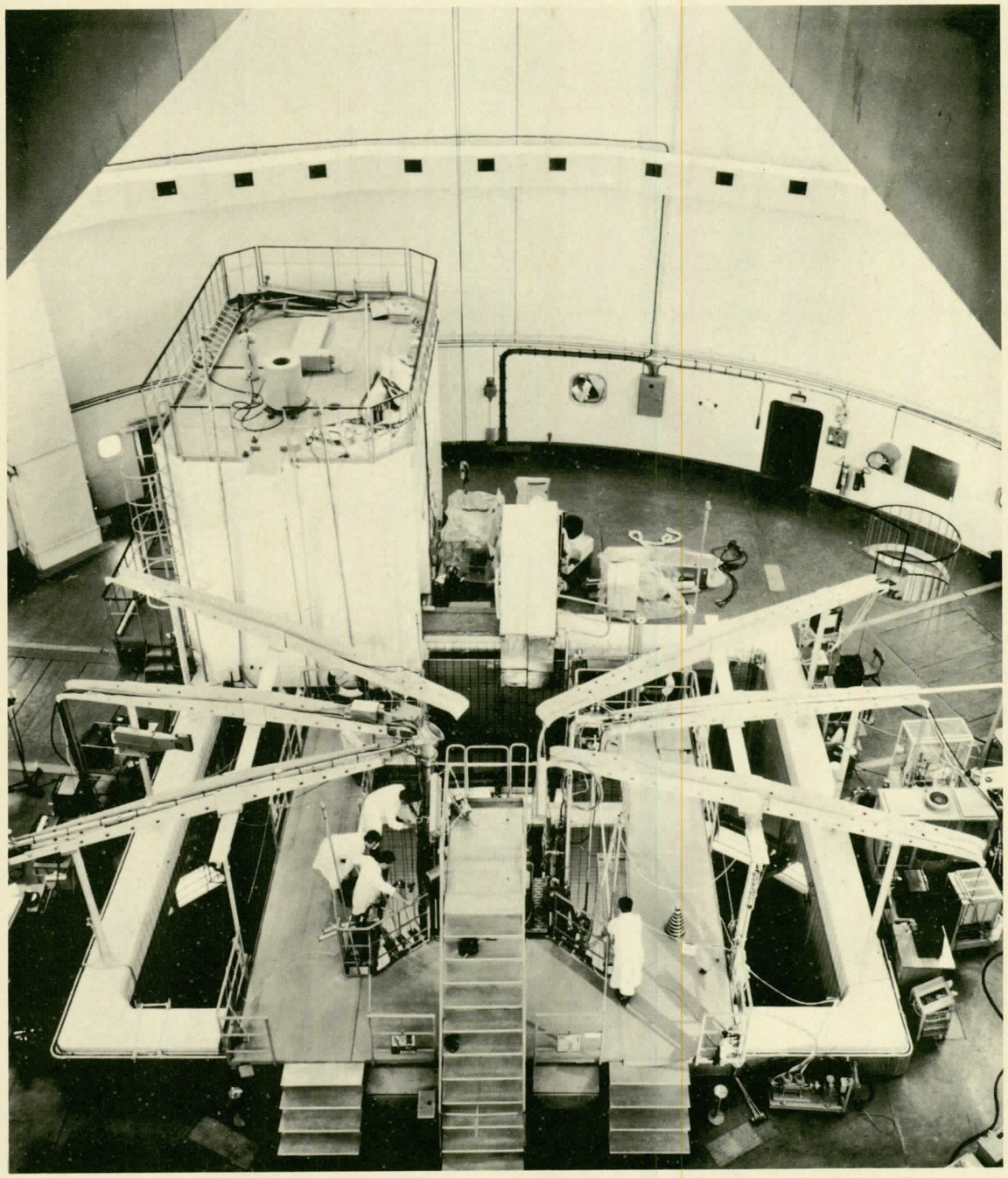
Danas se ova vrednost srednje gustine smatra previsokom. Uopšte, može se reći da je Lemetrov model danas zastareo, mada je poslednjih godina bilo pokušaja da se on oživi.

Relativistička kosmologija danas se zasniva na Fridmanovim (Friedmann) rešenjima Ajnštajnovih jednačina. Svi odgovarajući modeli zasnivaju se na *širenju vasione*, ali karakter toga širenja, kao i detalji geometrije prostora, zavise od još uvek nedovoljno poznate srednje gustine ρ. Doprinos ovoj naučnoj disciplini dali su mnogi istraživači, od kojih treba pomenuti Tolmana (Tolmann) i samoga Ajnštajna.

Posebnu pažnju privlači problem *kosmoloških singulariteta*. Svi pomenuti modeli (osim statičkog, koji opet ne objašnjava crveni pomak) polaze od beskonačne gustine materije u konačnoj prošlosti. U odgovarajućoj prostorno-vremenskoj tački, singularitetu, Ajnštajnove jednačine više ne važe, te se ne može dalje ekstrapolisati u prošlost. Ta se činjenica sasvim pogrešno naziva »stvaranjem vasione«. U stvari, postojanje singulariteta verovatno ukazuje na nužnost modifikacije Ajnštajnove teorije pri izvanredno velikim gustinama.

Preveo **dr Đorđe Živanović** **Pierre TARDI**

FIZIKA



Centar za nuklearna istraživanja u Grenoblu: nuklearni reaktor »Siloe«. *Fot. C.E.N.G.*

mehanika

UVOD

KLASIČNE NAUKE POSMATRANJA. Onaj ko se interesuje za prirodne pojave može ove posmatrati samo posredstvom svojih čula. Domen neposrednog ljudskog posmatranja, dakle, ograničen je. S druge strane, *prvi osećaji* tako dobijeni ne mogu se definisati: ne može se objasniti neka boja, neka sila, neka temperatura, ili predstava o levom i desnom.

Prirodne nauke se obično svrstavaju u tri grupe: *prirodne nauke* u užem smislu reči, gde se *zoologija* bavi životinjama, *botanika* biljkama, *geologija* svim onim što ima veze sa Zemljinom kuglom; *hemija*, koja izučava transformacije jednih supstancija u druge (kada vodonik sagoreva u kiseoniku da bi dao vodenu paru, to je hemijska pojava); najzad, *fizika* koja obuhvata sve pojave vezane sa predstavom o realnom ili mogućem kretanju.

PODELA FIZIKE. Najvažnije poglavlje fizike jeste *mehanika* koja zalazi u sve ostale oblasti. Ona se bavi dejstvom sila, posebno sile *teže*, na ravnotežu ili kretanje čvrstih tela (*statika* i *dinamika*), tečnosti (*hidrostatika* i *hidrodinamika*), gasova. *Oscilatorna kretanja* sačinjavaju važno poglavlje u koje ulazi *akustika* koja se odnosi na auditivne zvučne osećaje.

Toplota počinje sa određivanjem osnovnog pojma o *temperaturi*; ona zatim izučava transformacije kao što su topljenje, isparavanje koje izvor toplote proizvodi u nekom materijalnom telu. Međutim, u motorima (parna mašina, eksplozivni motor, turbina) toplota upotrebljena u ložištu kotla ili u eksplozivnom cilindru, daće u krajnjoj liniji kretanje: ovaj deo fizike, koji povezuje toplotu i pogonsku silu, od veoma velikog je značaja; to je *termodinamika*.

Polazna tačka *optike* je svetlosni osećaj. Unutarnja priroda svetlosti i njene posledice čine predmet *fizičke optike*; *geometrijska optika* omogućava da se na prost način izučavaju mikroskopi, lupe, durbini, fotografski i projekcioni aparati; prostiranje svetlosti predstavlja takođe kretanje.

Elektricitet izučava uzroke, prenošenje i različite efekte električne struje; *magnetizam*, koji se može svesti na elektricitet, kako je to pokazao Amper, izučava prirodu i svojstva namagnetisane materije. Napred iznetu klasifikaciju stvorili su ljudi i ona je, prema tome, proizvoljna; to će reći, da ne postoji čvrsta granica između pojedinih određenih delova: telo kroz koje protiče struja (elektricitet) može postati usijano (toplota) i emitovati svetlost (optika).

POSMATRANJE I OGLED. Fizičar će početi *posmatranjem*, to jest usredsređivanjem svoje pažnje na jednu određenu pojavu, nastojeći da je izdvoji iz celine ostalih pojava, na primer, padanje nekog tela. Zatim će on u svojoj laboratoriji izvesti *ogled* padanja što je moguće verniji. Njegova posmatranja dovešće ga najpre do formulisanja *kvalitativnog zakona*: tela padaju duž vertikale kada se puste bez početnog impulsa. Zatim će on uzeti graduisani lenjir i hronometar u nameri da nađe zakon pređenih puteva kao funkciju vremena. On će formulisati *kvantitativni zakon*, izražen *obrascem* koji pokazuje da su pređeni putevi proporcionalni kvadratima utrošenih vremena. On će, najzad, doći na glavni cilj nauke: uz pomoć ovog obrasca on će moći *predvideti* ostale pojave padanja.

Sve što smo rekli vredi za sva poglavlja fizike. Matematika tu, dakle, igra prvorazrednu ulogu.

HIPOTEZE. Mnoge fizičke pojave izgledaju strane jedne drugima, pa ipak se događa da im se može zamisliti zajednički uzrok: tako se stvara *hipoteza* koja se tada izražava matematičkim obrascem. *Teorija* će razviti i koristiti ovu hipotezu; ako se ponovo mogu izvesti zakoni pojava, hipoteza će ostati na snazi i biće održana sve dotle dok jedno novo eksperimentalno posmatranje ne prisili možda da se ona donekle modifikuje. Ove široke sinteze predstavljaju lepotu nauke.

Tako je Njutn, polazeći od opšte gravitacije privlačenja, mogao da da zajednički uzrok padanja tela i kretanja planeta oko Sunca.

Sa razvitkom tehnike merenja su postala preciznija; u kretanju planeta bilo je moguće utvrditi veoma mala odstupanja u odnosu na kretanja predviđena Njutnovom opštom gravitacijom; treba, dakle, korigovati početnu hipotezu, izgraditi novu teoriju: to je teorija *relativnosti*. Skoro je sigurno da će i ona jednom postati nedovoljna, to jest da neće dopustiti da se objasne nova otkrića.

AGREGATNA STANJA MATERIJE

TRI OSNOVNA AGREGATNA STANJA. Poznato je da se materija pojavljuje pred našim čulima u tri stanja: čvrstom stanju, tečnom stanju, gasovitom stanju.

Čvrsto telo ima sopstveni oblik i zapreminu ukoliko na njega ne dejstvuju spoljne sile. Kao, na primer, oblutak ili komad metala.

Tečnost nema sopstveni oblik, ali njena zapremina ostaje konstantna; ona zauzima oblik suda u kojem se nalazi. Uzmimo jedan litar vina koji se nalazi u boci i koji delimo na čaše: oblik se menja, čak se deli, ali litar vina uvek ostaje.

Gas nema ni sopstveni oblik ni zapreminu; on ne samo da zauzima oblik suda u kojem se nalazi, već ga i uvek u potpunosti ispunjava; ako je sud veći, gas se širi; ako je manji, gas se skuplja.

Tečnosti i gasovi su *fluidi*; tečnost je fluid nerastegljiv i nestišljiv; gas je fluid rastegljiv i stišljiv. Tačnosti radi valja reći da su tečnosti i čvrsta tela veoma malo stišljivi.

PRELAZ IZ JEDNOG AGREGATNOG STANJA U DRUGO. Svako telo može da postoji u tri napred pomenuta stanja. Jednom određenom agregatnom stanju odgovara *potpuno određena oblast temperature i pritiska*, gde su granice ovih oblasti karakteristike svakog čistog tela bez primesa. Da bi se izazvala promena agregatnog stanja, treba dakle izići iz te oblasti menjajući bilo temperaturu bilo pritisak, ili istovremeno jedno i drugo.

Na primer, na atmosferskom pritisku voda je u čvrstom stanju ispod 0°C; ako se zagreva, ona se *topi* na 0°C i pretvara u tečnu vodu, čija se oblast postojanja proteže do 100°C; ako se zagreva, voda se na 100°C *pretvara u paru* (*isparava*) i transformiše u gas. Međutim, na niskoj temperaturi i pod niskim pritiskom led može direktno preći u paru *sublimacijom*. Obrnute transformacije zovu se respektivno: *očvršćavanje*, *pretvaranje u tečnost* (*kondenzacija*), *prelaz pare u čvrsto stanje* (*sublimacija*).

Prave promene agregatnog stanja odvijaju se bez posrednog prelaznog stanja; kada se led topi prisutni su samo voda i led: to je *čisto topljenje*. Međutim, zagrejavano staklo ili gvožđe razmekšavaju se postepeno: to je topljenje *omekšavanjem*. Olovo malo zagrejano i stavljeno pod veoma visok pritisak može se istopiti *isticanjem* (proizvodnja olovnih žica i cevi).

FIZIČKA STRUKTURA GASOVA. Gasovi su sastavljeni od molekula međusobno veoma udaljenih u odnosu na njihove sopstvene dimenzije. Ovi molekuli identični (čista tela bez primesa) ili različiti (mešavine) nalaze se u stalnom kretanju. Očito je prema tome da će oni ispuniti ceo sud u kome se nalaze i da će se sabijanjem gasa oni moći lako približiti. Kretanje gasnih molekula izaziva udare na zidove suda; tako se sa uspehom objašnjava *pritisak* koji vrši gas na zidove (kinetička teorija gasova).

FIZIČKA STRUKTURA TEČNOSTI. Podesnim sabijanjem ili hlađenjem gasa molekuli se približavaju i na kraju se vežu jedan uz drugog, ali tako da mogu da klize jedan po drugom: dobili smo tečno agregatno stanje, sa sopstvenom zapreminom ali promenljivim oblikom.

FIZIČKA STRUKTURA ČVRSTIH TELA. Ako se tečnost hladi, ona prelazi u čvrsto stanje. Mogu nastupiti dva slučaja. Hladimo tečno staklo: tečnost se zgušnjava postepeno (obrnuto od topljenja omekšavanjem), zatim očvrsne. Komad stakla, dakle, pokazuje sve karakteristike čvrstog tela; sada se radije smatra da je to još tečnost, ali *izvanredno viskozna*. Pred nama je *amorfno* čvrsto telo, kod kojeg su čestice orijentisane slučajno u svim mogućim pravcima, kao u tečnosti.

Drugi slučaj je složeniji i važniji: pri čistom očvršćavanju čestice se orijentišu i utvrđuju u vidu geometrijskih figura potpuno određenih, svojstvenih svakoj vrsti, nazvanih *kristalne rešetke*. Čvrsto telo tada predstavlja *kristal*. Napred pomenute čestice mogu biti *molekuli* (slučaj joda, ugljen-dioksida) ili *jona* (slučaj natrijum-hlorida).

Difrakcija X-zraka na kristalima dozvoljava da se potpuno izuče očice kristalne rešetke, kako po obliku, tako i po razmerama.

IZOTROPIJA. ANIZOTROPIJA. Amorfna tela su *izotropna*, to jest ona poseduju ista svojstva u svim pravcima. Zagrejana staklena lopta šireći se ostaje uvek lopta; u njoj se svetlost prostire u svim pravcima istom brzinom.

Kristalna tela su naprotiv *anizotropna*. Lopta od kristala kvarca postaje elipsoid ako se zagreva; ne samo da se toplota nije prostirala istom brzinom u svim pravcima, već ni širenje tela nije bilo isto. Svetlost se ne prostire istom brzinom u svim pravcima unutar kristala; mora se, dakle, uočiti više indeksa prelamanja što dozvoljava da se objasni dobro poznati ogled *dvojnog prelamanja*, kao, npr., na islandskom krečnjaku.

DOBIJANJE KRISTALA. *Očvršćavanjem* formiraju se kristali ali oni se međusobno povezuju i ne mogu se izdvojiti da bi se izučavali (očvršćavanje tečnog sumpora u sudu za topljenje). *Isparavanjem rastvora* nekog tela u isparljivom rastvaraču talože se kristali i oni su utoliko veći ukoliko je isparavanje rastvarača teklo sporije (kristali sumpora isparavanjem njegovog rastvora u sumpor-ugljeniku).

Sublimacijom se takođe mogu dobiti lepi kristali ili prosti komercijalni proizvodi, kao naftalin ili jod (bisublimirani jod), za koje je ova operacija pre svega operacija prečišćavanja.

MEZOMORFNA STANJA. To su međustanja koja nastaju između tečnog i kristalnog stanja. Molekuli klize jedan po drugome kao kod tečnosti, ali zadržavaju izvestan poseban raspored (»tečni kristali«).

KOLOIDNO STANJE. *Koloidi* se sastoje od veoma finih čestica ili *micela*, konglomerata molekula ili velikih izolovanih molekula. Belančevina i tutkalo predstavljaju koloide; njihova suspenzija u vodi čini tečnost mutnom: to nije pravi rastvor već *koloidni rastvor* ili *sol*. Ako se pusti da električni luk varniči u vodi između srebrnih elektroda, dobija se zagasiti sol srebra.

Solovi se mogu zgušnjavati zagrevanjem, dodavanjem alkohola itd.; oni se transformišu u *želee*, među kojima je žele mesa najpoznatiji.

Membrana od pergamenta dopušta da kroz nju prolaze čestice kristalnog rastvora, ali zaustavlja micele sola. Ovaj mehanizam je od veoma velike važnosti za život jer se odvija u različitim stepenima u ćelijskim membranama.

Uopšte uzev, koloid ne kristališe što ga suprotstavlja *kristaloidima*.

U solovima micele su disocirane-razdvojene na dva naelektrisana dela. Jedan, veoma velik, nazvan *granula, tj. zrno*, ima čas pozitivno naelektrisanje a čas negativno, i prema tome se usmerava za vreme elektrolize čas prema anodi čas prema katodi. Druga čestica, sićušna, analogna je mineralom jonu.

Pomenimo naposletku da micele sola mogu fiksirati izvesne boje.

MERENJE DUŽINA

UPOREĐIVANJE I MERENJE DUŽINA. Da bi jedna fizička veličina bila merljiva, potrebno je i dovoljno je da se može definisati jednakost i odnos takve dve veličine iste vrste, i to važi uopšte. Dve dužine biće jednake ako se, postavljene jedna pored druge, njihovi krajevi poklapaju; neka dužina L′ iznosi n puta dužinu L ako se dužina L može postaviti n puta pored dužine L′ Piše se odnos:

$\frac{L'}{L}=n$. Na primer,

$$\frac{L'}{L}=\frac{\text{visina Ajfelove kule}}{\text{rastojanje dve hektometarske crte}}=3.$$

Meriti jednu dužinu znači uporediti je sa drugom dužinom usvojenom za jedinicu.

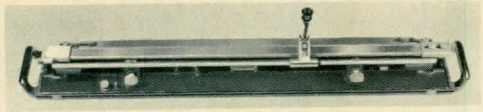
JEDINICA ZA DUŽINU. U sistemu SI (međunarodni sistem) jedinica za dužinu jeste *metar* (vidi str. 389); to je dužina koja razdvaja, na temperaturi 0°C, dve fine crte usečene na lenjiru od platine-iridijuma, nazvan *metar-etalon, standardni metar* (sl. 1), a koji se čuva u Internacionalnom birou za težine i mere u Sevru. Da bi se bolje odredio ovaj osnovni etalon, on se izražava legalno u svetlosnim talasnim dužinama (gas kripton). Pomoću *komparatora* izrađuju se sekundarni etaloni, i dalje, malo-pomalo, dolazi se do običnog krojačkog metra i đačkog lenjira od dva decimetra.

Sve dužine nisu izražene u metrima; u upotrebi su višekratnici i delovi metra.

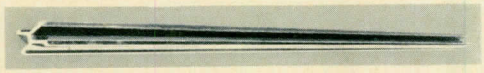
Višekratnici su, na primer, *dekametar* (10 m), *hektometar* (100 m), *kilometar* (1000 m); u astronomiji se upotrebljava *svetlosna godina*, dužina koju pređe svetlost u vakuumu tokom jedne godine, a koja približno iznosi 9450 milijardi kilometara.

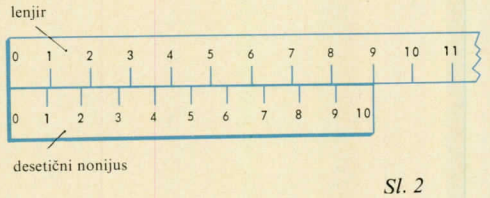
Delovi metra su recimo *decimetar* (10^{-1}m), *centimetar* (10^{-2}m), *milimetar* (10^{-3}m), *mikron* (10^{-6}m), koji se koristi u fizičkoj optici, i *angstrèm* (10^{-10}m), koji se koristi u atomskoj fizici.

Fot. Larousse (2).

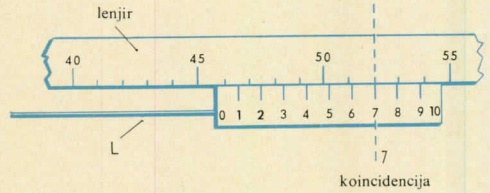


Sl. 1 — Uređaj koji služi za merenje metar-etalona. *Dole*, metar-etalon.

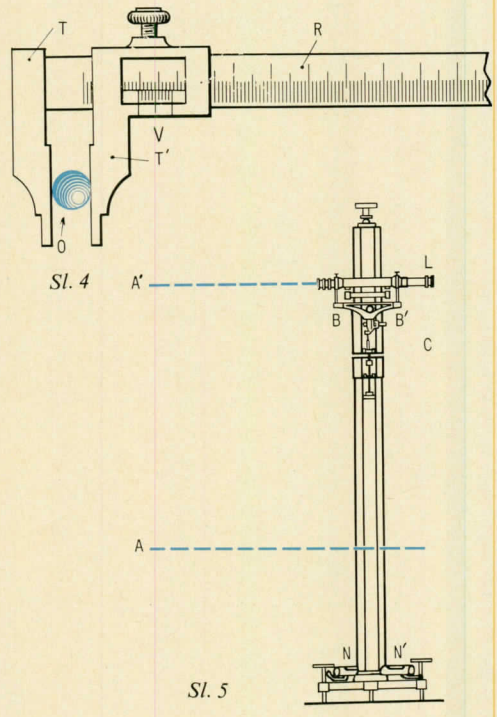




Sl. 2

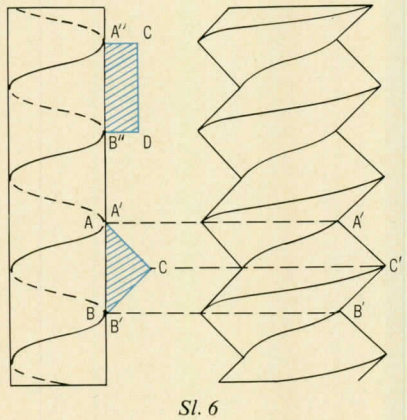


Sl. 3



Sl. 4

Sl. 5



Sl. 6

SIMBOLI

Višekratnici metra			Delovi metra		
dekametar	10 m	dm	decimetar	10^{-1} m	dm
hektometar	10^{2} m	hm	centimetar	10^{-2} m	cm
kilometar	10^{3} m	km	milimetar	10^{-3} m	mm
svetlosna godina	$9{,}46\times10^{15}$ m	s. g.	mikron	10^{-6} m	μm
			angstrem	10^{-10} m	Å

PRINCIP PRIBORA ZA MERENJE. Merenja dužina izvode se pomoću pribora zasnovanih na svojstvima *graduisanog lenjira*, na svojstvima *zavrtnja*, ili na pomenutim svojstvima korišćenim istovremeno. Principi ovih pribora đati su u daljem tekstu.

Graduisani lenjir. Upotreba običnog metra ili đačkog lenjira suviše je poznata i nema potrebe da se ovde na tome zadržavamo.

Upotreba nonijusa. Uzmimo jedan graduisan lenjir u milimetrima. Može se staviti da ispred lenjira klizi jedna regleta (nonijus) dužine 9 mm, ali podeljena na 10 jednakih delova (sl. 2). Ako se poklope nule, crta 1 nonijusa zaostaje za 0,1 mm iza crte 1 lenjira, crta 2 nonijusa zaostaje za 0,2 mm iza crte 2 lenjira itd. Dakle, ako se nonijus pomeri za $(n\times0{,}1)$ mm svaka od njegovih crta pomeriće se za $(n\times0{,}1)$ mm i *njegova crta n poklopiće se sa jednom crtom lenjira*. Da bismo izmerili dužinu L, stavimo jedan od njenih krajeva prema nuli lenjira, a nulu nonijusa na drugi. Slika 3 pokazuje da L iznosi 45 mm plus neki deo milimetra. Tražimo poklapanje na nonijusu; čitamo: $n=7$. Prema onom što je napred rečeno vidi se da je L=45,7 mm.

Prethodni nonijus zove se *desetični*; upotrebljava se i *dvadesetični* nonijus. U tom slučaju regleta nonijusa dužine 19 mm podeljena je na 20 jednakih delova; teorija je ista.

Za precizno merenje *uglova* upotrebljava se na sličan način *kružni* ili *lučni nonijus*; najčešće to je nonijus sa tridesetim delom polustepena; preciznost tada iznosi ugaoni minut.

Kljunasto merilo (šubler). To je veoma rasprostranjena naprava koja sadrži nonijus, a služi za merenje debljina, prečnika stabala, žica itd. Sastoji se iz milimetarskog lenjira R (sl. 4) koji se završava jednim čvrstim nasloništem ili kljunom, T. Klizna skala — jahač T′ predstavlja jedan prozorčić sa nonijusom (1/10, često čak 1/50). Predmet čiju debljinu želimo meriti veoma čvrsto se steže između T i T′. Čitanje na R i na nonijusu V daje traženu debljinu sa tačnošću 1/10 milimetra.

Katetometar. To je instrument velike preciznosti namenjen merenju *vertikalnog* rastojanja dve tačke A i A′, na primer barometarskih nivoa (sl. 5). Stub, čija je vertikalnost obezbeđena uz pomoć libela N i N′ služi kao vođica jednom pokretnom nosaču-suportu C koji nosi durbin za viziranje L, čija je horizontalnost obezbeđena uz pomoć đerma B i B′. Stub nosi graduisani lenjir, a pokretni nosač nonijus. Pomoću durbina L sukcesivno se viziraju nivoi A i A′, čije vertikalno rastojanje određuje razlika čitanja dobijenih u svakom položaju durbina. Podešavanje instrumenta je osetljivo i veoma dugo.

Princip zavrtnja. Povucimo jednu pravu na listu papira i omotajmo ovaj list oko kružnog valjka: prava je svijena u krivulju nazvanu *kružna zavojnica*. Rastojanje AB (sl. 6) između dva uzastopna preseka zavojnice sa izvodnicom valjka predstavlja *korak* zavojnice. Uzmimo da je trougao A′B′C′ čija se osnovnica A′B′ poklapa sa AB, smešten u meridijansku ravan valjka. Okrećimo ovu meridijansku ravan tako da A′ (a prema tome i B′) bude uvek na zavojnici. Trougao stvara geometrijsko telo koje predstavlja žleb zavrtnja; korak zavrtnja jednak je koraku zavojnice. Umesto trouglastog žleba može se dobiti drugi profil ako se pusti da klizi, na primer, četvorougao A″B″CD.

Matica je metalni deo koji u šupljini nosi recipročne izbočine (izlaze) zavrtnja.

Kada zavrtanj napravi jedan obrtaj u odnosu na maticu, on izvrši translaciju dužine jednog koraka. Uopšte uzev, ova translacija je *proporcionalna uglu navoja zavrtnja*; ona može biti veoma fina: sa korakom od 0,5 mm, rotacija od 1° daće translaciju zavrtnja oko 1,4 μ.

Mašina za deljenje. Ova naprava služi za precizno merenje dužine, ili za deljenje date dužine na jednake delove (graduisanje termometarske skale kod koje su date tačke 0°C i 100°C). Glavni deo na koji se mora obratiti pažnja jeste mikrometarski zavrtanj V (sl. 7), čija glava nosi izdeljeni doboš T; krajevi zavrtnja naslonjeni su na fiksirano ležište A i na šarku C; matica podešena tome zavrtnju vuče pločicu P, zvanu »kolica«, koja se kreće duž dve vodice GG′ paralelne osovini zavrtnja.

Sa dobošem koji ima, na primer, 1000 podeoka i zavrtnjem koraka od jednog milimetra, pomeranje kolica, koje odgovara jednom podeljku, iznosi hiljaditi deo milimetra.

Na kolicima se nalazi mikroskop slabe moći uveličavanja, ili »vizir« W i nož za ucrtavanje podeljaka, ili »sečivo« T′ koji se može pomerati normalno na osu zavrtnja.

Dužina koju treba deliti ili meriti LL′ postavljena na gvozdenu klupu pričvršćenu za postolje, mora biti paralelna osovini zavrtnja; to se postiže kada se, pomerajući kolica, može videti uzastopno da dva kraja lenjira LL′ koincidiraju sa središtem krsta končića »mrežice« koju nosi okular vizira.

Da bi se mašina baždarila koristi se lenjir poznate dužine, na primer, metar-etalon. Ako doboš ima 1000 podeljaka i ako je potrebno okrenuti ga za n podeljaka da bi se vizirala uzastopno dva kraja metra, jedan podeljak odgovara $\frac{1}{N}$ metra, a jedan obrtaj $\frac{1000}{N}$ metra. Vidimo da $\frac{1000}{N}$ meri korak zavrtnja.

Za merenje dužine brojaće se celi obrtaji i broj podeljaka koji odgovaraju delu završenog obrtaja.

Da bi se podelio jedan lenjir na dati broj n podeljka treba da se, polazeći od jednog kraja, doboš okrene za broj podeljaka n puta manji od broja podeljaka koji odgovara čitavoj dužini lenjira.

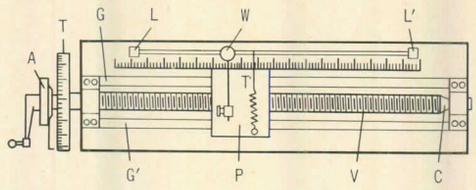
Mikroskop sa mikrometarskim okularom. Instrument se sastoji od mikroskopa slabe moći uveličavanja (sl. 8). Između objektiva i okulara, u ravni u kojoj se normalno stvara realni lik koji daje objektiv, postavljen je okvir na kojem su zategnuta dva tanka ukrštena končića f i f', sačinjavajući tzv. »mrežicu«.

Ovaj okvir može se pomerati normalno na optičku osu objektiva pomoću mikrometarskog zavrtnja. Počinje se uvlačenjem ili izvlačenjem okulara, koji klizi uz slabo trenje, dok se jasno ne vidi slika mrežice, zatim se, pomoću mikrometarskog zavrtnja, dovodi središte krsta končića mrežice u centar polja; kada je to učinjeno, fokusiraju se podeljci lenjira koji se izučava, pomerajući ceo mikroskop. Kada je ovo podešavanje završeno, realni i uveličan lik lenjira koji daje objektiv pojavljuje se u ravni mrežice; uzmimo da su d, d' likovi dve uzastopne crte D, D′; broje se obrtaji i podeljci za koje treba okrenuti doboš mikrometarskog zavrtnja koji pomera okvir mrežice da bi središte krsta končića prešlo iz koincidencije sa podeljkom d na koincidenciju sa podeljkom d'.

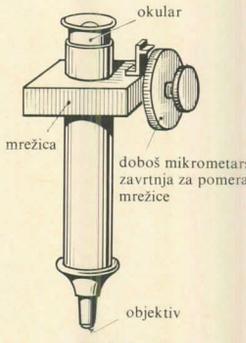
Ako se poznaje dužina podeljka DD′ lenjira odatle se može izvesti dužina kojoj odgovara jedan podeljak doboša; kada je to određeno uređaj se može koristiti za precizno merenje neke nepoznate dužine DD′.

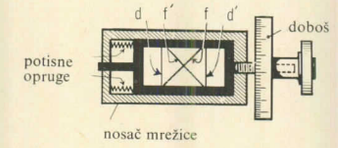
Pomoću mikrometarskog mikroskopa, čiji zavrtanj ima korak 1/2 milimetra a doboš mu je podeljen na 500 delova, dužine se mogu meriti sa tačnošću 1/1000 milimetra, pod uslovom da se tako malo rastojanje može primetiti u okularu.

Komparator. To je instrument velike metrologijske preciznosti koji dozvoljava da se mere male razlike dužina, to jest da se *upoređuju* skoro jednake dužine. Korišćen je za upoređivanje sekundarnih etalona sa metar-etalonom i za izučavanje linearnog širenja čvrstih tela u funkciji temperature.

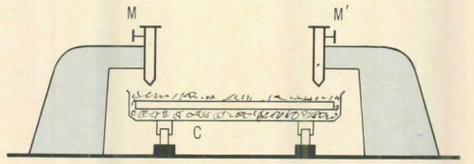


Sl. 7

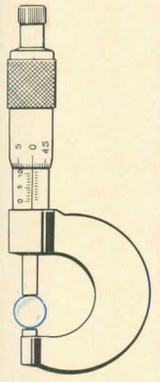




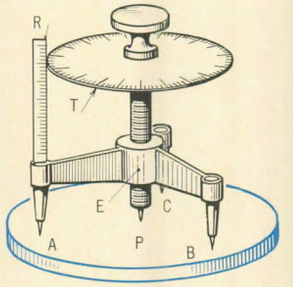
Sl. 8



Sl. 9



Sl. 10



Sl. 11

Komparator sadrži u osnovi (sl. 9) dva mikrometarska mikroskopa M i M′ pričvršćena na stabilne masivne nosače na rastojanju od jednog metra; oni su postavljeni tako da optička osa ili vizirna linija svakog od njih, predstavljena pravom koja spaja optički centar objektiva sa središtem krsta končića mrežice, bude strogo vertikalna.

Kolica C, montirana na šine, dozvoljavaju da se pod mikroskop dovede metar-etalon u sudu koji sadrži smešu vode i leda na 0°C; dejstvuje se na doboš mikrometarskog zavrtnja svakog okulara tako da se poklope središte krsta končića svake mrežice i lik crte na odgovarajućem kraju metar-etalona.

Tada se metar-etalon zameni sekundarnim etalonom koji treba uporediti; beleži se broj punih obrtaja i podeljaka za koje treba okrenuti svaki doboš da bi se ponovo dovele mrežice u koincidenciju sa likovima crta povučenih na krajevima. Ove rotacije odgovaraju za svaki kraj nekoj maloj dužini koja je poznata kada su mikrometarski okulari etalonirani; prema smeru svake rotacije odgovarajuću dužinu treba dodati ili oduzeti od dotičnog metra.

Analogna metoda dozvoljava da se proučava širenje čvrstog lenjira u funkciji temperature; dovoljno je da se menja i meri temperatura suda u koji je potopljen lenjir koji se izučava.

Palmer. Palmer predstavlja deo svakidašnjeg alata i služi za merenje malih debljina (žica, kuglica, lamela itd.). On sadrži jedan masivni deo M, dakle malo podložan deformaciji, dakle, u obliku potkovice (sl. 10), čiji jedan kraj ima neku vrstu nakovnja E; drugi kraj služi kao matica mikrometarskog zavrtnja koraka jednog milimetra; doboš T tog zavrtnja podeljen je na 100 jednakih delova. Kada su kraj tog zavrtnja i nakovanj u kontaktu doboš je na nuli; ceo broj obrtaja čita se prema položaju ivice podeljenog doboša na skali u milimetrima, koja se vidi u G. Naprava dozvoljava da se meri 1/100 milimetra.

Sferometar. Ovaj instrument dozvoljava da se precizno meri poluprečnik šuplje ili pune lopte, tačnije poluprečnik konkavne ili konveksne sferne kalote; koristi se, dakle, za određivanje krivina površina sočiva. Može takođe služiti za merenje debljine neke lamele ili žice.

Matica E (sl. 11) oslanja se sa tri tačke A, B, C na staklenu ravan savršeno obrađenu. Mikrometarski zavrtanj završava se šiljkom P; na njegovom drugom kraju nalazi se graduisani disk T (često u 500 jednakih delova za korak zavrtnja od 0,5 mm, što daje 1 γ na podeljak). Ivica diska pomera se ispred lenjira R, pričvršćenog za tronožac; uloga ovog lenjira je da olakša brojanje celih obrtaja.

Za korišćenje instrumenta doboš se okreće dotle dok se šiljak P ne dovede u kontakt sa staklenom ravni; u tom trenutku se zabeleži podeljak lenjira i podeljak doboša koji se nalazi ispred koso obrubljene ivice lenjira.

Da bi se odredila *debljina lamele* podigne se šiljak P i pod njega se stavi lamela, zatim se doboš okreće dotle dok se šiljak P ponovo ne dovede u kontakt sa lamelom; novo čitanje na lenjiru i dobošu dozvoljava da se odredi debljina lamele.

Da bi se odredio *prečnik neke žice* napravi se kotur koji se stavi ispod jedne lamele; najpre se meri debljina lamele stavljene na žicu, zatim debljina lamele stavljene neposredno na staklenu ravan; razlika ova dva merenja daje prečnik žice.

Da bi se odredio *poluprečnik lopte* ili *sfere* (odatle i ime sferometar), radi se na sličan način, stavljajući tronožac na sferu i dovodeći zatim šiljak P u kontakt sa njenom površinom. Očevidno je da se tako meri visina HP (sl. 12) sferne kalote koja ima za osnovnicu krug opisan oko trougla ABC oslonih tačaka tronošca. Ako sa a označimo rastojanje dve oslone tačke tronošca, poluprečnik r kruga opisanog oko ABC iznosi $r=\frac{a}{\sqrt{3}}$. Iz odnosa $r^2=\mathrm{PH}\times\mathrm{HP}'=\mathrm{PH}(2\mathrm{R}-\mathrm{PH})$, dobija se $\mathrm{R}=\frac{\mathrm{PH}}{2}+\frac{a^2}{6\mathrm{PH}}$.

MERENJE MASA I TEŽINA

PRINCIP MERENJA MASA. Mehanika pokazuje da su mase merljive fizičke veličine i da je odnos masa m_1 i m_2 dva tela jednak odnosu njihovih težina P_1 i P_2 na istom mestu. Da bi se *uporedile* dve mase dovoljno je uporediti njihove težine na datom mestu.

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{P_1}{P_2}.$$

Masa se *meri* upoređivanjem date mase sa jedinicom mase.
U sistemu SI *jedinica mase je kilogram.*

OPŠTI PRINCIP VAGA. Na sl. 14 shematski je prikazana laboratorijska *precizna vaga*, ili apotekarska *fina vaga*. Čvrsta *poluga* nosi tri trouglaste sečice, prizme od tvrdog čelika. Oštra ivica centralne sečice 0 oslanja se na horizontalnu ravan od tvrdog čelika ili ahata, vrh jednog veoma stabilnog vertikalnog stuba (podešavanje pomoću zavrtnja za učvršćivanje i libela). Krajnje sečice A_1 i A_2 nose posredstvom stremena, koji obezbeđuju potrebnu pokretljivost, identične tasove. *Krakovi poluge su* l_1 i l_2. Poluga nosi i jednu dugu i tanku *skazaljku* čija se igla pomera ispred proizvoljnih i jednakih podeljaka. Kada je uspostavljena ravnoteža *bez opterećenja* težište G celokupnog pokretnog dela nalazi se na vertikali koja prolazi kroz O i ispod potporišta O; skazaljka je tada na nuli skale.

Teorija vage. Ograničićemo se na prost slučaj gde su tri sečice A_1, O, A_2 u istoj liniji. U G dejstvuje težina P vage bez opterećenja (sl. 15). Stavimo na tasove težine p_1 i p_2. Poluga se obrne za ugao α i uslov ravnoteže, postavljajući $OG=d$, piše se

$$p_1 l_1 \cos\alpha+Pd\sin\alpha=p_2 l_2\cos\alpha;$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{p_2 l_2-p_1 l_1}{Pd}.$$

Ravnoteža će biti uspostavljena ako se skazaljka zadrži na nuli, dakle ako je $\operatorname{tg}\alpha=0$, to jest $p_2 l_2=p_1 l_1$

Tačnost vage. Jedna vaga je *tačna* ako dva jednaka tereta stavljena na tasove održavaju vagu u ravnoteži. Dakle, ako je $p_2=p_1$, uslov $p_2 l_2=p_1 l_1$ povlači $l_2=l_1$. *Tačna vaga ima krakove poluge strogo jednake*. Ali ovaj uslov ne može biti u potpunosti ostvaren za veoma precizne vage. Treba koristiti posebne metode, nazvane *duplo vaganje*, o čemu će kasnije biti reči.

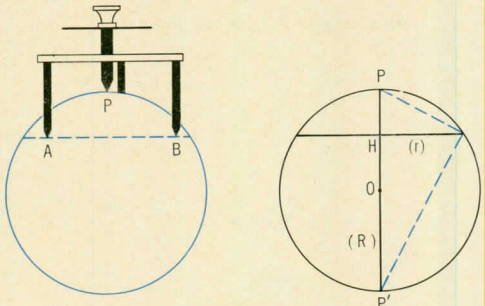
Pouzdanost vage. Ovo svojstvo je od prvorazrednog značaja; svaki merni instrument mora biti *pouzdan*. To će reći da *mora davati iste rezultate kada se ponavljaju ista merenja*.

Jedna vaga je pouzdana ako odnos $\frac{l_1}{l_2}$ ostaje strogo konstantan. Zato treba da poluga bude čvrsta, da bi se otklonio svaki rizik slučajne deformacije i svako savijanje pod dejstvom veoma velikog opterećenja. Postoji maksimalno opterećenje koje se ne sme prelaziti.

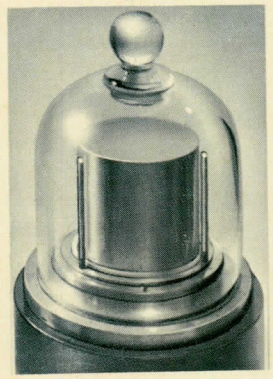
S druge strane, ivice sečica moraju biti veoma tanke i paralelne, inače bi krakovi sila sa hvatištem na bočnim sečicama pretrpeli neprihvatljive promene uslovljene položajem tereta na tasovima i položajem tasova na njihovim sečicama.

Osetljivost vage. Kaže se da je jedna vaga osetljiva na p grama, ako opterećenje p stavljeno na jedan tas daje najmanje skretanje α koje se još može registrovati. Tačnije, stavimo p u tas 2, na primer. Budući da je ugao α veoma mali (najmanji koji se može uočiti), prethodna formula postaje

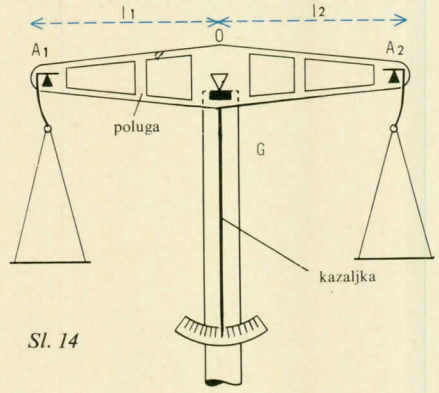
$$\alpha=\frac{pl_2}{Pd}.$$



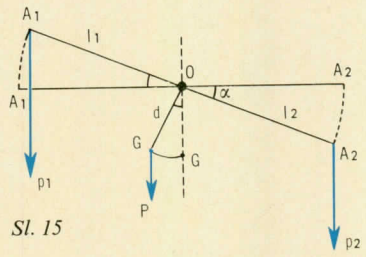
Sl. 12



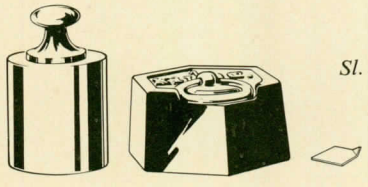
Sl. 13



Sl. 14



Sl. 15



Sl. 16

Tada se osetljivost s definiše kao $s=\frac{\alpha}{p}=\frac{l_2}{Pd}$.

Ovaj odnos pokazuje da je osetljivost obrnuto proporcionalna rastojanju d između težišta poluge i ivice sečice; osetljivost se povećava smanjivanjem ovog rastojanja; u tom cilju precizne vage imaju na poluzi iznad centralne sečice jedan zavrtanj sa maticom; podižući ili spuštajući maticu, podiže se ili spušta težište poluge i tako reguliše osetljivost.

U srazmeri sa povećanjem osetljivosti povećava se i trajanje oscilacija vage, pa usled toga vaganje postaje veoma dugo. Ovaj nedostatak se otklanja amortizacionim uređajem. Međutim, ni sa amortizerom ne može se d smanjivati ispod određene granice a da $\operatorname{tg}\alpha$ ne postane beskrajno velik pri najmanjem opterećenju; poluga se potpuno niže i za vagu se kaže da je »luda«.

Izgleda da formula pokazuje da za povećanje osetljivosti treba povećavati dužinu poluge i smanjivati njenu težinu; ova dva uslova su protivrečna, ne može se povećati dužina poluge a da se u isto vreme ne poveća njena težina; iskustvo je pokazalo da je podesno koristiti poluge kratke, lake i trouglaste. Glavni razlog je što se sa kratkim polugama izbegavaju mehaničke deformacije. Ovo pitanje deformacija poluge je važno u praksi. U prethodnim računima smo implicitno pretpostavili polugu koja se ne deformiše, jer smo postavili da dužine l_1 i l_2 ostaju nepromenljive. U stvarnosti to nije tako; prema tome osetljivost zavisi donekle od opterećenja tasova; kod preciznih merenja sva vaganja se izvode sa konstantnim opterećenjem, radeći sa istom darom.

Kutija sa tegovima. Da bismo nešto izvagali potrebno je da raspolažemo kolekcijom *tegova* etaloniranih prema standardnom kilogramu (kilogram-etalonu) (sl. 13). Kolekcija se mora odabrati tako da se dobije najveći mogući broj kombinacija sa minimumom različitih tegova. Najčešće se odabira kombinacija »1225«. Lako se uočava da se sa kutijom

1 g	2 g	2 g	5 g
10 g	20 g	20 g	50 g
100 g	200 g	200 g	500 g

mogu ostvariti sve mase-tegovi rastuće po 1 g, počev od 1 g do 1 110 g.

U praksi tegovi reda kilograma i više su zarubljene piramide od gvožđa, snabdevene jednim prstenom. Od 1 kg do 1 g to su valjci od mesinga. Od 1 g do 1 mg to su lamele od metala koji ne oksidiše; one se hvataju pomoću *pinceta* za jedan od njihovih malo savijenih uglova (sl. 16).

Metod prostog vaganja. To je običan metod koji se primenjuje kod običnih, ne mnogo osetljivih vaga, to jest kada osetljivost nije dovoljna da bi pokazala nedostatak tačnosti. Može se, dakle, pisati $l_1=l_2$ i u ravnoteži $p_1=p_2$, dakle, $m_1=m_2$. Nepoznato telo mase m stavljeno je na jedan tas; ravnoteža se uspostavlja pomoću tegova m_2 stavljenih na drugi tas.

Bordin metod duplog vaganja. U jedan tas, na primer tas 1, stavlja se telo koje želimo vagati, a u tas 2 stavlja se teret, poznat ili nepoznat, T, veći od tela i zvan »dara«. Ravnoteža se uspostavlja na nuli vage stavljanjem pored tela potrebnih tegova. Uzmimo da je M njihov zbir a m masa tela. Sa tasa 1 skine se telo i na njegovo mesto stavljaju se tegovi dok se ne uspostavi ravnoteža. Uzmimo da je M′ zbir tegova koji se nalaze na tasu. Budući da je masa M′ zamenila $M+m$ za istu ravnotežu, $M'=M+m$, ili $m=M'-M$. Vidi se da vrednost dare T nema nikakvog uticaja na izračunavanje m. Vaga bi mogla biti *potpuno* neispravna a metod bi bio valjan.

Gausov metod duplog vaganja. Nepoznata masa m stavi se na jedan tas i uspostavi ravnoteža stavljanjem tegova M_1 na drugi tas; ravnoteža se izražava sa $M_1 l_1=ml_2$. Prebaci se m na drugi tas i ravnoteža se uspostavlja pomoću tegova M_2 u drugom tasu; ravnoteža se izražava sa $ml_1=M_2 l_2$. Odatle se izvodi

$$m=\sqrt{M_1 M_2}.$$

Ovaj metod je brz i upotrebljava se naročito za upoređenje kopija standardnog kilograma.

Veoma precizne vage. Mnogobrojni i raznovrsni uređaji dozvoljavaju da se poboljša vaganje na vagama veoma velike preciznosti; kod nekih se položaj skazaljke može određivati pomoću mikroskopa. Ove vage su uvek zatvorene u staklene ormariće i njima se rukuje spolja; rukovalac je katkad veoma udaljen, kako toplota koju on oslobađa ne bi izazivala unutarnje lako strujanje vazduha koje bi moglo

Fot. Larousse.

dejstvovati na tasove. Ove vage, budući da su veoma osetljive, osciluju veoma sporo; one su snabdevene uređajem za amortizaciju oscilacija. Najzad, one su smeštene u posebnu sobu zvanu soba za vaganje, gde vlada nepromenljiva temperatura.

Merenja masa izvedena na ovaj način, spadaju među najpreciznija; moguće je da se jedan kilogram vagne sa tačnošću jednog miligrama, što odgovara preciznosti od jednog milionitog dela.

Kod svih ovih vaganja mora se izvršiti *korekcija zbog potiska* vazduha. Zaista, na svako telo stavljeno u vazduh dejstvuje Arhimedov potisak koji smanjuje njegovu prividnu težinu. Posmatrajmo prosto vaganje izvedeno na jednoj vagi u vazduhu. Konstatujemo jednakost dveju sila: jedna je realna težina izučavanog tela X umanjena za Arhimedov potisak na ovo telo; druga je realna težina tegova P umanjena za potisak f' na te tegove.

Uzmimo da su a, a' i a_0 odgovarajuće specifične mase tela, tegova i vazduha:

$$f=\frac{X}{a}a_0 \quad f'=\frac{P}{a'}a_0;$$

dakle,

$$X-\frac{X}{a}a_0=P-\frac{P}{a'}a_0,$$

i

$$X-P=a_0\left[\frac{X}{a}-\frac{P}{a'}\right].$$

Kako su X i P približno jednaki, apsolutna greška pri određivanju X je

$$X-P=a_0\ P\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{a'}\right].$$

Robervalova vaga. Robervalova vaga ima prednost što su joj tasovi iznad poluge. Ona sadrži jednu polugu AB, pokretnu oko sečice 0, i jednu šipku A′B′ nazvanu kontrapoluga, pokretnu oko jedne fiksirane osovine O′ paralelne sa O. Dve vertikalne prečke sa zglobovima u AA′ i BB′ drže tasove i održavaju u paralelnom položaju polugu i kontrapolugu. Tako dobijamo jedan paralelogram koji se može deformisati, ali čije tačke O i O′ ostaju fiksirane (sl. 17).

Kada se optereti jedan od tasova, šipke AA′ i BB′ ostaju vertikalne, a tasovi, koje one nose, ostaju horizontalni.

Rimska vaga. Pod rimskom vagom podrazumeva se jedna poluga AB pokretna oko sečice O. Druga sečica A nosi teret koji treba izvagati. Pokretni teg C može se pomerati duž graduisane šipke OB. Njegova težina p dejstvuje na krak poluge OC (sl. 18). Uzmimo da je P težina koju treba meriti; u slučaju ravnoteže, pretpostavljajući da je težište poluge u vertikalnoj ravni sečice O, imamo

$$P\times OA=p\times OC, \quad P=\frac{p}{OA}\times OC.$$

Pošto su p i OA određeni, P je proporcionalno sa OC, i OB se može graduisati direktno u jedinicama težine. Ova naprava je teška, nepodesna i male osetljivosti, ali dozvoljava da se izbegne rukovanje tegovima.

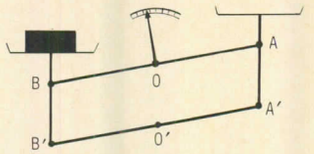
Automatske trgovačke vage. Ovi instrumenti zamenjuju sve više i više Robervalovu ili rimsku vagu; one dozvoljavaju da se izbegne rukovanje mnogobrojnim tegovima i dozvoljavaju veoma brzo vaganje, mada ne veoma precizno (sl. 19).

Prost tip sadrži jedno dosta teško telo (protivteg) Q koji se može obrtati oko ose O. Protivteg je pričvršćen za jedan valjak sa osovinom O i poluprečnikom r; čelična vrpca, pričvršćena u a, namotava se delimično na valjak i drži teret P koji treba meriti. Ako uzmemo da je težina protivtega Q a njegovo težište G, u ravnoteži (sl. 20) imamo

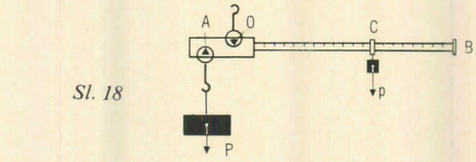
$$P\times r=OH\times Q.$$

Zamenimo P sa većim P′; protivteg se diže, G dolazi u G′ i imamo

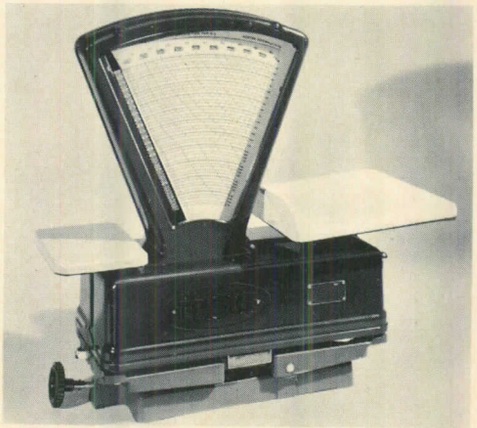
$$P'\times r=OH'\times Q.$$

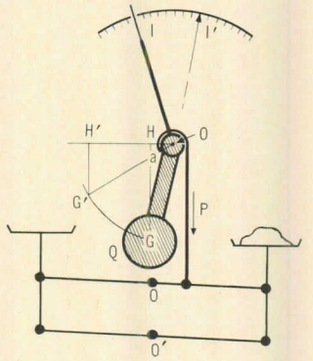


Sl. 17

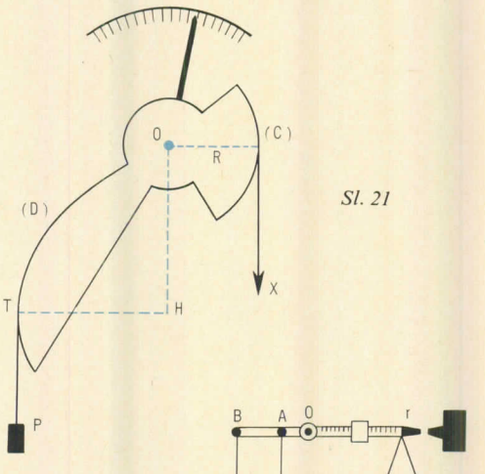


Sl. 18

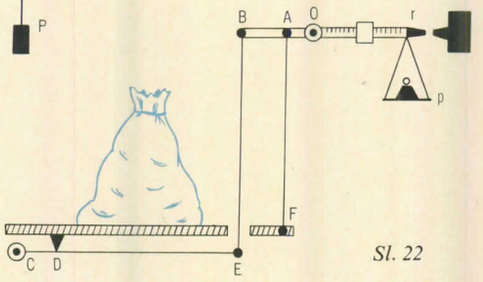

Sl. 19 — Trgovačka vaga sa kazalom.



Sl. 20



Sl. 21



Sl. 22

Vrh igle I pričvršćene za protivteg dolazi u I′ ispred jednog kazala koje se može graduisati direktno u jedinicama težine. U nekim slučajevima, na primer kod vaga za ljude i nekih decimalnih vaga, koriste se svojstva evolvente kruga, dajući jednom zupcu profil ove krive. Osovina O (sl. 21) vuče jedan metalni deo koji ima s jedne strane profil kruga C, a s druge strane profil evolvente kruga D. Jedna vrpca namotava se na C i nju vuče teret koji treba vagati. Druga vrpca namotava se na D i drži konstantni teret P. Ravnoteža se piše $X\times R=P\times HT$. Ali evolventa kruga je takva kriva da se krak poluge HT povećava proporcionalno uglu rotacije sistema α; $HT=k\alpha$. Vidi se konačno da je $X=K\alpha$. Nepoznati tereti su proporcionalni skretanju igle koja se onda može pomeriti ispred kazala sa ekvidistantnim podeljcima.

Kvintencova decimalna vaga. Ovaj oštroumni pronalazak (sl. 22) je najprostiji od svih *vaga s tasovima*. Samo su osovine O i C fiksirane i vezane za postolje uređaja. Poluga BAO sadrži jedan uređaj rimske vage (klizeću masu), tas za tegove i reper r koji dozvoljava da se uspostavi ravnoteža. Teret se stavlja na široki plato koji se oslanja u D na polugu CDE, povezanu u B pomoću šipke na zglob EB; on je s druge strane povezan u A pomoću šipke na zglob FA. Po konstrukciji $\frac{CD}{CE}=\frac{OA}{OB}$ (često $\frac{1}{10}$). Ova zglobovita celina poseduje neobična svojstva.

Plato ostaje uvek horizontalan. Ako se D spusti za h, E se spusti za $h'=h\times\frac{CE}{CD}$; B se spušta za h', i A, dakle F, se spušta za

$$h''=h'\times\frac{OA}{OB}=h\times\frac{CE}{CD}\times\frac{OA}{OB}=h.$$

Položaj tereta nema značaja. Zaista, ma gde da se stavi njegova težina P se može uvek rastaviti na dve komponente: P_D sa hvatištem u D i P_E sa hvatištem u E. Posredstvom poluga P_D se premešta u E, dakle u B, tako da je

$$P_B=P_E=P_D\times\frac{CD}{CE};\ \text{zatim u A:}$$

$$P_A=P_B\times\frac{OB}{OA}=P_D\times\frac{CD}{CE}\times\frac{OB}{OA}=P_D.$$

Sve se, dakle, dešava kao kada bi u A dejstvovala ukupna sila

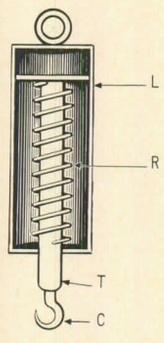
$$P_D+P_F=P.$$

Tako se ponovo dolazi na uređaj rimske vage AO, (mase stavljene na tas p računaju se uveličano).

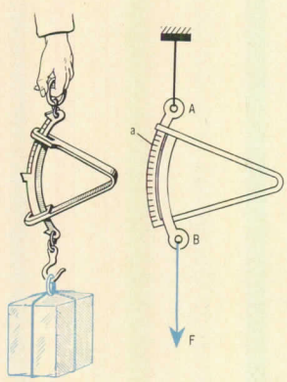
Dinamometri. Ove naprave zasnovane na elastičnim deformacijama su grube, neprecizne i posebno malo pouzdane zbog promene elastičnosti metala od kojeg je napravljena opruga, ne samo kao funkcija sukcesivnih deformacija, nego i promene elastičnosti tokom vremena.

Pomenimo, na primer, *kantar na oprugu* (sl. 23).

U cilindru L koji čini spoljni omot naprave, klizi šipka T podržavana oprugom R koja se završava kukicom C, gde se veša teret koji treba da meri P.



Sl. 23



Sl. 24

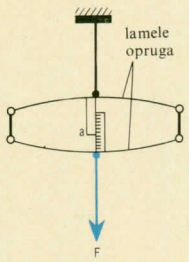
Fot. Larousse.

Opruga R se skraćuje sabijanjem, i ovo skraćivanje je približno proporcionalno sili P koja dejstvuje na kukicu. Šipka T je graduisana direktno u jedinicama težine na delu koji izlazi iz cilindra L.

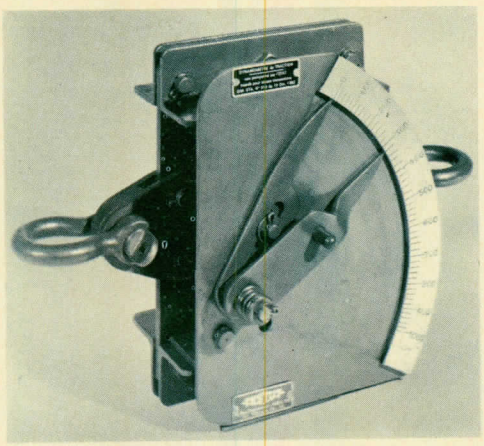
U izvesnim slučajevima opruga R se deformiše istezanjem a ne sabijanjem.

Dinamometri sa čeličnim lamelama mogu biti različiti. Na primer (sl. 24), elastična deformabilna lamela ima oblik V. Na njenim krajevima A i B zavarene su dve šipke oblika kružnog luka, snabdevene prstenovima, a koje klize jedna pored druge kada sile dejstvuju na dva prstena. Čitanje se vrši u *a* na jednoj šipki graduisanoj u kilogramima. Drugi uređaj je *Ponseleov dinamometar*.

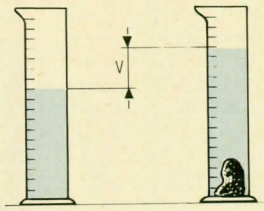
Izvesni dinamometri su namenjeni industriji, na primer *dinamometar na istezanje* (sl. 25).



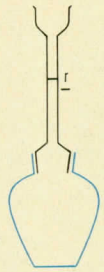
Sl. 24a



Fot. Larousse.



Sl. 26



Sl. 25

Sl. 27

MERENJE GUSTINA I RELATIVNIH GUSTINA

DEFINICIJA GUSTINE. Gustina nekog homogenog tela jeste masa jedinice zapremine toga tela. Ako telo ima masu m i zapreminu v, možemo postaviti

$$\rho=\frac{m}{v}.$$

U sistemu SI jedinica *gustine* jeste *kilogram na kubni metar* (kg/m³). Upotrebljavaju se još i druge jedinice, kao kilogram na litar ili gram na kubni centimetar.

Merenje gustine svodi se, dakle, na merenje mase i zapremine. Dok se masa određuje pomoću vage, zapremina čvrstog tela može se meriti potapajući ga u graduisanu epruvetu koja već sadrži neku tečnost, u kojoj se ono ne rastvara (sl. 26); razlika visina nivoa daje zapreminu v. Ovo merenje je, razume se, veoma grubo.

DEFINICIJA RELATIVNE GUSTINE. *Relativna gustina d*, ili *gustina* tela A u odnosu na telo B zove se odnos mase određene zapremine tela A prema masi *iste zapremine* tela B. Ova definicija važi za čvrsta tela, tečnosti i gasove. Važno je podvući da se pomenute zapremine moraju meriti u *istim uslovima temperature i pritiska*. Tela B su obično destilisana voda (za čvrsta tela i tečnosti) i suvi vazduh oslobođen ugljen-dioksida (za gasove). Uslovi su često *normalni uslovi*: temperatura 0°C; normalni pritisak živinog stuba od 76 cm.

PRINCIP MERENJA. Ako je ρ gustina tela A, a ρ' gustina tela B, dve prethodne definicije se sjedinjuju u jednačini $d=\frac{\rho\times v}{\rho'\times v}$, odakle se izvodi

$$\rho=d\times\rho'.$$

Najpre se precizno meri gustina ρ' vode ili vazduha. Da bismo dobili ρ treba izmeriti gustine d tela u odnosu na vodu ili vazduh, zatim primeniti odnos $\rho=d\times\rho'$.

To je plan koji ćemo slediti.

Gustina vode. Uzmimo jednu kocku od kvarca savršeno obrađenu i izmerimo njenu ivicu sa veoma velikom preciznošću. Izračunajmo njenu zapreminu v. Pomoću vage odredi se vrednost Arhimedovog potiska kada je ona potopljena u vodu. Odatle se izvodi, sa preciznošću vage, masa istisnute vode m.

Gustina vode je tada $\rho=\frac{m}{v}$. Na temperaturi od 4°C dobija se $\rho=1000{,}073$ kg/m³.

Može se raditi na raznim temperaturama i tako se uočava da voda ima najveću moguću gustinu na 4°C; dakle, ako se voda greje od 0°C, ona počinje da se skuplja a širi se tek posle 4°C. Priložena tablica daje nekoliko gustina vode na t°C u odnosu na gustinu vode na 4°C.

t°C	0°	4°	8°	20°	30°
d	0,999 868	1	0,9999	0,998 23	0,995 68

Gustina vazduha. Vagnimo jedan balon od nekoliko litara prethodno napunjen destilisanom vodom na 0°C; odatle se sa velikom preciznošću izvodi njegova unutrašnja zapremina v. Balon se napuni suvim vazduhom na 0°C i pod pritiskom živinog stuba od 76 cm; odatle se izvodi masa vazduha m koja zauzima zapreminu v. Treba voditi računa o Arhimedovim potiscima na balon, težini stakla i slavine balona itd. Na kraju se dobija

$$a_{0,76}=1{,}293\ \text{kg/m}^3.$$

Relativne gustine čvrstih tela. Koristi se jedna *staklena bočica za merenje gustine* (sl. 27), staklena fiola sa širokim grlićem, na koju se adaptira brušena cev snabdevena levkom i koja sadrži kapilarnu cev, na koju je usečen reper r. Kada se bočica napuni vodom ona se poravnava sa reperom; ukupna zapremina sadržana u bočici do r je prema tome konstantna. Uspostavljaju se sledeće ravnoteže:

Dara = bočica napunjena vodom + telo pored nje + m;
Dara = bočica napunjena vodom + m';
Dara = bočica u kojoj je telo i voda + m''.

Masa tela jeste $m'-m$. Masa vode koja zauzima istu zapreminu kao telo jeste $m''-m$. *Budući da sva merenja predstavljaju vaganja*, odavde se veoma precizno izvodi.

$$d=\frac{m'-m}{m''-m}.$$

Ako se telo rastvara u vodi ovaj metod se ne može primeniti. Tada se upotrebljava tečnost u kojoj se telo ne rastvara (na primer alkohol) i određuje se gustina tela u odnosu na tu tečnost, uzmimo d_1. Zatim se izmeri gustina ove tečnosti u odnosu na vodu, uzmimo d_2. Gustina tela u odnosu na vodu (kao što se lako vidi pozivajući se na definicije) jeste:

$$d=d_1\times d_2.$$

Relativne gustine tečnosti. Koristi se bočica za merenje gustine u jednom komadu (sl. 28), po upotrebi analogna onoj koju smo opisali napred za čvrsta tela.

Izvode se sledeća vaganja:
Dara = prazna bočica + m;
Dara = bočica puna tečnosti + m';
Dara = bočica puna vode + m''.

Masa tečnosti jeste $m-m'$; masa iste zapremine vode jeste $m-m''$. Tražena relativna gustina ima vrednost

$$d=\frac{m-m'}{m-m''}.$$

Relativne gustine gasova. Upotrebljava se balon od nekoliko litara koji se uvek puni u smeši vode i leda

Relativne gustine nekih elemenata

Aluminijum	2,70	Mangan	7,20
Antimon	6,70	Živa	13,595
Srebro (komprimirano posle topljenja)	10,50	Molibden	10,20
Arsen kristalni	5,73	Nikl	8,90
Barijum	3,50	Zlato (posle topljenja)	19,30
Bizmut	9,80	Paladijum	11,90
Bor	2,30	Fosfor beli	1,83
Brom	3,187	Fosfor crveni	2,34
Kadmijum	8,65	Platina kovana (posle topljenja)	21,46
Kalcijum	1,55	Olovo	11,34
Ugljenik — grafit	2,24	Kalijum	0,86
Ugljenik — dijamant	3,47 do 3,56	Rodijum (posle topljenja)	12,10
Hrom	7,10	Rubidijum	1,53
Kobalt	8,90	Silicijum kristalni	2,40
Bakar	8,94	Natrijum	0,97
Kalaj beli	7,30	Sumpor prirodni	2,07
Kalaj sivi	5,85	Stroncijum	2,60
Gvožđe elektrolitičko	7,90	Tantal	16,60
Jod	4,94	Titan	4,50
Iridijum	22,40	Tungsten	19,30
Litijum	0,53	Uran	18,70
Magnezijum	1,74	Cink	7,14

i uvek pod istim pritiskom. Uspostavljaju se sledeće ravnoteže:

Dara = prazan balon + m;
Dara = balon pun gasa + m';
Dara = balon pun vazduha + m''.

Masa gasa jeste $m-m'$; masa iste zapremine vazduha, pod istim uslovima temperature i pritiska, jeste $m-m''$. Tražena relativna gustina tada je

$$d=\frac{m-m'}{m-m''}.$$

Može se raditi pod raznim pritiscima i na raznim temperaturama; ako se nađu iste vrednosti za d, to je zato što za gas vrede isti zakoni kompresibilnosti (stišljivosti) i dilatacije (rastegljivosti), kao i za vazduh; on je aproksimativno u idealnom stanju.

Ako je gas čisto telo a ne mešavina, molekularne mase M grama, Avogadro-Amperov zakon daje približnu vrednost njegove gustine u odnosu na vazduh: $d=\frac{M}{29}$.

Primena Arhimedovog potiska. Ako je u pitanju *čvrsto telo*, važe se telo u vazduhu: neka je m njegova masa. Zatim se ono potopi u vodu i vaganjem se odredi masa istisnute vode m'. Gustina je $d=\frac{m}{m'}$.

Za tečnost uzima se bilo koje telo (komad stakla npr.) mase m. Ono se potopi u vodu i vaganjem se odredi masa istisnute vode m' Zatim se ono potopi u tečnost i odredi se masa istisnute tečnosti m''. Tražena gustina ima vrednost $d=\frac{m''}{m'}$ (sl. 29).

U svakodnevnoj praksi (gustina elektrolita akumulatora, sirupa, industrijskih tečnosti) upotrebljavaju se *denzimetri* (v. *Hidrostatika*).

Uticaj temperature. Gustina nekog čvrstog tela ili neke tečnosti na 0°C jeste $\rho_0=\frac{m}{V_0}$. Ako temperatura postane t i ako je k zapreminski koeficijent širenja, nova gustina je

$$\rho=\frac{m}{V_0(1+kt)} \quad \text{ili} \quad \rho=\rho_0\frac{1}{1+kt}.$$

Ako se radi o gasovima bliskim idealnom stanju, a koji se prema tome podvrgavaju istim zakonima kompresibilnosti i dilatacije, *gustina u odnosu na vazduh je nezavisna od temperature i pritiska*.

Na 0°C i pod normalnim pritiskom imamo

$$\rho_{0,76}=a_{0,76}\times d.$$

Ako se pređe na t°C i na pritisak živinog stuba H cm, gustina vazduha postaje

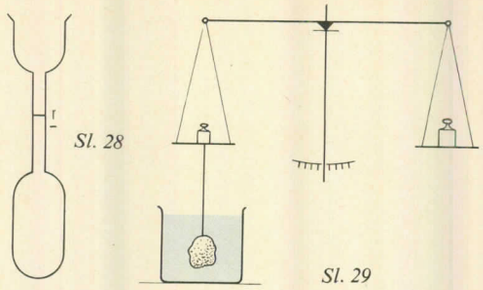
$$a_{t,H}=a_{0,76}\times\frac{H}{76}\times\frac{1}{1+\alpha t}, \quad \text{sa} \quad \alpha=\frac{1}{372}.$$

Gustina gasa biće

$$\rho_{t,H}=d\times a_{0,76}\times\frac{H}{76}\times\frac{1}{1+\alpha t}.$$

MERENJE VREMENA

PRINCIP MERENJA. Ne treba mešati dva problema. Prvi je *problem časa* koji se sastoji u tome, da se odredi tačno vreme u kome se događa neka pojava. Ovaj problem ističe značaj astronomskih opservatorija koje čuvaju tačno vreme pomoću *astronomskih časovnika* (*čuvara vremena*), budući da se do ovog vremena dolazi izučavanjem položaja zvezda. Drugi problem koji interesuje fizičara jeste problem *intervala vremena*: koliko je vremena proteklo između dve pojave, pri čemu čas u kome se odigrava svaka od njih nema nikakvog značaja.



Sl. 28

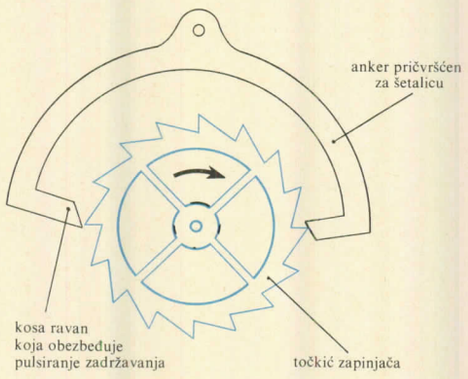
Sl. 29

Jedinica vremena u gotovo svim sistemima, a posebno u sistemu SI, jeste *sekund* (v. str. 384).

Ova vrednost je 1/86400-ti deo srednjeg Sunčevog dana, fiktivnog dana. Zvezdani dan, jedino pristupačan posmatranju, jeste interval vremena između dva sukcesivna prolaza jedne iste zvezde kroz mesni meridijan; on ima oko 86164 sekunde. 1950. srednji Sunčev dan bio je veoma tačno definisan kao 1/365,256 36042-gi deo zvezdane godine 1900.

Peščani i vodeni satovi (klepsidra). Primenjuje se proticanje peska ili vode, uzeto kao konstantno i pravilno, kroz jedan mali otvor; protekla količina (koja se može vagati) proporcionalna je vremenu. Peščani satovi se upotrebljavaju u kuhinji.

Satovi sa šetalicom. Šetalica predstavlja jedno *klatno* koje su za regulisanje hoda časovnika prvi upotrebili Galilej i Hajgens. Jedan časovnik obuhvata: *pogonski mehanizam* sa tegom ili oprugom koji pomoću prenosnog mehanizma okreće različite kazaljke ispred njihovih brojčanika (časovi, minute, sekunde); *regulacioni mehanizam* koji obuhvata u osnovi jedno fizičko klatno (ili spiralno klatno u ručnim časovnicima i hronometrima). Pri svakoj oscilaciji, to jest posle *jednakih intervala vremena* jedan zapinjač dozvoljava pogonskom mehanizmu da okrene kazaljke za jednake uglove. Neophodno je da u isto vreme zapinjač da mali impuls klatnu koje bi se bez toga zaustavilo: to je *sistem zadržavanja*, dat u vidu raznih uređaja. Pomenimo posebno anker-zapinjač (sl. 30).



Sl. 30

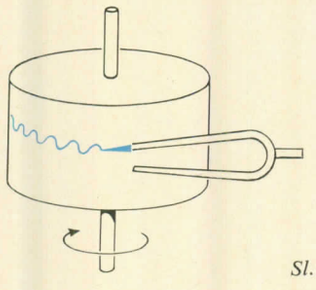
Oblik šetalice je sam po sebi više ili manje komplikovan; *šetalica sa kompenzatorom* održava isti period bez obzira na promenu temperature.

Vibracioni satovi. Regulacioni sistem predstavlja zvučna viljuška koja se u određenoj sredini održava električnim putem na strogo konstantnoj temperaturi. U Pariskoj opservatoriji zvučne viljuške vibriraju pod režimom 1000 oscilacija u sekundi; ova frekvencija odgovara jednom određenom muzičkom tonu.

Satovi sa piezo-električnim kvarcom. Jedna ploča od kvarca, izložena razlici promenljivog potencijala, steže se i širi prema smeru ove razlike potencijala; *frekvencija rezonancije* zavisi od geometrijskih dimenzija ploče i od elastičnosti kristala. Ova frekvencija je strogo konstantna i veoma visoka, reda frekvencija koje se dobijaju u oscilatornim kolima sa elektronskim triodama. Ona iznosi tri miliona u sekundi na milimetar debljine. To je struja oscilatornog kola koja pokreće kazaljke časovnika.

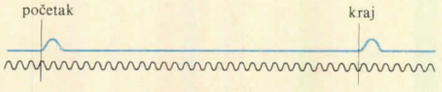
Atomski satovi. Oscilujuće telo je sastavljeno od molekula amonijaka čija frekvencija atoma iznosi više milijardi u sekundi.

Merenje dugih intervala vremena. Kada se, pri merenju nekog intervala vremena može dopustiti, apsolutna greška reda nekoliko sekundi, možemo se zadovoljiti da posmatramo sekundni brojčanik jednog časovnika ili hronometra, čiji časovi označavaju početak i kraj tog intervala. Uz malo vežbanja može se svaki od ovih časova čitati sa greškom koja ne prekoračuje jedan sekund. Može se takođe slušati i kucanje nekog klatna ili brojati oscilacije. Služimo se jednim klatnom fiksiranog perioda, obično od dve sekunde, ili klatnom kome se može regulisati period pomerajući njegovo težište u odnosu na osu oscilacije (metronom).


Sl. 31

Merenje kratkih intervala vremena. Ako greška mora biti ispod jedne sekunde, na jednu papirnu vrpcu namotanu na valjak koji se ravnomerno okreće (sl. 31) zapisuju se znakovi koji odgovaraju početku i kraju intervala vremena koji treba meriti. U isto vreme registruju se oscilacije zvučne viljuške poznatog perioda (ili kvarca za još manje intervale). Onda se broje oscilacije između znaka početka i znaka kraja (sl. 32).

Zvučna viljuška se može zameniti hronometrom koji ima pero za pisanje a koji se zove *hronograf*. Postoje i elektronski hronometri koji direktno broje oscilacije kvarca poznate frekvencije tokom intervala vremena koji treba meriti.



Sl. 32

Relativne gustine nekih gasova

(gustina u odnosu na vazduh, na pritisku 76 cm i na 0°C

Acetilen	0.905 6	Hlorovodonik	1.268 1
Amonijak	0.596 2	Vodena para (na 100°)	0.629 8
Azot	0.967 2	Para etera (na 100°)	2.586
Oksid azota N_2O	1.530 1	Vodonik	0.069 48
Oksid azota NO	1.036 6	Metan	0.554 4
Ugljendioksid	1.528 8	Kiseonik	1.105 3
Hlor	2.491	Sumporne pare	2.263 9

DIMENZIONE JEDNAČINE

OPŠTI METOD KONVERZIJE (PRETVARANJA) JEDINICA. Internacionalni sistem SI je jedini legalan u Francuskoj*, ali su u upotrebi i drugi sistemi, kao sistem es CGS, em CGS i sistem MKpS koji primenjuju mehaničari; s druge strane, mnogobrojne jedinice za merenje koje ne pripadaju nijednom sistemu još su po navici u upotrebi u izvesnim granama tehnike. Stoga je od velikog interesa da se zna realizovati konverzija jedinica.

Uzmimo:

- sistem A, u kome je jedinica mase 20 g, jedinica ubrzanja 1 m/s², jedinica sile $f=km\gamma$ sa $k=2{,}5$;
- sistem B, u kome je jedinica mase 1 cg, jedinica ubrzanja 9,81 m/s², jedinica sile $f=km\gamma$ sa $k=1$.

Koliko jedinica sile sistema B vredi jedinica sile sistema A?

Označimo sa M, Γ, F veličine, sa m_1, γ_1, f_1 merne brojeve ovih veličina u A, sa m_2, γ_2, f_2 merne brojeve ovih veličina u B. Izraz za silu pišemo u dva sistema:

$$\text{A}\quad f_1=k_1\cdot m_1\cdot\gamma_1\ ,$$
$$\text{B}\quad f_2=k_2\cdot m_2\cdot\gamma_2\ ,$$

a odnos mernih brojeva sila biće

$$\frac{f_1}{f_2}=\frac{k_1}{k_2}\cdot\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{\gamma_1}{\gamma_2}.$$

Pošto je odnos brojeva koji mere istu veličinu različitim jedinicama obrnuto proporcionalan odnosu jedinica, pišemo:

$$\frac{\text{jedin. sile B}}{\text{jedin. sile A}}=\frac{k_1}{k_2}\cdot\frac{\text{jedin. mase B}}{\text{jedin. mase A}}\cdot\frac{\text{jedin. ubrzanja B}}{\text{jedin. ubrzanja A}}$$

U izabranom primeru imaćemo

$$\frac{\text{jedinica sile B}}{\text{jedinica sile A}}=2{,}5\cdot\frac{1}{2000}\cdot 9{,}81=1{,}226\cdot 10^{-2}.$$

Jedinica sile sistema B vredi $1{,}226\cdot 10^{-2}$ jedinica sile sistema A.

Napomena. Odnos brojeva može se primeniti na jedinice samo ako je koeficijent k *jednak* 1.

DIMENZIONE JEDNAČINE. Primenimo opšti metod na poseban slučaj kada je $k=1$.

Odnos jedinica u dva sistema biće, dakle

$$\frac{\text{jedin. sile B}}{\text{jedin. sile A}}=\frac{\text{jedin. mase B}}{\text{jedin. mase A}}\cdot\frac{\text{jedin. ubrzanja B}}{\text{jedin. ubrzanja A}}.$$

Obeležimo sa F dimenziju jedinice sile;

— M — — mase;
— Γ — — ubrzanja.

Pišemo jednačinu: $F=M\cdot\Gamma$,

koja je dimenziona jednačina sile. Dimenzione jednačine se izražavaju kao funkcija osnovnih jedinica sistema SI.

Uzmimo da je:

M dimenzija jedinice mase
L — — dužine,
T — — vremena,
A — — jačine struje.

Budući da je dimenziona jednačina ubrzanja

$$\Gamma=L\cdot T^{-2},$$

dimenziona jednačina sile glasi, dakle

$$F=M\cdot L\cdot T^{-2}\ .$$

KORISNOST DIMENZIONIH JEDNAČINA. Dimenzione jednačine dozvoljavaju da se lako reše mnogobrojni problemi fizike, posebno:

a) Zamena jedinica.

Želimo da pretvorimo njutn u kilo-pond. Njutn je jedinica sile u sistemu SI, kilo-pond je jedinica sile u sistemu MKpS.

U oba sistema, sila se izražava odnosom $f=m\gamma$ sa $k=1$, pa ćemo moći koristiti dimenzione jednačine.

Jedinica mase u sistemu SI je 1 kg,

jedinica mase u sistemu MK_pS je 9,81 kg,

jedinica ubrzanja u oba sistema je 1 /s², dimenzija jedinice mase biće $M=\frac{1}{9{,}81}$, dimenzija jedinice ubrzanja biće $\Gamma=1$; pisaćemo, dakle $F=M\cdot\Gamma=\frac{1}{9{,}81}\cdot 1=\frac{1}{9{,}81}\cdot\frac{1\text{N}}{1\text{kp}}=\frac{1}{9{,}81}$, dakle $1\text{N}=\frac{1}{9{,}81}$ kp.

b) Proveravanje homogenosti formula.

Izraz za kinetičku energiju jeste

$$W=\frac{1}{2}mv^2,^{**}$$

dimenziona jednačina energije jeste ML^2T^{-2},
— — mase jeste M,
— — brzine jeste LT^{-1};

utvrđuje se da svaki član jednakosti ima istu dimenzionu jednačinu.

c) Dimenziona analiza.

Hoćemo, na primer, da postavimo obrazac koji daje period matematičnog klatna.

Neka T bude taj period; on je jednorodan (homogen) s vremenom.

Period matematičkog klatna zavisi od:
— mase klatna m;
— dužine klatna l;
— vrednost ubrzanja teže g.

Možemo, dakle, da pišemo

$$T=k.l^{\alpha}.m^{\beta}.g^{\gamma};$$

dimenzija drugog člana jednakosti biće

$$L^{\alpha}.M^{\beta}.L^{\gamma}.T^{-2\gamma},$$

ili

$$L^{\alpha+\gamma}.M^{\beta}.T^{-2\gamma}.$$

Da bi ova dva člana bila jednorodna sa vremenom treba dakle da je:

$$\alpha+\gamma=0,$$
$$\beta=0,\ \text{odakle}\ \gamma=-\frac{1}{2},\quad \alpha=\frac{1}{2}.$$
$$-2\gamma=1;$$

Jednačina perioda matematičkog klatna biće, dakle,

$$T=k\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Dimenzione jednačine

veličina	SI	CGS	Vrednost u SI	Dimenzione jednačine
dužina	metar (m)	centimetar (cm)	10^{-2}	L
masa	kilogram mase (kg)	gram mase (g)	10^{-3}	M
vreme	sekund (s)	sekund (s)	1	T
jačina struje	amper (A)	emj CGS	10	A
temperatura	Kelvinov stepen (°K)			
jačina svetlosti	sveća (Cd)			
površina	kvadratni metar (m^2)	kvadratni centimetar (cm^2)	10^{-4}	L^2
zapremina	kubni metar (m^3)	kubni centimetar (cm^3)	10^{-6}	L^3
brzina	metar na sekund (m/s)	centimetar na sekund (cm/s)	10^{-2}	LT^{-1}
ubrzanje	metar na sekund na kvadrat (m/s^2)	centimetar na sekund na kvadrat (cm/s^2)	10^{-2}	LT^{-2}
sila	njutn (N)	din (dyn)	10^{-5}	MLT^{-2}
energija, rad količina toplote	džul (J)	erg	10^{-7}	ML^2T^{-2}
snaga	vat (W)	erg na sekund	10^{-7}	ML^2T^{-3}
pritisak	paskal (Pa)	bar	10^{5}	$ML^{-1}.T^{-2}$
viskoznost dinamička	poazej (Pl)	poaz (Po) (p)	10^{-1}	$ML^{-2}T^{-1}$
viskoznost kinematička	m^2/s	stoks (St)	10^{-4}	L^2T^{-1}
elektromotorna sila, razlika potencijala, napon	volt (V)	emj CGS	10^{-8}	$ML^2T^{-3}A^{-1}$
električni otpor	om (Ω)	emj CGS	10^{-9}	$ML^2T^{-3}A^{-2}$
naelektrisanje	kulon (C)	emj CGS	10	AT
električni kapacitet	farad (F)	emj CGS	10^{9}	$M^{-1}L^{-2}T^4A^2$
električna induktivnost	henri (H)	emj CGS	10^{-9}	$ML^2T^{-2}A^{-2}$
magnetski fluks	veber (Wb)	meksvel (M)	10^{-8}	$ML^2T^{-2}A^{-1}$
magnetska indukcija	tesla (T)	gaus (G)	10^{-4}	$MT^{-2}A^{-1}$
električno polje	volt na metar (V/m)	emj CGS	10^{-6}	$MLT^{-3}A^{-1}$
otpornost	om-metar (Ω.m)	emj CGS	10^{-11}	$ML^3T^{-3}A^{-2}$
magnetomotorna sila magnetski potencijal	amper-navojak (An)	žilber	10	A

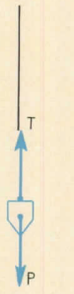
*) Taj sistem je ozakonjen i u SFRJ. — Prim. redaktora.

**) Iz tehničkih razloga, koristili smo dva simbola: D i V za date fizičke veličine.

TEŽINA I PADANJE TELA

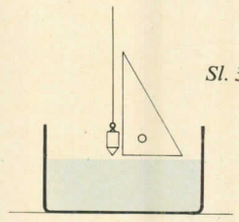
SILA TEŽE ILI TEŽINA. *Sila* se definiše kao uzrok koji ima sposobnost da izazove ili da modifikuje neko kretanje, ili da proizvede deformacije elastičnog tela. Ako bacimo jedan kamen uvis, on pada natrag na zemlju: njegovo početno kretanje je modifikovano; prepušten sam sebi, on pada, kretanje je izazvano; obešen na jednu oprugu on menja njenu dužinu. Na površini Zemlje na telo dejstvuje *sila teže*. Silu karakteriše nekoliko elemenata: njen pravac i njen smer, njena napadna tačka, njen intenzitet. Možemo je, dakle, matematički predstaviti *vektorom*.

PRAVAC I SMER TEŽE. VISAK. Obesimo jedno ne tako veliko telo o konac; dobijamo visak. Na telo dejstvuje njegova težina P i napon konca T, usmeren duž konca. Ove dve sile mogu biti u ravnoteži samo ako su suprotnog smera na istom pravcu — nosaču. Dakle, ako je visak u ravnoteži zategnuti konac daje pravac težine tela (sl. 33). Ovaj pravac svih težina i viska zove se *vertikala* mesta. Težina je *vertikala, usmerena odozgo nadole*.

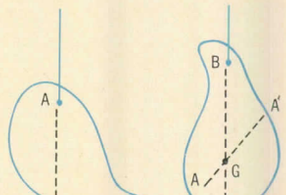


Sl. 33

Jedan prost ogled (sl. 34) pokazuje da je vertikala normalna na slobodnu površinu tečnosti u mirovanju; ova slobodna površina definiše onda *horizontalnu ravan* mesta. U unutrašnjosti jedne sobe može se smatrati da su vertikale paralelne među sobom. U stvarnosti, međutim, one sve konvergiraju prema centru Zemlje; dva viska udaljena 30 m jedan od drugog zatvaraju međusobno ugao od 1″.


Sl. 34

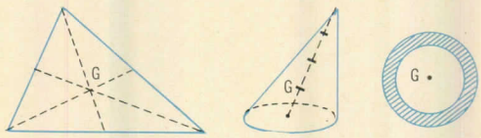
NAPADNA TAČKA (HVATIŠTE) TEŽINE. TEŽIŠTE. Zamislimo da je neko telo podeljeno na veoma veliki broj malih čestica; na svaku od njih dejstvuje njena težina. Ukupna težina tela biće rezultanta svih ovih paralelnih i vertikalnih sila, rezultanta sa napadnom tačkom u *centru paralelnih sila*. U slučaju teže ovaj centar je *težište* G.



Sl. 35

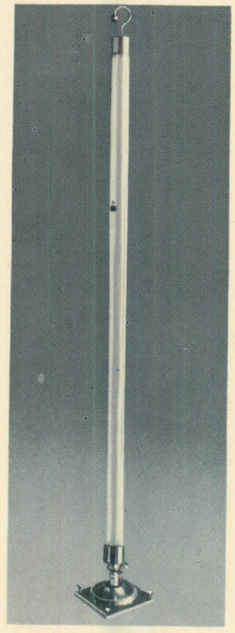
G se može lako odrediti eksperimentalno. Isecimo bilo kakvu površinu od čvrstog kartona i napravimo visak vešanjem ove površine na jedan konac u A (sl. 35). Povucimo produžetak vertikale AA′; G se nalazi na AA′; dovoljan je još jedan ogled, (ili više ukoliko se želi proveravati) da bi presek BB′ sa AA′ dao G.

Kod tela sa centrom simetrije (lopta, kocka, romb) težište se poklapa sa centrom simetrije. Kod trougla G je u preseku medijana (sl. 36). Kod piramide ili kupe G je na četvrtini duži koja spaja težište osnovice sa vrhom. Kod prstena G je *izvan* teške materije.

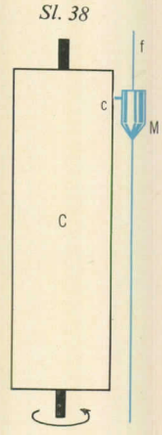


Sl. 36

INTENZITET TEŽINE TELA. Vrednost težine nekog tela određuje se pomoću *dinamometra*, *kantara* a pre svega pomoću *vage*; ovi uređaji su bili predmet posebnog poglavlja. Jedan dinamometar dovoljno osetljiv pokazao bi da težina jednog istog tela ne ostaje strogo konstantna ako telo pomeramo po površini Zemlje, bilo po visini bilo po širini. Ove promene su neznatne i najčešće se zanemaruju: smanjenje za 1/200 kada se dođe od pola na ekvator, ili kada se popnemo na 16 km visine.


Sl. 37

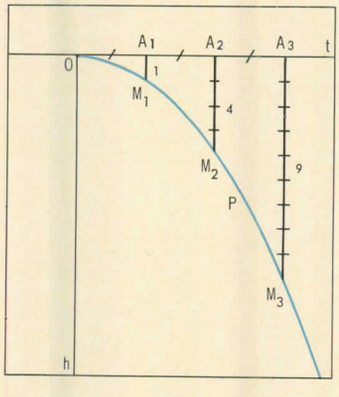
ISTRAŽIVANJE ZAKONA SLOBODNOG PADANJA. Ako se neko telo prepusti samo sebi a da mu se ne da bilo kakav impuls, ono pada po vertikali, *slobodnim padanjem*. Do zakona slobodnog padanja doći ćemo ako povežemo pređeni put h sa utrošenim vremenom t; odgovarajuća formula $h=f(t)$ daće *zakon puteva*. Odatle ćemo derivacijom izvesti *zakon brzina* $v=\frac{dh}{dt}=f'(t)$.



Sl. 38

Eliminisanjem t dobićemo brzinu kao funkciju visine padanja.

Uzmimo da dve identične osobe skaču zajedno sa nekog zidića na zemlju. Budući da su one identične, njihov zakon padanja je isti; one ostaju uvek jedna pored druge za vreme padanja; dakle, ako se one drže za ruke, ništa se neće izmeniti. Tako se one mogu posmatrati kao jedan predmet čija je težina udvostručena. Odatle sledi veoma važan zaključak: *kod slobodnog padanja zakon kretanja je nezavisan od težine tela*. Ovo strogo važi u vakuumu. Međutim, list papira padaće polaganije od čelične kuglice ako se ova dva predmeta ispuste u vazduhu.



Sl. 39

Ogled sa Njutnovom cevi. U jednoj staklenoj cevi (sl. 37) nalazi se čelična kuglica i ptičje pero. Ako se ona naglo prevrne tela padaju, ali čelična kuglica pada brže od pera. Ponovimo ogled nakon stvaranja vakuuma u cevi. Tada konstatujemo da kuglica i pero padaju zajedno: *u vakuumu za sva tela važi isti zakon padanja*. Međutim, može se videti da kuglica pada približno na isti način kao u vazduhu. Dakle, da bismo našli jedinstven zakon padanja u vakuumu, zajednički svim telima, izučavamo padanje nekog tela velike gustine (čelik, olovo, gvožđe) u vazduhu.

Naprava generala Morena. Ova naprava ima istorijski značaj jer se kod nje među prvima koristi grafičko registrovanje jedne fizičke pojave (originalna ideja potiče od Ponselea). Ona se sastoji od valjka C, visine oko 1 m, koji se može ravnomerno okretati oko jedne vertikalne osovine (sl. 38), pod dejstvom motora snabdevenog regulatorom na krilca. Na valjak se pričvrsti jedan list papira. Ispred valjka zategnuta je vertikalna žica f, koja služi kao vođica masi M velike gustine (železo ili olovo), za koju se traži zakon padanja. Ova masa povlači olovku c na oprugu koja pritiskuje na papir valjka.

Radi se u tri razdela. Kada je valjak nepokretan telo pri padanju opisuje vertikalu Oh. Zatim, kada se valjak okreće a telo ne pada, dobija se trag Ot koji može biti uzet kao osa vremena, jer je okretanje valjka ravnomerno. Najzad, kada se valjak okreće telo pri padanju opisuje izvesnu krivu P (sl. 39). Kada se papir odmota povuku se ekvidistantne vertikale $A_1M_2\ldots$, čije dužine predstavljaju visine padanja h tokom vremena $t=t_1, 2t_1, 3t_1\ldots$ Primećuje se da su visine h A_1M_1, $2^2A_1M_1$, $3^2A_1M_1\ldots$ Odatle se konačno izvodi da je $h=kt^2$, gde je k konstanta koja se eksperimentalno može odrediti dosta grubo.

U stvarnosti operacija je nešto malo složenija, jer se početak krive P ne nalazi tačno u tački O preseka u početku povučenih osa.

ZAKON SLOBODNOG PADANJA. Formula $h=kt^2$ daje prvi zakon.

Zakon puteva: pri slobodnom padanju pređeni putevi su proporcionalni kvadratima vremena utrošenih za njihovo savladivanje.

Brzina se dobija derivacijom po vremenu: $v=2kt$.

Zakon brzina: pri slobodnom padanju brzine su proporcionalne trajanju padanja.

Ubrzanje se dobija novom derivacijom: $\gamma=2k$. Ono je konstanta. Kako postoji samo jedan zakon padanja u vakuumu za sva tela, ovo ubrzanje obeležava se sa g (gravitacija) i zove se *ubrzanje sile teže*. U Parizu $g=9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$.

Budući da je $k=\frac{g}{2}$ formule slobodnog padanja glase:

$$h=\frac{1}{2}gt^2; \qquad v=gt; \qquad g=9{,}81\ \mathrm{m/s^2}.$$

Hronofotografski metod. Ovaj metod, precizniji, eliminiše većinu grešaka prouzrokovanih trenjem koje ograničava preciznost ostalih metoda.

Sjajna metalna kuglica, jako osvetljena električnim lukom, pada vertikalno ispred jedne crne i mat podloge. Ova sjajna metalna kuglica se ponaša kao konveksno ogledalo malog poluprečnika i daje virtualan tačkasti lik izvora svetlosti, smešten u blizini njenog centra. Napred je postavljen fotografski aparat koji ima osetljivu ploču i jedan zastor, napravljen od diska sa ekvidistantnim rupama, koji se okreće konstantnom brzinom (sl. 40). Posle razvijanja ploče dobija se niz crnih likova; to su fotografije položaja koje zauzima centar kuglice za vreme padanja na kraju jednakih intervala vremena. Ovi likovi nisu tačkasti već čine više ili manje izdužene crte, jer se kuglica pomera i za vreme trajanja svakog fotografisanja. Treba polaziti uvek od istog

Fot. Larousse.

kraja likova pri merenju rastojanja d. Konstatujemo da ova rastojanja d_1, d_2 rastu u aritmetičkoj progresiji. Zna se da je ovo svojstvo karakteristika kretanja sa konstantnim ubrzanjem.

Potražimo diferenciju ove progresije. Ako sa θ obeležimo interval konstantnog vremena koje protekne između početaka uzastopnih fotografisanja, a sa d vrednost odgovarajućih *realnih* puteva,

$$d_k = \frac{1}{2} g (t+\theta)^2 - \frac{1}{2} gt^2 = \frac{1}{2} g (\theta^2 + 2\theta t);$$

$$d_{k+1} = \frac{1}{2} g (t+2\theta)^2 - \frac{1}{2} g (t-\theta)^2 = \frac{1}{2} g (3\theta^2 + 2\theta t).$$

Odatle se izvodi

$$d_{k+1} - d_k = g\theta^2 = \text{const.}$$

Ova diferencija se može meriti *pošto d predstavlja realne puteve* (treba poznavati fotografsko uvećavanje); θ se može odrediti tačno iz rotacije motora. Može se, dakle, izračunati tačna vrednost g.

Metod usporenog padanja. Galilej je izučavao neposredno slobodno padanje koristeći krivi toranj u Pizi. Ali brzine su velike i položaje tela koje pada teško je posmatrati. On je tad izmislio metod usporenog padanja pomoću *strme ravni*. Jedna ravan zatvara ugao α sa horizontalnom ravni (sl. 41). Pusti se da telo A klizi bez trenja (nasapunjana uglačana daska). Težina P tela može biti rastavljena na silu Q normalnu na ravan, neposredno uravnoteženu sa normalnom reakcijom R ravni na telo i na silu F paralelnu ravni koja predstavlja pogonsku silu kretanja. Slični trouglovi, očevidni na slici, pokazuju da je $F = P \sin \alpha$. Za dosta male nagibe ravni klizanje tela je dosta sporo i može se precizno izučavati. Tada se lako utvrđuje da je ovo kretanje ravnomerno ubrzano, sa konstantnim ubrzanjem γ, to jest da za pređene puteve važi zakon

$$l = \frac{1}{2} \gamma t^2.$$

Ubrzanje γ zavisi od nagiba ravni. Menjajući ovaj nagib nalazi se da je $\frac{\gamma}{\sin} = \text{const}$. Galilej je odatle izveo da ovo važi i za vertikalno padanje, što odgovara $\alpha = 90°$. Imamo, dakle,

$$\frac{\gamma}{\sin \alpha} = \frac{g}{\sin 90°} = g.$$

PADANJE AVIONSKE BOMBE. Uzmimo da avion A leti horizontalno na visini h brzinom V. U trenutku $t=0$ on ispušta bombu koja, da bi pala na zemlju, utroši vreme t dato formulom $h = \frac{1}{2} gt^2$ (sl. 42). Tokom tog vremena avion preleti rastojanje $l = Vt = V\sqrt{\frac{2h}{g}}$. Napomenimo da posmatraču u avionu izgleda da je bomba uvek ispod aviona; zbog otpora vazduha to nije sasvim tako, pošto se rezonovanje odnosi na padanje u vakuumu. Za

$$V = 720\,\text{km/h} = 200\,\text{m/s},$$

$$h = 1962\,\text{m}, \quad g = 9{,}81\,\text{m/s}^2;$$

nalazimo $l = 4000\,\text{m}$, a trajanje padanja $t = 20\,\text{s}$. Otpor vazduha čini da je rastojanje OB znatno umanjeno.

KRETANJE PROJEKTILA U VAKUUMU. Kod slobodnog padanja zakon brzine je izražen obrascem $v = gt$. Ako sada bacimo telo prema dole sa početnom brzinom v_0, ova brzina se održava i obrazac postaje $v = gt + v_0$. Zakon puteva takođe se modifikuje i postaje posle integralenja $h = \frac{1}{2} gt^2 + v_0 t$, ako je $h = 0$ za $t = 0$. Primenićemo ovaj obrazac (sa drugim obeležavanjem) na problem gađanja.

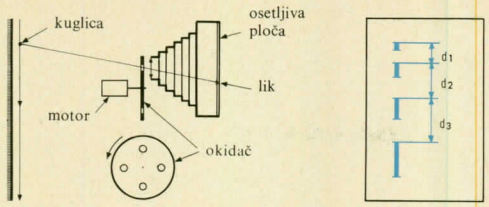
Uzmimo da jedan top izbaci projektil (sl. 43) početnom brzinom v_0, pod uglom gađanja α. Pošto je komponenta v_0 duž vertikalne ose OZ $v_0 \cdot \sin \alpha$, i napominjući da je osa OZ suprotnog smera od ubrzanja g, jednačina kretanja duž vertikale glasi $z = -\frac{1}{2} gt^2 + v_0 t \sin \alpha$.

Horizontalna brzina $v_0 \cdot \cos \alpha$ se održava (teža ne dejstvuje u tom smeru); dakle $x = v_0 t \cos \alpha$. Eliminišući t dobijamo jednačinu putanje:

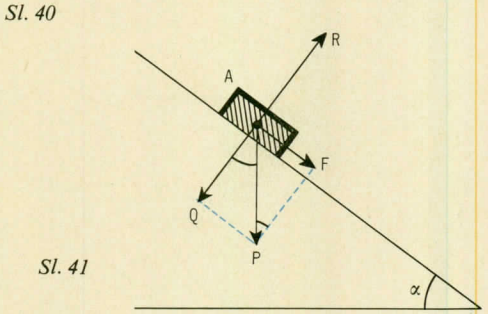
$$\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} - x \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + z = 0,$$

koja je *parabola* P.

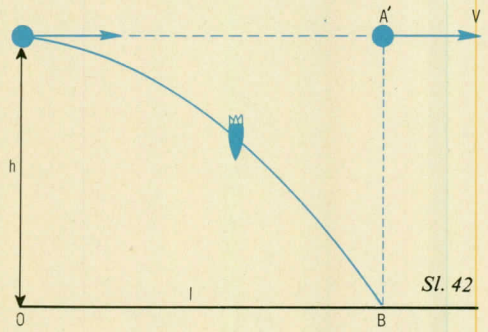
Domet OA dobija se kada u prethodnom obrascu



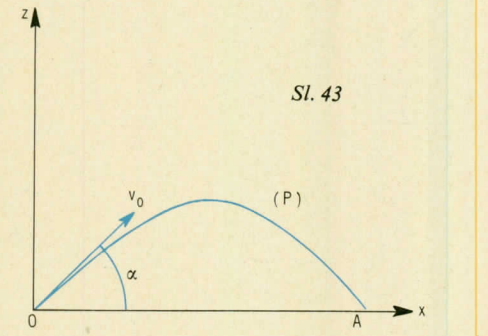
Sl. 40



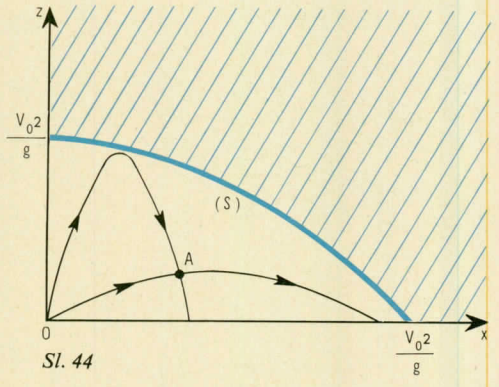
Sl. 41



Sl. 42



Sl. 43



Sl. 44

stavimo $z=0$; tada je $OA = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. Vidi se da će on biti maksimalan za $\sin 2\alpha = 1$, ili $\alpha = 45°$. *Maksimalni domet dobija se pri gađanju pod uglom od* 45°; njegova vrednost iznosi $\frac{v_0^2}{g}$.

Problem gađanja sastoji se u iznalaženju ugla gađanja α koji obezbeđuje pogađanje unapred date tačke A sa koordinatama x, z. Prethodna jednačina lako se izražava kao funkcija tg α:

$$\frac{gx^2}{2v_0^2} \operatorname{tg}^2 \alpha - x \operatorname{tg} \alpha + z + \frac{gx^2}{2v_0^2} = 0.$$

To je jednačina drugog stepena po tg α koja daje, dakle, dva ugla gađanja; predmet A ćemo pogoditi bilo ulaznom bilo silaznom granom putanje, u posebnom slučaju na sl. 44.

Ali problem je moguć samo ako je diskriminanta jednačine pozitivna, što dovodi do

$$z + \frac{gx^2}{2v_0^2} < \frac{v_0^2}{2g}.$$

Ovaj uslov govori da predmet A mora biti unutar jedne parabole čija je jednačina $z + \frac{gx^2}{2v_0^2} = \frac{v_0^2}{2g}$, zvane *parabola sigurnosti* S. Izvan nje nijedna tačka ne može biti pogođena. Zato bi trebalo povećati početnu brzinu projektila v_0, koja je u čitavom problemu pretpostavljena kao konstantna.

Zbog otpora vazduha dometi su mnogo manji od onih koje smo izračunali.

OSNOVNI POJMOVI MEHANIKE

MASA TELA I OSNOVNI OBRAZAC. Galilejev ogled usporenog padanja pomoću strme ravni pokazao je da je ubrzanje tela koje klizi $\gamma = g \sin \alpha$. S druge strane, vučna pokretna sila duž ravni je $F = P \sin \alpha$. Vidimo da ma kakav bio nagib ravni α, uvek imamo

$$\frac{F}{\gamma} = \frac{F'}{\gamma'} = \ldots = \frac{P}{g}$$

za dato telo težine P.

Zajednička vrednost svih ovih količnika jeste karakteristika nazvana *masa m*. Odatle se izvodi *osnovni obrazac mehanike*: $\vec{F} = m\vec{\gamma}$, ili za posebni slučaj teže,

$$P = mg.$$

Vidimo da je masa mera *inercije-otpora koje telo pruža promeni svog vlastitog položaja*, kada na njega dejstvuje jedna sila: za datu silu F, ukoliko je m veće utoliko je γ manje. Treba imati na umu da je obrazac vektorski.

JEDINICE MASE I SILE. Jedinica mase u sistemu SI je *kilogram*; etalon je bio definisan na str. 384. Ako se u osnovnom obrascu $F = m\gamma$, stavi $m = 1\,\text{kg}$, a $\gamma = 1\,\text{m/s}^2$, dobićemo

$$F = 1.$$

Tako definisana jedinica sile jeste *njutn* (N); to je konstantna sila koja treba da dejstvuje na masu od 1 kg da bi joj dala ubrzanje od $1\,\text{m/s}^2$. U Parizu masa od 1 kg teži

$$P = 1 \times 9{,}81 = 9{,}81\,\text{N}.$$

Na drugom mestu, gde g nije isto, težina *iste mase* biće različita. Vidimo da ne treba brkati masu i težinu: masa je koeficijent inercije-otpora promeni položaja; težina je, među svim silama koje dejstvuju na tela, posebna sila teže. Nekad je upotrebljavan din: $1\,\text{N} = 10^5$ dina. Imajmo na umu da je 1 njutn približno jednak težini mase od 100 grama.

Matematičko razvijanje jednačine

$$\vec{F} = \overrightarrow{m\gamma}$$

čini sadržaj *Njutnove mehanike*. Dobijeni zaključci dobro se slažu sa svakodnevnim ogledima. Ali postoje i druge mehanike: relativistička, kvantna, talasna, koje vode računa o izvesnim pojavama neobjašnjivim pomoću Njutnove mehanike (ili klasične mehanike).

ZAKON INERCIJE. Osnovni obrazac pokazuje da, ako na telo čija masa nije jednaka nuli, $m \neq 0$, ne dejstvuje nikakva sila, imamo $\vec{F}=0$; odakle sledi $\vec{\gamma}=0$. Ubrzanje nula pretpostavlja konstantnu brzinu: $\vec{v}=$ const. Ali konstantni vektor ima stalni pravac i konstantan intenzitet. *Kada na telo ne dejstvuje nikakva sila, ono se kreće pravolinijski i ravnomerno.* Mirovanje je poseban slučaj kod kojeg je brzina stalno jednaka nuli.

Proveravanje pomoću Etvudove mašine. Ova naprava sastoji se od jednog veoma lakog kotura koji se može okretati oko horizontalne ose (sl. 45). Jedan tanki konac, prebačen preko kotura, drži dve jednake mase M; jedna od njih kreće se ispred graduisanog vertikalnog lenjira. Na nju se mogu staviti dodatne mase m. Ako dodatak nije suviše velik, sistem se kreće polako i može se lako izučavati; to je pravo usporeno padanje.

Pokretna sila potiče od težine dodatka m, jer bi bez njega dve mase M bile u ravnoteži; uzmimo da je $F=mg$. Masa koju vuče ova sila je $2M+m$, pošto su kotur i konac veoma laki. Prema osnovnom obrascu sistem mora dobiti ubrzanje γ tako da bude

$$mg=(2M+m)\gamma.$$

Analizirajući potpuno sistem masa i konca, koji je deformabilan, dolazi se do istih rezultata. Ogled dozvoljava da se uoči da kretanje ima konstantno ubrzanje (mere se putevi pređeni tokom različitih vremena) i da ovo ubrzanje odgovara tačno prethodnoj vrednosti.

Pomoću Etvudove mašine mogu se izvesti mnogobrojni drugi ogledi povezani sa ravnomerno ubrzanim kretanjem i sa obrascem $F=m\gamma$.

ROTACIJA TELA. Uzmimo čvrsto telo (C) koje se obrće oko ose ZZ' (sl. 46). Rotaciono kretanje je poznato ako se ugao rotacije θ može izraziti kao funkcija vremena. $\theta=f(t)$. Izvod po vremenu biće ugaona brzina θ', a brzina v čestice mase m, smeštene na rastojanju r od ose, imaće vrednost $v=r\theta'$. *Tangencijalno* ubrzanje biće $\gamma=v'=r\theta''$. Ako je F komponenta pokretne sile *duž* v, osnovni obrazac se piše $F=m\gamma=mr\theta''$. Uzmimo da je moment sile F u odnosu na osu Γ_0; to je takođe u odnosu na tu osu moment ukupne sile koja dejstvuje na m i čija je F komponenta: $\Gamma_0=Fr=mr^2\theta''$. Za celo telo (C) ukupni moment svih dejstvujućih sila biće

$$\Gamma=\Sigma\Gamma_0=\Sigma mr^2\theta''.$$

Ali, pošto telo ne menja svoj oblik, ono se okreće kao celina i vrednosti θ, θ', θ'' su iste za sve tačke; stavimo θ'' kao faktor:

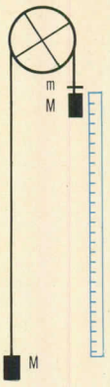
$$\Gamma=\theta''\ \Sigma mr^2,$$

ili $\Gamma=J\theta''$, stavljajući $J=\Sigma mr^2$.

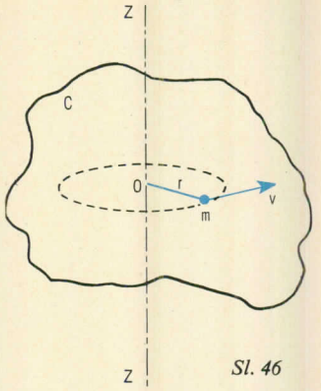
Treba izračunati J u svakom pojedinom slučaju; ova veličina J naziva se *moment inercije* tela u odnosu na osu zz'.

MOMENTI INERCIJE. Izračunavanje momenata inercije može biti manje ili više teško. Za obruč, čija je masa M praktično raspoređena na kružnici poluprečnika R, imaćemo $J=MR^2$ (sl. 47). Moment inercije homogenog diska poluprečnika R u odnosu na njegovu osu jeste $J=\frac{1}{2}MR^2$. Moment inercije lopte u odnosu na jednu od njenih osa jeste $J=\frac{2}{5}MR^2$.

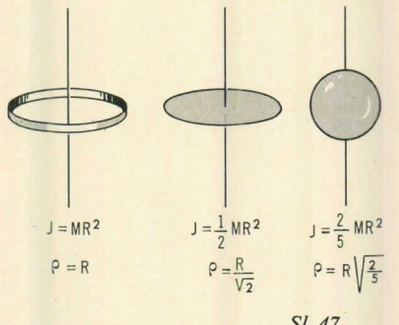
Često se primenjuje Hajgensova teorema: moment inercije u odnosu na neku osu zz' jednak je momentu inercije u odnosu na osu paralelnu sa zz' koja prolazi kroz težište tela, uvećanom za proizvod mase tela i kvadrata rastojanja ove dve ose (sl. 48). *Poluprečnik*



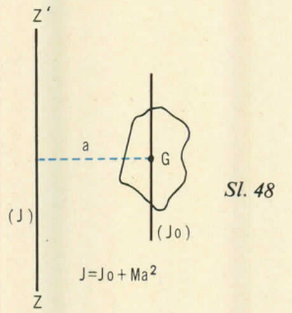
Sl. 45



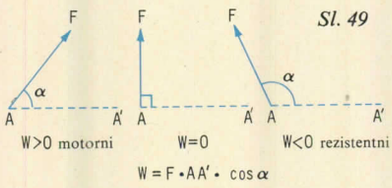
Sl. 46



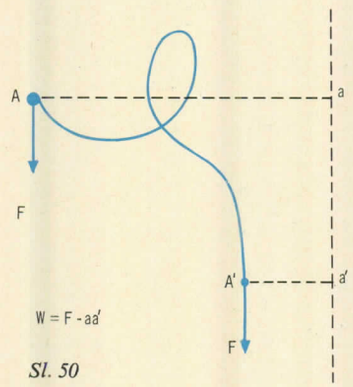
Sl. 47



Sl. 48



Sl. 49



Sl. 50

inercije ρ naziva se dužina ρ definisana odnosom $J=M\rho^2$. Slike daju njenu vrednost u napred označenim slučajevima.

RAD SILE. Kada podignemo neki teret mišići obave rad: sila koju upotrebljavamo se pomera. Uopštićemo ovaj pojam pri posmatranju sile F, konstantne veličine i pravca (sl. 49), koja pomera svoju napadnu tačku iz A u A', pravac sile zatvara sa pravcem pomeranja ugao α. Rad ćemo definisati sa

$$W=F\cdot AA'\cos\alpha.$$

Ako je $0 \leqslant \alpha < 90°$, sila se pomera napred, W je pozitivno i rad je *motorni* (pokretački); ako je $\alpha=90°$, rad je jednak nuli: sila, čije je pomeranje napadne tačke normalno na nosač sile, ne radi; ako je $90° \leqslant \alpha \leqslant 180°$, sila se povlači nazad, rad je *rezistentan* i negativan.

U sistemu SI, gde je F dato u njutnima, AA' u metrima, W se izražava u džulima (J). Upotrebljava se i *kilo-džul*, koji vredi 1000 džula. Korišćen je isto tako i erg: 1 džul $=10^7$ erga.

Treba napomenuti, ako je sila F konstantna po veličini i pravcu, pomeranje AA' ne mora biti pravolinijsko; posmatra se projekcija realnog pomeranja na jednoj pravoj paralelnoj nosaču sile (sl. 50); za slučaj na slici, $W=F\times aa'$.

SNAGA MOTORA. Kada se kola penju na brdo, motor diže kola i vrši izvestan rad. Ako su kola brza, ovaj rad će biti obavljen brzo, i kaže se da je motor snažan. *Neki motor je utoliko snažniji — jači, ukoliko brže obavi dati rad.* Uzmimo da je W rad koji treba obaviti, t odgovarajuće vreme; snaga će biti definisana kao $P=\frac{W}{t}$. Ako W izrazimo u džulima, t u sekundama, dobićemo P u *vatima*. Za velike instalacije koristi se *kilovat* (10^3 vati). Jedna veoma stara jedinica snage, ali inkoherentna, još je u upotrebi u izvesnim granama industrije: to je konjska snaga (KS) koja iznosi 736 vati; tu spada i snaga motora sposobnog da podigne u jednoj sekundi na jedan metar visine masu od 75 kg.

Vat-čas nije jedinica snage: to je količina rada koji proizvede snaga jednog vata tokom jednog časa, i iznosi 3600 džula; često se upotrebljava *hektovat-čas* i *kilovat-čas*.

MEHANIČKA ENERGIJA. Pojam energije je jedan od najplodnijih u fizici, zahvaljujući sintezama koje on omogućava. Uopšteno kaže se da *jedan sistem poseduje energiju kada može obavljati rad.*

Teg $P=mg$ satnog mehanizma može obaviti, spuštajući se za visinu h rad $W=mgh$. Kaže se da on poseduje potencijalnu energiju E_p, koju on gubi srazmerno svom spuštanju. Ali može se zamisliti kada je dole da bi se sa dužim lancem i dalje spuštao; on, dakle, poseduje još potencijalnu energiju $E_p'<E_p$. Možemo uočiti samo *promenu potencijalne energije*:

$$E_p-E_p'=mgh.$$

Snažni udarac čekićem, bačeni kamen, svako telo u pokretu mogu obaviti rad. Oni, dakle, poseduju energiju povezanu sa njihovom brzinom, nazvanu zbog toga *kinetička energija*. Telo mase m i translatorne brzine v poseduje kinetičku energiju $E_k=\frac{1}{2}mv^2$.

Telo momenta inercije J i ugaone brzine ω poseduje kinetičku energiju $E_k=\frac{1}{2}J\omega^2$.

(Ranije se izraz mv^2 zvao *živa sila*). Teorema kinetičke energije (ranije teorema žive sile) glasi da je *promena kinetičke energije jednog sistema u pokretu jednaka radu spoljnih sila koje dejstvuju na sistem tokom odgovarajućeg vremena.*

Na primer, čekić mase $m=0{,}5$ kg, brzine $v=10$ m/s, moći će obaviti, ako se potpuno zaustavi, rad od 25 džula: ali ako on odskoči brzinom od 2 m/s, on će obaviti samo rad od 24 džula. Obruč mase $M=1000$ kg i poluprečnika $R=1$ m ($J=1000$), koji pravi 5 obrtaja u sekundi ($\omega=31{,}4$), moći će obaviti, ako se potpuno zaustavi, rad od oko 500 kilo-džula.

Teorija relativnosti pokazuje da je i inertna materija — masa oblik energije, prema relaciji $E=mc^2$, gde je m masa a c brzina svetlosti u vakuumu; $c=3\cdot10^8$ m/s. Međutim, u ovoj teoriji masa se menja sa brzi-

nom v, suprotno onome što uči klasična Njutnova mehanika.

Ako je m_0 masa u mirovanju, imamo $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

Ako se telo kreće, njegova energija biće

$$E=mc^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=m_0c^2+\frac{1}{2}m_0v^2+\ldots$$

Prvi član predstavlja relativističku masenu energiju, a drugi član klasičnu kinetičku energiju; ali ima i drugih članova. Masena energija je znatna; potpunom anihilacijom 1 gram materije dao bi energiju od 90 milijardi kilo-džula; to je ono što se događa za vreme eksplozije atomske bombe.

OČUVANJE MEHANIČKE ENERGIJE. Ovo očuvanje izražava se činjenicom da *u jednom izolovanom mehaničkom sistemu ukupna energija* E_p+E_k *ostaje konstantna*. Uzmimo veoma prost slučaj tela u mirovanju energije E_p. Pustimo ga tad da padne za visinu h. Njegova potencijalna energija se smanjila i iznosi $E_p'=E_p-mgh$. Ali ono je dobilo kinetičku energiju $E_k'=\frac{1}{2}mv^2$. Obrasci $h=\frac{1}{2}gt^2$ i $v=gt$ daju, eliminisanjem t, $v=\sqrt{2gh}$, odakle $E_k'=\frac{1}{2}m\,2gh=mgh$. Vidi se da je

$$E_p+0=E_p'+E_k'=\text{const.}$$

OTPOR VAZDUHA

OTPOR KOJI VAZDUH PRUŽA TELIMA KOJA SE KREĆU. Kada se neko telo kreće u nepokretnom vazduhu brzinom v, ili obrnuto, kada vetar duva na nepokretno telo, što se svodi na isto, vazduh dejstvuje na telo određenom silom R čija je veličina izučena u mnogobrojnim ogledima. U slučaju malih brzina nalazimo da je sila otpora R usmerena nasuprot v proporcionalna v. Za telo sfernog oblika i poluprečnika r koristi se *Stoksov* obrazac: $R=6\pi r\eta v$, gde je η koeficijent viskoznosti vazduha. Obrazac se može primeniti na padanje mehura sapunice ili kapi vode.

Za veće brzine, kao što su brzine automobila ili aviona, otpor R je približno proporcionalan kvadratu brzine, i tada pišemo $R=kaSv^2$. Sila R ima suprotan smer od brzine (sl. 51); a je specifična masa vazduha; S je glavni presek, to jest površina projekcije tela na ravan normalnu na brzinu. Koeficijent k zavisi jedino od oblika tela; on je mali za profile nazvane *aerodinamički*, ispitane u aerodinamičkim tunelima za avionske kabine i automobilske karoserije itd.

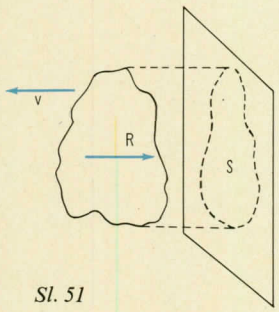
Za kružni disk, normalan na brzinu, nalazimo $k=0{,}64$; za loptu $k=0{,}20$; za aerodinamički oblik može se dostići $k=0{,}02$.

Prelaz od izraza sa v na izraz sa v^2 može se lako objasniti. Kod malih brzina tanki mlazevi vazduha struje kližući duž tela, da bi se sastali iza njega. Ali počev od izvesne brzine, uostalom dosta naglo, nastaju vrtlozi iza tela; *laminarno* strujanje zamenjeno je *turbulentnim* režimom i pojava nije više ista; počev od te promene pojavljuje se izraz sa v^2.

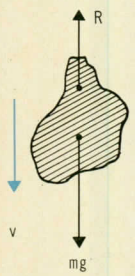
GRANIČNA BRZINA PADANJA. Kada neko telo pod uticajem svoje težine mg slobodno pada, njegova brzina teži da se povećava (sl. 52); ali zbog ove činjenice, otpor vazduha R se povećava i telo ne pada onako kako bi to činilo u vakuumu pod dejstvom konstantne sile mg, već pada pod dejstvom sile promenljive sa brzinom $F=mg-Kv^2$, ostajući u domenu dosta velikih brzina. Sila F konstantno opada i može se pretpostaviti da će na kraju određenog vremena biti jednaka nuli. Pošto na telo sad ne dejstvuje nikakva sila, ono se po zakonu inercije *kreće pravolinijski i ravnomerno*; konstantna brzina ovog kretanja je *granična brzina padanja*; budući da je $F=0$, ona je data kao $v=\sqrt{\frac{mg}{K}}$. Za veoma male brzine — $R=K'v$, biće $v=\frac{mg}{K'}$.

Ovo rezonovanje je opšte i proteže se, na primer, na graničnu brzinu automobila, brzinu koja se postiže kada je vučna sila motora u ravnoteži sa silom otpora vazduha.

Padanje lopte. Lopta poluprečnika R i specifične mase μ ima masu $m=\frac{4}{3}\pi R^3\mu$ i glavni presek $S=\pi R^2$.



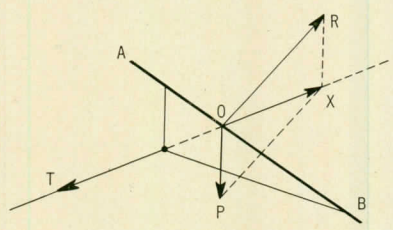
Sl. 51



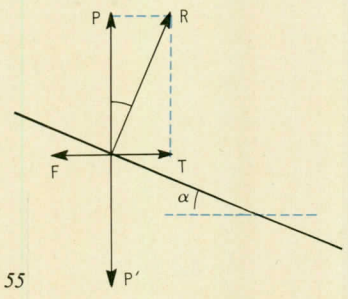
Sl. 52



Sl. 53



Sl. 54



Sl. 55

Jednačina koja daje graničnu brzinu glasi

$$ka\pi R^2v_g^2=\frac{4}{3}\pi R^3\mu g;$$

odakle

$$v_g=\sqrt{\frac{4R\mu g}{3ka}}=A\sqrt{R\mu}.$$

Vidimo da za jednu istu materiju (μ) v_g će biti utoliko veće, ukoliko je lopta veća (R). Međutim, pri istoj veličini kuglica od čelika padaće brže nego kuglica od drveta.

Primena kod padobrana. Padobranu, zbog velike površine njegove kupole, vazduh pruža veoma jak otpor (sl. 53). On najpre slobodno pada; kada se otvori, granična brzina, reda nekoliko metara u sekundi, dostiže se veoma brzo.

Primena kod zmaja. Sila otpora vazduha ima suprotan smer brzini samo kada telo zadržava stalnu orijentaciju u odnosu na vetar, pretpostavljajući da je telo slobodno. To je opšti slučaj za loptu ili za telo koje ima osu simetrije paralelnu vetru.

U slučaju ravnog jedra nagnutog u odnosu na vetar, mora se pretpostaviti da je otpor R normalan na ravan jedra. Na zmaj AB (sl. 54) dejstvuje napon konca T, njegova težina P, otpor vazduha R. On će mirovati kada se ove tri sile budu poništavale (potreban uslov) i štaviše, kada rezultanta $\overrightarrow{X}=\overrightarrow{P}+\overrightarrow{R}$ bude jednake veličine i suprotnog smera od T. Vidi se napose da konac ima pravac OX.
Isto rezonovanje primenjuje se na brodska jedra.

Primena kod aviona. Vetar brzine v stvara na oplati aviona ukupne površine S silu otpora R normalnu na oplatu (kao kod zmaja). Ako krilo zatvara sa horizontalom ugao α, nazvan *napadni ugao* (sl. 55), vrednost glavnog preseka je $S\sin\alpha$, a otpor $R=kaSv^2\sin\alpha$. Ova sila se razlaže na vertikalni *uzgon* P i horizontalni *otpor* T. Ako je P suprotno i jednako težini P′ aviona, ako je T suprotno i jednako vučnoj sili motora F, opšta rezultanta jednaka je nuli. U saglasnosti sa zakonom inercije avion se kreće horizontalno konstantnom brzinom.

Uzgon ima vrednost $P=kaSv^2\sin\alpha\cos\alpha$. Avion se odlepljuje od zemlje samo ako je $P>P'$, to jest pri dovoljno velikoj brzini.

Finesa krila meri se odnosom $f=\frac{P}{T}$. Ona iznosi približno 7 za ravna krila a može dostići 16 za krila podesno profilisana.

Kada avion pređe dužinu l, motor izvrši rad $W=F\times l$; ako odgovarajuće vreme označimo sa t, snaga motora iznosi:

$$\frac{W}{t}=F\times v=kav^3\sin^2\alpha.$$

Vidimo da ona raste sa kubom brzine.

FIZIČKO KLATNO

DEFINICIJA GRAVITACIONOG KLATNA. Klatnom nazivamo svako čvrsto telo koje osciluje oko horizontalne ose koja ne prolazi kroz njegovo težište. Oscilacije potiču od dejstva teže (gravitacije), odakle naziv gravitaciono klatno ili fizičko klatno. Obešeni kišobran, poluga vage, šetalica sata predstavljaju fizička klatna.

PERIOD KLATNA. Kada klatno ne osciluje oko 0, ono je u ravnoteži, tako da se njegovo težište G nalazi na vertikali koja prolazi kroz 0 (sl. 56) i ispod 0. Kada osciluje, tačka G opisuje kružne lukove sa centrom u 0, s jedne i druge strane ravnotežnog položaja; uzmimo da je θ_m maksimalna ugaona elongacija.

Dok. Études et fabrications aéronautiques.

Period klatna T naziva se interval vremena koji protekne između dva uzastopna prolaza tačke G kroz ravnotežni položaj *u istom smeru* (ranije se govorilo u duploj oscilaciji).

Kada klatno osciluje u vazduhu ugaona *amplituda* θ_m se smanjuje usled otpora vazduha, trenja na osovini itd. Bez ovih raznih trenja (koje ćemo zanemariti) θ_m ostaje uvek isto, isti uzroci proizvode iste efekte. Isto je i sa periodom. Ovaj period merimo brojanjem pomoću hronometra trajanje t duplih oscilacija n; ukoliko je n veće ($n=100$ po mogućnosti), biće bolja preciznost t i $T=\frac{t}{n}$. Izvršimo razna merenja menjajući θ_m i nacrtajmo krivu $\tau=f(\theta_m)$. Vidimo da se period povećava veoma polako sa θ_m (sl. 57). Kada θ_m teži nuli, τ teži granici τ_0 zvanoj »period malih oscilacija«. Pokazuje se da je

$$T=\left(T_0\ 1+\frac{\theta_m^2}{16}\right),$$

pri čemu je θ_m izraženo u radijanima i nije veliko. Vidi se takođe da kriva ima u T_0 tangentu paralelnu sa θ_m. To govori da kada je θ_m malo T ostaje praktično T_0. Odatle zakon:

Izohronizam malih oscilacija: *oscilacije različitih amplituda imaju sve isti period pod uslovom da su ove amplitude male.*

U praksi se T zamenjuje sa T_0. Zaista za $\theta_m=5°$, ili $\theta_m=\frac{\pi}{36}$ radijana, dobijamo $T=1{,}0005\,T_0$; za $\theta_m=20°$, bilo bi

$$T=1{,}008\ T_0.$$

BRZINA KLATNA. Razmotrićemo detaljnije brzinu težišta G u jednoj tački njegove putanje, kada je elongacija $=\theta$ (sl. 58). U G_m brzina je jednaka nuli; u G ona je v, a tačka G se spustila za h. Ako je M masa klatna, teorema kinetičke energije glasi ovde

$$\frac{1}{2}Mv^2=Mgh, \quad \text{ili} \quad v=\sqrt{2gh},$$

ili još

$$v=\sqrt{2ga\,(\cos\theta-\cos\theta_m)}.$$

Kada klatno prolazi kroz ravnotežni položaj $\theta=0$, uprošćavanjem nalazimo

$$v=2\sqrt{ga}\,\sin\left(\frac{\theta_m}{2}\right).$$

KRETANJE KLATNA. Kretanje nekog klatna može se izučavati pomoću grafičkog registrovanja.

Na donji deo klatna pričvršćuje se veoma lako pero koje ovlaš dodiruje nagaravljeni list papira; ovaj list namotan je na valjak koji jedan satni mehanizam obrće ravnomerno oko horizontalne ose, postavljene u ravan oscilacije klatna (sl. 59).

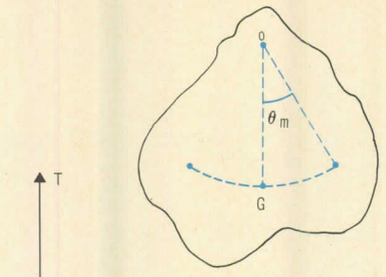
Tako dobijamo krivu čije su apscise, računate paralelno osi valjka, jednake elongacijama klatna, a ordinate, računate duž normalne ose, proporcionalne vremenu.

Dobijena talasasta kriva *nije* sinusoidna, čak i u odsustvu amortizacije. Ona se približava sinusoidi za male oscilacije i s njome se praktično zamenjuje. To je *kriva oscilacija klatna.*

IZRAČUNAVANJE PERIODA. Uzmimo da je J moment inercije klatna u odnosu na O, M njegova masa, a rastojanje OG. Kada je elongacija θ (sl. 60) pogonski spreg sila (koji je negativan zato što je to povratni spreg prema ravnotežnom položaju) ima vrednost $\Gamma=-Mgd=-Mga\sin\theta$. Kretanje će biti dato osnovnim obrascem mehanike rotacije tela: $-Mga\sin\theta=J\theta''$.

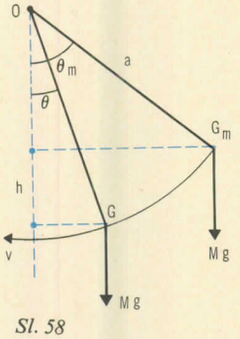
Samo u slučaju malih oscilacija može se sinus zameniti uglom: $J\theta''+Mga\theta=0$. Matematika uči da je tako karakterisano kretanje sinusno kretanje perioda.

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{J}{Mga}}.$$

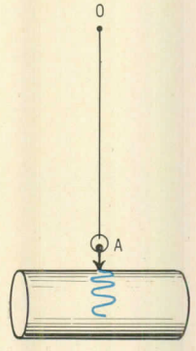


Sl. 56

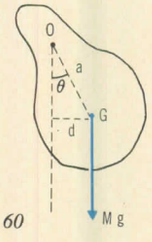
Sl. 57



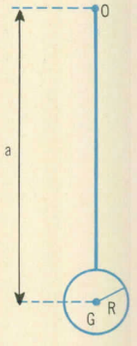
Sl. 58



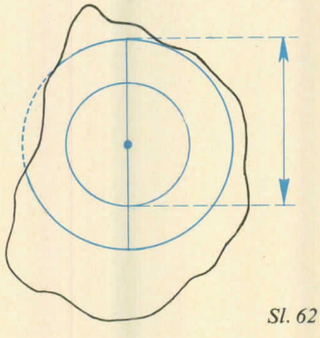
Sl. 59



Sl. 60



Sl. 61


Sl. 62

Uprkos onome što nam se čini, *period ne zavisi od mase.* Zna se, ako je ρ poluprečnik inercije da je $J=M\rho^2$. Formula postaje $T_0=\frac{2\pi\rho}{\sqrt{ga}}$ i sadrži samo g i geometrijske veličine. Uzmimo, na primer klatno koje se sastoji od jedne o konac obešene kugle poluprečnika R (sl. 61). Budući da je moment inercije kugle u odnosu na jedan od njenih prečnika $\frac{2}{5}MR^2$, imaćemo ovde $J=Ma^2+\frac{2}{5}MR^2$ i period će biti

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{a+\frac{2R^2}{5a}}{g}}.$$

POSEBNI SLUČAJ MATEMATIČKOG KLATNA. Matematičko klatno predstavlja u stvari teorijsko klatno, sastavljeno od konca dužine l, mase nula, na koju je obešena *tačkasta* masa m. Za takvo klatno imamo očito $J=ml^2$, $a=l$, što daje

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Dužina *matematičkog klatna, sinhronog* sa nekim fizičkim klatnom, jeste dužina l matematičkog klatna koje bi imalo isti period kao i dato klatno. Matematičkom klatnu se eksperimentalno približavamo vešajući na konac telo malih dimenzija; ako je to mala kugla, navedeni obrasci pokazuju da je $l=a+\frac{2R^2}{5a}$. Možemo se zadovoljiti da uzmemo da je $l=a$, jer ako je $a=100$ cm, $R=1$ cm, nalazimo $l=100{,}004$ cm.

Sa takvim klatnom lako se može proveriti da je period proporcionalan kvadratnom korenu iz dužine. Klatno od 1 m ima period približno jednak 2 sekunde; klatno od 25 cm ima period približno jednak 1 sekundi. Kaže se da prvo *otkucava* sekunde a drugo polusekunde.

REVERZIONO KLATNO. Uzmimo da je J_0 moment inercije nekog klatna u odnosu na osovinu koja prolazi kroz njegovo težište i koja je paralelna osi oscilovanja. Potražimo gde treba postaviti ovu poslednju osu, to jest izračunajmo a, da bismo dobili dati period T_0. Imaćemo

$$J=J_0+Ma^2, \quad \text{i} \quad T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_0+Ma^2}{Mga}},$$

što odgovara jednačini drugog stepena

$$4\pi^2Ma^2-T_0^2Mga+4\pi^2J_0=0.$$

Kada je diskriminanta pozitivna (to jest dati period ne suviše mali), imamo dva rešenja, a i a'. Moguće ose (sl. 62) raspoređene su na dve kružnice poluprečnika a i a'.

Budući da je zbir korena: $a+a'=\frac{gT_0^2}{4\pi^2}$, vidimo da je

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{a+a'}{g}}.$$

Ose O i O′ zovu se *recipročne-konjugovane*, a klatno je *reverziono* (kada se prelazi od O na O′ ono se prevrće, zadržavajući svoj period). Prethodni obrazac izražava se ovako:

Teorema dveju recipročnih-konjugovanih osa: *rastojanje dve recipročne-konjugovane ose reverzionog klatna smeštene s jedne i s druge strane težišta, prolazi kroz težište i jednako je dužini sinhronog matematičkog klatna.*

UTICAJ TEMPERATURE NA PERIOD. Pretpostavimo da je klatno načinjeno od materije koja se širi, čiji je linearni koeficijent širenja λ. Na T°C poluprečnik inercije je $\rho=\rho_0(1+\lambda t)$, rastojanje $a=a_0(1+\lambda t)$, a period $T_0'=\frac{2\pi\rho}{\sqrt{ga}}=T_0\sqrt{1+\lambda t}$, uzimajući T_0 kao period malih oscilacija na 0°C. Za gvožđe $\lambda=12\times10^{-6}$. Povišenje temperature za 25°C uslovljava relativno povećanje perioda za 15×10^{-5}, što je dosta malo. Ali sat sa takvom šetalicom kasniće 13 sekundi na dan na 25°C, pretpostavljajući da je podešen za 0°C. Treba, dakle, upotrebljavati *šetalicu sa kompenzatorom.*

PRIMENA KLATNA. Upotreba klatna je povezana sa merenjem vremena: regulacija satova, metronom, merenje g.

Metronom se sastoji od klatna koje mora pravilno otkucavati dati interval vremena, zvuk zapinjača treba da bude dosta jak i oštar da bi se čuo. On sadrži fiksiranu masu M (sl. 63) i masu m koja može da klizi duž graduisane šipke; ako je m na podeljku 40, čućemo 40 otkucaja na minut; na podeljku 60

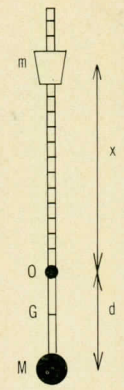
uređaj otkucava sekunde. Pozivajući se na sliku izračunavamo

$$OG=a=\frac{Md-mx}{M+m},\quad J=Md^2+mx^2;$$

odakle je

$$T=2\pi\sqrt{\frac{Md^2+mx^2}{g(Md-mx)}}.$$

Fuko je, koristeći klatno, izveo u Panteonu čuveni ogled sa namerom da dokaže rotaciju Zemlje u odnosu na zvezde. Fukoovo klatno sastojalo se od kugle obešene o kupolu Panteona pomoću čelične žice; s donje strane kugle postavljen je šiljak koji je pri svakoj oscilaciji dodirivao i rušio kružni peščani nasip postavljen na tlu. Zapaženo je da se trag šiljka na pesku pomera pri svakoj oscilaciji, tako da u Parizu za 32 časa opiše ceo krug. Ova rotacija objašnjava se pretpostavkom da se tlo obrće ispod klatna,



Sl. 63

pokazujući na taj način rotaciju Zemlje. O tome se može stvoriti egzaktna teorija, čiji su rezultati potpuno dokazani ovim ogledom.

OPŠTA GRAVITACIJA. POLJE TEŽE

OPŠTE PRIVLAČENJE. Englez Njutn je prvi izneo hipotezu o opštem privlačenju — legenda kaže da je na to bio podstaknut padanjem jabuke — hipotezu koja je obuhvatala ne samo Zemljinu težu, već i kretanje planeta oko Sunca. Bez obzira na usavršavanja koja su donele druge teorije, Njutnova mehanika uvek dominira u računima nebeske mehanike; poznato je sa kakvom tačnošću se predviđaju pomračenja, na primer.

Njutnov zakon kaže da se *sva materijalna tela privlače silom upravo proporcionalnom njihovim masama i obrnuto proporcionalnom kvadratu njihovih rastojanja*. U slučaju homogenih lopti ili lopti sastavljenih od homogenih koncentričnih slojeva, ovo rastojanje je rastojanje centara lopti:

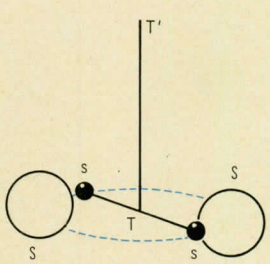
$$F=G\frac{mm'}{d^2}$$

Opšta konstanta G je *gravitaciona konstanta*; ona iznosi $G=6{,}7\cdot10^{-11}$ jedinica SI.

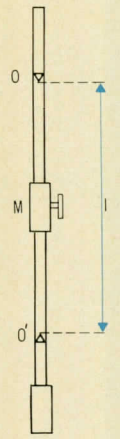
KAVENDIŠOV OGLED. U okviru laboratorije njutnovsko privlačenje je uvek veoma slabo i mogu ga evidentirati samo krajnje osetljivi aparati. Kavendišova vaga bila je napravljena od veoma tanke torzione niti TT′ (sl. 64) o koju je bila obešena horizontalna šipka, na čijim su se krajevima nalazile male platinske kuglice *s*. Elastične karakteristike niti poznate su. Malim kuglicama približavaju se velike olovne kugle S. Male kuglice bivaju privučene; nit se malo uvrće i njen donji deo se okreće za ugao koji se može meriti Pogendorfovim metodom. Odatle se izvodi sila privlačenja; mase kugli su poznate; meri se rastojanje njihovih centara i izračunava G.

MASA ZEMLJE. Na površini Zemlje težina nekog tela je $P=mg$, a s druge strane, po zakonu privlačenja, $P=G\frac{Mm}{R^2}$, gde je R poluprečnik Zemlje. Vidimo da je $g=\frac{GM}{R^2}$. Pošto su G, *g* i R poznati odatle se izvodi M; $M=6\times10^{24}$ kg. Odatle proizlazi za Zemlju srednja gustina $\rho=5520\,kg/m^3$; budući da je gustina Zemljine kore $\rho'=2700\,kg/m^3$, na osnovu toga zaključuje se da postoji centralno jezgro velike gustine.

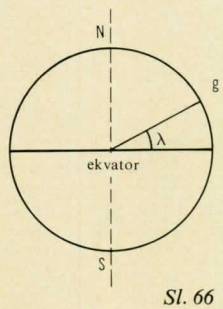
MERENJE *g* NA POVRŠINI ZEMLJE. Da bismo precizno dobili vrednost *g*, upotrebljava se klatno koje, pošto je realno a ne teorijsko, ne može biti matematičko klatno. Hvaljeni su mnogi aparati: Katerovo klatno, Deforžovo klatno... Katerovo klatno (sl. 65) ima dve sečice O i O′, čije ivice služe kao ose oscilacije. Pomoću klizeće mase M podesi se tako da klatno ima isti period oko O i O′, koje tako postaju recipročne-konjugovane ose. Sa velikom preciznošću meri se dužina $OO'=l$, dužina sinhronog matematičkog klatna. Zatim izbrojimo N perioda koji traju ukupno vreme *t*; odatle izvodimo $T_0=\frac{t}{N}$. Ovo brojanje je neugodno. Borda (koji je merio *g* pomoću klatna sastavljenog od kugle obešene o konac) pojednostavio je ovo brojanje *metodom koincidencije*. Bilo kakvo klatno stavljeno je ispred šetalice astronomskog časovnika, čiji je period poznat i posmatraju se zajedno. U času H_0 klatno i šetalica prolaze u isto vreme i u istom smeru kroz istu vertikalnu ravan. Ako klatno ide malo brže od šetalice, sledeće oscilacije biće u raskoraku koji se povećava do časa H, kada će klatno i šetalica proći ponovo zajedno kroz istu vertikalnu ravan i u istom smeru. Klatno će tada izvesti jedan period više nego šetalica. Dakle, tačno proteklo vreme je: $t=H-H_0$. Satni mehanizam poznajemo, odatle izvodimo broj



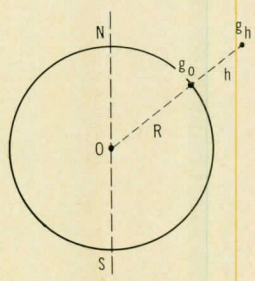
Sl. 64



Sl. 65



Sl. 66



Sl. 67

perioda N njegove šetalice. I, konačno, za ispitivano klatno

$$T_0=\frac{t}{N+1}.$$

Primenjujemo zatim $g=\frac{4\pi^2 l}{T_0^2}$. Precizna merenja obuhvataju nekoliko korekcija amplitude (koja ne može biti veoma mala), potiska vazduha, otpora vazduha, viskoznosti vazduha, krivine ivica sečica.

PROMENE *g* NA POVRŠINI ZEMLJE. Na polu $g=9{,}832\,16\,m/s^2$. Ako bi Zemlja bila lopta, vrednost *g* na ekvatoru bila bi ista, samo umanjena za centrifugalno ubrzanje koje potiče od rotacije Zemlje. Uzmimo grubo $g=9{,}832-\omega^2R$, gde je ω ugaona brzina rotacije a R poluprečnik Zemljine kugle. Ovo daje $g=9{,}797\,m/s^2$. Ali izmerena vrednost je još manja; na ekvatoru $g=9{,}780\,30\,m/s^2$. Ekvator je, dakle, više udaljen od centra Zemlje nego pol. Vidimo kako merenje *g* dozvoljava da se izračuna *spljoštenost* Zemlje na polovima.
Na Pariskoj opservatoriji $g=9{,}809\,43\,m/s^2$.

Može se potpuno izračunati efekat centrifugalne sile koja potiče od rotacije Zemlje u funkciji *geografske širine* (sl. 66) mesta λ. Ove promene su dosta dobro predstavljene formulom

$$g\lambda=g_{45}(1-0{,}002\,59\cos2\lambda),$$

$$g_{45}=9{,}806\,16\,m/s^2.$$

Promena *g* u zavisnosti od visine. Napred smo napisali da na površini Zemlje, to jest na visini O, imamo $g_0=\frac{GM}{R^2}$. Na visini *h* rastojanje od centra Zemlje je $R+h$, odakle $g_h=\frac{GM}{(R+h)^2}$, ili $g_h=g_0\left(\frac{1}{1+\frac{h}{R}}\right)^2$ (sl. 67).

Za visine koje ne izlaze iz atmosfere *h* je malo u odnosu na R; može se pisati

$$g=g_0\left(1-\frac{2h}{R}\right).$$

Težina neke određene *mase* opada dakle sa visinom. Za visinu od 19 km *g* se smanjuje za 6/1000 svoje vrednosti.

TRAJANJE LUNARNOG MESECA. Kao primer korišćenja izvan zemaljske gravitacije, primenićemo Njutnov zakon na sistem Zemlja — Mesec. Može se u prvoj aproksimaciji uzeti da Mesec ravnomernim kretanjem opisuje oko Zemlje kružnu orbitu poluprečnika 60R i perioda T ravnog lunarnom mesecu. Pošto je njutnovsko privlačenje sila koja proizvodi ovo kretanje imamo

$$F=m\omega^2R,\quad\text{ili}\quad\frac{GMm}{(60R)^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}60R;$$

odakle se izvodi $T=236\cdot10^4$ sekunda, ili nešto više od 27 dana.

VEŠTAČKI SATELITI. Problem je potpuno isti. Za normalno trajanje rotacije oko Zemlje od $1^1/_2$ čas odstojanje satelita od centra Zemlje je oko 1,03 R, što odgovara srednjoj visini od 190 km. Prvi je bio lansiran 4. oktobra 1957.

Ako se satelit kreće u ekvatorijalnoj ravni Zemlje sa periodom od 1 dana i u smeru rotacije Zemlje, posmatraču na Zemlji izgledaće kao da je on nepokretan na nebu. Isti račun pokazuje da bi njegovo odstojanje od centra Zemlje bilo 6,7 R a njegova visina, prema tome, 38 000 km. Ovaj poduhvat je izveden 21. avgusta 1964.

KEPLEROVI ZAKONI. Isto važi za planetu mase *m* koja kruži oko Sunca, mase M, na rastojanju *d* od njega. Pod pretpostavkom kružne orbite imamo

$$\frac{GMm}{d^2}=m\frac{4\pi^2d}{T^2};$$

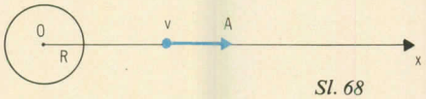
m se eliminiše i *masa planete nema uticaja*.

Može se konačno pisati: $\frac{T^2}{d^3}=\text{const.}$ *za sve* planete.

Sve prethodne putanje, za koje smo pretpostavili da su kružne, u stvarnosti su elipse male ekscentričnosti, čiju jednu žižu zauzima masa privlačenja, za koju se pretpostavlja da je fiksirana; ako je a velika osa Keplerov zakon se piše $\frac{T^2}{a^3}=\text{const.}$

Poznavanje Keplerovih zakona navelo je Njutna na zakon opšteg privlačenja.

BRZINA OSLOBAĐANJA — DRUGA KOSMIČKA BRZINA. Ako se lansira neki projektil vertikalno uvis, on pada natrag na zemlju. Ako početna brzina prelazi izvesnu vrednost V, zvanu »brzina oslobađanja« — »druga kosmička brzina«, on više ne pada nazad.



Sl. 68

Uzmimo da je prema centru planete mase M i poluprečnika R (sl. 68) usmeren projektil A mase m, apscise x, brzine v. Teorema živih sila piše se

$$d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)=-\frac{GMm}{x^2}dx;$$

$$\frac{1}{2}v^2=GM\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x_0}\right).$$

Ako je projektil pošao iz beskonačnosti, $x_0=\infty$, početnom brzinom nula; on će pasti na površinu planete traženom brzinom V, jer obrnuto ako ga lansiramo brzinom V, on će otići u beskonačnost. Tada je $\frac{1}{2}V^2=\frac{GM}{R}=gR$, jer je $g=\frac{GM}{R^2}$. Imamo, dakle, konačno

$V=\sqrt{2gR}$. Tako za Zemlju nalazimo
$V=11{,}2$ km/s, ili oko 38 000 km/h.

HIDROSTATIKA

STATIKA FLUIDA. Statika izučava ravnoteže, dok dinamika razmatra sile koje proizvode kretanja. Hidrostatika se bavi ravnotežom tečnosti uopšte. U njoj dominira pojam *pritiska* unutar same tečnosti; i dok čvrsta tela prenose sile, tečnosti prenose pritiske (Paskalov zakon).

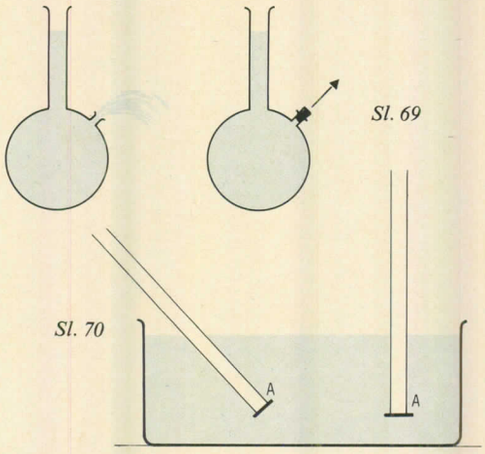
POJAM PRITISKA. Pritisnimo zid palcem; neće se dogoditi ništa vidljivo. Ali stavimo ekserčić za pričvršćivanje hartije između našeg palca i zida; ako pritiskujemo istom silom ekserčić će ući u zid. Učinak sile F menja se, dakle, prema veličini površine na koju se raspodeljuje sila. Ovaj učinak je utoliko veći, ukoliko je, za datu silu, površina manja; on se menja prema odnosu $p=\frac{F}{S}$, koji definiše pri-

tisak p. Vidi se da je nedopustivo da se zamenjuje sila i pritisak, budući da je pritisak neka vrsta površinske gustine sile.

U sistemu SI pritisak se izražava u *paskalima* ako je F u njutnima, a S u kvadratnim metrima. Koriščene su i druge jedinice koje su još u upotrebi s vremena na vreme, kao *bar* ($=10^5$ paskala), *milibar* (meteorologija), *bari* ($=0{,}1$ paskal), *pijez* ($=10^3$ paskala). Sve više se napušta izražavanje u *kilo-pondima na kvadratni centimetar* (nekoherentna jedinica); ali se u statici fluida često koristi *visina stuba normalne žive*, to jest žive na 0°C na mestu gde je

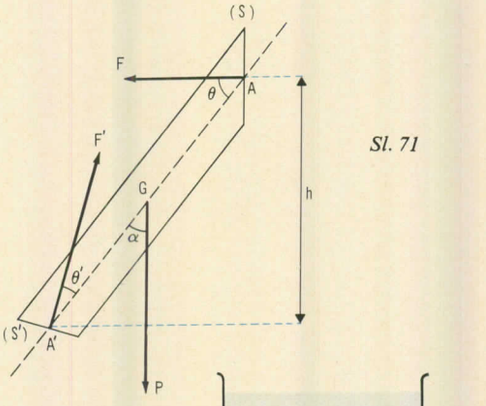
$$g=9{,}80665\ \text{m/s}^2.$$

PRITISAK UNUTAR TEČNOSTI U RAVNOTEŽI. Ako u zidu suda koji sadrži tečnost u ravnoteži

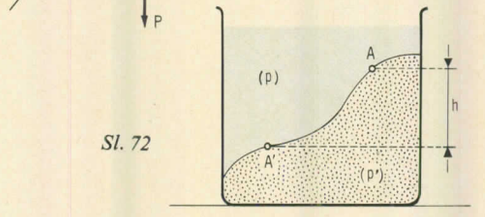


Sl. 69

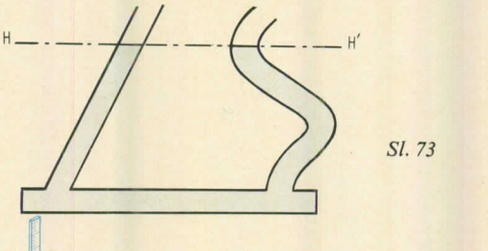
Sl. 70



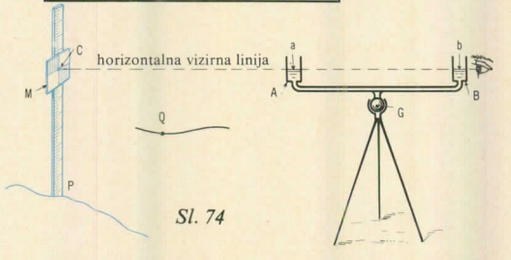
Sl. 71



Sl. 72



Sl. 73



Sl. 74

izbušimo mali otvor površine S, tečnost počinje isticati. Ona, dakle, pritiskuje na površinu S silom F koja odgovara pritisku $p=\frac{F}{S}$ (sl. 69). S druge strane mlaz izlazi uvek normalno na zid: *sile pritiska su normalne na zidove.*

Stavimo u tečnost jednu dugu i tanku cev (sl. 70) čiji kraj A je zatvoren jednim zaklopčićem. On se drži uz otvor ma kakav bio nagib cevi. Na neki način odvojimo zaklopčić; tečnost se u cevi diže. Postoji, dakle, u A *unutarnji pritisak tečnosti.* Ovaj pritisak nema određen pravac, ali on dejstvuje na svaku potopljenu površinu *normalnom silom* na površinu, bilo kakav da je nagib ove površine. Ovaj paradoks formulisao je Paskal.

PRVI OSNOVNI ZAKON HIDROSTATIKE. Uzmimo dve tačke A i A′ unutar tečnosti u ravnoteži (sl. 71) gustine ρ. Razlika nivoa A i A′ je h. Zamislimo jedan veoma uzani valjak, geometrijski pravilan, ose AA′ a čije osnovice, proizvoljne orijentacije, prolaze kroz A i A′; njihove površine su respektivno S i S′. I ovaj valjak tečnosti je u ravnoteži unutar tečnosti. Zapišimo napose da on ne klizi duž AA′ zbir projekcija na AA′ sila koje dejstvuju na zidove je ravan nuli.

Sile koje dejstvuju na bočni zid, budući da su normalne na taj zid, dakle na AA′, daće projekcije ravne nuli. Ostaje dakle

$$F\cos\theta+P\cos\alpha-F'\cos\theta'=0.$$

Izraz $F\cos\theta$ prelazi u $p_A S\cos\theta$ i vidimo da je $S\cos\theta$ normalan presek valjka σ. Tada imamo

$$p_A\sigma+\rho\sigma AA'g\cos\alpha-p_{A'}\sigma=0.$$

Ili konačno, pošto je $AA'\cos\alpha=h$,

$$p_{A'}-p_A=h\rho g.$$

Ovaj obrazac izražava prvi osnovni zakon. Možemo videti da je $h\rho g$ težina stuba tečnosti visine h i jediničnog preseka; ali težina nije pritisak.

Iz zakona proizlaze dva neposredna zaključka:

1. *U tečnosti u ravnoteži pritisak je isti u svim tačkama iste horizontalne ravni.* Ako je $h=0$, $p_{A'}=p_A$;

2. *Slobodna površina tečnosti u ravnoteži je ravna i horizontalna.* U svim tačkama slobodne površine pritisak je isti, atmosferski. Ako je $p_{A'}=p_A$, $h=0$.

RAVNOTEŽA DVE TEČNOSTI KOJE SE NE MEŠAJU. Kada se dve tečnosti koje se ne mešaju, na primer voda i ulje, nalaze u ravnoteži u istom sudu, gušća pada na dno. Pokazaćemo da je površina koja razdvaja dve tečnosti ravna i horizontalna. Pretpostavimo da to nije tako (sl. 72), i da su A i A′ dve tačke koje pripadaju jednoj ili drugoj tečnosti. Pošto je razlika njihovih visina h, imaćemo u jednoj tečnost $p_{A'}-p_A=h\rho g$, a u drugoj

$$p_{A'}-p_A=h\rho' g \quad \text{odakle} \quad h(\rho'-\rho)g=0.$$

Kako g nije nula a $\rho\neq\rho'$, nužno mora biti $h=0$.

Spojeni sudovi. Sve napred rečeno bilo je izloženo bez posebne pretpostavke o obliku suda koji može biti proizvoljno komplikovan i sastavljen, na primer, u vidu spojenih sudova; slobodne površine su ravne i u *istoj* horizontalnoj ravni HH′ (sl. 73).

Raspodela vode u gradovima, funkcionisanje brana predstavljaju primenu spojenih sudova.

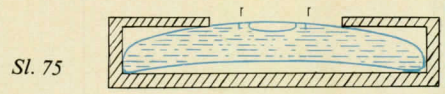
Libela sa vodom. Ova naprava, koja se koristi za nivelaciju, sastavljena je od uske cevi dužine oko jednog metra koja spaja dve čašice A i B (sl. 74) šireg preseka. Libela stoji na jednom tronošcu; zglavak G omogućava orijentisanje.

Uzmimo da treba odrediti razliku nivoa između dve tačke P i Q. Pomoćnik nosi u tačku P graduisanu letvu koju postavlja vertikalno; duž te letve može da klizi »meta« — alhidada M, sastavljena od četiri kvadrata, obojena, na primer, naizmenično crveno i belo.

Operator usmerava cev u pravcu alhidade i daje uputstva svom pomoćniku da alhidadu diže ili spušta, dok se njen centar C ne nađe u horizontalnoj liniji viziranja nivoa a i b vode u sudovima A i B; pomoćnik tada beleži rastojanje PC od podnožja do centra alhidade, rastojanje koje čita na vertikalnoj graduisanoj letvi.

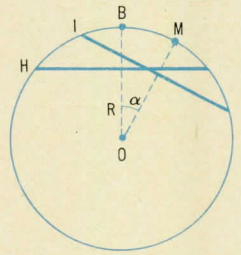
Pomoćnik prenosi zatim letvu u tačku Q terena i određuje kao i pre, po uputstvima operatora, rastojanje QC; pošto je centar alhidade u obadve operacije doveden u istu horizontalnu ravan viziranja, razlika čitanja daje razliku nivoa dve tačke.

Libela sa mehurićem. Glavni deo ove naprave koju je izmislio Teveno (Thévenot, 1666) a usavršio Šezi (Chézy) predstavlja staklena cev u obliku kružnog luka (sl. 75), uglavljena u jedan okvir prilagođen različitim potrebama (laboratoriji, ateljeu, zidarstvu) i napunjena alkoholom ili eterom (tečnosti veoma fluidne) dotle da bi u nju mogao stati još samo jedan mehurić vodene pare. Ovaj mehurić ostaje uvek na najvišem delu cevi; kada je postolje naprave horizontalno, mehurić je uokviren između dve crte r i r'.



Sl. 75

Ako je libela postavljena na horizontalnu ravan H (sl. 76), mehurić se nalazi u B. Ako je libela postavljena na nagnutu ravan I, koja sa horizontalom zatvara ugao α, sredina libele dolazi u M, ali je mehurić uvek u najvišoj tački B. On se, dakle, pomera za luk $MB = R\alpha$, ako je R poluprečnik krivine libele. Ako je $R = 10\,m$, pomeranje mehurića za 1 mm odgovara uglu $\alpha = 20''$.



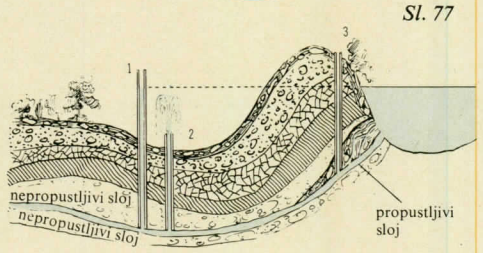
Sl. 76

Arteski bunari. To su bunari koji dodiruju podzemni sloj vode povezan sa nekim rezervoarom vode smeštenim na nivou višem od površine tla. Voda se tu penje do nivoa rezervoara koji napaja bunar (sl. 77 br. 1) ako su cevi bunara dovoljno visoke; ako nisu iz njih izbija rasprskavajući mlaz (br. 2). Broj 3 na slici predstavlja običan izvor.

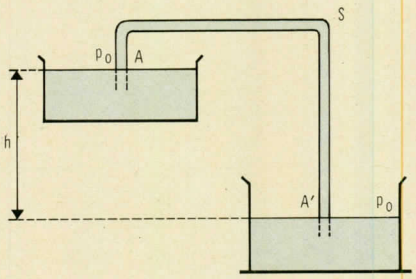
Ovi bunari, veoma mnogobrojni nekad u regionu Artoa (odakle potiče ime), postoje još u Pariskoj oblasti. Pomenimo bunar Bit-o-Kaja, bušen na 582 metra. Nekadašnji bunar Grenela (548 m) danas ne postoji.

Arteški bunari odigrali su veliku ulogu u istočnoj Sahari.

Sl. 77

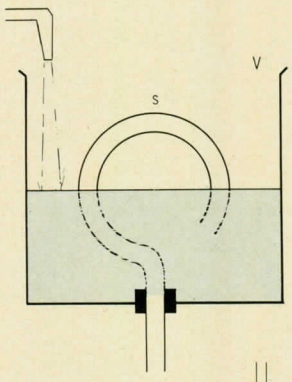


Sifon. Uzmimo dva suda koji nisu spojeni, slobodne površine tečnosti koje oni sadržavaju nalaze se na različitim nivoima. Na svaku slobodnu površinu dejstvuje atmosferski pritisak p_0. Spojimo ove sudove pomoću sifona S, savijene cevi napunjene tečnošću (sl. 78); kaže se da je sifonu tada *postavljen mamac*. Pritisak u A′ je s jedne strane $p_{A'} = p_0$, a s druge strane $p_{A'} = p_A + h\varrho g = p_0 + h\varrho g$, što je nemoguće ako $h \neq 0$. Tu, dakle, ne može postojati hidrostatička ravnoteža. Tečnost se pokreće; to je veći pritisak u A′ koji je odvodi, i gornji sud se prazni u donji.



Sl. 78

Tantalov sud je naprava koja pokazuje funkcionisanje vodo-prekidača; on se upotrebljava u nekim vodo-kotlićima W.C. Voda konstantno pritiče u sud V (sl. 79), snabdeven dezaktiviranim sifonom. Kada ona dostigne gornji deo sifona, ovaj se aktivira, brzo isprazni sud i dezaktivira se. Isti proces se ponavlja.



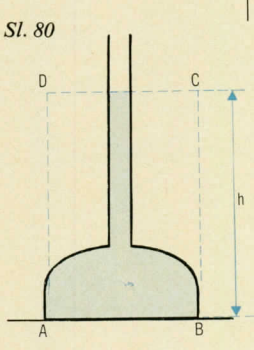
Sl. 79

PASKALOV HIDROSTATIČKI PARADOKS. Uzmimo cev sa ravnim dnom AB, čiji je oblik dat na sl. 80. Ako je h visina tečnosti, pritisak na nivou AB je $p = h\varrho g$, a sila koja dejstvuje na horizontalno dno AB površine S jeste $F = h\varrho gS$. Ova sila je veća od težine realne tečnosti zato što ona predstavlja težinu tečnosti koja bi bila sadržana u valjku ABCD, zapremine hS, mase $h\varrho S$ i težine $h\varrho gS$. Pretpostavimo da se tečnost stvrdnula; sila koju podnosi dno AB bila bi jednaka težini čvrstog tela, dakle, nekadašnje realne tečnosti. Ovaj paradoks jasno pokazuje veliku razliku između statike fluida i statike čvrstih tela.

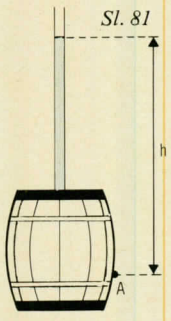
Radi ilustracije ovog svojstva Paskal je izveo čuveni *ogled sa bačvom*. Vertikalna cev dosta uska hermetički je uglavljena u bačvu napunjenu vodom (sl. 81). Samo jedna boca vode dovoljna je da se napuni cev, ali tada se u tački A pojavljuje pritisak $h\varrho g$; velike sile koje odatle proizlaze mogu da razore bačvu. Paskal je rezimirao na neobičan način sve što se odnosi na prvi osnovni zakon:

»Tečnosti teže prema svojoj visini.«

Glagol »teže« danas treba razumeti kao »pritiskuju«.

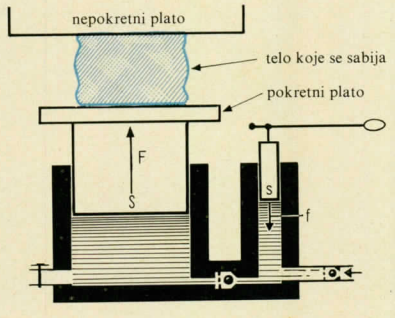


Sl. 80



Sl. 81

DRUGI OSNOVNI ZAKON: PASKALOV ZAKON. Razlika pritiska između dve tačke A i A′ tečnosti u ravnoteži data je odnosom $p_{A'} - p_A = h\varrho g$. Ako na bilo koji način povećamo pritisak u A, pritisak u A′ mora se povećati za istu vrednost, da bi ostala jednakost. Drugim rečima, *tečnosti prenose u celini promene pritiska.*



Sl. 82

Hidraulična presa. Hidraulična presa koju je pronašao Paskal a konstruisao Brama (Bramah) 1795, sastoji se od tela pumpe u kome se pokreće jedan klip; pod ovaj klip jedna klipna pumpa ubacuje vodu iz rezervoara. Pumpa se pokreće ručno ili pomoću mehaničkog motora (sl. 82).

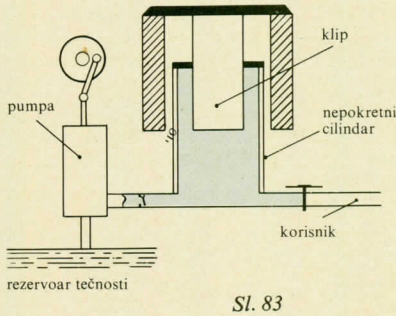
Između gornjeg dela velikog klipa i platforme nasuprot njemu presuju se predmeti kao što su: uljane semenke da bi se iscedilo ulje; seno, slama, pamuk da bi se smanjivanjem zapremine, olakšao transport; ali industrijska upotreba u pravom smislu reči je kovačka presa.

Uzmimo da je f sila koja dejstvuje na mali klip preseka s; na vodu u tom mestu dejstvuje povećanje pritiska $\frac{f}{s}$, koje se prema Paskalovom zakonu u potpunosti prenosi na veliki klip. Na ovaj, dakle, dejstvuje sila $F = \frac{f}{s} \times S$ ili $F = f \times \frac{S}{s}$, to jest znatno veća od f. Ako je, na primer, odnos prečnika klipova 50, F će iznositi 2500 f.

Hidraulične *dizalice* i *čekrci* su prese čiji veliki klip nosi glavu koja se stavlja ispod tereta koji treba dignuti.

Hidraulični lift. Kabina (sl. 84) je snabdevena veoma dugim klipom, čija je dužina jednaka visini koju treba preći (često više spratova, što nameće jako duboku jamu). On ulazi u telo pumpe gde se ubacuje voda pod pritiskom, koja podiže klip a time i lift. Za spuštanje prekida se priliv vode i pušta se da iz tela pumpe istekne voda koju istiskuje težina pokretnog sistema.

Hidraulični akumulator. Ova naprava koju je izumeo Armstrong (sl. 83) sastoji se od nepokretnog cilindra u kome se vertikalno pomera vođeni klip na koji se stavlja teret. Napajanje se vrši pomoću pumpe koja se zaustavlja kada je akumulator pun. Tako akumulirana energija može biti kasnije upotrebljena u hidrauličnom motoru bilo kada sve dok se akumulator ne isprazni. Upotrebljava se za aktiviranje mašina koje rade sa prekidima: kranovi, liftovi, vrata brana, kovačka presa, hidraulične dizalice itd.



Sl. 83

ARHIMEDOV ZAKON. Uzmimo bilo kakvo telo C i obesimo ga o tanki konac za tas vage; na tas stavimo prazan sud V. Pomoću dare uspostavimo ravnotežu. S druge strane raspolažemo jednim sudom sa odvodom, napunjenim do vrha tečnošću. Potopimo u njega celo telo; istisnuta tečnost otiče u sud V′, identičan sa V. Primećujemo da konac ostaje vertikalan, ali da vaga nije više u ravnoteži: na potopljeno telo dejstvovao je vertikalni potisak odozdo nagore.

Zamenimo sada sudove V i V′: ravnoteža je ponovo uspostavljena; potisak je, dakle, jednak težini tečnosti koja je istekla kroz odvod.

Zakon. Na svako telo potopljeno u tečnost, tečnost dejstvuje vertikalno potiskom usmerenim nagore i jednakim težini istisnute tečnosti.

Podesno je da se ovaj Arhimedov potisak stavi u težište istisnute tečnosti koje se tada zove *centar potiska.*

Arhimedov potisak može se u prostim slučajevima izračunati. Uzmimo da je cilindar osnovice S, visine

h potopljen u tečnost gustine ρ. Napomenimo najpre da su sile pritiska koje dejstvuju na bočne zidove, uravnotežene dve po dve. Na nivou A′ dejstvuje nagore sila jednaka $S \times p_{A'}$ (sl. 86); na nivou A dejstvuje nadole sila jednaka $S \times p_A$.
Pošto je $p_{A'} = p_A + h\rho g$, vidimo da je $F = Sh\rho g$. To je upravo težina zapremine cilindra istisnute tečnosti.

TEORIJA PLIVANJA TELA. Uzmimo da je telo zapremine v, gustine ρ, potopljeno u tečnost gustine ρ'. Težina tela je $P' = \rho v g$; Arhimedov potisak je $P' = \rho' v g$. *Prividna težina* potopljenog tela je $P - P' = v(\rho - \rho')g$.
Mogu nastupiti tri slučaja:

— ako je $\rho > \rho'$, prividna težina je pozitivna, telo pada na dno;

— ako je $\rho = \rho'$, izuzetan slučaj, prividna težina je nula i telo ostaje u ravnoteži — lebdi unutar tečnosti;

— ako je $\rho < \rho'$, prividna težina je negativna, telo se penje da bi plivalo na površini.
Mi ćemo izučavati dva poslednja slučaja.

TELO U RAVNOTEŽI — LEBDI UNUTAR TEČNOSTI. Stroga jednakost $\rho = \rho'$ može se ostvariti samo permanentnim podešavanjem.

Tako se *ribe*, većom ili manjom kompresijom svoga mehura, mogu održavati u vodi.

Podmornice imaju bočne pregrade koje se zovu balastni tankovi; kada su ovi rezervoari napunjeni vodom, brod zaronjava; kada je voda istisnuta pomoću komprimiranog vazduha, brod izronjava. Međutim, primećuje se da je ravnoteža u vodi nestabilna; brod može da se održi na dubini samo u pokretu, pomoću kormila za održavanje dubine sastavljenog od pokretnih lopatica.

Igračka *ludion* predstavljena je na slici 87; kada se pritiskuje na membranu od gume M, vazduh se komprimira u A; voda prenosi taj pritisak, vazduh se komprimira u B i voda ulazi u ludion. Njegova težina se povećava i on se spušta. Depresija će izazvati njegovo penjanje. Na membranu treba neprekidno delovati, jer je i ovde ravnoteža nestabilna.

PLIVANJE TELA. Kada telo pliva na površini tečnosti, njegova ukupna težina $V\rho g$ je u ravnoteži sa Arhimedovim potiskom na potopljeni deo tela $v\rho' g$. Ako je v potopljena zapremina, dobijamo

$$\frac{v}{V} = \frac{\rho}{\rho'}.$$

Na primer, potopljena zapremina ploveće sante iznosi 11/12 ukupne zapremine; ako se usled delimičnog topljenja ravnoteža poremeti i dođe do njihanja, led nad vodom znatno se kreće, zbog čega se zabranjuje plovidba u njegovoj blizini.

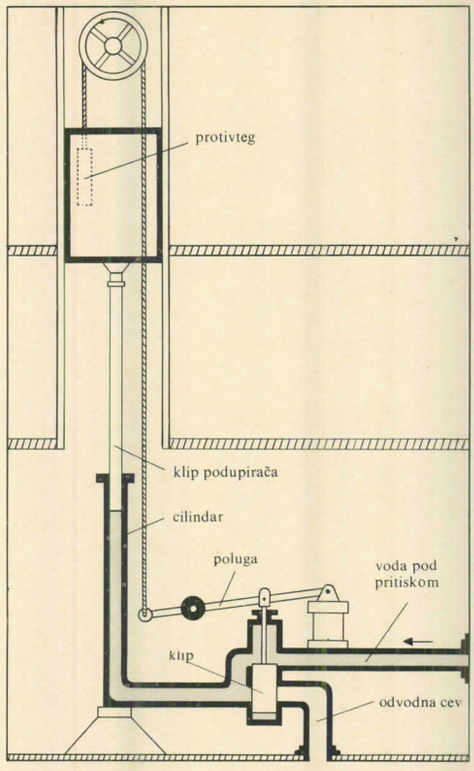
AREOMETRI. Areometar je telo koje pliva sastavljeno od staklene bočice A, opterećene olovom ili živom; ovo opterećenje L primorava napravu da stoji vertikalno. Nad ampulu je stavljena graduisana šipka T koja se može izdizati iznad tečnosti manje ili više u zavisnosti od toga da li je tečnost ređa ili gušća (sl. 88). Ova naprava može biti graduisana različito.

Denzimetri su graduisani u gustinama. Za tečnosti gušće od vode, cifra 1 je na gornjem delu šipke; denzimetar je potpuno potopljen u čistoj vodi. Za tečnosti ređe od vode cifra 1 je na donjoj strani šipke.

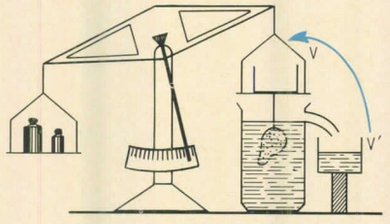
Gej-Lisakov alkoholometar graduisan je neposredno u stepenima alkohola (gustina smeše voda-alkohol zavisi očevidno od proporcija smeše).

Bomeovi areometri imaju ugovorene podeljke u stepenima B; trgovačka sumporna kiselina je 66° B. Areometar podesno graduisan može označavati stanje punjenja akumulatora, funkciju gustine elektrolitičke tečnosti.

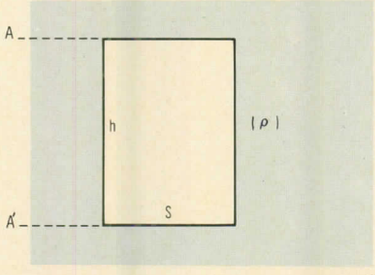
Denzimetar je utoliko osetljiviji ukoliko je njegova šipka tanja. Označavajući sa V zapreminu bočice, sa x dužinu potopljene šipke, preseka s, lako vidimo da je za tečnost gustine $d < 1$, $d = \frac{V}{V + xs}$. Aparat će



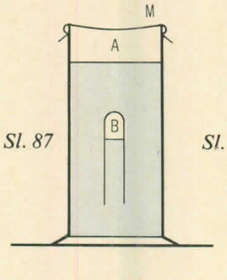
Sl. 84



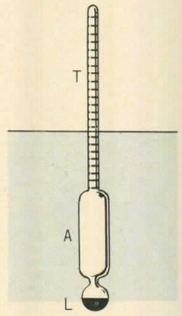
Sl. 85



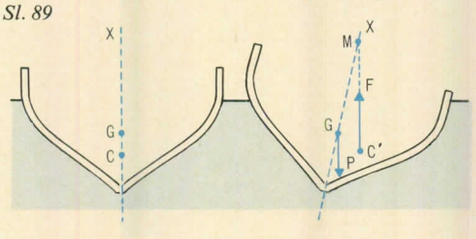
Sl. 86



Sl. 87



Sl. 88



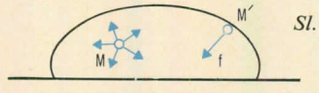
Sl. 89

biti utoliko osetljiviji ukoliko je, za dato x, d bliže 1; vidimo da s treba da bude malo. Za $V = 20\,\text{cm}^3 = 20000\,\text{mm}^3$, $s = 10\,\text{mm}^2$, nalazimo da $x = 1\,\text{mm}$ odgovara $d = 0{,}9995$; tačnost, dakle, može biti znatna.

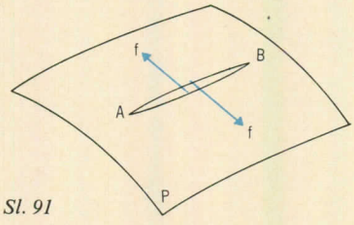
STABILNOST PLOVNOG OBJEKTA. Kada neko telo pliva u ravnoteži, njegova težina je suprotna Arhimedovom potisku; njegovo težište i centar potiska su na istoj vertikali.
Da bi ravnoteža bila stabilna, dovoljno je da težište bude ispod centra potiska; *stabilnost je utoliko veća, ukoliko je težište niže*; zbog toga se ono jako spušta pomoću opterećenja u areometrima.
Ovaj dovoljni uslov nije nužan, posebno kod brodova gde centar potiska C može biti ispod težišta G (sl. 89). Kada brod osciluje, oblik potopljenog dela se menja i centar potiska dolazi u C′.
Slika pokazuje da težina P i potisak F teže da isprave brod; ravnoteža je, dakle, stabilna. Potisak F preseca vertikalu stabilnosti GX u tački M, zvanoj *metacentar*. Lako se uočava da je ravnoteža stabilna ako se metacentar nalazi iznad težišta. Tačka M može se smatrati kao tačno određena *u odnosu na brod*.

KAPILARNOST

POSTOJANJE KAPILARNIH SILA. Postoje mnogobrojne pojave kod kojih se zakoni hidrostatike ne mogu primeniti: voda se spontano penje u komadiću šećera ili u tankoj cevi (kapilarnoj cevi), slobodna površina kapi rose nije ni ravna ni horizontalna. Treba, dakle, pronaći nove hipoteze za ove pojave malih dimenzija.
Uzmimo kap rose (sl. 90). Na unutarnje čestice kapi, na primer M, dejstvuju okolne čestice njutnovskim silama privlačenja, čiji je efekat obrnuto srazme-



Sl. 90



Sl. 91

ran kvadratu rastojanja; ove sile postaju naglo zanemarljive i, simetrično raspoređene, one se uravnotežuju dve po dve. Ali to ne važi za površinske čestice, kao na primer M′: sile privlačenja imaju rezultantu f usmerenu ka unutrašnjosti kapi. Površina kapi teži tako da se skupi, da se suzi, kao da je ona elastična membrana. U razmatranjima može se polaziti od toga da postoji *površinski napon*.

KAPILARNA KONSTANTA. Posmatrajmo deo P površine koja razdvaja dve tečnosti u ravnoteži, recimo, vazduh—voda ili alkohol—živa (sl. 91), i poredimo je sa elastičnom membranom. Zamislimo da smo napravili isečak AB veoma male dužine l. Zbog pretpostavljene elastičnosti krajevi isečka će težiti da se udalje i da bismo ih zadržali treba u sredini svakoga od njih dejstvovati silom f. Kako će f biti utoliko veće ukoliko je isečak duži, stavljamo $A = \frac{f}{l}$, pri čemu ovaj razlomak meri *kapilarnu konstantu* ili *površinski napon*; ona zavisi od prirode dve sredine koje razdvaja površina.

MERENJE KAPILARNE KONSTANTE. Za merenje A koriste se Žurenovi zakoni, ili još jedan neposredni metod nazvan metod *čupanja*, koji ima više

varijanti. Poluga vage nosi prsten a (sl. 92), koji se dovodi u dodir sa tečnošću koja kvasi; kada se prsten podiže on povlači prstenasti stub tečnosti zanemarljive težine u odnosu na kapilarne sile, jer je on tanak i male visine. Prsten vuku nadole dve slobodne cilindrične površine poluprečnika R, dakle ukupna kapilarna sila $4\pi RA$, koju vaga može da meri. Ako je tečnost voda, do čupanja dolazi za $R=2$ cm, ako se na drugi tas stavi masa od oko 2 grama.

Donja tablica daje nekoliko vrednosti za A u sistemu SI, dakle u njutn/metar.

Kada je kapilarna konstanta jednaka nuli, tečnosti se mešaju (voda—voda, alkohol—voda).

ŽURENOV ZAKON. Zamočimo jedan stakleni štapić u vodu ili u alkohol: on će iz njih izići pokvašen; voda i alkohol su tečnosti koje kvase staklo. Štapić će, naprotiv, izići apsolutno suv ako se zamoči u živu; živa je tečnost koja ne kvasi staklo. Zamočimo donji kraj kapilarne cevi unutarnjeg poluprečnika R u tečnost koja kvasi (sl. 93). Zapaža se da se ova tečnost diže u cevi do visine h. Ako sa ρ označimo specifičnu masu tečnosti, težina podignutog stuba tečnosti je $\pi R^2 h\rho g$. Njega podržava fiktivna membrana m na periferiji cevi, koja dejstvuje silom $2\pi RA$. Uzmimo $\pi R^2 h\rho g = 2\pi RA$. Odatle se izvodi Žurenov zakon: $h=\dfrac{2A}{R\rho g}$.

Precizno mereći h, R, ρ, budući da je g poznato, lako se odavde izvodi vrednost A.

Ako kapilarnu cev stavimo u živu (sl. 94) — tečnost koja ne kvasi — tada primećujemo depresiju i ugao dodira α koji zavisi od tri tela u dodiru (ovde živa, vazduh, staklo); u ovom ogledu α iznosi približno 45°.

Kapilarne sile $2\pi RA$ imaju vertikalnu komponentu $2\pi RA\cos\alpha$, koja se protivi penjanju stuba tečnosti težine $\pi R^2 h\rho g$. Odakle je visina kapilarne depresije

$$h=\frac{2A\cos\alpha}{R\rho g}.$$

Penjanje vode u komadiću šećera (porozno telo koje ima uske kanale), penjanje ulja u fitilju, ili soka u stabljici biljke su kapilarne pojave ove vrste.

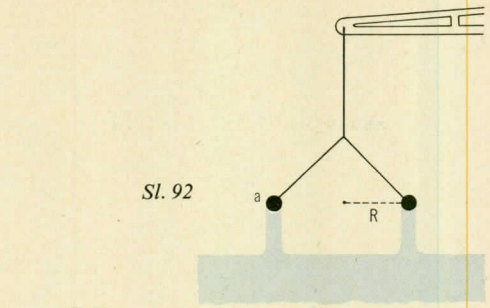
Da bi se izbegle ove teškoće, manometarske i barometarske cevi imaju prečnik reda centimetra. Ali kod preciznih merenja treba uvek vršiti kapilarnu korekciju. Depresija od 1 mm žive odgovara u stvarnosti prečniku cevi od 1,2 cm.

POVRŠINSKA ENERGIJA. Ova teorijska koncepcija može se koristiti tako reći svaki put kada se operiše sa pojmom energije. Zategnuta membrana poseduje energiju zato što ona, stežući se, može obavljati rad. Pretpostavimo da kapilarna sila $f=Al$ (sl. 95) napreduje za l'. Ona proizvodi rad: $W=A\cdot ll'$. Ali površina se promenila za ll'. Vidimo da je $A=\dfrac{W}{ll'}$.

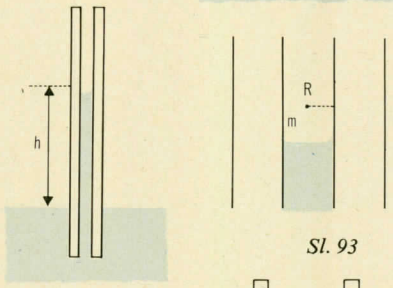
Kapilarna konstanta je mera površinske potencijalne energije na jedinicu površine.

U sistemu koji se nalazi u stabilnoj ravnoteži, potencijalna energija je minimalna; dakle, kap tečnosti (prividne težine nula, da bismo eliminisali energiju teže) mora da uzme oblik sfere koja predstavlja minimalnu površinu za datu zapreminu. Ovo je izvedeno u Platoovom (Plateau) ogledu (sl. 96): mala masa ulja, sipana oprezno u mešavinu vode i alkohola iste gustine, uzima sferni oblik.

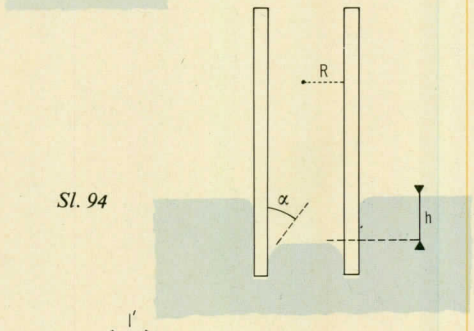
OGLEDI NA TANKIM LISTIĆIMA. Koristi se zašećerena ili glicerinizirana sapunica, i u nju se umoče metalne rešetke ili različiti predmeti koji služe kao podloga listićima tečnosti koji ostaju na ovim predmetima kada se oni izvlače iz tečnosti.



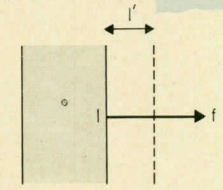
Sl. 92



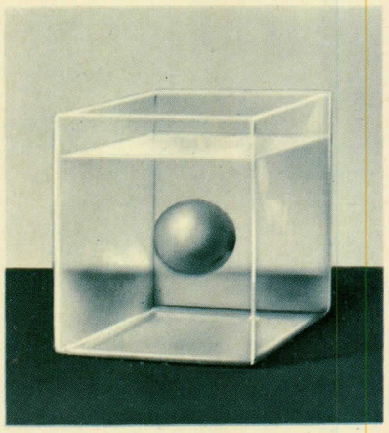
Sl. 93

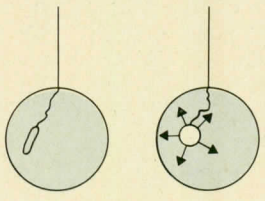


Sl. 94



Sl. 95


Sl. 96


Sl. 97

voda u dodiru sa vazduhom			0,080	sa vodom	0	sa živom	0,418
živa	—	—	0,540	—	0,418	—	0
alkohol	—	—	0,0255	—	0	—	0,399
petrolej	—	—	0,031	—	0,028	—	0,284

Plato je utvrdio da forme koje se tako stvaraju jesu forme najmanjih površina. Okvir od gvozdene žice na kome se nalazi konac koji se završava okcem, predstavlja ravni listić; ako se listić ubode u okce, ono uzima kružni oblik: sve kapilarne sile su jednake među sobom i normalne na kružnici okca (sl. 97). Kapilarne sile mogu se i direktno vagati. Šipka AB nosi tanki listić koji zateže slamka CD; ona može nositi veoma lagani tas, u koji se oprezno stavlja nekoliko tegova. Krajevi AC i BD (sl. 98) su kružni lukovi (kao kod prethodnog okca). Budući da je listić sastavljen od *dve površine*, sila koja dejstvuje na slamku CD jeste $2A\times CD$.

Mehurići od sapuna predstavljaju tanke listiće istog tipa i dobro poznate.

LAPLASOV OBRAZAC. Uzmimo loptu poluprečnika R koja razdvaja dve sredine. Elastična hipotetična membrana stvara u njenoj unutrašnjosti dodatni pritisak p. Ako poluprečnik lopte, zapremine $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$, varira za dR, modul rada tog pritiska je $dW=pdV=4\pi pR^2dR$. Budući da je površina lopte $S=4\pi R^2$, promena površinske energije je $dW=AdS=8\pi ARdR$.

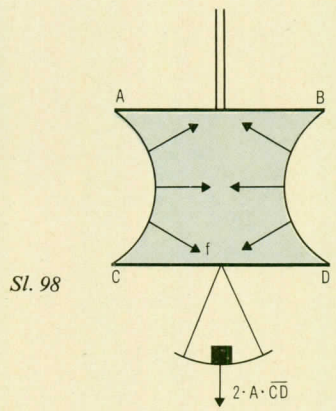
Odatle se izvodi $p=\dfrac{2A}{R}$. Malo komplikovaniji račun daje promenu pritiska p (dodatni pritisak sa konkavne strane površine) za neku površinu glavnih poluprečnika krivine R i R′:

$$p=A\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right).$$

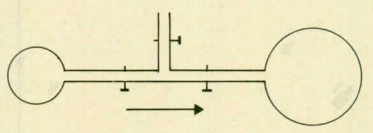
U unutrašnjosti sfernog mehura sapunice (mehur ima dve granične površine), dodatni pritisak je $p=\dfrac{4A}{R}$. Pritisak je veći u malom mehuru nego u velikom, suprotno onome što bi se moglo očekivati; ogled pokazuje (sl. 99) da se mali mehur prazni u veliki. Prost račun pokazuje, uostalom, da se za to vreme ukupna površina oba mehura smanjuje, dakle, i površinska energija.

NATAPANJE. *Natapanjem* nazivamo impregnaciju čvrstog tela tečnošću: šećer, plavac, sunđer, vlaknaste tkanine; penjanje tečnosti potiče od kapilarnih sila, čija visina zavisi od kapilarne konstante i prema tome od površinskog stanja čvrstog tela; prirodni pamuk, više ili manje prekriven masnim materijama, ne natapa se; posle odmašćivanja pranjem u rastvoru sode dobija se »hidrofilni« pamuk koji se natapa i zadržava vodu.

Dlaka, vuna, perje životinja, takođe su zaštićeni od natapanja masnim materijama. Želei, ili koloidni



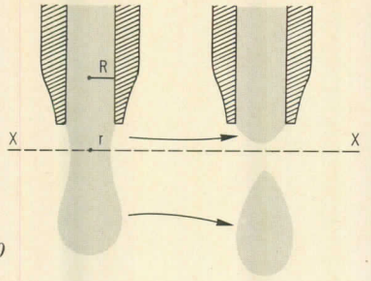
Sl. 98


Sl. 99

Fot. X.

želei, kakvi se stvaraju, na primer, pri dodiru želatina i vode, slični su elastičnim poroznim telima sa jako finim porama. Oni mogu usled toga apsorbovati vodu i naduti se, stvarajući znatne pritiske.

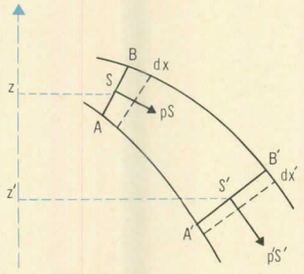
STALAGMOMETRIJA. Radi se o merenju izvesnih količina tečnosti pomoću kapi. Kap koja se stvara na kraju pipete predstavlja zonu sužavanja poluprečnika r, koji maksimalno iznosi R na otvoru cevi (sl. 100). Kap, ili tačnije deo kapi ispod XX, odvojiće se kada se njena težina izjednači sa kapilarnom silom $2\pi rA$. Dakle, za jednu datu pipetu određeni broj kapi jedne date tečnosti imaće tačno određenu masu. Ali ova masa će se menjati ako se izmeni priroda tečnosti ili pipeta. Medicinske pipete su napravljene tako da dvadeset kapi destilisane vode daju jedan gram; svaka kap ima, dakle, zapreminu od 50 mm³.



Sl. 100

HIDRODINAMIKA

BERNULIJEVA JEDNAČINA. Uzmimo da posmatramo isticanje strujne cevi—mlaz neviskozne tečnosti. Kada se isečak AB, preseka S, na visini z, pomeri duž mlaza za dx brzinom v, isečak A′B′, preseka S′, visine z', pomeri se za dx', brzinom v' (sl. 101). Budući da je tečnost nestišljiva, pomerena zapremina u AB mora se pojaviti u A′B′: $Sdx = S'dx'$.



Sl. 101

Pošto je zapremina mlaza između dva isečka Sdx i $S'dx'$ u stacionarnom stanju, sa energetskog stanovišta, sve se dešava kao da je isečak Sdx premešten u $S'dx'$. Budući da je rad dejstvujućih sila rad sila pritiska, $pSdx - p'S'dx'$, i rad sile teže $\rho Sdxg(z-z')$, jednačina kinetičke energije glasi

$$\frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 = pSdx - p'S'dx' + \rho Sdxg(z-z').$$

Ali, $m = \rho Sdx = \rho S'dx'$, i vidimo da je

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho gz = \frac{1}{2}\rho v'^2 + p' + \rho gz' = \text{const.}$$

Ova invarijanta izražava Bernulijevu jednačinu; izraz $\frac{1}{2}\rho v^2$ zove se »brzinski ili hidrodinamički pritisak«, a izraz ρgz »pritisak usled gravitacije«. Ako je brzina isticanja nula, $v = v' = 0$; moramo dobiti hidrostatički zakon

$$p + \rho gz = p' + \rho gz',$$

ili

$$p' - p = \rho g(z - z') = \rho gh,$$

što zaista izražava osnovni zakon hidrostatike.

TORIČELIJEV (TORRICELLI) ZAKON. Ako se u zidu suda koji sadrži tečnost napravi otvor preseka S, mlaz koji ističe sužava se dotle dok ne dobije konstantan presek s. *Koeficijent kontrakcije* ima vrednost s/S. Brzine čestica su tad usmerene paralelno jedna drugoj i može se govoriti o brzini isticanja v, čega nema na izlazu (sl. 102).

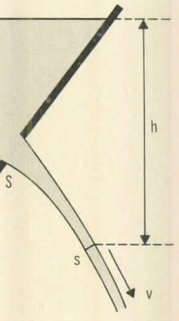
Ako je sud širok, slobodna površina se spušta zanemarljivom brzinom. Ako sa P označimo atmosferski pritisak, Bernulijeva jednačina glasi

$$0 + P + \rho gh = \frac{1}{2}\rho v^2 + P + 0, \text{ ili } v = \sqrt{2gh}.$$

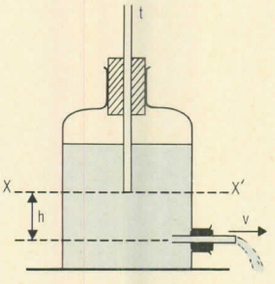
Brzina isticanja je ista kao kada bi tečnost slobodno padala sa visine h; ova postavka izražava Toričelijev zakon.

U stvarnosti brzina *mlaza vode* je nešto manja (0,8 za cilindrične spojne cevi) zbog trenja na zidovima i unutarnjih trenja (viskoznost).

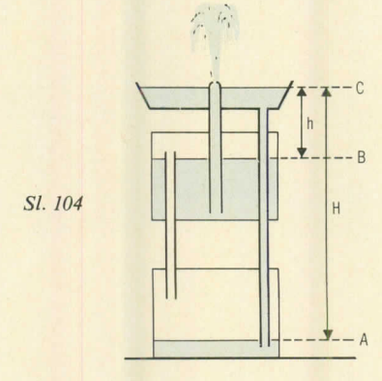
Mariotov (Mariotte) sud. Ovaj uređaj (sl. 103) dozvoljava da se dobije isticanje konstantne brzine pri pražnjenju suda, dakle konstantan otok. Cev t, otvorena na oba kraja, održava uvek na nivou XX′ atmosferski pritisak bez obzira na visinu tečnosti u sudu, i brzina isticanja jeste $v = \sqrt{2gh}$. Ova brzina se može regulisati potapajući više ili manje cev t.



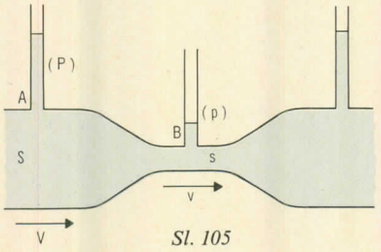
Sl. 102



Sl. 103



Sl. 104



Sl. 105

Heronov vodoskok. Ovaj oštroumni pronalazak omogućava da se dobije vodeni mlaz bez uzdignutog rezervoara za napajanje, pošto je čitava hidraulika ispod mlaza. Lako se vidi na slici 104 da je u tečnosti, ako je P atmosferski pritisak,

$$p_A = P + H\rho g = p_B$$

(prenos pomoću cevi napunjene vazduhom); $p_C = p_B - \rho gh$; pritisak koji potiče od tečnosti u spojnoj cevi je, dakle, $\rho g(H-h)$.

Brzina mlaza imaće vrednost $v = \sqrt{2g(H-h)}$, i voda teorijski mora prskati do visine $H-h$.

Venturijeva pojava. Ova pojava na prvi pogled izgleda paradoksalna. Uzmimo da neka tečnost protiče kroz horizontalnu cev preseka S, brzinom V (sl. 105). Cev se sužava u preseku s gde brzina postaje v. Pošto je tečnost nestišljiva, protok ostaje konstantan: $VS = vs$. Ali manometri pokazuju da je pritisak *slabiji* u suženom delu cevi: to je Venturijeva pojava.

Bernulijeva jednačina daje ovde za horizontalnu cev

$$\frac{1}{2}\rho V^2 + P + \rho gz = \frac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho gz, \quad \text{ili}$$

$$p = P - \frac{1}{2}\rho V^2\left(\frac{S^2}{s^2} - 1\right) < P.$$

Ako je pritisak u A jednak atmosferskom pritisku, pritisak u B niži je od njega; ako se u B izbuši rupa, vazduh će biti usisan: to je princip pumpe na vodu.

Pitoova (Pitot) cev. Ova naprava u raznim vidovima služi za merenje brzine vodenih tokova, ili relativne brzine aviona u odnosu na vazduh. Njen princip je prikazan na slici 106. Kada se kroz A usiše malo tečnosti da bi denivelacija bila vidljiva, razlika nivoa h dozvoljava da se oceni brzina strujanja kada otvori O i O′ imaju svoje ose paralelne ovom strujanju.

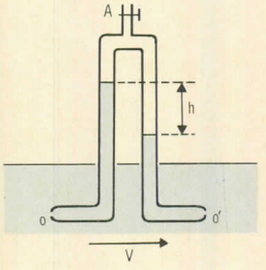
Hidraulični ovan. Kada se naglo zatvori slavina na česmi, voda koja je bila u pokretu izvede grub udar, nazvan *udar ovna*, na zatvarač cevi. Ova energija kinetičkog oblika može se koristiti za podizanje vode. Mongolfije (Montgolfier) je tako 1796. pronašao *hidrauličnog ovna*. Voda nailazi iz rezervoara R (sl. 107) i ističe kroz ventil S.

Kada brzina postane dovoljna, S se zatvara i udar ovna koji odatle proizlazi otvara ventil S′, koji je dotle usled velikog pritiska vode u rezervoaru R′ bio zatvoren; voda se onda diže u R′. Udar se amortizuje pomoću sloja vazduha a.

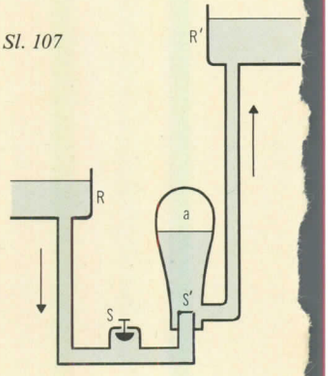
DVA REŽIMA REALNOG STRUJANJA. Osnovni zakoni ne mogu se striktno primeniti u stvarnosti, zato što oni zanemaruju trenja tečnosti na zidovima, kapilarne efekte i viskozne tečnosti.

Kod malih brzina strujanje je *laminarno*. U nekoj cevi, posebno uskoj, tečnost se pomera u vidu tankih paralelnih slojeva koji klize jedan po drugome; njihova brzina je maksimalna u centru cevi, zatim se smanjuje kada se od njega udaljavamo, da bi postala nula na zidu; to je Poazejev (Poiseuille) režim.

Sl. 106



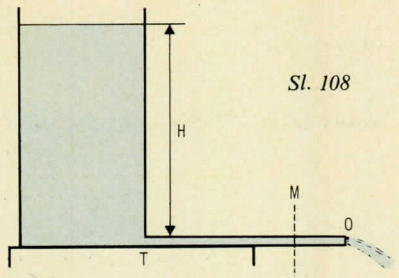
Sl. 107



Tada se uočava postepeni *pad pritiska* (a ne nagli) duž cele horizontalne cevi TO (sl. 108). U M manometarska visina je $h = K \cdot OM$, što odgovara pritisku nula samo na izlazu.

U T ova visina je $h' = K \cdot OT$; ovaj *gubitak punjenja* u odnosu na ukupnu visinu punjenja H savladava sva trenja duž cevi. *Razlika* visina $H - h'$ daje tečnosti izlaznu brzinu: $V = \sqrt{2g(H - h')}$.

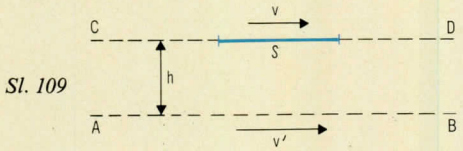
Iznad određene brzine proticanja, nazvane *kritična brzina*, proticanje je *turbulentno*; pojavljuju se turbulencije — vrtložne brazde, izazvane najmanjim neravninama, najmanjim udarcem. Zakoni proticanja su tada veoma komplikovani; to je Venturijev režim.



Sl. 108

VISKOZNOST FLUIDA. Uzmimo da se u nekom fluidu isečak AB (sl. 109) kreće brzinom v' Ako je fluid viskozan, ovaj isečak će težiti da u svoje kretanje uvuče susedne isečke. Posebno isečak CD, koji je od njega udaljen za h, biće povučen brzinom $v < v'$. Pretpostavimo, prema Navijeovoj (Navier) hipotezi, da je $\frac{v' - v}{h} = \text{const}$ (ukoliko je h veće, utoliko se v više udaljava od v'), ako h ostaje malo. Moći ćemo, prema tome, postaviti da na površinu S isečka CD dejstvuje vučna sila viskoznog trenja $F = \eta \frac{v' - v}{h} S$.

Broj η je mera *viskoznosti* fluida. U sistemu SI ovaj koeficijent viskoznosti izražava se u *dekapoazima*.



Sl. 109

Za vodu koeficijent η iznosi $1{,}8 \cdot 10^{-3}$ na 0°C, a 10^{-3} na 20°C; $0{,}6 \cdot 10^{-3}$ na 60°C. Za ricinusovo ulje on iznosi 1,2. On udvostručava svoju vrednost u masnim uljima kada pritisak poraste od 1 na 300 atmosfera. Najzad, za atmosferski vazduh, on iznosi samo $1{,}7 \cdot 10^{-5}$.

STATIKA GASOVA. ATMOSFERSKI PRITISAK

PRITISAK U GASOVIMA. Gasni molekuli, relativno jako udaljeni jedan od drugog u odnosu na njihove sopstvene dimenzije, nalaze se u stanju neprestanog kretanja. Oni udaraju i na zidove suda i na svaku površinu stavljenu u gas. Odatle proizlazi sila pritiska normalna na površinu, i *pritisak normalan na površinu*, kao u hidrostatici.

Postoji, međutim, fundamentalna razlika od statike tečnosti. Tečnosti, nestišljive, imaju konstantnu gustinu, i mi smo uspostavili odnos $p_{A'} - p_A = h\rho g$. Ovaj odnos se ne primenjuje na gasove, jer je ρ kod njih promenljivo; donji slojevi nekog gasa u ravnoteži su sabijeni težinom gornjih slojeva, i ρ se smanjuje idući odozdo prema gore po eksponencijalnom zakonu. Međutim, ρ je uvek veoma malo, i u običnim sudovima može se reći da je *pritisak gasa konstantan*. U svakom slučaju on je isti u svim tačkama jedne iste horizontalne ravni.

LAPLASOV (LAPLACE) ZAKON. Uzmimo neki idealni gas, u ravnoteži na konstantnoj temperaturi i dve tačke A i A′ visinske razlike h (sl. 110). Specifična masa je ρ u A i $\rho_{A'}$ u A′. Može se smatrati da je u horizontalnom sloju dh gustina ρ konstantna.

Pošto se pritisak p smanjuje kada h raste, možemo pisati $dp = -\rho g\,dh$, kao u hidrostatici. Ali na konstantnoj temperaturi gustina je proporcionalna pritisku: $\frac{\rho}{p} = \frac{\rho_{A'}}{p_{A'}}$; ili $\frac{dp}{p} = -\frac{\rho_{A'} \cdot g}{p_{A'}} dh$. Integraljenjem ove jednačine dobijamo $\ln p_{A'} - \ln p_A = \frac{\rho_{A'}}{p_{A'}} gh$. Ako je T apsolutna temperatura a M molekularna masa gasa, obrazac idealnog gasa $\frac{pM}{\rho} = RT$ daje konačno $\ln p_{A'} - \ln p_A = \frac{M}{RT} gh$.

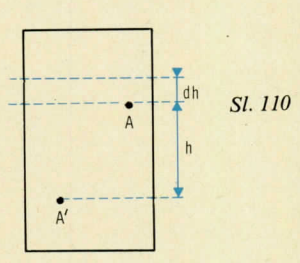
Ovde je razlika logaritama pritisaka, a ne kao u hidrostatici, razlika pritisaka proporcionalna visinskoj razlici h.

Za kiseonik na temperaturi $t = 27°C$, uzimajući $h = 10$ m, dimenzija koja je veća od dimenzija uobičajenih uređaja, nalazimo $p_{A'} = 1{,}001\,3\, p_A$.

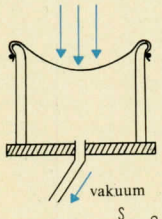
POSTOJANJE ATMOSFERSKOG PRITISKA. Problem da li je vazduh težak interesovao je jako naučnike XVII veka. Prvi je pokušao da to dokaže Njutn, sabijajući vazduh u jednoj šupljoj kugli. Stari ogled *pucanja mehura* pokazuje silu pritiska vazduha (sl. 111). Membrana od mehura, ili od kaučuka, zategnuta je na cilindru postavljenom na ploču pneumatične mašine. U zavisnosti od stvaranja vakuuma, membrana se krivi i naposletku puca. Ovde se upliće Paskalov zaključak. Vakuum ne usisava membranu (pre Paskala se govorilo da se »priroda plaši vakuuma«), već nju spoljni vazduh gura; postoji, dakle, atmosferski pritisak.

Uzmimo jednu pipetu (sl. 112) koja sadrži tečnost. Držanje ove tečnosti može se objasniti samo ako se uzme da u unutrašnjosti pipete vlada pritisak p, a u atmosferi pritisak P, tako da je

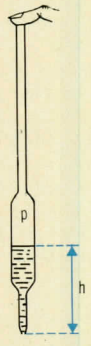
$$p + h\rho g = P$$



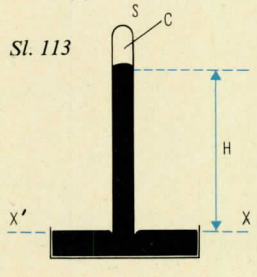
Sl. 110



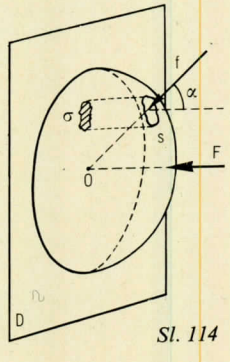
Sl. 111



Sl. 112



Sl. 113



Sl. 114

TORIČELIJEV OGLED. Prethodni odnos pokazuje da je $p = 0$ (vakuum) ako je $h = \frac{P}{\rho g}$.

Međutim, kopači bunara u Firenci primetili su da usisna pumpa ne može podići vodu na visinu veću od 33 stope, ili 10,33 m, što daje $P = 10^5$ paskala. Ovaj problem bio je postavljen pred Galileja, i njegov učenik Toričeli pretpostavio je, ako se bude radilo sa tečnošću gušćom od vode, da će visina penjanja biti još manja. Kako je živa 13,6 puta gušća od vode, visina bi morala biti:

$$\frac{10{,}33}{13{,}6} = 0{,}76 \text{ m}.$$

Toričelijev učenik Vivijani je 1643. napunio cev dugu oko 1 m živom. Ova cev, zatvorena palcem, bila je izvrnuta u sud sa živom (sl. 113). Tada se živa odvojila od vrha S cevi i živin stub imao je u ravnoteži visinu H. Kako se u barometarskoj cevi nije nalazilo ništa (vakuum), pritisak na ravan XX′ bio je $P = H\rho g$. Atmosfera je, dakle, morala dejstvovati na spoljnu slobodnu površinu žive pritiskom P. Visina H iznosila je efektivno 23 1/2 palca, ili oko 76 cm žive. Tako realizovan aparat predstavljao je *barometar*.

Normalan atmosferski pritisak odgovara tačno toj visini od 76,00 cm žive. Uzimajući $\rho = 13\,596$ kg/m³ a $g = 9{,}806\,65$ m/s², nalazimo da je $P_0 = 101\,330$ paskala, ili 1,013 3 bara. *Milibar* se upotrebljava u meteorologiji; vidimo da normalan atmosferski pritisak iznosi približno hiljadu milibara.

TEŽINA VAZDUHA. Paskal je ponovio ove oglede sa cevima različitih oblika i sa različitim tečnostima (1647). 19. septembra 1648. njegov rođak Perije (Perier) izveo je ogled na brdu Dom; visina žive bila je manja na vrhu nego u podnožju brda za oko 3 palca ili 85 mm žive. Paskal je ponovio ogled na kuli Sen Žak u Parizu; barometarska visina je varirala 5 mm.

Vazduh je, dakle, težak, jer pritisak koji on vrši opada ako se visina povećava.

Gustina normalnog vazduha, to jest na 0°C i pod pritiskom 76 cm žive jeste, podsetimo se, $a_{0,76} = 1{,}293$ kg/m³.

Madgeburške polukugle. Oto fon Gerike, koji je 1650. napravio prvu mašinu za stvaranje vakuuma, izveo je 1654. čuveni ogled nazvan *magdeburške polukugle*; on je stvorio vakuum u dve šuplje polukugle, priljubljene jedna uz drugu. Atmosferski pritisak je tada čvrsto držao polukugle jednu uz drugu. Bilo je potrebno šestnaest konja da bi se one razdvojile.

Razmotrimo polukuglu poluprečnika R (sl. 114) i nađimo sa kojom ukupnom silom atmosfera pritiskuje na nju u centralnoj ravni D. Ovu silu F, usled simetrije, nosi poluprečnik kugle normalan na D. Ona je, dakle, jednaka zbiru projekcija f na taj pravac: $F = \Sigma f s \cos\alpha$.

Ali, $s \cos\alpha = \sigma$, jeste projekcija s na ravan D. Dakle, $F = P\Sigma\sigma = P\pi R^2$. Uzimajući za vrednost atmosferskog pritiska $P = 10^5$ paskala, a za poluprečnik polukugle $R = 10$ cm $= 0{,}1$ m, nalazimo da je $F = 3142$ njutna, ili približno težina od 314 kg.

ARHIMEDOV ZAKON PRIMENJEN NA GASOVE. Kao i za tečnosti, rezultanta sila pritiska kojima gas dejstvuje na telo u njemu, jeste vertikalni potisak usmeren odozdo nagore, sa napadnom tačkom u centru potiska a jednak je težini istisnutog gasa. Ovaj potisak se može pokazati pomoću *baroskopa*. Poluga vage, dovoljno male da bi se mogla smestiti pod zvono pneumatičke mašine, nosi laku šuplju kuglu S (sl. 115) i određenu daru T promenljivog položaja. Ravnoteža je uspostavljena u vazduhu. Ako se pod zvonom stvori vakuum, Arhimedov potisak, veći za S nego za T, je nestao; ravnoteža je poremećena i S se spušta.

Obrnuto, ako se vazduh pod zvonom zameni gušćim gasom, kugla S se diže. Ovaj metod se primenjuje kod izvesnih industrijskih merenja gustine gasova.

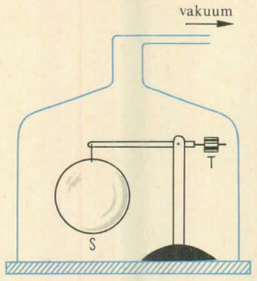
AEROSTATI. Penjanje u vazduhu slobodnih balona, balona-sondi (sl. 116), vezanih balona za osmatranje, balona-dečijih igračaka, neposredni je rezultat Arhimedovog potiska.

Uzgon je razlika između Arhimedovog potiska i ukupne težine aerostata, uračunavajući gas. Gas mora da bude lakši od vazduha da bi ova sila uzgona bila pozitivna; obično se upotrebljava vodonik ili helijum.

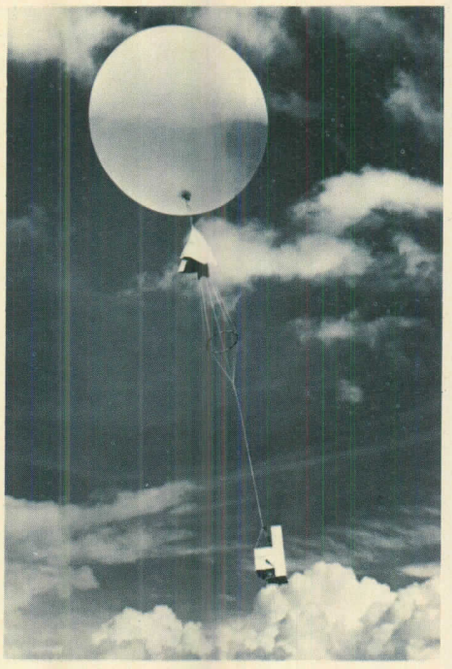
Na polasku balon nije potpuno napumpan i sila uzgona ostaje konstantna (reda samo nekoliko kiloponda); zaista se lako može videti da je smanjenje Arhimedovog potiska koje potiče od smanjenja gustine vazduha sa povećavanjem visine, tačno kompenzovano postepenim naduvavanjem omotača. Čim se balon potpuno napuni, gas izlazi kroz jedan ventil (ili kroz jedan otvor u slobodan vazduh); međutim, tada težina gasa koji izlazi ne kompenzuje više smanjenje gustine vazduha. Balon dostiže svoj plafon A (sl. 117). Usled isticanja (ili planskog otvaranja ventila) on se počinje spuštati i aterira u B.

Uzmimo da aeronaut nosi džakove peska, zvane *balast*. Pošto je balon teži, plafon A′ je niži; kada počne spuštanje on baci balast: novo penjanje na plafon A″ itd. Vidimo da se korišćenjem balasta može putovati na veća rastojanja, pošto je sada tačka spuštanja u C.

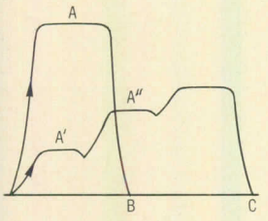
Prvo vazdušno putovanje izveli su Pilatr de Rozije (Pilâtre de Rozier) i markiz d'Arland (d'Arlandes) 21. novembra 1783.



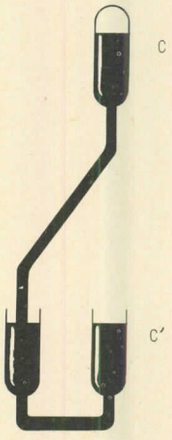
Sl. 115



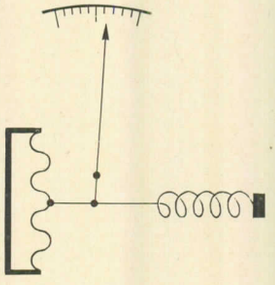
Sl. 116



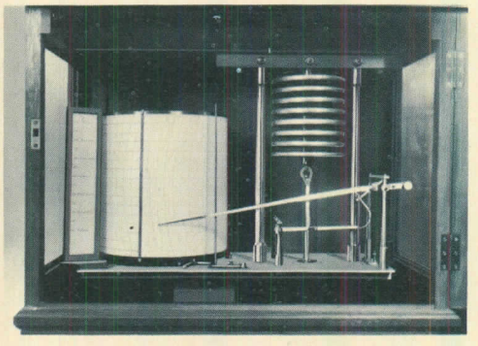
Sl. 117



Sl. 118



Sl. 119



Sl. 120

MERENJE PRITISAKA

PRECIZNO MERENJE ATMOSFERSKOG PRITISKA. U meteorologiji se upotrebljava *normalni barometar* koji predstavlja samo usavršenu Toričelijevu cev (sl. 118). Barometarska cev ima prečnik oko 3 cm na slobodnim površinama žive, da bi se izbegao suviše veliki efekat kapilarnosti. Ona mora biti savršeno čista (pranje u smeši sumporne kiseline i kalijum bihromata, pranje u destilisanoj vodi, sušenje u vakuum-sušionici). Punjenje treba izvoditi pažljivo; na toploti, pomoću cevčice, kako bi se izbegao svaki trag vazduha.

I živa mora biti čista; ona se ispira u razređenoj azotnoj kiselini, puštajući je u finim kapima u tu kiselinu, zatim pere, suši i destiliše pod niskim pritiskom.

Najzad, razlika nivoa žive C i C′ određuje se pomoću katetometra. Normalno se vizira kontakt šiljka koji dodiruje površinu žive i njegovog lika koji daje ta površina, koja funkcioniše kao ravno ogledalo.

Pretpostavimo da smo tako pročitali visinu H. Ako je lenjir katetometra na temperaturi $t°$C, on je tad produžen, i realna visina je $H' = H(1+\lambda t)$, gde je λ linearni koeficijent širenja metala od kojeg je načinjen lenjir. H′ je sada stvarna visina živinog stuba na $t°$C, gustine ρ, na mestu gde je ubrzanje teže g. H′ treba svesti na temperaturu 0°C, visinu nula i geografsku širinu 45°C, gde je ubrzanje teže g_0. Napišimo jednačinu pritiska: $H_0\rho_0 g_0 = H'\rho g$.

Označavajući sa $m = 18\times10^{-5}$ zapreminski koeficijent širenja žive, to je $\rho = \frac{\rho_0}{1+mt}$, odatle se izvodi $H_0 = H\frac{1+\lambda t}{1+mt}\times\frac{g}{g_0}$. Dali smo obrasce promene g u zavisnosti od visine i geografske širine koji dozvoljavaju da se izračuna odnos $\frac{g}{g_0}$.

ANEROID. Ranije su postojali sobni živini barometri, glomazni i lomljivi; s druge strane živa je otrovna. Francuski mehaničar Vidi (Vidie) pronašao je 1844. barometar bez tečnosti (aneroid), koji se još uvek upotrebljava. U jednoj kutiji čija je površina (ili dve) gipka, stvara se vakuum; da bi se sprečilo da se kutija ne slomi (sl. 119) pod pritiskom atmosferskog vazduha, nju drži jaka opruga. Postoji, dakle, ravnoteža između dejstva opruge i pritiska atmosfere. Ako se atmosferski pritisak menja i dejstvo opruge se mora menjati; položaj ravnoteže nije više isti, pa, dakle, ni dužina opruge. Deformacije su male i moraju se pojačavati pomoću sistema poluga. Da bi se još više povećala osetljivost, upotrebljava se više kutija vezanih u bateriju. Ova baterija ne sme sadržavati vazduh, čiji bi pritisak, ma kako slab, varirao sa temperaturom i kvario razultate merenja.

Kazaljka, umesto da se pomera ispred kazala graduisanog u visinama živinog stuba, kao kod sobnih barometara, može nositi pero napajano glicerinisiranim mastilom koje se naslanja na valjak-registrator, koji se pod dejstvom satnog mehanizma u njegovoj unutrašnjosti obrne jednom sedmično. Jedan takav *barometar-registrator* (sl. 120) daje grafikon atmosferskog pritiska kao funkciju vremena.

Ovi barometri se etaloniraju pomoću živinog barometra.

BAROMETARSKA NIVELACIJA. Budući da se atmosferski pritisak smanjuje sa povećanjem visine, može se izvesti razlika visina h dveju stanica A i A′ na osnovu merenja atmosferskih pritisaka P_A i $P_{A'}$. Izveli smo Laplasov obrazac

$$\ln P_{A'} - \ln P_A = \frac{\rho_{A'}}{P_{A'}} gh.$$

Možemo ga napisati sa barometarskim visinama: $h = \frac{P_{A'}}{g\rho_{A'}} \ln\frac{H'}{H}$. Imajući u vidu da je $\frac{P_{A'}}{\rho_{A'}} = \frac{P_0}{\rho_0}$, prelazeći na decimalne logaritme, uzimajući u obzir promenu g sa geografskom širinom λ, uvodeći korektivni izraz zbog temperature, dobija se konačno

$$h = 18\,405(1+0{,}002\,59\cos 2\lambda)\times\left(1+\frac{2t'+t}{1000}\right)\ln\frac{H'}{H}$$

metara.

Tako se meri visina neke planine pri mirnom vremenu.

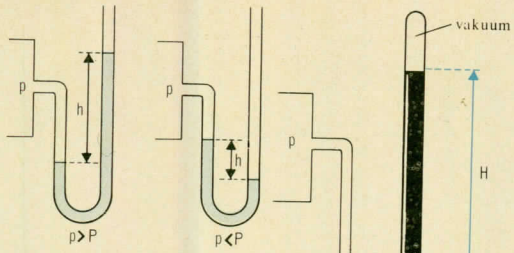
Altimetri. To su aneroidni barometri, graduisani u visinama, pošto Laplasov obrazac daje pritisak kao funkciju te visine. Ali rezultati bi bili netačni, ako se ne bi obeležila nula na tlu pre svakog penjanja pomeranjem kazala, da bismo tako mogli doći do efektivne visine u odnosu na nulti nivo, pošto pritisak na tlu može varirati.

MANOMETRI SA TEČNOSTIMA. Manometri služe za merenje pritisaka. Manometar sa denivelacijom tečnosti izmislio je Varinjon (Varignon) 1705. Jedan krak cevi u obliku slova U povezan je sa gasom pod pritiskom p; drugi krak je otvoren prema slobodnom vazduhu; cev sadrži tečnost gustine ρ. Za slučaj na slici 121, ako je P atmosferski pritisak, pritisak koji treba izmeriti je $p = P + h\rho g$. Manometar sa vodom daje visinsku razliku 13,6 puta veću nego živin manometar.

Manometarski barometar dozvoljava da se direktno čita pritisak p koji odgovara posmatranoj visini H (sl. 122); to je Toričelijeva cev; gas kome želimo da merimo pritisak p je u dodiru sa slobodnom površinom žive.

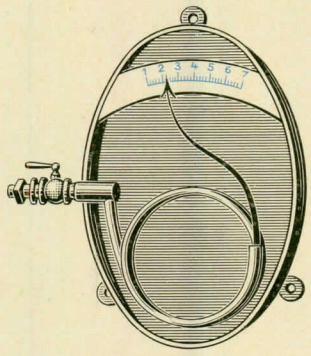
METALNI MANOMETAR. Ovaj manometar izmislio je Burdon (Bourdon) 1849. On se sastoji od čelične cevi tankih zidova, eliptičnog preseka i savijene u spiralu (sl. 123). Kada na nju iznutra dejstvuje pritisak fluida, spirala teži da se odmotava, povlačeći neposredno ili preko poluge kazaljku. Ovi aparati su jaki ali malo pouzdani.

Fot. Météorologie nationale, Larousse.

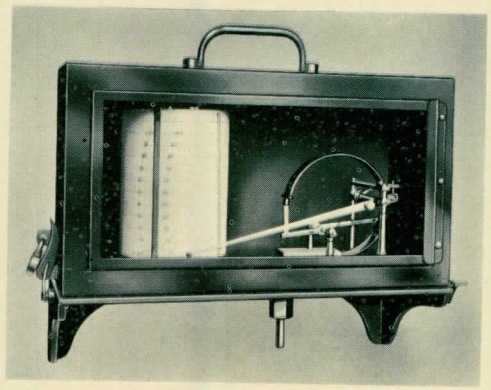


Sl. 121

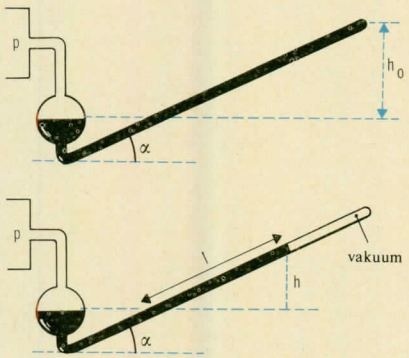
Sl. 122



Sl. 123



Sl. 124



Sl. 125

Oni se mogu montirati kao manometri-registratori (sl. 124), dodajući im uređaj za zapisivanje i satni mehanizam, identičan onom kod barometara-registratora. Mogu se, na primer, pratiti promene pritiska nekog parnog kotla tokom dana.

MERENJE NISKIH PRITISAKA. Može se — a to je lak postupak — posmatrati oblik električne varnice koja preskače u cevi povezanoj sa razređenim gasom, — čiji se pritisak želi odrediti. Međutim, postoje razni hidrostatički postupci, od kojih ćemo mi pomenuti dva.

Cev u obliku slova U, visine petnaestak centimetara, povezana je sa »vakuumom« koji treba izmeriti (sl. 125). Drugi krak je zatvoren i sadrži živu; on zatvara sa horizontalnom ravni ugao α. Čim pritisak p postaje niži od h_0 cm žive, živa se odlepljuje; mereni pritisak iznosi tada h cm žive, ali u stvarnosti čitamo dužinu $l=\frac{h}{\sin\alpha}>h$ sa većom preciznošću nego kada bismo h merili neposredno; $p=l\varrho g\sin\alpha$. *Mak Leodov manometar*, još uvek u upotrebi, katkad sa nekim komplikovanim usavršavanjima, bazira se na sledećoj shemi. Veoma niski pritisak p koji treba meriti spojen je u A (sl. 126) s jedne strane sa ampulom ukupne zapremine V, čiji je gornji deo uski graduisani cilindar zapremine v, a s druge strane sa sudom napunjenim živom; slavina R je zatvorena. Da bismo obavili merenje oprezno otvorimo slavinu R. Atmosferski pritisak podiže živu koja u A izoluje zapreminu V pod pritiskom p. Pošto se živa stalno penje, izolovani gas je sabijen i, kada se slavina ponovo zatvori, on zauzima zapreminu nv. Tada čitamo visinsku razliku h. Napišimo Mariotov zakon za komprimirani gas, čiji je novi pritisak u visini stuba žive $h+p$:

$$pV=nv(h+p),\ \text{odakle}\ p=\frac{nvh}{V-nv}.$$

Ako je $n=1$, $h=1$ mm, $\frac{V}{v}=1000$, nalazimo

$$p=0{,}01\ \text{mm}$$

žive, pritisak koji se ne može registrovati na običnim manometrima sa neposrednim čitanjem.

MERENJE VISOKIH PRITISAKA. Mogu se koristiti razne pojave, na primer, promena električnog otpora sa pritiskom itd. Pomenimo *reduktor pritiska* koji je izmislio Amaga (Amagat). Nepoznati visoki pritisak p dejstvuje na klip površine s (sl. 127) posredstvom melase. Ovaj klip je pričvršćen za drugi klip površine S. Silu ps prenosi čvrsto telo; ulje ili voda koje sabija S trpi, dakle, pritisak $p'=p\frac{s}{S}$, koji se može meriti pomoću običnog manometra. Ako pročitamo $p'=10$ atmosfera (10^6 paskala), ako su prečnici klipova 2 cm i 20 cm, dobijamo $p=1000$ atmosfera.

STIŠLJIVOST (KOMPRESIBILNOST) GASOVA

KOEFICIJENT STIŠLJIVOSTI. Ako neki gas pretrpi na konstantnoj temperaturi povećanje pritiska $dp>0$, njegova zapremina se smanjuje: $dv<0$. Kažemo da je gas utoliko stišljiviji, ukoliko je odnos $-\frac{dv}{dp}$ veći. Da bi se definisao *koeficijent stišljivosti* odnos svodimo na jedinicu zapremine: $C=-\frac{dv}{v\cdot dp}$. Recipročna vrednost ovog koeficijenta je *koeficijent elastičnosti*: $E=-\frac{v\cdot dp}{dv}$.

Izotermičku stišljivost, to jest stišljivost na konstantnoj temperaturi. izučavali su gotovo u isto vreme opat Mariot (Mariotte) u Francuskoj (radovi objavljeni 1676) i Bojl (Boyle) u Engleskoj.

MARIOTOV ZAKON. Mariotov zakon možemo ispitati pomoću aparata (sl. 128) sastavljenog od dva suda A i B, spojena kaučukovom cevi, u kojemu se nalazi živa. Ovi sudovi mogu se pomerati duž graduisanog vertikalnog lenjira. U A se nalazi ispitivani gas dok je slavina r zatvorena. Sud B je otvoren prema slobodnom vazduhu, gde vlada atmosferski pritisak H (u visini žive). Kada se nivoi A i B nalaze u istoj horizontalnoj ravni, pritisak gasa je H. Zatim pomeramo sudove. Kada je nivo žive u A′ ispod površine otvorene prema vazduhu B′ — zabeležimo zapreminu v gasa u graduisanom sudu i njegov pritisak $p=H+h-$,. kada je nivo B″ ispod A″ — zabeležimo zapreminu v i pritisak $p=H-h'$. Nakon velikog broja merenja, obrazuju se svi odgovarajući proizvodi $p\times v$, na osnovu čega konstatujemo da su jednaki. Ovu konstantnost proizvoda $p\times v$ izražava Mariotov zakon. On kaže da na *konstantnoj temperaturi, ako pritisak nekog gasa postane n puta veći, njegova zapremina postaje n puta manja*. Ova postavka, očiti plod neposrednog posmatranja, može se transformisati na više načina. Tako,

— *na konstantnoj temperaturi zapremina date mase gasa obrnuto je proporcionalna pritisku.*

Ako zapremina određene mase gasa postane n puta veća, gustina postaje n puta manja; odakle

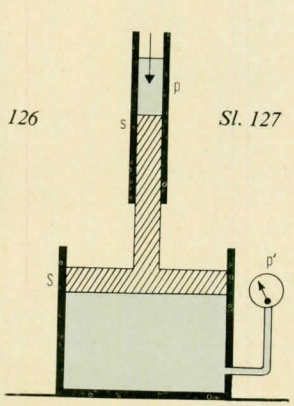
— *na konstantnoj temperaturi gustina nekog gasa proporcionalna je njegovom pritisku*:

$$\frac{\varrho}{p}=\frac{\varrho'}{p'}=\ldots=\frac{\varrho_0}{p_0}.$$

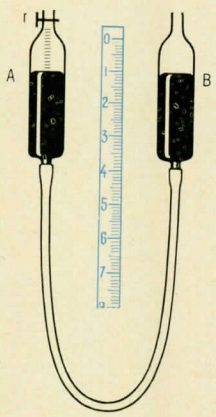


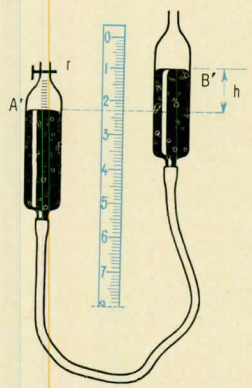


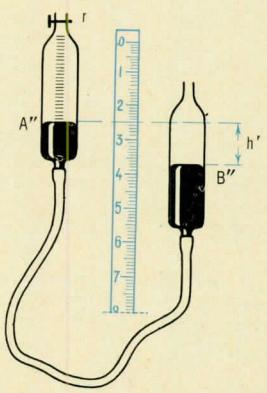
Sl. 126



Sl. 127







Sl. 128

Završimo klasičnom postavkom:

— *na konstantnoj temperaturi proizvod broja koji meri pritisak date mase gasa i broja koji meri njegovu zapreminu, ima konstantnu vrednost*:

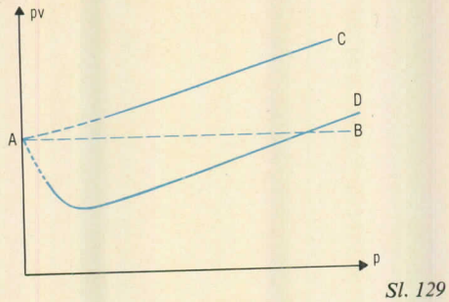
$$pv=p'v'=\ldots=\text{const.}$$

Koeficijent stišljivosti može se izračunati. Diferenciranjem odnosa $pv=\text{const}$, dobijamo

$$p\,dv+v\,dp=0;$$

odakle je $C=-\frac{dv}{v\,dp}=\frac{1}{p}$. Koeficijent elastičnosti je, dakle, p.

Valjanost Mariotovog zakona. Krajem XIX veka (a i u ovome veku za industrijske potrebe) bili su izvedeni ogledi iz izotermičke stišljivosti za različite gasove sa preciznim i često komplikovanim aparatima; najpre Reno, a naročito Amaga između 1870 i 1900. Ako nacrtamo Amagaov grafikon nanoseći na ordinatu vrednost proizvoda pv, a na apscisu vrednosti pritiska p, za strogo određenu temperaturu (sl. 129), Mariotov zakon predstavljen *izotermom* AB konstantne ordinate. U stvarnosti nalazimo dva tipa izotermi (njihovo odstupanje od AB znatno je uveličano na slici). U prvom tipu proizvod pv povećava se sa pritiskom; izoterma AC uzima pravac asimptote, čiji se nagib obično obeležava sa b. U drugom tipu proizvod pv prolazi kroz minimum, zatim izoterma AD uzima isti pravac asimptote kao i u prvom slučaju. Ali u domenu običnih pritisaka odstupanje od Mariotovog zakona se veoma teško otkriva.

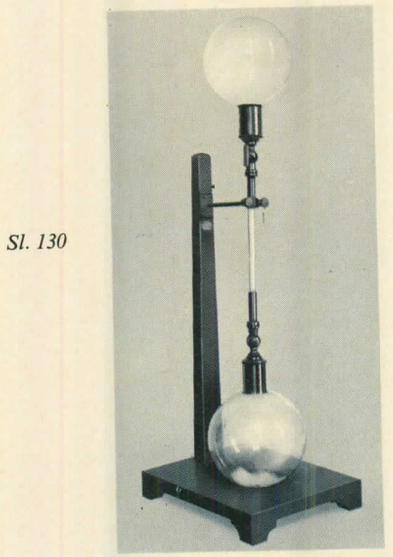


Sl. 129

Ako bi posmatrani gas tačno zadovoljavao Mariotov zakon, on bi bio u *idealnom stanju*; odatle klasično posmatranje idealnog stanja jednog realnog gasa. Predlagani su mnogobrojni obrasci za izražavanje zakona stišljivosti realnih gasova. Najčuveniji je Van der Valsov (Van der Waals):

$$\left(p+\frac{a}{v^2}\right)(v-b)=\text{const.}$$

Veličine a i b su male i zavise od hemijske prirode gasa; ako se one zanemare, dobijamo Mariotov zakon.


Sl. 130

UTICAJ TEMPERATURE. Možemo izučavati proizvode pv na raznim temperaturama, ali uvek sa jednom masom datog gasa. Konstatujemo da su oni proporcionalni apsolutnoj temperaturi gasa: $T°K=t°C+273$; ili

$$\frac{pv}{T}=\frac{p'v'}{T'}=\ldots=\text{const.}$$

Korišćenje ovog odnosa je značajno. Pre svega, na *konstantnoj temperaturi* $T=T'$; nalazimo Mariotov zakon. Zatim, pri *konstantnoj zapremini* vidimo da je pritisak gasa proporcionalan njegovoj apsolutnoj temperaturi. Najzad, pod *konstantnim pritiskom* zapremina gasa je proporcionalna njegovoj apsolutnoj temperaturi; to je zakon širenja gasova. Sve napred rečeno važi samo za idealno stanje.

MEŠANJE GASOVA. Gasovi, dovedeni u dodir, spontano se mešaju *difuzijom*, što se može lako razumeti, budući da su molekuli u stanju neprekidnog kretanja.

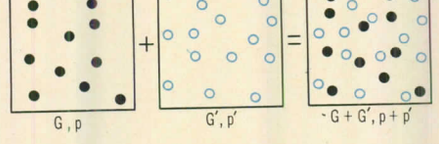
Prvi ogled izveo je Bertole. On je uzeo dva balona koji se mogu međusobno spojiti pomoću tuljca za priključak sa slavinom (sl. 130); napunivši pod istim pritiskom prvi vodonikom a drugi ugljendioksidom, čija je gustina 22 puta veća, i zašarafivši prvi iznad drugoga, on ih je stavio u podrume Opservatorije. Otvorio je slavine. Posle nekoliko časova baloni su bili odvojeni i on je našao da svaki od njih sadrži iste proporcije kiseonika i ugljen-dioksida, pri čemu je pritisak gasne smeše u svakom balonu bio jednak početnom pritisku.

DALTONOV ZAKON. Posmatrajmo gas G koji zauzima sud pod pritiskom p, i gas G′ koji zauzima identičan sud pod pritiskom p' (sl. 131). Pritisci p i p' potiču od udara gasnih molekula na zidove. Izmešajmo dva gasa u trećem sudu, identičnom prvima. Molekuli se mimoilaze bez ometanja, *što je tačno samo za idealne gasove*; oni nastavljaju da udaraju na zidove suda kao i ranije; pritisak, očevidno, iznosi u tim uslovima,

$$P=p+p';$$

odatle Daltonov zakon:

Pritisak gasne smeše jednak je zbiru pritisaka kojim bi delovao svaki gas ako bi sam zauzimao zapreminu smeše. Ovi poslednji pritisci zovu se *parcijalni pritisci* pojedinog gasa u smeši.



Sl. 131

Uzmimo da treba izmešati gasove koji respektivno zauzimaju zapremine v_1, $v_2\ldots$ pod pritiscima p_1, $p_2\ldots$ Izmešajmo ih sve na konstantnoj temperaturi u sudu zapremine V. Mariotov zakon daće parcijalni pritisak svakog od njih, budući da je $p_1'V=p_1v_1$. Primenimo Daltonov zakon za izračunavanje konačnog pritiska P smeše,

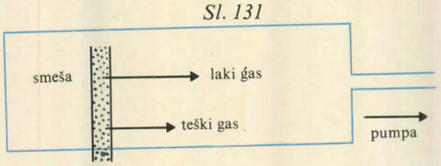
$$P=p_1'+p_2'+\ldots=\frac{p_1v_1}{V}+\frac{p_2v_2}{V}+\ldots\quad.$$

Da bismo respektovali simetriju, obično pišemo

$$PV=\Sigma p_1v_1.$$

Ako su sada gasovi na različitim početnim apsolutnim temperaturama T_1, $T_2\ldots$, rezonovaćemo na isti način, nazivajući T apsolutnom temperaturom konačne smeše. Parcijalni pritisci na T u zapremini V biće dati odnosom $\frac{p_1'V}{T}=\frac{p_1v_1}{T_1}$. Primenjujući Daltonov zakon,

$$P=\Sigma p_1'=\Sigma\frac{p_1v_1}{V}\frac{T}{T_1},\quad\text{ili}\quad\frac{PV}{T}=\Sigma\frac{p_1v_1}{T_1}.$$

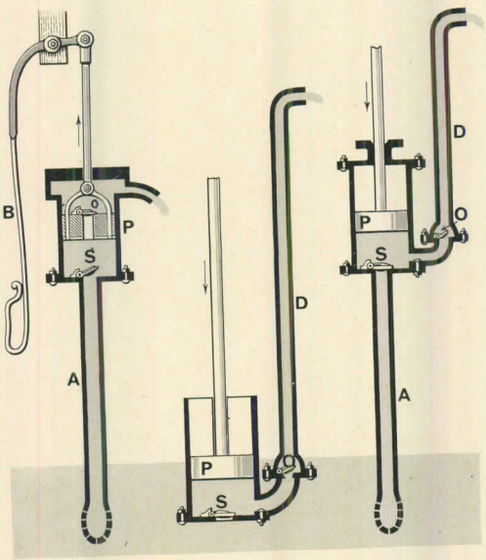


Sl. 132

EFUZIJA — ISTICANJE GASA. Uzmimo da je smeša gasa odvojena od neke prazne prostorije poroznim zidom, na primer slojem mulja ili negleđosanim porculanom (sl. 132). Primećujemo da lakši gas prolazi brže kroz porozni zid. Ako je u brzina efuzije (zapremina gasa koji prođe u jedinici vremena) a d gustina gasa, Grahamov zakon glasi $u\sqrt{d}=\text{const}$. Pod istim početnim parcijalnim pritiskom vodonik prolazi četiri puta brže nego kiseonik u početku operacije. Smeša, dakle, postaje siromašnija u vodoniku. Ovaj metod se koristi u atomskim fabrikama za separaciju raznih izotopa uranijuma, dovedenih u oblik gasovitih fluorida za potrebe ove separacije.

PUMPE

KLIPNE PUMPE. Pumpe za tečnost, pri čemu je ta tečnost najčešće voda, služe za podizanje ili za cirkulaciju tečnosti. Razlikujemo tri tipa klipnih pumpi: usisne pumpe, potisne pumpe i usisno-potisne pumpe. Treba, doduše, izbegavati reč »usisna«, jer je atmosferski pritisak taj koji obezbeđuje penjanje vode.



Sl. 133 Sl. 134 Sl. 135

Usisna pumpa (sl. 133) sastoji se iz cilindričnog tela pumpe u kome se kreće klip P, snabdeven ventilom O koji se otvara odozdo nagore. Ventil S pokretan nagore, može zatvoriti ili otvoriti usisnu cev A, potopljenu u tečnost koju treba podignuti. Kada podižemo klip pomoću poluge B, O se zatvara a S otvara; atmosferski pritisak potiskuje tečnost u cev A. Kada se klip spušta, S se zatvara, O se otvara; tečnost dolazi iznad klipa. Pri sledećem dizanju klipa ova tečnost izlazi napolje kroz odvod. Pumpa dobro funkcioniše samo kada je puna tečnosti, to jest kada je *aktivirana*. Na početku, kada je ona puna vazduha, potrebno je više operacija klipa da bi se ona aktivirala. Ako nije potpuno hermetički zatvorena, ona se aktivira sipanjem malo vode iznad klipa. Podsetimo se da su firentinski kopači bunara primetili da takva pumpa ne može podići vodu iznad 10,33 m,

Fot. Larousse.

što predstavlja začetak Toričelijevog ogleda. Zbog prodiranja vazduha kroz neizbežne pukotine, u praksi se nikako ne može prevazići 7—8 metara.

Telo *potisne pumpe* (sl. 134) potopljeno je u tečnost koju treba potiskivati. Kada se klip P podiže, ventil S se otvara, ventil O se zatvara i spoljni atmosferski pritisak potiskuje tečnost u telo pumpe. Kada se klip spušta, S se zatvara, O se otvara i tečnost se uteruje u cev D sa odvodom. Ovde ne postoji nikakva teorijska granica visine dizanja; ona zavisi samo od snage kojom pritiskujemo na klip.

Usisno-potisna pumpa (sl. 135) jeste kombinacija dva prethodna sistema, čija su sva svojstva zadržana.

Proticanje koje izazivaju pomenute pumpe je prekidno; mlaz tečnosti proizvodi se pri svakom udarcu klipa. Može se postići da mlaz bude neprekidan (nekadašnje vatrogasne pumpe), udvajajući pumpe tako da jedna usisava dok druga potiskuje (sl. 136); mlaz se još bolje reguliše amortizovanjem udara pomoću rezervoara vazduha Z koji igra ulogu elastičnog odbojnika.

ROTACIONE PUMPE. Delovi ovih pumpi održavaju se u pogonu pomoću stalnog rotacionog kretanja.

Kod *krilnih pumpi* (sl. 137) doboš T vuče pri svojoj rotaciji sistem pokretnih krilaca P, prisiljenih sistemom opruga da klize po centralnom nepomičnom cilindru, ali tako da se krilca opiru i na telo kućišta B, kao što je to na slici prikazano; na rotacionom dobošu T nalaze se žlebovi potrebni za klizanje krilaca. Tako se voda usiše u A i potisne u R. Ove pumpe brzo se habaju i moraju se obavezno aktivirati pomoću levka E.

Automobili imaju za cirkulaciju ulja *zupčaste pumpe* (sl. 138); zupčanici su smešteni u kućište. Zupci povlače tečnost pri svom rotiranju. Ove pumpe imaju slab učinak, ali zadovoljavaju ono što se traži od njih.

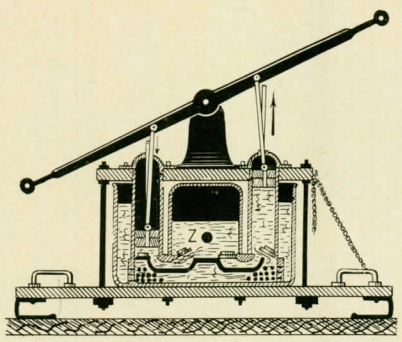
Pomenimo *laboratorijsku pumpu* pomoću koje se lako obezbeđuje cirkulacija tečnosti u cevi od kaučuka C (sl. 139), a koja se koristi, na primer kod hemijskih aparatura. Stavi se deo cevi u unutrašnjost kućišta tako da zauzima više od polovine kružnice; na cev pritiskuju dva točkića g i g' dijametralno postavljena, koje pokreće obrtna poluga. Tečnost protiče kao kada bi duž cevi klizila dva prsta koji je pritiskuju.

Kod centrifugalnih pumpi, motor obrće velikom brzinom jedan točak sa lopaticama (sl. 140). Ne postoji nikakav ventil. Voda ulazi kroz usisnu cev A koja je vodi prema centru točka, gde počinje rotirati zajedno sa lopaticama. Centrifugalna reakcija je odbacuje na periferiju i ona izlazi kroz potisnu cev R. Ove pumpe bile su, međutim, dugo vremena korišćene samo za podizanje na male visine. One se sada sklapaju u seriji da bi se dobile *višestepene pumpe* koje daju jake pritiske potiskivanja. Ove pumpe su podesne, nisu glomazne, ali su slabog učinka. Nalazimo ih u vatrogasnim pumpama, rudarskim pumpama i u raznim pumpama za pročišćavanje.

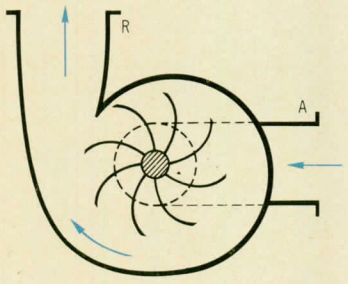
GASNE PUMPE. Oto fon Gerike je pronašao *pneumatičku mašinu — sisaljku* i konstruisao je 1650.

Klipna sisaljka izbacuje vazduh iz suda zapremine V (sl. 141) u atmosferu, gde vlada konstantni pritisak P. Ne ulazeći u pojedinosti funkcionisanja klipne pumpe, uzmimo da je s usisni ventil, s' izduvni ventil, S površina klipa, h maksimalni hod. Kada je klip na dnu hoda, obavezno ostaje ispod njega mala zapremina v_0 različita od nule, zvana *štetni prostor*. Uzmimo da treba stvoriti vakuum u sudu zapremine V; u datom momentu u njemu je pritisak p, isti kao i u telu pumpe kada je klip maksimalno podignut. Ako se gas reducira na štetnu zapreminu v_0, njegov pritisak biće p', tako da imamo

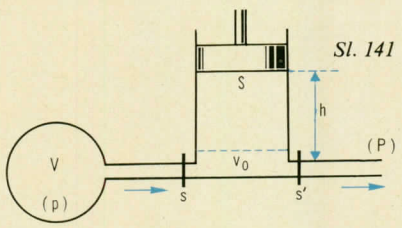
$Shp = v_0 p'$; a isisavanje će se odvijati ako je $p' > P$, ili $p > \frac{Pv_0}{Sh}$. Pumpa, dakle, neće moći sniziti pritisak ispod graničnog pritiska $p_0 = \frac{Pv_0}{Sh}$.



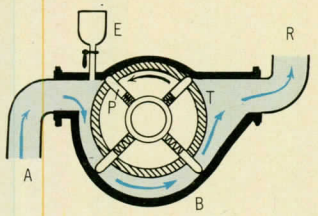
Sl. 136



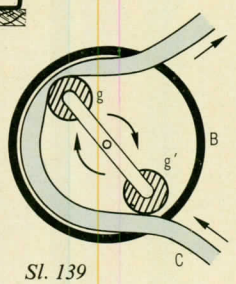
Sl. 140



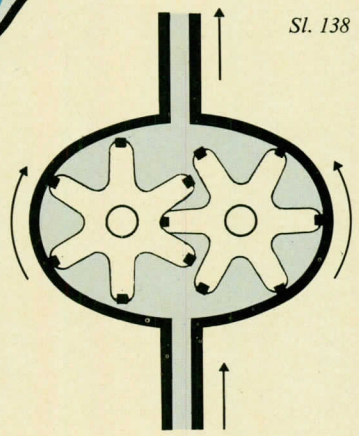
Sl. 141



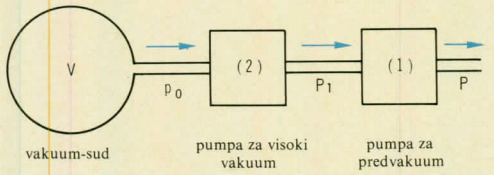
Sl. 137



Sl. 139



Sl. 138



Sl. 142

Razni složeni uređaji bili su primenjeni da bi se smanjilo v_0 što je moguće više. Ali prethodni rezultat važi za sve vrste pumpi: *svaka pumpa koja izduvava u prostor pritisak P ne može sniziti pritisak ispod graničnog pritiska* p_0.

Rad sa ovim klipnim mašinama je težak i dug. Potražimo broj n korisnih taktova klipa, uzimajući da je sud pun gasa na pritisku P. Označimo sa V_0 zapreminu Sh tela pumpe. Pritisak p_1 u sudu V, posle prvog takta klipa, dat je Mariotovim zakonom: $PV = p_1(V+V_0)$; posle drugoga, $p_1V = p_2(V+V_0)$; i tako do poslednjeg koji dostiže granični pritisak $p_0 : p_{n-1} = p_0(V+V_0)$. Množeći prethodne relacije član po član, dobijamo $P = p_0\left(\frac{V+V_0}{V}\right)^n$, ili još $n \log\frac{V+V_0}{V} = \log\frac{P}{p_0}$. Sa telom pumpe od 1*l*, sudom od 3*l*, biće potrebno 16 taktova pumpe da bi se snizio pritisak od P = 1 atmosfera na $p_0 = 1/100$ atmosfere. Dalje pumpanje je nekorisno.

BRZINA PUMPANJA; PUMPNA BRZINA. Ovde se radi o pumpi bilo kog tipa koja funkcioniše između pritiska izduvavanja P i pritiska gasa p koji se nalazi u sudu u vremenu t. Treba, dakle, sniziti pritisak p na granični pritisak p_0 u zapremini V.

Pumpnom brzinom nazivamo brzinu relativnog snižavanja pritiska u jedinici zapremine. Ako se u vakuum-zapremini pritisak p snizi za $|dp|$, relativno sniženje (do graničnog pritiska p_0) iznosi $\frac{|dp|}{p-p_0}$, a njegova brzina je $\frac{|dp|}{(p-p_0)dt}$, ali za jedinicu zapremine, to jest V puta manju, ova brzina bi očevidno bila V puta veća. Odakle pumpna brzina:

$$S = V\frac{|dp|}{(p-p_0)dt}.$$

Ali, eksperimentalno izučavajući neku pumpu, mereći p kao funkciju vremena t, ucrtavajući krivulju $p = f(t)$, odakle se izvode vrednosti $\frac{dp}{dt}$, vidi se da je S konstantno. To je konstantna vrednost, *nezavisna od p, karakteristika date pumpe.*

Integraljeći prethodni obrazac ($dp < 0$ ako je $dt > 0$), i označavajući sa t vreme nakon koga je pritisak P postao p, nalazimo $S = V\frac{1}{t}\mathrm{Log}\frac{P-p_0}{p-p_0}$.

Opštije, ako između t_1 i t_2 pritisak dođe od p_1 na p_2, imamo $S = V\frac{1}{t_2-t_1}\mathrm{Log}\frac{p_1-p_0}{p_2-p_0}$. Da bismo došli do S, treba, dakle, izvršiti dva merenja pritiska p_1 i p_2 u vremenima t_1 i t_2, zatim čekati dosta dugo da bismo saznali p_0.

Pošto logaritam nema fizičke dimenzije, vidimo da se S izražava u zapremini na vreme, najčešće, u praksi u *litrima na minut* ili u *litrima na sekund*. Dobra pumpa za visoki vakuum, koja ima brzinu 2 litra na sekund, utrošiće 10 sekundi da bi svela 5 litara sa pritiska P na pritisak p.

OPŠTA SHEMA VAKUUM-UREĐAJA. Ako se zadovoljimo ne tako visokim vakuumom P, reda milimetra stuba žive, upotrebićemo samo pumpu tipa (1). Ako, naprotiv, želimo veoma visoki vakuum, na primer reda 1/1000 milimetra stuba žive (p_0), upotrebićemo dve pumpe u seriji; najpre, jednu pumpu tipa (1), zvanu »pripremna pumpa«, koja daje *predvakuum* P_1, posle koje dolazi pumpa za visoki vakuum tipa (2), koja se može aktivirati sa P_1 i koja daje vakuum p_0 (sl. 142). Ova aparatura se koristi kod izvesnih cevi za X zrake, ili luminescentnih cevi, iz kojih treba potpuno isisati vazduh pre nego što se napune željenim gasom.

Počinje se stavljanjem u pokret samo pumpe (1), koja svuda daje pritisak P_1. Zatim se stavi u pogon pumpa (2) koja se aktivira na P_1 i koja u V svede pritisak sa P_1 na p_0.

PRIPREMNA PUMPA ZA PREDVAKUUM

Klipne pumpe više se ne upotrebljavaju za predvakuum. Katkad se upotrebljava cevna pumpa sa vodenim mlazom, a naročito rotacione uljne pumpe. Postoji veoma veliki broj modela. Pomenimo *krilnu pumpu*, čiji je princip dat pri razmatranju pumpi za tečnosti, a koja funkcioniše u sudu za ulje koji nije predstavljen.

Cilindar C (sl. 143) okreće se oko osovine O; on ima otvore kroz koje prolaze krilca P, na koja pritiskuju njihove opruge. Gas koji treba isisati nalazi ispred njega zapreminu v i tu se širi. Usled rotacije krilaca ova zapremina se postepeno smanjuje, pritisak gasa se povećava i on treba da postane dovoljan, da bi podigao izduvni ventil s, to jest najmanje jednak atmosferskom pritisku P. Ako je v_0 minimalna zapremina, a V maksimalna zapremina između dva uzastopna krilca, granični pritisak p_0 biće dat u prvoj aproksimaciji odnosom $p_0V=Pv_0$.

Pomenimo i model koji ima samo jednu lopaticu koja se ne okreće, dok je pumpa potopljena u sud sa uljem koji nije predstavljen. Nepropustljivi cilindar C obrće se oko ose O cilindričnog tela pumpe (sl. 144), a lopatica P stalno pritiskuje na njega. Gas koji treba isisati dolazi u zapreminu V_1 koja raste dok je cilindar C, došavši u a, ne izoluje u zapreminu V_2 koja opada; njegov pritisak raste i treba da postane dovoljno velik da bi mogao otvoriti izduvni ventil s. Ako je V maksimalna vrednost V_1 a v_0 minimalna vrednost V_2, granični pritisak je kao i ranije dat odnosom $p_0V=Pv_0$.

Ove pumpe pokreće električni motor. One mogu dati 1/100 milimetra žive.

PUMPE ZA VISOKI VAKUUM. Pumpe za visoki vakuum postavljaju se između vakuum-suda i pumpe za predvakuum; one se mogu aktivirati samo na predvakuumu.

Kod pumpi sa *molekularnim odvođenjem* molekule već razređenog gasa odvlači cilindar velike obrtne brzine u momentu kada oni udaraju na cilindar, da bi se odatle odbili. Gede (Gaede) je 1912. napravio prvu pumpu baziranu na ovom principu. Holvekova (Holweck) pumpa pojavila se 1922; ona se sastoji (sl. 145) od cilindričnog tela pumpe C, od specijalne nepropustljive bronze; dve spiralne brazde S i S′ usečene su na unutrašnju površinu ovog cilindra; ove dve zavojnice namotavaju se u suprotnim smerovima, polazeći od središne ravni ZZ′. Dubina spiralnih kanala opada idući od njihovih središnih krajeva prema bočnim krajevima; oni se sjedinjuju svojim središnim krajevima u velikom usisnom kanalu A, koji je u vezi sa vakuum-sudom; njihovi bočni krajevi sjedinjuju se takođe u kanalu E, povezanim sa pripremnom pumpom.

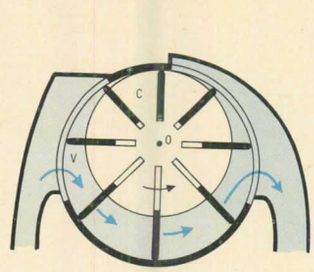
Odvođenje molekula vrši brza rotacija glatkog doboša T, pokretnog oko osovine cilindra C, a koji pokreće električni uređaj.

Prostor između cilindra i pokretnog doboša je veoma mali, 3/100 milimetra; kada doboš pravi 4000 obrtaja/minut, njegova periferijska brzina iznosi 35 m/s; molekuli koji se zateknu u spiralnim kanalima dobijaju, kada udare u doboš, komponentu brzine u smeru kretanja, koja ih prisiljava da produže i da se uvrću duž zavojnice, upućujući se prema pripremnoj pumpi koja ih odvodi.
Početni pritisak ovih pumpi iznosi maksimum 4 cm žive; granični pritisak zavisi od predvakuuma i kanala kroz koje se usisavaju gasovi.

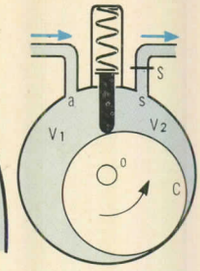
Kondenzacionu pumpu je takođe izmislio Gede 1915; ona se sada koristi u obliku koji joj je dao Langmir (Langmuir) 1916. godine.

Pošto se uspostavi predvakuum pomoću pripremne pumpe povezane sa A (sl. 146), i vakuum-sud poveže sa B, živa (katkad ulje) u C zagreje se do ključanja; pošto je pritisak smanjen živa ključa na dosta niskoj temperaturi (100°C za pritisak 0,28 mm žive). Mlaz živine pare odvodi molekule gasa koji treba isisati prema A, dok se ova para kondenzuje zahvaljujući vodenom hladnjaku na vodu R, i vraća u bojler C kroz sifon S. Između pumpe u pravom smislu reči i B postavlja se zamka na tečni vazduh L, namenjena kondenzovanju ostataka živine pare koji bi mogli promaći, i zaštiti aparata smeštenih izvan B. Grejač (izuzev donje površine grejanja) i gornja cev do hladnjaka su obavijeni azbestom, da bi se izbegao gubitak toplote i, usled toga, prevremena kondenzacija žive.

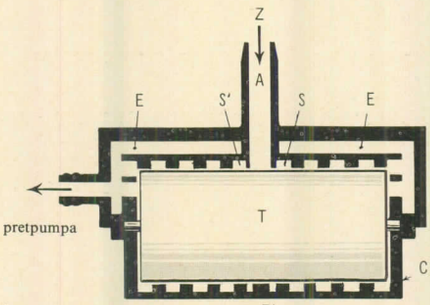
CEVNE PUMPE (ASPIRATORI). *Cevna pumpa sa vodenim mlazom* (sl. 147) u svakodnevnoj je upotrebi



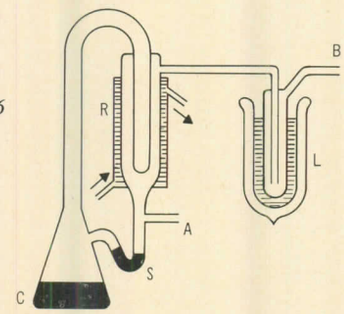
Sl. 143



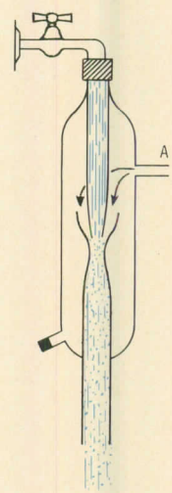
Sl. 144



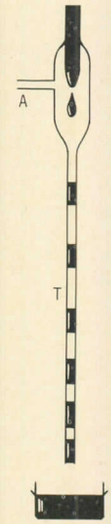
Sl. 145



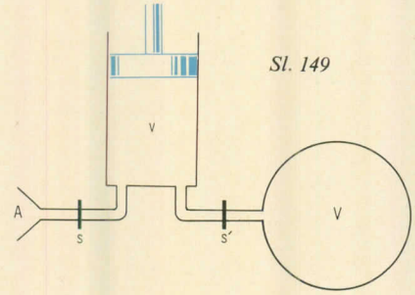
Sl. 146



Sl. 147



Sl. 148



Sl. 149

i nalazi se stalno montirana na slivnicima laboratorija.

Ona dozvoljava da se brzo dobije vakuum reda centimetra žive; preciznije P_0 je jednako maksimalnom pritisku zasićene vodene pare na temperaturi funkcionisanja (između 10°C i 30°C: koliko milimetara žive, toliko stepeni temperature). Voda dolazi kroz cev čiji se presek smanjuje i ističe iz nje velikom brzinom. U tom momentu ona odvodi molekule gasa koji treba isisavati, koji dolazi kroz A. Ona zatim ulazi u drugu cev koja ima mali levak i ističe. Čim počne sa usisavanjem ona dobija mlečnu boju koja potiče od velikog broja gasnih mehurića sadržanih u njoj.

Cevne pumpe sa živom dozvoljavaju da se dobije dobar barometarski vakuum, ali one su jako spore; njihov princip se umnogome razlikuje od principa cevnih pumpi sa vodenim mlazom. Živa ističe kap po kap (sl. 148) u jednu ampulu A, povezanu sa vakuum-sudom. Ove kapi zahvataju sukcesivno male količine gasa koje odvode u cev T. Ova cev mora imati oko 1,5 do 2 m visine da bi se dobio visoki vakuum, ograničen maksimalnim pritiskom živine pare na temperaturi rada, dakle, barometarski vakuum. Napravljeni su automatski uređaji koji obezbeđuju ponovno penjanje žive.

KOMPRESIONE PUMPE. Postoje razni modeli ovih pumpi; mi ćemo izučavati samo njihov princip. Namenjene su za sabijanje gasa, posebno vazduha, u neki sud.
Uzmimo da treba sabiti vazduh, usisan kroz A, pod atmosferskim pritiskom P, u sud zapremine V. Pumpa (sl. 149) predstavlja usisno-potisnu pumpu već opisanu kod pumpi za tečnost.
Nakon n taktova pumpe, zapremina koja je pod pritiskom P iznosila u početku V plus nv, pri čemu je v zapremina tela pumpe, tada je sabijena u V. Pritisak p_n zadovoljava odnos $p_nV=P(V+nv)$ [Mariotov zakon]. Odakle $p_n=P\left(1+n\frac{v}{V}\right)$.

Takva pumpa poseduje, kao i sisaljke, štetni prostor v_0, preostalu zapreminu kada je klip potisnut na dno hoda. Ne može se više sabijati kada vazduh, sveden na zapreminu v_0 i pritisak $p_0=P\frac{V}{v_0}$, ne može više otvarati ventil s. Granični pritisak kompresije je, dakle, p_0. Apsolutno je nekorisno da se nastavi pumpanje kada je $p_n=p_0$, to jest posle broja taktova pumpe

$$n=\frac{V}{v}\left(\frac{V}{v_0}-1\right).$$

Ako se na konstantnoj temperaturi komprimira V_0 litara vazduha od 1 na N atmosfera, kompresioni rad u džulima ima vrednost $W=100V_0\ln N$. Ako je kompresija trajala t sekundi, srednja snaga koju mora imati motor pumpe iznosi u vatima, $P=\frac{100V_0}{t}\ln N$. Ako je $V_0=1000$ litara, $N=7{,}4$ atm., $t=20$ sekundi, nalazimo $P=10000$ vati, ili približno 13,6 konjskih snaga.

PERIODIČNA KRETANJA

PERIOD, FREKVENCIJA I HARMONICI. Kaže se da je funkcija $x=f(t)$ periodična i da ima *period* T ako, ma kakvo bilo t, imamo uvek $f(t)=f(t+T)$. Uočićemo da promenljiva t predstavlja vreme; ako je t izraženo u sekundama, T će takođe biti izraženo u sekundama.

Frekvencijom N nazivamo recipročnu vrednost perioda $N=\frac{1}{T}$, izraženu u *hercima*. Periodu $T=0{,}2$ s odgovaraće frekvencija $N=5$ herca; kretanje će se reprodukovati 5 puta na sekund.

Funkcija $x=\sin t$ jeste periodična, perioda $T=2\pi$. Ova sinusna funkcija ima veliki značaj. Furije (Fourier) je pokazao da se svaka periodična integrabilna funkcija $x=f(t)$ može razviti u *trigonometrijski red*. Pretpostavimo da je njen period 2π (ako nije biće dovoljno da izaberemo novu promenljivu);

ako za m uzmemo niz celih pozitivnih brojeva, možemo uvek pisati

$$f(t)=a_0+\Sigma\ (a_m\cos mt+b_m\sin mt).$$

Član za $m=1$ odgovara *osnovnoj* oscilaciji, ovde frekvencije $N=\frac{1}{2\pi}$; opšti član ima frekvenciju mN; on odgovara harmonijskoj oscilaciji reda m; napomenimo da je osnovna oscilacija takođe njen harmonik reda 1. Pokazuje se da je

$$a_m=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)\cos mt\,dt$$

i

$$b_m=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)\sin mt\,dt.$$

Izučavanje harmonika, bilo računski bilo grafički, predstavlja *harmonijsku analizu*.

Mi ćemo, dakle, zadržati našu pažnju na sinusnoj funkciji, zato što se pomoću nje može konstruisati svaka periodična funkcija.

SINUSNA FUNKCIJA. Postavimo

$$x=a\sin(\omega t+\varphi).$$

Koeficijent a je *amplituda*; argument sinusa, to jest $\omega t+\varphi$, jeste *faza* u momentu t; ω je *kružna frekvencija*; φ je *fazna konstanta*. Argument mora biti izražen u radijanima, ω u radijanima na sekund a φ u radijanima.

Pošto je peroid od $(\omega t+\varphi)$ jednak 2π, vidimo da je $\omega T=2\pi$, ili $T=\frac{2\pi}{\omega}$sekunda, a $N=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$herca.

Ako dve različite sinusne funkcije imaju isti period $x=a\sin(\omega t+\varphi)$ a $x'=a'\sin(\omega t+\varphi')$, njihova *fazna razlika* je konstantna.

$$(\omega t+\varphi')-(\omega t+\varphi)=\varphi'-\varphi.$$

Istaknimo najzad da je $x=a\cos(\omega t+\varphi)$ takođe sinusna funkcija, iako sadrži kosinus. Zaista možemo pisati

$$x=a\sin\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)=a\sin(\omega t+\varphi');$$

dovoljno je da promenimo faznu konstantu:

$$\varphi'=\varphi+\frac{\pi}{2}.$$

SREDNJA VREDNOST PERIODIČNE FUNKCIJE. U opštem slučaju funkcija $y=f(x)$ ima srednju vrednost između $x=a$ i $x=b$, $y_m=\frac{1}{b-a}\int f(x)dx$.

Ova vrednost je plod posmatranja i predstavlja neku vrstu aritmetičke sredine beskonačno mnogo vrednosti koje y uzima u intervalu a, b. Integral predstavlja površinu između krive i apscisne ose za interval a, b (sl. 150); $y_m(b-a)$ je površina četvorougla jednaka prethodnoj površini.

U slučaju periodične funkcije srednju vrednost posmatramo za interval koji odgovara jednom periodu. Međutim, u slučaju sinusne funkcije ova srednja vrednost je nula; sinus ili kosinus uzimaju za vreme jednog perioda simetrično sve vrednosti između -1 i $+1$.

Zato se posmatra srednja vrednost za vreme poluperioda:

$$x_m=\frac{2}{T}\int_0^{T/2} a\sin(\omega t+\varphi)\,dt=\frac{2a}{\pi}.$$

EFEKTIVNA VREDNOST PERIODIČNE FUNKCIJE. Efektivna vrednost Y je ona vrednost čiji je kvadrat jednak srednjoj vrednosti kvadrata funkcije za vreme jednog perioda. Za funkciju $y=f(x)$ imamo, dakle, po definiciji,

$$Y^2=\frac{1}{T}\int_0^T [f(x)]^2\,dt.$$

Za sinusnu funkciju $y=a\sin(\omega t+\varphi)$ ova relacija se piše

$$Y^2=\frac{a^2}{T}\int_0^T \sin^2(\omega t+\varphi)\,dt$$
$$=\frac{a^2}{2T}\left[\int_0^T dt-\int_0^T \cos 2(\omega t+\varphi)\,dt\right]$$
$$=\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{4\omega T}[\sin 2(\omega t+\varphi)]_0^T=\frac{a^2}{2}.$$

Odatle efiktivna vrednost $Y=\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Ova efektivna vrednost igra prvorazrednu ulogu pri izučavanju naizmenične struje.

FRENELOVO PREDSTAVLJANJE. Funkcija $x=a\sin(\omega t+\varphi)$ može biti predstavljena vektorom. Uzmimo da je Oy osa referencije a $O\Delta$ poluprava koja sa O_y zatvara ugao $\omega t+\varphi$. Na $O\Delta$ nanesimo $OA=a$. Vektor OA predstavlja, dakle, sam po sebi sve elemente $x=a\sin(\omega t+\varphi)$.

On ima konstantan modul a (sl. 151) i obrće se ravnomerno oko O ugaonom brzinom ω jednakom kružnoj frekvenciji. Polazeći od ovog vektora, lako se može naći izraz funkcije: dovoljno je da se na Ox projektuje normala na O_y.

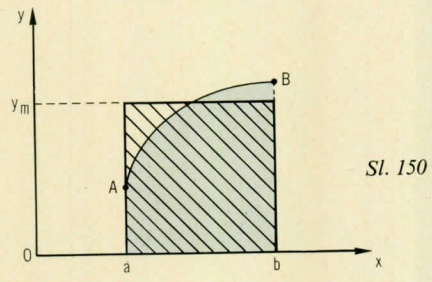
Nađimo izvod funkcije x po t;

$$x'=a\omega\cos(\omega t+\varphi),$$

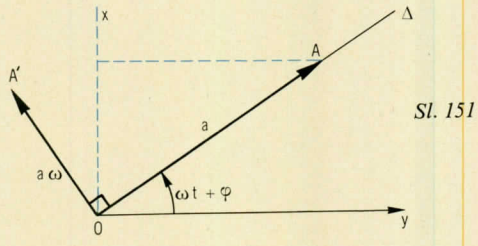
koja se može pisati i ovako

$$x'=a\omega\sin(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}).$$

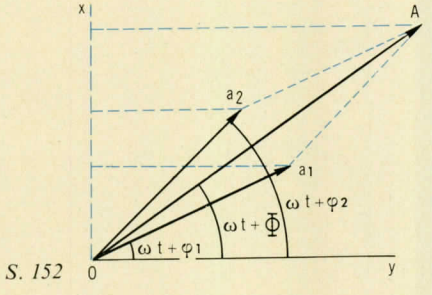
Ova derivirana funkcija može se predstaviti Frenelovim (Fresnel) vektorom OA′ modula $a\omega$ i faze veće za $\frac{\pi}{2}$ od faze OA. Kaže se da su OA′ i OA u *kvadraturi*.



Sl. 150



Sl. 151



S. 152

Kada dva Frenelova vektora imaju faznu razliku π, kaže se da su *u opoziciji*.

SABIRANJE DVE PERIODIČNE FUNKCIJE. Ograničićemo se na sabiranje dve sinusne funkcije istog perioda. Radi se o sabiranju funkcija

$$x_1=a_1\sin(\omega t+\varphi_1)\quad\text{i}\quad x_2=a_2\sin(\omega t+\varphi_2).$$

Algebarski metod je prost ali često nezgodan. Zapažamo pre svega da zbir $x=x_1+x_2$ ima očevidno isti period kao x_1 ili x_2. Pokažimo da je to sinusna funkcija, identifikujući je sa $x=A\sin(\omega t+\Phi)$, gde su nepoznate A i Φ.

$$A\sin(\omega t+\Phi)=a_1\sin(\omega t+\varphi_1)+a_2\sin(\omega t+\varphi_2).$$

Razvijajući i izjednačavajući posebno članove sa $\sin\omega t$ i sa $\cos\omega t$, dobijamo

$$A\sin\Phi=a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2,$$
$$A\cos\Phi=a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2.$$

Kvadriranjem i sabiranjem dobijamo,

$$A^2=a_1^2+a_2^2+2a_1a_1\cos(\varphi_2-\varphi_1);$$

odakle A.

Deljenjem dobijamo

$$\operatorname{tg}\Phi=\frac{a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2}{a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2};$$

odakle Φ.

Frenelovo pravilo rešava problem elegantnije, bar što se tiče geometrijske forme: *zbir* x_1+x_2 *predstavljen je vektorom dijagonalom paralelograma, konstruisanog nad vektorima koji predstavljaju* x_1 i x_2 (sl. 152). Frenelova konstrukcija proverava se projiciranjem na osu O_x normalnu na osu referencije O_y, jer tada dobijamo neposredno

$$A\sin(\omega t+\Phi)=a_1\sin(\omega t+\varphi_1)+a_2\sin(\omega t+\varphi_2).$$

Valja napomenuti da u opštem slučaju Frenelovo pravilo ne daje prednost nad algebarskim metodom, zato što vodi ka istim jednačinama koje treba rešavati. Ali u velikom broju praktičnih slučajeva, dobijena slika pomoću pravila paralelograma je prosta i poseduje poznata svojstva, što dozvoljava da se čita konačni rezultat. Na primer, ako je

$$x_1=5\sin\omega t\quad\text{a}\quad x_2=5\sin(\omega t+\frac{\pi}{2}),$$

paralelogram će biti kvadrat, čija će dijagonala predstavljati traženi rezultat. Na osnovu tog uvida pisaćemo bez računa

$$x=5\sqrt{2}\sin(\omega t+\frac{\pi}{4}).$$

Metod imaginarnih brojeva nameće poznavanje više matematike, ali je neophodan pri izučavanju sinusnih naizmeničnih struja. Stavljajući $j=\sqrt{-1}$, možemo pisati

$$a_1\cos(\omega t+\varphi_1)+ja_1\sin(\omega t+\varphi_1)=a_1e^{j(\omega t+\varphi_1)},$$

i

$$a_2\cos(\omega t+\varphi_2)+ja_2\sin(\omega t+\varphi_2)=a_2e^{j(\omega t+\varphi_2)}.$$

Ili sabiranjem

$$[a_1\cos(\omega t+\varphi_1)+a_2\cos(\omega t+\varphi_2)]+$$
$$+j[a_1\sin(\omega t+\varphi_1)+a_2\sin(\omega t+\varphi_2)]$$
$$=e^{j\omega t}[a_1e^{j\varphi_1}+a_2e^{j\varphi_2}].$$

Pošto se desna strana može pisati

$$e^{j\omega t}[(a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2)+$$
$$+j(a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2)],$$

vidimo da rezultantno kretanje ima kružnu frekvenciju ω; da je njegov modul (amplituda)

$$\sqrt{(a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2)^2+(a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2)^2}=$$
$$=\sqrt{a_1^2+a_2^2+2a_1a_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)},$$

a da je njegov argument takav da je

$$\operatorname{tg}\Phi=\frac{a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2}{a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2}$$

što očevidno predstavlja prethodne rezultate.

POJAVA ZVUČNIH UDARA. Posmatrajmo dve sinusne funkcije perioda T_1 i T_2 međusobno malo različitih i uzmimo da obe prolaze kroz nulu u početku vremena.

Pisaćemo ih $x_1=a_1\sin\omega_1 t$ i $x_2=a_2\sin\omega_2 t$. Kaže se da su one za $t=0$ u *koincidenciji* ili u *fazi*. Tokom vremena one se postepeno udaljavaju jedna od druge, jer su im periodi različiti i nakon vremena T, one će se ponovo naći u koincidenciji. U tom momentu ako je sporija ostvarila n perioda, brža će ostvariti $n+1$. Odakle

$$T=nT_1=(n+1)T_2.$$

Eliminišući n u ovim dvema jednačinama,

$$\frac{1}{T}=\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1},$$

ili za frekvencije,

$$N=N_2-N_1.$$

T je period *zvučnih udara*, N njihova frekvencija. Ova pojava koristi se posebno u akustici: zvuk se pojačava sa svakim udarom kada su komponente u fazi. Na primer, ako se aktiviraju u isto vreme zvučna viljuška sa $N_1=435$ i zvučna viljuška sa $N_2=437$, čućemo dva pojačanja zvuka u sekundi. Zvučni udari predstavljaju, dakle, veoma osetljiv metod za postizanje jednoglasnosti, posebno kod duvačkih instrumenata. Kod orgulja se namerno proizvode veoma meki zvučni udari sa »nebeskim glasom« ili »unda maris«.

SINUSNO PRAVOLINIJSKO KRETANJE. Ovo kretanje često se pogrešno naziva *kretanje klatna*, naziv koji treba zadržati za opšte kretanje klatna koje nije sinusno.

Na osi $x'x$, tačka M (sl. 153) u sinusnom pravolinijskom kretanju ima elongaciju datu u svakom momentu odnosom $x=a\sin(\omega t+\varphi)$. Uopšte uzev, ništa ne stoji na putu da izaberemo početak vremena na podesan način; mi ćemo računati t tako, da je za $t=0$, $x=0$. Kada se zna s druge strane da je $\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi N$, klasični obrasci se pišu

$$x=a\sin(2\pi\frac{1}{T})=a\sin(2\pi Nt).$$

Ovo kretanje predstavlja kretanje tamo-amo između dve krajnje tačke A′A; obeležićemo da je ukupni poremećaj jednak dve amplitude a: $A'A=2a$.

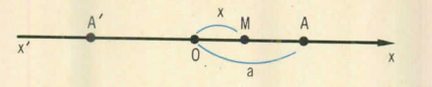
Može se udesiti da sinusno kretanje odgovara ravnomernom kružnom kretanju i da predstavlja njegovu projekciju. Uzmimo pokretno telo P (sl. 154) koje opisuje kružnicu poluprečnika a, krećući se ravnomerno sa N obrtaja u sekundi. Ako u vremenu $t=0$, P prođe kroz B, u vremenu t ono će ostvariti Nt obrtaja, što znači da je ugao $\widehat{BOP}=2\pi Nt$. Projicirajmo tačku P u tačku Q na osi Ox; $OQ=a\sin 2\pi Nt$; vidimo da projekcija Q izvodi sinusno pravolinijsko kretanje.

Grafička slika kretanja je prirodno sinusoida (sl. 155).

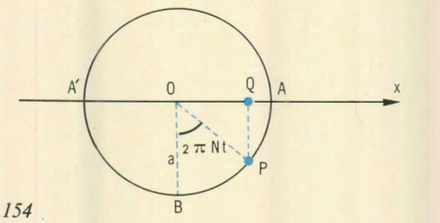
Brzina pokretnog tela dobija se derivacijom elongacije po vremenu: $v=2\pi Na\cos(2\pi Nt)$. Vidimo da je i ova brzina sinusa funkcija vremena i da je ona u kvadraturi sa elongacijom. Brzina će, dakle, biti maksimalna u 0, kada je elongacija nula $v_0=2\pi Na$; ona će biti nula kada je elongacija maksimalna, u A′ ili u A.

Ubrzanje kretanja dobija se derivacijom brzine po vremenu:

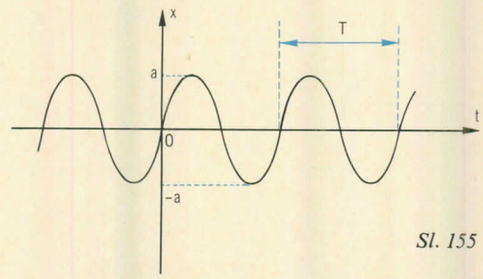
$$\gamma=-4\pi^2N^2a\sin(2\pi Nt);$$



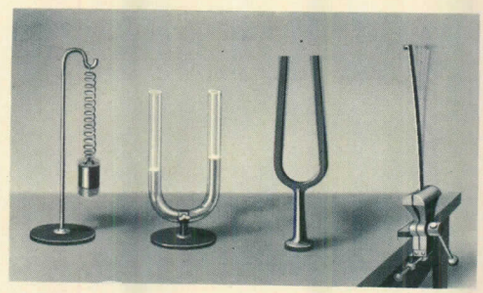
Sl. 153



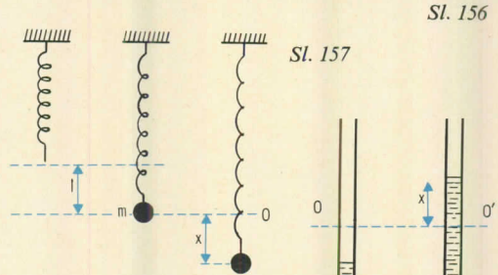
Sl. 154



Sl. 155

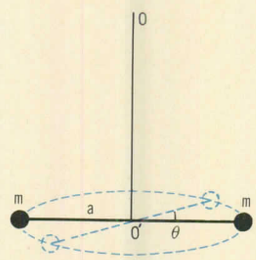


Sl. 156



Sl. 157

Sl. 159



Sl. 158

obično se piše

$$\gamma=-4\pi^2N^2x,\quad\text{ili}\quad\gamma=-\omega^2x.$$

Ubrzanje je, dakle, *centripetalno*, to jest uvek usmereno prema centru O, zato što uvek ima suprotan znak od znaka x. Jednačina $x''+\omega^2x=0$ predstavlja karakteristiku sinusnog kretanja kružne frekvencije ω.

SILA KOJA PROIZVODI SINUSNO PRAVOLINIJSKO KRETANJE. Pošto poznajemo vrednost ubrzanja, osnovni obrazac mehanike daje nam silu koja proizvodi kretanje. Ako je m oscilujuća masa

$$F=-m\omega^2x.$$

Sila koja proizvodi sinusno pravolinijsko kretanje jeste restituciona — povratna sila, usmerena prema nepomičnom centru, proporcionalna elongaciji.

Ovaj obrazac je od veoma velikog značaja, jer ako u jednom problemu nađemo da je povratna sila, ili sila privlačenja, proporcionalna elongaciji, imaćemo recipročno pravo da zaključimo da je kretanje koje ona proizvodi sinusno, štaviše imaćemo neposredno i njegov period. Ovakav slučaj imamo kod aparata prikazanih na slici 156.

Elastično klatno sastoji se iz mase m obešene o oprugu (sl. 157), čije izduženje l jeste proporcionalno vučnoj sili: $mg=kl$. Pomerimo masu za x nadole i pustimo je; ona će početi da osciluje oko O. Povratna sila usmerena prema O potiče od opruge, ali teret ima efekat suprotnog smera. Imamo, dakle,

$$F=-k(l+x)+mg=-kx.$$

Pošto je F proporcionalno elongaciji, kretanje je sinusno pa je $m\omega^2=k=\frac{mg}{l}$.

Period je $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, i dobijamo ovaj neobični rezultat da je dužina sinhronog matematičkog klatna jednaka izduženju opruge u mirovanju.

Uzmimo cev u obliku slova U ne suviše široku da bismo mogli uočiti celu dužinu l veoma pokretne tečnosti koja se nalazi u njoj, specifične mase ρ (sl. 158). Izazovimo denivelaciju x u odnosu na ravnotežni nivo OO′. Povratna sila potiče od težine stuba između nivoa, dužine $2x$, preseka s: $F=-2xs\rho g$, koji mora povući ukupnu masu $m=ls\rho$. Vidimo da je $F=-\frac{2xmg}{l}$. Isto rasuđivanje pokazuje da je kretanje sinusno, pošto je dužina sinhronog matematičkog klatna $\frac{l}{2}$.

ROTACIONO SINUSNO KRETANJE. Znamo da se osnovni obrazac mehanike za tela koja rotiraju piše $\Gamma=J\theta''$. Ako nađemo da je *povratni spreg* proporcionalan ugaonoj elongaciji θ, $\Gamma=-C\theta$, dobićemo istu diferencijalnu jednačinu kao i ranije: $J\theta''+C\theta=0$. Funkcija θ biće sinusna: $\theta=\theta_0\sin(\omega t+\varphi)$, perioda

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}.$$

Podsetimo se da fizičko klatno važi $J\theta''+mga\sin\theta=0$. Njegovo kretanje nije sinusno; ali za male oscilacije, kada se sinus može zameniti uglom, $J\theta''+mga\theta=0$, oscilacija je *praktično* sinusna, *perioda*

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}}.$$

Torziono klatno ima naprotiv sinusne oscilacije, bez obzira na amplitudu. Jedna vertikalna torziona nit (sl. 159) OO′ obrazuje povratni spreg proporcionalan uglu θ za koji je uvrnut. Pretpostavimo da je na njega obešen jedan lagani lenjir koji drži dve mase m na rastojanju a od centra (ili drugi neki predmet momenta inercije J u odnosu na OO′). Ako je C torziona konstanta niti, za ugaono odstupanje θ jednačina kretanja glasi $J\theta''+C\theta=0$. Za slučaj prikazan na slici $2ma^2\theta''+C\theta=0$. Kretanje je, dakle, uvek sinusno, a period mu je

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}=2\pi\sqrt{\frac{2ma^2}{C}}.$$

Torziona konstanta niti prečnika d, dužine l ima oblik $C=k\frac{d^4}{l}$, pri čemu k zavisi samo od prirode materijala od kojeg je napravljena nit.

AMORTIZOVANJE OSCILACIJA. Sva prethodna kretanja izučavana su pod pretpostavkom da ne postoji trenje. Zakoni trenja su kompleksni. Ogra-

ničimo se na slučaj trenja proporcionalnog brzini; to je slučaj uređaja koji se ne kreće suviše brzo u vazduhu. Sila trenja, koja se opire kretanju, ima isti znak kao i povratna sila. Za translaciono kretanje jednačina $F=-m\omega^2x$ postaće

$$F=-m\omega^2x-ax'=mx''.$$

Za rotaciono kretanje, najvažniji slučaj, jednačina $\Gamma=-C\theta$ postaće

$$\Gamma=-C\theta-f\theta'=J\theta'',$$

ili $J\theta''+f\theta'+C\theta=0$. Mogu nastupiti dva slučaja: Trenje je veliko, tačnije $f^2>4JC$. Kažemo da je kretanje *aperiodično*; sistem se vraća veoma sporo u ravnotežni položaj bez oscilovanja; rešenje $\theta=f(t)$ predstavljeno je na slici 160. Pokazuje se da je $\theta=Ae^{\lambda t}+Be^{\lambda' t}$, pri čemu su λ i λ' dva *negativna* korena jednačine $Jx^2+fx+C=0$, A i B konstante koje zavise od početnih uslova (na primer) kretanja. U slučaju duplog korena $x=\lambda$, za $f^2=4JC$ imaćemo analogno kretanje (kritično amortizovanje) jednačine $\theta=(\alpha-\beta t)e^{\lambda t}$, gde je λ negativno.

Trenje je slabo, tačnije $f^2<4JC$. Kretanje je tada *pseudo-periodično* ili *oscilatorno amortizovano*; sistem dostiže ravnotežni položaj, oscilujući sa njegove jedne i druge strane, kretanjem (sl. 161) $\theta=\theta_0e^{-kt}\cos(\omega t+\varphi)$. Konstante θ_0 i φ date su početnim uslovima; račun daje s druge strane $k=\frac{f}{2J}$ i $\omega=\sqrt{\frac{C}{J}-\frac{f^2}{4J^2}}$.

Pseudo-period T kretanja je kosinusni: $T=\frac{2\pi}{\omega}$. On je uvek veći od perioda $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}$ $(\omega_0=\sqrt{\frac{C}{J}})$ odgovarajućeg sinusnog kretanja, koje bismo imali kada ne bi bilo trenja ($f=0$).

Lako se dokazuje da je odnos dve uzastopne maksimalne elongancije konstantan: $\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}}=e^{kt}$. Ovaj odnos je mera *stepena amortizacije* oscilacija. Često nailazimo na logaritamski stepen amortizacije

$$\ln=\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}}=kT.$$

TEOREMA MALIH OSCILACIJA. Pretpostavimo da je neka tačka određene materijalne sredine u ravnoteži kada je njena apscisa $x=0$ i da, ako je odatle udaljimo, na nju dejstvuje povratna sila koja je funkcija elongacije $F=-f(x)$. Ako funkciju $f(x)$ možemo razviti u red,

$$F=-(ax+bx^2+cx^3+\ldots),$$

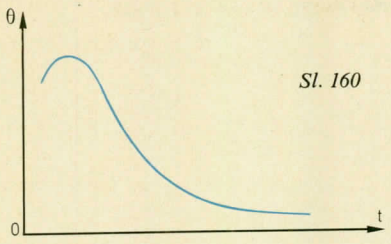
vidimo da za malo x kretanje teži prema *sinusnom kretanju*, datom odnosom $F=-ax$, pri čemu članovi sa x^2, x^3 itd. postaju zanemarljivi u odnosu na član sa x. Prirodno, isto važi i za male rotacije, kao

$$\Gamma=-f(\theta).$$

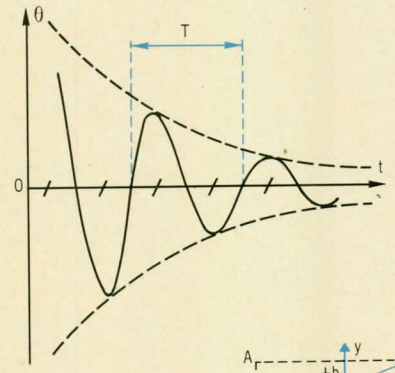
Vrednost ove teoreme proizlazi iz toga što je ona opštevažeća. Ona se primenjuje na elastične deformacije, zvučne viljuške, vibrirajuće žice. U nekim posebnim slučajevima kretanje može postati sinusno za velike amplitude (elastično klatno, torziono klatno). Ova teorema se može primeniti na kretanje fizičkog klatna malih oscilacija.

SABIRANJE OSCILACIJA SA MEĐUSOBNO UPRAVNIM PRAVCIMA. Ako se neko oscilatorno kretanje projicira na upravne ose yOx kao $x=a\sin\omega t$ i $y=b\sin(\omega t+\varphi)$, kaže se da je ono zbir dve sinusne oscilacije x i y, istog perioda $T=\frac{2\pi}{\omega}$.

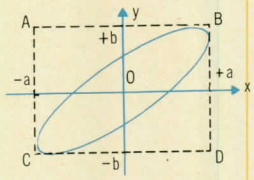
Ali ove dve jednačine predstavljaju (sl. 162) elipsu i imamo *eliptičnu oscilaciju*; po elipsi, više ili manje spljoštenoj, obilazi se u jednom ili drugom smeru u zavisnosti od vrednosti φ. Kao poseban slučaj možemo imati duž, dijagonalu četvorougla ABDC, na primer ako je $\varphi=0$; dve jednačine daju tada $ay=bx$.



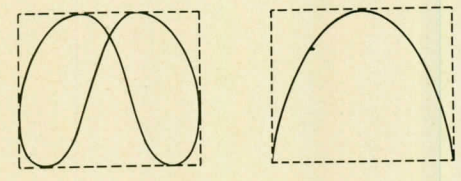
Sl. 160

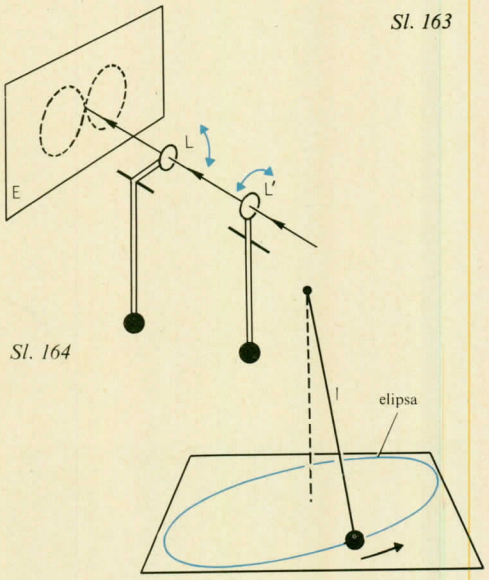


Sl. 161



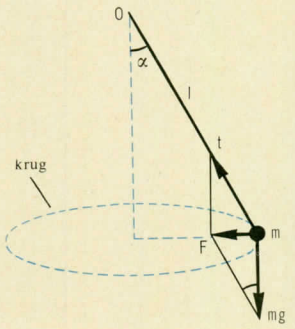
Sl. 162


Sl. 163



Sl. 164

Sl. 165



Sl. 166

Ako su periodi različiti,

$$x=a\sin\omega t,\quad y=b\sin(\omega' t+\varphi),$$

kriva je uvek upisana u četvorougao ABDC. Ako su periodi T i T′, dakle kružne frekvencije ω i ω' samerljivi, kriva je zatvorena i naziva se *Lisažuova kriva*. Na primer, u slučaju kada je jedan period dva puta veći od drugoga, $x=a\sin\omega t$, $y=b\sin(2\omega t+\varphi)$, dobijamo oblike krivih predstavljene na slici 163. Ako je $\varphi=0$, kriva je luk parabole. Lisažuovu (Lissajous) krivu možemo dobiti na zaklonu E, puštajući zrak svetlosti kroz dva sočiva L i L′ koja se kreću u normalnim pravcima i koja pokreću dva klatna, podešena na odgovarajući način (sl. 164).

Eliptično klatno (sl. 165) ostvaruje automatski slaganje dve upravne oscilacije istog perioda $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Ako je jedna od osa elipse jednaka nuli, imamo obično klatno koje osciluje u vertikalnoj ravni. Ako su dve ose elipse jednake, dobijamo *kružno klatno*. U posebnim slučajevima period se može lako izračunati čak i za velike elongacije. Na masu m (sl. 166) dejstvuje napon konca t i njena težina mg koji se sabiraju da bi dali centripetalnu silu generatrisu kružnog kretanja:

$$F=m\omega^2R=m\frac{4\pi^2}{T^2}l\sin\alpha.$$

Kako je s druge strane na slici $F=mg\,\mathrm{tg}\,\alpha$, vidimo da je $T=2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}}$.

Za male uglove nalazimo period matematičkog klatna.

Kružno klatno upotrebljava se za regulisanje časovnika. Možemo videti dva takva primera kod astronomskog časovnika katedrale u Boveu, čiji se mehanizam vidi spolja, kada se zađe iza spomenika.

PRINCIP STROBOSKOPIJE. Uzmimo da se jedan predmet nalazi u brzom periodičnom kretanju, teškom za neposredno izučavanje, na primer, elisa u rotaciji, mašina za šivenje, ventili eksplozivnog motora, kalem u mašini za pravljenje žica. Ako predmet jako osvetljavamo u periodima jednakim periodima njegovog kretanja, ovaj predmet (postavljen po mogućnosti u mrak) videće se uvek u istom položaju: on će izgledati nepomičan, i osećaj će biti utoliko snažniji, ukoliko je realno kretanje brže, pa prema tome bleskovi češći.

Ako se period bleskova veoma malo razlikuje od perioda kretanja predmeta, svaki blesak će osvetliti predmet u položaju veoma bliskom prethodnom; imaćemo utisak da se predmet usporeno kreće. *Stroboskopi* su industrijski aparati koji uopšte uzev koriste skoro momentana i periodična pražnjenja (pošto je period promenljiv) jednog kondenzatora kroz cev ispunjenu razređenim gasom koja za vreme ovog pražnjenja svetli.

U bioskopu se mogu videti neprijatni stroboskopski efekti, kada izgleda da se paoci točka na kolima okreću unazad; interval vremena koji razdvaja dve uzastopne fotografije je tada malo kraći nego vreme potrebno jednom palcu da zauzme mesto sledećeg. Ako bi intervali bili jednaki, videli bismo nepomičan točak kako se vuče po zemlji, kao da su mu blokirane kočnice.

PROSTIRANJE OSCILACIJA

TRASNVERZALNE OSCILACIJE. Uzmimo konopac od gume (konopac za preskakanje) i zategnimo ga više ili manje između dve tačke A i B (sl. 167). Udarimo ga jednim lenjirom da bismo proizveli deformaciju D. Tačka P, blizu D, spustiće se zatim sa izvesnim zakašnjenjem karakterističnim za tu elastičnu sredinu, dok će guma u D zauzeti svoj prvobitni položaj i tako redom. Rezultat operacije je takav da izgleda da se *deformacija* D pomera; ona se prostirala izvesnom brzinom, nezavisnom, dodu-

še, od oblika D, što se može proveriti i što se računom pokazuje; ako D pređe u vremenu t dužinu l, brzina $V=\frac{l}{t}$. Videćemo da, ako je F napon konopca a μ njegova masa na jedinicu dužine, imamo

$$V=\sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

Ako konopac tresemo duž ss' normalno na Ox, iste pojave se reprodukuju neprekidno, i videćemo da se duž Ox brzinom V pomeraju ili *talasni impuls* T ili *neprekidni talasi* E (sl. 168); svi ovi talasi su *linijski talasi*.

Kažemo da su oni *transverzalni* zato što su oscilatorne elongacije s normalne na pravac prostiranja Ox.

LONGITUDINALNI TALASI. Uzmimo neku dugu oprugu i zategnimo je između dve tačke A i B (sl. 169). Stegnimo između dva prsta svežanj navoja i pustimo ih naglo. Navoji, istežući se da bi zauzeli svoj prvobitni položaj, sabijaju susedne navoje S i tako redom. Zona sabijanja se, dakle, prostire. Rasuđivalo bi se, uostalom, na isti način sa svežnjem istegnutih navoja. Ako se u vremenu t zona proširila za l, brzina prostiranja je

$$V=\frac{l}{t}.$$

I ovde, ako se neprekidno miče kraj opruge duž ss', po Ox će se neprekidno reprodukovati iste pojave i videćemo da se duž Ox pomeraju sukcesivne zone razređivanja i zgušnjavanja brzinom V (sl. 170).

Slučaj longitudinalnih oscilacija je od velikog značaja. Zaista, navoji opruge su slika vazdušnih stubova (ili bilo kog drugog tela) u akustičkim oscilacijama, na primer. Videćemo da, ako je ρ gustina sredine, a E njen koeficijent elastičnosti, brzina prostiranja data je odnosom

$$V=\sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

TALASNA DUŽINA. Samo u slučaju, i to *isključivo u tom slučaju*, kada je kretanje izvora periodično, perioda T, nazivamo po definiciji talasnom dužinom λ dužinu koju pređe oscilacija tokom vremena jednakog periodu izvora, ili

$$\lambda=VT.$$

Dalje ćemo videti geometrijsko predstavljanje ove talasne dužine.

OSCILATORNO STANJE NEKE TAČKE SREDINE. Uzmimo da je $s=f(t)$ oscilacija izvora, perioda T. Ova oscilacija se prostire brzinom V duž Ox. Da bi dostigla datu tačku A apscise x, ona će utrošiti vreme $\theta=\frac{x}{V}$. U vreme t elongacija A biće, dakle, ista kao elongacija izvora u vreme $t-\theta$, ili $s_A=f\left(t-\frac{x}{V}\right)$.

Potražimo apscise dve tačke A i A', x i x' koje osciluju u fazi. Funkcija s uzima ponovo istu vrednost ako t povećamo za kT, pri čemu je k ceo broj, a T period.

Imaćemo, dakle,

$$f\left(t-\frac{x}{V}\right)=f\left(t+kT-\frac{x'}{V}\right).$$

Odatle se izvodi

$$x'-x=kVT=k\lambda.$$

Tačke, čije je rastojanje jednako celom broju talasnih dužina, osciluju u fazi.

Talasna dužina može biti, dakle, prikazana pomoću rastojanja dve uzastopne tačke koje osciluju u fazi.

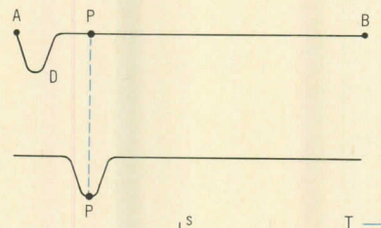
S druge strane, obrazac $s=f\left(t-\frac{x}{V}\right)$ može biti posmatran kao funkcija x, pri čemu je t konstantno. Ona, dakle, daje, na primer, opšti oblik transverzalno oscilujućeg konopca u momentu t (sl. 171). U posebnom slučaju sinusne oscilacije izvora, $s=a\sin 2\pi\frac{t}{T}$, imamo

$$s_A=a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{VT}\right), \text{ ili } s_A=a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right).$$

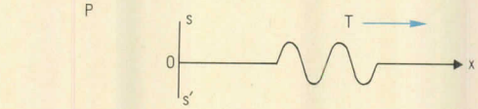
Oblik koji zauzima konopac predstavlja, dakle, sinusoidu.

Potražimo u posebnom slučaju rastojanje dve tačke koje osciluju u opoziciji faza. Tada će biti

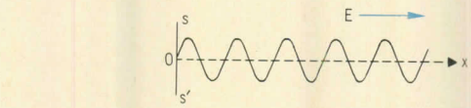
$$2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x'}{\lambda}\right)+(2k+1)\pi,$$

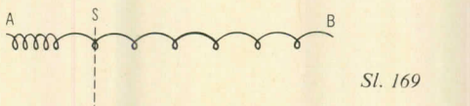


Sl. 167

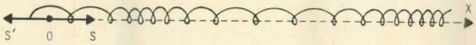


Sl. 168

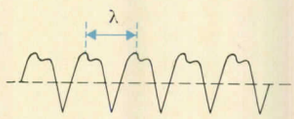




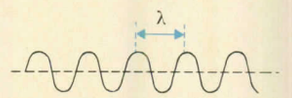
Sl. 169



Sl. 170



Sl. 171



Sl. 172



ili

$$x'-x=(2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Tačke koje osciluju u opoziciji faza imaju rastojanje jednako neparnom broju talasnih poludužina.

KINETIČKA ENERGIJA OSCILUJUĆE ČESTICE. Ako neka čestica mase m, stub gasa, na primer, osciluje po obrascu

$$s=a\sin 2Nt,$$

njena brzina je $v=2\pi Na\cos 2\pi Nt$, a njena kinetička energija $\frac{1}{2}mv^2$ imaće maksimalnu vrednost

$$W=\frac{1}{2}m4\pi^2N^2a^2.$$

Da bismo dobili ukupnu energiju treba voditi računa i o potencijalnoj energiji. U svakom slučaju energija čestice je proporcionalna kvadratu amplitude. Kaže se takođe da je *intenzitet* oscilacije proporcionalan a^2 : $I=ka^2$.

TALASNI FRONT; TALASNA POVRŠINA. Navoji opruge, čije smo oscilacije izučavali, predstavljaju slike vazdušnih stubova, međusobno paralelnih, koji osciluju, na primer, u nekoj cilindričnoj cevi: tu se prostiru *ravni* talasi. Oscilatorna energija je ista duž cele cevi. Odatle upotreba akustičnih cevi: zvuk emitovan na jednom kraju cevi, jasno se čuje na drugom kraju.

Ako se uzburka površina vode, oscilacije su transverzalne i *talasni frontovi* su kružni (sl. 172).

U izotropnoj sredini, talasi proizišli iz tačkastog izvora, u svim pravcima su sferni; *talasnom površinom* nazivamo skup tačaka koje dostiže oscilacija u istom trenutku. Energija W, raspoređena po sfernoj talasnoj površini poluprečnika R i vrednosti $4\pi R^2$, ima površinsku gustinu

$$\sigma=\frac{W}{4\pi R^2}.$$

Ova gustina je obrnuto srazmerna kvadratu rastojanja; isto je i sa oscilatornim intenzitetom koji je proporcionalan kvadratu amplitude. Amplituda je, dakle, obrnuto srazmerna rastojanju i nije više konstantna kao u slučaju obrasca $s=a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$, koji važi za ravne talase. Teorija pokazuje da se stvarno mora pisati $s=\frac{a}{R}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{R}{\lambda}\right)$. Dakle, bez akustičke cevi u slobodnom vazduhu zvuk slabi sa rastojanjem.

JEDNAČINA »NAPETE ŽICE«. Svako prostiranje talasa zadovoljava parcijalnu diferencijalnu jednačinu, poznatu pod imenom jednačina napete žice:

$\Delta(s)=\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 s}{\partial T^2}$, gde je $\Delta(s)$ Laplasova funkcija

$$\Delta(s)=\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 s}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 s}{\partial z^2}.$$

U slučaju ravnog talasa ona se svodi na $\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}=\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$

i ima za rešenje, uzimajući f i g kao *proizvoljne funkcije*,

$s=Af\left(t-\frac{x}{V}\right)+Bg\left(t+\frac{x}{V}\right)$. Mi smo našli $s_A=f\left(t-\frac{x}{V}\right)$ + 0, i takođe za sinusnu oscilaciju

$$s_A=a\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{V}\right).$$

Uzmimo elemenat žice AB (sl. 173), malo udaljen od svog ravnotežnog položaja, praktično, dakle, dužine dx, mase dm, napona F. Da bismo imali povratnu silu duž s, projiciramo napone na taj pravac; imaćemo u A, $-F\frac{\partial s}{\partial x}$ a u B, $F\left(\frac{\partial s}{\partial x}+\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}dx\right)$, odakle re-

Fot. Roubier.

zultanta $F\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}dx$. Budući ba je odvučena masa dm, a ubrzanje $\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$, osnovni obrazac glasi $F\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}dx = dm\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$. Označavajući sa μ masu na jedinicu dužine, $\mu = \frac{dm}{dx}$, vidimo da je $\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$. To je zaista jednačina oscilujuće žice, pa je prema tome brzina

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

Uzmimo sada slučaj longitudinalnih oscilacija, čije ćemo prostiranje posmatrati u cilindru preseka S (sl. 174) i u elastičnoj sredini koja ima u mirovanju specifičnu masu ρ. U mirovanju isečci P i Q, apscisa x i $x+dx$, imaju zapreminu S dx, mase $\rho S\, dx$. U vreme t ovi isečci su došli u P′ i Q′, apscisa $x+s$ i $x+dx+s+\frac{\partial s}{\partial x}dx$; oni imaju zapreminu $S\left(dx+\frac{\partial s}{\partial x}dx\right)$. Za vreme oscilacije diferencijal ove zapremine $dv = S\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}dx^2$, a relativna promena u odnosu na početnu zapreminu $\frac{dv}{v} = \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}dx$.

Definisali smo koeficijent elastičnosti

$$E = -\frac{v\,dp}{dv},$$

koji daje $dp = -E\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}dx$. Ali dp predstavlja razliku pritisaka koja deluje iz unutrašnjosti zapremine, dakle, u suprotnom smeru, na stubove P′ i Q′. Rezultantna pokretna sila je tada — S dp, i osnovni obrazac $F = m\gamma$ piše se ovde

S $dp = \rho S\, dx\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$, ili, zamenjivanjem,

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}.$$

To je zaista jednačina oscilujućih žica koja dovodi do brzine $V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$.

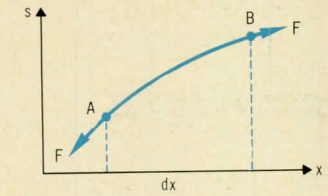
TALASI KONDENZACIJE (ZGUŠNJAVANJA) I DILATACIJE (RAZREĐIVANJA). Stezanje stubova, dakle, kondenzaciju, imaćemo, ako je $P'Q' < PQ$. Preciznije *kondenzacija* χ naziva se relativno stezanje definisano kao

$$\chi = -\frac{P'Q' - PQ}{PQ} = -\frac{(dx+\frac{\partial s}{\partial x}dx) - dx}{dx} = -\frac{\partial s}{\partial x}.$$

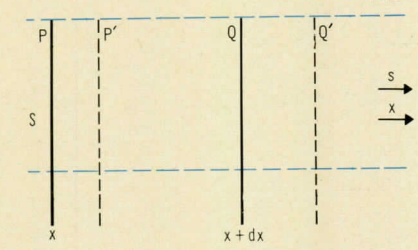
Ovaj izraz je algebarski, pri čemu negativna kondenzacija postaje *dilatacija* koja se, dakle, može meriti sa $+\frac{\partial s}{\partial x}$.

U specijalnom slučaju za talas $s = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$; imaćemo $\chi = \frac{2\pi a}{\lambda}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$. Kondenzacija (kao i dilatacija) se prostire brzinom V. U datoj tački smenjuju se zone kondenzacije i dilatacije, dve identične zone čije je rastojanje ceo broj talasnih dužina. Ove zone odgovaraju povećanim pritiscima (kompresijama) i smanjenim pritiscima (depresijama). One su važne u akustici, jer uvo nije osetljivo na elongacije vazduha, već na *promene pritiska.*

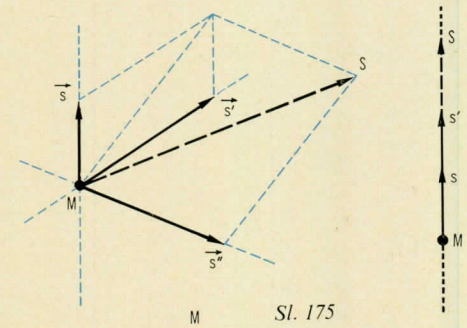
PRINCIP SABIRANJA MALIH OSCILACIJA. Uzmimo da u tačku M prostora stiže više oscilacija različitih izvora (sl. 175). Pod dejstvom svake od njih, uzete posebno, ona će dobiti elongacije $\vec{s}$, $\vec{s}'$, $\vec{s}''$ itd. Princip slaganja malih oscilacija kaže da će, ako amplitude nisu suviše velike, tačka M, pod uticajem izvora koji dejstvuju zajedno, imati u svakom momentu elongaciju $\vec{S} = \vec{s}+\vec{s}'+\vec{s}''$ ...



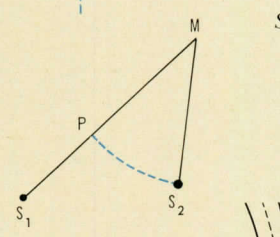
Sl. 173



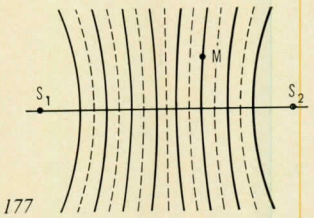
Sl. 174



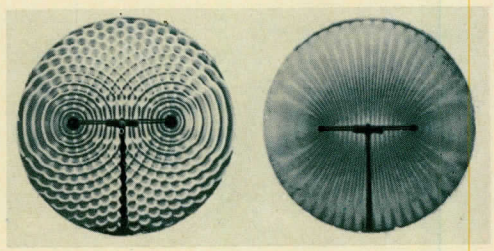
Sl. 175



Sl. 176



Sl. 177


Sl. 178

u slučaju dve kolinearne oscilacije

$$s = a\sin(\omega t+\varphi) \quad \text{a} \quad s' = a'\sin(\omega' t+\varphi'),$$

pa ćemo algebarski imati

$$S = a\sin(\omega t+\varphi) + a'\sin(\omega' t+\varphi').$$

Najvažniji slučaj je slučaj jednakih amplituda i jednakih perioda:

$$S = a\sin(\omega t+\varphi) + a\sin(\omega t+\varphi');$$

tačka M može tada ostati potpuno nepokretna. Zaista, da bi bilo

$$S = a\sin\omega t\cos\varphi + a\cos\omega t\sin\varphi + a\sin\omega t\cos\varphi' + a\cos\omega t\sin\varphi' = 0,$$

bez obzira na vreme, treba i dovoljno je da

$$\cos\varphi + \cos\varphi' = 0 \quad \text{i} \quad \sin\varphi' + \sin\varphi' = 0,$$

odnosi zadovoljeni u isto vreme, ako je

$$\varphi' - \varphi = (2k+1)\pi.$$

Drugim rečima, ako su u M komponentne oscilacije, iste amplitude i istog perioda stalno u opoziciji faza, M ne osciluje.
Kaže se da više oscilacija koje se slažu u jednoj tački, *interferiraju* u toj tački.

INTERFERENCIONE PRUGE. Slučajevi koji daju konstantna mirovanja su od posebnog značaja. U optici oni omogućavaju da se dobije mrak superponiranjem dve svetlosti; u akustici mogu se uočiti zone tišine ako se slušaju dva zvučna izvora.

Posmatrajmo dva izvora S_1 i S_2 (sl. 176) iste amplitude, koji osciluju u fazi; oni dakle imaju iste periode i *sinhroni* su. Potražimo uslov pod kojim će tačka M prostora, koja prima oscilacije ovih izvora, ostati konstantno nepokretna. Povucimo kružni luk S_2P sa centrom u M. Da bi rezultanta oscilacija koje dolaze u M bila nula, treba da one pristižu u tu tačku u opoziciji faza. Ali one treba da budu u opoziciji faza već u P i S_2, s obzirom da su putevi PM i S_2M jednaki. Ali S_1 i S_2 su u fazi; dakle S_1 i P su u opoziciji faza, pa S_1P iznosi neparan broj polutalasnih dužina; odatle uslov:

$$S_1M - S_2M = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Ako je k konstantno, geometrijsko mesto M predstavlja hiperbolu sa žižama S_1 i S_2 (sl. 177). Ako se menja vrednost k, dobijamo druge homofokalne hiperbole koje predstavljaju interferencione *pruge*. Ali izbor vrednosti k je ograničen. U trouglu S_1MS_2,

$$S_1M - S_2M < S_1S_2,$$

što daje $k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2}$. U specijalnom slučaju, ako su izvori suviše blizu $S_1S_2 < \frac{\lambda}{2}$; ne dobijamo nijednu hiperbolu i potpuna interferencija je nemoguća.

Sva ova rasuđivanja mogli bismo ponoviti da bismo našli tačke M koje osciluju maksimalno. Našli bismo $S_1M - S_2M = k\lambda$, i konačno hiperbole žiža S_1 i S_2, umetnute između prethodnih i predstavljene tačkasto na slici.

Sve ovo smo razmatrali u ravni koja prolazi kroz S_1S_2. U prostoru, interferencione slike predstavljaju dvograne obrtne hiperboloide, sa žižama S_1 i S_2. Interferencione pruge biće tada linije preseka ovih hiperboloida sa ravnim zaklonom: tako ćemo dobiti familiju konusnih preseka, hiperbola ako je zaklon paralelan sa S_1S_2, a koncentričnih krugova ako je on normalan na S_1S_2.

Ove pruge mogu se lako materijalizovati stavljanjem na kraj kraka zvučne viljuške malih vila, čiji šiljci prirodno osciluju sinhronizovano. Ako ove šiljke stavimo na površinu vode, videćemo neposredno da se ocrtavaju hiperbolične trake (sl. 178).

ODBIJANJE (REFLEKSIJA) TALASA. Treba razlikovati dva slučaja: do odbijanja može dolaziti na učvršćenom kraju ili na slobodnom kraju. Uzmimo konopac čiji je kraj pričvršćen u A. Deformacija izazvana udarcem lenjira u D, putuje prema A brzinom $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$. Potpuno jasno se vidi da se ona odbija u A, vraća brzinom V, ali da D′ ima suprotan smer od D (sl. 179). To mora biti tako, jer u momentu samog odbijanja, budući da je tačka A nepokretna, upadne elongacije s i refleksione s' su takve, da je $s+s'=0$. Ovo isto rasuđivanje primenjuje se i na longitudinalne oscilacije. Uopšte uzev može se reći da *pri odbijanju na čvrstoj prepreci dolazi do promene*

znaka elongacije; *ali dilatacije se odbijaju bez promene znaka* (dilatacije ostaju dilatacije a kompresije ostaju kompresije).

Uzmimo sada konopac koji vertikalno visi (sl. 180) i izazovimo deformaciju D. Ova se prostire, dolazi na slobodni kraj koji se pomera *bez smetnje* i D se penje na isti način kao što je i sišlo. Uopšte uzev, može se reći da *pri odbijanju na slobodnom kraju ne dolazi do promene znaka elongacije, ali dilatacija se transformiše u kompresiju i obrnuto.*

Da bismo uveli ove grube promene znaka u račune, možemo u slučaju sinusnog kretanja postupati na više načina:

— promeniti prosto s u $-s$;

— uvesti pomeranje faze za $(2k+1)\pi$;

— uvesti dodatni fiktivni put $(2k+1)\frac{\lambda}{2}$.

Svaki od ovih postupaka dovodi do toga da je odbijeni talas u opoziciji sa upadnim talasom; postupa se na isti način kada se radi o dilatacijama.

STOJEĆI TALASI. Uzmimo da se neki talas, transverzalni ili longitudinalni, odbija u A od nekog ogledala. Zamislimo najpre ovo ogledalo kao pričvršćeni kraj za talas koji će se posle odbijanja superponirati sa upadnim talasima. Ako je u M, na rastojanju x od A (sl. 181) oscilatorno stanje $s = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}\right)$, znamo da će u istom momentu, na rastojanju $2x$ od M, oscilacija biti

$$s' = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{2x}{\lambda}\right);$$

ali rastojanje $2x$ je put odlaska i dolaska usled odbijanja. Treba, međutim, voditi računa o promeni znaka pri odbijanju u A. Rezultantna oscilacija u u M je dakle

$$S = s - s' = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}\right) - a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{2x}{\lambda}\right) =$$
$$= 2a \sin 2\pi\frac{x}{\lambda} \cos 2\pi\frac{t}{T}.$$

Ovaj izraz se sastoji od oscilatornog člana $\cos 2\pi\frac{t}{T}$ i amplitudnog člana, $2a \sin 2\pi\frac{x}{\lambda}$.

Pre svega, vidimo da oscilatorni član ne sadrži x; sve tačke osciluju u fazi, odakle ime *stojeći talasi.* U jednoj datoj tački M, amplituda kretanja je funkcija položaja te tačke. U posebnom slučaju ona je nula, dakle tačka M biće stalno nepokretna u *čvorovima* oscilacije definisanim odnosom $2a \sin 2\pi\frac{x}{\lambda} = 0$, ili

$$2\pi\frac{x}{\lambda} = k\pi \quad \text{ili} \quad x = k\frac{\lambda}{2}.$$

Vidimo da *rastojanje između dva uzastopna čvora iznosi polovinu talasne dužine.*

Amplituda će naprotiv biti maksimalna za

$$\sin 2\pi\frac{x}{\lambda} = \pm 1,$$

ili

$$2\pi\frac{x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad \text{ili} \quad x = \frac{\lambda}{4} + k\frac{\lambda}{2};$$

ove tačke predstavljaju *trbuhe* oscilacija; prethodni obrazac pokazuje da rastojanje između njih iznosi $\frac{\lambda}{2}$ i da su oni tačno umetnuti između čvorova.

Ako se sada odbijanje vrši na slobodnom kraju, računi su potpuno isti, samo što ne treba menjati znak pri odbijanju:

$$S = s + s' = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}\right) + a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - 2\frac{x}{\lambda}\right) =$$
$$= 2a \cos 2\pi\frac{x}{\lambda} \sin 2\pi\frac{t}{T}.$$

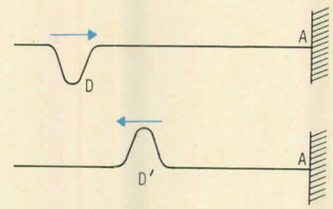
Položaji čvorova dati su sa

$$\cos 2\pi\frac{x}{\lambda} = 0, \quad \text{ili} \quad 2\pi\frac{x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad x = \frac{\lambda}{4} + k\frac{\lambda}{2}.$$

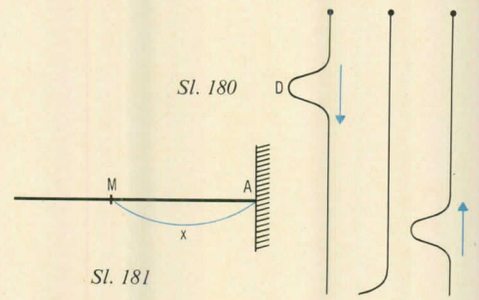
Isto bismo našli za trbuhe: $x = k\frac{\lambda}{2}$. Imamo, dakle, trbuh na slobodnom kraju; rastojanje između svih trbuha je $\frac{\lambda}{2}$; isto važi i za čvorove tačno umetnute između trbuha.

Lako je posmatrati sistem transverzalnih stojećih talasa pomoću Meldovih (Melde) ogleda; konopac, kome se može menjati napon, uzdrman je pomoću zvučne viljuške D. Ako je drugi kraj pričvršćen vide se *vretena*, čiji nepokretni vrhovi (sl. 182) N predstavljaju čvorove, a najizbočeniji delovi trbuhe V. Konopac se može postaviti vertikalno i imati slobodan kraj L: na tome kraju vidi se trbuh. Modifikujući ili frekvenciju N ili napon konopca F u prvom slučaju, menja se broj posmatranih vretena, jer se menja vrednost talasne dužine

$$\lambda = VT = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

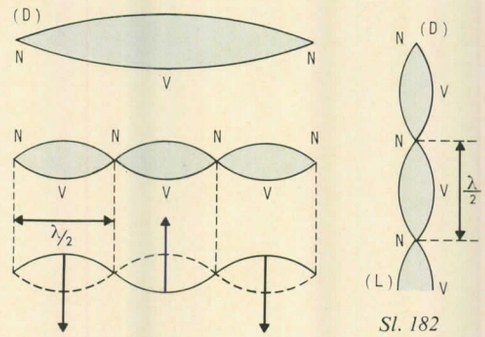


Sl. 179

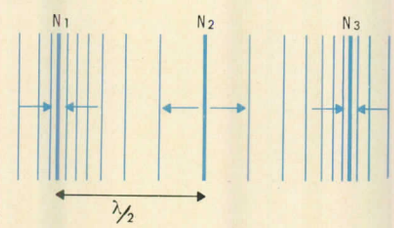


Sl. 180

Sl. 181



Sl. 182



Sl. 183

Važno je napomenuti da konopac nije potpuno u istom stanju u dva susedna vretena. Stroboskopirajući vretena lako se zapaža da ako se žica penje u jednom vretenu, ona u prethodnom i u sledećem silazi, i tako redom, tako da je prostorni period pojave još uvek talasna dužina λ.

Izučavanje zvučnih cevi daće nam primere ravnih longitudinalnih stojećih talasa. U jednom takvom sistemu postoje nepokretne čvorne ravni $N_1, N_2, N_3 \ldots$ i trbušne ravni, gde je kretanje maksimalno (sl. 183). Ravni stubovi simetrično se približavaju jednoj čvornoj ravni N_1 ili N_3, dok se simetrično udaljavaju od čvorne ravni N_2 itd. I ovde ćemo naći prostorni period λ.

Čvorne ravni imaju, dakle, maksimalnu depresiju ili kompresiju, mestimično, nešto kao sredina harmonike; to su trbusi kondenzacije. Trbušni stubovi kreću se, naprotiv, u blokovima konstantnog pritiska; to su čvorovi kondenzacije. *Čvorovi elongacije su trbusi kondenzacije i obrnuto.* Ovaj rezultat se može, doduše, predvideti matematički, budući da smo videli da su elongacije s i kondenzacija $\chi = -\frac{\partial s}{\partial x}$ u kvadraturi.

AKUSTIKA

PRIRODA ZVUKA. Akustika izučava fizičke pojave koje se odnose na proizvođenje i prenošenje tonova i šumova. Tonovi daju kontinualnu muzičku impresiju, šumovi odgovaraju diskontinualnim impresijama, koje ne možemo smestiti u muzičku skalu.

Zvuk je prvi osećaj koji se ne može definisati, lokalizovan u mozgu. Ovaj osećaj potiče od mehaničkih oscilacija koje prima uvo; ove oscilacije dolaze posredstvom vazduha kada oscilacija nekog zvučnog izvora stavi ovaj u pokret. Još je filozof Seneka (4. pre n. e. — 65. n. e.) učio da se zvuk širi zahvaljujući elastičnosti vazduha; Oto fon Gerike, pronalazač pneumatične mašine — sisaljke, pokazao je da se zvuk ne prostire u vakuumu; možemo staviti jedno električno zvonce u vakuum-sud; u srazmeri sa isisavanjem vazduha, zvuk slabi. Svako, najzad, zna da se struna violine, zvučna viljuška ili glasne žice nalaze u brzom oscilatornom kretanju kada emituju zvuk.

Čistim tonom naziva se ton koji odgovara sinusnoj oscilaciji frekvencije N. Da bismo imali zvučni osećaj treba približno da bude $30 < N < 20000$. Za $N < 30$ herca, imamo *infra-zvuk*; za $N > 20000$ herca, imamo *ultra-zvuk*.

Sem vazduha se za prenošenje zvuka ređe koriste druge elastične sredine: gnjurci čuju pod vodom; prislanjajući uvo na zemlju ili na železničku šinu mogu se čuti tonovi ili šumovi, emitovani na velikim udaljenostima.

BRZINA ZVUKA U VAZDUHU. Slušanje orkestra na većim ili manjim rastojanjima ne menja muzički utisak; tonovi svih instrumenata prostiru se, dakle, istom brzinom.

Prva merenja brzine zvuka u *slobodnom vazduhu* izveli su članovi francuske Akademije nauka 1738, između Monmartra i Monlerija, čija je međusobna udaljenost 23 km; meren je interval vremena koji je protekao između bleska topovskog hica i zvuka eksplozije; nađeno je da je $V = 332$ m/s. Slični ogledi izvedeni su 1822. između Vilžuifa i Monlerija, međusobno udaljenih 17 km; merenja su obavljena u dva smera, da bi se eliminisao uticaj vetra, i nađeno je da je $V = 331{,}2$ m/s. Renjo (Regnault) je, eksperimentišući 1868. u logoru Satori, našao da je $330{,}1 \text{ m/s} < V < 331{,}7$ m/s. Zanimljivo je napomenuti da je preciznost rezultata merenja napredovala sa usavršavanjem tehnike.

Druga merenja se odnose na brzinu zvuka *u cevima.* Renjo je eksperimentisao u vodovodnim ili gasovodnim cevima na putu za Ivri, ili na bulevaru Sen-Mišel

u Parizu. Prasak, koji je emitovao pištolj P (sl. 184) prelazio je, odbijajući se, više puta dužinu cevi; kada je došao do membrane M, ona je prenela impuls na Marejevu (Marey) kapsulu M′, što je dalo grafik na cilindru-registratoru. Upoređivanjem sa grafikom etalonirane zvučne viljuške D, precizno se meri vreme koje je zvuk utrošio da bi otišao i vratio se kroz cev. Rezultati zavise od prečnika cevi; brzina opada ako se prečnik cevi smanjuje. 1923. Votije (Vautier) je koristio lionski vodovod. On je računski ekstrapolirao rezultate da bi izveo brzinu zvuka u slobodnom vazduhu i našao

$$V_0 = 330{,}75\ \text{m/s} \quad \text{na} \quad 0°\text{C}.$$

LAPLASOV OBRAZAC. U izučavanju prostiranja oscilacija, našli smo $V=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$, gde je V brzina, E koeficijent elastičnosti, ρ specifična masa. Moglo bi se pomisliti da, ako je temperatura vazduha konstantna, kompresije i dilatacije oscilujućeg vazduha moraju zadovoljiti Mariotov zakon: $pv=\text{const}$. Ali vazduh osciluje veoma brzo; on se zagreva u zonama kompresije a hladi se u zonama ekspanzije; temperatura ostaje nepromenljiva samo u proseku. Tada treba koristiti drugi obrazac, $p \times v^{\gamma} = \text{const}$, gde eksponent γ zavisi od atomske strukture gasa. Za jednoatomske gasove (He, A, Ne, pare metala) $\gamma = 1{,}67$; za dvoatomske gasove ili njihove smeše (H_2, N_2, O_2, vazduh), $\gamma = 1{,}4$: za troatomske gasove (CO_2) $\gamma = 1{,}32$. Diferenciranjem nalazimo $\gamma p\,dv + v\,dp = 0$. Koeficijent elastičnosti je tada $E=-\frac{v\,dp}{dv}=\gamma p$. Odakle je brzina zvuka u nekom gasu:

$$V=\sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}.$$

Ovaj obrazac, primenjen na vazduh na 0°C daje prihvatljivu vrednost $V_0 = 330$ m/s.

Ako je T apsolutna temperatura, $T = T_0 + t = 273 + t$; zakon idealnih gasova glasi $\frac{p}{\rho T}=\frac{p_0}{\rho_0 T_0}$; zamenom dobijamo za određeni gas:

$$V = V_0\sqrt{\frac{T}{273}} = V_0\sqrt{1+\frac{t}{273}}.$$

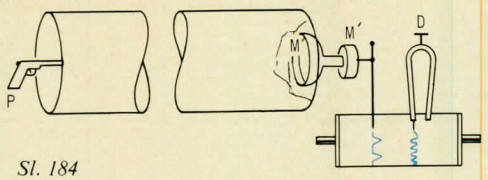
Vidimo da brzina zvuka raste sa temperaturom, oko 0,60 m/s na Celzijusov stepen. Za vazduh na 15°C $V = 340$ m/s.

Imajući u vidu da je $\rho_0 = a_0 d$, pri čemu je a_0 gustina normalnog vazduha, a d gustina gasa u odnosu na vazduh, dobijamo $V=\sqrt{\frac{\gamma p_0}{a_0 d}}\sqrt{\frac{T}{273}}$; vidimo da je za gasove iste atomske strukture na istoj temperaturi $V\sqrt{d} = V'\sqrt{d'}$. Tako brzina zvuka u vodoniku na 15°C iznosi 1300 m/s.

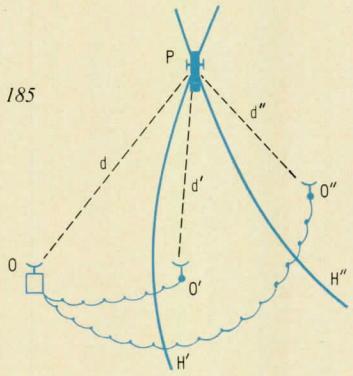
BRZINA ZVUKA U TEČNOSTIMA I ČVRSTIM TELIMA. Brzina zvuka *u tečnostima* je reda kilometar na sekund. Šturm (Sturm) i Koladon (Colladon) izvodili su eksperimente na Ženevskom jezeru. Sa jedne barke udarano je zvono potopljeno u vodu, a u isto vreme je drška čekića, koji je udarao po zvonu, palila gomilu baruta. Na drugoj barci, udaljenoj 14 km, meren je interval vremena između primanja svetlosnog signala i zvučnog signala. Tako je nađeno da je na temperaturi od 8°C brzina 1 435 m/s. Koristeći sada ultra-zvuk i metod stojećih talasa, izmereno je:

— u vodi, 1 504 m/s na 15°C;
— u benzinu, 1 250 m/s;
— u hloroformu, 960 m/s.

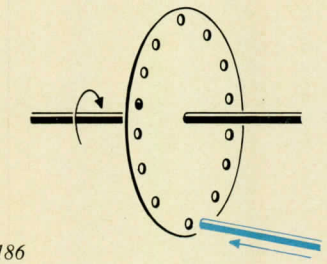
Napomenimo da poznavanje brzine dozvoljava da se izračuna stišljivost tečnosti. Za vodu, $V=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$



Sl. 184



Sl. 185



Sl. 186

daje $E=-\frac{v\,dp}{dv}=225.10^7$ SI. Dakle, da bismo smanjili neku zapreminu vode za 1 milioniti njene vrednosti $\left(\frac{dv}{v}=-10^{-6}\right)$, trebalo bi povećati pritisak za 2250 paskala.

Brzina zvuka *u čvrstim telima* je reda više kilometara na sekund. Bio (Biot) je koristio gvozdenu cev dugu 1 km; na jednom kraju čekić je istovremeno udarao cev i zvono; na drugom kraju meren je interval vremena između prijema zvuka koji je prošao kroz vazduh i kroz cev. Korišćeni su i drugi metodi; nađeno je, na primer,

— u čeliku, 5 200 m/s;
— u sirovom gvožđu, 3 500 m/s;
— u staklu, 3 000 — 6 000 m/s.

TALASNE DUŽINE ZVUKA. Violinista štimuje svoj instrument, horovođa daje ton pomoću zvučne viljuške koja daje notu la_3, frekvencije N = 435 herca.

U vazduhu na 15°C, gde je V = 340 m/s, talasna dužina ove oscilacije imaće vrednost

$$\lambda = \frac{V}{N} = 0{,}78 \text{ metara}.$$

U vodi, gde je V = 1 500 m/s, imaćemo $\lambda = 3{,}45$ m; u čeliku, gde je V = 5 200 m/s, imaćemo $\lambda = 12$ m.

ODBIJANJE (REFLEKSIJA) I PRELAMANJE (REFRAKCIJA) ZVUKA. Zvuk se može *odbijati* od prepreka, i zakoni su isti kao i zakoni odbijanja u optici. Zid, ivica šume, planina, mogu tako proizvoditi *odjek* koji je u stanju da se više puta odbija, ako se proizvode uzastopne refleksije. Ako je prepreka udaljena, odjek je čist. Ako nije, odbijeni zvuk se meša sa emitovanim zvukom i dobija se *pazvuk*, kakav nalazimo u halama, ateljeima, praznim prostorijama. Ova pojava mora biti pažljivo izbegnuta u koncertnim dvoranama, pozorištima, amfiteatrima. Dovoljno je da se zvuk *razbije* u momentu odbijanja na nameštaju, tapetima, ukrasima; ako se želi zadovoljiti moderan stil, plafoni i zidovi se oblažu plutom, gumom, staklenom vunom, ili bilo kojim drugim materijalom koji poseduje slabu refleksionu moć i koji će insonorizovati (obezvučiti) prostoriju.

Kao i svetlost, zvuk se može *refraktovati* (*prelomiti*) kada prelazi iz jedne sredine u drugu, u kojoj je brzina različita. Zvučni zrak, polazeći sa Zemlje, može se prelomiti u visokoj atmosferi i ponovo se vratiti na Zemlju. Ova pojava bila je iskorišćena na izučavanje temperature vazduha u visokoj atmosferi; zna se da se brzina zvuka menja sa temperaturom, dakle, promena temperature proizvodi prelamanje.

ODREĐIVANJE POLOŽAJA PO ZVUKU. Uzmimo artiljerijsko oruđe P (sl. 185) kome treba odrediti položaj na karti. Osmatračnica O ima svoj prisluškivač i povezana je sa dve druge osmatračnice O′ i O″, postavljene na prijem. U O meri se pomoću automatskog registratora interval vremena t_1 između dolaska zvuka od topa u O i u O′, $t_1=\frac{d}{V}-\frac{d'}{V}$, a takođe i u O″, $t_2=\frac{d}{V}-\frac{d''}{V}$.

Oruđe P se nalazi, dakle, na preseku hiperbole H′ ($d-d'=Vt_1$) i hiperbole H″ ($d-d''=Vt_2$). Poznato je da skup tačaka čija je razlika rastojanja od dve date tačke konstantna, predstavlja hiperbolu.

FIZIOLOŠKA SVOJSTVA ZVUKA. Šumove proizvode odvojeni i kompleksni talasni impulsi; to je slučaj sa pucnjem puške. Muzičke tonove, naprotiv, proizvode prostije oscilacije; to je slučaj sa tonom flaute.

Uvo razlikuje obično, u prvim osećajima koji se ne mogu definisati, tri svojstva u muzičkom tonu:

visina tona, na osnovu koje se može reći da je određeni ton više ili manje visok, više ili manje nizak, i da taj ton ne odgovara istoj noti kojoj odgovara drugi ton;

jačina (*intenzitet*) tona, na osnovu koje se može reći da se jedna ista nota može čuti jače ili slabije. Klavirska žica će emitovati zvuk male jačine ako se slabo udari. Isto tako se može jače ili slabije duvati u klarinet, jače ili slabije povlačiti gudalo po žici na violini;

boja (*tembr*) tona, koja dozvoljava da se razlikuje da li jednu istu notu emituje violina, flauta ili fagot.

VISINA MUZIČKOG TONA. Ako raspolažemo nizom zvučnih viljušaka registratora, koje daju više ili niže tonove, lako uočavamo da višem tonu odgovara veća frekvencija. Mnogobrojni drugi ogledi daju iste rezultate: visina tona zavisi od njegove frekvencije. *Visina tona meri se vrednošću njegove frekvencije.*

Visina tona zvučne viljuške može se meriti nanošenjem njegovog grafikona naporedo sa grafikonom hronografa, ili stroboskopski. Mogu se takođe vršiti apsolutna merenja frekvencije pomoću *sirena*, nazvanih tako zato što su u početku bile namenjene funkcionisanju u vodi, pri čemu je mitološka aluzija očita.

Sebekova (Seebeck) sirena (sl. 186) sadrži ploču sa ekvidistantnim rupama, izbušenim na jednoj kružnici; jedna cev omogućava da se mlaz vazduha pošalje na prolaz rupa. Kada ploča počne rotirati, najpre se ne čuje ništa; zatim se pojavi muzički ton kada frekvencija dostigne *prag čujnosti*. Ton postaje sve viši u zavisnosti od povećanja frekvencije prolaza vazduha kroz rupe, pri čemu je ta frekvencija frekvencija tona koji se može čuti. Ako sirena nosi p rupa i ima n obrtaja u sekundi, frekvencija je očito $N = pn$.

Sirena Kanjara de la Tura (Cagniard de la Tour) [sl. 187]funkcioniše na istom principu, ali je automatska. Rotacioni plato P sadrži nagnute otvore koji se pomeraju za vreme rotacije, ispred istog broja nepomičnih otvora, izbušenih u kanalu za vetar B i nagnutih u suprotnom smeru. Sistem, dakle, funkcioniše kao mala turbina. Shematizovan uređaj C dozvoljava da se broje obrtaji. Pošto su sve rupe otvorene u isto vreme, frekvencija tona biće i ovde

$N = pn$, ali će ton biti jači. Pomoću hronometra se određuje vreme t koje ploča utroši za izvođenje θ obrtaja, registrovanih na brojaču; odatle se izvodi

$$n = \frac{\theta}{t} \text{ i } N.$$

Za merenje visine datog tona sirena se dovodi do jednoglasnosti, pri čemu se ovo podešavanje može izvesti sa velikom preciznošću. Dovoljno je, dakle, da izmerimo frekvenciju koju daje sirena, da bismo imali traženu visinu.

INFRAZVUK I ULTRAZVUK. Najniža klavirska nota ima frekvenciju 27; kod orgulja najniža nota cevi od 32 stope ima frekvenciju 16 herca. Ovi tonovi, emitovani izolovano, jedva da daju muzički osećaj; treba ih složiti u akorde. Niže frekvencije su nečujne. One odgovaraju *infrazvuku.* O tome se vodi računa pri izučavanju otpora materijala zbog nezgoda koje može ultrazvuk proizvesti usled rezonancije.

Tonovi mogu postati tako visoki da se više ne čuje nota; to se dešava sa frekvencijama višim od 20000 herca. U muzici se ređe koriste frekvencije iznad 5 000 herca. Ova nova zona nečujnosti jeste zona *ultrazvuka.* On se može proizvesti pomoću pištaljki, sirena, a naročito pomoću oscilacija lamele pijezo — električnog kvarca. Za lamelu debljine $e = 0{,}5$ mm, koja osciluje na polutalasu (trbušne ravni na njenim površinama), i gde je brzina zvuka $V = 5\,000$ m/s, dobijena frekvencija $N = \frac{V}{\lambda} = 5.10^6$ herca.

Odjeci ultrazvuka koriste se na moru za određivanje položaja podmornica, morskog dna, jata riba. Ultrazvuk se koristi kod nekih mašina za pranje ili za homogeniziranje rastvora. Neke životinje čuju ultrazvuk; pas se, na primer, može dozivati ultrazvučnom pištaljkom; čovek ne čuje ništa. Slepi miševi emituju takve nečujne zvukove; leteći noću, oni izbegavaju prepreke na osnovu odjeka koje dobijaju od njih.

Pošto je pijezo-elektricitet reverzibilan, lamela kvarca može poslužiti kao prijemnik ultrazvuka, pri čemu primljene mehaničke oscilacije proizvode razliku potencijala između površina koja može biti uvećana pomoću odgovarajućeg elektronskog uređaja.

Medicina koristi ultrazvuk za lečenje bolova, reumatizma i nekih traumatizama.

JAČINA (INTENZITET) ZVUKA. Kada se zvučna viljuška, žica na harfi ili jezičac na zvoncu postepeno smiruju i osciluju opadajućom amplitudom, tonovi postaju sve slabiji, to jest sve manjeg intenziteta. *Jačina zvuka se povećava uporedo sa amplitudom oscilacije.*

Ako je jačina suviše slaba, uvo ne čuje: postoji *prag čujnosti*; ako je suviše jaka, zvuk »para uši«: dostignut je *prag bola.*

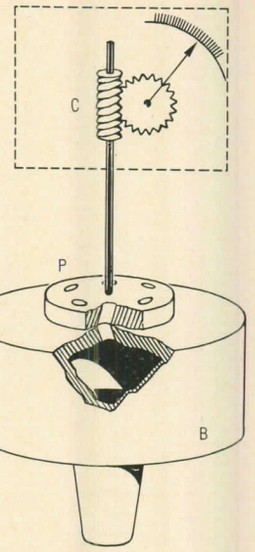
Uvo je osetljivo na amplitudu Δp promene pritiska koju ono podnosi, nazvanu *akustični pritisak*, reda 2.10^{-5} paskala za normalan sluh. Grafikon na slici 188 pokazuje područje prosečne ljudske čujnosti; treba obratiti pažnju da su razmere ovde logaritamske. To je, prirodno, prosečni grafikon, neke osobe imaju osetljiv sluh, dok su neke »tvrde na ušima«.

Zna se da je oscilatorna energija proporcionalna kvadratu amplitude, dakle, i kvadratu amplitude pritiska, na osnovu onoga što smo već izučili. Jačina I zvuka može se meriti stavljajući $I = k(\Delta p)^2$. Fehnerov (Fechner) psihološki zakon kaže da su osećaji proporcionalni logaritmima nadražaja. Kako je ovde nadražaj Δp, razlika između dva osećaja biće data odnosom

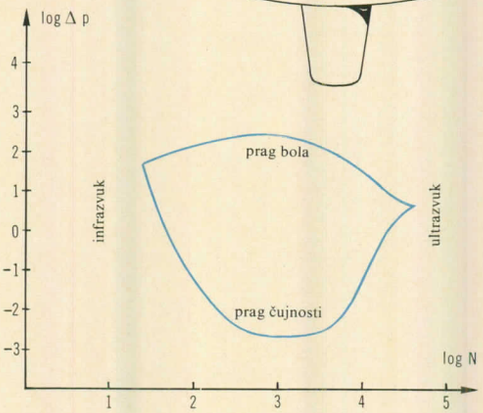
$$D = \log I_2 - \log I_1 = 2\,(\log \Delta p_2 - \log \Delta p_1).$$

D je izraženo u *belima*; češće se upotrebljava njegov deseti deo, *decibel*, koji približno odgovara najmanjoj promeni jačine koju može osetiti prosečno uvo.

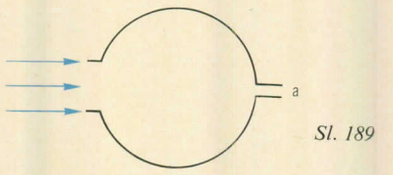
Podsetimo se da je energija koju nosi sferni talas obrnuto proporcionalna kvadratu rastojanja; isto važi za jačinu zvuka koji po ovome zakonu slabi,



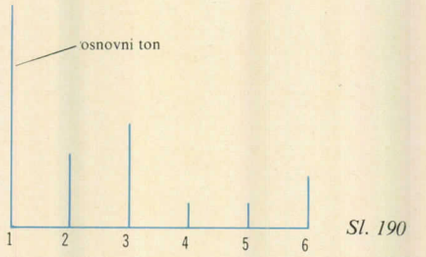
Sl. 187



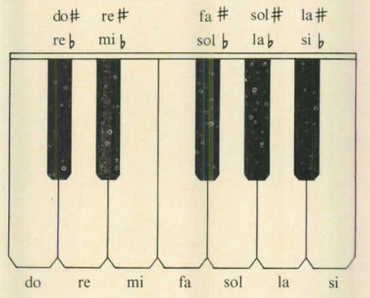
Sl. 188



Sl. 189



Sl. 190



Sl. 191

kada se udaljavamo od izvora. Prigušenje je mnogo manje (teorijski nula) u akustičnim cevima, kroz koje se prostiru ravni talasi.

BOJA TONA. Muzička oscilacija $s = f(t)$, frekvencije ili visine N, nije obavezno sinusna. Zna se da se ona može rastaviti u Furijeov trigonometrijski red, čiji oscilatorni članovi sadrže harmonijske oscilacije frekvencija 2N, 3N, itd. To su viši harmonici osnovnog tona, koji svojom prisutnošću i različnošću svojih odgovarajućih jačina daju svoju boju muzičkim tonovima. Ton oboe bogat je intenzivnim višim harmonicima; ton flaute sadrži gotovo samo osnovnu oscilaciju.

Helmholc (Helmholtz) i Kenig (König) analizirali su kompleksne tonove pomoću rezonatora. Rezonator predstavlja jedna šuplja metalna kugla (sl. 189), u kojoj vazduh počinje da osciluje kada do nje dospe ton potpuno određene frekvencije; uvo, stavljeno u *a*, oseća tada ton koji može biti zaglušujući. Koristeći niz rezonatora različitih dimenzija, beležimo one koji dolaze u rezonanciju sa izučavanim kompleksnim tonom. Danas se ton prima pomoću mikrofona; elektronska aparatura dozvoljava da se filtriraju harmonici, da se ustanovi njihov broj i da se meri njihova jačina.

Rezultat analize boje daje se u vidu *akustičnog spektra.* Brojevi harmonika nanose se na apscisu (sl. 190), a njihove jačine na ordinatu; osnovni ton nije uvek najjači: kod fagota najjače oscilacije odgovaraju 7. i 8. harmoniku.

Obrnuto, može se realizovati sinteza kompleksnog tona, polazeći od čistih tonova. Helmholc je uspeo da dobije boje raznih instrumenata, izvođenjem oscilacija raznih zvučnih viljušaka ispred odgovarajućih rezonatora; on je ostvario i sintezu ljudskog glasa. Kod elektronskih orgulja, različite boje dobijaju se podesnim mešanjem različitih frekvencija, sa željenim jačinama koje daju oscilatorna kola a prenose jedan ili više zvučnika.

MUZIČKI INTERVALI. I najmanje izvežbano uvo lako će prepoznati interval oktave ili kvinte. Ali, ako su dve note u datom intervalu, primećuje se da je odnos njihovih frekvencija uvek isti. *Intervalom* nazivamo odnos $I = \frac{N_2}{N_1}$. Za oktavu $I = 2$; za kvintu $I = 1{,}5$. Gasendi (Gassendi) je ustanovio da je oštrina tona povezana sa njegovom frekvencijom; P. Mersen (Merssen) je izučavao intervale različitih muzičkih tonova.

Uzmimo dva uzastopna intervala: $I = \frac{N_2}{N_1}$ i $I' = \frac{N_3}{N_2}$.

Pošto je ukupni interval $\frac{N_3}{N_1}$, vidimo da je on jednak *proizvodu* uzastopnih intervala.

Prethodni odnos tipa $I'' = I \times I'$ može se pisati $\log I'' = \log I + \log I'$. Interval se, dakle, može meriti i njegovim logaritmom. Uzimajući hiljadu puta logaritam, dobija se mera intervala u *savarima* (δ). Ali tada treba *dodati* broj savara parcijalnih intervala, da bi se dobio ukupni interval.

Uzima se da je najmanji interval koji se može osetiti *koma*, $\frac{81}{80}$, ili 5,4 savara. Veoma muzikalno uvo može razlikovati jedan savar.

TEMPERIRANA SKALA J. S. BAHA (BACH). Muzika koristi note potpuno određene frekvencije, tako da, emitujući ih uz povećavanje visine, nalazimo uvek istu melodiju posle svake oktave. U intervalu oktave niz nota čini *skalu.* Bele dirke klavijature orgulja ili klavira daju *dijatonsku skalu* (sl. 191), koja predstavlja savršenu melodiju, niz dva tetrakorda. Uzimajući *do* ili *ut* za osnovni ton, polaznu notu, nazivi uzastopnih nota su

do (*ut*), *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*,

početna slova polu-stihova himne svetom Jovanu Krstitelju:

Ut *queant laxis* — Fa*muli tuorum*
Re*sonare fibris* — Sol*ve polluti*
Mi*ra gestorum* — La*bii reatum*
Sancte Iohannes.

Namesto *ut* koristi se *do*, jer je lakše za pevanje. U Nemačkoj i Engleskoj note se obeležavaju sa CDEFGAB.

Postoji, međutim, nekoliko dodatnih nota notama dijatonske skale; skup svih nota sačinjava *hromatsku*

skalu. Tada je interval oktave podeljen na 12 jednakih intervala, nazvanih *temperirani polutonovi* (*polustepeni*). Svaki temperirani poluton vredi, dakle, približno:

$$\frac{1\,000 \log 2}{12} = 25 \text{ savara.}$$

Temperirani ton iznosi 50 savara.

Da bi se potpuno odredio položaj neke note i dalo joj ime, svakoj skali određuje se broj i utvrđuje se $la_3 = 435$ herca.

U Francuskoj indeks nula nije u upotrebi. U Engleskoj $la_3 = 457$, u Nemačkoj $la_3 = 440$ herca za orkestar.

Nota povišena za poluton je *diesezovana* (*povišena*); spuštena za poluton je *bemolizovana* (*snižena*); vidimo da je $re\# = mi\,\flat$.

Fizičari koriste za referenciju $do_{-2} = 16$. Potražimo frekvenciju koju ima la_3 u toj skali. Lako najpre prelazimo na $do_3 = 256$. Od do_3 do la_3 ima 9 polutonova, ili $25 \times 9 = 225$ savara. Dakle, $\log N = \log 256 + 0{,}225$, i nalazimo $N = 430$ herca.

Značaj temperirane skale je u tome da, ako se menja tonalitet (transpozicija), nalazimo tačno potrebne dirke za sastavljanje nove skale. Sviraće se, na primer, polazeći od *re*: *re, mi, fa#, sol, la, si, do#*.

PRIRODNA SKALA ILI CARLINOV (ZARLINO) HARMONIK. Ova skala nije više u upotrebi, zbog instrumenata sa fiksiranim tonovima, međutim, to je skala koju jedan dobar solo pevač ili solo violinista *prirodno* izvodi. Zaista, prvi harmonici (odakle i ime skale) neke note nalaze se ponovo u skali. Intervali su tako definisani *u odnosu na osnovni ton*:

do	*re*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*do*
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2.

Uzastopni intervali imaju vrednosti

9/8 10/9 16/15 9/8 10/9 9/8 16/15.

Vidimo, dakle, da se pojavljuju tri različita intervala: poluton 16/15; veliki ton 9/8; mali ton 10/9.

U ovoj skali jedno *fa#* ne poklapa se više sa *solb*. Bila bi potrebna klavijatura od 21 dirke na skalu, da bi se mogla izvesti transpozicija. Praktično bi bilo nemoguće svirati na jednom takvom instrumentu.

DOPLER — FIZOOV (DOPPLER — FIZEAU) EFEKT. Kada putujemo željeznicom i kada se ukrštamo sa lokomotivom koja svira, zvuk sirene izgleda da naglo gubi visinu u momentu ukrštanja; to predstavlja Doplerov efekt. Isto se može zapaziti i kod autosirene.

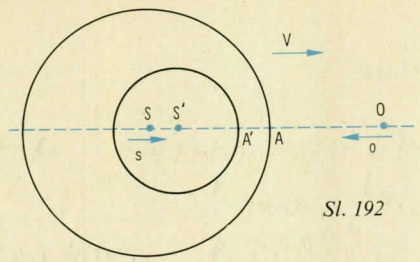
Uzmimo da se izvor S kreće brzinom s prema posmatraču O, koji se i sam kreće prema izvoru brzinom o, pri čemu se ove brzine računaju u odnosu na vazduh, gde je brzina zvuka V (sl. 192). Izvor je emitovao u S talas koji je u vreme t stigao u A: $SA = Vt$. Nakon perioda T izvor je u S′: $SS' = sT$; on emituje talas u fazi sa prvim, koji je u vreme t stigao u A′: $S'A' = V(t - T)$.

Vidimo da je $A'A = SA - SS' - S'A' = T(V - s)$.

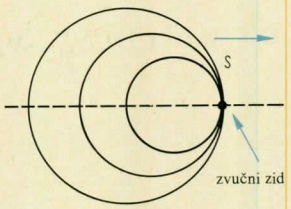
Pošto su talasi u fazi, prividna talasna dužina, u pravcu SO, jeste A′A. Posmatrač će ući u talase relativnom brzinom $V + o$. I za njega će prividni period T′ biti jednak vremenu koje će on utrošiti da bi prošao između dva talasa u fazi:

$$T' = \frac{A'A}{V+o} = T\frac{V-s}{V+o} \quad \text{ili} \quad N' = N\frac{V+o}{V-s}.$$

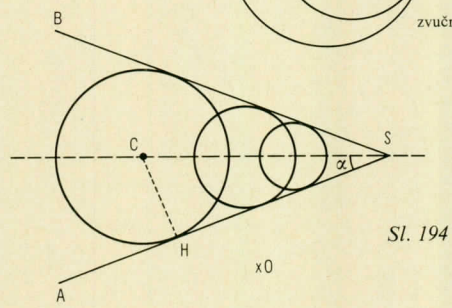
Uzmimo jednu lokomotivu koja se kreće brzinom 108 km/h ili 30 m/s i koja svira; ona prolazi mimo posmatrača koji stoji nepomično kraj pruge; uzmimo $V = 340$ m/s. Pri dolasku frekvencija koju on oseća



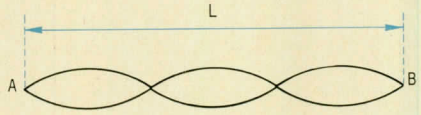
Sl. 192



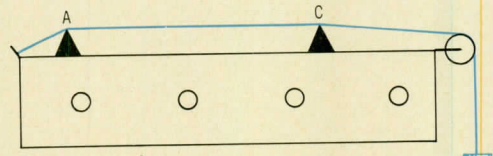
Sl. 193



Sl. 194



Sl. 195



Sl. 196

je $N' = N\frac{340}{310}$; pri odlasku ona je $N'' = N\frac{340}{370}$. Zvuk se snizio za interval $I = \frac{370}{310}$, *ma kakva bila frekvencija* N *sirene*. Izračunajmo ovaj interval u savarima: $1000 \log I = 77$ savara, ili oko 3 polutona.

ZVUČNI ZID I UDARNI TALAS. U napred iznetom $V - s$ je pozitivno, brzina izvora je manja od brzine zvuka. Ako je $s = V$, imamo $A'A = O$; svi se talasi dodiruju u S, gde se nalazi i izvor (sl. 193). U toj tački nalazi se, dakle, akumulirana znatna oscilatorna energija: to je *zvučni zid* ili *zvučna barijera*.

Ako se izvor kreće brzinom većom od brzine zvuka, pojava naglo menja vid, što se manifestuje kao zvučna eksplozija, dobro poznata kod letenja nadzvučnih aviona. Talasi više nisu sadržani jedan u drugom, već obuhvataju (sl. 194) konus ASB, izvan koga se ne čuje nikakav zvuk. Poluugao ovog konusa lako je izračunati: $\sin\alpha = \frac{CH}{CS} = \frac{Vt}{st} = \frac{V}{s}$. Ako je $s = V$, $\alpha = 90°$, konus predstavlja površinu pa ponovo dobijamo zvučni zid.

Posmatrač O osetiće suvo pucketanje kada SA prolazi pokraj njega, jer postoji nagomilavanje energije na površini konusa koja je postavljena tangencijalno u odnosu na talasne površine. Zatim će on čuti običan zvuk kada talasne površine prolaze mimo njega. Takvo je pucketanje zrna koje prati zviždanje, pucketanje kraja lanenog biča, zvučna eksplozija pri letu aviona.

OSCILUJUĆE ŽICE. Znamo da žica dužine L, zategnuta između dve fiksirane tačke A i B (sl. 195), i prisiljena da osciluje, predstavlja izvor stojećih talasa; na žici zapažamo ceo broj k vretena. Znamo isto tako da, ako je F napon žice, μ njena masa na jedinicu dužine, brzina transverzalnih talasa ima vrednost $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$. Dužina jednog vretena jednaka je dužini jednog polutalasa: $\frac{\lambda}{2} = \frac{L}{k}$. S druge strane, $\lambda = \frac{V}{N}$. Dobijamo, dakle,

$$\frac{1}{2N}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{L}{k}, \text{ odakle } N = \frac{k}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

Polazeći od ovog obrasca lako je izvesti klasične zakone oscilujućih žica:

— frekvencija zvuka koji emituje oscilujuća žica obrnuto je proporcionalna dužini žice;
— ona je proporcionalna kvadratnom korenu napona;
— ona je obrnuto proporcionalna kvadratnom korenu mase na jedinicu dužine;
— žica može emitovati sve harmonike osnovnog tona; zaista, k može uzimati sve vrednosti celih brojeva.

Ovi zakoni mogu se strogo proveriti pomoću *sonometra* (sl. 196) ma kako malo bili sposobni da ocenimo muzičke intervale. Napon žice je dat vrednošću tega P; oscilujuća dužina $L = AC$ data je položajem konjića C; žicu aktiviramo udaranjem po njoj ili prevlačenjem gudala preko nje.

Kordifoni. Ima ih mnogo: mi ćemo govoriti samo o nekima.

Žice *klavira* nalaze se sve na istom naponu od oko 40 kp. Žice za visoke tonove su kratke, žice za niže tonove su duže i otežane spiralnim uvijanjem; to su *upredene žice*. Dok je klavsen sadržavao 45 nota, klavir ih ima 85, od la_2 do la_6. Deset najnižih nota emituju se pomoću upredenih žica, dvanaest sledećih pomoću dvostrukih upredenih žica povezanih zajedno, a ostale pomoću tri proste žice. Svega 223 žice i ukupna sila oko 9 hiljada kp. Po žicama udara čekić obložen čojom, koji se sam vraća posle udarca. Čim se dirka pusti prigušivač od čoje pritiskuje na žicu i zaustavlja oscilacije. Čekić udara na takvoj visini da se ne mogu pojaviti stojeći talasi koji odgovaraju 7-om i 9-om harmoniku, neprijatnim za uvo.

Kod harfe se žice trzaju prstima na odgovarajućoj visini. Neki modeli imaju pedalu za bemolizovanje nota skraćivanjem žica.

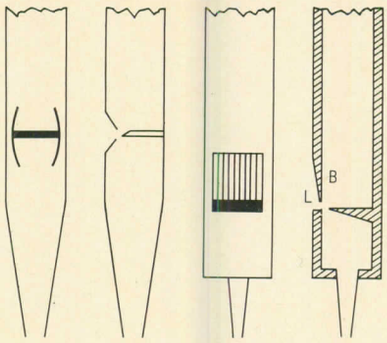
Violina, viola, violončelo, kontrabas imaju po četiri žice zategnute pomoću regulatorskih čivija na rezonatorskoj kutiji. Note koje se dobijaju naprazno su sledeće:

violina sol_2, re_3, la_3, mi_4;
viola do_2, sol_2, re_3, la_3;
violončelo do_1, sol_1, re_2, la_2;
kontrabas $mi_{-1}, la_{-1}, re_1, sol_1$.

Položaj prstiju leve ruke modifikuje dužinu oscilujućeg dela, dakle, emitovanu frekvenciju, dok desna ruka upravlja gudalom, izuzev kod picikata.

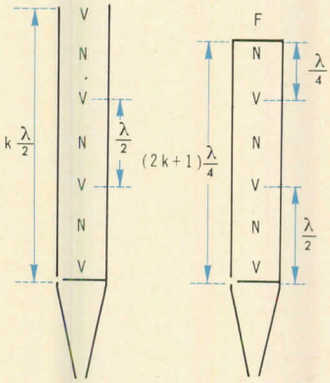
ZVUČNE CEVI SA PISKOM SVIRALE. Svirač duva dotičući po jedan ili više otvora i stvaraju se turbulencije koje dovode do oscilovanja vazduha u svirali i uspostavlja se sistem stojećih talasa u cevi. Na isti način funkcioniše cev orgulja nazvanih »sa piskom svirale«. Jedan duvački meh šalje vazduh u rezervoar nazvan *kancela* (*zračnica*), na koju su postavljene cevi (razume se sa potrebnim ventilima za otvaranje). Vazduh se dovodi na *kosu ivicu — jezgro* B od drveta ili metala, u zavisnosti od prirode cevi (sl. 197) i izlazi kroz *otvor* L. Vazduh praktično ne ulazi u samu cev, koja na drugom kraju može biti otvorena ili zatvorena. Uspostavlja se sistem stojećih talasa.

Otvorena cev sa otvorom na suprotnom kraju (sl. 198) je pod konstantnim atmosferskim pritiskom na oba kraja; u tim tačkama imamo, dakle, čvorove priti-



Sl. 197

piskovi svirala



Sl. 198

ska, pa prema tome, trbuhe oscilacija. Osnovnom tonu odgovara samo jedan čvor između ova dva trbuha, a za ostale tonove ima ih više. Dužina L cevi je, dakle, ceo multipl od $\frac{\lambda}{2}$. Označavajući sa V brzinu zvuka, imamo

$$L = k\frac{\lambda}{2} = \frac{kV}{2N}, \quad \text{ili} \quad N = k\frac{V}{2L}.$$

Ovaj obrazac sintetizuje zakone Danijela Bernulija (Daniel Bernoulli): frekvencija otvorene cevi proporcionalna je brzini zvuka, obrnuto proporcionalna dužini cevi i nezavisna od prirode cevi; *svi harmonici* osnovnog tona su mogući.

Dno F *zatvorene cevi* predstavlja, naprotiv, nepokretnu prepreku; na tom mestu stvara se, dakle, čvor oscilacije, a na otvoru uvek trbuh. Vidimo, prema slici, da je dužina cevi ovoga puta neparni multipl od $\frac{\lambda}{4}$. Imamo, dakle,

$$L = (2k+1)\frac{\lambda}{4} = \frac{(2k+1)V}{4N},$$

ili

$$N = (2k+1)\frac{V}{4L}.$$

Zakoni su, dakle, isti kao i za otvorene cevi, sem što su mogući jedino *neparni harmonici* osnovnog tona, Nota, manje bogata u harmonicima, biće manje zvonka i mekša nego kod otvorene cevi. Zapaža se takođe da zatvorena cev daje, u osnovi, istu notu kao i otvorena cev dva puta duža.

Otvorena cev koja daje $la_3 = 435$ herca ima dužinu $L = \frac{340}{2 \times 435} = 0{,}39$ m. Zatvorena cev iste dužine dala bi la_2.

Instrumenti sa cevima moraju funkcionisati na konstantnoj temperaturi. Ton se povišava sa povećavanjem temperature, jer $V = V_0\sqrt{1+\alpha t}$. Da bi se ton povisio za 1 komu, trebalo bi da bude $\frac{81}{80} = \frac{N'}{N} = \frac{V'}{V} = \sqrt{1+\frac{t}{273}}$, odakle je $t = 7°C$ umesto $0°C$.

Opštije rečeno, promena temperature od 7°C raštimava sve instrumente zajedno za 1 komu. Za solo ovo nema značaja; u orkestru duvački meh orgulja ima termostat; instrumentalisti štimuju svoje cevi podešavajući neznatno njihovu dužinu.

CEVI SA JEZIČCIMA. Jezičac je oscilujuća lamela od mesinga ili trske. *Slobodni* jezičac L osciluje s jedne i druge strane otvora koji on isprekidano zatvara (sl. 199). *Udarni* jezičac B potpuno zatvara otvor u obliku kašike, po čijim ivicama on udara; ton je jasan i veoma bogat harmonicima. Kretanje jezička uspostavlja sistem stojećih talasa u rezonantnoj kutiji ili u cevi; ono mora biti podržavano strujom vazduha: cev je, dakle, otvorena ili delimično zatvorena (prigušeni tonovi). Jezičac se štimuje pomoću *reglera r*, koji reguliše dužinu oscilujućeg dela.

Odgovarajuća cev je gotovo uvek konusna; trbusi su ekvidistantni, čvorovi isto tako, ali skup čvorova je pomeren prema jezičcu; čvorovi nisu više na jednakim odstojanjima od trbuha. Štaviše, postoji jedan čvor u blizini jezička.

DUVAČKI INSTRUMENTI. *Panova frula* sadrži niz malih zatvorenih cevi (sl. 200), na koje se duva. One će dati skalu ako se, recimo, uzmu dimenzije 9 - 8 - 7,2 - 6,8 - 6 - 5,4 - 4,8 - 4,5 cm, pri čemu će cev od 9 cm dati približno si_4.

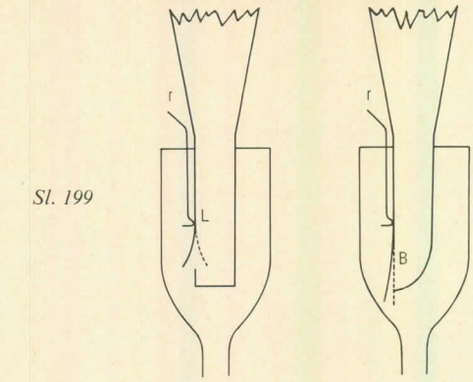
Morvandska *flauta* je zatvorena cev promenljive dužine, koja se pravi udaranjem kamenom po štapu od zove; na taj način odlepi se kora; i, povlačeći više ili manje unutrašnji deo, dobija se Panova cev promenljivih tonova. Drugi instrumenti sadrže cev promenljive dužine: *trombon sa pokretnim cugom* (povlačkom), kod kojeg pokretni cug dozvoljava da se cev produži ili skrati; *kornet*, kod kojeg se pritiskuje na dirke koje uključuju ili isključuju dodatne delove cevi.

Kod *flaute*, *klarineta*, *saksofona* (sa udarnim jezičcem od trske), *oboe*, *fagota* (sa dvostrukim udarnim jezičcem), dužina cevi je konstantna; ali cev poseduje rupe koje se mogu zatvoriti bilo prstima bilo *poklopcima*: na taj način moraju se stvarati trbusi na otvorenim rupama i dobijaju se različiti režimi stojećih talasa, koji odgovaraju različitim notama.

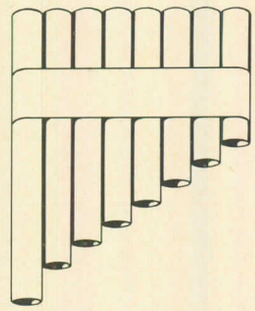
Rog i *truba* imaju cevi stalne dužine, dok usne izvođača igraju ulogu jezička. Pojačavajući više ili manje duvanje ili micanje usnama, uspostavljaju se različiti režimi stojećih talasa koji daju harmonike osnovnog tona. Truba daje, na primer, sol_2, do_3, mi_3, sol_3, harmonike od do_1.



Sl. 201



Sl. 199



Sl. 200

Harmonijum, *harmonika* i *usna harmonika* imaju slobodne jezičce sa rezonantnim kutijama.

Orgulje (sl. 201) koriste sve tipove cevi. Cevi sa piskom svirale dele se na *osnovne registre*; one su od drveta, otvorene kod *svirala*, zatvorene kod *burdona*; njihova dužina može dostići 10 metara (registri od 32 stope). Druge cevi su od legure koja sadrži najčešće kalaj, ređe srebro; to je slučaj *principal dijapazona*, čije se najveće cevi vide na fasadi *bifea* (u ormanu) orgulja, koji sadrži katkad više hiljada cevi sa registrima različitog tembra: *salicional*, *prestant*, *gamba*, itd. Dijapazon jedne cevi je odnos njene visine i njenog prečnika. Ukoliko je dijapazon uži, značaj harmonika je veći; tako se postepeno prelazi, sa svim međutembrima, od registara svirale na registre gambe. Slaganje cevi sa piskom svirale postiže se bilo pomoću pokretnog otvora sa vođicom kod otvorenih cevi, bilo pomoću pokretnog čepa koji predstavlja dno zatvorenih cevi. Cevi ormana regulišu se kroz metalni otvor.

Cevi sa jezičcem dele se na *registre jezičnjake*; to su, sem retkih izuzetaka, samo udarni jezičci. Pomenimo registre *oboe*, *trube*, *bombarde*.

Sviraonik nosi od dve do pet klavijatura manuala, pedalu, aktivator, kombinacije, spojeve klavijatura, spojke klavijature i pedala, pedala za žaluzije, itd. Registri su raspodeljeni između klavijatura i pedala. Mnogostruke kombinacije su moguće. Jedna dirka klavijature aktiviraće onoliko cevi, koliko smo izvukli registara, ponekad čak i više, jer neki registri sadržavaju više *redova*. Najzad, druge kategorije registara (*mikstura*) daju tercu, kvintu, oktavu, pa čak i septimu normalne note. Registri nose oznake 32, 16, 8, 4, 2; ovi brojevi mere u stopama dužinu otvorene cevi u odnosu na *do*, najniži ton klavijature. Registri od 8 stopa čine da klavijatura orgulja odgovara klavijaturi klavira; ali registar od 32 stope daje za istu dirku dve oktave niže, registar od 2 stope 2 oktave više. Nemoguće je opisati bogatstvo ovog instrumenta, utoliko pre što ne postoje dvoje orgulja sličnih po kvalitetu, broju i prirodi registara. Svi muzički tonovi mogu biti korišćeni.

Duvački meh drži se pod niskim pritiskom i mora davati kod velikih instrumenata više kubnih metara vazduha na sekund.

Fot. Larousse.

toplota

Termodinamika

OPŠTI POJMOVI. Prva predstava o toploti i temperaturi je subjektivna i vezana za osećaje posmatrača. U dodiru sa rukom tela izgledaju topla ili hladna, više ili manje topla, ili više ili manje hladna. Moglo bi se očekivati da će se tako moći klasirati predmeti prema jednom termičkom kriterijumu, za koji bi bila vezana nova veličina, *temperatura*. Ali subjektivni pojam je pre svega funkcija subjekta koji posmatra; on je relativan i zavisi od prethodnih osećaja (jedan mlak predmet izgleda topliji ako je ruka koja ga dodiruje bila pre toga stavljena u sneg; morska voda izgleda više ili manje topla ili hladna u zavisnosti od časa i stanja okolnog vazduha i zdravstvenog stanja pojedinca). Najzad, dodir se može koristiti samo u dosta uskom području; ono ne može dati stepen toplote u slučaju plamena ili tečnog vazduha jer bi ruka i krajevi nerava koji se nalaze na njoj bili uništeni.

Naučniji pojam dobijen je zamenjivanjem fiziološke percepcije merenjem, zasnovanim na fizičkoj pojavi koja se menja sa stepenom toplote ili hladnoće upotrebljenog tela; ova pojava, odnosno telo se naziva *termometarska pojava i termometarsko telo*. Tako se može precizirati pojam temperature i proširiti do širokih granica. Svakodnevno iskustvo pokazuje da postoje sistemi koji mogu učiniti toplijim tela koja dolaze u dodir s njima; to su *izvori toplote* (plamen, metalna žica kroz koju prolazi električna struja, tela koja se kreću uz trenje, itd.). Termometarsko telo stavlja se u jedan takav izvor ili pored njega. Fiziološki osećaj pokazuje da se ono zagreva; u zavisnosti od tog zagrevanja uočavamo izvesne promene fizičkih karakteristika, na primer:

— *širenje čvrstog tela* (povećavanje linearnih dimenzija);
— *širenje tečnosti* (zapremina je postala veća);
— *povećanje pritiska gasa kome se održava konstantna zapremina*;
— *promena električnog otpora provodnika*;
— *povećanje pritiska pare isparljive tečnosti*; itd.

To su isto tako termometarske pojave koje dozvoljavaju da se definiše temperatura i da joj se u svakom slučaju da numerička vrednost. Kada se dva tela A i B stave u dodir, pri čemu je jedno u početku toplo a drugo hladno, prvo se rashlađuje a drugo zagreva. Kaže se da ona *razmenjuju toplotu*, pri čemu ova spontano prelazi sa toplog tela na hladno. Postoji više vidova razmene:

— *provođenje* (prenos kroz nepokretnu materiju); isto kao i za elektricitet, sredine predstavljaju bolje ili slabije provodnike (metali, naročito bakar, su dobri provodnici; drvo, stakleno vlakno su veoma slabi provodnici; vakuum sprečava provođenje);

— *konvekcija* (prenošenje uz učešće materije u kretanju, kao na primer strujanje fluida — vazduha, vode, pare... — što se koristi npr. kod centralnog grejanja);

— *zračenje* (elektromagnetsko zračenje služi kao posrednik između dva tela; ono se može prostirati čak i u vakuumu, kao svetlost).

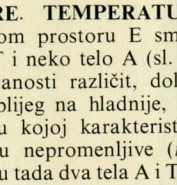
Neki prostor je *adijabatski* kada njegovi zidovi ne dozvoljavaju bilo kakav način prenosa toplote. Savršena realizacija takvog prostora nije moguća. Praktično ga dobijamo pomoću staklenog vlakna ili, još bolje, pomoću d'Arsonval-Djuvarove (d'Arsonval-Dewar) boce (dupli posrebreni zidovi između kojih je stvoren vakuum), koja se koristi kao trgovačka termos-boca. U kalorimetriji, moguće je ostvariti strogo adijabatske prostore pomoću površina iste temperature, stavljenih jedna drugoj nasuprot, ali to pretpostavlja dobro poznavanje određivanja temperature (v. str. 515). Dopustićemo privremeno da postoji adijabatski prostor E.

JEDNAKE TEMPERATURE. TEMPERATURSKE SKALE. U adijabatskom prostoru E smešteno je termometarsko telo T i neko telo A (sl. 1). Ako je njihov stepen zagrejanosti različit, dolazi do prenošenja toplote sa toplijeg na hladnije, sve dok ne nastupi ravnoteža, u kojoj karakteristike raznih prisutnih tela postaju nepromenljive (*termička ravnoteža*); kaže se da su tada dva tela A i T na istoj temperaturi, koja ostaje konstantna. Ako se ogled ponovi sa drugim telom B, dolazi do nove ravnoteže. Ako T daje iste indikacije kao ranije, znači da A i B imaju *jednake temperature*. Treba podvući da u konačnoj ravnoteži A i B nisu više tačno u svojim početnim stanjima; aparat sme samo u zanemarljivim razmerama menjati veličinu koju treba da odredi; ovde T treba da bude pre svega na temperaturi bliskoj temperaturama tela A i B, i njegov *toplotni kapacitet* mora biti relativno mali (str. 515).

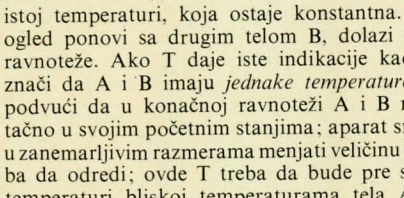
Opisani osnovni ogled dozvoljava da se definiše jednakost dve temperature, ali ne i njihov odnos, jer bi se on menjao sa izborom termometarskog tela i pojave. Odavde sledi da temperatura (u običnom smislu reči) *nije merljiva veličina*; to je *odredljiva veličina*: svakoj temperaturi daje se jedna numerička vrednost *u skali*, čija je nula proizvoljna. Obične skale su centizimalnog tipa, ili Celzijusove (po imenu švedskog astronoma i fizičara, 1701—1744). U Celzijusovoj skali, vrednost 0 i 100 daju se dvema repernim temperaturama koje se utvrđuju proizvoljno, ali koje se lako reprodukuju. U početku je nula odgovarala temperaturi leda koji se topi (ravnoteža između leda i vode pod normalnim atmosferskim pritiskom); precizna određivanja su pokazala neznatna odstupanja u zavisnosti od toga da li je voda čista ili je zasićena rastvorenim gasom koji dolazi iz vazduha. Sada je nula vezana za jasno definisanu temperaturu, temperaturu trojne tačke vode (str. 522) i usvojeno je da je ona 0,01°C (0,01 stepeni Celzijusa). Vrednost 100 data je temperaturi ključanja čiste vode pod normalnim pritiskom. Nula i sto su dve *osnovne tačke* skale.

Da bi se definisala neka skala, izabere se pojava koju karakteriše veličina x, čije se promene mere na termometarskom telu. Temperatura t izvodi se odatle pomoću jednoznačne i monotone funkcije $t=f(x)$, uopšte uzev linearne

$$t=a.x+b,$$



Sl. 1



Sl. 2

koja se može pisati

$$\frac{t}{100}=\frac{x-x_0}{x_{100}-x_0}$$

ili $x=x_0.(1+k.t)$. x_0 i x_{100} su vrednosti x na 0°C i na 100°C. Celzijusova temperatura t jeste veličina proporcionalna promenama termometarske pojave, polazeći od 0°C, pri čemu je koeficijent proporcionalnosti utvrđen kao promena x u osnovnom intervalu 0°C, 100°C; $k=\frac{x_{100}-x_0}{100x_0}$ je *termometarski koeficijent*.

Interval temperature je *merljiva veličina*, jer je odnos dva intervala jednak odnosu odgovarajućih promena x; $\left[\frac{\delta t}{\delta t'}=\frac{\delta x}{\delta x'}\right]$; jedinica je *Celzijusov stepen*, definisan kao promena x jednaka $\frac{1}{100}\times(x_{100}-x_0)$.

Skala i stepen zavise od izbora termometarske pojave i tela, odakle potreba da se uspostavi skala referencije, sa kojom se upoređuju ostale; slika 2 daje krivu korekcije $C=t-t_{Hg}$, koja dozvoljava da se pređe sa čitanja t_{Hg}, obavljenog na živinom termometru, na legalnu temperaturu t. U slučaju značajnije korekcije, naročito izvan osnovnog intervala, ne određuje se nova skala, nego se direktno etalonira pojava kao funkcija legalne skale.

U anglo-saksonskim zemljama koristi se Farenhajtova (Fahrenheit) skala, kod koje su dvema osnovnim Celzijusovim tačkama dati brojevi 32 i 212, odakle je

$$1°C=1{,}8°F.$$

GASNI TERMOMETAR. CELZIJUSOVA LEGALNA SKALA. Termometarska pojava je *izohorna promena pritiska* (pri konstantnoj zapremini) gasa

$$\frac{t}{100}=\frac{p-p_0}{p_{100}-p_0};\quad k=\frac{p_{100}-p_0}{100p_0};$$

k je tada poistovećen sa koeficijentom izohorne promene pritiska gasa između 0° i 100°C; $k=\beta_0{}^{100}$. Najpre je upotrebljavan *termometar sa vodonikom* (sl. 3), gasom koji je blizu idealnog stanja. Gasni rezervoar je stavljen u termostatski prostor (t=const); on je povezan pomoću jedne veoma tanke cevi sa barometrom koji daje pritisak čitanjem denivelacije žive; $k=\frac{1}{273{,}09}$.

Kasnije se došlo na to, da se vodonik zameni idealnim gasom; ovaj je fiktivan, ali se njegova svojstva izvode iz svojstva realnog gasa pri graničnom prelazu za pritisak nula. Termometarska veličina je tada granična vrednost a proizvoda $p\cdot v$ (pritisak · zapremina) za datu masu odgovarajućeg realnog gasa.

$$\frac{t}{100}=\frac{a-a_0}{a_{100}-a_0};\quad k=\frac{a_{100}-a_0}{100a_0}=\frac{1}{273{,}15}=\beta_0.$$

k ili β_0 je nezavisno od prirode idealnog gasa, odakle smanjenje broja proizvoljnih veličina koje određuju legalnu ili Avogadro-Celzijusovu skalu. Stavljena u oblik $p=p_0(1+k\cdot t)$, termometarska jednačina daje

$$\text{za } p=0\ t=-\frac{1}{k}=-273{,}15°C.$$

To je najniža temperatura koja se može zamisliti, pošto pritisak gasa ne može biti negativan; odatle njeno ime *apsolutna nula*. Da bi se uvek temperatura

predstavila pozitivnim brojem, stvorena je apsolutna skala, povezana sa idealnim gasom, tako da je $T = t + 273{,}15°$; mi ćemo videti (str. 531) da se ona poklapa sa termodinamičkom Kelvinovom skalom. Metodi zasnovani na gasnim termometrima su dugi, osetljivi ali precizni. Oni su omogućili da se jednom zasvagda odredi temperatura *termometarskih repera*, tj. *fundamentalnih tačaka*.

Međunarodne konvencije su precizirale karakteristike četiri fundamentalne tačke i dvadeset dve sekundarne tačke; one obuhvataju široko područje, dozvoljavaju etaloniranje i određivanje temperature interpolacijom. Ove tačke odgovaraju stalnim temperaturama fizičkih ravnoteža (dvofazni ili trofazni sistemi za neko čisto telo); to su, na primer, temperature očvršćavanja ili ključanja pod normalnim pritiskom (t_f ili t_e). Tako su fundamentalne tačke t_e kiseonika $-182{,}970°C$: t_e sumpora $444{,}600°C$; t_f srebra $960{,}8°C$; t_f zlata $1063{,}0°C$.

ŽIVIN TERMOMETAR. TERMOMETRI SA TEČNOŠĆU. Pojava koja se koristi je *prividno širenje u staklenoj cevi*. Živa ima određene prednosti, dobro provodi toplotu, ne kvasi staklo, dobro je vidljiva, itd. U stvarnosti termometarska pojava predstavlja skupljanje usled hlađenja, jer dimenzije stakla ne zavise samo od momentane temperature već i od prethodnog stanja. Živin termometar sastoji se od rezervoara i cilindrične cevi kalibrisane iznutra (sl. 4); praktično, pojava x je pomeranje kraja živinog stuba u cevi. Cev je graduisana direktno u stepenima temperature. Na njoj se određuje tačka 100, a odmah zatim i tačka 0 (sl. 5 i 6) stavljanjem termometra najpre u paru ključale vode pod normalnim pritiskom, a zatim u led koji se topi, preliven destilisanom vodom; svaki put se zabeleži crta na mestu dokle je došla živa. Tako se dobija osnovni interval; pomoću mašine za deljenje on se deli na 100 jednakih delova, od kojih svaki odgovara jednom stepenu skale; sa identičnim podeljcima produžava se graduisanje s jedne i s druge strane osnovnog intervala.

Osetljivi termometri imaju relativno velik rezervoar i cev malog unutrašnjeg preseka. Cev je tada duga; za osetljivost veću od $0{,}1°C$ ona ne obuhvata ceo osnovni interval (za izučavanje smrzavanja vodenih rastvora, graduisanje se, na primer, proteže između $-10°$ i $+2°C$).

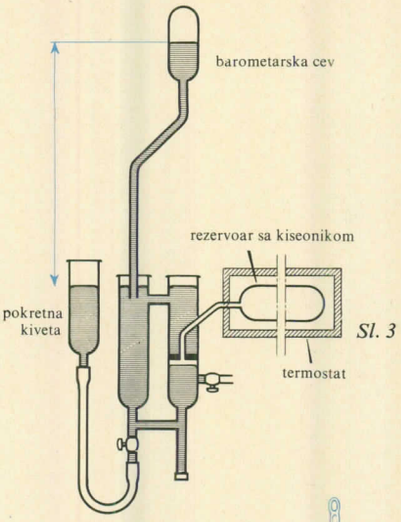
Staklo ima svojstva koja se polako menjaju; iz toga proizlazi *pomeranje nule*. Korekcija je potrebna pri preciznim određivanjima; ona je jednostavna jer instrument daje pravilne intervale u odnosu na nulu, kada se radi sa *stezanjem*: termometar se najpre stavi u sredinu koja se izučava, zatim u led koji se topi i na kraju u najhladniji sistem.

Živin termometar ima suženo područje primene (živa se mrzne na $-39°C$, a ključa na $357°C$ pod normalnim pritiskom); u praksi on se koristi za temperature od $-35°C$ do $+300°C$ približno.

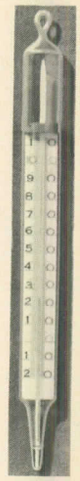
Živa provodi električnu struju; zahvaljujući platinskim žicama koje prolaze kroz zid cevi, pomeranje nivoa zatvara ili prekida električno kolo (upravlja regulacionim uređajem temperature, pokreće alarmni signal, itd.).

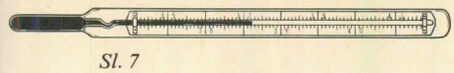
Na istom principu konstruisani su termometri koji sadrže druge tečnosti manje skupe (alkohol), koje se teže smrzavaju (pentan), itd. Takvi termometri nemaju vlastitu skalu; graduišu se upoređivanjem sa instrumentom-etalonom ili pomoću fundamentalnih tačaka.

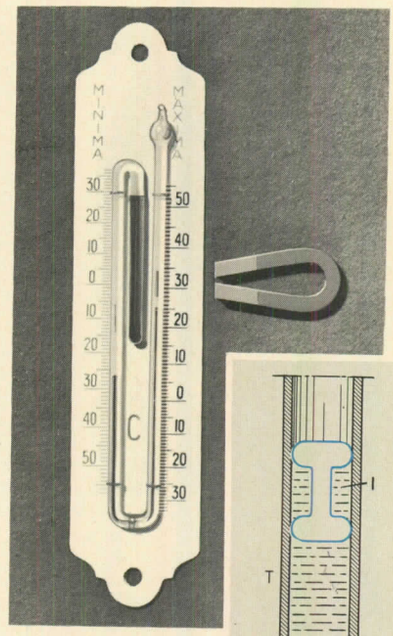
U medicini, meteorologiji, industriji, itd., treba poznavati maksimalnu ili minimalnu temperaturu, dostignutu tokom određenog vremena. Slika 7 daje princip maksimalnog medicinskog termometra; odmah iznad rezervoara cev ima suženje koje, kapilarnošću, preseca živin stub kada on počinje da se steže usled hlađenja. Slika 8 odgovara minimalnom termometru; horizontalna cev instrumenta sa alkoholom sadrži mali indikator od emajliranog gvožđa u tečnosti, gde ga drže kapilarne sile koje dejstvuju na spoju meniskusa; za vreme stezanja tečnost ga povlači, a trenje o zidove ga zadržava na mestu kada temperatura raste. Maksimalni termometri koriste



Sl. 3

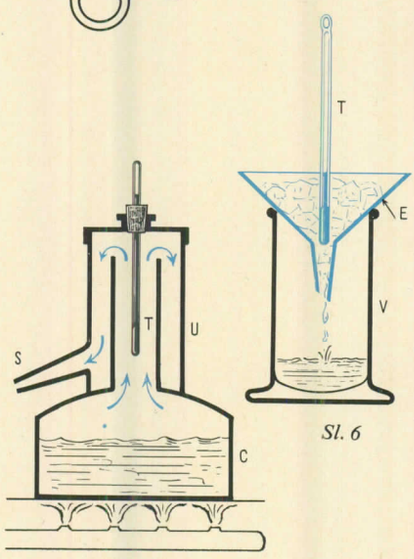

Sl. 4


Sl. 7



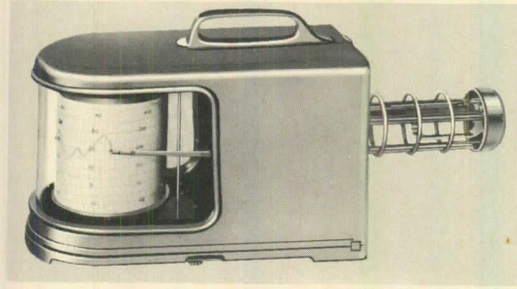
Sl. 9

Sl. 8



Sl. 6

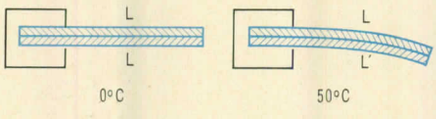
Sl. 5


Sl. 10

i gvozdeni indikator koji se nalazi izvan živinog stuba (ova tečnost, suprotno alkoholu, ne kvasi indeks); sa dve tečnosti i dva indikatora mogu se dobiti u isto vreme maksimalni i minimalni termometar (sl. 9).

Širenje tečnosti može se koristiti i u drugim termometrima. Metalna elastična savijena cev potpuno je napunjena veoma dilatabilnom tečnošću; povećavajući zapreminu, tečnost dejstvuje na zidove silama pritiska koje teže da povećaju kapacitet suda, smanjujući njegovu krivinu. Deformacija, uvećana pomoću poluga ili zupčanika, pokreće iglu ispred uočljive skale ili pak pero koje ostavlja tragove na hartiji (sl. 10).

TERMOMETRI ZASNOVANI NA ŠIRENJU ČVRSTOG TELA. Širenje šipke praktično se više ne koristi u industriji, izuzev kod nekih pirometara: čvrsto telo se malo širi, ispoljava često histerezu (ostatak širenja) za vreme hlađenja, što smeta dvama važnim svojstvima instrumenta, osetljivosti i pouzdanosti. Kod nekih termometara sa kazalom koristi se *bimetalni štap*. Bimetalni štap služi naročito kod sigurnosnih uređaja ili pri regulisanju temperature. Dve lamele LL′ (sl. 11) su zavarene jednim krajem,



Sl. 11

dok su im drugi pričvršćeni za čvrsti nosač; one imaju različite koeficijente dilatacije; promena temperature izaziva sile koje deformišu celinu; pomeranje slobodnog kraja se pojačava radi merenja ili upravljanja aparatima (sigurnost gasnog grejača za vodu).

RAZNE TERMOMETARSKE METODE. One se zasnivaju na električnim ili optičkim pojavama; imaju teorijski ili praktični značaj. Zakon pojave $x = f(t)$ dat je u vidu ograničenog reda, čiji se koeficijenti dobijaju pomoću ogleda izvedenih na osnovnim tačkama, ili na termometarskim reperima. Tako se daje praktična definicija internacionalne ili legalne temperature; s druge strane, interpolacija ili ekstrapolacija dozvoljavaju da se odrede temperature.

a) Termometar sa otporom. Električni otpor R nekog provodnika zavisi od temperature; kod čistog metala otpor se povećava sa povećanjem temperature. Temperatura t izvodi se iz merenja R izvedenog na aparaturi tipa Vitstonovog (Wheatstone) mosta.

Otpor kaljene platinske žice daje praktičnu definiciju internacionalne temperature sa tačnošću boljom od $0{,}001°C$ između $-183°$ i $+630°C$. Ako je R_0 otpor na $0°C$, usvojen je zakon

$$R = R_0(1 + at + bt^2)$$

između $-183°$ i $0°C$ i

$$R = R_0[1 + at + bt^2 + ct^3(t - 100)]$$

između $0°$ i $+630°C$ (tačka topljenja antimona). U

Fot. Larousse.

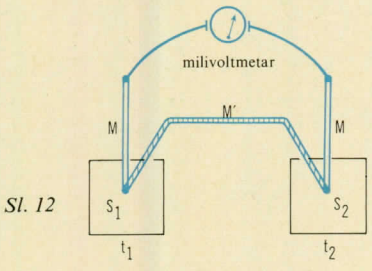
industriji i u laboratorijama upotrebljavaju se i drugi metali. Mogu se otkriti promene reda 10^{-4}°C. Pri određivanju koeficijenata *a*, *b*, *c* oslanja se na fundamentalne tačke.

Sve više se upotrebljavaju *termistori*, štapići sastavljeni od poluprovodnika (mešavine oksida i soli). Njihov koeficijent temperature je negativan: R se smanjuje kada *t* raste; podizanjem temperature za 250°C otpor se može smanjiti u odnosu 1 : 50000, dok se otpor čistog metala udvostručuje. Može se očekivati velika osetljivost, do 10^{-6}°C.

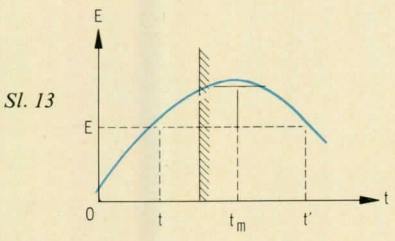
b) Termoelement. Jedno strujno kolo sadrži merni uređaj i dve metalne žice M, M′ (metali ili legure) koje se dodiruju u dve tačke S_1, S_2 (zavareni spojevi) temperatura t_1, t_2 (sl. 12). Ako je $t_1 = t_2$, nema nikakve struje, ali ako $t_1 \neq t_2$, pojavljuje se elektromotorna sila $E = \varphi(t_1, t_2)$ koja ukazuje da imamo termoelektričnu bateriju. U termoelektričnoj praksi uzima se obično $t_1 = 0$°C; t_2 je merena temperatura *t*, odakle $E = f(t)$. Praktičnu definiciju internacionalne skale između +630° i +1063°C daje termoelement, čija je jedna žica od čiste platine a druga od rodinirane platine (0,9 Pt, 0,1 Rh), sa $E = A + Bt + Ct^2$.

Termoelementi se sve više koriste u laboratorijama i industriji: deo za istraživanje (var) je veoma mali, merenje se može vršiti na rastojanju itd. Podesno etaloniranje dozvoljava da se direktno dobije razlika temperatura t_1 i t_2; *ems* je reda 50μV na stepen. Obični termoelementi koriste legure: konstantan (Cu, Ni), hrom-nikl (Cr, Ni), aluminijum-nikl (Al, Ni). Element hrom—nikl—aluminijum—nikl može se koristiti u području —200° i +300°C približno. Kod izvesnih termoelemenata kriva $E = f(t)$ ima ekstremum (sl. 13); da bi se izbegle netačnosti, treba smanjiti područje korišćenja.

c) Optički pirometri. Oni služe za ekstrapoliranje internacionalne skale iznad 1063°C i za merenje visokih temperatura u industrijskim pećima, odakle i ime »pirometri«. Razni tipovi zasnivaju se na zakonima svetlosne emisije usijanih tela (str. 559). Podesan tip je tip pirometra sa žicom koja iščezava (sl. 14). Peć F ima mali otvor O i konvergentno sočivo L daje njegov realni lik O′, u čijoj je ravni smeštena žica od tungstena *f*, usijana pomoću Džulovog efekta. Jedan filter ili obojeno staklo V izdvaja uski interval radijacije (srednje talasne dužine λ). Posmatranje se vrši kroz okular Oc. Kada i *f* i F zrače radijaciju λ, prvo prestaje da bude vidljivo (ako su zakoni zračenja identični za *f* i F, njihove temperature su jednake). Uređaj je etaloniran i reostat koji reguliše struju u *f* graduisan je direktno u stepenima temperature. Tako se dobija temperatura »boje«, pa treba vršiti korekciju za neki drugi izvor. Drugi optički metodi daju temperaturu zvezde. Merenja izvršena na radijaciji tela nedovoljno zagrejanih da bi bila užarena (infracrveno, Hercovo zračenje veoma malih talasnih dužina), služe za izučavanje temperature veoma udaljenih tela, na koja se ne mogu primeniti klasične metode. To je slučaj meseca i planeta; tada se koristi približni obrazac lorda Rejleja (Rayleigh) $\left[I = 2k\frac{T}{\lambda^2}\right]$, gde je I intenzitet emisije, T apsolutna ili Kelvinova temperatura, *k* Bolcmanova (Boltzmann) konstanta i λ talasna dužina; ovaj metod daje često vrednosri koje variraju prema talasnoj dužini, što pojačava interes dajući obaveštenja o raznim regionima zvezde. Tako za Mesec infracrveno zračenje daje temperaturu površine, dok Hercovo zračenje talasne dužine 1,25 ili 3 cm proizlazi iz dubljih slojeva. U slučaju Jupitera nađeno je tako da se vrednosti T kreću od 600°K za $\lambda = 10$ cm do 50000°K za $\lambda = 68$ cm; neverovatnost ovih vrednosti pokazuje da Hercovo zračenje ima druge uzroke i da ne potiče od termičke emisije; ovaj specijalni slučaj dokazuje da uvek treba strogo kritički pristupati upotrebljavanim termometarskim metodima.

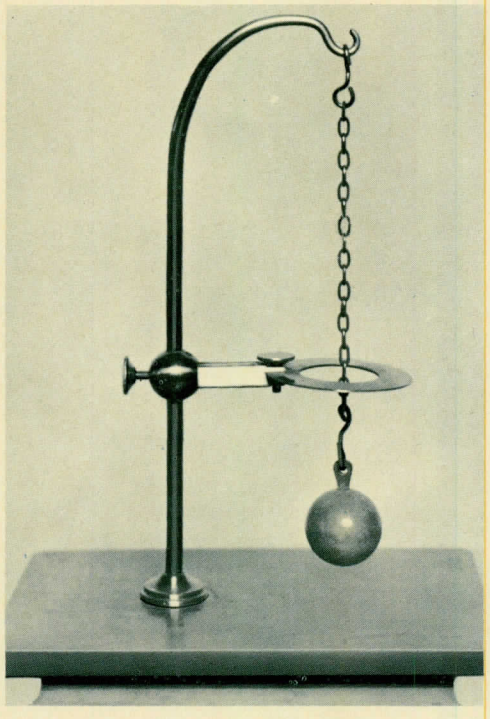


Sl. 12



Sl. 13

Fot. Boyer.



ŠIRENJE ČVRSTIH TELA I TEČNOSTI

OPŠTA RAZMATRANJA I DEFINICIJE. Kada se neko telo zagrejava, njegove linearne dimenzije i njegova zapremina se povećavaju; ono se širi i to može biti osnova termometarskih metoda. Podsetimo se nekih kvalitativnih ogleda. Zahvaljujući pojačavanju pomoću poluge i kazaljke, *pirometar sa šipkom* (sl. 15) pokazuje izduženje zagrejane metalne šipke. Gravesandov (Gravesande) ogled (sl. 16) otkriva povećanje prečnika u svim pravcima zagrejane metalne kugle S, koja se može provlačiti kroz prsten A od istog metala; kugla i prsten imaju na običnoj temperaturi isti prečnik; kada se S zagreje ono više ne može proći kroz A, ma kako ga okretali; ali ako na identičan način zagrejavamo S i A, prolaz je moguć; ovaj ogled pokazuje da se šuplje čvrsto telo A širi na isti način, kao i puno čvrsto telo S.

Kod tečnosti uzima se uređaj na slici 17, sličan velikom termometru sa tečnošću (obojena tečnost stavljena u balon zatvoren čvrstim zapušačem, kroz koji prolazi cev); na običnoj temperaturi potopimo ga u zagrejanu vodu: nivo u cevi se neznatno spusti, zatim se primetno penje dok se ne uspostavi termička ravnoteža. Do početnog spuštanja dolazi zbog toga, što se zid balona zagreje pre tečnosti koja je u njemu; to pokazuje da kod tečnosti treba voditi računa o širenju čvrstog suda u koji je ona smeštena.

Kristali se ne šire jednako u svim pravcima, oni su *anizotropni*; kugla načinjena od monokristala na 15°C ne ostaje uvek sfernog oblika, na 100°C ona se može transformisati u elipsoid. Amorfne supstancije su *izotropne*; one imaju ista svojstva u svim pravcima, posebno svojstvo širenja; to važi i za tela koja su usled kompenzacije izotropna i koja predstavljaju agregate mikrokristala orijentisanih bez reda u svim mogućim pravcima (šipke od metala ili legure, dobijene topljenjem i brzim hlađenjem); mi ćemo razmatrati samo izotropna tela.

Uzmimo šipku dužine *l* na *t*°C (češće se uzimaju dve tačke čvrstog tela na rastojanju *l*). Uzmimo da su vrednosti $l : l_0$ na 0°C, l_1 na t_1, l_2 na t_2. Definiše se *srednji koeficijent linearnog širenja* između dve temperature, λ između 0° i *t*°C, λ' između t_1 i t_2, odnosima

$$\lambda = \frac{l - l_0}{l_0 . t} \quad \text{i} \quad \lambda' = \frac{l_2 - l_1}{l_1 . (t_2 - t_1)}.$$

Oni se mogu pisati u obliku

$$l = l_0 . (l + \lambda . t), \quad l_2 = l_1[1 + \lambda' . (t_2 - t_1)].$$

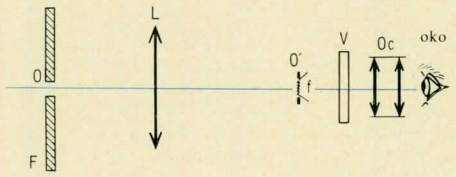
Izraz $1 + \lambda t$ je *binom linearnog širenja* između 0° i *t*°C; može se na isti način uočiti binom između t_1 i t_2. Za malu promenu, polazeći od početne temperature koja odgovara diferencijalu d*t*, imamo praktično

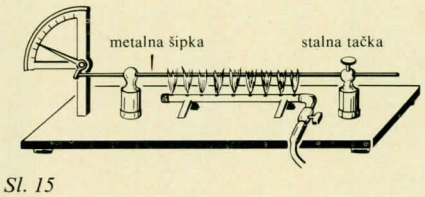
$$dl = \lambda . l_0 \, dt.$$

Razmatrajući zapreminu, definiše se takođe *koeficijent i binom kubnog* (ili *zapreminskog*) širenja, na primer između 0° i *t*°C:

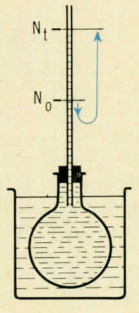
$$k = \frac{v - v_0}{v_0 . t}; \quad v = v_0 . (1 + k . t)$$

Sl. 14





Sl. 15



Sl. 17

Sl. 16

i

$$dv = k \cdot v_0 \cdot dt.$$

Zapreminsko širenje je posledica linearnog širenja: pošto su sve dužine pomnožene sa binomom $1+\lambda . t$, zapremina je pomnožena sa $(1+\lambda . t)^3$; to se lako vidi u slučaju kocke ili lopte, čija se zapremina izražava kao funkcija kuba stranice ili poluprečnika. Čvrsta tela se malo šire; za neveliku promenu temperature, izraz $\lambda . t$ je mali u odnosu na 1. Može se pisati

$$\frac{v}{v_0} = 1 + k . t = (1+\lambda . t)^3 = 1 + 3\lambda . t + 3\lambda^2 . t^2 + \lambda^3 . \simeq 1 + 3\lambda . t$$

(λ je reda 10^{-5}; za $t = 10°C$ imamo $\lambda . t = 10^{-4}$, $\lambda^2 . t^2 = 10^{-8}$, $\lambda^3 . t^3 = 10^{-12}$, što opravdava aproksimaciju). Imamo, dakle, praktično $k = 3\lambda$.

U izvesnim slučajevima treba uvesti promenu površine koja ograničava čvrsto telo i uočiti *površinsko širenje*. Tada imamo

$$\sigma = \frac{S - S_0}{S_0 . t}; \quad S = S_0(1+\sigma t);$$

$$dS = \sigma . S . dt; \quad \sigma = 2\lambda.$$

Za telo mase m, širenje uslovljava promenu gustine ρ (ρ_0 na 0°C, ρ na t°C).

$$m = v_0 \cdot \rho_0 = v . \rho = \text{const}; \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{v_0}{v} = \frac{1}{1+k . t};$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1+k . t} = \rho_0(1 - k . t + \ldots) \simeq (1 - k . t).$$

Za specifičnu zapreminu $u = \frac{1}{\rho}$, imamo

$$u = u_0 . (1 + k . t).$$

Koeficijent širenja nije sasvim nezavisan od t; na primer, između 0° i t°C koristi se često konačni red, da bi se izrazili eksperimentalni rezultati:

$$l = l_0(1 + a . t + b . t^2 + c . t^3 + \ldots);$$

odakle

$$\lambda = a + b . t + ct^2 + \ldots \quad .$$

MERENJA KOJA SE ODNOSE NA ŠIRENJE ČVRSTIH TELA. Srednji linearni koeficijent određuje se načelno između 0° i t°C. Kod preciznih merenja koristi se *komparator* (str. 476), analogan onome koji služi izučavanjima povezanim sa metar-etalonom (sl. 18). Ispod mikroskopa komparatora postavljena je horizontalno čvrsta šipka, na kojoj su usečene dve paralelne crte A i B, posmatrane kroz mikroskope; rastojanje AB iznosi približno 1 m. Šipka je potopljena u termostatički sud sa tečnošću, recimo vodom, koja ne sme fizički ili hemijski dejstvovati na čvrsto telo; pri svakom merenju temperatura tečnosti je ista. Najpre se radi na 0° i meri se l_0 upoređivanjem sa etalonom; ovo se ponavlja na t°C; pomeranje likova A i B u mikrometarskim okularima daje precizno izduženje $l - l_0$, odakle λ.

Za obična čvrsta izotropna tela λ je reda 10^{-5}, kao što se vidi iz priložene tablice, gde dati broj treba da bude pomnožen sa 10^{-5}.

Za platinu može se usvojiti u intervalu od 0° do 1000°C izraz $\lambda = (0{,}887 + 1{,}37) . 10^{-5}$. Postoji niklovani čelik (36% nikla), zvani *Invar*, čiji je koeficijent λ reda 10^{-6}; on služi za pravljenje instrumenata, čija je dilatacija zanemarljiva u blizini obične temperature (šetalica zidnog sata, itd).

Čvrsta tela ispoljavaju često pojavu ostatka dilatacije ili zakašnjavanja kontrakcije; slika 19 pokazuje da se zakon promene dužine šipke pri zagrevanju razlikuje od zakona promene pri hlađenju; za vreme vraćanja na početnu temperaturu, recimo 0°, dužina je $l_0 + \delta l$ umesto l_0, pri čemu se δl povećava sa maksimalnom temperaturom, dostignutom pri zagrevanju. Ovaj efekt potiče od promene strukture koja se menja u zavisnosti od vremena. Kao što prokazuje promenu λ sa t, on pokazuje da je širenje kompleksna pojava koja ne potiče samo od međusobnog udaljavanja sastavnih čestica, kao što su molekuli.

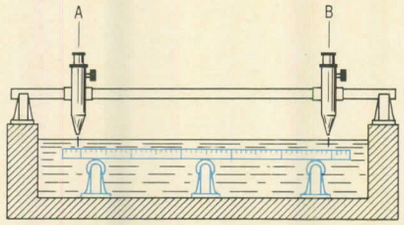
MERENJA KOJA SE ODNOSE NA APSOLUTNO ŠIRENJE TEČNOSTI. Videli smo da širenje čvrstog suda koji sadrži tečnost, komplikuje izučavanje pojave; *apsolutno* širenje, funkcija stvarnih zapremina, meri se samo za neke referentne tečnosti, uglavnom za *živu*, koja se koristi u mnogim aparatima kod kojih treba vršiti temperaturnu korekciju.

U metodu koji su u XIX veku primenili francuski fizičari Dilon (Dulong), Pti (Petit) i Renjo, pojavljuje se odnos između gustina i koeficijenta zapreminskog širenja (sl. 20). Dve vertikalne cevi AB i CD, napunjene živom, imaju gornji deo dosta širok, tako da tečnost ima slobodnu površinu bez kapilarnosti i da je lako čitanje pomoću katetometarskog viziranja. Dole su ove cevi spojene jednom horizontalnom cevi malog prečnika, koja dozvoljava ravnotežu pritisaka, ali se opire pomeranju tečnosti. Na jednakoj temperaturi nivo je isti na gornjem delu AB i CD. Razlika temperature uslovljava denivelaciju AB i CD; postoji hidrostatička ravnoteža i živa dveju cevi mora vršiti isti pritisak na nivou tanke spojne cevi. Ako se CD održava na 0°C, a AB na t°C, visine žive iznad ose spojne cevi su respektivno h_0 i h, i imamo $h_0 \cdot \rho_0 \cdot g = h . \rho . g$, i ako je μ zapreminski koeficijent širenja žive,

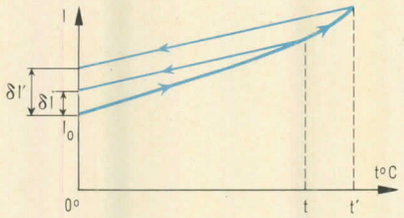
$$1 + \mu . t = \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{h}{h_0},$$

što se svodi na prosta i precizna merenja dužina:

$$\mu = \frac{h - h_0}{h_0 . t}.$$



Sl. 18



Sl. 19

SUPSTANCIJA	$\lambda . 10^5$ po stepenu
Aluminijum	2,2
Bakar	1,7
Gvožđe	1,2
Platina	0,89
Tungsten	0,4
Cink	3,5

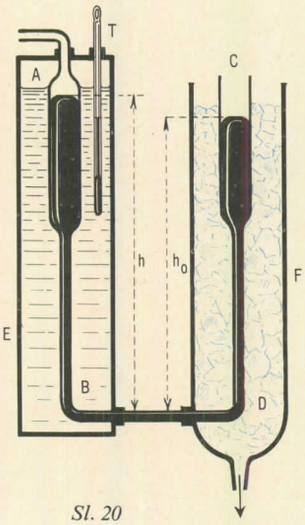
SUPSTANCIJA	$\lambda . 10^5$ po stepenu
Mesing	1,9
Porculan	0,25 do 0,27
Silicijum amorfni	0,05
Staklo	0,7 do 0,9
Pireks	0,3

Priroda providnog zida ne igra ulogu, niti pak njegova svojstva širenja. Da bi se dobile temperature, grana CD stavlja se u sud F koji sadrži led koji se topi, a AB u unutrašnjost termostatičkog prostora E, čiju temperaturu daje termometar T; E sadrži tečnost, recimo vodu, čije kuvanje dozvoljava da se obezbedi ravnomerna temperatura. Od 0° do 100°C μ iznosi $1{,}83 . 10^{-4}$; u nekom intervalu $[0, t]$ bliskom $[0, 100]$, uzima se $\mu = 1{,}82 . 10^{-4} - 2{,}85 . 10^{-9} t + 1{,}146 . 10^{-10} t^2$.

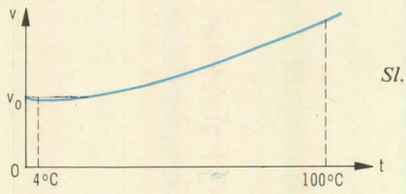
Da bi se dobio apsolutni koeficijent δ neke tečnosti, može se meriti njegova gustina ρ_0 na 0° i ρ na t°C (metod staklene bočice, Arhimedov potisak); $\delta = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho . t}$. Ne insistiramo na teškoćama koje potiču od pomoćnih čvrstih tela. Arhimedov potisak na kocku od kvarca, čije su ivice optički upoređene na 0°C sa metar-etalonom, služio je za izučavanje širenja tečne vode; kriva (sl. 21) daje promenu zapremine u zavisnosti od temperature; imamo minimum zapremine i maksimum gustine na 4°C. Tablica daje vrednosti za specifičnu zapreminu μ i gustinu ρ.

t°C	u $l . kg^{-1}$	$\rho kg . l^{-1}$
0	1,000 132 2	0,999 867 9
4	1	1
10	1,000 272 4	0,999 727 7
50	1,012 07	0,998 07
100	1,043 43	0,958 38

Podsetimo se da je litar bio u početku definisan kao zapremina koju zauzima na 4°C 1 kg čiste vode; danas je on izjednačen sa kubnim decimetrom. Najčešće se tečnost izučava upoređivanjem sa živom pomoću *cevnog dilatometra*, aparata od stakla sličnog jednom velikom termometru (rezervoar R, cev T); cev, graduisana u jednakim podeljcima, katkad se može skidati i nameštati zahvaljujući glačanju staklenim papirom. Cev se sukcesivno puni živom i tečnošću L, tako da se na 0°C slobodna površina nalazi u cevi. Na 0°C zapremina R do pojavljivanja



Sl. 20



Sl. 21



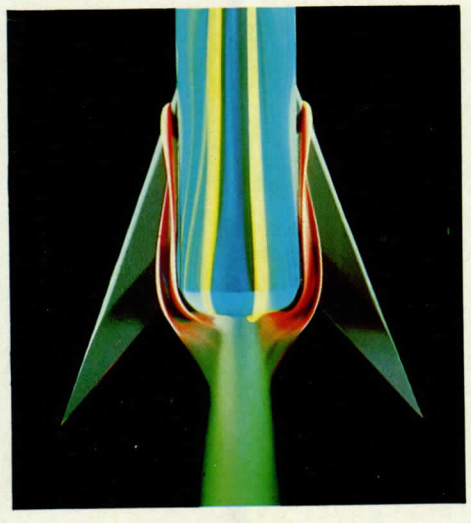
Markiranje stabilizacionog mlaza makete aviona sa vertikalnim poletanjem.



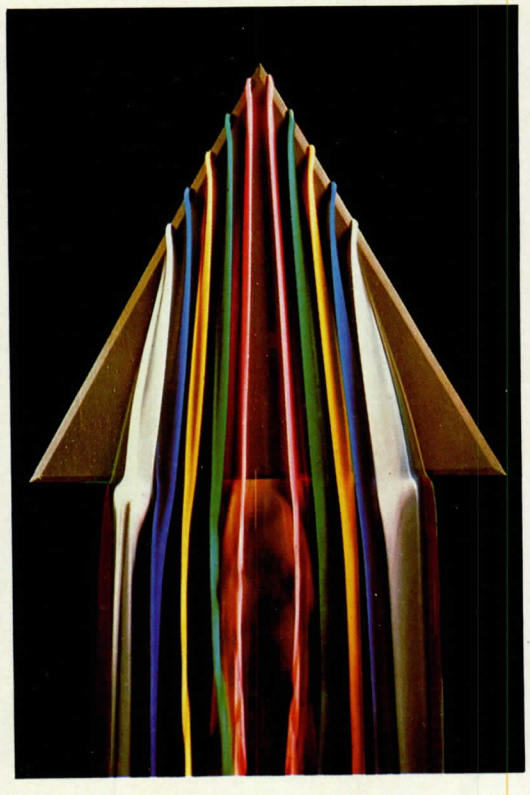
Strujanje oko klina bez nagiba pri brzini 2,8 maha (metod obojene podloge).

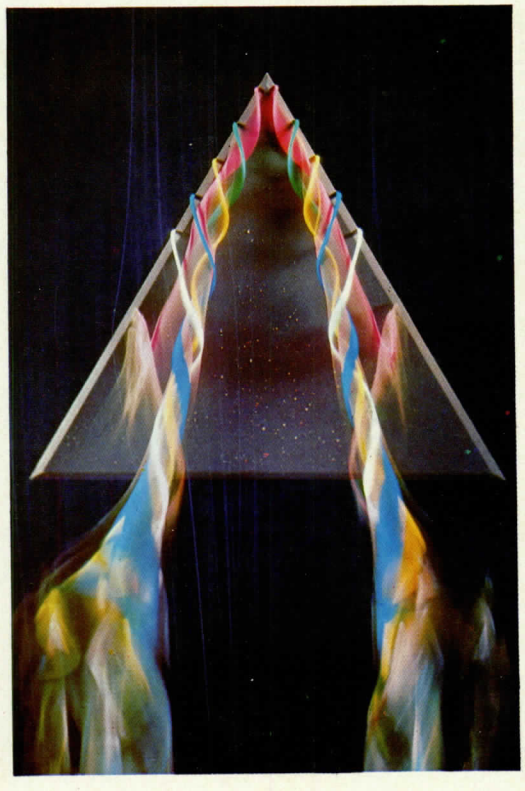
Spoljni izgled vrha granate pod nagibom.





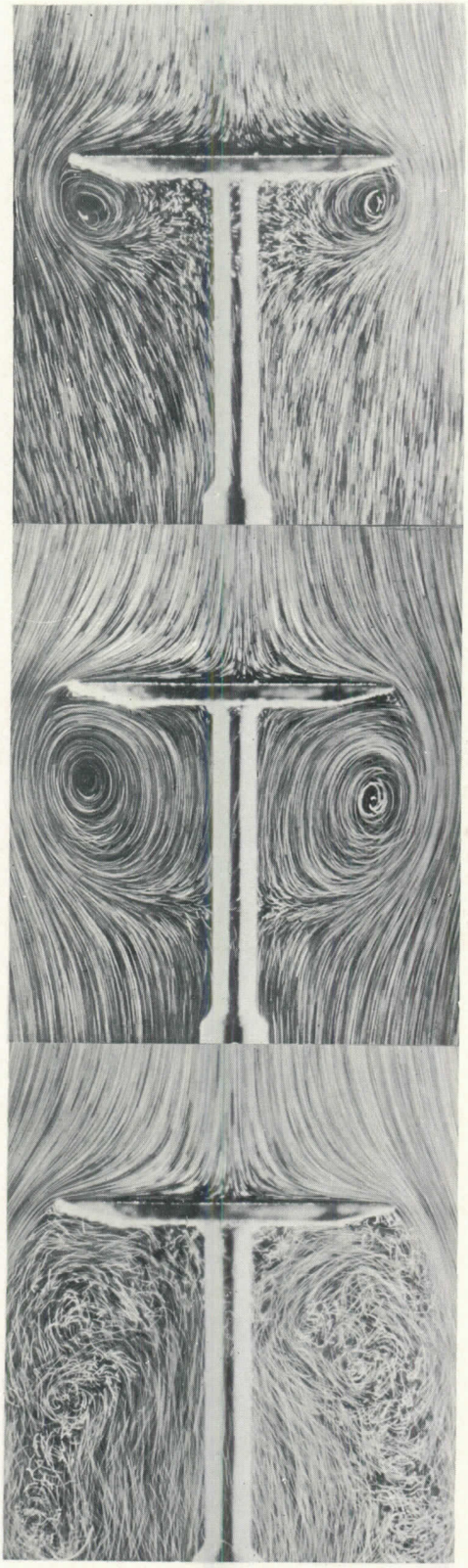
Markiranje aksijalnog mlaza na kraju garniture pera za održavanje pravca.



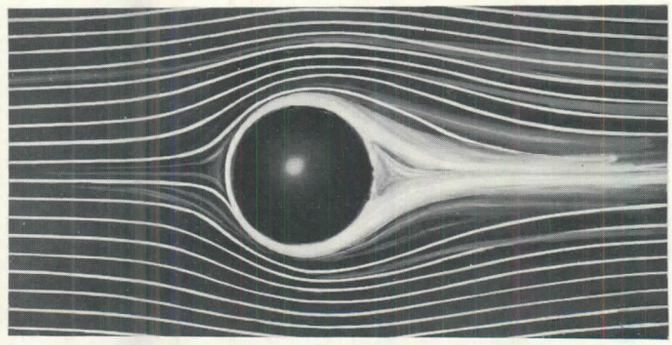


Levo: **delta krilo bez nagiba**; *desno*: **turbulencije na površini delta krila pod nagibom.**

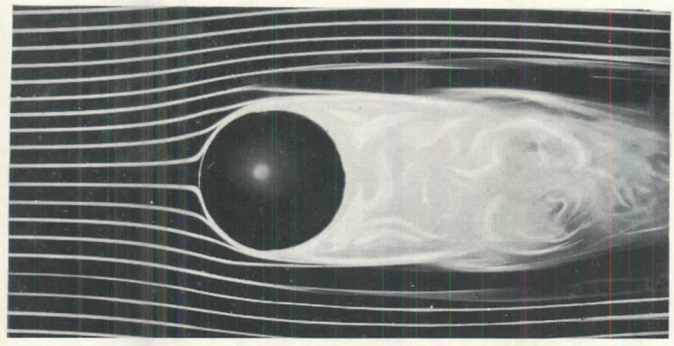
Fot. O. N. E. R. A.



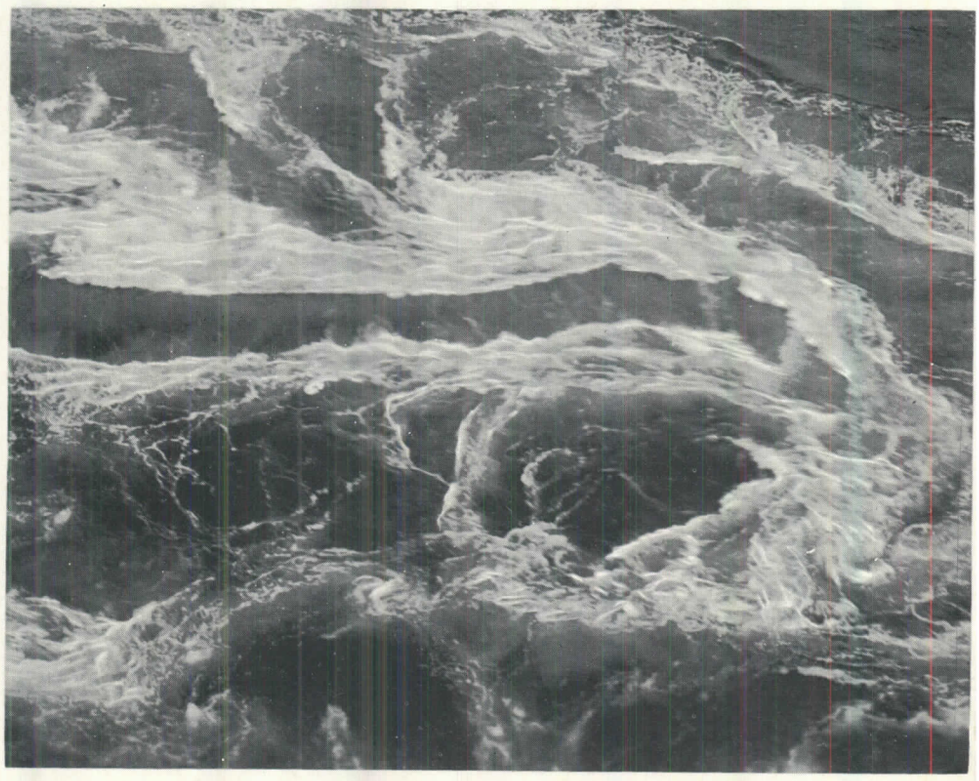
Nestacionarno strujanje. Odozgo nadole, početak vrtloženja, vrtloženje, permanentni režim.



Ravno strujanje pri malim brzinama sa obojenim rastvorom.



Ravno strujanje pri velikim brzinama sa obojenim rastvorom.



Turbulentno strujanje u reci.

Fot. O. N. E. R. A. i H. Barangé

T je V_0, a jedan podeljak T odgovara unutrašnjoj zapremini v_0. Kada se dilatometar potopi u led koji se topi (0°C), živa zauzima n_0 podeljaka T; njena ukupna zapremina je $V_0+n_0v_0$. Dilatometar stavimo u termostatički prostor na t°C, dok ne nastupi termička ravnoteža; živa zauzima n podeljaka u T: njena *prividna zapremina*, koja odgovara grubom čitanju, jeste $V_0+n.v_0$; njena *stvarna zapremina* je

$$(V_0+n.v_0)\,(1+k.t),$$

pri čemu je k koeficijent zapreminskog širenja suda. Za apsolutno širenje žive imamo

$$(V_0+n.v_0)\,(1+k.t)=(V_0+n_0.v_0).(1+\mu.t).$$

Imamo isto tako za tečnost L,

$$(V_0+n'.v_0)\,(1+k.t)=(V_0+n_0'.v_0)\,(1+\delta.t).$$

Deljenjem se eliminiše binom koji se odnosi na omotač,

$$1+\delta t=(1+\mu t)\frac{(V_0+n_0.v_0)\,(V_0+n'.v_0)}{(V_0+n.v_0)\,(V_0+n_0'.v_0)},$$

što se može napisati u obliku

$$(1+\mu t)\,(1+\varepsilon)\simeq 1+\varepsilon+\mu t$$

kada je interval temperature dosta mali, pa je ε malo u odnosu na 1. Dobijamo prost obrazac, ali samo približan, $\delta=\mu+\frac{\varepsilon}{t}$.

Obične tečnosti su dilatabilnije od žive: u blizini 0°C, δ iznosi $1{,}3.10^{-3}$ (aceton), $1{,}04.\ 10^{-3}$ (alkohol), $1{,}51.10^{-3}$ (eter). Uopšte uzev, δ raste brže sa temperaturom nego kod čvrstih tela (molekuli su pokretljiviji): tako za eter imamo

$$\delta=1{,}513.10^{-3}+2{,}36.10^{-6}t+4.10^{-8}t^2.$$

Prethodni obrasci pokazuju da ako radimo sa tečnošću poznate dilatacije (živa), možemo meriti koeficijent k stakla. Stavljajući u dilatometar sa odvojivom cevi poznatu tečnost i čvrsto telo, u mogućnosti smo da merimo koeficijent zapreminskog širenja ovog tela, ili da izučavamo pojave koje prati promena zapremine na određenoj temperaturi.

PRIVIDNO ŠIRENJE TEČNOSTI. Tečnosti su dilatabilnije od čvrstih tela. Negde se primenjuje (termometar sa tečnošću) *prividno širenje* dato na bazi grubog čitanja zapremine na sudu, prethodno graduisanom na 0°C. Uzmimo da su različiti koeficijenti: k (zapreminsko širenje omotača), δ (apsolutno širenje tečnosti), α (prividno širenje). Na t°C čitamo *prividnu zapreminu* v', dok je stvarna zapremina $v=v'(1+k.t)$; ako je v_0 zapremina na 0°C, imamo $v=v_0(1+\delta.t)$, $v'=v_0(1+\alpha.t)$; odatle

$$1+\alpha.t=\frac{1+\delta.t}{1+k.t}\simeq 1+(\delta-k)t$$

i

$$\alpha\simeq\delta-k$$

NEZGODE I PRIMENE ŠIRENJA. **Nezgode**. Pojavljuju se u laboratoriji i u svakidašnjem životu. Merenja dužine, denivelacije žive u barometru ili manometru itd., zahtevaju korekcije pomoću koeficijenata širenja. Nejednakosti dilatacije ili otpora koji joj se suprotstavljaju uzroci su znatnih sila, sposobnih da izazovu lomove ili deformacije (prskanje stakla naglo zagrejanog ili rashlađenog, pucanje sudova potpuno napunjenih tečnošću i hermetički zatvorenih). U svim metalnim konstrukcijama velikih dimenzija, izloženim promenama temperature (željezničke šine, krovne konstrukcije, mostovi, kanalizacije itd.), treba predvideti izvesnu prazninu ili zglobove dilatacije. Hod zidnog časovnika reguliše šetalica, čiji se period povećava sa dužinom, dakle sa temperaturom; koriste se kompenzacioni aparati napravljeni od dva metala ili legura različitih karakteristika; jednostavnije je da se konstruišu šetalice od Invara. Pri zavarivanjima vodi se računa o mogućem efektu dilatacije: u proizvodnji sijalica i cevi za X-zrake metalne žice se provlače kroz stakleni zid koji mora ostati hermetički zatvoren; žice su od platine ili od legure čiji je koeficijent približno jednak koeficijentu širenja stakla.

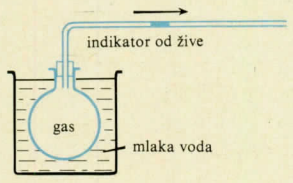
Primene. Već smo videli primene kod termometara: termometar sa tečnošću, sa bimetalnim štapom, sa deformacijom zida od strane tečnosti. U industriji neki aparati sadrže šipku od legure (Baros) koja nema ostatka od dilatacije. Postupci stezanja sastoje se u vezivanju tela ili u okivanjima spajanjem dva metalna komada A i B; A je šuplje i njegov prečnik kada je hladno nešto je manji od prečnika B; A se proširuje zagrevanjem, zatim se stavlja na B i hladi se.

ŠIRENJE GASOVA

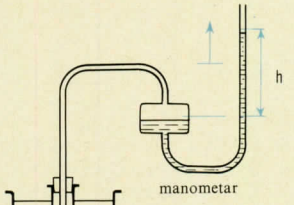
OPŠTA RAZMATRANJA I DEFINICIJE. Svojstva gasa menjaju se sa temperaturom, ali treba voditi računa o tome da je gas jako stišljiv, suprotno čvrstim telima i tečnostima; zapremina date mase ne zavisi više samo od temperature, pa se moraju odrediti uslovi zagrevanja. Najprostija dva slučaja promena temperature su *izobarne* (konstantan pritisak) i *izohorne* (konstantna zapremina). Dva ogleda pokazuju postojanje ovih pojava. Balon u kome se nalazi vazduh ima usku horizontalnu cev u kojoj pokretni tečni indikator izoluje atmosferu, zadržavajući u balonu pritisak jednak atmosferskom, dakle konstantan za jedno kratko vreme (sl. 22); ako se balon zagrejava stavljanjem ruku odozgo ili potapanjem u mlaku vodu, indikator se pomera i zapremina gasa se povećava: gas se širi znatno više od suda, pa čak i od tečnosti. Pomoću balona, vezanog sa manometrom sa tečnošću, vidimo da se pri konstantnoj zapremini pritisak gasa povećava kada se povećava temperatura (sl. 23). Za dilatacije definišu se srednji koeficijenti između dve temperature, 0 i t, ili t_1 i t_2, kao i odgovarajući binomi.

Na konstantnom pritisku (zapremina v_0 na 0°, v na t, v_1 na t_1, v_2 na t_2, imamo između 0 i t,

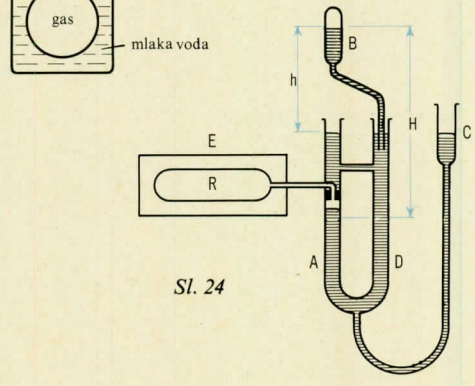
$$\alpha=\frac{v-v_0}{v_0.t}\quad\text{i}\quad v=v_0(1+\alpha.t),$$



Sl. 22



Sl. 23



Sl. 24

a između t_1 i t_2,

$$\alpha=\frac{v_2-v_1}{v_1.(t_2-t_1)}\quad\text{i}\quad v_2=v_1.[1+\alpha(t_2-t_1)].$$

Strogo uzev trebalo bi pisati α_0^t ili $\alpha_{t_1}^{t_2}$, ali upotrebljeni obrazac ne daje mesta dvosmislenosti, pa time olakšavamo obeležavanje. Za malu promenu temperature između t i $t+\mathrm{d}t$ zapremina prelazi iz v u $v+\mathrm{d}v$; definiše se termodinamički koeficijent na temperaturi t:

$$\alpha_t=\frac{1}{v}.\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}.$$

Na isti način za izohornu promenu pritiska (treba izbegavati reč dilatacija koja pretpostavlja promenu zapremine) uočava se koeficijent i piše se, od 0 do t $\beta=\frac{p-p_0}{p_0.t}$, $p=p_0.(1+\beta.t)$, a od t_1 do t_2,

$$\beta=\frac{p_2-p_1}{p_1.(t_2-t_1)},\quad p_2=p_1.[1+\beta.(t_2-t_1)].$$

Za diferencijalnu promenu $\mathrm{d}t$, definiše se

$$\beta_t=\frac{1}{p}.\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}.$$

MERENJA I REZULTATI. Aparat podseca na gasni termometar (str. 509). Gas se nalazi u rezervoaru R, smeštenom u termostatičkom prostoru R (sl. 24). R je povezano tankom cevi sa vertikalnim cevima ABCD u kojima se nalazi živa. B predstavlja barometarsku cev; denivelacije h i H dozvoljavaju da se izračuna atmosferski pritisak i pritisak gasa u R. C je sud koji se može vertikalno pomerati radi regulisanja zapremine ili pritiska gasa. U A nivo je stalan (zapremina konstantna) ili promenljiv, što dozvoljava da se meri dilatacija (pritisak konstantan). E je najpre na 0°C (led koji se topi), zatim, na primer, na 100°C (sud sa parom ključale vode pod normalnim pritiskom); sud C se diže da bi nivo u A ostao stalan; porast H daje povećanje pritiska $p-p_0$, odakle se izvodi β_0^{100}. Da bi se dobilo α, C se pomera tako da H ostaje konstantno i meri se na cevi A, koja je graduisana, povećanje zapremine $v-v_0$. Direktno određivanje α je manje precizno nego određivanje β, jer je uloga štetne zapremine (gas izvan R) relativno veća. Eksperimentalno se meri β pa se odatle izvodi α, poznajući zakone stišljivosti gasa.

Merenja su izvršili posebno francuski fizičari Gej-Lisak (Gay-Lussac), Šarl (Charles), Renjo (Regnault) i Šapi (Chappuis).

REZULTATI ZA IDEALNE GASOVE. GEJ-LISAKOV I ŠARLOV ZAKON. Realni gasovi imaju dosta različite zakone širenja, ali oni postaju približno isti i pojednostavljuju se kada se gasovi udalje od uslova za prelazak u tečnost, i kada se nalaze pod visokim pritiscima. Došlo se na to, da se umesto bilo kojeg gasa uzme idealni fluid, *idealni gas*, za koji zakoni, koji važe samo približno za realni razređeni gas, postaju strogo važeći. Idealno stanje je *granično stanje* prema kojem teže realni gasovi kada su jako razređeni, to jest kada se pusti da *pritisak teži nuli*. Ovaj granični prelaz dozvoljava izračunaju koeficijenti α i β. Možemo pisati:

$$\alpha=\frac{v-v_0}{v_0.t}=\frac{1}{t}.\frac{p_0.v-p_0.v_0}{p_0.v_0};$$

$$\beta=\frac{p-p_0}{p_0.t}=\frac{1}{t}.\frac{p.v_0-p_0.v_0}{p_0.v_0},$$

što omogućava da se definiše α i β, polazeći od proizvoda $p.v$ i da se izračunaju pomoću zakona stišljivosti. Grafičkom ili algebarskom ekstrapolacijom ovih proizvoda (sl. 25) do pritiska nula (a_0 na 0° i a t°C), dobijaju se koeficijenti α_0 i β_0 idealnog gasa, polazeći od 0°C:

$$\alpha_0=\beta_0=\frac{a-a_0}{a_0.t}=\frac{1}{273{,}15}=3{,}661.10^{-3}.$$

Ukupnost rezultata poznata je pod imenom Gej-Lisakovog i Šarlovog zakona:

1. za idealni gas, $\alpha=\beta$ u istom intervalu temperature;
2. α i β su nezavisni od prirode idealnog gasa;
3. α i β su nezavisni od konačne temperature i jednaki su recipročnoj vrednosti početne apsolutne temperature (videti vrednosti α_0 i β_0);
4. α i β su nezavisni od početnog pritiska, dakle, od stalnog pritiska za α i stalne zapremine za β.

REZULTATI ZA REALNE GASOVE. Prethodni zakoni daju zadovoljavajuću aproksimaciju i često se koriste u praksi kada pritisak ne prelazi nekoliko atmosfera, a naročito kada su temperature znatno iznad kritične temperature (str. 522). Tablica daje α i β između 0° i 100°C za obične gasove.

Gas	$.10^3$	$.10^3$
Vodonik	3,660	3,663
Kiseonik	3,676	3,676
Azot	3,675	3,675
Hlor	3,830	3,810
Sumpordioksid . . .	3,900	3,840

JEDNAČINA STANJA IDEALNIH GASOVA. Poznajući zakone stišljivosti i širenja nekog gasa, moguće je naći njegovu *jednačinu stanja*, obrazac koji povezuje vrednosti pritiska p, zapremine v i temperature t ili T, u zavisnosti od skale, za određenu masu m gasa. Posmatrajmo dva stanja neke mase idealnog gasa: 1. 0°, p_0, v_0; 2. t, p, v. Možemo preći iz jednog u drugo pomoću dve proste transformacije. Na primer, zagrejavamo od 0° do t° pod stalnim pritiskom p_0; zapremina postaje

$$v'=v_0.(1+\alpha t).$$

Zatim, na konstantnoj temperaturi t° (izotermička transformacija), zapreminu dovedemo na v; po Mariotovom zakonu konačni pritisak je

$$p'=\frac{p_0.v'}{v}=\frac{p_0.v_0(1+\alpha t)}{v},$$

koji se mora poklapati sa p, odakle jednačina stanja

$$p.v=p_0.v_0(1+\alpha.t).$$

Mogli bismo uzeti drugi redosled transformacija, na primer izobarnih i izotermičkih, što daje analogan odnos, gde je α zamenjeno sa β koje mu je jednako.

Jednačina se piše $p.v=p_0.v_0.\alpha.(\frac{1}{\alpha}+t)$; ali $\frac{1}{\alpha}+t$ ili $273{,}15+t$ nije ništa drugo nego apsolutna temperatura T, povezana sa skalom idealnog gasa. Odatle drugi oblik: $p.v=p_0.v_0.\alpha.T=r.T$. Za jedan mol (gram-molekul) imamo $p.V=R.T$. R ima istu vrednost za sve idealne gasove: to je *molarna konstanta idealnih gasova*. Za masu m koja odgovara broju mola $n=\frac{m}{M}$, imamo

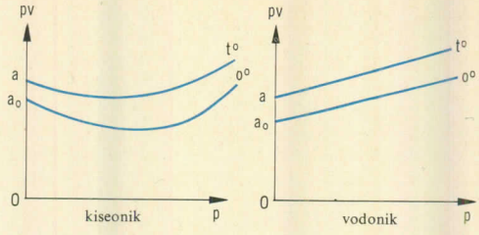
$$r=n.R \quad \text{i} \quad p.v=n.R.T.$$

Proizvod $p.v$ ima dimenzije energije i izražava se u istim jedinicama; r i R mere se, dakle, u jedinicama energije na stepen. U internacionalnom sistemu SI, $R=8{,}315\ J.°K^{-1}$, a u C.G.S, $R=8{,}315.10^7$ erga. $.°K^{-1}$; postoji tendencija da se sve više koristi kilomol (kilogram-molekul), kome odgovara $R'=8{,}315\ J.°K^{-1}$. Za određenu masu gasa, račun pokazuje da je

$$p_0.v_0=\frac{p_1.v_1}{1+\alpha.t_1}=\frac{p_2.v_2}{1+\alpha.t_2}=\text{const.}$$

ili

$$\frac{p_0.v_0}{T_0}=\frac{p_1.v_1}{T_1}=\frac{p_2.v_2}{T_2}=\text{const.}$$



Sl. 25

Pokazuje se da, kada pomešamo idealne gasove (n_1 mola od G_1, n_2 od G_2 itd), dobijena mešavina je homogena i ponaša se kao jedan idealni gas; u konačnim uslovima imamo

$$p.v=(n_1+n_2+\ldots)\ R.T.$$

Ako su gasovi uzeti u različitim početnim uslovima (p_1, v_1, T_1; p_2, v_2, T_2; itd.) da bi se našli u konačnom sistemu p, v, T, imamo

$$\frac{p.v}{T}=\frac{p_1.v_1}{T_1}=\frac{p_2.v_2}{T_2}+\ldots=(n_1+n_2+\ldots)R.$$

Prema Daltonovom zakonu svaki gas smeše ima *parcijalni pritisak* jednak pritisku koji bi on imao ako bi sam zauzimao ukupnu zapreminu na konačnoj temperaturi mešavine; svaki od njih je proporcionalan odgovarajućem broju mola i zbir parcijalnih pritisaka jednak je ukupnom pritisku smeše. Imamo

$$\varpi_1 . v = n_1 . R . T, \quad \varpi_2 . v = n_2 . R . T, \text{ etc.}$$

$$\frac{\varpi_1}{n_1}=\frac{\varpi_2}{n_2}=\ldots=\frac{\varpi_1+\varpi_2+\cdots}{n_1+n_2+\cdots}=\frac{p}{n_1+n_2+\cdots}.$$

Za smešu se definiše fiktivna molarna masa koja je jednaka

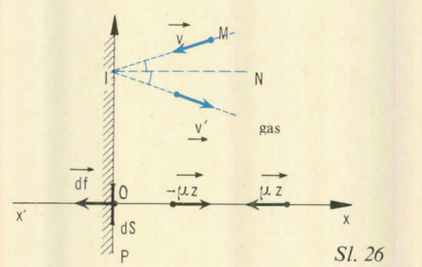
$$M=\frac{n_1.M_1+n_2.M_2+\ldots}{n_1+n_2+\ldots}.$$

NORMALNI USLOVI ZA GAS. Zapremina koju zauzima neki gas znatno se menja sa temperaturom i pritiskom, pa je trebalo definisati uslove referencije nazvane *normalnim*. Oni odgovaraju temperaturi 0°C i normalnom pritisku od 1 atmosfere, ili $1{,}013.10^5$ paskala, ili $t_0=0$°C ili $T_0=273{,}15°K\simeq\simeq 273°K$ i $p_0=1$ atm. (ili 76 cm normalne žive).

Često se mora tražiti zapremina idealnog gasa u normalnim uslovima; jednačina stanja daje

$$v_0=v.\frac{p}{p_0}.\frac{1}{1+\alpha t}=v.\frac{p}{p_0}.\frac{T_0}{T}.$$

KINETIČKA TEORIJA IDEALNIH GASOVA. Prema današnjim shvatanjima materije, gas se sastoji od molekula, identičnih kod čistog gasa, različitih kod mešavine. U običnim uslovima (u blizini normalnih uslova), intermolekularna rastojanja su velika u odnosu na molekularne dimenzije; sile kojima molekuli međusobno dejstvuju su slabe, odakle fluidnost i slaba kohezija gasnih sredina. Molekuli su tako veoma mobilni i u stalnom kretanju, kao pčele zatvorene u košnici; oni, dakle, poseduju kinetičku energiju. *Kinetička teorija* objašnjava svojstva gasova, polazeći od ovih pojmova kretanja i kinetičke energije. Za realne gasove izučavanje je komplikovano, jer treba voditi računa o obliku molekula i njihovoj interakciji. Što se tiče idealnih gasova, stvar je jednostavna, jer se interakcija može zanemariti usled veoma velike razređenosti sredine; pojednostavljenje je još veće ako molekuli imaju prostu atomsku strukturu, to je slučaj kod jednoatomskih gasova (pare metala, helijum, neon itd.). Molekul ima sfernu simetriju; u prvoj aproksimaciji on se može izjednačiti sa materijalnom tačkom, čija kinetička energija predstavlja tip translacione energije, bez rotacione i oscilatorne energije, koje se pojavljuju kod komplikovanijih molekula.



Sl. 26

Posmatrajmo neki gas na ravnomernoj temperaturi T; njegovi molekuli, za koje pretpostavljamo da su tačke, imaju istu masu m. Putanja jedne tačke je izlomljena linija, usled elastičnih sudara molekula između sebe i udara na zidove suda. Između dva sudara trag je pravolinijski i njegova dužina predstavlja *slobodni put*; on je promenljiv, ali u datim uslovima (T, t) može se definisati *srednji slobodni put*, koji raste sa povećanjem temperature ili smanjivanjem pritiska; on iznosi $6{,}5.10^{-12}$m za kiseonik na 0°C pod pritiskom 1 atm. Kinetička energija $\frac{1}{2}m.v^2$ nije ista za sve molekule koji razmenjuju energiju za vreme sudara, ali, kako su ovi elastični, ukupna energija gasa koji se održava na stalnoj temperaturi, ostaje konstantna. Od interesa je da se definiše srednja kinetička energija $w=\frac{1}{2}m.u^2$; u se zove »srednja kvadratna brzina«, jer je kvadrat u jednak srednjoj vrednosti kvadrata v (analogno naizmeničnoj struji, kaže se takođe »efektivna brzina«). Gas nije u ravnoteži u apsolutnom smislu, ali makroskopska celina daje utisak ravnoteže; kaže se da imamo *statističku ravnotežu*. Ako uzmemo koordinatni sistem referencije $Oxyz$ vezan za sud, za pravac ose $x'Ox$ imamo, u svakom momentu, toliko molekula sa pozitivnom komponentom brzine v_x, koliko onih sa tom negativnom komponentom, pa je zbir svih komponenata v_x jednak nuli; isto je i sa komponentama v_y i v_z. Kao i kod mnogobrojnih fizičkih pojava, gde se pojavljuje veliki broj mikročestica, dolazi do kompenzacije u razmerama celine. Može se uzeti da svi molekuli imaju isti modul brzine u; uzimajući komponente u_x, u_y, u_z duž osa, izotropija sredine daje

$$u_x^2=u_y^2=u_z^2=\frac{1}{3}.u^2.$$

Pritisak gasa na zid objašnjava se neprekidnom akcijom molekularnih udara, za koje se pretpostavlja da su još elastični, jer molekuli odskaču simetrično u odnosu na normalu u tački udara, uz očuvanje modula brzine. Za jedan ravan zid P, normalan na osu $x'Ox$ (sl. 26), pojavljuje se samo komponenta u_x. Jedan molekul dejstvuje tokom veoma kratkog vremena δt, njegova komponenta brzine menja se od u_x na $-u_x$: sila $\vec{f}$, koja se pripisuje tom molekulu, može se izračunati pomoću teoreme količine kretanja:

$$\vec{f}.\delta t=-2m.\vec{u_x}.$$

Usled reakcije molekul dejstvuje na zid silom $\vec{f}=-\vec{f}$; $\vec{f}.\delta t=2m.\vec{u_x}$; ova sila je paralelna sa $x'Ox$, dakle normalna na P.

Na element dS zida P stalni udari deluju silom $\overrightarrow{df}$, praktično stalnom, čiji je modul dat odnosom $df.\delta t=\Sigma(2m.u_x)$, pri čemu se desna strana odnosi na sve udare do kojih dođe tokom vremena δt. Uzimo da je μ broj molekula na jedinicu zapremine. Molekuli koji udare na dS tokom δt iznose polovinu molekula sadržanih u zapremini $dS.u_x.\delta t$, dakle $\frac{\mu}{2}.dS.u_x.\delta t$, jer izotropija raspodele brzina uslovljava da ima isto toliko molekula usmerenih prema P, kao i molekula koji se od njega udaljavaju.

$$df.\delta t=\frac{\mu}{2}.dS.u_x.\delta t.2m.u_x=\mu.m.u_x^2.dS.\delta t,$$

odakle pritisak koji dejstvuje na zid:

$$p=\frac{df}{dS}=\mu.m.u_x^2=\frac{1}{3}\mu.m.u^2.$$

Prema *Avogadrovoj hipotezi* molarna zapremina je pri identičnim uslovima ista za sve idealne gasove. Ona sadrži broj molekula koji ne zavisi od prirode gasa, *Avogadrov broj* $N=6{,}02.10^{23}$. Imamo, dakle

$$p=\frac{1}{3}\cdot\frac{N}{V}m.u^2 \quad \text{ili} \quad p.V=\frac{1}{3}N.m.u^2=\text{const.}$$

za stalno T, što predstavlja teorijsku potvrdu Mariotovog zakona.

Srednja kinetička energija jednog molekula je

$$w=\frac{1}{2}m.u^2=\frac{3}{2}\cdot\frac{R}{N}.T=\frac{3}{2}k.T;$$

k je Bolcmanova molarna konstanta idealnih gasova. Kako je $N.m=M$, molarna masa gasa, imamo $\frac{1}{3}M.u^2=R.T$, $u=K\sqrt{\frac{T}{M}}$. Brzina molekula, nezavisna od pritiska, povećava se sa temperaturom, a smanjuje kada molarna masa raste; na 0°C ona iznosi $1840\,m.s^{-1}$ za vodonik ($H_2=2$), $460\,m.s^{-1}$ za kiseonik ($O_2=32$).

Molekularno kretanje gasa objašnjava različite pojave: difuziju u drugi gas, efuziju kroz porozni zid, širenje spektralnih linija itd.; svaki put se proverava uticaj T i M. Za novu internacionalnu definiciju metra pomoću talasne dužine svetlosne radijacije, bila je potrebna veoma tanka linija; usvojena je linija emisije kriptona (teški jednoatomski molekuli), proizvedene na niskoj temperaturi.

GUSTINA I RELATIVNA GUSTINA GASOVA ILI PARA. Definicije su slične onima koje smo videli kod čvrstih tela i tečnosti (str. 479). Međutim, kako su gasovi veoma kompresibilni i dilatabilni, treba specifikovati uslove T, p (temperatura, pritisak).

Relativna gustina nekog gasa G u odnosu na drugi gas G′ jeste količnik $d=\frac{m}{m'}$ mera masa G i G′ koje zauzimaju *istu zapreminu v pod istim uslovima* T, p. Referentni gas G′ najčešće je suvi vazduh, oslobođen ugljendioksida. Za idealne gasove, za koje važe isti zakoni kompresibilnosti i dilatacije, d ima vrednost nezavisnu od posebnih uslova T, p.

Gustina i specifična zapremina date su odnosom $\rho=\frac{m}{v}$ i $u=\frac{v}{m}$; $\rho.u=1$. Ove veličine menjaju se sa T i p, pa se definišu *normalne vrednosti* koje odgovaraju gasu uzetom u normalnim uslovima, ρ_0 i u_0. Za vazduh, referentni gas, normalna gustina označava se sa a_0. Relativna gustina jednaka je odnosu gustina dva gasa; uzimajući za referenciju vazduh, koriste se često i odnosi $\rho=a.d$ (T, p proizvoljno), $\rho_0=a_0.d$ (normalni uslovi).

Idealni gasovi. Neka bude ista masa m nekog gasa, uzetog u normalnim uslovima (0°, p_0, v_0 ρ_0) ili u proizvoljnim uslovima (t, p, ρ). Imamo $m=\rho_0.v_0=\rho.v$;

$$\rho=\rho_0.\frac{v_0}{v}=\rho_0.\frac{p}{p_0}.\frac{1}{1+\alpha t}=\rho_0.\frac{p}{p_0}.\frac{T_0}{T}=a_0.d.\frac{p}{p_0}.\frac{1}{1+\alpha t}$$

odakle klasični obrazac koji daje masu:

$$m=\rho.v=a_0.d.v.\frac{p}{p_0}.\frac{1}{1+\alpha t}.$$

Pritisci p i p_0 moraju biti izraženi u istim jedinicama.

Pošto je *normalna molarna zapremina* (22,414 litara) zajednička svim idealnim gasovima, imamo za gas molarne mase M, $M=V_0.a_0.d\simeq 29\,d$.

Ovaj obrazac (*Avogadro-Amperov zakon*) *dozvoljava* da se izračuna gustina nekog gasa u odnosu na vazduh, $d=\frac{M}{29}$. Za realan gas izračunata vrednost d samo je približna (*teorijska gustina*); aproksimacija je reda 5 do $10^0/_0$; veće odstupanje pokazuje da se pojavljuju druge pojave, kao što su hemijske disocijacije, što dozvoljava njihovo izučavanje (str. 655). Za dva idealna gasa molarnih masa M i M′, količnik gustina u odnosu na vazduh je $\frac{d'}{d}=\frac{M'}{M}$; u Avogadrovom obrascu 29 predstavlja fiktivnu molarnu masu vazduha. Relativna gustina dva gasa jednaka je količniku njihovih gustina u odnosu na treći gas.

EKSPERIMENTALNO MERENJE ρ **I** d. **Renjoov metod**. On podseća na metod staklene bočice. Na tas vage stavljena je određena dara T (sl. 27). Ispod drugog tasa obešen je balon B kapaciteta nekoliko litara, čiji se otvor može hermetički zatvoriti pomoću slavine R; pri svakoj radnji poluga se dovodi u ravnotežu pomoću tegova m, stavljenih na taj tas. Balon B′, iste zapremine kao i B, dozvoljava da se izbegne korekcija na potisak vazduha. Da bi se dobilo d, uspostavljaju se tri uzastopne ravnoteže: a) uspostavi se visoki vakuum u B, što daje mase m_1; b) kada napunimo B vazduhom, dobijamo mase m_2; c) kada napunimo B gasom u istim uslovima T, p, imamo mase m_3; masa vazduha je m_1-m_2, a masa gasa m_1-m_3; odakle

$$d=\frac{m_1-m_3}{m_1-m_2}.$$

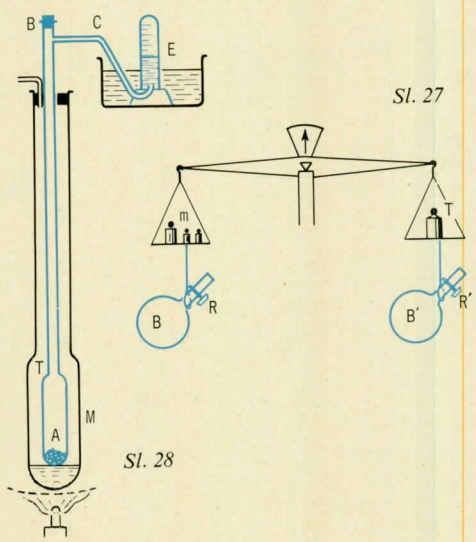
Da bi se merilo ρ ili a, koriste se dve od prethodnih operacija, koje daju masu m gasa; treba još meriti kapacitet balona *baždarenjem*; B se napuni tečnošću (voda ili živa), čija je gustina l poznata; zapremina se izvodi iz merenja mase m' tečnosti: $v=\frac{m'}{l}$.

Tablica daje vrednosti za ρ_0 (u kilogramima na kubni metar) i d kod običnih gasova.

GAS	ρ_0	d
Vodonik	0,08988	0,0695
Kiseonik	1,4290	1,105
Azot	1,25051	0,967
Hlor	3,214	2,49
Amonijak	0,7710	0,596
Ugljendioksid	1,9769	1,53
Sumpordioksid	2,9269	2,26
Vazduh	1,2930	1

Majerov (Mayer) metod. On se koristi za određivanje gustine pare lako isparljive tečnosti L. Meri se masa m tečnosti L (nekoliko decigrama stavljenih u staklenu ampulu A, zalemljenu ili zatvorenu zapušačem izglačanim staklenim papirom) i masa m' vazduha, koja zauzima istu zapreminu kao i para; $d=\frac{m}{m'}$. S druge strane, m' se dobija pomoću uređaja (sl. 28) koji se sastoji od duge T cevi, proširene na donjem delu, zapušene na gornjem delu B i snabdevene bočnom odvodnom cevi C koja ulazi u graduisanu epruvetu E, izvrnutu u sud sa vodom. Cev se zagreva pomoću izotermičkog suda M, kome temperaturu određuju ravnoteža čistog tela (100°C sa ključalom vodom pod normalnim pritiskom); na toj temperaturi t_1 tečnost L pretvara se u paru, ampula puca ili se otvara, para se širi na dnu T i potiskuje istu zapreminu vazduha koji se sakuplja u E. Sačekuje se kraj procesa i uspostavljanje termičke ravnoteže u E. Meri se zapremina v vazduha koji je na laboratorijskoj temperaturi i koji je zasićen vlagom na toj temperaturi t. Tablice daju pritisak f vodene pare na t°C; parcijalni pritisak vazduha u E je $p-f$, pri čemu je p atmosferski pritisak koji se čita na barometru. Masa suvog vazduha je

$$m'=a_0.v.\frac{p-f}{p_0}.\frac{1}{1+\alpha t}.$$



Sl. 27

Sl. 28

Metod služi pronalaženju reda veličine molarne mase neke isparljive tečnosti pomoću $M=29\,d$, odnosa koji je približan, jer je para udaljenja od idealnog stanja nego gas u užem smislu reči.

KALORIMETRIJA

POJAM KOLIČINE TOPLOTE. Videli smo, kada dva tela u početku na različitim temperaturama dođu u dodir, da izmenjaju toplotu koju toplije telo spontano odaje hladnijem. Telo stavljeno pored izvora toplote (plamen itd.) zagreva se: ono prima toplotu. Ova toplota koja se ispoljava preko promene temperature, zove se *vidljiva toplota*. Drugi oblici toplote nazvani su *latentni*, jer se oni pojavljuju u izotermičkim transformacijama: $t=$const. Sud, koji sadrži smešu vode i leda, stavljen je na uključeni grejač (izvor toplote); temperatura smeše ostaje 0°C, ali deo leda se otopi. Na isti način, kada se na grejač stavi sud sa ključalom čistom vodom, temperatura ostaje ista, 100°C, ali tečnost se postepeno pretvara u paru. U poslednja dva slučaja dolazi do *promene faze ili agregatnog stanja* koja apsorbuje toplotu proizišlu iz izvora. Dve faze mogu se pojaviti u isto vreme; kada stavimo zagrejano gvožđe u smešu voda-led, temperatura gvožđa opada (ono odaje toplotu) i led se topi (smeša dobija toplotu).

JEDINICE. DEFINICIJE. Čisto termička jedinica definisana je pomoću promene temperature. *Kalorija* (cal) je toplota koja, dovedena 1 gramu čiste vode, povišava temperaturu od 14,5 na 15,5°C. *Kilokalorija* (nekad velika kalorija) iznosi 10^3 kalorija a *termi* iznosi 10^6 kalorija; u industriji rashladnih uređaja koristi se frigori (uložiti jedan frigori znači oduzeti jednu kilokaloriju).

Videćemo (str. 529) da je toplota jedan posebni oblik energije; zbog toga internacionalnu jedinicu toplote predstavlja *džul*. Kako je pogodno da se toplota proizvodi Džulovim efektom, usvojene su sledeće korelacije: *kilovatčas ekvivalentan je* 860 *kilokalorija*. Jedna kalorija ekvivalentna je 4,185 džula.

U prvoj aproksimaciji povišenje temperature δt nekog tela proporcionalno je toploti Q koja mu je dovedena. $Q=K.\delta t$. K je *toplotni kapacitet* tela; može se izraziti u kalorijama na stepen (cal. st^{-1}); kako je proporcionalnost samo približna, K zavisi od intervala posmatrane temperature. Ako telo predstavlja čistu supstanciju, toplota je proporcionalna masi. $Q=m.c.\delta t$; veličina c jeste *specifična toplota* supstancije; ona može biti merena u kalorijama na gram i na stepen (cal. $g^{-1}.st^{-1}$). Upotrebljena toplota zavisi od uslova, naročito za stišljivu supstanciju kao što je gas. Postoji bezbroj načina

da se da nekom telu isto zagrevanje δt; ističu se dva prosta načina, izobarni (p=const) i izohorni (v=const), kojima odgovaraju dve osnovne specifične toplote c_p i c_v: kod čvrstih tela i tečnosti one se mogu zamenjivati ako se ostaje u blizini normalnog pritiska. Za čistu supstanciju $K = m.c$; za sistem smeše K je jednako zbiru kapaciteta svakog čistog dela; $K = m_1.c_1 + m_2.c_2 + \ldots$ Definicija kalorije daje vrednost 1 u blizini 15°C toplotnom kapacitetu 1 g vode; toplotni kapacitet često se izražava *ekvivalentnom masom vode*, izraženom u gramima.

OPŠTI PRINCIPI KALORIMETRIJE. Kalorimetrija je skup metoda merenja toplote. Zasniva se na sledećim principima:

1. Termički efekti su proporcionalni masama upotrebljenih tela.

2. Kada dva sistema razmenjuju samo toplotu, isključujući sve ostale energije, toplota koju odaje jedan, jednaka je toploti koju prima drugi sistem.

3. Kada su dve transformacije potpuno inverzne jedna drugoj, one koriste istu toplotu u suprotnim smerovima.

METOD MEŠANJA. U teoriji meriti toplotu znači odrediti masu vode, kojoj ta toplota može povisiti temperaturu sa 14,5 na 15,5°C, što praktično znači povisiti temperaturu za 1 stepen. Jednostavnije je raditi sa konstantnom masom i intervalom promenljive temperature. Telo koje dovodi toplotu meša se (odakle i ime metoda) sa vodom, sadržanom u *kalorimetru*, metalnom sudu koji ima iste temperaturske promene kao i voda; mešalica izjednačava temperaturu vode koja se čita na termometru. Uzmimo da je K toplotni kapacitet celine (voda-sud-mešalica-termometar); ako je temperatura kalorimetra došla od t_0 na t_1, primljena toplota, jednaka toploti koju je odalo potopljeno telo, jednaka je $Q = K.(t_1 - t_0)$.

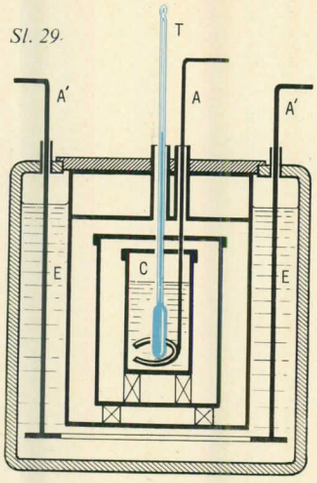
Primena principa razmena pretpostavlja da se ove odvijaju jedino u unutrašnjosti kalorimetra, koji teorijski mora biti adijabatski, bez parazitske razmene sa spoljašnošću. Slike 29 i 30 predstavljaju Bertloov (Berthelot) kalorimetar i kalorimetar sa d'Arsonval-Djuvarovim sudom (vakuum između duplih posrebrenih zidova), kod kojih prostori E znatno ograničavaju termičke gubitke usled provođenja, konvekcije ili zračenja.

Adijabatski kalorimetar podseća na Bertloov kalorimetar, samo se voda u prostoru E zagreva električnim putem, tako da je u svakom momentu na istoj temperaturi na kojoj je i kalorimetarski sud C; termoelement čiji se jedan zavareni spoj nalazi u E, a drugi u C, dozvoljava da se dobije ova jednakost temperatura sa tečnošću 10^{-4} stepena. Ovo je veoma korisno za operacije koje traju dugo ili za malu količinu toplote.

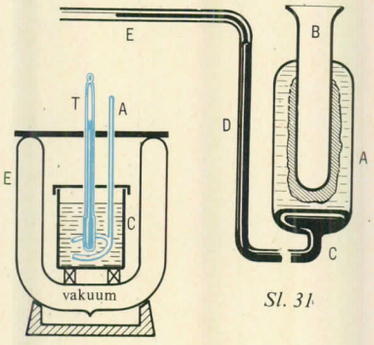
»Suvi« kalorimetri, čiji bitni deo čini šuplji srebrni cilindar, koriste se na temperaturama na kojima voda nije više u tečnom stanju.

METODI ZASNOVANI NA PROMENAMA STANJA. Promene stanja su izotermičke i konačnu temperaturu nameće ravnoteža promene faze. Bunzenov (Bunsen) kalorimetar koristi topljenje leda: istopljena masa m' proporcionalna je Q. Izučavana toplota donosi se u cev B koja se stavlja u rezervoar A, napunjen vodom i ledom; cev CDE, zavarena na dnu A, dozvoljava da se izvede m' iz uzmicanja žive u horizontalnom delu E (sl. 31). Drugi aparati koriste prelaženje u paru tečnih gasova i upotrebljavaju se na niskim temperaturama.

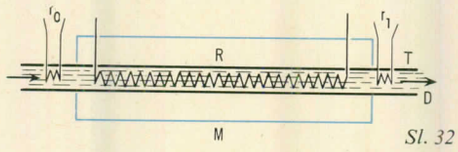
ELEKTRIČNI METOD. To je najmoderniji i najprecizniji metod. Poznata količina toplote proizvedena je Džulovim efektom, a meri se njeno termičko dejstvo (zagrevanje, topljenje, pretvaranje u paru itd.). Otpor provodnika menja se sa temperaturom; meri se takođe jačina struje I i napon na krajevima U. U malom intervalu vremena $\delta\theta$, u kome se karakteristike mogu smatrati konstantnim, toplota izražena *u džulima* iznosi $\delta Q = U.I.\delta\theta$; za ogled dužeg trajanja, $Q = \Sigma\delta Q = \Sigma(U.I.\delta\theta)$. Kalorimetar je normalno



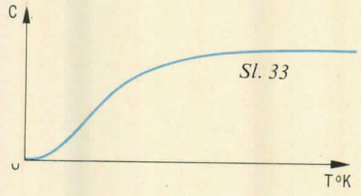
Sl. 29



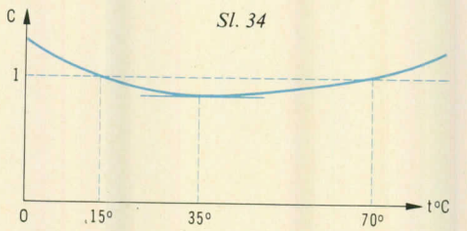
Sl. 30 Sl. 31



Sl. 32



Sl. 33



Sl. 34

okružen prostorom zagrejanim takođe Džulovim efektom do iste temperature, kao i on, što ga čini adijabatskim. Koriste se i druge pojave, kao Peltijev (Peltier) efekt; kada spoljni generator šalje struju u termoelement, jedan zavareni spoj je sedište oslobađanja toplote, a drugi apsorpcije toplote; ove toplote su male i pojavljuju se kod izvesnih aparata *mikrokalorimetrije*.

SPECIFIČNE TOPLOTE ČVRSTIH TELA I TEČNOSTI. Za njihovo merenje upotrebljava se neki od prethodnih metoda, naročito metod mešanja ili električni metod.

Metodi mešanja. Uzorak mase m supstancije potopljen je najpre u termostat (kupatilo itd.) na t°C, dok ne nastupi termička ravnoteža. Zatim se brzo prenosi u kalorimetar, čija se temperatura penje od t_0 na t_1; u konačnom stanju uzorak je takođe na t_1. *Kalorimetrijska jednačina* se dobija izjednačavanjem vrednosti toplote koju je izgubilo telo i toplote koju je dobio kalorimetar:

$$m.c\,(t - t_1) = K.(t_1 - t_0).$$

Električni metod. Uzorak mase m stavljen je u kalorimetar, čiji je toplotni kapacitet K, uračunavajući tu i kapacitet grejnog otpora. Temperatura celine penje se od t_0 na t_1. Ako se toplote izraze u kalorijama, kalorimetrijska jednačina glasi

$$(K + m.c)\,(t_1 - t_0) = \frac{1}{4{,}185}\Sigma(U.I.\delta\theta).$$

Kod tečnosti podesno je da se radi pomoću cirkulacije i realizovanja stanja permanentnog režima. Tečnost prolazi poznatim protokom D kroz cev T koja sadrži grejni otpor R i dva termometra otpora r_0 i r_1. Kada se jednom uspostavi režim, tečnost ulazi na t_0, a izlazi na t_1. Uzimajući jedinicu vremena, kalorimetrijska jednačina glasi $D.c\,(t_1 - t_0) = \frac{1}{4{,}185}.U.I$, pri čemu je specifični protok $D = \frac{m}{\theta}$. Cev T (sl. 32) okružena je sudom M, kroz koji cirkuliše tečnost takođe zagrejana, kako bi celina bila adijabatska.

Rezultati. Specifične toplote, najčešće određene pod normalnim pritiskom, zavise od mnogobrojnih faktora: prirode supstancije, njenog fizičkog stanja, alotropske modifikacije za čvrsto telo, izbora intervala temperature, pa i od naprezanja i mehaničke obrade. Tako tablica daje vrednosti između 0° i 100°C za različita čvrsta tela (c u cal. $g^{-1}.st^{-1}$).

SUPSTANCIJA	c	SUPSTANCIJA	c
Aluminijum	0.212	Gvožđe	0.110
Srebro	0.056	Platina	0.032
Ugljenik (dijamant)	0.11	Sumpor α	0.175
Ugljenik (grafit)	0.31	Sumpor β	0.181
Kalaj (beli)	0.054	Cink	0.094
Kalaj (sivi)	0.050	Staklo	0.17 do 0.19
		Pireks	0.20

Vrednosti su veće za tečnosti nego za odgovarajuća čvrsta tela. Često se c povećava kada se gustina smanjuje. Uticaj temperature je znatan. U intervalu [0°, t°], c raste sa temperaturom i katkad se koristi konačni red $c = \alpha + \beta t + \gamma t^2$. Kod čvrstih tela promena je veoma nagla u blizini apsolutne nule, posebno kod elemenata (sl. 33); na visokim temperaturama c teži jednoj graničnoj vrednosti ako element ostaje u čvrstom stanju, i tada imamo *aproksimativni zakon Dilona i Ptija*. Proizvod specifične toplote i atomske mase, ili *atomski toplotni kapacitet* $A.c$, ima graničnu vrednost $A.c_e$, koja je približno ista za sve elemente u čvrstom stanju i koja se kreće oko 6 cal.st^{-1}. Na običnoj temperaturi $A.c$ iznosi 6,16 za srebro, 5,87 za aluminijum, 6,02 za bakar, 6,37 za gvožđe, 6,50 za olovo.

U čvrstim jedinjenjima atomski toplotni kapaciteti aproksimativno se održavaju i *molarni toplotni kapacitet* $M.c$ (proizvod molarne mase i specifične toplote jedinjenja) iznosi približno $6n$, gde je n atomska struktura ili broj atoma u molekulu. Ovaj rezultat [Nojmanov (Neumann) zakon] je grubo aproksimativan: toplota unesena u jedinjenje služi ne samo za zagrejavanje atoma, već i za vršenje rada tokom termičke deformacije sastava (unutar- i međumolekularne sile).

Da bi se dobro izučila uloga temperature potrebno je uočiti specifičnu toplotu za beskrajno mali interval dt između t i $t + dt$: $m.c.dt = dQ$; to je specifična toplota na t°C. Kod tečne vode nailazimo na anomaliju; c ima minimum kod 35°C (sl. 34); uvek sa istim jedinicama dobijamo 1,0093 na 0°, 1,000 na

15°, 0997 na 35°, 1,0000 na 70°, 1,0057 na 100°C. To se objašnjava činjenicom da voda ne odgovara teorijskoj formuli H_2O; ima molekularnih asocijacija koje se postepeno ruše pri povišavanju temperature.

Zbog toga je teorijsko izučavanje specifičnih toplota veoma komplikovano; čak i za hemijske elemente teorija se bazira na kvantnoj mehanici.

SPECIFIČNE TOPLOTE GASOVA. Definicija na t°C, koju smo napred videli, $c=\frac{1}{m}.\frac{dQ}{dt}$, pokazuje da c može uzimati sve vrednosti od 0 do ∞. U adijabatskoj transformaciji gasa $dQ=0$ i $c=0$; ako je transformacija izotermička $dt=0$, a $c=\infty$. Osnovne vrednosti su, kao što smo već pokazali, c_p i c_v.

Merenje. c_p se dobija pomoću cirkulacije struje gasa. U metodi mešanja gas prolazi kroz grejač, gde dobija temperaturu t, zatim kroz spiralnu cev potopljenu u kalorimetar (sl. 35), čija temperatura raste od t_0 do t_1; u prvoj aproksimaciji može se uzeti da je čitav gas mase m prešao sa t na srednju temperaturu $\frac{t_0+t_1}{2}$, odakle kalorimetrijska jednačina

$$m.c_p.\left[t-\frac{t_0+t_1}{2}\right]=K.(t_1-t_0).$$

Kod električne metode radi se pomoću permanentnog režima, kao što smo videli kod tečnosti.

Teško je dobiti c_v direktno ogledom, pošto je toplotni kapacitet suda bar reda kapaciteta gasa. c_v se izvodi iz c_p pomoću termodinamičkih relacija koje daju njihovu razliku ili njihov odnos, čije ćemo proste forme videti kod idealnih gasova. Pomenimo metod koji se sastoji u izvođenju $\gamma=\frac{c_p}{c_v}$ iz eksperimentalne vrednosti brzine zvuka u gasu V; ako gas nije suviše daleko od idealnog $V=\sqrt{\frac{\gamma.p}{\rho}}$.

Domen merenja veoma se proširio zbog praktičnih primena (gasne turbine, turbomlazni motori, raketni motori itd.). Za realne gasove rezultati su znatno komplikovaniji, naročito u blizini kritične tačke. Mi ćemo se ograničiti na rezultate idealnih gasova.

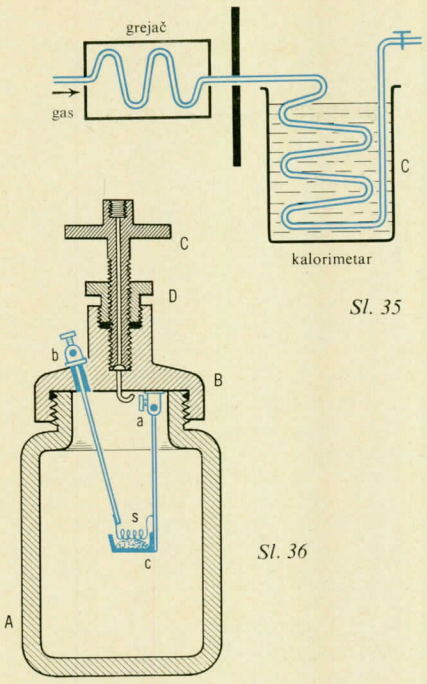
1. *Molarne toplote* $C_p=M.c_p$, $C_v=M.c_v$ i odnos γ *zavisi samo od broja atoma u molekulu* gasa, kada je ovaj mali. Izrazimo molarne toplote u $cal.st^{-1}$.

BROJ ATOMA U MOLEKULU	$C_p=M.c_p$	$C_v=M.c_v$	$\gamma=\frac{C_p}{C_v}$
1	5	3	$\frac{5}{3}=1{,}67$
2	7	5	$\frac{7}{5}=1{,}4$
3	8 do 9	6 do 7	1,3 do 1,33

2. *Majerova relacija.* Razlika između izobarne i izohorne molarne toplote je ista za sve idealne gasove: $C_p-C_v=\frac{R}{J}=\frac{8{,}315}{4{,}185}=1{,}98\simeq 2$. Kada su toplote izražene u energetskim jedinicama, obrazac se svodi na $C_p-C_v=R$.

Ovi rezultati su približni za gasove bliske idealnom stanju; tako C_p-C_v iznosi 2,06 za vodonik, 1,98 za kiseonik, prema 2,68 za ugljendioksid.

TERMOHEMIJA. Hemijske reakcije oslobađaju ili apsorbuju toplotu; u zavisnosti od slučaja one su *egzotermičke* ili *endotermičke*. Da bi se definisale *toplote reakcije* (*sagorevanja*), pretpostavljaju se *monotermičke transformacije*: sredina reakcije razmenjuje toplotu samo sa izvorom na stalnoj temperaturi t, pri čemu su početna tela i proizvodi, dakle, na toj temperaturi t°. Uz to uzimaju se mase koje odgovaraju broju mola u jednačini reakcije. Kada je reakcija reverzibilna, toplota se definiše pretpostavljajući totalnu reakciju u jednačini, posmatranoj sleva nadesno. Treba odrediti fizičko stanje svakog sastojka sistema; na primer, reakcija $H_2+\frac{1}{2}O_2\rightarrow H_2O$ oslobađa 58 ili 69 kilokalorija, u zavisnosti da li je voda na kraju gasovita ili tečna. Obično se izražavaju toplote reakcije u kilokalorijama, ali one će morati biti kasnije merene u džulima, kao i svaka toplota.



Sl. 35

Sl. 36

Eksperimentalne metode *termohemije* su metode klasične kalorimetrije. Za reakcije u blizini obične temperature koristi se Bertloov kalorimetar, uz upotrebu hemijski otpornog suda. Električni metod daje dobre rezultate za endotermičke reakcije, koje se odvijaju na nekoliko stotina stepeni. Brza sagorevanja, eksplozivne reakcije izvode se u unutrašnjosti Bertlo-Malerove (Mahler) *kalorimetrijske bombe* (sl. 36). To je cilindrični sud A sa jakim čeličnim zidovima, iznutra emajliran. On je zatvoren zapušačem na zavrtanj B, kroz koji prolazi spojna cev C, koja dozvoljava da se uvedu komprimirani gasovi, kao na primer kiseonik; zaptivač D sprečava gubitke. Stezaljke a i b služe za spajanje električnog generatora sa grejnom spiralom S od platine. Da bi se izmerila toplota sagorevanja nekog čvrstog tela u kiseoniku, stavimo njegovu poznatu masu u čašicu od platine c; kratka struja u spirali S dovodi masu do usijanja i izaziva reakciju koja se odvija sama po sebi, pošto ima kiseonika u izobilju. Bomba se stavlja u kalorimetar; čeka se difuzija toplote kroz zid i uspostavljanje termičke ravnoteže. U kalorimetrijskoj jednačini vodi se računa o toplotnom kapacitetu bombe i njenog sadržaja.

Kada su učesnici reakcije gasoviti, toplota se menja prema uslovima. Zanimljiva su dva slučaja: izobarna toplota Q_p (konstantan pritisak) i izohorna toplota Q_v (konstantna zapremina); one respektivno odgovaraju reakcijama izvedenim na atmosferskom pritisku i u kalorimetrijskoj bombi; njihova razlika ekvivalentna je radu obavljenom protiv spoljnjeg pritiska tokom izobarne transformacije.

Reakcija vodi iz jednog sistema tela S u drugi sistem S′; toplota kojom se operiše, bilo na konstantnom pritisku, bilo pri konstantnoj zapremini, nezavisna je od fizičko-hemijskih međutransformacija (*teorema početnog stanja i krajnjeg stanja*), što dozvoljava indirektno određivanje toplota. Ovaj rezultat nije opštevažeći izvan izobarnih ili izohornih uslova.

Kod običnih goriva izučava se *kalorična moć* P, toplota koju pri potpunom sagorevanju oslobodi 1 kg, kod čega se razlikuje niža kalorična moć P_i (formirana voda ostaje u gasovitom stanju) i viša kalorična moć P_s (voda je kondenzovana u tečno stanje). Kalorična moć je reda od 10 do 11 termija na kilogram za petrolejske proizvode, od 7 do 8 termija za ulja. Za njeno merenje često se koristi kalorimetar sa cirkulacijom vode, analogno peći na gas u kupatilu, ali konstruisan tako, da izbegne termičke gubitke; određuju se protoci vode i goriva, temperature ulaska i izlaska vode.

PROMENE STANJA I RAVNOTEŽE ČISTIH TELA. LATENTNE TOPLOTE.

OPŠTA RAZMATRANJA. Napred smo videli da se unošenje toplote u masu nekog čistog tela može ispoljiti kao povišenje temperature; toplota, koja predstavlja jedan oblik energije, uskladištena je u vidu kinetičke energije čestica, ali raspored ovih i struktura tela ostaju isti. Može nastupiti i druga pojava: unošenje toplote izaziva promenu strukture koja se ispoljava u *promeni agregatnog stanja*, gde se pojavljuje diskontinuitet, koji uslovljava da se kaže opštije da postoji *promena faze*; »fazom« jednog fizičko-hemijskog sistema naziva se skup koji može biti grupisan u jedan homogeni deo različit od drugog (ako jedan sud sadrži između ostalog komade leda i kapi vode, tu se nalazi čvrsta faza — led i tečna faza — voda). Unošenje toplote uslovljava razvitak prema manje kondenzovanoj fazi, u kojoj su čestice međusobno labavije vezane i više udaljene, odakle manja kohezija. *Ove transformacije su reverzibilne* (povratne), pri čemu se suprotna promena faze dobija oduzimanjem toplote telu. Mi ćemo to predstaviti duplim strelicama (smer 1 endotermički i smer 2 egzotermički):

čvrsto telo $\overset{1}{\underset{2}{\rightleftarrows}}$ tečnost (1: topljenje; 2: očvršćavanje);

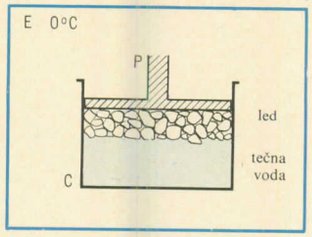
tečnost $\overset{1}{\underset{2}{\rightleftarrows}}$ para (1: prelaz u paru; 2: prelaz u tečnost);

čvrsto telo $\overset{1}{\underset{2}{\rightleftarrows}}$ para (1: sublimacija; 2: direktni prelaz pare u čvrsto stanje).

Pravo čvrsto stanje je kristalno; čestice, molekuli ili joni imaju određene položaje i orijentacije; kaže se da se radi o *uređenom stanju*. Kod fluida (tečnosti, a *tim pre* gasovi) ove karakteristike su stalno promenljive (str. 648); to je *neuređeno* (*haotično*) *stanje*. Unošenje toplote teži da smanji stepen reda. *Staklasto stanje* (staklo je u ovom slučaju na običnoj temperaturi) je lažno čvrsto stanje; čestice su raspoređene u neredu, kao kod tečnosti, čija se viskoznost postepeno povećava do zgušnjavanja.

Često se događa da, dodajući toplotu nekom čvrstom telu, uslovimo promenu njegove strukture, ostavljajući ga u čvrstom stanju; radi se o *alotropskoj transformaciji*, koja u prostim slučajevima može biti reverzibilna, slično promeni stanja. To se događa kod čvrstog sumpora; na 95,6°C, pod normalnim pritiskom, može doći do uzajamne transformacije između modifikacije α (rombična) i β (monoklinična); dodavanje toplote uslovljava prelaz od α na β, koje je malo manje gusto.

RAVNOTEŽE ČISTOG TELA. Opšta definicija je slična hemijskoj definiciji (str. 651), ali postojeće različite faze pripadaju istom čistom telu. Ravnoteža postoji ako *mase koegzistirajućih faza ostaju nepromenljive*, iako je fizička transformacija moguća u uslovima, u kojima se nalazi sistem. Na primer, jedan izotermički prostor E, održavan na 0°C, sadrži cilindar C, zatvoren pokretnim klipom P, a u cilindru se nalazi čista voda i led (sl. 37). Ako je pri-



Sl. 37

tisak konstantan i jednak 1 atm. ne događa se ništa. Ako se izvan E dovede neko telo koje može davati ili oduzimati malo toplote, mala količina leda se topi ili se mala masa vode smrzava. Ravnoteža, reverzibilna, mobilna i stabilna, nastupa kada dve faze koegzistiraju; mogu se primeniti opšti zakoni ravnoteže (*Hemija*, str. 651), posebno pravilo

$$v = c + 2 - \varphi$$

koje daju *varijansu* (broj faktora, ovde samo fizičkih, koje je moguće proizvoljno odabrati, da bi ravnoteža bila potpuno definisana). Broj c nezavisnih sastojaka je 1, jer postoji samo jedan sastojak. Za monofazno stanje čistog tela ($\varphi = 1$), $v = 2$; slobodno se može izabrati temperatura t i neki pritisak p. Sa dve faze ($\varphi = 2$), $v = 1$; kada je izabrano p, temperatura ravnoteže je predodređena, odakle izbor temperature topljenja ili ključanja kao termodinamičke polazne veličine. Najzad, ako su tri faze istog čistog tela istovremeno u ravnoteži (*trojna tačka*), $\varphi = 3$ i $v = 0$; takva ravnoteža ima *varijansu nula*; ništa nije proizvoljno: t i p su predodređeni prirodom čistog tela, što daje važnu termometarsku tačku (u internacionalnoj skali trojna tačka vode odgovara 0,01°C).

Dvofazna ravnoteža odgovara za datu supstanciju uslovima izraženim odnosom $f(t, p) = 0$, predstavljenim u koordinatnom sistemu t, p *krivom ravnoteže ili promene faze*. Ova kriva je takva, da svaka tačka predstavlja posebnu ravnotežu; ona razdvaja dva područja ravni crteža, od kojih svaki odgovara jednoj čistoj fazi. Po tri krive se sastaju u istoj tački (odakle i ime trojna tačka) koja predstavlja trofaznu ravnotežu. Ovi rezultati važe za ravnoteže, kod kojih koegzistentne faze imaju alotropske oblike; tu može postojati više trojnih tačaka; krive dvofaznih sistema su u principu ograničene trojnim tačkama, ali neke mogu biti produžene i iscrtane su tačkasto izvan trojne tačke (one odgovaraju ravnotežama u kojima se ispoljavaju stanja ili oblici *metastabilni* u datim uslovima, koji postoje samo zato što je brzina transformacije u stabilni oblik nula ili veoma mala).

LATENTNE TOPLOTE. U uslovima dvofazne ravnoteže prelaz mase m u manje uređen oblik zahteva toplotu $Q = m.L$. L je *latentna toplota* promene stanja ili faze; ona se izražava u kalorijama na gram ($cal.g^{-1}$), ili u džulima na kilogram ($J.kg^{-1}$). Pokazuje se da se L može teorijski izračunati pomoću *Klapejronovog* (*Clapeyron*) *obrasca* $L = \frac{T}{J}.(u_2 - u_1).\frac{dp}{dT}$, ako je L u kaloričnim jedinicama, a pomoću obrasca $L = T.(u_2 - u_1).\frac{dp}{dT}$, ako je L izmereno u energetskim jedinicama. Odnos (ili izvod) $\frac{dp}{dT}$ predstavlja nagib krive ravnoteže na uočenoj apsolutnoj temperaturi T; u_2 i u_1 su respektivne specifične zapremine čistog tela u stanju manje ili više uređenom (prelazi se sa stanja 1 u stanje 2 izobarnim grejanjem). Tako se za latentne toplote topljenja L_f, isparavanja L_v, sublimacije L_s, dobijaju posebni obrasci

$$L_f = \frac{T}{J}.(u_l - u_s).\left(\frac{dp}{dT}\right)_F;$$

$$L_v = \frac{T}{J}.(u_v - u_l).\left(\frac{dp}{dT}\right)_V;$$

$$L_s = \frac{T}{J}.(u_v - u_s).\left(\frac{dp}{dT}\right)_S;$$

pri čemu su u_s, u_l, u_v specifične zapremine čvrstog tela, tečnosti ili pare u uslovima uočene ravnoteže, a indeksi F, V, S označavaju da se nagib posmatra na krivoj topljenja, isparavanja ili sublimacije.

Razmatraju se takođe latentne toplote (stalna temperatura) i izvan uslova ravnoteže, dakle reverzibilnosti. Tako se može zamisliti pretvaranje tečnosti u paru »u vakuumu«, koristeći pri tom veoma veliki izotermički sud u početku prazan, u kome pritisak ostaje zanemarljiv za paru; u ovom slučaju definiše se toplota L_v' u odnosu na jedinicu mase, za koju se pretpostavlja da joj je konačna zapremina beskonačna; u termodinamici se pokazuje da je razlika $L_v - L_v'$ ekvivalentna radu izvršenom protiv sila spoljnog pritiska, kada se radi pod ravnotežnim pritiskom:

$$J.(L_v - L_v') = p.(u_v - u_l).$$

Latentne toplote imaju abnormalno velike vrednosti za promene stanja vode, što je uslovljeno činjenicom da se jedan deo termičkog prinosa troši na parcijalno lomljenje molekularnih asocijacija. Za promene alotropske faze u čvrstoj sredini, latentna toplota je dosta mala, jer su promene strukture i radovi koji se vrše neznatni.

TOPLJENJE I OČVRŠĆAVANJE. Pod stalnim pritiskom temperatura ostaje nepromenjena tokom čitavog trajanja topljenja čistog kristalnog čvrstog tela i očvršćavanja čiste tečnosti; za istu supstanciju *temperature topljenja* t_f *i očvršćavanja* t_s *se poklapaju*. To je temperatura ravnoteže topljenja-očvršćavanja tela; ova veličina je karakteristika prirode supstancije. Ona se može koristiti za identifikovanje čistog tela uz pomoć »tablice fizičkih konstanti«, ili za kontrolu čistoće. Kod smeše temperatura ne ostaje stalna tokom koegzistencije dve faze: pod $p = 1$ atm, rashlađuje se zašećerena voda; pojavljuju se kristali leda nešto ispod 0°C, a temperatura se snižava u zavisnosti od povećanja čvrste mase; isto se pojavljuje kod topljenja kristala leda i šećera; dvofazni sistem ima povišenu temperaturu.

Tablica daje *normalnu temperaturu topljenja* t_{fn} za hemijske elemente i mineralna i organska jedinjenja.

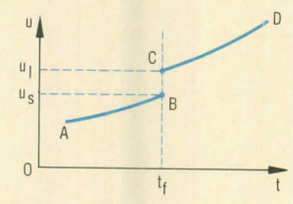
Topljenje nije uvek moguće: pod pritiskom $p = 1$ atm, ugljendioksid CO_2 sublimira i prelazi direktno u stanje pare, bez prethodnog prelaska u tečnost, celuloza se kompleksno razlaže a kalcijumkarbonat reverzibilno disocira; u prvom i trećem slučaju topljenje postaje moguće pod uslovom da se radi pod znatno višim pritiskom (mermer je kristalni varijetet vapnenca koji je, verovatno, pretrpeo na velikoj dubini i pod velikim pritiskom topljenje praćeno kristalizacijom).

Topljenje ili očvršćavanje (takođe promena alotropske faze) praćeno je promenom zapremine koja dovodi do prekida na krivoj dilatacije $v = f(t)$. Uopšte uzev, razmatra se jedinica mase, gustine ρ_s i ρ_l i specifične zapremine u_s i u_l. U većini slučajeva tečnost ima manju gustinu od čvrstog tela, koje je s njom u ravnoteži (sl. 38); postoje izuzeci za neka tela (bizmut sl. 39 i voda, sl. 40). Grane krivih AB i CD odgovaraju čvrstom telu, odnosno tečnosti.

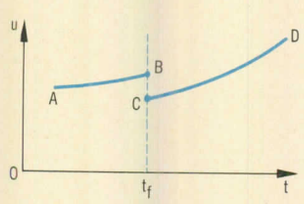
Kod staklastih materija zapaža se *topljenje omekšavanjem*; to nije pravo topljenje, jer nije praćeno diskontinuitetom zapremine. Ona se brže menja između temperatura t_1 i t_2 koje razgraničavaju zonu topljenja (sl. 41). Supstancija se postepeno razmekšava, smanjivanjem viskoznosti; ne postoji više prelaz iz uređenog stanja u neuređeno stanje, ali postoji porast mobilnosti molekula u neuređenom stanju. Pojava je još i endotermička, ali se ne može precizno definisati latentna toplota, a zona temperature $[t_1, t_2]$ je dosta nejasna, jer kriva $v = f(t)$ ne sadrži pravolinijski deo $t = \text{const}$. Ovo razmekšavanje se koristi za oblikovanje predmeta od stakla ili nekih vrsta plastike. Pojava je reverzibilna (staklo), ako zagrevanje ne proizvodi druge transformacije, kao na primer polimerizaciju (plastične mase termostvrdnjive razmekšavaju se, a zatim se definitivno stvrdnjavaju na toploti).

PREHLAĐIVANJE. Ne postoji zakašnjavanje u topljenju i telo ne može ostati čvrsto iznad t_f. Tečnost,

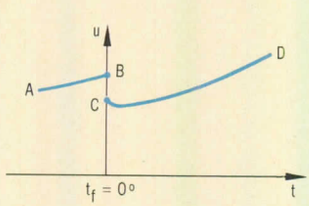
SUPSTANCIJA	t_f °C	SUPSTANCIJA	t_f °C	SUPSTANCIJA	t_f °C
Vodonik	— 259	Aluminijum	660	Aceton	— 94
Kiseonik	— 219	Srebro	960	Amonijak	— 78
Živa	— 39	Zlato	1 063	Azotna kiselina	— 42
Fosfor beli	44	Bakar	1 083	Benzin	5,5
Natrijum	98	Gvožđe	1 535	Sumporna kiselina	10,5
Sumpor α	113	Platina	1 773	Sirćetna kiselina	16,6
Sumpor β	119	Tungsten	3 410	Naftalin	80
Kalaj	232	Ugljenik	$\simeq$ 3 500	Natrijumhlorid	804
Olovo	327	Etanal	— 123	Aluminijumoksid	2 050
Cink	419	Etanol	— 117	Titankarbid	3 880



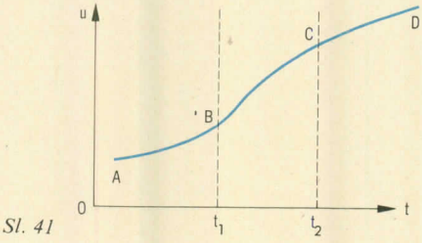
Sl. 38



Sl. 39



Sl. 40



Sl. 41

naprotiv, može često biti dovedena na temperaturu ispod t_f, a da ne dođe do kristalizacije: tečnost je tada u *metastabilnom stanju*, to je *prehlađena tečnost*. Da bismo dobili takvu tečnost, moraju biti ispunjeni neki uslovi (odsustvo mešanja, nečistoća ili klica kristala itd.). Ogled se izvodi sa vodom, belim fosforom itd. Čista voda, mirna, rashlađivana veoma polako, može biti dovedena na — 5 ili — 10°C, a da se ne smrzne, ali nagli udar prekida metastabilnosti i obrazuje se led; do prehlađivanja vode pretežno dolazi ako se ona nalazi u obliku finih

kapljica; to je slučaj kod oblaka i magle koji se smrzavaju pri udaru na brzopokretne površine (prekrivanje injem aviona i automobilskih vetrobrana).

Prestanak prehlađivanja praćen je oslobađanjem toplote, različite od latentne toplote L_f, jer se radi o ireverzibilnoj pojavi. Sledeći prethodno hlađenje, temperatura se penje na t_f, ali čitava supstancija ne očvršćava, ili ne dostiže temperaturu t_f, ali očvršćavanje je potpuno.

Pokazalo se da kristalizacija zahteva prisustvo kristalnih klica i lako razvijanje onih koje se mogu spontano stvarati, ili pak moraju biti unesene. Ovo poslednje srećemo kod glicerina: kristalizacija se nikada ne odvija spontano, a teško se proizvodi i veštački; ako se produži hlađenje prehlađene tečnosti, njena viskoznost se poveća i dobija se stvrdnuto telo, pseudo-čvrsto telo staklastog tipa. To se dešava pri proizvodnji stakla; ako se staklo dugo drži u blizini temperature razmekšavanja, ono se »devitrificira« stvaranjem brazde mikrokristala.

UTICAJ PRITISKA NA TOPLJENJE. Osnovni zakon topljenja kaže da $p=\text{const}$ povlači $t_f=\text{const}$, što odgovara činjenici da ravnoteža čvrsto telo—tečnost ima varijansu jedan. Promena pritiska izaziva promenu temperature ravnoteže; eksperimentalno izučavanje izvedeno je pomoću mnogih uređaja, kao što je Amagaov (Amagat) za vodu (sl. 42). Voda se nalazi u cevi T okruženoj izotermičkim omotačem E, otvori od kvarca R dozvoljavaju da se posmatra unutrašnjost, pritisak, koji se čita na manometru M, dobija se sabijanjem žive Hg. Čitaju se vrednosti t, p, kada su dve faze u ravnoteži u T.

U opštem slučaju temperatura topljenja se povećava sa pritiskom; *kriva topljenja* $t_f=f(p)$, koja predstavlja ove rezultate, penje se (sl. 43). Tačka M odgovara dvofaznoj ravnoteži; s jedne i s druge strane krive F jedna tačka predstavlja monofazno stanje, M′ (čvrsto) i M″ (tečno). Vidimo da se može preći iz jedne faze u drugu na bezbroj načina, predstavljenih lukovima krivih koje presecaju F. Osim izobarnog grejanja, može se izvesti izotermička promena pritiska ($t=\text{const}$). Kriva F ima veoma veliki nagib $\left(\frac{dp}{dt}\right)_F$; za jedan stepen treba podići pritisak za desetine ili stotine atmosfera; pošto je nagib pozitivan, t_f raste sa p i teorijski dovoljno povećanje pritiska može tečnost pretvoriti u čvrsto telo. Ovaj rezultat je u saglasnosti sa Klapejronovim obrascem; latentna toplota je pozitivna po definiciji, promena specifične zapremine u_l-u_s je takođe pozitivna, odakle nagib mora biti pozitivan.

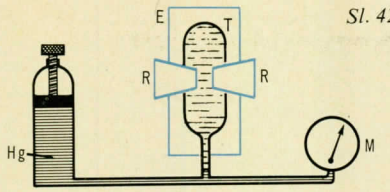
Videli smo da promena specifične zapremine ima suprotan znak u nekim slučajevima (bizmut, voda); može se predvideti da je nagib krive F tada negativan, što potvrđuje ogled; za vodu porast pritiska za $\delta p=1$ atm smanjuje t_f za 0,007 5°C (sl. 44).

Tako voda pokazuje anomalije topljenja-očvršćavanja, odakle proizlaze mnogobrojne praktične pozitivne ili negativne posledice; znak promene specifične zapremine uslovljava da led pliva na vodi i da se jezera i mora u dubini ne smrzavaju (život riba zimi), ali led proizvodi štete prskanjem sudova i kanalizacija, gde ne postoji mogućnost širenja; porast pritiska uslovljava da se topi led, koji tada oduzima toplotu od susednih delova koji nisu komprimirani, odakle stvaranje opne tečne vode (klizanje, kretanje glečera), koja katkada beži prema susednim delovima, gde se smrzava vezujući ih (ponovno smrzavanje). Sve ove anomalije uslovljene su strukturom, pošto su teorijski molekuli H_2O delimično udruženi protonskim vezama, brojnijim kod leda nego kod tečne vode.

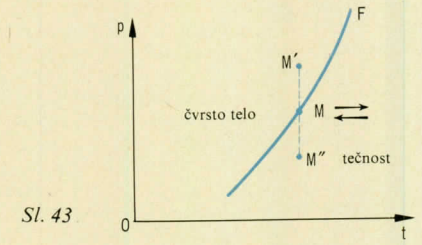
EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE TEMPERATURA TOPLJENJA. Aparati, kao na primer d'Amagaov, mogu se koristiti pod bilo kojim pritiskom. Ograničićemo se na rad pod atmosferskim pritiskom, podesan da se okarakteriše neko čisto telo ili da se izuči stepen njegove čistoće.

Koristi se ili topljenje, ili očvršćavanje.

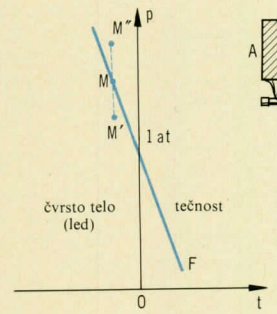
U prvom slučaju važno je da čitavo zagrejano telo bude na ravnomernoj temperaturi; uzimamo ga u



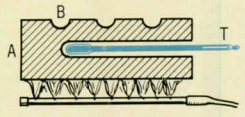
Sl. 42



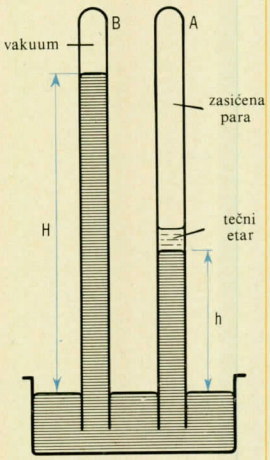
Sl. 43



Sl. 44



Sl. 45



Sl. 46

prahu i u malim količinama i beležimo temperaturu aparata u momentu, kada se formiraju prve kapi tečnosti na račun malih kristala.

Hemičari često koriste Makenov (Maquenne) blok (sl. 45), bakarni paralelepiped A, u kome su izdubljene šupljine B i ležište termometra T. On se polako zagreva Bunzenovim plamenikom ili električnim grejačem; mali kristali izučavane supstancije ubace se u šupljinu B i čita se temperatura čim nastupi njihovo topljenje.

Kada se radi sa očvršćavanjem tečnosti, teškoće nailaze usled eventualnog prehlađivanja. Tečnost se polako rashlađuje i u nju se s vremena na vreme ubacuju mali kristali; na t_f ovi se šire, a temperatura ostaje stalna; u stvari, uvek postoji veće ili manje prehlađivanje i beleži se temperatura dostignuta posle prestanka prehlađivanja, uz koegzistenciju dve faze.

LATENTNA TOPLOTA TOPLJENJA. Razmotrićemo samo merenje pod atmosferskim pritiskom. Koristi se metod mešanja ili električni metod.

Metod mešanja. Prema principu inverznih transformacija, radi se sa topljenjem ili očvršćavanjem; smer transformacije bira se prema fizičkom stanju tela na konačnoj temperaturi kalorimetra. Ako je telo čvrsto na toj temperaturi (a), masa m se istopi u termostatu na $t°C > t_0$, zatim se stavlja u kalorimetar kaloričnog toplotnog kapaciteta K, čija se temperatura penje od t_0 na t_1. Ako je telo tečno u konačnim uslovima (b), masa m uzima se u čvrstom stanju u termostatu na $t<t_0$, zatim se stavlja u kalorimetar koji sada odaje toplotu, pa se njegova temperatura spušta od t_0 na t_1. Kalorimetrijske jednačine glase

$$(a)\ m\cdot L + m\cdot c_l\cdot(t-t_f) + m\cdot c_s\cdot(t_f-t_l) = K\cdot(t_1-t_0);$$

$$(b)\ m\cdot L + m\cdot c_s\cdot(t_f-t) + m\cdot c_l(t_l-t_f) = K\cdot(t_0-t_1):$$

c_l i c_s su specifične toplote tela u tečnom stanju, odnosno u čvrstom stanju.

Električni metod. U kalorimetrijskom sudu nalazi se smeša čvrstog tela i tečnosti u ravnoteži; on sadrži grejač koji putem Džulovog efekta unosi poznatu toplotu $Q=\frac{1}{J}\cdot\Sigma(U.I.\delta\theta)$.

Meri se masa m čvrstog tela koje se topi: $Q=m.L$. Pošto je aparat na stalnoj temperaturi, lako je kalorimetar učiniti adijabatskim i dobiti veoma precizne rezultate. Priložena tablica daje vrednosti izražene u kalorijama na gram.

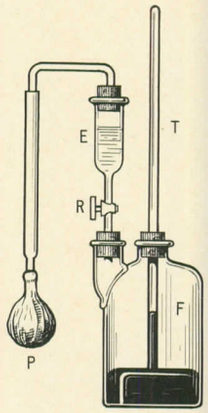
SUPSTANCIJA	L_f	SUPSTANCIJA	L_f
Aluminijum . .	80	Cink	28,3
Srebro	24,7	Amonijak . .	108
Bakar	41,6	Voda	79,7
Gvožđe . . .	49,4	Sirćetna kiselina	46,3
Živa	2,8	Benzin	30
Fosfor beli . .	4,97	Naftalin . . .	34,7
Olovo	5,4		
Sumpor β . . .	9,3		

PRELAZ TEČNOSTI U PARU (ISPARAVANJE) U VAKUUMU. U živin barometar A, kod kojega je iznad žive vakuum, unosi se pomoću štrcaljke, čiji je vrh savijen, kap po kap isparljiva tečnost (etar). Barometarska cev koja služi kao reper B (visina žive H), postavljena pored A (visina žive h), dozvoljava da se meri pritisak pare etra u A; on je proporcionalan $H-h$ (sl. 46).

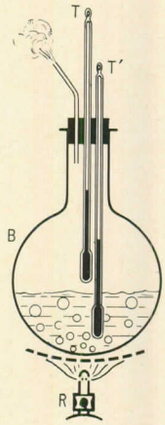
Prve kapi etra prelaze u paru čim dospeju u šupljinu A, i h se smanjuje, što pokazuje da se pritisak pare povećava. Tokom ogleda temperatura je stalna i jednaka je sobnoj: $t°C$. Dok teče prelaz u paru, para *nije zasićena*. Kada se unese dovoljna masa tečnosti, ona više ne prelazi u paru; višak etra ostaje tečan iznad žive; imamo *dvofaznu ravnotežu između tečnosti i pare*: *para je zasićena*. Pritisak p_m ove pare, *maksimalni pritisak pare ili pritisak zasićene pare nezavisan je od mase fluida i od zapremine* koja joj stoji na raspolaganju; on zavisi samo od *prirode fluida i od temperature*. To je najviši pritisak koji može imati fluid na temperaturi t; ako se vrši sabijanje, para prelazi u tečnost, a ako se mnogo poveća zapremina, čitava tečnost prelazi u paru. Dugo vremena je nezasićena para nazivana »suva para«; sada je ovaj naziv rezervisan za paru koja nije u dodiru sa odgovarajućom tečnošću; u graničnom slučaju para može biti suva i zasićena (samo faza pare pod pritiskom p_m).

Nezasićena para ponaša se kao gas dosta udaljen od idealnog stanja; posebno, ona je znatno kompresibilnija i dilatabilnija. U praksi, na nju se često primenjuju zakoni idealnih gasova, ako se ne zahteva velika preciznost.

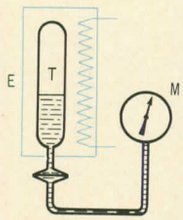
PRELAZ U PARU U GASOVITOJ ATMOSFERI. Isparljiva tečnost unosi se u sud, u kome se u početku nalazi gas koji se ne kondenzuje u uslovima ogleda. Postoje dva načina prelaza u paru: *površinsko isparavanje*, kod kojeg se promena stanja odvija samo na slobodnoj površini tečnosti, i *ključanje*, kod kojeg



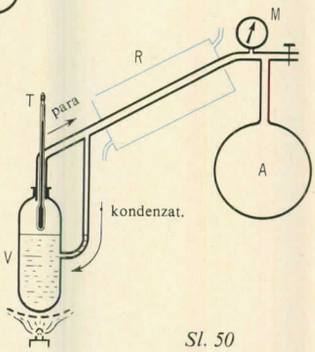
Sl. 47



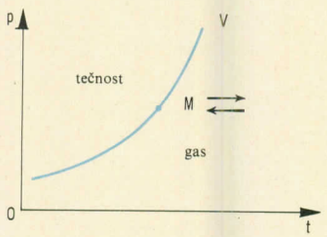
Sl. 48



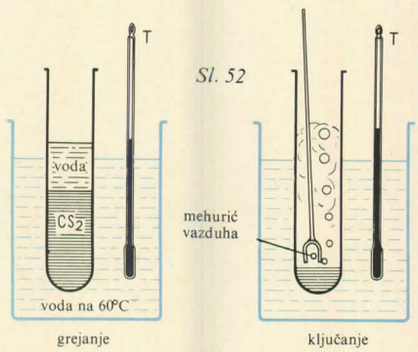
Sl. 49



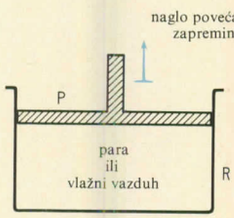
Sl. 50



Sl. 51



Sl. 52

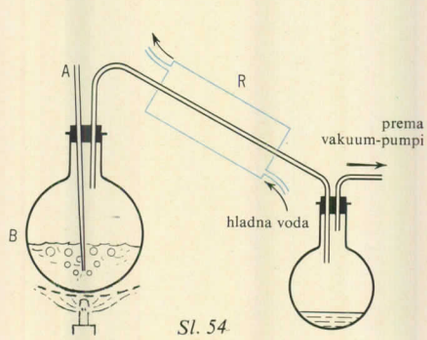


Sl. 53

se ova pojava zbiva u unutrašnjosti tečnosti. Za izučavanje isparavanja koristi se staklena boca F, konstantne zapremine, koja ima pojednostavljenu manometarsku cev T; u bocu se isparljiva tečnost, etar E, ubacuje kap po kap i potiskuje pomoću kruške od kaučuka P (sl. 47). Ova boca sadrži najpre vazduh u uslovima (t, p) spoljne atmosfere; živa Hg nalazi se na istom nivou u F i u T. Prve kapi etra pretvaraju se u *paru polako*, utoliko polaganije ukoliko je početni pritisak p_a vazduha viši: dolazi se u stanje zasićenosti, u kome sav višak dodatog etra ostaje tečan, a koje odgovara ravnoteži između tečnog etra i njegove pare. Cev T daje razliku $p - p_a = \delta p$ između unutrašnjeg pritiska i spoljneg pritiska koji se smatra stalnim. Ogled pokazuje da δp raste sa masom unesenog etra, dok ne dođe do zasićenosti; kada je ova dostignuta $\delta p = p_m$, maksimalnom pritisku pare etra na sobnoj temperaturi t, a unutrašnji pritisak jednak je $p = p_a + p_m$, zbiru parcijalnih pritisaka gasa i zasićene pare. Razlika između prelaza u paru u vakuumu i u gasu bitno utiče na brzinu prelaza u paru, ali pritisak zasićenosti je nezavisan od nje; brzina je približno proporcionalna p_a^{-1} i teži beskonačnosti za sud u kome je u početku vakuum. Kada atmosfera nije zasićena, prelaz u paru postaje brži ako se povećava slobodna površina tečnosti i razlika $p_m - p_v$ između pritiska zasićenosti i parcijalnog pritiska pare u nezasićenom gasu; posebno, stalno obnavljanje gasa u blizini površine tečnosti sprečava da se ova razlika smanji sa vremenom i pospešuje prelaz u paru. Ovi rezultati se koriste u tekućoj industrijskoj praksi da bi se brzo pretvorili u paru voda ili rastvarač, zadržani u čvrstom telu (komadanje čvrstog tela, grejanje koje povećava p_m, duvanje vazduha).

Da bi se *izučavalo ključanje* pod atmosferskim pritiskom p_a, tečnost, na primer, voda, se stavlja u balon B koji se postepeno greje pomoću grejača R (sl. 48). Dva termometra T i T′ daju temperaturu emitovane pare, odnosno temperaturu tečnosti. Pre ključanja tečnost je toplija od pare. Za vreme pojave ključanja mehurići pare odvajaju se od toplog zida, rastu penjući se kroz tečnost i izbijaju na slobodnu površinu. Ako je pritisak p_a stalan, *temperatura pare ostaje konstantna* u blizini površine ključajuće tečnosti: to je *temperatura ključanja* t_e čiste tečnosti pod pritiskom gasovite atmosfere koja se nalazi iznad nje; posebno pod normalnim pritiskom imamo *normalnu temperaturu ključanja* t_{en}, koja predstavlja još jednu karakteristiku čistog tela; kod tečne mešavine (rastvor) temperatura se menja tokom ključanja i izučavanje t_e daje kriterijum čistote uzorka. Ogled i teorija pokazuju da čista tečnost ključa na temperaturi, za koju je njen maksimalni pritisak pare jednak pritisku atmosfere iznad tečnosti. Odatle proizlazi da tečnost ne može ključati u zatvorenom sudu, jer je tu pritisak $p = p_a + p_m > p_a$; teorijski je potrebna atmosfera koja se ne može zasititi. U autoklavima do ključanja dolazi zato što ventil dozvoljava pari da izlazi, zadržavajući stalan pritisak u unutrašnjosti.

MERENJE MAKSIMALNIH PRITISAKA I REZULTATI. Koriste se statički metodi (dvofazna ravnoteža tečnost—para) ili dinamički (ključanje). Statički, koriste se barometarske cevi ($p_m < 1$ atm) ili čelične cevi T, stavljene u izotermički prostor E i vezane sa manometrom M (sl. 49) ako p_m dostiže desetine ili stotine atmosfera (slučaj vode do kritične tačke). Kod metode ključanja sud V, gde ključa izučavana tečnost, povezan je sa skupom uređaja (protočni hladnjak R, veliki balon napunjen vazduhom A, manometar M), koji ostvaruje ekvivalent izobarne, neograničene i nezasitljive atmosfere (sl. 50).



Sl. 54

Na istoj temperaturi t vrednost p_m zavisi od prirode čiste tečnosti; ona se povećava sa isparljivošću tečnosti; ona raste redosledom ulje, voda, alkohol, etar. Za datu tečnost p_m se povećava sa t, dakle temperatura ključanja t_e raste sa pritiskom p_a (voda ključa ispod 100°C na visokoj planini, a iznad 100°C u autoklavima). U blizini normalnog pritiska, povećanje pritiska za 27 mm žive povišava temperaturu ključanja vode za oko 1°C.

Imamo zakon $p_m = f(t)$ saglasan univarijansnosti ravnoteže tečnost—para. Postoje približni izrazi, kao $p_m = a + b.t + c.t^2 + \ldots$ ili $\log p_m = A - \frac{B}{T} - C.\log T$ [obrasci Diprea (Dupré), Ogista (August), Rankina (Rankine), gde je T apsolutna temperatura]. U slučaju vode Diperejev (Duperray) obrazac daje red veličina primenljivih između 60° i 200°C: $p_m = \left(\frac{t}{100}\right)^4$, gde se p_m meri u atmosferama. Zakon se predstavlja grafički *krivom isparavanja ili ključanja* V eksponencijalnog toka (sl. 51). Tablice daju vrednost t_{en} za više tečnosti i vrednosti $p_m = f(t)$ za vodu.

t°C	p_m(mHg) ZA VODU	t°C	p_m(mHg) ZA VODU
0	$4{,}58 \cdot 10^{-3}$	100	0,76
5	$6{,}54 \cdot 10^{-3}$	150	3,57
10	$9{,}0 \cdot 10^{-3}$	200	11,66
20	$17{,}5 \cdot 10^{-3}$	250	29,8
30	$32 \cdot 10^{-3}$	300	64,4
40	$55 \cdot 10^{-3}$	350	124
50	$92 \cdot 10^{-3}$	370	158

Kod mnogobrojnih supstancija naročito organskih, hemijsko razlaganje često prethodi ključanju. Tada se određuje kriva V pod smanjenim pritiskom, pa se odatle ekstrapolacijom izvodi teorijska vrednost t_{en}.

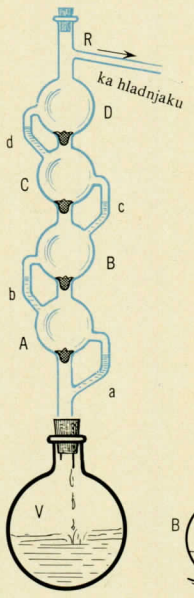
METASTABILNA STANJA: ZAKAŠNJENJE PRI PRELAZU TEČNOSTI U PARU (ISPARAVANJU) I PARE U TEČNOST (KONDENZACIJI). Ove pojave su dosta česte. Sumporugljenik (ugljendisulfid) ključa normalno na 46°C; ako se polako greje posredstvom vode, on može biti doveden na 60°C a da ne ključa; ali ako se u njega potopi malo stakleno zvono, dolazi do burnog ključanja, počev od zvona (sl. 52). Isto tako kada se pusti da voda dugo ključa, zapaža se zastoj u ključanju (pregrejavanje), u kome se temperatura diže na 102° do 105°C; pravilno ključanje se odmah oživljava pomoću zvona ili stavljanjem poroznih tela u vodu. U svim slučajevima ključanje zahteva unutarnje prisustvo mikromehurića vazduha, koji se usled kapilarnosti zadržavaju na zidu suda; svaki put kada se mora dugo održavati ključanje (destilacija), dodaje se plavac, ili se pri destilaciji pod smanjenim pritiskom (sl. 54) udešava povratak vazduha kroz A.

Obrnuto, rashlađivanje pare ispod t_e ne proizvodi nužno prelaz pare u tečnost. To se pokazuje stavljanjem vlažnog vazduha u sud R, čiji pokretni zid P dozvoljava da se pomoću naglog širenja dobije sniženje temperature (sl. 53); do kondenzacije u obliku magle dolazi samo ako postoje centri kondenzacije (prašina, gasni joni). To objašnjava učestanost magle u industrijskim regionima zagađene atmosfere; ovo se koristi u Vilsonovoj komori (Wilson) koja služi za detekciju naelektrisanih čestica (izučavanje radioaktivnosti)

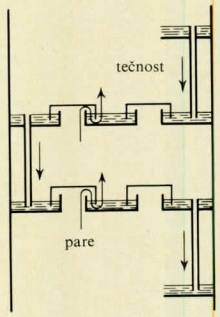
Ponekad treba sprečiti metastabilna stanja, na primer pri određivanju temperatura ključanja.

TEČNOST	t_{en}°C	TEČNOST	t_{en}°C	TEČNOST	t_{en}°C
Vodonik	— 253	Sumporvodonik	— 60	Metan	— 161
Kiseonik	— 183	Sumpordioksid	— 10	Etan	— 88
Hlor	— 35	Fosfor-trihlorid	73	Aceton	56
Živa	357	Voda	100	Etanol	78,5
Sumpor	444,6	Hlorid žive	304	Sirćetna kiselina	118
Zlato	2 600	Natrijumhlorid	1 413	Anilin	184

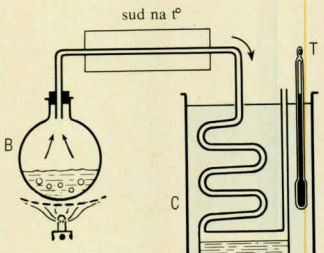
VATOV ZAKON. DESTILACIJA. Kada sistem nije izotermički, *Vatov zakon, ili princip hladnog zida*, kaže da je ravnoteža moguća samo ako je sva tečnost sakupljena u najhladnijem području, pri čemu je parcijalni pritisak pare u sistemu jednak maksimalnom pritisku za temperaturu tog područja. Ovo se koristi u prekapnicama ili destilacionim aparatima koji služe za separaciju sastojaka tečne mešavine. Mešavina se greje u kotlu B; pare se kondenzuju u hladnjaku R, koji se često hladi pomoću cirkulacije vode; kada je važan sastojak osetljiv na termičko razlaganje, temperatura ključanja se snižava radeći pod smanjenim pritiskom (netačno se kaže pod vakuumom) (sl. 54). Moglo bi se pomisliti da različiti sastojci prelaze u paru postepeno na temperaturi ključanja svakoga od njih; to je komplikovanije i kotlu se mora dodati ispred spiralnih cevi za kondenzaciju *destilacioni stub*. Ovaj ostvaruje, tako reći, seriju sukcesivnih redestilacija; najisparljivija frakcija oslobađa se na gornjem delu stuba u stanju pare, manje isparljiva frakcija ponovo pada prema kotlu u tečnom stanju. U laboratoriji se upotrebljavaju stubovi sa kuglama ili sa šiljcima (sl. 55), a u industriji stubovi sa platoima (sl. 56); ovi igraju veliku ulogu u rafinerijama nafte (sl. 57).



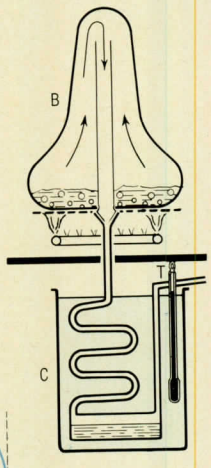
Sl. 55



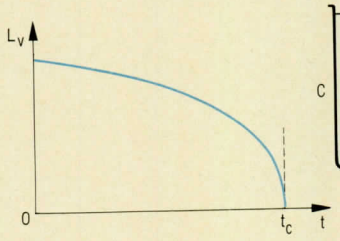
Sl. 56



Sl. 58



Sl. 59



Sl. 60

LATENTNA TOPLOTA ISPARAVANJA. Da bi se masa m tečnosti reverzibilno pretvorila u paru (t = const, p = const = p_m na $t°$) i dovela u stanje zasićene pare na istoj temperaturi, treba joj dodati toplotu $Q = m.\,L_v$; L_v je *latentna toplota isparavanja* na $t°$. Za njeno merenje koristi se klasična kalorimetrija.

Metod mešanja. Tečnost se pretvara u paru u kotlu B; para se kondenzuje u spiralnoj cevi, potopljenoj u kalorimetar C (sl. 58), čija se temperatura penje od t_0 na t_1. Smatra se da je kondenzacija izvršena na temperaturi t koja vlada u B, temperaturi zasićene pare, i da je kondenzat (specifična toplota c_e) rashlađen zatim od t na t_1; kalorimetrijska jednačina, koja se odnosi na kondenzovanu masu m, glasi

$$m \cdot L_v + m \cdot c_e \cdot (t - t_1) = K \cdot (t_1 - t_0).$$

Za brzi rad sa malim masama organskih tečnosti, koristi se uprošćeni Bertloov aparat, gde je B iznad C (sl. 59).

Električni metod. Grejni otpornik je potopljen u bojler okružen adijabatskim prostorom iste temperature t, određene izborom stalnog pritiska. Meri se masa koju je Džulova toplota pretvorila u paru, odakle ista kalorimetrijska jednačina kao i za L_f.

Rezultati. Latentna toplota zavisi od prirode supstancije; za čistu tečnost ona se smanjuje kada se temperatura povišava. Ovaj rezultat se može lako razumeti: ukoliko je viša temperatura, utoliko je veće kretanje i nered molekula, i utoliko treba uneti manje termičke energije da bi se prešlo na gasovito stanje, haotičnije nego kod tečnosti. L_v teži prema nuli na kritičnoj temperaturi t_c (str. 523), kao što pokazuje slika 60. Videćemo da sa približavanjem t_c svojstva tečnosti i pare teže zajedničkim granicama; napose, specifične zapremine u_v i u_l postaju jednake i Klapejronov obrazac

$$L_v = \frac{T}{J} \cdot (u_v - u_l) \cdot \left(\frac{dp}{dT}\right)_v,$$

daje tada $L_v = 0$.

Na temperaturama t, znatno nižim od t_c, u_v je veoma veliko u odnosu na u_l, i ovo poslednje može se zanemariti u Klapejronovom obrascu; na tim temperaturama pritisak koji iznosi p_m, često je veoma nizak da bi se u_v moglo izračunati pomoću obrasca za idealne gasove, $p_m \cdot u_v = \frac{R}{M} \cdot T$.

Da bismo predstavili krivu $L_v = f(t)$, mogu se koristiti približni izrazi:

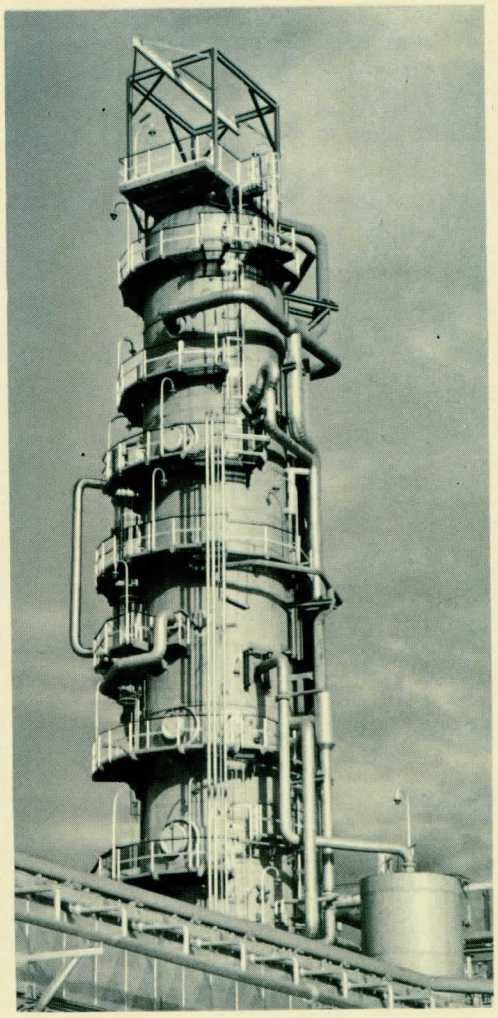
$$l_v = a - b.t - c.t^2$$

ili

$$\alpha.(t_c - t) + \beta.(t_c - t)^2.$$

Renjoov obrazac, primenljiv na vodu, daje aproksimativne rezultate između 0 i 200°C: $L_v = 606{,}5 - 0{,}695\,t$. Vrednosti (zaokružene) dobijene električnim merenjima nalaze se u tablici (u kalorijama na gram).

Za razne fluide na normalnoj temperaturi ključanja imamo drugu tablicu.


Sl. 57

Činjenica da je prelaz u paru endotermičan dozvoljava funkcionisanje domaćih i industrijskih hladnjaka; korišćeni su sumpordioksid SO_2 i amonijak NH_3, danas zamenjeni freonima (frigeni), na primer CF_2Cl_2, manje opasnim u slučaju curenja. Kompresor pretvara gas u tečnost na običnoj temperaturi, ako se povećava pritisak; tečnost se šalje u evaporator, gde ga smanjenje pritiska transformiše u hladnu paru koja cirkuliše kroz cevi u unutrašnjosti rashladnog sistema.

MASA SMEŠE GAS—PARA. Dok para ostaje suva, dobija se prva aproksimacija primenom zakona za idealne gasove na celinu i na svaki sastojak. Uzmimo da je p ukupni pritisak smeše ili manometarski

t°C	L_v	t°c	L_v	t°C	L_v
0	597	100	539	320	295
20	586	150	505	340	245
40	575	200	463	360	172
60	563	250	410	370	107
80	551	300	335	372	84

PRIRODA	L_v	PRIRODA	L_v
Srebro	517	Sumpordioksid	95
Cink	436	Benzin	94
Amonijak	341	Etar (oksid etila)	85
Etanol	216	Živa	69
Vodonik	114	Hlor	63
Sirćetna kiselina	97	Kiseonik	51

Fot. Shell-Berre.

pritisak, p_v parcijalni pritisak pare koji može biti u graničnom slučaju maksimalni pritisak p_m (predstavljen često sa f ili F u slučaju zasićene vodene pare), t temperatura, d i d_v gustine čistog gasa i pare u odnosu na vazduh. Relacije, koje smo videli na str. 515, daju za mase m_g gasa i m_v pare

$$m_g = v \cdot a_0 \cdot d \cdot \frac{p - p_v}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha t};$$

$$m_v = v \cdot a_0 \cdot d_v \cdot \frac{p_v}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha t}.$$

Masa smeše iznosi $m = m_g + m_v$. Često treba izračunavati zapreminu vlažnog gasa zasićenog vodenom parom.

$$m_g = v \cdot a_0 \cdot d \cdot \frac{p - F}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha t};$$

$$m_v = v \cdot a_0 \cdot d_v \cdot \frac{F}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha t};$$

$$m = v \cdot a_0 \cdot \frac{d(p-F) + d_v \cdot F}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha t}.$$

Gustina d_v vodene pare iznosi približno $\frac{5}{8}$ ili 0,63. Za vazduh ($d=1$) zasićen vlagom, obrasci postaju

$$m_a = v \cdot a_0 \cdot \frac{p - F}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha t};$$

$$m = v \cdot a_0 \cdot \frac{p - \frac{3}{8}F}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha t}.$$

Vlažan vazduh ima manju gustinu od suvog vazduha.

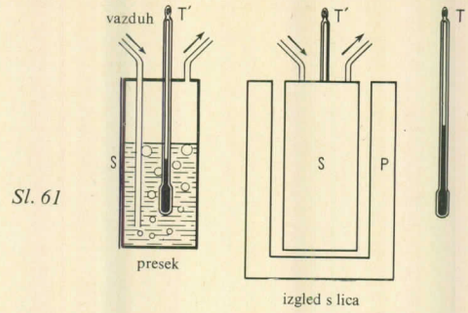
HIGROMETRIJA. I u meteorologiji i u raznim granama industrije treba poznavati vlažnost atmosferskog vazduha. Ona se karakteriše odnosom prema zasićenosti, definisanjem *higrometrijskog stanja e*. To je količnik parcijalnog pritiska p_v vodene pare u vazduhu i maksimalnog pritiska F vodene pare na istoj temperaturi t. F je dato u tablicama fizičkih konstanti; dovoljno je, dakle, da se odredi t i p_v. Poznata zapremina vazduha v može se provesti kroz isušivač, kome se meri povećanje mase m; napred dati obrazac povezuje p_v i m. Prostiji metod koristi *kondenzacioni higrometar*, kao na primer Alijarov (Alluard) (sl. 61). Traži se tačka rose, temperatura t', na kojoj je maksimalni pritisak vodene pare $F' = p_v$. Zato se rashlađuje neka površina S, na koju se sakuplja talog pare čim se dostigne t'; ova površina, posrebrena i uglačana da bi talog bio vidljiviji, čini deo malog suda koji sadrži etar, u koji se duva vazduh, što aktivira isparavanje etra i hladi ga; termometar T′ daje temperaturu t'. Ploča P, koja ostaje na temperaturi okoline t i koja služi kao obloga S, olakšava posmatranje početka taloženja; spoljni termometar T daje temperaturu t. U tablicama se čitaju vrednosti F i F′ za t i t'. Higrometrijsko stanje je

$$e = \frac{F'}{F} < 1.$$

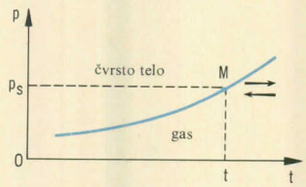
Drugi instrumenti daju direktno vrednost, ali moraju biti etalonirani. *Higrometar sa dlakom* zasniva se na činjenici da se torzija i dužina dlake menjaju sa higrometrijskim stanjem; posle mehaničkog pojačavanja, ova promena uslovljava okretanje kazaljke ispred skale (to se može i grafički registrovati).

Psihrometar sadrži dva identična živina termometra, jedan suv i jedna vlažan čiji je rezervoar obavijen gazom natopljenom vodom; njeno isparavanje snižava temperaturu ravnoteže drugog termometra, utoliko više ukoliko je higrometrijsko stanje manje. Jedna tablica daje ga kao funkciju dva čitanja.

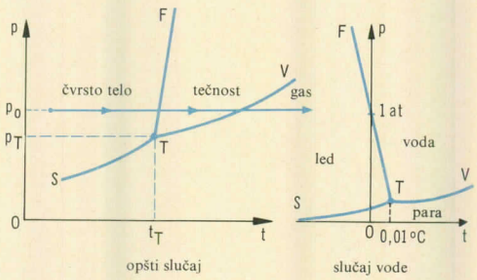
Najzad, manje precizni aparati koriste promenu boje izvesnih hidrata kobaltovih soli, koje se disociraju više kada se higrometrijsko stanje smanjuje.



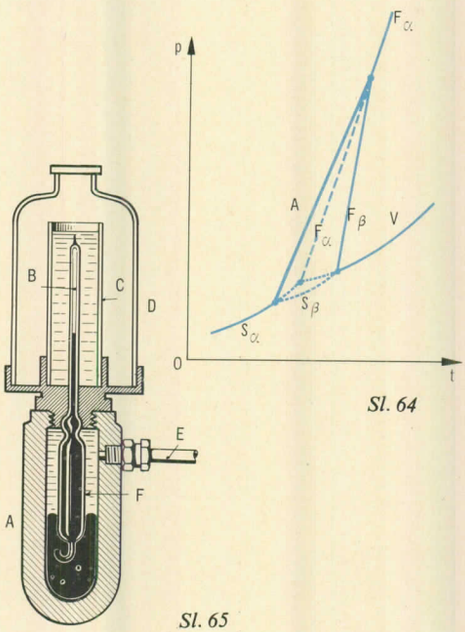
Sl. 61



Sl. 62



Sl. 63



Sl. 64

Sl. 65

SUBLIMACIJA. TROJNA TAČKA. Neka čvrsta tela (ugljeni sneg) prelaze direktno iz čvrstog stanja u stanje pare, a da prethodno nisu prelazila u tečnost. Isto tako ako se stavi led u sud povezan sa vakuum-pumpom, u kome se održava unutrašnja stalna temperatura 0°C, čvrsto telo polako iščezava i odlazi u vidu pare, čiji pritisak, veoma nizak, zavisi samo od temperature; za led imamo (u milimetrima žive): 0,776 na —20°C, 1,241 na —15°C, 1,950 na —10°C, 3,013 na —5°C, 4,58 na 0°C. U zatvorenom sudu, u početku praznom ili napunjenom gasom, sublimacija dovodi do stanja zasićenosti analogno onom kod isparavanja; razlika je u tome što se pojava odvija veoma sporo i što je maksimalni pritisak sublimacije p_s nizak. Kao što pokazuju vrednosti date za led, funkcija $p_s = f(t)$ je rastuća i predstavljena *krivom sublimacije* S koja podseća na krivu isparavanja (sl. 62) i koja razgraničava na dijagramu područja postojanja monofaznih stanja čvrstog tela i pare; kriva S je kriva dvofazne ravnoteže.

Pri opštem razmatranju, videli smo da se tri krive topljenja F, isparavanja E i sublimacije S, seku u istoj tački T, koja predstavlja trofaznu ravnotežu (sl. 63), nazvanoj *trojna tačka*, sa koordinatama t_T i p_T specifičnim za čisto telo. Definiše se latentna toplota sublimacije L_s; u trojnoj tački imamo $L_s = L_f + L_v$. Da bi čvrsto telo, koje se ne razlaže, bilo topljivo pod normalnim pritiskom p_0, treba da izobarno grejanje, predstavljeno pravom $p = p_0 = \text{const}$, seče krivu F, dakle da p_0 bude više od p_T. Za ugljendioksid $p_T = 5$ atm, a $t_T = -57°C$. Pod pritiskom p_0 ovo telo sublimiše na $t_s = \text{const} = -79°C$; pod 10 atmosfera dolazi do topljenja.

Za vodu, čije topljenje je abnormalno (nagib negativan za F), krive imaju raspored dat na slici 63, i t_T je pozitivno i odgovara 0,01°C internacionalne skale.

Kada čvrsto telo ima više alotropskih modifikacija i reverzibilnu promenu faze, *dijagram čistog tela* je sastavljen od krivih dvofaznih ravnoteža koje se seku u trojnim tačkama i koje razgraničavaju područja stabilnosti svake čiste faze. Na dijagramu sumpora (sl. 64) kriva A odgovara ravnoteži modifikacija α i β, krive S_α i S_β ravnoteži sublimacije sumpora α i sumpora β, krive F_α i F_β ravnotežama topljenja (jedan deo F_α je iscrtan tačkasto zato što je sumpor α metastabilan u ovim uslovima).

MREŽA IZOTERMI FLUIDA. KRITIČNA TAČKA. Jednačina idealnih gasova $p.v = r.T$ ne važi kada se temperatura i pritisak menjaju u širokim granicama. Za svaku masu fluida ($m = \text{const}$) postoji jednačina stanja $f(p, v, T) = 0$, koja daje jedan od karakterističnih faktora kao funkciju dva ostala. Da bi se eksperimentalno izučavala funkcija od dve promenljive, fiksira se jedna od njih i traži se uticaj druge. Mnogo je podesnije da se radi na stalnoj temperaturi (t ili $T = \text{const}$) i da se traži zakon $\varphi(p, v) = 0$, koji predstavlja *izotermičku stišljivost* mase fluida. Na srednjim pritiscima koristi se aparat sličan onom koji služi za proveravanje Mariotovog zakona (str. 495). Na visokim pritiscima merenja su izvršili Amaga, Kajete (Cailletet), Base (Basset) i drugi. Holandski fizičar Kamerling On (Kamerlingh Onnes) radio je na veoma niskim temperaturama, do nekoliko apsolutnih stepeni, sa fluidima koji teško prelaze u tečnost (vodonik, helijum) i pokazao je da je opšti tok isti za sve realne fluide. Francuz Base i ruski fizičari eksperimentisali su na pritiscima koji dostižu stotine hiljada atmosfera. Pomenimo klasični aparat Kajetea (sl. 65). Izučavani fluid (na primer CO_2) zatvoren je u jednu laboratorijsku cev FB, čiji oblik podseća na veliki termometar sa tečnošću i u čijem se donjem delu F nalazi živa; pritisak se dobija ubacivanjem vode iznad žive kroz spojnu cev E koja se završava u sudu A, debelih čeličnih zidova. Gornji deo B u kome se nalazi fluid, stavljen je u sud C u kome se nalazi voda na stalnoj temperaturi t; omotač D igra samo ulogu zaštitnika u slučaju prskanja laboratorijske cevi. Kompresioni blok (koji nije prikazan na slici) sadrži pumpu i klip na zavrtanj koji služe za brzo ili sporo povećavanje pritiska, takođe i jedan manometar. Beleži se t, v i p kada je fluid monofazan ili dvofazan.

Za svaku temperaturu ucrtava se *izoterma stišljivosti*, nanoseći na apscisnu osu zapreminu (Klapejronove koordinate), a posebno specifičnu zapreminu, i na ordinatnu osu pritisak (sl. 66), ili na apscisnu osu pritisak a na ordinatnu osu proizvod $p.v$ (Amagaove koordinate; sl. 67).

Na relativno visokim temperaturama krive se malo razlikuju od krivih idealnog gasa; na običnoj temperaturi vodonik je manje stišljiv od idealnog gasa, $p.v$ se malo povećava kada p raste, kada se, dakle, v smanjuje; na istoj temperaturi kiseonik je najpre stišljiviji, zatim postaje manje stišljiv od

idealnog gasa: $p.v$ opada, zatim prolazi kroz minimum i raste kada se p povećava. Ako se radi na nižim temperaturama, zapaža se da odstupanja u odnosu na idealno stanje postaju znatnija (relativni porast minimuma $p.v$).

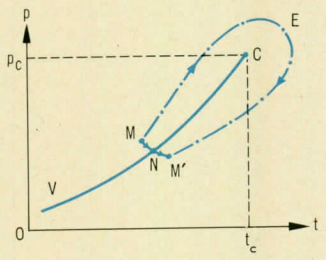
Na još nižim temperaturama, kriva postaje veoma različita i sastoji se iz tri dela AB, BC i CD koji se dodiruju u ugaonim tačkama, koje predstavljaju diskontinuitete menjanja. Grane AB i CD odgovaraju stišljivosti gasa i stišljivosti tečnosti; pošto je tečnost malo stišljiva, neznatno smanjenje v povlači veliki porast p, i na Klapejronovom dijagramu grana CD ima veliki nagib. Srednja grana BC predstavlja duž; pritisak p je konstantan i jednak je maksimalnom pritisku pare tečnosti za datu temperaturu $p=p_m$; jedna tačka BC predstavlja dvofaznu ravnotežu tečnost — zasićena para. Ukoliko se radi na nižoj temperaturi, utoliko je *odsečak pretvaranja u tečnost* BC duži. Skup krivih koje se odnose na istu masu fluida predstavlja *mrežu izotermi* toga fluida; njen opšti izgled pronašao je irski fizičar Endrjuz (Andrews), ali kasnija merenja su pokazala da je on isti za sve fluide. Izotermička kompresija može, dakle, dopustiti da postoji stalno monofazno stanje ili da uslovi pojavu diskontinuiteta vezanog za promenu faze. Za svaki fluid postoji karakteristična temperatura njegove prirode, *kritična temperatura* t_c koja razdvaja dva tipa izotermi.

Krajevi odsečka pretvaranja u tečnost predstavljaju granična monofazna stanja: B zasićenu paru ali suvu, a C samu zasićenu tečnost, pri čemu su obe uzete pod maksimalnim pritiskom pare p_m. Kada se t menja, tačke B i C opisuju jednu jedinstvenu krivu, *krivu zasićenosti* S, čije se dve grane (para i tečnost) tangencijalno dodiruju na kritičnoj temperaturi; odsečak pretvaranja u tečnost svodi se tada na prevojnu tačku K, gde je tangenta paralelna osi pritisaka za vrednost $p=p_c$ nazvanu *kritični pritisak*; tačka K predstavlja *kritičnu tačku*. Vrednosti t_c i p_c su specifičnosti fluida. U kritičnoj tački kriva zasićenosti je tangenta na *kritičnu izotermu* $t=t_c$. *Kritično stanje* karakterišu t_c, p_c; *kritična zapremina* proporcionalna je masi m, a $v_c=m.u_c$; u_c je *kritična specifična zapremina*; to je još jedna karakteristika fluida, isto kao i njena recipročna vrednost, *kritična gustina* ϱ_c. Na slici 66 vidimo da je u_c zajednička granica specifičnih zapremina u_l i u_v zasićene tečnosti i zasićene pare, kada temperatura teži prema t_c. Na kritičnoj temperaturi $u_v-u_l=0$. Klapejronov obrazac daje tada $L_v=0$. Opštije rečeno, sva fizička svojstva zasićenih stanja teže da se pomešaju; stoga prelaz iz jednog u drugo ne zahteva energiju, posebno ne toplotu. Kao drugi primer indeksi prelamanja dva stanja imaju istu granicu. Ako se teži ka kritičnoj temperaturi preko rastućih temperatura, slobodna površina tečnosti postaje sve manje jasna i nestaje odjednom za $t=t_c$.

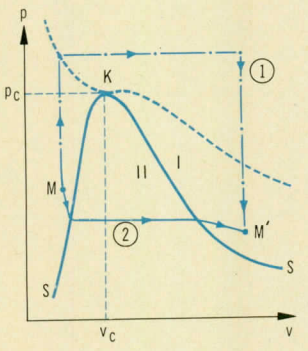
Tablica daje kritične veličine za neke fluide.

SUPSTANCIJA	t_c°C	p_c atm	ρ kgl^{-1}
Helijum	—268	2,26	0,07
Vodonik	—240	12,8	0,03
Azot	—147	33	0,31
Kiseonik	—119	50	0,43
Hlor	144	76	0,57
Ugljenmonoksid CO	—139	35	0,31
Ugljendioksid CO_2	31	73	0,46
Amonijak	133	112	0,23
Sumpordioksid	157	75	0,52
Voda	374	218	0,31

KONTINUITET FLUIDNIH STANJA. Videli smo da kriva isparavanja razdvaja područja gasa i tečnosti. Ali ova kriva ima krajnju tačku C, čije su koordinate upravo t_c i p_c (sl. 68). Za dve tačke M i M′ bliske krivoj, a koje odgovaraju vrednostima t i p nižim od kritičnih vrednosti t_c, p_c, može se reći da M predstavlja tečnost, a M′ gas, jer se iz jedne u drugu prelazi pomoću transformacija (kao što su izobarna i izotermička) koje uvode diskontinuitet (pojavu druge faze odvojene od prve slobodnom površinom) za vreme prolaska kroz tačku N krive V. Ali uvek je moguće ostvariti kretanje predstavljeno krivom E koja prolazi iznad krajnje tačke C, uslovljavajući da se pojave temperature i pritisci viši od t_c i p_c (hiperkritični uslovi). Nema više diskontinuiteta: postoji samo jedna fluidna faza i sve fizičke veličine (gustina, indeks prelamanja) menjaju se neprekidno. Na Klapejronovom dijagramu (v, p) kriva zasićenosti S, čiji je vrh kritična tačka K, razdvaja ravan na dva regiona I i II koji respektivno odgovaraju monofaznom fluidu i dvofaznom fluidu. U području I ništa ne dozvoljava da se razlikuje tečno stanje od gasovitog stanja; posebno, kritična izoterma $t=t_c$ (tačkasto obeležena na sl. 69) ne nameće diskontinuitet i njen prelaz nije obeležen nikakvom pojavom. Ako tačke M i M′ bliske krivoj isparavanja V, predstavljaju jedna tečno stanje a druga gasovito stanje, prelaz iz M u M′ može se izvršiti bilo neprekidnim kretanjem (1), uz hiperkritične međuuslove, bilo hipokritičnim kretanjem (2) sa diskontinuitetom. U hiperkritičnim uslovima ($p>p_c$, $t>t_c$) čisto telo ima karakteristike fluida, ali je nemoguće precizirati da li je ono tečno ili gasovito.



Sl. 68



Sl. 69

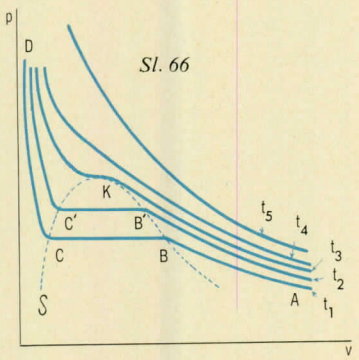
Kod svih čistih tela jednačina stanja predstavljena je *karakterističnom površinom* sa koordinatama p, v, t (sl. 70). Ova površina obuhvata za krive nivoa $t=$ const Endrjuzove izoterme i izoterme slične onima koje se crtaju za topljenje i sublimaciju (u ova dva poslednja slučaja nema ekvivalenta za kritičnu tačku). Pravolinijski odsečci dvofaznih ravnoteža proizvode cilindrične delove F, V, S koji odgovaraju ravnotežama topljenja, isparavanja, očvršćavanja. Druge grane izotermi proizvode neprekidne površine Φ i Σ koje odgovaraju fluidu i čvrstom telu. Ovde se ni po čemu ne razlikuje tečnost i gas, ali je nemoguće preći bez prekida iz fluida u čvrsto telo; ova činjenica je u saglasnosti sa strukturama, red za čvrsto telo i nered za fluid, veći nered (haos) kod gasa nego kod tečnosti, ali bez bitne razlike u strukturi.

PRETVARANJE GASOVA U TEČNOST. Radi se o jednom veoma važnom problemu sa gledišta industrije. Ako se postavi dosta daleko od kritičnih uslova, specifična zapremina je znatno veća za gas nego za odgovarajuću tečnost. Da bi pri uskladištavanju ili transportu fluid bio što manje kabast, podesnije je da on bude tečan (kondenzovani fluid) nego gasovit (razređeni fluid). Propan i butan transportuju se pod pritiskom u tečnom stanju u čeličnim bocama, a zatim se pretvaraju u paru u momentu upotrebe kao goriva, ili sirovine hemijske industrije. Isto tako se počinje primenjivati transport tečnog metana iz Afrike, iz udaljenih petrolejskih polja.

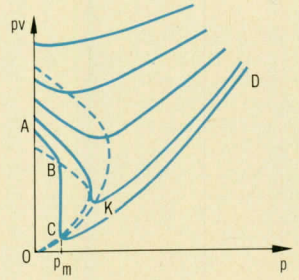
Da bi se neki gas pretvorio u tečnost, treba ga dovesti u određene uslove (t, p) temperature i pritiska, $p=p_m$ na t°, uslove koji obavezno moraju biti *hipokritični*. Izbor metoda zavisi od kritičnih veličina.

1. *Kritična temperatura viša od obične temperature*. To je slučaj kod hlora, amonijaka, ugljendioksida, sumpordioksida, propana, butana itd. Koristi se *praktično izotermička kompresija* (sl. 71). Gas se usisava u A pomoću pumpe P, koja ga sabija i potiskuje kroz cev B prema kondenzoru R, gde se dovodi na običnu temperaturu pomoću hladne vode koja cirkuliše duž FG između snopa cevi; stvorena tečnost sakuplja se u D i odvodi kroz cev sa slavinom E, koja dozvoljava da se održava pritisak. Tečnost se preručuje pod pritiskom u burad za uskladištavanje ili za transportovanje. Isti princip se koristi kod rashladnih uređaja (samo se kondenzor rashlađuje vazduhom) a isparavanje pod niskim pritiskom snižava temperaturu, s obzirom da se t i p_m menjaju u istom smeru.

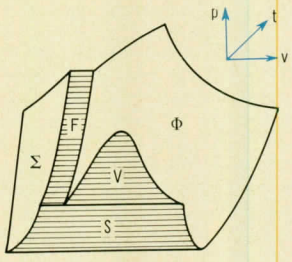
Pritisci kompresije su obično nekoliko atmosfera. Na 20°C potrebno je 3,2 atm za sumpordioksid, 4,7 atm za metilhlorid, 8,5 atm za amonijak, 56 atm za ugljendioksid. Za industrijski propan i butan, koji predstavljaju u stvari mešavine izomera, pritisci su reda 10 atm i 3 atm.



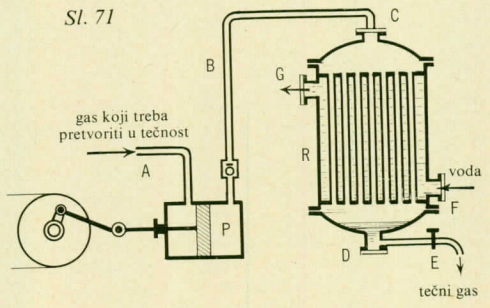
Sl. 66



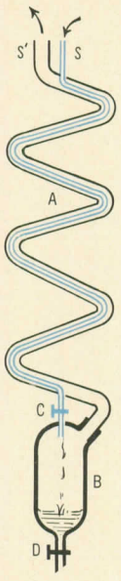
Sl. 67



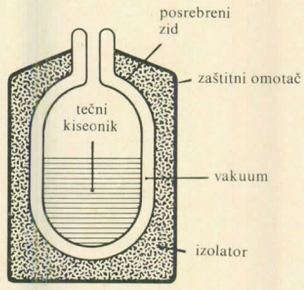
Sl. 70



Sl. 71



Sl. 72



Sl. 73

2. *Kritična temperatura vrlo niska.* Neophodno je kombinovati rashlađivanje i pritisak viši od normalnog. Rashlađivanje se dobija parcijalnim širenjem prethodno komprimiranog gasa. Koriste se dve vrste metoda. *Lindeov* (*Linde*) *metod* bazira se na *ireverzibilnom* (*nepovratnom*) *adijabatskom širenju* ili *Džul-Kelvinovo širenje*, nazvano još *bez spoljnog rada*. Gas se naglo širi pri prelazu iz kalibrisane spojne cevi u zatvoreni sud. Kada bi on bio idealan njegova temperatura bi ostala konstantna. Kod realnog gasa blizu obične temperature dolazi do rashlađenja $\delta t = K \cdot \delta p$ (koeficijent K zavisi od prirode gasa i od početne temperature); izuzetak su vodonik i helijum koji se zagrevaju, koji se međutim ponašaju kao i ostali gasovi ako širenje počinje od dosta niske temperature (potreba prethodnog rashlađivanja pomoću drugog fluida). Prethodno hlađenje je u svakom slučaju korisno, jer se koeficijent K povećava kada se početna temperatura snižava; katkad se koristi pomoćni fluid (amonijak), koji se lako pretvara u tečnost i čije ključanje pod sniženim pritiskom dozvoljava da se dostigne —50°C; sem toga aparati za kondenzovanje sadrže *toplotne razmenjivače*, snop koncentričnih cevi kroz koje u suprotnom smeru cirkuliše fluid koji rashlađuje i fluid koji treba rashladiti: dakle, širenje ne pretvara u tečnost čitav gas i deo koji nije pretvoren u tečnost služi za rashlađivanje komprimiranog gasa (sl. 72). Da bi pretvorio vazduh u tečnost Linde je izvodio širenje između 200 i 40 atm; za vreme pretakanja tečnosti, ova se širi od 40 do 1 atm, što jedan deo pretvara u paru, dajući gas na —190°C, koji se koristi u razmenjivaču.

On Kamerling napravio je instalaciju »u kaskadama«, gde se ciklički stavljaju u akciju gasovi po redu težine pretvaranja u tečnost (etilen, kiseonik, vodonik, helijum); svaki služi za rashlađivanje sledećeg gasa pre širenja; helijum ključa na —269°C; ključanjem pod vrlo niskim pritiskom postiže se manje od 0,1°K. Rashlađivanje pomoću tečnog helijuma, praćeno »magnetskim širenjem«, dozvoljava da se ide do 0,001°K.

Džul-Kelvinovo širenje koristi se na izlazima iz bušotina zemnog gasa, gde pritisak dostiže desetine i stotine atmosfera; to dozvoljava da se bez utroška energije odvoji metan ($t_{en} = -160$°C) od kondenzabilnijih gasova (benzin, propan, butan).

Klodov (*Claud*) *metod* koristi *reverzibilno adijabatsko širenje sa spoljnim radom*. Gas, već rashlađen u razmenjivačima, širi se u motoru odakle povraćanje dela rada, neophodnog za prethodnu kompresiju. Pokazuje se da ovde ne igra ulogu razlika pritisaka, nego njihov odnos; početni pritisak je niži nego kod Lindeovog postupka: za vazduh je dovoljno da se radi između 40 i 1 atm. Ovo pretvaranje vazduha u tečnost koristi se, udruženo sa frakcionom destilacijom, radi izdvajanja sastojaka: azota, kiseonika, argona, neona, kriptona.

Održavanje. Ako je kritična temperatura viša od obične temperature, tečnost se čuva u zatvorenom sudu. To nije moguće kada je kritična temperatura vrlo niska, zato što bi pritisak bio ogroman na običnoj temperaturi; tečnost se drži u bocama napravljenim na bazi d' Arsonval-Djuvarove boce (sl. 73) koja znatno smanjuje toplotnu razmenu sa okolinom (visoki vakuum u unutrašnjosti dvostrukog refleksionog zida); deo tečnosti se stalno pretvara u paru, bilo na slobodnom vazduhu, bilo pomoću ventila. Tečni azot, vodonik i helijum sve se više koriste u laboratorijama za dobijanje niskih temperatura (nuklearni eksperimenti, specijalni elektronski uređaji).

RASTVORI

POJAVA RASTVARANJA. Kada se neka tečnost dovede u dodir sa supstancijom po prirodi različitom, čvrstom, tečnom ili gasovitom, može nastupiti više slučajeva. Dva tela mogu ostati jedno pored drugog u čistim fazama, ili dati dve mešovite tečne faze, ili samo jednu mešovitu tečnu fazu. U dva poslednja slučaja imamo *rastvaranje*. Posmatraćemo slučaj gde nastaje samo jedna tečna faza ili *homogeni mešoviti sistem nazvan rastvor*. Ovaj pojam se može uopštiti i često se kaže da jedna mešovita faza čini rastvor: očvršćavanjem izvesnih metalnih legura formira se jedna čvrsta faza analogna rastvoru, zato što su ovde proporcije sastojaka sposobne za stalne promene i ne odgovaraju, dakle, hemijskoj vrsti u kojoj su proporcije nametnute stehiometrijskom formulom; istopljena smeša zlata i srebra daje pri očvršćavanju čvrsti rastvor. Usled toga mi ćemo reč rastvor uzimati u užem smislu: tečna smeša. Ako stavimo čvrsti šećer u tečnu vodu, izgleda da ove supstancije igraju različite uloge: voda je *rastvarač* a šećer je *rastvoreno* telo. U stvarnosti ova dva tela igraju simetrične uloge: kada se meša voda i sumporna kiselina, ne može se tačno odrediti šta je rastvarač; ako se pomeša led i čvrsti natrijumhlorid na temperaturi nešto ispod 0°C, dobija se rastvor, i mada je uobičajeno da se kaže da se led istopio i da je tečna voda rastvorila so, ništa ne opravdava ovu podelu. Mi ćemo, uostalom, videti da obrnuta pojava, kristalizacija pri rashlađivanju, može u početku dati čvrst talog jednog ili drugog sastojka u određenim srazmerama.

Rastvor karakterišu veličine, *koncentracija ili titr*. Uzmimo da su m i m' mase rastvarača i rastvorka, M i M' njihove molarne mase, n i n' broj mola, V zapremina rastvora. U fizici se naročito razmatraju *težinska koncentracija* $c = \frac{m'}{m}$, *težinski ili maseni titr* $\tau = \frac{m}{m+m'}$. Hemičari naročito koriste *specifičnu* (*zapreminsku*) *koncentraciju* $\gamma = \frac{m}{V}$, *molarnu koncentraciju* $C = \frac{n}{V}$ i *molarni titr* ili *molarni odnos* $\theta = \frac{n}{n+n'}$. U slučaju kada je rastvoreno telo gas, često se razmatra normalna zapremina ($t = 0$°C, $p = 1$ atm) rastvorenog gasa u 1 litru rastvarača ili rastvora. Neophodno je da se u praksi tačno naznači koja je definicija usvojena i da se po mogućnosti naznači jedinica ($g \cdot l^{-1}$, itd.); neke veličine su bez dimenzija (θ, τ) i ne zahtevaju jedinice.

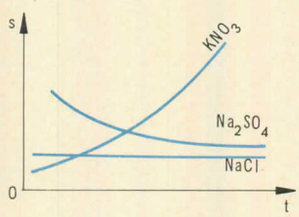
ZASIĆENI RASTVOR. RAVNOTEŽA ZASIĆENOSTI. Dodajmo polako šećer (obični) u vodu pod datim atmosferskim pritiskom i na konstantnoj temperaturi t. Rastvaranje je relativno spora pojava; ona se aktivira mešanjem da bi se doveli u dodir rastvarač i čvrsto telo koje se rastvara. Masa vode m' je stalna a masa rastvorka m najpre raste i dodatak δm rastvorka čitav se rastvara: *rastvor je nezasićen* (analogija rastvaranja sa isparavanjem u gasu, koje dovodi do pravog gasnog rastvora). Završava se sa stanjem zasićenosti, *zasićenim rastvorom*, kada čitav dodatak čvrstog rastvorka ostaje kao suvišak. Nastupa ravnoteža između zasićenog rastvorka i suviška rastvorka; Gipsovo (Gibbs) pravilo koje daje varijansu $v = c + 2 - \varphi$ može se primeniti. Pošto je pojava čisto fizička, broj nezavisnih sastojaka je $c = 2$. Nezasićeni rastvor čini jednu fazu $\varphi = 1$ a $v = 3$; mogu se slobodno izabrati tri parametra (pritisak, temperatura, koncentracija). Kod zasićenog rastvora u ravnoteži sa rastvorkom postoje dve faze $\varphi = 2$ i $v = 2$; kada su izabrani pritisak i temperatura, koncentracija je predodređena i dobija vrednost s koja definiše *rastvorljivost* u datim uslovima; to se predstavlja pomoću površine $s = F(p, t)$, ali kako se obično radi pod stalnim pritiskom $p \simeq 1$ atm, crta se *kriva rastvorljivosti* $s = f(t)$ za taj pritisak (sl. 74 i 75). Najčešće s raste sa t; svako zna da se više šećera rastvara u toploj vodi nego u hladnoj; isti slučaj je i sa kalijumnitratom. Kod natrijumhlorida porast je neznatan i rastvorljivost je kvazinezavisna od t. U najređim slučajevima (natrijumsulfat) s se smanjuje kada se t povećava.

Razmotrimo opšti slučaj i nacrtajmo dijagram t, c; neka tačka N ($c = s$) krive rastvorljivosti predstavlja stanje ravnoteže (sl. 75). Tačka M ($c < s$) predstavlja nezasićeni rastvor. Tačka M' odgovara metastabilnom stanju, *prezasićen rastvor* ($c > s$); u takvo stanje ne može se doći suvišnim dodavanjem rastvorenog tela, međutim ono se dobija menjanjem temperature u istim uslovima kao i kod prehlađivanja (u opštem slučaju tamo gde se kriva penje rashlađuje se polako); prestanak se izaziva pomoću kristalne klice rastvorka koja se katkada može stvoriti spontano; prestanak prezasićenosti praćen je termičkom pojavom, u opštem slučaju oslobađanjem toplote koja se koristi u »hemijskim« komercijalnim grejalicama.

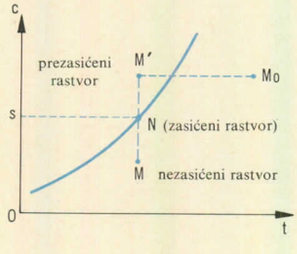
Samo rastvaranje praćeno je termičkom pojavom, apsorpcijom toplote u opštem slučaju; kada se rastvara neka so (nitrat, tiosulfat ili hiposulfit) u vodi, temperatura opada i da bismo je održali treba grejati. Definiše se *toplota rastvaranja* Λ; da bi se rastvorila masa dm tela u rastvoru koncentracije $c < s$, treba dodati toplotu $dQ = \Lambda \cdot dm$; Λ zavisi od c i znak njegove granične vrednosti u blizini zasićenosti nameće pravac nagiba krive rastvorljivosti.

SMRZAVANJE RASTVORA. TAČKA EUTEKSIJE. Videli smo da u opštem slučaju kada je rastvaranje endotermičko smanjenje temperature smanjuje rastvorljivost i teži da stvori čvrsti talog. Kod dosta koncentrisanih rastvora rastvorak je ono što se pokazuje u kristalnom stanju, ako se izbegne prezasićenost. Kod razređenog rastvora prvi kristali se formiraju od rastvarača, led kod vodenog rastvora; može doći do pojave metastabilnosti, *pothlađenosti*, analogno prezasićenosti. U svim slučajevima metastabilnost se izbegava unošenjem malih kristala tela koje treba da se taloži, ili neke izomorfne supstancije.

Često se dešava da očvršćavanje (nazvano često smrzavanje kada do njega dolazi ispod obične tem-



Sl. 74



Sl. 75

perature) daje kristale *solvata*, prave određene hemijske rodove koji proizlaze iz sjedinjavanja dva sastojka prema dosta prostim stehiometrijskim proporcijama; za vodene rastvore to su *hidrati*. Rastvor natrijumkarbonata Na_2CO_3 može dati hidrate Na_2CO_3, $10\,H_2O$, Na_2CO_3, $7\,H_2O$, Na_2CO_3, H_2O (sl. 76). Izvesni solvati nisu stabilni pod atmosferskim pritiskom i formiraju se samo pod znatnim pritiskom; disocijacija hidrata ili solvata jeste reverzibilna pojava koja stvara ravnotežu varijanse 1 (dve različite čvrste faze i jedna faza čiste pare; uporedi: *Hemija*, str. 651).

Razmotrimo najpre najprostiji slučaj, slučaj kada se ne obrazuje solvat, ali kada prvi nataloženi kristali odgovaraju jednom od tela, rastvorenom telu A ili rastvaraču B. Ako je početni rastvor dosta koncentrisan, kristali A se pojavljuju na početku na temperaturi t_1; sistem je predstavljen tačkom M_1 krive rastvorljivosti (sl. 77). Nastavimo da oduzimamo toplotu mešavini; masa kristala se povećava, što smanjuje koncentraciju ostatka rastvora, i tačka označena sa M opisuje krivu rastvorljivosti u smeru strelice: vrednosti opadaju za temperaturu t i titr τ (podesnije je da se razmatra težinski titr, nego koncentracija c, usled simetrične uloge koju igraju dva sastojka A i B). Dolazi se u konačno stanje koje predstavlja tačka E, nazvana *tačka euteksije*; tada se taloži *eutektička smeša* sastavljena od *odvojenih kristala* sastojaka A i B. Postoji fizička ravnoteža između mešovite tečne faze i dve čvrste faze koje odgovaraju svakom od kristalnih sastojaka; Gipsovo pravilo daje varijansu $v=1$. Pod stalnim pritiskom (praktično, ogledi pod atmosferskim pritiskom) proizvoljno odabranim, tačka euteksije E ima koordinate, temperaturu t_E i titr τ_E, predodređene prirodom sastojaka. Ako se nastavi sa oduzimanjem toplote, eutektičko taloženje se produžava na konstantnoj temperaturi t_E, dok se prethodno smrzavanje odvijalo na promenljivoj temperaturi; štaviše srednji sastav eutektike odgovara titru rastvora sa kojim je ona u ravnoteži. Moglo bi se pomisliti da u tački euteksije postoji analogija sa kristalizacijom čistog tela, ali dve činjenice pokazuju da je *eutektika smeša ili mešavina, a ne određeni rod*: kristali sastojaka A i B su jasno odvojeni (to je vidljivo kroz mikroskop, kada A i B imaju različite boje ili kada stvaraju kristale koji pripadaju neidentičnim kristalnim sistemima) zatim titr τ_E ne predstavlja prost stehiometrijski sastav i on se menja neprekidno sa pritiskom dok je pojam hemijskog jedinjenja vezan za diskontinuitet proporcija.

Ponovimo ogled polazeći od jako razređenog rastvora; prve kristale obrazuje rastvarač B i oni se pojavljuju na temperaturi t_1' koja odgovara M_1' prethodnog grafikona. Oduzimajmo još toplotu; masa kristala B se povećava i tačka, označena sa M_1' opisuje krivu koja predstavlja ravnoteže zasićenosti rastvora u odnosu na čvrsto telo B. Konačno tačka M′ dolazi u istu tačku E, kao i u prvom ogledu; taloži se eutektička smeša na konstantnoj temperaturi t_E i srednji sastav odgovara titru τ_E, ordinati tačke E na grafikonu i titru tečnosti u dodiru sa dve odvojene čvrste faze.

Za vreme smrzavanja nekog rastvora mora se uočiti, ako se izbegnu metastabilna stanja, *početna temperatura smrzavanja* t_1 ili t_1' i *konačna temperatura smrzavanja* koja predstavlja temperaturu euteksije t_E. Binarni sistem (A, B) ne može postojati kao stabilan ispod t_E, sem kao čvrst; ispod t_E dobija se smeša kristala A+eutektika ili B+eutektika, u zavisnosti od toga da li je titr početnog rastvora bio viši ili niži od τ_E. Dijagram na slici 77 upotpunjava se često duži $t=t_E$, koja predstavlja krivu konačnog smrzavanja. Donja tablica daje podatke za vodene rastvore nekih soli.

so	t_E°C	τ_E
K_2SO_4	— 1,9	0,09
KNO_3	— 2,9	0,115
KCl	— 11,1	0,20
NH_4NO_3	— 17,4	0,50
NaCl	— 22,4	0,23

Kada se solvati mogu obrazovati, kriva početnog smrzavanja predstavlja talog svakog od njih; ova kriva ima maksimum na temperaturi t_1 koji odgovara tački I, ili *indiferentnoj tački* I, koja predstavlja *temperaturu topljenja solvata*, pravog novog hemijskog roda koji proizlazi iz spajanja A i B; na toj temperaturi postoji ravnoteža između kristala solvata i rastvora, koji ima isti sastav kao i oni. Nanoseći na ordinatu titr u odnosu na A, dobija se potpun dijagram koji odgovara smrzavanju rastvora A+B. Susedne krive se dodiruju u ugaonim tačkama koje predstavljaju tačke euteksije. To je slučaj kod vodenog rastvora azotne kiseline, čije početno smrzavanje daje kristale leda, kiseline ili jednog od dva hidrata HNO_3, $3\,H_2O$ i HNO_3, H_2O (sl. 78); tablica daje karakteristike značajnih tačaka.

	I_1	I_2	E_1	E_2	E_3
t°C	−18,5	−,38	−43	−42	− 64,5
τ	0,538	0,77	0,328	0,705	0,905

U izvesnim slučajevima dodir dve krive je takav, da indiferentna tačka jedne od njih ne postoji (sl. 79); ugaona tačka, koja nema više svojstva tačke euteksije, predstavlja *tačku prelaza* T.

Istopljene *metalne legure* predstavljaju homogene mešane tečnosti, dakle, prave rastvore koji imaju slična svojstva, ali na visokim temperaturama. Legure olovo-bizmut daju prost dijagram, kao na slici 77; eutektika titra 0,56 u odnosu na bizmut očvršćava na 123°C, dok su temperature topljenja 271°C (bizmut) i 327°C (olovo). Uopšte uzev, dijagrami legura su daleko kompleksniji od dijagrama klasičnih rastvora; njihovo određivanje pruža zanimljive podatke o strukturi čvrstih legura, čija mehanička svojstva zavise od prirode i raspodele kristala.

Problem se može posmatrati i u obrnutom smeru i tražiti šta se događa kada se smeša dva čvrsta kristalna tela A i B zagreva polako do topljenja. Obično se jedno od njih topi i igra ulogu rastvarača u odnosu na drugo; ako polako radimo i ako imamo suvišak jednog tela u čvrstom stanju, temperatura sistema je tada temperatura početnog smrzavanja koja odgovara titru obrazovanog rastvora; uzimajući led i neku so, temperatura je dakle niža od 0°C. To objašnjava upotrebu morske soli NaCl da bi se izazvalo bar delimično topljenje snega u gradovima; ova pojava, koja uzima toplotu iz okolne sredine, nije moguća ako je spoljna temperatura viša od temperature tačke euteksije, — 22°C; metod koji se može koristiti u Parizu, ne može se koristiti u Sibiru ili u polarnim krajevima.

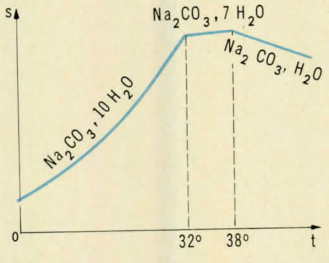
Isto tako možemo objasniti dejstvo *rashladnih smeša* koje su korišćene u laboratorijama ili hladnjacima, koji su izgubili značaj otkada se upotrebljavaju moderni rashladni uređaji. Videli smo da smeša leda i soli uzima toplotu od susednih tela i da je njena temperatura ispod 0°C. Rashlađivanje je maksimalno ako su dva čvrsta tela tako kombinovana, da njihov srednji sastav odgovara eutektičnoj smeši: dok postoje čvrsta tela u dodiru sa obrazovanim rastvorom, održava se temperatura tačke euteksije, ili —22°C za led i natrijumhlorid.

Ovi pojmovi mogu se proširiti na rastvore koji nisu binarni, to jest koji sadrže više od dva sastojka, kao i na topljenje legura. Postavljajući se u blizinu uslova euteksije, stvaraju se legure koje se tope na temperaturi mnogo nižoj od one na kojoj se tope sastojci; tako se od olova ($t_f=327$°C), kadmijuma (321°C), bizmuta (271°C), kalaja (232°C), uzetih u označenim titrovima, dobijaju legure koje se tope u pari ključale vode.

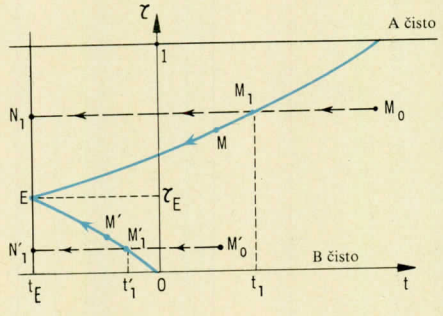
NAZIV	Bi	Pb	Sn	Cd	t_f°C
Darset	0,50	0,25	0,25	0	94
Roz	0,50	0,25	0,125	0,125	80
Lipovica	0,50	0,27	0,13	0,10	70

Legure galijuma, kalaja i indijuma tope se na oko 16°C.

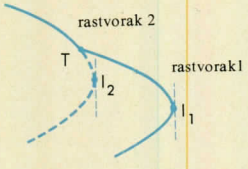
KRIOMETRIJA. Prema napred rečenom temperatura t' početnog smrzavanja nekog veoma razređenog rastvora niža je od temperature t smrzavanja čistog rastvarača; razlika $\delta t=t-t'$ predstavlja sniženje temperature smrzavanja, a data je *Raulovim* (*Raoult*) *zakonom* koji se odnosi na *kriometriju*:



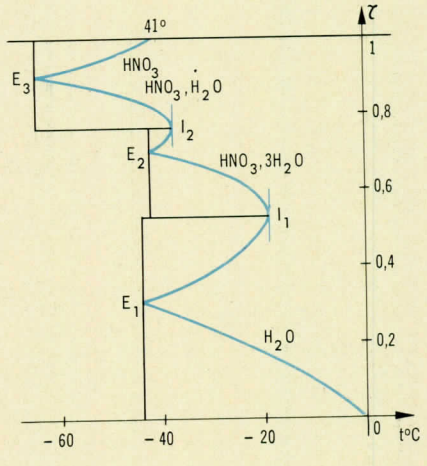
Sl. 76



Sl. 77



Sl. 79



Sl. 78

Kod veoma razređenog i neelektrolitičkog rastvora, čiji rastvorak nije ispravljiv u eksperimentalnim uslovima, sniženje temperature smrzavanja proporcionalno je težinskom titru a obrnuto proporcionalno molarnoj masi rastvorenog tela; koeficijent proporcionalnosti zavisi samo od prirode rastvarača: to je kriometrijska konstanta.

$$\delta t = K \cdot \frac{\tau}{M} \simeq K \cdot \frac{c}{M}.$$

Tablica daje eksperimentalne vrednosti K za neke rastvarače, korišćene u blizini obične temperature.

RASTVARAČ	K
Voda	1 850
Sirćetna kiselina . . .	3 900
Benzin	4 900
Nitrobenzol	7 000
Fenol	7 400
Etandibromid	11 800

Teorijski se pokazuje da K mora biti jednako $\frac{R.T^2}{F}$ ili $\frac{R.T^2}{J.F}$ u zavisnosti od toga da li je latentna toplota topljenja rastvarača F izražena u energetskim ili termičkim jedinicama; R je molarna konstanta idealnog gasa a T Kelvinova apsolutna temperatura smrzavanja čistog rastvarača. Rezultati ovog obrasca samo su približni, jer njegovo dokazivanje pretpostavlja uprošćavajuće hipoteze koje nisu strogo tačne u stvarnosti.

Raulov zakon je granični zakon, čiji se stepen aproksimacije može upoređivati sa stepenom aproksimacije zakona idealnih gasova; on bi postao strogo tačan za beskonačnu razređenost ili za titr nula. Koristi se ekstrapolacija kao kod gasova; crta se grafikon, gde se titr τ nanosi kao apscise a odnos $r = \frac{M.\delta t}{\tau}$ kao ordinate (sl. 80); produžavajući krivu za $\tau = 0$, dobija se granična vrednost r, nezavisna od prirode rastvorka $r_0 = K$.

Primenjen na razređene tečnosti Raulov zakon dozvoljava hemičarima da odrede približnu vrednost molarne mase rastvorljivog tela, prostog ili jedinjenja. Ranije su traženi t i t' pomoću dve odvojene operacije smrzavanja, izbegavajući prehlađivanje ili pothlađivanje putem dodavanja malih kristala rastvarača. Sada se postiže veća preciznost, postavljajući se u uslove u kojima se sistem ne menja, dakle u stanje ravnoteže. Aparat *diferencijalni kriometar* daje direktno razliku δt (sl. 81). Dva d'Arsonval-Devarova suda R_1 i R_2, sadrže jedan čisti rastvarač, a drugi razređeni rastvor u ravnoteži sa kristalima rastvarača C; mešalice A_1 i A_2 izjednačavaju temperaturu koja se fiksira na t i t'; termoelement T ima zavarene spojeve S_1 i S_2 u R_1 i R_2; on daje približno δt reda od 0,1 stepena do 0,001 stepena. Drugi uređaji koriste kao rastvarače tečne gasove ili lako topljive metale i upotrebljavaju se na niskim ili visokim temperaturama.

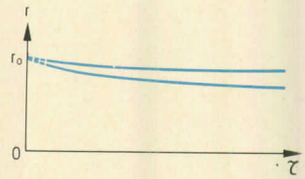
Raulov zakon izgleda da je pogrešan za elektrolitičke rastvore, kao što su jonski vodeni rastvori. Ogled daje vrednost za $\delta\theta$ veću od vrednosti δt izračunatu polazeći od teorijske molarne mase. U slučaju proste jonizacije tipa $MN \rightleftarrows M^+ + N^-$, imamo odnos

$$\delta\theta = (1+\alpha).\delta t,$$

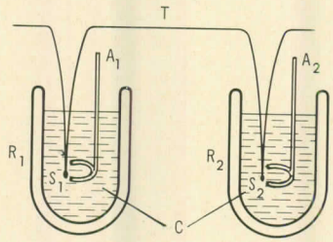
što dozvoljava da se meri stepen jonizacije ili jonizovani deo α jonskog jedinjenja.

OSMOTSKI PRITISAK. Prvi ogled izveo je Ditroše (Dutrochet) 1826. Ako neka tanka membrana M razdvaja dve tečnosti, obično imamo tad *osmozu* ili difuziju kroz M jedne tečnosti ili obe. Kasnije su korišćene prirodne membrane, kao što je to radio i Ditroše, ili veštačke pregrade napravljene pomoću hemijskig taloga ili sintetičke plastike. Posebno, jedna tečnost može biti čista voda a druga vodeni rastvor; najčešće difunduje samo voda, naročito ako rastvorak ima dosta teške molekule. Obično voda difunduje prema rastvoru (endosmoza), a katkad polazeći od rastvora (egzosmoza); ove pojave su važne u biologiji, jer se one pojavljuju pri razmeni kroz zidove ćelija.

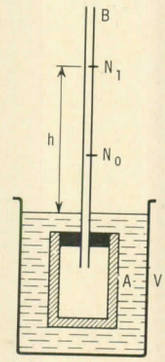
Među veštačkim pregradama najkorisnije su selektivne koje propuštaju samo molekule određene prirode, na primer molekule vode, a ne i molekule rastvorka, sadržanog u vodenom rastvoru. Takav zid, nazvan *polupropustljiv*, može se napraviti na sledeći način [Feferova (Pfeffer) membrana]: porozni sud (sirov, negleđosan porculan) A napunjen je rastvorom sulfata bakra $CuSO_4$; on se potopi u sud u kojem se nalazi rastvor kalijumferocijanida $K_4Fe(CN)_6$; dva rastvora difunduju i dolaze u dodir sa porculanom; usled reakcije stvara se talog koji zatvara pore porculana, ali ostaje propustljiv za vodu. Pomoću ovog suda pravi se *osmometar* (sl. 82); u njega se stavlja vodeni rastvor (šećer, urea...) i zatvara se pomoću hermetičkog zapušača kroz koji prolazi manometarska cev B. Sud A potapa se u sud B koji sadrži čistu vodu. U početku je nivo tečnosti u B na N_0; usled osmoze voda prolazi



Sl. 80



Sl. 81



Sl. 82

iz V u A, što podiže nivo u B do N_1, koji odgovara hidrostatičkoj ravnoteži, karakterisanoj visinskom razlikom h između tečnosti u B i V; sve se dešava kao da je razlika pritiska $\delta p = h.\rho.g$ (gde je ρ gustina rastvora sadržanog u AB) u ravnoteži sa pritiskom ϖ koji teži da vrši osmozu čiste vode iz V prema A. Ovaj pritisak $\varpi = \delta p$ predstavlja *osmotski pritisak* rastvora. Ditrošeov osmometar bio je modifikovan tako, da manometarski uređaj ne proizvodi promenu zapremine. dakle, titra rastvora.

Osmotski pritisak zadovoljava *Vanthofov* (*Van't Hoff*) *zakon*, koji predstavlja još jedan *granični zakon*, približan za realne rastvore, strogo tačan za *savršene* ili *idealne rastvore*, beskonačno razređene.

1. *Osmotski pritisak je proporcionalan specifičnoj koncentraciji γ, količniku mase rastvorka i zapremine rastvora.*

2. *On je proporcionalan apsolutnoj temperaturi* T°K.

3. *On je jednak pritisku koji bi imao rastvorak ako bi bio pretvoren u paru i izjednačen sa idealnim gasom u konačnim uslovima temperature i zapremine rastvora.*

Posmatrajmo zapreminu V rastvora koji sadrži jedan mol ili gram-molekul rastvorka. Vanthofov zakon daje $\varpi . V = R.T$. Specifična koncentracija $\gamma = \frac{M}{V}$, odakle $\varpi . M = \gamma . R.T$; merenje ϖ i γ može u principu dozvoliti da se odredi molarna masa nekog rastvorenog tela.

Osmotski pritisak može se izjednačiti sa parcijalnim pritiskom razređenog gasa u nekom inertnom gasu koji igra ulogu rastvarača; on se objašnjava kinetičkom teorijom i zavisi od kretanja molekula. Kada rastvor sadrži više rastvoraka, ukupni osmotski pritisak jednak je zbiru osmotskih pritisaka koji odgovaraju različitim rastvorcima, što predstavlja analogan rezultat Daltonovom zakonu za gasove.

Uzmimo dva vodena rastvora; njihovi osmotski pritisci su $\varpi = \frac{\gamma}{M}.R.T$ i $\varpi' = \frac{\gamma'}{M'}.R.T$; ako ima više rastvoraka piše se $\varpi = \left(\Sigma \frac{\gamma}{M}\right).R.T.$

Kada je $\varpi = \varpi'$ rastvori se nazivaju *izotonični*; ako su odvojeni polupropustljivom membranom, tada nema prolaženja vode. Jedan je *hipertoničan* ili *hipotoničan* u odnosu na drugi, u zavisnosti od toga da li je osmotski pritisak viši ili niži; kada su ovi odvojeni polupropustljivom membranom, voda difunduje u smeru rastućeg osmotskog pritiska. Održavanje bioloških ćelija zahteva da se one nalaze u izotoničnoj tečnosti; ako su potopljene u hipotoničnu tečnost (čista voda), one nabubre do prskanja; u hipertoničnoj tečnosti one se dehidriraju i sparuše se.

RASTVORLJIVOST TEČNOSTI. Razmotrimo slučaj kada su dva čista tela tečna na temperaturi, na kojoj je napravljena smeša. Moguća su tri osnovna slučaja:

1. Potpuna nerastvorljivost. Tečnosti, nakon mešanja i stajanja, odvajaju se obrazujući dva odvojena sloja, pri čemu gušći čini donji deo; to je slučaj kod vode i kod biljnih mineralnih ulja, kod vode i žive. To se događa kada pojave površinskog napona čine da se tečnosti ne kvase i kada površina koja ih razdvaja predstavlja pravu nepropustljivu pregradu. U stvarnosti retko se događa da je nemešanje potpuno. Ako se kerozin drži dugo u dodiru sa vodom, ova dobija laki miris kerozina a osetljivi hemijski reagensi pokazuju da sloj kerozina sadrži tragove vode.

2. Potpuno mešanje. Sastavljene i izmešane, dve supstancije daju jedinstvenu tečnu fazu koja predstavlja rastvor, bez obzira na to kakve su relativne mase dva tela. To se događa sa vodom i mnogobrojnim mineralnim i organskim tečnostima (kiseline: sumporna, azotna i sirćetna; alkohol itd.), ili sa organskim tečnostima (alkohol-etar itd.). Prelaz iz dve početne faze na jedinstvenu fazu praćen je često termičkom pojavom i promenom zapremine (treba vršiti merenja posle povratka na početnu temperaturu). Tako se mešanje vode i etanola ili običnog alkohola odvija uz oslobađanje toplote i kontrakciju; efekti su suprotnog smera kada se meša alkohol i sumporugljenik. Hemičari često koriste ovakve rastvore, posebno pri proučavanju kinetike reakcija, jer su koncentracije manje i poznatije.

3. Parcijalno mešanje. Dve supstancije, dovedene u dodir i izmešane, daju *dve mešovite faze* koje imaju različite gustine i koje se odvajaju, obrazujući dva odvojena sloja. U jednoj fazi, jedno od čistih tela, A ili B, neznatno preovlađuje, što će reći da je jedan sloj rastvor B u A, a drugi rastvor A u B; u stvarnosti dva tela imaju simetrične uloge, kako smo to uočili kod tačke euteksije. Ogled se izvodi sa vodom i etrom ili vodom i fenolom; u poslednjem slučaju titr fenola iznosi 0,06 za gornji sloj a 0,75 za donji sloj. Do identične pojave dolazi kod hlora i vode, ali na niskoj temperaturi i pod pritiskom od

više atmosfera; dobijamo dva sloja, jedan rastvor vode u tečnom hloru a drugi rastvor hlora u vodi.

Uopšte uzev moguće je preći sa parcijalnog mešanja na potpuno mešanje, podizanjem temperature a ponekad i pritiska, da bi se sprečilo ključanje. I obrnuto, snižavajući temperaturu jedinstvenog rastvora može se uočiti *demiksacija* ili odvajanje u dve tečne mešovite faze.

KLJUČANJE SMEŠE DVE TEČNOSTI. Uglavnom ćemo izučavati slučaj kada imamo potpuno mešanje između dve tečnosti A i B; sastav tečnosti ili njene pare biće karakterisan težinskim titrom u odnosu na sastojak A. Ako su A i B isparljivi na temperaturu t, isto važi i za mešavinu napravljenu od A i B; njihova para je takođe mešavina, ali njen titr se obično razlikuje od titra rastvora i može se definisati maksimalni pritisak pare rastvora na t°C. Obično on nije prosto povezan sa maksimalnim pritiscima čistih sastojaka; prema jednom graničnom zakonu, parcijalni pritisak pare svakog sastojka bio bi proporcionalan njegovom težinskom titru. I obrnuto, ako neka mešovita para dođe u dodir sa rashlađenim zidom, ona na njemu kondenzuje mešovitu tečnost različitog sastava.

Deo zakona koji se odnosi na ključanje čiste tečnosti može se primeniti: *mešana tečnost počinje da ključa* na temperaturi za koju je njen maksimalni pritisak pare jednak pritisku okolne atmosfere. Ali kako tečnost nema isti sastav kao i mešovita para koju ona isparava, njen sopstveni titr se menja i temperatura ključanja se menja tokom ključanja. Slično susrećemo kod smrzavanja rastvora: do promene stanja dolazi na promenljivoj temperaturi pod stalnim pritiskom, suprotno onome što se dešava kod čiste tečnosti. Konstantnost temperature promene stanja daje test čistoće tečnosti, uz napomenu da titr nema veliku vrednost (euteksija, azeotropija).

Ključanje smeše dve tečnosti dovodi do režima koji predstavlja pravu dvofaznu ravnotežu (jedna faza ključajuće tečnosti i jedna faza emitovane pare) sa dva nezavisna sastojka; varijansa je $v=2$; kada su proizvoljno odabrani pritisak i temperatura, koncentracije mešovitih fluidnih faza su predodređene. Izazovimo ključanje pod stalnim pritiskom. Nacrtajmo dijagram nanoseći kao apscise titr τ u odnosu na sastojak B i kao ordinate temperaturu (sl. 83). Ose $\tau=0$ i $\tau=1$ odgovaraju respektivno čistom A odnosno čistom B. Na početku ključanja tečnosti titra τ, temperatura je t a emitovana para ima titar τ'; tečnost i para su predstavljene respektivno tačkama M i N dijagrama. Razlika titrova čini da tečnost siromaši u jednom od sastojaka, odakle promena t i τ; tačke M i N opisuju krive L i V; L je *kriva ključanja* mešovite tečnosti, a V je *kriva rose*, jer hlađenje mešovite pare titra τ' pod uočenim pritiskom daje kondenzaciju koja počinje na temperaturi t. Krive imaju dve zajedničke tačke, A i B koje odgovaraju svakom od sastojaka uzetom u početku u čistom stanju. Ogled pokazuje da u vezi sa krivama imamo tri osnovna slučaja.

U najprostijem slučaju (sl. 83) krive L i V obrazuju samo jedno vreteno. Ključajuća tečnost siromaši u isparljivijem sastojku A. Tačka M se pomera u smeru rastućih temperatura i rastućih titrova u odnosu na B. Produženo ključanje daće na kraju od velike količine tečnosti ostatak tečnosti manje isparljivog sastojka B. Kondenzujući prve pare i redestilišući ih više puta, dobiće se na kraju čisti sastojak A; ovaj niz operacija praktično se izvodi pomoću destilacionog stuba. Ovo se primenjuje kod tečnog vazduha, za koji se pretpostavlja da je sveden na mešavinu azot-kiseonik. Pod jednom atmosferom čisti azot ključa na —196°C a kiseonik na —183°C. Tečni vazduh, titra 0,21, počinje da ključa približno na —192°C, dajući pare titra 0,48 u kiseoniku. Frakciona destilacija ne omogućava, doduše, odvajanje čistih sastojaka, ali bar daje azot ili industrijski kiseonik čistote 0,97 do 0,99.

Dve krive L i V imaju često i treću zajedničku tačku Z, ili *tačku azeotropije*; one tada obrazuju dva vretena i dodiruju se tangencijalno u Z, koje odgovara maksimumu (sl. 84) ili minimumu (sl. 85) temperature ključanja. Tačka Z ima koordinate t_Z i τ_Z; tečnost titra τ_Z zove se *azeotropska smeša* ili *azeotropa*. Pod stalnim pritiskom ova tečnost ključa na konstantnoj temperaturi t_Z, dajući mešovitu paru istog sastava kao što je ona; na prvi pogled ona se ponaša kao čisto telo, ali kao kod eutektike, titr τ_Z menja se neprekidno sa pritiskom, što pokazuje da se radi o smeši; sledeća tablica odnosi se na azeotropu vodenog rastvora hlorovodonika (voda i hlorovodonik HCl), pri čemu je titr τ ujedno i titr drugog tela.

p mmHg	t_Z °C	τ_Z
50	48,7	0,234
250	85,2	0,219
500	97,6	0,210
760	108,6	0,202
1 000	116,2	0,197

Najčešće azeotropa odgovara maksimumu temperature ključanja; to je slučaj kod vodenih rastvora većine mineralnih i organskih kiselina. Azeotropa na minimumu temperature pojavljuje se kod vodenih rastvora velikog broja monoalkohola, sa izuzetkom metil alkohola: pod normalnim pritiskom etanol ili etil alkohol ključa na 78,3°C, azeotropa ključa na 78,15°C i njen titr je 0,956.

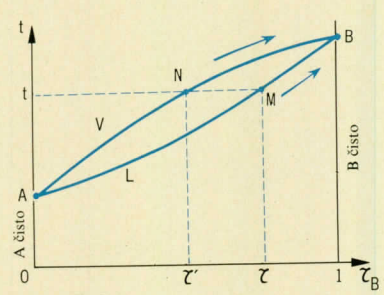
Azeotropa na maksimumu odgovara tački stabilne destilacije i tački nestabilne kondenzacije; kod azeotrope na minimumu to je obrnuto. Produženo ključanje ili ponovljena frakciona destilacija dovode bilo do jednog od dva čista tela A ili B, bilo do azeotropske smeše (granični ostatak ili granični destilat).

Ucrtane tačke ostaju na istom vretenu dijagrama; fizičke pojave ključanja i kondenzacije ne dozvoljavaju da se preskoči tačka Z. Tako, polazeći od fermentacionih tečnosti (titr u etanolu 0,07 do 0,15), destilacioni kotlovi sa stubovima na platoe daju u najboljem slučaju alkohol titra 0,95; da bi se dobio apsolutni alkohol ($\tau \simeq 1$) vrše se složenije destilacije, zasnovane na trojnim smešama, treće telo (benzin) igra ulogu »odvođača vodene pare«.

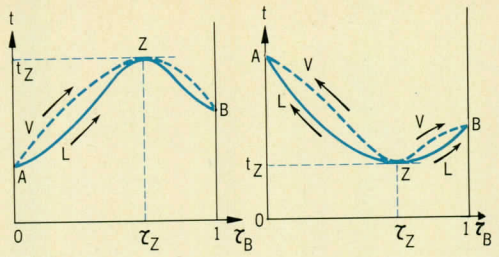
EBULIOMETRIJA. TONOMETRIJA. Pored već izučavanog Raulovog zakona (str. 525) postoje dva druga Raulova zakona koji se odnose na pretvaranje u paru i ključanje razređenih rastvora, uzimajući slučaj kada je jedan sastojak praktično neisparljiv u uslovima ogleda, pa može biti razmatran kao rastvorak; drugi sastojak koji se nalazi sam u pari jeste rastvarač.

Vidimo da pod stalnim pritiskom ključanje rastvora počinje na temperaturi t' višoj od temperature ključanja t čistog rastvarača; razlika $\delta t = t' - t$ jeste povišenje temperature ključanja. Na konstantnoj temperaturi maksimalni pritisak pare rastvora f' je niži od pritiska rastvarača f; odnos $\frac{f-f'}{f}$ jeste relativno sniženje pritiska pare.

Ebuliometrija. *Kod veoma razređenog i neelektrolitičkog rastvora, čiji rastvorak nije isparljiv, povišenje temperature ključanja proporcionalno je težinskom titru a obrnuto proporcionalno molarnoj masi rastvorenog tela; koeficijent proporcionalnosti*



Sl. 83



Sl. 84

Sl. 85

zavisi samo od prirode rastvarača: to je njegova ebuliometrijska konstanta.

$$\delta t = K' \cdot \frac{\tau}{M} \simeq K' \cdot \frac{c}{M}.$$

Tablica daje vrednosti K′ za rastvarače koji se koriste kod određivanja molarnih masa rastvorljivih i neisparljivih tela.

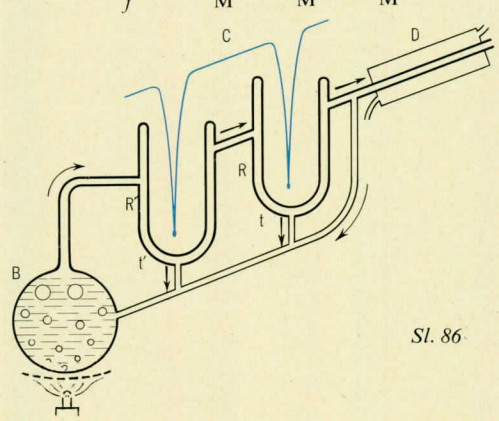
RASTVARAČ	K′	RASTVARAČ	K′
Etar	2 110	Alkohol	1 150
Benzin	2 670	Aceton	1 670
Hloroform	3 660	Voda	520
Sumporugljenik	2 370	Anilin	3 220
Sirćetna kiselina	2 530	Fenol	3 040

Teorijski K′ bi trebalo da bude jednako $\frac{R \cdot T^2}{E}$ ili $\frac{R \cdot T^2}{J \cdot E}$, u zavisnosti od toga da li je latentna toplota isparavanja rastvarača E (na Kelvinovoj apsolutnoj temperaturi T°K pod stalnim pritiskom) izražena u energetskim ili termičkim jedinicama. I ovde je slaganje sa eksperimentalnim rezultatima samo približno.

Merenja δt vrše se sada pomoću diferencijalnog ebuliometra (sl. 86). Razređeni rastvor ključa u potpuno napunjenom balonu B; mehurići pare odvode tečne kapi koje kvase unutrašnjost dvostrukih zidova suda R′; para se delimično kondenzuje između dvostrukih zidova sličnog suda R. Ostatak pare kondenzuje se u protočnom hladnjaku D a kondenzati se vraćaju u balon B. Uspostavlja se režim u kojem je titr τ rastvora malo različit od početnog titra τ_0. U R postoji ravnoteža između pare rastvarača i tečnog rastvarača, a u R′ ravnoteža između pare rastvarača i rastvora; ova dva suda imaju temperaturu t i t', čiju razliku daje termoelement C.

Tonometrija. *Kod jako razređenog i neelektrolitičnog rastvora čije rastvoreno telo nije isparljivo, relativno sniženje pritiska pare je proporcionalno titru a obrnuto proporcionalno molarnoj masi rastvorka. Novi koeficijent proporcionalnosti teorijski je jednak molarnoj masi rastvarača.*

$$\frac{f-f'}{f} = K'' \cdot \frac{\tau}{M} \simeq K'' \cdot \frac{c}{M} \simeq M_0 \cdot \frac{\tau}{M}.$$



Sl. 86

Ovaj zakon se ne primenjuje za merenje M, budući da je manje precizan od zakona kriometrije i ebuliometrije. Tri Raulova zakona su približna i vrede u graničnim slučajevima za beskonačno razređene rastvore; u slučaju elektrolita oni dozvoljavaju da se nađe stepen jonizacije jedinjenja.

RASTVORLJIVOST GASOVA U TEČNOSTIMA. Kada se neki gas, stalne temperature i pritiska, dovede u dodir sa nekom tečnošću različite prirode, ova apsorbuje deo gasa, dajući rastvor, mešovitu fazu, u ravnoteži sa gasom u stanju zasićenosti. Rastvorljivost se može karakterisati težinskim titrom ako je gas veoma rastvorljiv (SO_2, HCl, NH_3, itd.). Kod slabo rastvorljivih gasova, podesno je merenje rastvorljivosti pomoću gasne zapremine, dovedene na normalne uslove, rastvorene u litru rastvora i izražene u litrima na litar ($1 \cdot 1^{-1}$) ili u kubnim centimetrima ili mililitrima na litar ($ml.l^{-1}$). Evo nekoliko rastvorljivosti u litrima na litar na 0°C i pod 1 atm: helijum, 0,010; vodonik, 0,021; kiseonik, 0,040; azot, 0,025; hlor, 3,1; ugljenmonoksid CO, 0,035; ugljendioksid CO_2, 1,7; sumpordioksid SO_2, 80; hlorovodonik, HCl, 500; bromovodonik HBr, 600; amonijak NH_3, 1150. U poslednjim slučajevima rastvorljivost je abnormalno velika, zato što nemamo fizičku pojavu rastvaranja, već i hemijsku reakciju: amonijak reaguje na vodu dajući jako rastvorljive jone, $NH_3+H_2O \rightarrow NH_4^+ + OH^-$.

Uopšte uzev, rastvorljivost nekog gasa opada kada temperatura raste, u saglasnosti sa činjenicom da je rastvaranje egzotermičko. Rastvorljivost raste proporcionalno pritisku [Henrijev (Henry) zakon] kada se početni molekuli održavaju i kada nema hemijske reakcije (jonizacija, jedinjenje rastvarač—rastvorak).

Ovi rezultati se koriste u industriji za izdvajanje gasa iz mešavine; na običnoj temperaturi komprimira se mešavina u dodiru sa vodom i vraća se rastvoreni gas pomoću dekompresije i grejanja. Ovaj metod se primenjuje kada postoji reverzibilna hemijska reakcija sa rastvorenim reagensom, a takođe i kod izdvajanja ugljenmonoksida pomoću vodenog rastvora bakarformijata u amonijačnoj sredini, gasa koji sa bakarnim jonom obrazuje malo stabilan, složeni jon.

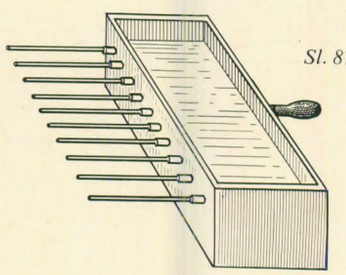
Za isti rastvarač neki gas je utoliko manje rastvorljiv, ukoliko se on teže pretvara u tečnost i ukoliko su njegovi molekuli lakši. Rastvorljivost se menja sa prirodom rastvarača. Kiseonik je često rastvorljiviji u organskim tečnostima nego u vodi: 0,3 1.1^{-1} na 0°C u alkoholu i acetonu prema 0,04 u vodi; on se rastvara čak i u istopljenom srebru. Amonijak je, naprotiv, manje rastvorljiv u alkoholu nego u vodi.

Rastvori gasa dovode obično putem smrzavanja ili ključanja, do rezultata analognih onim koji se dobijaju u slučajevima kada je rastvorak čvrsto telo i tečnost na običnoj temperaturi. Ključanje amonijačnih rastvora predstavlja se dijagramom na kome krive L i V obrazuju samo jedno vreteno; njihovo smrzavanje daje krive početnog očvršćavanja koje otkrivaju dva određena hidrata, NH_3, H_2O i $2NH_3$, H_2O, sa tačkama euteksije, od kojih se jedna spušta do —120°C. Sa gasovima G, malo rastvorljivim i dosta malih molekula, smrzavanje vodenog rastvora daje hidrate gasa G, $6H_2O$, u stvarnosti G, 5,75 H_2O; to su pseudo hidrati ili međusistemi koji ne sadrže prave hemijske veze; kristalna struktura leda čini da jedan skup od 46 molekula H_2O obuhvata osam šupljina, od kojih se u svaku može umetnuti jedan molekul gasa G za vreme očvršćavanja.

NAČINI PRENOŠENJA TOPLOTE. PROVOĐENJE (KONDUKCIJA). KONVEKCIJA. ZRAČENJE

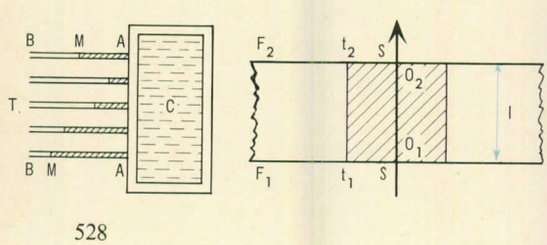
Pomenuli smo ove načine prenošenja povodom zaštite kalorimetara. Provođenje imamo ako se toplota razmenjuje kroz nepokretnu materijalnu sredinu. Kod konvekcije toplota se transportuje pomoću materije u kretanju. Zračenje koristi kao posrednika emisiju i apsorpciju elektromagnetskih zračenja.

PROVOĐENJE KROZ ČVRSTA TELA. Eksperimentalno izučavanje lakše je kod čvrstih tela nego kod fluida, jer je nepokretnost posredničke sredine bolje ostvarena. Kod fluida, da bi se ograničili efekti konvekcije, treba postaviti odašiljač toplote gore, a prijemnik dole. Kada se nekom telu preda toplota, ona se uskladištava u formi kinetičke energije sastavnih čestica (v. stranu 516). Provođenje toplote kroz čvrsto telo svodi se na prenošenje kinetičke energije od mesta do mesta; to je pojava prostiranja koja se može uporediti, na primer, sa prostiranjem zvuka ili svetlosti. Ogled Ingen-Housa (Ingen-Housz) (sl. 87 i 88) pokazuje da čvrsta tela imaju *toplotnu provodljivost* koja zavisi od njihove prirode. Na jednom vertikalnom zidu metalne kivete zašrafljene su ili zavarene horizontalne šipke istih geometrijskih karakteristika, koje su prethodno prevučene slojem voska ili parafina; one su napravljene od metala ili od raznih legura. U kivetu C sipa se ključala voda; krajevi A šipki T su na istoj temperaturi, približnoj temperaturi tople vode. Toplota se prostire duž šipki od A prema B, podižući postepeno temperaturu dostignutih tačaka. Nakon izvesnog vremena vosak je otopljen na dužini AM, koja je utoliko veća ukoliko supstancija šipke bolje provodi toplotu. Ako se posmatra samo jedna šipka, pojava je složena, jer dolazi do gubitka toplote na bočnoj površini.



Sl. 87

Sl. 88



Izučavanje se uprošćava u slučaju provođenja kroz jedan »zid«, prema Furijeovom nazivu (sl. 89). Provodljiva sredina obuhvaćena je između dve ravne i paralelne površine F_1, F_2, teorijski neograničene; ove površine održavaju se na stalnim temperaturama t_1 i t_2, čija razlika igra ulogu sličnu ulozi razlike potencijala u elektricitetu, što dozvoljava da se zamisli kao da se toplota prostire duž pravih, normalnih na površine, kao što je, npr., O_1O_2. Kalorimetrijske metode mere količinu toplote Q koja pređe u intervalu vremena θ rastojanje $O_1O_2 = l$ duž cilindra, čija osnovnica ima površinu S. Ogled daje odnos

$$Q = k \cdot S \cdot \frac{t_1 - t_2}{l} \cdot \theta,$$

koji podseća na izraz za količinu elektriciteta koja pređe pod razlikom potencijala $V_1 - V_2$, u vremenu θ kroz cilindrični provodnik dužine l i preseka S. Po analogiji koeficijent k predstavlja *toplotnu provodljivost* supstancije od koje je napravljen zid. Odnosi $\frac{Q}{\theta}$ i $\frac{Q}{S.\theta}$ označavaju termički fluks, odnosno gustinu fluksa. Opšte usvojena jedinica za toplotnu provodljivost (ili termičku) jeste kalorija na centimetar, na sekund i na stepen; tablica daje njenu vrednost na 0°C za neke metale i najčešće mešavine.

Metali se klasiraju približno po istom redu kao kod električne provodljivosti. Tela, dobri izolatori, u stvarnosti su heterogena; kao i kod zvučne izolacije, najbolji rezultati se dobijaju pomoću čvrstih tela, jako poroznih, gde se ređaju po prirodi i strukturi vidljivo različiti slojevi; ova pojava nailazi na široku primenu u industriji i svakidašnjem životu (suvi pesak, prirodna i veštačka vuna, napregnuti polistiren itd.). Vakuum sprečava svako provođenje, odakle značaj dvostrukih zidova, između kojih postoji vakuum (d'Arsonval-Djuvarov sud i specijalna okna za veoma hladne predele).

Podsetimo se da tela iste temperature izgledaju pri dodiru utoliko hladnija, ukoliko su bolji provodnici. Slaba provodljivost može predstavljati nezgode, kao na primer rizik lomljenja usled nejednakosti temperature, dakle, širenje za vreme naglog grejanja. Preduzimajući mere predostrožnosti, merena je provodljivost tečnosti i gasova. Izuzimajući tečne metale (živa: 0,02), fluidi su slabi provodnici; sledeća tablica daje vrednost $k \times 10^4$.

Voda	13	Helijum	3,4	Ugljendioskid	0,33
Alkohol	4	Vodonik	4	Sumpordioksid	0,19
		Vazduh	0,56		

Mnogobrojni faktori se upliću pri objašnjenju eksperimentalnih rezultata: tipovi veze i elektronska struktura, pokretljivost kovalentnih molekula itd; provodljivost najčešće raste sa temperaturom.

KONVEKCIJA. Nećemo se zadržavati na veštačkoj konvekciji: transportu zagrejanih komada u metalurgiji, cirkulisanju tople ili hladne tečnosti, ubačene pomoću pumpe u cevi. Razmotrimo spontanu *konvekciju kod fluida.* Ona je posledica razlike hidrostatičkih pritisaka koja potiče od razlike gustina, povezane sa nejednakošću temperature. Kada neki fluid dosta velikih dimenzija dođe u dodir na jednom mestu sa izvorom toplote, zagrejani delovi postaju ređi od susednih delova i počinju se kretati nagore: mala elisa od kartona, postavljena

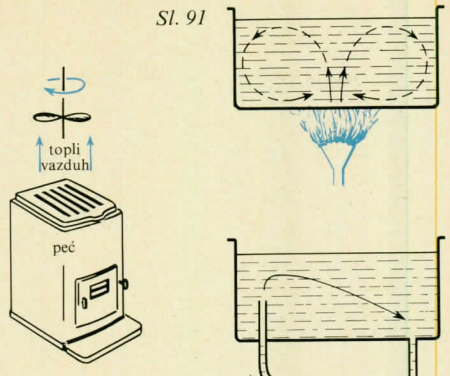
METAL ILI LEGURA	k	RAZLIČITA ČVRSTA TELA	$k \times 10$
Srebro	1	Kamen	35 do 60
Bakar	0,93	Porculan	25
Aluminijum	0,485	Cigla	20
Cink	0,27	Škriljac	8
Gvožđe	0,15	Drvo	3 do 9
Olovo	0,08	Pluta	7,1
Bizmut	0,02	Pesak sitni	1,3
Mesing (0,7 Cu, 0,3 Zn)	0,21	Staklena vuna	
Sirovo gvožđe	0,12	Strugotina od drveta	1,2
Feronikl (0,25 Ni)	0,04	Grebenana vuna	
		Perina	1,1

iznad peći, počinje se okretati, kretanje zagrejane tečnosti u donjem delu ispoljava se preko kretanja čestica suspenzije; termosifon se ponaša na isti način, samo što je kretanje tečnosti usmereno pomoću cevi (sl. 90, 91, 92); u tečnosti se može uspostaviti permanentni režim: penjanje tečnosti koja se greje i silaženje tečnosti koja se hladi. Brzina cirkulacije fluida zavisi od velikog broja činilaca: oblika i dimenzija suda, gustine i viskoznosti fluida itd.; zbog toga se u praksi postavlja »akcelerator« cirkulacije (centralno grejanje na vodu ili vazduh, hlađenje automobilskog motora itd.).

Pojave provođenja i konvekcije koriste se istovremeno sem kod zagrevanja stanova i kod veoma brojnih industrijskih instalacija: kod gradskog centralnog grejanja, kod parnih kotlova i kondenzatora termoelektričnih klasičnih ili nuklearnih centrala, kod rashlađivanja motora putem cirkulacije vazduha ili vode, kod rashlađivanja alternatora pomoću strujanja vodonika ili transformatora pomoću strujanja ulja, kod termičkih razmenjivača hemijske industrije. Isto tako može se toplota oduzeti pomoću cirkulacije hladnog fluida (hladnjače, veštačka klizališta, aklimatizacioni uređaji u tropskim zemljama itd).

ZRAČENJE. Ispred otvora industrijske peći predmeti se zagrejavaju do tačke koja se ne bi mogla objasniti provođenjem toplote kroz vazduh ili konvekcijom; postoji prenošenje toplotne energije putem zračenja koje se prostire kroz providne sredine, čvrste, gasovite ili tečne. *Ovo zračenje se vrši čak i kroz vakuum*; žica od tungstena, usijana pomoću Džulovog efekta, i stavljena u staklenu ampulu u kojoj je stvoren vakuum, zagrejava susedni termometar izvan ampule. Svako zna da se za vreme vedrih zimskih noći zemlja rashlađuje zračeći prema međuzvezdanom prostoru; isto je i kod površine planeta ili satelita okrenute od Sunca.

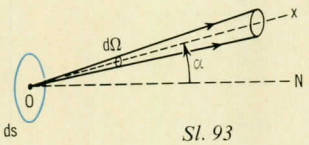
Materija može emitovati energiju zračenja u raznim uslovima; pojave luminescencije, emitovanje svetlosti ili zračenja iste prirode, prate razne energetske transformacije, fizičke i hemijske, ali na temperaturi relativno niskoj, bliskoj običnoj temperaturi. Zbog toga ćemo mi razmatrati samo *toplotno zračenje*, koje se dobija kada se telo dovede na dosta visoku temperaturu (sl. 93, 94). *Emitovana zračenja su elektromagnetske prirode*. Njih ćemo izučavati u delu *Optika*.



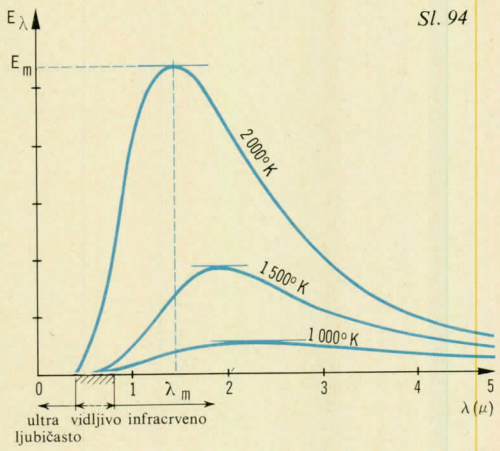
Sl. 90

Sl. 91

Sl. 92



Sl. 93



Sl. 94

TERMODINAMIKA. TOPLOTNE MAŠINE (MOTORI)

TERMODINAMIKA. TOPLOTA I ENERGIJA. Termodinamika je nauka koja izučava toplotu u odnosu sa različitim oblicima energije. Tako se zakoni toplotnog zračenja povezuju sa termodinamikom. Podsetimo se da svaki sistem sadrži energiju kada je on sposoban da obavlja mehanički rad bez spoljnog dejstva. *Toplota je jedan oblik energije*: za vreme pojave trenja proizvodi se toplota na račun rada; obrnuto, za vreme širenja toplog gasa, ovaj se hladi i predaje rad okolnim telima. Pomenimo neke oblike energije: mehanička energija, kinetička energija (energija tela u kretanju) i potencijalna energija (vezana za položaj tela u polju sila); električna i elektromagnetska energija (koja odgovara naelektrisanjima u mirovanju ili u kretanju); hemijska energija (koja se pojavljuje za vreme hemijskih reakcija); svetlosna energija ili opštije energija koju prenose elektromagnetska zračenja, itd. Pomoću fizičko-hemijskih pojava moguće je preći iz jednog oblika energije u drugi.

Tako u hidroelektričnoj centrali potencijalna energija vode prelazi u kinetičku energiju u dovodnim cevovodima, zatim u električnu energiju u alternatorima; ona postaje hemijska energija u elektrolizorima, mehanička energija u električnim motorima, toplota ili toplotna energija u delovima električnog kola koje ima određen otpor.

DEFINICIJE. U termodinamici često se razmatra *sistem* koji predstavlja skup tela, omeđen nekom površinom ili zidom koji ga odvaja od *spoljašne sredine* ili *okolnih tela*. Ovaj zid može, ali i ne mora biti tvrd, propustljiv ili nepropustljiv za energetske razmene, posebno za prenošenje toplote. Stanje sistema karakteriše se numeričkim vrednostima nezavisno promenljivih, u prvom redu temperature, pritiska, zapremine itd. Susreli smo se sa primerima sistema obrazovanih od više faza nekog čistog tela. Kada karakteristične veličine ostaju nepromenljive, sistem je u ravnoteži, ako ne ostaju, imamo proces. U termodinamici posmatraju se idealne transformacije, *reverzibilne* (*povratne*) *transformacije*: u svakom momentu dovoljna je infinitezimalna modifikacija jedne ili više nezavisno promenljivih, da bi se obrnuo smer procesa: jedna reverzibilna transformacija odgovara nizu ravnotežnih stanja, a proces je beskrajno spor. *Realne transformacije su ireverzibilne* (*nepovratne*); konačna brzina procesa zahteva postojanje razlika temperature, pritiska itd., bilo između raznih delova sistema, bilo između sistema i okolnih tela. Videli smo kod promene stanja da postoje metastabilni sistemi koji ostaju nepromenjeni, iako je proces moguć u datim uslovima, ali uslovi ravnoteže nisu ostvareni i katkad je dovoljan minimalan uzrok da bi se pokrenuo burni i ireverzibilni proces.

Transformacija vodi obično iz jednog *početnog stanja* u različito *konačno stanje*; kaže se katkad da se radi o *otvorenoj transformaciji*. Kada proces ponovo dovodi u početno stanje, to je tad transformacija u *kružnom procesu* ili *cikličkа*. Transformacija ili niz transformacija predstavlja se na grafikonu krivom ili skupom lukova krivih; svako stanje, a posebno svako krajnje stanje, predstavljeno je jednom tačkom; kod cikličke transformacije krajnje tačke se poklapaju i dijagram odgovara zatvorenoj krivoj.

RAZMENA RADA SA OKOLNIM TELIMA. Pretpostavljamo da površina koja odvaja sistem od spoljne sredine ne dopušta prolazak materije, ali dopušta ispoljavanje sila. Unutrašnje sile, kao što su Van der Valsove (Van der Waals) sile između molekula koji sačinjavaju sistem, ne upliću se u energetsku razmenu sa spoljnim telima; treba razmatrati samo *spoljašnje sile* koje potiču od uzroka vezanih za spoljašnju sredinu.

Razmena rada između sistema i okolnih tela meri se radom W *spoljašnjih sila. U termodinamici je usvojeno da se rad računa pozitivno kada ga sistem prima, a negativno ako sistem predaje rad okolnim telima.*

Za vreme izobarne transformacije (konstantan pritisak), rad koji prima sistem, čija se zapremina povećava za δv jeste $W = -p.\delta v$. U termodinamici procesi su često složeni, i potrebno ih je podeliti na elementarne transformacije dovoljno male, da bi se moglo smatrati da pritisak zadržava stalnu vrednost p, dok se zapremina menja za dv; primljeni rad je tada $dW = -p.dv$. Kod konačne transformacije koja vodi iz stanja zapremine v_1 u stanje zapremine v_2, rad koji je primio sistem iznosi $W = \int_{v1}^{v2}(-p.dv)$. On se lako može izračunati ako se poznaje zakon $f(p,v)=0$ koji povezuje dve promenljive p i v tokom transformacije. Na primer, ako je sistem sastavljen od neke mase idealnog gasa, imamo $p.v = \text{const} = R.T$ (izotermička transformacija) ili $p.v^{\gamma} = \text{const}$ (reverzibilna adijabatska transformacija), gde je γ odnos specifičnih toplota idealnog gasa izobarne c_p i izohorne c_v; u prvom slučaju dobijamo $W = n.R.T \ln\frac{v_1}{v_2} = n.R.T \ln\frac{p_2}{p_1}$ sa klasičnim označavanjem idealnih gasova, a u drugom slučaju

$$W = \frac{1}{\gamma - 1}(p_2 v_2 - p_1 v_1) = \frac{n.R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1).$$

Tokom promene fizičkog stanja u uslovima ravnoteže, postoji izobarna promena zapremine i primljeni rad na jedinicu mase čistog tela ima oblik $W = p.(u_1 - u_2)$; tako kod pretvaranja u paru $W = p_m.(u_l - u_v)$ veličine u predstavljaju specifične zapremine čistog tela u početnom i konačnom stanju.

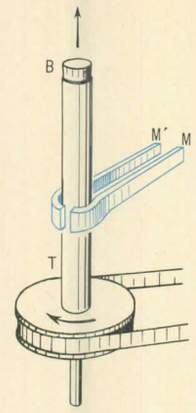
RAZMENA TOPLOTE SA OKOLNIM TELIMA. Ova razmena se može vršiti provođenjem, konvekcijom ili zračenjem; potrebno je da površina ili zid koji ograničava sistem bude propustljiv za toplotu ili dijatermalan.

Usvojeno je da se pozitivno računa toplota Q *kada je prima sistem, a negativno kada je sistem predaje.* Ova toplota može se katkad jednostavno izračunati (zagrejavanje ili rashlađivanje stalne mase čistog tela, promena stanja čistog tela u uslovima ravnoteže itd.).

Često se razmatra razmena toplote između sistema i spoljnih termičkih izvora na stalnim temperaturama. Razmena je *monotermička* ako postoji samo jedan spoljni izvor toplote; ona je *ditermička* (dva izvora) ili *politermička* (više izvora); *izotermička* razmena je poseban slučaj monotermičke, gde postoji stalna ravnoteža temperature između sistema i spoljnog izvora. Sistem je *termički izolovan* ako je površina koja ga ograničava atermana ili nepropustljiva za toplotu; transformacija je adijabatska i odvija se bez razmene toplote sa okolnim telima, što ne znači da nema mogućnosti za unutrašnje razmene. Kada jedan sistem ne može razmenjivati sa okolnim telima ni rad ni toplotu, on se naziva *termodinamički izolovan*.

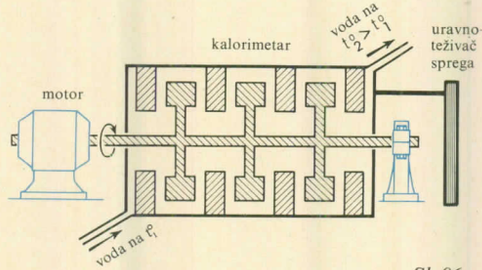
EKVIVALENTNOST TOPLOTE I RADA. Uzimamo prost slučaj kada sistem može razmenjivati sa okolnim telima samo toplotu i rad, isključujući sve ostale oblike energije.

U Tindalovom (Tyndall) ogledu (sl. 95) cev od mesinga T može se okretati oko svoje vertikalne ose; ona sadrži etar i stegnuta je spolja između dva kraka MM′ pomoću kojih se stezanje reguliše tako da imamo jako trenje, ali ne blokiranje. Rotacija T izaziva se pomoću skupa koturova i kajiševa. Rad koji obavlja operator transformiše se u toplotu pomoću trenja na krakovima: cev se zagrejava i etar se pretvara u paru (njegove pare se mogu zapaliti ili koristiti za izbacivanje zapušača). Ovaj čisto kvalitativni aparat bio je modifikovan tako, da može omogućiti merenje količine rada i nastale toplote. Ma kakav bio sistem, potreban je uvek isti rad da bi se dobila ista toplota, što znači da je *toplota ekvivalentna određenom radu.*



Sl. 95

Mi se nećemo zadržavati na nekadašnjem Džulovom metodu, u kojemu je rad proizvodila sila teže tokom padanja teških tela. U savremenijim metodima [Raulend (Rowland), Mikulesku (Miculescu)] rad predaje motor; on se pretvara u toplotu preko fluidnog trenja, zahvaljujući lopaticama koje se okreću u unutrašnjosti jedne kalorimetrijske tečnosti. Trenje teži da obrće pokretni kalorimetar oko jedne ose, paralelne osovini na kojoj se nalaze lopatice; uređaj za uravnotežavanje zaustavlja ga i služi za merenje momenta sprega C koji dejstvuje na njega; ako osovina napravi n obrtaja i obrne se za $2\pi n = \alpha$ radijana, rad $W = C.\alpha = 2\pi n.C$. Toplota se meri ili pomoću kalorimetra klasičnog tipa ili pomoću uređaja sa cirkulacijom tečnosti, čije su temperature, ulaza t_1 i izlaza t_2, konstantne u stanju datog režima (sl. 96).



Sl. 96

Ako su rad W i toplota Q mereni nekim jedinicama, odnos brojeva koji ih meri ima jasno određenu vrednost, koja zavisi samo od izbora jedinica. Sa J se označava *mehanički ekvivalent jedinice toplote.* Njegova vrednost je 4,185 džula na kaloriju ($J.cal^{-1}$) ili 4 185 $J.kcal^{-1}$ ili još 426 $kgm.kcal^{-1}$. Njegova recipročna vrednost predstavlja *toplotni ekvivalent jedinice rada,* oko 0,24 $cal.J^{-1}$.

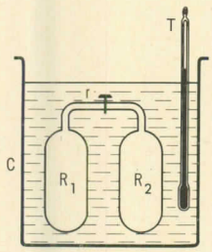
Podsetimo da je moguće da se ide preko električne energije, proizvedene radom a zatim pretvorene u toplotu pomoću Džulovog efekta. To je dovelo do sledeće ekvivalentnosti: jedna kilokalorija odgovara 860-om delu kilovatčasa.

PRVI PRINCIP TERMODINAMIKE ILI PRINCIP EKVIVALENTNOSTI. 1. Ciklička transformacija. *Kada se jedan sistem vrati u svoje početno stanje, nakon toga što je razmenio sa okolnim telima samo toplotu i rad, razmene su tekle u suprotnim smerovima: sistem je primao toplotu ako je vršio rad a predavao je toplotu ako je primao rad; postoji konstantan odnos između brojeva koji mere toplotu* Q *i rad* W.

Vodeći računa o uslovnosti znakova $\frac{W}{Q} = -J$ ili $W + J.Q = 0$.

2. Otvorena transformacija. Unutrašnja energija sistema. Za bilo koju transformaciju važi opšti odnos $W + J.Q \neq 0$. Zbir $W + J.Q = \Delta U$ zove se »promena unutrašnje energije« sistema. Ako je sistem primio odjednom rad i toplotu, on je uskladištio energiju u posebnom obliku, *unutrašnju energiju,* koja se može kasnije povratiti. Veličina U odgovara potencijalnoj funkciji; ogled dozvoljava da se odrede samo njene promene; nula ove veličine je proizvoljna, ali je možemo logično utvrditi u posebnim slučajevima: na primer, za masu idealnog gasa U je nula na apsolutnoj nuli (na toj temperaturi molekuli su potpuno nepokretni i nemaju više nikakve kinetičke energije).

Ekvivalentnost toplota—rad pokazuje da je toplota oblik jedne opštije veličine, energije. Takođe je usvojeno da se toplota meri u jedinicama energije, u džulima u sistemu SI. To uprošćava pisanje prethodnih obrazaca koji postaju $W + Q = 0$ i $W + Q = \Delta U$. Ova poslednja relacija uopštava pojam toplote, postavljajući da je za bilo koju energetsku razmenu $Q = \Delta U - W$.



Sl. 97

Za bilo koju transformaciju Q i W zavise uopšte od međustanja, dok je zbir W+Q, u energetskim jedinicama, funkcija samo krajnjih stanja, rezultat poznat pod imenom *teorema početnog stanja i konačnog stanja.* ΔU je razlika vrednosti koje uzima funkcija U nezavisno promenljivih, od kojih zavisi sistem u konačnom stanju i početnom stanju:

$$\Delta U = U_2 - U_1.$$

U nekim posebnim slučajevima W i Q zavise samo od krajnjih stanja, na primer, izobarna ili izohorna transformacija (p ili v = const); ovo nalazi primenu u termohemiji.

Kod prvog principa ne pojavljuje se nikakva hipoteza o tome da li je priroda transformacije reverzibilna ili nije.

UNUTRAŠNJA ENERGIJA MASE IDEALNOG GASA. Džul je izveo sledeći ogled. U veliki kalorimetar potopljen je nedeformabilan sistem zidova propustljivih za toplotu, sastavljen od dva suda R_1 i R_2 koji se mogu spojiti pomoću cevi sa slavinom r (sl. 97). R_1 sadrži komprimirani gas, a R_2 vakuum; čeka se uspostavljanje termičke ravnoteže i otvara se r; gas se širi i deo prelazi iz R_1 u R_2. Nekad se govorilo da postoji širenje u vakuum; tačnije je ako se kaže da se *gas proširio ireverzibilo bez spoljašnjeg rada;* ukupnost gasne mase sačuvala je konstantnu zapreminu i nije, dakle, razmenila bilo kakav rad sa okolnim telima. Džul je našao da temperatura kalorimetra ostaje nepromenjena, odakle rezultat: *Džulovo širenje odvija se na konstantnoj temperaturi i nije praćeno bilo kakvom termičkom razmenom sa okolnim telima.* Ovo važi samo približno za realne gasove, naročito ako se radi pod niskim pritiscima; videli smo da se Džul-Kelvinovo širenje koristi za hlađenje gasova u nameri da se oni pretvore u tečnost. Uzećemo da se radi o graničnom rezultatu koji postaje tačan kada početni pritisak teži prema nuli, dakle, za idealne gasove. U datim uslovima razmene sa okolnim telima jednake su nuli; $W = 0$, $Q = 0$, $U = W + Q = 0$, što vodi *Džulovom zakonu: na konstantnoj temperaturi širenje ne menja unutrašnju energiju idealnog gasa; za datu masu ona zavisi samo od temperature.*

Ako se uzme da je $U_0 = 0$ na $T°K = 0$ može se usvojiti da je $U = m.c_v.T$, gde je m masa gasa, a c_v njegova izohorna specifična toplota; kod elementarne transformacije idealnog gasa $dU = m.c_v.dT$. Čitav izotermički proces mase idealnog gasa je takav da je $\Delta U = 0$, $W + Q = 0$; postoji ekvivalentnost između toplote i rada, razmenjenih sa okolnim telima, čak i ako transformacija nije zatvorena. Podsetili smo na obrazac koji daje rad, dobijen u tim uslovima; toplota se izvodi iz njega neposredno.

Džulov zakon je, sa Mariotovim i Gej-Lisakovim zakonom, jedan od zakona koji dozvoljava da se defeniše idealno stanje nekog gasa. On povlači za sobom razne posledice, kao što je Majerov (Mayer) odnos između specifičnih toplota idealnih gasova. Podignimo od T na T+dT temperaturu mase gasa m na dva različita načina. Pri konstantnoj zapremini, $dW = 0$, $dQ = m.c_v.dT$. Pod konstantnim pritiskom, $dW = -p.dv = -p.v.\alpha.dT$, gde je α koeficijent izobarnog širenja, počev od temperature T, $dQ = m.c_p.dT$. Izjednačavajući dva izraza za dU, dobijamo $m(c_p - c_v) = p.v.\alpha = r$, ako je $T = 273{,}15°K$. Svodeći na jedan mol, dobijamo $M(c_p - c_v) = R$ mereći toplote energetskim jedinicama.

STEPEN KORISNOG DEJSTVA ENERGETSKE TRANSFORMACIJE. Ogled pokazuje da izvesni oblici energije mogu biti pretvoreni u celini u bilo koji drugi oblik; tako je električna energija u potpunosti pretvorljiva u rad, toplotu itd.; katkad se kaže da se radi o *plemenitom obliku energije.* Toplota se, naprotiv, može pretvoriti samo delimično u rad, u električnu ili svetlosnu energiju; to je *degradirani oblik energije;* u ovom slučaju treba uočiti *stepen korisnog dejstva transformacije,* odnos nove energije i početne toplotne energije, broj manji od 1. Upotreba parne mašine dovela je do izučavanja ovog stepena korisnog dejstva [Karno (Carnot), Klauzijus (Clausius) itd.]. Rezultati se izražavaju pomoću drugog principa termodinamike i Karnoove teoreme.

DRUGI PRINCIP TERMODINAMIKE. Suprotno prvom principu, potrebno je da se odredi priroda procesa, reverzibilna ili ireverzibilna. *Toplotnim motorom* ili *toplotnom mašinom* nazivaćemo svaki uređaj koji dozvoljava da se toplota pretvara u rad.

Kada toplotna mašina radi u monotermičkom ciklusu, to jest kada se vraća u početno stanje posle razmene toplote samo sa jednim izvorom konstantne temperature, njoj je nemoguće da obavlja spoljašnji rad. Uopšte uzev, ona je primila rad a predala toplotu okolnim telima.

Da bi proizvela rad, mašina mora raditi najmanje između dva izvora toplote različitih temperatura: ona uzima toplotu od toplog izvora — grejača a predaje manju toplotu hladnom izvoru — hladioniku. Kod idealne mašine, posebno one bez trenja, razlika ovih toplota je ta koja se pretvara u rad.

Uzmimo da su t_1 i t_2 temperature dva izvora u Celzijusovoj skali, a T_1 i T_2 u Kelvinovoj apsolutnoj skali, Q_1 i Q_2 toplote razmenjene i merene u saglasnosti sa termodinamičkim uslovnostima (energetske jedinice, toplote pozitivne kada ih prima fluid koji obezbeđuje prenošenje i dozvoljava proizvođenje rada). Kod idealne mašine, obavljeni spoljašnji rad, suprotan primljenom radu, dat je odnosom $W_f = -W = Q_1 + Q_2$. Stepen korisnog dejstva, obično obeležen grčkim slovom eta, η, jednak je odnosu

$$\frac{W_f}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1}.$$

KARNOOVA TEOREMA. *Stepen korisnog dejstva idealne toplotne mašine je maksimalan kada ta mašina radi po reverzibilnom ciklusu; on je tada nezavisan od prirode fluida koji obezbeđuje transformaciju i funkcija je samo temperatura dva izvora.*

$$\eta_m = f(t_1, t_2) = \varphi(T_1, T_2).$$

Piše se $\eta_m = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = \varphi(T_1, T_2)$. Podesno je da se izabere funkcija φ tako da bude $\varphi(T_1, T_2) = 1 - \frac{T_2}{T_1}$. Ova relacija služi za definisanje *Kelvinove termodinamičke temperaturne skale*. $\frac{T_2}{T_1} = -\frac{Q_2}{Q_1}$. Ova temperatura predstavlja merljivu veličinu zato što je odnos dve temperature definisan odnosom dve toplote, dakle, dve energije. Ova skala sadrži samo jedan proizvoljni parametar, izbor numeričke vrednosti jedne temperature; usvaja se vrednost 273,16°K za temperaturu trojne tačke vode.

Karnoov maksimalni stepen korisnog dejstva za ditermički ciklus iznosi tada

$$\eta_m = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Korisno je da se poveća temperatura T_1 grejača, a da se smanji temperatura T_2 hladionika. U termoelektričnim centralama, vodena para koju stvara kotao najpre je *pregrejana* pod konstantnim pritiskom do temperature T_1, koja tada dostiže 550 do 600°C. Na izlazu iz mašine, izduvavanje se vrši u *kondenzator*, koji se rashlađuje pomoću cirkulacije vode temperature oko 30° do 40°C.

Maksimalni stepen korisnog dejstva, ili teorijski stepen korisnog dejstva dostiže vrednosti reda 0,3 kod parnih mašina i 0,4 do 0,5 kod dizel-motora sa unutrašnjim sagorevanjem.

Realni ili praktični stepen korisnog dejstva neke mašine jeste proizvod više sukcesivnih stepena korisnog dejstva: stepen korisnog dejstva kotla (gubici usled provođenja i konvekcije), stepen korisnog dejstva koji potiče od odstupanja u odnosu na uslove reverzibilnosti, organski stepen korisnog dejstva (gubici usled trenja u mašini i njenim transmisijama, gubici toplote, potrošnja energije na dodatne uređaje itd). Odnos između realnog stepena korisnog dejstva i teorijskog stepena korisnog dejstva dostiže oko 0,8 kod velikih nepokretnih instalacija, a može pasti ispod 0,5 kod malih pokretnih instalacija; to je glavni razlog zbog kojeg se teži da se izbace iz upotrebe parne lokomotive, kod kojih je ukupni stepen korisnog dejstva rada samo 0,1. Ovaj stepen korisnog dejstva je veći kod dizel-lokomotiva (temperatura T_1 viša, izbacivanje kotla ugrađivanjem u motoru sistema za proizvodnju toplote).

KARNO-KLAUZIJUSOVA JEDNAKOST I NEJEDNAKOST. Relacija koja daje Karnoov maksimalni stepen korisnog dejstva piše se algebarski

$$\eta_m = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

ili $$1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

ili $$\frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1},$$

odakle $$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Ova jednakost važi samo u slučaju *idealne toplotne mašine koja funkcioniše po ditermičkom ciklusu termodinamički reverzibilnom*. On se naziva *Karnoov ciklus*; može se predstaviti na dijagramu pomoću zatvorene konture, sastavljene od četiri luka krivih. Dva luka odgovaraju *reverzibilnim izotermičkim transformacijama, a druga dva reverzibilnim adijabatskim transformacijama*; toplote Q_1 i Q_2 su razmenjene sa izvorima tokom izotermi; za vreme adijabata termička izolacija je idealna, što je neostvarljivo kod realnih uređaja. Štaviše, realna mašina mora imati znatnu snagu, što pretpostavlja brzo funkcionisanje, nespojivo sa teorijskom reverzibilnošću.

U mašinama toplota Q_1 je pozitivna, a toplota Q_2 negativna. Ako su ispunjeni uslovi važenja Klauzijusove jednakosti, može se obrnuti smer funkcionisanja mašine; znaci Q_1, Q_2 i rada W su izmenjeni, ali apsolutne vrednosti su sačuvane. Ovaj rezultat je poslužio za pravljenje *toplotnih pumpi*, čija konstrukcija podseća na konstrukciju kompresionih mašina za hlađenje. Električni motor predaje rad W kompresoru, koji fluid pretvara u tečnost, a ova daje grejaču toplotu $|T|$, veću od toplote $|Q_2|$ koju gasoviti fluid uzima od hladionika i od rada W. $|Q_1| = W \cdot \frac{T_1}{T_1 - T_2}$. Hladionik je, na primer, voda neke reke, a grejač voda centralnog grejanja; tako se dobija više toplote nego što bi se proizvelo korišćenjem električne energije W u radijatoru sa Džulovim efektom. Ova aparatura dozvoljava da se prenese toplota u topliju sredinu, što je nemoguće pomoću spontanog procesa, dakle, ireverzibilnog.

Vratimo se na mašinu uz pretpostavku da ona funkcioniše ireverzibilno; sopstveni stepen korisnog dejstva energetske transformacije $\eta_i < \eta_{im}$, odakle za idealni aparat bez trenja izvodimo,

$$\frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_2},$$

što vodi ka Klauzijusovoj nejednakosti:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0.$$

Ovi rezultati se uopštavaju u slučaju kada fluid mašine razmenjuje, tokom jednog ciklusa, toplotu sa n izvora različitih temperatura $T_1, T_2 \ldots, T_n$. Označimo sa Q_r reverzibilno razmenjenu toplotu sa izvorom temperature T. Ako su sve transformacije reverzibilne, isto važi i za celinu, i imamo $\Sigma\left(\frac{Q_r}{T}\right) = 0$.

Ako se jedan deo transformacija odvija u uslovima koji nisu reverzibilni, čitava celina je ireverzibilna, i ako označimo sa Q_i toplotu razmenjenu sa izvorom T, tada imamo

$$\Sigma\left(\frac{Q_i}{T}\right) < 0.$$

Kao granica posmatra se beskonačni broj izvora (on je ekvivalentan jednom izvoru, čija se temperatura stalno menja). Treba svesti na elementarne transformacije, za koje postoji razmena toplote dQ_r (reverzibilna) ili dQ_i (ireverzibilna), kada izvor ima temperaturu T°K, zatim uzeti integral količina $\frac{dQ}{T}$ za jedan ciklus

$$\oint \frac{dQ_r}{T} = 0 \quad \text{i} \quad \oint \frac{dQ_i}{T} < 0$$

ENTROPIJA. DEGRADACIJA ENERGIJE. Pomoću jednakosti $\oint \frac{dQ_r}{T} = 0$, dokazuje se da za jednu nezatvorenu reverzibilnu transformaciju, koja vodi od početnog stanja 1 u konačno stanje 2, vrednost integrala $\int_1^2 \frac{dQ_r}{T}$ ne zavisi od međustanja, već samo od krajnjih stanja. Definiše se nova funkcija stanja, *entropija* S, tako da vrednost prethodnog integrala bude jednaka $\Delta S = S_2 - S_1$. Nula za S je proizvoljna i, kao i za U, mere se promene.

Kod otvorene i ireverzibilne transformacije, integral $\int_1^2 \frac{dQ_i}{T}$ je manji od promene entropije $S_2 - S_1$. Ona može biti izračunata zamišljajući reverzibilnu transformaciju s istim krajnjim stanjima.

Entropija nekog sistema termodinamički izolovanog ostaje konstantna, ako su sve transformacije, do kojih dolazi u njemu, reverzibilne. Kod realnog sistema, gde je proces ireverzibilan, imamo uvek $S_2 > S_1$. Ovo povećanje entropije predstavlja *degradaciju energije*.

Toplota nije potpuno pretvorljiva u plemeniti oblik energije; toplotna mašina prenosi deo toplote iz grejača u hladionik; mašina se tu nalazi na nižoj temperaturi i, prema Karnoovoj teoremi, ona postaje manje sposobna da daje rad. Trenje i slične pojave čine da plemeniti oblici energije prelaze u stanje toplote. Najzad, toplota se prenosi spontano u smeru opadajućih temperatura. Tako energija prelazi postepeno u stanje toplote, koja predstavlja degradirani oblik, i ta toplota se degradira. Ova degradacija, povezana sa porastom entropije svemira, odgovara procesu koji vodi u sve više haotična stanja.

U praksi postoji razlog da se izbegava posredstvo toplote. U savremenim termoelektranama hemijska energija celine (gorivo—kiseonik vazduha)pretvara se u toplotu, zatim u rad i električnu energiju, što ograničava ukupni stepen korisnog dejstva. Zbog toga se teži da se pronađu »gorivne baterije«, kod kojih bi energija prelazila direktno iz hemijskog oblika u električni oblik. Sličan problem se postavlja kod nuklearnih centrala, kod kojih je temperatura grejača niža nego kod klasičnih centrala, što uslovljava da je Karnoov teorijski stepen korisnog dejstva znatno manji.

DRUGE TERMODINAMIČKE FUNKCIJE. Funkcija *entalpije* H definisana je relacijom $H = U + p.v$, njena promena između dva stanja je $\Delta H = H_2 - H_1$. Mnogobrojne fizičko-hemijske transformacije (promena stanja, promene temperature, reakcija itd.) izvode se pod konstantnim pritiskom ili pri stalnoj zapremini; njima odgovara izobarna Q_p ili izohorna Q_v toplota, tako da je $Q_p = \Delta H$ i $Q_v = \Delta U$.

Ostale funkcije povezane sa drugim principom termodinamike, dozvoljavaju da se predvidi smer spontanog fizičko-hemijskog procesa nekog sistema, uzetog u određenim uslovima. To je *slobodna energija* ili *korisna energija*, data Helmholcovom funkcijom $F = U - T \cdot S$ i *slobodna entalpija* koja odgovara Gipsovoj funkciji

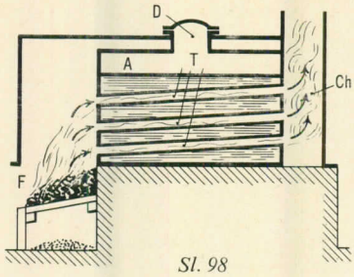
$$G = H - T.S = U + p.v - T.S.$$

Spontani procesi teku tako, da imamo smanjenje F ili G (ΔF ili $\Delta G < 0$). Fizičko-hemijska ravnoteža se dobija na minimumu F ili G. Neki sistem je u metastabilnom stanju ako u njemu nema procesa, iako je vrednost funkcije F ili G veća od minimuma, izračunatog u datim uslovima.

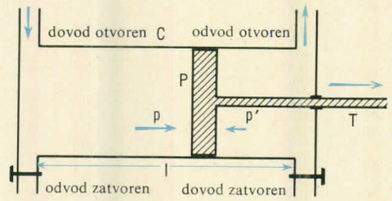
PARNE MAŠINE

OPŠTI POJMOVI. Parne mašine proizvode rad polazeći od toplote; ova se obično dobija sagorevanjem; a takvog rada će biti u rastućim proporcijama u vezi sa nuklearnim pojavama. Pokretač prenošenja toplote i energetske transformacije je neki fluid koji je obična voda, uprkos pokušajima da se upotrebi živa ili organska jedinjenja. U početku u tečnom stanju, voda se pretvara u paru pod pritiskom u *parnom kotlu*, sistemu toplotnih razmenjivača koji postaju sve složeniji u velikim instalacijama. Fluid tako dobija potencijalnu energiju, koja se pretvara zatim u rad u mašini u užem smislu reči, dejstvom sila pritiska na jedan pokretni zid, eventualno posle prolaza kroz oblik kinetičke energije. U zavisnosti od prirode kretanja ovog zida, razlikujemo *alternativne mašine* ili *klipne mašine* i *rotacione mašine* ili *turbine*. Klasično korišćenje proizvodnog rada (razna transportna sredstva, pogon alternatora ili mašina alatljika) zahteva rotaciono kretanje, katkad takvo koje se može regulisati, što iziskuje *organe konverzije i transmisije*. Sem toga potrebni su sigurnosni i regulacioni uređaji.

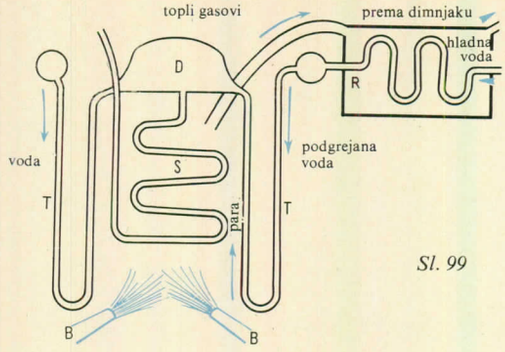
PARNI KOTAO. Kod parnih kotlova na goriva (ugljena prašina ili ugalj u komadu, mazut, metan gas visokih peći) stepen korisnog dejstva se poboljšava povećavanjem površine razmenjivača koji dozvoljavaju prenošenje toplote sa toplih gasova sagorevanja na vodu. Za tu svrhu koristi se *sistem cevi*. Kod malih parnih kotlova (lokomotive) voda ispunjava telo kotla, a topli gasovi cirkulišu kroz cevi koje su u nju potopljene (sl. 98); ovi gasovi, izišli iz ognjišta F, prolaze kroz cevi T, kojih kod lokomotive ima nekoliko desetina, i izlaze kroz dimnjak Ch. Kod velikih instalacija (električne centrale) radije se koriste cevi sa vodom: ove cevi T sačinjavaju bočne zidove kotla, na čije se dno ubacuju topli gasovi pomoću plamenika B, koji podseća na Bunzenove plamenike, čiji je prečnik, međutim, reda 1 m (sl. 99). U svim slučajevima para se najpre sakuplja u jednu kupolu D. Da bismo dobili maksimum kalorija, gasovi koji izlaze iz kotla odlaze u *predgrejač* R, gde podižu temperaturu vode napajanja. U unutrašnjosti kotla najtopliji gasovi cirkulišu oko cevi S koje sačinjavaju *supergrejač* i zagrejavaju paru pod konstantnim pritiskom. To poboljšava kalorični stepen korisnog dejstva kotla, termodinamički stepen korisnog dejstva mašine, kao i njen praktični stepen korisnog dejstva, sprečavajući nezgode parcijalne kondenzacije pare u mašini. U savremenim centralama pritisak premašuje 200 atm na izlasku iz kotla; sukcesivna širenja u pokretnim aparatima — cilindru rashlađuju paru i prete da je dovedu u stanje zasićenosti; savremeni čelik ne dozvoljava da se pređe 600°C da bi se u isto vreme izdržao pritisak i korozija; tada se radi u više etapa: nakon prve serije širenja para se vraća u kotao, gde se izobarno *dogrejava* pre nego što stigne u drugi deo mašine. U nuklearnim centralama koristi se posrednički fluid između nuklearnog reaktora i termičkih razmenjivača koji proizvode vodenu paru; ovaj fluid može biti ugljendioksid pod 25 atm, istopljeni natrijum, organske tečnosti koje zadovoljavaju izvesne uslove itd.



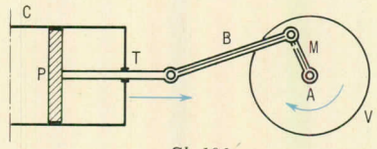
Sl. 98



Sl. 100



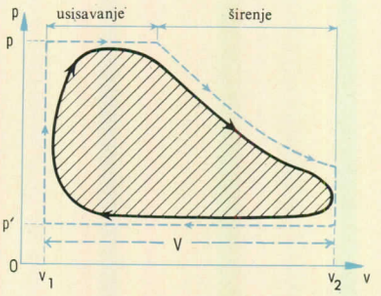
Sl. 99



Sl. 101

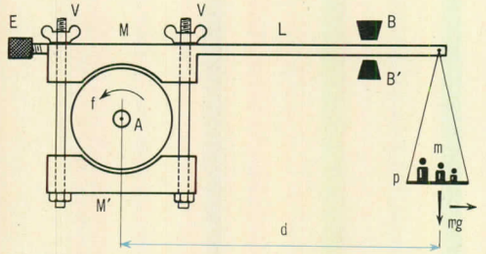
ALTERNATIVNE, KLIPNE MAŠINE. Para dejstvuje svojim pritiskom na *pokretni klip* P *u unutrašnjosti cilindra* C (sl. 100). Ako je S korisna površina klipa, sila koja proizvodi rad je $F=S.(p-p')$, gde je p pritisak pare koja ulazi u cilindar, a p' *kontrapritisak* koji dejstvuje na drugu stranu površine. Za potpun pad čija dužina l predstavlja *hod klipa*, rad $W=F.l=S.l.(p-p')=V.(p-p')$, gde je V zapremina koju *potiskuje* klip kada mašina funkcioniše sa *stopostotnim punjenjem*, to jest kada je povezana sa kotlom tokom čitavog hoda. Obrazac pokazuje da je korisno da se smanji p'. Praktično sve parne mašine su *dvoradne*, pri čemu para dejstvuje naizmenično na svaku površinu klipa. Jedan *distribucioni uređaj* (razvodnik ili ventili) reguliše prolaženje pare: kada imamo usisavanje pare u jednu pregradu cilindra, imamo *izduvavanje* iz druge. Uslovi izduvavanja su ti koji određuju vrednost p'; ona iznosi 1 atm za izduvavanje u slobodni vazduh (lokomotiva), od 0,1 do 0,3 atm kada se para prazni u *kondenzor*. Kondenzor predstavlja snop cevi koje se spolja rashlađuju pomoću cirkulacije vode (rečna voda, povraćena voda dovedena na običnu temperaturu u tornju za rashlađivanje); p' je maksimalni pritisak vodene pare na temperaturi ravnoteže kondenzora. Kondenzovana voda je prava destilisana voda; ona se ponovo šalje u kotao, jer njena čistota (odsustvo rastvorenog kiseonika i soli) sprečava koroziju.

Stopostotno punjenje povlači rasipanje pare; kada klip dođe na kraj hoda, razvođač obrće uloge usisno-izduvnih otvora; para, puneći potpuno jednu pregradu, gubi se, šireći se naglo od p do p' bez proizvođenja korisnog rada. Poželjno je da na kraju hoda pritisak u pokretnoj pregradi bude $p''<p$. Vrši se *parcijalno punjenje*, pri čemu para ulazi u cilindar samo onoliko koliko odgovara pomeranju klipa $a=f.l$ (f, deo punjenja). Zatim se obustavlja dolazak pare a ona koja je bila usisana, širi se od p do p', dok klip završava svoj hod na dužini $l-a=(1-f).1$. Broj $1-f$ predstavlja relativni uticaj širenja. Kako je p'' veće od p', para produžava da obavlja rad tokom širenja, odakle bolje korišćenje iste mase pare i porast realnog stepena korisnog dejstva. Kada početni pritisak p prelazi 10 atm, trebalo bi preterano produžiti cilindar da bi se dobilo efikasno širenje. Tada se koristi više *stepena širenja*; para sukcesivno prolazi kroz više cilindara, pri čemu svaki igra ulogu izvora pare za sledeći. Kod klipnih mašina ne prelaze se tri stepena koji se označavaju sa HP, MP i BP (visok, srednji i niski pritisak); parne lokomotive funkcionišu sa dva stepena, često cilindar HP među točkovima, a dva cilindra BP spolja; širenje povećava zapreminu pare, pa se isto mora dogoditi i sa zapreminama sukcesivnih stepena. Dogrejavanje se načelno ne primenjuje kod klipnih mašina. Često se upotrebljavaju kod mašina izrazi *jednostruko ekspanziona* ili *višestruko ekspanziona*, kada imamo samo jedno širenje ili više širenja u kaskadama.



Sl. 102

DOBIJANJE ROTACIONOG KRETANJA. Klip je pričvršćen za šipku T koja, posredstvom sklopa *klipnjača—krivaja* BM okreće zamajac V (sl. 101). On ima znatan momenat inercije, koji ublažava primene ugaone brzine prouzrokovane udarima pri radu (str. 534). Regulatori (inercijalni ili elektromagnetski) upravljaju preko mehaničke, hidrauličke ili električne transmisije zatvaračem stavljenim u cev koja spaja kotao sa mašinom; oni doprinose da se što je moguće više održava konstantna brzina rotacije i dopuštaju da se smanji uticaj zamajaca kod savremenih mašina.



Sl. 103

VATOV INDIKATOR. CIKLUS KLIPNE MAŠINE. Indikator predstavlja registratorski instrument, čiji savremeniji oblik jeste manograf. Registrovanje, ranije grafičko, vrši se sada optičkim ili električnim metodom. Deformacije tanke metalne membrane, povezane sa pregradom cilindra, daju promene pritiska u ovoj pregradi. Transmisija povezana za šipku odražava njena pomeranja, dakle, promene zapremine pregrade. Pomoću *Klapejronovih koordinata* (apscisa: zapremina v; ordinata: pritisak p) dobija se *Vatov dijagram*, zatvorena kriva koja obuhvata površinu s proporcionalnu radu w koji izvrši fluid tokom jednog *ciklusa*, potpunog odlaska i povratka klipa i punog obrtaja zamajca: $w=k.s$, koeficijent k karakteriše konstantu etaloniranja aparata. Rad w je *teorijski rad* koji se odnosi na jednu pregradu i jedan ciklus; ako mašina ima N obrtaja u sekundi, njena *teorijska snaga* je $P_i=2N.w=2N.k.s$, uz pretpostavku da su dve pregrade identične. *Realna snaga* ili *snaga na osovini* je $P=r.P_i$; r je *organski stepen korisnog dejstva* koji vodi računa o trenju i o energiji utrošenoj na dodatne organe. Na slici 102 tačkasto je ucrtan teorijski dijagram (Rankinov ciklus) a punom linijom realni dijagram za ciklus jednog širenja. Druga se nalazi unutar prve, što odgovara proizvodnji manjeg rada; to ima razne uzroke: ne momentano otvaranje usisnog i izduvnog otvora, opadanje pritiska u smeru cirkulacije fluida, trenje slojeva fluida u blizini zidova ili valjanje itd.

MERENJE SNAGE NA OSOVINI. Kada rotacija potiče od konstantnog sprega, čiji je modul C, ovaj spreg daje tokom rotacije za α radijana, rad $W=C.\alpha$. Za ugaonu brzinu ω rad.s^{-1} ili N ob.s^{-1}, snaga je $P=C.\omega=2\pi N.C$. Merenje P svodi se na merenje C i N. Ono se obavlja pomoću tahometra. Spreg se može dobiti pomoću statičkog uravnoteženja.

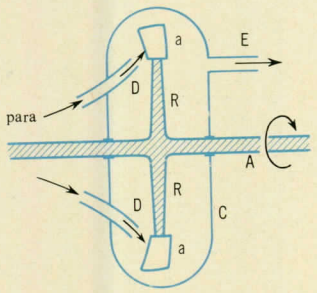
Najstariji aparat, upotrebljiv kada snaga ne prelazi nekoliko kilovata, jeste *Pronijeva* (*Prony*) *kočnica* (sl. 103). Metalni kotur, pričvršćen za motornu osu A, obuhvaćen je sa dva drvena kraka MM′, čije se stezanje može regulisati pomoću zavrtnja V, a time, dakle, i trenje na koturu; u hodu kotur mora težiti da vuče krakove bez blokiranja. Gornji krak M nosi masu za uravnoteženje E i polugu L, čije je pomeranje ograničeno sa dva upornjaka B, B′. Na kraju poluge nalazi se tas vage p sa tegovima m. Kada je mašina zaustavljena, uspostavlja se najpre ravnoteža, pri čemu je vrednost tegova m_0. Mašina se zatim okreće u smeru strelice, tako da sile trenja kojima kotur dejstvuje na krakove, teže da podignu tas. Kada je dostignuta brzina režima, ponovo se uspostavi ravnoteža poluge u horizontalnom položaju, menjajući tegove, koji sada ukupno iznose m_1. U tom momentu postoji jednakost, u modulu, između momenta motornih sila, momenta sila trenja između kotura i krakova, momenta težine mase $m=m_1-$

$-m_0$: $C = m.g.d$, odakle $P = 2\pi N.m.g.d$. Cirkulacija vode rashlađuje krakove, na čijoj se površini rad pretvara u toplotu.

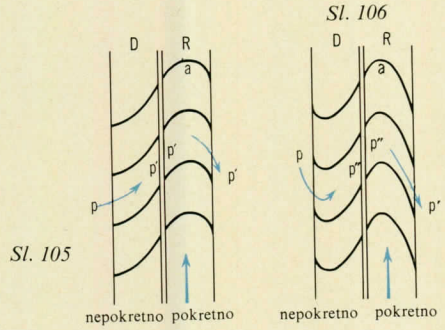
Kod velikih snaga koriste se hidraulične kočnice, kao što je Frudova (Froud) kočnica. Postoje razni modeli; na primer, cirkulacija vode ili ulja prolazi kroz karter koji ima nepokretne lopatice i lopatice koje pokreće motorna osovina; fluid ulazi i izlazi na stalnoj temperaturi koja se određuje kao i protok; snaga se izvodi iz fluksa toplote koju odnosi fluid.

Koriste se i električne metode; mašina pokreće dinamo kod koga su poznati uzroci unutrašnjih energetskih gubitaka (Džulov efekt, Fukoove struje, magnetska histereza), dakle stepen korisnog dejstva, odnos električne snage raspoložive za spoljnu upotrebu P_e i snage P koju daje mašina. Dinamo daje rad na spoljnom otporu koji rashlađuje voda; meri se utrošena struja I i razlika potencijala na krajevima U; $P_e = U.I$, odakle P.

PARNE TURBINE. Klipne mašine imaju mnogobrojne nedostatke koji se povećavaju sa ugaonom brzinom motorne osovine: spreg nula pri prolazu kroz »mrtvu tačku« (klipnjača u produžetku šipke klipa); efekti inercije pokretnih delova i reakcija nepokretnih delova, sile koje menjaju smer u sredini ciklusa; rezonancija kod izvesnih brzina, kao kod svakog oscilatornog kretanja itd. Oni se delimično ublažavaju dodavanjem masa za dinamičko uravnoteženje, upotrebljavanjem više cilindara, čiji su ciklusi podesno defazirani. Korisno je da se direktno proizvodi rotaciono kretanje, naročito iznad 5000 obrtaja u minutu. Ostavimo po strani hidraulične turbine koje funkcionišu na fluid, praktično nestišljiv, da bismo izučavali *turbine zasnovane na širenju pare*. Druge turbine koriste tople gasove proizvedene kao u turbo-mlaznim motorima; mikroturbine se napajaju komprimiranim vazduhom na običnoj

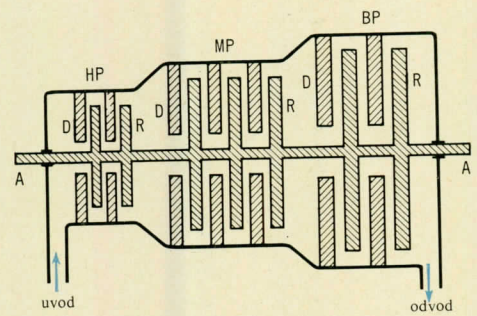


Sl. 104



Sl. 105

Sl. 106



Sl. 107

temperaturi, da bi pokretale zubarske bušilice ili laboratorijske uređaje; kod ovih poslednjih prelazi se 100000 obrtaja u minutu.

Pregrejana para, koja dolazi iz parnog kotla, ulazi u *razvođač* D koji je nepomičan i ima oblik venca koaksijalno pričvršćenog na pokretnu osovinu A; razvođač se sastoji od lopatica ili krilaca koji čine skup cevi različitih preseka. Para se tu širi; njen pritisak se smanjuje, dok se brzina povećava, što pretvara potencijalnu energiju u kinetičku energiju. Na izlasku iz razvođača, mlazevi pare dolaze na krilca *a* receptora koji pokreće *rotor* R, učvršćen na osovini A (sl. 104). Sve ovo je zatvoreno u karter C koji nosi razvođač; ovaj nepokretni skup naziva se *stator*. Para predaje deo svoje kinetičke energije rotoru. Idealno prenošenje energije pretpostavilo bi da je brzina pare na izlasku iz rotora jednaka nuli, apsolutna brzina u odnosu na stator, a ne relativna brzina u odnosu na rotor. U stvarnosti, para mora sačuvati deo brzine da bi otišla prema kondenzoru kroz otvor E kartera. Svaki put kada se želi znatna snaga, potreban je brzi debit toplote i fluida, čija brzina ne može biti zanemarena; ponovo se susrećemo sa činjenicom da realne mašine ne moraju biti suviše blizu uslova ravnoteže.

Kao i kod hidrauličnih turbina, i ovde postoje dva osnovna tipa: *akcione turbine* i *reakcione turbine*. Razlika se sastoji u tome da li je termodinamički proces praktično potpun u razvođaču (akcija) ili je raspodeljen između razvođača i receptora (reakcija). Kod akcione turbine (sl. 105) širenje se odvija u distributeru D, gde pritisak pada od p na p'; pritisak koji vlada u kondenzatoru, a pritisak ostaje približno konstantan između krilaca receptora. Kod reakcione turbine (sl. 106) širenje u distributeru dovodi pritisak od p na $p'' > p'$; para završava svoje širenje u receptoru, gde pritisak prelazi od p'' na p'; ona predaje energiju rotoru istovremeno preko sila pritiska kojima dejstvuje na krilca *a* i odavanjem dela svoje kinetičke energije; presek mlazeva pare ograničenih krilcima rotora opada, dok je on praktično konstantan kod akcionih turbina.

Suprotno klipnim mašinama, proticanje fluida je permanentno, bez uvlačenja i izvlačenja koje dozvoljava da se definiše ciklus; u permanentnom režimu neka masa fluida prelazi iz jednog početnog stanja u isto takvo konačno stanje, tako da se može reći da proces odgovara nizu ciklusa, ali da je trajanje svakog od njih proizvoljno. Uzimajući masu fluida *m* moguće je nacrtati Vatov dijagram koji njoj odgovara, posebno za jediničnu masu. Napomenimo da se mogu koristiti ne samo Klapejronove koordinate (v, p), nego i entropijske koordinate (entropija S, Kelvinova temperatura T) i Molijeove (Mollier) koordinate (entropija S, entalpija H). Podvucimo da je kod svih parnih turbina *realni ciklus ireverzibilan*, zato što imamo spontani proces, povezan sa kretanjem materije u smeru opadajućih pritisaka. Ciklus se naziva *Renkinov ili Hirnov ciklus*, u zavisnosti od toga da li je para usisana direktno na izlazu iz cevi u kojima je nastala ili je prethodno pregrejana.

Parna turbina je najčešće *višestepena* (sl. 107); ona ima tri stepena HP, MP, BP, od kojih je svaki višestruko ekspanzioni i sadrži više uzastopnih venaca, naizmenično pokretnih i nepokretnih a koji čine, dakle, niz razvođača i receptora; svi rotori su učvršćeni na istoj osovini. Ekspanzija pare povećava njenu zapreminu, a isto treba da bude i sa korisnim zapreminama venaca, čiji prečnik raste. Stepen korisnog dejstva turbina povećava se na razne načine: dogrejavanje između dva stepena, pretakanje dela raširene pare koja služi za prethodno zagrejavanje u razmenjivaču vode koja se upućuje u kotao itd.

Opšti nedostatak parnih mašina sastoji se u tome, što u parnom kotlu gasovi, nastali sagorevanjem a srednje temperature 1200°C, služe za proizvodnju vodene pare, čija je temperatura maksimum 600°C, što odgovara degradaciji toplotne energije. Da bi se ovo otklonilo, izmišljene su instalacije sa više fluida: prvo kolo, zagrejano gasovima sagorevanja, koristi fluid slabo isparljiv a koji se ne razlaže na visokoj temperaturi (živa); drugo kolo funkcioniše na vodu, pri čemu je kotao kondenzor prvoga kola; postoje samo prototipovi takvih uređaja u Sjedinjenim Američkim Državama. Teorijski ništa ne ograničava snagu jedne višestepene turbine; ali da bi se smanjila glomaznost, treba povećati pritisak na ulazu i pojavljuju se turbine kod kojih je fluid na početku u hiperkritičnim uslovima. Danas, centrale E. D. F. imaju turbine od 125 do 250 MW; sistem od 600 MW je u izgradnji, a predviđaju se u bliskoj budućnosti od 1 GW (gigavat je ekvivalentan 10^9 W).

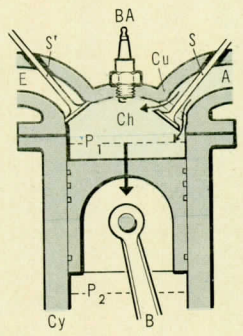
MOTORI SA UNUTRAŠNJIM SAGOREVANJEM

OPŠTA RAZMATRANJA. Kod motora sa unutrašnjim sagorevanjem toplotni generator je ugrađen u motor; toplota se dobija sagorevanjem fluida, tečnosti, pare ili gasa; to smanjuje glomaznost i gubitke, a povećava specifičnu snagu ili odnos snage prema masi celokupne potrebne instalacije. Ova poslednja veličina ograničava domen upotrebe svakog tipa motora: parna klipna mašina kod lokomotiva i malih nepokretnih instalacija; parna turbina kod električnih centrala i velikih brodova; benzinski motori kod malih vozila, kopnenih i vazdušnih; dizel-motori kod industrijskih vozila, malih brodova, elektro-agregata; turbo-mlazni motori kod teških i brzih aviona; raketni motori kod raketa velikih brzina.

Nekadašnja podela na eksplozivne motore i motore sa sagorevanjem nema više opravdanja; eksplozija nema značaja jer se zahteva da se izbegne detonacija kod automobilskih motora. Oslanja se na *brža ili sporija sagorevanja* koja nastaju tokom ciklusa različitih karakteristika. Međutim, zadržan je naziv *eksplozivni motori* za one motore u koje gorivo ulazi, pomešano sa vazduhom, u obliku pare ili sitnih isparljivih kapljica; *motori sa sagorevanjem ili ubrizgavanjem* koriste sukcesivni dolazak vazduha i goriva, obično tečnog; u drugom slučaju sagorevanje se odvija u obliku plamena koji polazi od ubrizgivača, dok u prvom ono zahvata čitavu zapreminu ograničenu cilindrom i klipom.

Svaki ciklus predstavlja niz procesa ili *taktova* koji se reprodukuju uvek po istom redu. Najvažniji su *četvorotaktni ciklusi Bo de Rošaa* (Beau de Rochas) i *Džul-Dizela*. *Dvotaktni ciklusi* se koriste kod malih motora kada se želi *velika specifična snaga*. Ovi motori su svi *klipni* i *jednoradni*. Međutim, predvida se bliska upotreba benzinskih rotacionih turbomotora. Videćemo sličnosti i razlike između klipnih motora i turbo-reaktora.

ČETVOROTAKTNI EKSPLOZIVNI MOTOR. BO DE ROŠAOV CIKLUS. Nepropusni klip P može se kretati u unutrašnjosti *cilindra* Cy; njegovo alternativno kretanje pretvara se u rotaciono pomoću *klipnjače B* (sl. 108) koja dejstvuje na krivaju radilice u opštem slučaju, kada je motor višecilindričan da



Sl. 108

bi se dobio pravilniji spreg. Smeša vazduh—gorivo dolazi kroz *usisnu cev* A koju može zatvoriti *ventil* S. Aktivnu pregradu cilindra zatvara *glava cilindra* Cu, kroz koju prolazi *svećica za paljenje* BA. Korisna površina klipa pomera se između dva krajnja položaja P_1, P_2; zapremina između P_1 i glave cilindra predstavlja *kompresioni prostor* Ch; rastojanje $P_1 P_2 = l$ jeste *hod* klipa. Sagoreli gasovi izlaze kroz *izduvnu cev* E, koju može zatvoriti ventil S′. Četiri takta, *usisavanje*, *kompresija*, *širenje*, *izduvavanje*, predstavljena su na slici 109 crtežima 1, 2, 3, 4. Skup od četiri takta koji se odnose na istu masu mešovitog fluida čini jedan ciklus; priroda gasova se menja tokom ciklusa, ali ne i ukupna masa, što dozvoljava da se proces predstavi dijagramom, kao za jedinstvenu tečnost parne mašine.

Prvi takt. Ventil S je otvoren a S′ zatvoren. Klip se udaljava od kraja cilindra, stvarajući depresiju koja kroz A usisava smešu stvorenu u *karburatoru*, što nećemo detaljno analizirati; smeša je ta koja donosi u motor potencijalnu hemijsku energiju. Ovaj takt, *usisivanje* ili *dovođenje* traje tokom čitavog hoda klipa $P_1 P_2$; pritisak u kompresionom prostoru je nešto ispod vladajućeg atmosferskog pritiska.

Drugi takt. Oba ventila su zatvorena a klip se penje iz P_2 prema P_1. Usisana smeša trpi *kompresiju*, približno adijabatsku. Ostatak kapljica benzina prelazi u paru; pritisak i temperatura se povećavaju.

Stepen kompresije jeste odnos $\frac{v_2}{v_1} = r$ maksimalne i minimalne vrednosti korisne zapremine u unutrašnjosti cilindra.

Treći takt. Teorijska varnica svećice blesne kada klip dođe u položaj P_1, i ako dođe do eksplozije hemijska reakcija nastupa momentano, podižući temperaturu i pritisak adijabatski i izohorno; to je *paljenje*. U stvarnosti sagorevanje je postepeno i treba predvideti *pretpaljenje*, da bi sagorelo čitavo gorivo ili gorivna smeša. Znatne sile pritiska, koje potiču od toga što je unutrašnji pritisak mnogo viši od atmosferskog pritiska koji dejstvuje na drugu stranu klipa, potiskuju klip od P_1 prema P_2. Sagoreli gasovi povećavaju zapreminu uz smanjenje pritiska; to je *širenje koje proizvodi rad*.

Četvrti takt. Klip se vraća iz P_2 u P_1. Ventil S je zatvoren dok je S′ otvoren; penjanje klipa potiskuje sagorele gasove i izbacuje ih u atmosferu kroz cev E; to je *izduvavanje*. Ne postoji kondenzor i kontrapritisak je uvek atmosferski pritisak.

Neophodnost zamajca. Kod dvoradne parne mašine stalno postoje motorne sile, izuzev u mrtvim tačkama. Kod četvorotaktnog eksplozivnog motora *samo je jedan takt motorni*, treći, koji odgovara širenju. Ostali taktovi troše energiju koja se uzima od zamajca pričvršćenog za osovinu; kompresija je ta koja zahteva najviše energije i o tome se vodi računa uključujući na krivaju motor sa kontaktnim paljenjem. Korisno je da na istu radilicu dejstvuje više identičnih cilindara. Kod motora sa četiri cilindra taktovi su pomereni tako, da se kompresija jednog odvija za vreme širenja drugog; ako se cilindri obeleže brojevima 1, 2, 3, 4, pomeranje je obično takvo da se motorni taktovi smenjuju po redu 1, 3, 4, 2.

Predstavljanje Bo de Rošaovog ciklusa. Četvorotaktni ciklus, koji je pronašao Bo de Roša, predstavlja se na Klapejronovom dijagramu (v, p), eksperimentalno ucrtanom pomoću *manografa*; ovaj aparat ima manju inerciju od prostog Vatovog indikatora, što je neophodno, jer klipni motor sa sagorevanjem ima mnogo veću turažu od parnog (3000 do 10000 ob. mn^{-1} prema nekoliko desetaka). Slika 110 daje teorijski dijagram za idealni motor, gde je sagorevanje momentano i gde unutrašnji pritisak postaje odmah jednak spoljnom pritisku čim se otvore ventili; strelice pokazuju smer procesa, a cifre označavaju taktove; slova *c* i *e* označavaju sagorevanje, odnosno izduvavanje.

Dijagram realnog motora deformisan je usled istih pojava, kao i kod parne mašine; postoje još i drugi uzroci; stanje raspršenosti ili pare gorivne smeše pri usisavanju prethodi paljenju, itd. Realni dijagram (sl. 111) sastavljen je od dve površine koje se obilaze u suprotnom smeru; gornja površina, veća, odgovara motornom radu koji proizvodi fluid, a donja površina predstavlja otporni rad; razlika ovih površina pojavljuje se, dakle, pri izračunavanju teorijske snage. Treba podvući da *jedan četvorotaktni ciklus odgovara dvama obrtajima motorne osovine*, a ne jednom, kao kod parne mašine.

PRINCIP DVOTAKTNOG MOTORA. Ovi motori dozvoljavaju da se dobiju znatne specifične snage uz malu glomaznost, ali na štetu ukupnog stepena korisnog dejstva, posebno zbog toga što deo gorivne smeše ne sagori. Ovi motori su od interesa kod lakih aparata (motocikl, motorna testera, aero-modelarstvo itd.). Posmatrano u celini, ovde susrećemo iste uređaje kao i kod četvorotaktnog motora. Dva takta se ukidaju stvarajući kompresiju izvan cilindra i spajajući takt usisavanja sa taktom izduvavanja. Može postojati mali nezavisni kompresor, ili se koristi druga strana klipa za komprimiranje vazduha u karteru na znatno viši pritisak od onog koji vlada u cilindru na kraju širenja; komprimirani vazduh je tada ubrizgan u cilindar, gde potiskuje sagorele gasove prema izduvnom otvoru, unoseći gorivo i njegov oksidator. Slika 112 daje hod realnog dijagrama; naročito podvlačimo činjenicu da jedan *obrtaj zamajca odgovara jednom ciklusu*, što je glavni uzrok povećanja specifične snage.

DIZEL-MOTOR ILI MOTOR SA SAGOREVANJEM. Mi ćemo razmatrati samo četvorotaktni ciklus, ali postoje takođe i dvotaktni ciklusi. Ovi motori imaju manju turažu od eksplozivnih motora, što ih čini zanimljivijim ako snaga ima znatnu vrednost (kamioni, lokomotive, brodovi, male električne centrale). Oni su teški i dosta glomazni, što ne dozvoljava da se ugrađuju u avione. Sagorevanje je dosta sporo; ono se odvija u vidu plamena, počev od cevi za ubrizgavanje, gde specijalna pumpa šalje upravo željenu masu tečnog goriva; ono može biti, dakle, manje isparljivo od benzina (kerozin, gas, biljno ulje, itd.). Četiri takta su isti kao i napred pomenuti, sa izvesnim osobenostima.

Prvi takt. Usisavanje. Ne usisava se više smeša, nego samo vazduh.

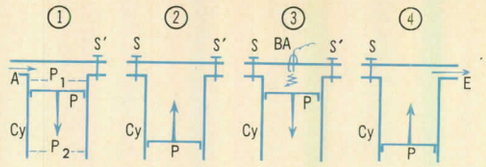
Drugi takt. Kompresija. Vazduh je jako komprimiran; stepen kompresije može preći 30, dok je on kod benzinskih motora reda 7 do 9. Ova kompresija, kvazi-adijabatska, povišava jako temperaturu vazduha; dobijeni pritisak je isto tako znatno viši od pritiska kod eksplozivnog motora, što zahteva zidove deblje, dakle teže (on može dostići 70 atm).

Treći takt. Sagorevanje i širenje. Načelno, temperatura vazduha na kraju kompresije je dovoljna da zapali ubrizgano gorivo; to važi za topli motor, međutim, često je potreban pomoćni uređaj kada je motor hladan. Sagorevanje se odvija tokom jednog dela spuštanja klipa i ono je teorijski izobarno (konstantan pritisak). Za vreme sagorevanja i širenja koje ga prati, sile pritiska koje dejstvuju na klip, vrše rad; treći takt predstavlja i motorni takt.

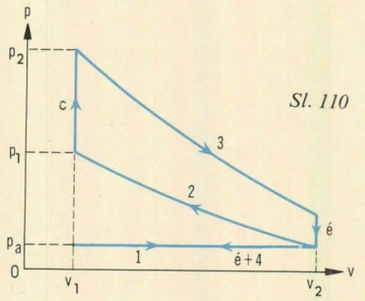
Četvrti takt. Izduvavanje. Ništa posebno, sem što je pritisak na kraju širenja obično veći nego kod eksplozivnih motora; zbog toga su dizel-motori mnogo bučniji.

Dijagram ciklusa. Slike 113 i 114 daju respektivno *Džulov teorijski dijagram* i *realni dijagram* četvorotaktnog dizel-motora.

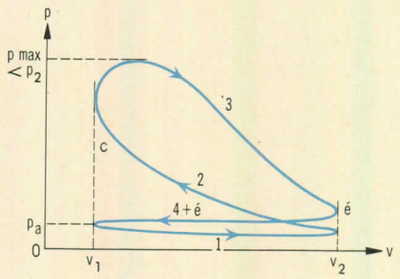
Polu-dizel motor. To je dvotaktni motor. Na kraju kompresije dobija se samo 10 ili 15 atm i temperatura vazduha nije dovoljna da bi zapalila ubrizgano gorivo, što zahteva uređaj za paljenje. Komprimirani vazduh u karteru ima pritisak oko 2 atm. Ne postoje ventili, već otvori izdubljeni u zidu cilindra, koje otvara klip pri svom kretanju, što dozvoljava čišćenje i izduvavanje. Nećemo crtati odgovarajući ciklus.



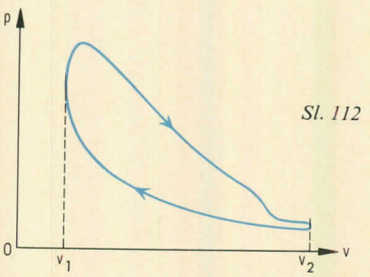
Sl. 109



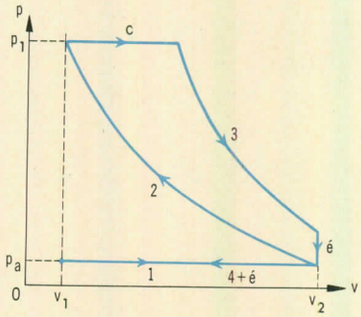
Sl. 110



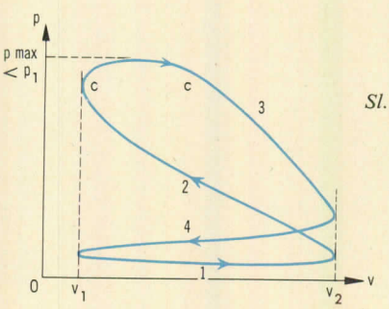
Sl. 111



Sl. 112



Sl. 113



Sl. 114

TURBO-REAKTORI. GASNE TURBINE. To su rotacioni motori velike brzine, kod kojih susrećemo četiri takta: usisavanje, kompresiju, širenje, izduvavanje. Dok su se kod prethodnih motora ovi taktovi smenjivali na istom mestu, oni se sada odvijaju u isto vreme u raznim delovima, čija je uloga specijalizovana.

Usisani vazduh kroz otvor A komprimiran je u C pomoću pumpe sa višespratnim krilcima, pričvršćene na osovinu rotacije X′X turbine Tu (sl. 115). Komprimirani vazduh šalje se u prostor za sagorevanje Ch, gde dolazi gorivo (kerozin) kroz ubrizgivač I; ovde dolazi do *izobarnog sagorevanja*, što uslovljava da, za datu masu, imamo Džulov ciklus, analogan Dizelovom ciklusu. Gasovi topli i pod pritiskom šire se u višestruko ekspanzionoj turbini Tu; ona podseća na višestepenu parnu turbinu, samo što su krilca od specijalnog čelika, jer moraju da podnose više temperature (900 do 1000°C prema maksimumu 600°C). Sagoreli gasovi izlaze kroz E; postoji koaksijalnost između raznih delova i puta gasa (kod aviona dužina manje smeta nego velike poprečne dimenzije).

Kada se aparat koristi kao motor, rad koji daje turbina Tu mora biti znatno veći od rada koji troši kompresor C; širenje predstavlja potisak; na izlazu iz turbine pritisak gasa malo premašuje atmosferski pritisak i brzina gasa je dosta mala. To nalazimo kod turbina koje pokreću elisu aviona (turbopropulzori) ili alternator; stavljanje u pokret je veoma brzo, odakle značaj turbo-električnih agregata za proizvodnju energije u momentu maksimalne potrošnje.

Kod turbo-reaktora turbina mora proizvoditi energiju potrebnu za funkcionisanje kompresora; preostala brzina istisnutih gasova je velika i ona je ta koja obezbeđuje reaktivnu propulziju, posledicu teoreme količine kretanja. Ako u intervalu vremena δt, mlazni motor izbaci masu gasa m brzinom $\vec{v}$, brzina aviona mase M menja se za $\delta\vec{V}$, pa imamo $M.\delta\vec{V}+m.\vec{v}=0$, ili, u modulu, $\delta V=\frac{m}{M}.v$, zanemarujući trenja, kao što je otpor vazduha. Avion je dobio potisak $\vec{F}$ koji mu daje impuls $\vec{F}.\delta t=-m.\vec{v}$ (sl. 116). U modulu, potisak mlaznog motora je $F=\frac{m}{\delta t}.v=D.v$, gde je D specifični protok istisnutih gasova. To objašnjava zašto se razmatra potisak mlaznih motora, a ne njihova snaga; on, $P=F.V$, se menja sa brzinom aviona V, što predstavlja nezgodu pri uzletanju, a prednost pri letenju optimalnom brzinom. Mlazni motori troše mnogo goriva; smanjena je potrošnja za 20—25% zahvaljujući dvostrukom fluksu: kompresor ima veći prečnik i šalje prstenastu hladnu struju vazduha oko toplog mlaza, što snižava srednju temperaturu izbačenih gasova i poboljšava Karnoov stepen korisnog dejstva, budući da je hladionik manje topao.

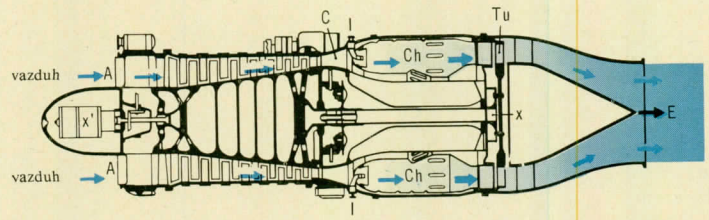
UPOREĐIVANJE REALNIH STEPENA KORISNOG DEJSTVA RAZNIH TIPOVA TOPLOTNIH MAŠINA (MOTORA). Oni su najbolji kod dizel-motora: 0,35 do 0,40 prema 0,25 do 0,30 kod eksplozivnih motora; to je uslovljeno naročito koeficijentom termičkih gubitaka kroz zidove, koji iznosi 0,20 umesto 0,30 do 0,35. Kod velikih parnih turbina on je reda 0,35 i dostiže 0,80 do 0,85 Karnoovog stepena korisnog dejstva, dok taj deo retko premašuje 0,50 kod klipnih mašina. Pri proračunavanju Karnoovog stepena korisnog dejstva neke parne mašine, čije se izduvavanje vrši u vazduh pod pritiskom $p'=1$ atm, uzima se kao temperatura hladionika $t_2=100°C$ ili $T_2=373°K$. Sa kondenzorom, T_2 predstavlja temperaturu koja odgovara pritisku pare u ovom kondenzoru.

PRINCIP RAKETNOG MOTORA. Radi se o reaktivnoj propulziji, ali motor je autonoman i ne koristi vazduh, što mu omogućava da funkcioniše u interplanetarnom prostoru. Izbačeni gasovi su proizvod hemijske reakcije (razlaganje ili reakcija između dva tela) polazeći od *propergola*. Pomenimo raketni motor na barut (razlaganje čvrstog tela na bazi nitroceluloze) i raketne motore na dve tečnosti (azotna kiselina i terpentinski benzin, vodonik i kiseonik). Teorija raketnih motora bazira se na teoremi količine kretanja i imamo, kao kod mlaznog motora, $M.\delta\vec{V}+m.\vec{v}=0$. Izvan granica Zemljine atmosfere spoljašnja trenja ne postoje.

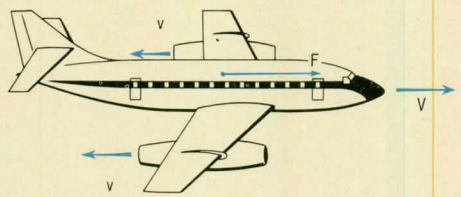
PRINCIP ODRŽANJA ENERGIJE. Danas je to jedan od fundamentalnih i najbolje dokazanih principa fizike. Videli smo da se energija pojavljuje u više oblika. Ova veličina je povezana sa mnogobrojnim fizičkim pojavama: kretanje, temperatura, elektricitet, hemijske reakcije itd. Tela i sistemi tela mogu razmenjivati energiju i prenošenja energije mogu biti praćena promenama oblika energije. Princip ekvivalentnosti je opštevažeći: *energija je podložna transformacijama, ali se kvantitativno održava*. Zato se istom jedinicom (džul u internacionalnom sistemu) može meriti svaka energija, bez obzira na njen oblik.

Kada je neki termodinamički sistem izolovan i kada ne razmenjuje sa okolnim telima nijedan oblik energije (rad, toplota, hemijska ili električna energija itd.), njegova ukupna energija, zbir raznih energija celog sistema, ostaje nepromenljiva. Može postojati unutrašnja razmena, ali ono što jedan deo sistema preda, drugi tačno primi.

I sama materija se može izjednačiti sa jednim kondenzovanim oblikom energije. Ajnštajnov obrazac $\delta W=\delta m.c^2$, gde je c brzina svetlosti u vakuumu, izražava *ekvivalentnost masa — energija*, poseban slučaj održanja energije. Emitovanje zračenja neke zvezde u međuzvezdni prostor praćeno je smanjenjem mase zvezde, ali ukupna energija svemira ostaje nepromenjena.



Sl. 115



Sl. 116

optika

PRAVOLINIJSKO PROSTIRANJE SVETLOSTI

SVETLOST. IZVORI SVETLOSTI. U procesu saznavanja prirode, predstave o svetlosti i mraku su među prvim tekovinama i veoma brzo saznajemo da preko oka, organa vida, opažamo svetlost. Definišući svetlost kao *»ono što osvetljava predmete i čini ih vidljivim«* (*Petit Larousse*), mi, dakle, samo dopuštamo postojanje jednog jedinstvenog uzroka vidljivosti predmeta koji nas okružuju.

Kada noću zapalimo lampu kažemo da se svetlost širi po sobi i da nam omogućuje da razlikujemo predmete koji se nalaze u sobi. Lampa koja proizvodi svetlost zove se *izvor svetlosti*. Naše oko je osetljivo na svetlost, i uzimamo da je uzrok viđenja nekog predmeta ulaženje u oko svetlosti koja proizlazi iz tog predmeta. Nije neophodno da predmet bude izvor svetlosti; dovoljno je da primivši svetlost nekog izvora predmet vrati svetlost prema našem oku, pa da vidimo taj predmet. Tada možemo smatrati predmet kao *sekundarni izvor*. Slika 1 shematski prikazuje prethodno objašnjenje: buket cveća predstavlja *predmet osvetljen* svetlošću, proizišlom iz lampe; on je vidljiv zahvaljujući svetlosti koju vraća u oko. Na isti način vidimo Mesec, zato što on vraća prema Zemlji deo svetlosti koju prima od Sunca.

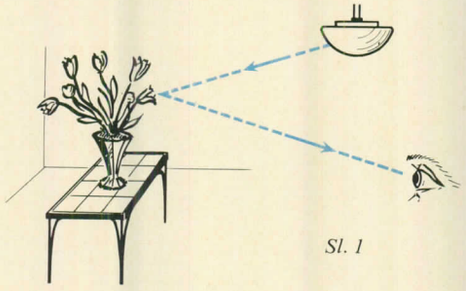
Tako smo došli do toga da se bavimo ponašanjem osvetljenog tela, a ovo izučavanje nas vodi ka prvoj podeli prema sposobnosti nekog tela da propušta svetlost koju prima. Postavljanje predmeta između izvora i oka dozvoljava da tako razlikujemo *neprovidna* tela — to su ona koja, kao dosta debela daska od drveta, potpuno zaustavljaju svetlost; *providna* tela koja, kao staklo ili tanki sloj vode, praktično ne utiču na vidljivost izvora; *prozračna* tela koja, kao tanjirić od tankog porculana, još dozvoljavaju da se primi svetlost izvora, s tim da se jasno ne razaznaje njegov oblik.

Ako, naprotiv, postavimo naše oko sa one strane predmeta koja prima svetlost izvora, da bismo izučavali način na koji je on odbija, utvrdićemo da se to odbijanje, uopšte uzev, odvija u svim pravcima: kažemo da telo *difuzno odbija* svetlost. Ako je njegova površina uglačana, ono odbija svetlost u pravcima povlašćenim u odnosu na pravce, duž kojih je primilo svetlost. Tada se kaže da telo *reflektuje* svetlost. Najzad, postoji u svim slučajevima *apsorpcija* svetlosti od strane tela na koje je ona pala. Deo energije koju nosi upadna svetlost, ne nalazi se u reemitovanoj svetlosti. *Apsorpciona moć* može biti veća ili manja; ona je velika, na primer za neprovidnu i slabo difuznu čađ, mala za neprovidan i jako difundujući sloj snega, mala za neprovidnu i jako odbijajuću uglačanu metalnu ploču, mala za providno staklo, koje gotovo u celosti propušta primljenu svetlost.

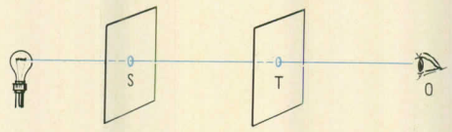
Skup prethodnih pojava — propuštanje, difuzno odbijanje, refleksija — do kojih dolazi na nivou svake materijalne čestice, daje nam utisak da je svetlost razlivena u prostoru i da su predmeti potopljeni u svetlost, kao u neku kadu. Tako, na primer, difuzno odbijanje Sunčeve svetlosti od molekula vazduha, prouzrokuje sjajnost i boju neba.

PROSTIRANJE SVETLOSTI. Mnogobrojni ogledi, od kojih su neki rezultat svakodnevnog posmatranja, navode na misao da svetlost, prolazeći od izvora do tačke koju osvetljava, sledi put koji predstavlja pravu liniju. Uzmimo, na primer, kao svetlosni izvor otvor S, malih dimenzija, napravljen u metalnoj ploči, osvetljenoj pomoću lampe (*sl.* 2) i tražimo da vidimo S kroz mali otvor T, napravljen u drugoj metalnoj ploči, pri čemu je oko O dosta udaljeno od T. Ogled dokazuje da je S vidljivo samo ako su sve tri tačke S T O na istoj pravoj, što se može lako proveriti utvrđujući da zategnuta žica, koja prolazi kroz S i T, završava u O. Ovo proveravanje je očevidno grubo, ali mi smo tako uvereni u njegovu valjanost da, zauzimajući i suprotno gledište, izjavljujemo, kada smo stavili oko tako da je S vidljivo kroz T, da smo postavili na *istu pravu liniju* oko O i tačke S i T.

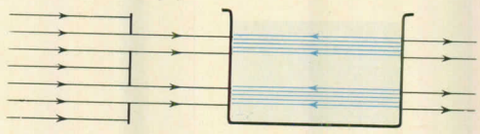
Da bi se pokazali putevi kojima ide svetlost koristi se jedan drugi postupak u kojem se na neki način oni materijalizuju. U kivetu paralelnih zidova stavlja se voda i u nju se dodaje nekoliko kapi fluoresceina. Ova supstancija svetli zeleno na putu svetlosti, čineći tako ovaj put vidljivim. Kiveta se osvetljava svetlošću iz projekcione lampe. Neprovidni ekran sa dva kružna otvora dozvoljava da se precizno ograniče osvetljena područja kivete (*sl.* 3). Tako se uočavaju u kiveti dva prava »snopa« svetlosti. Iz ovog posmatranja zaključuje se da se svetlost u vodi prostire u pravoj liniji. Pojava materijalizacije pomoću suspenzije prašine u vazduhu dozvoljava da vidimo svetlost svetionika ili svetlost koja dolazi od Sunca kroz oblake.



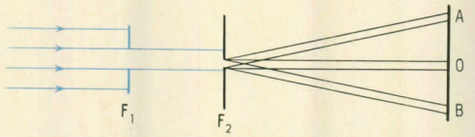
Sl. 1



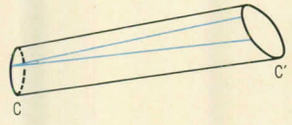
Sl. 2



Sl. 3



Sl. 4



Sl. 5

Ovim ogledima i tvrdnjama nedostaje tačnost. U stvarnosti, kod prvog pomenutog ogleda otvori S i T nisu tačke u geometrijskom smislu reči. Ako se želi biti strožiji, moraju se sve više smanjivati dimenzije otvora, tako da se što više približi idealnom ogledu. Kada prečnik otvora padne ispod približno 1/20 mm, zapažaju se nove pojave koje nisu u saglasnosti sa pravolinijskim prostiranjem. Tako, u ogledu shematski prikazanom na slici 4, gde F_1 i F_2 predstavljaju dve paralelne pukotine, očekuje se, ako svetlost ide pravom linijom, da ćemo je opažati samo u centralnom području O; međutim, u području A i B, jasno odvojena od O, svetlost takođe dopire kada širina pukotina postane mala, na primer znatno ispod jednog milimetra. Ove pojave, nazvane pojave difrakcije, biće izučavane kasnije. Mi nećemo poricati njihovo postojanje ako kažemo da se u uslovima normalnog posmatranja (posebno tamo gde se ne pojavljuju otvori suviše malih dimenzija) svetlost prostire u pravoj liniji.

PRINCIP PRAVOLINIJSKOG PROSTIRANJA. Princip predstavlja tvrdnju opšteg značaja (često podstaknutu ogledom), iskazanu *a priori*, iz koje se logičnim putem može izvesti veoma veliki broj zaključaka, od kojih su izvesni veoma udaljeni od polazne tačke. U onoj meri u kojoj ovi zaključci nisu u suprotnosti sa činjenicama, potvrđuje se valjanost principa. U tom duhu iskazuje se princip pravolinijskog prostiranja svetlosti u sledećem obliku:

U providnoj, homogenoj(1), *izotropnoj*(2) *sredini, svetlost se prostire u pravoj liniji.*

Svetlosni zraci i snopovi. Prava duž koje se prostire svetlost zove se *svetlosni zrak*. Strelica na svetlosnom zraku određuje smer prostiranja svetlosti.

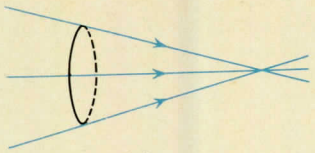
Svetlosni zrak realno ne postoji. Mi ćemo, dakle, uvek posmatrati svetlosne *snopove* koje možemo smatrati da su sastavljeni od beskonačno mnogo svetlosnih zrakova. Svetlosni snop je nužno ograničen pravama (*sl.* 5) koje se oslanjaju na konture C i C′. Svaka prava koja spaja tačku unutar konture C sa tačkom unutar konture C′ predstavlja zrak snopa. Snop može biti *konusan*. Za to je dovoljno da nosači svih njegovih zrakova prolaze kroz istu tačku. On je *konvergentan* kada se svetlost usmerava prema vrhu konusa (*sl.* 6); on je *divergentan* kada se svetlost udaljava od vrha (*sl.* 7). Jedan isti snop može, očevidno, biti konvergentan, a zatim divergentan (*sl.* 8). *Cilindrični* ili *paralelni* snop je sastavljen od paralelnih zrakova (*sl.* 9).

Konusni snop se karakteriše svojim *otvorom*, prostornim uglom Ω unutar konusa obrazovanog od krajnjih zrakova snopa. Ako je snop kružni, može se karakterisati polu-uglom θ na vrhu kružnog konusa koji obrazuju krajnji zraci. Tada imamo $\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta)$. Cilindrični snop karakterisaće se svojom *debljinom*, površinom normalnog preseka cilindra koji obrazuju krajnji zraci.

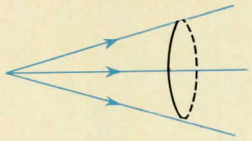
Snop malog otvora ili male debljine naziva se *uski* snop zrakova. Najzad, »elementarna svetlosna cev« naziva se skup zrakova unutar dve ravne konture C i C′ malih dimenzija u odnosu na njihovo srednje rastojanje OO′ (*sl.* 10). *Debljina* svetlosne cevi jeste veličina

$$\Delta E = \frac{\Delta S \cos\alpha \, \Delta S' \cos\alpha'}{r^2},$$

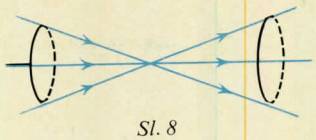
(1) *Homogen*: koji ima ista svojstva u svim svojim tačkama.
(2) *Izotropan*: čija su svojstva oko jedne tačke ista u svim pravcima.



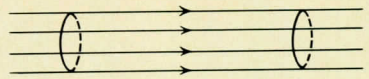
Sl. 6



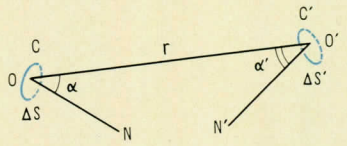
Sl. 7



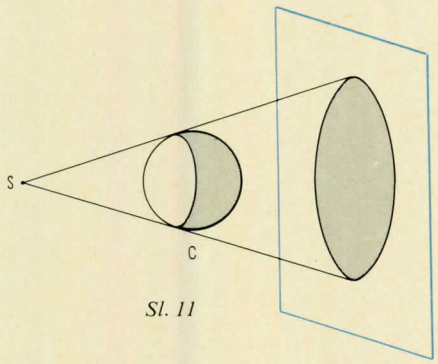
Sl. 8



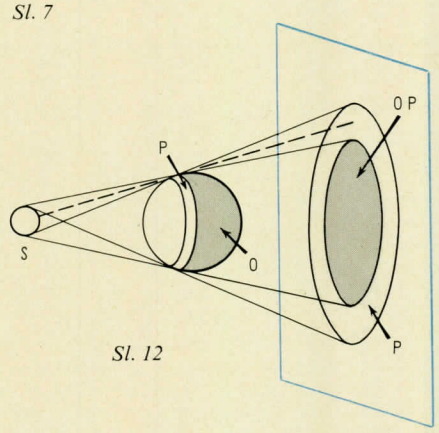
Sl. 9



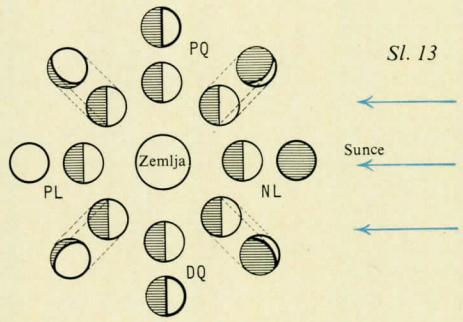
Sl. 10



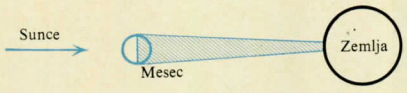
Sl. 11



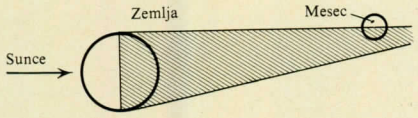
Sl. 12



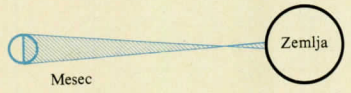
Sl. 13



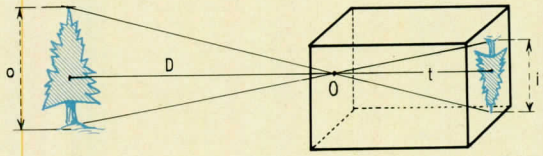
Sl. 14



Sl. 15



Sl. 16



gde su ΔS i $\Delta S'$ ravne površine ograničene sa C i C′, α i α' uglovi koje zatvaraju normale sa pravcem OO′, a r rastojanje OO′. Ove razne veličine naći će primenu u fotometriji.

POJAVE KOJE SE OBJAŠNJAVAJU SAMO PRINCIPOM PRAVOLINIJSKOG PROSTIRANJA. Senke. Tačkasti izvor S osvetljava neprovidno telo C, bilo kog oblika, postavljeno između izvora i nekog ekrana. Na ekran dolaze samo oni svetlosni zraci koje telo C nije zaustavilo. Svaka tačka smeštena u konusu vrha S, opisanog oko tela C i sa suprotne strane od S, nalazi se u konusu *bačene senke*. Presek ovog konusa sa ekranom razdvaja osvetljeno područje od mračnog područja (*sl.* 11). Pojava je složenija kada svetlosni izvor nije tačkast, to jest kada se njegove dimenzije ne mogu zanemariti u odnosu na srednje rastojanje izvora i neprovidnog predmeta. To je, na primer, slučaj kada se kao izvor uzima ampula od mutnog stakla, postavljena blizu neprovidnog tela C. Tada se konstatuje da se na ekranu postepeno prelazi iz mraka na punu svetlost. Kaže se da između senke i svetlosti postoji zona *polusenke*. Objašnjenje je prosto (*sl.* 12). Tačke centralnog područja ekrana, zona senke, ne mogu primiti svetlost ni od jedne tačke izvora. Tačke zone polusenke primaju svetlost od jednog dela izvora, dela koji je utoliko veći ukoliko se više udaljavamo od centralnog područja. Izvan polusenke sve korisne tačke izvora učestvuju u osvetljavanju ekrana. Na samom telu krajni konusi zrakova, određuju tri područja: prvo — pune osvetljenosti, odakle se izvor vidi u potpunosti; drugo — polusenke, odakle se vidi samo deo izvora; treće — senke, odakle se ne vidi nijedna tačka izvora.

Mesečeve faze. Mesec obiđe Zemlju za oko 28 dana. On prima svetlost od Sunca i samo osvetljeni delovi su vidljivi sa Zemlje. Slika pokazuje prividne oblike Meseca, nazvane *faze*, koji zavise od raznih položaja ove planete na njenoj orbiti (*sl.* 13).

Pomračenje Meseca. Sunce, osvetljavajući Zemlju, stvara iza nje konus senke (pošto je rastojanje između ove dve planete veliko, polusenka nema značaja). Može se dogoditi da Mesec, kada je pun, uđe potpuno ili delimično u ovaj konus. On prestaje tada da bude vidljiv potpuno ili delimično: tada nastupa potpuno ili delimično pomračenje Meseca (*sl.* 14).

Pomračenje Sunca. Mesec, osvetljen od strane Sunca, stvara iza sebe konus senke. Može se dogoditi da za vreme mladog meseca ovaj konus senke, ili njegovo produženje, dodirne Zemlju u izvesnim tačkama. Iz ovih tačaka Sunce, ili deo Sunca, nije vidljivo. U slučaju kada produžetak konusa senke dodiruje Zemlju, lako se može videti na slici da je jedan deo Sunca još vidljiv u obliku prstena: tada nastupa prstenasto pomračenje (*sl.* 15).

Mračna komora ili camera obscura. U kutiji oblika paralelepipeda, čiji su zidovi neprovidni, jedna strana zamenjena je mutnim staklom, a na suprotnom zidu napravljen je mali otvor. Ako se otvor okrene prema izvoru svetlosti ili dobro osvetljenom predmetu (predelu), na mutnom staklu vidi se obrnuti lik (*sl.* 16). Kako bilo koja tačka predmeta šalje svetlost u svim pravcima, veoma uski snop ulazi u instrument i obrazuje na mutnom staklu malu svetlu pegu. Lik koji se vidi utoliko je jasniji ali utoliko manje osvetljen, ukoliko je otvor manji. Izučavanje sličnih trouglova pokazuje neposredno da se dimenzija i lika izvodi iz dimenzije o predmeta pomoću odnosa $i = o\frac{t}{D}$, pri čemu je t dubina kutije a D rastojanje predmeta od otvora O.

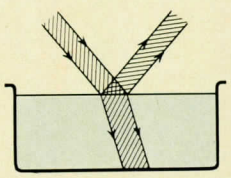
DEKARTOVI ZAKONI

DEKARTOVI ZAKONI. Ako se svetlost prostire u pravoj liniji u homogenoj izotropnoj sredini, šta se dešava kada ona naiđe na površinu koja razdvaja dve providne homogene i izotropne sredine (na primer, ravna površina koja razdvaja vazduh i površinu mirne vode)? Ova granična površina zove se *diopter*. Jedan prost ogled (*sl.* 17) dozvoljava da se vidi da se upadni snop deli na snop koji se vraća u prvu sredinu a koji se naziva *odbijeni* (*reflektovani*) *snop*, i na snop koji ulazi u drugu sredinu, uz promenu pravca, a koji se naziva *prelomljeni* (*refraktovani*) *snop*.

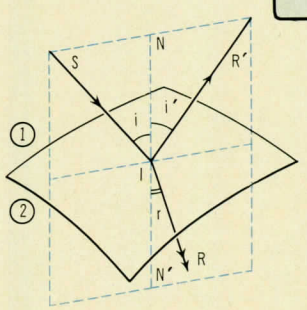
Naziva se (*sl.* 18): *upadna ravan* ravan koju određuje upadni zrak SI i normala NIN′ na diopter u tački I, *upadni ugao* ugao (koji obrazuje upadni zrak SI i normala) SIN = i, *ugao odbijanja* ugao NIR′ = i', koji obrazuje odbijeni zrak IR′ i normala, i *ugao prelamanja* ugao N′IR = r, koji obrazuje prelomljeni zrak IR i normala. *Dekartovi* (*Descartes*) *zakoni* određuju uzajamne položaje tri zraka SI, IR′ i IR:

1. Odbijeni zrak i prelomljeni zrak nalaze se u upadnoj ravni;
2. Ugao prelamanja jednak je upadnom uglu $i = i'$;
3. Postoji konstantan odnos između sinusa upadnog ugla i ugla prelamanja. Ovaj odnos zavisi samo od prirode dve sredine koje razdvaja diopter: $\frac{\sin i}{\sin r} = n$.

Konstanta n naziva se *relativni indeks prelamanja* sredine 2 u odnosu na sredinu 1. Podrobnije o tom indeksu biće reči pri proučavanju ravnog dioptera.



Sl. 17



Sl. 18

Ovi zakoni, izvedeni iz iskustva, posmatraju se kao principi, što znači da su iskazani *a priori* i da su potvrđeni nizom zaključaka koji se iz toga izvlače.

Prvi zaključak Dekartovih zakona je sledeći: izlomljena linija koju obrazuje put svetlosnog zraka, uzastopno odbijanog i prelamanog, potpuno je određena primenom Dekartovih zakona pri svakom odbijanju i svakom prelamanju. *Put*, o kojem je reč, očevidno je *isti* nezavisno od *smera* prostiranja svetlosti. Ovaj rezultat je poznat pod imenom »princip inverznog vraćanja svetlosti«.

GEOMETRIJSKA OPTIKA. Skup zaključaka koji se mogu izvući iz primene principa pravolinijskog prostiranja i Dekartovih zakona sačinjava geometrijsku optiku. Ona nas vodi od izučavanja najprostijih sistema — ogledala i ravnih i sfernih dioptera — do izučavanja najsloženijih instrumenata koji koriste kombinacije ovih prostih sistema.

PREDMETI I REALNI I VIRTUALNI LIKOVI. Uzmimo tačkasti svetlosni izvor O stavljen ispred optičkog sistema S (na primer, sočivo L_1) u takav položaj, da sistem transformiše upadni divergentni snop u snop koji konvergira prema tački O_1 (*sl.* 19). Kažemo da je O_1 *realni lik* realnog predmeta O. Kvalifikujemo lik kao »realan« zato što ga možemo uhvatiti na zaklonu. Kod drugog položaja izvora O u odnosu na sočivo (*sl.* 20), videćemo divergentan konusni izlazni snop i biće nemoguće da uhvatimo na zaklonu svetlosnu tačku. Međutim, posmatrač koji postavi oko u izlazni snop, primiće zrake koji će njemu izgledati da dolaze iz O_1 i on će izjaviti da vidi lik u O_1. Kvalifikovaćemo ovaj *lik* kao *virtualan*. Deo svetlosnog zraka IR nazivaće se »realan«, a deo IO_1 »virtualan«. Ako sada stavimo drugo sočivo L_2 iza prvog i iza O_1 (*sl.* 21), tačka O_1 igraće u odnosu na L_2 istu ulogu koju igra O u odnosu na L_1. O_1 nazivaće se *realan predmet* za L_2 koje će dati njegov lik O_2, a koji može biti realan ili virtualan u zavisnosti od vrednosti rastojanja O_1L_2: na slici 21 lik O_2 je realan. Međutim, ako stavimo drugo sočivo L_2 iza L_1 ali ispred O_1 (*sl.* 22), O_1 ne igra više u odnosu na L_2 ulogu strogo identičnu onoj koju O igra u odnosu na L_1. Odista L_2 prima konvergentni snop, dok L_1 (ili L_2 kao na slici 21) prima divergentni snop. Usvojeno je da se kaže, u slučaju slike 22, da tačka O_1 igra za L_2 ulogu *virtualnog predmeta*, pošto deo JO_1 zraka IJO_2 realno više ne postoji. U slučaju slike 22 sočivo L_2 daje uvek realan lik O_2 virtualnog predmeta O_1. Ako se vratimo na sliku 20, konstatujemo da O_1, virtualni lik, igra u odnosu na oko identičnu ulogu koju igra O u odnosu na L_1. O_1 predstavlja realan predmet za oko. Isto i na slici 19, O_1, realni lik, bio bi realan predmet za oko, ako bi oko bilo desno od O_1, a postalo bi virtualan predmet ako bi oko primilo snop levo od O_1.

Uopšte uzev, može se reći da jedna tačka predstavlja realan predmet u odnosu na sistem ako snop zrakova, čiji je vrh ova tačka, predstavlja divergentni snop za ulaznu površinu sistema. Ona predstavlja virtualan predmet ako je snop, čiji je ona vrh, konvergentan za ulaznu površinu sistema. Neka tačka predstavlja realan lik ako je ona vrh konusa zrakova koji konvergiraju prema njoj (a posle nje divergiraju), a ona predstavlja virtualan lik ako je ona vrh konusa divergentnih zrakova.

STIGMATIZAM. Pretpostavili smo da je konusni snop, koji je proizišao iz O, sočivo L_1 transformisalo u konusni snop. Tada se kaže da je sistem »strogo stigmatičan za spreg tačaka O i O_1«, ili drukčije, da postoji *stigmatizam* za ovaj spreg. Zakon inverznog vraćanja svetlosti dozvoljava da se tvrdi da bi sistem dao lik O tačke predmeta O_1. Recipročnost uloga koje igraju O i O_1 izražava se time što se kaže da su one *konjugovane* u odnosu na sistem S. Strogi stigmatizam izuzetno postoji. Najčešće optički sistem transformiše upadni konusni snop u snop, čiji svi zraci ne prolaze kroz istu tačku. To se pojavljuje, na primer, kada sočivo osvetlimo konusnim snopom velikog otvora. Tada se konstatuje da marginalni (periferni) zraci konverguju prema O_1 bliže sočivu, nego centralni zraci (bliski osi) koji konverguju prema O_1', iako svi upadni zraci proizlaze iz jedne iste tačke O (*sl.* 23). U tom slučaju kaže se da ne postoji lik tačke O, ili da je sistem *astigmatičan* ili da postoji *astigmatizam*. Ako su ostvareni izvesni uslovi (koje ćemo izučavati kod sfernih ogledala) može se postići da svi zraci, koji su priozišli iz O i prošli kroz sistem, prolaze sasvim blizu tačke O_1, dovoljno blizu da oko (ili fotografska ploča) smatra lik prihvatljivim. Tada se kaže da je ostvaren »približan stigmatizam«. Sistem je tada aproksimativno stigmatičan za dva mala elementa zapremine koja okružuje O i O_1.

ODBIJANJE (REFLEKSIJA) SVETLOSTI. RAVNA OGLEDALA

OGLEDALA. Već smo imali priliku da pomenemo da postoje reflektujuća tela. Radi se o telima čija je površina posebno glatka, bilo od prirode (površina mirne vode) bilo posle brižljivog glačanja (metalna površina). Ove površine vraćaju svetlost u pravcima privilegovanim u odnosu na pravce upadnih snopova. Ova pojava naziva se *odbijanje* (*refleksija*), a površina koja je prouzrokuje, *ogledalo*. Oblik reflektujuće površine biće određen pa ćemo govoriti, na primer, o ogledalima, ravnim, sfernim itd.

Sužavajući smisao reči ogledalo, ovim imenom se često nazivaju predmeti posebno izrađivani u nameri da se osposobe za odbijanje svetlosti. Ravna ogledala su bila izrađivana u najstarija vremena. Tada su bila od uglačanog metala. Mnogo kasnije ona su dobijana stavljanjem sloja kalaj-amalgama (živin amalgam) na površinu staklene ploče (ogledalo). Poslednjih stotinak godina ona se dobijaju hemijskim taloženjem tankog sloja srebra na staklo ili metal (posrebravanje).

EKSPERIMENTALNO PROVERAVANJE ZAKONA ODBIJANJA. U centru graduisanog kruga ravno ogledalo M postavljeno je tako da je njegova ravan normalna na ravan kruga. Ogledalo se može obrtati oko ose koja se poklapa sa osom kruga. Mala svetiljka dozvoljava da se na sistem pošalje tanki snop paralelnih zrakova, čija je putanja vidljiva na ravni kruga (*sl.* 24). Putanja odbijenog snopa takođe je vidljiva. Mogu se meriti uglovi *i* i *r* koje sa normalom IN obrazuju upadni i odbijeni zrak, i konstatovati da su ovi uglovi jednaki u granicama eksperimentalnih grešaka.

EKSPERIMENTALNO IZUČAVANJE LIKOVA KOJE DAJU RAVNA OGLEDALA. Ogledalo bez živinog amalgama stoji vertikalno na horizontalno postavljenom listu papira (*sl.* 25); posmatrač može videti lik A′ predmeta A (sveća) koji daje ovo ogledalo; on takođe može videti, zahvaljujući delimičnoj providnosti ogledala, predmet B identičan sa A, postavljen iza ogledala (druga sveća). On može pomeranjem da postavi B tako da se ono poklapa potpuno sa A′ (na primer, ako se zapali A, posmatrač misli da vidi u isto vreme zapaljeno A i B). Kada nanese na list papira položaje A i B, lako mu je onda da utvrdi da su različiti položaji A i B, uzajamno odgovarajući, simetrični u odnosu na liniju preseka ogledala i lista papira, dakle, da su sveća A i njen lik A′ simetrični u odnosu na ravan ogledala. Očito je takođe da je lik virtualan, jer nije moguće uhvatiti ga na zaklonu postavljenom u A′.

U drugom ogledu, obrazovaćemo najpre, zahvaljujući svetiljki i konvergentnom sočivu, realan lik nekog svetlosnog predmeta (slovo F), koji ćemo primiti na zaklon E. Umetnućemo ravno ogledalo i tražiti pomeranjem da li je moguće dati drugom zaklonu E′ takav položaj, u kome se može na njemu uhvatiti lik F′ slova.

Utvrdiće se da je to moguće i da su zakloni E i E′ tada simetrični u odnosu na ravan ogledala (*sl.* 26). Odatle se zaključuje da ravno ogledalo daje realni lik virtualnog predmeta (F), simetričan predmetu u odnosu na ravan ogledala.

OBJAŠNJENJE OVIH REZULTATA POMOĆU ZAKONA ODBIJANJA. Uzmimo svetlosnu tačku A ispred ogledala M (*sl.* 27). Da bismo predvideli da li ogledalo daje lik A′ tačke A, treba posmatrati snop iz A i videti da li, posle odbijanja, razni zraci ovoga snopa ili njihovi produženi, prolaze kroz istu tačku A′. Posmatrajmo najpre upadni zrak AI. Odbijeni zrak IR je, prema Dekartovom zakonu, simetričan sa AI u odnosu na normalu IN. Pravac IR seče, dakle, AH, normalu spuštenu iz A na M, u tački A′, tako da je HA′ = AH. Ako sada posmatramo upadni zrak AI′, njemu odgovara odbijeni zrak I′R′, simetričan sa AI′ u odnosu na normalu I′N′. Pravac I′R′ prolazi takođe kroz A′ i ovo važi za bilo koji posmatrani odbijeni zrak, nastao iz upadnog zraka proizišlog iz A. A′ simetrično sa A u odnosu na M, predstavlja lik tačke A. Ravno ogledalo je, dakle, strogo stigmatično. Slika pokazuje jasno da je A′ virtualni lik realnog predmeta A. Isto rasuđivanje može se ponoviti za sve tačke predmeta AB i doći će se do istih zaključaka.

Slika 28 prikazuje slučaj gde bi predmet AB bio virtualan. Lik bi tada bio realan. Bilo bi dovoljno, uostalom, da posmatramo sliku 27 i da, obrćući smer prostiranja svetlosti, tvrdimo da će, prema zakonu inverznog vraćanja svetlosti, AB biti realan lik virtualnog predmeta A′B′. U ovom posebnom slučaju susrećemo pojam konjugovanih tačaka.

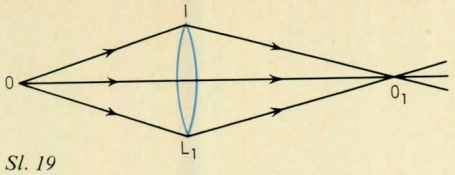
SVOJSTVA LIKOVA KOJE DAJU RAVNA OGLEDALA. Sem činjenice da su predmeti i lik suprotne prirode (jedan je realan, drugi virtualan), treba zapaziti da jednakost dimenzija ne povlači identičnost predmeta i lika. Posebno je nemoguće poklopiti predmet i lik. Predmet i lik se mogu uporediti sa desnom i levom rukom koje se mogu postaviti jedna prema drugoj sastavljajući dlanove, ali koje se ne poklapaju ako se traži da se dva dlana postave u istom pravcu (*sl.* 29). To je posebna priroda ove simetrije koja uslovljava da štampani tekst nije čitljiv pomoću odbijanja na ravnom ogledalu, ali i to da se odbijanjem svetlosnih zraka na drugom ravnom ogledalu pre nego što dođu u oko, slika još jednom obrće, pa tekst postaje čitljiv.

POLJE RAVNOG OGLEDALA. Ravno ogledalo nam daje lik samo uskog prostora ispred njega. Ogled nam pokazuje da ovaj deo vidljiv pomoću refleksije, nazvan *polje* ogledala, zavisi u isto vreme od položaja posmatrača i od dimenzija ogledala. U oko O posmatrača očevidno ulaze posle odbijanja samo oni upadni zraci koji su usmereni prema O′, liku od O u ogledalu. U polju ogledala vidljivi su, dakle, samo oni predmeti koji su smešteni u unutrašnjosti konusa ili piramide, opisanih oko ogledala a sa vrhom u O′ (*sl.* 30).

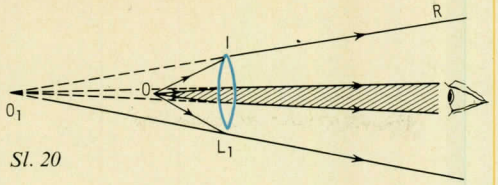
PARALELNA RAVNA OGLEDALA. Posmatrajmo dva ravna ogledala M_1 i M_2 koja su paralelna i čije su reflektujuće površine okrenute prema predmetu O, smeštenom između njih. Posmatrač postavljen kod A može da vidi veliki broj likova. Odista, oko koje gleda prema M_1 može videti lik O_1' od O koji daje M_1 (*sl.* 31), ali on može takođe videti druge likove zato što može da primi zrake koji se odbijaju, na primer, na M_1, zatim na M_2 i, najzad, na M_1 drugi put (*sl.* 32).

Neki svetlosni zrak, na primer R_1, odbija se na ogledalu M_1 kao da dolazi od lika O_1' (simetričnog sa O u odnosu na ravan M_1), zatim on nailazi na drugo ogledalo M_2, na kome se ponovo odbija kao da dolazi od lika O_1' koji daje M_2, to jest od $O_{1,2}'$. Ovaj poslednji zrak se odbija još jednom na prvom ogledalu, uzimajući pravac koji izgleda da dolazi od lika $O_{1,2}'$ u ogledalu M_1, dakle, od $O_{1,2,1}'$. Novo odbijanje može se proizvesti na M_2 itd.

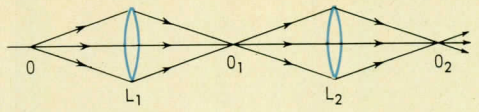
Mi smo, dakle, utvrdili postojanje jednog niza likova O_1', $O_{1,2}'$, $O_{1,2,1}'$, itd. ali postoji i drugi. Doista zrak, na primer R_2, koji pada najpre na ogledalo M_2, odbija se kao da dolazi od lika O_2' predmeta O. Nailazeći zatim na ogledalo M_1, on se odbija kao da dolazi od lika $O_{2,1}'$ simetričnog sa O_2' u odnosu na ravan M_1 i tako redom.



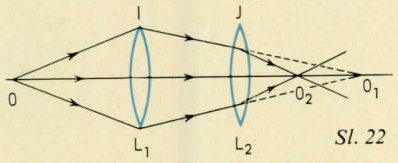
Sl. 19



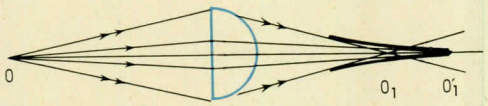
Sl. 20



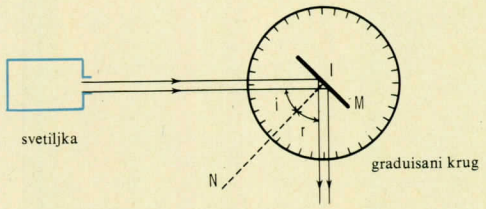
Sl. 21



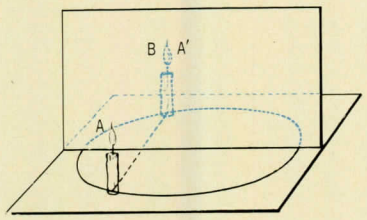
Sl. 22



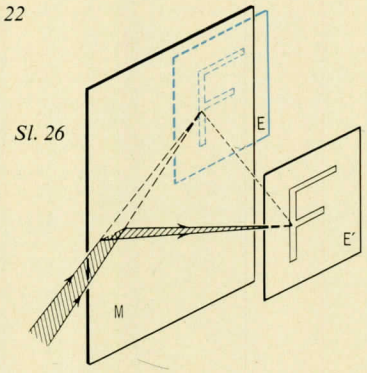
Sl. 23



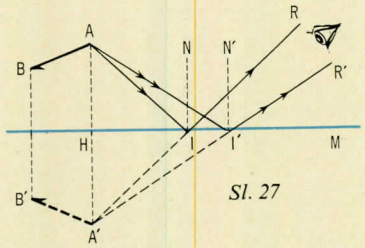
Sl. 24



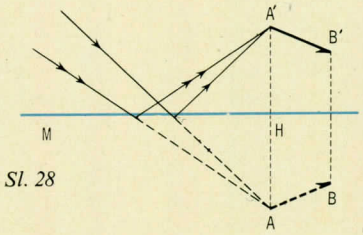
Sl. 25



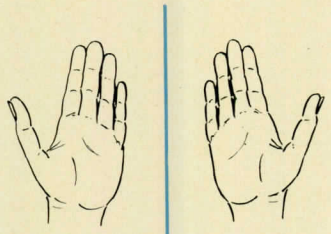
Sl. 26



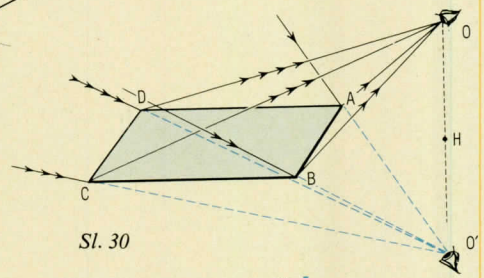
Sl. 27



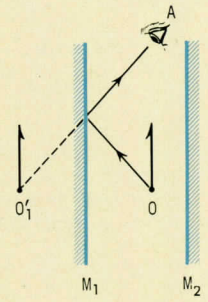
Sl. 28



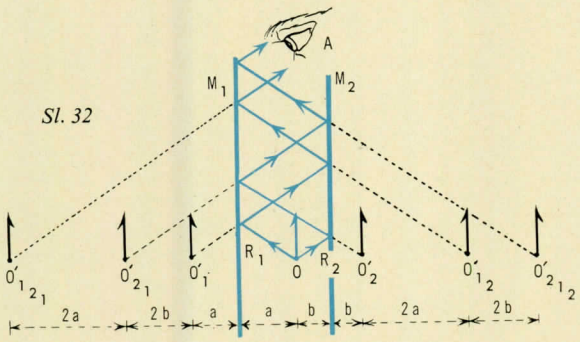
Sl. 29



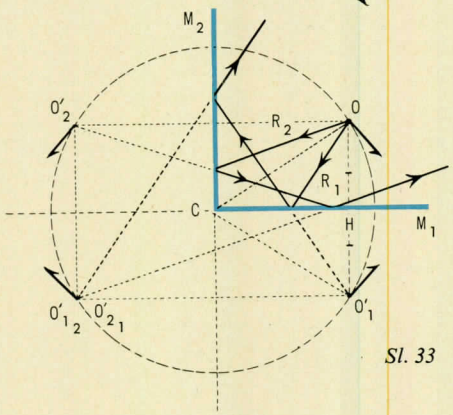
Sl. 30



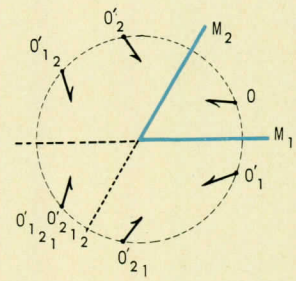
Sl. 31



Sl. 32



Sl. 33



Sl. 33 bis

Svi ovi likovi nalaze se na istoj pravoj koja prolazi kroz O i koja je normalna na oba ogledala. Lako se može videti da su oni postavljeni naizmenično s jedne i s druge strane i da su rastojanja između njih naizmenično $2a$ i $2b$, ako se sa a i b respektivno označe rastojanja predmeta O od ogledala M_1 i M_2.

Kada dva ogledala nisu tačno paralelna, likovi se ne nalaze na jednoj pravoj, već na krugu većeg ili manjeg poluprečnika; ovo dozvoljava da se reguliše paralelnost dva ogledala.

UGAONA OGLEDALA. Pretpostavimo sada da su ogledala M_1 i M_2 međusobno normalna; dobićemo, kao i u prethodnom slučaju, dva niza likova, ali po broju veoma ograničena, zato što: 1. svetlosni zrak, proizišao iz predmeta O, može, u najpovoljnijem slučaju, pretrpeti samo dva odbijanja; 2. izvesni likovi se poklapaju.

Svetlosni zrak R_1 odbija se na M_1 kao da dolazi od lika O'_1 (*sl.* 33); nailazeći zatim na M_2, on se odbija u pravcu lika $O'_{1,2}$ i ne može pretrpeti nova odbijanja pre no što dospe do posmatrača. Drugi zrak, na primer R_2, odbijajući se najpre na M_2 kao da dolazi od lika O'_2, pada zatim na ogledalo M_1, na kome se ponovo odbija kao da je proizišao iz lika $O'_{2,1}$, simetričnog sa O'_2 u odnosu na ravan M_1. Očevidno je da se likovi $O'_{1,2}$ i $O'_{2,1}$ poklapaju po položaju i smeru i da se, štaviše, tri lika i predmet nalaze na istom krugu centra C i poluprečnika CO. Ako ugao između ogledala ne iznosi tačno 90° dva lika, $O'_{1,2}$ i $O'_{2,1}$, međusobno se ne poklapaju. Njihovo rastojanje je utoliko veće ukoliko ugao između ogledala više odstupa od 90°. Ovde imamo, dakle, podesan postupak za regulisanje normalnosti dva ogledala.

Razmotrimo slučaj kada ugao između ogledala iznosi 60°. Slika 33 bis pokazuje da se sada može videti pet likova smeštenih na krug koji prolazi kroz predmet. U opštem slučaju, ako α, ugao između ogledala, iznosi $1/n$ kružnice, imamo $n - 1$ lik. Na primer, kod ugla od 45° koji iznosi 1/8 kružnice, imaćemo $8 - 1 = 7$ likova.

Lik $A_{1,2}$ tačke A koji daje sistem od dva ogledala M_1 i M_2 — a koja zatvaraju ugao α —, pošto se svetlost odbila dva puta, najpre na M_1 a zatim na M_2, dobija se okretanjem tačke A oko zajedničke ivice dva ogledala za ugao 2α u istom smeru kojim se M_1 dovodi na M_2 (*sl.* 34). Zaista, likovi A_1 i A_2 od A nalaze se na krugu centra O i poluprečnika OA; ugao $AOA_{1,2}$ (centralni ugao) iznosi dva ugla $AA_1A_{1,2}$ (periferijski ugao), koji je jednak M_1OM_2 (uglovi čiji su kraci normalni). Svetlosni zrak može biti određen pomoću dve tačke A i B; zrak nastao dvostrukim odbijanjem na M_1, zatim na M_2, ima nosač $A_{1,2}B_{1,2}$, pri čemu se tačke $A_{1,2}$ i $B_{1,2}$ dobijaju pomoću prethodne konstrukcije (*sl.* 35); dakle, zrak dva puta reflektovan dobija se rotacijom upadnog zraka za 2α oko O u smeru M_1M_2. Ako je $\alpha = 45°$, zrak dva puta reflektovan odlazi u pravcu normale na upadni zrak. Ovo svojstvo se koristi kod optičkih vizira (*sl.* 36), malih sistema u izvesnim instrumentima (telemetri), čiji je zadatak da skrenu svetlosni zrak za 90° od početnog pravca.

KALEIDOSKOP. Ovaj mali instrument koji je pronašao Škotlanđanin Bruster (Brewster) (1818) predstavlja primenu ugaonih ogledala. U dosta dug cilindar postavljaju se dva ogledala koja zatvaraju ugao od 60°. Jedan kraj cilindrične cevi na-

pravljen je od mutnog stakla i providnog stakla, između kojih se stavljaju komadići obojenog stakla, paperja, itd., čiji se relativni položaji menjaju stresanjem instrumenta. Posmatrač gleda predmete i njihove likove kroz mali otvor napravljen na drugom kraju cevi. Likovi zbog svoje simetrije stvaraju dekorativne motive (*sl.* 37).

TROSTRUKO OGLEDALO. Tri ravna ogledala postavljena su normalno jedno na drugo, tako da obrazuju pravougli triedar. S obzirom na simetriju, može se postići da svetlosni zrak uzastopno reflektovan na sva tri ogledala, bude konačno vraćen paralelno sa svojim prvobitnim pravcem prema izvoru svetlosti. Ovo svojstvo ne zavisi od orijentacije triedra u odnosu na upadni zrak (*sl.* 38).
Ovaj sistem ogledala koristi se kod signalizacije. Jedna stanica raspolaže projektorom koji je usmeren prema trostrukom ogledalu, postavljenom na drugoj stanici. Svetlosni zraci, posle odbijanja se vraćaju prema projektoru i njih mogu uhvatiti samo operatori prve stanice. Operatori druge stanice, manevrišući po ugovorenom kodu neprovidnim zaklonom ispred trostrukog ogledala, održavaju vezu sa prvom stanicom, koja može odgovoriti manevrišući zaklonom ispred svog projektora.

OBRTNO RAVNO OGLEDALO. Kada se ravno ogledalo okreće, odbijeni zraci skreću i lik se pomera; mi ćemo izučavati samo najprostiji a i najvažniji slučaj, kada se ogledalo obrće oko ose koja se nalazi u njegovoj ravni.
Ako se ogledalo M obrne za ugao α oko ose I (*sl.* 39), odbijeni zrak IR uzima pravac IR_1; nalazimo da je ugao RIR_1 jednak 2α.
Tako se odbijeni zrak obrne za dvostruki ugao ugla za koji se obrne ogledalo. Ovaj rezultat se primenjuje pri merenju uglova.
Što se tiče lika O′ predmeta O, on se pokreće usled rotacije ogledala do O_1'. Pošto su rastojanja O′I i $O_1'I$ jednaka OI, iz toga proizlazi da se lik O′ pomera po kružnici centra I i poluprečnika IO (*sl.* 40).

HELIOSTATI. Veoma intenzivno Sunčevo zračenje može se sa uspehom koristiti za osvetljavanje fizičkih instrumenata i instrumenata za osmatranje. Za ovo je dovoljno da se ono usmeri u izabranom pravcu pomoću jednog ogledala, ali treba neprestano menjati orijentaciju tog ogledala, da bi se vodilo računa o pomeranju Sunca na horizontu, pomeranju koje se menja sa vremenom i geografskom širinom. Konstruišu se instrumenti nazvani *heliostati*, kod kojih mehanizam pomoću ogledala stalno usmerava odbijene zrake u određenom pravcu. Energija koju daje Sunčevo zračenje može se takođe koristiti. Jedna takva »sunčana peć« namenjena istraživačkim radovima, konstruisana je i funkcioniše u Mon Luju (Mont-Louis) u Istočnim Pirinejima.

SFERNA OGLEDALA

DEFINICIJE. Sferno ogledalo sastoji se od dela reflektujuće sfere. Razlikujemo *konkavna* ogledala (koja reflektuju svojom izdubljenom površinom) i *konveksna* ogledala (koja reflektuju svojom ispupčenom površinom). Ogledalo se uopšte svodi na sfernu kalotu. Njeno teme S zove se *teme* ogledala. Centar sfere jeste *centar* ogledala. Osa SC zove se *glavna optička osa*; svaki drugi poluprečnik IC zove se *sekundarna optička osa*. *Otvor* ogledala karakteriše se uglom $\theta = ACS$, gde A pripada krugu osnovice ogledala. AB je prečnik ogledala (*sl.* 41).

TEORIJSKO IZUČAVANJE SFERNIH OGLEDALA. IZNALAŽENJE LIKA NEKE TAČKE. Posmatrajmo najpre upadni zrak ACK (*sl.* 42); on se vraća istim pravcem zato što pada normalno na ogledalo. Dakle, ako ogledalo daje lik A′ od A, ovaj lik se mora nalaziti na pravoj KCA. Posmatrajmo sada neki upadni zrak AI (ravan slike je ravan AIC, upadna ravan). Odbijeni zrak je u toj ravni. On se dobija ako nacrtamo IR simetrično sa AI u odnosu na normalu IC. Uzmimo da je A′ presek IR sa KCA. Reći ćemo da je A′ lik od A i da je ogledalo strogo stigmatično ako možemo pokazati da položaj A′ ne zavisi od zraka AI koji smo koristili za dobijanje A′. Postavimo kroz I tangencijalnu ravan na sferu; uzmimo da je T tačka preseka ove ravni sa osom ACK. IT i IC su normalni, pri čemu je IC unutrašnja raspolovnica ugla AIA′, a IT spoljašnja raspolovnica. Četiri tačke T, C, A′, A obrazuju harmonijsku sredinu i između algebarskih veličina $\overline{CA}$, $\overline{CA'}$ i $\overline{CT}$ postoji odnos $\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CT}}$. Kada se menja položaj tačke I menja se i položaj tačke T. $\overline{CT}$ nije konstantno; iz toga sledi da nije ni $\overline{CA'}$ i da položaj A′ nije nezavisan od zraka AI, izabranog da bi se dobilo A′. Sferno ogledalo ne predstavlja u opštem slučaju stigmatičan sistem.

Račun pokazuje da postoji strogi stigmatizam ako se tačkasti predmet nalazi u centru ogledala, ili na njegovoj površini, a približni stigmatizam za sve položaje tačkastog predmeta, pod uslovom da se koriste samo uski svetlosni snopovi sa malim nagibom u odnosu na osu.

KONJUGOVANE RAVNI. GAUSOVA APROKSIMACIJA. Teorija predviđa, a iskustvo potvrđuje da sferno ogledalo, pod uslovom da svetlosne tačke šalju na njega samo zrake malog nagiba u odnosu na osu, daje ravni lik normalan na osu elementa površine ravnog predmeta normalnog na osu (*sl.* 43). Lik elementa prave AB, normalne na osu, jeste element prave A′ B′, normalne na osu, smešten u ravni koju određuju AB i osa (meridionalna ravan).
Eksperimentalno se može proveriti (*sl.* 44 i 45) nužnost ovih uslova da bi se dobili dobri likovi. Isto tako, ako se želi da se pomoću sfernog ogledala, čak i sa dijafragmom, dobije lik dosta velikog predmeta normalnog na osu, konstatuje se da se dobija ispravan lik samo njegovog centralnog dela.
U daljem polazićemo od toga da su ovi uslovi ispunjeni. Tada se tačka T slike 42 može zameniti tačkom K. Odnos

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CT}}$$

piše se

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CK}},$$

ili, stavljajući

$$\overline{CA} = z, \quad \overline{CA'} = z', \quad \overline{CK} = \rho, \quad \frac{1}{z} + \frac{1}{z'} = \frac{2}{\rho}.$$

ŽIŽE. ŽIŽNA DALJINA. ŽIŽNE RAVNI. Ako se tačka A nalazi u beskonačnosti na glavnoj osi $\overline{CA} = z = \infty$, njen lik F nalazi se na sredini duži CS. Stvarno, $\frac{1}{z} + \frac{1}{z'} = \frac{2}{\rho}$ daje za $z = \infty$, $z' = \frac{\rho}{2}$, dakle $\overline{CF} = \frac{1}{2}\overline{CS}$. F se naziva *glavna žiža* (*fokus*) — *lik* ogledala. Ona je realna kod konkavnih ogledala, virtualna kod konveksnih ogledala (*sl.* 46 i 47). Duž $\overline{SF}$ naziva se *žižna* (*fokusna*) *daljina*. Upadni snop, paralelan osi, konkavno ogledalo transformiše u snop koji konvergira prema F, a konveksno ogledalo u snop koji divergira od temena F. Zakon inverznog vraćanja svetlosti dozvoljava nam da tvrdimo da, recipročno, upadni zrak koji je izišao iz F (konkavno ogledalo) ili koji je usmeren ka F (konveksno ogledalo) odbija se paralelno osi (*sl.* 48 i 49). F je ovde *glavna žiža* (*fokus*) — *predmet*. Njena konjugovana tačka je tačka u beskonačnosti na glavnoj osi.
Ako se tačkasti predmet B nalazi u beskonačnosti u pravcu CS′, njegova konjugovana tačka u Gausovim uslovima jeste tačka Φ ravni normalne na osu u F. Φ se naziva *sekundarna žiža* u odnosu na osu CS′. Skup sekundarnih žiža i glavne žiže čini *žižnu* (*fokusnu*) *ravan* (*sl.* 50 i 51). Recipročno, upadni zrak koji izlazi iz Φ (konkavno ogledalo) ili je usmeren prema Φ (konveksno ogledalo) odbija se paralelno sekundarnoj osi S′ΦC. Φ je tada *sekundarna žiža* (*fokus*) — *predmet*. Njena konjugovana tačka je tačka u beskonačnosti na sekundarnoj osi S′ΦC (na slikama 50 i 51 obrnuti smer prostiranja svetlosti).

GEOMETRIJSKE KONSTRUKCIJE U USLOVIMA GAUSOVE APROKSIMACIJE. Budući da je, u uslovima Gausove aproksimacije, položaj lika A′ od A nezavisan od zrakova koji se koriste pri njegovom dobijanju, mogu se odabrati posebni upadni zraci, čiji se odbijeni zraci dobijaju prostom konstrukcijom; na primer, upadni zraci paralelni osi odbijaju se tako da prolaze kroz odgovarajuću žižu; upadni zraci koji prolaze kroz žižu, odbijaju se paralelno odgovarajućoj osi; zraci koji prolaze kroz centar, vraćaju se u istom pravcu. Najzad, zraci koji dolaze na teme, odbijaju se simetrično u odnosu na osu. Tako se ostvaruje konstrukcija lika A′B′ malog predmeta AB, normalnog na osu, konstrukcijom lika B′ od B (*sl.* 52).

Kada smo dobili tačku B′, dovoljno je da projiciramo B′ na osu, da bismo dobili tačku A′ lik od A i A′B′ lik od AB. Na slici 52 i predmet i lik su realni.

Na slici 53 imamo slučaj konveksnog ogledala koje daje virtualan lik realnog predmeta.

Da bi se konstruisao odbijeni zrak koji odgovara bilo kom upadnom zraku AI, ovaj zrak se tretira kao da pripada snopu zrakova paralelnih sekundarnoj osi CS′. Zna se da u tom slučaju nosači svih odbijenih zrakova prolaze kroz sekundarnu žižu Φ, a posebno nosač odbijenog zraka koji odgovara posmatranom upadnom zraku. Dovoljno je, dakle, da spojimo I i Φ (*sl.* 54 i 55), da bismo dobili odbijeni zrak.

OBRASCI SFERNIH OGLEDALA. To su obrasci koji povezuju položaj, veličinu i smer predmeta i lika u uslovima Gausove aproksimacije. *Linearno uvećanje* ogledala naziva se odnos $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$, odnos linearne dimenzije lika i odgovarajuće linearne dimenzije predmeta, računajući svaku od ove dve paralelne duži algebarski. Predznak γ govori o relativnoj orijentaciji A′B′ i AB; ako je γ pozitivno, lik je isto orjentisan kao i predmet i kaže se da je lik uspravan; ako je γ negativno, predmet i lik su suprotno orjentisani i kaže se da je lik obrnut.

Obrasci ogledala izvode se definišući položaje predmeta i lika u odnosu na neku važnu tačku ose, centar C, teme S ili žižu F.

Početak u centru. $\overline{CA} = z$, $\overline{CA'} = z'$, $\overline{CS} = \rho$. Već smo izveli da je $\frac{1}{z} + \frac{1}{z'} = \frac{2}{\rho}$. Sličnost trouglova ABC i A′B′C′ (*sl.* 56) daje neposredno

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{z'}{z}.$$

Početak u temenu. Dekartovi obrasci.

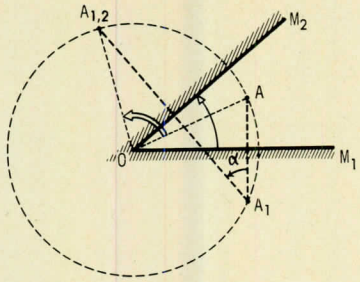
$$\overline{SA} = p, \quad \overline{SA'} = p',$$
$$\overline{SC} = R = -\rho, \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = f.$$

U uslovima Gausove aproksimacije četiri tačke S, C, A′, A, obrazuju harmonijsku sredinu, tako da se može pisati

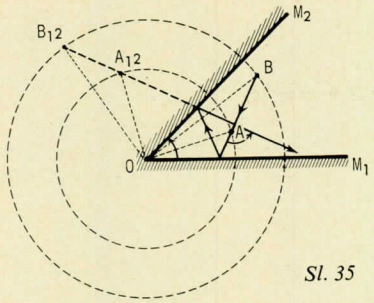
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}.$$

Sličnost trouglova ABS i A′B′S′ (*sl.* 57) daju u svim slučajevima na slici $\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -\frac{p'}{p}$.

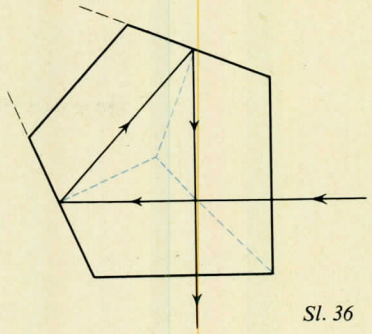
Početak u žiži. Njutnovi obrasci. $\overline{FA} = x$, $\overline{FA'} = x'$, $\overline{SF} = f$. Harmonijska sredina S, C, A′, A izražava



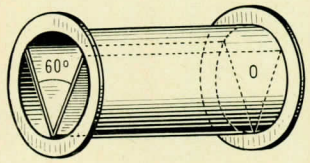
Sl. 34



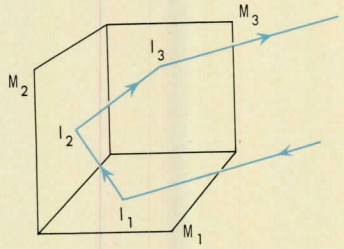
Sl. 35



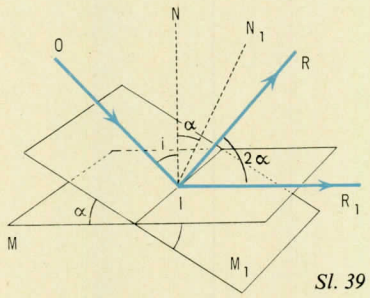
Sl. 36



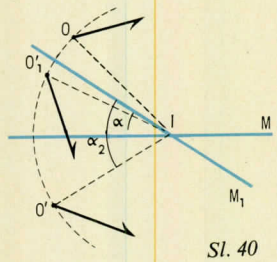
Sl. 37



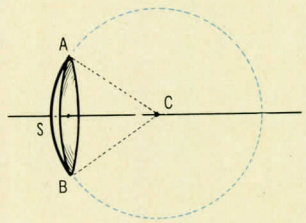
Sl. 38



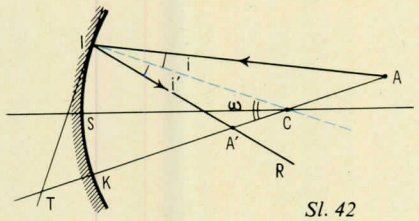
Sl. 39



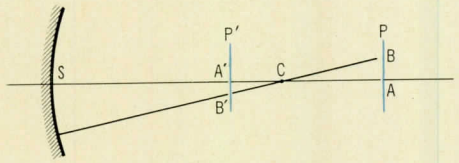
Sl. 40



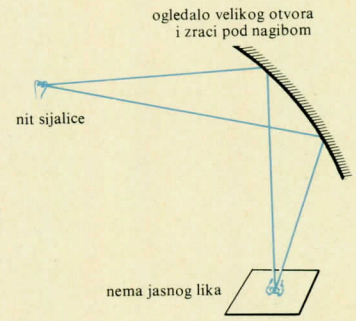
Sl. 41



Sl. 42

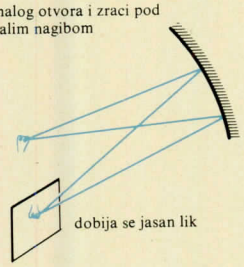


Sl. 43

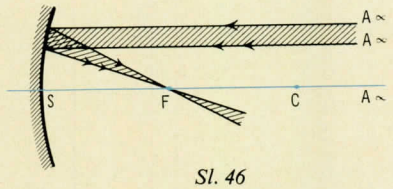


Sl. 44

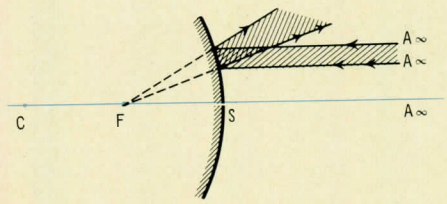
ogledalo malog otvora i zraci pod malim nagibom



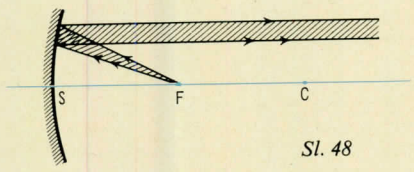
Sl. 45



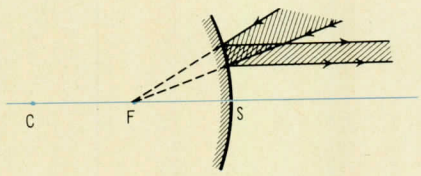
Sl. 46



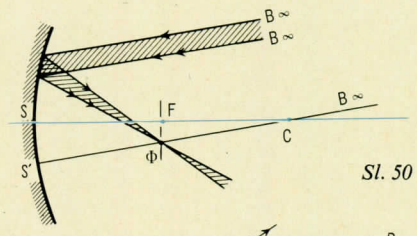
Sl. 47



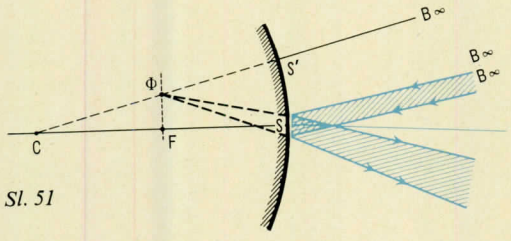
Sl. 48



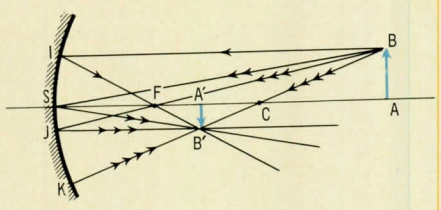
Sl. 49



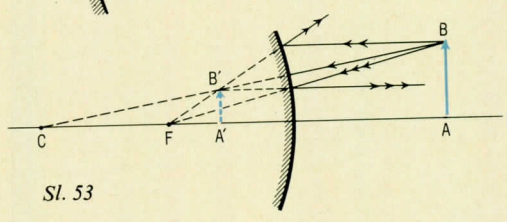
Sl. 50



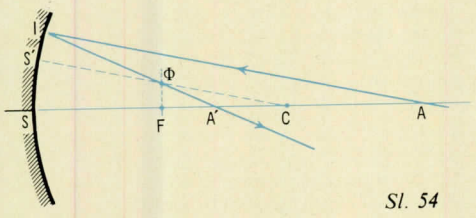
Sl. 51



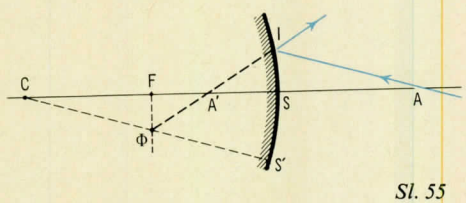
Sl. 52



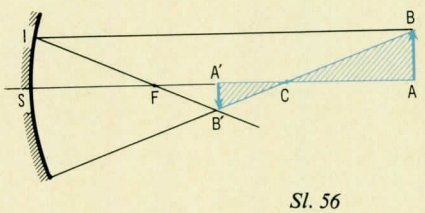
Sl. 53



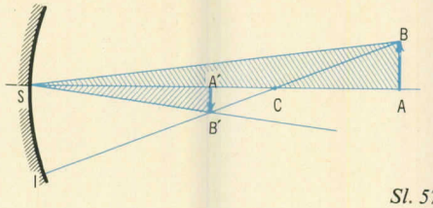
Sl. 54



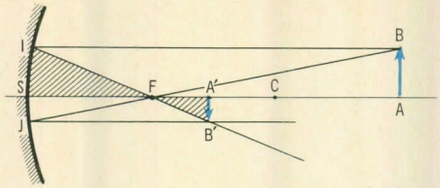
Sl. 55



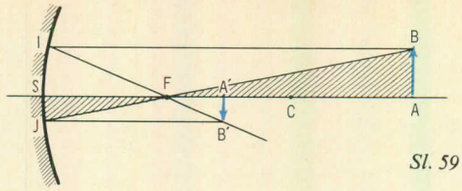
Sl. 56



Sl. 57



Sl. 58



Sl. 59

se (F sredina SC) odnosom $\overline{FA}.\overline{FA'} = \overline{FS}^2$, dakle $xx' = f^2$.

Na slikama 58 i 59 lukovi SI i SJ mogu se izjednačiti sa dužima AB i A′B′. Sličnost trouglova A′B′F i SIF dozvoljava da se piše

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SI}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} = -\frac{\overline{FA'}}{\overline{SF}} = -\frac{x'}{f}.$$

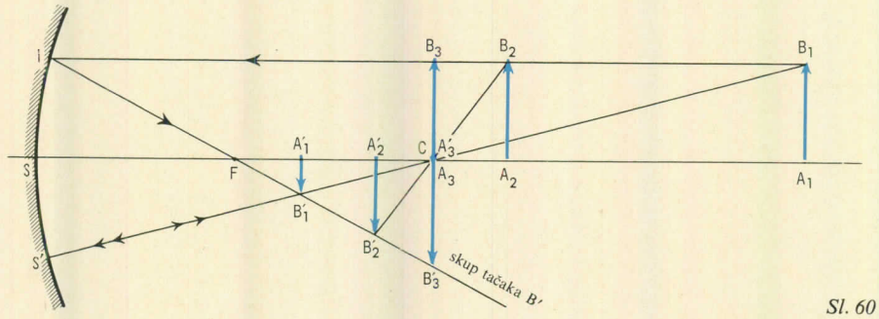
Ali $\overline{SI} = \overline{AB}$, dakle $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{x'}{f}$ Sličnost trouglova FSJ i FAB dozvoljava da se piše

$$\frac{\overline{SJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{SF}}{\overline{FA}} = -\frac{f}{x},$$

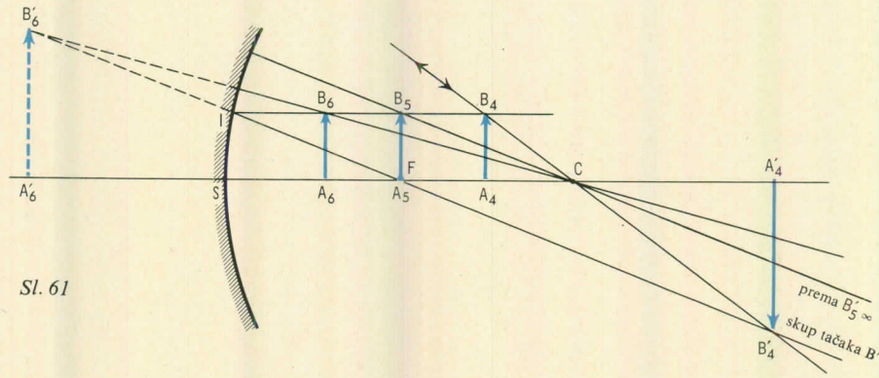
$$\text{ali } \overline{SJ} = \overline{A'B'}, \text{ dakle } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f}{x}.$$

Budući da je xx' uvek pozitivno, jer je jednako f^2, može se zapaziti da su x i x' uvek istog znaka, da su dakle A i A′ uvek sa iste strane žiže F.

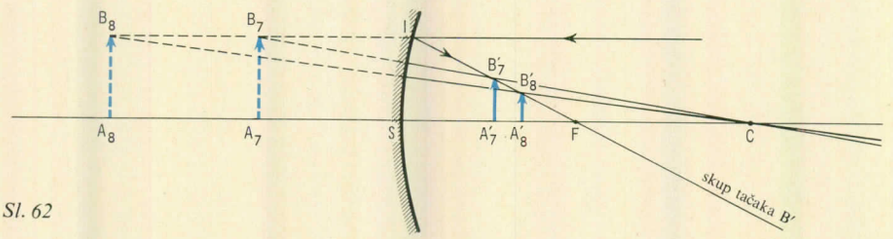
Aksijalno uvećanje. Ako se tačka A pomera duž ose, njena konjugovana tačka A′ se takođe pomera. *Aksijalno uvećanje* za dati položaj A naziva se granična vrednost odnosa $\frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}}$ konjugovanih pomeranja $\overline{A'C'}$ i $\overline{AC}$ kada $\overline{AC}$ teži nuli. Ako uvedemo oznake diferencijalnog računa, imamo: $g = \frac{dz'}{dz} = \frac{dp'}{dp} = \frac{dx'}{dx}$. Bilo koja od ovih veličina dobija se diferencijalenjem jednog od obrazaca ogledala, na primer, $\frac{1}{z} + \frac{1}{z'} = \frac{2}{\rho}$, što daje $-\frac{dz}{z^2} - \frac{dz'}{z'^2} = 0$, ili $\frac{dz'}{dz} = -\frac{z'^2}{z^2} = -\gamma^2$. Dakle, g, jednako $-\gamma^2$, je uvek negativno; pomeranja predmeta i lika na osi uvek su suprotnog smera.



Sl. 60



Sl. 61



Sl. 62

PROMENA POLOŽAJA, VELIČINA I PRIRODA LIKA KAO FUNKCIJA POLOŽAJA I PRIRODE PREDMETA. Ovo se može izučavati geometrijski ili algebarski.

Mi ćemo izučavati geometrijski a čitalac može koristiti algebarski metod i kontrolisati rezultate.

Pretpostavlja se da je predmet AB pokretan duž ose. Za konstruisanje lika B′ od B koriste se: 1. zrak BI koji je paralelan sa osom i ostaje nepromenljiv ma kakav bio položaj AB; nosač odbijenog zraka IF je dakle skup tačaka B′ likova od B; 2. zrak BCS′ koji se okreće oko tačke C kada se pomera AB. Odbijeni zrak koji odgovara BCS′ ima isti nosač kao i BCS′.

Slike 60, 61 i 62 odgovaraju različitim položajima predmeta i likova koji su numerisani da bi se olakšalo čitanje. Kada je realni predmet u beskonačnosti, lik je u žiži; on je realan, obrnut i beskonačno mali. Kada se predmet približava žiži, lik se od nje udaljava, ostajući realan, obrnut i uvećavajući se. Realan predmet i realan lik susreću se u centralnoj ravni. Oni imaju iste dimenzije a lik je obrnut. Kada predmet pređe deo ose između centra i žiže, lik, uvek realan i obrnut, udaljava se od centra uvećavajući se; on je tada veći od predmeta. Kada predmet dostigne žižu, lik se nalazi u beskonačnosti, on je beskonačno velik i obrnut. Čim predmet uđe u oblast FS lik postaje virtualan i uspravan. Kada je A blizu F, lik je veoma udaljen i veoma velik.

Kada se A približava S i A′ mu se približava, pri čemu lik ostaje virtualan i uspravan a njegove dimenzije se smanjuju. Predmet i lik se susreću u S, pri čemu je lik virtualan, uspravan i istih dimenzija kao i predmet. Ako se ogledalo osvetli virtualnim predmetom AB izvan S, lik postaje realan, ostaje uspravan i smanjuje se. Kada se virtualni predmet udaljava od S, lik A′B′ približava se F i njegove dimenzije se smanjuju.

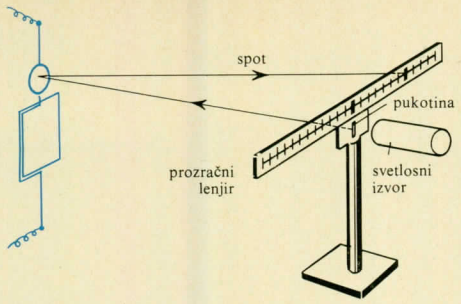
Slučaj konveksnog ogledala ne razlikuje se teorijski od slučaja koji smo razmatrali. Na bazi ovog izučavanja konstatuje se: 1. da se predmet i lik pomeraju u suprotnim smerovima i da se susreću u temenu ($\gamma = +1$) i u centru ($\gamma = -1$, predmet i lik virtualni); 2. da realni predmet ima uvek lik virtualan, uspravan i manji od predmeta.

EKSPERIMENTALNO PROVERAVANJE PRETHODNIH REZULTATA. Ovo se može izvoditi korišćenjem *optičke klupe*. To je dugačka metalna vođica, duž koje se može pomerati svetlosni predmet (strelica osvetljena pomoću svetiljke), sferno ogledalo i mali zaklon. Sva tri sistema su montirana na klizače koji se kreću duž klupe. Položaj predmeta, ogledala i zaklona može se određivati pomoću graduisanog lenjira, povezanog sa klupom. Naginjući malo osu ogledala u odnosu na osu klupe, lik se dovodi malo izvan ose klupe, što dozvoljava da se on uhvati na zaklonu a da zaklon ne smeta prostiranju upadne svetlosti. Može se meriti i uvećanje.

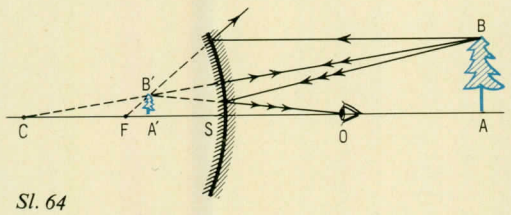
Tako obavljena proveravanja su vrlo uspešna i u potpunosti potvrđuju predviđanja teorije. Ovi ogledi mogu se koristiti za određivanje žižne daljine ogledala, polazeći od merenja rastojanja p i p' predmeta i lika od temena ogledala.

PRIMENA KONKAVNIH SFERNIH OGLEDALA. Mogu se koristiti kao projektori stavljajući neki svetlosni izvor u žižu. Međutim, ako ogledalo ima veliki otvor, odbijeni snop koji odgovara svakoj tački izvora nije strogo paralelan i ovo smanjuje domet projektora. Ako se želi postići paralelizam, mora se suziti širina korišćenog snopa, dakle gubiti svetlost. Zato se radije koriste parabolična ogledala koja daju paralelan odbijeni snop, uzimajući snop bilo kog otvora samo da je proizišao iz njihove žiže.

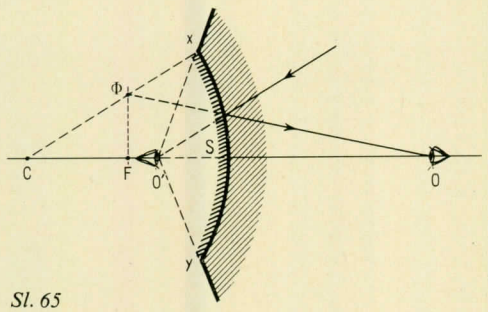
Kod električnih lampi velike jačine, namenjenih na primer projekcionim aparatima, zadnji deo sferne ampule je posrebren. Svetleća nit je u centru sfere, dakle, u centru sfernog ogledala. Zadnje ogledalo vraća prema niti svetlosni fluks koji je nit emito-



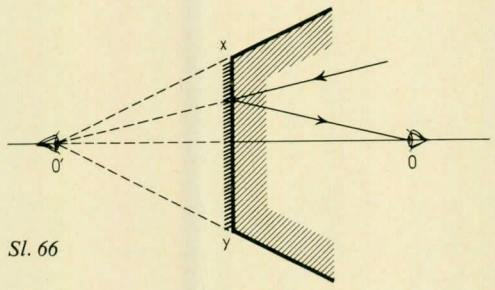
Sl. 63



Sl. 64



Sl. 65



Sl. 66

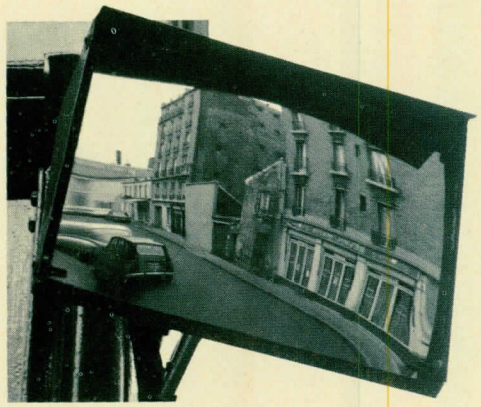
vala prema njemu, što dozvoljava da se na sliku za projektovanje pošalje svetlosni fluks približno dva puta veći nego kada zid ampule ne bi bio posrebren.

Konkavna sferna ogledala mogu se koristiti kao ogledala za uvećavanje; dovoljno je stati između žiže i temena da bi se video vlastiti lik virtualan, uspravan, uvećan (ogledalo za brijanje).

Najzad, konkavno sferno ogledalo koristi se za merenje malih uglova takozvanom *Pogendorfovom* (Poggendorff) metodom. Recimo da želimo meriti malu rotaciju, na primer, rotaciju rama galvanometra. Sa ramom se povezuje malo sferno ogledalo poluprečnika oko 1 metar koje se osvetljava pomoću male svetlosne pukotine, postavljene u ravan njegovog centra. Ono daje realan obrnuti lik pukotine u ravni centra, koji se hvata na prozračnom lenjiru (*sl.* 63). Taj lik se naziva »svetlosna mrlja«. Kada se ram obrne za ugao α povlačeći sa sobom ogledalo, odbijeni zraci obrnu se za ugao 2α a mrlja se pomeri za $d = 2\alpha D$, ako je D rastojanje pukotina-ogledalo, dakle jednako poluprečniku ogledala. Lako se može otkriti pomeranje $d = \frac{1}{2}$ mm. Ako je R = 1 m, otkriva se, dakle, rotacija jednaka približno 1/4000 radijana, ili nešto ispod jednog minuta. To pokazuje osetljivost ovog metoda merenja.

PRIMENA KONVEKSNIH OGLEDALA. RETROVIZORI. Konveksna ogledala se često koriste kao retrovizori. Ona, u stvari, imaju prednost nad ravnim ogledalima u tome što im je veće vidno polje. Slika 64 pokazuje kako oko O vidi u A′B′ lik drveta AB. Slika 65 pokazuje polje ogledala. Oko O prima sve odbijene zrake koji odgovaraju upadnim zracima, usmerenim prema O′, liku od O koji daje ogledalo. Kako je O′ smešteno između F i S bez obzira na položaj oka, ugao $xO'y$ je utoliko veći ukoliko ogledalo ima manji poluprečnik krivine, veći otvor i ukoliko je oko bliže ogledalu.

Slika 66 je povezana sa prethodnom; ona pokazuje vidno polje ravnog ogledala iste dimenzije xy ako ga koristi oko smešteno na istom odstojanju. Ako retrovizor prima zrake pod nagibom u odnosu na osu, on očevidno ne radi pod dobrim uslovima i likovi nisu dobrog kvaliteta. Posebno, na rubovima polja prave linije predmeta vide se jasno iskrivljene.



Konveksno ogledalo (retrovizor).

PRELAMANJE SVETLOSTI

PODSEĆANJE NA DEKARTOV ZAKON. Pojavu prelamanja (već pokazanu) definišu Dekartovi zakoni.

Prvi zakon: prelomljeni zrak IR nalazi se u upadnoj ravni SIN.

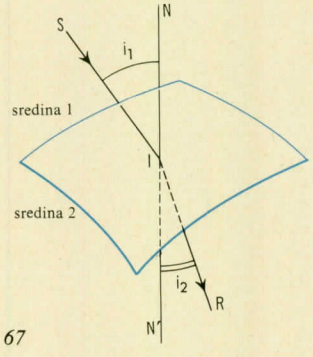
Drugi zakon: postoji konstantan odnos između sinusa upadnog ugla SIN i sinusa ugla prelamanja N′IR. Ovaj odnos $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ naziva se *indeks prelamanja* sredine 2 u odnosu na sredinu 1 i obeležava se sa $n_{2/1}$ (*sl.* 67 i 68).

RELATIVNI INDEKS PRELAMANJA. APSOLUTNI INDEKS PRELAMANJA. FIZIČKO ZNAČENJE. Ogled pokazuje da odnos $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{2/1}$ ima vrednost koja zavisi u isto vreme od prirode dve sredine i od talasne dužine izučavane svetlosti. Treba, dakle, izučavati pojavu prelamanja u monohromatičnoj svetlosti. Može se, na primer, koristiti lampa sa natrijumovom parom koja emituje karakterističnu žutu svetlost (D linija), ili izvor bele svetlosti koja se filtrira kroz obojeno staklo.

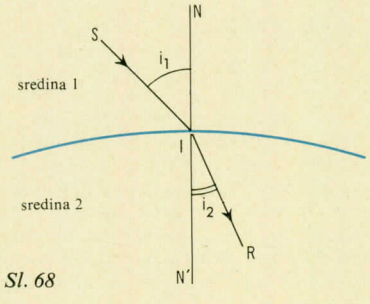
Ako se izučava skup obrazovan od nekoliko sredina dve po dve, na primer, sredine 1 (vazduh), 2 (staklo), 3 (voda), konstatuje se da indeks $n_{3/2}$ sredine 3 u odnosu na sredinu 2 izgleda kao da je jednak odnosu indeksa $n_{3/2}$ i $n_{2/1}$ sredina 3 i 2 u odnosu na sredinu 1 : $n_{3/2} = \frac{n_{3/1}}{n_{2/1}}$. Apsolutni indeks neke sredine naziva se njen indeks u odnosu na vakuum i on se obeležava sa N. Na primer, apsolutni indeks vazduha (sredina 1) obeležićemo sa N_1, stakla sa N_2, vode sa N_3 i, na osnovu napred rečenog, $n_{3/2} = \frac{N_3}{N_2}$, $n_{2/1} = \frac{N_2}{N_1}$, tako da se Dekartov zakon $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{2/1}$ piše tada u obliku $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{N_2}{N_1}$, ili $N_1 \sin i_1 = N_2 \sin i_2$, ili još

$$N \sin i = \text{const.}$$

Apsolutni indeks prelamanja neke supstancije ima različitu vrednost za svaku monohromatičnu svetlost, pri čemu se ova vrednost povećava kada se ide od velikih talasnih dužina (crvena svetlost) ka malim talasnim dužinama (ljubičasta svetlost). Tako jedno optičko staklo ima apsolutni indeks prelamanja 1,5127 za crvenu svetlost, 1,5133 za žutu, 1,5214 za plavu. Ukoliko je indeks veći, za sredinu se kaže da je utoliko *refraktivnija* (*optički gušća*). Ukoliko je relativna promena indeksa veća kada se ide od crvenog ka ljubičastom, za tu sredinu se kaže da je utoliko *disperzivnija*.



Sl. 67



Sl. 68

Vazduh ima apsolutni indeks 1,000293, pri čemu je ova vrednost praktično nezavisna od boje. Između indeksa n neke supstancije u odnosu na vazduh i njenog apsolutnog indeksa N, postoji, dakle, odnos $n = \frac{N}{1{,}000293} \simeq N(1 - 3.10^{-4})$. Sa tačnošću od tri desethiljaditih delova može se, dakle, zameniti indeks u odnosu na vazduh sa apsolutnim indeksom. Najzad, treba podvući da apsolutni indeks neke supstancije zavisi od uslova u kojima se ona nalazi. On zavisi posebno od temperature, ali su promene relativno male. Obično se daje indeks supstancije na 20°C za žutu svetlost (natrijumova D linija). Vrednosti indeksa najčešće se kreću između 1 i 1,8. Tako je indeks vode 1,3330, sumporugljenika 1,6277, optičkih stakala kreće se između 1,5 do 1,8. Dijamant predstavlja izuzetak sa vrednošću 2,4173.

Ogledi neposrednog merenja brzine svetlosti u raznim sredinama (vazduh, voda, sumporugljenik) dozvolili su da se pokaže da je apsolutni indeks neke sredine jednak količniku brzine svetlosti u vakuumu i njene brzine u posmatranoj sredini: $N_1 = \frac{c}{V_1}$, gde je c brzina svetlosti u vakuumu, V_1 brzina svetlosti u sredini 1. Odatle se neposredno izvodi da je

$$n_{2/1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{c}{V_2} \times \frac{V_1}{c} = \frac{V_1}{V_2}.$$

INVERZNO VRAĆANJE SVETLOSTI PRI PRELAMANJU. Već smo istakli ovaj zakon povodom Dekartovih zakona. Ali vratimo se na njega.

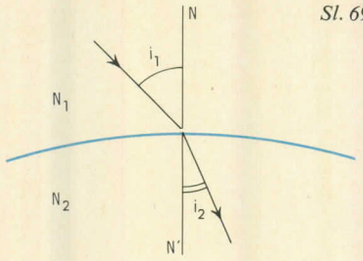
Ako napišemo $N_1 \sin i_1 = N_2 \sin i_2$, zapaža se da ova formulacija čini da dve sredine igraju identične uloge. Posebno, ako izmenimo uloge dve sredine posmatrajući prostiranje svetlosti od 2 prema 1, i ako je upadni ugao sada $SIN' = i_2$, ugao prelamanja će biti $NIR = i_1$ (*sl.* 69). Može se tvrditi: put kojim ide svetlost nezavisan je od smera prostiranja.

GRANIČNA REFRAKCIJA I TOTALNA REFLEKSIJA. Pretpostavimo da se svetlost prostire od optički ređe sredine (vazduh) [N_1] ka optički gušćoj sredini (voda) [N_2] i izučimo kako se menja ugao i_2, kada menjamo i_1. Za $i_1 = 0$ imamo $i_2 = 0$, zatim $N_1 \sin i_1 = N_2 \sin i_2$ daje $\sin i_2 = \frac{N_1}{N_2} \sin i_1$, dakle $\sin i_2 < \sin i_1$ jer je $\frac{N_1}{N_2} < 1$, a $i_2 < i_1$ (uglovi između 0° i 90°).

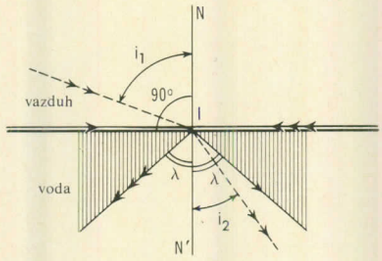
Upadni zrak prelamajući se, približava se normali IN. Najvećoj mogućoj vrednosti $i_1 = 90°$ upadnog ugla odgovara najveća moguća vrednost ugla prelamanja $i_2 = \lambda$, tako da je $\sin \lambda = \frac{N_1}{N_2}$. Ovaj ugao λ zove se *ugao granične refrakcije*. Za diopter vazduh-voda on iznosi približno 48° 35′. Nijedan svetlosni zrak koji dolazi iz vazduha i koji pada na graničnu površinu u tački I ne može ući u šrafirano prikazanu oblast (*sl.* 70). Isto tako, svetlosni zraci koji se prostiru iz vode prema vazduhu i padaju na površinu u I mogu dati zrake koji izlaze iz vode samo ako se nalaze unutar konusa, čiji je vrh I, a poluugao λ (*sl.* 71). Kada se upadni zrak udaljava od normale, prelomljeni zrak IR takođe se udaljava, i kada SI zauzima granični položaj $S_L I$, prelomljeni zrak prostire se tangencijalno po površini (IR_L). Ako je upadni ugao i_1 veći od λ (*sl.* 72), nema više zraka koji izlazi iz vode; zrak je u potpunosti prelomljen duž IR′. Pojava se naziva *totalna refleksija*. To je lako pokazati. U kivetu paralelnih strana, koja sadrži vodu koja fluorescira (*sl.* 73), pošalje se tanki snop zrakova. Unutra je potopljeno malo ravno ogledalo M, pričvršćeno za kraj jedne šipke. Većim ili manjim naginjanjem tanki snop se može slati prema slobodnoj površini i menjati upadni ugao. Kada on postane dovoljno velik, dolazi do totalne refleksije.

Ugao granične refrakcije iznosi oko 42° za diopter vazduh-obično staklo. Totalna refleksija na diopteru staklo-vazduh koristi se kod prizmi nazvanih »prizma sa totalnom refleksijom«. Ako prizma ima kao normalan presek ravnokraki pravougli trougao (*sl.* 74), upadni zrak SI normalan na površinu AB prolazi kroz nju bez skretanja i pada na površinu BC pod upadnim uglom od 45°, dakle većim od ugla granične refrakcije. Ovaj zrak se totalno reflektuje. On pada na AC pod upadnim uglom jednakim nuli i prolazi bez skretanja. Prizma je, dakle, igrala ulogu ravnog ogledala. Slika 75 pokazuje da ista prizma može dati dva puta pojavu totalne refleksije i obrazovati tako zrak koji izlazi paralelno upadnom i prostire se u suprotnom smeru. Kombinacije prizmi sa totalnom refleksijom koriste se kod pozorišnih dvogleda, nazvanih »dvogledi sa prizmama«, da bi se uspravili obrnuti likovi koje daje objektiv (videti Durbini).

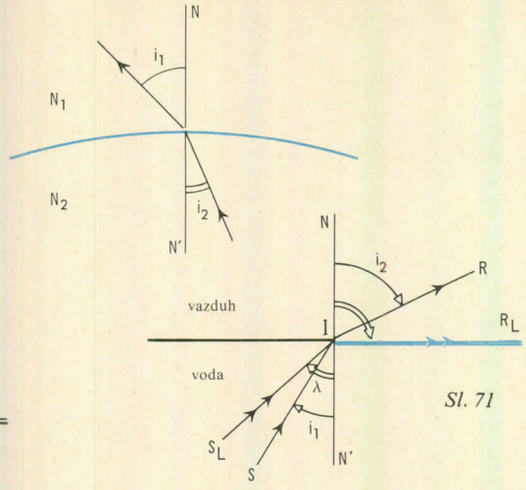
Sl. 69



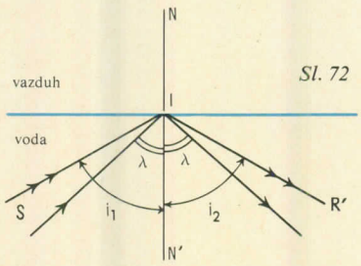
Sl. 70



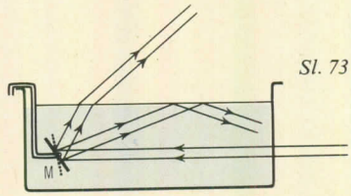
Sl. 71



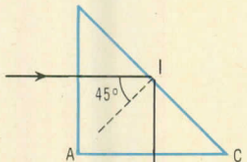
Sl. 72



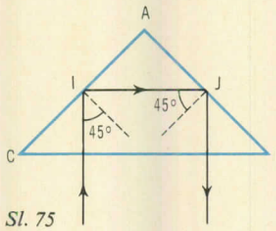
Sl. 73



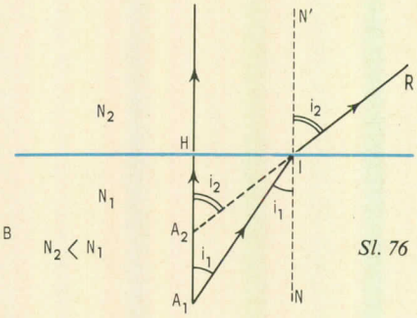
Sl. 74



Sl. 75



Sl. 76



RAVNI DIOPTER

To je optički sistem koji obrazuju dve providne sredine, razdvojene ravnom površinom.

TEORIJSKO IZUČAVANJE. IZNALAŽENJE LIKA TAČKE I LIKA PREDMETA. Posmatrajmo svetlosnu tačku A_1 smeštenu u sredinu 1 (voda, na primer) indeksa N_1, i uzmimo da je N_2 indeks druge sredine (vazduh, na primer); ovde je, dakle $N_1 > N_2$. Ispitajmo da li diopter daje lik A_2 od A_1. Zbog toga ćemo posmatrati zrak A_1H normalan na površinu S; on prolazi bez skretanja. Lik A_2, ako postoji, nalazi se, dakle, na pravoj A_1H (eventualno produženoj). Posmatrajmo drugi zrak A_1I koji dolazi u I pod upadnim uglom i_1; njemu odgovara prelomljeni zrak IR koji sa IN′ zatvara ugao i_2, tako da je $N_1 \sin i_1 = N_2 \sin i_2$ (*sl.* 76). Uglovi i_1 i i_2 nalaze se kod A_1 i A_2. Za trouglove A_1HI i A_2HI može se pisati $\operatorname{tg} i_1 = \frac{HI}{HA_1}$ i $\operatorname{tg} i_2 = \frac{HI}{HA_2}$, odakle se izvodi odnos $\frac{HA_2}{HA_1} = \frac{\operatorname{tg} i_1}{\operatorname{tg} i_2}$, ili $HA_2 = HA_1 \frac{\operatorname{tg} i_1}{\operatorname{tg} i_2}$. Kada se zrak A_1I menja pomeranjem tačke I, odnos $\frac{\operatorname{tg} i_1}{\operatorname{tg} i_2}$ ne ostaje konstantan. U stvari, imamo $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \text{const}$, i ako je odnos sinusa konstantan, odnos tangensa nije. Iz toga se zaključuje da rastojanje HA_2 zavisi od zraka A_1I koji se koristi za dobijanje A_2, dakle, da ravni diopter nije stigmatičan. Međutim, mogu se ostvariti uslovi koji dovode do približnog stigmatizma. Tako, ako ugao i_1 ostaje mali (i_2 je takođe) da bismo mogli zameniti tangens sa sinusom, možemo pisati

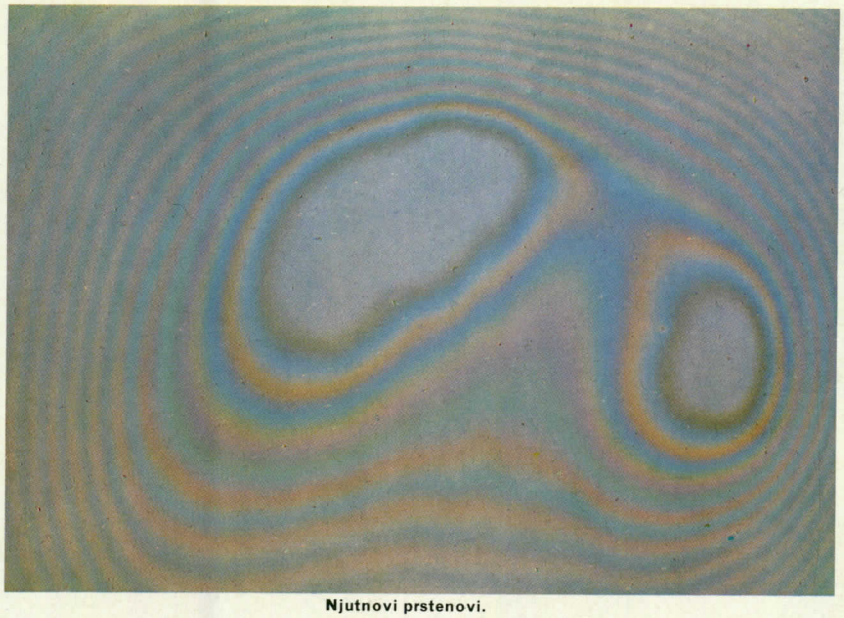
$$\frac{HA_2}{HA_1} = \frac{\operatorname{tg} i_1}{\operatorname{tg} i_2} \simeq \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{N_2}{N_1}, \quad \text{ili} \quad \frac{HA_2}{N_2} = \frac{HA_1}{N_1}.$$

Obrazac može biti napisan u algebarskom obliku. Uzimajući za pozitivni smer HA_2A_1 i postavljajući

$$\overline{HA_1} = p_1, \quad HA_2 = p_2,$$

dobijamo

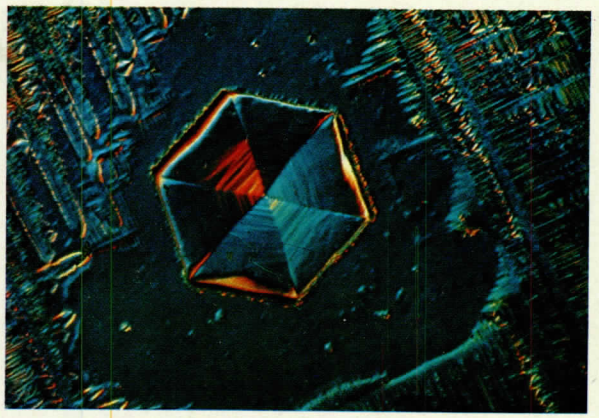
$$\frac{p_1}{N_1} = \frac{p_2}{N_2} \quad \text{ili} \quad \frac{N_1}{p_1} - \frac{N_2}{p_2} = 0.$$



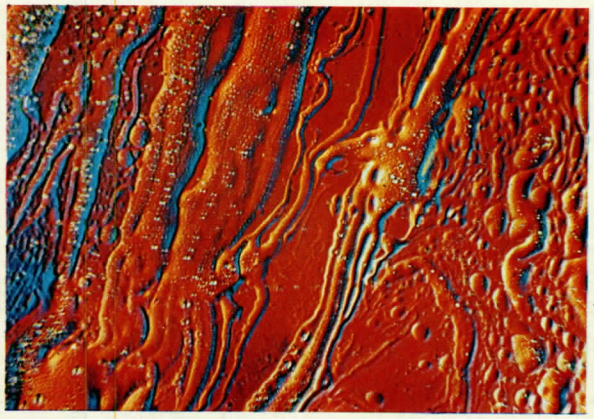
Njutnovi prstenovi.



Granica gaza malog insekta na vodi (vodeni pauk, realna dužina 7 mm). Deformacije vode u dodiru sa životinjom posmatrane su u interferentnom kontrastu.



Rast kristala amonijum-alauna (optički izotropan) u interferentnom kontrastu.



Promene indeksa prelamanja smeše dve providne tečnosti (interferentni kontrast).

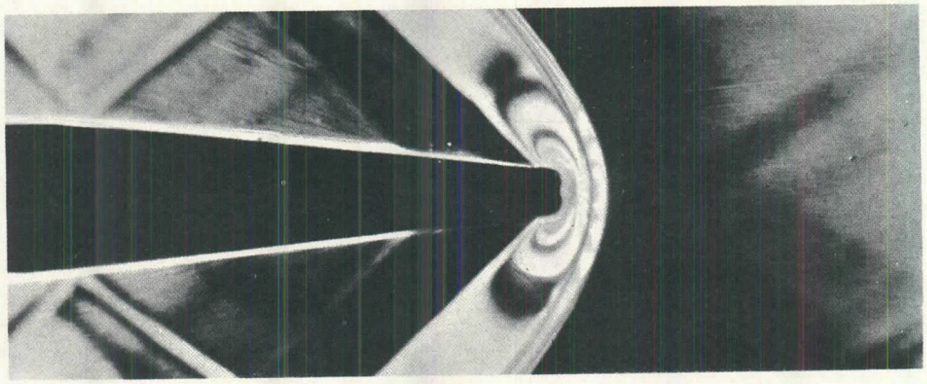


Unutrašnjost bešike koja pokazuje kamenac. (Endoskopija dr Žopitra — Jaupitre).



Promene debljine kapi vode na staklenoj ploči (interferentni kontrast).

Fot. Institut d'optique, Larousse.



Vizualizacija strujanja pri 1,96 maha oko kljuna jednog profila pomoću strio-interferometrije.

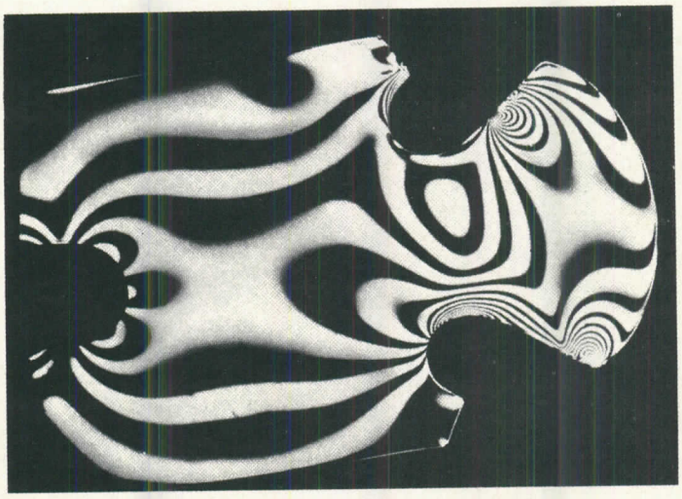
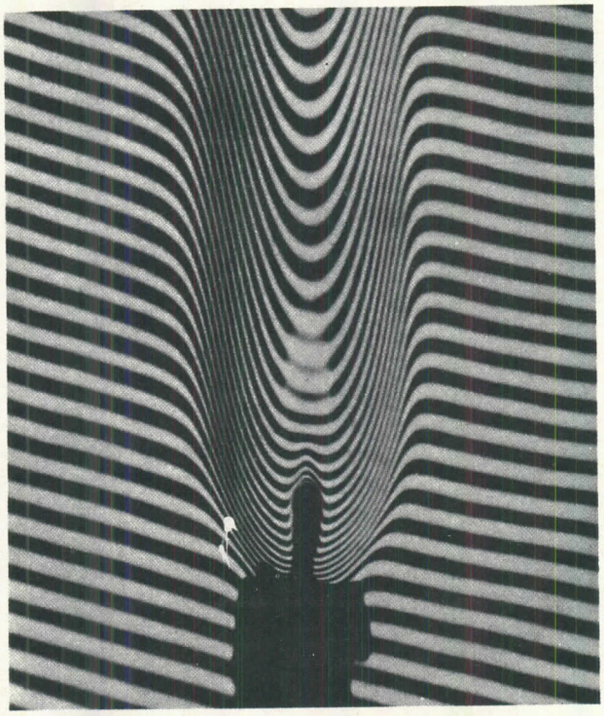
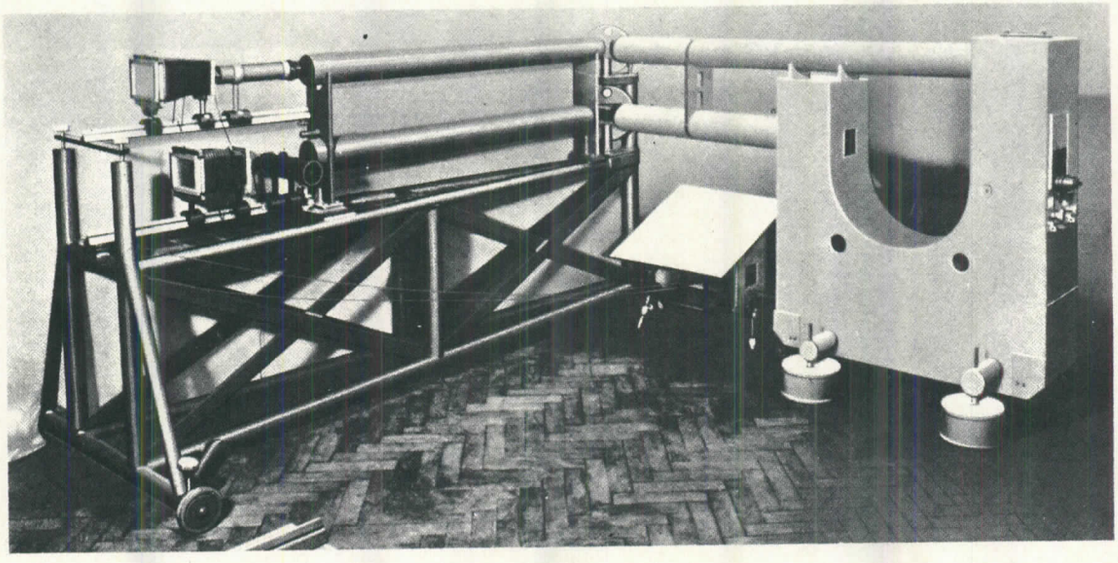


Foto-elastometrija: mreža izohrona makete postolja lopatice turbine.

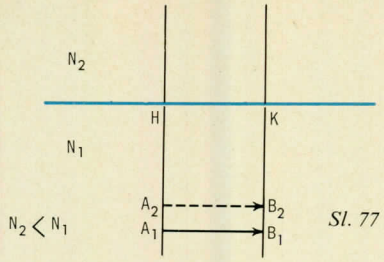


Struje konvekcije iznad plamena sveće kako ih je video Majkelson.

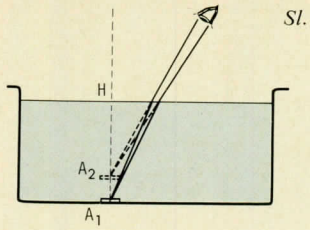


Mah-Zenderov (Mach—Zehnder) interferometar.

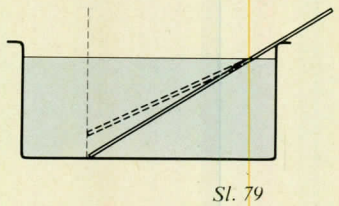
Fot. O. N. E. R. A. i Carl Zeiss



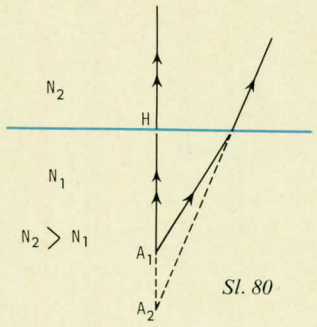
Sl. 77



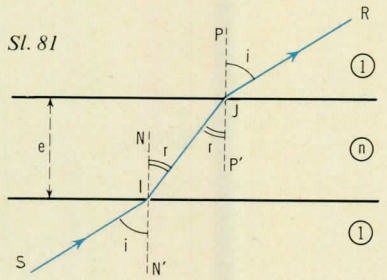
Sl. 78



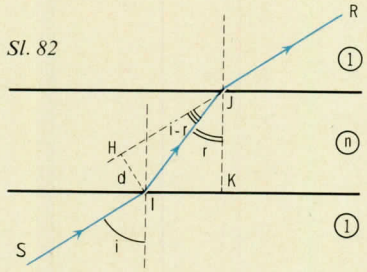
Sl. 79



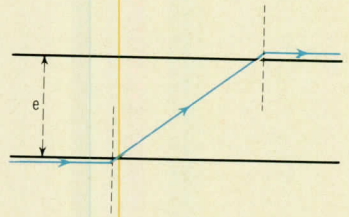
Sl. 80



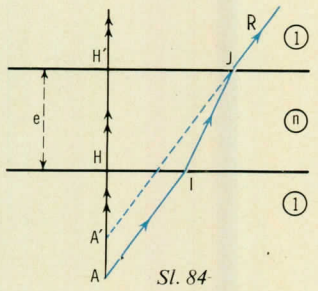
Sl. 81



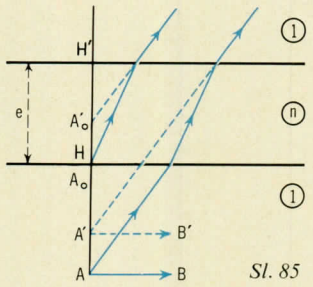
Sl. 82



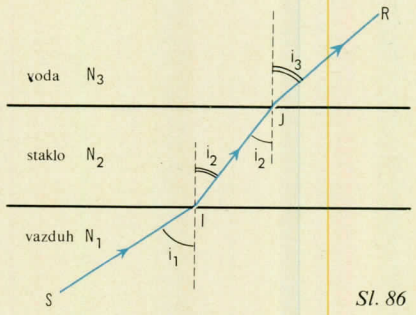
Sl. 83



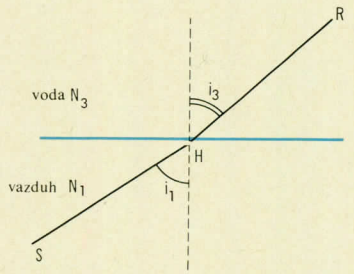
Sl. 84



Sl. 85



Sl. 86



Ako sada posmatramo neki ravni predmet paralelan ravni dioptera, i ako se koriste samo zraci sa malim nagibom prema normali, svakoj tački $A_1,\ldots, B_1$ predmeta odgovara lik $A_2,\ldots, B_2$. Diopter, dakle, daje ravni lik paralelan ravni dioptera i jednak predmetu. On je virtualan ako je predmet realan, a realan ako je predmet virtualan (*sl.* 77). Uzmimo, na primer, neki predmet stavljen na dno bazena, napunjenog mirnom vodom. Posmatrač koji se nalazi u vazduhu, gleda u pravcu bliskom vertikali, kroz slobodnu površinu (*sl.* 78).

On može, dakle, primiti samo zrake sa malim nagibom prema normali. Uslovi za dobijanje dobrog lika su ostvareni i posmatrač doista vidi dobar lik koji njemu izgleda bliže površini nego što je predmet u stvarnosti. Za vodu $N_1 \simeq \frac{4}{3}$; za vazduh $N_2 = 1$. $HA_2 = \frac{3}{4} HA_1$; bazen nam izgleda kao da ima dubinu jednaku tri četvrtine realne dubine. Ako oko prima zrake sa velikim nagibom prema normali, ono vidi samo deformisane likove. Isto rasuđivanje dozvoljava da se objasni zašto prav lenjir, delimično potopljen, izgleda prelomljen (*sl.* 79).

Ako se svetlost prostire u smeru od optički gušće ka optički ređoj sredini lik je približen; u protivnom slučaju, on je udaljeniji (*sl.* 80).

PLAN-PARALELNE PLOČE

Plan-paralelna ploča se sastoji od jedne providne sredine ograničene sa dve ravne i paralelne površine, koje je odvajaju od iste sredine ili od dve različite providne sredine. Prozorsko okno, okruženo vazduhom sa obadve strane, staklo akvarijuma okruženo vodom sa jedne strane, a vazduhom sa druge, predstavljaju primere plan-paralelnih ploča.

DEJSTVO PLAN-PARALELNE PLOČE NA SVETLOSNI ZRAK. POMERANJE. LIK TAČKE I PREDMETA. Pretpostavićemo najpre da je ploča debljine e stavljena u vazduh i da je njen indeks u odnosu na vazduh n. Uzmimo da je SI upadni zrak, N′IN normala; uzećemo da je ravan SIN ravan slike (*sl.* 81). Prelomljeni zrak IJ zatvara sa normalom IN ugao r, tako da imamo $\sin i = n \sin r$; ovaj zrak pada na drugu površinu ploče pod upadnim uglom IJP′, koji je jednak r zato što su normale N′IN i P′JP paralelne. Izlazni ugao PIR = x, definisan odnosom $n \sin r = \sin x$, jednak je, dakle, uglu i. Izlazni zrak JR je, dakle, paralelan sa upadnim zrakom SI. Ploča ne iskrivljuje svetlosne zrake; ona čini da oni pretrpe bočno pomeranje d koje se može lako proceniti na slici 82, gde je iz I spuštena normala IH na nosač izlaznog zraka JR. Nalazimo $d = e \frac{\sin (i - r)}{\cos r}$. Ova veličina, jednaka nuli kada je $i = 0$ (što povlači $r = 0$), raste kada i raste, i dobija maksimalnu vrednost e kada su upadni i izlazni zrak tangencijalni (*sl.* 83). Ovaj račun pokazuje da je bočno pomeranje d, uvek manje od e, najčešće zanemarljivo i neuočljivo. To je slučaj, na primer, kod posmatranja kroz prozorsko okno (izvesne deformacije likova pri posmatranju kroz okno potiču odatle što površine nisu ravne i paralelne).

Lik neke tačke koju daje plan-paralelna ploča dobija se neposredno posmatranjem slike 84. Lik A′ od A nalazi se na zraku AH normalnom na ploču i na nosaču izlaznog zraka JR, koji odgovara upadnom zraku AI. Pošto ravni diopter nije stigmatičan, nije stigmatična ni ploča i lik se može uhvatiti samo ako se koriste zraci sa malim nagibom prema normali. Realnoj tački A odgovara virtualni lik A′. Kako je ploča refraktivnija od vazduha, tačka A′ je bliže ploči nego tačka A; približavanje AA′ može se lako izračunati. Odista, ako se istakne da je AA′ nezavisno od rastojanja AH, može se izračunati AA′, stavljajući A u A_0, na površinu ploče. Obrazac ravnog dioptera daje tada

$$\frac{n}{\overline{H'A_0}} - \frac{1}{\overline{H'A'_0}} = 0, \quad \text{odakle } \overline{H'A'_0} = \frac{\overline{H'A_0}}{n}$$

$$\text{i } \overline{AA'} = \overline{A_0A'_0} = \overline{H'A'_0} - \overline{H'A_0} = \overline{H'A_0}\left(\frac{1}{n} - 1\right).$$

$$\overline{AA'} = \overline{HH'}\left(1 - \frac{1}{n}\right), \quad \overline{AA'} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Kod staklene ploče, debljine 1 centimetar i indeksa $n = 1{,}5$, približavanje iznosi samo 1/3 centimetra, ono je, dakle, vrlo malo. Isti račun važi za sve tačke predmeta. Lik se izvodi, dakle, iz predmeta pomoću translacije normalne na površine, konstantne amplitude jednake $e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$, nezavisno od položaja predmeta. Prividno pomeranje predmeta vrši se u smeru svetlosti ako je $n > 1$, u suprotnom smeru ako je $n < 1$. Ako je predmet realan lik je virtualan, i obrnuto.

Ako sredine koje okružuju ploču nisu identične, izlazni zrak nije paralelan upadnom, ali njegov pravac je isti kao da je on pretrpeo direktno prelamanje iz sredine 1 u sredinu 3 (*sl.* 86). Prisustvo ploče prouzrokuje samo bočno pomeranje izlaznog zraka, bez menjanja njegovog pravca.

PRIZME

DEFINICIJE. To je sistem koji obrazuje neka providna sredina ograničena sa dve ravne površine koje nisu paralelne. Ako se dve *površine* realno seku, prava preseka zove se *ivica* prizme. Površina suprotna ivici (koja ne mora biti ravna) zove se *baza*

prizme. Ugao koji obrazuju površine prizme jeste *ugao* prizme. Ravan normalna na ivicu određuje jedan glavni presek prizme (*sl.* 87).

Postavljanje prizme, na primer od stakla, na put snopa bele svetlosti izaziva u isto vreme skretanje snopa i razlaganje bele svetlosti na svetlosti u bojama koje idu od crvenog ka ljubičastom; ova poslednja pojava jeste disperzija bele svetlosti. Izučavanje prizme obuhvata, dakle, dve oblasti: skretanje (devijaciju) i disperziju. Ako ne želimo da se bavimo disperzijom, dovoljno je da osvetlimo prizmu monohromatičnom svetlošću.

KRETANJE ZRAKA MONOHROMATIČNE SVETLOSTI. OBRASCI PRIZME. Pretpostavićemo da je neki upadni zrak u ravni glavnog preseka. Prvi zakon prelamanja dozvoljava nam da tvrdimo da će čitav put svetlosnog zraka biti u toj ravni. Uzećemo da je ova ravan ravan slike (*sl.* 88). Pretpostavićemo i to da je sredina koja okružuje dve površine ista (vazduh, na primer) i da je prizma optički gušća od sredine koja je okružuje (staklo, na primer). Njen indeks u odnosu na spoljnu sredinu je n ($n > 1$).

Upadni zrak SI (upadni ugao i) prelama se duž II′; $\sin i = n \sin r$. Zrak II′ prelama se u I′ i daje I′R, pa imamo $n \sin r' = \sin i'$.

Skretanje (devijacija) naziva se ugao za koji treba obrnuti upadni zrak, da bismo ga doveli na izlazni zrak. Ovaj ugao (nazvan D), spoljni ugao u trouglu JII′, jednak je zbiru $\widehat{JII'} + \widehat{JI'I}$. Ova dva ugla iznose

$$\widehat{JIK} - \widehat{I'IK} = i - r \quad \text{i} \quad \widehat{JI'K} - \widehat{II'K} = i' - r'.$$

Imamo, dakle

$$D = i - r + i' - r' = i + i' - (r + r').$$

Ali $r + r' = A$; u stvari, njihov zbir iznosi $\pi - K$ (trougao II′K) a kako je četvorougao AIKI′ tetivni (zbir uglova kod I i kod I′ iznosi π), imamo $A + K = \pi$; odakle $\pi - K = A$ i $r + r' = A$. Tako možemo skupiti ove četiri jednakosti, poznate pod imenom »obrasci prizme«:

(1) $\sin i = n \sin r$;
(2) $\sin i' = n \sin r'$;
(3) $r + r' = A$;
(4) $D = i + i' - A$.

Ovi obrasci važe u svim slučajevima, pod uslovom da se razni uglovi računaju algebarski. Uglovi i i i' računaju se pozitivno kada su zraci SI i I′R smešteni sa suprotne strane ivice u odnosu na normale u I i I′. Uglovi r i r' imaju isti znak kao i i i'. A je uvek pozitivno. Pravac izlaznog zraka je uvek između pravca upadnog zraka i pravca izlazne površine. Skretanje se vrši uvek prema bazi prizme.

USLOVI IZLAŽENJA. Upadni zrak može uvek ući u prizmu (pošto je $n > 1$), ali može izići samo ako je ugao r' manji od graničnog ugla λ $\left(\sin \lambda = \frac{1}{n}\right)$.

Da bi izlaženje bilo moguće, moraju istovremeno biti zadovoljena dva uslova. Jedan se odnosi na ugao prizme; ovaj uslov je neophodan, ali nije dovoljan. Drugi se odnosi na upadni ugao; on mora biti zadovoljen zajedno sa prethodnim.

Posmatrajmo poslednji mogući izlazni zrak: to je zrak tangencijalan izlaznoj površini $i' = \frac{\pi}{2}$. Ugao r' iznosi tada λ. Ugao r iznosi $A - \lambda$; ali maksimalna mogućna vrednost za r iznosi λ. $A - \lambda \leq \lambda$, $A \leq 2\lambda$. Ovaj uslov se postavlja prizmi. Ako je on zadovoljen, upadni ugao i_0, koji zadovoljava uslov

$$\sin i_0 = n \sin (A - \lambda),$$

jeste minimalni upadni ugao koji daje izlazni zrak (*sl.* 89). Samo upadni zraci, koji se nalaze ispod S_0I, daju izlazne zrake (*sl.* 90).

PROMENA SKRETANJA U ZAVISNOSTI OD UPADNOG UGLA: MINIMALNO SKRETANJE. Za datu prizmu (n i A stalni) skretanje zavisi od upadnog ugla i. Teorijsko izučavanje, saglasno sa ogledom (*sl.* 91), pokazuje da ako se upadni ugao kreće između i_0 i $\frac{\pi}{2}$, skretanje prolazi kroz minimum kada je $i = i'$ (*sl.* 92). Uzimajući u obzir ovu jednakost, obrasci prizme dobijaju sledeće posebne oblike: $i = i'$ povlači $r = r'$, a kako je $r + r' = A$, odatle se izvodi $r = r' = \frac{A}{2}$. $D = i + i' - A$ postaje $D = D_m = 2i - A$; odakle

$$i = \frac{A + D_m}{2}, \text{ a } \sin i = n \sin r$$

piše se kao

$$\sin \frac{A + D_m}{2} = n \sin \frac{A}{2}.$$

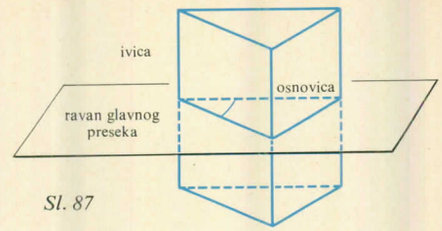
Ovaj poslednji odnos dozvoljava da se tačno odredi indeks n merenjem uglova A i D_m. Ovo merenje se vrši pomoću goniometra (*sl.* 93). Ovaj aparat se sastoji od horizontalne ploče koja se može obrtati oko vertikalne osovine koja u isto vreme predstavlja osu graduisanog kruga na kome se mogu očitavati položaji durbina i kolimatora. Kolimator predstavlja usku pukotinu osvetljenu monohromatičnom svetlošću i stavljenu u fokusnu ravan konvergentnog sočiva. Durbin dozvoljava da se primi svetlosni snop koji je skrenula prizma postavljena na ploču tako da joj je ivica vertikalna. Držeći kolimator fiksiranim, ploča koja nosi prizmu okreće se da bi se pomeranjem ostvarilo minimalno skretanje u jednom smeru, a zatim u drugom (*sl.* 94). Ugao koji obrazuju pravci ose durbina iznosi tada $2D_m$. Da bi se izmerio ugao A, prizma se osvetljava snopom iz kolimatora koji pada s obe strane ivice. Dve površine prizme koje igraju tada ulogu ogledala daju dva odbijena snopa koji se hvataju u durbin. Pravci osa durbina obrazuju tada ugao 2A (*sl.* 95).

PRIZMA MALOG UGLA OSVETLJENA POD MALIM UPADNIM UGLOM. Obrasci prizme se uprošćavaju ako se koriste približne relacije koje proističu iz pretpostavke da su uglovi mali. Ako je i malo, obrazac $\sin i = n \sin r$ može se pisati $i = nr$ (Keplerova relacija); r je dakle malo u isto vreme kada i i. Ako je A malo, $r' = A - r$ je takođe malo, i može se pisati $i' = nr'$. Skretanje se tada izražava kao

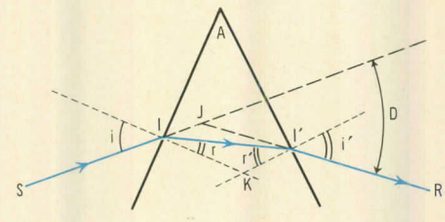
$$D = i + i' - (r + r') = n(r + r') - (r + r') = (n - 1) A.$$

Ova relacija pokazuje da u uslovima koje smo upravo precizirali (i i A mali), skretanje zavisi samo od ugla prizme i njenog indeksa.

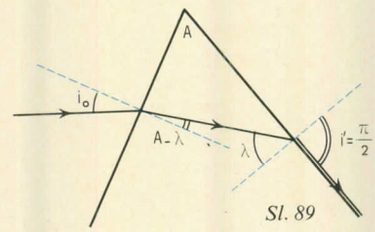
PROMENA SKRETANJA U ZAVISNOSTI OD UGLA PRIZME. Pri izučavanju ove pojave pretpostavlja se da su indeks i upadni ugao, a prema tome i ugao prelamanja, stalni. Da bi se to postiglo



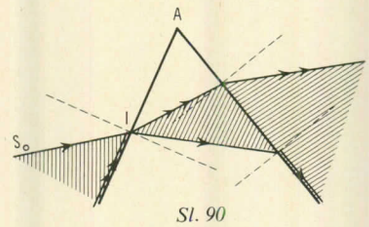
Sl. 87



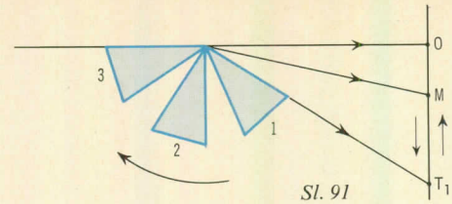
Sl. 88



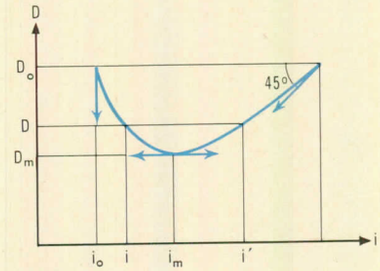
Sl. 89



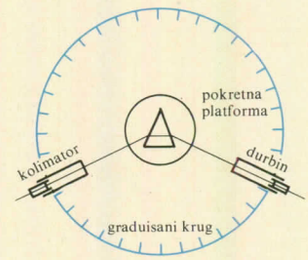
Sl. 90



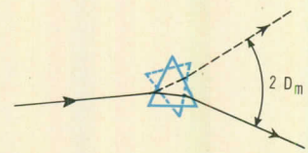
Sl. 91



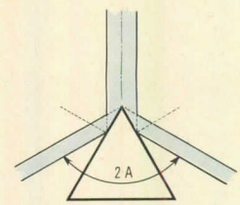
Sl. 92



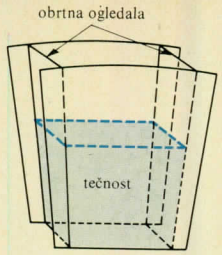
Sl. 93



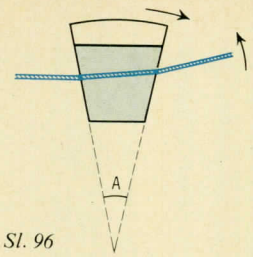
Sl. 94

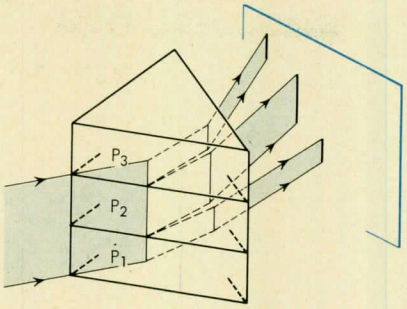


Sl. 95

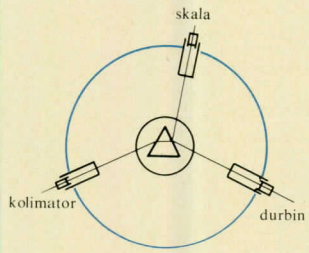


Sl. 96

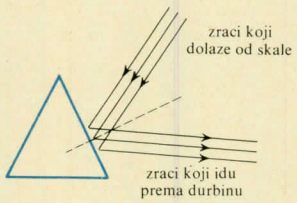




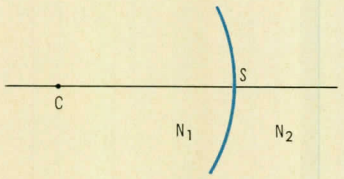
Sl. 97



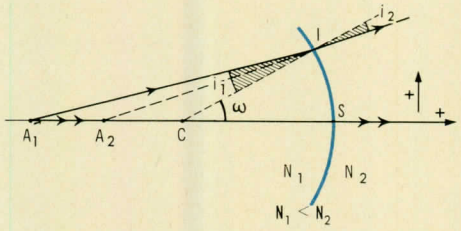
Sl. 98



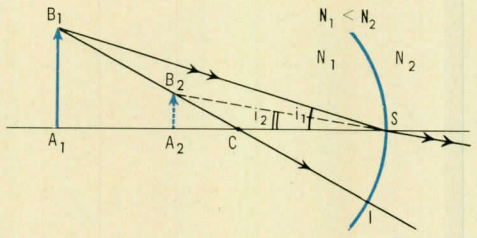
Sl. 99



Sl. 100



Sl. 101



Sl. 102

pravi se prizma sa promenljivim uglom, načinjena u vidu kivete, čija su dva metalna zida nepokretna, a druga dva, staklena, pokretna (*sl.* 96). Kiveta je napunjena refraktivnom tečnošću. Ogled, saglasan sa teorijom, pokazuje da skretanje raste kada ugao A raste, ako pri tome indeks i upadni ugao ostaju konstantni.

PROMENA SKRETANJA U ZAVISNOSTI OD INDEKSA. U ovom slučaju se ugao prizme i upadni ugao održavaju konstantnim; menja se indeks. Pri tome se može ili izučavati više identičnih prizmi, napravljenih od različitih supstancija (poliprizma se može, na primer, napraviti od tri prizme naslagane jedna na drugu) [*sl.* 97], ili samo jedna šuplja prizma koja se puni različitim tečnostima. Ogled i teorija pokazuju da skretanje D raste kada indeks prizme raste (ako *i* i A ostaju konstantni).

DISPERZIJA SVETLOSTI. SPEKTROSKOP I SPEKTROGRAF SA PRIZMOM. Disperzija predstavlja pojavu razlaganja pomoću prizme svetlosti koje se nazivaju *kompleksne* ili *polihromatične*. Ako se, na primer, neka prizma osvetli belom svetlošću (Sunčeva svetlost ili svetlost koju daje električni luk), na ekranu se vidi široka obojena pantljika, u kojoj se prepoznaju, po redu opadajućeg skretanja, sledeće boje: ljubičasta, zatvorenoplava, otvorenoplava, zelena, žuta, narandžasta, crvena. Ova obojena pantljika zove se *spektar* bele svetlosti. Ako se bela svetlost zameni svetlošću proizišlom iz neonske cevi, na primer, tada se na ekranu vidi više obojenih linija koje su međusobno odvojene i koje obrazuju spektar neonske svetlosti. Spektri se nazivaju *kontinualni* u slučaju bele svetlosti, *diskontinualni* u slučaju neonske svetlosti. Svetlost koju prizma ne razlaže, naziva se *prosta* ili *monohromatična*. Kompleksna ili polihromatična svetlost nastaje slaganjem prostih svetlosti.

Pri izučavanju »fizičke optike« videćemo da svaku monohromatičnu svetlost karakteriše određena talasna dužina λ. Pojava disperzije, povezana sa pojavom skretanja, navodi nas, dakle, na to da kažemo da indeks neke supstancije jeste funkcija talasne dužine svetlosti, zato što skretanje prizme zavisi od boje svetlosti kojom osvetljavamo prizmu.

Spektroskop je aparat namenjen razdvajanju kompleksne svetlosti na sastavne svetlosti, da bi ih učinio vidljivim nekom posmatraču. Spektrograf se razlikuje od spektroskopa načinom registrovanja spektra. Umesto da ga gleda posmatrač, spektar se snima na fotografsku ploču. Spektroskop sa prizmom sastoji se (*sl.* 98), kao i goniometar (vidi napred), od jedne platforme koja nosi prizmu, postavljenu na minimum skretanja za srednju radijaciju, od kolimatora i durbina; on sadrži još sistem koji dozvoljava da se poklapanjem sa spektrom, obrazuje i lik skale. Ovaj sistem se sastoji od jedne skale (na staklu, na primer) jako osvetljene, postavljene u žižnu ravan jednog konvergentnog sočiva. Snopovi koji izlaze iz sočiva padaju na površinu prizme koja ih, delujući kao ogledalo, vraća prema durbinu (*sl.* 99). Posmatrač vidi, dakle, istovremeno spektar i skalu, što mu dozvoljava da skalu baždari u talasnim dužinama, koristeći spektar sastavljen od linija poznate talasne dužine. On može zatim interpolacijom odrediti talasne dužine svetlosti koje sačinjavaju nepoznatu kompleksnu svetlost. On može takođe, osvetljavajući polovinu visine pukotine kolimatora izvorom poznatog spektra, koji služi za referenciju, a drugu polovinu svetlošću nepoznatog izvora, odrediti talasne dužine koje ga interesuju. Spektar električnog luka sa gvožđem je veoma bogat linijama i često se koristi kao spektar referencije.

Spektri će se izučavati u »fizičkoj optici«.

SFERNI DIOPTER (1)

To je sistem od dve sredine različitih indeksa N_1 i N_2, razdvojene jednom sfernom površinom. Centar sfere jeste centar dioptera. Svaki prečnik sfere jeste jedna osa dioptera. Diopter se često svodi na sfernu kalotu. Njeno teme jeste teme dioptera, a osa normalna na ravan osnovice jeste glavna osa dioptera (*sl.* 100).

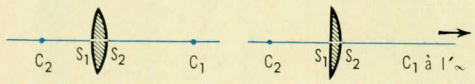
OBRASCI SFERNOG DIOPTERA U USLOVIMA PRIBLIŽNOG STIGMATIZMA. Uzmimo da je A_1 tačkasti predmet na osi A_1CS u sredini indeksa N_1; $\overline{SA_1} = p_1$. Uzmimo da je A_2 lik tačkastog predmeta na osi u sredini indeksa N_2; $\overline{SA_2} = p_2$; $\overline{SC} = R$, poluprečnik dioptera (*sl.* 101 i 102).

Teorija (saglasna sa ogledom) pokazuje da imamo $\frac{N_1}{p_1} - \frac{N_2}{p_2} = \frac{N_1 - N_2}{R}$ (napomena: stavljajući $R = \infty$ dobijamo obrazac ravnog dioptera). Uvećanje je jednako

$$\frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \gamma = \frac{N_1 p_2}{N_2 p_1}.$$

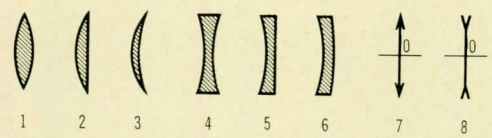
OPTIČKA SOČIVA

DEFINICIJE. Sočiva su napravljena od neke providne materije ograničene sa dve sferne površine (jedna od njih može biti ravna). Obično je površina sočiva kružna, ali njoj se može dati i drugi oblik. To imamo, na primer, kod izvesnih stakala za naočare. *Optička osa* sočiva naziva se prava koja prolazi kroz centre C_1 i C_2 sfera koje obrazuju površine. Ona probija površine u tačkama S_1 i S_2 koje predstavljaju *temena* površina. Ako je jedna od površina ravna, optička osa je prava koja prolazi kroz centar sferne površine a normalna je na ravnu površinu (*sl.* 103).



Sl. 103

Razlikuju se sočiva sa tankim rubom (1, 2, 3) koja su konvergentna i sočiva sa debelim rubom (4, 5, 6) koja su divergentna. Svaki od ova dva tipa ima tri oblika (*sl.* 104): bikonveksna sočiva (1) i plan-konveksna (2), konvergetni menisk (3) za sočiva sa tankim rubom, bikonkavna sočiva (4) i plan-konkavna (5), divergentni menisk (6) za sočiva sa debelim rubom.



Sl. 104

OPTIČKI CENTAR. Optički centar O nekog sočiva jeste tačka ose koja optički pripada sredini od koje je napravljeno sočivo, definisano tako da svakom unutrašnjem zraku čiji nosač prolazi kroz tu tačku odgovaraju međusobno paralelni upadni i izlazni zrak. Ova tačka može biti u ili izvan duži S_1S_2, u zavisnosti od oblika sočiva.

Uzmimo (*sl.* 105) dve paralelne prave C_1I_1 i C_2I_2, proizišle iz centara krivine C_1 i C_2. Posmatrajmo svetlosni zrak I_1I_2. On zatvara sa normalama I_1C_1 i I_2C_2 jednake uglove. Zakoni prelamanja određuju

(1) Izučavanje sfernog dioptera svedeno je na elemente neophodne za izučavanje tankih sočiva.

dakle, da upadni zrak II_1 i izlazni zrak I_2E budu paralelni. Optički centar je, dakle, tačka O gde I_1I_2 seče osu. Pošto smo ustanovili da ta tačka postoji, lako je pokazati da postoji samo jedna takva tačka. U stvarnosti trouglovi OC_1I_1 i OC_2I_2 su slični i može se pisati

$$\frac{OC_1}{OC_2} = \frac{I_1C_1}{I_2C_2} = \frac{S_1C_1}{S_2C_2} = \frac{OC_1 - S_1C_1}{OC_2 - S_2C_2} = \frac{OS_1}{OS_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Ova poslednja relacija vredi za sve moguće oblike sočiva ako se piše $\frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{R_1}{R_2}$ sa $R_1 = \overline{S_1C_1}$ i $R_2 = \overline{S_2C_2}$. Tačka O, koja deli duž S_1S_2 u datom odnosu jeste stalna tačka, smeštena između S_1 i S_2, ako su R_1 i R_2 suprotnog znaka (bikonveksno ili bikonkavno sočivo) i bliže površini veće krivine. Ona se nalazi na krivoj površini u slučaju sočiva čija je jedna površina ravna (plan-konveksno i plan-konkavno). Ona je izvan sočiva ako su R_1 i R_2 istog znaka (menisk) i na strani površine veće krivine.

Uzmimo da izučavano sočivo ima debljinu $\overline{S_1S_2} = e$. Odnos $\frac{OS_1}{OS_2} = \frac{R_1}{R_2}$ može se pisati

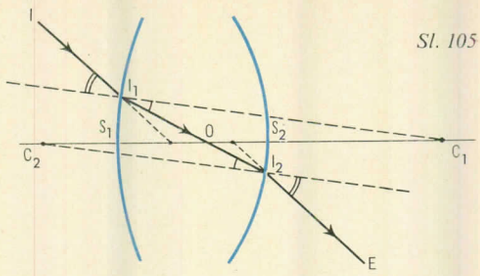
$$\frac{\overline{OS_2} - \overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{R_2 - R_1}{R_2},$$

to jest

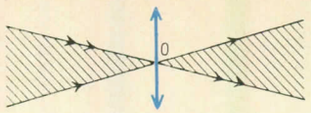
$$\frac{\overline{S_1S_2}}{\overline{OS_2}} = \frac{R_2 - R_1}{R_2}; \quad \overline{OS_2} = R_2 \frac{e}{R_2 - R_1}.$$

Na isti način našli bismo

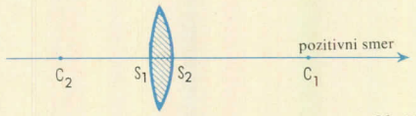
$$\overline{OS_1} = R_1 \frac{e}{R_2 - R_1}.$$



Sl. 105

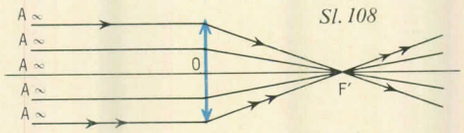


Sl. 106

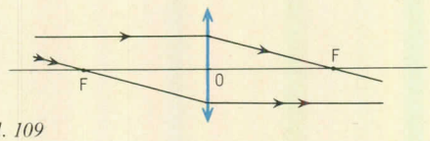


S_1 i S_2 poklopljeni u O

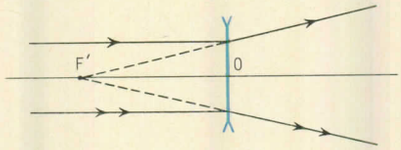
Sl. 107

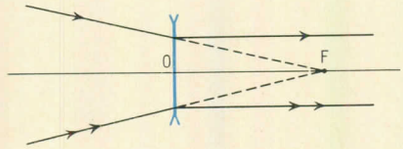


Sl. 108

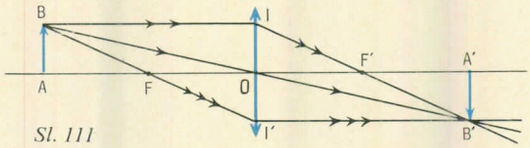


Sl. 109

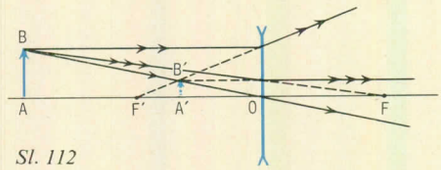




Sl. 110



Sl. 111



Sl. 112

TANKA SOČIVA. Ove dve relacije pokazuju, ako je debljina e po apsolutnoj vrednosti mala u isto vreme i u odnosu na apsolutne vrednosti R_1 i R_2 i $R_2 - R_1$, da su i dužine OS_1 i OS_2 takođe male. Tri tačke S_1S_2 i O mogu se tada zameniti jednom jedinom tačkom (optički centar), a sočivo se naziva *tanko sočivo*. Nezavisno od njihovog realnog oblika, tanka sočiva sa tankim rubom i tanka sočiva sa debelim rubom shematizuju se kao 7 i 8 na slici 104. Tačka O je optički centar u kome se poklapaju S_1 i S_2.

IZUČAVANJE TANKIH SOČIVA. Na osnovu onoga što je rečeno, svetlosni zrak koji prolazi kroz optički centar tankog sočiva, ne skreće (*sl.* 106).

Tanko sočivo može se posmatrati kao skup dva sferna dioptera iste ose, od kojih je prvi sastavljen od vazduha indeksa 1 i stakla indeksa n, a koje razdvaja sferna površina poluprečnika $\overline{S_1C_1} = R_1$, dok je drugi sastavljen od stakla indeksa n i vazduha indeksa 1 koje razdvaja sferna površina poluprečnika $\overline{S_2C_2} = R_2$. Budući da je sočivo tanko, temena S_1 i S_2 se poklapaju sa optičkim centrom u jednoj tački. Ako se sočivo koristi u uslovima Gausove aproksimacije, obrasci sočiva i uvećanja mogu se izvesti kombinovanjem odgovarajućih obrazaca koji se odnose na dva dioptera od kojih je obrazovano sočivo. Uzmimo da je AB predmet; $\overline{S_1A} = \overline{OA} = p$. Uzmimo da je A_1B_1 lik koji daje prvi diopter vazduh-staklo; $\overline{S_1A_1} = \overline{OA_1} = p_1$. Imamo (obrasci sfernog dioptera)

$$(1) \qquad \frac{1}{p} - \frac{n}{p_1} = \frac{1-n}{R_1};$$

$$(2) \qquad \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{1}{n}\frac{p_1}{p}.$$

A_1B_1 igra ulogu predmeta za drugi diopter koji daje njegov lik $A'B'$. $\overline{S_2A_1} = \overline{OA_1} = p_1$. $\overline{S_2A'} = \overline{OA'} = p'$. Imamo ponovo

$$(3) \qquad \frac{n}{p_1} - \frac{1}{p'} = \frac{n-1}{R_2};$$

$$(4) \qquad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{n}{1}\frac{p'}{p_1}.$$

Sabirajući (1) i (3) i množeći (3) sa (4), dobijamo relacije

$$(5) \qquad \frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

i

$$(6) \qquad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{p'}{p}.$$

Posle promene znaka obrazac (5) glasi

$$(7) \qquad -\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Žiža (*fokus*) *lika* naziva se F′, konjugovana tačka tačkastog predmeta u beskonačnosti. Njen položaj se dobija pomoću obrasca (7). Orijentišimo osu pozitivno sleva nadesno i uzmimo da se svetlost kreće u tom smeru (*sl.* 107). Tačka A nalazi se u beskonačnosti levo, dakle $p = -\infty$. Tačka A′ je tada žiža lika F′ i imamo

$$\frac{1}{\overline{OF}} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Ovaj obrazac se mora primenjivati veoma obazrivo. Primenimo ga na sledeći poseban slučaj: bikonveksno sočivo indeksa $n = 1{,}5$ poluprečnika krivine 50 i 25 cm. Sa izabranim pozitivnim smerom, imamo $R_1 = \overline{S_1C_1} = +50$ cm, $R_2 = \overline{S_2C_2} = -25$ cm (vidi *sl.* 107); dakle

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = (1{,}5-1)\left(\frac{1}{50} - \frac{1}{-25}\right).$$

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = 0{,}5\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{25}\right) = 0{,}5 \times \frac{3}{50} = \frac{3}{100};$$

$$\overline{OF'} = 33{,}3 \text{ cm}.$$

Rastojanje $\overline{OF'}$ računato algebarski naziva se *žižna* (*fokusna*) *daljina lika*. U ovde izučavanom slučaju ona je pozitivna, što znači da se uz izabrani pozitivni smer tačka F′ nalazi desno od O. Sočivo je konvergentno; ono transformiše cilindrični snop paralelan njegovoj osi u snop koji konvergira prema tački F′ njegove ose. F′ je realna žiža lika (*sl.* 108).

Žiža (*fokus*) *predmeta* naziva se tačka F ose, čija je konjugovana tačka u beskonačnosti. Da bismo našli njen položaj treba sada uzeti da je $p' = +\infty$ da bi se dobilo $p = \overline{OF}$. Nalazimo neposredno

$$-\frac{1}{\overline{OF}} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$

što dokazuje da je $\overline{OF} = -\overline{OF}$. Žiža predmeta F i žiža lika F′ su simetrične u odnosu na sočivo (*sl.* 109).

Žižna daljina lika $\overline{OF'} = f'$ uvek je data odnosom

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Ovaj obrazac, primenjen na šest mogućih oblika sočiva numerisanih od 1 do 6 na slici 104, pokazuje da su sočiva sa tankim rubom konvergentna (ona imaju realnu žižu lika i realnu žižu predmeta), a da su sočiva sa debelim rubom divergentna (ona imaju virtualnu žižu lika i virtualnu žižu predmeta) [*sl.* 110].

U uslovima približnog stigmatizma, za koji pretpostavljamo da je ostvaren, element ravni normalne na osu (frontalna ravan) ima kao konjugovani element element ravni normalne na osu. Prema tome, ako se tačka A u beskonačnosti (koja je na početku bila na glavnoj osi) dovede u B izvan ose, njena konjugovana tačka je tačka Φ′ frontalne ravni koja prolazi kroz F′. Ova ravan se naziva *žižna* (*fokusna*) *ravan lika*. Φ′ je *sekundarna žiža* (*fokus*) *lika*. Ona se nalazi na sekundarnoj osi koja spaja B sa optičkim centrom O. Na isti način se definiše *žižna* (*fokusna*) *ravan predmeta*, kao skup sekundarnih žiža predmeta Φ, čije su konjugovane tačke u beskonačnosti.

GEOMETRIJSKE KONSTRUKCIJE U USLOVIMA GAUSOVE APROKSIMACIJE. Izvesna objašnjenja su već data povodom izučavanja sfernih ogledala (vidi napred). Uzmimo da je predmet AB

normalan na osu nekog sočiva (konvergentnog, na primer). Da bismo njegov lik dobili geometrijskom konstrukcijom, koristićemo zrak koji izlazi iz B i ne skrećući prolazi kroz optički centar O, zatim zrak koji izlazi iz B i paralelan je osi i koji se transformiše u zrak koji prolazi kroz žižu lika F′. Tačka preseka ova dva zraka biće vrh B′ lika A′B′. Tačka A′ dobiće se projiciranjem B′ na osu. Mogao bi se koristiti i zrak koji izlazi iz B i prolazi kroz žižu predmeta F, koji sočivo transformiše u zrak paralelan osi (*sl.* 111). Slika 112 pokazuje istu konstrukciju u slučaju divergentnog sočiva. Lik predmeta u ovom posebnom slučaju je virtualan.

Da bi se konstruisao prelomljeni zrak koji odgovara bilo kom upadnom zraku AI, ovaj zrak se uzima kao da pripada snopu zrakova paralelnih sekundarnoj osi OΦ′. Zna se da u ovom slučaju nosači svih prelomljenih zrakova prolaze kroz sekundarnu žižu Φ′, posebno nosač prelomljenog zraka koji odgovara upadnom zraku koji nas zanima. Dovoljno je, dakle, da spojimo I sa Φ′ (*sl.* 113 i 114) da bismo dobili prelomljeni zrak.

OBRASCI TANKIH SOČIVA. Obeležavanja i definicije su iste kao one koje smo već koristili pri izučavanju sfernih ogledala.

Početak u optičkom centru O (Dekartov obrazac).

$$\overline{OA} = p, \quad \overline{OA'} = p', \quad \overline{OF'} = f'.$$

Obrazac sočiva $-\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$, i obrazac za uvećanje $\gamma = \frac{p'}{p}$, već su izvedeni. Može se zapaziti da se obrazac za uvećanje dobija neposredno posmatranjem sličnih trouglova OAB i OA′B′ na slikama 111 i 112.

Počeci u žižama (Njutnovi obrasci).

$$\overline{FA} = x, \quad \overline{F'A'} = x' \quad \overline{OF} = f, \quad \overline{OF'} = f', \quad f = -f'.$$

Na slici 111 vidi se da je $\overline{AB} = \overline{OI}$ a $\overline{A'B'} = \overline{OI'}$, pa možemo pisati

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

(slični trouglovi F′A′B′ i F′OI), dakle

$$\gamma = -\frac{x'}{f'},$$

isto tako je $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OI'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$ (slični trouglovi FOI′ i FAB), dakle $\gamma = -\frac{f'}{x}$;

odatle se izvodi neposredno

$$-\frac{x'}{f'} = -\frac{f'}{x}; \quad xx' = f'f' = -f'^2.$$

Aksijalno uvećanje (videti sferna ogledala) je

$$g = \frac{dp'}{dp} = \frac{dx'}{dx}.$$

Ova veličina se dobija diferencijalenjem nekog od obrazaca sočiva; na primer $-\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$ daje $\frac{dp}{p^2} - \frac{dp'}{p'^2} = 0$; odakle $\frac{dp'}{dp} = \frac{p'^2}{p^2} = \gamma^2$; $g = \gamma^2$ je uvek pozitivno: pomeranja predmeta i lika na osi su uvek istog smera.

PROMENA POLOŽAJA, VELIČINE I PRIRODE LIKA KAO FUNKCIJA POLOŽAJA I PRIRODE PREDMETA. Ovo se može izučavati bilo geometrijski, bilo algebarski. Mi ćemo koristiti algebarski metod; primer geometrijskog izučavanja dat je kod sfernog ogledala; čitalac može koristiti geometrijski metod i proveravati rezultate. Mi ćemo koristiti Njutnove obrasce. Pretpostavlja se da je predmet pokretan duž ose orijentisane pozitivno sleva nadesno. Uzima se da je sočivo konvergentno ($f' > 0$). Predmet polazi iz beskonačnosti sleva; $x = \overline{FA_1} = -\infty$. Lik je tada u fokusnoj ravni lika, pošto je

$$x' = -\frac{f'^2}{x} = 0,$$

i on je beskonačno mali. $\gamma = -\frac{x'}{f'} = 0$. Kada se predmet približava sočivu $x = \overline{FA_2}$ je negativno, $x' = \overline{F'A'_2}$ je pozitivno. Lik se udaljava od žiže, γ je negativno (obrnut lik) i raste po apsolutnoj vrednosti. Lik je realan. Važan položaj je onaj kada je A_3 u A_p, za koji je $\overline{FA_p} = \overline{OF}$ (predmet se nalazi na rastojanju od sočiva koje je jednako dvostrukoj žižnoj daljini). U tom momentu $F'A'_p = x'$ daje $-\frac{f'^2}{-f'} = +f'$. Dakle, $\overline{F'A'_p} = \overline{OF}$; lik se obrazuje na rastojanju od sočiva koje je jednako dvostrukoj žižnoj daljini (*sl.* 115). Uvećanje je

$$\gamma = -\frac{x'}{f'} = -\frac{f'}{f'} = -1.$$

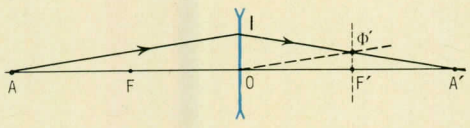
Lik je obrnuti i iste veličine kao i predmet. On je realan. Tačke A_p i A'_p, za koje uvećanje iznosi -1, nazivaju se *suprotne glavne* tačke. One su međusobno simetrične u odnosu na centar O, njihovo rastojanje od centra jednako je dvostrukoj žižnoj daljini. Kada se predmet približava sočivu, pri čemu njegovo podnožje ostaje levo od F, $\overline{FA_4} = x$, ostajući uvek negativno, smanjuje se po apsolutnoj vrednosti. $\overline{F'A'_4} = x'$ je pozitivno i povećava se. Lik se udaljava od suprotne glavne tačke lika udesno. On je uvek obrnut i njegove dimenzije se povećavaju ($\gamma < -1$). On je još realan. Kada predmet A_5 dospe u žižu F, lik odlazi u beskonačnost (A'_5); on je beskonačno veliki. Kada podnožje predmeta ulazi u deo FO ose, $\overline{FA_6} = x$ postaje pozitivno; usled toga $\overline{F'A'_6} = x'$ postaje negativno, jer je $xx' = -f'^2$, i malom x odgovara veliko x' po apsolutnoj vrednosti. Lik predmeta AB bliskog žižnoj ravni predmeta, i malo udesno od nje nalazi se veoma daleko na levoj strani. Lik je dakle virtualan. Uvećanje $\gamma = -\frac{x'}{f'}$ je tada pozitivno. Kada podnožje A predmeta prelazi duž FO, podnožje A′ lika pomera se od beskonačnosti levo do O, položaja koji se dobije kada je i samo A u O (A_7 i A'_7). Tada imamo $\overline{FA} = x = f'$ i

$$\overline{F'A'} = x' = -\frac{f'^2}{f'} = -f',$$

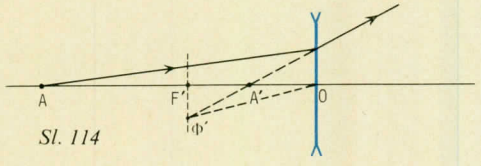
dakle, A i A′ se poklapaju u O. Lik je virtualan, uspravan i jednak predmetu:

$$\gamma = -\frac{x'}{f'} = -\frac{-f'}{f'} = +1.$$

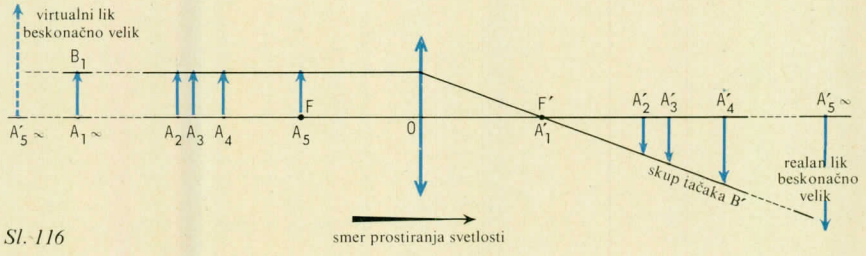
Predmet može biti desno od O samo ako postaje virtualan. $x = \overline{FA}$ je veće od f', dakle x' je negativno i manje od f' po apsolutnoj vrednosti. Realni lik A'_8 i A'_9 pomera se, dakle, između O i F′, dok podnožje A_8 i A_9 virtualnog predmeta prelazi od O do beskonačnosti desno. Lik je uspravan a uvećanje opada od 1 do nula. Slike 116 i 117 rezimiraju ovo razmatranje.



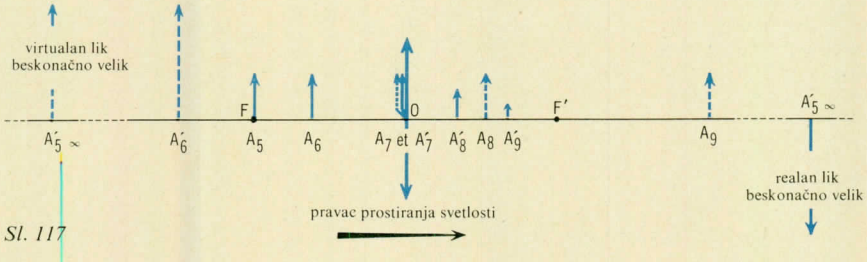
Sl. 113



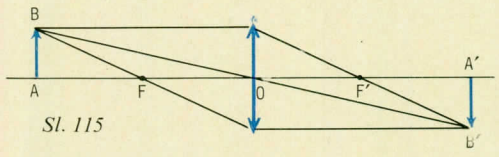
Sl. 114



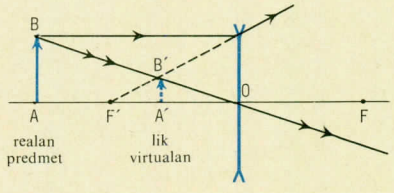
Sl. 116



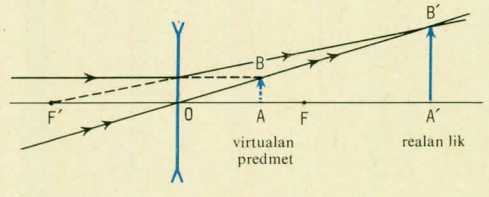
Sl. 117



Sl. 115



Sl. 118 a



Sl. 118 b

Slučaj divergentnih sočiva razmatrao bi se na isti način. Tako bi se našlo da je lik nekog realnog predmeta virtualan, uspravan i manji od predmeta. On je jednak predmetu i poklapa se s njim kada se predmet nalazi uz sočivo. Kada predmet postaje virtualan, lik postaje realan; on ostaje uspravan i povećava se kada se predmet približava žiži predmeta (desno od O). Kada predmet, uvek virtualan, prolazi kroz žižu, lik postaje virtualan i obrnuto. Najpre veoma velik, on se smanjuje kada se predmet udaljava na osi. U svim slučajevima predmet i lik se pomeraju u istom smeru na osi. Slike 118 *a* i 118 *b* pokazuju položaj predmeta i lika u dva slučaja.

Ovi rezultati se mogu proveriti pomoću optičke klupe.

PRIMENE SOČIVA. One su izuzetno mnogobrojne s obzirom da sočiva ulaze u konstrukciju najrazličitijih optičkih instrumenata, počev od stakala za naočari do mikroskopa, fotografskih objektiva itd. Njihovo izučavanje u daljem može se posmatrati kao izučavanje praktične primene sočiva.

OPTIČKA MOĆ SOČIVA. KOMBINACIJA SOČIVA. Posmatrajmo jedno konvergentno sočivo. Ono transformiše snop svetlosti paralelan njegovoj osi u konvergentni snop, čiji se vrh nalazi u žiži F′. Kaže se da je ono utoliko konvergentnije ukoliko je tačka F′ bliže sočivu. Zbog toga se konvergencija meri veličinom $C = \frac{1}{f'}$; ako se f' izrazi u metrima, C se izražava u dioptrijama. Tako konvergentno sočivo sa žižnom daljinom od 25 cm ima konvergenciju od 4 dioptrije. Opštije, *optička moć* naziva se veličina $C = \frac{1}{f'}$; budući da je f' pozitivno za konvergentna sočiva a negativno za divergentna sočiva, optička moć je pozitivna za prva a negativna za druga sočiva.

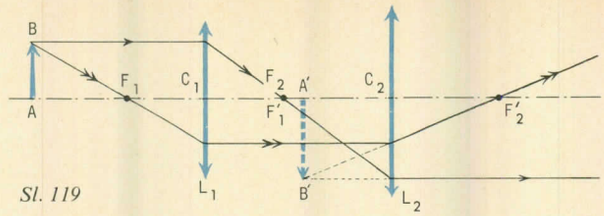
Ako se priljube dva sočiva optičke moći C_1 i C_2, celina se ponaša kao jedinstveno sočivo optičke moći $C = C_1 + C_2$. Ovaj rezultat, poznat pod imenom *teorema konvergencija*, lako se dokazuje. Ako sočiva nisu priljubljena, nego se između njihovih optičkih centara O_1 i O_2 nalazi rastojanje e, pokazuje se da se optička moć sistema izražava odnosom $C = C_1 + C_2 - eC_1C_2$.

Poseban veoma važan slučaj je slučaj *afokalnog sistema*, koji nastaje kada se žiža lika F_1' prvog sočiva poklapa sa žižom predmeta F_2 drugog sočiva. Tada imamo $e = f_1' + f_2'$, što povlači $C = 0$. Takav sistem karakteriše konstantno *uvećanje* nezavisno od položaja predmeta. Slika 119 pokazuje da je

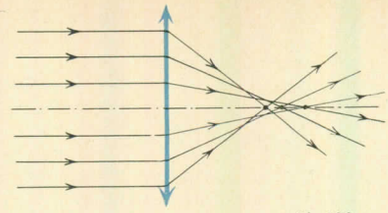
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f_2'}{f_1'}.$$

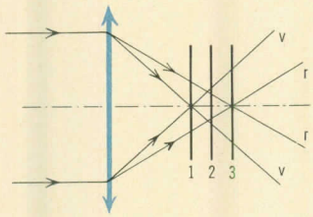
FOKOMETRIJA. To je skup metoda koji dozvoljavaju da se meri žižna (fokusna) daljina. Kod konvergentnih sočiva može se najpre tražiti položaj na koji treba postaviti zaklon da bi se dobio jasan lik veoma udaljenog predmeta, normalnog na osu sočiva, a čiji se centar nalazi na osi. Rastojanje između sočiva i zaklona predstavlja žižnu daljinu. Takođe, osa sočiva se može orijentisati prema Suncu, uhvatiti lik Sunca na zaklonu i meriti prečnik lika — d. Prema svojstvima žižne ravni imamo $d = f'\alpha$, gde je f' žižna daljina a α ugao pod kojim se vidi Sunce iz optičkog centra sočiva, to jest ugaoni prečnik Sunca za zemaljskog posmatrača. Taj ugao iznosi 32 minuta ili 1/108 radijana. $f' = \frac{d}{\alpha}$ izražava se, dakle, kao 108 d. f' se dobija takođe određivanjem rastojanja $\overline{OA} = p$ i $\overline{OA'} = p'$ koja razdvajaju predmet i lik od sočiva pomoću optičke klupe, i korišćenjem Dekartovog obrasca $-\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$.

Drugi jedan metod, koji je dao Silberman (Silbermann) koristi svojstvo suprotnih glavnih tačaka. Ako se predmet stavi na dvostruku žižnu daljinu, njegov lik se nalazi na dvostrukoj žižnoj daljini s druge strane sočiva; on je obrnut i iste veličine kao i predmet. Pomeranjem se traži takav položaj predmeta i zaklona u kome bi lik imao iste dimenzije kao i predmet. Žižna daljina iznosi četvrtinu rastojanja između predmeta i zaklona.

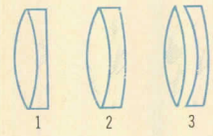


Sl. 119

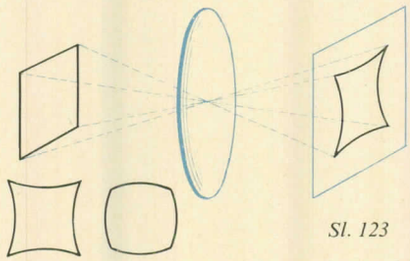

Sl. 120

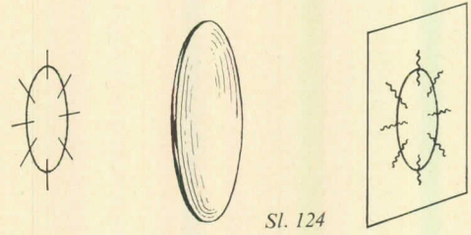


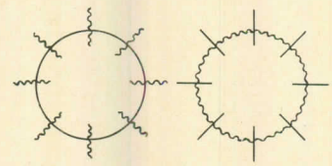
Sl. 121



Sl. 122


Sl. 123


Sl. 124


Sl. 125

I kod divergentnih sočiva može se primeniti Dekartov obrazac, ali korišćenjem virtualnog predmeta, što se može postići stvaranjem realnog lika pomoću konvergentnog sočiva, koji se hvata pomoću izučavanog divergentnog sočiva. Tako se može dobiti realan lik.

Podesno je da se uz divergentno sočivo priljubi konvergentno sočivo, i to tako, da se dobije konvergentna celina. Meri se žižna daljina f' celine $\left(\text{dakle } C = \frac{1}{f'} \text{ je njena optička moć}\right)$ pomoću jednog od pomenutih metoda. Optička moć izučavanog sočiva dobija se oduzimanjem od C optičke moći C_1 priljubljenog konvergentnog sočiva: $C_2 = C - C_1$,

$$\text{odakle } f_2' = \frac{1}{C_2}.$$

NEDOSTACI ILI ABERACIJE SOČIVA. Sočiva, čak i tanka, imaju nedostatke koji se nazivaju *aberacije*. Ove aberacije mogu se ispoljavati na razne načine, u zavisnosti od kvaliteta koji se zahteva.

1. Ako se želi dobiti što je moguće oštriji lik tačkastog predmeta (slučaj astronomskih durbina) optički sistem treba korigovati na sfernu aberaciju. Ona se izražava u činjenici da zraci prelomljeni na rubovima sočiva (marginalni zraci) seku optičku osu u tačkama bližim sočivu nego što je seku centralni zraci (*sl.* 120). Nemoguće je otkloniti ovu aberaciju samo pomoću jednog sočiva; ona, u stvari, zavisi od indeksa stakla, poluprečnika krivine (oblik sočiva), njegove orijentacije prema upadnoj svetlosti, i najzad, od udaljenosti predmeta. Ona prolazi kroz minimum za predmet u beskonačnosti kada je poluprečnik ulazne površine šest puta manji od poluprečnika izlazne površine. U praksi se uzima plankonveksni oblik. Da bi se otklonila sferna aberacija, koristi se više sočiva.

2. Jedna od najneprijatnijih aberacija kod sočiva je hromatična aberacija. Posmatrajmo konvergentno sočivo koje u svojoj žiži daje lik veoma udaljenog izvora bele svetlosti. Rubovi sočiva više skreću plave zrake nego crvene, delujući kao prizme malih uglova (*sl.* 121); iz toga proizlazi da je žiža plavih zrakova bliže sočivu nego žiža crvenih zrakova. Ako stavimo zaklon u položaj 1, dobijamo kružnu pegu oivičenu crveno. U položaju 2 pega ima minimalni prečnik, ali je još obojena na rubovima, pri čemu slaganje ljubičastog i crvenog daje purpurno i bledo ružičasto. U položaju 3 zaklon će pokazati kružnu pegu oivičenu ljubičasto. Rastojanje između žiža crvenih zrakova i žiža plavih zrakova je relativno znatno; ono se kreće u zavisnosti od prirode stakla između 1/60 i 1/30 žižne daljine.

Da bi se korigovala ova aberacija i dobila *ahromatična* sočiva, uz konvergentna sočiva napravljena od stakla male disperzije nazvanog *kron*, priljubljuju se divergentna sočiva napravljena od stakla velike disperzije nazvanog *flint*, koje predstavlja staklo na bazi olovo-silikata kao kristala. Slika 122 pokazuje nekoliko tipova sočiva, korigovanih i na sfernu aberaciju.

3. Ostale aberacije imaju tu osobenost da zavise ne samo od položaja predmeta i oblika sočiva, nego i od položaja i otvora dijafragme koja može biti postavljena uz sočivo. Pre svega, lik ravnog predmeta normalnog na optičku osu jeste obrtna kriva površina u odnosu na tu osu. Ako na ravnom zaklonu, normalnom na osu, uhvatimo lik jednog kvadrata može se dobiti slika, čije su stranice više ili manje udubljene ili ispupčene (*sl.* 123); to je *distorzija* uslovljena time što se linearno uvećanje menja kada se udaljuje od ose.

4. Najzad, pomenućemo i poslednju aberaciju, *astigmatizam*, koji se naročito ispoljava ako kao predmet uzmemo ravan u kojoj su nacrtani krugovi sa centrom na osi i zraci, proizišli iz centra. Nemoguće je u isto vreme izoštriti krugove i zrake na jednom ravnom zaklonu (*sl.* 124 i 125).

Sve ove aberacije aproksimativno se koriguju upotrebom više sočiva od različitih stakala, priljubljenih ili razdvojenih vazduhom, i podesnim postavljanjem dijafragme ispred, pozadi ili između sočiva.

PRINCIP. Fotografski objektiv je kombinacija sočiva u jednu konvergentnu celinu koja daje obrnut, realan lik fotografisanog predmeta, koji se hvata na osetljivoj ploči. Kod aparata u ateljeu izoštravanje se vrši na mutnom staklu podešavanjem dubine komore dotle dok se ne dobije maksimalno oštar lik. Kod amaterskih aparata ovo izoštravanje se postiže pomeranjem objektiva, najčešće zahvaljujući spiralnom zakretanju. Indikator koji povlači objektiv, pomera se ispred skale koja označava daljinu za koju je aparat podešen.

Objektivi se klasiraju prema njihovim kvalitetima, ili stepenu korekcija postignutih u vezi sa aberacijama. Imamo *ahromatične objektive* ili ahromate, koji su najstariji. Oni su napravljeni od dva priljubljena sočiva, konvergentnog i divergentnog, sa dijafragmom postavljenom ispred (*sl.* 126). Ovi sistemi su korigovani na sfernu i hromatičnu aberaciju. Kasnije su se pojavili *objektivi aplanati*, obrazovani od dve grupe priljubljenih sočiva postavljene simetrično u odnosu na dijafragmu (*sl.* 127), koji koriguju i distorziju. Najzad, danas se koriste gotovo isključivo *objektivi anastigmati*, kod kojih se prethodnim osobinama dodaje i gotovo potpuna korekcija astigmatizma, i koji daju ravan lik. Slika 128 pokazuje nekoliko tipova anastigmata koji se najviše upotrebljavaju.

KARAKTERISTIKE. Glavne karakteristike fotografskog objektiva su žižna daljina, relativni otvor ili otvorski broj i vidno polje. Žižna daljina se kreće od nekoliko desetaka milimetara do 150 mm. Većina aparata »malog formata« imaju objektiv od 50 mm koji daje sliku 24 × 36 mm na »normalnoj« filmskoj traci. Relativni otvor ili svetlosna moć objektiva jeste količnik $\frac{O}{f}$ maksimalnog prečnika upadnog snopa, paralelnog osi, koji koristi objektiv i žižne daljine.

Otvor se obično karakteriše »otvorskim brojem«, $n = \frac{f'}{O}$, recipročnom vrednošću prethodne veličine. Ukoliko je ovaj broj manji utoliko je objektiv otvoreniji, dakle, utoliko je »sjajniji«. Otvor je bitna osobina objektiva. Obično se susreću objektivi sa otvorskim brojem 1,9 ($n = 1{,}9$).

Dijafragma postavljena u objektiv dozvoljava da se smanji otvor, da bi se smanjila količina primljene svetlosti u aparat za vreme određene eksponaže. Podešavanje ove dijafragme je važno, kako zbog toga da bismo dobili pravilno eksponiranje ploče, tako i zbog toga da bismo raspolagali podesnom dubinom polja. Otvorski brojevi, koje je dao konstruktor, od kojih treba izabrati jedan kada se fotografiše, obrazuju (izuzimajući prvi u izvesnim slučajevima) geometrijsku progresiju količnika $\sqrt{2}$. Nalazimo, na primer, vrednosti 2,8, 4, 5,6, 8, 11, 16. Tako, kada se prelazi sa jednog otvora sledeći, prečnik korisnog snopa deli se sa $\sqrt{2}$, a površina preseka deli se sa 2, a kako je količina svetlosti koja ulazi u aparat tokom datog vremena proporcionalna preseku snopa, ova veličina se deli sa 2 ako je zadržano isto vreme eksponiranja.

Treća karakteristika, poznavanje polja, je takođe veoma značajna. Polje se razlikuje po širini i po dubini. Širina polja meri se uglom, sa temenom u objektivu, unutar koga se mora naći predmet da bismo dobili njegov lik na ploči. On je određen prirodom objektiva. Na primer, kod aparata »malog formata« sa $f' = 50$ mm i $\frac{O}{f'} = \frac{1}{3}$ približno, širina polja iznosi oko 45°. Uopšte uzev, širina se smanjuje kada se prelazi sa jednog objektiva na drugi većeg otvora, na primer, ona pada na 33° ako se pređe na otvor 1/1,5. Neki objektivi namenjeni za posebne svrhe (na primer, fotografisanje bez mogućnosti kretanja unazad) konstruisani su tako da imaju veliku širinu polja. Oni se nazivaju »širokougaoni«. Polje može tada dostići 90° ili 100°, ali to ide na štetu sjajnosti (otvor oko 1/10).

Zbog toga što je sve teže i teže korigovati aberaciju koja potiče od rubova sočiva kada se povećava otvor, postoji suprotnost između realizacije velike sjajnosti i realizacije velike širine polja.

Dubina polja definiše se kao razlika krajnjih rastojanja, između kojih se može naći predmet na osi, s tim da njegov lik bude oštar. Ako je izvršeno izoštravanje na ravni P, na rastojanju D, predmeti smešteni ispred P do P_1, na rastojanju D_1 i iza P do P_2, na rastojanju D_2 daju još oštre likove. $D_2 - D_1$ predstavlja dubinu polja za izoštravanje izvršeno na rastojanju D. Ova dubina polja zavisi od rastojanja D, a za dato rastojanje D od otvora sa kojim radi objektiv. Ona se povećava kada se smanjuje otvor (broj *n* raste). Aparati imaju često tablicu dubine polja koja daje za svaku vrednost D vrednosti D_1 i D_2, koje odgovaraju raznim vrednostima *n*. Amater može tako, znajući dubinu koju želi da postigne, odabrati otvor, a prema tome i odgovarajuće vreme eksponiranja, vodeći računa o osetljivosti filma koji upotrebljava. Ako je, naprotiv, unapred odredio vreme eksponiranja, može da vidi kakvom dubinom raspolaže. To se određuje pomoću foto-električne ćelije. Izvesni aparati imaju »ugrađenu ćeliju« koja za unapred određeno vreme eksponiranja (koje se obično kreće između 1/25 i 1/60 sekunda) automatski zauzima otvor koji odgovara.

ANTIREFLEKSIONI SLOJEVI. Sva svetlost koja dolazi na objektiv ne prolazi u celosti do filma. Jedan deo apsorbuje staklo sočiva, drugi se deo gubi usled odbijanja na svakoj graničnoj površini između vazduha i stakla. Iz ovoga sledi da se gubici povećavaju kada se povećava broj sočiva, što je ipak neophodno da bi se korigovale aberacije. Da bi se smanjili gubici usled odbijanja, površina sočiva prekriva se izvanredno tankim slojem (nekoliko desetih delova mikrona) providne supstancije koja ima veoma mali indeks prelamanja (jednak 1,4), a koji se zove *antirefleksioni sloj*. Ovo taloženje ostvaruje se isparavanjem magnezijumfluorida u veoma visokom vakuumu. Stakla tako obrađena daju karakterističan plavičasti odsjaj.

SPECIJALNI FOTOGRAFSKI OBJEKTIVI. Teleobjektivi su sistemi relativno velike žižne daljine za male dimenzije aparata. Oni se obično sastoje od jednog konvergentnog i jednog divergentnog sistema, pri čemu žiža lika prvog pada malo ispred žiže predmeta drugog (kao Galilejev durbin, kog koga bi se okular malo udaljio od objektiva). Slika 129 pokazuje konstrukciju lika i povećanje dimenzija aparata u odnosu na aparat sa objektivom sastavljenim samo od jednog konvergentnog sistema, koji bi se morao upotrebiti da bi se od istog udaljenog predmeta dobio lik istih dimenzija.

Objektivi sa promenljivom žižnom daljinom (*zoom*). Stalna promena žižne daljine dobija se kombinovanim pomeranjima nekih sočiva objektiva. Korišćeni u kinematografiji, ovi objektivi dozvoljavaju da se dobije utisak stalnog približavanja subjekta.

Dodaci objektivu su sočiva ili sistemi sočiva koji se mogu staviti na prednji okvir objektiva, da bi se povećala ili smanjila njegova žižna daljina. Oni se koriste, na primer, pri fotografisanju veoma bliskih objekata.

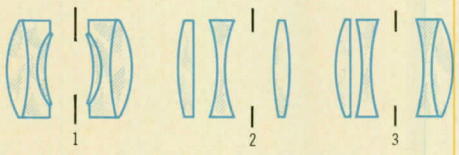
Mikrofotografija se ostvaruje pomoću mikroskopa klasičnog tipa, kod kojih se specijalnim okularom dobija ravnoća polja bolja od one koja se može postići pri vizuelnom posmatranju (videti *mikroskop*).

PROJEKCIONI APARAT. Osvetlimo li jako dijapozitiv na staklu ili fotografiju na filmu, ona može poslužiti kao predmet za objektiv sličan fotografskom objektivu, tako da na belom ekranu velikih dimenzija možemo dobiti lik predmeta obrnut i veoma uvećan (dijapozitiv se postavlja naopako, da bi se lik video uspravno). Da bismo osvetlili ploču za projiciranje, upotrebljava se veoma jak svetlosni izvor što je moguće manjih dimenzija: električna lampa, nazvana »projekciona«, sa veoma zgusnutom niti. Ovaj izvor se stavlja u neku vrstu reflektora, a da bi emitovana svetlost bila usmerena najpre na dijapozitiv koji treba projicirati, a zatim kroz objektiv na ekran, iza izvora se postavlja konkavno ogledalo, a iza dijapozitiva sistem sočiva velikog prečnika. Ova sočiva obrazuju kondenzor. Očevidno je da se dobija maksimalni svetlosni učinak kada čitava svetlost, koja izlazi iz kondenzora, prolazi kroz projekcioni objektiv, što zahteva da kondenzor daje lik izvora svetlosti u samom objektivu (*sl.* 130).

Projekcioni objektivi imaju najveći mogući otvor $\left(\text{do } \frac{f}{2}\right)$; oni pripadaju tipu Pecvalovog (Petzval, 1842) fotografskog objektiva. Ovi objektivi su imali dosta malo polje, ali znatan otvor za svoje vreme.

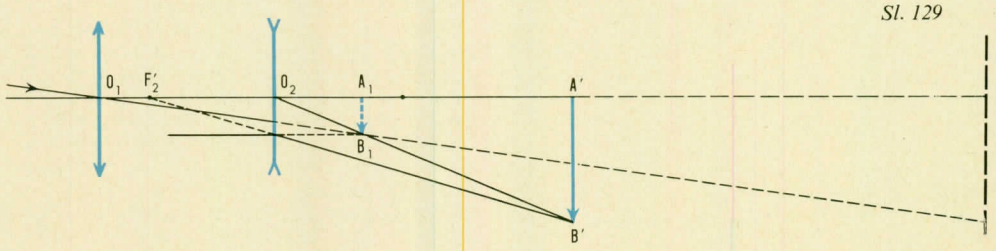
Sl. 126

Sl. 127

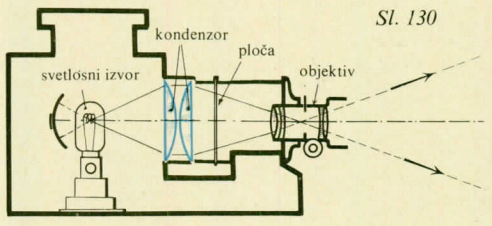


Sl. 128

Sl. 129



Sl. 130



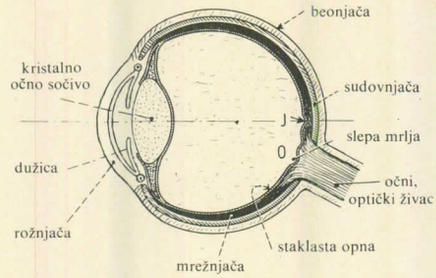
OKO

OPIS OKA. Oko ima približno oblik sfere prečnika 27 mm sa ispupčenim delom napred. Spoljni omotač oka jeste beonjača, bele boje; ovaj inače neprovidni omotač je providan na ispupčenom delu: to je rožnjača. Slika 131 prikazuje horizontalni presek desnog oka. U unutrašnjosti, oko je na čitavom zadnjem delu prekriveno crnom opnom, kroz koju prolaze krvni sudovi: sudovnjača. S druge strane, kroz omotač oka prolazi očni živac, koji se širi u tanka nervna vlakna, koja pak pokrivaju sudovnjaču i završavaju se malim štapićima i čepićima. Samo su ovi krajevi osetljivi na svetlost; njihov skup sačinjava mrežnjaču. Unutrašnjost oka podeljena je na dve komore nejednake veličine, nekom vrstom providnog bikonveksnog sočiva, kristalnim očnim sočivom prečnika oko 10 mm i srednjeg indeksa prelamanja 1,40. Ono je uglavljeno u jedan kružni mišić, proširenje sudovnjače. Prednja, manja komora, napunjena je bistrom tečnošću, vodenom očnom tečnošću, indeksa 1,336; ona sadrži obojenu dijafragmu, dužicu (iris), sa okruglim otvorom, zenicom (pupila), čiji se prečnik menja u zavisnosti od osvetljenja, od 2 mm pri punoj sunčevoj svetlosti, do 5 mm u mraku. Zadnja komora je ispunjena providnom materijom, gustim, gotovo pihtijastim, staklastim kristalnim telom indeksa 1,336.

Rožnjača igra ulogu sfernog dioptera, a očno sočivo ulogu konvergentnog sočiva, tako da se na mrežnjači obrazuje realan, obrnut i veoma mali lik predmeta koji se nalaze ispred oka. Očni živac prenosi ovaj lik u mozak. Mrežnjača nije svuda isto osetljiva. Ona je neosetljiva na mestu gde očni živac ulazi u očnu jabučicu (tačka O na slici 131); to je slepa mrlja koju je otkrio opat Mariot. Maksimum vizuelne oštrine je lokalizovan u žutoj mrlji J mrežnjače koja predstavlja malo udubljenje, centralnu jamicu. Kada želimo da gledamo neki predmet, da vidimo sve njegove pojedinosti, okrećemo oko u orbiti sve dok se lik ne oformi u jamici žute mrlje. U tom položaju mi fiksiramo predmet koji se nalazi na pravoj koja prolazi kroz optički centar konvergentnog sistema i žutu mrlju, u stvari, na optičkoj osi.

REDUKOVANO OKO. Sa optičkog gledišta, oko je ekvivalentno sfernom diopteru koji razdvaja vazduh indeksa 1 od očne tečnosti indeksa 1,336. Njegovo teme je nešto iza rožnjače. Njegov poluprečnik iznosi oko 6 mm. Njegov centar, koji predstavlja optički centar oka, nalazi se oko 15 mm ispred mrežnjače, na kojoj je njegova žiža-lik. Ovaj shematizovani sistem naziva se »redukovano oko«.

AKOMODACIJA. Udaljeni predmeti daju likove koji se obrazuju u žižnoj ravni lika, dakle na mrežnjači. Kod predmeta bliskih oku, između nekoliko metara i 0,20 m, likovi se obrazuju dalje od žiže, to jest iza mrežnjače; međutim, mi i tada predmete vidimo jasno. To je zato što kristalno očno sočivo nije tvrdo sočivo. Njegovi periferni slojevi su relativno mekani, tako da se pod dejstvom mišića koji ga obuhvataju očno sočivo ispupčava, njegove površine povećavaju svoje krivine, ono postaje konvergentnije, a lik se dovodi na mrežnjaču. Ova dragocena sposobnost koja nam omogućava da prilagodimo konvergenciju očnog sočiva daljini predmeta, naziva se *akomodacija*. Ona se razvija, na bazi iskustva, od najranijeg detinjstva.



Sl. 131

Moć akomodacije menja se sa godinama; sa oko petnaest godina može se jasno videti predmet na 10 cm od oka; u dvadesetoj godini ovo rastojanje najbliže tačke koja se može jasno videti (*punctum proximum*) iznosi 15 do 18 cm. Malo-pomalo oko gubi sposobnost akomodacije. Da bi se moglo čitati treba sve više udaljavati knjigu od sebe; kaže se da je kod oka nastupila *prezbiopija* (staračka dalekovidost). Međutim, kada se predmet udalji, lik na mrežnjači se smanjuje, tako da se više ne mogu razlikovati pojedinosti. Da bi se uspostavila mogućnost čitanja na pogodnoj udaljenosti, ispred oka se stavlja konvergentno sočivo, čija je konvergencija ispod 4 dioptrije, što bi odgovaralo potpunom gubitku akomodacije.

NEDOSTACI OKA. Ako očna jabučica ima suviše velik prečnik ili ako rožnjača ima suviše veliku krivinu, svetlosni zraci obrazuju likove ispred mrežnjače. Oko, dakle, ne vidi jasno predmete koji se nalaze daleko. Naprotiv, bliski predmeti, koji u odsustvu akomodacije imaju likove udaljenije od kristalnog očnog sočiva, mogu obrazovati likove na mrežnjači i ovi bliski predmeti se vide jasno. Udaljenost najdalje tačke koju takvo oko može još jasno da vidi naziva se *punctum remotum*, a ovaj nedostatak viđenja, *miopija* (kratkovidost) [*sl.* 132]. Da bi se korigovala miopija trebalo bi da veoma udaljene tačke izgledaju kao da se nalaze u punctum remotum, PR. To se postiže ako se ispred oka postavi divergentno sočivo, čija se žiža lika poklapa sa tačkom PR; odista, svetlosni zraci paralelni osi, prelamaju se kroz sočivo kao da dolaze iz žiže lika.

Ako je, naprotiv, prečnik očne jabučice suviše mali ili je rožnjača suviše malo ispupčena, likovi udaljenih tačaka obrazuju se iza mrežnjače; to je *hipermetropija* (dalekovidost) [*sl.* 133]. Zahvaljujući sposobnosti akomodacije, hipermetrop može podesiti svoje kristalno očno sočivo da bude konvergentnije i videti još jasno udaljene predmete, ali uprkos svemu on ne može videti jasno bliske predmete. Potražimo gde se nalazi punctum remotum jednog hipermetropa: to je tačka koja obrazuje svoj lik tačno na mrežnjači u odsustvu svake akomodacije. Paralelni zraci koji se posle prelamanja presecaju iza mrežnjače, već su konvergentni zraci, to jest usmereni prema virtualnom tačkastom predmetu, PR, koji se mogu presecati iza kristalnog očnog sočiva, na mrežnjači. Punctum remotum je, dakle, virtualan, pozadi oka, u PR. Da bi se korigovala hipermetropija treba da, bez akomodacije, zraci koji dolaze iz udaljenih tačaka izgledaju kao da prolaze kroz PR; stavićemo, dakle, ispred oka konvergentno sočivo, čija će se žiža lika nalaziti u punctum remotum.

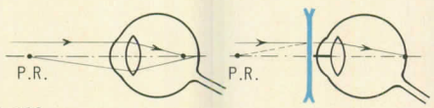
Hipermetropija i prezbiopija koriguju se pomoću konvergentnih sočiva, ali pojave nisu identične. Miopi i hipermetropi mogu postati prezbiti; da bi videli, njima su potrebna stakla za daljinu i stakla za blizinu. Često se ova dva stakla zamenjuju samo jednim, nazvanim »sa dve žiže«. Gornji deo koristi se za gledanje na daljinu, donji, namenjen za čitanje, napravljen je konvergentnijim time što mu je nalepljeno jedno dodatno sočivo (*sl.* 134). »Kontaktna stakla« su nesalomljiva sočiva koja se stavljaju neposredno na očnu jabučicu.

Najzad, pomenimo poslednji nedostatak viđenja: astigmatizam. Ako površine rožnjače i kristalnog očnog sočiva nisu obrtne površine u odnosu na optičku osu oka, postaje nemoguće da se jasno vide u isto vreme sve brojke na brojčaniku časovnika. Ako se, na primer, prečnik II—VIII vidi jasno, prečnik XI—V je mutan. Ovaj se nedostatak koriguje pomoću cilindričnih sočiva.

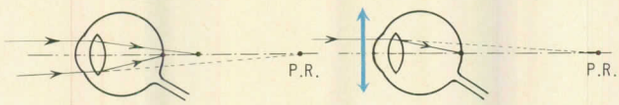
BINOKULARNO VIĐENJE. Kada posmatramo neki bliski predmet, mi ga fiksiramo sa oba oka; oba lika se nalaze u žutim mrljama i optičke ose konvergiraju prema ovom predmetu (*sl.* 135). Postajemo svesni te konvergencije, koju, uostalom, prati akomodacija veća utoliko ukoliko je predmet bliži a konvergencija znatnija. Iskustvo stečeno u najranijem detinjstvu uči nas da povezujemo rastojanje predmeta sa okularnom konvergencijom i akomodacijom. Kada smo ispred neke scene, naše oči, obrćući se brzo u orbitama zahvaljujući očnim mišićima, fiksiraju sukcesivno različite predmete. Iz upoređivanja konvergencija, instinktivno ostvarenih, proizlazi neka vrsta percepcije reljefa.

Dva lika na mrežnjači nisu identična zato što između tačaka gledanja, očiju, postoji rastojanje od oko 6,5 cm. Stavimo ispred očiju na oko 0,50 m veliku staklenu ploču i postavimo glavu nepomično, zatim nacrtajmo na tom staklu dve slike koje predstavljaju prizor onako kako ga vidi svako oko zasebno (*sl.* 136). Ako sada stavimo staklo sa dva crteža ispred belog zida — pri čemu desno oko gleda samo desni crtež, a levo samo levi crtež — konstatovaćemo da nam se pojavio reljef i da je prizor ponovo uspostavljen.

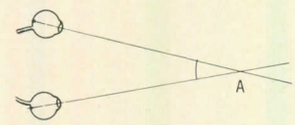
Iskustvo nas uči da su predmeti ispred naših očiju, uopšte uzev, jedinstveni i da ne postoje dva potpuno jednaka. Ako desno oko fiksira tačku *a* koja predstavlja A, levo oko će u isto vreme fiksirati *a'* i oba oka će poprimiti konvergenciju jednaku onoj koju bi poprimila fiksirajući sam predmet A. Likovi na mrežnjači od *a* i *a'* spojiće se, pa ćemo imati utisak predmeta A u reljefu na rastojanju na kome je stvarno bio realni predmet. Ovo se naziva *stereoskopija*. Snimaju se dva izgleda pomoću dva identična objektiva, čije je rastojanje jednako srednjem rastojanju između očiju: 65 mm. Fotografija-pozitiv gleda se u stereoskopu, sastavljenom od dva konvergentna sočiva, čije je rastojanje takođe 65 mm, a žižna daljina ista kao kod objektiva. Dva sočiva daju virtualne likove, smeštene na takvu daljinu da ih oko može posmatrati bez zamora. Dolazi do već objašnjene



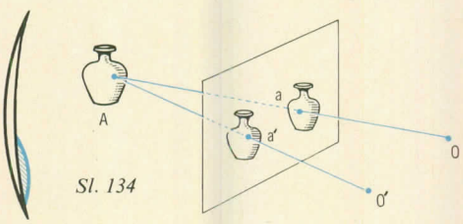
Sl. 132



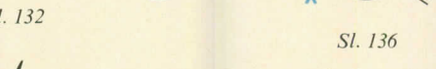
Sl. 133



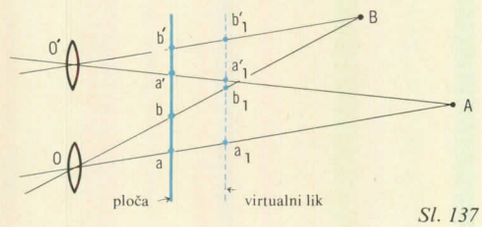
Sl. 135



Sl. 134



Sl. 136



Sl. 137

pojave: oči, fiksirajući likove istog predmeta, primaju izvesnu konvergenciju i stvaraju predstavu predmeta u reljefu na preseku dve okularne optičke ose (*sl.* 137). Postupajući tako za sve tačke dveju fotografija koje obrazuju takozvani »stereoskopski spreg«, oči ponovo uspostavljaju reljef fotografisanog prizora.

LUPA

PRINCIP. Kada oko posmatra neki predmet, njegov lik se obrazuje na mrežnjači i za datu dimenziju predmeta lik na mrežnjači je utoliko veći ukoliko je predmet bliže oku. Isto je ako se kaže da se veličina lika na mrežnjači povećava srazmerno uglu α pod kojim oko vidi predmet (α = prividni prečnik). Ako uzmemo da je rastojanje optičkog centra C oka od mrežnjače približno 15 mm, veličina lika na mrežnjači i (mm) = 15 α, sa

$$\alpha \simeq \operatorname{tg} \alpha = \frac{AB}{D} \quad (sl.\ 138).$$

Da bi bolje razlikovao pojedinosti, posmatrač treba da približi predmet oku tako da poveća ugao α, koji je, međutim, ograničen minimalnom daljinom jasnog viđenja. Istina, dugo gledanje na minimalnoj daljini jasnog viđenja je zamorno zbog napora akomodacije.

Lupa predstavlja konvergentno sočivo koje od predmeta AB, postavljenog u njegovu žižnu ravan predmeta ili veoma blizu ove, između nje i sočiva, daje virtualan uspravan lik A′B′, koji oko, postavljeno blizu žiže, vidi pod uglom α' većim od ugla α, pod kojim bi ono videlo predmet postavljen na minimalnu daljinu jasnog viđenja (*sl.* 139 i 140). Lik A′B′ igra ulogu realnog predmeta za oko. Lik na mrežnjači koji mu odgovara ima veličinu i' (mm) = = 15 α', veću od i zato što je α' veća od α. Slika 139, na kojoj je oko postavljeno u žižu lika, pokazuje da se ugao α' izražava kao

$$\alpha \simeq \operatorname{tg} \alpha' = \frac{OI}{OF'} = \frac{AB}{OF'}.$$

Ugao α iznosi $\alpha \simeq \operatorname{tg} \alpha = \frac{AB}{d}$; da bismo imali $\alpha' > \alpha$ treba, dakle, da bude $OF' = f' < d$. Konvergentno sočivo može, dakle, da služi kao lupa samo ako je njegova žižna daljina manja od minimalne daljine jasnog viđenja posmatrača.

OPTIČKA MOĆ. UVEĆANJE. *Optička moć* naziva se količnik ugla α' pod kojim se vidi lik kroz veličinu predmeta AB: $P = \frac{\alpha'}{AB}$. P se izražava u dioptrijama, α' u radijanima, AB u metrima. Prethodni račun je dao

$$\alpha' = \frac{OI}{OF'} = \frac{AB}{OF'} = \frac{AB}{f'}.$$

Odavde se izvodi neposredno $P = \frac{1}{f'}$. Optička moć lupe meri se njenom konvergencijom.

Uvećanje se naziva odnos ugla α' pod kojim se vidi lik i ugla α pod kojim se vidi predmet na minimalnoj daljini jasnog viđenja (to je, dakle, i odnos veličina likova na mrežnjači i on nam govori o prednosti koju nam pruža upotreba lupe): $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

Imamo neposredno $G = \frac{\frac{AB}{f'}}{\frac{AB}{d}} = \frac{1}{f'}.d = P.d.$ Uvećanje se izražava kao proizvod optičke moći (u dioptrijama) i minimalne daljine jasnog viđenja d (u metrima). Ona, dakle, zavisi od posmatrača. Usvojeno je da se komercijalnim uvećanjem naziva vrednost G kada je $d = 25\,\text{cm} = 0{,}25\,\text{m}$, vrednost koja se smatra srednjom vrednošću d. Imamo tada

$$G_c = P \cdot 0{,}25 = \frac{P}{4}.$$

Prethodni račun je izveden pod pretpostavkom da se oko nalazi u žiži. Ako ono zauzima drugi položaj, vrednosti optičke moći i uvećanja bile bi malo različite. Ali posmatrač sa normalnim vidom obrazuje lik A′B′ u beskonačnosti tako da ne mora vršiti akomodaciju (predmet je tada u žižnoj ravni predmeta), pa se lako vidi (*sl.* 141) da je ugao α' tada nezavisan od položaja oka. Rezultati dobijeni napred, dakle, važe.

RAZNI TIPOVI LUPA. Najprostije predstavljaju prosta konvergentna sočiva; druge predstavljaju priljubljena sočiva; naposletku, izvesne su sastavljene od dva sočiva i obrazuju dublete. Slika 142 pokazuje nekoliko tipova lupa. Stenhopova (Stanhope) lupa se sastoji od staklenog cilindra ograničenog normalnim presekom i sfernim presekom. Ravna površina poklapa se sa žižnom ravni. Stavljajući lupu ravnom površinom na predmet koji treba posmatrati (list papira) lik se obrazuje u beskonačnosti i posmatrač se ne mora baviti izoštravanjem (fokusiranjem). Ovu lupu mnogo koriste filatelisti.

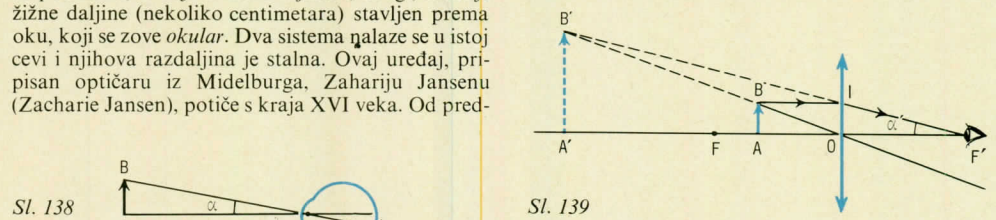
MIKROSKOP

PRINCIP I KONSTRUKCIJA LIKA. Mikroskop predstavlja skup dva konvergentna sistema, jedan, veoma male žižne daljine (nekoliko milimetara ili desetaka milimetara) stavljen prema predmetu koji se posmatra, a koji se zove *objektiv*, drugi, srednje žižne daljine (nekoliko centimetara) stavljen prema oku, koji se zove *okular*. Dva sistema nalaze se u istoj cevi i njihova razdaljina je stalna. Ovaj uređaj, pripisan optičaru iz Midelburga, Zahariju Jansenu (Zacharie Jansen), potiče s kraja XVI veka. Od predmeta AB, stavljenog malo ispred njegove žiže predmeta objektiv daje realan, obrnuti i uvećani lik A_1B_1, koji se obrazuje u žiži predmeta okulara ili malo iza nje, između žiže i okulara. A_1B_1 igra ulogu realnog predmeta za okular koji, funkcionišući kao lupa, daje konačni lik A′B′, virtualan i uspravan u odnosu na A_1B_1, dakle, obrnut u odnosu na predmet AB. A′B′ se vidi pod uglom α' znatno većim od ugla pod kojim bi se video predmet AB golim okom na minimalnoj daljini jasnog viđenja. Slika 143 pokazuje konstrukciju lika, pri čemu su objektiv i okular shematizovani kao dva konvergentna tanka sočiva L_1 i L_2. Uzeto je da se u ovoj konstrukciji lik A_1B_1 obrazuje između F_2 i O_2. Ako bi se on obrazovao u F_2, konačni lik A′B′ bio bi u beskonačnosti.

Shema pokazuje da mikroskop »uvećava« u dva razdela, pri čemu objektiv zamenjuje predmet AB uvećanim likom A_1B_1, koji zatim postaje pravi predmet, posmatran kroz okular.

IZLAZNA (OKULARNA) ZENICA I POLOŽAJ OKA. Snopovi koji izlaze iz raznih tačaka predmeta imaju ograničen otvor, određen dijafragmom nazvanom »aperturna dijafragma« koja se nalazi u objektivu (i koju može predstavljati okvir jednog sočiva objektiva).

Na izlazu iz okulara svi ovi snopovi prolaze unutar konjugovanog lika aperturne (aktivne) dijafragme, koji daje deo optičkog sistema smešten iza ove dijafragme. Ovaj konjugovani lik predstavlja krug sa centrom na osi, smešten malo iza žiže F_2'. Njegov prečnik je veoma mali, reda milimetra. Sva svetlost, koja uđe u aparat i koja dolazi iz raznih tačaka predmeta, prolazi na izlazu kroz ovaj krug. Izvan njega, ukupni snop se širi. Ako se okom želi da uhvati ukupnost korisne svetlosti, ono treba tako da se

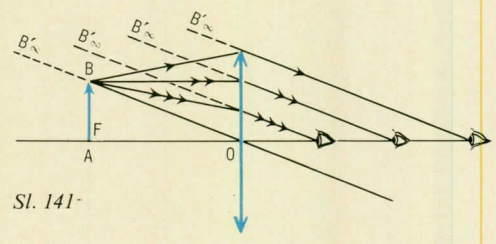


Sl. 139

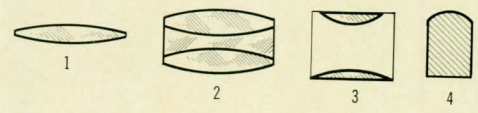
Sl. 138



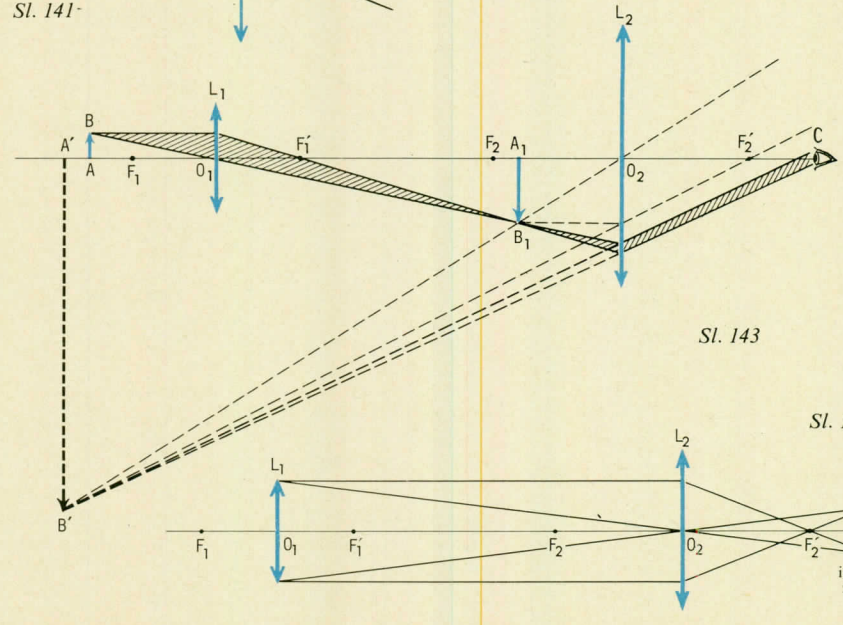
Sl. 140



Sl. 141



Sl. 142



Sl. 143

Sl. 144

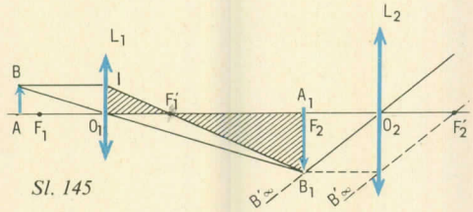
postavi da se zenica poklapa sa ravni ovog kruga. Zbog toga se ovaj krug naziva izlazna (okularna) zenica. Njen položaj, dakle, određuje položaj oka. Ako se aparat svede na skup dva tanka sočiva L_1 i L_2, izlazna zenica je lik L_1 kroz L_2 (*sl.* 144).

FOKUSIRANJE (IZOŠTRAVANJE). HOD FOKUSIRANJA. DUBINA POLJA. Fokusirati aparat znači dovesti ga u takav položaj da se konačni lik obrazuje na udaljenosti od oka koja se kreće između minimalne i maksimalne daljine jasnog viđenja. Ova operacija se izvodi pomeranjem skupa optičkog sistema mikroskopa, pri čemu relativni položaj objektiva i okulara ostaju stalni. Aparat se najpre postavi tako da ulazna površina objektiva bude veoma blizu predmeta, zatim se mikroskop udaljava od predmeta, što se postiže na slici 143 pomeranjem AB ulevo, pri čemu mikroskop ostaje nepomičan; lik A_1B_1 pomera se ulevo i lik $A'B'$ isto tako. Kada rastojanje CA' postane $d = 25\,\text{cm}$ (minimalna daljina jasnog viđenja normalnog oka), oko, akomodirajući se, vidi jasno $A'B'$. Zatim se razdaljina CA' povećava i kada je A' u beskonačnosti (A_1 je tada u F_2), normalno oko vidi jasno bez akomodacije. To je onaj uslov posmatranja koji je poželjno postići ako se želi izbeći zamaranje oka. Pomeranje aparata koje uslovljava da CA' naraste od d do beskonačnosti, predstavlja hod fokusiranja. On je veoma mali, reda mikrona. Obrnuto, za dati položaj mikroskopa predmeti smešteni između dve bliske ravni normalne na osu, daju likove razmeštene između 25 cm i beskonačnosti. Rastojanje između ove dve krajnje ravni predstavlja dubinu polja. Ona ima istu vrednost kao i hod fokusiranja. Pokazuje se da je hod fokusiranja obrnuto proporcionalan kvadratu optičke moći.

Krajnje mala veličina dubine polja mikroskopa velike optičke moći čini teškim fokusiranje na određenoj ravni. Ali ona ima prednost zato što se može istraživati dubina providnog predmeta pomoću sukcesivnih fokusiranja na raznim ravnima. Tada se ostvaruje ono što se može nazvati »optički preseci« predmeta.

OPTIČKA MOĆ. UVEĆANJE. Optička moć, već definisana kod lupe, iznosi $P = \frac{\alpha'}{AB}$. Uloga koju igra objektiv i uloga koju igra okular pokazuju se pišući ovu veličinu kao $P = \frac{\alpha'}{A_1B_1} \times \frac{A_1B_1}{AB}$. Prvi član predstavlja optičku moć okulara, drugi uvećanje objektiva. Možemo, dakle, pisati $P = p_2\gamma_1$. Ovaj izraz jasno pokazuje ulogu objektiva koji je zamenio predmet AB likom A_1B_1, $|\gamma_1|$ puta većim. Sve se dešava, dakle, kao da smo okular zamenili okularom $|\gamma_1|$ puta veće optičke moći. Znamo da je u normalnim uslovima posmatranja (lik $A'B'$ u beskonačnosti) $p_2 = \frac{1}{f_2'}$. S druge strane imamo tada

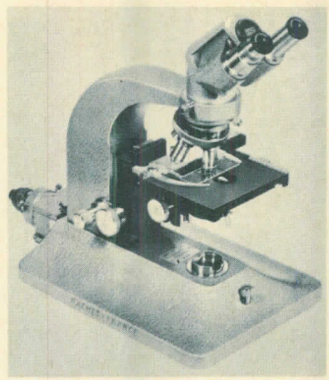
$$|\gamma_1| = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{A_1B_1}{O_1I} = \frac{F_1'F_2}{OF_1'} \cdot |\gamma_1| = \frac{\Delta}{f_1'};$$

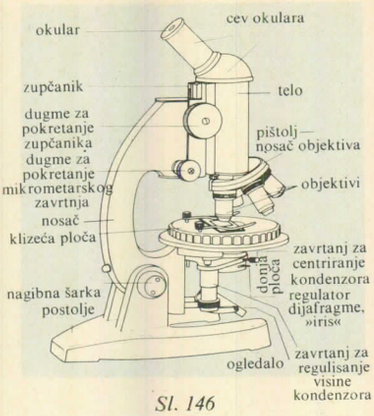


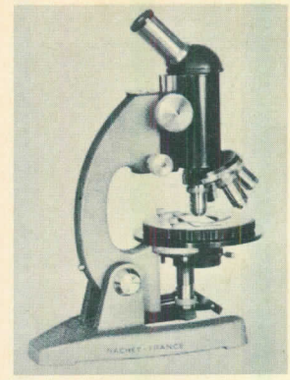
Sl. 145

Δ, rastojanje $F_1'F_2$, naziva se *optički interval*.

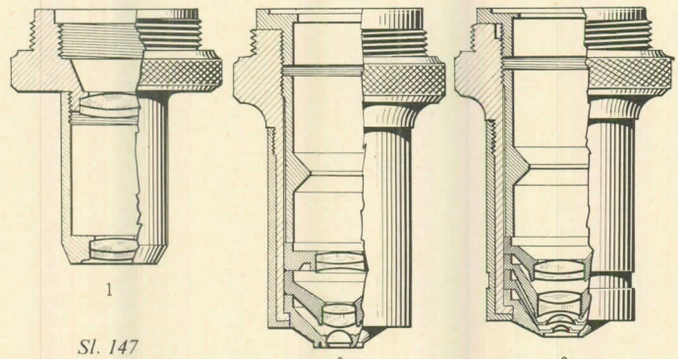
Konačno, $P = \frac{\Delta}{f_1'f_2'}$. Procenimo red veličine optičke moći. Optički interval je normiran u savremenim aparatima na 16 cm. Ako pretpostavimo da je $f_1' = 5\,\text{mm}$, a $f_2' = 20\,\text{mm}$, dobijamo (dužine su izražene u metrima da bi se P dobilo u dioptrijama)



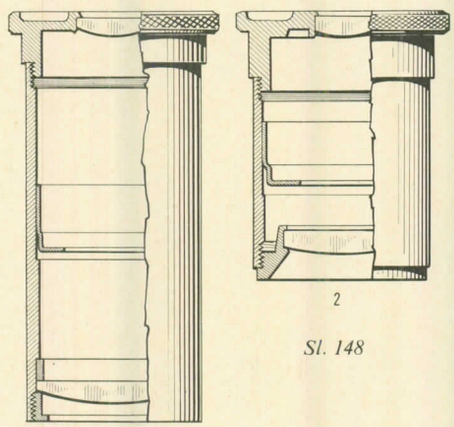




Sl. 146



Sl. 147



Sl. 148

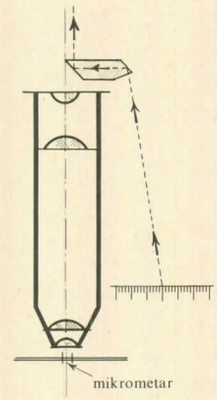
$$P = \frac{16.10^{-2}}{5.10^{-3} \cdot 20.10^{-3}} = 1\,600 \text{ dioptrija}.$$

Uvećanje (već definisano kod lupe) iznosi $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$, gde je $\alpha = \frac{AB}{d}$. Dakle $G = \frac{\alpha'}{AB} \cdot d = P \cdot d$.

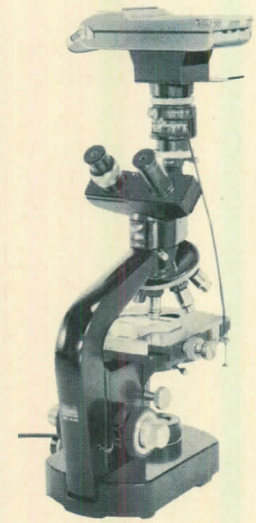
Uvećanje zavisi, dakle, od posmatrača, zato što je d različito za svakog pojedinca. *Komercijalno uvećanje* G_c naziva se vrednost G koja odgovara normalnom slučaju kada je $d = 0{,}25\,\text{m}$. Imamo, dakle, $G_c = P \times 0{,}25$.

Ako se ponovo napiše $P = \gamma_1 p_2$, vidimo da je $G_c = \gamma_1 p_2 \times 0{,}25$. Ali, $p_2 \times 0{,}25$ nije ništa drugo do komercijalno uvećanje okulara. Ostaje, dakle, praktična formula: $G_c = \gamma_1 g_{2c}$. Konstruktori daju na objektivima vrednost γ_1 a na okularima vrednost g_{2c}. Može se, dakle, poznavajući komercijalno uvećanje aparata u nizu raspoloživih objektiva i okulara izabrati ona kombinacija koja odgovara posmatranju.

GRANICA RAZLIKOVANJA. MOĆ RAZLAGANJA. U želji da se vide sve sitniji i sitniji predmeti, došlo se na to da se povećava optička moć mikroskopa i moglo bi se pomisliti da je dovoljno da se



Sl. 149



Sl. 150

ona poveća, pa da se vide sve sitniji i sitniji detalji. To, međutim, nije tako. U stvari, pojava difrakcije predstavlja neprelaznu granicu viđenja detalja u optičkom mikroskopu. Pretpostavljajući da smo ostvarili optički sistem bez ikakve aberacije, ipak lik neke tačke nikada nije tačka, već mala kružna svetlosna pega, oivičena naizmenično tamnim i svetlim prstenovima. Ovaj skup predstavlja ono što se naziva »slika difrakcije«. Dvema bliskim tačkama A i B predmeta odgovaraju, u nivou lika, dve slike difrakcije. Ako su dve tačke A i B dovoljno blizu, dve slike difrakcije se delimično prekrivaju, dve centralne kružne pege delimično preklapaju jedna drugu i oko dobija utisak jedne pege, tako da ono ne vidi dve odvojene tačke A i B. Teorija pokazuje da rastojanje ispod kojeg dve tačke A i B nisu razdvojene iznosi $\frac{1{,}22\,\lambda}{2N \sin U}$, gde je λ talasna dužina svetlosti koju emituje predmet, N indeks sredine u kojoj se on nalazi, a U poluugao na vrhu konusa zrakova koji izlaze iz jedne tačke predmeta a koji koristi aparat (ugao određen aperturnom dijafragmom). Veličina $N \sin U$ naziva se *brojni otvor* (numerička apertura) objektiva. Ona je zapisana na objektivu. Veličina $AB = \frac{1{,}22\,\lambda}{2N \sin U}$ predstavlja *granicu razlikovanja* mikroskopa. Njena recipročna vrednost naziva se *moć razlaganja*. Da bi se dobila veoma mala

Fot. Bazaine Publicité, Wild.

granica razlikovanja, treba realizovati što je moguće veći brojni otvor. Ali sin U ne može preći vrednost 1. Nešto se može dobiti ako se predmet stavlja u tečnost umesto da se stavi u vazduh (imerzioni objektiv). Tečnost koja se upotrebljava često je kedrovo ulje, čiji je indeks N = 1,515 blizak indeksu stakla (homogena imerzija). Za λ, srednju talasnu dužinu u vidljivom spektru, može se uzeti vrednost 0,5 mikrona, što dovodi do AB $\simeq$ 0,2 mikrona u najboljim uslovima.

Ali maksimalna korist iz granice razlikovanja objektiva izvlači se samo ako mu se pridruži odgovarajući okular koji vodi do one vrednosti optičke moći koja se naziva *optimalna*. Dokazuje se, da ta optimalna optička moć iznosi $P_0 = 3000$ N sin U. Može se reći, da su danas sve mogućnosti mikroskopa u pogledu granice razlikovanja iskorišćene. Da bi se videli manji detalji treba se obratiti sistemima druge koncepcije. Elektronski mikroskop (vidi deo *Elektronika*) daje granice razlikovanja mnogo manje.

POLJE I SJAJNOST. Polje po širini meri se poluprečnikom kruga, unutar koga se mora nalaziti tačkasti predmet da bi bio vidljiv kroz aparat. Teorija pokazuje, a ogled potvrđuje, da je ovo polje utoliko manje ukoliko mikroskop ima veću optičku moć. Početnici znaju koliko može biti teško dovesti u polje dato područje predmeta jer je to polje tim uže, čim aparat jače uveličava.

Svetlost emitovana iz jednog elementa površine predmeta dolazi u oko nakon prolaska kroz razna sočiva koja sačinjavaju objektiv i okular. Ona je oslabljena.

S druge strane, izlazna zenica, najčešće manja od zenice oka, dijafragmira ovu poslednju. Iz toga sledi da lik nekog predmeta izgleda mnogo manje sjajan nego predmet viđen neposredno golim okom. Zbog toga je potrebno da se predmet koji treba posmatrati jako osvetli. Ovo se postiže osvetljavanjem predmeta nekim izvorom pomoću ogledala ili sistema nazvanog »kondenzor«.

OPIS SAVREMENOG MIKROSKOPA I NJEGOVIH DODATAKA. On se sastoji od postolja na kome se nalazi ploča na koju se stavlja ispitivani predmet. Na ploči se nalazi otvor, a predmet, ispitivan prosvetljavanjem, pričvršćen je na staklenu ploču zvanu »nosač predmeta«. Svetlost se šalje kroz predmet pomoću konkavnog ogledala, a često i pomoću kondenzora. Sistemi vođica, kojima se upravlja pomoću mikrometarskih zavrtnja, dozvoljavaju da se predmet polako pomera duž dva normalna pravca, da bi se olakšalo nameštanje u polje onog područja predmeta koje nas interesuje. Objektiv je pričvršćen zavrtnjem na kraju jedne cevi, čiji drugi kraj nosi okular. Aparat često ima više objektiva; zamena jednog objektiva drugim vrši se rotacijom jednog pokretnog dela. Okulari su prosto stavljeni u cev uz slabo trenje. Za fokusiranje cev se pomera pomoću dugmeta-zupčanika (brza pomeranja). Dugo, jako fino kretanje (lagana pomeranja), dozvoljava da se fokusiranje postigne pomeranjima reda mikrona. Zglob u postolju instrumenta dozvoljava da se on naginje. Slika 146 pokazuje savremene mikroskope, od kojih jedan sa dve cevi, nazvan *binokularan*, dozvoljava da se posmatra sa oba oka, što smanjuje zamor.

Objektivi mikroskopa su ahromatični za dve ili čak tri radijacije (apohromatični) i korigovani na glavne aberacije. Ovo zahteva primenu više sočiva. Slika 147 pokazuje preseke objektiva. Okulari (*sl.* 148) su dubleti, često tipa Hajgensovog dubleta ili okulari kompenzatori, namenjeni otklanjanju ostataka aberacija koje još daju objektivi. Izvesni okulari, nazvani »mikrometarski«, imaju u svojoj žižnoj ravni predmeta jednu skalu, na čijoj se ravni obrazuje međulik A_1B_1. Tako se mogu izvesti merenja dužine u nivou ovog međulika.

Među klasičnim dodacima mikroskopa može se pomenuti svetla komora. To je mali stakleni blok smešten iznad okulara. Na dvema njegovim površinama vrši se totalna refleksija svetlosnih zrakova proizišlih iz predmeta stavljenog u blizinu mikroskopa (na primer, list papira ili graduisani lenjir) [*sl.* 149]. Oko vidi istovremeno ovaj predmet i lik predmeta, posmatranog u mikroskopu. Moguće je, dakle, meriti dimenziju lika ili slediti njegovu konturu pomoću olovke, i, prema tome, nacrtati ovaj lik na listu papira. Svetla komora dozvoljava takođe da se meri uvećanje mikroskopa. Posmatra se jedan mikrometarski podeok postavljen na ploču. Ako, na primer, lik jednog podeoka od 1/100 mm pokriva 5 mm lenjira stavljenog 25 cm od oka, viđenog pomoću svetle komore, uvećanje iznosi $\frac{5}{\frac{1}{100}} = 500$.

Najzad, mikroskopski lik može se fotografisati ako se iznad okulara postavi fotografski aparat. Lik $A'B'$ igra ulogu realnog predmeta za objektiv fotografskog aparata.

Može se takođe koristiti okular nazvan »projekcioni okular«, koji daje neposredno realni lik koji se hvata na fotografskoj ploči. Slika 150 pokazuje uređaj za mikrofotografisanje.

ASTRONOMSKI DURBIN

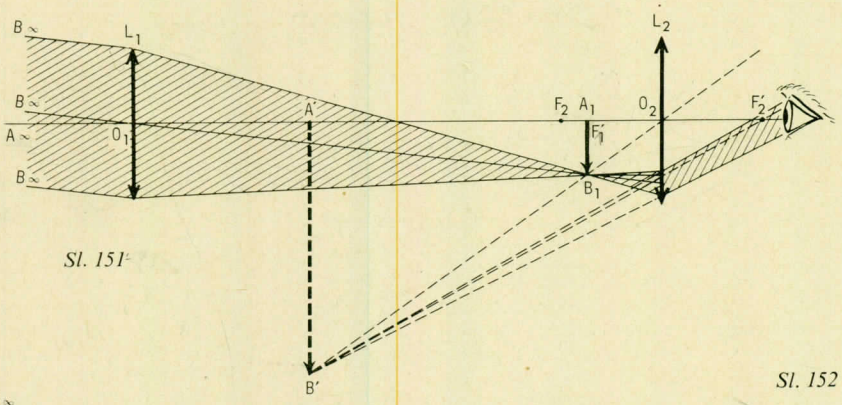
PRINCIP I KONSTRUKCIJA LIKA. Astronomski durbin je instrument namenjen posmatranju udaljenih predmeta (zvezde), kojima se ne može dovoljno približiti. Da bi se dobio lik koji će oko videti pod uglom α' većim od ugla pod kojim ono vidi predmet golim okom, obrazuje se pomoću objektiva, konvergentnog sistema velike žižne daljine, realan i obrnut lik A_1B_1 predmeta AB (A_1B_1 se obrazuje u žižnoj ravni lika objektiva). A_1B_1 igra ulogu predmeta za okular, koji, delujući kao lupa, daje konačni lik $A'B'$, virtualan i uspravan u odnosu na A_1B_1, dakle, obrnut u odnosu na predmet (*sl.* 151).

IZLAZNA (OKULARNA) ZENICA. POLOŽAJ OKA. Snopovi koji izlaze iz raznih tačaka predmeta imaju ograničen otvor, određen aperturnom dijafragmom koju sačinjava okvir objektiva. Na izlazu iz okulara svi ovi snopovi prolaze unutar konjugovanog lika aperturne dijafragme, koji daje deo optičkog sistema smešten iza ove dijafragme. To je, kao i kod mikroskopa, izlazna (okularna) zenica u čiju se ravan mora postaviti oko, da bi primilo maksimum svetlosti. Ako se aparat svede na skup dva tanka sočiva L_1 i L_2, izlazna zenica je lik L_1 kroz L_2 (*sl.* 152).

FOKUSIRANJE (IZOŠTRAVANJE). HOD FOKUSIRANJA. Fokusirati znači podesiti aparat tako da se konačni lik $A'B'$ obrazuje na udaljenosti od oka koja se kreće između minimalne daljine d i maksimalne daljine D jasnog viđenja. Ovo se postiže pomeranjem okulara u odnosu na objektiv. Na slici 153 vidi se da se pomeranjem okulara nadesno tačka F_2 približava A_1, a lik $A'B'$ se pomera ulevo. I obrnuto, lik se pomera udesno ako se durbin skraćuje približavanjem okulara objektivu. Posmatrač normalnog vida obrazuje lik $A'B'$ u beskonačnosti. F'_1 koje se uvek poklapa sa A_1, poklapa se tada sa F_2. Durbin je afokalan.

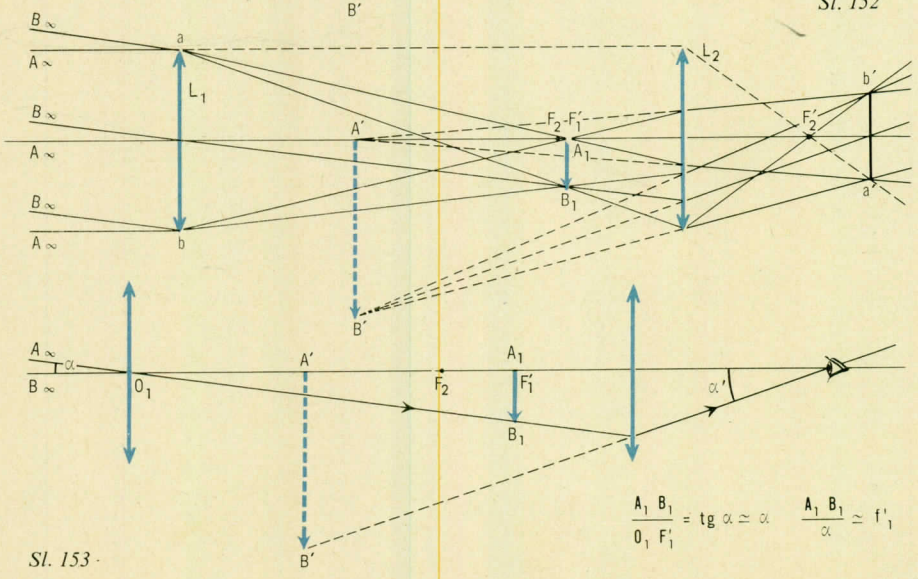
UVEĆANJE. Ono se definiše odnosom $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

Ovde je α (prividni prečnik zvezde) nezavisno od položaja posmatrača, dok je kod lupe i mikroskopa α zavisilo od udaljenosti sa koje se posmatra. Ako se želi pokazati uloge koju igraju objektiv i okular, treba prethodni obrazac pisati tako da se u njemu pojavi dimenzija međulika A_1B_1: $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'}{A_1B_1} \cdot \frac{A_1B_1}{\alpha}$. Prvi član nije ništa drugo do optička moć



Sl. 151

Sl. 152



Sl. 153

okulara, a drugi žižna daljina f_1' objektiva (*sl.* 153). Imamo, dakle, $G = p_2 f_1'$, a kako je u normalnim uslovima korišćenja (lik A′B′ u beskonačnosti) $p_2 = \frac{1}{f_2'}$, dobijamo konačno $G = \frac{f_1'}{f_2'}$. Durbin uvećava utoliko više ukoliko je žižna daljina objektiva veća, a žižna daljina okulara manja. Zbog toga se objektivu daje žižna daljina od nekoliko metara, 19,3 m kod durbina u Jerkesu (SAD), 16,2 m kod durbina u Medonu. Žižna daljina okulara kreće se između 4 cm (slab okular) i 1 cm (jak okular).

Vidi se, dakle, da dva prethodna objektiva, udružena sa okularom žižne daljine 2 cm, daju uvećanja 965 odnosno 810.

Uvećanje se izražava takođe odnosom prečnika objektiva O i prečnika izlazne zenice O′: $G = \frac{O}{O'}$. Ovaj rezultat, koji važi za sve slučajeve, može se dokazati vrlo jednostavno u slučaju afokalnog durbina. Na slici 154 konstruisana je izlazna zenica, lik od L_1 kroz L_2, koristeći zrake koji izlaze iz rubova L_1 i prolaze kroz optički centar O_2 od L_2, i zrake koji prolaze dve međusobno poklopljene žiže F_1 i F_2. Bez teškoće se vidi da je

$$\frac{O}{O'} = \frac{ab}{a'b'} = \frac{ab}{IJ} = \frac{O_1F_1'}{O_2F_2} = \frac{f_1'}{f_2'} = G.$$

Očito je važno da se zna uvećanje durbina. Obično se znaju žižne daljine korišćenih objektiva i okulara, a prema tome i uvećanje. Ako se želi da se ovo uvećanje odredi neposrednim putem, može se koristiti odnos $G = \frac{O}{O'}$ nakon što su izmereni prečnici objektiva i izlazne zenice. Ovo poslednje merenje vrši se hvatanjem izlazne zenice na mutnom staklu, nosaču jedne skale, pri čemu se posmatranje vrši kroz lupu. Lupa i skala sačinjavaju dinametar (Ramsdenov) [*sl.* 155].

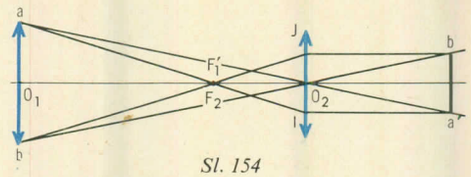
Uvećanje se može meriti i korišćenjem svetle komore postavljene iza okulara, i vizirati meta sastavljena od paralelnih, pravilno raspoređenih linija. Oko prima istovremeno (*sl.* 156) zrake koji dolaze neposredno iz mete, i zrake koji su izišli iz mete i prošli kroz durbin. Istovremeno se vidi, dakle, predmet i lik. Dubina durbina je regulisana tako da se lik obrazuje na ravni predmeta. Posmatrač može tako izbrojati podeoke N predmeta i podeoke N′ lika, koji se prekrivaju: $G = \frac{N}{N'}$.

GRANICA RAZLIKOVANJA I MOĆ RAZLAGANJA. Moglo bi se pomisliti da se sa rastom uvećanja kao odvojene mogu videti tačke sve manjeg međusobnog rastojanja. To nije tako zbog pojava difrakcije, o kojima je bilo reči kod mikroskopa. Granica razlikovanja je najmanje ugaono rastojanje koje mora razdvajati dve tačke A i B da bi objektiv dao njihova dva odvojena lika. Imamo $\varepsilon = \frac{1{,}22\lambda}{O}$, gde je λ talasna dužina svetlosti koju emituje predmet, O prečnik objektiva. Vidi se da je korisno imati objektiv velikog prečnika. Objektiv durbina u Jerkesu ima prečnik O = 102 cm, a durbin u Medonu 0 = 83 cm. Kod durbina u Jerksu granica razlikovanja (za $\lambda = 0{,}5$ mikrona $= 5.10^{-4}$ mm) iznosi

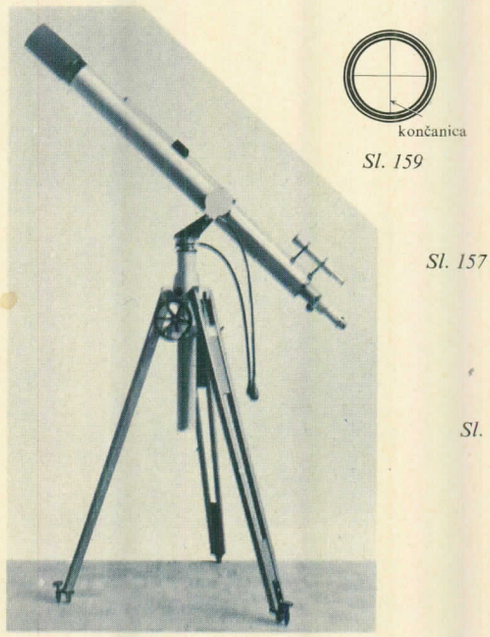
$$\varepsilon = \frac{1{,}22 \cdot 5.10^{-4}}{1020} \simeq 6.10^{-7} \text{ radijana},$$

ili približno 0,12″.

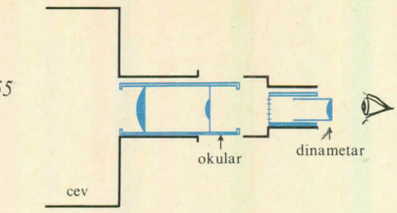
Zanimljivo je da se vidi koliko je rastojanje između dve tačke A i B na Mesecu, čije je ugaono rastojanje 0,12″ ili 6.10^{-7} radijana, kada se one posmatraju sa Zemlje. Zato je dovoljno da pišemo $\varepsilon = \frac{AB}{D}$, gde je D srednje rastojanje između Zemlje i Meseca. Ovo rastojanje iznosi D = 385000 km, AB = D × $\times \varepsilon = 385.10^6 \times 6.10^{-7} = 231$ m.



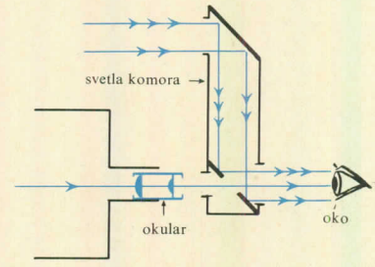
Sl. 154



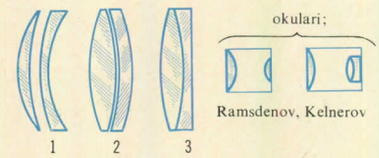
Sl. 159



Sl. 155



Sl. 157



Sl. 158

Međutim, da bi se izvukla korist iz granice razlikovanja objektiva, potrebno je još da korišćeni okular bude dobro podešen. Potrebno je da on sa objektivom ostvaruje uvećanje nazvano »optimalno«, što znači da ono treba da iznosi tri ili četiri puta poluprečnik objektiva izražen u milimetrima. Na primer, kod durbina iz Jerksa ono iznosi približno 1750. Okular treba, dakle, da ima žižnu daljinu $f_2' = \frac{f_1'}{G_0} = \frac{19300}{1750}$, ili nešto iznad 11 mm. Videćemo da kod teleskopa postoji mogućnost da se njihovim objektivima da prečnik znatno veći od prečnika objektiva durbina, što teleskopima daje izvesnu prednost.

POLJE I SJAJNOST. Polje (ugao konusa sa vrhom u centru objektiva, unutar koga se mora naći tačka da bi bila vidljiva) je utoliko manje ukoliko je uvećanje veće. Zbog toga može biti teško dovesti zvezdu u polje durbina velike moći uvećavanja. Ova se operacija olakšava korišćenjem »tragača«, durbina male moći uvećavanja, čija je osa paralelna osi durbina (*sl.* 157). Kada se pokaže da je zvezda u centru polja tragača, ona je u polju durbina.

Kada predmeti nisu tačkasti (Mesec, na primer, ili nebo) oni izgledaju kroz durbin manje sjajni nego pri posmatranju golim okom i, kada uvećanje pređe određenu vrednost, sjajnost lika opada veoma brzo. Naprotiv, tačkaste zvezde izgledaju sjajnije nego pri posmatranju golim okom. Iz ovoga proizlazi da se zvezde mnogo bolje ističu na nebu nego pri posmatranju golim okom, kao sjajne tačke na crnoj podlozi. Stoga se kroz durbin vide mnogobrojne zvezde, koje nisu vidljive golim okom, a iz istog razloga izgledaju tačkaste čak i kroz durbin.

KONSTRUKCIJA DURBINA. NJEGOVI DODACI. Objektiv koji treba konstruisati definiše njegova žižna daljina i njegov prečnik otvora. On mora biti korigovan na hromatičnu aberaciju, sfernu aberaciju i komu. Pravi se priljubljivanjem dva sočiva (*sl.* 158), jednog konvergentnog od kron-stakla, drugog divergentnog od flint-stakla. Pošto su indeksi ova dva stakla poznati, ostaje da se izaberu poluprečnici krivine četiri površine dva sočiva. Oni se određuju tako da moraju zadovoljiti četiri uslova: 1. da žižna daljina ima datu vrednost (obično dvadeset puta prečnik da bi korekcija na aberacije bila olakšana); 2. da se ostvari ahromatizam za dve boje; 3. da glavna sferna aberacija bude otklonjena za centralni deo vidljivog spektra; 4. da koma bude korigovana kod velikih objektiva. Realizovanje velikih sočiva je teško, naročito zbog nedostataka homogenosti koje može imati staklo.

Okulari su uvek kombinovani okulari, dubleti, okular Ramsdena, Kelnera itd. (*sl.* 158). Najčešće upotrebljavani okulari su pozitivni okulari, to jest oni, čija se žiža predmeta nalazi ispred prvog sočiva. Pozitivni okulari dozvoljavaju upotrebu končanice (*sl.* 159), koja se sastoji od dve tanke niti postavljene međusobno normalno u žižnoj ravni lika objektiva, dakle u ravni u kojoj se obrazuje lik A_1B_1. Prava koja spaja optički centar objektiva sa presekom niti končanice predstavlja optičku osu durbina. Kada se lik neke zvezde poklapa sa presekom niti, prividni pravac zvezde je paralelan sa optičkom osom. Astronomski durbin, snabdeven končanicom, dozvoljava da se vrši tačno određivanje pravca (poziciona astronomija).

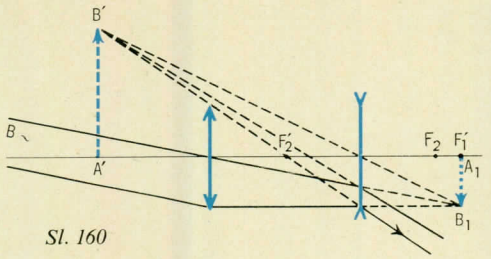
Da bi se pratila zvezda koja se prividno kreće u odnosu na Zemlju, napomenimo, najzad, da durbin treba da se pomera. Potrebno je takođe da kupola opservatorije ima otvor koji se stalno nalazi naspram objektiva. To nameće da se pokreće celina od više tona, a potrebno je da njeno kretanje bude što je moguće pravilnije, odakle nastupaju velike teškoće pri realizovanju. Upotreba celostata dozvoljava, u izvesnim slučajevima, da se pravac durbina održava konstantnim.

ZEMALJSKI DURBINI

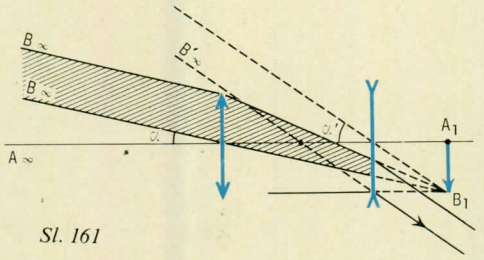
Videli smo da astronomski durbini daju obrnute likove. Oni se, dakle, ne mogu koristiti za posmatranje zemaljskih predmeta. Zemaljski durbini moraju dati uspravne likove. Mogu se podeliti u tri kategorije.

GALILEJEV DURBIN (DVOGLED). Ovaj pronalazak pripisuje se optičaru iz Midelburga Zahariju Jansenu, negde oko 1608. Ime Galileja povezano je sa ovim zbog sjajnih otkrića do kojih je došao italijanski naučnik pomoću durbina ove konstrukcije

Fot. Morin-Secretan.



Sl. 160



Sl. 161

(1610), a koji je uvećavao 30 puta (Jupiterovi sateliti, Venerine faze, Sunčeve pege itd.).

On se sastoji od konvergentnog ahromatičnog objektiva, žižne daljine reda desetak centimetara, i divergentnog okulara (tanko sočivo), žižne daljine reda 3 cm.

Objektiv daje realan obrnut lik A_1B_1 predmeta AB, lik koji bi se obrazovao u njegovoj žižnoj ravni lika ako zrake ne bi zadržao okular. A_1B_1 igra ulogu virtualnog predmeta za okular, koji daje njegov virtualan obrnut lik $A'B'$, dakle, uspravan u odnosu na predmet. Da bi se to postiglo, treba da žiža F_1' bude u F_2, ili malo udesno od F_2 (slučaj na slici 160). Ako se okular približi objektivu tako da F_2 dođe u F_1', definitivni lik je u beskonačnosti (*sl.* 161). Durbin je tada afokalan. To odgovara normalnim uslovima upotrebe. Pošto je izlazna zenica virtualna, oko se postavlja što je moguće bliže okularu. Na slici 161 moći će se oceniti uvećanje $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ koje će iznositi $\left|\frac{f_1'}{f_2'}\right|$, dakle, uz date vrednosti za f_1' i f_2', $G = \frac{10}{3} = 3{,}33$. Galilejevi durbini imaju malu moć uvećavanja, ali imaju prednost u tome što su malih dimenzija; tako će dužina afokalnog durbina biti

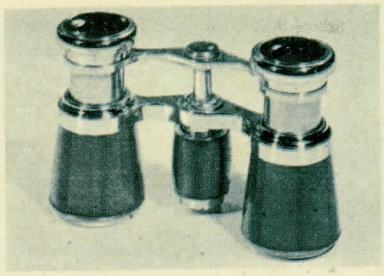
$$l = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_2O_2} = 10 - 3 = 7\,\text{cm}.$$

Oni se obično koriste i kao dvogledi (*sl.* 162). Njihovi nedostaci su relativno malo polje i nemogućnost da se snabdeju končanicom ili nekom skalom, zato što lik A_1B_1 realno ne postoji. Oni, dakle, ne mogu služiti za određivanje pravaca ili za merenje uglova. Najčešća upotreba ne zahteva od njih takva svojstva (pozorišni dvogledi).

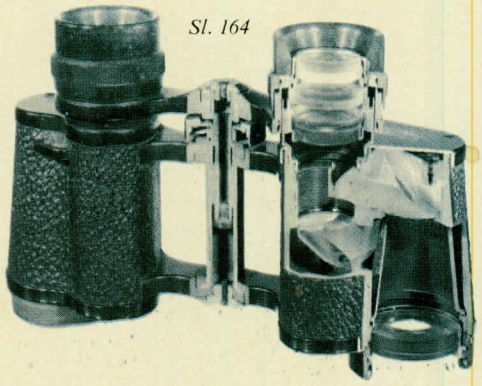
ZEMALJSKI DURBIN: OPTIČKI ISPRAVLJAČ, ZEMALJSKI OKULAR. Zemaljski durbin se dobija modifikacijom astronomskog durbina. Iza lika A_1B_1 koji daje objektiv, postavlja se optički sistem, nazvan *optički ispravljač*, koji daje od A_1B_1 lik A_2B_2 uspravljen i eventualno uvećan. A_2B_2 igra ulogu predmeta za okular koji se mora pomeriti nazad za dužinu A_1A_2. Optički ispravljač povećava, dakle, dimenzije durbina za A_1A_2 i poželjno je da ta dužina ne bude preterana. Keplerov ispravljač (*sl.* 163) predstavlja prosto konvergentno sočivo L žižne daljine f, postavljeno $2f$ od A_1. A_2 se, dakle, nalazi na rastojanju $2f$ desno od L. A_1 i A_2 su suprotne glavne tačke u odnosu na L. Povećanje dimenzija iznosi $4f$. Moderni optički ispravljači (Dolond, na primer) obrazovani su od dva sočiva. Za povećanje dimenzija istog reda kao i prethodno, oni daju veći lik A_2B_2. Skup optičkog ispravljača i okulara (četiri pričvršćena sočiva) predstavlja ono što se naziva »zemaljski okular«. Pri fokusiranju pomera se ovaj skup. Uvećanje zemaljskog durbina jednako je uvećanju astronomskog durbina iz koga on proizlazi, pomnoženom sa uvećanjem optičkog ispravljača. Tako se može pisati, uvodeći svaki međulik,

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'}{A_2B_2} \times \frac{A_2B_2}{A_1B_1} \times \frac{A_1B_1}{\alpha}.$$

Proizvod prvog i trećeg člana nije ništa drugo do uvećanje početnog astronomskog durbina, drugi predstavlja uvećanje optičkog ispravljača. Klasično ostvarena uvećanja kreću se između 15 i 30. Instrument je tada dosta glomazan (dužine reda metra); koristi se montiran na postolju.



Sl. 162

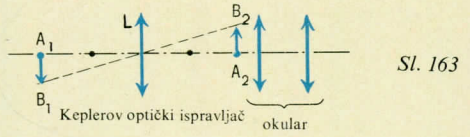


Sl. 164

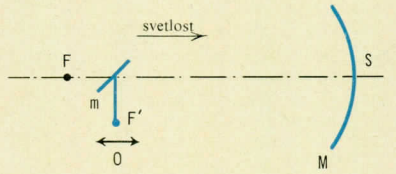
DURBIN SA PRIZMOM. DVOGLEDI SA PRIZMOM. Kod ovoga instrumenta uspravljanje lika se postiže između objektiva i okulara tipa astronomskog durbina pomoću prizmi sa totalnom refleksijom, od kojih je najklasičniji sistem Poroa (Porro, 1850), obrazovan od dve prizme, čiji je presek ravnokraki pravougli trougao, a njegove upravne ivice normalne na optičku osu (*sl.* 164). Ovaj sistem ima prednost u tome što u isto vreme uspravlja lik i skraćuje instrument, savijajući zrake. Uvećanje ostaje uvećanje ekvivalentnog astronomskog durbina. Dvogledi sa prizmama obrazuju se spajanjem dva sistema identična sa prethodnim. Razmak ova dva sistema moguće je podesiti tako da se on prilagodi rastojanju dva oka. Jedan kotur dozvoljava da se pomeranjem okulara reguliše fokusiranje. S druge strane, pošto su objektivi razmaknutiji od očiju, osećaj reljefa se pojačava. Jedini nedostatak ovih dvogleda je njihova težina koja najviše dolazi od četiri staklene prizme. Da bi se povećala sjajnost površine objektiva, prizmi i okulara »obrađuju se« taloženjem »antirefleksionog« sloja, koji im daje karakterističan plavičasti izgled.

TELESKOP (REFLEKTOR)

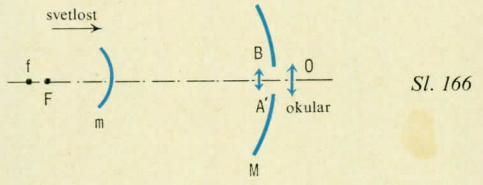
PRINCIP I ISTORIJAT. Teleskop je instrument namenjen astronomskim posmatranjima. On se sastoji od objektiva koji predstavlja konkavno ogledalo i okulara klasičnog tipa. Objektivi su bili u početku sferna ogledala. Danas su ona parabolična. Slika 165 pokazuje uređaj koji je pronašao Njutn 1668. Konkavno ogledalo daje lik zvezde u žiži F, ravno ogledalo *m* skreće svetlosne zrake prema boku instrumenta, realan lik je u F′ i posmatra se pomoću okulara O. Fuko je zamenio ogledalo *m* prizmom sa totalnom refleksijom, a prosti okular okularom sa četiri sočiva. Kraći i bolji od Njutnovog teleskopa pronašao je u isto doba Kasegren (Cassegrain), profesor gimnazije u Šartru (Chartres) 1672. Konkavno ogledalo dalo bi realan lik u svojoj žižnoj ravni, ali njega zadržava malo konveksno ogledalo, ranije sferno a danas gotovo redovno hiperbolično. Ovo ogledalo se postavlja tako da lik bude između njegove žiže i njegovog temena; u ovim uslovima realan lik se obrazuje u blizini temena konkavnog ogledala koje ima otvor, kroz koji se posmatra realan lik pomoću okulara (*sl.* 166).



Sl. 163

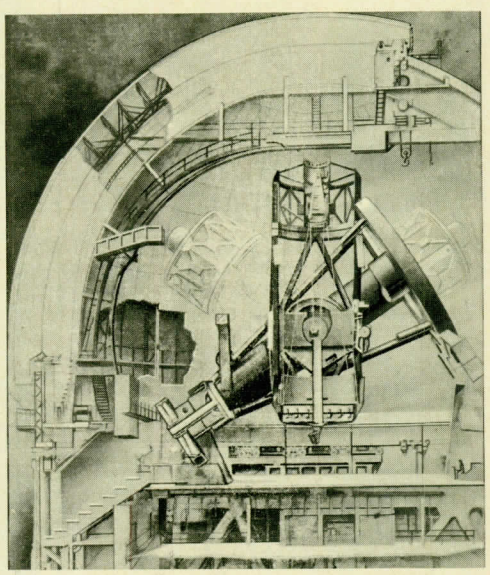


Sl. 165



Sl. 166

PREDNOSTI TELESKOPA NAD ASTRONOMSKIM DURBINIMA. Pre svega, izrada objektiva zahteva obradu samo jedne površine (površine ogledala) umesto četiri površine dva sočiva objektiva. S druge strane, odbijanje ne prouzrokuje nikakvu hromatičnu aberaciju. Najzad, nedostaci homogenosti stakala, koji ograničavaju dimenzije sočiva, ne igraju ulogu, a to dozvoljava da se dobiju objektivi mnogo većeg prečnika od prečnika objektiva durbina (5 m prečnik kod ogledala objektiva teleskopa Maunt Palomar prema 102 cm kod objektiva durbina u Jerksu). Ovo povećanje prečnika je zaista najvažnije poboljšanje. Videli smo tako da je granica razlikovanja objektiva data odnosom $\varepsilon = \frac{1{,}22\lambda}{O}$. Ova granica je, dakle, približno pet puta manja kod teleskopa Maunt Palomar nego kod durbina u Jerksu. Durbini se naročito koriste u matematičkoj astronomiji za sakupljanje podataka; teleskopi — za posmatranje detalja, fotografisanje zvezda i spektralnu analizu.



Fot. Larousse.

SAVREMENI TELESKOPI. U našoj epohi konstruišu se gigantski teleskopi. Tako, u Americi opservatorija Maunt-Vilson (Mont-Wilson) poseduje jedan teleskop, čije parabolično ogledalo ima prečnik 1,52 m, žižnu daljinu 7,60 m, a težinu 865 kg; drugi, prečnika 2,50 m, a žižne daljine 12,50 m. Danas najveći teleskop je teleskop Jel u Maunt-Palomaru (slika na str. 557, desno), sa ogledalom prečnika 5 m i težine 13 tona. Veoma značajni astronomski radovi su obavljeni pomoću ovih instrumenata koji su omogućili da se znatno proširi naše poznavanje kosmosa.

BRZINA SVETLOSTI

ODREĐIVANJE POMOĆU ASTRONOMSKIH POSMATRANJA. Prvo približno određivanje brzine svetlosti izveo je 1676. danski astronom Remer (Römer), koji je tada radio u Pariskoj opservatoriji. Do tog otkrića njega su dovela posmatranja pomračenja Jupiterovih satelita (*sl.* 167). Našao je da je $c = 298\,800$ km/s.

Bredli (Bradley) je potvrdio ovu vrednost 1828. zahvaljujući pojavi aberacije »nepokretnih« zvezda.

Tokom XIX veka Fizo, a zatim i Fuko, pronašli su aparate za merenje brzine svetlosti u vazduhu. Da bi se odatle izvela brzina svetlosti u vakuumu, treba dobijeni rezultat pomnožiti sa indeksom prelamanja vazduha, to jest povećati ga za oko 85 km/s.

METOD ZUPČASTOG TOČKA. Kod ovog metoda, koji je prvi put primenio Fizo 1849, vreme t, koje utroši svetlost da bi prevalila put od jednog svetlosnog izvora S do ogledala udaljenog nekoliko kilometara, i vratila se u izvor S, meri se vremenom t' koje utroši zupčasti točak da bi se pomerio za jedan poluzubac. Kada su ova dva vremena jednaka, pod uslovom da su praznine i zupci točka iste širine, svaki zrak koji prođe na odlasku kroz prazninu susreće zubac na povratku i povratni lik se ne vidi. Kada je t' malo veće ili malo manje od t, povratni snop se ponovo pojavljuje. Brzina zupčastog točka podešava se tako da se dobije potpuno zamračenje, ova brzina rotacije se meri. Ako točak vrši N obrtaja u sekundi a ima p zubaca, imamo $t' = \frac{1}{2Np}$.

Ako je D rastojanje između izvora i ogledala, tada je $t = \frac{2D}{V}$.

Za zamračenje imamo $\frac{2D}{V} = \frac{1}{2Np}$; $V = 4NpD$.

Moguće je povećati brzinu N i posmatrati zamračenje reda k koje odgovara prolazu $k - \frac{1}{2}$ zupca između odlaska i povratka svetlosti. Tada imamo

$$V = \frac{4NpD}{2k - 1}.$$

Posmatranje zamračenja je tada preciznije.

Kako rastojanje D mora da bude veoma veliko, povratni snop je slab. Mora se koristiti veoma jak izvor (lik Sunca, električni luk). Da bi se maksimalno izbegli gubici svetlosnog fluksa pri odlasku i povratku, Korni (Cornu) je pomoću dva sočiva postigao da snop bude paralelan između izvora i ogledala (*sl.* 168).

Nađeni rezultati su:

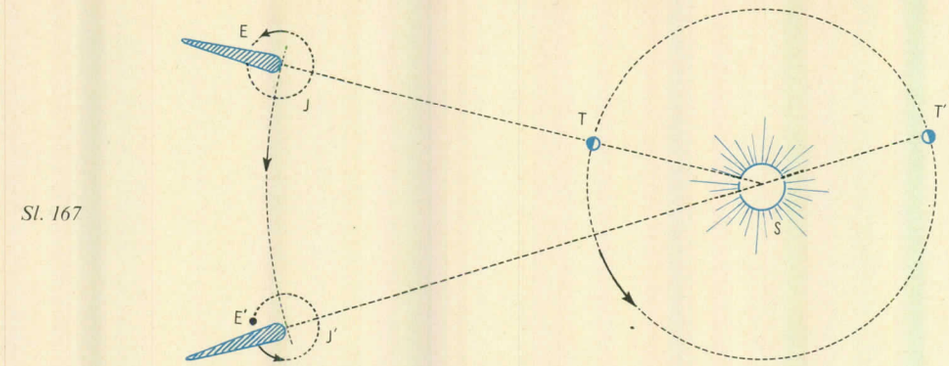
1849, Fizo (D = 8663 m): V = 315 000 km/s; ± ?;

1876, Korni (D = 23 km): V = 300 400 km/s; ± 300 km/s;

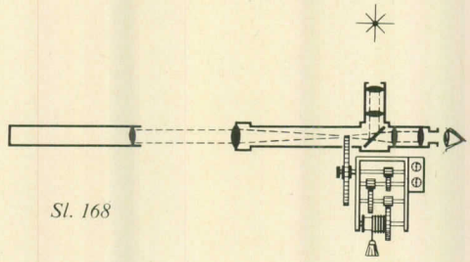
1902, Peroten (Perrotin) (D = 46 km): V = 299 880 km/s; ± 50 km/s.

Dve velike teškoće ovog metoda jesu tačno merenje brzine rotacije zupčastog točka i uočavanje u kom momentu tačno nastupa zamračenje.

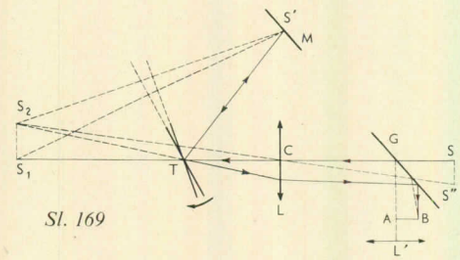
METOD OBRTNOG OGLEDALA. Kod ovog metoda koji je Fuko primenio 1862, svetlost emitovana



Sl. 167



Sl. 168



Sl. 169

iz pukotine S odbija se na obrtnom ogledalu T postavljenom u centar konkavnog ogledala M. Sočivo L obrazuje lik S_1 izvora S, koji ogledalo T šalje na M. Kada se svetlost, reflektovana pri odlasku na ogledalu T, vrati na njega nakon toga što je prešla rastojanje 2TM = 2D, posle vremena $t = \frac{2D}{V}$, ako je V brzina svetlosti, ogledalo se obrnulo za izvestan ugao α i ono daje od S′ lik S_2 tako da je ugao

$$\widehat{S_1TS_2} = 2\alpha = \beta.$$

Ako se ogledalo T obrće ravnomerno, α je konstantno, a S_2 ostaje nepokretno, dok S′ opisuje ogledalo M. Nakon prolaska kroz sočivo L, svetlosni zraci obrazuju lik S″ pukotine S, razdvojen od nje. Fuko ga je pomerio u stranu pomoću ogledala bez amalgama, G, i merio je rastojanje AB = SS″ pomoću mikrometarskog okulara L′ (*sl.* 169).

Rastojanje D je veoma veliko u odnosu na LT, LL obrazuje durbin koji meri ugao $2\alpha = \beta$, pod kojim se vide dve udaljene tačke S_1, S_2 iz optičkog centra C njegovog objektiva L. Ako ogledalo ima n obrtaja u sekundi, ono se obrne za $\alpha = 2\pi nt$ tokom vremena $t = \frac{2D}{V}$.

$$\alpha = 2\pi n\frac{2D}{V}; \quad \beta = 8\pi n\frac{D}{V}; \quad V = \frac{8\pi nD}{\beta}.$$

U Fukovom ogledu $n = 800$, D = 20 m, $\beta = 4'8''$.

$$V = 298\,000 \text{ km/s}.$$

Metod je prihvatio Njukomb (Newcomb), zatim sa izvesnim modifikacijama Majkelson (Michelson); nađeni rezultati su:

1882, Njukomb (D = 3700 m): V = 299 860 km/s; ± 50 km/s:

1926, Majkelson (D = 35 000 m): V = 299 796 km/s; ± 4 km/s.

RADARSKI METOD (primenjuje se od 1947). Zna se da se Hercovi talasi prostiru brzinom svetlosti.

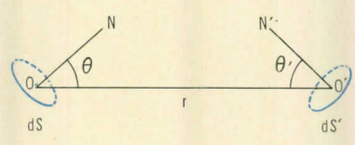
Emituje se kratak radio-električni signal i meri se interval vremena koji protekne između emisije ovoga signala i povratka odjeka od čvrste prepreke, smeštene na poznatu daljinu izmerenu veoma precizno geodetskim metodima. Vreme se može sada meriti sa velikom preciznošću. Tako se dobija vrednost 299 792 ± 3 km/s, vrednost koja je danas usvojena.

FOTOMETRIJA

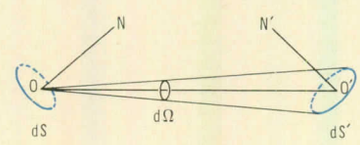
DEBLJINA SVETLOSNOG SNOPA. Već smo videli (pravolinijsko prostiranje) da jedan svetlosni snop može biti rastavljen na elementarne snopove. Posmatrajmo najpre jedan uski svetlosni snop ograničen sa dva ravna otvora malih dimenzija u odnosu na njihovo srednje rastojanje OO′ = r. Njihove površine su dS i dS′ a njihove normale ON i O′N′ zatvaraju sa OO′ uglove θ i θ' (*sl.* 170).

Ako se svetlost prostire u smeru od dS prema dS′, dS ćemo nazivati element izračivača, emitera, dS′ element prijemnika, receptora. Element emitera može biti deo svetlosnog izvora (na primer, kugla koja difuzno odbija svetlost) ili prosto element otvora neke realne ili fiktivne dijafragme, postavljene na put svetlosti; element receptora može biti materijalan i neprovidan (deo površine nekog zaklona), ili materijalan i providan (dijafragma), ili još imaterijalan (fiktivni otvor kroz koji prolaze zraci). Na svaki način, uski svetlosni snop ili elementarna svetlosna cev, koju proučavamo, sastavljena je od skupa svetlosnih zrakova koji prolaze kroz ova dva otvora, to jest od skupa duži koje spajaju mnoštvo tačaka dS sa mnoštvom tačaka dS′. Ova elementarna svetlosna cev može biti rastavljena na dva načina u konusne uske snopove.

Prvi način se sastoji u tome da posmatramo sve konusne snopove, čiji su vrhovi tačke elementa emitera, a koji su ograničeni konturom dS′ (*sl.* 171). Budući da je rastojanje OO′ veliko u odnosu na dimenzije dS, svi ovi konusi imaju približno isti otvor kao sre-



Sl. 170



Sl. 171

dišni konus čiji je vrh u O a koji je ograničen konturom dS′. Prostorni ugao emisije iznosi, dakle

$$d\Omega = \frac{d\sigma'}{r^2} \quad \text{gde je} \quad d\sigma' = dS' \cos\theta'.$$

$d\sigma'$ je prividna površina dS′ viđena iz O.

Drugi način rastavljanja uskog snopa: mogu se posmatrati svi konusi ograničeni konturom elementa emitera dS, čiji su vrhovi razne tačke elementa dS′.

Središni prostorni ugao recepcije je $d\Omega' = \frac{d\sigma}{r^2}$, gde je $d\sigma = dS \cos\theta$, a $d\sigma$ prividna površina dS viđena iz O′. Veličina $d\Omega\, d\sigma'$ i veličina $d\Omega'\, d\sigma$ su jednake. Njihova zajednička vrednost $\frac{dS \cos\theta\, dS' \cos\theta'}{r^2}$ geometrijski karakteriše izučavanu elementarnu svetlosnu cev. Ona se naziva »geometrijska debljina elementarne svetlosne cevi«. Ako se izučavaju efekti proizvedeni uzastopnim refleksijama i refrakcijama svetlosne cevi (bez gubitka svetlosne energije), može se pokazati da veličina

$$N^2 \frac{dS \cos\theta\, dS' \cos\theta'}{r^2},$$

gde je N indeks prelamanja sredine u kojoj se odvija prostiranje, ostaje konstantna, nezavisna od sredine u kojoj se nalazi svetlosna cev. Ova poslednja veličina naziva se *debljina* elementarne svetlosne cevi. Ako se pretpostavi, kao što ćemo to činiti dalje u tekstu, da se izučavana svetlosna cev nalazi u vazduhu ($N \simeq 1$), debljina će biti izražena obrascem

$$d^2U = \frac{dS \cos\theta\, dS' \cos\theta'}{r^2}.$$

POJAM SVETLOSNOG FLUKSA I SJAJA — LUMINANCIJE. LAMBERTOV OBRAZAC. LAMBERTOV ZAKON. Ako posmatramo dve cevi iste debljine definisane elementom emisionog izvora i elementom zaklona, a ako su dva izvora različite prirode, konstatovaćemo, uopšte uzev, da svetlosni efekt, proizveden na zaklonu, nije isti. Videćemo da je zaklon mnogo više osvetljen ako element izvora predstavlja deo kratera električnog luka, nego ako je deo iste površine i iste orijentacije električne sijalice koja difuzno rasipa svetlost. To nas navodi da kažemo da dva snopa, uprkos jednakosti njihovih debljina, prenose različite svetlosne fluksove d^2F.

Mi ćemo, dakle, izvoru pripisati sposobnost da u cevi date debljine proizvodi veći ili manji fluks. Da bismo okarakterisali ovu sposobnost, definišemo veličinu koju nazivamo *sjaj — luminancija* izvora u pravcu OO′ ($L_{OO'}$) i stavljamo po definiciji $d^2F = L_{OO'}\, d_2U$. Obrazac

$$d^2F = L_{OO'} \frac{dS \cos\theta\, dS' \cos\theta'}{r^2}$$

poznat je pod imenom *Lambertov obrazac*.

Uopšte uzev, sjaj nekog izvora zavisi od pravca emisije. Kaže se da se neki izvor pokorava Lambertovom zakonu ako je njegov sjaj nezavisan od pravca emisije. Crno telo (vidi spektre) strogo se pokorava Lambertovom zakonu. Mnogi izvori pokoravaju mu se aproksimativno.

Ako je Lambertov zakon zadovoljen, nije više potrebno uzimati sjaj L indeksa OO′ u Lambertovom obrascu.

JAČINA — INTENZITET SVETLOSTI. OSVETLJENOST (IRADIJANCIJA). Iz Lambertovog obrasca se vidi da veličina L dS cos θ zavisi samo od elementa izvora i njegove orijentacije u odnosu na središni pravac emisije. $dI_{OO'}$ naziva se *jačina — intenzitet svetlosti* elementa izvora u pravcu OO′. Obrazac se može tada napisati u obliku

$$d^2F = dI_{OO'} \cdot d\Omega,$$

zato što je $\frac{dS' \cos\theta'}{r^2} = d\Omega$. Ukupni intenzitet nekog izvora u jednom pravcu se dobija sabiranjem intenziteta u tom pravcu njegovih raznih elemenata $I = \int_S dI$. Tačkasti izvor koji se ne može rastaviti na elemente, karakterisaće njegov (globalni) intenzitet I, pa ćemo imati $dF = I\, d\Omega$.

Posmatrajmo sada element površine dS′ oko tačke M′ zaklona koji prima svetlosni fluks. Ako je dF fluks koji je primio dS′ (ovaj fluks proizlazi iz svih elemenata izvora a ne samo iz elemenata dS), veličina $\frac{dF}{dS'}$ naziva se *osvetljenost* (iradijancija). Osvetljenost je utoliko veća ukoliko je veći fluks raspoređen na manju površinu.

FOTOMETRIJSKE JEDINICE (SI). Primarni etalon jeste intenzitet kvadratnog centimetra prividne površine potpunog emitera ili crnog tela na temperaturi očvršćavanja platine (1769°C ili 2042°K).

Po definiciji, jedinica jačine svetlosti, nazvana *kandela*, jeste ona jačina pri kojoj sjaj integralnog emitera na temperaturi očvršćavanja platine iznosi 60 kandela na kvadratni centimetar. Izbor ove jedinice može izgledati neobičan. On je bio diktiran nastojanjem da jedinica jačine ima vrednost ne mnogo različitu od nekadašnje jedinice (sveća), kako se ne bi suviše menjale stečene navike u izboru reda veličina.

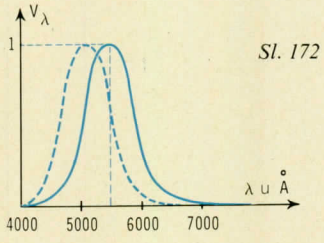
Jedinica sjaja jeste *nit*, ili kandela na kvadratni metar.

Sjaj integralnog emitera na 2042°K penje se na 60 kandela na kvadratni centimetar, dakle na 6.10^5 niti. Sunce u zenitu ima sjaj $1{,}5.10^9$ niti. Električni luk ima sjaj približno dva puta manji od sjaja Sunca. Može se dobiti tokom vrlo kratkog vremena (reda 10^{-5} sekunda) sjaj sto puta veći od sjaja Sunca pomoću »blic-lampi« koje se koriste pri fotografisanju (fleš).

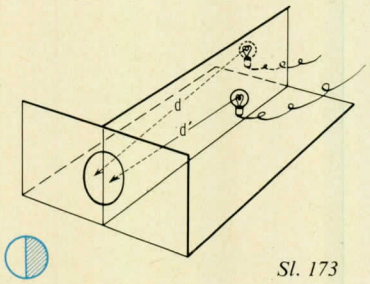
Jedinica svetlosnog fluksa jeste *lumen* ili kandela steradijan. To je svetlosni fluks koji unutar prostornog ugla od 1 steradijana šalje izvor, čija je jačina svetlosti 1 kandela. Takav izvor šalje u ceo prostor fluks od 4π lumena (jer prostorni ugao oko jedne tačke iznosi 4π steradijana). Električna sijalica od 100 vati daje približno 1400 lumena.

Jedinica osvetljenosti jeste *luks*, ili lumen na kvadratni metar. To je osvetljenost zaklona koji prima fluks od 1 lumena, raspoređen ravnomerno na površinu od 1 m². Površina na koju sunčevi zraci padaju normalno, dobija osvetljenost od 100000 luksa, a samo 0,2 luksa kada je osvetljava Mesec. Za udobno čitanje potrebno je najmanje 50 luksa.

ODNOS IZMEĐU SVETLOSNOG FLUKSA I FLUKSA ENERGIJE. Poznato je da svetlosni snop nosi energiju. To se može pokazati konstatacijom da se apsorbujuće telo (nagaravljena površina) zagreva ako na njega pada svetlosni snop. Svetlosnom snopu odgovara, dakle, fluks energije ili snaga koja se može izraziti u vatima. Svetlosno zračenje je raspodeljeno između različitih talasnih dužina koje nemaju sve istu efikasnost u proizvođenju osećaja svetlosti u oku. Tako snopovi infracrvenog i ultraljubičastog zračenja nisu vidljivi za oko; međutim, oni ipak prenose energiju koja se može ispoljavati bilo u vidu zagrejavanja apsorbera, bilo delovanjem na fotografsku ploču. Potrebno je, dakle, razlikovati energetski fluks dΦ, meren u vatima, koji prenose u snopu radijacije talasne dužine između λ i λ + dλ i svetlosni fluks dF, meren u lumenima, koji prenose u snopu te iste radijacije. Dva svetlosna fluksa iste boje su jednaka ako proizvode na oko isti efekat. Ako se superponira više fluksova, uzimamo da je ukupni svetlosni fluks jednak njihovom zbiru. Tada se može pokazati da postoji proporcionalnost između svetlosnog fluksa i energetskog fluksa i da faktor proporcionalnosti zavisi od boje (talasna dužina). Piše se $dF_\lambda = K_\lambda d\Phi_\lambda$; veličina K_λ naziva se *svetlosna efikasnost* ili faktor vidljivosti radijacije λ a izražava se u lumenima na vat. Ogled pokazuje da za dnevno viđenje postoji određena boja maksimalne svetlosne efikasnosti. Ona odgovara talasnoj dužini 0,555μ (žuto-zelena svetlost).



Sl. 172



Sl. 173

Uzmimo da je K_m ta efikasnost. Efikasnost radijacije $\lambda \neq 0{,}555\,\mu$ je $K_\lambda = V_\lambda K_m$; broj V_λ (manji od 1) naziva se *relativna efikasnost* ili *vidljivost* radijacije λ. Imamo, dakle $dF_\lambda = V_\lambda K_m d\Phi_\lambda$. Tako se može nacrtati kriva relativne vidljivosti za dnevno viđenje normalnog, prosečnog posmatrača (fotopijsko viđenje), nanoseći V_λ kao funkciju λ. Ova kriva ima maksimum jednak 1 za $\lambda = 0{,}555\,\mu$. Njena ordinata postaje nula za $\lambda < 4000$ Å približno (ultraljubičasto) i za $\lambda > 7500$ Å približno (infracrveno) [*sl.* 172].

Kod veoma slabih luminancija kriva je pomerena ulevo; maksimum efikasnosti se pomera prema plavom. Kod veoma velikih luminancija maksimum je pomeren udesno. To je Purkinjeova (Purkinje) pojava.

VREDNOST MAKSIMALNE SVETLOSNE EFIKASNOSTI. SVETLOSNA EFIKASNOST OBIČNIH IZVORA. Poznavanje prethodne krive i zakona zračenja crnog tela, s jedne strane, i definicija lumena, s druge strane, dozvolili su da se oceni maksimalna svetlosna efikasnost. Nađeno je da je ona jednaka 680 lumena na vat. Njena recipročna vrednost

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{680} = 0{,}001\,47 \text{ vati na lumen},$$

naziva se *mehanički ekvivalent lumena*.

Efikasnost izvora bele svetlosti je mnogo manja. Električne sijalice daju retko iznad 15 lumena na vat. One zrače veći deo svoje energije u infracrvenom, bez ikakve koristi za oko. Luminescentne cevi mogu dati 30 do 35 lumena na vat. Petrolejska lampa daje približno 0,3 lumena na vat.

MERNI INSTRUMENTI. FOTOMETRI I LUKSMETRI. Da bi se uporedio intenzitet dva izvora, traži se da se ostvari jednakost luminancija dva identična difuzna zaklona, od kojih svaki prima svetlost od jednog izvora. Ako njih oko posmatra u istim uslovima, ova jednakost nameće jednakost njihovih osvetljenosti od strane dva izvora. Jednakost utisaka u oku dobija se slabljenjem u poznatom odnosu osvetljenosti jednog od dva difuzna zaklona.

Najprostiji fotometar [Bugeov (Bouguer) fotometar, 1729] sastoji se od prozračnog lista papira (*sl.* 173), čiju jednu polovinu osvetljava jedan izvor, a drugu polovinu drugi izvor. Udaljavajući jedan izvor od zaklona, posmatrač može postići jednakost svetlosnih utisaka.

Primena Lambertovog obrasca pokazuje da su intenziteti dva izvora obrnuto proporcionalni kvadratima njihovih rastojanja od zaklona. Tako se može utvrditi da od pet jednakih izvora, jedan od njih proizvodi na datom rastojanju istu osvetljenost kao četiri ostala zajedno, postavljena na dvostruko veće rastojanje, što potvrđuje polazne hipoteze.

Luksmetri su aparati namenjeni za merenje osvetljenosti u blizini neke tačke. Najčešće se koriste (u fo-

tografiji, na primer) fotoćelije koje svetlosnu energiju pretvaraju neposredno u električnu struju. Proizvedena struja šalje se u mikroampermetar.

Aparat je etaloniran, i tamo gde se zaustavi kazaljka čita se ili osvetljenost u luksima ili neki drugi ugovoreni podeoci (vreme eksponiranja koje odgovara datom otvoru objektiva, na primer).

PRAKTIČNA PRIMENA FOTOMETRIJE. Fotometrija se pojavljuje u našem svakidašnjem životu kako u problemima koje nameće racionalno korišćenje svetlosti u mestima stanovanja, rada, odmora, prodavnicama, tako i u problemima osvetljavanja javnih puteva, — da pomenemo samo najpoznatije primere.

INTERFERENCIJA SVETLOSTI. NELOKALIZOVANA INTERFERENCIJA

JUNGOV OGLED SA USKIM KRUŽNIM OTVORIMA. Posmatrajmo tačkasti izvor S koji zrači monohromatičnu svetlost prema neprovidnom zaklonu E_1, na kome se nalaze dva veoma uska kružna otvora (1/10 milimetra, na primer), sa centrima O_1 i O_2, veoma bliskim ($O_1O_2 = 0{,}5$ mm, na primer), i uhvatimo na zaklonu E_2 svetlost koja prođe kroz dva otvora (*sl.* 174). S se nalazi na simetrali duži O_1O_2. Prema hipotezi pravolinijskog prostiranja svetlosti očekujemo da vidimo na zaklonu E_2 dve odvojene pege sa centrima $O_1'O_2'$ koje se ističu na tamnoj podlozi (*sl.* 175). U stvarnosti, mi vidimo niz paralelnih ekvidistantnih linija, naizmenično svetlih i tamnih, raspoređenih simetrično u odnosu na jednu centralnu svetlu liniju (*sl.* 174). Ove linije se nazivaju *interferentne pruge* (trake). One su normalne na ravan SO_1O_2. »Centralna pruga« naziva se ona pruga koja prolazi kroz C, tačku zaklona E_2 koja je jednako udaljena od O_1 i O_2. Postojanje svetlosti izvan dve kružne pege, predviđene hipotezom o pravolinijskom prostiranju svetlosti, nameće da se konstatuje nemogućnost te hipoteze da objasni ovu pojavu, i da se pronađe neki drugi način prostiranja, koji dozvoljava da se objasni ne samo ova nova pojava, već i one pojave koje hipoteza o pravolinijskom prostiranju uspešno objašnjava.

HAJGENS-FRENELOVA TALASNA TEORIJA. Hajgens je 1690. predložio mehanizam prostiranja svetlosti u vidu sukcesivnih talasa. Za njega je tačkasti svetlosni izvor centar emisije sukcesivnih pulsacija analognih onima koje daje, na primer, šiljak povezan sa zvučnom viljuškom i koji pravilno udara po površini tečnosti. Ove pulsacije stvaraju perturbacije nazvane talasi koji se u homogenoj i izotropnoj sredini prostiru konstantnom brzinom u svim pravcima, brzinom koja zavisi od prirode sredine. Tačke koje istovremeno dostigne ista perturbacija, nalaze se na površini koja se naziva talasna površina. Hajgens pretpostavlja da se različite tačke talasne površine u momentu kada ih dostigne perturbacija ponašaju kao novi izvori emisije. Nova talasna površina je obvojnica sekundarnih talasića koje emituju ove tačke, igrajući ulogu sekundarnih izvora.

Kada talas naiđe na površinu ogledala ili dioptera, tačke površine se ponašaju kao sekundarni centri emisija koji su dostignuti — i koji, prema tome, počinju da emituju — u različitim vremenima. Ova teorija dozvoljava da se pokaže, na primer, da ravno ogledalo jedan ravni talas transformiše u ravni talas simetričan u odnosu na normalu na ogledalo (*sl.* 176), a ravni diopter u ravni talas čija je orijentacija promenjena usled promene brzine prostiranja oscilacija kada one prelaze iz prve sredine u drugu (*sl.* 177). Svetlosni zraci geometrijske optike pojavljuju se u ovoj teoriji kao normale na talasne površine i tako se ponovo nalaze Dekartovi zakoni. Mi ćemo, međutim, videti da ova talasna teorija dozvoljava da se objasne i pojave interferencije i pojave difrakcije, o kojima će biti kasnije reči. *Fizička optika* naziva se skup pojava koje objašnjava talasna teorija svetlosti.

Frenel je 1815. prihvatio Hajgensove ideje i upotpunio ih, što mu je dozvolilo da objasni pojave, koje smo pomenuli, i da predvidi druge, koje je ogled potvrdio. Izučavanjem polarizacije (vidi dalje) Frenel je bio naveden na misao da su svetlosne oscilacije transverzalne oscilacije (koje se odvijaju u ravni normalnoj na pravac prostiranja, dakle na svetlosni zrak). Frenel je mislio da su ove oscilacije mehaničke oscilacije imaterijalne sredine, nazvane »etar«, koji prožima sva tela uključujući i vakuum. Maksvel je pokazao kasnije da su ove oscilacije spregnute oscilacije vektora električnog polja $\vec{E}$ i vektora magnetskog polja $\vec{H}$. Vektor $\vec{E}$ naziva se *svetlosni vektor*. Posmatranje ovog vektora omogućava da se objasni najveći broj svetlosnih pojava koje nas ovde interesuju.

Prema tome, monohromatičnu svetlost karakterisaće frekvencija f (ili ν), period $T = \frac{1}{f}$, kružna frekvencija

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f,$$

brzina prostiranja v u materijalnoj sredini, c u vakuumu $\left(\frac{c}{v} = N, \text{ apsolutni indeks sredine}\right)$, dakle talasna dužina $\lambda = vT$ u materijalnoj sredini, $\lambda_0 = cT$ u vakuumu $\left(\lambda = \frac{\lambda_0}{N}\right)$. Oscilatorno stanje neke tačke M svetlosnog zraka biće predstavljeno u vremenu t izrazom

$$y_M = a\cos(\omega t + \Phi) = a\cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \Phi\right).$$

a je amplituda oscilacije, Φ faza.

PRINCIP JUNGOVE INTERFERENCIJE. Jung je postavio (1801. do 1807) da je svetlosni vektor u tački M, koja prima svetlost iz više izvora, jednak geometrijskom zbiru svetlosnih vektora koji potiču od raznih izvora, i da je osvetljenost zaklona u tački M proporcionalna kvadratu amplitude rezultantnog vektora. Ako je a amplituda rezultantnog vektora, postavlja se $I = a^2$ (I, intenzitet oscilacija). Ako svetlosni vektori imaju isti nosač, geometrijsko sabiranje svodi se na algebarsko sabiranje. To je slučaj sa kojim ćemo se susresti.

Uzimajući u obzir Hajgens-Frenelovu teoriju i Jungov princip, pokazaćemo da se može objasniti Jungov ogled sa uskim otvorima.

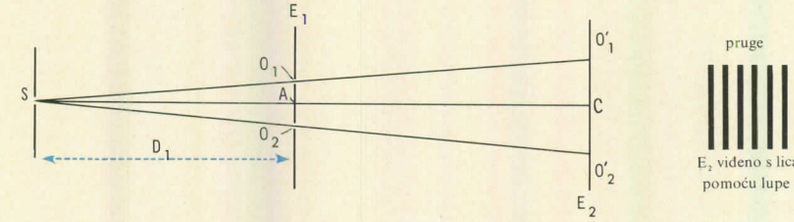
OBJAŠNJENJE JUNGOVOG OGLEDA SA USKIM OTVORIMA. U ovom ogledu svetlosni izvor S posmatra se kao početak oscilatorne pojave, a tačke O_1 i O_2 kao dva sekundarna izvora istog perioda i k tome u fazi, ako su strogo ekvidistantni od S.

Potražićemo kakva je raspodela osvetljenosti u raznim tačkama prostora, a posebno na ekranu E_2 u blizini tačke C. To nas navodi da izračunamo amplitudu rezultantne oscilacije u tački M ekrana E_2 bliskoj tački C, pri čemu su komponentne oscilacije potekle u fazi iz tačaka O_1 i O_2.

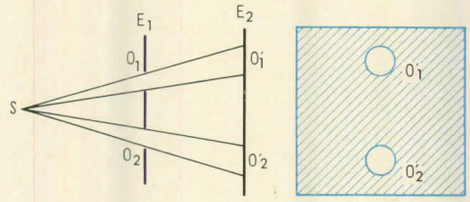
Pojava je očevidno simetrična u odnosu na osu O_1O_2; dovoljno je, dakle, da se ona izučava u ravni koja prolazi kroz O_1O_2; izučavanje slaganja oscilatornih kretanja pokazuje da u svakom momentu postoji saglasnost faza i usled toga maksimum amplitude na pravoj AC i na hiperbolama žiža O_1 i O_2, skupovima tačaka M, za koje je razlika rastojanja $MO_1 - MO_2$ jednaka celom broju talasnih dužina; označimo sa (H_1) familiju ovih hiperbola.

Naprotiv, postoji takođe i totalno destruktivna interferencija, prema tome amplitude nula, dakle, mrak, u svim tačkama za koje je ova razlika rastojanja jednaka neparnom broju polutalasnih dužina; uzmimo da je (H_2) familija ovih hiperbola.

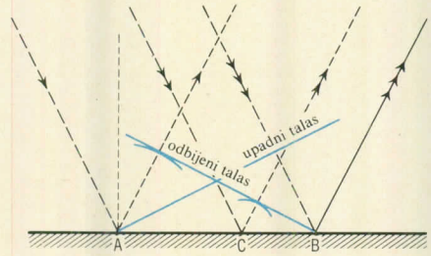
U prostoru imaćemo maksimum svetlosti u ravni P, postavljenoj kroz A normalno na O_1O_2 (ova ravan sadrži AC), i na hiperboloidima nastalim rotacijom hiperbola familije (H_1) oko ose O_1O_2. Zaklon E seče ravan P duž prave normalne u C na $O_1'O_2'$, koja će biti veoma sjajna i koja će sačinjavati centralnu prugu; on seče hiperboloide familije (H_1) duž hiperbola koje imaju kao osu $O_1'O_2'$; u blizini temena, lukovi hiperbola su normalni na osu i izgledaju kao



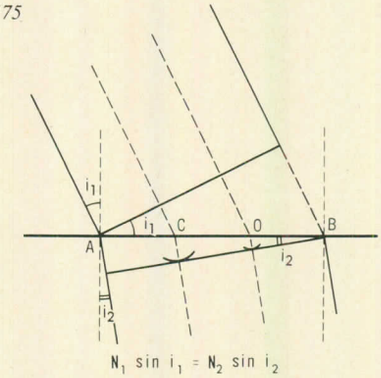
Sl. 174



Sl. 175



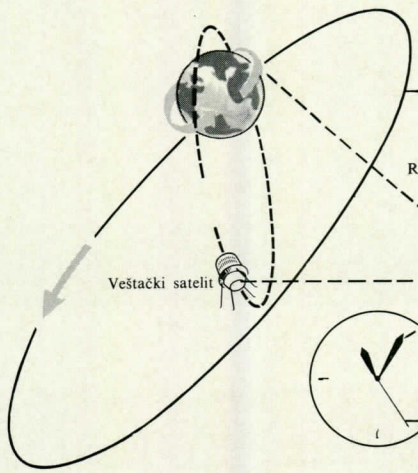
Sl. 176



Sl. 177

FREKVENCIJE I NJIHOVE PRIMENE

ELASTIČNE FREKVENCIJE | SKALE | ELEKTROMAGNETSKE FREKVENCIJE



Revolucija, obrtanje Zemlje oko Sunca

Rotacija, obrtanje Zemlje oko sopstvene ose

Veštački satelit

Minutna skazaljka

Sekundna skazaljka

Disanje

Srčani ritam

Turboreaktor

Eksplozivni motor

slepog miša

ULTRA-ZVUKOVI

centrifugalni

Milijarditi delovi cikla — 32

Milioniti delovi cikla — 12 — 180 — 280

Hiljaditi delovi cikla — 17 — 250

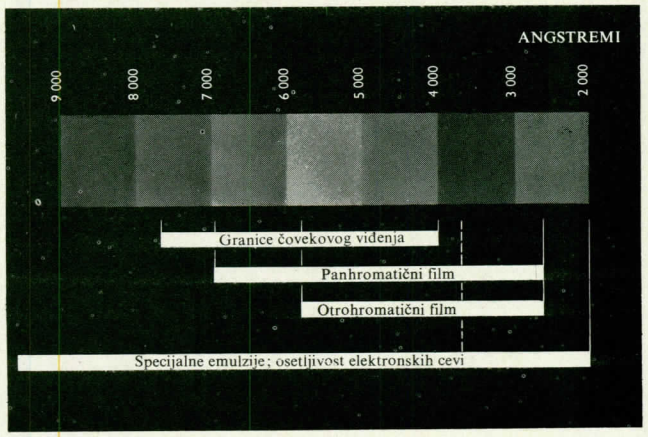
Cikli — 1 — 10 — 16 — 100

Kilocikli — 0,05 — 1 — 5 — 10 — 20 — 100 — 1 000 — 10 000 — 100 000

Milioni kilocikla — 0,1 — 1 — 10 — 100 — 1 000

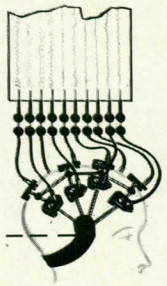
Milijarde kilocikla — 1 — 10 — 100 — 1 000 — 10 000 — 100 000 — 1 000 000 — 10 000 000

Trilioni kilocikla — 0,01 — 0,1 — 1 — 10 — 100

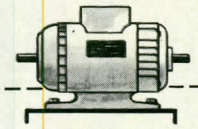




Gramofonska ploča sa 33 obrtaja



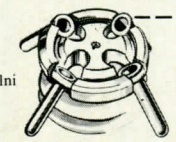
Moždani talasi



Struja električne mreže 50 perioda





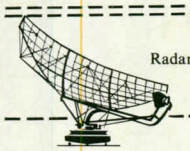


Policija

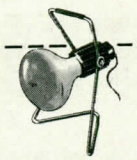


Televizija

HERCOVI TALASI



Radar



INFRACRVENO PODRUČJE

VIDLJIVI SPEKTAR

Solarna (sunčana) lampa



Sunce

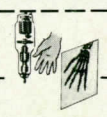


ULTRALJUBIČASTO PODRUČJE

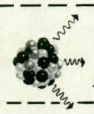
Atom



Radiografija

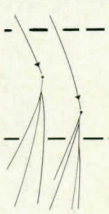


X-ZRACI



Jezgro

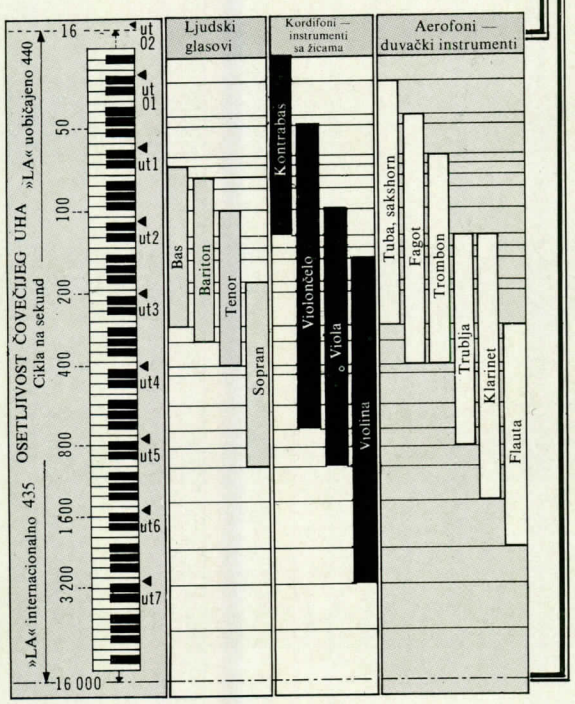
GAMA ZRACI



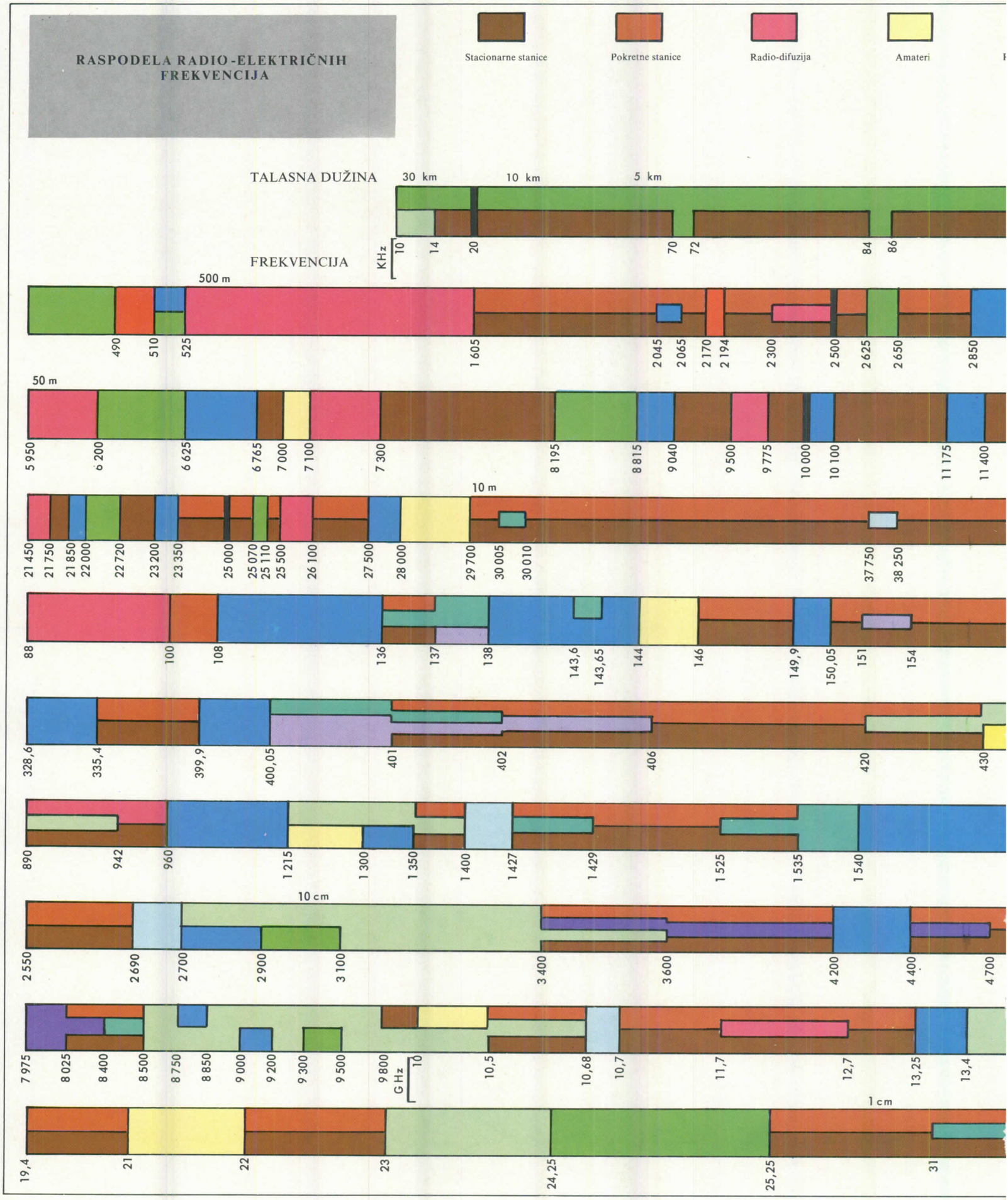
KOSMIČKI ZRACI

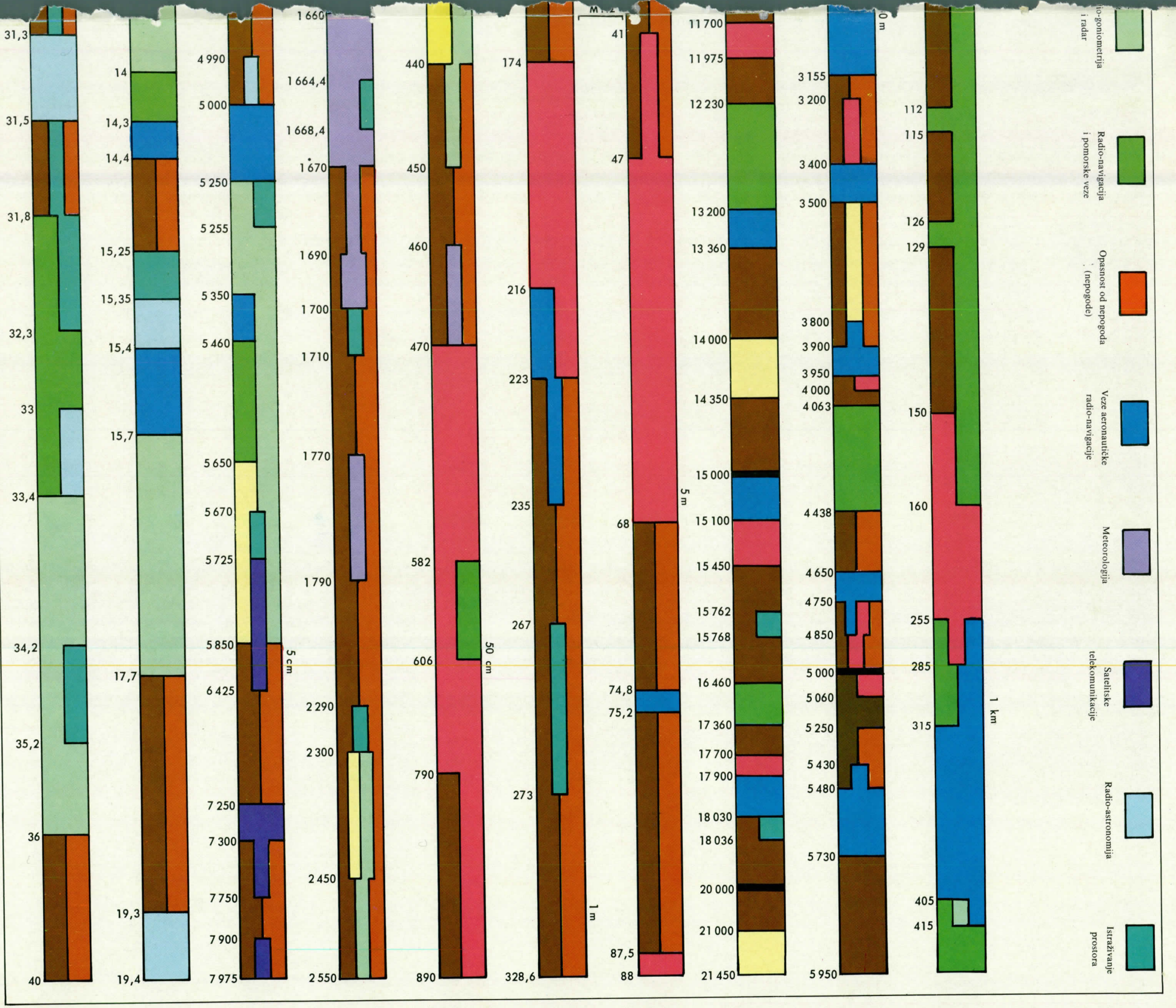
TALASNE DUŽINE

100 000 m
10 000 m
1 000 m
100 m
10 m
1 m
10 cm
1 cm
1 mm
100 μ
10 μ
1 μ
1 000 Å
100 Å
10 Å
1 Å
0,1 Å
0,01 Å
0,001 Å
0,0001 Å



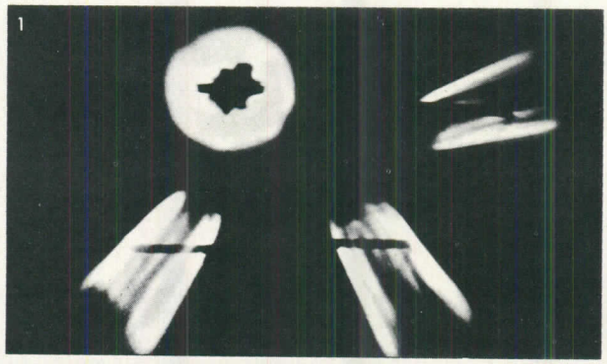
RASPODELA RADIO-ELEKTRIČNIH FREKVENCIJA

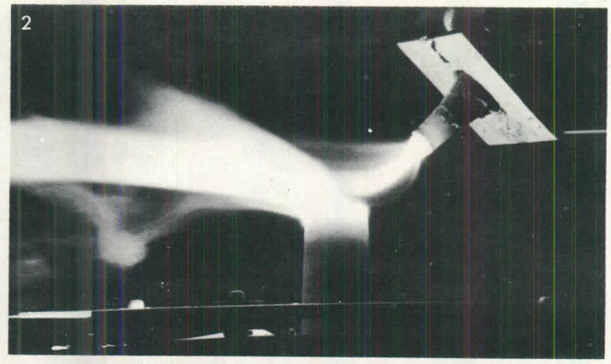


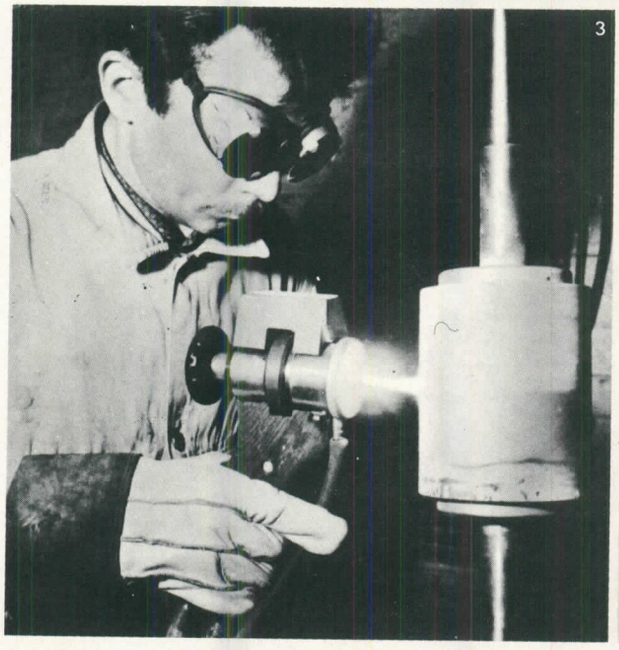

31,3
31,5
31,8
32,3
33
33,4
34,2
35,2
36
40
14
14,3
14,4
15,25
15,35
15,4
15,7
17,7
19,3
19,4
4 990
5 000
5 250
5 255
5 350
5 460
5 650
5 670
5 725
5 850
6 425
7 250
7 300
7 750
7 900
7 975
5 cm
1 660
1 664,4
1 668,4
1 670
1 690
1 700
1 710
1 770
1 790
2 290
2 300
2 450
2 550
440
450
460
470
582
606
790
890
50 cm
174
216
223
235
267
273
328,6
1 m
41
47
68
74,8
75,2
87,5
88
5 m
11 700
11 975
12 230
13 200
13 360
14 000
14 350
15 000
15 100
15 450
15 762
15 768
16 460
17 360
17 700
17 900
18 030
18 036
20 000
21 000
21 450
0 m
3 155
3 200
3 400
3 500
3 800
3 900
3 950
4 000
4 063
4 438
4 650
4 750
4 850
5 000
5 060
5 250
5 430
5 480
5 730
5 950
112
115
126
129
150
160
255
285
315
405
415
1 km
Radio-goniometrija i radar
Radio-navigacija i pomorske veze
Opasnost od nepogoda (nepogode)
Veze aeronautičke radio-navigacije
Meteorologija
Satelitske telekomunikacije
Radio-astronomija
Istraživanje prostora

VISOKE TEMPERATURE

1. Tokom istraživanja fuzije atomskih jezgara plazma (okrugli oblak, gore) je zarobljena u aksijalnoj zoni magnetske boce. U vremenu jednog dela sekunde, temperatura u utrobi plazme dostizala je 40 miliona stepeni. (Tri izdužene pruge su izgledi plazme reflektovani pod raznim uglovima posredstvom ogledala).
(Dok. General Dynamics)



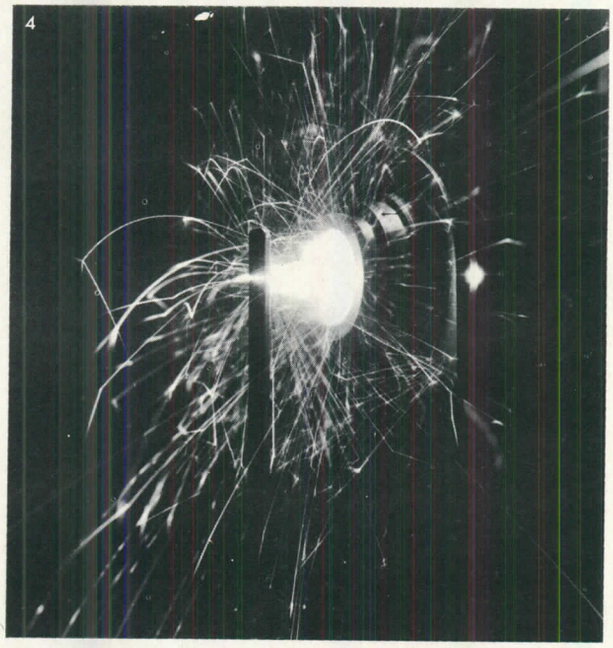




2. Anoda intenzivnog luka sadrži okside retkih zemalja čije isparavanje stvara zonu jake provodljivosti (jonizacije), koja povećava gustinu struje. Temperatura u krateru luka može tako premašiti 5 000°C.
(Fot. Bouillot — C. S. F.)

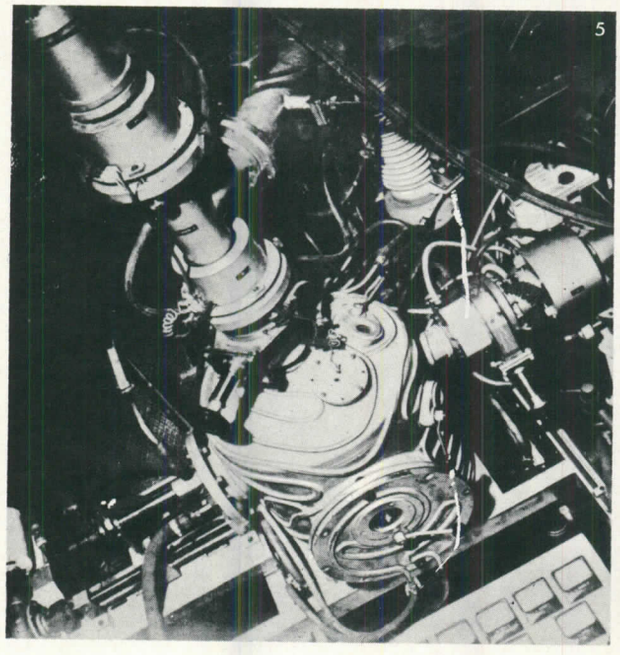
3. Sa lampama za zavarivanje na plazmu — u kojoj je gas pretvoren u plazmu pomoću električnog luka — dobijene su temperature koje dostižu 50 000°C. Za *industrijske* primene (ovde primena kod vatrostalnih oblaganja) dovoljne su temperature do 10 000°C.
(Dok. Društvo Arcos)

4. Munja od 400 mikrosekundi dovoljna je snopu ovog lasera da probuši čeličnu ploču od 3 mm debljine. (Svetle pruge izazvane su kapljicama tečnog metala.) *(Fot. X)*

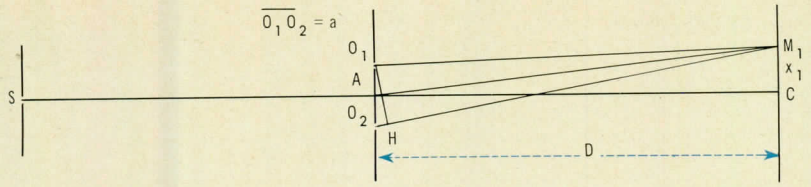


5. Peć za elektronsko bombardovanje (elektronski top). Kao u cevi X-zrakova elektroni jako ubrzani pomoću razlike potencijala udaraju u metu, kojoj predaju svoju kinetičku energiju. Temperatura koju dostiže meta prelazi 3 500°C. Svi metali, uključujući i tungsten, mogu, dakle, biti istopljeni. *(Fot. X)*

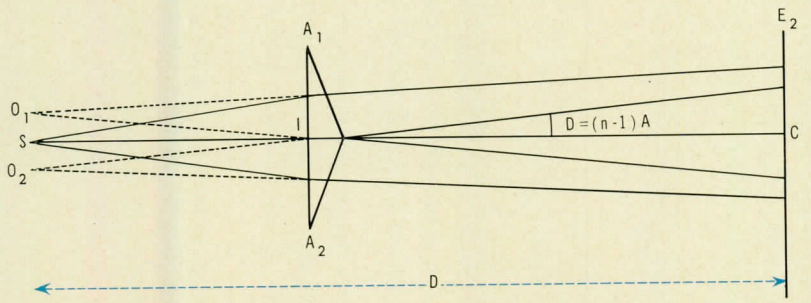
6. Sunčevi zraci, kada se prikupe pomoću velikih ogledala solarnih (sunčanih) peći, dozvoljavaju da se dobiju temperature iznad 3000°C. *(Fot. F. Trombe)*



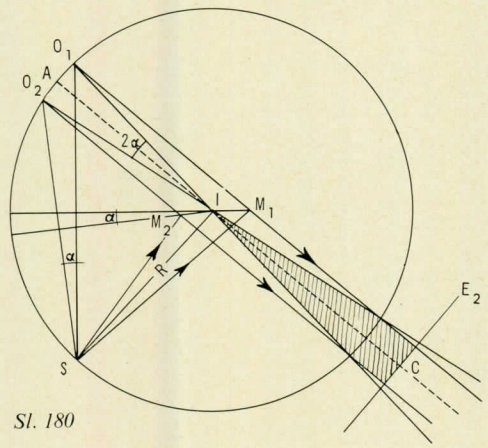




Sl. 178



Sl. 179



Sl. 180

male duži paralelne centralnoj pruzi; tako se objašnjavaju sjajne sukcesivne pruge.

Tamne pruge određene su isto tako presekom ravni zaklona i hiperboloida familije (H_2), na kojima je interferencija potpuno destruktivna.

Može se precizirati i tražiti da se odrede položaji sukcesivnih pruga.

Uzmimo (*sl.* 178) da je x_1 rastojanje CM_1 centralne pruge C od prvog maksimuma svetlosti; u sličnim trouglovima O_1HO_2 i ACM_1 imamo

$$\frac{x_1}{O_2H} = \frac{AM_1}{O_1O_2};$$ uzmimo da je $O_1O_2 = a$

$$O_2H = O_2M_1 - O_1M_1 = \lambda;$$

$AM_1 = AC$ približno, odakle $x_1 = \lambda\frac{D}{a}$.

Na isti način, za prvi minimum imali bismo $O_2H = \frac{\lambda}{2}$,

odakle $y_1 = \frac{\lambda}{2}\frac{D}{a} = \frac{x_1}{2}$, to znači da je prvi minimum na jednakom rastojanju od centralne pruge i od prvog sledećeg maksimuma.

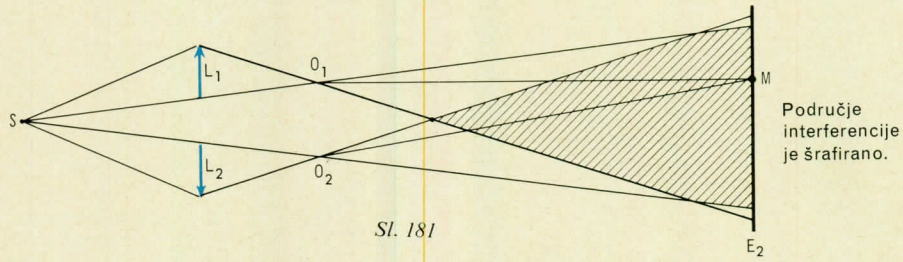
U opštem slučaju, ako se maksimum nalazi na rastojanju x, tako da je

$$O_2M - O_1M = n\lambda, \text{ imamo } x = n\lambda\frac{D}{a};$$

sledeći maksimum će se nalaziti na rastojanju x', tako da je

$$O_2M' - O_1M' = (n+1)\lambda; \text{ odakle } x' = (n+1)\lambda\frac{D}{a};$$

rastojanje između dva sukcesivna maksimuma je,



Sl. 181

dakle

$$x' - x = \frac{D}{a}\lambda,$$

odakle proizlazi da su sukcesivni maksimumi ekvidistantni; njihovo rastojanje nazvano »međupruga« je $i = \lambda\frac{D}{a}$.

Isto važi i za sukcesivne minimume.

Napomena. Talasne dužine svetlosnih oscilacija su veoma male, reda mikrona; da bi međupruge imale širinu vidljivu za golo oko, ili za lupu velikog uvećanja, potrebno je da $\frac{D}{a}$ bude veliko, reda 1 000; uzima se, na primer, $a = \frac{1}{2}$ mm a D = 1 m. Ove vrednosti opravdavaju aproksimacije učinjene u računu, gde je AM_1 zamenjeno sa AC, a podnožje H normale spuštene iz O_1 na O_2M_1 sa tačkom preseka O_2M_1 i kruga centra M_1 i poluprečnika M_1O_1.

MERENJE TALASNE DUŽINE. Prethodni ogled dozvoljava da se odredi talasna dužina svetlosti; meri se dužina koja odgovara određenom broju međupruga, rastojanje a dva uska otvora i rastojanje D zaklona; uzmimo, na primer, D = 1 000 mm, $a = \frac{1}{2}$ mm. Pretpostavimo da smo našli da dužina pet međupruga iznosi 6 mm; odnos $i = \frac{D}{a}\lambda$ daje $\lambda = \frac{a}{D}i$, odakle, za posmatrani slučaj

$$\lambda = \frac{6}{5}\cdot\frac{0{,}5}{1\,000} = 0{,}6.10^{-3}\text{ mm ili } 0{,}6 \text{ mikrona};$$

to je približna talasna dužina žute svetlosti natrijumove pare.

NEOPHODNOST KOHERENTNOSTI IZVORA. Može se postaviti pitanje da li bi se dobio sistem pruga, ako bi se ekran E_1 stavio neposredno ispred izvora, što bi dovelo do toga da otvore O_1 i O_2 osvetljavaju dve različite tačke toga izvora.

Ogled pokazuje da se u tom slučaju ne pojavljuje sistem pruga; ovo se može objasniti ako se ima u vidu da emisija svetlosti u tački nekog izvora predstavlja atomsku pojavu u kojoj, čak i tokom veoma kratkog vremena, učestvuje veoma veliki broj različitih atoma tako da pri emisiji svetlosti u svakoj tački izvora dolazi do veoma velikog broja naglih promena faze tokom vremena. Ako se, dakle, osvetle dva uska otvora O_1 i O_2 pomoću dve različite tačke izvora, oscilacije u O_1 i O_2 biće stalno defazirane i ispoljavaće između sebe promenljivu u vremenu razliku faza; ni do kakve trajne pojave interferencije neće moći doći u tim uslovima; naprotiv, ako dva uska otvora osvetlimo pomoću iste tačke izvora, oni će predstavljati dva izvora sa konstantnom faznom razlikom. Kaže se tada da su ova dva sekundarna izvora *koherentni*.

Napomena. Ogled pokazuje da se dobijaju mnogo svetlije pruge ako se koristi tanka pukotina S i dve tanke pukotine O_1 i O_2 paralelne sa S; dobijene pruge su paralelne sa pukotinama.

DRUGI UREĐAJI ZA DOBIJANJE NELOKALIZOVANIH PRUGA INTERFERENCIJE. Pronađen je veoma veliki broj uređaja za dobijanje pruga koji se svi mogu svesti na Jungov uređaj sa uskim kružnim otvorima. Kod svih ovih uređaja radi se o tome da se dobiju, polazeći od svetle tačke S, dva bliska izvora O_1 i O_2, koji imaju između sebe konstantnu razliku faza (koherentni izvori), a čije oscilacije interferiraju u određenim područjima prostora.

Biprizma. Jedan od tih uređaja poznat je pod imenom »biprizma«. Posmatrajmo dve prizme (mali ugao $\widehat{A}$, indeks n) spojene na osnovama; uski snop, proizišao iz izvora S, pada gotovo normalno na zajedničku površinu A_1A_2; ovaj snop u svakoj prizmi skreće prema bazi: $\widehat{D} = (n-1)\widehat{A}$; nakon prolaska kroz prizmu, zraci izgledaju kao da dolaze iz dve tačke O_1 i O_2 koje mogu igrati ulogu Jungovih otvora; na slici 179 vidi se neposredno da je rastojanje O_1O_2 jednako 2 SI tg $\widehat{D}$, ili zamenjujući tg $\widehat{D}$ lukom, izraženim u radijanima, $O_1O_2 = 2$ SI $(n-1)\widehat{A}$; ovo rastojanje igra ulogu a u Jungovom ogledu sa uskim otvorima; stavljajući zaklon na rastojanje D = SC, vide se pruge sa međusobnim rastojanjem datim obrascem $i = \lambda\frac{D}{a}$.

Frenelova ogledala. Kod Frenelovog uređaja svetlost, koju emituje izvor S, pada na dva ogledala M_1 i M_2 koja međusobno zatvaraju mali ugao α reda nekoliko minuta.

Uzmimo da je ravan slike ravan postavljena kroz S normalno na presek I dva ogledala M_1 i M_2 (*sl.* 180). Dva ogledala daju od S likove O_1 i O_2 simetrične u odnosu na ravni dva ogledala; zraci, proizišli iz S, izgledaju kao da dolaze iz O_1 i O_2, koji igraju ulogu Jungovih uskih otvora.

Pojavljuju se interferentne pruge u celom području koje je zajedničko dvama odbijenim snopovima (osenčeni deo).

Rastojanje SI izvora od preseka dva ogledala je eksperimentalno poznato; uzmimo da je ono R; O_1 i O_2 se nalaze na kružnici centra I, poluprečnika IS; ugao $\widehat{O_1IO_2}$ jednak je 2α; imamo, dakle $O_1O_2 = 2R\cdot\alpha$ (α izraženo u radijanima); da bi se vratili na obeležavanje u Jungovom ogledu, dovoljno je da stavimo $a = 2R\alpha$.

Zaklon na kome se posmatra E_2 postavljen je normalno na AI (A, sredina O_1O_2) na rastojanju D =

= AI + IC = R + IC; rastojanje IC zaklona od ose ogledala meri se direktno; pruge imaju za centar tačku C.

Za veću sjajnost pruga podesno je zameniti uski otvor S pukotinom paralelnom liniji preseka ravni ogledala.

Bijetova bisočiva. Ona se dobijaju sečenjem jednog sočiva duž medijanske ravni i udaljavanjem jednog od drugog tako dobijena dva polu-sočiva L_1 i L_2. Sistem se osvetljava pomoću tačkastog izvora S, tako da svako polusočivo daje njegov realan lik O_1 i O_2. Ova dva lika igraju ulogu Jungova dva uska otvora (*sl.* 181).

LOKALIZOVANA INTERFERENCIJA

PRUGE LOKALIZOVANE U BESKONAČNOSTI. PRSTENOVI ISTOG NAGIBA. Posmatrajmo staklenu plan-paralelnu ploču na koju pada svetlosni zrak SI_1 (*sl.* 182). Jedan deo svetlosne energije odbija se (zrak I_1R_1); drugi se transmituje (zrak I_1J_1). U J_1 pojavljuje se novi odbijeni zrak J_1I_2 (i jedan prelomljeni J_1T_1, koji za momenat nećemo posmatrati). U I_2 dobijamo jedan prelomljeni zrak I_2R_2 i jedan odbijeni zrak I_2J_2, i tako redom.

Posmatrajmo dva zraka I_1R_1 i I_2R_2. Oni su paralelni. Može se smatrati da je tačka njihovog preseka M u beskonačnosti. Dve oscilacije koje su došle u M putevima SI_1R_1M i $SI_1J_1I_2R_2M$, prešle su različite dužine puteva; one imaju, dakle, u M razliku faza koja potiče od prolaska kroz ploču. U zavisnosti od vrednosti ove razlike faza, imaćemo u M rezultantnu oscilaciju maksimalne ili minimalne amplitude, dakle maksimum ili minimum svetlosti. Kako razlika faza zavisi od upadnog ugla *i*, svi upadni zraci istog nagiba daće u beskonačnosti identična oscilatorna stanja. Dakle, imaćemo ostvarenu interferenciju lokalizovanu u beskonačnosti. Kada se nagib menja, menja se i oscilatorno stanje u beskonačnosti. Ako ploču osvetlimo pomoću konačnog izvora, šaljući na nju zrake koji imaju sve moguće nagibe oko vrednosti $i = 0$, imaćemo u dva puta odbijenom snopu skupove zrakova jednakog nagiba prema normali na površine ploče, a njihova će razlika faza u M, koja će biti ista za svaki nagib, zavisiti od nagiba. Ako se na konvergentno sočivo ose normalne na ploču prime odbijeni snopovi, svakoj tački M u beskonačnosti, koja zatvara sa normalom (dakle, sa osom sočiva) ugao *i*, odgovaraće lik u žižnoj ravni. Likovi su sekundarne žiže sočiva u odnosu na sekundarne ose, koje zatvaraju ugao *i* sa glavnom osom. U žižnoj ravni sočiva obrazovaće se, dakle, prstenovi sa centrima na osi poluprečnika $r = fi$ (*f* je žižna daljina sočiva). Da izvor ne bi ometao prostiranje odbijenih zrakova, koristi se (*sl.* 183) polu-propusna ploča, to jest ploča čija je refleksiona moć dosta velika, ali čija je transparencija — propustljivost takođe znatna. Takve ploče dobijaju se stavljanjem tankog sloja srebra na njihove površine. Teorija pokazuje da su poluprečnici prstenova obrnuto proporcionalni kvadratnom korenu debljine ploče i da se menjaju kao kvadratni koreni prirodnog niza brojeva; udaljavajući se od centra, oni se zbijaju.

Ukoliko se na sočivo ne prima odbijena svetlost (zraci I_1R_1 i I_2R_2), nego propuštena svetlost (J_1T_1 i J_2T_2), vide se slični prstenovi s tom razlikom što, ako refleksioni prstenovi imaju, na primer, svetao centar, transmisioni prstenovi imaju taman centar.

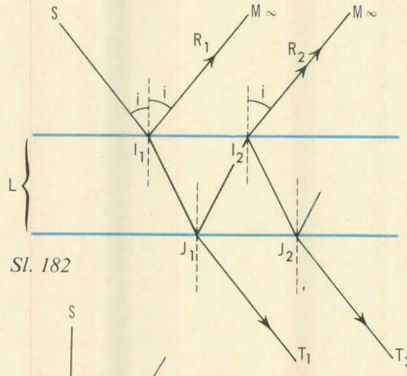
Umesto da se koristi staklena ploča L, može se koristiti sloj vazduha između dve polu-odbijajuće staklene ploče. Teorija pojave je ista, ali usled većeg broja korišćenih zrakova, dobijeni svetli prstenovi su mnogo tanji i ističu se mnogo bolje na tamnoj podlozi. Sa mnogo većom preciznošću može se, dakle, ođrediti položaj svetlih pruga. Interferometar Peroa (Pérot) i Fabrija (Fabry) koji predstavlja aparat tog tipa, široko se koristio i koristi u primenama interferencije.

PRUGE LOKALIZOVANE NA PLOČAMA. PRUGE JEDNAKE DEBLJINE. Posmatrajmo sada ploču male debljine, ograničenu sa dve ravne površine, koje zatvaraju veoma mali ugao, reda minuta, i upadni zrak koji pada u I_1 na gornju površinu (*sl.* 184). On stvara odbijeni zrak I_1R_1 i jedan prelomljeni zrak I_1J_1 koji sa svoje strane stvara odbijeni zrak J_1I_2 i najzad izlazni zrak I_2R_2. Dva zraka I_1R_1 i I_2R_2 seku se u tački M veoma bliskoj ploči, praktično u njoj. Oko, koje ispituje površinu ploče, posmatra pruge lokalizovane na njoj. Ono ih vidi kao da su one tu naslikane. Razlika faza dva zraka, čiji se nosači seku u M, zavisi od debljine ploče u neposrednoj blizini M, i zbog toga se posmatrane pruge nazivaju »pruge jednake debljine«.

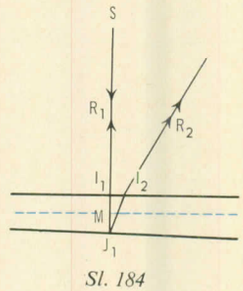
Njutnovi prstenovi. Klasičan primer pruga ovog tipa jesu Njutnovi prstenovi. Ploča o kojoj je reč predstavlja sloj vazduha između staklene ploče i konveksne površine sočiva veoma velikog poluprečnika krivine. Skup tačaka jednake debljine ploče jesu krugovi (*sl.* 185). Vide se doista prstenovi sa centrom na osi sistema. Kada se prelazi sa jednog svetlog (ili tamnog) prstena na sledeći, znači da se debljina sloja vazduha promenila za jednu polutalasnu dužinu svetlosti koja se koristi za osvetljavanje sistema.

Vazdušni klin. Sloju vazduha može se takođe dati oblik klina, postavljanjem jedne sasvim ravne staklene ploče na drugu, isto tako ravnu, i stavljanjem na jednoj strani između njih podloge male debljine (list papira) [*sl.* 186]. Skup tačaka jednake debljine tada su prave linije paralelne ivici diedra, a pruge su pravolinijske, pravilno raspoređene pruge.

Ispitivanje kvaliteta površine. Najzad, ove pruge jednake debljine dozvoljavaju da se ispitaju nedostaci u kvalitetu površine. Ako se na »optički idealnu« ravan stavi približno ravna površina, između dve površine stvara se sloj vazduha, čija se debljina, veoma mala, menja od tačke do tačke. Pojavljuju se interferentne pruge; svaka od njih sledi liniju jednake debljine sloja vazduha i kada se pređe sa ove pruge na sledeću iste prirode (tamnu, na primer), debljina sloja vazduha se menja za $\frac{\lambda}{2}$ (*sl.* 187).

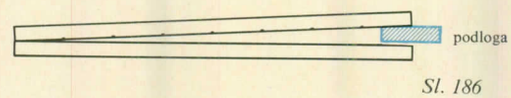


Sl. 182

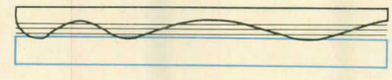


Sl. 184

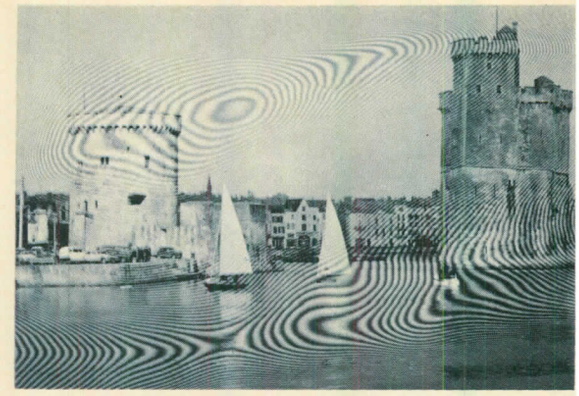
Pretpostavlja se da je upadni zrak normalan na gornju površinu. Ugao između zrakova R_1 i R_2 je veoma mali, reda nekoliko minuta, i oko može istovremeno da prima R_1 i R_2.



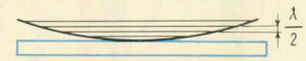
Sl. 186



Sl. 187



Fotografija luke La· Rošel posmatrana kroz duplu staklenu ploču. Vide se interferentne pruge koje proizvodi tanki sloj vazduha.



Sl. 185

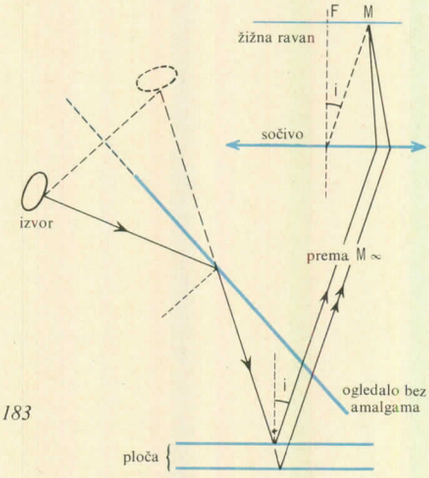
Boje tankih listića (pločica). Tanki listić, recimo sloj sapunice obojen belom svetlošću, stvara pojavu interferencije. Njegova veoma mala debljina može biti takva da za izvesne talasne dužine imamo maksimum svetlosti u odbijenom snopu, a za druge minimum svetlosti. Oko, dakle, prima belu svetlost bez izvesnih radijacija, pa prema tome obojenu. Tako dobijene boje nazivaju se »boje tankih listića«.

PRIMENA TANKIH LISTIĆA PRI OBRADI OPTIČKIH POVRŠINA. ANTIREFLEKSIONI SLOJEVI. Kada svetlosni snop pada skoro normalno na diopter koji razdvaja dve sredine indeksa N_1 i N_2, faktor refleksije površine (odnos odbijenog fluksa i upadnog fluksa) iznosi

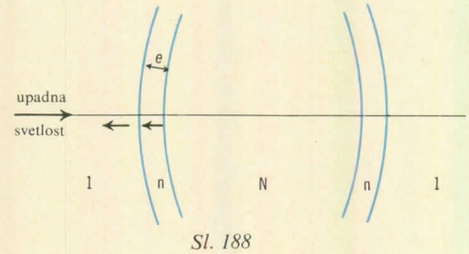
$$R = \left(\frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}\right)^2.$$

Za diopter vazduh ($N_1 = 1$) — za staklo ($N_2 = 1{,}5$), ova veličina iznosi

$$R = \left(\frac{1 - 1{,}5}{1 + 1{,}5}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{4}{100}.$$



Sl. 183



Sl. 188

Fot. Larousse.

Ova refleksiona moć je nezavisna od smera prostiranja svetlosti.

Prva površina sočiva koja primi fluks Φ_0 reflektovaće $\frac{4\Phi_0}{100}$, transmitovaće $\frac{96\Phi_0}{100}$ prema drugoj površini koja će transmitovati $\frac{96}{100} \times \frac{96\Phi_0}{100} \simeq \frac{92}{100}\Phi_0$. Reći će se da je faktor transmisije sočiva $T = \frac{92}{100}$. Ako svetlost prolazi sukcesivno kroz četiri sočiva, na primer, ukupni faktor transmisije biće $T' = T^4 = (0{,}92)^4 \simeq 0{,}72$. 28 % upadne svetlosti biće izgubljeno za stvaranje lika. Poželjno je, dakle, da se smanji faktor refleksije R; to se može postići pomoću tankih listića. Stavi se na površinu sočiva tanki sloj supstancije indeksa n, nazvan *antirefleksioni sloj* (*sl.* 188). Jedan deo svetlosti odbija se na diopteru vazduh-supstancija, drugi na diopteru supstancija-staklo. Teorija interferencije pokazuje da je rezultantna amplituda odbijene oscilacije nula, ako su amplitude dve odbijene oscilacije jednake, što nameće $\frac{1-n}{1+n} = \frac{n-N}{n+N}$, ili nakon rešenja $n = \sqrt{N}$, i ako je debljina ploče e, $2ne = \frac{\lambda}{2}$, gde je λ talasna dužina svetlosti, čija se transmisija želi poboljšati. Ovi teorijski rezultati dovode do praktičnih vrednosti $n \simeq \sqrt{1{,}5} \simeq 1{,}22$ i

$$e = \frac{0{,}55}{4 \times 1{,}22} = 0{,}113\,\mu$$

za obično staklo ($N \simeq 1{,}5$), kroz koje se želi poboljšati transmisija svetlosti maksimalne svetlosne efikasnosti $\lambda = 0{,}55\,\mu$. Na žalost, nije poznata homogena i čvrsta providna supstancija koja ima željeni indeks prelamanja. Zadovoljava se, dakle, približnim rešenjem, koristeći magnezijum-fluorid indeksa 1,38. Slojevi taloga dobijaju se termičkim isparavanjem supstancije u visokom vakuumu. Tako obrađene površine imaju karakterističnu plavo-purpurnu boju; to je boja odbijene svetlosti, lišena žute usled pojave interferencije. Faktori transmisije su tako znatno poboljšani. Periskop podmornice propušta dva puta više svetlosti kada su njegova (mnogobrojna) sočiva »obrađena«. Današnji fotografski objektivi imaju praktično uvek obrađena sočiva.

PRIMENE INTERFERENCIJE

Primene su veoma mnogobrojne a svaka od njih odgovara primeni osetljivih aparatura, kako sa gledišta teorijskog objašnjenja tako i sa gledišta praktične realizacije. Zadovoljićemo se, dakle, da pomenemo ove primene bez objašnjavanja njihovih principa. Tako su proizvedeni interferentni refraktometri koji dozvoljavaju da se mere indeksi prelamanja, posebno indeksi gasova, uvek bliski 1 (1,000 293 za vazduh na 0° pod pritiskom 760 mm žive), koji se ne mogu odrediti klasičnim metodima korišćenim za tečnosti i čvrsta tela. Mogla se izučavati disperzija gasova, to jest promena njihovog indeksa u zavisnosti od talasne dužine. *Majkelsonov interferometar*, upotrebljiv i kao refraktometar, naročito je poslužio za merenje talasnih dužina, a posebno za merenje širine spektralnih linija (linija talasne dužine λ prenosi, u stvari, oscilacije talasnih dužina između

$$\lambda - \Delta\lambda \quad \text{i} \quad \lambda + \Delta\lambda,$$

$2\Delta\lambda$ je širina linije). Crvena kadmijumova linija ($\lambda \simeq 6438$ Å), posebno tanka, služila je tokom dugog vremena kao osnovni etalon za spektroskopska merenja talasnih dužina. Majkelson i Benoa (Benoit) su prvi put 1893. uporedili metar-etalon sa talasnom dužinom crvene kadmijumove linije.

Internacionalni komitet za težine i mere, koji se sastao 1957, preporučio je da se kao etalon talasne dužine usvoji narandžasta linija izotopa kriptona 86. Za talasnu dužinu u vakuumu ove radijacije usvojena je vrednost 6057,8021 angstrema, što je povuklo za sobom novu definiciju metra, naime: »dužina jednaka 1 650 763,73 talasnih dužina u vakuumu radijacije koja odgovara prelazu između nivoa $2p_{10}$ i $5d_5$ atoma kriptona 86«, pri čemu je određivanje vrednosti očevidno izvršeno interferometrijskim metodima.

Isti Majkelsonov interferometar dozvolio je da se pokaže da je nemoguće evidentirati promenu brzine svetlosti u odnosu na Zemlju, ma kakav bio pravac prostiranja svetlosnih zrakova uprkos kretanju Zemlje (*v.* Relativnost).

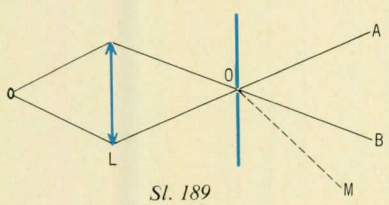
Interferometar Peroa i Fabrija sa poluposrebrenim pločama koristi se kao interferentni filter. Ako se osvetli belom svetlošću, on propušta samo mali broj skoro monohromatičnih radijacija. Ako se izabere podesna debljina, može se postići da prođe radijacija koja se želi, i to na čitavom području spektra. On je poslužio upoređivanju talasnih dužina sa metar-etalonom. Osim apsolutnog merenja talasne dužine, on je dozvolio da se uporede talasne dužine ostalih linija sa talasnom dužinom linije etalona, da se izuči struktura kompleksnih linija, sastavljenih od veoma bliskih komponenata, kao i širina linija.

Najnoviji pronalazak lasera uneo je sasvim nove elemente u metrologiju velike preciznosti. Ovaj aparat daje svetlosne linije neuporedivo tanje od linija koje se dobijaju korišćenjem uobičajenih izvora svetlosti. Ove krajnje tanke linije dozvoljavaju da se poveća korisna dužina interferometara, a time i preciznost merenja dužina. Izgleda da se mnogobrojni ogledi iz oblasti klasične interferometrije mogu obnoviti i poboljšati.

DIFRAKCIJA SVETLOSTI

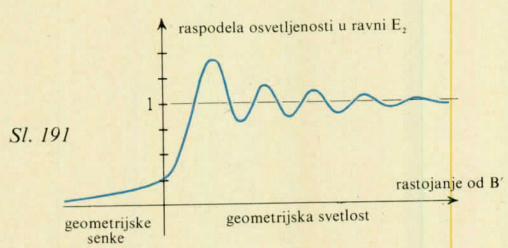
DEMONSTRACIJA POJAVA DIFRAKCIJE. Već smo pomenuli postojanje ovih pojava za vreme izučavanja principa pravolinijskog prostiranja svetlosti i kada smo razmatrali granicu razlikovanja mikroskopa i astronomskog durbina. Sada ćemo ih izučavati sistematski i pre svega opisati dva ogleda koji dozvoljavaju da se utvrdi njihovo postojanje.

Prvi ogled. Pomoću igle probušen je na foliji mali otvor O. Na niemu se obrazuje lik električnog luka pomoću sočiva L (*sl.* 189). Princip pravolinijskog prostiranja navodi nas da očekujemo svetlost samo u konusu AOB koji određuju rubovi sočiva. Međutim, oko postavljeno u M, čak dosta daleko od konusa, prima svetlost i vidi otvor jasno osvetljen.



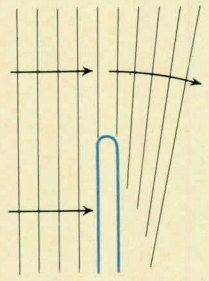
Sl. 189

Drugi ogled. Tačkasti izvor S osvetljava zaklon E_2. Neprovidni zaklon E_1 hvata deo snopa (*sl.* 190).

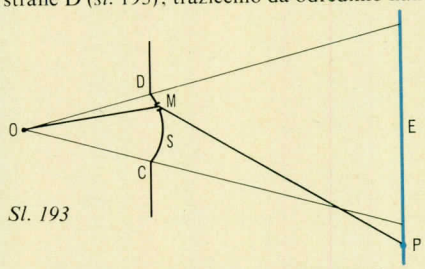


Sl. 191

On je ograničen pravolinijskim oštrim rubom B. Umesto da se na E_2 vide dva područja, jedno tamno a drugo osvetljeno, razdvojena jasnom linijom B′, primećuju se izvan senke, a u blizini njene granice, paralelne naizmenično svetle i tamne pruge. Zapaža se posebno, određujući položaj B′ koji bi dalo pravolinijsko prostiranje svetlosti (granica »geometrijske« senke), da svetlost zalazi u unutrašnjost ove geometrijske senke (*sl.* 191). Jedan deo svetlosti može, dakle, obići prepreku koju predstavlja neprovidni zaklon. Ova pojava nas podseća na pojavu koja se uočava kada sukcesivni paralelni talasi udaraju na nasip, normalan na pravac njihovog prostiranja (*sl.* 192). Perturbacije koje izazivaju talasi ne prostiru se strogo pravolinijski pored nasipa i može se lako videti da deo fronta talasa, bliskih kraju nasipa, obilazi nasip i narušava mirnoću vode koja se nalazi desno i za koju bi se moglo pomisliti da je zahvaljujući nasipu u zaklonu.


Sl. 192

OBJAŠNJENJE POJAVA DIFRAKCIJE. PRIMER: DIFRAKCIJA NA PUKOTINI. Uzmimo u dijafragmi D otvor, ograničen konturom C. Izvor O šalje svetlost koja prolazi kroz otvor. Znamo da deo svetlosti dospeva do tačaka izvan dela konusa, čiji je vrh u O i koji se oslanja na C, dela konusa s druge strane D (*sl.* 193); tražićemo da odredimo kako je



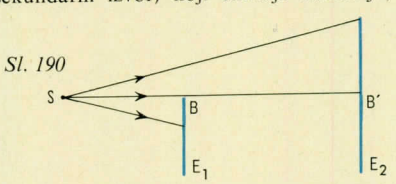
Sl. 193

raspodeljena propuštena svetlost; pokušaćemo, na primer, da nađemo vrednost osvetljenosti u tački P zaklona E kada ova tačka zauzima sve moguće položaje. Hajgens i Frenel su zastupali mišljenje, vodeći računa o hipotezi o talasnoj prirodi svetlosti, da se na sledeći način može odrediti svetlosna oscilacija koja dospeva u tačku P:

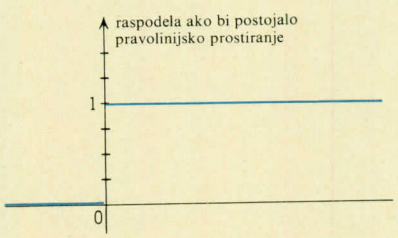
1. pridajući otvoru C neku površinu S, ograničenu sa C;

2. rastavljajući ovu površinu S na elemente dS, koji okružavaju različite tačke M na S;

3. uzimajući da je svaki element (M/dS) novi izvor (sekundarni izvor) koji emituje oscilaciju, čija je



Sl. 190



amplituda proporcionalna površini dS i amplitudi oscilacije proizišle iz O kada ona stigne u M, a čija je faza — faza oscilacije proizišle iz O kada ona stigne u M;

4. slažući razne oscilacije koje dolaze u P, a dolaze iz raznih sekundarnih izvora (Mds).

Napomena. Ako kao površinu S izaberemo jednu talasnu površinu, različiti sekundarni izvori emituju oscilacije koje su u fazi, što dozvoljava da se račun uprosti.

Primenjujući ovaj metod na slučaj pravougle pukotine širine a, male u odnosu na njenu visinu h, koja prima monohromatični paralelni snop pravca normalnog na ravan pukotine, nalazimo da svetlosni intenzitet u pravcu θ mora iznositi $I = I_0 \frac{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}{\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2}$ gde je I_0 oscilatorni intenzitet u pravcu $\theta = 0$, a φ jednako $\frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}$ (*sl.* 194).

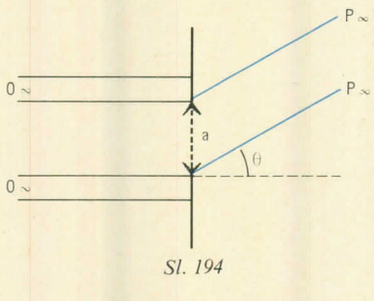
Napred dati obrazac pokazuje da pravci, duž kojih pristiže znatna količina difraktovane svetlosti, utoliko manje skreću od pravca upadne svetlosti ukoliko je širina a veća. Ukoliko je a veće nama izgleda da se utoliko više potvrđuje pravolinijsko prostiranje.

U Jungovom ogledu sa pukotinama, opisanom kod interferencije, svaka pukotina difraktuje svetlost i svetlost difraktovana na jednoj pukotini, interferira sa svetlošću difraktovanom na drugim pukotinama. Zbog toga treba da dve pukotine budu uske i takođe da rastojanje između njih bude malo, da bi dosta velike interferentne međupruge učinile da pojava bude vidljiva.

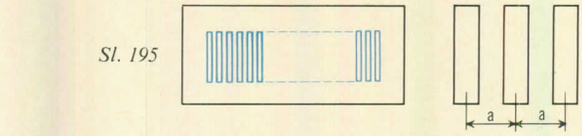
REŠETKE. Ravna rešetka sastoji se od velikog broja uskih, paralelnih, jednakih i ekvidistantnih pukotina, smeštenih u istoj ravni (*sl.* 195). Rešetka se dobija urezivanjem paralelnih zareza na staklenoj ploči. Rastojanje između dva zareza naziva se konstanta (korak) rešetke. Ova je često manja od 1/100 milimetra. Roulend (Rowland) je uspeo da dobije rešetke koje imaju do 1700 zareza na milimetar. Ako rešetka primi paralelan snop monohromatične svetlosti (*sl.* 196), koji dolazi iz pukotine paralelne zarezima rešetke, postavljene u žižnu ravan sočiva, svaki zarez difraktuje svetlost onako kako je to činila pukotina izučavana u prethodnom paragrafu. Difraktovani zraci, proizišli iz raznih pukotina, interferiraju, pa tako u određenim pravcima θ imamo maksimum svetlosti, u drugima minimum (mrak). Teorija pokazuje da su pravci θ maksimuma svetlosti definisani odnosom $a \sin\theta = k\lambda$, gde je a konstanta rešetke, λ talasna dužina svetlosti, k jedna od vrednosti 0, 1, 2, 3 itd. Ako je upadna svetlost polihromatična i ako sadrži radijacije ljubičastu λ_V, žutu λ_J i crvenu λ_R, svakoj od ovih radijacija odgovara jedan pravac θ_V, θ_J, θ_R maksimalnog intenziteta za svaku vrednost k. $\theta = 0$ je zajedničko svima. Sočivo, koje prima difraktovanu svetlost, daje u svojoj žižnoj ravni niz paralelnih linija: centralnu liniju ($\theta = 0$) zajedničku svim radijacijama i odvojene linije koje odgovaraju vrednostima θ_V, θ_J, θ_R, za $k = 1, 2, 3$ itd. Tako se dobijaju spektri koji se nazivaju spektri reda 1, 2, 3, u zavisnosti da li odgovaraju vrednostima 1, 2, 3 od k. Sa belom svetlošću dobijaju se kontinualni spektri s jedne i s druge strane centralne bele linije. Izvesni spektri se mogu, uostalom, međusobno prekriti (*sl.* 197). Aparatura shematizovana na slici 198, koja sadrži kolimator, rešetku i durbin, funkcioniše, dakle, kao spektroskop. Spektri koji se dobijaju pomoću rešetki su, uopšte uzev, manje sjajni od spektara koji se dobijaju pomoću prizmi, ali njihova prednost je u tome što su skretanja proporcionalna talasnim dužinama; takvi spektri se nazivaju »normalni«.

Postoje drugi tipovi rešetki koji rade na refleksiju — odbijanje umesto na transmisiju — propuštanje, na primer, rešetke napravljene na konkavnim ogledalima.

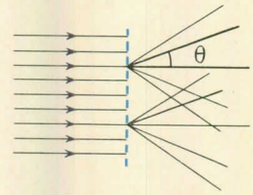
Lako se može posmatrati pojava iste prirode kao što je i difrakcija na rešetki. Dovoljno je postaviti oko blizu ruba gramofonske »long-plej« ploče, čija je ravan okrenuta prema električnoj sijalici. Vidi se spektar emitovane svetlosti. Brazde gramofonske ploče igraju u ovom ogledu ulogu zareza refleksione rešetke.



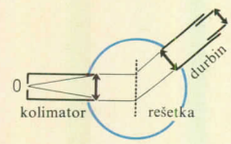
Sl. 194



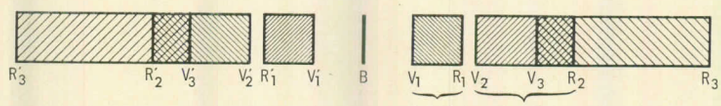
Sl. 195



Sl. 196



Sl. 198

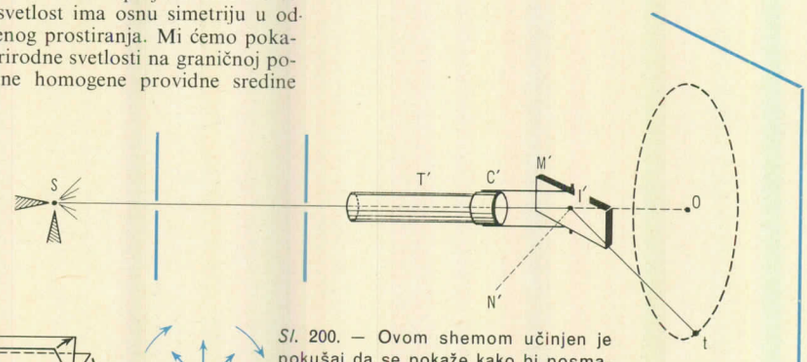


Sl. 197

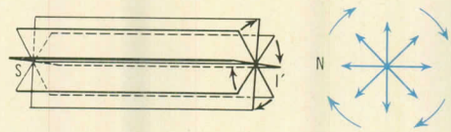
POLARIZACIJA SVETLOSTI

OSNA SIMETRIJA PRIRODNE SVETLOSTI U ODNOSU NA PRAVAC PROSTIRANJA. Ona se pokazuje sledećim ogledom, shematizovanim na slici 199. Ogledalo M′ od stakla (čija je masa zatamnjena da bi apsorbovala refraktovanu svetlost) prima uski snop »prirodne« svetlosti (to jest takve kakvu emituje električni luk S) i odbija ga, što dovodi do obrazovanja svetle pege t na zaklonu E normalnom na SI′. Kada se ogledalo M′ obrće oko SI′ pomoću ogrljka C′, obrćući ga oko cevi T′ (što dovodi do toga da upadni ugao i' ostaje konstantan a da se menja upadna ravan SI′N′), pega t opisuje na zaklonu E krug sa centrom u O. Ogled pokazuje da je osvetljenost pege uvek ista bez obzira na orijentaciju upadne ravni SI′N′. Među beskonačno mnogo ravni koje prolaze kroz SI′ (*sl.* 200), nijedna, posmatrana kao upadna ravan na M′, ne pokazuje se kao povlašćena u odnosu na ostale. To se ispoljava time što se kaže da prirodna svetlost ima osnu simetriju u odnosu na pravac njenog prostiranja. Mi ćemo pokazati da odbijanje prirodne svetlosti na graničnoj površini dve izotropne homogene providne sredine (odbijanje *kao na ogledalu*) prouzrokuje gubljenje ove simetrije.

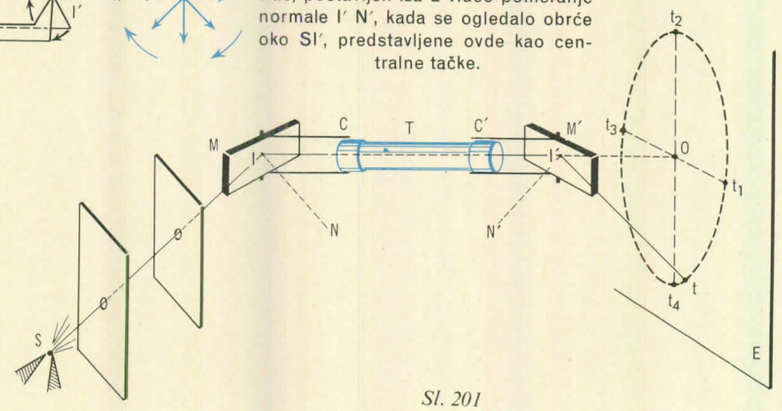
POLARIZACIJA ODBIJANJEM. BRUSTEROV UPADNI UGAO. Ne menjajući ništa u sistemu TC′M′, dodaje mu se drugi identičan sistem TCM (*sl.* 201). Ogledalo od stakla M prima uski cilindrični snop, proizišao iz luka S, postavljenog tako da se odbijeni zrak na M prostire duž ose cevi, kao što je to činio zrak SI′ iz prethodnog ogleda. Ako u tim uslovima ponovimo prethodni ogled, to jest ako rotacijom C′ obrćemo M′ oko zraka II′, koji ono prima, konstatuje se da pega t ima osvetljenost koja se stalno *menja* tokom rotacije. Ona je maksimalna u t_1 i t_3 kada su dve upadne ravni SIN i II′N′ paralelne. Ona je minimalna u t_2 i t_4 kada su dve upadne ravni međusobno normalne. Kada se ponovo izve-



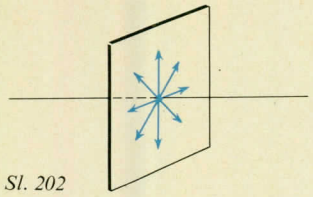
Sl. 199



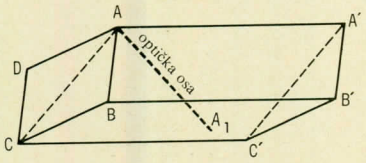
Sl. 200. — Ovom shemom učinjen je pokušaj da se pokaže kako bi posmatrač, postavljen iza E video pomeranje normale I′ N′, kada se ogledalo obrće oko SI′, predstavljene ovde kao centralne tačke.



Sl. 201



Sl. 202



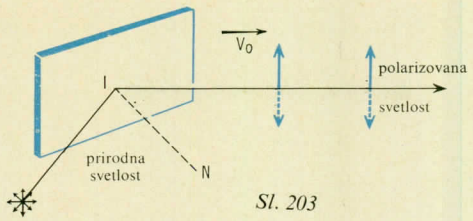
Sl. 205

de ovo eksperimentisanje menjajući uglove i i i', zapaža se da minimalna osvetljenost (t_2 i t_4) postaje nula, ako se uglovima i i i' da zajednička vrednost bliska 57°, što se može iskazati govoreći da u datim uslovima druga refleksija *gasi* svetlosni snop. Ovaj posebni upadni ugao nazvan je »Brusterov« upadni ugao po imenu Škotlanđanina Brustera (Brewster) koji ga je otkrio. On zadovoljava odnos $\operatorname{tg} i = n$, gde je n relativni indeks stakla u odnosu na vazduh, odnos koji pokazuje da su tada prelomljeni i odbijeni zrak međusobno normalni.

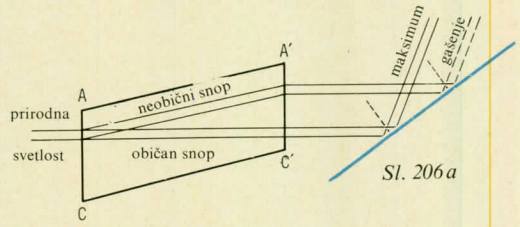
Vratimo se posmatranoj pojavi. Ako posmatramo samo ogledalo M′, možemo reći da se tokom njegove rotacije oko II′ zapaža da svetlost, koju šaljemo na njega, nema istu prirodu kada ona dolazi direktno iz luka kao kada je prethodno reflektovana. U drugom slučaju sve ravni koje prolaze kroz II′ ne ponašaju se na isti način. Prirodna svetlost, reflektujući se na M, izgubila je svoju osnu simetriju. Kaže se da je ona *polarizovana* odbijanjem kao na ogledalu. Ogledalo M, koje je proizvelo polarizaciju, naziva se *polarizator*, ogledalo M′, koje dozvoljava da se utvrdi da je svetlost koju ono prima polarizovana, naziva se *analizator*. Za polarizaciju se kaže da je *potpuna* u slučaju Brusterovog upadnog ugla, a *delimična* u ostalim slučajevima.

MALISOV ZAKON. Osvetljenost pege t na zaklonu E menja se kao oscilatorni intenzitet transmitovan snopom. U slučaju Brusterovog upadnog ugla, ovaj intenzitet I potvrđuje odnos $I = I_0 \cos^2 \alpha$, gde je I_0 maksimalni intenzitet (t_1 i t_3) a α ugao koji zatvaraju dve upadne ravni SIN i II′N′. Ovaj rezultat poznat je pod imenom *Malisov zakon* (posmatranjem sunčevih zrakova odbijenih na oknu Luksemburške palate Francuz Malis je otkrio polarizaciju).

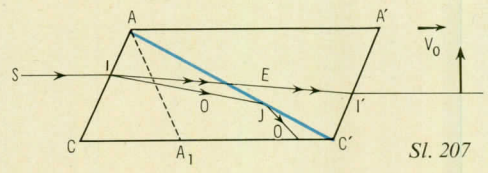
OBJAŠNJENJE POLARIZACIJE SVETLOSTI. TRANSVERZALNOST SVETLOSNE OSCILACIJE. Da bi se objasnile pojave polarizacije, treba uzeti da je svetlosna oscilacija transverzalna oscilacija, to jest da je predstavljena svetlosnim vektorom $\overline{V}$ koji se nalazi u ravni normalnoj na svetlosni zrak (to je vektor električnog polja $\overline{E}$ Maksvelove elektromagnetske teorije). Zrak prirodne svetlosti mora se posmatrati tako kao da prenosi svetlosne oscilacije $\overline{V}$ koje imaju sve moguće orijentacije u odnosu na svetlosni zrak (*sl.* 202), što odgovara osnoj simetriji. Odbijanje pod Brusterovim upadnim uglom dozvoljava transmisiju samo one oscilacije koja je paralelna ravni ogledala (*sl.* 203). Ova ravan se naziva *ravan oscilacije*. Upadna ravan koja je normalna na nju, naziva se *ravan polarizacije*. Za zrak posle refleksije na ogledalu M kaže se da je »linearno polarizovan«. Ako je ravan drugog ogledala (analizatora) paralelna sa ravni prvog (ili opštije ako se upadna ravan II′N′ poklapa sa SII′), oscilaciju $\overline{V}_0$, koju nosi II′, transmituje u celosti M′. Ako su ove dve ravni međusobno upravne, M′ zaustavlja oscilaciju $\overline{V}_0$ koju nosi II′. Ako dve ravni SIN i II′N′ zatvaraju ugao α, M′ transmituje samo komponentu $\overline{V}$ od $\overline{V}_0$ paralelnu ravni ogledala M′. Njena amplituda je $V = V_0 \cos \alpha$, a oscilatorni intenzitet, pro-



Sl. 203



Sl. 206 a



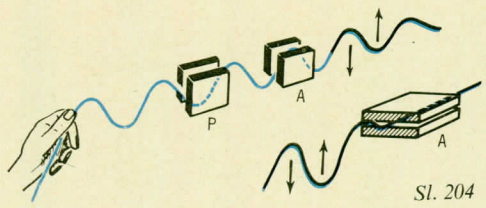
Sl. 207

porcionalan kvadratu amplitude, zadovoljava relaciju $I = I_0 \cos^2 \alpha$ (Malisov zakon).

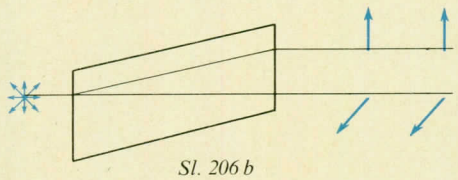
Mehanička analogija dozvoljava da se vizualizuje ova pojava (*sl.* 204). Jedan konopac pokreće se na jednom od svojih krajeva oscilatornim kretanjem koje mu daje ruka operatora, pri čemu se ovo kretanje daje sukcesivno u svim vertikalnim ravnima. Konopac je vođen pomoću vertikalne pukotine P; biće transmitovana samo ona oscilacija koja se dešava u vertikalnoj ravni koju definiše P. Pukotina P igrala je ulogu polarizatora. Ako se druga pukotina nalazi iza P, oscilacija transmitovana kroz P biće u potpunosti transmitovana kroz A ako je A paralelno sa P; ona će biti zaustavljena ako je A normalno na P; delimično transmitovana ako A zatvara sa P ugao α između 0 i $\frac{\pi}{2}$. A igra ulogu analizatora. Ove pojave bi bile neobjašnjive ako bi se smatralo da je svetlosna oscilacija longitudinalna kao što je oscilacija opruge.

POLARIZACIJA DVOJNIM PRELAMANJEM. NIKOLI. Islandski krečnjak je providno kristalno telo koje se pojavljuje u obliku romboedara, to jest kocki koje su deformisane time što su spljoštene duž jedne od svojih dijagonala. Ako se romboedar islandskog krečnjaka stavi na list papira, na kome je nacrtano nekoliko slova, oko koje posmatra papir kroz kristal vidi dva lika istog predmeta. Kaže se da je ploča krečnjaka birefrakciona — da dvojno prelama. Ova pojava nije svojstvena samo islandskom krečnjaku. Većina kristala (izuzev kubičnih kristala) dvojno prelamaju svetlost usled anizotropije kristalne sredine.

Romboedar krečnjaka ima (*sl.* 205) jednu *osu ternerne simetrije* AA_1; obrtanje oko takve ose za $\frac{2\pi}{3}$ dovodi jednu površinu kristala u položaj u kome je ona paralelna sa pređašnjom površinom. Takvo obrtanje superponira kristalnu sredinu na nju samu. Takva osa naziva se *optička osa*. Svaka ravan paralelna toj osi i normalna na površinu ABCD naziva se *ravan glavnog preseka*. Posmatrajmo plan-paralelnu ploču koju sačinjava kristal krečnjaka i pošaljimo uski snop paralelnih zrakova normalno na površinu ABCD (*sl.* 206 a) i u ravni glavnog preseka. Dobićemo dva izlazna uska snopa istog intenziteta: 1. »*obični*« snop, čije prostiranje zadovoljava zakone prelamanja; dolazeći normalno na ABCD on je transmitovan bez skretanja i bez pomeranja; 2. »*neobični*« snop, na koji se klasični zakoni prelamanja ne mogu primeniti. Premda svetlost dolazi normalno na ABCD, njoj odgovara refraktovani uski snop koji izlazi paralelno sa pravcem upadnog snopa,



Sl. 204



Sl. 206 b

ali koji je pomeren (koji, međutim, ostaje u ravni glavnog preseka). Dva uska snopa, primljena na ogledalu koje igra ulogu analizatora, pokazuju se pravolinijski polarizovana duž dva normalna pravca. Ogledalo M′, koje prima svetlost pod Brusterovim upadnim uglom, gasi neobični zrak kada se upadna ravan analizatora poklapa sa ravni glavnog preseka; intenzitet odbijenog običnog snopa je tada maksimalan; obični snop gasi se kada se, polazeći od prethodne orijentacije, M′ obrne za 90° oko pravca izlaznih snopova (intenzitet odbijenog neobičnog snopa je tada maksimalan). Odatle se izvodi da neobični zraci nose oscilaciju koja se nalazi u ravni glavnog preseka, a obični zraci oscilaciju koja se nalazi u ravni normalnoj na prethodnu (*sl.* 206 b).

Ovaj ogled pokazuje da se dvojnim prelamanjem mogu dobiti dva pravolinijski polarizovana snopa. Intenzitet dobijenog polarizovanog snopa, za dati upadni snop, je mnogo veći nego kod polarizacije odbijanjem. Međutim, dobijaju se dva snopa. Uređaj nazvan *Nikolova* (Nicol) *prizma*, ili prostije *nikol* dozvoljava da se odstrani jedan od njih. To je kristal krečnjaka u obliku kosog paralelepipeda koji je presečen duž dijagonalne ravni AC′ *normalno na glavni presek*, a čije su dve tako dobijene polovine slepljene tankim slojem kanada-balzama. Na granici vazduh-kristal u I pojavljuju se dva prelomljena zraka, obični O i neobični E, postavljeni kao na slici 207. Ova dva zraka padaju na sloj balzama AC′ pod različitim upadnim uglovima, tako da neobični zrak prolazi kroz sloj, zatim izlazi u I′, dok obični zrak, čiji je upadni ugao veći od graničnog ugla, trpi totalnu refleksiju u J na balzamu i upućuje se prema zatamnjenoj osnovici nikola koja ga apsorbuje. Nikol daje na izlazu snop polarizovane svetlosti koja nosi oscilaciju *lokalizovanu u ravni glavnog preseka*. Ako iza nikola, koji igra ulogu polarizatora, postavimo drugi nikol, ovaj drugi će igrati ulogu analizatora; on će propustiti svetlosnu oscilaciju $\overline{V}_0$ koja izlazi iz polarizatora, ako je njegova ravan glavnog preseka paralelna sa ravni glavnog preseka polarizatora (kaže se da su nikoli »paralelni«) i, naprotiv, ugasiće je ako je njegova ravan glavnog preseka normalna na ravan glavnog preseka polarizatora (kaže se da su nikoli »ukršteni«). Ako dve ravni glavnog preseka zatvaraju ugao α, oscilacija koja izađe iz sistema imaće amplitudu $V = V_0 \cos \alpha$, gde je V_0 amplituda oscilacije proizišle iz polarizatora. Oscilacija $\overline{V}$ biće lokalizovana u ravni glavnog preseka analizatora.

POLARIZACIJA DIHROIZMOM. POLAROIDI. Odstranjivanje jednog od dva polarizovana zraka koje daje birefrakciona ploča, može spontano realizovati sama ploča, ako supstancija od koje je ona napravljena ima, pored osobine dvojnog prelamanja, osobinu nejednake apsorbcije za dva tipa zrakova koje transmituje. Kaže se da je supstancija *dihroična*. Tako na izlasku iz podesno obrađene ploče turmalina, debljine oko 1 mm, izlazna svetlost sadrži praktično samo neobične zrake, dok su obični zraci apsorbovani tokom prolaska kroz ploču. Nedostaci turmalina su u tome što daju obojenu svet-

lost. Polaroidi su sastavljeni od folija providne plastične materije u kojima su sadržani veoma mali, u jednom smeru orijentisani kristali jako dihroičnih supstancija, herapatita, na primer (jodocinhonidin-sulfat). Polaroidi mogu biti veoma široki, dok je teško realizovati nikole sa velikim poljem. Ogled sa paralelnim i ukrštenim nikolima može biti lako ponovljen sa polaroidima. Oni se postave tako da se delimično prekrivaju. Obrće se jedan u odnosu na drugi, pri čemu se kroz njihov zajednički deo posmatra izvor prirodne svetlosti, nebo, na primer (*sl.* 208).

PRIMENE POJAVA POLARIZACIJE. Pojave polarizacije nemaju samo teorijski značaj, već i široku praktičnu primenu.

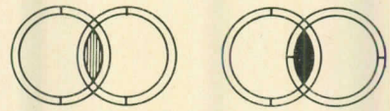
Polarizacioni filteri koriste se u fotografiji, pri konstrukciji naočara i »antirefleksionih« zaštitnih stakala. Njihova uloga je da ublaže svetlost koju je delimično polarizovala neugodna refleksija na prirodnim ogledalima, na primer na sloju snega ili vode.

Neke supstancije (šećer, na primer) imaju svojstvo da obrću ravan polarizacije svetlosti koja prolazi kroz njih. To je pojava *obrtne polarizacije*. Ona dozvoljava da se polarimetrijski odredi procentualni sastav pomoću uređaja nazvanih polarimetri.





Dve fotografije jedne slike koje pokazuju odstranjivanje refleksije korišćenjem polarizovanog filtera (levo).



Sl. 208

paralelni polaroidi ukršteni polaroidi

SPEKTROSKOPIJA

Videli smo kod prizme da složena svetlost može biti rastavljena na proste ili monohromatične svetlosti. Skup likova pukotine koji daje prizma čini spektar svetlosti koja osvetljava tu pukotinu. Spektroskop sa prizmom dozvoljava da se obrazuju spektri i da se vizuelno posmatraju. Ovaj spektroskop postaje spektrograf, ako se vizuelno posmatranje spektra zameni fotografisanjem, što dozvoljava da po volji izučavamo snimljeni dokument. Videli smo takođe, kod difrakcije svetlosti, da se mogu koristiti rešetke.

Spektroskopija je deo optike koja proučava dobijanje i ispitivanje spektara. Nakon prvih radova na prikupljanju dokumentacije (merenje talasnih dužina radijacija koje daju razni svetlosni izvori), spektroskopisti su se odali otkrivanju zakona koji određuju svetlosne spektre, a zatim, utvrdivši ove zakone čisto empirijski, oni su prešli na istraživanje njihovog teorijskog objašnjenja. Ova istraživanja su ih dovela do toga da nađu mehanizam emisije svetlosti od strane materije i da u isto vreme dadu krupan doprinos našem poznavanju strukture materije. X-zraci koji se po svojoj prirodi nadovezuju na svetlosne radijacije, izučavani su, što se tiče njihovih spektara, u ovoj oblasti optike. Uostalom, područje čisto vizuelne spektroskopije je samo mali deo opšteg područja spektara.

Izučavanje nevidljivih delova koji postoje s jedne i s druge strane vidljivog spektra, koje neposredno sledi, mora se posmatrati kao primer proširenja područja spektroskopije izvan uskih granica koje nameće oko.

IZUČAVANJE INFRACRVENOG I ULTRALJUBIČASTOG ZRAČENJA

POSTOJANJE NEVIDLJIVIH RADIJACIJA. Obrazujmo na zaklonu E pomoću prizme i sočiva od kvarca spektar sunčeve svetlosti. Neka budu R (crveno) i V (ljubičasto) krajevi toga spektra (*sl.* 209). Postavimo izvan crvenog područja spektra, u I, zavareni spoj termoelementa; konstatovaćemo da termoelement daje struju i da je spoj zagrejan. Postoje, dakle, u sunčevoj svetlosti nevidljive radijacije koje nose toplotu i koje, kao i vidljive radijacije, prizma refraktuje i disperguje. To su *infracrvene* radijacije; kako one prate sunčevu svetlost možemo već pretpostaviti da su iste prirode kao i svetlost; s druge strane, kako one manje skreću od crvene svetlosti, njihove talasne dužine su veće od talasnih dužina crvenih radijacija.

Zamenimo zaklon E listom fotografskog papira i pažljivo označimo granice R i V vidljivog spektra. Konstatovaćemo da je on ozračen i izvan granice V spektra. Iz toga zaključujemo da postoje radijacije kraće talasne dužine od ljubičastih radijacija, koje dejstvuju na fotografsku ploču. To su *ultraljubičaste* radijacije.



Sl. 209

INFRACRVENO ZRAČENJE: PROIZVOĐENJE, SVOJSTVA, DETEKCIJA, PRIMENE. Infracrvene radijacije ne postoje samo u sunčevom spektru, njih emituju sva topla tela i one proizvode osećaj toplote koji se pojavljuje, na primer, kada približavamo ruku peći.

Infracrveni zraci se prostiru u vakuumu: možemo napomenuti da infracrveni zraci, koje emituje Sunce, do nas dolaze kroz interplanetarni vakuum.

Infracrveni zraci se prostiru pravolinijski; ovo svojstvo se koristi kada se, radi zaštite od suviše jake vatre, postavlja zaklon između sebe i vatre.

Nađeno je da je brzina prostiranja infracrvenih zrakova jednaka brzini svetlosti, i sa njima se mogu ponoviti svi ogledi optike: refleksija, refrakcija, difrakcija; u pravu smo da zaključimo:

Infracrvene radijacije su po svojoj prirodi identične sa vidljivom svetlošću i od nje se razlikuju samo svojom talasnom dužinom. One se nazivaju i *tamni toplotni zraci.*

Za izučavanje infracrvenog zračenja potrebno je:

1. otkriti ga;
2. izolovati radijacije raznih talasnih dužina;
3. meriti njihove talasne dužine.

Pri otkrivanju infracrvenog zračenja koriste se naročito termoelementi, ali postoje i drugi registratori infracrvenog zračenja; napose, dobijene su ploče osetljive na radijacije talasne dužine ispod 10 μ. Da bi se izolovale razne radijacije infracrvenog zračenja, koriste se prizme, rešetke kao i za vidljive radijacije, i jedan poseban metod nazvan metod *preostalih zrakova*. Upotreba prizmi ograničena je malom providnošću običnih materija za infracrvene zrake. Staklo nije upotrebljivo za talasne dužine veće od 2 μ, kvarc dozvoljava da se dostigne 3 μ, fluorit 8 μ, kamena so 14 μ, silvin 23 μ; preko toga treba koristiti metod preostalih zrakova; međutim, za talasne dužine veće od 50 μ kvarc ponovo postaje providan.

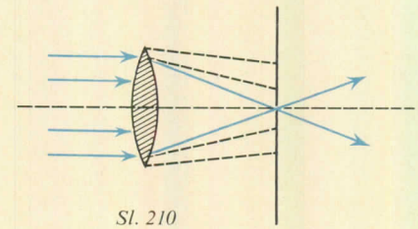
Rešetke koje se koriste za infracrveno zračenje su analogne običnim optičkim rešetkama; njihovi zarezi su samo manje zbijeni (od 800 do 50 zareza na milimetar). Da bi se izbegla apsorpcija koriste se refleksione rešetke, ili se one prave pomoću tankih žica zategnutih na okviru. Spektri infracrvenih zrakova su veoma široki; spektri raznih redova koje daju rešetke se takođe superponiraju, što stvara nezgode i sprečava da se ovi aparati koriste za talasne dužine iznad 20 μ.

Kako su prizme i rešetke neupotrebljive iznad 20 μ, mora se primeniti metod preostalih zrakova. Njegov princip je sledeći: neka tela odbijaju naročito dobro neke radijacije, a izrazito slabo druge radijacije: kaže se da se tu ispoljava pojava selektivne refleksije. Na primer, kvarc ima veliku refleksionu moć za radijacije između 8,5 μ i 9,5 μ, a veoma malu za ostale radijacije, tako da, reflektujući infracrveni snop više puta na kvarcnim pločama, ostaju samo zraci između 8,5 μ i 9,5 μ. Kalijumjodid dozvoljava da se izoluju radijacije talasne dužine 94 μ.

Kako kvarc postaje iznad toga ponovo providan, infracrveni snop se prima na sočivo izrađeno od ovog kristala. Žiže koje odgovaraju velikim talasnim dužinama su bliže sočivu od ostalih; tada je pomoću zaklona lako izolovati ove radijacije velikih talasnih dužina (*sl.* 210). Tako je bilo moguće dostići 400 μ.

Merene talasne dužine kreću se od 0,6 μ do 400 μ; zanimljivo je napomenuti da su dobijeni [Nikols (Nichols) i Tir (Tear)] Hercovi talasi između 200 μ i 400 μ identični sa infracrvenim zracima od 200 do 400 μ. Veza između ova dva područja je, dakle, nepobitna činjenica.

Primene infracrvenih zrakova. One se zasnivaju na njihovoj selektivnoj apsorpciji. Na primer, u sta-



Sl. 210

Fot. Larousse.

klenicima, gde se kultivišu biljke zaklonjene od spoljne hladnoće, vidljive radijacije sunčevog zračenja prolaze kroz staklo i njihovu energiju delimično koriste zelene biljke za hlorofilnu asimilaciju, a delimično se koristi i za zagrejavanje tla. Noću, tlo zrači prema hladnijoj atmosferi, ali njegovo zračenje je u osnovi lokalizovano na infracrveno zračenje, za koje je staklo neprovidno. Ova energija je, dakle, zatvorena u staklenik koji održava temperaturu višu od temperature okoline. Pretvaranje u toplotu energije koju prenose infracrveni zraci koristi se u infracrvenim pećima. Toplota nastaje samo tamo gde je apsorbovano zračenje; tako se može ostvariti lokalizovano zagrevanje, pa čak i »dubinsko« u slučaju slabo apsorbujućih supstancija. Sušenje tek obojenih auto-karoserija danas se vrši dejstvom infracrvenih lampi koje zrače u tunel, kroz koji se kreću kola. Osetljive materije, kao eksplozivi, prehrambeni i farmaceutski proizvodi, mogu se sušiti pomoću infracrvenog zračenja. U medicini se lampe sa infracrvenim zračenjem koriste za zagrevanje pomoću iradijacije jako lokalizovanih delova tela.

ULTRALJUBIČASTO ZRAČENJE: DETEKCIJA, IZUČAVANJE, PRIMENE. Kao i kod infracrvenih zrakova, za izučavanje ultraljubičastih zrakova potrebno je:

1. otkriti ih;
2. izolovati razne radijacije;
3. meriti njihovu talasnu dužinu.

Za otkrivanje ultraljubičastih zrakova koriste se fotografske ploče. Za zrake kratke talasne dužine, ove ploče moraju se senzibilizovati specijalnim načinom, bilo znatnim redukovanjem količine želatina [Šumanova (Schumann) ploča], bilo prekrivajući ih mazivnim uljem [Diklo (Duclaux) i Žante (Jeantet)].

Za izolovanje raznih radijacija koriste se prizme i rešetke. Prizme od stakla dozvoljavaju da se ide do 3500 Å (0,35 μ), prizme od kvarca do 2000 Å; ispod ove talasne dužine treba raditi u vakuumu, jer vazduh postaje veoma apsorbujući, i sa prizmama od fluorita. Područje spektra između 1850 i 1200 Å izučavao je Šuman: ono nosi njegovo ime. Da bi se išlo još dalje od 1200 do 500 Å [Limanovo (Lyman) područje] i od 500 do 90 Å [Milikanovo (Millikan) područje], treba koristiti konkavne rešetke postavljene u vakuumu.

Usijana tela emituju ultraljubičasto zračenje istovremeno sa infracrvenom i vidljivom svetlosti, ali energija koju nose ultraljubičaste radijacije predstavlja samo mali deo ukupne izračene energije. Bogatiji izvori su luminescentne cevi sa živinom parom i ampulom od silikata sa kojima se postiže da se do 10 % ukupne izračene moći prenosi i u obliku ultraljubičastog zračenja talasne dužine između 0,4 i 0,2 μ. U. V. zraci prostiru se u pravoj liniji u vakuumu i u homogenoj sredini, brzinom svetlosti. Oni se reflektuju, refraktuju i difraktuju. Njihova toplotna svojstva su malo izražena. Naprotiv, oni proizvode hemijske reakcije: pretvaranje kiseonika O_2 u ozon O_3, reakciju hlora i vodonika, vodonika i kiseonika; oni podstiču polimerizaciju, dejstvuju na fotografsku ploču, izazivaju fluorescenciju izvesnih supstancija i poseduju baktericidno dejstvo.

Primene ultraljubičastog zračenja. Jedna od najspektakularnijih je »crna svetlost«. Staklo, nazvano »Vudovo staklo«, apsorbuje celokupnu vidljivu svetlost, dok je providno za ultraljubičasto zračenje. Ampula napravljena od Vudovog (Wood) stakla emituje, dakle, nevidljivu svetlost, nazvanu »crna svetlost«. Ako se emisija odvija u zamračenoj sobi, tela sposobna da fluoresciraju pod dejstvom ultraljubičastog zračenja, postaju vidljiva. Ova pojava se koristi u reklamama i u izvesnim spektaklima (balet u crnoj svetlosti, pri čemu su odela igrača prevučena slojem fluorescentne materije), ali i u hemijskim analizama, pri čemu se tragovi stranih supstancija mogu otkrivati na bazi fluorescencije koju emituju (talk se može razlikovati od cinkoksida, dok je njihov izgled pri običnoj svetlosti isti). Baktericidno dejstvo ultraljubičastih zrakova koristi se za sterilizaciju vode. Zračenje kože ultraljubičastim zracima koristi se da bi se nadoknadilo dejstvo sunčevog ultraljubičastog zračenja, koje može biti uskraćeno izvesnim osobama obaveznim da žive zatvoreno (posade podmornica). Ovo zračenje potpomaže sintezu bitnih bioloških proizvoda i izaziva crnjenje kože. Ovo očevidno treba izvoditi pod lekarskom kontrolom, suviše duga iradijacija može izazvati opekotine slične onima koje izazivaju sunčanice.

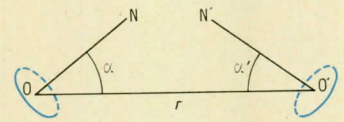
ČISTO TOPLOTNO ZRAČENJE

DEFINICIJA. Ogled nas uči da emisija svetlosti od strane nekog tela može biti rezultat različitih pojava. Tako svetlosne cevi emituju svetlost usled električnog pražnjenja u razređenom gasu, pri čemu temperatura gasa ostaje niska, dok nit električne sijalice emituje svetlost zato što je dovedena na visoku temperaturu, na isti način kao što je emituje gvozdena poluga stavljena u ložište.

Izvesna tela, nazvana »fosforescentna«, reemituju svetlost kada su prethodno bila osvetljena. Postoje tri različita načina emisije svetlosti. Ime »čisto toplotno zračenje« rezerviše se za zračenje koje emituje telo samom činjenicom što je dovedeno na dosta visoku temperaturu. Ovo zračenje se sastoji gotovo isključivo od infracrvenih radijacija, ako je temperatura ispod 500° C. Ako se temperatura povišava, deo emitovanog zračenja postaje vidljiv i telo izgleda tamnocrveno, zatim svetlocrveno i njegova boja se pomera progresivno prema žutom, zatim belom. Spektroskopska analiza emitovane svetlosti pokazuje da raspodela energije između raznih talasnih dužina emitovanog zračenja postaje, kada temperatura raste, sve povoljnija za radijacije kratkih talasnih dužina.

VELIČINE KOJE SE ODNOSE NA EMISIJU I RECEPCIJU ZRAČENJA. U odeljku o fotometriji već smo definisali izvestan broj veličina, a ovde ćemo naći njihove homologe. Ako je dS (*sl.* 211)

Sl. 211



površina elementa emitera sa centrom u O, dS′ površina elementa sa centrom u O′, gde je rastojanje $OO' = r$ veliko u odnosu na dimenzije dS i dS′, ako normale u O i O′ na elemente dS i dS′ zatvaraju sa pravcem OO′ uglove α i α', »debljina elementarne cevi« naziva se veličina

$$d^2U = \frac{dS \cos \alpha \, dS' \cos \alpha'}{r^2}.$$

Videli smo da treba razlikovati energetski fluks $d^2\Phi$, koji nosi snop i koji se meri u vatima, od svetlosnog fluksa d^2F, koji nosi isti snop i koji se meri u lumenima. U izučavanju zračenja koje ovde preduzimamo nas interesuje energetski fluks $d^2\Phi$. Kao što smo to činili u fotometriji, definisaćemo karakterističnu veličinu izvora u tački O i u pravcu OO′, koju ćemo nazvati *energetski sjaj-luminancija*, tako da je $d^2\Phi = L_{OO'} \times d^2U$. Za energetski fluks moći ćemo pisati Lambertov obrazac

$$d^2\Phi = L_{OO'} \frac{dS \cos \alpha \, dS' \cos \alpha'}{r^2}.$$

Ako se želi znati ukupni energetski fluks $d\Phi$ koji emituje element dS u svim pravcima, samo s jedne strane dS, definiše se *energetska emisiona moć — emitancija* M izvora u tački O: $M = \frac{d\Phi}{dS}$.

Ona se izražava u vatima na kvadratni metar. Ako izvor zadovoljava Lambertov zakon, dokazuje se da između L i M postoji odnos $M = \pi L$.

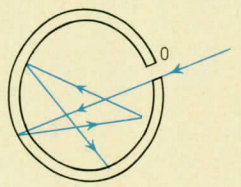
Ako se sada ispituje recepcija zračenja od strane dS′ koje prima $d\Phi$, definišemo *energetsku osvetljenost — iradijanciju* $E = \frac{d\Phi}{dS'}$, koja se izražava takođe u vatima na kvadratni metar. Ako element dS′ koji prima $d\Phi$ apsorbuje $d\Phi'$, veličina $a = \frac{d\Phi'}{d\Phi}$ naziva se *faktor apsorpcije* receptora u tački O′ za primljeno zračenje i u pravcu u kome je primljeno.

Zračenje je uopšte uzev polihromatično. Svakom delu spektra između talasnih dužina λ i $\lambda + d\lambda$ odgovara deo ukupne energetske pojave. Zbog toga se došlo na to da se definišu energetske veličine monohromatičnog zračenja koje se odnose na svaku talasnu dužinu. Tako, ako je dL deo energetske luminancije L koja potiče od radijacija između λ i $\lambda + d\lambda$,

$$L_\lambda = \frac{dL}{d\lambda}$$

naziva se *monohromatični energetski sjaj — luminancija* za radijaciju λ. Svakoj od prethodno definisanih veličina — energetski fluks, energetska luminancija, energetska emitancija, energetska iradijancija — treba da odgovara ekvivalentna monohromatična veličina koja se odnosi na talasnu dužinu λ. Monohromatični faktor apsorpcije definiše se na isti način kao $a_\lambda = \frac{d\Phi'_\lambda}{d\Phi_\lambda}$.

CRNO TELO. Faktori apsorpcije a i a_λ su jako promenljivi kada se prelazi sa jednog tela na drugo. Tako, na primer, uglačana metalna površina ima veoma mali faktor apsorpcije (ona odbija veći deo energije koju prima). Providno telo, kao staklo, ima monohromatični faktor apsorpcije mali za talasne dužine između 0,4 i 0,8 μ (vidljivi spektar), a velik za radijacije talasnih dužina ispod 0,4 μ. Tela koja izgledaju crna dok njihova temperatura nije visoka (čađ, crno obojena tela) apsorbuju znatan deo energije zračenja koju primaju. Uopšte uzev, monohromatični faktor apsorpcije a_λ zavisi od talasne dužine, i to različito za svako telo. On je uvek manji od jedinice. *Potpuni receptor* ili *»crno telo«* naziva se telo koje bi apsorbovalo ukupnu primljenu energiju zračenja, dakle, telo za koje je $a_\lambda = 1$ za sve vrednosti λ. Takvo telo je idealno, ali se dobra aproksimacija može dobiti na sledeći način: napravi se šupljina (*sl.* 212), čiji unutrašnji zid ima faktor apsorp-



Sl. 212

cije različit od nule za sve radijacije. Zrak koji uđe kroz otvor O može izići tek pošto je naišao više puta na zidove, na kojima svaki put trpi apsorpciju. Ako je faktor apsorpcije ovih zidova dosta velik, nekoliko skretanja je dovoljno da apsorpcija bude gotovo potpuna.

Kirhofov (Kirchhoff) zakon pokazuje da je monohromatična energetska luminancija nekog tela koje nije crno na temperaturi T u datom pravcu jednaka proizvodu monohromatične energetske luminancije crnog tela na istoj temperaturi i faktora apsorpcije izučavanog tela za posmatrani pravac:

$$L'_\lambda = a_\lambda L_\lambda < L_\lambda.$$

Ovaj zakon dozvoljava da se razumeju izvesne svakodnevne pojave. Ugalj (a_λ veliko), doveden na visoku temperaturu, postaje blještavo beo. Komad kvarca (a_λ veoma malo za vidljivi spektar), doveden na istu temperaturu kao i ugalj, je gotovo nevidljiv.

Metalna ploča uglačana na jednom delu a nagaravljena na drugom, dovedena na visoku temperaturu, jako je svetla na nagaravljenom delu, a gotovo nimalo na uglačanom delu.

ZAKONI ZRAČENJA CRNOG TELA. Ovi zakoni, u početku empirijski, danas su rezultat primene principa termodinamike na zračenje. Oni se dobro slažu sa ogledom. Mogu se iskazati ovako:

1. Crno telo emituje zračenje koje je samo funkcija temperature. Ovo zračenje pokorava se *Lambertovom zakonu*;

2. *Štefanov zakon*. Energetska emitancija M crnog tela proporcionalna je četvrtom stepenu apsolutne temperature:

$$M = \sigma T^4.$$

Konstanta σ iznosi $(5{,}6686 \pm 0{,}0005)\,10^{-8}$ jedinica SI.

Ovaj zakon stekao je zanimljivu praktičnu primenu. Tako su konstruisani pirometri sa totalnim zračenjem, aparati koji, mereći energetski fluks koji emituje izvor, dozvoljavaju da se odredi njegova temperatura. Tako je bilo moguće dobiti red veličine temperature Sunčeve površine. Tako se takođe zna da u blizini Zemlje, ali izvan atmosfere, površina od 1 m² normalna na Sunčeve zrake prima oko 1 500 vati. Ako se Lambertov obrazac primeni na svetlosnu cev, koju određuje sunčev disk s jedne strane i površina 1 m² na Zemlji, može se odatle izvesti luminancija Sunca i njegova emitancija. Tako je nađeno $T \simeq 5750$ °K.

Ovako određena vrednost je manja od stvarne, zato što Sunce ne zrači kao crno telo.

3. *Vinov (Wien) zakon*. Na svakoj temperaturi postoji u zračenju crnog tela talasna dužina maksimalne energetske luminancije. Ova talasna dužina je obrnuto proporcionalna apsolutnoj temperaturi T emisije a maksimalna monohromatična energetska luminancija je proporcionalna petom stepenu apsolutne temperature emisije. Ovaj zakon izražava se obrascima

$$\lambda_M T = \text{const} = b,$$
$$L_{\lambda M} = BT^5.$$

Vrednosti konstanti su $b = 2{,}9.10^{-3}$ SI (metar·stepen K);

$$B = 4{,}1.10^{-6}\ \text{SI}.$$

Vinov zakon predstavljen je krivim linijama na slici 213.

Ako se temperatura povišava vidimo da se maksimum izoterme crnog tela povećava i pomera ulevo (kratke talasne dužine). Kod najviših temperatura koje smo u stanju da realizujemo, maksimum emisije se nalazi u infracrvenom zračenju, što znači da veći deo emitovane energije oko ne koristi. Da bismo dobili maksimum emisije u crvenom, treba ostvariti temperature više od temperatura električnog luka. Maksimum emisije za Sunce je blizak ljubičastom zračenju. $\lambda = 0{,}47\,\mu$. Primena Vinovog obrasca $\lambda_m T = b$ vodi tako do temperature spoljne površine Sunca.

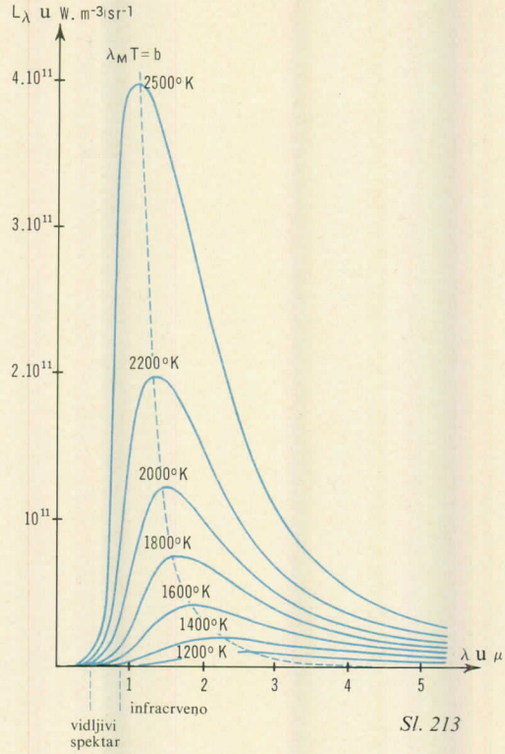
$$T \simeq \frac{2900}{0{,}47} \simeq 6150\ °K,$$

vrednost bliska onoj koja je dobijena primenom Štefanovog obrasca. Kod veoma toplih zvezda (plave zvezde) maksimum se nalazi u ultraljubičastom zračenju.

4. *Plankov (Planck) obrazac*. Ovaj obrazac daje odnos koji postoji između L_λ i temperature. On se piše

$$L_\lambda = C_1 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1},$$

gde je e baza prirodnih logaritama, C_1 i C_2 dve konstante: $C_1 = 2hc^2$, sa h = Plankova konstanta, c = brzina svetlosti, jednako $h = 6{,}624.10^{-34}$ džul × × sekund, $c \simeq 3.10^8\, m.s^{-1}$, što daje za C_1 vrednost $1{,}192.10^{-16}$ SI;



Sl. 213

$C_2 = \frac{hc}{k}$, gde je k Bolcmanova konstanta, količnik gasne konstante idealnih gasova

$$R = 8{,}31\ \text{džul}\cdot°K^{-1}$$

i Avogadrovog broja $N = 6{,}023.10^{23}$; $k = 1{,}38.10^{-23}$ džul·°K^{-1}, što za C_2 daje vrednost $C_2 \simeq 1{,}44.10^{-2}$ m.°K.

Ove teorijske vrednosti dobro se slažu sa vrednostima dobijenim eksperimentalno.

Pomenuti obrazac rezultat je primene Plankove kvantne teorije na emisiju izračene energije. Pogledajmo šta je sadržaj ove teorije i kako je ona nastala. Kada je potrebno dokazati obrazac koji daje L_λ kao funkciju T, treba uzeti da su radijacije proizvod oscilacije atoma i da je frekvencija radijacija upravo frekvencija atomskih oscilacija. Kada se crno telo zagreva, atomi primaju energiju; oni osciluju i imamo emisiju radijacije. Uzmimo da je N broj oscilatora, čije su frekvencije između ν i $\nu + d\nu$, uzmimo da je U njihova ukupna energija, a u_ν srednja energija jednog oscilatora; $u_\nu = \frac{U}{N}$. Ali energija je raspodeljena nasumce između raznih oscilatora.

Pretpostavimo da je ova energija podeljena na veoma male delove ε koji se raspodeljuju nasumce na N oscilatora. Račun verovatnoće pokazuje da moramo imati $u_\nu = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}$, gde je k Bolcmanova konstanta $\frac{R}{N}$, T apsolutna temperatura emisije. Ako se sada pretpostavi da se energija može deliti na delove ε, *proizvoljno male* dobija se za u_ν (puštajući da ε teži nuli) $u_\nu = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1} \simeq \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{kT}} = kT$. Kako se s druge strane dokazuje da je $L_\lambda = \frac{2c}{\lambda^4} u_\nu$, gde je c brzina svetlosti, odatle se izvodi da je $L_\lambda = \frac{2c}{\lambda^4} kT$, što se očito ne slaže sa eksperimentalnim krivim. Istraživači su se dugo vremena spoticali o ovu teškoću. Plank je bio taj koji je dao rešenje, iznoseći sledeću hipotezu: energija se ne može deliti na proizvoljno male delove; najmanja količina energije ili *kvant energije*, koja se odnosi na radijaciju frekvencije ν ima vrednost $h\nu$, gde je h univerzalna konstanta nazvana *Plankova konstanta*. Ova teorija govori o diskontinuitetu energije, kao što atomska teorija govori o diskontinuitetu materije. Ona zahteva postojanje »zrna« energije: kvanta $h\nu$. Kad se ova hipoteza jednom usvoji, obrazac

$$u_\nu = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}$$

uzima oblik $u_\nu = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$ a kako je $\nu = \frac{c}{\lambda}$,

$$u_\nu = \frac{\frac{hc}{\lambda}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1},$$

koji, povezan sa $L_\lambda = \frac{2c}{\lambda^4} u_\nu$, daje

$$L_\lambda = 2hc^2 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

što nije ništa drugo do pomenuti Plankov obrazac.

Kvantna teorija, nakon ovog uspeha, bila je primenjena na druge najrazličitije pojave. Ona je dozvolila, na primer, da se objasne promene specifične toplote čvrstih tela sa temperaturom, fotoelektrični efekat. U sledećem poglavju videćemo kako je ona dozvolila da se objasne zakoni emisije spektralnih linija.

OSTALI VIDOVI ZRAČENJA

LUMINESCENCIJA. Za neko telo kaže se da ispoljava pojavu luminescencije kada njegovo zračenje ne sledi zakone čisto toplotnog zračenja. Razlikuju se sledeće luminescencije:

Fotoluminescencija, koja obuhvata *fosforescenciju* i *fluorescenciju*; ovu pojavu ispoljavaju tela koja, pod dejstvom određene svetlosne radijacije emituju svetlosne radijacije različite od ekscitacione radijacije;

Elektroluminescencija, koja se manifestuje za vreme prolaska električne struje kroz neki gas;

Triboluminescencija, proizvedena drobljenjem izvesnih supstancija;

Hemoluminescencija, izazvana hemijskom reakcijom; to je slučaj luminescencije belog fosfora;

Radioluminescencija, proizvedena akcijom X-zraka ili katodnih zrakova na izvesna tela.

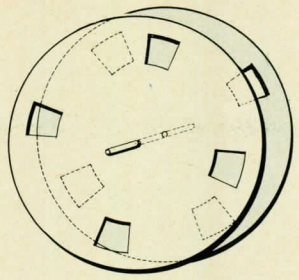
Ove pojave su dosta slabo izučene. One koje najviše poznajemo su fluorescencija i fosforescencija.

FLUORESCENCIJA I FOSFORESCENCIJA. Ako se fluorescein osvetli plavom svetlošću, on emituje zelenu svetlost. Pojava iščezava čim se prekine ekscitaciona radijacija: kaže se da postoji *fluorescencija*. Cinksulfat kalcinisan bakar-sulfatom emituje, posle osvetljavanja plavom svetlošću, svetlosne radijacije. Emisija može trajati nekoliko dana nakon završetka ekscitacije: kaže se da postoji *fosforescencija*. Tada je fluorescencija definisana kao momentana fotoluminescencija, a fosforescencija kao trajna fotoluminescencija. Otkriveno je, međutim, da fluorescencija nije sasvim momentana, i da izvesne fosforescencije traju samo nekoliko sto hiljaditih sekunde. Postoji li onda realno razlika u prirodi dve pojave?

Ogled odgovara da postoji, jer ako se dovoljno rashladi jedno fosforescentno telo, prethodno ekscitirano, emisija prestaje; ona se ponovo javlja čim se telo zagreje, trajanje emisije je utoliko kraće ukoliko je temperatura viša; na trajanje fluorescencije ne utiču, naprotiv, promene temperature.

BEKERELOV FOSFOROSKOP. Prvi aparat za merenje trajanja emisije konstruisao je E. Bekerel (Becquerel); on se naziva *fosforoskop*. Sastoji se od dva diska montirana na istu osovinu, na kojima se nalaze naizmenični otvori (*sl.* 214). Između dva diska stavljena je supstancija koja se izučava. Jedna površina je osvetljena a druga se posmatra. Oba diska se stavljaju u pokret. U datom momentu supstancija se nađe nasuprot prozorčića diska, fosforescencija ili fluorescencija je ekscitirana. Ako emisija potraje dok se neosvetljeni prozorčić diska ne nađe nasuprot supstancije, posmatrač će opaziti emisiju, u protivnom nastupiće mrak. Jasno je da se promenom brzine rotacije može odrediti trajanje emisije.

Sl. 214



Stoksov zakon. Uopšte uzev, radijacije kratkih talasnih dužina ekscitiraju fluorescenciju ili fosforescenciju. Emitovana svetlost predstavlja karakteristiku supstancije; Stoks (Stokes) je 1852. mislio da to može definisati sledećim zakonom:

Talasna dužina emitovane svetlosti uvek je veća od talasne dužine ekscitacione radijacije, zakon koji neposredno vodi računa o činjenici da radijacije kratkih talasnih dužina ekscitiraju pre fotoluminescenciju nego ostale. Ali ovaj zakon nije tačan; njega treba zameniti sledećim zakonom:

Maksimum apsorpcije radijacija koje ekscitiraju fotoluminescenciju odgovara uvek talasnoj dužini manjoj od talasne dužine maksimuma emisije.

EKSPERIMENTALNI ZAKONI OPTIČKIH SPEKTARA I SPEKTARA X-ZRAKOVA

ETALON TALASNE DUŽINE. ODGOVARAJUĆA MERENJA. Talasne dužine merene u spektroskopiji svode se na *primarni etalon* koji predstavlja talasna dužina u vakuumu narandžaste linije kriptona 86 (vidi Primene interferencije), utvrđene vrednosti 6057,8021 angstrema. Radi podesnijeg merenja takođe su definisani *sekundarni etaloni*, talasne dužine spektralnih linija gvožđa i neona. Ove linije su veoma brojne i pokrivaju čitav vidljivi spektar, kao i deo ultraljubičastog. Pošto se spektroskopska merenja koja se odnose na vidljive radijacije obavljaju uvek u vazduhu, internacionalne talasne dužine, date kao etaloni, su talasne dužine u vazduhu na 15° C i pod pritiskom 760 mm žive.

Zakoni spektara izražavaju se mnogo jednostavnije kada se umesto talasne dužine λ koristi frekvencija $\nu = \frac{c}{\lambda}$, ali brzina svetlosti c nije određena sa istom preciznošću kao talasne dužine; upotrebljava se i veličina proporcionalna frekvenciji, *talasni broj* $\nu' = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}$.

RAZNE VRSTE SPEKTARA. Spektar tečnosti ili čvrstog tela dovedenog do usijanja predstavlja *kontinualni spektar*; kod para, međutim, to nije tako: u većini slučajeva para emituje *linijski spektar* ili *trakasti* (*pantljikasti*) *spektar*.

Linijski spektar je sastavljen od tankih linija raspodeljenih po celom spektru. Slika 215 predstavlja linijske spektre vodonika, helijuma, natrijuma i žive. Trakasti spektar obrazovan je od većeg ili manjeg broja traka, jasno ograničenih s jedne strane, a postepeno rasplinutih s druge strane.

Smatra se da linijske spektre daju *atomi*, a trakaste spektre *molekuli*. Ako se temperatura povišava, spektar joda (J_2) transformiše se iz trakastog spektra u linijski spektar, shodno disonaciji $J_2 \rightarrow 2J$.

RAZLIČITI SPEKTRI JEDNOG ISTOG ELEMENTA. Jedan isti atom može davati različite spektre koji se obeležavaju imenima *spektar luka* i *spektar varnice*, imena određena načinom njihovog proizvođenja. Spektar luka emituje neutralni atom, a spektar varnice atom koji je izgubio jedan elektron. Ako atom izgubi drugi elektron, on će emitovati novi spektar varnice, nazvan drugog reda; poznati su spektri varnice različitog reda za jedan isti element.

SPEKTAR VODONIKA. BALMEROV OBRAZAC. Balmer (Balmer) je 1885. našao da se talasni brojevi linija vodonika mogu predstaviti obrascem

$$\nu' = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

nazvanim *Balmerov obrazac*, gde je R_H *Ridbergova* (Rydberg) *konstanta* a m ceo broj. U laboratoriji je pošlo za rukom da se dobije 18 linija koje odgovaraju sukcesivnim vrednostima m: 3, 4,..., 20, a u svetlu zvezda su zapažene linije koje odgovaraju vrednostima m: 21, 22,..., i koje su, prema tome, pripisane vodoniku.

Balmerov obrazac je jedan od najpreciznijih obrazaca fizike; on daje talasne brojeve linija vodonika sa preciznošću većom od jednog milionitog dela. Vrednost konstante R_H iznosi 10967757,6 ± 1,2 jedinica SI. Zapaža se da se prema samom obliku obrasca linije zbijaju (*sl.* 216), jer se član $\frac{R_H}{m^2}$ brzo smanjuje. Serija linija ima granicu čiji se talasni broj ν'_l dobija, ako se stavi da je m beskonačno; imamo $\nu'_l = \frac{R_H}{4}$ i $\lambda_l = \frac{4}{R_H} = 3645{,}6$ angstrema, liniju koja se nalazi u ultraljubičastoj oblasti.

1908. fizičar Ric (Ritz) je, uočavajući da je prvi term Balmerovog obrasca $\frac{R_H}{2^2}$ istog oblika kao i drugi $\frac{R_H}{m^2}$, postavio *pravilo odabiranja* (*kombinacija*): *atom vodonika karakteriše serija termova* $\frac{R_H}{2^2}$, $\frac{R_H}{3^2}$ itd, *a talasni broj jedne linije ovog elementa jednak je razlici dva terma serije.*

Ova tvrdnja predviđa postojanje sledećih linija

$$\nu' = R_H\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right) \text{ i } \nu' = R_H\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2}\right),$$

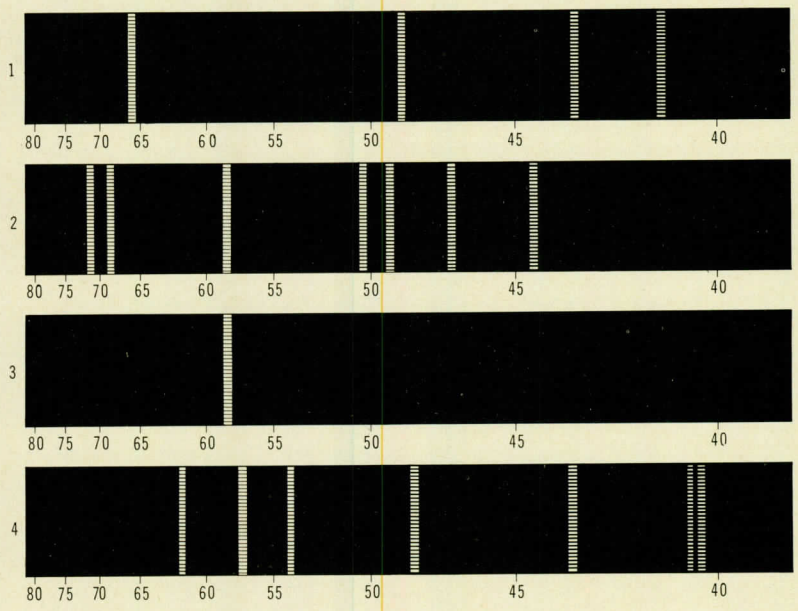
koje ne daje Balmerov obrazac. Ove linije su bile stvarno otkrivene u infracrvenoj oblasti, a njihovi izmereni talasni brojevi tačno se poklapaju sa brojevima koje daju prethodni obrasci.

Pravilo odabiranja predstavlja jedno od bitnih pravila spektroskopije; ono se potvrđuje kod svih elemenata. Termovi $\frac{R_H}{2^2}$, $\frac{R_H}{3^2}$ itd., nazivaju se *spektralni termovi* vodonika. Svi spektralni termovi ne mogu se kombinovati između sebe, a cilj spektroskopije je, sem određivanja spektralnih termova, iznalaženje zakona po kojima se oni kombinuju.

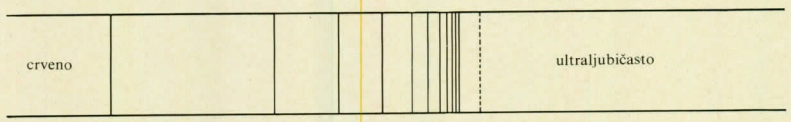
SPEKTAR JONIZOVANOG HELIJUMA. Spektar neutralnog atoma helijuma je dosta složen, dok je spektar jonizovanog atoma mnogo prostiji i upadljivo je sličan sa spektrom vodonika. Talasni brojevi spektralnih linija jonizovanog helijuma mogu biti, zaista, predstavljeni obrascem

$$\nu' = 4R_{H_e}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

Sl. 215



Sl. 216



gde su n i m celi brojevi, a R_{He} konstanta veoma bliska Ridbergovoj konstanti R_H. Poznate su linije koje odgovaraju vrednostima $n = 3$ a $m = 4, 5, 6,\ldots$, i $n = 4$, $m = 5, 6, 7,\ldots$, kao i nekoliko ultraljubičastih linija koje odgovaraju $n = 2$.

SPEKTRI ALKALNIH METALA. Kada se povećava atomska težina elementa njegov spektar postaje sve složeniji, ali spektri elemenata koji pripadaju istom stupcu Mendeljejevljeve tablice su slični. To pokazuje da spektri, kao i hemijska svojstva, zavise od perifernih elektrona atoma. Spektralni termovi ne mogu se više predstaviti obrascima tako prostim kao što su obrasci spektralnih termova vodonika i jonizovanog helijuma.

Linije nekih serija nisu proste; to su dubleti slični dubletima koje daje natrijum, čije dve linije imaju talasne dužine 5896 angstrema i 5890 angstrema. Konstatuje se da je za jednu istu seriju razlika talasnih brojeva između dve linije jednog dubleta konstantna.

SPEKTRI OSTALIH ELEMENATA. Za zemnoalkalne metale postoje dve serije spektralnih termova, prva, sastavljena od prostih termova, druga, od triplih termova, što odgovara postojanju *tripleta* i *sekstupleta*. Kod ostalih elemenata termovi se još više usložnjavaju, pri čemu mnoštvo termova menja paritet kada se prelazi iz jednog stupca Mendeljejevljeve tablice u drugi; tako su termovi alkalnih metala dvostruki, termovi zemno-alkalnih metala prosti ili trostruki, termovi elemenata aluminijevog stupca dvostruki ili četvorostruki itd. Tako imamo sve složenije *multiplete*, od kojih izvesni obuhvataju i do petnaest linija.

Linije multipleta ne moraju biti bliske; tako triplet žive ima kao komponente linije $\lambda = 5\ 461$ (zeleno), 4358 (zatvorenoplavo), 4047 (ljubičasto), tako da se u spektru jednog elementa linije raznih serija i raznih multipleta prekrivaju. Srećom, sve linije jedne serije imaju ista svojstva; na primer, one se razlažu na isti način pod uticajem magnetskog polja. Ovo dejstvo magnetskog polja na linije dobija tako veliku vrednost u spektroskopiji.

SPEKTRI X-ZRAKOVA. MOZLEJEV (MOSELEY) ZAKON. *V. Elektricitet*, str. 620.

OBJAŠNJAVANJE SPEKTARA POMOĆU KVANTNE TEORIJE

ENERGETSKI NIVOI ATOMA. Klasična teorija je pretpostavljala da zračenje koje emituje neki element proizlazi iz oscilacija atoma i da su periodi ove dve pojave isti. Ova teorija ne može da objasni činjenicu da su talasni brojevi linija koje emituje neki element jednaki razlici dva spektralna terma. Danac Bor (Bohr) je 1913. primenio kvantnu teoriju na emisiju spektralnih linija. To je dozvolilo da se ubrzo objasne spektralni termovi, pa čak i da se izračunaju.

Prema kvantnoj teoriji, emisiju zračenja atoma frekvencije ν prati gubitak energije $W = h\nu$, gde je h *Plankova konstanta*. Drugim rečima, atom prelazi iz jednog stanja u kome je njegova energija W_1 u drugo, u kome je njegova energija W_2, pa imamo

$$W = h\nu = W_1 - W_2,$$

odakle

$$\nu' = \frac{\nu}{c} = \frac{W_1}{hc} - \frac{W_2}{hc},$$

gde je ν' talasni broj, c brzina svetlosti.

Ako uzmemo da su $\frac{W_1}{hc}$ i $\frac{W_2}{hc}$ spektralni termovi, njihovo postojanje je objašnjeno, kao i pravilo odabiranja.

Ali spektralni termovi obrazuju diskontinualni niz; tako treba da bude i sa energijama W_1, W_2,... Možemo, dakle, tvrditi:

Atom može postojati samo u diskontinualnom nizu energetskih stanja ili energetskih nivoa.

Dok atom ostaje na istom energetskom nivou W_1, on ne emituje nikakvo zračenje, njegova energija ostaje konstantna; kaže se da se on nalazi u *stacionarnom stanju*; prethodna tvrdnja može se, dakle, zameniti sledećom:

Niz stacionarnih stanja atoma je diskontinualan. Kada atom prelazi iz stanja W_1 u stanje W_2, dolazi do emisije radijacije čiji je talasni broj

$$\nu' = \frac{W_1}{hc} - \frac{W_2}{hc}.$$

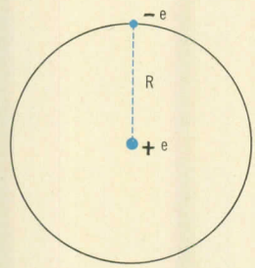
Izgleda da se pojavljuje jedna teškoća. Znamo da se uzima da je atom sastavljen od elektrona koji se kreću oko jezgra; ali elektron se u kretanju može izjednačiti sa električnom strujom; atom, dakle, mora stvarati promenljivo elektromagnetsko polje i, prema tome, zračiti energiju, i to bez obzira na njegovu putanju. Izgleda, dakle, da ne postoji stacionarno stanje u kome atom ne zrači energiju. Međutim, ako se dobro razmisli, klasična teorija nije u pravu, jer ako atom stalno emituje energiju, znači da njegova konfiguracija nije stabilna, a elektroni se moraju postepeno približavati jezgru, da bi na kraju pali na njega. Mi, međutim, ne možemo uzeti da atom nije stabilan; kvantna teorija je, dakle, u pravu kada uzima da za elektrone postoje posebne orbite, u kojima nema energetskog zračenja, to jest one koje odgovaraju stacionarnim stanjima atoma.

Bor je *a priori* postavio da dužina l orbite mora biti jednaka multiplu celog broja veličine $\frac{h}{mv}$, gde je m masa elektrona, v njegova brzina, a h Plankova konstanta. Imamo, dakle,

$$l = \frac{ph}{mv}.$$

Ovaj proizvoljni uslov potvrdili su najpre dobijeni rezultati, zatim logično talasna mehanika.

SPEKTAR VODONIKOVOG ATOMA. Primenimo ove hipoteze na najprostiji atom, atom vodonika. Znamo da se on sastoji od jezgra naelektrisanja $+ e$ oko koga se kreće elektron naelektrisanja $- e$. Pretpostavimo da elektron opisuje krug poluprečnika R (*sl.* 217).



Sl. 217

Kako je dužina putanje $2\pi R$, treba da imamo

$$2\pi R = \frac{ph}{mv}.$$

Izračunajmo brzinu v elektrona; sila koja dejstvuje na njega [Kulonov zakon (Coulomb)] je

$$f = \frac{e^2}{R^2}$$

(račun se vrši, po tradiciji, u sistemu elektrostatičkih jedinica C. G. S., neracionalizovanom), njegovo ubrzanje je $\gamma = \frac{v^2}{R}$;

budući da je $f = m\gamma$, imamo

$$\frac{e^2}{R^2} = m\frac{v^2}{R},$$

ili još

$$v^2 = \frac{e^2}{mR}.$$

Stavljajući ovu vrednost brzine u izraz za poluprečnik, izlazi

$$4\pi^2R^2 = \frac{p^2h^2 \cdot m \cdot R}{m^2 \cdot e^2};$$

odakle

$$R = p^2 \cdot \frac{h^2}{4\pi^2me^2},$$

što pokazuje da se uzastopni poluprečnici orbita elektrona menjaju kao kvadrati p^2 uzastupnih celih brojeva.

Izračunajmo sada energiju W atoma, kada elektron opisuje orbitu poluprečnika R.

Prema našim hipotezama, račun nam mora dati spektralne termove vodonika.

Energija atoma sastoji se od kinetičke energije $\frac{mv^2}{2}$ elektrona i potencijalne energije elektrona naelektrisanja $- e$ u polju koje je stvorilo naelektrisanje $+ e$; ova energija iznosi $-e \cdot \frac{e}{R} = -\frac{e^2}{R}$; s druge strane, napred dokazani obrasci daju nam

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{e^2}{R}.$$

Energija atoma je

$$W = \frac{1}{2}\frac{e^2}{R} - \frac{e^2}{R} = -\frac{1}{2}\frac{e^2}{R}.$$

Ova energija je negativna zato što je potrebno utrošiti rad da bi se elektron udaljio od jezgra u beskonačnost.

Zamenjujući R njegovom vrednošću, dobija se

$$W = -\frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi^2me^4}{p^2h^2}.$$

Kada elektron prelazi sa orbite reda m ($p = m$) na orbitu reda n ($p = n$), njegova energija prelazi sa W_1 na W_2, pa imamo

$$W_1 - W_2 = \frac{2\pi^2me^4}{h^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

Tada imamo emisiju zračenja frekvencije ν, tako da je

$$\nu = \frac{W_1 - W_2}{h},$$

ili, uvodeći talasni broj ν',

$$\nu' = \frac{\nu}{c} = \frac{W_1 - W_2}{hc},$$

ili

$$\nu' = \frac{2\pi^2me^4}{h^3c}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

što predstavlja *Balmerov obrazac*. Može se takođe pokazati da je veličina $\frac{2\pi^2me^4}{h^3c}$ jednaka Ridbergovoj konstanti.

Slaganje je zadovoljavajuće i ono potvrđuje u potpunosti primenljivost postavljenih hipoteza.

ELIPTIČNE ORBITE. Pretpostavili smo da su orbite elektrona kružne, što predstavlja samo poseban slučaj. Najopštiji slučaj je onaj, kada elektron opisuje elipsu. Račun postaje tada veoma složen da bismo ga ovde iznosili; kažimo samo da on daje spektralne termove oblika $\frac{R}{(n+s)^2}$, analogne onima koje daje ogled. Međutim, razmatranje eliptičnih orbita ne objašnjava postojanje *dubleta*, *tripleta* itd. Da bi se našlo objašnjenje za to, treba pretpostaviti da se elektron obrće oko samog sebe; račun tada pokazuje zašto alkalni metali daju tada dublete, zemno-alkalni metali triplete itd.

ZAKLJUČAK. Primena kvantne teorije na optičke spektre (kao, uostalom, i na linijske X spektre) u potpunosti se opravdala. Ona razmatra pojave ne samo kvalitativno, već i kvantitativno. Značaj ove teorije nije potrebno posebno isticati, utoliko pre što se ona primenjuje sa jednakim uspehom na fotoelektrične pojave, na X-zrake i na zračenje crnog tela. Dobro je, međutim, istaći da smo u prethodnim računima koristili istovremeno klasičnu mehaniku i kvantnu teoriju, dve potpuno protivrečne stvari. Luj de Brolji (Louis de Broglie) otklonio je ovu protivrečnost u svojoj *talasnoj mehanici*, uspevši čak da objasni neke činjenice koje je kvantna mehanika objašnjavala samo pomoću hipoteza stvorenih za dati slučaj.

elektricitet i magnetizam

ELEKTROSTATIKA

FUNDAMENTALNI EKSPERIMENTALNI PODACI

ELEKTRISANJE TRENJEM. Ako se vunenom krpom, ili krznom protare komad ćilibara, stakla ili plastične materije, on dobija svojstvo da privlači laka tela. *Po definiciji* kažemo da je komad ćilibara, stakla ili plastične materije dobio *statičko naelektrisanje* ili da *se elektrisao*.

Metalna šipka ne stiče ovo svojstvo kada se drži u ruci, čak ni posle energičnog trenja, ali ogled će uspeti ako se šipka drži pomoću staklene drške. Kuglica od mesinga, na primer, postavljena na staklено postolje, elektriše se vrlo dobro trenjem, ali elektrisanje prestaje čim se ova kuglica dodirne prstom. Isto se događa ako je dodirnemo metalnom žicom ili ako, eliminišući ulogu ljudskog tela, povežemo kuglicu neposredno sa zemljom pomoću metalne žice.

PROVODNICI. IZOLATORI. Tela možemo podeliti u dve grupe. U prvu grupu ubrajamo tela kao što je staklo, guma, svila, liskun, papir, plastične materije itd., koje se elektrišu trenjem kada ih držimo u rukama; sem toga, elektricitet kod njih ostaje lokalizovan na delovima izloženim trenju, i kada ih povežemo sa zemljom pomoću nekog tela njihovo elektrisanje ostaje sačuvano. To su izolatori ili *dielektrici*. Kod drugih, *provodnika*, elektricitet se proširuje na čitavo telo: to srećemo kod metala, a takođe i kod ljudskog tela i zemlje. Ako protaremo metalnu šipku koju držimo u ruci, elektricitet se kroz ljudsko telo širi na celo tlo: šipka se praktično ne elektriše; ona se, naprotiv, elektriše ako umetnemo izolatorsku dršku koja sprečava ovo oticanje.

DVE VRSTE ELEKTRICITETA. Uzmimo *električno klatno* (*sl.* 1) koje se sastoji od kuglice zovine srži (provodnik) obešene o svileni konac na stakleno postolje. Približimo mu naelektrisani stakleni štapić; on privlači kuglicu, ali ako ova dodirne staklo, ona biva energično odbijena. Možemo utvrditi da se zovina kuglica naelektrisala, jer ona privlači laka tela. Približimo sada kuglici naelektrisani ebonitni štapić: kuglica biva privučena; približimo ponovo stakleni štapić: ona biva odbijena; otuda zaključujemo da elektricitet ebonitnog štapića nije isti kao elektricitet staklenog štapića. Prvi je nazvan *smolasti elektricitet* ili, po konvenciji, *negativni*, a drugi, *staklasti elektricitet* ili *pozitivni*.

Prethodni ogledi mogu se kratko izložiti ako se kaže da se dva tela istoimenog naelektrisanja ili istog znaka odbijaju, a da se dva tela raznoimenog naelektrisanja ili suprotnog znaka privlače.

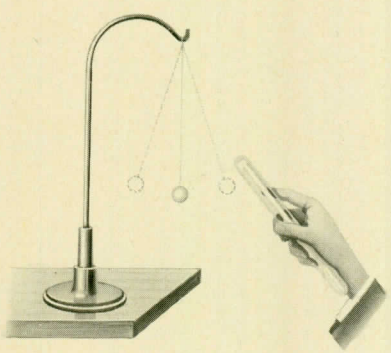
SAVREMENA KONCEPCIJA DVE VRSTE ELEKTRICITETA. Izbor znaka elektriciteta bio je potpuno proizvoljan, jer nijedna pojava, poznata u to vreme, oko 1820. nije ukazivala put pri tome izboru. Kasnije, izučavanje izvesnih pojava dovelo je do otkrića elektrona i pokazalo da je jedan od elektriciteta, na žalost onaj koji je nazvan »negativni«, mnogo pokretniji od drugog. Sada znamo da se, sa gledišta mikrosveta, sve pojave elektrisanja objašnjavaju kretanjem elektrona, to jest negativnog naelektrisanja. Neko telo negativno naelektrisano ima suvišak elektrona; neko telo pozitivno naelektrisano izgubilo je elektrone.

Neko telo je neutralno ili nenaelektrisano ako negativna naelektrisanja elektrona tačno kompenzuju pozitivna naelektrisanja jezgara atoma.

U izolatoru elektroni se ne mogu pomerati; naelektrisanja ostaju, dakle, lokalizovana u mestima gde su se pojavila. U provodnicima se naelektrisanja mogu, naprotiv, pomerati. Najčešće, samo se elektroni mogu pomerati: tada imamo *elektronsku provodljivost*; to je slučaj kod metala. Kod ostalih provodnika, posebno sonih rastvora, cirkulacija naelektrisanja obezbeđena je kretanjem jona, atoma ili grupa atoma koji imaju manjak ili višak elektrona: to je *jonska provodljivost*.

OSTALI NAČINI ELEKTRISANJA. Neko telo, inače neutralno, može se elektrisati i drugim načinom, sem trenjem.

Elektrisanje dodirom. Kada dovedemo u dodir jedan naelektrisani provodnik i jedan neutralni provodnik, ovaj poslednji dobija naelektrisanje istog znaka. Početno naelektrisanje podeljeno je između ova dva provodnika. To isto se dogodilo kada je naelektrisani stakleni štapić dodirnuo zovinu kuglicu električnog klatna.



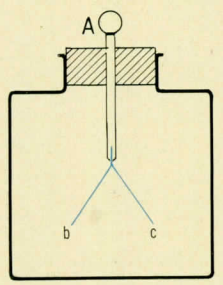
Sl. 1

Elektrisanje influencijom. Ako neko naelektrisano telo približimo neutralnom provodniku, izvesna njegova područja elektrišu se influencijom. Ovo elektrisanje prestaje ako se naelektrisano telo udalji. Videćemo, međutim, da je moguće zadržati ovo elektrisanje.

Elektrisanje pomoću električnog izvora. Elektrostatička mašina ima dva pola, jedan pozitivan i jedan negativan. Dodirom jednog od ovih polova možemo naelektrisati jedan provodnik elektricitetom odgovarajućeg znaka.

ELEKTROSKOP SA ZLATNIM LISTIĆIMA. Ovaj instrument koji je u stanju da otkriva slaba naelektrisanja, sastoji se od metalne šipke A (*sl.* 2) na čijem se kraju nalaze dva veoma lagana listića kovanog zlata *b* i *c*. Donji deo šipke i zlatni listići stavljeni su u metalnu kutiju, nazvanu *kavez*, čije su dve suprotne strane delimično zastakljene, kako bi se mogli videti listići. Šipka prolazi kroz zapušač koji je izoluje od kaveza. Kada se provodnik, sastavljen od A, *b* i *c*, naelektriše, čak i veoma slabo, listići se razdvajaju.

Da bi se utvrdilo da li je neko telo naelektrisano, ono se može približiti elektroskopu, koji se elektriše influencijom, ili se dovesti u dodir sa šipkom A. Može se takođe upotrebiti samo jedan zlatni listić, ili veoma laka kazaljka koja će se otkloniti od šipke za koju je pričvršćena.



Sl. 2

KULONOV ZAKON. NAELEKTRISANJE. ELEKTRIČNO POLJE

KULONOV ZAKON. Nakon niza osetljivih ogleda Kulon je formulisao sledeći zakon koji nosi njegovo ime:

Dva naelektrisana tela, veoma malih dimenzija, dejstvuju jedno na drugo silom privlačenja ili odbijanja koja je usmerena duž prave koja ih spaja i koja je obrnuto proporcionalna kvadratu njihovog rastojanja.

Ovaj zakon se nije mogao eksperimentalno precizno proveriti, ali su njegove posledice mogle biti eksperimentalno proverene, često veoma precizno, što predstavlja najbolje dokaze njegove tačnosti.

NAELEKTRISANJA. Kulonov zakon je sličan Njutnovom zakonu koji se odnosi na opštu gravitaciju; zamišljeno je da se naelektrisanje definiše kao što je definisana teška masa. Posmatrajmo pozitivno naelektrisanu tačku A, postavljenu na rastojanje d od druge pozitivno naelektrisane tačke B (*sl.* 3). Ova druga odbija A izvesnom silom F. Kažemo da naelektrisana tačka C poseduje isto naelektrisanje kao B ako ona, postavljena na rastojanje d od A, odbija A istom silom F. Ako ona, umesto da odbija privlači A istom silom F, kažemo da C ima isto naelektrisanje kao B, ali suprotnog znaka. Ako C odbija A silom dvostrukom, trostrukom ili četvorostrukom od sile F, kažemo da je naelektrisanje C dvostruko, trostruko ili četvorostruko naelektrisanje B. Znak + daje se pozitivnim naelektrisanjima, a znak — negativnim naelektrisanjima.

Tako smo u potpunosti definisali naelektrisanje i preostaje nam samo da definišemo jedinicu naelektrisanja (što ćemo učiniti kasnije), da bismo ga mogli meriti. Istaknimo da je, prema našoj definiciji, sila F, kojom naelektrisana tačka B, naelektrisanja q, dejstvuje na naelektrisanu tačku A, naelektrisanja q', proporcionalna q; i obrnuto, sila F′ kojom A dejstvuje na B proporcionalna je q'; međutim, prema zakonu akcije i reakcije ove dve sile su brojno jednake; dakle F (i F′) je istovremeno proporcionalno q i q', dakle njihovom proizvodu qq'. Prema Kulonovom zakonu, možemo tada pisati

$$F = k\frac{qq'}{d^2},$$

gde je k konstanta koja zavisi samo od izabranih jedinica.

Ako su dva naelektrisanja q i q' istog znaka, sila F je odbojna, a veličina $\frac{qq'}{d^2}$ je pozitivna. Ako su q i q' suprotnih znakova, sila F je privlačna, a veličina $\frac{qq'}{d^2}$ je negativna.

Naš obrazac, dakle, važi i u pogledu znakova, pod uslovom da odbijanja računamo kao pozitivna, a privlačenja kao negativna. Pri ovim uslovnostima, konstanta k je pozitivna.

ELEKTRIČNO POLJE. Naelektrisanje q, postavljeno u blizini naelektrisanog tela A, potčinjeno je sili F koju možemo smatrati da je jednaka proizvodu q i izvesnog vektora $\overline{E}$:

$$\overline{F} = q\overline{E}.$$

Na primer, ako je telo A tačka naelektrisanja q' i ako je rastojanje između naelektrisanja q i q' d, imamo

$$F = k\frac{qq'}{d^2} \quad \text{i} \quad E = k\frac{q'}{d^2}.$$

Vektor $\overline{E}$ dobio je ime *vektor jačine električnog polja*, a deo prostora koji okružava A i gde je naelektrisanje potčinjeno elektrostatičkoj sili naziva se *električno polje*.

Vektorska jednakost $\overline{F} = q\overline{E}$ pokazuje nam odnos vrednosti F i E, ali i to da dva vektora imaju isti pravac i isti smer ako je q pozitivno, a suprotne smerove ako je q negativno.

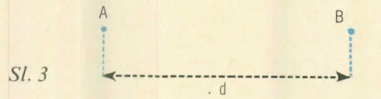
Može se reći da vektor jačine električnog polja $\overline{E}$ predstavlja silu koja dejstvuje na pozitivno jedinično naelektrisanje, postavljeno u posmatranoj tački.

Najzad, definisali smo u svakoj tački prostora koji okružava naelektrisano telo, ili električnog polja, vektor nazvan *vektor jačine električnog polja*, identičan sa vektorom koji predstavlja silu koja dejstvuje na jedinično naelektrisanje postavljeno u toj tački.

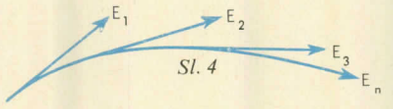
GEOMETRIJSKO PREDSTAVLJANJE ELEKTRIČNOG POLJA; LINIJE SILE. Posmatrajmo neko pozitivno naelektrisanje postavljeno u polje, s tim, da se ono može pomerati. U svakoj tački ono će se usmeravati u pravcu i smeru vektora jačine polja u toj tački, drugim rečima, ono će opisati putanju tako da vektor jačine polja u svakoj tački predstavlja tangentu u toj tački (*sl.* 4). Takva putanja naziva se *linija sile* ili *linija polja*. Podesno je da se polje predstavi pomoću linija sile. Ovim linijama sile daje se smer označen strelicom, a to je smer u kome se slobodno kreće pozitivno naelektrisanje.

Primeri. Posmatrajmo pozitivno tačkasto naelektrisanje A. Ako mu približimo neko drugo pozitivno naelektrisanje koje se može slobodno pomerati, ono će biti odbijeno i opisaće pravolinijsku putanju, udaljujući se od tačke A. Linije sile posmatranog polja su poluprave proizišle iz A i usmerene od A. Ako je naelektrisanje A negativno, linije sile biće opet poluprave proizišle iz A, ali usmerene prema A (*sl.* 5 i 6).

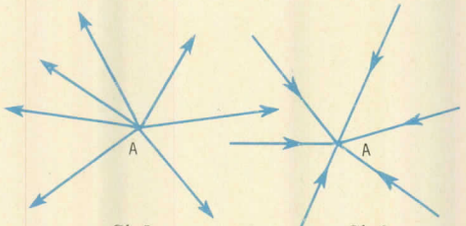
Linije sile električnog polja mogu se materijalizovati ako se površina ricinusovog ulja u dosta širokom staklenom sudu pospe grizom. Kada se u ovo ulje umoči jedan ili više provodnika naelektrisanih na bilo koji način, zrnca griza, elektrišući se influencijom ili dodirom, opisuju putanje koje predstavljaju linije sile polja stvorenog od strane naelektrisanih provodnika (*sl.* 7). Kaže se da je ostvaren *spektar* električnog polja.



Sl. 3

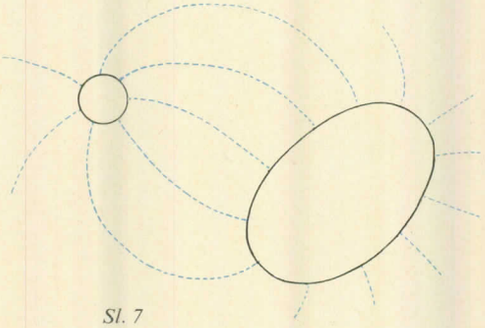


Sl. 4



Sl. 5

Sl. 6


Sl. 7

JEDINICA NAELEKTRISANJA, JEDINICA JAČINE ELEKTRIČNOG POLJA. U vakuumu koeficijent k obrasca koji izražava Kulonov zakon zavisi od izabranog sistema jedinica. Najprirodnije je da se *a priori* utvrdi numerička vrednost ovog koeficijenta i da se pomoću Kulonovog obrasca iz mehaničkih jedinica izvede jedinica naelektrisanja. Međutim, elektrostatika je samo deo jedne daleko veće celine koja obuhvata elektrokinetiku, elektromagnetizam itd. Izučavanje skupa ovih pojava dovelo je do uvođenja dve veličine, ε_0 u elektrostatici i μ_0 u elektromagnetizmu, nazvanih *dielektrična konstanta* (*električka permeabilnost*) odnosno *magnetska permeabilnost* vakuuma. One su povezane sa brzinom svetlosti u vakuumu c relacijom $\varepsilon_0\mu_0c^2 = 1$.

Podesno je, s druge strane, da se u Kulonov obrazac uvede faktor $1/4\pi$, što pojednostavljuje neke obrasce elektrostatike. Ova konvencija naziva se »racionalizacija«. Uzevši sve u obzir, Kulonov obrazac se piše

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{d^2}.$$

1. **Legalni ili M. K. S. A. racionalizovani sistem**. Osnovne jedinice u mehanici su: metar, kilogram i sekund; u elektricitetu, amper; što utvrđuje vrednost magnetske permeabilnosti u vakuumu: $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$. Jedinica naelektrisanja ili količine elektriciteta, što je isto, jeste kulon (C), a vrednost dielektrične konstante vakuuma jeste

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9}, \quad \text{i} \quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9.$$

U Kulonovom obrascu d se izražava u metrima a F u njutnima.

Jedinica jačine električnog polja je ona jačina polja koja dejstvuje silom 1 njutna na naelektrisanje 1 kulona. To je *volt na metar*.

2. **Elektrostatički C. G. S. sistem.** U ovom sistemu čije su osnovne jedinice centimetar, gram i sekund, za vrednost dielektrične konstante vakuuma uzima se $\varepsilon_0 = 1/4\pi$.

Tada se Kulonov obrazac piše

$$F = \frac{qq'}{d^2}.$$

Elektrostatička jedinica C. G. S. (ESJ) naelektrisanja jeste tačkasto naelektrisanje koje, dejstvujući u vakuumu na identično naelektrisanje, na rastojanju od 1 centimetra, odbija ovo silom od 1 dina.

Ova jedinica nije dobila zvaničan naziv. Ona iznosi $\frac{1}{3.10^9}$ kulona.

Elektrostatička jedinica C. G. S. jačine električnog polja, koja takođe nema zvaničan naziv, jeste jačina polja koje dejstvuje silom 1 dina na naelektrisanje jednako jedinici C. G. S.

ELEMENTARNO NAELEKTRISANJE. To je naelektrisanje jednog elektrona ili protona. Njegova vrednost je

$$e = 1{,}602.10^{-19} \text{ kulona.}$$

Sva naelektrisanja predstavljaju cele multiple ovog elementarnog naelektrisanja, međutim, kako je njegova vrednost veoma mala, u srazmerama makrodimenzija, svako naelektrisanje može da se *menja prividno kontinualno*.

SABIRANJE NAELEKTRISANJA. Stavimo sukcesivno u istu tačku A električnog polja dva jednaka naelektrisanja. Na svako će dejstvovati ista sila F. Ako ih stavimo zajedno u tačku A, na njihov skup dejstvovaće sila $2F = 2qE$, kao da smo u A stavili

naelektrisanje $2q$. Ako sada stavimo u A jedno naelektrisanje q i jedno naelektrisanje $-q$, na njihov skup neće dejstvovati nikakva sila, ili, tačnije, dejstvovaće sila F — F = O, kao da u A nema nikakvog naelektrisanja.

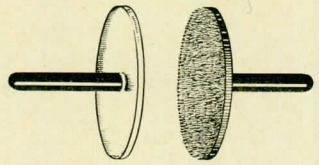
U opštem slučaju, ako stavimo u tačku A skup algebarskih naelektrisanja q_1, q_2, q_3, itd., posledica će biti kao da tačka A ima naelektrisanje $Q = q_1 + q_2 + q_3 \cdots$.

Ovo se može izraziti time da se kaže da se naelektrisanja algebarski sabiraju.

PRINCIP OČUVANJA ELEKTRICITETA. Uzmimo dva diska pričvršćena na izolatorske drške (*sl.* 8), od kojih je jedan od stakla, a drugi presvučen suknom. U početku su oba diska neutralni. Protarimo ih jedan o drugi; oni se elektrišu i to onaj stakleni pozitivno, a drugi negativno. Kada ih ponovo dovedemo u dodir, elektrisanje isčezava. Istovremeno se pojavljuje pozitivni i negativni elektricitet, u istim količinama. Do toga dolazi uvek: *svaki put kada se proizvede izvesna količina elektriciteta jedne vrste, pojavljuje se u isto vreme ista količina elektriciteta druge vrste.*

U našem ogledu mi nismo doneli elektricitet, a on se ipak pojavio. Dva diska su već sadržavala elektricitet, ali kako je njihovo ukupno naelektrisanje nula, oni su sadržavali jednake količine elektriciteta dve vrste koji se međusobno neutrališu.

Sl. 8



Drugim rečima, *nenaelektrisano telo sadrži jednake količine pozitivnog i negativnog elektriciteta.* To su naelektrisanja jezgara atoma i naelektrisanja elektrona. Trenjem sukno izvlači izvestan broj elektrona iz stakla koje tada postaje pozitivno, dok se sukno, zadržavajući suvišak ovih elektrona, elektriše negativno.

Ovo dozvoljava da se formuliše princip očuvanja elektriciteta:

Algebarski zbir količina elektriciteta u jednom izolovanom sistemu je konstantan.

POSLEDICE KULONOVOG ZAKONA. POTENCIJAL. FLUKS. NJUTNOVO POLJE

POTENCIJAL. Uzmimo da se teško telo A, mase m, premešta iz tačke B smeštene na visini h_1 od zemlje, u tačku C smeštenu na visini h_2, manju od h_1. Tokom premeštanja tela A (v. *Mehanika*, str. 484) rad sile teže ima vrednost

$$T = mg(h_1 - h_2) \quad \text{ili} \quad T = m(gh_1 - gh_2),$$

gde je g intenzitet teže. Ovo važi bez obzira na put kojim je telo A išlo da bi dospelo iz B u C.

Označimo sa V promenljivu veličinu gh, sa V_B vrednost koju ima V u tački B (to jest gh_1), a sa V_C vrednost V u tački C; imamo

$$T = m(V_B - V_C).$$

Veličina V naziva se *potencijalna funkcija* ili, prostije, *potencijal* polja teže.

Kada se teško telo mase m pomera u polju Zemljine teže iz tačke B u tačku C, rad sile teže je nezavisan od puta pređenog da bi se došlo iz B u C, a jednak je proizvodu m i razlike vrednosti koju ima potencijalna funkcija u B i C; prostije rečeno: proizvodu mase m i razlike potencijala u B i C.

Svako gravitaciono polje, bez obzira na to kakvo je, ima ovo svojstvo; kaže se da ono potiče od potencijala. Kako je Kulonov obrazac sličan Njutnovom obrascu gravitacije, prirodno je da se pomisli, a račun to potvrđuje, da električno polje ima isto svojstvo i da se može definisati *električni potencijal.*

U svakoj tački električnog polja može se definisati potencijalna funkcija ili potencijal tako da, ako se tačkasto naelektrisanje q *pomera iz tačke* B *u tačku* C *toga polja, rad električnih sila ima vrednost jednaku proizvodu* q *i razlike potencijala u* B *i* C, *i to bez obzira na put koji naelektrisanje* q *pređe da bi došlo iz* B *u* C.

To pišemo u obliku

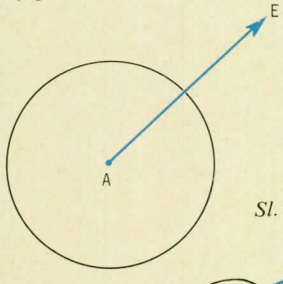
$$T = q(V_B - V_C),$$

gde V_B i V_C označavaju vrednosti potencijala u B i C. Zaista, ako umesto ovih vrednosti uzmemo vrednosti $V_B + k$ i $V_C + k$, dobićemo

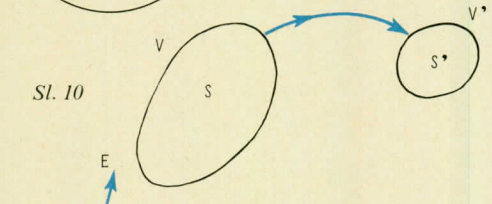
$$T = q[(V_B + k) - (V_C + k)] = q(V_B - V_C),$$

što pokazuje da je potencijal u nekoj tački definisan sa tačnošću samo do na jednu konstantu; potpuno je definisana samo razlika potencijala dve tačke. Ovo važi i za polje teže. Da bi se otklonila ova neodređenost, dovoljno je da se utvrdi jednom za svagda potencijal neke određene tačke. Ugovoreno je da je *potencijal nula u svim tačkama koje se nalaze beskonačno daleko od svakog naelektrisanja.* Može se katkad uzeti kao potencijal nula potencijal zemlje.

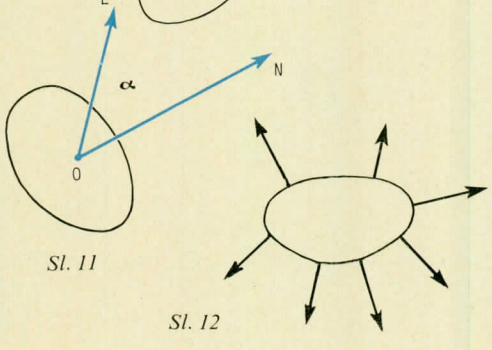
Vratimo se obrascu $T = q(V_B - V_C)$. Ako je q pozitivno, vidimo da je rad pozitivan, dakle, motorni, kada je V_B veće od V_C, a otporni u protivnom slučaju. Sila koja dejstvuje na q je usmerena od B prema C, to jest u smeru opadajućih potencijala. Isto važi i za jačinu polja, jer kako je q pozitivno, jačina polja i sila su istog smera. Ali jačina polja u nekoj tački ne zavisi od naelektrisanja koje je postavljeno u njega.



Sl. 9



Sl. 10



Sl. 11

Sl. 12

Vektor jačine električnog polja ima uvek smer opadajućih potencijala.

EKVIPOTENCIJALNE POVRŠINE. *Ekvipotencijalne površine* nazivaju se površine čije su sve tačke na istom potencijalu. Ako se neko naelektrisanje pomera po ekvipotencijalnoj površini, rad elektrostatičkih sila stalno je jednak nuli, pošto je razlika potencijala uvek nula. Dakle, elektrostatička sila, ili, što znači isto, jačina električnog polja u svakoj tački ekvipotencijalne površine normalna je na površinu u toj tački. Obrnuto, svaka površina normalna u svakoj od svojih tačaka na jačinu električnog polja u tim tačkama jeste ekvipotencijalna površina.

Posmatrajmo polje koje je proizvelo tačkasto naelektrisanje A i nacrtajmo sferu sa centrom u A (*sl.* 9). Ova sfera je normalna u svakoj od svojih tačaka na jačinu polja u toj tački, jer su linije sile polja poluprave proizišle iz A. Ova sfera je ekvipotencijalna površina polja koje stvara tačkasto naelektrisanje A.

Posmatrajmo dve ekvipotencijalne površine S i S′ (*sl.* 10). Uzmimo da je V potencijal S, a V′ potencijal S′; pretpostavimo da je $V > V'$. Jačina električnog polja ima smer opadajućih potencijala. Linije sile idu od površine S prema površini S′.

JEDINICA RAZLIKE POTENCIJALA. Obrazac

$$T = q(V_B - V_C)$$

dozvoljava nam da definišemo jedinicu razlike potencijala.

U M. K. S. A. sistemu ova jedinica je volt. *Volt je razlika potencijala koja postoji između dve tačke električnog polja ako je rad elektrostatičke sile koja dejstvuje na naelektrisanje od* 1 *kulona, jednak* 1 *džulu kada se naelektrisanje premesti iz jedne tačke u drugu.*

To nije internacionalna definicija koja će biti data u elektrokinetici, ali je strogo ekvivalentna njoj.

U C. G. S. sistemu elektrostatička jedinica razlike potencijala jeste razlika potencijala koja postoji između dve tačke električnog polja ako je rad elektrostatičke sile, koja dejstvuje na jedinično naelektrisanje, jednak jednom ergu kada se naelektrisanje premesti iz jedne tačke u drugu.

Ova jedinica, koja nije dobila zvaničan naziv, iznosi 300 volti.

ELEKTROSTATIČKI FLUKS. Posmatrajmo beskonačno malu površinu dS koja okružuje tačku O, gde je vektor jačine električnog polja E. Uzmimo da je ON normala u O na površinu dS, normala koju ćemo orijentisati u proizvoljnom smeru. *Elektrostatički fluks* polja E kroz površinu dS naziva se algebarska veličina

$$d\varphi = E \cdot dS \cdot \cos \alpha,$$

gde je α ugao koji zatvara pozitivna polunormala ON sa jačinom polja E (*sl.* 11). Znak ovog fluksa zavisi od proizvoljno izabranog smera normale.

Posmatrajmo sada bilo koju površinu; izdelimo je na veoma male elemente; orijentišimo normalu na jedan od ovih elemenata u jednom smeru, a zatim normale na ostale elemente na isti način. Kroz svaki od ovih elemenata imaćemo flukseve $d\varphi_1$, $d\varphi_2$ itd. »Fluks kroz celu površinu« nazvaćemo algebarski zbir svih ovih flukseva $d\varphi_1$, $d\varphi_2$ itd.

Kada su posmatrane površine zatvorene, sve normale su orijentisane ili ka spoljašnosti, i fluks nazivamo »izlazeći fluks«, ili ka unutrašnjosti, i tada imamo »ulazeći fluks« (*sl.* 12).

Kada se jačina polja E može posmatrati kao zbir više jačina polja E_1, E_2, E_3 itd., može se, da bi se izračunao fluks polja E kroz neku površinu, obrazovati zbir flukseva polja E_1, E_2, E_3 itd. kroz tu površinu.

SVOJSTVA ELEKTROSTATIČKOG FLUKSA. GAUSOVA TEOREMA. Elektrostatički fluks ima mnogobrojna veoma značajna svojstva, od kojih ćemo ovde izložiti samo glavna.

Gausova teorema glasi :

Fluks koji izlazi iz neke zatvorene površine koja ne sadrži bilo kakvo naelektrisanje u svojoj unutrašnjosti jednak je nuli.

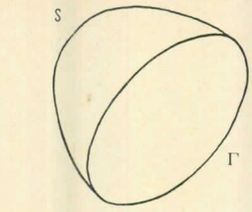
Prema tome, ako posmatramo površinu S ograničenu krivom Γ (*sl.* 13), fluks kroz ovu površinu zavisi samo od krive Γ a ne i od oblika površine S.

Fluks koji izlazi iz neke zatvorene površine koja sadrži naelektrisanja u svojoj unutrašnjosti jednak je algebarskom zbiru ovih naelektrisanja podeljenom sa ε_0.

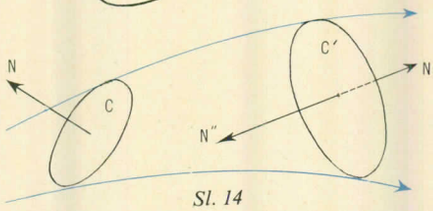
Napomena. Sve ovo pretpostavlja da ne postoje naelektrisanja na površini kroz koju se izračunava fluks.

Ovi rezultati se izražavaju na sledeći način: *u svim područjima gde nema naelektrisanja elektrostatički fluks je konzervativan.* Račun pokazuje da svuda gde je fluks konzervativan potencijal ne može imati ni maksimum ni minimum.

CEVI SILE. Posmatrajmo zatvorenu krivu C u električnom polju. Kroz svaku tačku C povucimo liniju sile koja tuda prolazi. Na taj način stvorićemo neku vrstu cevi koju nazivamo *cev sile* (*sl.* 14). Ograničimo ovu cev drugom krivom C′ i posmatrajmo dve površine ograničene sa dve krive C i C′. Tako dobijamo jednu zatvorenu površinu. Pretpostavimo da ona ne sadrži nikakvo naelektrisanje. Fluks koji izlazi iz ove ukupne površine jednak je nuli; dakle, fluks



Sl. 13



Sl. 14

kroz zidove cevi je nula, zato što je u svakoj tački jačina polja tangenta na ove zidove (cos $\alpha = 0$). Dakle, fluksevi kroz površine ograničene sa C i C′ su jednaki a suprotnih znakova, ali smo odgovarajućim polunormalama N i N′ dali suprotne smerove zato što smo ih orijentisali prema spoljašnjosti zatvorene površine. Uzmimo iste smerove za polunormale na površine ograničene sa C i C′, neka to bude N i N′. Fluksevi su tada jednaki a suprotnog znaka. Dakle, *fluksevi kroz sve preseke cevi sile su jednaki.* Drugim rečima, fluks se konzervira u cevi sile. Odatle potiče izraz *konzervativni fluks.*

SVOJSTVA PROVODNIKA U ELEKTROSTATIČKOJ RAVNOTEŽI. ELEKTROSTATIČKI PRITISAK. FARADEJEV CILINDAR

POLJE U UNUTRAŠNJOSTI PUNOG PROVODNIKA. Provodnik smo definisali kao telo u kome se naelektrisanja mogu slobodno pomerati; naelektrisanje u njemu može biti u ravnoteži, to jest mirovati, samo ako nikakva sila ne dejstvuje na njega. Posmatrajmo jedan puni provodnik; po prirodi elektriciteta, u unutrašnjosti tog provodnika uvek postoje naelektrisanja. Pošto su ova naelektrisanja u ravnoteži, znači da nisu potčinjena nikakvoj sili. *Jačina električnog polja u unutrašnjosti punog provodnika, naelektrisanog ili nenaelektrisanog, u električnoj ravnoteži jednaka je nuli.* Pod električnom ravnotežom podrazumevamo da su naelektrisanja u provodniku zauzela takav raspored u kome se ne pomeraju ako se ne pojavljuje nikakva spoljašnja akcija.

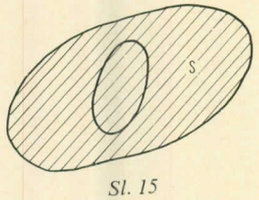
Posmatrajmo zatvorenu površinu S (*sl.* 15), ucrtanu u provodniku; fluks koji izlazi iz ove površine jednak je nuli zato što je jačina polja nula u svakoj od njenih tačaka. Prema Gausovoj teoremi algebarski zbir naelektrisanja u unutrašnjosti ove površine je nula, dakle ne postoji nikakvo slobodno naelektrisanje u unutrašnjosti ove površine. Ali S je bilo kakva površina u provodniku, dakle ne postoji nikakvo slobodno naelektrisanje u unutrašnjosti punog naelektrisanog provodnika u električnoj ravnoteži. Drugim rečima, naelektrisanje punog naelektrisanog provodnika je raspoređeno jedino na površini.

POLJE U BLIZINI POVRŠINE NAELEKTRISANOG PROVODNIKA. Kako je naelektrisanje raspoređeno po površini provodnika, možemo definisati površinsku gustinu naelektrisanja. Posmatrajmo neku tačku površine provodnika i mali element površine dS koji je okružuje; ovaj element površine ima naelektrisanje dq i mi ćemo nazivati *površinskom gustinom naelektrisanja* odnos

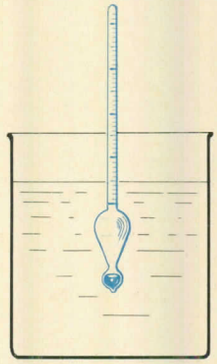
$$\sigma = \mathrm{d}q/\mathrm{dS}.$$

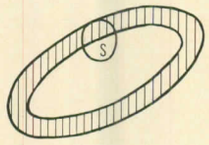
Jačina polja u blizini površine nekog provodnika jeste normalna na tu površinu, jer ako bi postojala komponenta tangencijalna na površinu, naelektrisanja u provodniku bi se pomerala. U tački veoma bliskoj ovoj površini, izvan provodnika, jačina polja je još uvek normalna i pokazuje se da njena vrednost iznosi σ/ε_0.

Pošto je jačina polja normalna na površinu provodnika, ova površina predstavlja ekvipotencijalnu površinu, i kako je jačina polja jednaka nuli u unutrašnjosti, to je i razlika potencijala između dve tačke provodnika jednaka nuli, pa je potencijal, dakle, konstantan. Provodnik u električnoj ravnoteži predstavlja, dakle, *ekvipotencijalnu zapreminu.*

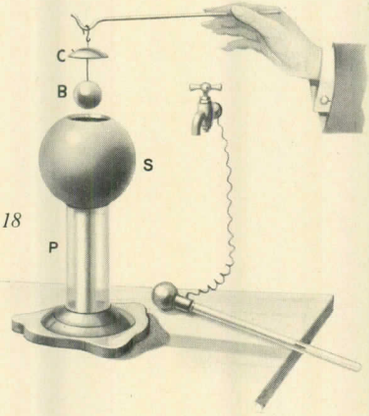


Sl. 15


Sl. 16



Sl. 17



Sl. 18

ELEKTROSTATIČKI PRITISAK. Posmatrajmo veoma mali element dS površine nekog naelektrisanog provodnika; njegovo naelektrisanje je $\mathrm{d}q = \sigma\,\mathrm{dS}$. On se nalazi u električnom polju koje su stvorila sva ostala naelektrisanja samog provodnika, ili, ako ih ima više, naelektrisanja i svih ostalih provodnika. Pokazuje se da jačina ovoga polja iznosi $\sigma/2\varepsilon_0$. Usled postojanja ovog polja sva naelektrisanja, sadržana u dS, potčinjena su paralelnim silama čija rezultanta, normalna na površinu, ima vrednost

$$\mathrm{d}f = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\sigma\,\mathrm{dS} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\,\mathrm{dS}.$$

Sila na jedinicu površine, ili *elektrostatički pritisak* ima vrednost $\dfrac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$.

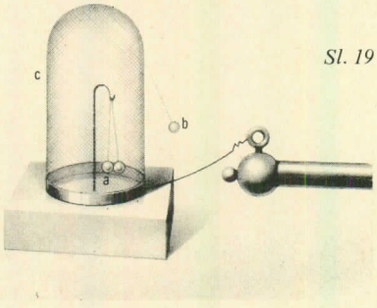
Ona je uvek usmerena prema dielektriku.

Ovaj elektrostatički pritisak može se eksperimentalno pokazati: u staklenu posudu stavimo vodu sa kiselinom i denzimetar (*sl.* 16); zabeležimo na stubu denzimetra podeok na kome se nalazi nivo tečnosti, zatim naelektrišimo vodu u sudu pomoću elektrostatičke mašine; denzimetar se penje; naelektrisanja u denzimetru potčinjena su u stvari elektrostatičkom pritisku koji potiče od naelektrisanja sadržanih na čitavoj površini vode.

POLJE U UNUTRAŠNJOSTI ŠUPLJEG PROVODNIKA. Posmatrajmo jedan šuplji provodnik. Naelektrisanja će biti u ravnoteži samo ako čitava zapremina provodnika ima isti potencijal. Unutrašnja površina provodnika, kao i spoljašnja površina, je ekvipotencijalna površina (*sl.* 17). U šupljini provodnika ne postoje slobodna naelektrisanja; potencijal, dakle, nema tu ni maksimuma ni minimuma; on je konstantan i njegova vrednost je konstantna vrednost potencijala provodnika. Kako je potencijal konstantan u čitavoj zapremini ograničenoj spoljašnjom površinom provodnika, jačina polja je nula. Posmatrajmo zatvorenu površinu S koja delom zahvata provodnik a delom šupljinu; fluks kroz S je nula zato što je jačina polja nula. Ne postoji, dakle, nikakvo naelektrisanje u S i na unutrašnjoj površini šupljeg provodnika nema nikakvog naelektrisanja.

Ova važna posledica Kulonovog zakona može se proveriti. Uzmimo metalnu šuplju kuglu S (*sl.* 18), postavljenu na izolatorsko postolje P, koja ima mali otvor koji se može zatvoriti poklopcem C. Za taj poklopac pričvrstimo pomoću svilenog konca, izolatora, drugu metalnu kuglicu B koja se može uvlačiti u kuglu S. Naelektrišimo kuglu S. Ako dodirnemo spoljašnju površinu S sa B, ova poslednja se naelektriše. Ako, naprotiv, hvatajući poklopac C pomoću izolatorske drške, uvedemo B u S zatvarajući otvor poklopcem i ako naginjanjem cele aparature postignemo da B dodirne S, konstatovaćemo, izvlačeći B, da na njoj nema nikakvih tragova naelektrisanja.

Možemo izvesti i drugi ogled. Metalni kavez C (*sl.* 19) nosi električna klatna *a* u unutrašnjosti, i *b*



Sl. 19

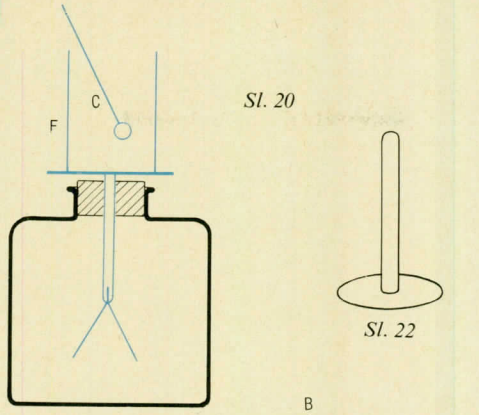
na spoljnoj površini. Kada se naelektriše C, čak i veoma jako, samo spoljno klatno odskače. Kako se unutrašnje klatno ne miče, ono nije naelektrisano; to pokazuje da se elektricitet proširio samo po spoljašnjoj površini kaveza. U ovome ogledu vidimo štaviše, da nije neophodno da šuplji provodnik bude potpuno zatvoren da bi postojalo ovo svojstvo; dovoljno je da otvori budu mali. Svojstvo pomenutog kaveza, nazvanog *Faradejev* (Faraday) *kavez*, primenjuje se u zaštiti zgrada od groma, obavijajući ih metalnim rešetkama spojenim sa zemljom.

FARADEJEV CILINDAR. Na osnovu svojstva koje smo upravo videli, može se postići da naelektrisanje pređe u celini sa nekog provodnika na šuplji provodnik; za ovo je dovoljno dodirnuti unutrašnju površinu šupljeg provodnika naelektrisanim telom.

Stavimo, na primer, na tas elektroskopa sa zlatnim listićima šuplji metalni cilindar, otvoren na jednom kraju, ali dovoljno dug da bi se taj otvor mogao smatrati zanemarljiv; ovo se naziva *Faradejev cilindar* (*sl.* 20). Unesimo u cilindar F na izolatorskoj drški naelektrisani provodnik C naelektrisanja q. Dodirnimo unutrašnju površinu cilindra telom C. Čitavo naelektrisanje q prelazi na spoljašnju površinu provodnika koji obrazuju cilindar i elektroskop; listići se otklanjaju, a telo C je izgubilo čitavo svoje naelektrisanje.

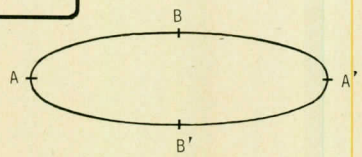
Označimo sa d_1 divergenciju elektroskopa. Unesimo novo naelektrisanje q jednako prvom. Elektroskop će imati naelektrisanje $2q$ i divergenciju d_2. To možemo ponoviti više puta i tako etalonirati elektroskop spojen sa cilindrom. Ovo dozvoljava da se izvrše relativna merenja naelektrisanja.

RASPODELA ELEKTRICITETA NA PROVODNIKU. DEJSTVO ŠILJAKA. Elektricitet se raspodeljuje na provodniku tako da jačina polja bude nula u unutrašnjosti, ili, što je isto, da potencijal bude konstantan. Ako se, dakle, uzme naelektrisanje — ili potencijal — i oblik provodnika, može se računski odrediti raspodela elektriciteta na površini provodnika. Ovi računi, laki za proste oblike, postaju izvanredno teški za složene oblike; mi ćemo dati samo rezultate. Dolazi se do toga da se elektricitet raspodeljuje ravnomerno na lopti, ili da je električna gustina ista u svim tačkama. Ako se, naprotiv, uzme izduženi provodnik u obliku elipsoida (*sl.* 21) konstatuje se da je gustina naelektrisanja veća u tačkama kao što su A i A′, gde je krivina veća, nego u tačkama kao što su B i B′.



Sl. 20

Sl. 22



Sl. 21

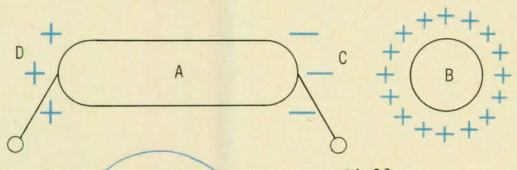
Ovi rezultati se mogu ogledom proveriti. Koristi se probna pločica: to je mali metalni disk pričvršćen za kraj izolatorske drške (*sl.* 22). Ova pločica se stavlja na jednu tačku izučavane površine; ona uzima naelektrisanje površine provodnika koju pokriva, to jest naelektrisanje proporcionalno električnoj gustini na tom mestu. Pločicu unesemo u Faradejev cilindar, postavljen na etalonirani elektroskop; tako se mogu uporediti naelektrisanja koja je pločica uzela u raznim tačkama provodnika, to jest uporediti gustine naelektrisanja provodnika u ovim raznim tačkama. Dobijeni rezultati slažu se sa računski dobijenim rezultatima.

Ako provodnik ima oštar šiljak, električna gustina ima tu velike vrednosti, kao i jačina električnog polja i elektrostatički pritisak, pa elektricitet može isticati kroz šiljak u obliku struje jonizovanih molekula vazduha. To se naziva *električni vetar*; on može biti tako jak da ugasi sveću. U mraku se pojava ispoljava u vidu svetlosti: na kraju pozitivno naelektrisanog šiljka zapaža se svetla traka, a samo jedna svetla tačka ako je šiljak naelektrisan negativno. To je jedan od veoma retkih slučajeva disimetrije pojave, uslovljene znakom naelektrisanja.

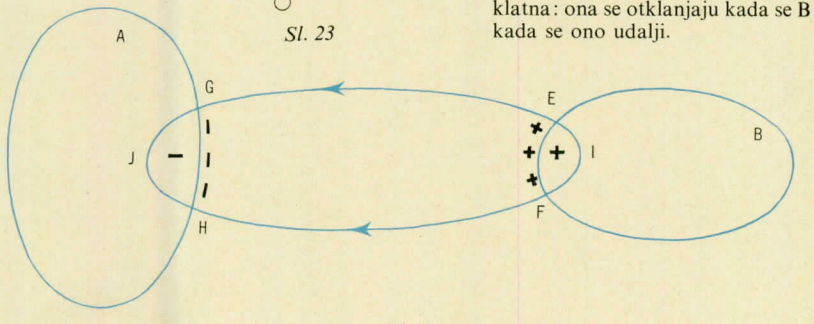
Skup ovih pojava poznat je pod imenom *dejstvo šiljaka*; primenjuje se kod gromobrana.

ELEKTRIČNA INFLUENCIJA. ELEKTRIČNI ZAKLONI, KAPACITET. KONDENZATORI

ELEKTRIČNA INFLUENCIJA. Uzmimo izolovani i neutralni provodnik A (*sl.* 23), udaljen od ostalih provodnika; približimo mu neki drugi provodnik B, naelektrisan, na primer, pozitivno. Telo A stavljeno je tada u električno polje koje je stvorilo B. Naelektrisanja koja nosi A, a čiji je algebarski zbir nula, pomeriće se, pri čemu se pozitivna naelektrisanja udaljavaju od B, a negativna naelektrisanja mu se približavaju. Ova naelektrisanja će se raspodeliti po površini provodnika A tako da u provodniku stvore polje koje poništava polje koje potiče od naelektrisanja B, jer jačina polja u provodniku mora biti nula. Pojavljuju se pozitivni i negativni predeli, ali ukupno naelektrisanje A ostaje jednako nuli, pojavilo se toliko elektriciteta jednog znaka koliko i drugog. Ovo se naziva pojava *električne influencije*. Ona se može pokazati ako se u C i D stave električna klatna: ona se otklanjaju kada se B približi, a padaju kada se ono udalji.



Sl. 23



Sl. 24

Dodirnimo A prstom u prisustvu B; pozitivni elektricitet, odbijen od B, otiče u zemlju, klatno u D pada. Podignimo prst, negativni elektricitet se proširuje na čitav provodnik kada se udalji B, klatno u D se otklanja ponovo, dok se klatno u C otklanja nešto manje. Mi smo influencijom naelektrisali provodnik A negativnim elektricitetom.

TEOREMA ODGOVARAJUĆIH ELEMENATA. Posmatrajmo površinu EF (*sl.* 24) na telu B koje proizvodi influenciju i ucrtajmo cev sile koja se oslanja na konturu EF; ona na A iseca površinu GH. Napomenimo da su linije sile usmerene od B prema A, to jest od pozitivnih ka negativnim naelektrisanjima, zato što jedno pozitivno naelektrisanje odbija drugo pozitivno naelektrisanje a privlači negativno naelektrisanje. Zatvorimo cev sile pomoću dve površine EIF i GJH ucrtane u B odnosno A. Fluks koji izlazi iz površine zatvorene pomoću ove dve površine i pomoću cevi sile jednak je nuli; fluks kroz cev sile jednak je nuli zato što u svim tačkama jačina polja ima pravac tangente na površinu, a fluks kroz površine EIF i GJH je takođe jednak nuli zato što je unutar i A i B jačina polja jednaka nuli.

Ali unutar zatvorene površine nalazi se naelektrisanje q koje nosi EF i naelektrisanje q' koje nosi GH. Prema Gausovoj teoremi algebarski zbir naelektrisanja unutar zatvorene površine jednak je nuli; dakle $q' = -q$.

Elementi površine EF i GH nazvani su *odgovarajući elementi*. Odatle se izvodi sledeća teorema: *naelektrisanja koja nose odgovarajući elementi su jednaka i suprotnog znaka.*

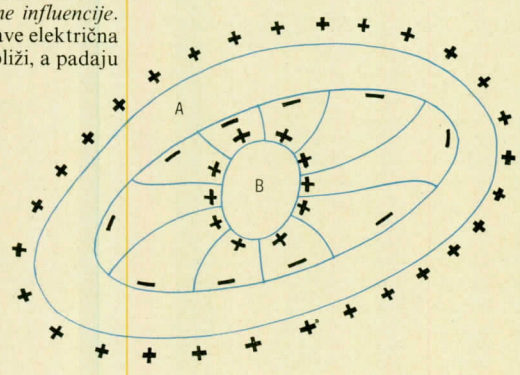
TOTALNA INFLUENCIJA. Pretpostavimo da telo A na kome se proizvodi influencija potpuno okružuje telo B koje proizvodi influenciju (*sl.* 25); možemo postići da svi elementi A i B međusobno odgovaraju dva po dva. Ukupno negativno naelektrisanje koje nosi unutrašnja površina A jednako je i suprotnog znaka ukupnom naelektrisanju B. Ako prstom dodirnemo A, tada će, posle povlačenja i prsta i B, ukupno negativno naelektrisanje A, koje će se raspodeliti na spoljašnjoj površini, biti po apsolutnoj vrednosti jednako naelektrisanju B. Tada se kaže da je nastupila totalna influencija.

PRIMENA NA FARADEJEV CILINDAR. Napred pomenuta pojava totalne influencije može se proveriti pomoću Faradejevog cilindra. Unesimo u cilindar F, postavljen na tas elektroskopa, telo C naelektrisanja q (*sl.* 20), ali ne dovodeći u dodir C i F. Konstatovaćemo:

1. ako je telo C dovoljno duboko uvučeno u cilindar, da otklon elektroskopa ne zavisi više od položaja C. Ovaj otklon je mera naelektrisanja q' koje nosi spoljašnja površina cilindra;

2. ako uspostavimo dodir između C i F, da se otklon ne menja. Ali cilindar uzima tada naelektrisanje q; dakle, $q' = q$;

3. ako, umesto da uspostavimo dodir, dodirnemo prstom cilindar, a zatim, pošto povučemo prst i C, da će otklon još uvek biti isti kao i ranije. To je zato što cilindar uzima naelektrisanje sa svoje unutrašnje površine, koje je po apsolutnoj vrednosti jednako q.



Sl. 25

Ovo može predstavljati metod za merenje naelektrisanja. Dovoljno je da se naelektrisanje koje treba meriti unese u cilindar, da se ovaj dodirne prstom i da se naelektrisanje povuče. Otklon prethodno etaloniranog elektroskopa daje meru naelektrisanja. Prednost ovog metoda je u tome što mereno naelektrisanje ostaje nepromenjeno, pa može poslužiti za drugi ogled.

PRIVLAČENJE LAKIH TELA. Pojava influencije dozvoljava da se objasni privlačenje lakih tela od strane naelektrisanih tela. Posmatrajmo radi toga električno klatno P (*sl.* 26) i približimo mu telo A naelektrisano, na primer, pozitivno. Ono influencijom razvija na P pozitivna i negativna naelektrisanja, po apsolutnoj vrednosti jednaka, s tim što su negativna naelektrisanja bliže A nego pozitivna naelektrisanja, tako da su sile odbijanja slabije od sila privlačenja. A, dakle, privlači klatno. Dodirnimo klatno prstom; pozitivna naelektrisanja otiču u zemlju. Povucimo prst; klatno je tada privučeno mnogo jače nego u prvom slučaju. Iz istog razloga klatno obešeno o bakarnu žicu, provodnik, privučeno je mnogo jače nego klatno obešeno o svileni konac, izolator.

ELEKTRIČNI ZAKLONI. Videli smo da je jačina polja u unutrašnjosti šupljeg provodnika A jednaka nuli, i to bez obzira na broj, naelektrisanje i položaj provodnika smeštenih oko A. Provodnik A igra ulogu električnog zaklona u tom smislu što električne pojave u unutrašnjosti A ne zavise od električnih pojava izvan njega. Važi i obrnuto, to jest da pojave izvan A ne zavise od pojava u unutrašnjosti, pod uslovom da se A održava na konstantnom potencijalu. A se praktično održava na konstantnom potencijalu vezivanjem za zemlju.

Sledeći ogled potvrđuje ovu recipročnost: uzmimo da je Faradejev cilindar povezan sa zemljom (*sl.* 27); unesimo u njega naelektrisano telo C i približimo cilindru klatno P; ono se ne otklanja ali bi se otklanjalo ako bi cilindar bio vezan sa zemljom (*sl.* 28). Ova postavka i njena recipročnost sačinjavaju *teoremu električnih zaklona.*

Ova teorema ima veliki praktični značaj. Da bi se obavila precizna merenja merni instrumenti i tela koja služe ovim merenjima okružuju se uvek provodničkim omotačem, povezanim sa zemljom. Na taj način spoljašnje influencije su jednake nuli. Nije neophodno da provodnički omotač koji obrazuje zaklon bude neprekidan, dovoljno je da ima samo male otvore, ali je neophodno da svi njegovi delovi budu povezani sa zemljom.

KAPACITET. Uzmimo jedan provodnik udaljen od svih ostalih naelektrisanih provodnika, koji ćemo zvati usamljeni provodnik. Dovedimo na ovaj provodnik naelektrisanje Q_1; on tada ima potencijal V_1. Dovedimo na taj isti provodnik naelektrisanje Q_2; on tada dobija potencijal V_2. Računski se pokazuje da je

$$\frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2},$$

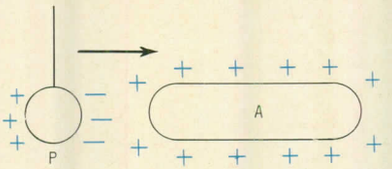
to jest da količnik naelektrisanja usamljenog provodnika i njegovog potencijala ima konstantnu vrednost. Vrednost ovog količnika naziva se *kapacitet* usamljenog provodnika; on se obeležava slovom C. Imamo odnos

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{ili} \quad Q = CV.$$

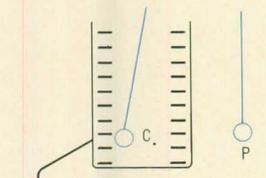
Jedinica kapaciteta. *Jedinica kapaciteta je kapacitet usamljenog provodnika koji ima potencijal jednak jedinici kada je njegovo naelektrisanje jednako jedinici.*

U sistemu M. K. S. A. ova jedinica je *farad* (F). Ova jedinica je suviše velika; upotrebljava se i *mikrofarad* (μF) koji iznosi jedan milioniti deo farada, i *pikofarad* (pF) koji iznosi milioniti deo mikrofarada.

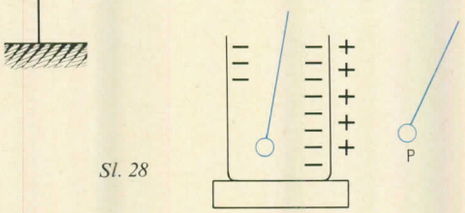
Farad predstavlja kapacitet provodnika čiji je potencijal 1 *volt kada je njegovo naelektrisanje* 1 *kulon.*



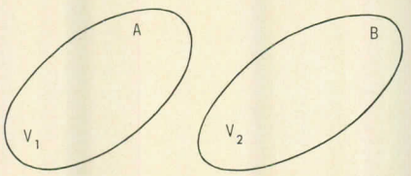
Sl. 26



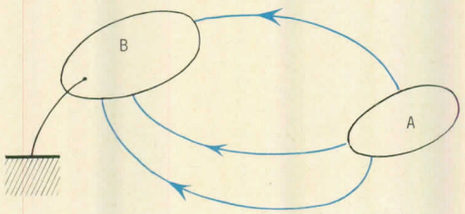
Sl. 27



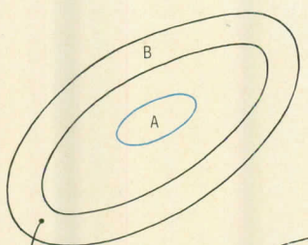
Sl. 28



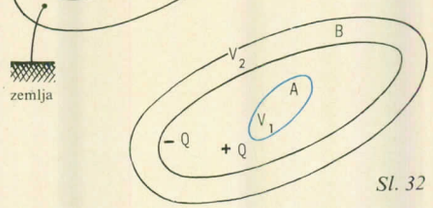
Sl. 29



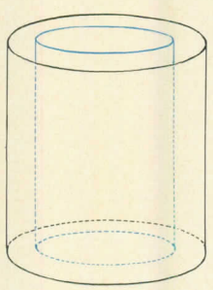
Sl. 30



Sl. 31



Sl. 32


Sl. 33

U sistemu C. G. S. E. S. jedinica kapaciteta, koja nema zvanični naziv, ali koja se ponekad naziva »centimetar«, je 9.10^{11} puta manja. Ona iznosi dakle 10/9 pF.

KOEFICIJENT INFLUENCIJE. Posmatrajmo dva provodnika A i B (*sl.* 29) bliska jedan drugom i održavana na konstantnim potencijalima V_1 i V_2. Usled pojave influencije oni ne dobijaju naelektrisanja koja bi dobijali ako bi bili udaljeni jedan od drugog, ali se pokazuje da su njihova naelektrisanja linearne i homogene funkcije potencijala V_1 i V_2:

$$Q_1 = C_{11}V_1 + C_{12}V_2;$$
$$Q_2 = C_{21}V_1 + C_{22}V_2.$$

Pokazuje se da koeficijenti C zavise samo od oblika i međusobnih položaja provodnika i da je $C_{12} = C_{21}$.

Koeficijent C_{11} (ili C_{22}) naziva se *koeficijent kapaciteta* A (ili B) u prisustvu B (ili A).

Koeficijent C_{12} (ili C_{21}) naziva se *koeficijent uzajamne influencije* A i B.

Koeficijent kapaciteta C_{11} u prisustvu B različit je od kapaciteta C_A usamljenog provodnika A. Pretpostavimo da je potencijal V_2 tela B jednak nuli i da je potencijal V_1 tela A pozitivan (*sl.* 30). Linije sile idu u smeru opadajućih potencijala, dakle, naelektrisanje Q_1 tela A je pozitivno a naelektrisanje Q_2 tela B je negativno. Prema prethodnim jednačinama imamo

$$Q_1 = C_{11}V_1 \quad \text{i} \quad Q_2 = C_{21}V_1.$$

Dakle, koeficijenti kapaciteta su pozitivni a koeficijenti uzajamne influencije negativni.

Ovi rezultati se mogu uopštiti za bilo koji broj provodnika.

Slučaj totalne influencije. Uzmimo da B potpuno okružava A (*sl.* 31) i da je povezano sa zemljom, da je, dakle, na potencijalu nula. Neka V_1 bude potencijal A. Imamo, kao i napred

$$Q_1 = C_{11}V_1 \quad \text{i} \quad Q_2 = C_{21}V_1.$$

Ali kako postoji totalna influencija

$$Q_1 = -Q_2, \text{ dakle } C_{21} = -C_{11}.$$

Koeficijent uzajamne influencije dva provodnika, u slučaju totalne influencije, jednak je i suprotnog znaka koeficijentu kapaciteta unutrašnjeg provodnika.

Kako ovi koeficijenti ne zavise ni od potencijala ni od naelektrisanja, ovaj rezultat se uopštava i za slučaj kada V_2 nije jednako nuli.

KONDENZATORI. Kondenzator se sastoji od provodnika A nazvanog »unutrašnja obloga« koju u potpunosti okružava provodnik B, nazvan »spoljašnja obloga« (*sl.* 32). Postoji, dakle, totalna influencija. Uzmimo da su V_1 i V_2 potencijali tela A i B, Q_1 i Q_2 njihova naelektrisanja.

$$Q_1 = C_{11}V_1 + C_{12}V_2,$$
$$Q_2 = C_{21}V_1 + C_{22}V_2.$$

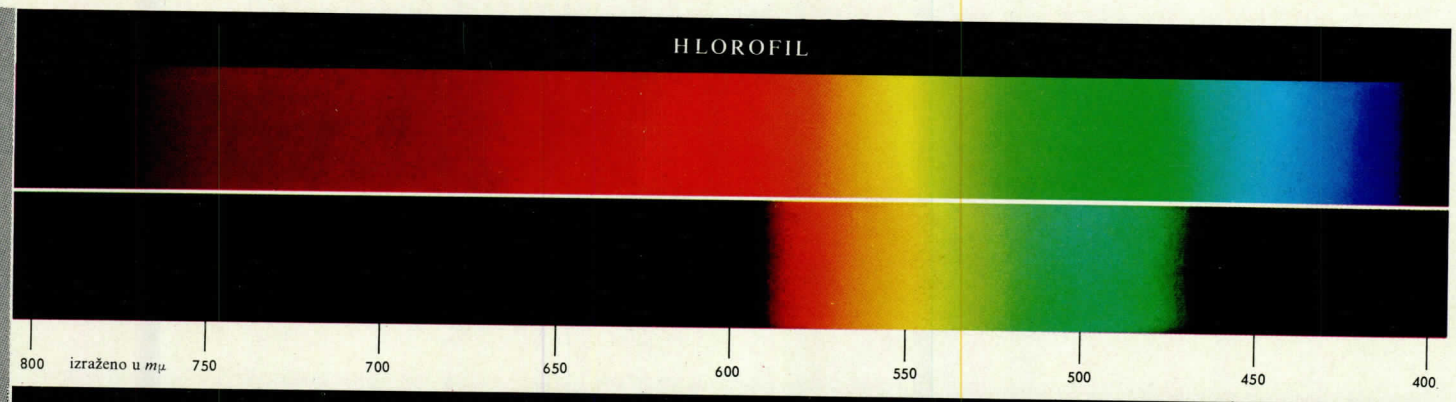
Ali imamo da je $C_{21} = C_{12} = -C_{11}$. Postavimo $C_{11} = C$ a $C_{22} = C + C'$; dobijamo

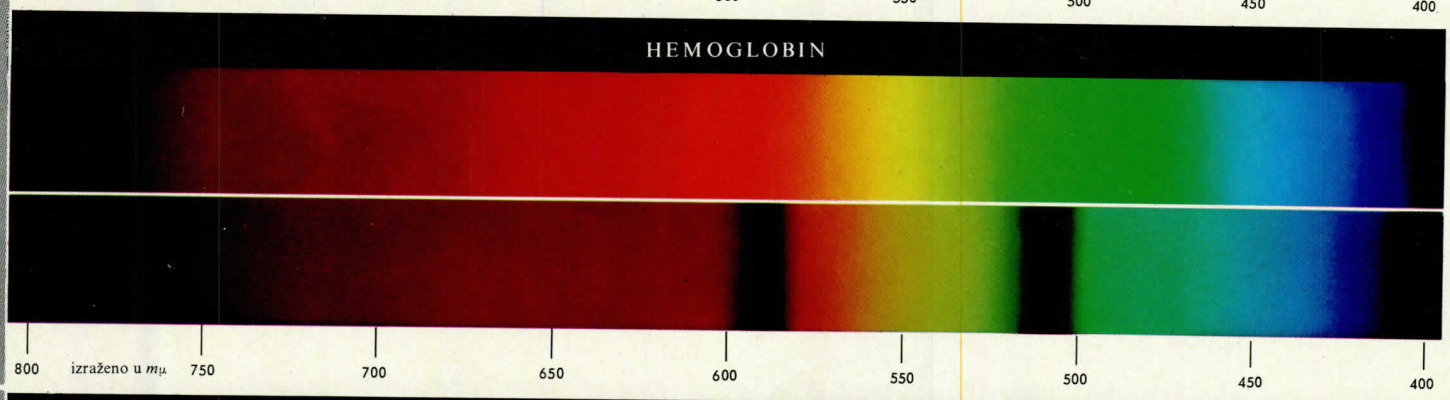
$$Q_1 = CV_1 - CV_2 = C(V_1 - V_2),$$
$$Q_2 = -CV_1 + CV_2 + C'V_2 = -C(V_1 - V_2) + C'V_2.$$

Znamo da je naelektrisanje koje nosi unutrašnja površina B jednako i suprotnog znaka naelektrisanju koje nosi A; dakle, naelektrisanje $C'V_2$ jeste naelektrisanje koje nosi spoljašnja površina B. Uopšte uzev, ovo naelektrisanje je mnogo manje od Q_1; mi nećemo ovo razmatrati i zvaćemo naelektrisanje kondenzatora veličinu $Q_1 = C(V_1 - V_2)$ a *kapacitet kondenzatora* veličinu C.

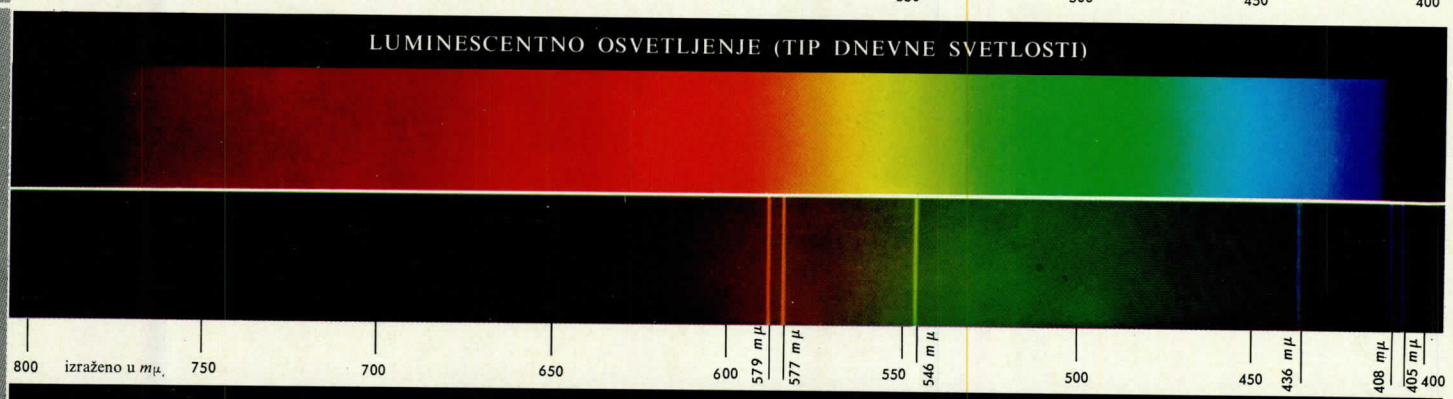
Ovi rezultati važe i kada provodnik B ne okružava potpuno A, samo ako su otvori dovoljno mali. Na primer, možemo uzeti dva koncentrična cilindra (*sl.* 33), čije su dimenzije velike u odnosu na njihove

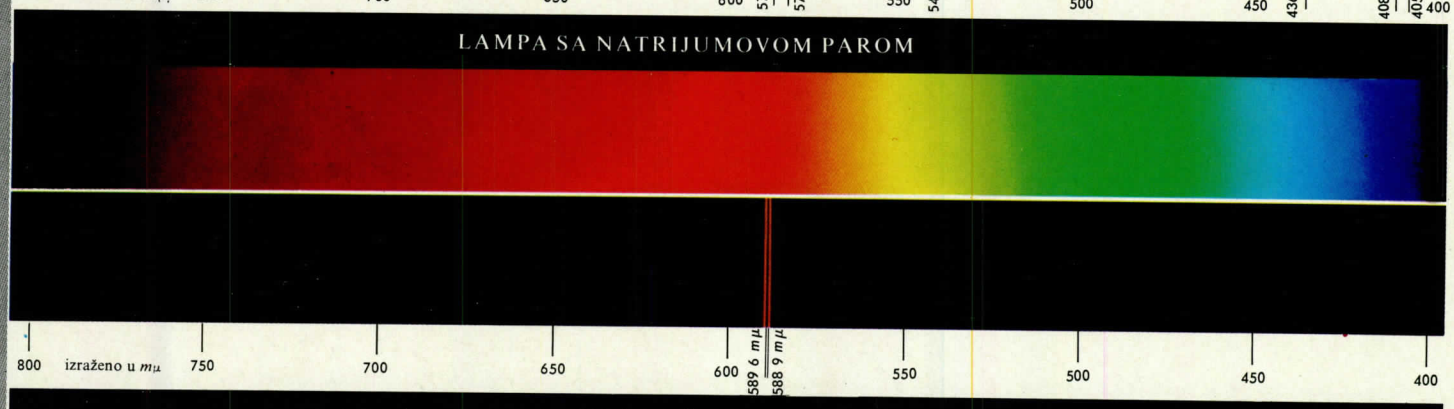
APSORPCIONI SPEKTRI

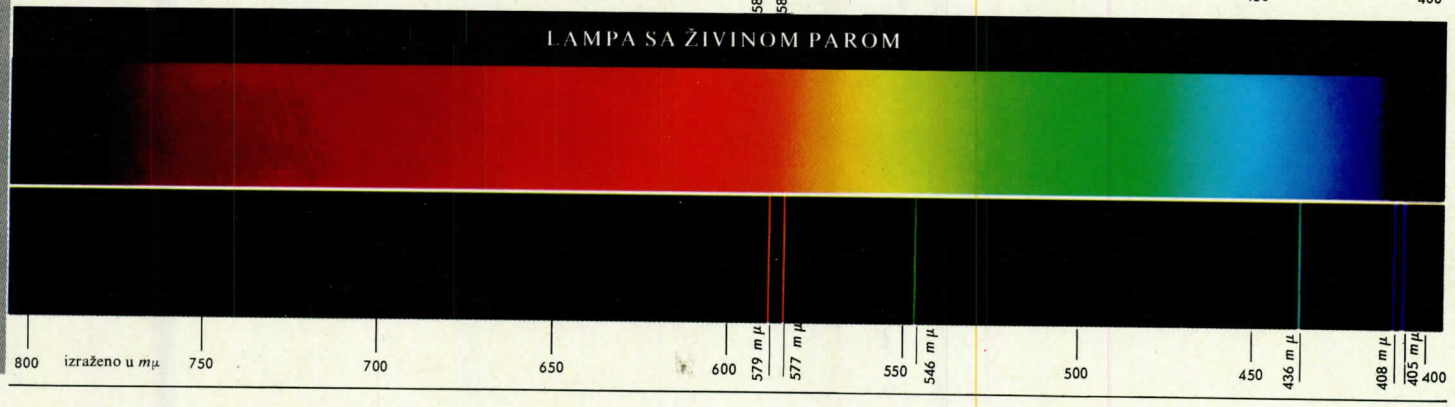




EMISIONI SPEKTRI

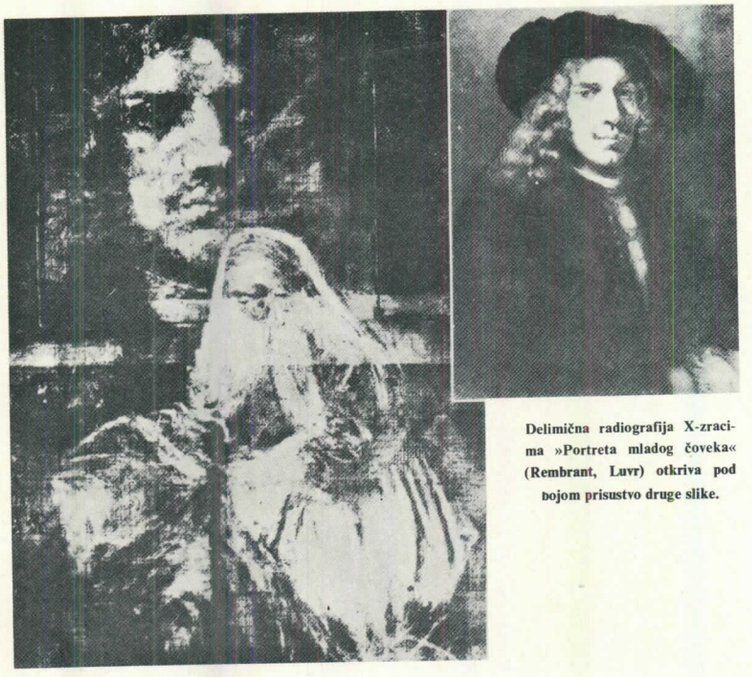




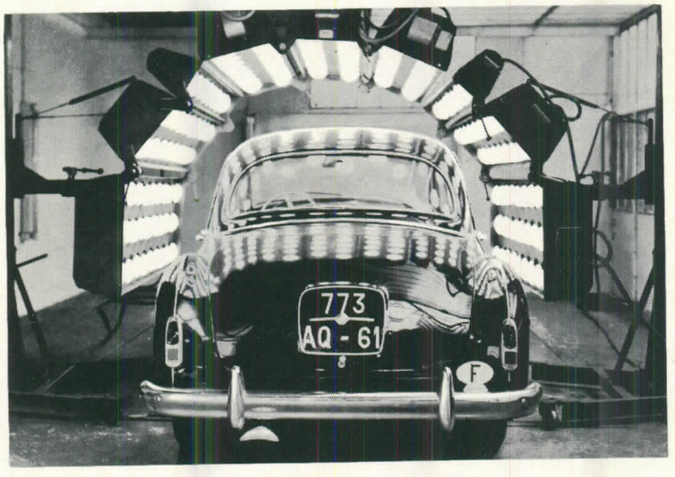




Ova poštanska marka, veoma je retka, nije lažna, ali fotografija načinjena pomoću ultraljubičastog zračenja (0,25 μ) pokazuje da je ona bila vešto restaurisana.

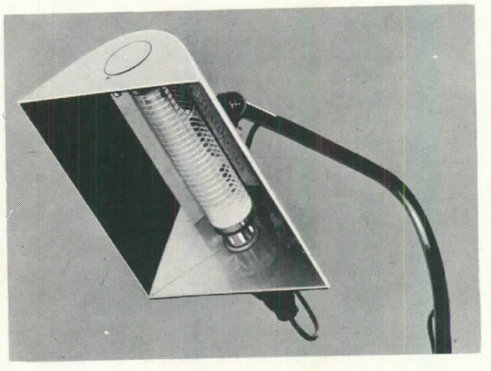


Delimična radiografija X-zracima »Portreta mladog čoveka« (Rembrant, Luvr) otkriva pod bojom prisustvo druge slike.



Sušenje boje pomoću infracrvenog zračenja.

Ultraljubičasta lampa koja se koristi u terapiji.







Dve slike jedne iste ličnosti: levo, u vidljivoj svetlosti; desno, u infracrvenom zračenju, fotografisanjem televizijskog ekrana koji daje lik dobijen pomoću cevi analizatora, osetljive samo na infracrvene zrake od 1 do 1,8 mikrona. Najhladniji delovi subjekta (dlakave površine, odelo, naočari) daju svetlu boju, dok koža izgleda crna. *(Fot. X, dok. Mazda, Fot. L. E. P., Larousse, dok. Philips Metalin, Fot. L. E. P.)*

prečnike, ili dva dela ravnih paralelnih provodnika, čija su rastojanja mala u odnosu na njihove poprečne dimenzije. Ovaj poslednji tip kondenzatora koji se veoma mnogo koristi, naziva se *ravni kondenzator*.

Ako dva dela paralelnih ravni provodnika, postavljenih jedan naspram drugog, imaju svaki površinu S i ako je njihovo rastojanje *e*, izračunava se da je kapacitet takvog kondenzatora

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{e} \text{ (sl. 34).}$$

Kapacitet kondenzatora je utoliko veći ukoliko je *e* manje. Tako se mogu dobiti kapaciteti mnogo veći nego kod usamljenog provodnika i staviti veoma velika naelektrisanja na obloge kondenzatora. Elektricitet je kondenzovan u kondenzatoru.

ELEKTRIČNA PERMEABILNOST I ELEKTRIČNA PROBOJNOST. Izolatorska sredina koja razdvaja dve obloge kondenzatora naziva se *dielektrik*. Kod prethodnih obrazaca pretpostavljeno je da je to vakuum. Zamenjujući vakuum nekim izolatorom, liskunom ili parafinisanim papirom na primer, povećava se kapacitet kondenzatora.

Eksperimentalno izučavanje ove pojave pokazuje da je kapacitet umnožen koeficijentom koji zavisi samo od prirode upotrebljenog dielektrika. Ovaj koeficijent, čiji je simbol ε, dobio je ime *relativna dielektrična konstanta* ili *relativna električna permeabilnost* (specifična induktorska moć) posmatranog dielektrika. U obrascima koji daju kapacitet nekog kondenzatora treba zameniti ε_0, koje odgovara apsolutnoj dielektričnoj konstanti vakuuma sa proizvodom $\varepsilon_0\varepsilon$ koji odgovara *apsolutnoj dielektričnoj konstanti* upotrebljenog dielektrika. Na primer, kapacitet jednog ravnog kondenzatora postaje

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{e}.$$

Evo vrednosti relativnih dielektričnih konstanti za neke izolatore:

parafin	2,25,	liskun	8,
staklo	5 do 7	vazduh	1,000576.

Neka tela imaju izuzetno veliku relativnu električnu konstantu, kao Seignetova (Seignette) so ili natrijumov i kalijumov tartarat, sa relativnom dielektričnom konstantom 2000, oksid titana, (TiO_2), 120, titanat barijuma, čija relativna dielektrična konstanta prelazi gornji maksimum 5000 na temperaturi 120° C. Radi se o izuzetnim svojstvima analognim svojstvima feromagnetskih tela u magnetizmu. Ove skoro otkrivene supstancije već su našle mnogobrojne primene, kao na primer u proizvodnji kondenzatora nazvanih *keramički kondenzatori*.

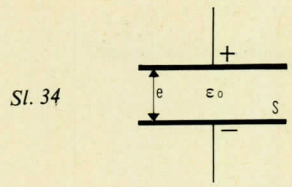
Električna probojnost je druga osobina koja igra ulogu pri izboru dielektrika.

Kada uspostavimo razliku potencijala između obloga kondenzatora, između ovih obloga može preskočiti varnica, probijajući dielektrik i oštećujući kondenzator. Tada se kaže da se kondenzator ispraznio. Razlika potencijala potrebna da bi proizvela ovu varnicu, ili probojna razlika potencijala zavisi od prirode dielektrika i njegove debljine. Električna probojnost nekog dielektrika naziva se probojna razlika potencijala koja odgovara 1 centimetru debljine dielektrika. Probojna razlika potencijala nije strogo proporcionalna debljini dielektrika, ali se to može usvojiti u prvoj aproksimaciji. Evo nekoliko vrednosti električne probojnosti u kilovoltima na centimetar:

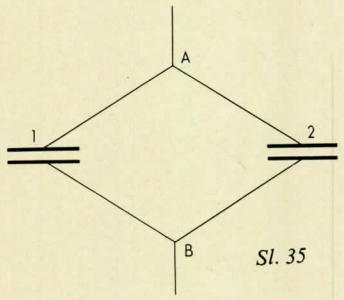
suvi vazduh	32,	papir	40 do 100
staklo	75 do 300,	liskun	600 do 750.
petrolej	65		

DIELEKTRIČNO ZAGREVANJE. Kada se na obloge kondenzatora dovodi naizmenična razlika potencijala, naročito pri visokoj frekvenciji, dielektrik se greje usled *dielektričnih gubitaka* analognih gubicima usled histerezisa u magnetizmu.

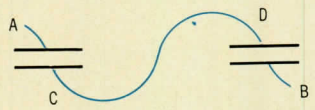
Ovo zagrevanje može biti znatno i konstruisane su peći na dielektrične gubitke za topljenje tela koja nisu provodnici, stakla, na primer.



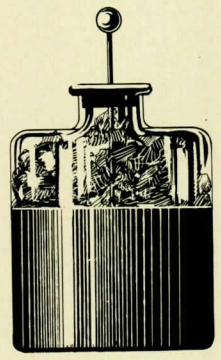
Sl. 34

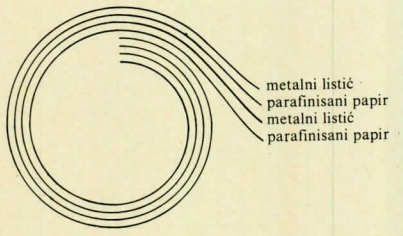


Sl. 35

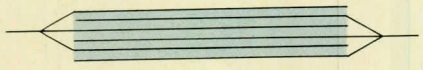


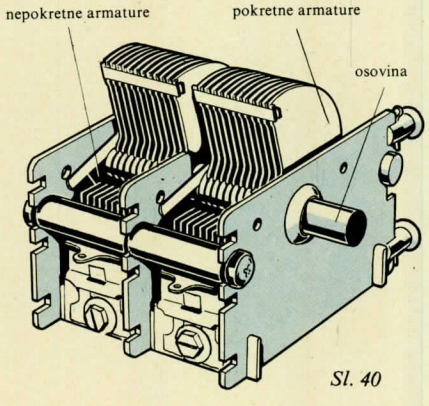
Sl. 36


Sl. 37



Sl. 38


Sl. 39



Sl. 40

VEZIVANJE KONDENZATORA. Kondenzatori se mogu vezati na dva različita načina. Prvi (*sl.* 35) naziva se *paralelno* vezivanje, drugi (*sl.* 36) naziva se *serijsko* ili *redno* vezivanje. Svi ostali načini grupisanja predstavljaju kombinaciju ova dva. Kod paralelnog vezivanja svaki kondenzator ima istu razliku potencijala $U = V_1 - V_2$. Naelektrisanja su C_1U, C_2U itd. Skup kondenzatora nosi, dakle, ukupno naelektrisanje

$$C_1U + C_2U + \ldots = (C_1 + C_2 + \ldots)U.$$

Baterija kondenzatora je, dakle, identična jednom jedinstvenom kondenzatoru nazvanom »ekvivalentni kondenzator«, čiji je kapacitet jednak zbiru kapaciteta pojedinih elemenata.

Kod serijskog vezivanja dve obloge, C i D recimo, obrazuju samo izolovani provodnik čije je početno naelektrisanje jednako nuli. Ako A dobije naelektrisanje + Q, C dobije influencijom naelektrisanje — Q, D tada dobija naelektrisanje + Q, a B influencijom naelektrisanje — Q. Uzmimo da su C_1 i C_2 kapaciteti kondenzatora AC i DB, U_1 i U_2 razlike potencijala između A i C s jedne strane, i D i B s druge strane, a U razlika potencijala koja postoji između krajeva baterije, to jest A i B. Imamo

$$Q = C_1U_1 = C_2U_2,$$
$$U = U_1 + U_2,$$
$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q}{C_2},$$
$$U = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right).$$

Jedan jedinstveni kondenzator koji bi primio naelektrisanje Q pod razlikom potencijala U imao bi kapacitet C dat odnosom

$$U = \frac{Q}{C};$$

prema prethodnoj jednakosti imamo

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Kapacitet kondenzatora ekvivalentnog bateriji serijski vezanoj je takav da je njegova recipročna vrednost jednaka zbiru recipročnih vrednosti kapaciteta kondenzatora koji sačinjavaju bateriju.

Paralelna vezivanja dozvoljavaju da se dobiju znatni kapaciteti. Serijska vezivanja dozvoljavaju da se dobiju visoke razlike potencijala, pošto svaki kondenzator nosi samo deo ukupne razlike potencijala.

OBIČNI KONDENZATORI. Kondenzatori imaju veoma široku upotrebu: u telefoniji, u radiotehnici, kod električnih filtera i kod antiparazitnih uređaja.

Prvi upotrebljivi kondenzator bio je *lajdenska boca* koja ima samo istorijski značaj. Ona predstavlja staklenu čašu, koja je u stvari dielektrik (*sl.* 37); na spoljašnji zid nalepljen je listić od kalaja ili aluminijuma; unutrašnja obloga napravljena je od veoma tankih zbijenih metalnih listića ili od listića kalaja prilepljenog za unutrašnji zid. Ovaj kondenzator, lomljiv i glomazan, podnosi veoma visoke napone, ali ima veoma mali kapacitet.

Naročito se koriste kondenzatori sastavljeni od listića kalaja razdvojenih parafinisanim papirom ili papirom impregnisanim polimerizovanom smolom. Naizmenično se slažu dve dugačke trake od metala i dve od papira (*sl.* 38). Sve se ovo jako sabija i namotava da bi se istisnuo vazduh. Kao dielektrik se upotrebljava i liskun, ali je on skuplji. Etalonirani kondenzatori obrazuju se slaganjem listića liskuna posrebrenih sa obe strane (*sl.* 39).

Elektroliza rastvora soli oksalne kiseline, na primer amonijum borata, sa anodom od aluminijuma, izaziva njegovu oksidaciju. Obrazuje se kondenzator čiji dielektrik, čista glina, ima debljinu nekoliko mikrona a koji podnosi bez oštećenja napone od neko-

liko desetina volti. Namotavajući listić aluminijuma u hermetički zatvoreni sud koji sadrži elektrolit, dostižu se veliki kapaciteti veoma male zapremine, ali ovi kondenzatori, nazvani *elektrolitički kondenzatori*, su polarizovani, što znači da jedna od njihovih obloga mora biti uvek pozitivna.

Keramički kondenzatori imaju dielektrike od keramike barijum titanata ili oksida titana.

Proizvode se kondenzatori čiji je kapacitet promenljiv. Jedna njihova obloga sastavljena je od niza polukružnih ploča, paralelnih i fiksiranih. Druga sadrži jednake ploče pričvršćene za osovinu, tako da se rotacijom uvlače više ili manje između fiksiranih ploča. Tako se menja preklopna površina između obloga. Dielektrik je tada vazduh (*sl.* 40).

ELEKTROSTATIČKA MERENJA. ELEKTROSTATIČKA ENERGIJA. ELEKTROSTATIČKE MAŠINE

OPŠTA RAZMATRANJA. U praksi se mere samo razlike potencijala, naelektrisanja ili kapaciteti. Kako postoji izvestan broj odnosa između ovih veličina, ako raspolažemo instrumentom koji dozvoljava da se meri jedna od njih, bićemo u mogućnosti da merimo ostale podesnim načinima. Iz više razloga kao instrument za osnovno merenje izabran je uređaj za merenje razlike potencijala. On je nazvan *elektrometar*.

Elektrometar se uvek sastoji od dva provodnika, jednog fiksiranog i drugog pokretnog, međusobno izolovanih što je moguće bolje. Oni moraju imati mali kapacitet, jer su naelektrisanja kojima se operiše često veoma mala. Razlika potencijala koju treba meriti uspostavlja se između ova dva provodnika. Pod uticajem elektrostatičkih sila pokretni provodnik teži da se pomeri, ali sila mehaničkog porekla se tome opire. On zauzima takav položaj u kome su ove dve sile jednake. Razlika potencijala je određena merom mehaničke sile ili pomeranjem pokretnog provodnika. Razlikuju se tri kategorije elektrometara:

1. Elektrometri kod kojih je moguće naći strogi matematički odnos između merene veličine i razlike potencijala. To su apsolutni elektrometri. Sa ovim instrumentima meri se razlika potencijala merenjem dužine ili ugla (pomeranje pokretnog dela) ili merenjem sile (suprotna mehanička sila);

2. Elektrometri kod kojih znamo da je merena veličina proporcionalna razlici potencijala ili njenom kvadratu, pri čemu se ne može tačno izračunati koeficijent proporcionalnosti. Takvi instrumenti dozvoljavaju da se meri odnos dve razlike potencijala i prema tome da se meri razlika potencijala ako raspolažemo etalonom razlike potencijala;

3. Elektrometri kod kojih ne poznajemo odnos između merene veličine i razlike potencijala. Ovi instrumenti mogu se, međutim, koristiti bilo posle prethodnog etaloniranja, bilo za proveravanje da li je razlika potencijala jednaka nuli.

Izučićemo sukcesivno primere ova tri tipa elektrometara.

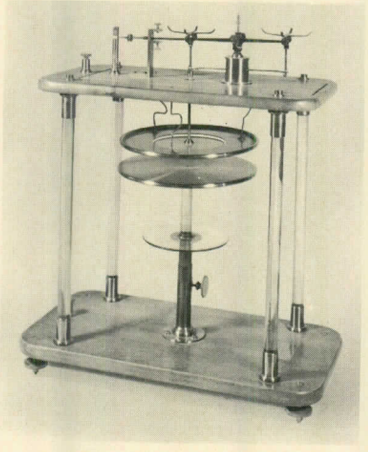
APSOLUTNI ELEKTROMETAR LORDA KELVINA. Sila privlačenja između dve obloge ravnog kondenzatora opterećenog razlikom potencijala V, data je obrascem $f = \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2e^2}$, u kome je S površina jedne obloge a e njihovo rastojanje. Apsolutni elektrometar se, dakle, realizuje konstruisanjem ravnog kondenzatora, čija je jedna obloga B fiksirana a druga A pričvršćena za tas vage (*sl.* 41). Na drugi tas treba staviti teg p, da bi se uspostavila ravnoteža. Imamo

$$\frac{\varepsilon_0 S V^2}{2e^2} = p \quad \text{ili} \quad V = e\sqrt{\frac{2p}{\varepsilon_0 S}}.$$

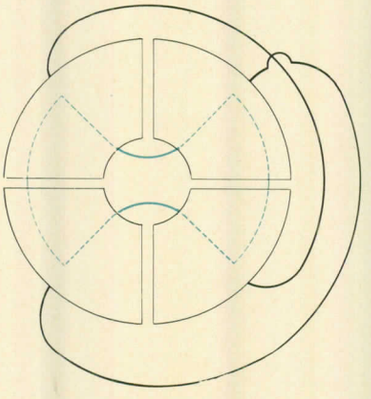
Kako se razlika potencijala V pojavljuje u vidu kvadrata, instrument ne dozvoljava da se odredi njen znak. Ovaj elektrometar može takođe da služi za relativna merenja:

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{p_1}{p_2}}.$$

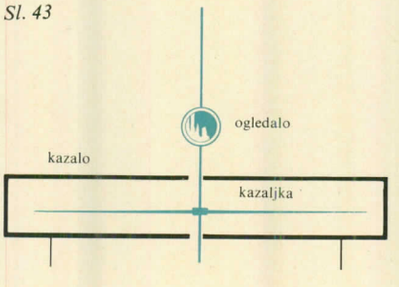
KVADRANTNI ELEKTROMETAR. To je elektrometar drugog tipa. Pokretni deo, nazvan »kazaljka«, ima oblik dva kružna sektora vrhom okrenuta jedan prema drugom. On je postavljen između dva kružna provodnika, čije su ravni paralelne a koji su uskim pukotinama podeljeni na četiri kvadranta (*sl.* 42 i 43). Svaki kvadrant je električno povezan sa donjim kvadrantom i sa kvadrantom njemu vrhom okrenutim. Postoje, dakle, tri provodnika: kazaljka i dve grupe od četiri kvadranta. Kazaljka je obešena na fiksiranu tačku pomoću tanke dugačke žice, čija je konstanta torzije dosta mala ali ne i zanemarljiva. Ogledalo, pričvršćeno za kazaljku, služi za merenje njenog skretanja. Čitav instrument je okružen metalnim omotačem povezanim sa zemljom, koji igra ulogu električnog zaklona.



Sl. 41



Sl. 42



Sl. 43

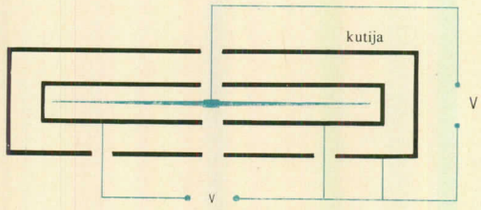
Ovaj instrument se može vezivati na razne načine. Dva najčešća koriste pomoćnu razliku potencijala; to su heterostatički načini. Shematski su prikazani na slikama 44 i 45, gde je razlika potencijala koju treba meriti v a pomoćna razlika potencijala V.

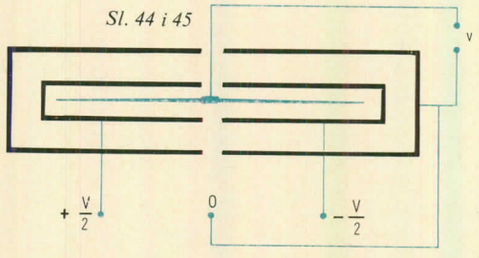
Kod prvog načina spajanja ako je v malo u odnosu na V, skretanja su proporcionalna v. Isto je i kod drugog načina, ali nije neophodno da v bude malo u odnosu na V. Skretanje je dato obrascem

$$d = k\,V\,v.$$

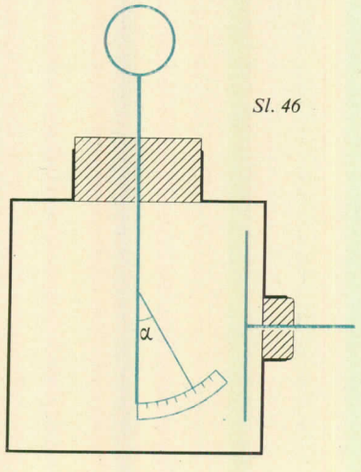
Ovaj aparat omogućava da se mere milivolti, a katkada čak i deseti delovi milivolta.

ELEKTROMETAR SA KAZALJKOM. To je elektrometar trećeg tipa. Ovaj instrument poznajemo





Sl. 44 i 45



Sl. 46

Fot. Larousse.

već pod imenom »elektroskop«. Da bi ga osposobili za merenje potencijala, uspostavlja se razlika potencijala između kutije elektrometra i provodnika koji drži kazaljku. Na skali se čitaju pomeranja kazaljke (*sl.* 46). Sila suprotna elektrostatičkim silama je težina kazaljke. Za postizanje velike osetljivosti ona se veša o osovinu koja prolazi veoma blizu njenog težišta. Kada su skretanja mala, približno su proporcionalna kvadratu razlika potencijala. Ovaj instrument ne dozvoljava da se mere razlike potencijala ispod 30 volti.

SAVREMENI ELEKTROMETRIJSKI POSTUPCI. Koriste se triodne cevi. Struja u kolu proporcionalna je razlici potencijala između rešetke i katode. Tada se razlika potencijala može meriti merenjem jačine struje. Uz pomoć cevi fine konstrukcije postiže se osetljivost jednog milionitog dela volta.

MERENJE KAPACITETA. Postoje različite naprave koje dozvoljavaju da se mere kapaciteti. Često se koristi naprava u vidu mosta (*sl.* 47), koja je prosta i veoma precizna. C_1, C_2 i C_3 označavaju kondenzatore poznatih i promenljivih kapaciteta, C_4 nepoznati kapacitet, S izvor stalne struje i E elektrometar. Uzmimo da su V_1 i V_2 potencijali A i B, v_1 i v_2 potencijali D i F. Kako su kondenzatori C_1 i C_2 serijski vezani, imamo

$$C_1(V_1 - v_1) = C_2(v_1 - V_2),$$

i isto tako

$$C_3(V_1 - v_2) = C_4(v_2 - V_2).$$

Most se dovodi u ravnotežu menjanjem kapaciteta C_1, C_2 i C_3 dotle dok se elektrometar ne dovede na nulu. Tada imamo $v_1 = v_2$, a deljenje prethodnih jednačina daje

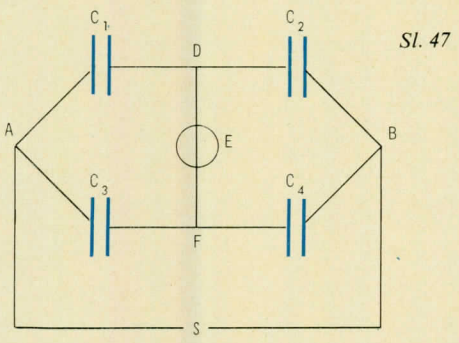
$$\frac{C_1}{C_3} = \frac{C_2}{C_4},$$

ili

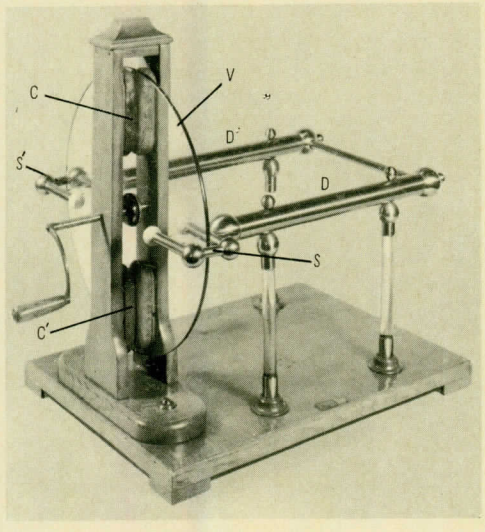
$$C_4 = C_3 \frac{C_2}{C_1},$$

što dozvoljava da se izračuna nepoznati kapacitet C_4.

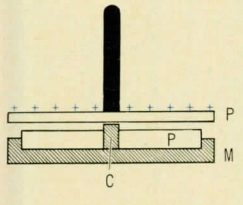
Merenjem kapaciteta može se dobiti vrednost dielektrične konstante dielektrika.



Sl. 47



Sl. 48



Sl. 49

Fot. Larousse.

MERENJE NAELEKTRISANJA. Već smo videli kako se mere naelektrisanja pomoću Faradejevog cilindra. Precizna merenja izvode se na sličan način. Potencijal cilindra je, prema definiciji kapaciteta, linearna funkcija njegovog naelektrisanja. Dovoljno je, dakle, da se meri njegov potencijal koji je proporcionalan njegovom naelektrisanju.

ELEKTRIČNA ENERGIJA. Pretpostavimo da smo u električno polje, koje je stvorio neki sistem S naelektrisanih provodnika, stavili naelektrisanje q na potencijal V_1. Prenesimo ga zatim u tačku u kojoj je potencijal V_2. Elektrostatičke sile obavljaju tokom ovoga puta rad

$$T = q(V_1 - V_2).$$

Ako je ovaj rad pozitivan ili motorni, energija sistema S se umanjila za veličinu T; ako je ovaj rad negativan ili otporan, energija S se povećala za T. Uopštavajući kaže se da veličina — T predstavlja promenu energije sistema S. Definišemo tako samo promenu energije isto kao što možemo definisati samo razlike potencijala. Ali, isto tako kao što smo uzeli početak potencijala (potencijal je nula u svim tačkama koje se nalaze beskonačno daleko od svakog naelektrisanja), reći ćemo da se energija jednog sistema meri radom koji možemo dobiti udaljujući beskonačno jedno od drugog sva naelektrisanja sistema ili, obrnuto, radom koji treba obaviti da bi se na mesta koja zauzimaju u sistemu dovela naelektrisanja suprotnog znaka, koja su u početku bila beskonačno daleko jedna od drugih. Možemo takođe reći, što se svodi na isto, da se energija jednog sistema meri radom koji se dobija kada sva naelektrisanja sistema dovedu na potencijal nula.

Energija usamljenog provodnika u prostoru. Naelektrišimo postupno u početku neutralan provodnik. Tokom njegovog naelektrisavanja njegov potencijal će se povećavati, da bi na kraju operacije dostigao V. U jednom datom momentu njegov potencijal će biti v, između 0 i V. Ako mu tada dodamo naelektrisanje q, biće potrebno da mu dovedemo energiju qv. Ukupna energija utrošena na njegovo naelektrisanje predstavljaće zbir ovih energija; ona će neizbežno biti manja od QV ako je Q konačno njegovo naelektrisanje. Račun pokazuje da je ova energija

$$W = \frac{1}{2} QV.$$

Energija kondenzatora. Posmatrajmo kondenzator naelektrisanja Q i razlike potencijala U između obloga. Energija koju je trebalo utrošiti da bi se on doveo u ovo stanje, a koju možemo povratiti tokom njegovog pražnjenja, je, prema rasuđivanju analognom prethodnom, manja od QU. Račun pokazuje, a ogled potvrđuje, da je ova energija

$$W = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C},$$

gde je C kapacitet.

ELEKTROSTATIČKE MAŠINE. Ovi aparati su sposobni da daju neprekidno naelektrisanja, uopšte uzev mala, na visokom potencijalu. Oni su malo-pomalo bili dospeli u red muzejskih predmeta ali su zbog potreba nuklearne fizike za visokim i konstantnim potencijalima postali ponovo aktuelni.

Ove mašine proizvode elektricitet na bazi pojava trenja ili influencije. U upotrebi su još jedino influentne mašine. Mi ćemo ipak opisati Ramsdenovu mašinu na trenje zbog njenog istorijskog značenja.

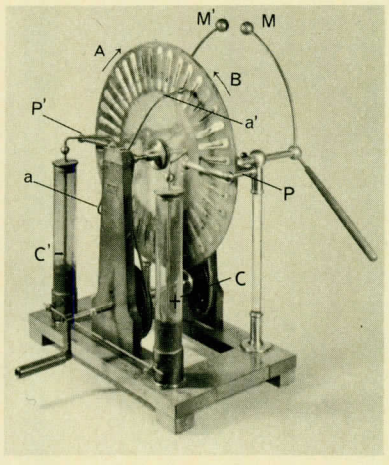
Ramsdenova mašina sastoji se u osnovi, kao i sve elektrostatičke mašine, od dela u kojem nastaje elektricitet, sastavljenog od pozlaćenih jastučića C i C′ (*sl.* 48), od prenosnika, obrtne staklene ploče V koja se elektriše trenjem o jastučiće CC′, i od *kolektora*, sastavljenog od izolovanog provodnika DD′, povezanog sa metalnim zupcima S i S′.

Staklena ploča se okreće; ona se elektriše trenjem između jastučića CC′ pozitivnim elektricitetom, koji, prenošen između zubaca SS′, stvara influencijom pozitivni elektricitet na provodnicima DD′, a negativni elektricitet na zupcima; njega izvlače šiljci zubaca a staklena ploča se vraća u neutralno stanje. Sve se dešava kao da je naelektrisanje staklene ploče prešlo u kolektor.

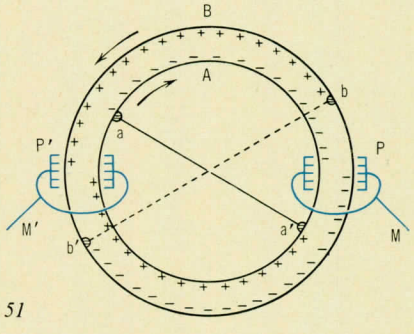
Influentne mašine. Najprostija od svih jeste *elektrofor* (*sl.* 49). Ona se sastoji od jednog parafinskog diska P izlivenog u metalnu kutiju M koja ima provodnički klin C koji ovlaš prolazi kroz parafin. Parafin se elektriše trenjem a iznad njega se stavlja metalni disk P′ koji se drži pomoću izolatorske drške. Na P′ se influencijom stvaraju pozitivna naelektrisanja, dok negativna naelektrisanja otiču kroz klin C. Disk P′ se podiže i njegova naelektrisanja se mogu preneti na neki provodnik, na primer, Faradejev cilindar. Operacija se može stalno ponavljati i tako dobiti znatna naelektrisanja i visoki potencijali.

Vimsherstova (Wimshurst) mašina (*sl.* 50) se sastoji od dve staklene ili ebonitne ploče A i B, od kojih svaka ima isti parni broj uskih provodničkih sektora od kalajne hartije. Ove ploče se okreću oko iste osovine pomoću kotura i kaiševa, od kojih je jedan ukršten, što obezbeđuje rotaciju ploča u suprotnim smerovima. Dva provodnika, koji na svojim krajevima imaju metalne četkice *aa′bb′*, taru se o provodničke sektore ploča. Metalni zupci PP′ sakupljaju elektricitet koji nose ovi sektori tokom rotacije ploča i povezani su sa oblogama kondenzatora CC′ i sa varničarem MM′.

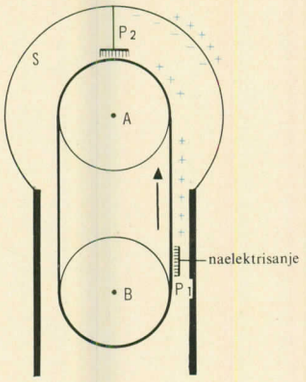
Kada se ploče okreću, influencijom ploče A na B nastaju naelektrisanja koja su pozitivna u b a negativna u b', a influencijom ploče B na A nastaju naelektrisanja pozitivna u a' a negativna u a (*sl.* 51).



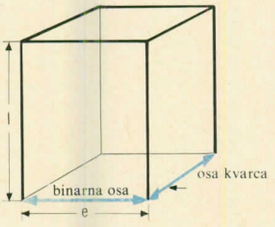
Sl. 50



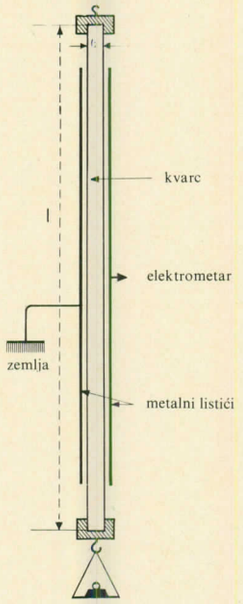
Sl. 51



Sl. 52



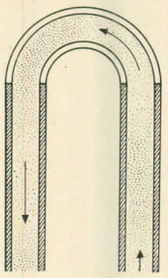
Sl. 55



Sl. 56

Ploče pri rotaciji nose naelektrisanja i ona se raspodeljuju kako je označeno na slici, gde su, da bi bilo jasnije, dve jednake ploče predstavljene pomoću koncentričnih krugova. Ploče se prazne kroz zupce PP′, kao kod Ramsdenove mašine, ali ova mašina ima jedan pozitivni i jedan negativni pol.

Očevidno je potrebno da se ova mašina pobudi, a to se postiže dovođenjem u dodir kuglica M i M′. Ona može tada dati struju reda desetog dela miliampera sa razlikom potencijala od 100000 volti.



Sl. 53

Van de Grafova (Van de Graaf) mašina. To je influentna mašina velike snage koja daje veoma visoke potencijale koji se koriste za potrebe nuklearne fizike. Njen princip je sledeći (*sl.* 52): izolatorski kaiš kreće se preko dva kotura A i B; njega elektrišu zupci P povezani sa generatorom jednosmerne struje koji daje, na primer, 10000 volti. Kaiš prenosi ova naelektrisanja na unutrašnjost metalne kugle S i prazni se preko zubaca P_2, kao kod Ramsdenove mašine. Sve se, dakle, dešava kao da ova naelektrisanja prelaze na spoljnu površinu kugle S. Da bi se povećao probojni potencijal i dielektrična konstanta, čitava mašina je napunjena gasom pod pritiskom. Kaiš je od pamuka impregniranog kaučukom ili od specijalnog papira. Da bi se povećala razlika potencijala, koriste se dve slične mašine, od kojih se jedna elektriše pozitivno a druga negativno. Pomoću kugli poluprečnika 9 metara postiže se do 10 miliona volti, a snaga je reda 50 kilovata.

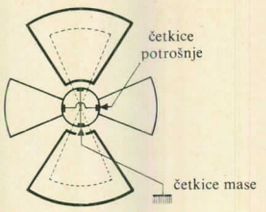
Potenijeova (Pauthenier) mašina. Njen princip je sličan principu prethodne mašine, ali kaiš je zamenjen strujom naelektrisane prašine (*sl.* 53), koja se prazni u metalnoj cevi savijenoj u polukrug, a zatim pada ponovo u električno kolo.

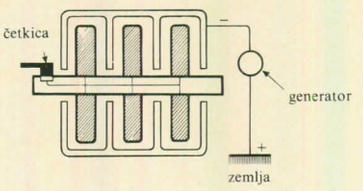
Mašina iz Grenobla. Teorijsko izučavanje influentnih mašina dozvolilo je dvojici francuskih fizičara, Felisiju (Félici) i Morelu (Morel) da naprave elektrostatičku mašinu nazvanu »mašina iz Grenobla«, zamišljenu na bazi logike, a sa velikim stepenom korisnog dejstva. Ova mašina (*sl.* 54) predstavlja promenljivi rotacioni kondenzator, koji se puni pomoću generatora niskog napona U do maksimuma njegovog kapaciteta C_M. On se zatim izoluje, njegov kapacitet se smanjuje uz konstantno naelektrisanje, razlika potencijala se, dakle, povećava; zatim se prazni do minimuma kapaciteta C_m, na veoma visokom naponu U′.

$$U' = U \frac{C_M}{C_m}.$$

Da bi se povećao probojni potencijal i dielektrična konstanta vazduha, vazduh se u aparatu stavlja pod pritiskom od trideset atmosfera. Nema zubaca, ali postoje obrtni kontakti. Stepen korisnog dejstva ove mašine dostiže 80 %.

Isti fizičari su napravili mašinu srodnu Van de Grafovoj mašini, gde je prenosnik naelektrisanja dielektrični cilindar koji se okreće u prostoru pod pritiskom.





Sl. 54

IMPULZIONI GENERATORI. To su mašine koje dozvoljavaju da se dobiju veoma visoki naponi, ali na diskontinualan način. Oni su sastavljeni od serije paralelno vezanih kondenzatora, kako bi se punili elektricitetom pod relativno niskom razlikom potencijala, a koji se zatim vezuju serijski kako bi se praznili. Ako imamo n identičnih kondenzatora napunjenih pod razlikom potencijala U, između krajeva baterije postoji razlika potencijala $U' = nU$ kada su oni serijski vezani.

DOBIJANJE VISOKIH NAPONA NEELEKTROSTATIČKIM POSTUPCIMA. Ciklotroni i slične mašine dozvoljavaju da se naelektrisanim česticama predaju energije jednake onima koje bi imale kad bi ih ubrzavale razlike potencijala od više stotina miliona volti, ali se ove razlike potencijala ne pojavljuju u samim mašinama.

POREKLO ELEKTRIČNE ENERGIJE KOJU DAJU MAŠINE. Električna energija koju proizvode mašine potiče od transformacije rada koji treba utrošiti da bi se savladale elektrostatičke sile. One se opiru kretanju prenosnika koji se, naelektrisan elektricitetom suprotnog znaka od znaka proizvedenog elektriciteta, udaljava od dela u kojem nastaje elektricitet da bi se približio kolektoru naelektrisanom elektricitetom istog znaka.

Stepen korisnog dejstva ove transformacije je, uopšte uzev, mali, jer su trenja velika.

PIEZOELEKTRICITET. Kada se kvarcna ploča u obliku paralelepipeda, isečena duž osa kristala, podvrgne pritisku ili istezanju u pravcu binarne ose (*sl.* 55), na dvema površinama ploče pojavi se naelektrisanje proporcionalno dejstvujućoj sili, $Q = d \times F$. d je piezoelektrični modul kvarca, jednak $2{,}2 \times 10^{-12}$ kulona po njutnu.

Kada sila dejstvuje normalno na osu kvarca i na binarnu osu, naelektrisanje postaje $Q = d\frac{l}{e}F$, gde je e debljina ploče u pravcu binarne ose, a l dimenzija te ploče u pravcu normalnom na ravan koju određuje binarna osa i osa kvarca. Veličini $\frac{l}{e}$ može se sečenjem kvarca dati proizvoljna vrednost. Praktično se e uzima veoma malo, a l što je moguće veće. Dve površine ploče su obložene metalnim listićima (*sl.* 56) i meri se razlika potencijala između dva listića za različite težine, postavljene na tas P.

Obrnuto, ako se dva listića elektrišu, kvarc se deformiše. Koristeći naizmenične napone visoke frekvencije ove deformacije slede tu frekvenciju, pa se dobija zvuk visoke frekvencije (ultrazvuk), na koji uvo nije osetljivo, ali koji se koristi, na primer, za podvodna merenja. Pojava piezoelektriciteta ne koristi se za proizvođenje elektriciteta, već za dobijanje ultrazvuka, za transformaciju modulacija struje u čujne zvukove (zvučnik), ili za transformaciju čujnih zvukova u električnu struju (mikrofoni). Mogu se takođe proizvoditi električne oscilacije stalne frekvencije pomoću kvarcnih rezonantnih električnih kola.

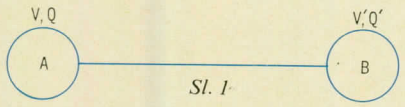
I kod drugih tela osim kvarca susrećemo pojavu piezoelektriciteta; među njima *Senjetova so* i *kalijumfosfat* imaju veće module od modula kvarca.

ELEKTROKINETIKA

ELEKTRIČNA STRUJA. OMOV ZAKON

DEFINICIJA ELEKTRIČNE STRUJE. U elektrostatici smo izučavali naelektrisanja u ravnoteži u provodnicima. U nekim ogledima ova naelektrisanja su se kretala da bi istekla u zemlju ili u drugi provodnik, ali se nismo bavili zakonima ovih kretanja. Izučavanje, kome ćemo sada pristupiti, predstavlja *elektrokinetiku*.

Posmatrajmo dva provodnika A i B (*sl.* 1), potenci-



Sl. 1

jala V i V′ i naelektrisanja Q i Q′; spojimo ih provodnom žicom. A i B obrazuju tada jedinstven provodnik, čije sve tačke nisu na istom potencijalu, pa tu ne može postojati električna ravnoteža. Pretpostavimo da je $V > V'$; linije sile električnog polja koje su stvorili naelektrisani provodnici idu od A prema B; pozitivna naelektrisanja od A kretaće se prema B a negativna naelektrisanja od B ići će prema A. Imamo kretanje naelektrisanja sve dotle dok jedinstveni provodnik, sastavljen od A, B i žice, ne bude na potencijalu V_1 koji se nalazi između V i V′. Kažemo da se između A i B pojavila *električna struja*. Pretpostavimo da je kapacitet žice zanemarljiv i da su Q_1 i Q_1' nova naelektrisanja na A i B. Po zakonu održanja elektriciteta imamo

$$Q + Q' = Q_1 + Q_1'.$$

Naelektrisanje na A se smanjilo (jer se njegov potencijal smanjio) za veličinu

$$q = Q - Q_1.$$

Naelektrisanje na B se povećalo za veličinu

$$q' = Q' - Q_1'.$$

Prema prvoj jednakosti ove dve veličine su jednake; dakle

$$q = q'.$$

Možemo reći: električna struja je prenela naelektrisanja, čiji je *algebarski zbir* jednak q. Ogled nam ne pokazuje kako se odvijalo ovo prenošenje; električna struja je mogla preneti naelektrisanje $+q$ od A prema B, ili naelektrisanje $-q$ od B prema A, ili još, ona je mogla prenositi dve vrste elektriciteta u dva smera. Ogledom dokazana činjenica je da je ukupno preneseno naelektrisanje q. Poznavanje q i potencijala dovoljno je da se izračuna energija koju oslobađa ova električna struja; samo je ova energija dostupna ogledu, samo nas ona, dakle, zanima. Možemo, prema tome, bez teškoća stvoriti sledeću hipotezu:

Električna struja je prenela od A *prema* B *pozitivno naelektrisanje jednako* q.

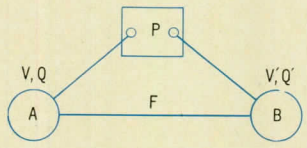
U daljem ćemo razmatrati električnu struju uvek kao prenošenje pozitivnih naelektrisanja, i zvaćemo *smer struje* smer u kome se odvija ovo prenošenje. Prema prethodnom ogledu možemo već reći da *električna struja teče u smeru opadajućih potencijala*.

Električnu struju karakteriše takođe brzina kojom se odvija ovo prenošenje. Ovu brzinu nazivaćemo *jačina ili intenzitet struje*. Precizno rečeno, *ako tokom veoma kratkog vremena* dt, *struja prenese količinu elektriciteta* dq, *njen intenzitet u tom momentu je* $i = \frac{dq}{dt}$.

Mi ćemo se najpre baviti jedino strujama čiji je intenzitet konstantan, to jest strujama koje u svakoj sekundi prenose istu količinu elektriciteta. Ove struje nazvane su *stalne*. Stalna struja intenziteta i prenese tokom vremena t količinu elektriciteta

$$q = i \cdot t.$$

DOBIJANJE STALNIH STRUJA. Povežimo provodnike A i B (*sl.* 2) sa izvorom elektriciteta P koji održava konstantnim potencijale V i V′ provodnika A i B. P može biti, na primer, elektrostatička mašina ili galvanski element. Spojimo sada A i B provodnom žicom F; dobićemo električnu struju duž F; ali umesto da nestane nakon izvesnog vremena, struja traje, zato što potencijal provodnika A ne može nikada biti jednak potencijalu B. Struju proizvodi razlika potencijala $V - V'$; ona ostaje konstantna, struja će uvek biti jednaka samoj sebi, njen intenzitet će ostati konstantan: imamo stalnu struju.



Sl. 2

Uzmimo da je i intenzitet struje. A gubi na sekund količinu elektriciteta i, ali budući da njegov potencijal ostaje konstantan, njegovo naelektrisanje je konstantno i P mu mora dovoditi na sekund istu količinu elektriciteta i. Iz istog razloga P mora uzimati sa B u svakom sekundu količinu elektriciteta i. Možemo, dakle, reći da kroz svaku tačku *zatvorenog električnog kola* AFBPA prolazi u svakom sekundu količina elektriciteta i. *Intenzitet struje je isti u svim tačkama električnog kola.*

Izvor P razlikuje se od ostalih elemenata električnog kola samo po tome što diže sa potencijala V′ na potencijal V elektricitet koji prolazi kroz njega. Ovu električnu struju možemo uporediti sa strujom vode, za koju bi A i B bili rezervoari konstantne zapremine, provodne žice cevi, a P pumpa koja diže vodu sa nivoa V′ u B na nivo V u A.

Kada se A i B povežu žicom F, u početku imamo veoma kratak period *nastajanja struje*. To potiče delimično od kapaciteta žice F koja se elektriše, a zatim održava konstantno naelektrisanje. Kod svih pojava koje ćemo izučavati, uvek ćemo pretpostavljati da je prošao prelazni period nastajanja struje, čije je trajanje manje od 1/100 sekunda za obična električna kola.

SVOJSTVA ELEKTRIČNE STRUJE. Kada proizvodimo električnu struju, ona oslobađa energiju; u svakom sekundu količina elektriciteta i prelazi sa potencijala V na niže potencijal V′, oslobađajući energiju

$$i(V - V');$$

nakon t sekundi, oslobođena energija imaće vrednost

$$W = (V - V')\, it.$$

Ova energija se pojavljuje u raznim oblicima, što nam pokazuje ogled:

1. Provodnik kroz koji protiče struja se zagreva;

2. So, baza ili kiselina kroz koju prolazi struja se razlaže;

3. Provodnik kroz koji protiče električna struja okružuje magnetsko polje.

Električna energija pojavljuje se, dakle, u toplotnom, hemijskom ili magnetskom obliku, bilo odvojeno bilo istovremeno. Sukcesivno ćemo izučavati tri pojave; svaka od njih daje metod za merenje intenziteta struje, ali već sada možemo da damo privremenu definiciju jedinice intenziteta i da zamislimo metod merenja.

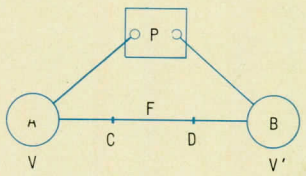
JEDINICA JAČINE STRUJE. AMPER. Prema obrascu stalnih struja $i = \frac{q}{t}$, možemo definisati jedinicu jačine struje zvanu *amper* (simbol A): *to je jačina stalne struje koja u sekundi prenosi količinu elektriciteta od* 1 *kulona*. Njenu legalnu definiciju videćemo kasnije (vidi Elektromagnetizam, str. 594).

Može se zamisliti metod merenja ove jačine posmatrajući električno kolo, u kome se čitava električna energija pojavljuje u obliku toplote. Proizvedena količina toplote Q data je obrascem

$$JQ = W = (V - V')\, it,$$

gde je J mehanički ekvivalent jedinice toplote. Znamo da merimo Q, $V - V'$ (pomoću elektrometra) i t; odatle možemo izvesti i. Ovaj ne mnogo praktičan metod se ne koristi, ali nam on dozvoljava da logično iskažemo zakone struje.

OMOV ZAKON. OTPOR. Ponovimo ogled koji nam je dozvolio da stvorimo stalnu struju, uzimajući različite izvore elektriciteta P_1, P_2 itd. (*sl.* 3), koji



Sl. 3

uspostavljaju između A i B razlike potencijala $V_1 - V_1'$, $V_2 - V_2'$ itd. Mereći intenzitete I_1, I_2 itd., nalazimo

$$\frac{V_1 - V_1'}{I_1} = \frac{V_2 - V_2'}{I_2} = \text{const} = R,$$

drugim rečima: *intenzitet struje koja protiče kroz linijski provodnik proporcionalan je razlici potencijala koji postoje na njegovim krajevima*. To je *Omov* (*Ohm*) *zakon*.

$$V_1 - V_1' = RI_1, \text{ itd.}$$

Ako zamenimo žicu F sa žicom F′, konstanta R se menja; ona karakteriše žicu F i naziva se *otpor*.

Otpor linijskog provodnika meri se količnikom razlike potencijala na njegovim krajevima i intenziteta struje koja protiče kroz njega.

Na isti način može se definisati otpor r dela CD žice F na bazi potencijala V_C i V_D tačaka C i D:

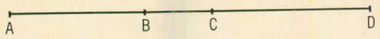
$$V_C - V_D = rI.$$

Katkad se koristi recipročna vrednost otpora nekog provodnika koja se naziva *provodljivost* C:

$$C = \frac{1}{R}.$$

Zbir otpora. Posmatrajmo tri žice AB, BC, CD (*sl.* 4) *serijski povezane*, to jest nastavljene jedna na drugu, otpora R_1, R_2, R_3; uzmimo da su V_A, V_B, V_C, V_D potencijali tačaka ABCD, I intenzitet struje. Imamo

$$V_A - V_B = R_1 I,$$
$$V_B - V_C = R_2 I,$$
$$V_C - V_D = R_3 I.$$



Sl. 4

Sabiranjem dobijamo

$$V_A - V_B + V_B - V_C + V_C - V_D = V_A - V_D = (R_1 + R_2 + R_3)\, I.$$

što znači da je otpor AD jednak zbiru otpora žica koji ga sačinjavaju. Ovo se izražava na sledeći način: *serijski povezani otpori se sabiraju*, ili: *otpor serije provodnika jednak je zbiru otpora provodnika.*

Rezultati ovoga i prethodnog paragrafa važe:

1. samo ako je strujno kolo savršeno izolovano;

2. samo ako su sve tačke strujnog kola na istoj temperaturi.

Međutim, zakon sabiranja otpora ostaje na snazi i ako drugi uslov nije ispunjen, ali se Omov zakon komplikuje zbog termoelektričnog efekta (vidi str. 587).

SPECIFIČNI OTPOR, SPECIFIČNA PROVODLJIVOST. *Pokazuje se da je otpor nekog linijskog provodnika proporcionalan njegovoj dužini, obrnuto proporcionalan njegovom poprečnom preseku i da zavisi od prirode provodnika.* Ako je l dužina, s presek a R otpor, imamo

$$R = \rho \frac{l}{s}.$$

Koeficijent ρ, karakteristika prirode provodnika, naziva se *specifični otpor*; njegova recipročna vrednost $\gamma = \frac{1}{\rho}$ predstavlja njegovu *specifičnu provodljivost*. Videćemo da se ρ za dati provodnik menja sa temperaturom.

JEDINICA OTPORA I SPECIFIČNOG OTPORA. Omov zakon dozvoljava da se definiše jedinica otpora nazvana *om* (simbol: Ω).

Om je otpor provodnika kroz koji protiče struja od 1 *ampera kada između njegovih krajeva postoji razlika potencijala od* 1 *volta.*

Jedinica specifičnog otpora je om-metar (simbol: Ω-m); *to je specifični otpor supstancije od koje bi se mogao napraviti provodnik dužine* 1 *metra i poprečnog preseka od* 1 *kvadratnog metra, a koji bi imao otpor* 1 *om.*

Jedinica električne provodljivosti je om^{-1}, katkad nazvana *mo* ili *simens*.

Tehničari koriste kao jedinicu specifičnog otpora om-centimetar (simbol: Ω-cm) koji predstavlja *specifični otpor provodničke supstancije od koje bi se mogla napraviti žica dužine* 1 *centimetra a poprečnog preseka od* 1 *kvadratnog centimetra, koja bi imala otpor od* 1 *oma*; ova jedinica iznosi 1/100 om-metra.

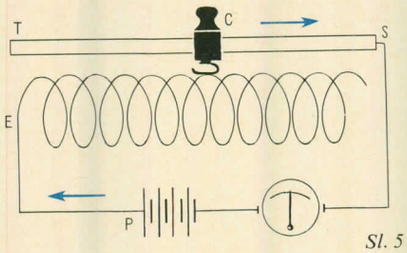
Upotrebljava se takođe mikroom-centimetar ($\mu\Omega$-cm) koji iznosi milioniti deo om-centimetra ili 10^{-8} om-metra.

Evo vrednosti specifičnog otpora nekih metala, najpoznatijih legura i nekih izolatora, na običnoj temperaturi:

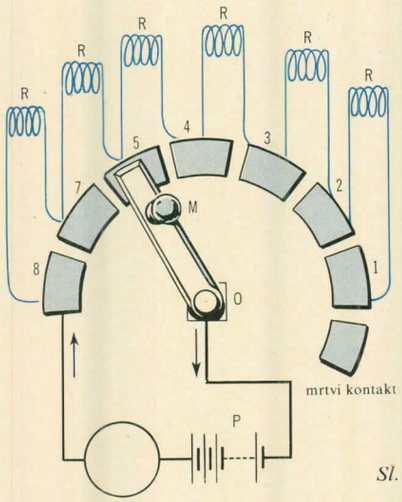
srebro	$1{,}5.10^{-8}$ Ω-m,
bakar	$1{,}6.10^{-8}$ Ω-m,
aluminijum	$2{,}8.10^{-8}$ Ω-m,
gvožđe	11.10^{-8} Ω-m,
živa	94.10^{-8} Ω-m,
alpaka-srebro	30.10^{-8} Ω-m,
konstantan	49.10^{-8} Ω-m,
petrolej	2.10^{14} Ω-m,
kaučuk	10^{13} Ω-m,
porculan	2.10^{13} Ω-m.

PROMENE SPECIFIČNOG OTPORA U ZAVISNOSTI OD TEMPERATURE. Kod čistih metala specifični otpor se povećava kada se i temperatura povećava. Dosta daleko od apsolutne nule (— 273° C), ova promena je dobro izražena odnosom

$$\rho = \rho_0(1 + at),$$



Sl. 5



Sl. 6

gde je ρ specifični otpor na temperaturi t, ρ_0 specifični otpor na 0° C a a koeficijent koji je *približno isti za sve metale* i blizak 1/273, koeficijentu širenja gasova pod konstantnim pritiskom.

Kada se želi biti bliže realnosti, prethodni zakon više ne važi i mora se pisati

$$\rho = \rho_0(1 + at + bt^2).$$

Bez obzira na to kakav je ovaj zakon, može se meriti specifični otpor metala na raznim temperaturama i odatle izvesti temperatura iz poznatog specifičnog otpora. To je princip *otpornih termometara.*

Kod veoma niskih temperatura, bliskih apsolutnoj nuli, specifični otpor nekih tela pada ispod svake merljive vrednosti; to je pojava *supraprovodljivosti.* U ovim uslovima struja puštena u jedan takav zatvoreni provodnik iščezava tek nakon nekoliko sati. Temperatura na kojoj se ispoljava ova pojava je različita u zavisnosti od provodnika. Kolumbijum-nitrid postaje supraprovodnik na — 259° C, olovo na — 266° C, cink i aluminijum na — 272° C.

Za promene specifičnog otpora legura ne važi isti zakon; on se uopšte uzev, menja mnogo manje, i čak za izvesne legure, kao konstantan (55 % bakra i 45 % nikla), on praktično ne zavisi od temperature. Zato su standardni otpori napravljeni od konstantana.

Specifični otpor elektrolita, kiselina, baza i soli u rastvoru smanjuje se kada se temperatura povećava, ali se to ne može definisati opštim zakonom.

SPECIFIČNI OTPOR POLUPROVODNIKA. Poluprovodnicima se nazivaju tela koja su slabi provodnici, ali čiji se specifični otpor može menjati u veoma velikim srazmerama pod dejstvom različitih faktora. Takva tela su, na primer, germanijum, silicijum, selenijum, olovni sulfid ili galen, oksid bakra.

Kada su potpuno čisti, njihov specifični otpor naziva se *inherentan.* On se smanjuje veoma brzo kada temperatura raste prema eksponencijalnom zakonu i može pasti na trećinu kada temperatura poraste za 30°. Imamo

$$\rho = Ae^{a/T},$$

gde su A i a koeficijenti koji zavise od tela, T apsolutna temperatura, a e baza prirodnih logaritama.

Pomoću ovih tela prave se *termistori*, kod kojih se otpori menjaju veoma brzo sa temperaturom. Kod selenijuma specifični otpor se znatno smanjuje kada se on osvetli svetlosnim snopom. Ova pojava se naziva *fotoprovodljivost* i ona služi za proizvodnju nekih fotoelektričnih ćelija.

Kod germanijuma ili silicijuma specifični otpor se takođe znatno smanjuje kada se ovim telima dodaju izvesne primese; kaže se da su oni *dopingovani.*

Primene poluprovodnika su veoma značajne; pomoću njih se posebno proizvode fotoelektrične ćelije, diode i tranzistori (vidi str. 610—617).

REOSTAT. KUTIJA OTPORA. Prema Omovom zakonu, kada se otpor strujnog kola menja, intenzitet struje koja prolazi kroz njega se takođe menja, ali u obrnutom smeru. Zato se prave promenljivi otpori nazvani *reostati.* Slika 5 predstavlja shemu reostata sa kliznim kontaktom: žica koja stvara otpor spiralno je namotana na cilindar od izolacionog materijala; iznad cilindra i paralelno njegovoj osi postavljena je provodnička vođica T, po kojoj klizi kontakt C sa šiljkom koji dodiruje otpornu žicu. Struja ulazi u reostat kroz E, a izlazi kroz S, prolazeći kroz klizni kontakt i deo vođice. Kada se klizni kontakt pomera ulevo, otpor reostata se smanjuje, a povećava se u protivnom slučaju.

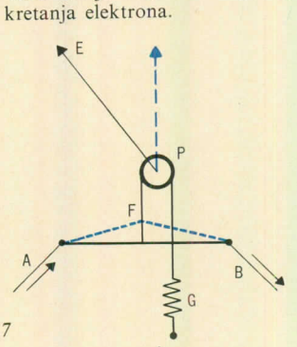
Slika 6 predstavlja jedan drugi tip reostata, nazvan reostat *sa kontaktima.* Kontakti (1, 2, 3...) predstavljaju male bakarne pločice, između kojih se postavljaju otpori. Provodnička ručica M, pokretljiva oko ose O, može redom da se postavi na svaki kontakt. Struja ulazi kroz kontakt 1 a izlazi kroz osu O, prolazeći kroz ručicu. Njen položaj određuje vrednost otpora.

Otpori reostata nisu precizno poznati, a uostalom i promenljivi su. Za precizna merenja koja zahtevaju tačno poznavanje otpora, koriste se kutije standardnih otpora. Danas se te kutije najčešće prave kao reostati sa kontaktima, ali se između kontakata stavljaju standardni otpori raznih veličina. Tako se mogu poređati kutije 10 otpora od 1 oma, 10 otpora od 10 oma, 10 otpora od 100 oma itd. Prosto čitanje položaja raznih ručica daje broj jedinica, desetica, stotina itd., broja koji daje vrednost otpora.

Kao što smo videli, ovi standardni otpori moraju biti napravljeni od legura, čiji se specifični otpor malo menja sa temperaturom, od konstantana, na primer.

TEORIJA OTPORA. Električna struja potiče od kretanja elementarnih naelektrisanja: elektrona atoma od kojih je sastavljen provodnik ako je on čvrsto telo. Struja nastaje translacijom elektrona sa jednog atoma na drugi. U provodnicima se izvestan broj elektrona može slobodno pomerati, ali ovo pomeranje ometaju molekularna kretanja; specifični otpor mora se, dakle, povećavati sa temperaturom i postati nula kada molekularno kretanje prestane, to jest na apsolutnoj nuli. Kod poluprovodnika je veoma mali broj elektrona slobodan, ali izvesni faktori: temperatura, svetlosna energija, primese, mogu znatno povećati taj broj, pa se specifični otpor jako smanjuje. Kod izolatora nema slobodnih elektrona.

Elektroni imaju negativno naelektrisanje, a smer usvojen kao smer struje u stvarnosti je suprotan od stvarnog kretanja elektrona.



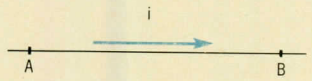
Sl. 8

Sl. 7

TOPLOTNO DEJSTVO STRUJE. DŽULOV ZAKON. ELEKTROMOTORNE I KONTRAELEKTROMOTORNE SILE

TOPLOTNO DEJSTVO STRUJE. DŽULOV ZAKON. Već smo rekli da se žica kroz koju protiče struja zagreva; na primer, žica od gvožđa, kroz koju prolazi struja od nekoliko ampera, crveno se usija i može se čak istopiti.

Nastala toplotna energija proizlazi iz transformacije električne energije; ona se može izračunati. Uzmimo da kroz linijski provodnik AB (*sl.* 7), otpora R, pro-



Sl. 7

tiče struja intenziteta i. Između njegovih krajeva postoji razlika potencijala $V_A - V_B$, dakle, u sekundi količina elektriciteta i prelazi sa potencijala V_A na potencijal V_B, oslobađajući energiju $(V_A - V_B)i$; u t sekundi oslobođena energija iznosi

$$W = (V_A - V_B)\,it,$$

a količina nastale toplote je

$$Q = \frac{W}{J} = \frac{(V_A - V_B)\,it}{J},$$

gde je J mehanički ekvivalent kalorije T. Ali Omov zakon nam kaže da je $V_A - V_B = Ri$, odakle

$$W = JQ = Ri^2t,$$

što se izražava na sledeći način:

Količina toplote oslobođene u provodniku proticanjem stalne struje proporcionalna je otporu provodnika, vremenu tokom kojeg je proticala struja i kvadratu intenziteta struje.

Ovaj zakon je eksperimentalno dokazao Džul, pa se naziva i *Džulov zakon*.

Ako R izrazimo u omima, i u amperima i t u sekundama, energiju dobijamo u džulima.

PRIMENE TOPLOTNOG DEJSTVA STRUJE. Primene su veoma brojne; pomenimo:

1. Električne sijalice. One se sastoje od tungstenove žice zatvorene u staklenu ampulu koja sadrži inertni gas (azot, argon, kripton). Prolaz struje, usled velikog otpora žice, dovodi žicu do usijanja. Tungsten je odabran zato što se on topi tek iznad 3000°; najzad, vazduh se odstranjuje iz ampule da bi se izbegla oksidacija, koja bi dovela do prekida žice;

2. Radijatori, grejači vode, električni štednjaci i električna glačala, kod kojih se podesno raspoređeni otpori dovode na više ili niže temperature.

3. Osigurači. Struja koju koriste razni aparati neke instalacije mora prolaziti kroz dovodne žice; ona tu oslobađa toplotu, ali dostignuta temperatura u tim žicama ne sme biti suviše visoka, u protivnom može doći do požara. Računa se da u kućnim instalacijama intenzitet ne sme prelaziti pet ampera na kvadratni milimetar poprečnog preseka žice. Da bi se izbeglo preterano zagrevanje žica, u slučaju naglog smanjivanja otpora (kratki spoj), u strujno kolo se umeću žice od topljive legure podesnog otpora; čim intenzitet postane suviše jak, žica se zagreje, istopi i prekine strujno kolo pre no što nastupi bilo kakva šteta. Ovi prekidači strujnog kola nalaze se u svim kućnim instalacijama; dato im je zajedničko ime *osigurači*;

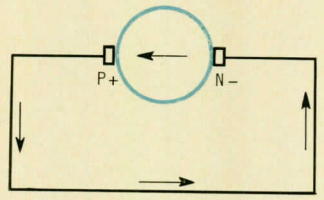
4. Termički ampermetri o kojima ćemo govoriti.

Termički ampermetri. Pod dejstvom struje provodna žica se zagreva, dakle, izdužuje se. Ona se zagreva utoliko više ukoliko je intenzitet veći; njeno izdužavanje može dozvoliti da se meri intenzitet struje koja prolazi kroz nju. To je princip termičkih ampermetara shematizovanih na slici 8, str. 582, levo.

Na sredini provodne žice AB pričvršćena je izolovana žica F koja ide preko kotura P, pričvršćenog za kazaljku E. Ova žica F zategnuta je pomoću opruge G. Kada se provodna žica AB izdužuje, opruga G nateže žicu F, okrećući kotur P i kazaljku E u smeru kazaljke na satu. Da bi se od ovog aparata napravio merni instrument intenziteta struje, dovoljno je staviti pozadi kazaljke skalu etaloniranu propuštanjem kroz AB struja poznatih intenziteta.

Oslobođena toplota je proporcionalna kvadratu intenziteta, izduženje žice i pomeranje kazaljke su takođe funkcije toga kvadrata, a podeoci skale su veoma zbijeni na strani slabih intenziteta, što je nedostatak ovog aparata. Međutim, oslobođena toplota ne zavisi od smera struje i aparat se može uključiti u bilo kom smeru. On se može koristiti čak i za struje čiji se smer stalno menja, naizmenične struje (v. str. 601).

KARAKTERISTIKE IZVORA ELEKTRICITETA. ELEKTROMOTORNA SILA. Videli smo da se izvor električne struje može posmatrati kao bilo koji deo strujnog kola, s tom razlikom što on količine elektriciteta koje prolaze kroz njega podiže sa potencijala V′ na potencijal V (vidi str. 581). *Polovima* ili *krajevima* izvora nazivaju se tačke gde ulazi i izlazi struja; *pozitivni pol* je pol koji je na višem potencijalu, *negativni pol* je onaj drugi pol. Izvan izvora ili generatora struja ide od pozitivnog pola P prema negativnom polu N; unutar generatora ona ide od N prema P (*sl.* 9). Generator, koji se može



Sl. 9

posmatrati kao bilo koji deo strujnog kola, mora imati otpor; on se naziva *unutrašnji otpor r* generatora, za razliku od spoljašnjeg otpora strujnog kola R. U generatoru se u obliku toplote pojavljuje u sekundi energija ri^2; u isto vreme se u spoljašnjem strujnom kolu pojavljuje toplotna energija Ri^2. Ukupno se pojavljuje energija $(R + r)i^2$; ovu energiju očevidno daje izvor. Kako je ona data u sekundi kažemo da je snaga P koju daje izvor jednaka

$$P = (R + r)i^2.$$

Ova snaga koju daje izvor zavisi od intenziteta struje koja prolazi kroz njega i podesno je da se izrazi u obliku $P = ei$; e se naziva *elektromotorna sila*, skraćeno *ems* izvora; ona se definiše kao *količnik snage generatora i intenziteta struje koja protiče kroz njega*. Iz ovog izraza za snagu izvodimo

$$e = (R + r)i.$$

Ovaj obrazac je veoma sličan obrascu koji izražava Omov zakon: $V - V' = Ri$; iz toga zaključujemo da se *elektromotorna sila izražava istim jedinicama kojima i razlika potencijala* i zakonu koji izražava prethodni obrazac daćemo ime *Omovog zakona uopštenog na zatvoreno strujno kolo*. On se može izraziti na sledeći način:

Ems generatora jednaka je proizvodu intenziteta struje koja protiče kroz njega i ukupnog otpora strujnog kola.

Ovaj zakon ne važi više ako strujno kolo obuhvata elektropotrošače (vidi sledeći paragraf).

Pojam elektromotorne sile ima veliki značaj zato što kod izvesnog broja generatora (akumulatori, elementi) ona ne zavisi od intenziteta; ona tada predstavlja karakteristiku generatora. Kod dinamomašina ona se, naprotiv, menja, posebno sa brzinom rotacije. Razlika potencijala između polova generatora je

$$V_P - V_N = Ri;$$

kako je

$$e = (R + r)i,$$
$$V_P - V_N = e - ri.$$

Vidimo da je ova razlika potencijala manja od *ems*; ona je njoj jednaka samo kada je intenzitet i nula; ovo ćemo primeniti kod merenja *ems* metodom opozicije.

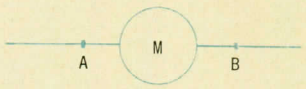
Ako posmatramo deo strujnog kola koje sadrži generator *ems* e unutrašnjeg otpora r (*sl.* 9), razlika potencijala u *smeru struje* je $V_N - V_P$, jer struja protiče kroz generator od negativnog pola ka pozitivnom polu;

$$V_N - V_P = ri - e.$$

Ovaj obrazac predstavlja *Omov zakon uopšten na deo strujnog kola koje obuhvata izvor elektriciteta*.

Ovaj obrazac se može lako objasniti: usled otpora r generatora dolazi do pada potencijala ri, ali s druge strane generator povišava potencijal za veličinu e; pad potencijala je, dakle, jednak $ri - e$.

ELEKTROPOTROŠAČI. KONTRAELEKTROMOTORNA SILA. Postoje aparati koji električnu energiju transformišu u neku drugu energiju, različitu od toplotne energije. Elektromotor, na primer, uzima električnu energiju, a daje mehaničku energiju. Takvi aparati, čije ćemo razne primerke videti u daljem, nazivaju se elektropotrošači.



Sl. 10

Posmatrajmo elektropotrošač M (*sl.* 10), na primer, jedan motor; struja ulazi u njega kroz pol A potencijala V_A, a izlazi kroz pol B potencijala V_B. Snaga koju apsorbuje elektropotrošač je

$$P' = (V_A - V_B)i,$$

gde je i intenzitet struje. Ova snaga se koristi u dve svrhe: jedan deo se pojavljuje u obliku toplote usled otpora R′ motora; on je jednak $R'i^2$; drugi deo se pojavljuje u obliku mehaničke ili druge energije; analogno generatorima mi ćemo ovaj drugi deo staviti u oblik $e'i$. Pod ovim uslovom imamo

$$P' = (V_A - V_B)i = e'i + R'i^2;$$

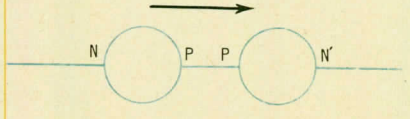
e' se naziva *kontraelektromotorna sila* elektropotrošača, skraćeno *kems*. Mi ćemo je definisati kao *količnik električne snage, koju transformiše elektropotrošač u energiju različitu od toplotne energije, i intenziteta struje*.

Prethodni obrazac može se pisati

$$V_A - V_B = e' + R'i,$$

što predstavlja *Omov zakon uopšten na deo strujnog kola koje obuhvata neki elektropotrošač*. Kontraelektromotorna sila izražava se, razumljivo, istim jedinicama kojima i *ems* ili razlika potencijala, što znači najčešće u voltima.

Pretpostavimo da u delu strujnog kola imamo dva generatora (*sl.* 11), pri čemu svaki od njih teži da stvori struju suprotnog smera od onog drugog; tada kažemo da su ovi generatori montirani u *opoziciji*. Označimo sa e i e', r i r' odgovarajuće *ems* i unutrašnje otpore ovih generatora, čiji su polovi



Sl. 11

PN i P′N′ i pretpostavimo da struja protiče u smeru NP. U drugom generatoru struja protiče od pozitivnog pola P′ prema negativnom polu N′; u njemu, dakle, dolazi do pada potencijala $e' + r'i$, i ovaj generator, u opoziciji, troši snagu $e'i$ i snagu $r'i^2$ na otpor. *Generator u opoziciji ponaša se kao elektropotrošač čija je kems jednaka njegovoj ems kada funkcioniše kao generator*:

$$V_{P'} - V_{N'} = e' + r'i.$$

UOPŠTAVANJE OMOVOG ZAKONA. Našli smo za razliku potencijala između dve tačke strujnog kola izraze

$$V_A - V_B = Ri$$

kada deo strujnog kola obuhvata samo otpor,

$$V_A - V_B = ri - e$$

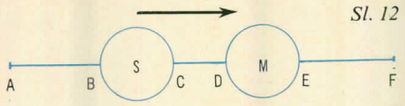
kada deo strujnog kola obuhvata neki generator,

$$V_A - V_B = R'i + e'$$

kada deo strujnog kola obuhvata elektropotrošač ili generator u opoziciji. Ova tri obrasca možemo sažeti u jedan, uslovljavajući da se *ems računa pozitivno, a kems negativno*. Ovaj jedinstveni obrazac glasi

$$V_A - V_B = Ri - e.$$

Ovaj obrazac daje, u stvari, tri prethodna kada se stavi $e = 0$, $e = e$, $e = -e'$.



Sl. 12

Posmatrajmo deo strujnog kola koji obuhvata otpore AB, CD, EF (*sl.* 12), vrednosti R_1, R_2, R_3, generator S *ems e* i otpora *r*, elektropotrošač M *kems e′* i otpora *r′*, i izračunajmo razliku potencijala $V_A - V_F$.

$$\begin{aligned} V_A - V_B &= R_1 i, \\ V_B - V_C &= ri - e, \\ V_C - V_D &= R_2 i, \\ V_D - V_E &= r'i + e', \\ V_E - V_F &= R_3 i. \end{aligned}$$

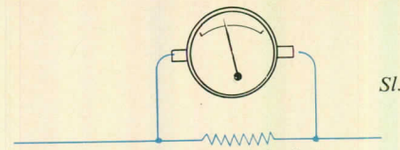
Odakle, sabiranjem dobijamo

$$V_A - V_F = (R_1 + R_2 + R_3 + r + r')\, i + e' - e.$$

Ovaj izraz može se uopštiti za bilo koji deo strujnog kola, pišući

$$V_A - V_F = \Sigma Ri - \Sigma e,$$

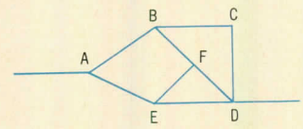
gde znak Σ (sigma) znači da se moraju sabirati sve veličine analogne onima koje slede ovaj znak. Tako ΣRi znači da se moraju sabirati svi proizvodi otpora i intenziteta, a Σe označava da se moraju sabirati sve *ems* i *kems*, računajući prve pozitivno a druge negativno. Tako dobijeni obrazac predstavlja *uopšteni Omov zakon*; on nam dozvoljava da izračunamo razliku potencijala između bilo koje dve tačke nekog strujnog kola.



Sl. 14

uslovom da propustimo kroz njega samo poznati deo intenziteta koji treba meriti, postavljajući paralelno između njegovih polova otpor nazvan *paralelni otpornik-šant* (*sl.* 14). Pretpostavimo da je otpor šanta jednak devetom delu otpora ampermetra; intenzitet struje koja prolazi kroz ampermetar je devet puta manji od intenziteta struje koja prolazi kroz šant; on je, dakle, jednak desetom delu merenog intenziteta. Ako kazaljka ampermetra pokazuje 1 amper, znamo da je ukupni intenzitet 10 ampera. Stavljajući šantove otpora 99, 999 itd. puta manjih od otpora ampermetra, možemo meriti struje 100, 1000 itd. puta jače nego samim aparatom. Precizni ampermetri, osetljivi ali lomljivi, uvek su snabdeveni takvim šantovima. Proizvode se takođe aparati sa više osetljivosti koji imaju šantove u unutrašnjosti svojih kutija.

KIRHOFOVI ZAKONI. Možemo zamisliti komplikovanija strujna kola koja obuhvataju otpore, generatore i elektropotrošače (*sl.* 15). Tačke A, B, itd.



Sl. 15

su čvorovi, a »očicama« se nazivaju strujna kola kao ABFE ili EFD. Kirhofovi (Kirchhoff) zakoni predstavljaju uopštavanje zakona razgranatih struja, koje smo upravo razmatrali; postoje dva, jedan koji se odnosi na čvorove i drugi koji se odnosi na očice.

U jednom čvoru, neke struje donose elektricitet, druge ga odnose, ali kako tu ne može postojati akumulacija elektriciteta, zakon čvorova formuliše se ovako:

Zbir intenziteta struja koje utiču u jedan čvor jednak je zbiru intenziteta struja koje iz njega ističu.

Ovaj zakon može se predstaviti prostim obrascem, računajući pozitivno intenzitete struja koje utiču u čvor, a negativno intenzitete struja koje iz njega ističu i koristeći znak Σ koji znači da se intenziteti algebarski sabiraju:

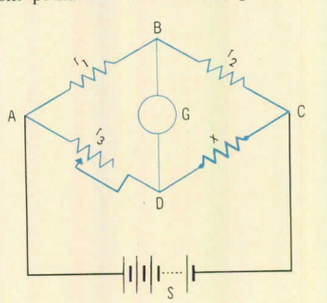
$$\Sigma i = 0 \text{ u jednom čvoru.}$$

Posmatrajmo sada jednu očicu, na primer ABFE; pomoću uopštenog Omovog zakona možemo izračunavati razlike potencijala između A i B, B i F itd., i, odabirajući jedan određeni smer kretanja, na primer ABFE, sabirati sve ove razlike potencijala; ovaj zbir je očevidno jednak nuli, pa dobijamo izraz oblika

$$\Sigma ri - \Sigma e = 0,$$

u kome intenziteti i *ems* mogu biti pozitivni ili negativni, u zavisnosti od toga da li odgovarajuća struja ima izabrani smer ili suprotan smer od njega.

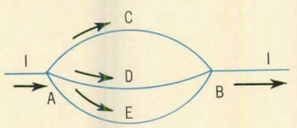
MERENJE OTPORA. VITSTONOV MOST. Za precizno merenje otpora, ostvaruje se strujno kolo, shematski prikazano na slici 16, gde su otpori r_1,



Sl. 16

RAZGRANATE STRUJE
MERENJE OTPORA I EMS

RAZGRANATE STRUJE. Dosad smo izučavali samo proste struje, to jest takve struje kada između dve tačke A i B strujnog kola postoji samo jedan provodnik. Pogledajmo sada šta se dešava kada se između tačaka A i B postavi više linijskih provodnika, tri, na primer, ACB, ADB, AEB (*sl.* 13); kaže se da su tri provodnika razgranata.



Sl. 13

Uzmimo da su R_1, R_2 i R_3 otpori tri provodne grane, i_1, i_2, i_3 intenziteti struja koje prolaze kroz njih, a I intenzitet struje koja utiče u A. Kako je potencijal A konstantan, nema akumulacije elektriciteta u toj tački, i tokom nekog datog vremena mora kroz tri provodne grane isteći isto toliko elektriciteta koliko je uteklo u A. A se naziva »čvor struje«, i prethodno rasuđivanje nam ukazuje da je u toj tački

$$I = i_1 + i_2 + i_3;$$

to je prvi *zakon razgranatih struja*, ili »zakon čvorova«.

S druge strane, na svaku provodnu granu možemo primeniti Omov zakon. On nam daje

$$\begin{aligned} V_A - V_B &= R_1 i_1, \\ V_A - V_B &= R_2 i_2, \\ V_A - V_B &= R_3 i_3; \end{aligned}$$

odakle

$$R_1 i_1 = R_2 i_2 = R_3 i_3;$$

to je *drugi zakon razgranatih struja*.

Ova dva zakona nam dozvoljavaju da izračunamo, na primer, intenzitete i_1, i_2 i i_3 ako poznajemo I i otpore:

$$\frac{i_1}{\frac{1}{R_1}} = \frac{i_2}{\frac{1}{R_2}} = \frac{i_3}{\frac{1}{R_3}} = \frac{i_1 + i_2 + i_3}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} =$$

$$= \frac{I}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}; \quad i_1 = \frac{I \times \frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}.$$

Ovi obrasci nam pokazuju da su *intenziteti električne struje u provodnim granama obrnuto proporcionalni otporima provodnih grana.*

Često je podesno posmatrati otpor ekvivalentan trima (ili više) razgranatim otporima — kaže se takođe vezanim *paralelno* — to jest *otpor koji, postavljen sam između* A i B, *ne bi promenio razliku potencijala između ove dve tačke.*

Uzmimo da je R taj ekvivalentni otpor; ako se stavi između A i B kroz njega će proteći struja ukupnog intenziteta I, pa imamo

$$V_A - V_B = RI;$$

odakle

$$RI = R_1 i_1 = \frac{I}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

i

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}},$$

što se može pisati

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

Recipročna vrednost ekvivalentnog otpora jednaka je zbiru recipročnih vrednosti razgranatih otpora.

Koristeći provodljivosti, recipročne vrednosti otpora, možemo reći: *ekvivalentna provodljivost jednaka je zbiru razgranatih provodljivosti.*

PARALELNI OTPOR (ŠANT). Pretpostavimo da raspolažemo ampermetrom, čija se skala zaustavlja na 2 ampera, a da želimo meriti struje većeg intenziteta. Možemo se poslužiti ovim aparatom pod

r_2, r_3 provodnih grana AB, BC, AD poznati, dok otpor x provodne grane CD treba meriti. Između tačaka B i D prebacuje se most obrazovan od veoma osetljivog ampermetra G, a između A i C postavlja se generator S. Ovo se naziva *Vitstonov* (*Wheatstone*) *most*. Da bi se izvelo merenje, poznati otpori se menjaju sve dotle dok intenzitet struje koja prolazi između B i D, meren pomoću G, ne bude jednak nuli; most je tada u ravnoteži. Označimo sa i_1 intenzitet između A i B, što predstavlja takođe intenzitet između B i C, jer nikakva struja ne prolazi kroz granu BD; isto tako označimo sa i_2 intenzitet struje koja protiče kroz AD i DC. Sem toga, iz istog razloga imamo da je $V_B = V_D$.

$$V_A - V_B = V_A - V_D,$$
$$V_B - V_C = V_D - V_C,$$

ili

$$r_1 i_1 = r_3 i_2,$$
$$r_2 i_1 = x i_2$$

pa deljenjem dobijamo

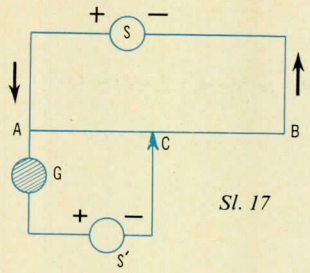
$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{x};$$

odakle

$$x = \frac{r_2 r_3}{r_1}.$$

Poznavajući r_1, r_2 i r_3 može se odatle izvesti vrednost x. Otpori r_1, r_2 i r_3 su, uopšte uzev, napravljeni od kutija etaloniranih otpora. Metod je veoma precizan jer postoje instrumenti koje ćemo kasnije izučavati, a koji dozvoljavaju da se sa velikom preciznošću pokaže da je struja u BD nula; to su galvanometri.

MERENJE EMS METODOM OPOZICIJE. Za precizno merenje *ems* ostvaruje se strujno kolo, shematski prikazano na slici 17, gde je S generator konstantne *ems*, a S′ generator čiju *ems* želimo da merimo; ova dva generatora su vezana u opoziciji; G je osetljivi ampermetar ili galvanometar, a C pokretni kontakt na žici AB. Da bi se strujno kolo dovelo u ravnotežu, kontakt C se pomera dotle dok



Sl. 17

struja u G ne bude jednaka nuli. Nikakva struja ne prolazi tada kroz granu AGS′C i razlika potencijala između A i C jednaka je *ems* e_1 generatora S′ (Omov zakon):

$$e_1 = V_A - V_C = R_1 I,$$

ako je R_1 otpor AC a I intenzitet struje koja prolazi kroz njega.

Zamenimo S′ generatorom S″ poznate *ems* e_2. Da bi se strujno kolo dovelo u ravnotežu, potrebno je pomerati kontakt C; uzmimo da je R_2 nova vrednost otpora AC;

$$e_2 = R_2 I.$$

Intenzitet je isti kao i u prvom slučaju, jer nikakva struja ne prolazi kroz AGS″C, a u oba slučaja generator S je uključen u istom strujnom kolu SAB. Deljenjem dve dobijene jednakosti, dobija se

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{R_1}{R_2}, \text{ odakle } e_1 = e_2 \frac{R_1}{R_2}.$$

Kod posmatranog uređaja odnos otpora R_1 i R_2 jednak je otporu dužina AC, dobijenih kod dveju ravnoteža, ali su pri preciznim merenjima ovi otpori u formi kutija otpora, pri čemu se prirodno teži da otpor AB ostane konstantan.

Ovaj metod, kao i metod Vitstonovog mosta, zahteva da intenzitet struje u delu strujnog kola bude nula; zbog toga se ovi metodi nazivaju *nulti metodi*.

ELEKTROLIZA. AKUMULATORI

ELEKTROLIZA. KVALITATIVNI ZAKONI. Ogled pokazuje da su rastopljena so, baza, kiselina ili njihovi vodeni rastvori provodnici električne struje i da se te supstancije u isto vreme razlažu. Na primer, rastopljeni natrijum-hlorid razlaže se pri prolazu struje na hlor i natrijum, zakiseljena voda se razlaže na kiseonik i vodonik. Ova pojava nazvana je *elektroliza*, a supstancije kod kojih se ona ispoljava *elektroliti*.

Stavimo u neki sud elektrolit i potopimo u njega dve provodne ploče A i C (*sl.* 18), nazvane *elektrode*, spojene sa generatorom. Elektroda A, kroz koju dolazi struja, nazvana je *anoda*; elektroda C, kroz koju izlazi struja, nazvana je *katoda*. Ceo uređaj naziva se *voltametar* ili *elektrolizer*.

Ma kakav bio elektrolit i upotrebljeni elektrolizer, konstatujemo da se *proizvodi elektrolize uvek pojavljuju na elektrodama, a nikad u tečnosti*.

Izučavajući proizvode razlaganja, konstatuje se da se na katodi uvek pojavljuje metal ili kiseonik. Ovo se objašnjava time što se kaže da se molekul elektrolita razlaže na dva dela: jedan predstavlja metal soli ili baze, ili vodonik kiseline, a drugi ostatak molekula. Ova dva dela nazivaju se *joni*; onaj koji se pojavljuje na katodi naziva se *katjon*, a drugi *anjon*. Tako se natrijum-hlorid NaCl razlaže na katjon natrijuma Na^+ i na anjon hlora Cl^-; sumporna kiselina H_2SO_4 razlaže se na katjon vodonika i na anjon SO_4^{2-}.

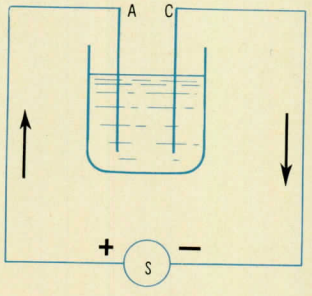
Najčešće se događa da ovi joni reaguju bilo na molekul elektrolita, bilo na rastvarač. Ove reakcije nazvane su »sekundarne«; kada dolazi do njih, na elektrodama se ne pojavljuju prvobitni joni, već tela koja proizlaze iz sekundarnih reakcija. Na primer, elektroliza rastopljenog natrijum-hlorida daje natrijum i hlor; tu nema sekundarne reakcije; ali kod elektrolize istog natrijum-hlorida rastvorenog u vodi, nakon što se dezelektriše, natrijum na katodi reaguje na vodu:

$$Na + H_2O \rightarrow NaOH + \frac{1}{2} H_2;$$

imamo sekundarnu reakciju i proizvod koji se pojavljuje na katodi je vodonik, a ne natrijum. Isto tako kod elektrolize rastvora sumporne kiseline dezelektrisani anjon SO_4 reaguje na vodu:

$$SO_4 + H_2O \rightarrow H_2SO_4 + \frac{1}{2} O_2,$$

i na anodi se pojavljuje kiseonik. U elektrolizi natrijum-sulfata Na_2SO_4 dva provobitna jona su Na^+



Sl. 18

i SO_4^{2-}, ali oni reaguju na vodu po prethodnim reakcijama i kiseonik se oslobađa na anodi a vodonik na katodi. U blizini anode u tečnosti se obrazuje sumporna kiselina, a u blizini katode soda.

Ponekad elektrode učestvuju u sekundarnim reakcijama, na primer kod elektrolize rastvora bakar-sulfata sa bakarnim elektrodama. Prvobitni joni su Cu i SO_4. Bakar se taloži na katodi, čija se težina povećava; anjon SO_4 napada anodu, dajući bakar-sulfat:

$$SO_4 + Cu \rightarrow CuSO_4.$$

Nikakav proizvod se ne pojavljuje na anodi, ali se ona smanjuje, dok količina bakar-sulfata u rastvoru ostaje konstantna. Ova elektroliza se, dakle, ispoljava jedino u prenošenju bakra sa anode na katodu. To je princip *galvanoplastike* i *elektrolitičkog čišćenja metala*.

FARADEJEVI KVANTITATIVNI ZAKONI. Faradej je utvrdio da masa razloženog elektrolita zavisi samo od hemijske prirode elektrolita, intenziteta struje i vremena tokom koga ona prolazi kroz elektrolizer. Oblik elektrolizera a posebno oblici elektroda ne igraju ulogu. Menjajući postepeno intenzitet i vreme proticanja struje Faradej je došao do zaključka:

Masa određenog elektrolita, razložena proticanjem struje, proporcionalna je intenzitetu te struje i vremenu njenog proticanja. Označavajući sa m masu razloženog elektrolita, sa i intenzitet struje, sa t vreme proticanja a sa k konstantu koja zavisi samo od elektrolita, ovo se može napisati

$$m = kit.$$

Proizvod it predstavlja količinu elektriciteta q koja je prošla kroz elektrolizer, te prema tome: *masa razloženog elektrolita je proporcionalna količini elektriciteta koja je prošla kroz njega.*

Mase proizvoda razlaganja proporcionalne su masi razloženog elektrolita; označimo sa m_1 masu metala ili vodonika koji se pojavio na katodi;

$$m_1 = k_1 it.$$

Faradej je utvrdio da je konstanta k_1 proporcionalna gram-atomu metala (ili vodonika) a obrnuto proporcionalna njegovoj valenciji n;

$$k_1 = K \frac{A}{n},$$

gde je K konstanta koja zavisi samo od izabranih jedinica.

Tada možemo pisati

$$m_1 = K \frac{A}{n} it;$$

odnos $\frac{A}{n}$ nazvan je *gram-valencija*.

Da bi oslobođena masa metala bila jednaka gram-valenciji, treba propustiti količinu elektriciteta $q = it = 1/K$, nezavisnu od posmatranog metala, a koja se naziva *faradej*.

Ova količina elektriciteta iznosi 96490 kulona i Faradejev zakon se može pisati, koristeći amper i sekund,

$$m_1 = \frac{1}{96490} \frac{A}{n} it.$$

PRIMENE ELEKTROLIZE. Elektroliza se koristi za taloženje slojeva raznih metala na izvesna tela, na primer, bakra, nikla, hroma, srebra, zlata; da bi se ovo ostvarilo, samo telo, koje treba tako pripremiti da provodi struju ukoliko je inače ne provodi, služi kao katoda u elektrolizi sa rastvorljivom anodom; to je *galvanoplastika*. Neki se metali čiste elektrolizom, pri čemu anodu predstavlja nečisti metal, katodu čisti metal, a elektrolit neka so toga metala; tokom elektrolize čisti se metal taloži na katodu, nečistoće padaju na dno suda; to je *elektrolitičko čišćenje metala*.

U hemijskoj industriji elektrolizom se dobijaju neki proizvodi, na primer, soda, hlor, vodonik, aluminijum itd. Elektroliza služi isto tako za glačanje nekih metala. U tom cilju metal za glačanje je rastvorljiva anoda, a elektrolitička kupka se dodavanjem raznih supstancija učini veoma viskozna, da bi se sprečile konvekcione struje. U ovim uslovima struja će proticati prvenstveno kroz male neravnine metala koje će se na taj način izravnati. Tako se odstranjuju neravnine, što daje izvanredno finu uglačanost. Elektroliza se isto tako upotrebljava za bojadisanje aluminijuma. Zato se na površini metala izaziva stvaranje tankog sloja čiste gline i pusti se da glina apsorbuje boju. Zagrevanjem glina očvrsne i boja se fiksira. Da bi se zaštitio aluminijum može se zadovoljiti samo tim slojem gline, bez naknadnog bojenja.

TEORIJA JONOVA. Da bi objasnio zakone elektrolize Arhenijus (Arrhenius) je pretpostavio da je istopljeni ili rastvoreni elektrolit bar delimično već disociran u jone, i da ovi joni nose naelektrisanje, katjon pozitivno, anjon negativno. Tako bi rastvor natrijum-hlorida sadržavao pozitivne jone natrijuma, negativne jone hlora, i cele neutralne molekule; algebarski zbir naelektrisanja je, razume se, ravan nuli.

Kada u ovaj elektrolit stavimo elektrode povezane sa polovima generatora, u tečnosti se uspostavlja električno polje koje ide od anode prema katodi; katoda privlači pozitivne jone, to su katjoni; anoda privlači negativne jone ili anjone. Dolazeći na elektrode joni se dezelektrišu i njihova hemijska svojstva se ispoljavaju, što objašnjava pojavljivanje proizvoda razlaganja samo u dodiru sa elektrodama; s druge strane, prenošenje naelektrisanja od strane jona objašnjava proticanje struje.

Naelektrisanje svakog jona može se izračunati polazeći od Faradejevih zakona. Znamo, na primer, da 96490 kulona oslobađa jednu gram-valenciju ili 23 grama natrijuma na katodi; valencija natrijuma je 1, a gram-atom sadrži $6{,}03.10^{23}$ atoma, dakle, naelektrisanje jednog jona natrijuma je

$$\frac{96490}{6{,}03.10^{23}} = 1{,}60.10^{-19} \text{ kulona};$$

to je i naelektrisanje jednog elektrona. Za jon valencije 2, na primer, bakra, našla bi se dvostruka vrednost, a trostruka vrednost za valenciju 3.

Uzima se da je brzina kretanja jona proporcionalna jačina električnog polja i *pokretljivost jona* naziva se koeficijent proporcionalnosti k (vidi str. 585). On se može izračunati prema poluprečniku jona a i meriti električnim metodima; upoređujući dobijene rezultate izvodi se poluprečnik a jona, to jest poluprečnik atoma ako je jon prost. Za jon kalijuma nađeno je, na primer, 5.10^{-8} milimetra.

POLARIZACIJA ELEKTRODA. Elektrolizer je elektropotrošač koji uzima električnu energiju, a vraća hemijsku energiju; on ima kontraelektromotornu silu e i otpor r. Razlika potencijala između elektroda je

$$V_A - V_C = ri + e.$$

Kada prekinemo struju nakon izvesnog vremena trajanja elektrolize, ustanovljujemo da ova razlika potencijala nije ravna nuli; ona zadržava vrednost blisku e, dok je pre elektrolize bila jednaka nuli. Ako elektrode spojimo provodnom žicom struja će početi da protiče. Elektrolizer je postao generator, čije su elektrode polovi, odakle je ova pojava dobila naziv *polarizacija elektroda*. Treba napomenuti da ova struja, koja kratko traje, ima suprotan smer od struje koja je prolazila kroz elektrolizer tokom elektrolize. Njenim proticanjem razlika potencijala između elektroda svodi se na nulu; ona ih *depolarizuje*; to je *struja depolarizacije*. Polarizacija se objašnjava menjanjem samih elektroda ili bar njihovih površina; u slučaju kada se oslobađaju gasovi, pretpostavlja se da deo gasova apsorbuju elektrode; polarizacija traje ako se promeni elektrolit, zadržavajući iste elektrode. Ova polarizacija iščezava polako ako se napusti elektrolizer; dolazi do *spontane depolarizacije elektroda*.

Svi elektrolizeri nemaju *kems* i svi se ne polarizuju. Videli smo da se elektroliza bakar-sulfata sa dve bakarne elektrode svodi na prenošenje bakra sa anode na katodu; energija se ne pojavljuje (ako su elektrode na istom nivou), dakle, nema kontraelektromotorne sile ni polarizacije.

NEVIDLJIVA ELEKTROLIZA. Ako između elektroda nekog polarizabilnog elektrolizera uspostavimo razliku potencijala manju od kontraelektromotorne sile, struja ne protiče, ali se elektrolizer polarizuje; došlo je do elektrolize koja je upravo dovoljna da bi se elektrode menjale i da bi se uspostavila *ems* polarizacije jednaka razlici potencijala između njih. U stvarnosti zbog spontane depolarizacije protiče jako slaba struja, upravo dovoljna da bi održala konstantnom *ems* polarizacije; postoji, dakle, veoma slaba elektroliza koja je dobila ime *nevidljiva elektroliza*, zato što se ona ne vidi budući da se ništa ne oslobađa na elektrodama.

AKUMULATORI. Pojava polarizacije elektroda koja elektrolizer transformiše u generator, dozvoljava nam da u njemu uskladištimo elektricitet, zbog čega je polarizovanom elektrolizeru dato ime *akumulator*.

Najčešće upotrebljavani akumulatori sastoje se, u principu, od olovnih elektroda potopljenih u rastvor sumporne kiseline. Kada se propusti struja anoda dobija čokoladnu boju usled stvaranja slabo poznatih olovnih oksida; katoda zadržava svoju sivu boju. Polarizacija ovde potiče od hemijske modifikacije elektroda koje apsorbuju veliku količinu energije. Ova energija se ponovo pojavljuje u obliku elektriciteta u struji depolarizacije. *Kapacitet* akumulatora naziva se količina elektriciteta koju on može na taj način restituisati, *struja punjenja* naziva se struja polarizacije, a *struja pražnjenja* struja depolarizacije. Plante (Planté), koji je prvi napravio ovakve akumulatore, utvrdio je da se kapacitet povećava u skladu sa ponavljanjem punjenja i pražnjenja; u isto vreme anoda postaje sve poroznija, a kapacitet se povećava ako se i katoda učini poroznom, zamenjujući je sa anodom. Ovo povećavanje kapaciteta naziva se *formiranje* akumulatora.

Postupak formiranja koji je koristio Plante je dug i skup; danas se koristi veštačko formiranje, upotrebljavajući kao elektrode olovne rešetke, čije se ćelije pune minijumom, Pb_3O_4, za anodu, a olovnom gleđi, PbO, za katodu. Upotrebljena sumporna kiselina ima 22° bomea (Baumé). Za formiranje akumulatora dovoljno je samo jedno punjenje.

Za vreme punjenja *kems* olovnog akumulatora dostiže ubrzo 2,1 volta, zatim se polako penje na 2,2 volta. Ona se ponovo naglo povećava kada se punjenje završi i dolazi do burnog oslobađanja vodonika i kiseonika koji nisu više vezani za elektrode. U isto vreme gustina kiseline se povećava i merenje ove gustine pomoću aerometra daje stanje napunjenosti akumulatora.

Za vreme pražnjenja *ems* pada brzo na 2 volta i veoma dugo se drži na toj vrednosti, zatim se brže smanjuje na 1,8 volti. Akumulator je tada ispražnjen, kaže se takođe *potpuno ispražnjen* i ne sme se ostaviti u tom stanju, jer se tada obrazuje sulfat olova koji ga nepopravivo oštećuje. Kaže se da je on sulfatizovan, a to se utvrđuje na osnovu toga što elektrode postaju beličaste.

Konstantnost elektromotorne sile i mali unutrašnji otpor predstavljaju velike prednosti olovnih akumulatora. Oni nisu skupi, ali su teški i prilično lomljivi.

Kapacitet akumulatora izražava se u *amperčasovima*, jedinici koja ne pripada nijednom sistemu. To je količina elektriciteta koju prenese struja od 1 ampera tokom 1 časa; njena vrednost je 3600 kulona. Kada se kaže da akumulator ima kapacitet 10 amperčasova, to znači da on može, kada je jednom napunjen, davati deset ampera tokom 1 časa ili 1 amper tokom 10 časova.

Kvantitativni stepen korisnog dejstva akumulatora jeste odnos količine elektriciteta koju on vraća tokom pražnjenja i količine elektriciteta koju on uzima tokom punjenja. On je reda 90 %.

Njegov *energetski stepen korisnog dejstva* jeste odnos električne energije koju on daje i električne energije koja je potrebna za njegovo punjenje. On iznosi približno 70 %.

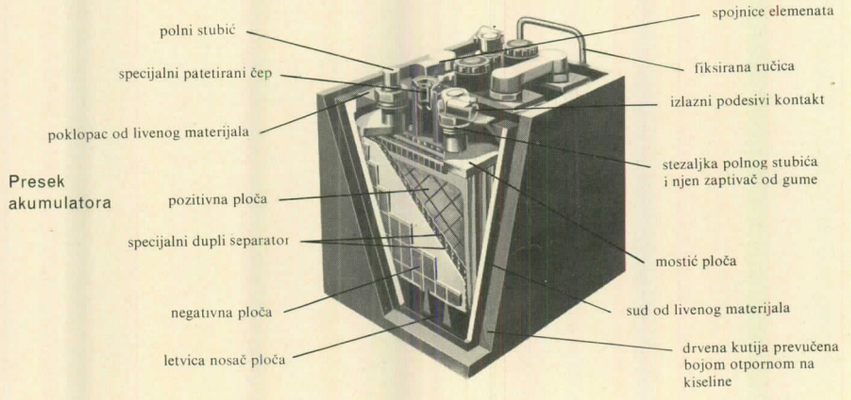
Obični akumulatori imaju kapacitet reda 11 amperčasova na kilogram olova utrošenog u elektrode.

Nikleni akumulatori. Oni se sastoje od pozitivne elektrode od čelika sa ćelijama u kojima se nalaze pramenovi nikla, i negativne elektrode na bazi kadmijuma pomešanog sa gvožđem u prahu. Elektrolit je rastvor potaše sa 30 % litijum-oksida. *Ems* ovog akumulatora, reda 1,5 volti, je manje konstantna od *ems* olovnih akumulatora, a unutrašnji otpor je veći. Kvantitativni stepen korisnog dejstva je 80 %, a energetski 57 %. Prednost ovog akumulatora je manja težina od težine olovnih akumulatora za istu uskladištenu energiju. S druge strane ne postoji opasnost oštećenja kada su ispražnjeni. Međutim, ako elektrolit nije zaštićen od vazduha, može doći do karbonizacije potaše, što nameće potrebu promene elektrolita.

Srebrni akumulatori. Elektrode su u obliku praha i smeštene su u kesice od celofana. Jedna se sastoji od peroksida srebra, a druga od cinka. Elektrolit je rastvor kalijum-cinkata, K_2ZnO_2. Kvantitativni stepen korisnog dejstva dostiže 98 %, a energetski 85 %. Ovi akumulatori, dosta skupi, veoma su laki; oni mogu davati 120 amperčasova na kilogram, prema 25 kod niklenih akumulatora i 11 kod olovnih akumulatora.

GALVANSKI ELEMENTI

VOLTIN ELEMENT. Galvanski element naziva se generator struje koji pretvara hemijsku ili toplotnu energiju u električnu energiju. Prvi element, hemijski, konstruisao je Volta 1795; on se sastojao (*sl.* 19) od naslaganih koturova cinka, bakra i filca impregniranog sumpornom kiselinom, naizmenično poređanih, odakle je ovaj aparat dobio ime stub. Voltin element može se prostije napraviti potapanjem plo-



če od čistog cinka i ploče od bakra u rastvor sumporne kiseline (*sl.* 20). Konstatuje se da postoji razlika potencijala između cinka i bakra, pri čemu je cink na nižem potencijalu, tako da, ako spojimo dve ploče provodnom žicom, električna struja protiče od bakra, pozitivnog pola, prema cinku, negativnom polu.

Struja prolazi takođe kroz element, od cinka (anoda) prema bakru (katoda), i dolazi do elektrolize. Vodonik se oslobađa na bakru, a jon SO_4 napada cink, dajući cink-sulfat; negativni pol se, dakle, malo-pomalo rastvara. Treba napomenuti da sumporna kiselina ne napada čisti cink, tako da, kada struja ne protiče, negativni pol elementa ostaje nepromenjen, ali on biva napadnut čim struja počne proticati. Sada ćemo razjasniti kako sumporna kiselina napada nečisti cink: cink u stvari sadrži druge metale koji s njime obrazuju galvanske elemente; ovi metali (naročito olovo) su u kontaktu sa cinkom, električno kolo je zatvoreno, struja protiče, cink se rastvara u sumpornoj kiselini.

Hemijske reakcije do kojih dolazi u elementu, kako na anodi tako i na katodi, mogu se predstaviti hemijskom jednačinom

$$H_2SO_4 + Zn \rightarrow ZnSO_4 + H_2.$$

Ova reakcija oslobađa energiju obično u obliku toplote, a koju ovde nalazimo, gotovo u celosti, u obliku električne energije.

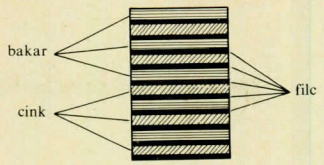
Elektroliza do koje dolazi u elementu dovodi do polarizacije elektroda i tako stvara *kems* polarizacije koja smanjuje *ems* elementa. Ova polarizacija, posledica apsorbcije vodonika od strane bakra, je veoma nepodesna, jer nakon izvesnog vremena struja koju daje element postaje veoma slaba. Da bi se otklonila ova nezgoda došlo se na to da se pozitivni pol elementa okruži oksidatorskom smešom koja sprečava polarizaciju. Takvi elementi nazvani su elementi *sa depolarizatorima*; ima ih različitih vrsta, ali mi ćemo pomenuti samo jedan koji se često upotrebljava; njega je pronašao Leklanše (Leclanché).

LEKLANŠEOV ELEMENT. Negativni pol Leklanšeovog elementa je šipka od cinka, a pozitivni pol cilindar od ugljena okružen mangan-dioksidom (MnO_2) koji predstavlja depolarizator (*sl.* 21). Elektrolit je rastvor amonijum-hlorida, NH_4Cl, u vodi. Kada protiče struja, joni Cl^- idu prema cinku i daju cink-hlorid, joni NH_4^+ idu prema ugljenu, gde se razlažu u amonijak NH_3 i vodonik koji oksidiše mangan-dioksid. Ali depolarizator ne dejstvuje jako brzo, i ako element dugo daje struju, on se polarizuje; njega treba, dakle, koristiti sa prekidima.

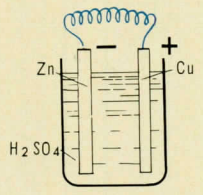
Ovaj element se danas često nalazi u obliku *suvog elementa*. To je Leklanšeov element u kome je elektrolit imobiliziran pomoću želatina, a čiji negativni pol od cinka predstavlja kutija.

NEPOLARIZABILNI ELEMENTI. Videli smo da metalna elektroda potopljena u rastvor tog istog metala nije polarizabilna. Nepolarizabilni elementi se dobijaju kada se uzmu elektrode različitih metala i kada se svaka od njih potopi u rastvor neke soli tih metala. Najznačajniji među ovim elementima je *Danijelov* (Daniell) *element* (*sl.* 22). Negativni pol od cinka potopljen je u rastvor cink-sulfata; pozitivni pol od bakra potopljen je u rastvor bakar-sulfata. Mešanje ova dva rastvora sprečava porozni zid koji propušta struju. Kada element daje struju svaki od ovih rastvora se elektrolizuje, joni SO_4^{2-} kreću se prema cinku i daju cink-sulfat, jon bakra se taloži na pozitivni pol od bakra; što se tiče jona cinka koji se susreće sa jonima $SO^2{}_4{}^-$, on daje cink-sulfat. Vidimo da se nijedna elektroda ne menja donosom gasa; jedine pojave koje se ispoljavaju jesu rastvaranje cinka, odakle bogaćenje rastvora cink-sulfatom, i taloženje bakra, odakle siromašenje rastvora u bakar-sulfatu. Ove pojave nisu toliko izrazite da bi modifikovale elektromotornu silu elementa koja ostaje konstantna i jednaka 1,2 volta.

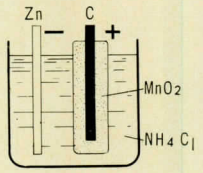
Ova *ems* se podiže na 1,36 volti koristeći strujno kolo cink, potašu, živin oksid (Aronov element).



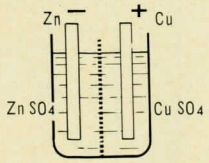
Sl. 19



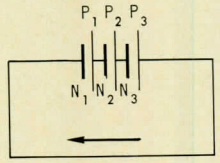
Sl. 20



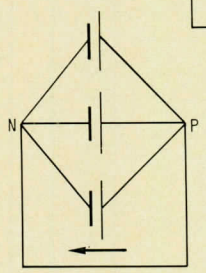
Sl. 21



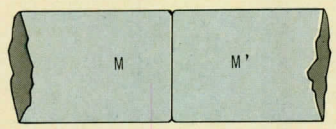
Sl. 22



Sl. 23



Sl. 24



Sl. 25

Zamenjujući potašu kalijum-cinkatom dobija se element koji se bolje održava, i koji se veoma mnogo koristio tokom drugog svetskog rata, a koristi se i danas, jer je lagan iako dosta skup. U vojne svrhe korišćeni su slični elementi, kod kojih je cink zamenjivan magnezijumom, ali kako njega elektrolit napada, ovi elementi nisu trajni. Elektrolit se sipa u trenutku upotrebe i ovi elementi, veoma laki, mogu služiti samo jednom.

Pomenimo, najzad, da se sada izučavaju elementi kod kojih se koriste alkalni metali (natrijum, kalijum) da bi se iskoristila velika energija koja se oslobađa pri reakciji ovih metala na halogene (hlor, brom, jod).

Drugi nepolarizabilni element je *Vestonov* (Weston) *element* koji se sastoji od pozitivnog pola od žive, u kontaktu sa zasićenim rastvorom sulfata žive, i od negativnog pola od kadmijuma, u kontaktu sa rastvorom kadmijum-sulfata. *Ems* ovog elementa je tako konstantna da je međunarodni kongres elektro-stručnjaka 1908. izabrao ovaj element kao *standardni element*. Vrednost njegove *ems* na 20° C iznosi 1,0183 volti.

On se koristi kod izvesnih merenja, posebno kod metoda opozicije.

VEZIVANJE GENERATORA. Napomenimo najpre da je uobičajeno da se u shemama element ili akumulator predstavlja pomoću dve paralelne crte, od kojih jedna, debela i kratka, predstavlja negativni pol, a druga, dugačka i tanka, pozitivni pol. Mi ćemo se u daljem držati ovoga.

Kada se želi dobiti elektromotorna sila veća od one koju može dati samo jedan generator, više generatora se povezuje *serijski* (*sl.* 23), što znači da se direktno povezuje negativni pol jednoga sa pozitivnim polom drugoga, i tako redom. Za dva krajnja pola koji ostaju slobodni veže se strujno kolo potrošača. Označimo sa r_1, r_2, r_3 itd. unutrašnje otpore, sa e_1, e_2, e_3 itd. odgovarajuće elektromotorne sile ovih generatora. Uopšteni Omov zakon daje vrednost razlike potencijala između krajnjih polova baterije:

$$V - V' = (r_1 + r_2 + r_3)\, i - (e_1 + e_2 + e_3)$$

u slučaju tri generatora. Ovaj obrazac je identičan obrascu koji bi se dobio za *jedan generator*, *čiji bi unutrašnji otpor bio jednak zbiru unutrašnjih otpora, a elektromotorna sila zbiru elektromotornih sila generatora koji sačinjavaju bateriju*; takav generator naziva se *ekvivalentni generator*.

Vezivanjem u seriju dovoljnog broja generatora može se dobiti elektromotorna sila kakva se želi. Na primer, da bi se dobili generatori *ems* od 6 ili 12 volti vezuju se u *bateriju akumulatora* 3 ili 6 elemenata olovnog akumulatora.

Generator kroz koji protiče veoma jaka struja može se oštetiti; ako se žele dobiti takve struje, više generatora se može povezati paralelno, to jest tako da svi pozitivni polovi budu spojeni zajedno isto tako kao i negativni polovi (*sl.* 24). Ali tako se vezuju samo identični generatori, kako bi se izbeglo da jedni troše struju drugih. Tako olovni akumulator ima obično u svakom sudu više pozitivnih ploča i više negativnih ploča, vezanih paralelno, što povećava njegov kapacitet i smanjuje njegov otpor. Naprotiv, nije preporučljivo da se vezuju paralelno dve baterije akumulatora, čak i ako sadrže isti broj identičnih elemenata, jer *ems*, koje zavise donekle od stanja punjenja, nisu uvek potpuno jednake, i kako je otpor tih baterija veoma mali, mogu se pojaviti jake struje u zatvorenom kolu koje obrazuju ove dve baterije, koje ih mogu brzo izbaciti iz upotrebe.

Mogu se takođe ostvariti mešovita vezivanja, kombinacijom napred izloženih.

PELTIJEOV EFEKT. TOMSONOV EFEKT. Ako su data dva različita metala M i M′ (*sl.* 25) u kontaktu jedan sa drugim, između njih postoji, na nivou kontakta, *kontaktna razlika potencijala* ili *kontaktna elektromotorna sila*. Sledeći prosti ogled dozvoljava da to proverimo. Pretpostavimo da je metal M na višem potencijalu i da je u vrednost razlike potencijala; ako količina elektriciteta q prođe iz M u M′, ona pretrpi pad potencijala u i pojavi se energija uq; naprotiv, ako ista količina elektriciteta q prođe iz M′ u M, energija uq iščezne. U stvari, u prvom slučaju kontakt dva metala se zagreva, a u drugom slučaju se hladi, pa imamo pojavljivanje i iščezavanje energije u obliku toplotne energije. Ova pojava, koju je izučavao Peltije (Peltier) dobila je ime *Peltijeov efekt*. Razume se, na ovaj efekt superponira se Džulov efekt koji ne zavisi od smera struje i koji ga može prikriti, ali kod provodnika velikog poprečnog preseka, to jest malih otpora, Peltijeov efekt prevladava.

Vrednosti kontaktnih *ems* nisu velike: *šipka* od bizmuta u kontaktu sa šipkom od bakra ima potencijal veći od potencijala ove poslednje za 0,021 volt. *Ems* dobijene pomoću nekih poluprovodnika su veće (posebno pomoću bizmut-telurida Bi_3Te_2) i počinju se proizvoditi mali rashladni uređaji od nekoliko litara koji dozvoljavaju da se pomoću Peltijeovog efekta dobije sniženje temperature za pedesetak stepeni.

Ako, umesto da dovedemo u kontakt dva različita metala, uzmemo dva komada istog metala na raznim temperaturama, konstatovaćemo na isti način kontaktnu razliku potencijala: to je *Tomsonov efekt*.

Poznavanje ova dva efekta dozvoliće nam da razumemo funkcionisanje termoelemenata.

TERMOELEMENTI. Posmatrajmo zatvoreno strujno kolo koje obrazuju tri različita metalna provodnika M, M′, M″ (*sl.* 26), ali sva tri na istoj temperaturi. Uzmimo da su S_1, S_2, S_3 kontaktne površine,

AB, CD, EF parovi tačaka uzetih s jedne i s druge strane ovih površina, i najzad, $V_{MM'}$, $V_{M'M''}$, $V_{M''M}$ razlike kontaktnih potencijala uzete u smeru odgovarajućih indeksa. Kako nikakva struja ne protiče, imamo

$$V_A - V_B = V_{MM'}, \quad V_B - V_C = 0,$$
$$V_C - V_D = V_{M'M''}, \quad V_D - V_E = 0,$$
$$V_E - V_F = V_{M''M}, \quad V_F - V_A = 0;$$

sabiranjem dobijamo

$$V_A - V_A = 0 = V_{MM'} + V_{M'M''} + V_{M''M}.$$

Presecimo strujno kolo u S_1; ništa se ne menja jer kroz kolo ne protiče struja, prethodna jednakost ostaje, pa imamo

$$V_A - V_B = V_{MM'} = -V_{M''M} - V_{M'M''} = V_{MM''} + V_{M''M'},$$

što se formuliše:

Kontaktna elektromotorna sila dva metala ista je bilo da su dva metala u direktnom kontaktu, bilo da su povezani pomoću jednog ili više drugih metalnih provodnika.

Ovaj zakon dozvoljava, a da se pritom ništa ne menja u Peltijeovom efektu, da se dva različita metala spoje zavarivanjem na bilo koji način.

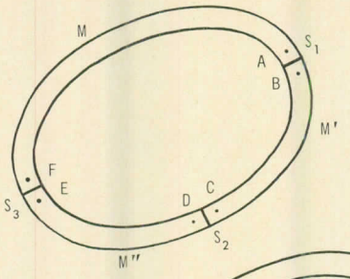
Videli smo da nikakva struja ne protiče, što je dozvolilo da se nađe odnos

$$V_{MM'} + V_{M'M''} + V_{M''M} = 0.$$

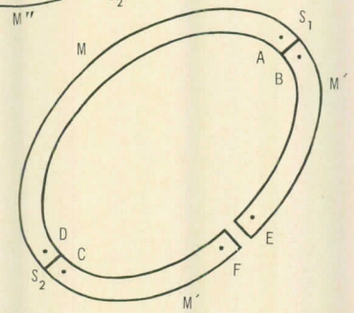
On pokazuje da: *u strujnom kolu obrazovanom od različitih metala, ali na istoj temperaturi, zbir kontaktnih elektromotornih sila jednak je nuli i kroz njega ne protiče nikakva struja.*

Dva slična rezultata dobila bi se za termo-elektromotorne sile koje odgovaraju Tomsonovom efektu.

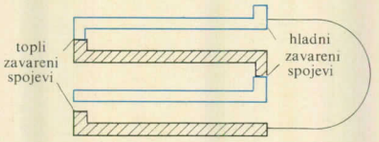
Pogledajmo sada šta se dešava kada u strujnom kolu, obrazovanom od dva različita metala, sve tačke nisu na istoj temperaturi. Uzmimo jedno takvo strujno kolo obrazovano od dva metala M i M′ i pretpostavimo da je presečeno u EF (*sl.* 27). Imamo



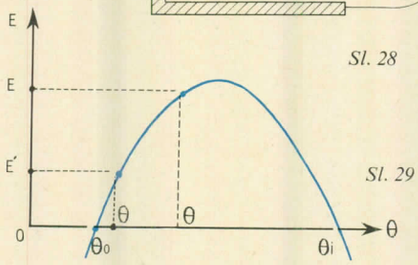
Sl. 26



Sl. 27



Sl. 28



Sl. 29

$$V_A - V_B = u_1, \quad V_B - V_E = u_2, \quad V_F - V_C = u_3,$$
$$V_C - V_D = u_4, \quad V_D - V_A = u_5.$$

u_1 i u_4 su kontaktne razlike potencijala, one nisu jednake jer su temperature različite; u_2, u_3 i u_5 su temperaturne razlike potencijala, i one iz istih razloga nisu nula. Tako da

$$V_F - V_E = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$$

nije ravno nuli. Ako između E i F postavimo strujno kolo, čitavo na istoj temperaturi na kojoj su i ove tačke, proteći će struja; to je princip *termoelemenata ili termospregova*. Prema napred iznetom rezultatu ništa se neće promeniti u pojavi ako pomoću bilo kog zavarenog spoja spojimo dva metala u S_1 i S_2, ako su sve tačke svakog od ovih zavarenih spojeva na istoj temperaturi. Prema istom zakonu, spoljašnje strujno kolo može se takođe granati i između tačaka A i B, kao i između E i F. Elektromotorna sila termoelementa je mala, pa se oni često serijski povezuju (*sl.* 28), pri čemu se redaju naizmenično topli i hladni zavareni spojevi.

Ogled pokazuje da se kod izvesnih termoelemenata *ems* stalno povećava sa razlikom temperature između dva zavarena spoja, dok za većinu ona ima maksimum, spušta se do nule i menja smer. Ovaj zakon promene predstavljen je krivom na slici 29, gde smo na apscisu naneli temperature toplog zavarenog spoja, a na ordinatu elektromotornu silu. Temperatura θ_0 je temperatura hladnog zavarenog spoja, θ_i je temperatura na kojoj *ems* menja smer; ona se naziva *temperatura inverzije*.

Na ovoj krivoj se vidi da je *ems* E, koja odgovara temperaturama θ_0 i θ zavarenih spojeva, jednaka zbiru *ems* E′, koja odgovara temperaturama θ_0 i θ' i E″, koja odgovara temperaturama θ' i θ, gde se θ' nalazi između θ_0 i θ. Ovaj rezultat naziva se *zakon sukcesivnih temperatura*.

Termoelementi se ne koriste kao generatori struje; oni se naročito upotrebljavaju za određivanje i merenje temperatura.

MAGNETIZAM

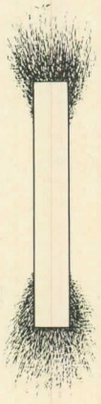
DEFINICIJE I OSNOVNI ZAKONI

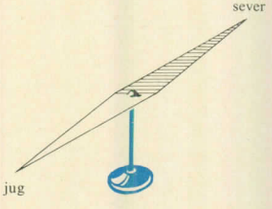
MAGNETI, POLOVI MAGNETA. Svako je video magnete; postoje i prirodni magneti, ali su oni najčešći veštački. Oni imaju oblik šipke, potkovice, ili veoma izduženog romba. Kasnije ćemo videti kako se oni mogu dobiti; sada ćemo se pozabaviti samo njihovim svojstvima koja se označavaju kao *magnetska*.

Magnet je telo koje privlači predmete od gvožđa ili čelika; međutim, svi delovi magneta ne poseduju ovo svojstvo, već samo izvesne zone. Ako namagnetisanu šipku uvaljamo u gvozdene opiljke, oni prianjaju samo za krajeve šipke (*sl.* 1). Kod magneta postoje, dakle, posebne tačke površine u kojima se koncentrišu magnetska svojstva. Ova područja nazivaju se *polarne zone* ili *polovi magneta*. Magneti koje ćemo izučavati imaju dva pola; ogled pokazuje da je to minimum i da ne postoji magnet koji ima samo jedan pol. Videli smo da su polovi namagnetisane šipke smešteni na njenim krajevima; isto je i kod potkovičastog magneta ili kod namagnetisane igle.

DVE VRSTE POLOVA. Busola se sastoji od namagnetisane igle u obliku veoma izduženog romba, pokretne oko vertikalne ose. Ova igla, kada je dovoljno udaljena od svake gvozdene mase, postavlja se u pravac približan pravcu sever-jug. Drugim rečima, jedan pol igle, uvek isti, okrenut je prema severu, drugi prema jugu (*sl.* 2). Postoje, dakle, dve vrste polova. Severni pol se naziva onaj pol koji je okrenut prema severu, a južni pol onaj drugi.

Ako o konac bez torzije obesimo namagnetisanu šipku dobićemo busolu i moći ćemo odrediti njen severni pol i njen južni pol. Približimo sada severni pol šipke severnom polu jedne busole; ovaj poslednji biva odbijen, ali ga privlači južni pol. Tako dolazimo do novog sredstva za određivanje prirode polova. Radeći sa svim vrstama magneta, čak i sa magnetima koji imaju više od dva pola, konstatujemo da postoje samo dve vrste magnetskih polova. U zaključku možemo, dakle, reći:


Sl. 1



Sl. 2

1. *Postoje dve vrste magnetskih polova, i to samo dve*;

2. *Dva istoimena pola se odbijaju, dva raznoimena pola se privlače.*

MAGNETSKE MASE, KULONOV ZAKON. Na bazi ovih magnetskih dejstava Kulon je sa dugim i tankim magnetima i sa torzionom vagom koju je izmislio za tu svrhu mogao da izvede kvantitativne oglede vešajući magnete o torzionu nit. Našao je da sile privlačenja ili odbijanja između polova opadaju u obrnutoj srazmeri sa kvadratom rastojanja. Sem toga je uočio da su dejstva koja potiču od južnog pola dugog magneta istog intenziteta kao i dejstva koja potiču od severnog pola istog magneta. Drugim rečima, na datom magnetu postoji isto toliko severnog magnetizma koliko i južnog magnetizma. Druge serije merenja su pokazale da ovo važi bez obzira na prirodu, oblik i broj polova nekog magneta. Podesno je da se upotrebljava znak + za severni magnetizam, a znak — za južni magnetizam: ukupna količina magnetizma nekog magneta, tako računata, jednaka je tada nuli. Ovo uostalom odgovara jednoj dubokoj nužnosti, kao što ćemo kasnije videti, i objašnjava zašto jedan magnet ima uvek bar dva različita pola.

Zakon obrnute proporcionalnosti sa kvadratom rastojanja predstavlja veliku sličnost sa elektrostatikom. Po istim metodima (str. 572) definišu se jednake magnetske mase, zatim njihovi multipli. Nakon izbora jedinice eksperimentalno se dolazi do Kulonovog zakona:

Dva pola malih dimenzija, koji nose magnetske mase m *i* m′, *odbijaju se ili privlače silom*

$$F = k\frac{mm'}{r^2},$$

gde r *označava rastojanje dva pola.*

Ovaj obrazac važi algebarski ako predstavlja silu odbijanja i ako se koristi prethodna konvencija znakova za magnetske mase.

k je konstanta čija numerička vrednost zavisi od izabranih jedinica. Iz istih razloga kao i u elektrostatici podesno je da se u Kulonovom obrascu pojavi koeficijent 4π, pa se obrazac piše

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{mm'}{r^2},$$

gde se μ_0 naziva *magnetska permeabilnost vakuuma.*

MAGNETSKO POLJE. VEKTORI MAGNETSKE INDUKCIJE I MAGNETSKOG POLJA. Magnetski pol, koji nosi magnetsku masu *m* i koji je postavljen u blizinu drugog magneta, potčinjen je sili; kažemo da je on postavljen u *magnetsko polje*. Ova sila je proporcionalna *m*. Možemo smatrati da ona ima vrednost proizvoda *m* i nekog vektora $\overrightarrow{B}$:

$$\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{B}.$$

Vektor $\overrightarrow{B}$ je dobio ime *vektor magnetske indukcije.* Ako je magnetsko polje stvorio pol magneta koji nosi magnetsku masu *m′*, smešten na rastojanje *r*, vektor magnetske indukcije ima vrednost

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m'}{r^2}.$$

Takođe se definiše vektor $\overrightarrow{H} = \frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0}$, nazvan *vektor magnetskog polja.*

MAGNETSKE JEDINICE. Magnetske jedinice mogu se izvesti iz mehaničkih i električnih jedinica. U internacionalnom ili racionalizovanom M. K. S. A. sistemu magnetska permeabilnost vakuuma ima vrednost

$$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}.$$

Stavljajući ovu vrednost u Kulonov obrazac, definiše se jedinica magnetske mase koja nije dobila ime; *to je magnetska masa jednog severnog pola koji, postavljen u vakuumu na* 1 *m od identičnog pola, odbija ovaj silom* 10^{-7} *njutna.*

Takođe se definiše elektromagnetska jedinica C. G. S., dajući μ_0 vrednost 4π.

Internacionalna jedinica magnetske indukcije je tesla ili veber na kvadratni metar, internacionalna jedinica magnetskog polja je amper na metar. Njihove definicije videćemo kasnije (str. 598).

Jedinice C. G. S. su gaus koji iznosi 10^{-4} tesla, i ersted koji iznosi $\frac{1000}{4\pi}$, to jest približno 80 ampera na metar.

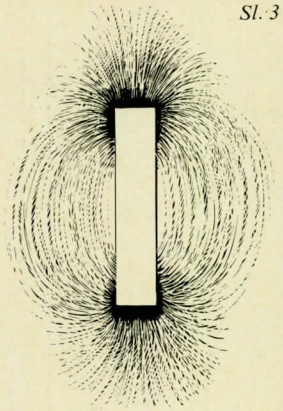
LINIJE SILE, CEV SILE, POTENCIJAL I FLUKS MAGNETSKE INDUKCIJE. Svi ovi izrazi se definišu na isti način kao i u elektrostatici (vidi str. 572, 573, 574).

Prema Kulonovom zakonu vidimo da magnetsko polje predstavlja Njutnovo polje; dakle:

a) ono potiče od potencijala;

b) fluks magnetske indukcije je konzervativan u svim tačkama prostora u kojima ne postoje magnetske mase;

Sl. 3

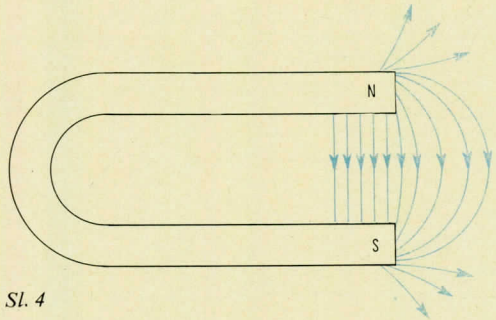


c) u svakoj oblasti u kojoj ne postoje magnetske mase, potencijal ne može imati ni maksimum ni minimum.

Jedinica fluksa magnetske indukcije. Ova jedinica, nazvana u internacionalnom sistemu *veber*, može se izvesti iz jedinice za magnetsku indukciju, iako to nije njena definicija (vidi str. 598).

Veber je magnetski fluks koji prolazi kroz površinu od 1 *kvadratnog metra, postavljenu u vakuumu normalno na homogeno magnetsko polje, čija indukcija iznosi* 1 *tesla.*

Elektromagnetska jedinica C.G.S., definisana na sličan način, zove se *maksvel* i iznosi 10^{-8} vebera.

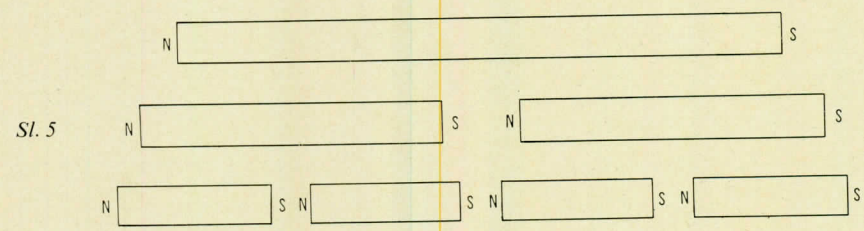


Sl. 4

MAGNETSKI SPEKTRI. Linije sile magnetskog polja mogu se očigledno pokazati. Da to postignemo položićemo na sto jedan magnet; prekrićemo ga listom kartona, karton ćemo posuti gvozdenim opiljcima i lako ćemo po njemu tapkati. Videćemo da se čestice opiljaka postavljaju u pravilne linije. Ove linije predstavljaju linije sile polja koje je stvorio magnet. Kaže se da je tako stvoren *magnetski spektar*. Slike 3 i 4 predstavljaju spektre pravog i potkovičastog magneta. Ove linije su usmerene od severnog pola ka južnom polu; to znači da bi pozitivna magnetska masa, slobodna u kretanju, opisala liniju sile udaljavajući se od severnog pola i približavajući se južnom polu. Između dva kraka magneta linije sile su paralelne; to nam pokazuje da je tu polje homogeno, to jest da ima konstantnu veličinu, smer i pravac.

IZRAČUNAVANJE MAGNETSKIH DEJSTAVA
MAGNETSKI MOMENAT

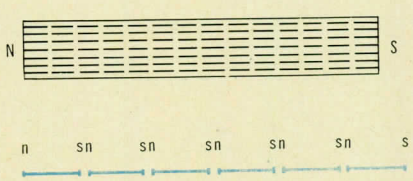
OGLED LOMLJENJA MAGNETA. MOLEKULSKI MAGNET. Analogija između magnetizma i elektrostatike nije potpuna. Posebno, dok smo jedna tela mogli naelektrisati pozitivnim elektricitetom, a druga negativnim elektricitetom, dotle nikada nećemo sresti tela koja imaju samo pozitivne magnetske mase ili samo negativne magnetske mase. Već smo videli da je ukupna magnetska masa magneta jednaka nuli. Izgleda, međutim, jednostavno, da se odvoje dva pola namagnetisane šipke sečenjem ove na dva dela. Izvedimo ogled (*sl.* 5); konstatujemo da dva komada prvobitnog magneta predstavljaju opet magnete koji imaju severni pol i južni pol. Ma kako daleko išli u deljenju namagnetisane materije, nikada nećemo moći izdvojiti samo jedan pol. Pošto podela može teorijski ići do molekula, iz toga zaključujemo da molekul namagnetisane materije predstavlja magnet sa dva pola. Može se, dakle, uzeti da je on predstavljao dve tačkaste magnetske mase, jednake po apsolutnoj vrednosti, suprotnih znakova i nerazdvojivo vezanih. Ovaj elementarni magnet nazvan je *molekulski magnet* (magnetski dublet).



Sl. 5

Ogled lomljenja magneta nameće nam da magnet posmatramo kao redanje veoma velikog broja nizova molekulskih magneta. Svi ovi molekulski magneti su identični i sastavljeni su u nizu tako da se južni pol jednog poklapa sa severnim polom drugog (*sl.* 6). Prema Kulonovom zakonu, ove dve magnetske mase jednake a suprotnih znakova, postavljene u istu tačku, stvaraju polje čija je jačina ravna nuli, dakle magnetska svojstva magneta mogu se pojaviti samo u tačkama gde se završavaju nizovi molekulskih magneta. Skup ovih završnih tačaka predstavlja ono što smo nazvali polovi. Pošto su svi molekulski magneti identični, izgleda jasno da su magnetske mase polova jednake po apsolutnoj vrednosti.

DEJSTVO HOMOGENOG POLJA NA MAGNET. MAGNETSKI MOMENAT. Posmatrajmo magnet postavljen u homogeno magnetsko polje (*sl.* 7); vektor indukcije polja $\overrightarrow{B}$ je, dakle, konstantan po intenzitetu, pravcu i smeru. Svaka slobodna magnetska masa potčinjena je sili koja je paralelna ovom vektoru. Sve sile koje dejstvuju na pozitivne mase su, dakle, međusobno paralelne; one daju rezultantu $\overrightarrow{F}$, čija je napadna tačka u N. Isto tako na negativne magnetske mase dejstvuju sile koje daju rezultantu $\overrightarrow{F'}$, paralelnu vektoru indukcije a suprotnog smera, sa napadnom tačkom u S. Tačke N i S predstavljaju težište pozitivnih odnosno negativnih



Sl. 6

magnetskih masa; njihovi položaji, dakle, ne zavise od posmatranog polja. Mi ćemo ih zvati polovi magneta. Ova definicija nije u protivrečnosti sa onom koju smo već dali, nego je samo preciznija.

Uzmimo da je m ukupna pozitivna magnetska masa magneta; na oba pola dejstvuju dve paralelne sile, suprotnih smerova a obe jednake mB. One obrazuju spreg čiji je momenat dat obrascem

$$C = F \cdot SN \cdot \sin\alpha \quad \text{ili} \quad C = m \cdot SN \cdot B \cdot \sin\alpha,$$

gde je α ugao između vektora $\overline{SN}$ i $\overline{B}$.

U poslednjem obrascu magnetska svojstva magneta pojavljuju se samo u vidu proizvoda $m \cdot NS$. To važi za sve: sa magnetskog gledišta magnet u potpunosti karakteriše proizvod $m \cdot NS$, magnetske mase njegovog severnog pola i rastojanja njegovih polova. Ovu veličinu ćemo uvesti u obliku vektora: *magnetskog momenta magneta. To je vektor čiji je nosač spojnica polova, usmeren od južnog pola prema severnom, a čiji je intenzitet jednak proizvodu pozitivne magnetske mase i rastojanja polova*:

$$\overline{M} = m\,\overline{SN}.$$

Spreg sila koje dejstvuju na magnet može se tada izraziti kao vektorski proizvod dva vektora,

$$\overline{C} = \overline{M} \times \overline{B},$$

čija je numerička vrednost $C = MB \sin\alpha$.

Ako se posmatrani magnet može slobodno okretati oko jedne nepokretne tačke, orijentisaće se tako da je momenat ovoga sprega nula, to jest da je sin α jednak nuli. Magnet će tada biti paralelan vektoru $\overline{B}$. Tako se, dakle, magnet koji se može slobodno okretati oko nepokretne tačke, a koji je stavljen u homogeno polje, orijentiše tako da je njegov magnetski momenat paralelan vektoru magnetskog polja (*sl.* 8).

MAGNETSKI MOMENAT SISTEMA MAGNETA. Na bazi vektorskog oblika obrasca koji daje spreg koji dejstvuje na magnet, možemo reći da je *sistem magneta ekvivalentan jednom jedinom magnetu, čiji je magnetski momenat jednak vektorskom zbiru magnetskih momenata magneta sistema.*

Sistem magneta, čiji je rezultantni magnetski momenat jednak nuli, naziva se *astatički sistem*. U homogenom magnetskom polju na njega ne deluju nikakav spreg sila. Ovo imamo kod sistema dva identična magneta, predstavljena na slici 9.

POLJE KOJE STVARA MALI MAGNET. GAUSOVI POLOŽAJI. Uzmimo mali magnet SN (*sl.* 10); uzmimo da treba da proračunamo jačine polja koje on stvara u tačkama, na primer A, B, C, D. Pretpostavićemo da su rastojanja ovih tačaka od polova magneta veoma velika u odnosu na SN. D i C nazivaju se prvi *Gausovi položaji*, a A i B drugi.

Magnetska masa $+ m$, smeštena u N, stvara u A indukciju Ab_1 koja je usmerena duž NA i koja ima vrednost $\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{r^2}$, gde smo sa r označili rastojanje NA.

Isto tako masa $- m$ smeštena u S, stvara u A indukciju Ab_2 koja je usmerena duž AS i koja ima istu vrednost. Rezultanta ove dve indukcije usmerena je duž njihove raspolovnice AB, paralelne sa NS. Trouglovi Ab_1B i ASN su slični, pa imamo

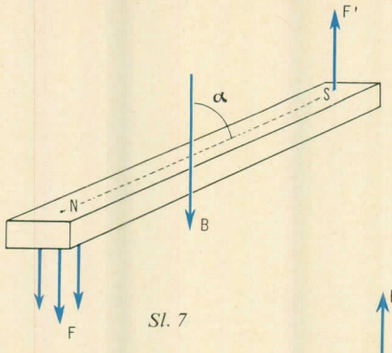
$$\frac{AB}{NS} = \frac{Ab_1}{NA} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{r^3},$$

$$AB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m\,NS}{r^3}$$

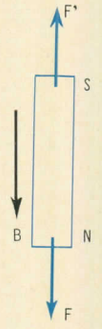
ili, uvodeći magnetski momenat magneta

$$AB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r^3}.$$

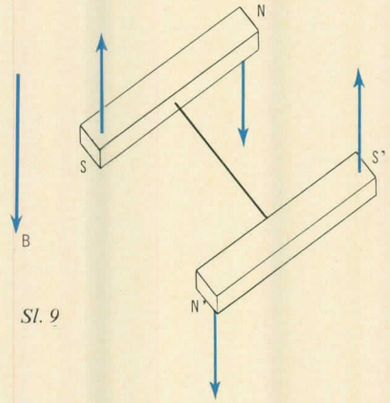
U B magnetska indukcija ima istu apsolutnu vrednost i isti smer.



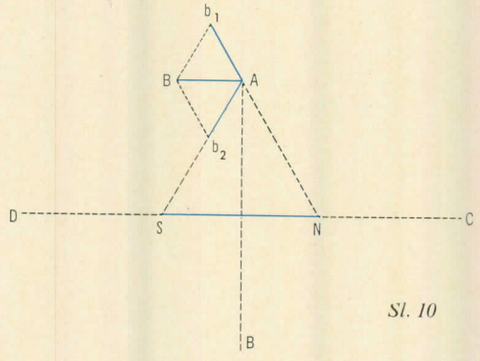
Sl. 7



Sl. 8



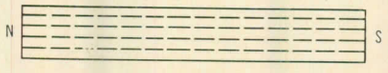
Sl. 9



Sl. 10



Sl. 11



Sl. 12

Izračunajmo sada indukciju u tački C (*sl.* 11). Stavimo NC $= r$. Indukcija koju stvara masa $+ m$, postavljena u N, je $b_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{r^2}$.

Indukcija koju stvara masa $- m$, postavljena u S, je $b_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{(r+l)^2}$, gde je SN $= l$.

Rezultantna indukcija je

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{m}{r^2} - \frac{m}{(r+l)^2}\right],$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{m[(r+l)^2 - r^2]}{r^2(r+l)^2},$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{m(2lr + l^2)}{r^2(r+l)^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{2ml\left(1 + \frac{l}{2r}\right)}{r^3\left(1 + \frac{l}{r}\right)^2}.$$

Ali mi smo pretpostavili da je l veoma malo u odnosu na r; možemo, dakle, pisati

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2ml}{r^3} \quad \text{ili} \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M}{r^3}.$$

U D indukcija ima istu vrednost i isti smer.

Vidimo da za istu vrednost r indukcija u C ima dvostruko veću vrednost od indukcije u A. Ovaj rezultat koji u potpunosti potvrđuje ogled, dokazuje naše hipoteze.

INTENZITET NAMAGNETISANJA. Moramo poći od toga da je magnet sastavljen od veoma velikog broja molekulskih magneta i da je njegov magnetski momenat M jednak geometrijskom zbiru magnetskih momenata svih ovih molekulskih magneta. Prirodno je, dakle, da se namagnetisanje nekog magneta meri magnetskim momentom jedinice zapremine magneta. Ako je v zapremina magneta, definisaćemo *vektor intenziteta srednjeg namagnetisanja* $\overline{I}_m$ obrascem

$$\overline{I}_m = \frac{\overline{M}}{v},$$

a vektor intenziteta namagnetisanja u nekoj tački namagnetisane materije kao odnos magnetskog momenta $d\overline{M}$ male zapremine materije koja okružava ovu tačku i vrednosti dv ove zapremine:

$$\overline{I} = \frac{d\overline{M}}{dv}.$$

Intenzitet namagnetisanja biće *homogen* ako vektor $\overline{I}$ ima u svakoj tački namagnetisane materije isti intenzitet, isti pravac i isti smer. Lako se vidi da je u ovom slučaju $\overline{I}_m = \overline{I}$.

Posmatrajmo namagnetisanu šipku čiji je intenzitet namagnetisanja homogen i paralelan sa njenom većom dimenzijom (*sl.* 12). Ona može biti sastavljena samo od pravolinijskih nizova molekulskih magneta, ekvidistantnih i paralelnih sa tim pravcem; iz toga proizlazi da je gustina σ magnetskih masa na završnim površinama homogena. Uzmimo da je S površina normalnog preseka šipke koja na svojim završnim površinama nosi slobodne magnetske mase $+ m$ i $- m$. Ako je dužina šipke l, njen magnetski momenat je

$$M = m \times l = s \times \sigma \times l.$$

Ali $s \times l$ je jednako zapremini v šipke; dakle,

$$M = \sigma \times v;$$

odakle se izvodi

$$I = \sigma.$$

Kada namagnetisana šipka ima homogeni intenzitet namagnetisanja u smeru njene dužine, gustina magnetskih masa na njenim polovima jednaka je vrednosti njenog intenziteta namagnetisanja.

ZEMLJIN MAGNETIZAM. MAGNETSKA MERENJA

ZEMLJINO MAGNETSKO POLJE. Oko Zemlje postoji magnetsko polje; upravo ono orijentiše namagnetisanu iglu busole u pravcu sever-jug.

Zemljino magnetsko polje je homogeno. Da bismo to dokazali dovoljno je pokazati da se njegovo dejstvo na magnet svodi na jedan spreg. Komponente sprega ravne su nuli u svim pravcima; pokazaćemo, dakle, da na magnet postavljen u Zemljino magnetsko polje ne dejstvuje ni vertikalna ni horizontalna sila.

Kada se neka šipka magnetiše, njena težina se ne menja; na nju, dakle, ne dejstvuje nikakva vertikalna sila koja potiče od Zemljinog polja teže. Konac o koji je obešen magnet, ostaje vertikalan; na njega, dakle, ne dejstvuje nikakva horizontalna sila. Zemljino magnetsko polje je, dakle, homogeno, bar u smanjenom prostoru kao što je soba u kojoj se izvode ogledi. To ne bi važilo za mnogo veći prostor.

Posmatrajmo u tački O Zemlje (*sl.* 13) vertikalnu ravan koja obuhvata pravac Zemljinog magnetskog polja u toj tački; ova ravan se naziva *magnetski meridijan tačke* O.

Povucimo u ovoj ravni dve ose, horizontalnu Ox, i vertikalnu Oy. Komponente OB_1 i OB_2 Zemljinog polja duž ovih osa predstavljaju *horizontalnu komponentu i vertikalnu komponentu Zemljinog polja* u O.

MAGNETSKA DEKLINACIJA. U stvarnosti namagnetisana igla busole ne postavlja se tačno u pravcu sever-jug, već zatvara sa tim pravcem mali ugao nazvan *ugao magnetske deklinacije* ili prosto *deklinacija*. Tačnije rečeno, *deklinacija je ugao između magnetskog meridijana i geografskog meridijana posmatranog mesta*. Deklinacija je *zapadna* ili *istočna*, u zavisnosti od toga da li magnetski meridijan prolazi zapadno ili istočno od geografskog meridijana.

Precizno poznavanje deklinacije je od velikog značaja za navigaciju. Za njeno merenje služi namagnetisana igla nazvana *deklinaciona igla* koja se može okretati u horizontalnoj ravni oko vertikalne osovine. Njeni krajevi se kreću po graduisanom krugu. Ako se zna kroz koji podeok prolazi geografski meridijan, prosto čitanje daje deklinaciju. U stvarnosti se obavljaju dva čitanja, drugo nakon prevrtanja namagnetisane igle; uzima se srednja vrednost čitanja.

Ovo je potrebno zbog toga što se linija polova ne poklapa sa geometrijskom osom igle. Uzmimo da je NS linija polova; u dva slučaja ona se postavlja u pravcu horizontalne komponente Zemljinog polja; ugao α (*sl.* 14) koji ona zatvara sa geometrijskom osom, ostaje konstantan, ali menja smer. Ako je D tačna deklinacija, prvo merenje daje $D + \alpha$, drugo $D - \alpha$ a srednja vrednost je D.

Kod preciznih merenja deklinaciona busola se kombinuje sa teodolitom koji dozvoljava da se sa velikom tačnošću odredi geografski meridijan.

Deklinacija se menja u vremenu i prostoru. Ona se osetno menja od jedne tačke do druge: zapadna u Francuskoj, ona u Parizu iznosi oko 6°. U Aziji i Americi ona je istočna.

Njene promene u vremenu klasificiraju se kao:

a) *dnevne promene*. Tokom dvadeset četiri časa ona ima dva maksimuma i dva minimuma sa amplitudom s jedne i druge strane srednje vrednosti reda 10 minuta;

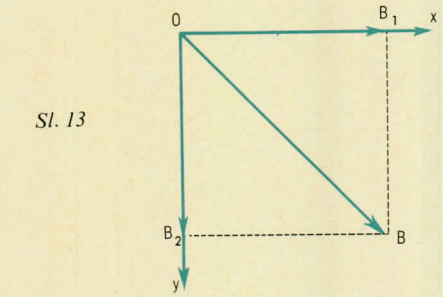
b) *godišnje promene*, spore promene čija amplituda je istog reda veličine;

c) *sekularne promene*, približno periodične, pri čemu je period 730 godina, a amplituda s jedne i druge strane geografskog meridijana iznosi 22° 34′. U Parizu, na primer, deklinacija koja je 1556. iznosila 8° istočno, postala je ravna nuli 1666, zatim je prošla kroz maksimum od 22° 34′ zapadno 1814. Sada se ona smanjuje za 7′ godišnje.

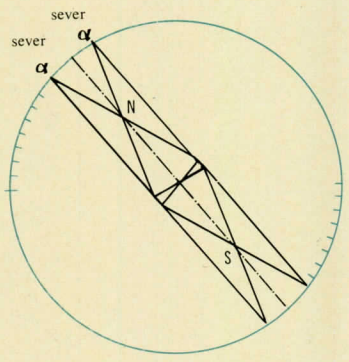
Sem toga katkada se zapažaju neočekivane nagle promene koje zahvataju ogromne prostore. Kaže se da je to magnetska bura. One se najčešće poklapaju sa polarnim svetlostima, vulkanskim erupcijama ili zemljotresima.

MAGNETSKA INKLINACIJA. *Magnetska inklinacija je ugao između vektora Zemljinog magnetskog polja i horizontalne ravni.* Ona se meri pomoću *inklinacione busole* sastavljene od namagnetisane igle pokretne oko horizontalne ose koja prolazi tačno kroz njeno težište. Njeni krajevi se pomeraju po graduisanom krugu (*sl.* 15). Kada se ravan igle dovede u magnetski meridijan ona se orijentiše u pravcu polja. Vrše se dva merenja i uzima se njihova srednja vrednost (kao kod merenja deklinacije), da bi se tako dobila tačna vrednost inklinacije.

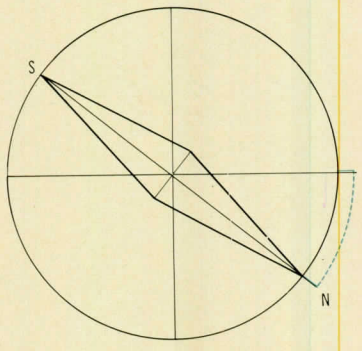
Inklinacija se menja u vremenu i prostoru kao i deklinacija. Ona sada u Parizu iznosi 64° nadole; ona se stalno smanjuje od 1671, od vremena kada je iznosila 75°. Ona iznosi 90° na severnom magnetskom polu, tački čiji se položaj menja, smanjuje se kada se ide prema jugu i postaje ravna nuli u blizini ekvatora. Ona se zatim povećava, ali sada se južni pol spušta ka Zemlji, i iznosi 90° na južnom magnetskom polu.



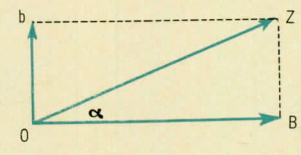
Sl. 13



Sl. 14

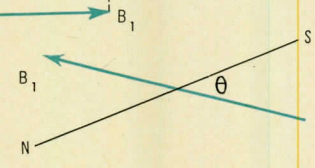


Sl. 15



Sl. 16

Sl. 17



PRINCIP MAGNETSKIH MERENJA. Sada ćemo razmotriti metod koji se koristi za merenja intenziteta Zemljinog magnetskog polja. Ovaj metod se primenjuje na bilo koje magnetsko polje i sem toga dozvoljava da se mere magnetski momenti magneta. Označimo sa B_1 horizontalnu komponentu Zemljinog polja a sa M magnetski momenat nekog magneta. U prvoj seriji operacija meričemo odnos $\frac{M}{B_1} = A$, u drugoj proizvod $MB_1 = C$. Tada ćemo imati $M^2 = AC$ i

$$B_1^2 = \frac{C}{A};$$

poznavajući B_1 i inklinaciju I možemo izvesti ukupnu jačinu polja B

$$B = \frac{B_1}{\cos I}.$$

MERENJE $\frac{M}{B_1}$. MAGNETOMETAR. Za ovo merenje koristi se instrument nazvan *magnetometar*; on se sastoji od malog magneta (1 cm dužine, na primer) obešenog o čvrstu tačku pomoću konca bez torzije koji nosi ogledalo, kako bi se mogla meriti zakretanja Pogendorfovim metodom. Da bi se otklonio uticaj vazdušnih struja, sve ovo se stavlja u zastakljenu kutiju bez gvožđa. Kako je magnet magnetometra mali, može se uvek smatrati da na njega dejstvuje homogeno polje, bez obzira na poreklo ovog polja.

U odsustvu ostalih polja magnet magnetometra orijentiše se u pravcu horizontalne komponente B_1 Zemljinog polja. Stvorimo drugo polje b upravno na B_1 (*sl.* 16); magnet se tada orijentiše u pravcu rezultante dva polja OZ. Zbog toga se on okreće za ugao α dat relacijom

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{B_1}.$$

Pogendorfov metod dozvoljava da se meri α, dakle da se odredi odnos $\frac{b}{B_1}$, što dozvoljava da se izračuna jedna veličina ako je druga poznata. Pretpostavimo da b stvara magnet magnetskog momenta M, postavljen tako da tačka O bude za njega u jednom od Gausovih položaja. Imaćemo

$$b_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M}{r^3} \quad \text{ili} \quad b_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r^3};$$

odakle skretanja

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\frac{2M}{B_1} \quad \text{ili} \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\frac{M}{B_1}.$$

Ovi obrasci nam dozvoljavaju:

1. Da utvrdimo da je $b_1 = 2b_2$, jer je

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = 2 \operatorname{tg} \alpha_2;$$

2. Da izračunamo odnos magnetskih momenata dva magneta; ako zadržimo isto rastojanje r imamo

$$\frac{M}{M'} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_1'} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_2'};$$

3. Najzad, da izmerimo količnik $\frac{M}{B_1}$ prostim merenjem uglova i dužina.

MERENJE PROIZVODA MB_1. Zemljino magnetsko polje dejstvuje na magnet magnetometra spregom C datim obrascem

$$C = MB_1 \sin \theta,$$

kada njegov magnetski momenat zatvara ugao θ sa magnetskim meridijanom (*sl.* 17). Ako se magnet

udalji iz svog ravnotežnog položaja, koji odgovara $\theta = 0$ za mali ugao θ, spreg C teži da ga vrati u njegov ravnotežni položaj, i kako je θ malo, možemo pisati

$$C = MB_1\theta.$$

Ovaj spreg je sličan spregu koji dejstvuje na fizičko klatno; magnet će oscilovati kao klatno a njegov period T biće dat obrascem

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MB_1}};$$

gde je I momenat inercije magneta u odnosu na njegovu osu rotacije. Ako nam je poznato I, merenje T će nam dozvoliti da izračunamo proizvod MB_1: Možemo takođe izmeniti I za poznatu veličinu i eliminisati ovaj momenat inercije iz rezultata dva ogleda.

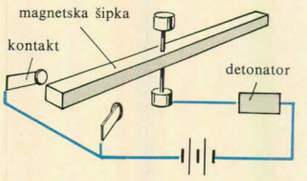
Komponenta B_1 menja se od jedne do druge tačke Zemljine kugle. Ona u Parizu iznosi oko 20 mikrotesla ili 0,2 gausa, dok je ukupna jačina polja 45 mikrotesla.

UZROCI ZEMLJINOG MAGNETIZMA. Izgleda da ih ima više. Nema sumnje da Sunce ima uticaja, kao i radijacioni pojasevi koji okružuju Zemlju i magnetizam nekih stena. S druge strane, postoje električne struje kroz Zemlju, nazvane *telurne struje*, koje stvaraju magnetsko polje. Zadnjih nekoliko godina korišćenje veštačkih satelita dozvoljava da se vrše merenja u tačkama prostora udaljenim od Zemlje, ali korišćeni magnetometri se znatno razlikuju od onih koje smo opisali. Oni se baziraju na veoma kompleksnim pojavama, na primer nuklearnoj magnetskoj rezonanciji, kako bi mogli biti poslati u prostor pomoću raketa.

Bilo kako bilo, pitanje nije potpuno razjašnjeno.

MAGNETSKE MINE. Ove morske mine koje su koristili Nemci 1939, imaju paljenje bazirano na promeni pravca Zemljinog magnetskog polja. Shema detonatora predstavljena je na slici 18. Prolaz broda od gvožđa znatno menja Zemljino magnetsko polje, što uslovljava zakretanje namagnetisane igle oko njene ose i zatvaranje električnog kola detonatora.

Da bi se brodovi zaštitili od ovih mina oni se »demagnetišu«, pomoću električnih kola.



Sl. 18

ELEKTROMAGNETIZAM

MAGNETSKA POLJA KOJA STVARAJU STRUJE

ERSTEDOV OGLED. AMPEROVO PRAVILO. Električna struja stvara oko sebe magnetsko polje. Ovo svojstvo od ogromnog značaja otkrio je Ersted (Oersted) 1819. na sledeći način: namagnetisana igla NS (*sl.* 1), postavljena u blizini prave žice orijentisane u pravcu sever-jug, skreće iz svog ravnotežnog položaja paralelnog žici, čim kroz žicu protekne struja. Struja stvara, dakle, magnetsko polje koje dejstvuje na iglu. Ersted je konstatovao da skretanje igle menja smer kada struja promeni smer. Amper (Ampère) je formulisao odnos između pravca i smera polja i smera struje u pravilo nazvano *Amperovo pravilo posmatrača*:

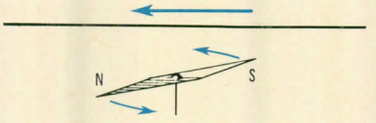
Magnetsko polje koje stvara struja u nekoj tački usmereno je levo od posmatrača koji gleda ovu tačku i koji je postavljen duž struje tako da mu struja ulazi kroz noge a izlazi kroz glavu.

EKSPERIMENTALNO IZUČAVANJE POLJA KOJE STVARA STRUJA. Magnetsko polje koje stvara struja izučava se na isti način kao i polje koje stvara magnet. I ovde se definiše vektor magnetske indukcije u nekoj tački, i određuje mu se pravac, smer i intenzitet već izloženim metodima (vidi str. 587); može se takođe napraviti njegov spektar. Tako ćemo izučavati polja koja stvaraju neka posebna strujna kola.

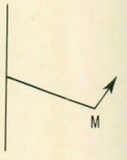
Polje pravolinijske struje. Ogled pokazuje da veoma dug pravolinijski strujni provodnik, struja, stvara u bliskoj tački M polje, čiji je vektor indukcije normalan na ravan koju određuje ova tačka i provodnik, i usmeren u smeru datom Amperovim pravilom posmatrača (*sl.* 2). Odatle proizlazi da su linije sile koncentrične kružnice sa centrom na provodniku. Ovo možemo pokazati pomoću magnetskog spektra polja. U tu svrhu uzmimo veoma dugu pravu vertikalnu žicu kroz koju prolazi jaka struja (najmanje 10 ampera) i provucimo je kroz dosta čvrst horizontalni karton (*sl.* 3). Pospimo karton gvozdenim opiljcima; oni ocrtavaju koncentrične krugove sa centrom na žici. Smer linija sile može se odrediti pomoću Maksvelovog pravila:

Smer linija sile je smer u kome treba zakretati (desni) zavrtanj da bi se on pomerao u smeru struje.

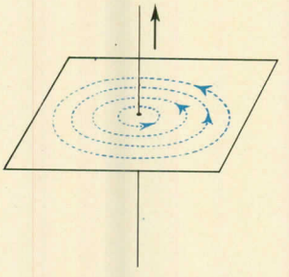
Magnetsko polje koje stvara kružna struja. Spektar magnetskog polja koje stvara kružna struja sastoji se od zatvorenih linija (*sl.* 4) koje okružuju struju i od prave linije, ose kružnog provodnika kroz koji protiče struja.



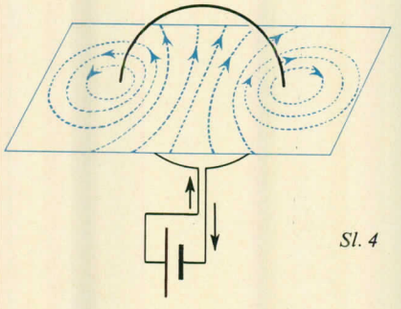
Sl. 1



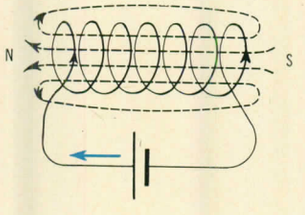
Sl. 2



Sl. 3



Sl. 4



Sl. 5

Primenjujući Amperovo pravilo posmatrača konstatuje se da sve linije sile izlaze na istu stranu provodnika (zadnja strana na slici); po analogiji sa magnetima ovu stranu ćemo zvati *severna strana*, a drugu stranu *južna strana*. Strane kružne struje mogu se naći napominjući da *posmatrač postavljen ispred južne strane vidi da se struja kreće u smeru kazaljke na časovniku.*

Može se takođe koristiti i drugi zakon koji je dao Maksvel:

Kada struja prolazi kroz kružni provodnik, linije sile su orijentisane u smeru pomeranja zavrtnja koji bi se zakretao u smeru struje.

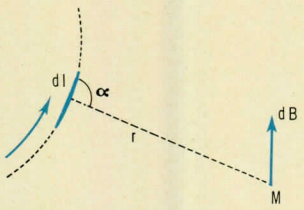
Magnetsko polje koje stvara solenoid. Solenoid se sastoji od provodne žice pravilno namotane u spiralu na cilindar. Linije sile polja koje stvara struja koja protiče kroz solenoid imaju izgled predstavljen na slici 5. Izvan solenoida one podsećaju u potpunosti na linije sile polja koje stvara namagnetisana šipka; međutim, u unutrašnjosti linije sile su paralelne, *polje je tu homogeno*. To je ono što daje značaj solenoidima.

Solenoid ima južnu i severnu stranu koje se mogu naći pomoću prethodnih pravila. Ove strane odgovaraju polovima namagnetisane šipke; analogija je zaista potpuna, pa između magneta i solenoida ili između dva solenoida postoje uzajamna dejstva, identična dejstvima koja postoje između dva magneta. Ali ova analogija je potpuna samo izvan solenoida, jer u unutrašnjosti postoji polje koje se lako meri i koristi, dok zasada ne možemo ni definisati ni koristiti polje u unutrašnjosti jednog magneta.

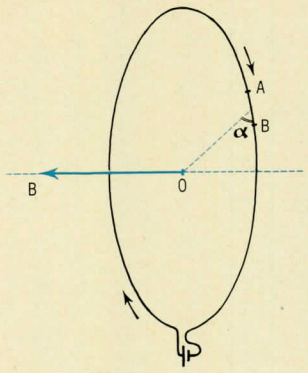
BIO-SAVAROV ZAKON. Rezultati izvršenih merenja u magnetskim poljima koje stvaraju struje dozvolili su da se formuliše sledeći zakon:

1. *Vektor magnetske indukcije koji u tački* M *vakuuma stvara strujno kolo kroz koje protiče struja, može se posmatrati kao geometrijski zbir elementarnih vektora indukcije za koje se pretpostavlja da su ih u toj tački stvorili svi oni elementi na koje se može razložiti strujno kolo*;

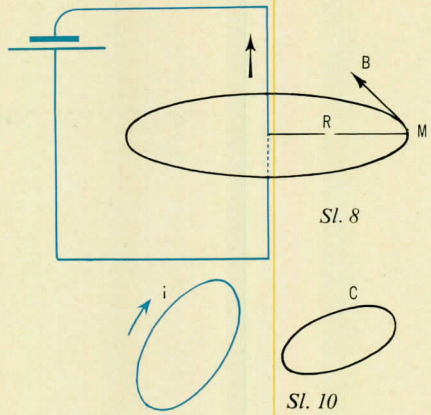
2. *Vektor magnetske indukcije koji u tački* M *stvara pravolinijski element strujnog kola dužine* dl, *kroz koji protiče struja intenziteta* i, *normalan je na ravan koju određuje* M *i element strujnog kola i usmeren je levo od Amperovog posmatrača koji gleda tačku* M. *Njegov intenzitet* dB *je proporcionalan intenzitetu struje* i, *dužini elementa strujnog kola* dl, *sinusu*



Sl. 6

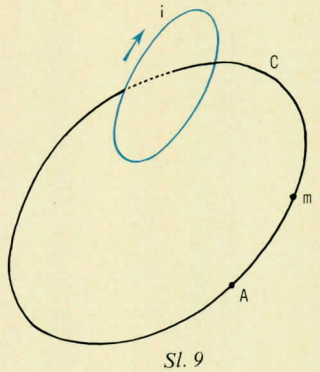


Sl. 7



Sl. 8

Sl. 10



Sl. 9

ugla α koji zatvara element strujnog kola sa pravom koja ga spaja sa tačkom M, *a obrnuto proporcionalan kvadratu rastojanja elementa strujnog kola od tačke* M.

Ovaj zakon dat je pomoću slike 6 i obrasca

$$dB = K \frac{i\, dl \sin \alpha}{r^2},$$

gde koeficijent K zavisi od izabranih jedinica.

Kako se strujno kolo može uvek razložiti na dovoljno male elemente da se mogu posmatrati kao pravolinijski, ovaj zakon dozvoljava da se izračuna indukcija koju stvara zatvoreno strujno kolo bilo kog oblika. Treba, međutim, podvući činjenicu da je to veštački račun, jer indukcija koju stvara element strujnog kola u stvarnosti ne postoji; ona se ne može odvojiti od indukcija koje stvaraju ostali elementi.

U obrascu koji izražava Bio-Savarov (Biot-Savart) zakon podesno je staviti da je K = 1, što dozvoljava da se definišu elektromagnetske jedinice. Tako postoji C.G.S. sistem elektromagnetskih jedinica. Kao što smo videli u elektrostatici, elektromagnetizam je samo deo jedne šire celine, i poželjno je da imamo za iste veličine iste jedinice u elektrostatici, elektrokinetici i u elektromagnetizmu. To su jedinice internacionalnog sistema, posebno amper i metar. Koristeći ove jedinice u Bio-Savarovom obrascu, došlo se na to da se K da vrednost različita od 1, kako bi indukcija bila izražena u teslama. Ovu vrednost, koju ćemo kasnije tačnije odrediti, sada ćemo pisati u obliku $\frac{\mu_0}{4\pi}$, gde se μ_0 naziva *magnetska permeabilnost vakuuma*. Bio-Savarov obrazac piše se tada

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\, dl \sin \alpha}{r^2}.$$

PRIMENE BIO-SAVAROVOG ZAKONA. Primenimo Bio-Savarov zakon kod izračunavanja indukcije koju u svom centru proizvodi kružni strujni okvir, kroz koji protiče struja intenziteta *i*. Element AB (*sl.* 7) strujnog okvira stvara u centru O elementarnu indukciju na osi kruga, usmerenu levo od Amperovog posmatrača, a čiji je intenzitet

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\, dl}{R^2},$$

jer je $\sin \alpha = 1$, budući da je svaki element kruga normalan na odgovarajući poluprečnik kruga, a rastojanje OA = *r* jednako je poluprečniku kruga R.

Isto važi za sve elemente na koje se može rastaviti strujno kolo, a indukcija koju stvara čitavo strujno kolo B jednaka je aritmetičkom zbiru svih ovih elementarnih indukcija. B je, dakle, jednako proizvodu $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R^2}$ i zbira svih elemenata kruga dužine d*l*, to jest obima kruga $2\pi R$. Tada je

$$B = \mu_0 \frac{i}{2R}.$$

Ako žicu namotamo N puta na isti način da bismo dobili N navoja praktično naslaganih jedan na drugi, indukcija u centru će biti

$$B = \mu_0 \frac{Ni}{2R}.$$

Isto tako bi se pokazalo da indukcija, koju stvara beskonačna prava žica, kroz koju protiče struja intenziteta *i*, u tački M smeštenoj na rastojanje *a* od žice, ima vrednost

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{a},$$

i da je indukcija u tački ose solenoida velike dužine

$$B = \mu_0 ni,$$

gde je *n* broj navoja solenoida na jedinicu dužine.

AMPEROVA TEOREMA. U elektrostatici smo posmatrali rad elektrostatičkih sila koje dejstvuju na jedinično naelektrisanje tokom određenog pomeranja, kako bismo definisali potencijal; videli smo da je rad ravan nuli ako se naelektrisanje vraća u svoju polaznu tačku (vidi str. 573). Posmatrajmo sada jediničnu magnetsku masu postavljenu u blizinu beskonačne prave žice, kroz koju protiče struja intenziteta *i*, koja opisuje krug normalan na žicu sa centrom na njoj, to jest liniju sile (*sl.* 8). Sila koja dejstvuje na ovu masu u svakoj tački kruga predstavljena je istim vektorom kao i indukcija, a rad ove sile za potpun krug je

$$T = 2\pi R \times \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{R} = \mu_0 i.$$

Uočimo najpre da ovaj rad ne zavisi od poluprečnika R. Pokazuje se takođe da on zadržava istu vrednost, $\mu_0 i$, kada struja više nije pravolinijska, i da masa opisuje neku zatvorenu putanju, ako samo jednom prolazi unutar strujnog kola (*sl.* 9). Razume se, rad je pozitivan ili negativan u zavisnosti od smera u kome se obilazi putanja C: on je pozitivan ako masa ulazi kroz južnu stranu, a negativan ako ulazi iz suprotnog smera.

Ako se putanja C više puta uvlači u strujno kolo, *n* puta kroz južnu stranu a *n′* puta kroz severnu stranu, rad je

$$T = (n - n')\mu_0 i.$$

Ako se putanja C ne uvlači u unutrašnjost strujnog kola, kaže se još: ako ga ona *ne obavija*, odgovarajući rad ravan je nuli (*sl.* 10).

Skup ovih rezultata naziva se *Amperova teorema*. Ona pokazuje da magnetsko polje koje stvara struja ne potiče od potencijala kao elektrostatičko polje. Ako bi ovo polje poticalo od potencijala ono bi imalo tačno definisanu vrednost u svakoj datoj tački A, a odgovarajući rad na bilo kojoj putanji, polazeći od A i vraćajući se u nju, morao bi biti ravan nuli, pošto bi odgovarao razlici potencijala jednakoj nuli. Ovo ne važi za slučaj kada putanja obavija strujno kolo. Ipak se može reći proširujući pojam potencijala, da potencijal u tački A može imati više vrednosti;

$$V_A, V_A + \mu_0 i, V_A + 2\mu_0 i \text{ itd.};$$

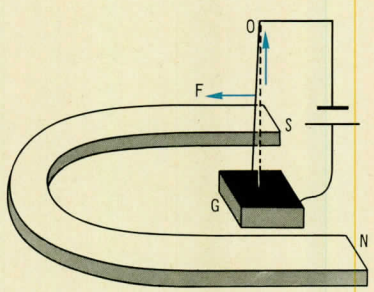
to je *višeznačni potencijal*; on se naziva *skalarni magnetski potencijal*.

DEJSTVO MAGNETSKIH POLJA NA STRUJE

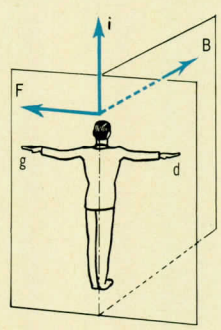
EKSPERIMENTALNO DEMONSTRIRANJE. Na magnetsku masu postavljenu u blizinu struje deluje sila elektromagnetskog porekla; princip akcije i reakcije zahteva da na struju deluje od strane magnetske mase, jednaka sila suprotnog smera. Drugim rečima, magnetska polja moraju dejstvovati na struje i sledeći ogled će dozvoliti da to dokažemo.

Vertikalna provodna žica, pokretna oko tačke O, potopljena je svojim donjim delom u sud sa živom G (*sl.* 11). Potkovičasti magnet postavljen je tako da vertikalna žica prolazi između njegovih krakova; ova se žica dakle nalazi u magnetskom polju. Kada pustimo struju kroz žicu, ona se pomera, i naginje se zakrećući se oko tačke O. Smer u kome se pomera zavisi od odgovarajućih smerova struje i polja; on je određen Amperovim pravilom:

Na pravolinijski element provodnika kroz koji protiče struja, postavljen u magnetsko polje, deluje sila



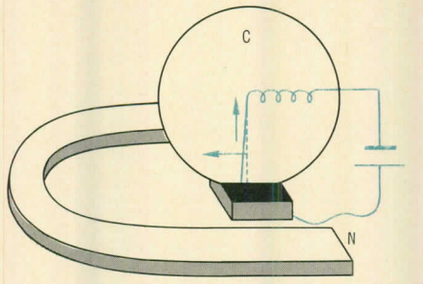
Sl. 11



Sl. 12

normalna na ravan koju definiše vektor indukcije i element provodnika, i usmerena levo od posmatrača koji gleda u pravcu i smeru polja i koji je postavljen duž provodnika tako da mu struja ulazi kroz noge a izlazi kroz glavu (*sl.* 12).

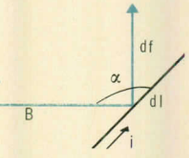
Dejstvom magnetskog polja na provodnik kroz koji protiče struja može se ostvariti stalno rotaciono kretanje. U tom cilju u bakarni disk C pusti se, pomoću žleba napunjenog živom, struja da ulazi kroz obim a izlazi kroz centar. Može se uzeti da struja ide od periferije prema centru diska duž njegovog poluprečnika. Stavljajući ovaj disk u magnetsko polje potkovičastog magneta, mi ćemo ga podvrgnuti delovanju sile. Na slici 13 ova sila vuče provodnik ulevo i kako tokom rotacije jedan poluprečnik sledi drugi, disk se stalno obrće u smeru kazaljke na časovniku: napravili smo električni motor. Ovaj uređaj naziva se *Barloov* (Barlow) *točak*. On nikada nije korišćen kod motora i predstavlja samo laboratorijski ogled.



Sl. 13

LAPLASOV ZAKON. Osnovni zakon koji kaže kolika je sila koja deluje na jedan element provodnika kroz koji protiče struja, jeste Laplasov (Laplace) zakon.

Na element provodnika kroz koji protiče struja, stavljen u magnetsko polje, deluje sila df *proporcionalna intenzitetu struje* i, *dužini elementa* dl, *intenzitetu vektora indukcije* B *i sinusu ugla* α *koji zatvaraju vektor indukcije i element provodnika* (*sl.* 14).



Sl. 14

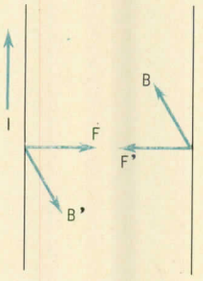
Ovaj zakon može se izraziti obrascem:

$$df = KBi\,dl \sin \alpha.$$

U internacionalnom sistemu stavlja se K = 1 i obrazac postaje

$$df = Bi\,dl \sin \alpha,$$

u kome je df u njutnima, B u teslama, i u amperima a dl u metrima.

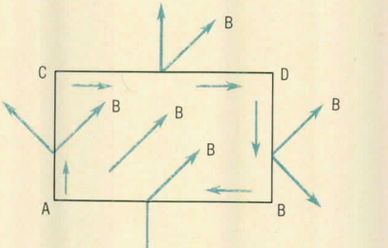


Sl. 15

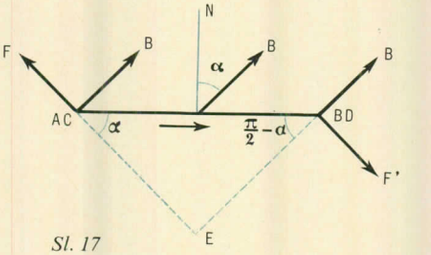
DEJSTVO MAGNETSKOG POLJA NA NAELEKTRISANE ČESTICE U KRETANJU. Električna struja potiče od kretanja naelektrisanja; prirodno je, dakle, da na česticu koja nosi naelektrisanje i koja se kreće u polju deluje elektromagnetska sila. Laplasov obrazac se u ovom slučaju transformiše i postaje

$$f = Bqv \sin \alpha,$$

gde je f sila koja dejstvuje na česticu, B intenzitet vektora indukcije, q naelektrisanje čestice, v njena brzina a α ugao koji zatvara njena putanja i vektor indukcije. Ova sila je normalna na ravan koju obrazuje vektor indukcije i tangenta na putanju u posmatranoj tački.



Sl. 16



Sl. 17

PRIMENA BIO-SAVAROVOG I LAPLASOVOG ZAKONA. DEFINICIJA AMPERA. Posmatrajmo dve provodne, prave, paralelne i beskonačne žice. Kada kroz obe protiče struja prva stvara magnetsko polje koje dejstvuje na drugu, i obrnuto (*sl.* 15). Označimo sa I i I′ intenzitete struje, a sa a rastojanje između žica. U nekoj tački druge žice, prva stvara polje čiji je intenzitet

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{a};$$

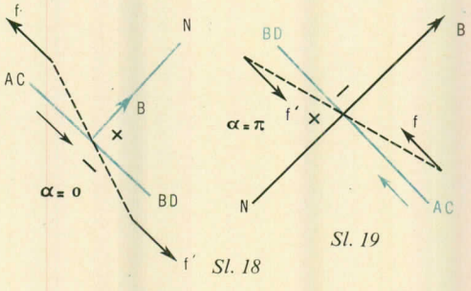
na element dl ove žice dejstvuje sila

$$df = BI'\,dl,$$

a na dužinu l deluje sila

$$f = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{II'}{a} l.$$

Pomoću ove relacije može se definisati jedinica intenziteta struje, polazeći od jedinica sile i dužine; ovo je i učinjeno u internacionalnom sistemu:



Sl. 19

Sl. 18

Amper, ili internacionalna jedinica intenziteta električne struje, jeste intenzitet one konstantne struje koja, prolazeći kroz dva provodnika paralelna, prava, beskonačne dužine, zanemarljivog preseka, postavljena u vakuumu na jedan metar rastojanja, proizvodi između ova dva provodnika silu jednaku 2×10^{-7} *njutna na metar dužine.*

Amper je osnovna jedinica ovog sistema, kao što su metar, kilogram i sekund, i zbog toga se internacionalnom sistemu daje katkad naziv M.K.S.A. sistem.

Napomenimo da ova definicija utvrđuje vrednost magnetske permeabilnosti μ_0 vakuuma. Ona iznosi $4\pi \times 10^{-7}$ a koeficijent $\frac{\mu_0}{4\pi}$ Bio-Savarovog zakona ima numeričku vrednost 10^{-7}.

DEJSTVO MAGNETSKOG POLJA NA ZATVORENO STRUJNO KOLO. Posmatrajmo vertikalno pravougaono ravno strujno kolo ABDC, čije su vertikalne strane AC = BD = a, a horizontalne AB = CD = b, i postavimo ga u magnetsko polje, čiji horizontalni vektor indukcije zatvara sa ravni strujnog kola ugao $\frac{\pi}{2} - \alpha$ (ili ugao α sa normalom na ravan strujnog kola) [*sl.* 16]. Na stranice AB i CD dejstvuju vertikalne sile jednake $Bib \cos \alpha$ suprotnog smera; one se, dakle, poništavaju. Na stranice AC i BD dejstvuju horizontalne sile jednake $Bia \sin \frac{\pi}{2} = Bia$, paralelne ali ne suprotnog smera; one obrazuju spreg. Da bismo to bolje videli, nacrtajmo strujno kolo ABDC gledano odozgo (*sl.* 17). Sile F i F′ su paralelne ali nemaju isti nosač. Moment ovoga sprega C ima aritmetičku vrednost

$$C = F \times BE = F \times AB \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = F \times AB \sin \alpha;$$

zamenjujući F i AB njihovim vrednostima

$$C = Biab \sin \alpha;$$

ali ab je jednako površini strujnog kola S; imamo, dakle

$$C = BiS \sin \alpha.$$

Strujno kolo, pošto na njega deluje spreg sila, teži da se zakreće; ono će biti u ravnoteži kada moment sprega bude ravan nuli, to jest kada je $\sin \alpha = 0$; to se događa kada je $\alpha = 0$ i $\alpha = \pi$ (*sl.* 18 i 19). Samo prvi položaj odgovara stabilnoj ravnoteži; ako pretpostavimo da smo okvir malo izveli iz njegovog ravnotežnog položaja, vidimo da spreg teži da ga vrati u taj isti položaj u prvom slučaju, a da ga od njega udalji u drugom. Magnetski fluks koji prolazi kroz okvir je

$$\varphi = BS \cos \alpha;$$

zanemarujući znak, imamo, dakle

$$C = i \frac{d\varphi}{d\alpha};$$

spreg je ravan nuli ako je $\frac{d\varphi}{d\alpha}$ jednako nuli, to jest ako je fluks maksimalan ili minimalan.

Usvojićemo da fluksove računamo pozitivno kada vektor indukcije ulazi u okvir kroz njegovu južnu ili negativnu stranu; iz toga proizlazi da se polunormala, koju ćemo zvati *pozitivna polunormala*, orijentiše, kao što smo to učinili na prethodnim slikama, od južne ili negativne strane prema severnoj ili pozitivnoj strani. Tada vidimo da prvi ravnotežni položaj ($\alpha = 0$) odgovara *algebarskom* maksimumu fluksa, a da nestabilni ravnotežni položaj odgovara *algebarskom* minimumu fluksa. Možemo, dakle, reći da strujno kolo teži da se postavi u takav položaj da fluks koji ulazi kroz njegovu južnu stranu bude maksimalan, jer je to jedini položaj stabilne ravnoteže.

Obrasci i rezultati, koje smo upravo dobili za poseban slučaj, vrede za sve slučajeve. Na primer, na ravno strujno kolo, bilo kog oblika, postavljeno u homogeno magnetsko polje indukcije B koja zatvara ugao α sa normalom na njegovu ravan, deluje spreg čiji je momenat

$$C = BiS \sin \alpha.$$

Ovaj obrazac sličan je obrascu koji smo našli za dejstvo homogenog magnetskog polja na namagnetisanu šipku:

$$C = BM \sin \alpha,$$

gde je M magnetski moment magneta. Tada se definiše magnetski moment strujnog kola kao vektor čiji je nosač pozitivna polunormala, a dužina iS, gde je S površina strujnog kola. U ovim uslovima isti obrazac odgovara za strujno kolo i za magnet, što pokazuje njihovu sličnost. Njemu se može dati i oblik vektorskog proizvoda

$$\overrightarrow{C} = \overrightarrow{M} \times \overrightarrow{B}.$$

Najzad, *strujno kolo bilo kog oblika, slobodno da se pomera u bilo kom magnetskom polju, postaviće se pod dejstvom elektromagnetskih sila u takav položaj da fluks koji ulazi kroz njegovu južnu stranu bude maksimalan.* To je *pravilo maksimalnog fluksa.*

RAD ELEKTROMAGNETSKIH SILA. MAKSVELOV ZAKON. Pisali smo da je $C = i\frac{d\varphi}{d\alpha}$; ovaj izraz važi i sa znacima; kada se pomenuti pravougli okvir obrne za mali ugao $d\alpha$ rad elektromagnetskih sila iznosi

$$dT = C\,d\alpha = i\,d\varphi;$$

dakle, ako okvir prelazi iz položaja u kome je fluks koji ulazi kroz njegovu južnu stranu φ_1 u položaj u kome je on φ_2, rad elektromagnetskih sila je

$$T = i(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Ako je φ_2 maksimalno, $\varphi_2 > \varphi_1$, a rad T je po ovom obrascu pozitivan. Ako bismo uzeli suprotan znak za C, dobili bismo za T negativnu vrednost, što bi bilo apsurdno, jer elektromagnetske sile teže da dovedu okvir u položaj u kome je fluks maksimalan.

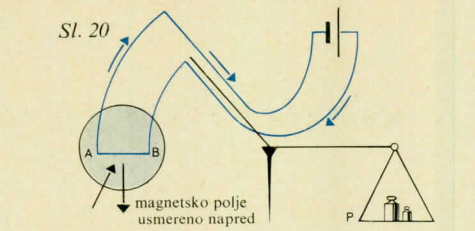
Obrazac dobijen za rad elektromagnetskih sila tokom kretanja strujnog kola ima opštu važnost, pa možemo reći:

Kada se celo zatvoreno strujno kolo ili jedan njegov deo pomera ili deformiše u magnetskom polju, rad elektromagnetskih sila jednak je proizvodu intenziteta struje i promene fluksa koji ulazi kroz njegovu južnu stranu. Razume se da je potrebno da intenzitet struje koja protiče kroz kolo bude konstantan.

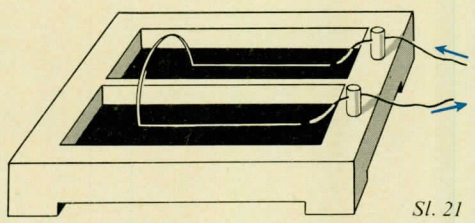
MERENJE JAČINE MAGNETSKIH POLJA. Merenje sila koje dejstvuju na strujno kolo dozvoljava da se izračuna jačina magnetskog polja. Opisaćemo princip aparata nazvanog *Kotonova* (Cotton) *vaga*, koji omogućava ova merenja. Pravolinijski strujni provodnik AB, dužine l, postavljen je na kraj kraka vage pomoću specijalno podešenog uređaja (*sl.* 20). Kada se ovaj provodnik postavi u horizontalno polje, na njega dejstvuje vertikalna sila; dajući struji odgovarajući smer ova sila može biti usmerena nadole. Ona se uravnotežuje i na osnovu toga meri, stavljajući tegove na tas P vage.

UZAJAMNO DEJSTVO DVE STRUJE. Kao što smo videli, jedna struja, stvarajući magnetsko polje, dejstvuje na drugu struju i obratno; prema principu akcije i reakcije ova dva dejstva moraju biti jednaka a suprotnog smera.

Dejstvo magnetskog polja na zatvoreno strujno kolo proračunava se polazeći od fluksa koji prolazi kroz strujno kolo; mi ćemo, dakle, odrediti fluksove koje svako strujno kolo šalje u drugo kolo. Uzmimo dva strujna kola C i C′, kroz koja protiču struje I, I′;



Sl. 20


Sl. 21

polje koje stvara C je u svim tačkama proporcionalno I; dakle, fluks koji ono šalje kroz C′ je

$$\varphi = MI$$

a fluks koji C′ šalje kroz C je

$$\varphi' = M'I'.$$

Ako se dejstva svedu na dva sprega (jednaka) njihovi momenti Γ i Γ′ su

$$\Gamma = I\frac{d\varphi}{d\alpha}, \quad \text{i} \quad \Gamma' = I'\frac{d\varphi'}{d\alpha}.$$

Kako I i I′ ne zavise od α,

$$\Gamma = II'\frac{dM}{d\alpha} \quad \text{i} \quad \Gamma' = II'\frac{dM'}{d\alpha}.$$

Nužno imamo da je Γ = Γ′, dakle M = M′. Ovaj koeficijent naziva se *koeficijent uzajamne indukcije* dva strujna kola.

Odnos $\varphi = MI$ dozvoljava da se definiše jedinica uzajamne indukcije, nazvana henri. *Henri je koeficijent uzajamne indukcije dva strujna kola, čije su konture takve da ako kroz jedno protiče struja od* 1 *ampera, kroz drugo prolazi fluks od* 1 *vebera.*

DEJSTVO STRUJE NA SAMU SEBE. Struja je uvek potčinjena delovanju polja koje ona sama stvara; ako se provodnik može deformisati, on će zauzeti takav oblik da fluks koji potiče od njegovog sopstvenog magnetskog polja, a koji ulazi kroz njegovu južnu stranu, bude maksimalan. Sa našom definicijom južne strane i Amperovim pravilom posmatrača vidimo da će fluks biti maksimalan kada je površina strujnog kola maksimalna. Sledeći ogled koji je izveo Amper jasno pokazuje ovu postavku.

Električna struja protiče kroz dva paralelna živina žleba (*sl.* 21), međusobno povezana pomoću bakarnog mostića koji lebdi iznad žive. Kada struja protiče, ovaj mostić se udaljava od tačaka ulaska i izlaska struje, povećavajući tako površinu strujnog kola, i to bez obzira na smer struje. Tačan proračun dejstava jednog strujnog kola na samo sebe je uopšte uzev veoma složen.

IZUČAVANJE NAMAGNETISANIH SREDINA

MAGNETISANJE INDUKCIJOM. MAGNETSKA SUSCEPTIBILNOST. Dosada smo izučavali magnetska polja u vakuumu; da vidimo sada šta se dešava u materijalnoj sredini. Ogled pokazuje da sva tela postavljena u magnetsko polje postaju magneti; to se naziva *magnetisanje indukcijom.* Komad gvožđa, na primer, postavljen u polje magneta ili solenoida, privlači gvozdene opiljke, a gubi to svojstvo čim polje iščezne. Videli smo (str. 590) da se može definisati *vektor intenziteta namagnetisanja* u jednoj tački namagnetisane materije. Kod većine tela ovaj vektor $\overrightarrow{I}$ proporcionalan je vektoru magnetske indukcije $\overrightarrow{B}$ polja koje proizvodi namagnetisanje, ili *magnetizacionog polja*,

$$\overrightarrow{I} = k\overrightarrow{B},$$

međutim, teorijsko izučavanje ove pojave dovelo je do toga da se ovaj obrazac piše u obliku

$$\overrightarrow{I} = \frac{\kappa}{\mu_0}\overrightarrow{B}$$

i da se uvede nova magnetska veličina, predstavljena vektorom $\frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0}$, koji smo nazvali vektor magnetskog polja $\overrightarrow{H}$. Ova veličina je različita od magnetske indukcije i izražava se različitim jedinicama.

U internacionalnom sistemu jedinica magnetske indukcije je tesla, i imamo $\mu_0 = 4\pi\,10^{-7}$. Jedinica odgovarajućeg magnetskog polja jeste *polje koje proizvodi u vakuumu indukciju od* $4\pi\,10^{-7}$ *tesla*; ono se naziva *amper na metar* (simbol A/*m*).

U elektromagnetskom sistemu C.G.S. jedinica magnetskog polja je ersted; to je *polje koje proizvodi u vakuumu indukciju od* 1 *gausa.* Ono iznosi

$$\frac{1000}{4\pi} \simeq 80\ \text{A/}m.$$

Koristeći vektor magnetskog polja, obrazac magnetisanja indukcijom može se pisati

$$\overrightarrow{I} = \kappa\overrightarrow{H}.$$

Koeficijent κ (kapa), karakteristika sredine koja se magnetiše, naziva se *magnetska susceptibilnost.* Ona može biti pozitivna ili negativna, što znači da vektor $\overrightarrow{I}$ može imati isti ili suprotan smer od vektora $\overrightarrow{H}$ (ili $\overrightarrow{B}$).

Tela, dosta retka, kod kojih je κ pozitivno, nazivaju se *paramagnetska.* Takav je kiseonik ($\kappa = 0{,}16.10^{-8}$ na 0° C), vazduh i soli gvožđa. Većina supstancija ima, naprotiv, negativnu susceptibilnost: ona se nazivaju *dijamagnetska.* Bizmut, kod kojeg je ovo svojstvo najizrazitije, ima susceptibilnost — 12.10^{-6}. Ove susceptibilnosti imaju veoma male vrednosti, a posebno vazduh, koji se veoma malo magnetiše, ima praktično ista svojstva kao vakuum.

Međutim, kod nekih tela, recimo gvožđa, koja ne spadaju u ove kategorije, susceptibilnost je mnogo veća i zavisi od intenziteta magnetizacionog polja. Štaviše, vektor $\overrightarrow{I}$ nema uvek isti pravac kao i vektor $\overrightarrow{B}$. Ova tela sačinjavaju grupu *feromagnetskih* supstancija.

FEROMAGNETIZAM. DEMAGNETIZACIONO POLJE. U ne tako brojne feromagnetske supstancije spadaju: gvožđe, nikl, kobalt, neke legure ovih metala, čelik i oksid Fe_3O_4. Izučavanje magnetisanja gvožđa, na primer, koje se sastoji u tome da se ustanovi zakon promene intenziteta namagnetisanja I kao funkcija intenziteta *spoljašnjeg polja* ili *magnetizacionog polja*, koje karakteriše njegova magnetska indukcija $\overrightarrow{B}$ ili njegovo magnetsko polje H, uopšte uzev je veoma složeno. Element zapremine gvožđa potčinjen je u isto vreme indukciji spoljašnjeg polja i indukciji koja potiče od namagnetisanja i koja je, u slučaju gvožđa, veoma značajna. Uzećemo poseban sledeći slučaj: *spoljašnje magnetsko polje je homogeno, šipka koja se magnetiše je cilindrična a njena dužina je veoma velika u odnosu na njene bočne dimenzije, najzad osa šipke je paralelna linijama sile spoljašnjeg polja.* U ovom slučaju namagnetisanje je homogeno i paralelno osi:

$$\overrightarrow{I} = \kappa\overrightarrow{H}.$$

Posmatrajmo takvu šipku poprečnog preseka S; ona se pretvara u magnet, čiji preseci na krajevima nose magnetske mase IS (vidi str. 590). Ove mase stvaraju u centru šipke polje suprotnog smera od magnetizacionog polja koje se naziva *demagnetizaciono polje*, čija je indukcija b a čije magnetsko polje $h = \frac{b}{\mu_0}$ ima vrednost

$$h = \frac{1}{4\pi}\frac{2IS}{l^2}$$

ako šipka ima dužinu $2l$ (*sl.* 22).

Odnos magnetskog polja demagnetizacionog i magnetskog polja magnetizacionog polja je

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{4\pi}\frac{I}{H}\frac{2S}{l^2}.$$

Odnos $\frac{I}{H}$ jeste *magnetska susceptibilnost*; kod paramagnetskih i dijamagnetskih tela ona je reda 10^{-6} i demagnetizaciono polje je zanemarljivo; kod fe-

romagnetskih tela ona može dostići 10^3 i polje h nije zanemarljivo sem ako je $\frac{S}{l^2}$ veoma malo. To je uslov koji smo napred videli.

Ako je šipka kratka, demagnetizaciono polje je jako, namagnetisanje slabo. Posmatrajmo šipku postavljenu koso u odnosu na magnetizaciono polje $\vec{H}$ (*sl.* 23). Mi možemo razložiti vektor $\vec{H}$ na dve komponente $\vec{H}_1$ i $\vec{H}_2$, od kojih je jedna paralelna a druga normalna na osu šipke. Polje $\vec{H}_2$ proizvodi veoma slabo namagnetisanje u poređenju sa namagnetisanjem koje proizvodi $\vec{H}_1$. Možemo reći da se komad gvožđa postavljen u magnetsko polje magnetiše duž svoje veće dimenzije. $\vec{I}$ nije paralelno sa $\vec{H}$ i na komad gvožđa deluje spreg koji teži da njegovu veću dimenziju postavi paralelno sa poljem $\vec{H}$. To nam objašnjava kako se obrazuju magnetski spektri. Čestice opiljaka magnetišu se u smeru njihove dužine, postavljaju se paralelno polju i, usled sila privlačenja, postavljaju se u nizove.

KRIVA PRVOG NAMAGNETISANJA. KIRIJEVA TAČKA. Posmatrajmo dugu čeličnu šipku paralelnu magnetizacionom polju; njena magnetska svojstva zavise od njene prošlosti, to jest od svih njenih prethodnih stanja: kalenja, kovanja, magnetisanja itd., ali se ustanovljuje da na temperaturi od 770°C, nazvanoj *Kirijeva tačka*, čelik gubi svoja magnetska svojstva; ekser doveden do crvenog usijanja magnet više ne privlači. Ovo nam dozvoljava da dobijemo šipku oslobođenu od svakog namagnetisanja i da izučavamo efekte prvog namagnetisanja.

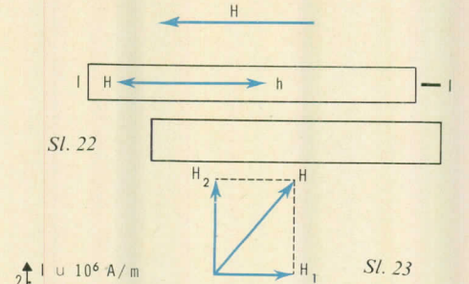
Možemo, na primer, staviti takvu šipku u solenoid kroz koji protiče struja i; magnetizaciono polje je tada ni (vidi str. 593) i mi ćemo meriti jačinu polja koje stvara namagnetisana šipka pomoću magnetometra.

Nađena kriva zavisi od prirode upotrebljenog čelika; na slici 24 kriva (1) odnosi se na liveni čelik, a kriva (2) na kaljeni čelik. Tu vidimo da je namagnetisanje I najpre proporcionalno magnetizacionom polju H, zatim da raste brže i najzad teži granici koja se naziva *zasićeno namagnetisanje gvožđa*. Susceptibilnost, odnos I i H, je za neku određenu vrednost H predstavljena nagibom prave koja spaja početak sa odgovarajućom tačkom krive. Vidimo da ona na početku ima skoro konstantnu vrednost, da zatim raste do maksimuma, potom opada i teži nuli kada se polje beskonačno povećava. Za liveno gvožđe ona može dostići vrednost 1 200.

CIKLUS HISTEREZISA. Ako, nakon toga što smo šipku podvrgnuli delovanju rastućih polja, postepeno smanjujemo magnetizaciono polje, konstatujemo da za istu vrednost ovog polja namagnetisanje nema istu vrednost; ona je veća, i kada magnetizaciono polje postane ravno nuli, namagnetisanje zadrži vrednost različitu od nule: kažemo da postoji *remanentno namagnetisanje*. Ovu pojavu predstavlja deo AB krive na slici 25; OA je kriva prvog namagnetisanja, a OB je vrednost remanentnog namagnetisanja. Ako obrnemo smer magnetizacionog polja i ako ga postepeno povećavamo, opisujemo krivu BC a namagnetisanje iščezava; polje OC naziva se *koercitivno polje*. Ako pustimo da polje još raste, šipka se magnetiše u obrnutom smeru (kriva CD), i za onu vrednost magnetizacionog polja koja je jednaka vrednosti koju je dala tačka A, dobijamo tačku D simetričnu tački A u odnosu na O, dakle, namagnetisanje O*d* jednako a suprotnog smera namagnetisanju O*a*. Ako radimo polazeći od D kao što smo radili polazeći od A, dobijamo krivu DEFA simetričnu prvoj u odnosu na O. Mogli bismo ponovo početi i dobiti isti ciklus. Ovaj ciklus naziva se *ciklus histerezisa*; njegov oblik je promenljiv u zavisnosti od prirode šipke.

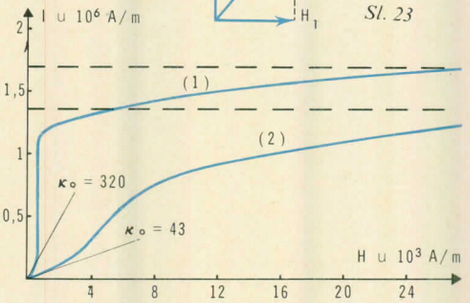
Kaljeni čelici imaju širok ciklus histerezisa, sa jakim koercitivnim poljem. Liveni čelici imaju uzan ciklus sa remanentnim namagnetisanjem jačim od remanentnog namagnetisanja kaljenih čelika, ali sa koercitivnim poljem mnogo slabijim (*sl.* 26).

Da bi se dobili permanentni magneti koristi se kaljeni čelik zbog velike vrednosti njegovog koercitivnog polja; potrebno je da ono ima vrednost veću od vrednosti demagnetizacionog polja da bi telo ostalo namagnetisano. Od livenog gvožđa možemo praviti elektromagnete koji se demagnetišu čim se odstrani magnetizaciono polje prekidanjem struje, jer demagnetizaciono polje ima tada vrednost veću od koercitivnog polja.

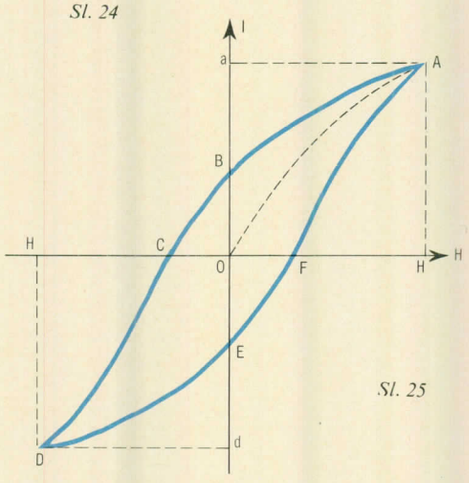


Sl. 22

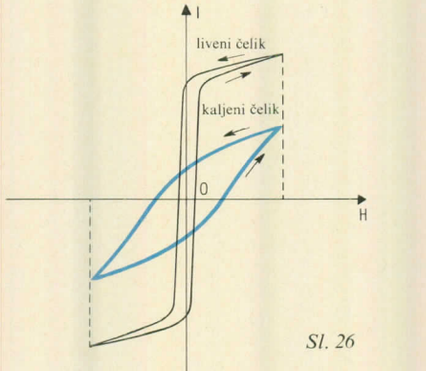
Sl. 23



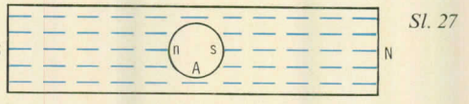
Sl. 24



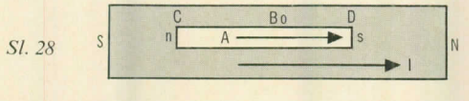
Sl. 25



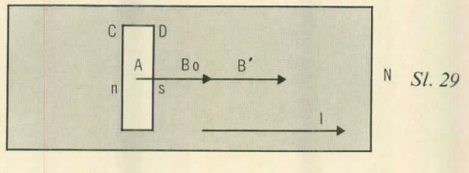
Sl. 26



Sl. 27



Sl. 28



Sl. 29

Zagrevanje usled histerezisa. Pokazuje se sledeće:

Kada neka feromagnetska supstancija opisuje ciklus histerezisa ona se zagreva i tako nastala toplotna energija proporcionalna je zapremini supstancije i površini njenog ciklusa histerezisa.

Kada magnetizaciono polje proizvodi struja, deo električne energije ove struje transformiše se u toplotnu energiju usled histerezisa.

Kod motora, na primer, gvozdena jezgra potčinjena su promenljivim poljima i zagrevanje usled histerezisa prouzrokuje gubitak energije. Da bi ovaj gubitak bio što manji, treba izabrati materijal čiji ciklus histerezisa ima što je moguće manju površinu.

MAGNETSKA PERMEABILNOST. U svemu onome što smo dosada videli, posmatrali smo samo dejstvo magneta izvan namagnetisane materije. Da bismo izučili dejstvo u unutrašnjoj tački A, moramo zamisliti šupljinu izdubljenu oko tačke A.

Posmatrajmo cilindričnu homogeno namagnetisanu šipku i šupljinu izdubljenu oko tačke A. Ogled lomljenja magneta (vidi str. 589) pokazao nam je da je ovaj magnet nastaoređanjem velikog broja nizova malih magneta nastavljenih jedan na drugi. Predstavimo ove molekulske magnete (*sl.* 27) pa ćemo videti da na površinu šupljine treba postaviti magnetske mase koje će dejstvovati u A. Usled toga indukcija $\vec{B}$ u tački A jednaka je geometrijskom zbiru dva vektora indukcije, jednog $\vec{B}_0$ koji potiče od magnetskih masa raspoređenih na završnim površinama N i S, drugog $\vec{B}'$ koji potiče od masa koje su se pojavile na površini šupljine:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'.$$

Ova indukcija zavisi od oblika šupljine; tako:

1. Izdubimo šupljinu oblika dugačkog i uskog cilindra, čija je osa paralelna namagnetisanju (*sl.* 28); magnetske mase se pojavljuju samo na krajevima C i D šupljine, njihovo dejstvo je veoma slabo u A, jer su površine male i udaljene, pa je usled toga praktično

$$\vec{B} = \vec{B}_0;$$

2. Izdubimo sada oko tačke A šupljinu oblika spljoštenog cilindra, čije su osnovice normalne na namagnetisanje (*sl.* 29); indukciju B′ stvaraju magnetske mase raspoređene sa gustinom $\sigma = I$ na ravnim površinama veoma bliskim A. Svaki deo stvara indukciju koja je po računu jednaka

$$\mu_0 \frac{\sigma}{2} = \mu_0 \frac{I}{2}.$$

Budući da su ove mase suprotnog znaka, ove dve indukcije imaju isti smer i sabiraju se; dakle

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{I}.$$

Indukciji $\vec{B}_0$ odgovara polje $\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$, pa možemo pisati

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{I}).$$

Istu vrednost nalazimo samo u prethodnom slučaju, pa je, dakle, potrebno da se pozovemo na jedno drugo svojstvo da bismo definisali indukciju u unutrašnjosti magneta. Videli smo da je fluks indukcije konzervativan u unutrašnjosti namagnetisane materije, to jest da je fluks koji izlazi iz zatvorene površine jednak nuli, a pokazuje se da to važi u unutrašnjosti namagnetisane materije i za vektor

$$\overrightarrow{B} = \mu_0(\overrightarrow{H} + \overrightarrow{I});$$

njega ćemo, dakle, uzeti, *po definiciji*, kao vektor indukcije u nekoj tački unutar namagnetisane materije. Izvan nje, budući da je $\overrightarrow{I} = 0$, ista definicija daje $\overrightarrow{B} = \mu_0\overrightarrow{H}$; vektor indukcije ponovo nalazimo onakvim kakav je bio definisan ranije.

U unutrašnjosti nekog tela, postavljenog u magnetsko polje, namagnetisanje je

$$\overrightarrow{I} = \kappa\overrightarrow{H};$$

vektor indukcije može se, dakle, pisati

$$\overrightarrow{B} = \mu_0(1 + \kappa)\overrightarrow{H};$$

indukcija je umnožena koeficijentom $1 + \kappa$ koji se naziva *relativna magnetska permeabilnost* tela i koja se označava sa μ_r.

Može se takođe posmatrati koeficijent $\mu_0(1 + \kappa) = \mu$, koji se naziva *apsolutna magnetska permeabilnost* tela.

$$\overrightarrow{B} = \mu\overrightarrow{H} = \mu_0\,\mu_r\overrightarrow{H}.$$

Kod paramagnetskih i dijamagnetskih tela relativna magnetska permeabilnost je konstantna i vrlo bliska jedinici, pa se tako, na primer, gotovo ništa ne menja ako se postavimo u vazduh umesto u vakuum. Kod feromagnetskih tela ova permeabilnost, koja zavisi od H, može biti veoma velika. Kod slabih polja permeabilnost raste sa poljem, prolazi kroz maksimum reda 10000, zatim opada težeći prema jedinici.

LEGURE SA VELIKIM PERMEABILNOSTIMA. Veoma visoki maksimumi permeabilnosti dobijaju se kod veoma čistog gvožđa. Tako, gvožđe koje sadrži 0,0045 procenata ugljenika, ima permeabilnost 19000. Kod još čistijih gvožđa, polako žarenih, postignuta je čak permeabilnost od 1000000.

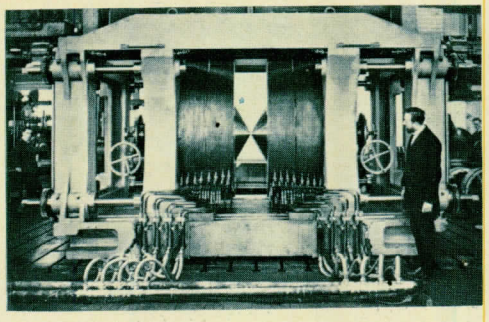
Međutim, slični rezultati se lakše dobijaju sa legurama gvožđa i nikla. Takav je mi-metal koji sadrži 76 % nikla, 17 % gvožđa, 5 %bakra, 2 % hroma, a čija permeabilnost dostiže 100000. Permaloj sa 78,5 % nikla ima veoma uzan ciklus histerezisa sa koercitivnim poljem od 3 A/m. Čelici koji sadrže silicijum sa što je moguće manje mangana, imaju takođe veoma uzan ciklus histerezisa mada širi od ciklusa permaloja; oni se koriste pri izradi transformatora i motora.

LEGURE SA JAKIM HISTEREZISOM. Zahvaljujući telima sa značajnim histerezisom mogu se realizovati *permanentni magneti* koji se koriste kod busola, galvanometara sa pokretnim okvirom, magnetskih upaljača. Za njihovu proizvodnju koriste se magnetski »tvrdi« materijali, to jest oni koji imaju dosta jako remanentno namagnetisanje, a naročito dosta jako koercitivno polje, kako bi njihovo namagnetisanje ostalo stabilno tokom vremena.

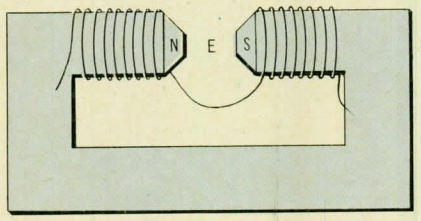
Neki čelici koji sadrže aluminijum, nikl, kobalt (alniko i drugi) su posebno podesni sa ovog gledišta. Danas se prave magneti od gvozdenog praha sabijenog u neki izolator, koji imaju koercitivno polje reda 80000 A/m.

TEORIJA MAGNETIZMA. Elektron koji kruži na svojoj orbiti u atomu (vidi str. 612). predstavlja električnu struju koja stvara magnetsko polje. Ako su orbite postavljene tako da se njihovi magnetski momenti poništavaju, atom nema magnetski moment. Ako se takav atom postavi u neko magnetsko polje, orbite se ne menjaju, ali se menja brzina elektrona, i prema *Lencovom* (Lenz) *zakonu*, promena magnetskih momenata ima suprotan smer od indukcije, i proporcionalna je toj indukciji. Sve ove promene, istog smera, sabiraju se i atom dobija rezultantni magnetski moment suprotan polju i proporcionalan tom polju. To je pojava dijamagnetizma koja odgovara negativnoj susceptibilnosti; takvi su bizmut, voda.

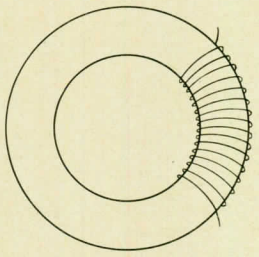
Pretpostavimo sada da atom u odsustvu magnetskog polja ima permanentni magnetski moment.



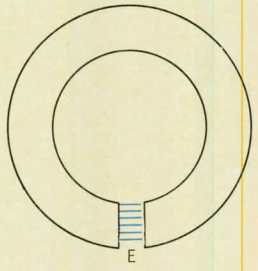
Veliki elektromagnet u Belviju (Hauts-de-Seine): 120 tona, potrošna snaga 100 kilovata.



Sl. 30



Sl. 31



Sl. 32

U odsustvu polja, magnetski momenti različitih atoma imaju sve moguće orijentacije, pa je za komad materije koji sadrži veoma veliki broj atoma rezultantni moment jednak nuli. Kada se ova supstancija postavi u magnetsko polje, momenti različitih atoma teže da se postave u pravac i smer polja, pa imamo rezultantni magnetski moment različit od nule u smeru polja; to je paramagnetizam. Toplotno kretanje ometa ovu orijentaciju i magnetski moment zavisi od intenziteta polja; on mu je, u stvari, proporcionalan.

Da bi se objasnio feromagnetizam treba posmatrati rotaciju elektrona oko njihovih osa, to jest *spin*. Ovoj rotaciji odgovara takođe magnetski moment, ali kod atoma napred pomenutih supstancija ovi magnetski momenti se međusobno poništavaju, dok kod atoma feromagnetskih supstancija izvestan broj atoma ima momente spina paralelne i istog smera. Štaviše, u malim zapreminama nazvanim *Vajsovi* (Weiss) *domeni*, koji sadrže od deset hiljada do milion atoma, magnetski momenti ovih atoma su paralelni i istog smera. Kada dejstvuje magnetsko polje svi ovi momenti ostaju međusobno paralelni i orijentišu se u smeru polja; otud magnetski momenat koji može biti i do milion puta veći nego u slučaju paramagnetizma. Kada su svi domeni orijentisani, magnetski moment se više ne povećava i nastupa zasićenost.

ELEKTROMAGNETI. Elektromagnet se sastoji od gvozdenog jezgra na koje je namotana provodna žica; kada protiče struja, gvožđe se magnetiše i polje koje ono stvara sabira se sa poljem koje stvara struja; kada se struja prekine, gvožđe se demagnetiše usled demagnetizacionog polja. Tako se dobijaju privremeni magneti, čije je dejstvo mnogo jače od dejstva prostog solenoida. Dinamo-mašine, motori, električna zvonca sadrže elektromagnete različitih oblika; oni se takođe upotrebljavaju za dizanje teških predmeta od gvožđa ili čelika; najzad, elektromagneti služe za stvaranje jakih magnetskih polja. Za ovu poslednju upotrebu daje im se savijeni oblik shematski prikazan na slici 30. N i S su polovi elektromagneta, prostor E u kome se proizvodi jako polje naziva se *međupolni zazor*; da bi se povećao intenzitet polja, polovi se prave široki, a međupolni zazor uzan. Pomoću elektromagneta u Belviju, koji teži 120 tona, može se dobiti u zapremini od 20 cm^3, debljine 2 cm, indukcija od 5 tesla. Intenzitet struje je 400 ampera a snaga koja se troši 100 kilovata. Obavijajući međupolni zazor dodatnim namotajima kroz koje protiče struja od 3000 ampera, može se dobiti 7 tesla.

Da bi se dobila još jača polja, koriste se strujna kola bez gvozdenog jezgra, kroz koja protiču veoma jake ali kratkotrajne struje. Na taj način je Kapica dobio u jednom stotom delu sekunde indukciju od 30 tesla u kalemu unutrašnjeg poluprečnika 1 cm. Intenzitet struje bio je 72000 ampera, a utrošena snaga tokom ovog kratkog vremena 160 miliona kilovata.

MAGNETSKA KOLA. Posmatrajmo prsten od livenog gvožđa na koji je namotano električno kolo (torus) [*sl.* 31]; kada struja protiče, gvožđe se magnetiše, ali ni u jednoj tački se ne pojavljuju slobodne magnetske mase; ne postoji, dakle, demagnetizaciono polje. Polje H koje stvara struju je isto kao i polje solenoida iste dužine l i istog ukupnog broja navoja N:

$$H = \frac{NI}{l}.$$

Označavajući sa μ apsolutnu permeabilnost prstena, indukcija je

$$B = \mu\frac{NI}{l};$$

fluks kroz poprečni presek S prstena je

$$\Phi = BS = \mu NI\,\frac{S}{l}.$$

Postavimo $R = \frac{1}{\mu}\frac{l}{S}$; prethodni obrazac se tada piše

$$\Phi = \frac{NI}{R}.$$

Ovaj obrazac je sličan obrascu koji izražava Omov zakon,

$$I = \frac{E}{R};$$

zbog toga se veličina NI naziva *magnetomotorna sila*, a veličina R *magnetski otpor* ili *reluktancija*, čiji je izraz sličan izrazu za električni otpor linijskog provodnika.

Napravimo u prstenu prorez E (*sl.* 32); u prostoru E pojavljuju se slobodne magnetske mase pa, prema tome, polje. Ako je ovaj prostor veoma uzan, linije sile su paralelne i indukcija iznosi $B = \frac{\Phi}{S}$. Fluks Φ nije isti kao ranije, jer, uzimajući da je magnetomotorna sila nepromenjena, treba reluktanciji R prstena dodati reluktanciju R′ međupolnog zazora E;

Fot. Recherches scientifiques et industrielles.

$$R' = \frac{1}{\mu_0}\frac{l'}{S}$$

ako je l' dužina proreza. R' je veće od R, jer je μ mnogo veće od μ_0. Dobijamo konačno

$$B = \frac{1}{S}\frac{NI}{R + R'}.$$

Ovaj obrazac, izveden za jedan poseban slučaj, važi, bar u prvoj aproksimaciji, za bilo koji elektromagnet. On pokazuje da je za dobijanje jakih polja potrebno da proizvod NI, ili *broj magnetizacionih amper-navoja*, bude velik a ukupna reluktancija $R + R'$ mala. Za ovo je potrebno široko i kratko magnetsko kolo, a međupolni zazor što je moguće uži.

INDUKCIJA

DEFINICIJA. LENCOV ZAKON. Indukovane struje otkrio je Faradej (Faraday); one se mogu definisati kao *struje koje u zatvorenom strujnom kolu proizvodi promena fluksa magnetske indukcije kroz ovo kolo*; izučavajući ove struje utvrđeno je da *struja protiče samo za vreme promene fluksa.* Najzad, smer struje dat je Lencovim (Lenz) zakonom; *smer indukovane struje je takav da se ona svojim dejstvima opire uzroku koji ju je izazvao.*

EKSPERIMENTALNO IZUČAVANJE. Približimo severni pol nekog magneta kalemu B povezanom sa instrumentom koji je u stanju da registruje slabe struje (galvanometar). Fluks indukcije koji prolazi kroz kalem se povećava; protiče struja koja ima smer označen na slici 33. Kalem kroz koji protiče ova struja ekvivalentan je magnetu, čiji je severni pol usmeren ka severnom polu magneta; kalem odbija magnet, bolje rečeno opire se njegovom približavanju, što u potpunosti odgovara Lencovom zakonu. Kada se magnet umiri, struja prestaje. Ako se magnet udaljuje, kroz kalem protiče struja suprotnog smera, što uslovljava da se sada pojavi južni pol koji se opire udaljavanju severnog pola magneta. Dobili bismo potpuno iste rezultate ako bismo približavali a zatim udaljavali kalem magnetu; ovde se, dakle, radi o relativnom kretanju magneta i kalema. Obrćući magnet, to jest postavljajući južni pol prema kalemu, konstatujemo, kao što predviđa Lencov zakon, da pomeranja južnog pola proizvode struje suprotnog smera od onih koje smo dobili u istim uslovima sa severnim polom. U ovom slučaju Lencov zakon glasio bi: *relativno pomeranje magneta i zatvorenog strujnog kola stvara u tome kolu indukovanu struju tako da se sile, koje iz toga proizlaze, opiru tome pomeranju.*

U prethodnom ogledu možemo zameniti magnet NS solenoidom, ili čak strujnim kolom bilo kog oblika kroz koji protiče struja, a da se priroda pojava ne promeni. Možemo takođe ispuniti kalem B livenim gvožđem: fluks njegovog vektora indukcije kroz kalem umnožen je, dakle, veoma velikom relativnom permeabilnošću livenog gvožđa, dok vektor magnetskog polja ostaje nepromenjen; indukovana struja, pod uslovom da sve ostalo ostane isto, je jača, što pokazuje da bitnu ulogu igra promena fluksa vektora indukcije a ne promena fluksa vektora magnetskog polja.

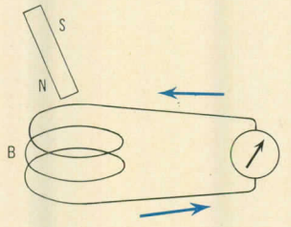
Možemo takođe proizvesti promene fluksa bez pomeranja. Postavimo, na primer, iznad kalema B solenoid S (*sl.* 34), kroz koji protiče struja, čiji intenzitet možemo menjati pomoću reostata R. Kada menjamo ovaj intenzitet, i time menjamo nastalo magnetsko polje i fluks indukcije kroz kalem B, kroz njega protiče indukovana struja. Smer ove struje takođe daje Lencov zakon; ako struja slabi, indukcija koju stvara S se smanjuje, a takođe i fluks kroz B; indukovana struja je takvog smera da stvara u B indukciju istog smera kao što je ima indukcija koju stvara S; ona se opire smanjenju fluksa. Ako se struja pojačava, indukovana struja stvara indukciju suprotnog smera, koja se opire tom pojačavanju.

FUKOOVE STRUJE. Isto kao i u žičnom strujnom kolu indukovane struje takođe nastaju u provodničkoj masi. Ove struje se tada nazivaju Fukoove (Foucault) struje. Njihovo postojanje možemo utvrditi obrtanjem bakarnog diska u međupolnom zazoru nekog elektromagneta. Indukovane struje koje kruže u masi diska opiru se ovom pomeranju, disk se koči i u isto vreme konstatujemo da se on zagreva usled Džulovog efekta. Kako samo relativno kretanje igra ulogu, ako okrećemo elektromagnet dok je disk nepokretan, ovaj poslednji se počinje okretati; to je princip izvesnih motora na naizmeničnu struju.

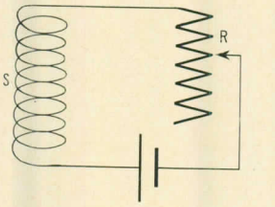
ELEKTROMOTORNA SILA INDUKCIJE. OSNOVNI ZAKON. Možemo definisati elektromotornu silu indukcije; to je elektromotorna sila fiktivnog generatora, unutrašnjeg otpora jednakog nuli, koji, vezan serijski u strujnom kolu, izaziva u njemu indukovanu struju. Ogled pokazuje da je *elektromotorna sila indukcije proporcionalna izvodu po vremenu magnetskog fluksa magnetske indukcije koji prolazi kroz kolo.* To se izražava obrascem

$$e = k\frac{d\Phi}{dt}.$$

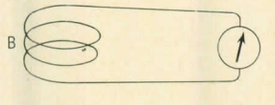
Koeficijent k zavisi od izabranih jedinica i mi mu možemo dati algebarsku vrednost koja izražava Lencov zakon. Izaberimo proizvoljno pozitivan smer na strujnom kolu koji određuje južnu i severnu stranu i orijentišimo normalu u odgovarajućem pozitivnom pravcu (od južne strane ka severnoj strani). Tada fluksu koji prolazi kroz kolo možemo dati algebarske vrednosti, pozitivne ako polje ulazi kroz južnu stranu, a negativne u suprotnom slučaju. Možemo takođe dati algebarsku vrednost elektromotornim silama, pozitivnu kada one uzrokuju da struja cirkuliše u pozitivnom smeru, a negativnu u suprotnom slučaju. Uzmimo (*sl.* 35) da se pozitivni fluks povećava; indukovana struja stvara polje čiji fluks mora biti negativan, elektromotorna sila je negativna. Ako bismo izučili sve moguće slučajeve, videli bismo da su promena fluksa i elektromotorna sila indukcije uvek suprotnog znaka. Dakle, uz usvojenu konvenciju znaka, koeficijent k je negativan.

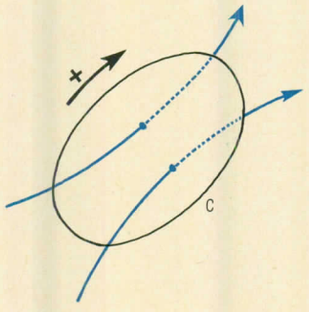


Sl. 33



Sl. 34





Sl. 35

U internacionalnom sistemu ovom koeficijentu daje se vrednost — 1, i osnovni obrazac indukcije piše se

$$e = -\frac{d\Phi}{dt},$$

gde se e izražava u voltima, $d\Phi$ u veberima, a dt u sekundama.

Ova relacija definiše veber ili internacionalnu jedinicu magnetskog fluksa indukcije: to je *fluks koji prolazi kroz strujno kolo, čije iščezavanje u* 1 *sekundi proizvodi indukovanu elektromotornu silu od* 1 *volta.*

To je osnovna magnetska jedinica internacionalnog sistema, jer ona dozvoljava da se definišu ostale magnetske jedinice. Na primer, *tesla je indukcija homogenog magnetskog polja koje, prolazeći normalno kroz ravnu površinu od* 1 *kvadratnog metra, proizvodi u njoj fluks od* 1 *vebera.*

Kada se koriste jedinice volt, maksvel i sekund, koeficijent k ima vrednost -10^{-8}, jer 1 veber iznosi 10^8 maksvela.

KOLIČINA INDUKOVANOG ELEKTRICITETA. Iz prethodnog zakona proizlazi da je intenzitet indukovane struje u kolu otpora r

$$i = \frac{e}{r} = -\frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dt}.$$

Količina indukovanog elektriciteta tokom vremena dt je

$$dq = i\,dt = -\frac{1}{r}d\Phi;$$

dakle, ako između dva momenta t_1 i t_2 fluks pređe sa vrednosti Φ_1 na vrednost Φ_2, indukovana struja prenese ukupnu količinu elektriciteta

$$q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{r}.$$

Fluksovi Φ_1 i Φ_2 su ukupni fluksovi koji su prošli kroz strujno kolo, to znači da oni obuhvataju i induktorski fluks i fluks koji stvara indukovana struja. Ovog poslednjeg se možemo osloboditi, uzimajući momente t_1 i t_2 u kojima je indukovana struja jednaka nuli, na primer t_1 da prethodi promeni induktorskog fluksa, a t_2 da dolazi posle njega.

Prethodni obrazac dozvoljava da se odredi promena fluksa merenjem količine elektriciteta i obrnuto.

SAMOINDUKCIJA. Kroz strujno kolo u kome teče struja prolazi fluks polja koje ona sama stvara. U svim tačkama vektor indukcije je proporcionalan intenzitetu struje; isto važi za fluks pa možemo pisati

$$\Phi = Li,$$

gde je L koeficijent koji zavisi od oblika strujnog kola. Kada se menja intenzitet, menja se i fluks; u strujnom kolu stvara se indukovana struja, suprotnog ili istog smera kao prvobitna struja, u zavisnosti od toga da li se intenzitet povećava ili smanjuje. Ova pojava naziva se *samoindukcija* ili *autoindukcija.* Koeficijent L naziva se koeficijent samoindukcije, ili *induktivnost.* Njena jedinica je *henri*; to je *koeficijent samoindukcije strujnog kola kroz koje prolazi fluks od* 1 *vebera kada u njemu protiče struja od* 1 *ampera.*

Elektromotorna sila samoindukcije je

$$e = -\frac{d(Li)}{dt}$$

ili, ako strujno kolo ne može menjati svoj oblik,

$$e = -L\frac{di}{dt}.$$

Ova pojava ima značaja samo za promenljive struje, na primer, naizmenične struje, ali ona se očituje takođe i za vreme uspostavljanja ili prekidanja jednosmerne struje.

Kada zatvorimo strujno kolo nastaje indukovana struja koja teži da spreči uspostavljanje struje, tako da intenzitet postiže konačnu vrednost tek nakon dužeg ili kraćeg vremena.

Kada prekinemo strujno kolo, intenzitet prelazi naglo sa vrednosti i na vrednost nula, $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ je veliko, isto kao i indukovana *ems* ako je koeficijent samoindukcije kola velik. Ova indukovana elektromotorna sila može biti dovoljna da proizvede varnicu na prekidaču; to je varnica *struje prekida*. U izvesnim slučajevima, na primer u kolima velikih elektromagneta, ova varnica može biti opasna; zbog toga se struja prekida postepeno.

PRIMENA POJAVA INDUKCIJE. Uskoro ćemo izučavati generatore jednosmerne struje kod kojih, pored alternatora i transformatora, indukcija nalazi najvažnije primene. Može se takođe reći da se gotovo celokupna električna energija u svetu proizvodi na bazi pojave indukcije, koja jedina dozvoljava da se dobiju znatne struje uz visoke razlike potencijala.

Treba napomenuti da generatori struje bazirani na indukciji predstavljaju uređaje koji, kako to pokazuje Lencov zakon, transformišu mehaničku energiju u električnu energiju.

INSTRUMENTI ZA ELEKTROMAGNETSKA MERENJA

OPŠTA RAZMATRANJA. Kao i u elektrostatici, možemo razlikovati instrumente za apsolutna merenja, ili *elektrodinamometre*, i instrumente koji dozvoljavaju relativna merenja, kao što su galvanometri, ampermetri i voltmetri. Galvanometri su aparati velike osetljivosti koji dozvoljavaju da se registruju veoma slabe struje, pa se najčešće koriste za utvrđivanje da je neka struja jednaka nuli; to su instrumenti nultog metoda. Naprotiv, ampermetri i voltmetri imaju kazaljku koja se pomera ispred graduisanog kazala i koja znatno skreće.

ELEKTRODINAMOMETRI. Elektrodinamometar je aparat tipa vage koji dozvoljava da se vrše merenja intenziteta pomoću tegova. Mi ćemo opisati *Pelaov* (Pellat) *elektrodinamometar*.

Aparat obuhvata (*sl.* 36):

1. Nepokretni dugački kalem B sa pravilnim namotajem, čija je osa horizontalna;

2. Manji kalem B′ sa vertikalnom osom, postavljen unutar B, i pričvršćen za kraj poluge vage, na čijem se drugom kraju nalazi tas P.

Kada je poluga u ravnoteži u odsustvu struje, propustimo istu struju i kroz oba kalema. Unutar B postoji polje, čija se indukcija penje na $\mathrm{B} = \mu_0 ni$, ako je kalem dug i ako sadrži n navoja na jedinicu dužine.

Ovo polje dejstvuje na kalem B′ koji sadrži N′ navoja površine S, pa dakle na polugu, spregom čiji ji je moment

$$\mathrm{C} = \mathrm{N'S}i\mathrm{B} = \mu_0 n\mathrm{N'S}i^2.$$

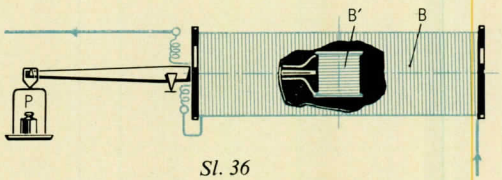
Ovaj spreg se uravnotežuje stavljanjem tegova na tas P. Uzmimo da je m masa tegova, g intenzitet teže a l dužina kraka poluge;

$$\mathrm{C} = mgl;$$

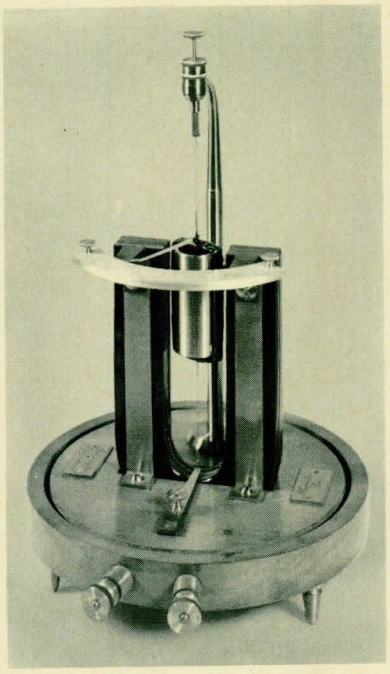
odakle se izvodi

$$i = \frac{mgl}{\sqrt{\mu_0 n\mathrm{N'S}}} = k\sqrt{m}$$

gde je k karakteristična konstanta aparata.



Sl. 36

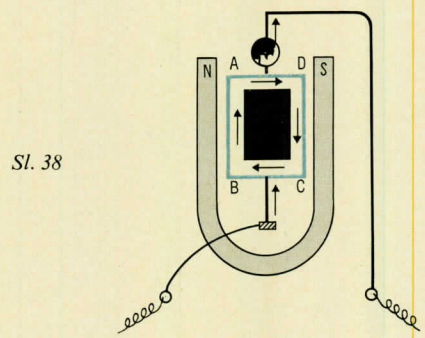


Sl. 37

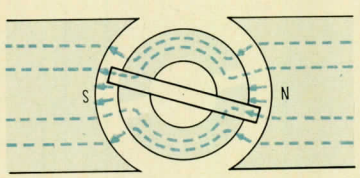
GALVANOMETAR SA POKRETNIM RAMOM. Tip ovih aparata je *galvanometar Deprea i d'Arsonvala* (*sl.* 37 i 38).

On obuhvata pravougaoni ram od provodne žice ABCD, obešen o dve provodne torzione žice i postavljen u radijalno magnetsko polje, to jest u polje čiji vektor indukcije prolazi kroz osu rotacije rama. Ovo polje stvara potkovičasti magnet sa polovima u vidu cilindra i cilindrom od livenog gvožđa čije se ose poklapaju sa osom rotacije rama (*sl.* 39). Na stranice AB i CD dejstvuje normalna indukcija koja se uvek nalazi u ravni rama. Kada kroz ram protekne struja i, na strane AD i BC deluju dve jednake sile, suprotnog smera, koje se poništavaju, ali na stranice AB i CD deluju dve jednake sile koje obrazuju spreg. Svaka od ovih sila jednaka je $f = \mathrm{N}ia$, gde je N broj navoja, a a dužina AB. Ove dve sile su normalne na ravan rama (*sl.* 40) i moment sprega je

$$\mathrm{C} = \mathrm{NSB}i,$$



Sl. 38



Sl. 39

ako je S površina rama. Ovaj spreg uzrokuje zakretanje rama što za sobom povlači uvrtanje žica o koje je obešen ram. Zakretanje prestaje kada je moment elektromagnetskog sprega jednak momentu sprega torzije; on je proporcionalan uglu α:

$$k\alpha = \mathrm{NSB}i;$$

$$\alpha = \frac{\mathrm{NSB}i}{k}.$$

Zakretni ugao, koji se određuje Pogendorfovim metodom pomoću svetlosnog snopa reflektovanog na malom ogledalu, pričvršćenom na ram, proporcionalan je intenzitetu. Faktor proporcionalnosti naziva se *osetljivost* galvanometra:

$$\sigma = \frac{\alpha}{i} = \frac{\mathrm{NSB}}{k}.$$

Ona je utoliko veća ukoliko je konstanta torzije k žica manja. Međutim, ne može se ići ispod određene vrednosti jer bi žice bile suviše lomljive a oscilacije rama suviše spore da bi omogućile željena merenja. Iz istih razloga ne mogu se mnogo povećavati N i S, jer bi ram bio isuviše težak.

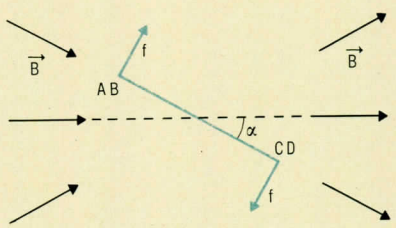
Osetljivost galvanometra može se takođe karakterisati pomoću najslabije struje koju on može registrovati. Dobar galvanometar sa pokretnim ramom daje uočljivo skretanje pri struji od 10^{-10} ampera.

GALVANOMETAR SA POKRETNIM MAGNETOM. Ovaj aparat, koji je izumeo lord Kelvin, danas je praktično napušten. Najprostiji, nazvan *tangentna busola*, predstavljen je na slici 41. On se sastoji od kalema C napravljenog od više navoja, kroz koji protiče struja koju treba meriti. U njegov centar postavljen je mali horizontalni magnet *ns*, pokretan oko vertikalne ose. Jedna kazaljka od aluminijuma pričvršćena je za magnet normalno na liniju polova; njeni krajevi se pomeraju ispred kružne skale. Kalem je postavljen u ravan magnetskog meridijana, a magnet *ns* u odsustvu struje orijentiše se duž Zemljinog magnetskog polja B, to jest u ravan kalema. Kada kroz C protekne struja, ona u njegovom centru stvara polje b normalno na B. Magnet *ns* orijentiše se u pravcu rezultante od b i B (*sl.* 42); on se obrće za ugao α dat odnosom

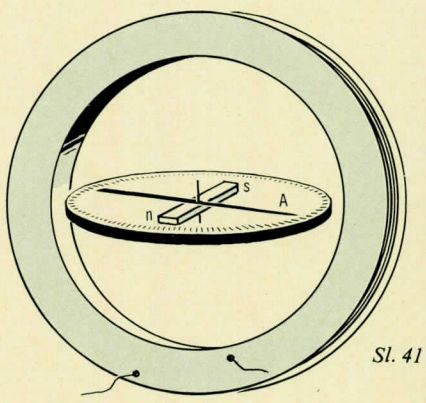
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{b}{\mathrm{B}}.$$

Ovaj ugao se očitava pomoću kazaljke A. Kako je b proporcionalno jačini struje i koja prolazi kroz kalem, $b = ki$ a

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{k}{\mathrm{B}}i.$$



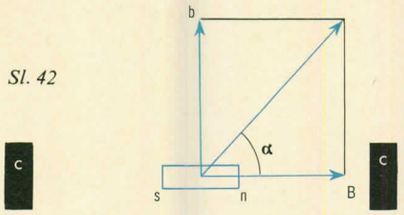
Sl. 40



Sl. 41

Fot. Larousse.

Sl. 42



Poznavanje α povlači poznavanje i, ako je aparat etaloniran ili ako se može izračunati k.

Ovi aparati su veoma osetljivi na spoljašnja polja; zbog toga su oni napušteni i zamenjeni aparatima sa pokretnim ramom.

AMPERMETRI SA POKRETNIM RAMOM. Princip ovih instrumenata je isti kao i princip galvanometara sa pokretnim ramom, samo što su ovi jači i manje osetljivi. Njihov ram je postavljen na stožere, pri čemu povratni spreg proizvode spiralne opruge (*sl.* 43) koje služe u isto vreme za dovođenje struje u ram. Skretanja se mere pomoću kazaljke pričvršćene za ram, koja se pomera ispred kazala koje se prethodnim etaloniranjem direktno graduiše u intenzitetima. Ova vrsta ampermetra je polarizovana, što znači da struja koju treba meriti mora proći u određenom smeru kroz njega, u protivnom ram skreće u suprotnom smeru. Ovi aparati se mogu, međutim, koristiti za merenje naizmeničnih struja, postavljajući u seriji sa njihovim ramom ispravljač koji dopušta da prolazi samo struja željenog smera; podeoci tada više nisu ekvidistantni.

Osetljivost takvog ampermetra može se menjati, ili se čak mogu proizvoditi instrumenti sa više osetljivosti, koristeći šantove — paralelne otpornike (vidi str. 584).

VOLTMETRI. Pretpostavimo da smo ampermetar, umesto da smo ga postavili serijski u strujno kolo, postavili paralelno između dve tačke A i B strujnog kola (*sl.* 44). Ako je otpor R ampermetra velik, struja i koja prolazi kroz njega je slaba u poređenju sa glavnom strujom I; ova poslednja je malo izmenjena i razlika potencijala $V_A - V_B$ je približno ista kao i bez ampermetra. Imamo

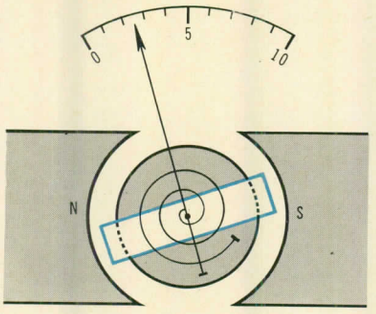
$$V_A - V_B = Ri,$$

što znači da je razlika potencijala između tačaka A i B proporcionalna podeocima ampermetra. Da bismo ga pretvorili u voltmetar, biće dovoljno da ga graduišemo u voltima.

Voltmetar je ampermetar velikog otpora, graduisan u voltima. Veliki otpor instrumenta dobija se vezivanjem u seriji sa njim odgovarajućeg otpora. Menjanjem vrednosti ovog otpora, menja se osetljivost voltmetra.

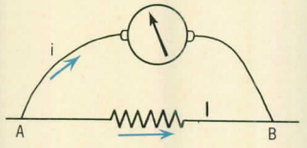
AMPERMETRI SA LIVENIM GVOŽĐEM. Najčešće korišćeni tip ampermetara sa livenim gvožđem obuhvata kalem B (*sl.* 45), kroz koji protiče struja koju treba meriti. U unutrašnjosti, paralelno osi, postavljene su dve pločice od livenog gvožđa; jedna, P_1 je nepomična, druga, P_2 je pokretna oko ose O kalema. Ona je povezana sa kazaljkom L, pričvršćenom za spiralnu oprugu R. U odsustvu struje dve pločice su veoma blizu jedna drugoj. Kada struja protiče kroz B, dve pločice se magnetišu na isti način i odbijaju se utoliko većom silom ukoliko je namagnetisanje jače, dakle, ukoliko je struja jača. Spiralna opruga R stvara povratni spreg i pločica P_2 zauzima ravnotežni položaj, koji je funkcija intenziteta. Pozadi kazaljke L može se postaviti kazalo graduisano u intenzitetima.

Ovi instrumenti su čvrsti, jevtini, ali male preciznosti; njihovi podeoci nisu ekvidistantni; oni su jako zbijeni na početku skale i aparat se ne može koristiti za slabe intenzitete. Bez obzira na smer struje, dve pločice se odbijaju i ovaj ampermetar nije polarizovan; on se čak može koristiti za merenje intenziteta naizmenične struje. Oni se mogu, kao i aparati sa pokretnim ramom, transformisati u voltmetre a mogu se napraviti i tako da imaju više osetljivosti.



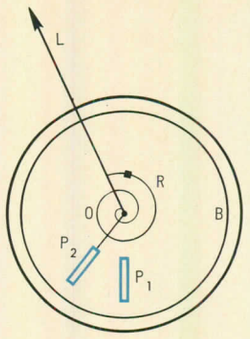
Sl. 43

Sl. 44



BALISTIČKI GALVANOMETAR. Pustimo kroz ram galvanometra struju veoma kratkog trajanja, na primer struju pražnjenja kondenzatora; ako je inercija rama velika, on nema vremena da se pomeri tokom proticanja struje, ali on dobija impuls, i kada struja prestane, on počinje oscilovati. Pokazuje se da je maksimalno skretanje rama proporcionalno količini elektriciteta koju prenese struja kroz ram. Pomoću galvanometra sa velikom inercijom mogu se, dakle, meriti količine elektriciteta koje prenesu kratkotrajne struje. Takav galvanometar naziva se *balistički galvanometar.*

Sl. 45



FLUKSMETAR. *Fluksmetar* je galvanometar sa pokretnim ramom kod kojeg je torzioni spreg jednak nuli. Ako u strujnom kolu, sa kojim je povezan fluksmetar, dolazi do promene fluksa $\Delta\Phi$, proizvodi se indukovana struja i dok traje ova struja ram fluksmetra se pomera; on se zatim zaustavlja usled dejstva struja indukovanih u ramu. Pokazuje se da je skretanje fluksmetra proporcionalno promeni fluksa $\Delta\Phi$.

Ako se fluksmetar poveže sa kalemom poznate površine, nazvanim *probni kalem*, on može poslužiti za merenje indukcija.

NAIZMENIČNE STRUJE

PONAVLJANJE DEFINICIJA INTENZITETA STRUJE I ELEKTROMOTORNE SILE. Galvanski elementi i akumulatori su generatori, čija je elektromotorna sila konstantna u vremenu; ovi generatori uzrokuju u provodnicima koji povezuju njihove polove stalne struje, kod kojih je količina elektriciteta koja prolazi kroz strujno kolo proporcionalna trajanju struje. Odnos ove količine i trajanja struje naziva se *intenzitet* struje; on se izražava u amperima, kada je količina elektriciteta izražena u kulonima, a trajanje u sekundima.

$$i = \frac{Q}{t}.$$

Kada se elektromotorna sila menja sa vremenom, količina elektriciteta, koju transportuje struja, nije više proporcionalna trajanju; to je složenija funkcija vremena:

$$Q = f(t).$$

Srednji intenzitet struje između momenata t i $t + \Delta t$ definiše se kao odnos

$$i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t},$$

gde je ΔQ količina elektriciteta koju transportuje struja tokom vremena Δt, a *intenzitet u momentu* t kao granična vrednost ovog odnosa kada Δt teži nuli; to znači da intenzitet u momentu t predstavlja izvod funkcije $f(t)$. Stavlja se

$$i = f'(t) = \frac{dQ}{dt}.$$

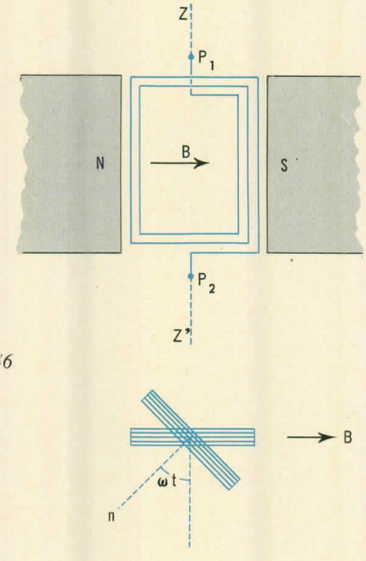
Kod stalne struje intenzitet je konstantan, ali kada on menja vrednost u svakom momentu, kažemo da imamo *promenljivu struju.*

Generatori promenljive struje mogu se konstruisati koristeći pojavu indukcije. Ako se menja fluks Φ koji prolazi kroz strujno kolo, zna se da se u kolu pojavljuje elektromotorna sila indukcije, čija je vrednost u momentu t jednaka negativnoj vrednosti izvoda fluksa po vremenu u tom momentu:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt},$$

gde je e izraženo u voltima, kada je $d\Phi$ izraženo u veberima, a dt u sekundama.

Sl. 46



GENERATORI NAIZMENIČNE STRUJE — ALTERNATORI. Ako kažemo da nije moguće postići beskonačno funkcionisanje neke mašine a da to funkcionisanje ne bude periodično, to jest sastavljeno od identičnih ciklusa, pod tim se podrazumeva da je kod svih generatora promenljive struje elektromotorna sila periodična funkcija vremena; ako, takođe, ova elektromotorna sila periodično menja smer, to isto se događa i sa strujom, koja se naziva *naizmenična*, a generatori koji proizvode takve struje nazivaju se *alternatori ili generatori naizmenične struje.*

Najprostija periodična funkcija je sinusna funkcija, ali se sve periodične funkcije mogu posmatrati kao zbir izvesnog broja sinusnih funkcija, čije su frekvencije multipli jedne frekvencije. Moguće je napraviti generatore čija je elektromotorna sila sinusna; to je uočljivo kod industrijskih alternatora.

Zamislimo, na primer, da je u homogeno magnetsko polje postavljen (*sl.* 46) pravougaoni ram oko koga je namotano N navoja provodne žice; pustimo da

ovaj ram ravnomerno rotira oko ose Z′Z normalne na linije sile polja, sa p obrtaja u sekundi, to jest ugaonom brzinom $\omega = 2\pi p$ radijana na sekund. Uzmimo da je B indukcija magnetskog polja, S površina jednog navoja i pretpostavimo da se u početnom momentu vektor indukcije nalazi u ravni rama; u momentu t ram će se obrnuti za ugao ωt, a magnetski fluks kroz navoje imaće vrednost

$$\Phi = \mathrm{NSB}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -\mathrm{NSB}\sin\omega t;$$

elektromotorna sila indukcije koja će se pojaviti na krajevima P_1 i P_2 rama biće

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \mathrm{NSB}\,\omega\cos\omega t.$$

Postavimo $E_0 = \mathrm{NSB}\,\omega$, pa ćemo imati

$$e = E_0\cos\omega t.$$

Ako krajeve P_1 i P_2 spojimo provodnikom, kroz njega će proticati sinusna naizmenična struja perioda $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{p}$, a frekvencije $N = \frac{\omega}{2\pi} = p$, frekvencije koja je jednaka frekvenciji rotacije rama.

Sa ovim veoma prostim uređajem izvodi se transformacija mehaničke energije, utrošene na rotaciju rama, u električnu energiju i na taj način se realizuje alternator, sa sinusnom elektromotornom silom.

Frekvencija industrijske struje kreće se najčešće između 50 i 100 na sekund. U Francuskoj je izabrana frekvencija 50 herca za struje namenjene, bar delimično, električnom osvetljenju, kako bi se izbegla vidljiva fluktuacija svetlosnog intenziteta sijalica. Kroz obične telefonske linije protiču struje čija se frekvencija kreće od 100 do 2000 herca, ali u radiotehnici se koriste frekvencije koje mogu ići do više milijardi herca. Mi ćemo sada izučavati samo svojstva industrijskih struja niske frekvencije.

SINUSNE NAIZMENIČNE STRUJE. Intenzitet sinusne naizmenične struje predstavljen je izrazom

$$i = I_0\sin\omega t = I_0\sin 2\pi\,\mathrm{N}t;$$

ako je frekvencija N = 50, imamo $i = I_0\sin 100\pi t$; takvu struju potpuno definiše njen period $T = \frac{2\pi}{\omega}$, ili njena frekvencija $N = \frac{1}{T}$, i njena maksimalna vrednost I_0. Videćemo kako se mogu odrediti ove dve veličine.

Alternansa — poluperiod struje naziva se vreme tokom kojega struja teče u određenom smeru; period obuhvata dve alternanse.

U daljem, sem kada se posebno ne naglasi, govorićemo samo o sinusnim naizmeničnim strujama.

DEJSTVA NAIZMENIČNE STRUJE

OPŠTA RAZMATRANJA. Videli smo da jednosmerne — stalne struje izazivaju određena dejstva; hemijsko dejstvo u elektrolizi, toplotno ili Džulov efekt, i magnetsko. Ova dejstva ćemo susresti i kod naizmeničnih struja sa izvesnim modifikacijama. Da bismo ih izučavali uzećemo da je promenljiva struja identična sa stalnom strujom ako je posmatramo tokom intervala vremena dovoljno malog da bi se njen intenzitet neznatno promenio.

HEMIJSKA DEJSTVA. Kada kroz kivetu za elektrolizu propustimo naizmeničnu struju, polovi se menjaju nakon svakog poluperioda i na svakoj elektrodi pojavljuju se naizmenično katjoni i anjoni. U elektrolizeru sa zakiseljenom vodom dobićemo u epruvetama koje pokrivaju svaku elektrodu istu zapreminu gasa, obrazovanog od kiseonika i vodonika. Ako elektrolizer sadrži rastvor bakar-sulfata sa bakarnim elektrodama, mase elektroda ostaju konstantne, pri čemu svaka elektroda gubi tokom ovog perioda u kom je ona anoda, masu bakra koju tokom sledećeg poluperioda, kada je ona katoda dobija nazad.

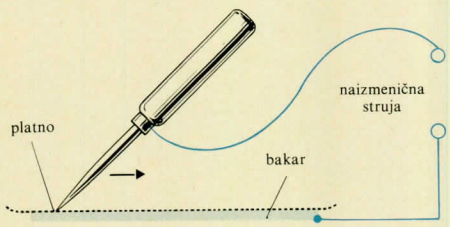
Za merenje frekvencije naizmenične struje pomoću *Žanetovog* (Janet) *frekvencometra* koristi se razlika u prirodi anjona i katjona.

U tom cilju se na bakarnu lamelu postavlja platnena vrpca natopljena rastvorom kalijum-ferocijanida i amonijum-nitrata (*sl.* 47); jedan pol naizmenične struje spaja se sa bakarnom lamelom, drugi sa gvozdenom šipkom koja se pomoću izolatorske drške pomera po platnenoj vrpci; tokom ovog pomeranja zapaža se formiranje plavih tačkica na platnenoj vrpci. Za vreme poluperioda u kojima je gvožđe anoda, kiseonik obrazovan na toj elektrodi, daje oksid gvožđa koji stupa u reakciju sa kalijum-ferocijanidom da bi dao ferocijanid gvožđa ili prusko plavilo. Da bi se odredila frekvencija struje dovoljno je izbrojati plave crte na putu koji traje određeno vreme. Ako se poznaje frekvencija struje, može se takođe istim postupkom odrediti njeno trajanje.

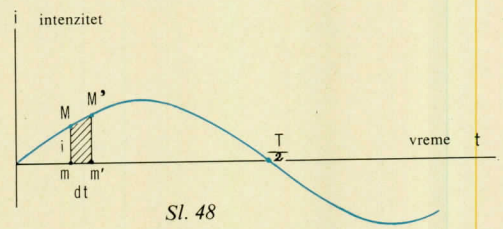
Količina elektrolita razloženog tokom jednog poluperioda izračunava se primenom Faradejevih zakona pomoću količine elektriciteta koji prenese struja tokom svakog poluperioda; izračunajmo je u slučaju sinusne struje.

Ako je u momentu t intenzitet struje $i = I_0\sin\omega t$, količina elektriciteta koji se prenese u vremenu između momenta t i njemu bliskog momenta $t + dt$ iznosi $dq = i\,dt$; ona je predstavljena (*sl.* 48) površinom MM′m′m; ukupna količina prenesena tokom jednog poluperioda je

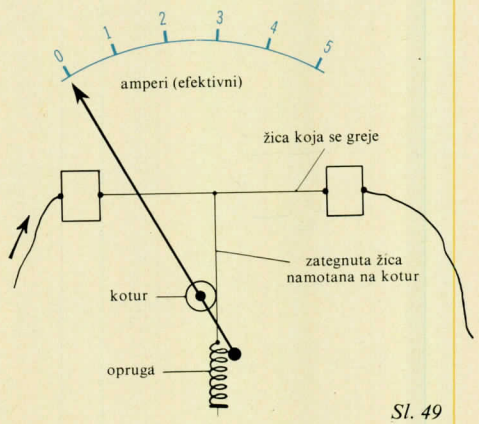
$$q = \int_0^{T/2} i\,.\,dt;$$



Sl. 47



Sl. 48



Sl. 49

ova veličina je geometrijski predstavljena površinom koja se nalazi između luka sinusoide i ose vremena. Imamo

$$q = \int_0^{T/2} I_0\sin\omega t\cdot dt = \left(-\frac{I_0}{\omega}\cos\omega t\right)_0^{T/2} = 2\,\frac{I_0}{\omega}.$$

Možemo staviti da je $q = \frac{2I_0}{\pi}\,\frac{T}{2}$; sve se odvija kao da je tokom vremena $\frac{T}{2}$ prolazila jednosmerna stalna struja intenziteta $\frac{2I_0}{\pi}$, približno jednakog $\frac{2}{3}I_0$: to je *srednja vrednost* struje tokom svakog poluperioda. Srednja vrednost struje tokom sledećeg poluperioda ima istu vrednost, ali suprotan smer, tako da je srednja vrednost struje koja odgovara celom broju perioda jednaka nuli.

TOPLOTNA DEJSTVA. EFEKTIVNI INTENZITET. Prolaz jednosmerne struje kroz provodnik izaziva oslobađanje toplote, bez obzira na njen smer; to će se isto dogoditi i sa naizmeničnom strujom.

Količina oslobođene toplote dQ između momenta t i njemu bliskog momenta $t + dt$, prema Džulovom zakonu iznosi

$$dQ = \frac{1}{J}\,Ri^2\,dt,$$

a toplota oslobođena tokom jednog punog perioda iznosi

$$Q = \int_0^T \frac{1}{J}\,Ri^2\,dt.$$

Po definiciji, *efektivni intenzitet* naizmenične struje naziva se intenzitet jednosmerne struje koja bi tokom jednog perioda oslobodila istu količinu toplote kao i naizmenična struja u posmatranom provodniku. Imaćemo, dakle

$$Q = \frac{1}{J}\,RI_{ef}^2\,T.$$

Odatle izvodimo

$$I_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt.$$

Ako je naizmenična struja sinusna, nalazimo

$$I_{ef}^2 = \frac{I_0}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{T}\int_0^T I_0^2\sin^2\omega t\cdot dt =$$

$$= \frac{I_0^2}{2T}\times\int_0^T(1-\cos 2\omega t)\,dt = \frac{I_0^2}{2T}\left[t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^T;$$

što daje

$$I_{ef}^2 = \frac{I_0^2}{2}\quad\text{ili}\quad I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}.$$

Termički ampermetar. Podeok ovog ampermetra (*sl.* 49) zavisi samo od dilatacije provodnika, dakle od oslobađanja toplote do kojeg dolazi u njemu. Jedan takav instrument, graduisan za jednosmerne struje, daće, dakle, direktno efektivni intenzitet naizmenične struje koja prolazi kroz njega (vidi str. 583).

MAGNETSKA DEJSTVA. Znamo da je intenzitet magnetskog polja u tački bliskoj provodniku kroz koji protiče struja proporcionalan intenzitetu te struje, a da njegov smer, dat Amperovim pravilom posmatrača, zavisi od smera struje. Naizmenična struja proizvodi, dakle, u svakoj tački prostora promenljivo magnetsko polje čiji se smer menja u svakom poluperiodu.

Isto tako, elektromagnetska sila koja dejstvuje na provodnik postavljen u konstantno magnetsko polje, menja smer sa strujom koja protiče kroz njega. Iz toga proizlazi da ram galvanometra, na primer, prima u svakom poluperiodu impulse suprotnog smera; ako je sopstveni period ovog rama velik u

odnosu na period struje, što je najčešći slučaj, ram neće moći slediti impulse i kazaljka neće skrenuti. Ako je sopstveni period veoma kratak, ram će slediti oscilacije struje: takvi galvanometri, veoma slabe inercije, nazivaju se *inercioni oscilografi*.

Ovi aparati se mogu koristiti za određivanje frekvencije struja, ali se sada radije koriste katodni oscilografi (vidi str. 612).

EFEKTIVNA RAZLIKA POTENCIJALA. Ona se definiše kao i efektivni intenzitet: to je razlika potencijala jednosmerne struje koja bi postojala između krajeva provodnika kada je oslobađanje toplote Džulovim efektom isto kao i kod naizmenične struje.

Za stalnu struju Džulov zakon daje

$$Q = \frac{1}{J} RI^2T = \frac{1}{J}\frac{V^2}{R}T$$

za oslobođenu toplotu tokom vremena T.

Za promenljivu struju, ova oslobođena toplota između momenta t i momenta $t + dt$ je

$$dQ = \frac{1}{J} Ri^2\,dt = \frac{1}{J}\frac{v^2}{R}dt,$$

a tokom jednog perioda

$$Q = \frac{1}{JR}\int_0^T v^2 dt;$$

dakle

$$V_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T v^2 dt.$$

Ako je naizmenična struja sinusna, račun identičan prethodnom daje

$$V_{ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}},$$

gde je V_0 maksimalna vrednost razlike potencijala. Ovu efektivnu razliku potencijala možemo meriti pomoću termičkog voltmetra to jest termičkog ampermetra velikog otpora.

EFEKTIVNA ELEKTROMOTORNA SILA. Efektivna vrednost elektromotorne sile jednog alternatora definiše se na isti način:

$$E_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T e^2\,dt.$$

Kod sinusne struje

$$E_{ef} = \frac{E_0}{\sqrt{2}},$$

gde je E_0 maksimalna vrednost elektromotorne sile.

STRUJE KOJE U DELU STRUJNOG KOLA PROIZVODI NAIZMENIČNA RAZLIKA POTENCIJALA

OPŠTA RAZMATRANJA. Sada ćemo ispitati kakva struja protiče kroz deo strujnog kola između čijih se krajeva uspostavlja sinusna razlika potencijala

$$v = V_0 \sin \omega t.$$

Pri pisanju označavaćemo sa V_0 i I_0 maksimalne vrednosti razlike potencijala i struje, sa V i I njihove efektivne vrednosti, a sa v i i njihove momentane vrednosti.

KOLO SA TERMOGENIM (OMSKIM) OTPOROM. To je slučaj kada se između tačaka A i B (*sl.* 50) postavlja samo otpor koji nema samoindukcije. Primenjujući u svakom momentu Omov zakon, nalazimo

$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_0}{R}\sin \omega t.$$

Intenzitet je sinusna funkcija vremena, iste frekvencije kao i razlika potencijala i u fazi s njom, čija je maksimalna vrednost

$$I_0 = \frac{V_0}{R}.$$

Za efektivne vrednosti nalazimo takođe

$$I = \frac{V}{R} \quad \text{ili} \quad V = RI.$$

KOLO SA INDUKTIVNIM OTPOROM. To je slučaj kada otpor postavljen između A i B ima koeficijent samoindukcije L. Svaka promena intenziteta u strujnom kolu stvara elektromotornu silu samoindukcije $e = -L\dfrac{di}{dt}$.

Omov zakon primenjen na krajeve dela strujnog kola koji obuhvata jedan generator, primenljiv i ovde u svakom momentu, piše se

$$v = Ri - e = Ri + L\frac{di}{dt}$$

ili

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V_0 \sin \omega t.$$

Intenzitet struje je funkcija vremena koja zadovoljava ovu diferencijalnu jednačinu; može se utvrditi da ona ima oblik

$$i = I_0 \sin(\omega t - \varphi) = I_0(\sin \omega t \cdot \cos \varphi - \cos \omega t \cdot \sin \varphi),$$

jer

$$\frac{di}{dt} = I_0 \omega \cos(\omega t - \varphi) = I_0 \omega(\cos \omega t \cdot \cos \varphi + \sin \omega t \cdot \sin \varphi),$$

i

$$L\frac{di}{dt} + ri = I_0(L\omega \cos \varphi + R \sin \varphi)\cos \omega t + I_0(R \cos \varphi - L\omega \sin \varphi)\sin \omega t.$$

Pokažimo da se I_0 i φ mogu izabrati tako da se desna strana može izraziti kao $V_0 \sin \omega t$; dovoljno je da bude

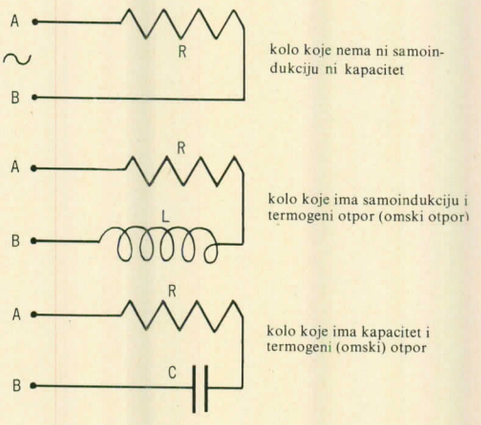
$$L\omega \cos \varphi - R \sin \varphi = 0 \quad \text{ili} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R},$$

i

$$I_0(R \cos \varphi + L\omega \sin \varphi) = V_0;$$

što daje, vodeći računa o vrednosti tg φ,

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \quad \text{ili} \quad I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}.$$



Sl. 50

Veličina $Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ naziva se *impedancija* dela strujnog kola, pa se zakon za efektivne vrednosti može pisati

$$V = ZI.$$

U zaključku, u slučaju induktivnog otpora, intenzitet je sinusna funkcija vremena, iste frekvencije kao i razlika potencijala, ali sa fazom pomerenom unazad za φ, tako da je $\operatorname{tg} \varphi = \dfrac{L\omega}{R}$.

Imamo

$$i = \frac{V_0}{Z}\sin(\omega t - \varphi),$$

sa impedancijom

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}.$$

Vidimo da je impedancija utoliko veća, dakle intenzitet utoliko slabiji, ukoliko je koeficijent samoindukcije veći a frekvencija viša.

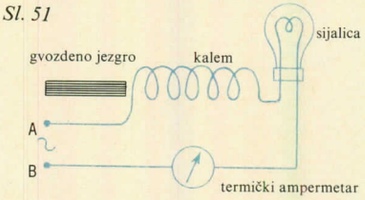
Primer. Posmatrajmo jedan kalem koji ima 10 oma termogenog otpora a induktivnost L = 0,01 henrija. Za struju od 50 perioda u sekundi $\omega = 100\pi$ a $L\omega = \pi$; impedancija je

$$Z = \sqrt{100 + \pi^2} = 10{,}5\ \Omega.$$

Za struju od 5000 perioda u sekundi impedancija je $Z = \sqrt{100 + 10000\,\pi^2} = 316\,\Omega$ a za struju od 5.10^6 perioda u sekundi, ona iznosi $314000\,\Omega$.

Ogled. Između krajeva A i B distribucione mreže od 110 efektivnih volti naizmenične struje, uključimo električnu sijalicu i jedan kalem (*sl.* 51). Ako uvučemo gvozdeno jezgro u kalem, zapažamo znatno smanjenje sjaja sijalice, dakle intenziteta struje.

Sl. 51



KOLO SA NEINDUKTIVNIM (TERMOGENIM) OTPOROM U SERIJI SA KONDENZATOROM. Označimo sa v_1 razliku potencijala koja u momentu t postoji između krajeva kondenzatora (*sl.* 50). Omov zakon, primenljiv u svakom momentu, daje nam

$$v = v_1 + Ri.$$

Ako je u momentu t naelektrisanje kondenzatora q a njegov kapacitet C

$$q = Cv_1$$

i

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dv_1}{dt}.$$

Derivirajmo po vremenu članove prethodne jednačine:

$$\omega V_0 \cos \omega t = \frac{i}{C} + R\frac{di}{dt}.$$

Uz pomoć računa sličnog onom u prethodnom paragrafu lako je utvrditi da je rešenje ove jednačine

$$i = I_0 \sin(\omega t + \varphi),$$

sa

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \dfrac{1}{C^2\omega^2}}} \quad \text{ili} \quad I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \dfrac{1}{C^2\omega^2}}}$$

i

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{RC\omega}.$$

Kao i u prethodnom slučaju, intenzitet u momentu t je

$$i = \frac{V}{Z}\sin(\omega t + \varphi),$$

gde impedancija Z ima vrednost $\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}$.

Vidimo da se impedancija strujnog kola smanjuje kada se kapacitet kondenzatora ili frekvencija struje povećava.

Primer. Impedancija kondenzatora od 1 mikrofarada za struje frekvencija 50, 5000 i 5.10^6 uzima vrednosti $\frac{1}{C\omega}$ (jer je termogeni otpor nula), ili respektivno 3000 Ω, 30 Ω i 0,03 Ω.

KOLO SA INDUKTIVNIM OTPOROM U SERIJI SA KONDENZATOROM. Ostajući kod istih obeležavanja kao i u prethodnom slučaju, Omov zakon, primenjen u momentu t, daje

$$v = v_1 + Ri + L\frac{di}{dt};$$

za kondenzator, možemo opet pisati

$$q = Cv_1, \text{ odakle } i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dv_1}{dt},$$

i, deriviranjem prve jednačine, nalazimo

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \omega V_0 \cos \omega t.$$

Moguće je istim računom dokazati da je rešenje ove jednačine

$$i = I_0 \sin(\omega t - \varphi),$$

sa

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

i

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}.$$

Impedancija dela strujnog kola je tada

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Pomoću ovog opšteg obrasca mogu se dobiti rezultati dobijeni u prethodnim slučajevima, stavljajući $L = 0$, ako strujno kolo nema samoindukcije, a $C = \infty$, ako nema kondenzatora (uklanjanje kondenzatora svodi se na to da se stavi kondenzator beskonačno velikog kapaciteta).

SREDNJA SNAGA UTROŠENA U DELU STRUJNOG KOLA KROZ KOJE PROTIČE SINUSNA NAIZMENIČNA STRUJA. Uzmimo da su i i v vrednosti intenziteta i razlike potencijala u momentu t. Energija koju utroši struja između ovog momenta i njemu bliskog momenta $t + dt$ je $dW = vi\,dt$, a energija utrošena tokom jednog potpunog perioda je

$$W = \int_0^T vi\,dt.$$

Srednja snaga koju utroši naizmenična struja naziva se količnik ove energije u trajanju jednog perioda:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T vi\,dt.$$

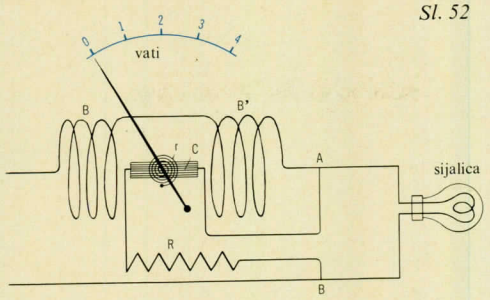
Za sinusnu struju imamo

$$v = V_0 \sin \omega t \quad \text{i} \quad i = I_0 \sin(\omega t - \varphi),$$

i

$$P = \frac{V_0 I_0}{T}\int_0^T \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi)\cdot dt;$$

ovaj integral se dobija zamenjivanjem proizvoda sinusa zbirom, pa dobijamo



Sl. 52

$$P = \frac{V_0 I_0}{2}\cos\varphi \quad \text{ili} \quad P = VI\cos\varphi$$

sa efektivnim vrednostima. Cos φ se naziva *faktor snage* strujnog kola; uzimajući vrednosti nađene za impedanciju Z i za tg φ, nalazimo

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}.$$

Faktor snage jednak je jedinici za termogeni otpor ($Z = R$), on je jednak nuli za strujno kolo koje nema termogenog otpora. Može se uočiti da je za dobijanje date snage u električnoj mreži konstantne razlike potencijala potreban utoliko veći intenzitet, ukoliko je faktor snage manji, ali tada će gubici energije usled Džulovog efekta u vodovima biti veći. Poželjno je stoga da faktor snage bude što bliže jedinici.

PRIVIDNA SNAGA. REAKTIVNA SNAGA. Proizvod efektivnih vrednosti VI, koji bi predstavljao srednju snagu samo kada bi faktor snage bio jednak jedinici, naziva se *prividna snaga*. Ona se izražava u *voltamperima* (VA), dok se srednja snaga izražava u *vatima* (W). Definiše se takođe *reaktivna snaga*,

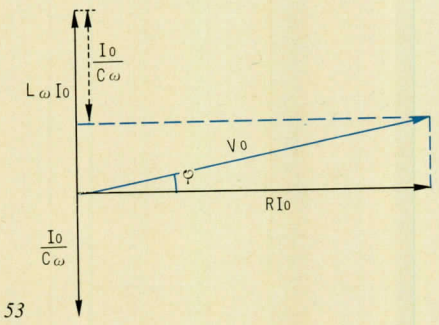
$$P_r = VI\sin\varphi,$$

koja se izražava u *reaktivnim voltamperima* (VAR).

MERENJE SNAGE I FAKTORA SNAGE. VATMETAR. Ovo merenje se vrši pomoću instrumenta nazvanog *vatmetar*.

Vatmetar se sastoji od dva kalema B i B′ (*sl.* 52), kroz koje se propušta naizmenična struja, vezujući ih serijski u strujno kolo. Struja stvara magnetsko polje, čija je indukcija proporcionalna momentanom intenzitetu i; u ovo polje postavljen je pokretni ram C, sličan ramovima galvanometara, u seriji sa velikim otporom R; ram i otpor su vezani paralelno između dva kraja A i B dela strujnog kola, u kome želimo meriti utrošenu snagu. Struja i' koja prolazi kroz ram proporcionalna je momentanoj razlici potencijala v između A i B, kao u voltmetru. Na ram dejstvuje elektromagnetski spreg, proporcionalan ii', to jest vi, a srednji spreg je proporcionalan srednjoj snazi; ovaj spreg uravnotežuje torzioni spreg spiralne opruge r. Etaloniranje se vrši pomoću jednosmerne struje; ono je dato direktno u vatima.

Ako se drugim putem izmeri efektivni intenzitet i efektivna razlika potencijala, merenje snage $P = VI\cos\varphi$ dozvoljava da se odredi faktor snage $\cos\varphi$.



Sl. 53

GEOMETRIJSKO REŠAVANJE OSNOVNIH PROBLEMA. Posmatrajmo funkciju $i = I_0 \sin \omega t$. Ona se može, u *Frenelovom* (Fresnel) *predstavljanju*, posmatrati kao projekcija na jednu osu vektora intenziteta I_0, koji se obrće oko svog početka konstantnom ugaonom brzinom ω (vidi str. 499). Funkcija

$$\frac{di}{dt} = I_0\omega\cos\omega t = I_0\omega\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

je predstavljena vektorom koji se obrće istom brzinom, intenziteta $I_0\omega$ koji sa prethodnim zatvara ugao $+\frac{\pi}{2}$. Funkcija $\int i.\,dt$, to jest funkcija čija je derivacija i, je:

$$\int i.\,dt = \frac{I_0}{\omega}\cos\omega t = \frac{I_0}{\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

i predstavlja se obrtnim vektorom, intenziteta $\frac{I_0}{\omega}$ koji zatvara ugao $-\frac{\pi}{2}$ sa prvim vektorom.

Da bismo sabrali više sinusnih funkcija iste frekvencije, možemo geometrijski sabrati odgovarajuće vektore i posmatrati projekciju zbira. Svi se vektori obrću istom ugaonom brzinom; slika koju oni obrazuju obrće se, dakle, bez deformisanja i mi je možemo konstruisati u bilo kom momentu, na primer u momentu kada je osa projekcije nosač vektora koji predstavlja

$$i = I_0 \sin \omega t;$$

ostali vektori zatvaraju tada sa osom ugao jednak razlici njihovih faza i faze ovog vektora.

Ponovimo račun u slučaju termogenog otpora R, samoindukcije L, u seriji sa kondenzatorom kapaciteta C.

$$v = v_1 + Ri + L\frac{di}{dt};$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{ili} \quad q = \int i\cdot dt;$$

$$v_1 = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int i\cdot dt.$$

Uzimajući ovaj izraz za v_1, prva jednačina se piše

$$v = \frac{1}{C}\int i\cdot dt + Ri + L\frac{di}{dt}.$$

Stavimo $i = I_0 \sin \omega t$;

$$v = \frac{I_0}{C\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + RI_0 \sin\omega t + \\ + L\omega I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Frenelova konstrukcija (*sl.* 53) daje vektor koji predstavlja funkciju $v = V_0 \sin(\omega t + \varphi)$ kao zbir tri vektora intenziteta $\frac{I_0}{C\omega}$, RI_0, $L\omega I_0$, koji zatvaraju sa osom uglove $-\frac{\pi}{2}$, 0 i $+\frac{\pi}{2}$.

Možemo izračunati karakteristike funkcije v:

$$V_0^2 = R^2 I_0^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 I_0^2;$$

$$V_0 = I_0\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}.$$

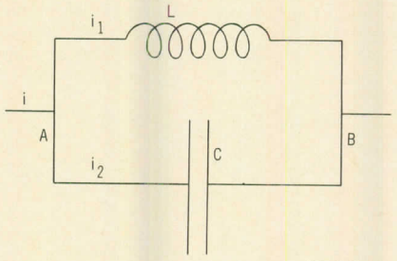
Ponovo nalazimo za impedanciju Z vrednost

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2},$$

kao i

$$I_0 = \frac{V_0}{Z}, \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}, \quad \cos\varphi = \frac{R}{Z}.$$

Rezultati koje smo dobili ovde odgovaraju rezultatima koje smo dobili algebarskim računom, uz napo-



Sl. 54

menu da smo uzeli $i = I_0 \sin \omega t$ a $v = V_0 \sin (\omega t + \varphi)$ umesto $i = I_0 \sin (\omega t - \varphi)$ i $v = V_0 \sin \omega t$, što se svodi na isto ako se uzme drugi početak vremena.

ELEKTRIČNA REZONANCIJA. Kada L, C i ω zadovoljavaju odnos $L\omega = \frac{1}{C\omega}$, ili $LC\omega^2 = 1$, impedancija strujnog kola ima minimalnu vrednost $Z = R$ i napon je u fazi sa intenzitetom; kaže se da imamo *električnu rezonanciju*. Dva vektora $L\omega I_0$ i $\frac{I_0}{C\omega}$ su jednaki a suprotnog smera i, ako strujno kolo obuhvata kalem zanemarljivog termogenog otpora, razlika potencijala na krajevima tog kalema je u svakom momentu jednaka i suprotnog smera razlici potencijala koja postoji na krajevima kondenzatora; one se neutrališu. Ali njihova zajednička vrednost može biti znatno veća od razlike potencijala uspostavljene na krajevima strujnog kola; odatle proizlaze *prenaponi* koji mogu biti opasni. Pojava ima kapitalni značaj u radio-tehnici.

Primer. Strujno kolo koje se napaja iz električne mreže (N = 50, V = 110 efektivnih volti) obuhvata kalem u seriji sa kondenzatorom od 10 μF i termogenim otporom od 40 Ω. Za koju vrednost induktivnosti će nastupiti rezonancija?

Moramo imati $LC\omega^2 = 1$, sa $\omega = 100\pi$; to daje L = 1 H. Kako imamo rezonanciju, Z = R a efektivni intenzitet iznosi

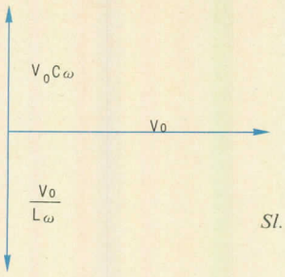
$$I = \frac{V}{R} = 2{,}75\,\text{A}.$$

Napon na krajevima kalema je

$$L\omega I = 863 \text{ volti},$$

što odgovara maksimalnom naponu od 1220 volti.

PARALELNA REZONANCIJA. BUŠON-KOLO. Posmatrajmo kalem zanemarljivog termogenog otpora i induktivnosti L, vezan paralelno sa kondenzatorom kapaciteta C između tačaka A i B (*sl.* 54). Intenzitet i struje koja ulazi u tačku A jednak je u svakom momentu zbiru intenziteta i_1 i i_2 struja koje protiču kroz kalem i kondenzator. Pretpostavimo da između tačaka A i B imamo razliku potencijala $v = V_0 \sin \omega t$ i izvedimo Frenelovu konstrukciju u slučaju kada je $L\omega = \frac{1}{C\omega}$, to jest $LC\omega^2 = 1$ (*sl.* 55).



Sl. 55

$$v = L\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{C}\int i_2 dt;$$

$$i_1 = \frac{1}{L}\int v \cdot dt = \frac{V_0}{L\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right);$$

$$i_2 = C\frac{dv}{dt} = V_0 C\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

i_1 je predstavljeno vektorom intenziteta $\frac{V_0}{L\omega}$ koji sa vektorom V_0 zatvara ugao $-\frac{\pi}{2}$, a i_2 vektorom intenziteta $V_0 C\omega$ koji sa V_0 zatvara ugao $+\frac{\pi}{2}$. Njihov zbir jednak je nuli; dakle i je jednako nuli u svakom momentu; nikakva struja ne protiče kroz glavno kolo i impendancija kola između A i B je beskonačna; ovom uređaju dat je naziv *bušon-kolo*. Ono ima veliki značaj pri proizvodnji električnih filtera.

ELEKTRIČNE MAŠINE

MAŠINE JEDNOSMERNE STRUJE

OPŠTA RAZMATRANJA. Mašine jednosmerne struje zasnivaju se na pojavama indukcije i predstavljaju reverzibilne mašine sposobne da daju električnu energiju u obliku jednosmerne struje kada ih snabdevamo mehaničkom energijom, i da proizvode mehaničku energiju kada ih snabdevamo električnom energijom.

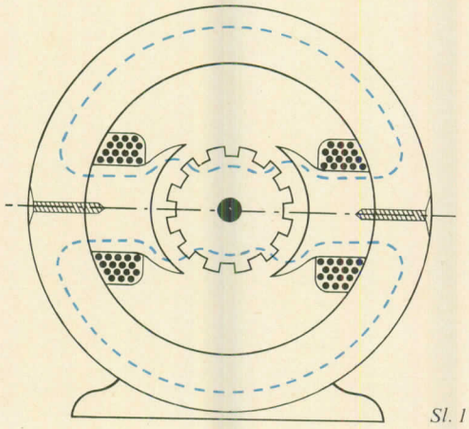
KONSTRUKCIJA. Govoreći jezikom elektrotehnike, mašina jednosmerne struje sastoji se od tri glavna dela: induktora, aktivnog namotaja i skupa segmentastog kolektora i četkica.

1. *Induktor je elektromagnet.* Njegov nepokretni deo (stator) jeste čelični blok koji predstavlja spoljašnji omotač mašine. Unutar njega pričvršćena su dva jezgra iste ose koja nose induktorski namotaj, generator induktorskog polja, a završavaju se polarnim proširenjem (sl. 1).

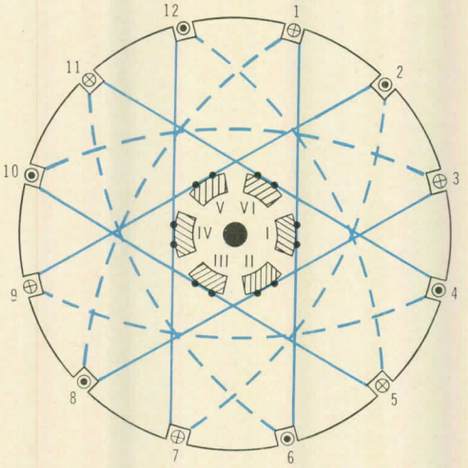
Između polova je jedna cilindrična armatura od čeličnih listova učvršćena za osovinu mašine. Zazor od nekoliko milimetara dozvoljava ovom rotoru-induktu da se obrće između polarnih proširenja.

2. *Kolektor* je cilindar pričvršćen za rotor (anker), napravljen od bakarnih ploča ugaonog oblika međusobno izolovanih pomoću listova od liskuna. Dve nepokretne četkice, dijametralno postavljene, oslanjaju se na cilindričnu površinu kolektora. To su dva komada mekog provodnog ugljena, povezana sa glavnim polovima mašine (sl. 2).

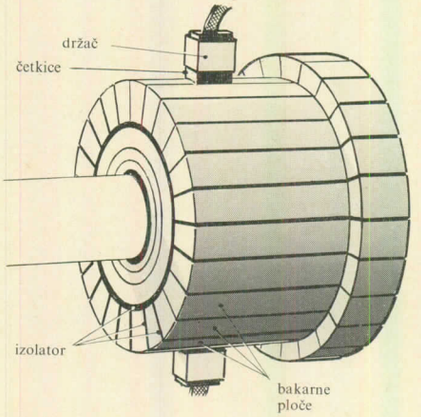
3. *Indukovani, aktivni namotaj*, koji se danas realizuje u vidu »dobоša«, sastoji se od aktivnih provodnika postavljenih u žlebove usečene duž generatrisa rotora. Ovi provodnici su međusobno povezani po izvesnim pravilima, vezivanjem preko ploča kolektora, bilo na strani armature indukta suprotnoj kolektoru (zadnja, suprotna strana mašine, obeležena sa F. AR.), bilo vezivanjem na strani susednoj kolektoru (prednja, susedna strana, obeležena sa F. AV.).



Sl. 1



Sl. 3



Sl. 2

Namotaj indukta (rotora). Primera radi posmatrajmo shematski namotaj napravljen od 12 aktivnih provodnika, postavljenih u 12 odvojenih žlebova sa 6 ploča u kolektoru. Slika 3 pokazuje ovo sprovedeno i dozvoljava da se odatle izvedu osnovna svojstva:

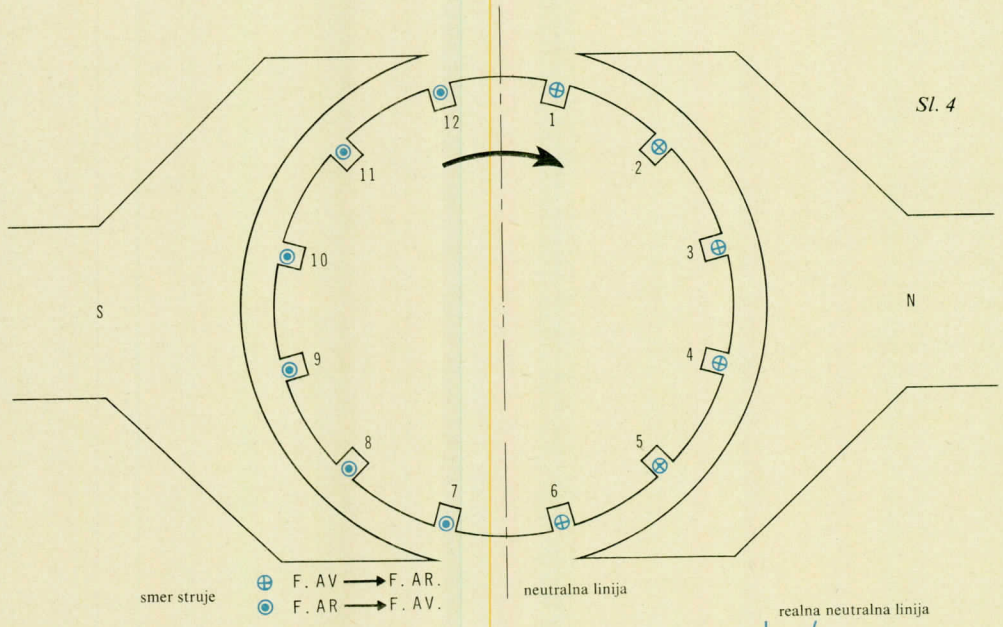
a) *Aktivni namotaj mašine jednosmerne struje je zatvoren u samog sebe.* Sledimo namotaj polazeći od aktivnog struka žica 1. Ovaj struk je spojen sa strukom 8 na zadnjoj strani (8 F. AR.). Produžavajući tako, prelazi se na prednju stranu (8F. AV), zatim, preko ploče II kolektora na 3 F. AV., zatim na 3 F. AR., 10 F. AR., 10 F. AV., 5 F. AV. preko ploče III kolektora, 5 F. AR., 12 F. AR., 12 F. AV. i tako redom, da bismo najzad došli na 1 F. AV. nakon toga što smo sledili sve aktivne strukove žica i dodirnuli sve ploče kolektora;

b) *Aktivni namotaj je podeljen na dva identična puta, vezana paralelno preko dve dijametralno suprotne ploče kolektora.* Polazeći od jedne ploče kolektora (I na primer) može se stići na suprotnu ploču (ovde IV) dvama različitim putevima (1-8-3-10-5-12 s jedne strane i 6-11-4-9-2-7 s druge strane).

Kod stvarne mašine žlebovi, kao 1 i 8, sadrže svaki delove namotaja koji se nazivaju »sekcija«, a broj aktivnih strukova žica je takođe mnogo veći. Isto tako broj žlebova i ploča u kolektoru je mnogo veći nego u ovde shematski opisanom primeru.

GENERATORI JEDNOSMERNE STRUJE — DINAMO-MAŠINE

PRINCIP RADA. Pretpostavimo da se indukt obrće u smeru kazaljke na satu. Svaki aktivni struk žice u svakom momentu seče linije magnetske indukcije. On je, dakle, sedište elektromotorne sile, sem tokom veoma kratkog vremena u kome on prelazi od jednog pola induktora prema drugom. U svakom momentu svi provodnici koji se nalaze ispred istog pola imaju *ems* istog smera. Amperovo pravilo dozvoljava da se odredi smer struje u ovim strukovima žica kada mašina daje struju, dakle, u svim slučajevima smer *ems*. Tako, ako dinamo-mašina daje struju, ova kruži od F. AV. prema F. AR. u svim strukovima smeštenim desno od neutralne linije, a suprotan smer u svim strukovima smeštenim levo (sl. 4). Dakle, u prikazanom momentu strukovi 1, 2, 3, 4, 5, 6 su generatori, čiji je pozitivni pol smešten na F. AV., dok 7, 8, 9, 10, 11, 12 imaju svoje pozitivne polove na F. AR. Konstatujemo tada da je način vezivanja aktivnih strukova takav da se šest elementarnih generatora, koje susrećemo na svakom od dva puta namotaja, nalaze u seriji, a da dva puta šalju struju paralelno u isti potrošač pomoću četkica, koje zbog toga moraju biti u dodiru sa pločama I i IV kolektora (sl. 5). Ovako predstavljena situacija odvija se u svakom momentu tokom rotacije indukta i, kako postoji veliki broj ploča i žlebova, može se smatrati da je napon koji se pojavljuje na četkicama mašine jednosmeran i nepromenljiv.



Sl. 4

ELEKTROMOTORNA SILA DINAMO-MAŠINE.

Ako indukt mašine ima N obrtaja u sekundi, u $\frac{1}{2N}$ sekundi aktivni provodnik pokupi ceo fluks Φ koji proizvodi induktor. Elektromotorna sila koja se pojavljuje na krajevima aktivnog provodnika, je dakle

$$e=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \text{ sa } \Delta\varphi=\Phi \text{ vebera i } \Delta t=\frac{1}{2N}.$$

Ako je n ukupni broj aktivnih provodnika, svaki put sadrži $\frac{n}{2}$ provodnika, i ukupna *ems* koja se pojavljuje na polovima mašine, koja je ista kao za svaki od dva puta, je dakle

$$e=\frac{n}{2}\cdot 2N\Phi. \qquad \boxed{e=nN\Phi}$$

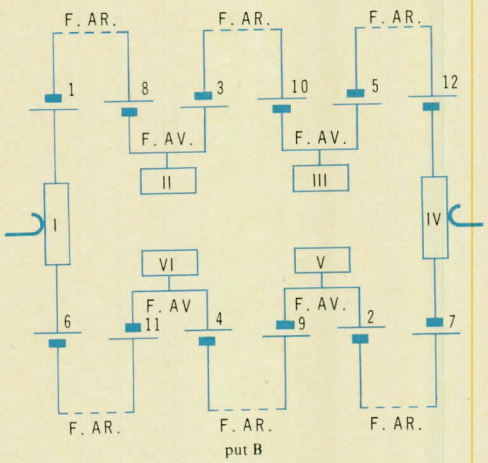
Ems dinamo-mašine proporcionalna je, dakle, broju aktivnih provodnika rotora, brzini njegove rotacije i ukupnom fluksu indukcije koji proizvodi induktor.

STEPEN KORISNOG DEJSTVA DINAMO-MAŠINE. Prema opštem zakonu indukcije, kroz indukt dinamo-mašine protiče struja takvog smera, da se sile koje proizlaze odatle opiru kretanju koje stvara struju. Da bi se indukt obrtao, potrebno mu je davati svakog sekunda određenu energiju W. Uzmimo da je W′ energija koju dinamo daje na sekund u kolu potrošača. Stepen korisnog dejstva dinamo-mašine naziva se odnos

$$\varrho=\frac{W'}{W}.$$

Ovaj odnos je manji od 1, zato što postoje gubici energije usled:

1. Džulovog efekta u namotaju indukta;



Sl. 5

2. Džulovog efekta koji proizvode Fukoove struje u armaturi indukta;

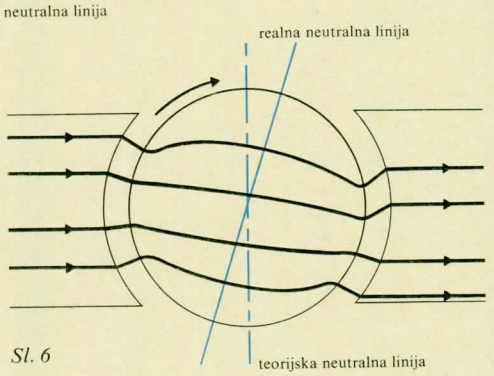
3. Zagrevanja usled histerezisa u armaturi indukta, potčinjenog promenljivim poljima nastalim zbog promena smera struje u aktivnim strukovima žica indukta;

4. Zagrevanja usled trenja različitih mehaničkih delova;

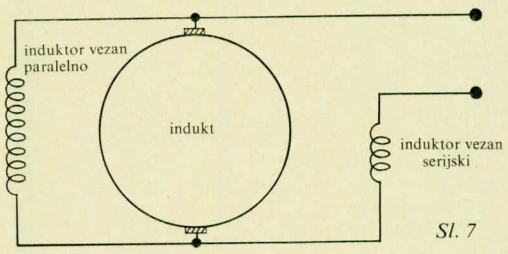
5. Ventilacije neophodne zbog oslobođanja toplote.

Kod dobro konstruisane dinamo-mašine ovi gubici su svedeni na minimum kada indukt ima što je moguće manji termogeni otpor i kada se armatura indukta napravi od listova čelika sa uskim ciklusom histerezisa. Stepen korisnog dejstva dinamo-mašine može tako dostići 0,85, pa čak i 0,95 kod velikih mašina.

REAKCIJA INDUKTA. Struja, cirkulišući u induktu, stvara magnetsko polje koje se slaže sa poljem induktora tako da izgleda da indukt pri svom obrtanju vuče za sobom linije sile (sl. 6). Povećanje magnetskog polja na jednom kraju polarnog proširenja, koje odatle proizlazi, ne povećava mnogo fluks usled lokalne zasićenosti polarnog jezgra, dok odgovarajuće smanjenje na drugom kraju znatno smanjuje ukupni fluks, odakle smanjenje *ems* dinamo-mašine.

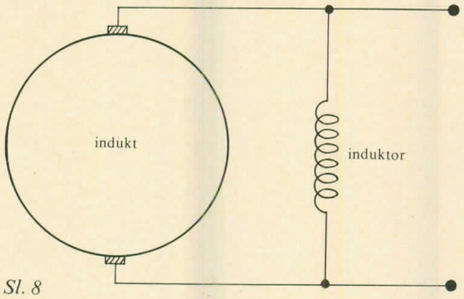


Sl. 6

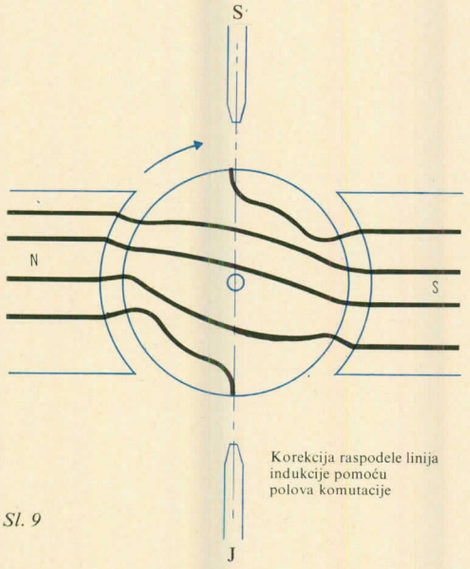


Sl. 7

Kako se neutralna linija pomerila u smeru rotacije, sekcije u komutaciji nemaju više na svojim krajevima napon jednak nuli. Iz toga proizlaze varnice koje prete da brzo oštete kolektor. Ovaj nedostatak je utoliko ozbiljniji što može izazvati luk koji se pojavljuje između dve ploče kolektora i koji se preko čet-



Sl. 8



Sl. 9

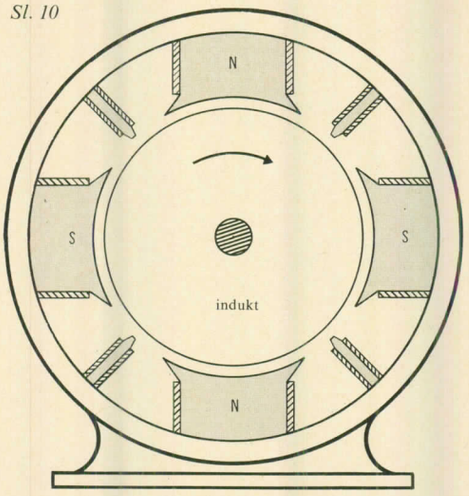
kica širi oko indukta, što ima za posledicu nepopravljivo oštećenje kolektora. Ovaj nedostatak može se otkloniti pomeranjem četkica u istom smeru. Međutim, kod veoma velikih mašina izloženih velikim promenama opterećenja, postavlja se katkad kao zaštita »kompenzacioni namotaj«. Namotavanje se vrši na kostur, paralelno aktivnim strukovima žica indukta, tako da se obrazuje omotač struje identičan omotaču indukta. Dovoljno je tada da se kroz ovaj namotaj propusti indukovana struja, smera suprotnog smeru proticanja struje u induktu, pa da se elektromagnetska dejstva dva omotača uzajamno poništavaju.

KOMUTACIJA. Kada se koriguje reakcija indukta dinamo-mašine pomeranjem četkica, konstatuje se da pod velikim opterećenjem ne postoji nijedna tačka učvršćenja četkica koja daje hod bez varnica. Ovaj nedostatak komutacije može se objasniti sledećom činjenicom: kada jedna od četkica dođe u dodir sa dve ploče kolektora (sl. 3) (ploče I i II na primer), pojavljuje se zatvoreni navoj (strukovi žica 1 i 8), u kome struja mora menjati smer. Ako je struja jaka nastaje *ems* samoindukcije tako da kada četkica napušta jednu od ploča, između četkice i ploče ostaje luk opasan za kolektor. U cilju smanjivanja ove *ems* dodaju se između glavnih polova induktora pomoćni polovi (polovi komutacije) veoma uski, kroz čije magnetizacione kalemove protiče indukovana struja. Ovi pomoćni polovi stvaraju u sekciji u komutaciji *ems* smera suprotnog prethodnom, uspostavljajući na taj način pravilnu komutaciju.

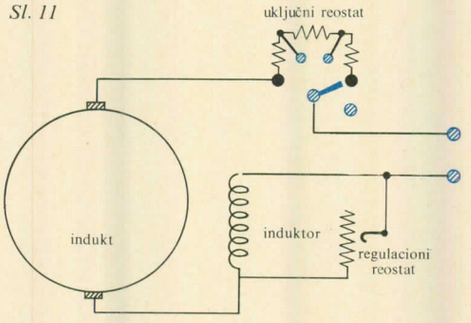
Napomenimo najzad da kod mašina srednje moći (nekoliko kilovata), uvođenje polova komutacije dovodi pri opterećenju do modifikacije raspodele fluksa (sl. 9), koja je dovoljna da koriguje najnepodesnija dejstva reakcije indukta. Zbog toga, većina savremenih mašina ima polove komutacije, dok mnogo ređe susrećemo namotaj kompenzacije.

POBUĐIVANJE. Struja koja protiče kroz namotaj induktora naziva se *struja pobuđivanja*. Ona može

Sl. 10



Sl. 11



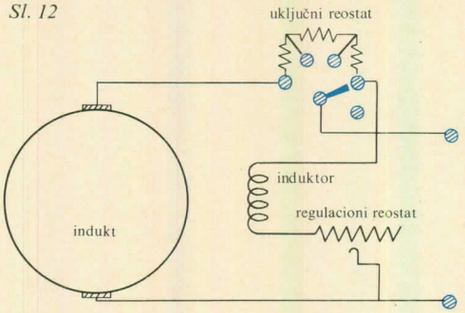
poticati od spoljašnjeg izvora (odvojeno pobuđivanje) ili, što je češće, nju proizvodi sam dinamo. U većini slučajeva to je deo struje koju proizvodi aktivni namotaj koji prolazi kroz namotaj induktora (paralelno pobuđivanje) (sl. 8).

Usled remanentnog namagnetisanja u induktu se proizvodi slaba struja. Jedan deo ove struje protiče kroz induktor. Ako je smer rotacije podesan, proizvedeni fluks se sabira sa remanentnim fluksom, odakle povećanje *ems* do normalne vrednosti. Dinamo sa paralelnim pobuđivanjem ima, dakle, samo jedan mogući smer rotacije za dato grananje svog kola pobuđivanja.

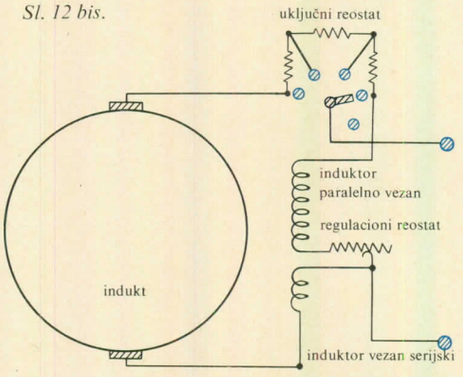
Reostat, serijski povezan sa induktorom, dozvoljava da se reguliše *ems* dinama. Uzgred ćemo pomenuti da postoji maksimalna vrednost otpora ovog reostata, izvan koje uključivanje mašine nije više moguće.

Kada indukt dinama sa paralelnim pobuđivanjem počne da daje struju zapaža se pad napona koji raste sa opterećenjem (reakcija indukta i njegov otpor). Da bi se dobio konstatni napon uz promenljivi intenzitet, treba regulisati pobuđivanje kao funkciju opterećenja. Dinamo sa kombinovanim pobuđivanjem (sl. 7) dozvoljava da se dobije gotovo isti rezultat a da se pri tom ne dira podešavanje pobuđivanja pri svakoj promeni opterećenja.

Sl. 12



Sl. 12 bis.



Kombinovano pobuđivanje se dobija pomoću paralelno vezanog klasičnog induktora, kome se dodaje nekoliko navoja debele žice, kroz koju protiče struja koju daje mašina. Tako se dobija dopunsko pobuđivanje koje se povećava u srazmeri sa porastom opterećanja, koje na taj način koriguje ukupnu reakciju indukta (podrazumevajući otpor indukta).

MULTIPOLARNI DINAMO. Kod velikih mašina glomaznost i težina se smanjuju umnožavanjem broja polova induktora (sl. 10). Princip rada ostaje isti. Međutim, veze između aktivnih strukova žica indukta moraju biti modifikovane. Odatle proizlaze dva tipa namotaja.

Ako se iscrpu žlebovi smešteni pod dva uzastopna pola, pre nego što se pređe na sledeće polove, namotaj se naziva »petljasti« (paralelni). Dobijena *ems* je ista kao i kod bipolarnog dinama, pošto ima isti korisni fluks na pol. Na kolektoru treba imati onoliko linija četkica koliko ima polova. Postoji i toliko puteva namotaja.

Ako se, naprotiv, za vreme namotavanja ide uvek u istom smeru oko indukta, dobija se »talasasti« (serijski) namotaj. Ovaj namotaj dozvoljava, uz ostale iste uslove, da se dobije viši napon. Postoje samo dva puta namotaja i dve linije četkica dovoljne su da obezbede komutaciju.

Postoje još i kombinacije ova dva tipa namotaja koje dozvoljavaju da se optimalno kombinuje broj aktivnih strukova žice, broj žlebova, broj ploča u kolektoru, željeni napon i intenzitet.

ELEKTROMOTORI JEDNOSMERNE STRUJE

MOTORI JEDNOSMERNE STRUJE. Uputimo preko četkica struju u indukt bipolarnog dinama. Ova struja se deli na dva dela i tako protiče kroz svaki aktivni provodnik svakog puta namotaja. Ovi provodnici postavljeni u polje kroz koje protiče struja, potčinjeni su elektromagnetskim silama koje teže da rotor obrću u takvom smeru, da se indukt ponaša kao generator montiran u opoziciji sa izvorom. Ova rotacija je stalna, jer posredstvom sklopa kolektor-četkice postoje uvek aktivni strukovi žica kroz koje protiče struja, u istom smeru, pod istim polom. Dinamo-mašina se može, dakle, idealno koristiti kao električni motor. Napomenimo, međutim, da je tada smer rotacije motora suprotan smeru u kome bi trebalo okretati indukt da bi se dobila struja istog smera.

KONTRAELEKTROMOTORNA SILA I SPREG ELEKTROMOTORA. Kontraelektromotorna sila motora je

$$E' = n N \Phi$$

(sa napred usvojenim označavanjima).

Uzmimo da je I intenzitet struje koju troši motor. Električna energija koja se pretvara u mehaničku

energiju u sekundi je

$$W' = E'.I = nN\Phi I.$$

Motorni spreg Γ lako se može odrediti jer se rad W' koji on obavi u sekundi može izraziti na dva načina:

$$W' = \Gamma \times 2\pi N = nN\Phi I.$$

Odakle $\Gamma = \frac{n\Phi I}{2\pi}$, ili $\Gamma = k\Phi I$.

Motorni spreg je dakle proporcionalan utrošenom intenzitetu i induktorskom fluksu.

MOTOR SA SERIJSKIM POBUĐIVANJEM. Induktor takvog motora napravljen je od debele žice kroz koji prolazi celokupna indukciona struja (sl. 11). U prvoj aproksimaciji može se smatrati da gvožđe armature nije zasićeno; tada je $\Phi = k'.I$, dakle $\Gamma = kk'I^2$.

Uzmimo da je U napon napajanja motora a R otpor induktora (podrazumevajući tu, eventualno, namotaje kompenzacije i pomoćne polove). Omov zakon tada glasi:

$$U = E' + RI; \quad \text{dakle} \quad U = nNk'I + RI;$$

odakle

$$I = \frac{U}{R + nNk'}$$

i

$$\Gamma = kk' \frac{U^2}{(R + nNk')^2}$$

1. **Bez opterećenja**

U prvoj aproksimaciji $\Gamma = 0$; dakle, N je beskonačno. U stvarnosti, N je ograničeno malim spregom mehaničkog trenja, ali je dovoljno veliko da dovede do potpunog uništenja motora ili, u najmanju ruku, namotaja indukta.

Motor sa serijskim pobuđivanjem stavlja se u rad bez opterećenja.

2. **Pod opterećenjem**

Brzina se jako smanjuje u zavisnosti od povećanja otpornog sprega, što često smeta i ograničava domen upotrebe motora sa serijskim pobuđivanjem. Međutim, spreg pri stavljanju u pogon je veoma velik, a ova sposobnost adaptacije na željeno naprezanje uslovljava da se on koristi za električnu vuču i kod dizalica (gde je težina kuke dovoljna da se izbegne stavljanje u rad bez opterećenja).

Korišćenje takvog motora zahteva upotrebu uključnog reostata koji ograničava struju kada je, usled male brzine, *ems* mala. S druge strane, u hodu jedan drugi reostat, postavljen paralelno u strujno kolo induktora, dozvoljava da se do izvesne mere reguliše brzina; to je regulacioni reostat.

MOTOR SA PARALELNIM POBUĐIVANJEM. Tako se naziva motor čiji je induktor postavljen paralelno (sl. 12). Kod takvog motora struja pobuđivanja je konstantna, jer je napon na induktorskim namotajima jednak ukupnom naponu napajanja U motora. Kao i kod motora sa serijskim pobuđivanjem, Omov zakon se piše $U = E' + RI$. Ako se zanemari član RI, kao mali u odnosu na E', dobija se $U = E = nN.\Phi$. U je konstantno, a takođe i n i Φ; dakle:

Brzina motora sa paralelnim pobuđivanjem praktično je konstantna bez obzira na opterećenje, i zavisi samo od fluksa.

Motor sa paralelnim pobuđivanjem, čija se brzina može precizno regulisati i koja se malo menja sa opterećenjem, predstavlja, dakle, motor koji se koristi za pogon mašina-alatljika.

I za ove motore je potreban uključni reostat. Za menjanje brzine serijski se veže sa induktorom jedan regulacioni reostat.

MOTOR SA KOMBINOVANIM POBUĐIVANJEM. Kod kombinovanog pobuđivanja motora, serijski spojeno strujno kolo induktora može ili povećavati fluks (aditivno kombinovanje), ili ga, naprotiv, smanjivati (suptraktivno kombinovanje). U prvom slučaju (sl. 12 bis) dobijaju se svojstva motora sa serijskim pobuđivanjem bez njegovog glavnog nedostatka, stavljanja u rad bez opterećenja, jer paralelno vezan namotaj održava znatan fluks. U drugom slučaju koji se veoma malo primenjuje, može se odrediti supstraktivni fluks tako da smanjenje ukupnog fluksa automatski obezbeđuje održavanje date vrednosti brzine. Napomenimo, međutim, da danas, zahvaljujući elektronskoj industriji, postoje mnogo podesnija sredstva za dobijanje bilo konstantne i precizne brzine, bilo drugih karakteristika brzine.

STEPEN KORISNOG DEJSTVA MOTORA. Stepen korisnog dejstva nekog motora meri se odnosom mehaničke energije koju on daje, $W' = E' \times I$, i električne energije koju on uzima, $W = U.I$. Imamo, dakle

$$\rho = \frac{W'}{W} = \frac{E'}{U}.$$

Ali zbog Fukoovih struja i histerezisa stepen korisnog dejstva je nešto manji od $\frac{E'}{U}$. On, međutim, dostiže od 0,85 do 0,95, kao i kod dinamo-mašina.

MONOFAZNI ALTERNATORI

OPIS. Shema alternatora bila je već data napred (str. 600). U praksi je ram, koji je sedište *ems*, nepokretan. To je stator. On se sastoji od ravnih kalemova – svežnjeva provodnika namotanih u žlebovima venca od lisnatog gvožđa koga drži postolje od livenog gvožđa. Ispred ovih kalemova kreću se polovi, naizmenično severni i južni, koje nosi rotor (induktor). Postoje dve vrste rotora, odakle i dva tipa alternatora.

1. *Rotor sa izbočenim polovima.* To je jedan zamajac od livenog čelika velikog prečnika, koji sadrži $2p$ polarnih jezgara prekrivenih magnetizacionim kalemovima, kroz koje protiče jednosmerna struja pobuđivanja. Smer namotavanja je naizmeničan, tako da se sukcesivno stvaraju severni i južni polovi (sl. 13).

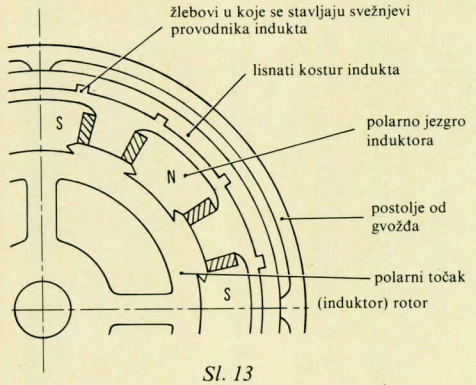
2. *Rotor sa ravnim polovima.* To je masivni čelični cilindar sa longitudinalno usečenim žlebovima, u koje su utisnuti magnetizacioni kalemovi. Ovi rotori imaju maksimum četiri pola (najčešće dva). Oni su namenjeni velikim rotacionim brzinama (termoturbine koje se koriste u nuklearnim centralama). Njihov prečnik mora biti mali, odakle, za veliku snagu, veoma izdužen oblik (sl. 14).

PRINCIP. Broj indukovanih kalemova (stator), serijski vezanih, jednak je broju polova (rotor). Smer namotavanja takođe se naizmenično menja. Kada se rotor obrće u statoru, u svakom se momentu jedan severni pol približava nekom kalemu indukta, dok se jedan južni pol od njega udaljava. U isto vreme kod susednog kalema južni pol je taj koji se približava, dok se severni pol udaljava. Indukovane *ems* su, dakle, suprotnog smera. Kako je i namotavanje suprotnog smera, sve dobijene *ems* sabiraju se u svakom momentu (odatle mogućnost direktnog dobijanja *ems* mnogo većih od *ems* koje se pojavljuju kod mašina jednosmerne struje). Posebno, ove *ems* menjaju smer u isto vreme u čitavom statoru kada se medijana jednog pola poklapa sa medijanom jednog kalema.

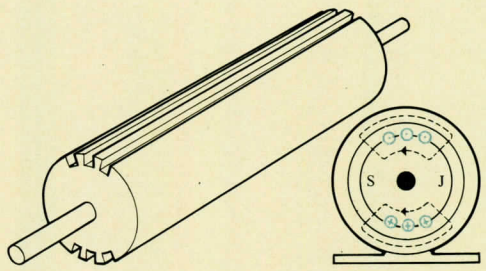
FREKVENCIJA PROIZVEDENE STRUJE. Svaki put kada se rotor obrne za ugao koji razdvaja dva uzastopna istoimena pola, iste pojave se ponavljaju. Period dobijene struje jednak je, dakle, vremenu koje utroši rotor da bi se obrnuo za ovaj ugao. Uzmimo da je n broj obrtaja u sekundi, a $2p$ broj polova;

$$T = \frac{1}{np}; \quad F = np.$$

U praksi se ova frekvencija F kreće od 16 do 60 herca.



Sl. 13



Sl. 14

POBUĐIVANJE ALTERNATORA. Na istu osovinu sa alternatorom obično se montira mali dinamo koji proizvodi jednosmernu struju pobuđivanja. Snaga koju on troši je mala u odnosu na snagu alternatora (1 do 2 procenta).

VEZIVANJE ALTERNATORA. Da bi se dobila velika snaga u mreži, potrebno je da se paralelno veže veliki broj alternatora. U momentu vezivanja nužno je da alternator koji treba vezati ima istu brzinu, istu elektromotornu silu, istu fazu kao i ostali alternatori mreže. Izvođenje vezivanja podrazumeva, dakle, obavezno dva voltmetra za naizmeničnu struju i jedan »indikator faze« (sijalica, na primer).

TROFAZNI ALTERNATORI

TROFAZNE STRUJE. *Trofaznim strujama* nazivamo skup od tri naizmenične struje iste frekvencije, međusobno pomerene u vremenu za trećinu perioda. Intenziteti tri struje predstavljeni su, dakle

$$i_1 = I_1 \sin \omega t, \; i_2 = I_2 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$i_3 = I_3 \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = I_3 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Ako je $I_1 = I_2 = I_3 = I$ za sistem se kaže da je *uravnotežen.*

U svakom momentu zbir intenziteta struja uravnoteženog trofaznog sistema je nula:

$$i_1 + i_2 + i_3 = I\left[\sin\left(1 + 2\cos\frac{2\pi}{3}\right) + \right.$$

$$\left. + \cos\omega t\left(\sin\frac{2\pi}{3} - \sin\frac{2\pi}{3}\right)\right] = 0.$$

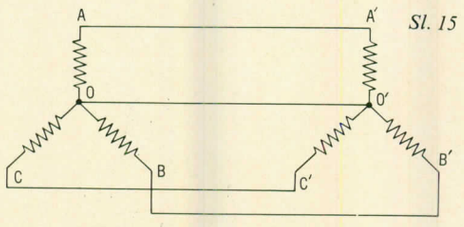
Veoma retko se upotrebljavaju polifazni sistemi od n faza sa $n \neq 3$.

TROFAZNI ALTERNATOR. Skup tri struje može se proizvesti pomoću jednog jedinog alternatora, u kome je svaki kalem statora zamenjen skupom od tri kalema, međusobno pomerena za ugao jednak trećini ugla koji razdvaja dva uzastopna pola. Vezujući međusobno kalemove tri po tri, dobija se skup od tri generatora od kojih svaki daje jednu od tri struje trofaznog sistema.

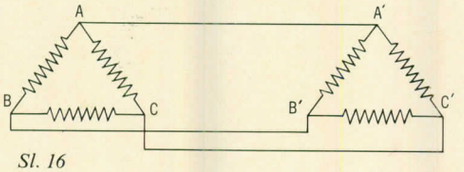
VEZIVANJA TROFAZNOG ALTERNATORA.

1. **Vezivanje u »zvezdu«.** Broj izlaznih krajeva alternatora može se smanjiti od šest na četiri vezujući, na primer, tri ulazna kalemova u jednu zajedničku tačku koja je »neutralna« (tačka 0). Tri izlaza nazivaju se tada »faze« (A, B, C).

Da bi se stiglo do potrošača, potrebne su, dakle, četiri žice (AA′, BB′, CC′, OO′). Međutim, ako je sistem uravnotežen, može se izbaciti žica OO′ jer je zbir intenziteta tri struje, koje protiču kroz nju, jednak nuli (sl. 15).



Sl. 15



Sl. 16

Distribucioni sistem sa četiri žice je sistem koji se koristi u nacionalnoj mreži Francuske. Lako se može pokazati da ako je napon između bilo koje faze i nulte faze U, napon između dve faze je $U\sqrt{3}$.

2. **Vezivanje u »trougao«.** Tri namotaja alternatora ovde su serijski povezani tako da se može obići ceo trougao, sledeći pozitivni smer tri napona. Tri žice voda su povezane u temenima trougla. Potrošački aparati mogu biti grupisani na isti način (sl. 16).

MOTORI NAIZMENIČNE STRUJE

OBRTNO POLJE. Videli smo da za dobijanje sistema trofaznih struja treba obrtati magnet ili elektromagnet u unutrašnjosti statora alternatora. Ako se polovi jednog trofaznog alternatora spoje sa odgovarajućim polovima drugog identičnog statora, u njegovoj unutrašnjosti dobija se raspodela indukcije identična raspodeli koja postoji u unutrašnjosti prvog statora. Dobijeno polje je, dakle, isto kao da ga je proizvela obrtna namagnetisana šipka. Zbog toga se ono naziva »obrtno polje«.

Obrtna polja mogu se dobiti pomoću bilo kog polifaznog sistema pod uslovom da kalemovi statora budu raspoređeni na odgovarajući način. Obrtna polja sa $2p$ pola mogu se takođe proizvesti umnožavanjem broja kalemova statora.

Polje koje nastaje unutar statora polifaznog alternatora koje napaja sistem struja koji odgovara njegovom tipu raspodele kalemova, ima konstantnu vrednost i obrće se brzinom koju određuje frekvencija struje.

KLASIFIKACIJA MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE. Ako se potkovičasti magnet obrće iznad namagnetisane igle, jednom stavljena u pokret igla nastavlja da se obrće istom brzinom kao i magnet. Zamenimo magnet statorom alternatora, namagnetisanu iglu stavlja u pokret obrtno polje i ova se obrće istom brzinom kao i polje: to je princip *»sinhronih« motora.* Brzina ovih motora je konstantna i ne zavisi od opterećenja. Oni se ne mogu sami uputiti u rad.

Ako se prethodni ogled ponovi zamenjivanjem igle bakarnim diskom, disk se takođe počinje obrtati, ali se počinje sam okretati i obrće se uvek manjom brzinom od magneta. To je princip *»asinhronih« motora* ili indukcionih motora. Mnogo ređe se upotrebljavaju drugi tipovi motora, kao što su motori sa kolektorom, repulzioni motori, motori sa histerezisom, motori sa rednim pobuđivanjem, kada je neophodno regulisanje brzine.

SINHRONI MOTORI

PRINCIP. Posmatrajmo trofazni alternator koji se normalno stavlja u pogon, koji napaja jednosmerna struja i koji je uključen u mrežu. Ako pogonski motor smanji brzinu, fiktivni polovi koje stvara stator idu ispred realnih polova povezanih sa rotorom. Usled međusobnog privlačenja, sada je rotor taj koga stavlja u pogon obrtno polje statora. Alternator tada funkcioniše kao sinhroni motor. Njegova brzina je strogo konstantna (ista je kao u alternatoru), jer ovde ne može postojati klizanje (razlika u broju obrtaja) jednog polarnog venca u odnosu na drugi. Ako se slučajno pojavi klizanje, raznoimeni polovi rotora smenjuju se ispred istog pola statora, pa imamo naizmenično privlačenje i odbijanje, ne postoji, dakle, srednji spreg: to je »otkačinjanje«. Potrebna je, prema tome, umešnost pri uključivanju.

DIJAGRAM RADA. Posmatrajmo jedno od strujnih kola statora polifaznog alternatora. Omov zakon može se pisati u vektorskom obliku

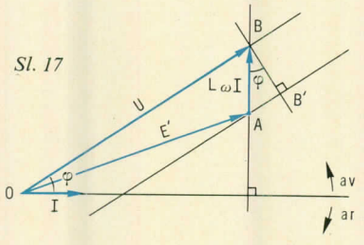
$$\overrightarrow{U}=\overrightarrow{E'}+\overrightarrow{RI}+\overrightarrow{L\omega I},$$

gde je U napon mreže, E′ kontraelektromotorna sila motora, R termogeni otpor strujnog kola posmatranog statora, L induktivnost istog kola (pretpostavlja se da je određena i konstantna).

U praksi je član $\overrightarrow{RI}$ zanemarljiv u odnosu na $\overrightarrow{L\omega I}$. Može se dakle uzeti

$$\overrightarrow{U}=\overrightarrow{E'}+\overrightarrow{L\omega I}.$$

Odavde proizlazi Frenelov dijagram, predstavljen na slici 17. Povucimo kroz A paralelu sa OB i u B postavimo normalu na OB. Razlika u fazama φ nalazi se u $\widehat{ABB'}$. Dakle $BB'=L\omega I\cos\varphi$. BB′ je dužina proporcionalna $I\cos\varphi$, dakle $UI\cos\varphi$, to jest snazi P koju troši motor, dakle i pogonskom spregu C, jer je $P=C.2\pi n$, a brzina n konstantna.



Sl. 17

RAD SA KONSTANTNIM SPREGOM. Pošto je napon mreže U konstantan, O i B su fiksirani. Dužina BB′ je takođe konstantna. Kada se menja pobuđivanje, dakle *kems* E′, tačka A se pomera na paraleli sa OB.

1. Ako je OA < OB′ vidimo da I kasni u odnosu na napon. Motor se, dakle, ponaša kao strujno kolo induktivnog karaktera.

2. Ako je OA = OB′, U i I su u fazi i motor radi sa faktorom snage jednakim jedinici. Utrošena struja je minimalna i motor se ponaša kao termogeni otpor.

3. Ako je OA > OB, struja prethodi naponu. Motor se ponaša kao strujno kolo sa pretežnim kapacitetnim dejstvom. Ovo svojstvo je veoma zanimljivo. U mreži se vodovi i većina potrošača ponašaju kao samoindukcije. Iz toga proizlazi veoma nepovoljan faktor snage čitave celine. Da bi se takav faktor snage poboljšao, dobro je u mrežu uključiti sinhrone motore sa jakim pobuđivanjem. Ovi motori se tada nazivaju »sinhroni kompenzatori«.

UKLJUČIVANJE. Sinhroni se motor uključuje okretanjem njegovog rotora: motor se uključuje asinhrono. Može se takođe koristiti pobuđivač, montiran na kraju osovine kao pogonski motor. Tada se uključuje u mrežu kao i alternator. Uključivanje se, dakle, vrši uvek bez opterećenja.

UPOTREBA. Sve manje i manje korišćen uprkos svom izvanrednom stepenu korisnog dejstva, sinhroni motor služi praktično još samo kao sinhroni kompenzator i u neke posebne svrhe (pumpe, kompresori, tkačke mašine).

ASINHRONI MOTOR

OPIS. Stator asinhronog motora je isti kao stator alternatora ili sinhronog motora. Kao i u prethodnom slučaju on proizvodi obrtno polje.

Rotor se sastoji od strujnog kola zatvorenog na njemu, koje se može ostvariti u obliku polifaznog namotaja identičnog namotaju statora (veliki motori), ili u obliku »kaveza«. Kavez je napravljen od dva bakarna diska, centrirana na osovinu rotora, međusobno spojena pomoću masivnih bakarnih šipki. Rotori su uvek namotani na cilindrična jezgra od lisnatog gvožđa sa žlebićima koji su identični sa žlebićima dinama.

Kada je rotor namotan, on obavezno sadrži isti broj polova kao i stator, ali je, uopšte uzev, trofazan i vezan u zvezdu, što omogućuje da struja izlazi kroz tri kraja povezana u tri prstena.

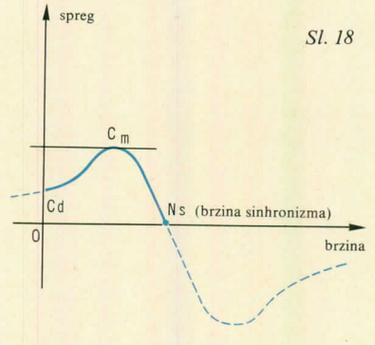
PRINCIP. Pošto je stator pod naponom, obrtno polje stvara u rotoru indukovanu *ems*, a pošto je strujno kolo rotora zatvoreno stvara i indukovane struje. Prema Lencovom zakonu, elektromagnetsko dejstvo na rotor teži da se odupre uzroku koji stvara ove struje, to jest relativnom kretanju polja i rotora. On se, dakle, počinje obrtati. Međutim, on nikada ne može dostići brzinu sinhronizma, jer tada ne bi bilo indukovanih struja, a time ni pogonskog sprega: *rotor klizi konstantno u odnosu na polje.* Klizanje se naziva odnos

$$g=\frac{\text{brzina polja} - \text{brzina rotora}}{\text{brzina polja}}$$

Pri normalnom radu ono se kreće od 3 do 5 procenata.

SPREG I BRZINA. Kada se menja brzina, pogonski spreg, koji je dosta mali pri uključivanju, prolazi kroz maksimum veoma blizak brzini sinhronizma.

Pri normalnom radu to je deo C_mN_s karakteristike prikazane na sl. 18. Ova kriva je skoro vertikalna: *mehanička karakteristika asinhronog motora je dakle ista kao i karakteristika motora sa paralelnim pobuđivanjem jednosmerne struje.*

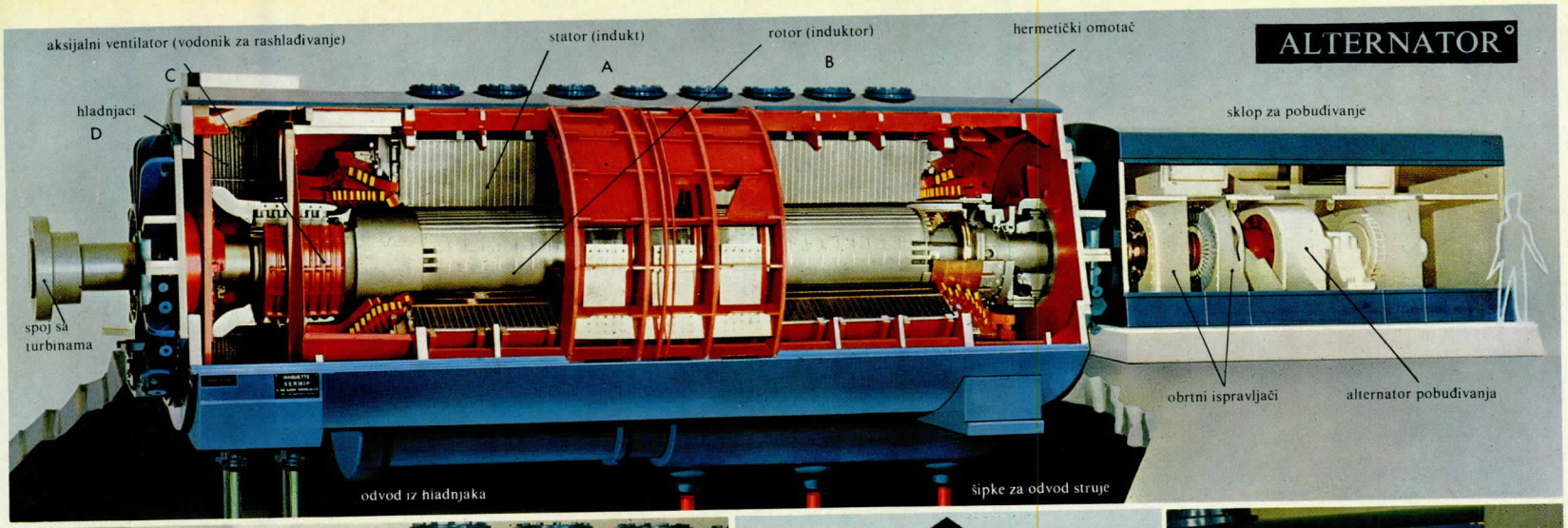


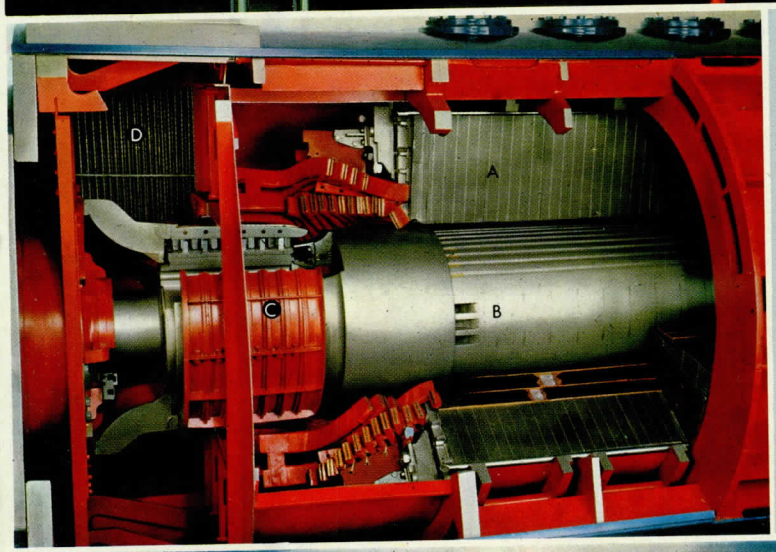
Sl. 18

Napomenimo još da je maksimalni spreg proporcionalan kvadratu napona napajanja. Ne bi bilo korisno da se smanji taj napon. Za dati spreg se, međutim, može menjati brzina uvođenjem otpora redno vezanih sa rotorom. Karakteristika postaje položenija a da se pri tome C_m ne menja.

UKLJUČIVANJE. Mali kavezni motori uključuju se lako, iako je struja tada veoma jaka (tri do četiri puta veća od nominalne struje). Kod velikih motora umeću se otpori u rotorsko kolo. Vodeći računa o

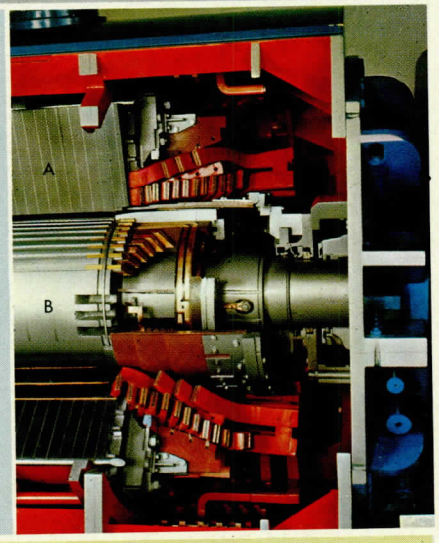
ALTERNATOR



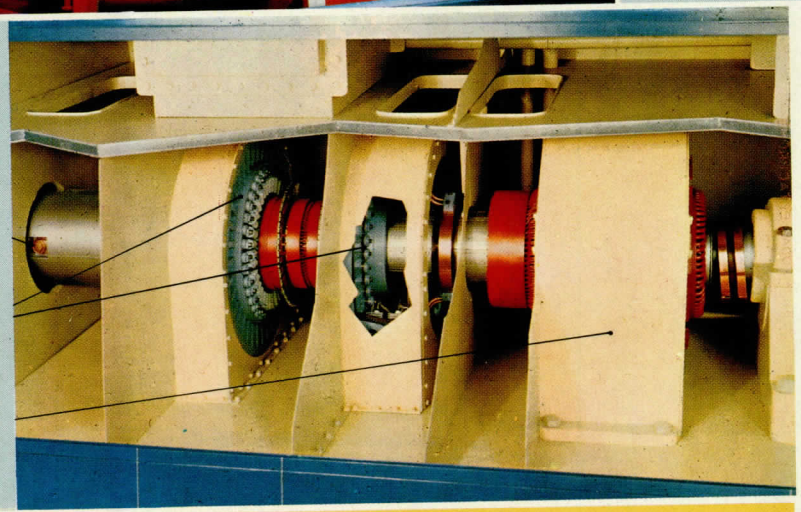


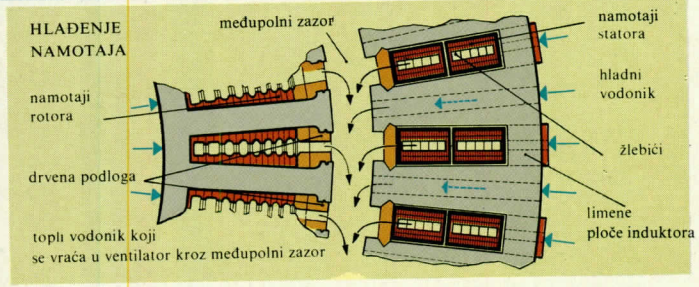
Alternator od 600 MW, termička centrala E. D. F. Porševil (Porchevill)

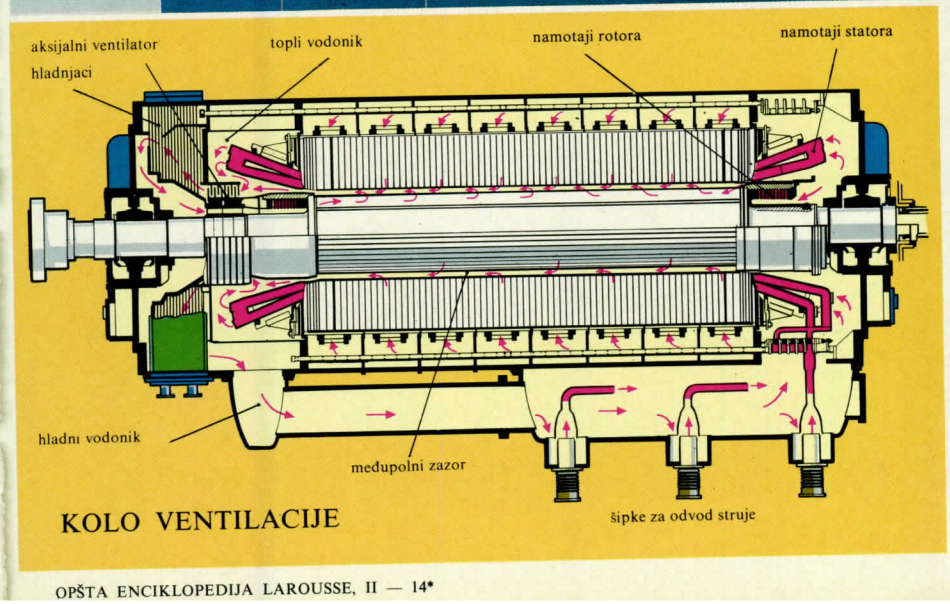
Presek alternatora: aksijalni ventilator i hladnjaci, namotaji i veza sa obrtnim ispravljačima



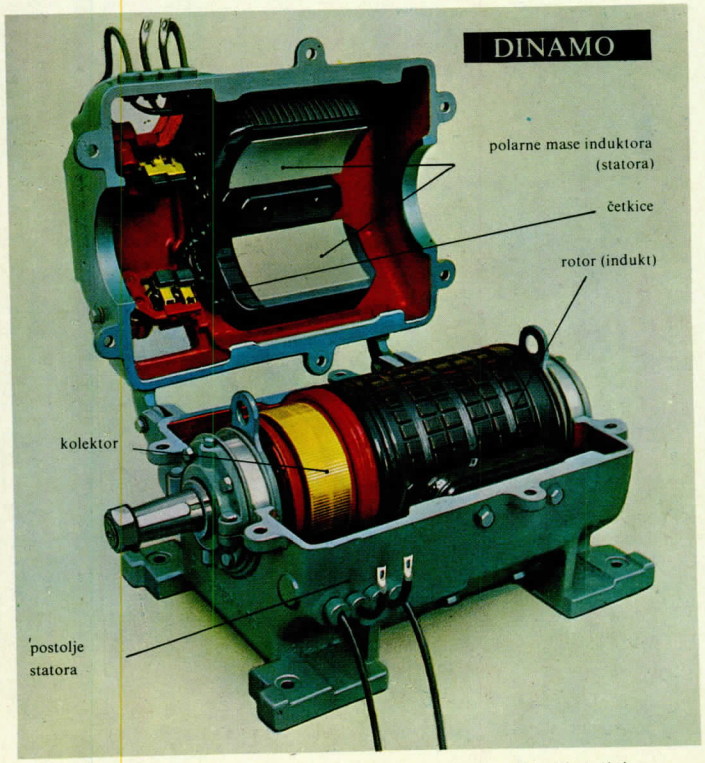
Ovaj alternator koji proizvodi struju pod naponom 20 kV hladi se pomoću vodonika (maksimalni pritisak 4 bara) koji cirkuliše kroz ploče od lima i kroz unutrašnjost provodnika statora i rotora.
Pobuđivanje ove mašine ne vrši se pomoću generatora jednosmerne struje, već pomoću alternatora i obrtnih ispravljača (silicijumdiode). Direktna veza, bez kliznih kontakata, uspostavljena je tako između namotaja rotora pobuđivača (indukta) i namotaja alternatora (induktora).



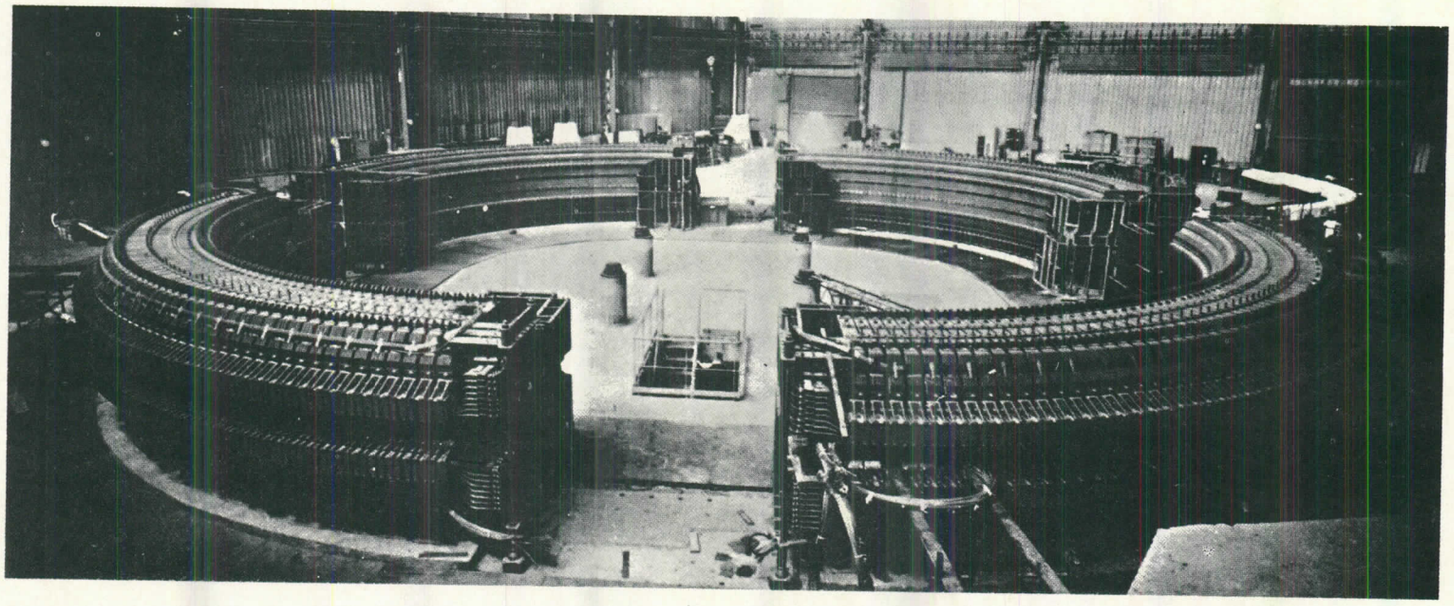




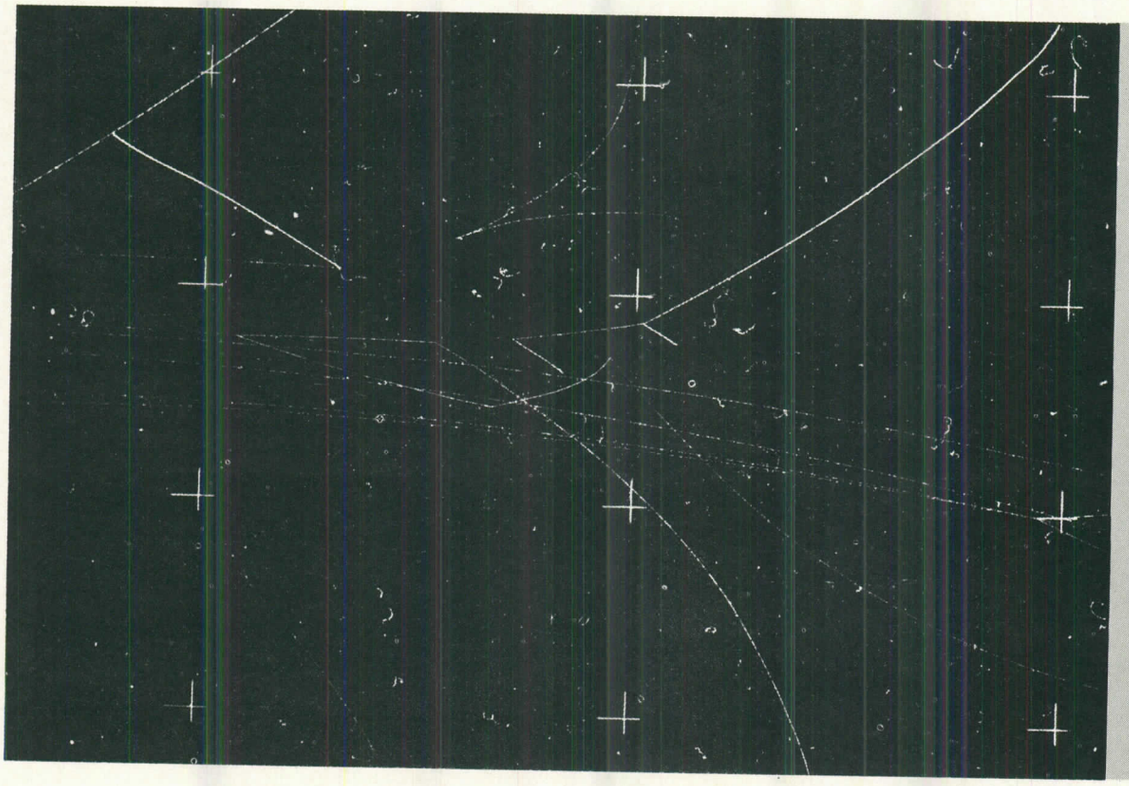
KOLO VENTILACIJE



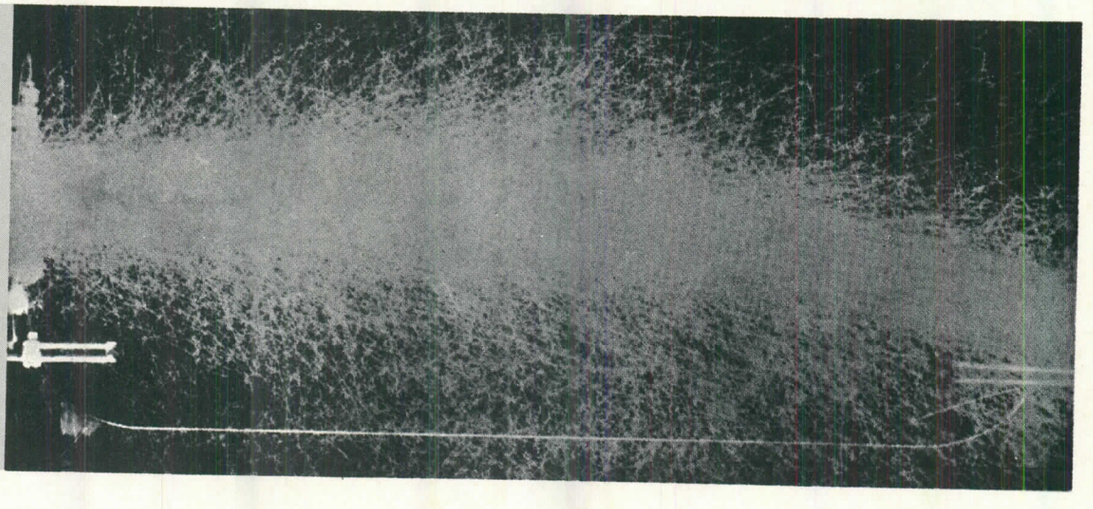
Dok. Jeumont-Schneider i Alsthom.



Sinhrotron »Saturn« Atomskog centra u Sakleu (Saclay), dozvoljava da se protoni ubrzaju do energije od 3 milijarde elektron-volti. *Dok. C. E. A.*



Interakcija K^- mezona od 1,5 GeV u mehurastoj komori sa teškom vodom Politehničke škole, koja proizvodi K^+ koji se dezintegriše u komori pri zaustavljanju, dajući $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$, i jedan Ξ^- koji se dezintegriše u letu, dajući jedan π^- i jedan Λ°. Λ° se dezintegriše u proton i π. Proton stupa u uzajamno dejstvo sa tečnošću. *Dok. Laboratorije L. Leprince-Ringuet.*



Snop čestica ubrzanih u sinhrotronu »Saturn«, ostavljaju tragove svog prolaza u tečnosti mehuraste komore. *Dok. C. E. A.*

maksimalnoj struji mreže, može se proračunati uključni reostat tako da se sačuva jak spreg stavljanja u pogon (sl. 19). Uključivanje kaveznih trofaznih motora vrši se često komutacijom zvezda — trougao statorskih namotaja.

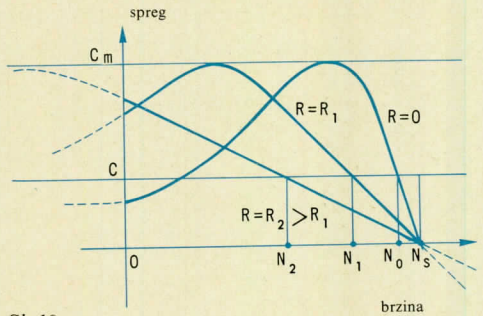
Vezivanje u zvezdu dozvoljava da se u svakom namotaju smanji napon na $\frac{U}{\sqrt{3}}$. Struja u svakom vodu je tada smanjena za 1/3, ali je na žalost na isti način smanjen i spreg.

UPOTREBA. Asinhroni motor je veoma čvrst i nije mnogo skup, lako se uključuje i ima velik stepen korisnog dejstva. Podesan je za sva postrojenja sa konstantnom brzinom i najviše se koristi za snage koje se kreću od nekoliko stotina vati do više hiljada kilovata.

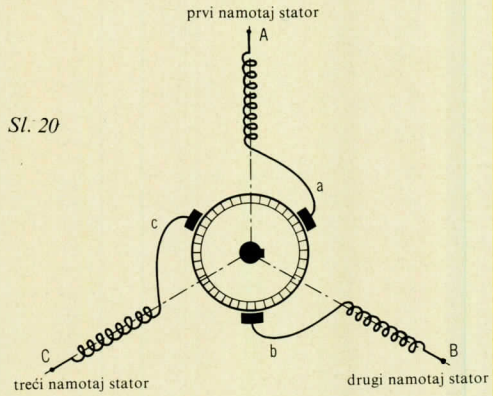
ASINHRONI GENERATOR. Ako brzina rotacije premašuje brzinu sinhronizma, napred data mehanička karakteristika pokazuje da spreg postaje suprotan. Motor tada troši mehaničku energiju i daje je u obliku električne energije u mrežu sa kojom je povezan. Ovo svojstvo se često koristi za eksploataciju malih vodenih padova. Ali ovo je moguće samo ako već postoji mreža stalne frekvencije. Jedan asinhroni generator ne može davati struju u mrtve termogene otpore.

MONOFAZNI MOTOR SA REDNIM POBUĐIVANJEM. Motor jednosmerne struje sa rednim pobuđivanjem može teorijski funkcionisati sa naizmeničnom strujom, jer se smer struje u induktoru i induktu menja u isto vreme. U praksi je potreban lisnati kostur da bi se smanjili gubici usled Fukoovih struja, treba konstruisati poseban indukt i kolektor, jer dejstvo samoindukcije namotaja izaziva varnice u četkicama, treba koristiti kompenzacioni namotaj kao i polove komutacije, zbog čega se povećava težina i cena. Ovi motori se koriste za vuču, naročito na smanjenoj frekvenciji (25 ili 16,6 herca). Za male snage konstruišu se uprošćeni motori sa rednim pobuđivanjem, bez polova komutacije i kompenzacionog namotaja, koji funkcionišu pod uslovom da je brzina rotacije velika (3000 do 10000 obrtaja/minut). Oni se nazivaju »univerzalni« motori. Oni se mnogo koriste kod aparata za domaćinstvo (usisivači, mlinovi za kafu itd.).

REPULZIONI MOTOR. To je takođe monofazni motor. On koristi isti stator i isti rotor kao i motor sa rednim pobuđivanjem, ali se samo stator napaja. Rotor je kratko spojen pomoću debele žice koja spaja



Sl. 19



Sl. 20

četkice. Linija četkica može se obrtati u odnosu na liniju polova statora. U izvesnim položajima navoji rotora kroz koje protiče struja koju indukuje stator su odbijeni, odakle pogonski spreg. Ovi motori su jednostavni za korišćenje, jer se uključivanje na veliki spreg i promene brzine dobijaju prostim pomeranjem četkica.

POLIFAZNI MOTORI SA KOLEKTORIMA. Ima ih više varijanti. Stator je stator polifaznog motora, rotor je rotor dinamo-mašine. Kod trofaznog motora rotor ima tri četkice. Rotor i stator se napajaju sukcesivno preko istog skupa polifaznih struja (sl. 20). Regulisanje brzine postiže se pomeranjem četkica ili umetanjem između statora i rotora jednog autotransformatora koji menja napon dat rotoru. Ovi motori su skupi, malo se koriste, sem za jake snage.

TRANSFORMATORI

PRINCIP. Ovi aparati, statički u potpunosti, dozvoljavaju da se ili povisi ili snizi naizmenični napon, zadržavajući snagu koja kroz njih prolazi. Oni se sastoje od lameliranog gvozdenog jezgra i dva namotaja: »primarnog« i »sekundarnog«. Ako kroz primarni protiče naizmenična struja, ona proizvodi u gvozdenom jezgru naizmenični fluks indukcije. Ovaj fluks prolazi kroz sekundarni namotaj pa on postaje sedište indukovane *ems*.

Fluks koji prolazi kroz jedan namotaj približno je jednak u primarnom i sekundarnom namotaju, dakle na krajevima jednog namotaja razvija se ista elektromotorna sila e. Uzmimo da je n_1 broj navoja primarnog namotaja, n_2 broj navoja sekundarnog namotaja. Ukupna *ems* u primarnom namotaju je, prema tome $e_1 = n_1.e$, a u sekundarnom $e_2 = n_2.e$.

e_1 se veoma malo razlikuje od u_1, napona na primarnom namotaju.

e_2 se veoma malo razlikuje od u_2, napona koji se pojavljuje u sekundarnom namotaju.

Ako su V_1 i V_2 efektivni naponi koji odgovaraju u_1 i u_2, dobija se $\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2}$. Ako se, međutim, zanemare gubici, imamo isto tako $V_1.I_1 = V_2.I_2$ odakle $\frac{I_2}{I_1} = \frac{n_1}{n_2}$. Intenzitet je smanjen u istom odnosu u kome je napon povišen, ili *vice versa*.

Ako je primarni napon doveden na namotaj koji ima veći broj navoja, u sekundarnom se dobija slabiji napon i jači intenzitet: transformator se naziva »snižavač napona«. U obrnutom slučaju sekundarni napon je veći od primarnog napona: transformator se naziva »podizač napona«. $\frac{n_2}{n_1}$ je »koeficijent transformacije«.

STEPEN KORISNOG DEJSTVA. U stvarnosti fluks koji prolazi kroz dva namotaja nije strogo isti. Postoje magnetski gubici. Njihovo dejstvo se dodaje dejstvu otpora namotaja, da bi pri opterećenju smanjili sekundarni napon. Tako je, zbog Džulovog efekta i gubitaka usled histerezesa, kao i Fukoovih struja, snaga P_2 koju prenese sekundarni namotaj, manja od snage P_1 koju je utrošio primarni namotaj.

$\frac{P_2}{P_1}$ je stepen korisnog dejstva transformatora. On je izvanredan (0,95 kod malih transformatora do 0,99 kod velikih).

KONSTRUKCIJA. Gvozdeno jezgro se uvek sastoji od tankih lamela (0,3 do 0,5 mm) međusobno izolovanih pomoću laka ili papira, kako bi se smanjili gubici usled Fukoovih struja. Dva namotaja su namotana na isti deo gvozdenog jezgra kako bi se smanjili gubici. Kod transformatora velike snage hlađenje se često obezbeđuje pomoću uljne kupke. Samo ulje se katkad dovodi u spoljnje radijatore koji se hlade strujanjem vazduha.

UPOTREBA TRANSFORMATORA. Snaga koja se izgubi tokom prenošenja na velike razdaljine izražava se u obliku $p = RI^2$. Ako se želi smanjiti p, treba smanjiti R, a naročito I. Smanjivanje R je teško, jer to dovodi do povećanja poprečnog preseka žica, što je izvanredno skupo. Mora se, dakle, smanjiti I. Ali ako se želi sačuvati ista prenesena snaga $P = V.I$, treba istovremeno povećati V, odakle upotreba transformatora podizača na izlazu iz generatora, a snižavača na ulazu u aparate-potrošače. Zbog toga se, čak i kada je potrebna jednosmerna struja, radije proizvodi naizmenična struja, ova prenosi pod visokim naponom, da bi se konačno pretvorila u jednosmernu struju na samom mestu potrošnje.

Transformatori su, dakle, aparati koji imaju izuzetno široku primenu. Distributivne mreže jednosmerne struje su potpuno iščezle. Zauzvrat, problem transformacije naizmenične struje u jednosmernu struju dobio je veoma veliki značaj, jer su motori jednosmerne struje mnogo podesniji za upotrebu od motora naizmenične struje. Za »ispravljanje« naizmenične struje mogu se koristiti mašine-komutatori, grupe motori-generatori i elektronski ispravljači.

POLIFAZNI TRANSFORMATORI. Kada se koriste sistemi polifaznih struja, svaka se »faza« može odvojeno obrađivati pomoću monofaznih transformatora. Podesnije je da se upotrebi polifazni transformator koji istovremeno transformiše sve tri faze.

Trofazni transformator ima tri jezgra od livenog gvožđa, povezana sa dva bloka. Na svako jezgro namotan je primarni i sekundarni namotaj iste faze. Gvozdeno jezgro se ponaša kao skup tri namotaja vezana u zvezdu. Fluksovi se superponiraju u blokovima. Iz toga proizlazi izvesna asimetrija koja se kompenzuje povećavanjem preseka blokova.

RUMKORFOV (RUHMKORFF) INDUKCIONI KALEM. To je transformator namenjen dobijanju veoma visokih napona. Iako je napušten u mnogim oblastima, njegov značaj je ipak ostao zbog korišćenja pri paljenju automobilskih motora. Njegove osobenosti potiču, s jedne strane, od potrebe izvanredne izolacije (upotreba uljne kupke), a s druge strane, od napajanja jednosmernom strujom. Rotacioni prekidač (razvođač) prekida i ponovo uključuje više desetina puta na sekund jednosmernu struju, koja teče kroz primarni namotaj. Iz toga proizlaze periodične promene fluksa u jezgru koji se često pravi od gvozdenih žica, koje uzrokuju periodične promene indukovanog napona u sekundarnom namotaju. Nagli prekid strujnog kola udružen sa dejstvom samoindukcije primarnog namotaja izaziva veoma brzo habanje kontakata (platinska dugmad). Da bi se ublažio ovaj nedostatak, sa razvođačem se paralelno stavlja kondenzator koji delimično apsorbuje varnicu.

Primarni namotaj, kroz koji protiče znatna struja pod niskim naponom (6 do 12 volti), obuhvata nekoliko desetina navoja žice dosta velikog prečnika. Sekundarni namotaj, naprotiv, napravljen je od veoma tanke žice i obuhvata više desetina hiljada navoja. Tako se mogu dostići naponi od 10 do 40 kilovolti.

MAŠINA-KOMUTATOR. Mašina-komutator je obrtna mašina koja dozvoljava da se po želji transformiše naizmenična struja u jednosmernu struju ili da se izvede obrnuta transformacija.

Ona se sastoji od indukta dinamo-mašine koji je s jedne strane snabdeven prstenovima i klizačima, a s druge strane četkicama koje se oslanjaju na kolektor, i od induktora sličnog induktoru bipolarne dinamo-mašine. Ona može, dakle, služiti u isto vreme i kao motor jednosmerne struje i kao alternator (sa nepokretnim induktorom). Češće se upotrebljava kao sinhroni motor i dinamo-mašina.

Iako je njena konstrukcija danas praktično potpuno napuštena, ona se zadržala još u mnogim mrežama električne vuče, posebno u metrou Pariza. To je složena i skupa mašina, sa osetljivim uključivanjem i srednjim stepenom korisnog dejstva. Najveća poteškoća proizlazi iz stalne veze koja postoji između datog naizmeničnog napona i dobijenog jednosmernog napona.

GRUPA MOTOR-GENERATOR. Ona najčešće obuhvata jedan trofazni motor, sinhroni ili asinhroni, priključen na generator jednosmerne struje — dinamo-mašinu. Upotreba je veoma jednostavna. Jednosmerni napon lako se reguliše pomoću pobuđivanja dinamo-mašine. Na žalost, proizvodna cena je visoka, a stepen korisnog dejstva dosta mali (proizvod stepena korisnih dejstava dve mašine). Međutim, ona se upotrebljava u mrežama velike snage koje zahtevaju promenljivi napon.

ISPRAVLJAČI. Ispravljači ili električni ventili su statički aparati koji, umetnuti u električno kolo, daju slab otpor R_1 u smeru proticanja struje i veoma velik otpor R_2 u suprotnom smeru. Ukoliko je odnos R_2/R_1 veći, utoliko je stepen korisnog dejstva ispravljača veći.

MONTAŽE ISPRAVLJAČA

1. **Monofazni, jednostrani (sa jednim nizom pulsacionih polutalasa)**. Napon doveden na aparat-potrošač, iako je uvek istog smera, daleko je od toga da bude stalan. Zbog toga se radije primenjuju sledeći načini montaže (sl. 21).

2. **Monofazni »u mostu«**. Pomoću četiri ispravljača obezbeđuje se prolaz dva niza pulsacionih polutalasa u aparat-potrošač. Jedan od dva niza pulsacionih polutalasa namenjen je da se koristi kroz ispravljače R_1 i R_3, dok se drugi upotrebljava u istom smeru kroz R_2 i R_4 (sl. 22).

3. **Monofazni, dvostrani (sa dva niza pulsacionih polutalasa)**. Ova montaža dozvoljava da se koriste dva niza pulsacionih polutalasa samo pomoću dva ispravljača, ali zahteva da transformator potrošača bude na njihovoj sredokraći. Ova montaža se veoma mnogo koristi u radio-tehnici (sl. 23).

4. **Trofazni, jednostrani (sa jednim nizom pulsacionih talasa)**. Sekundarni namotaj transformatora napajanja vezan je u zvezdu sa nultom tačkom. Struja seče samo onu fazu koja u datom trenutku ima najviši napon. Preostalo oscilovanje na polovima potrošača je još slabije nego kod monofaznog dvostranog ispravljanja (sl. 24).

5. **Trofazni »u mostu«**. Svaka faza sa svoje strane učestvuje dva puta na period. Dobijeni stalni napon je veoma blizak maksimalnom naponu, proizišlom iz svake faze transformatora, a preostalo oscilovanje je još slabije (sl. 25).

U izvesnim slučajevima koriste se montaže istog tipa sa 6 ili 12 faza, koje dozvoljavaju da se dobije praktično konstantna struja. Međutim, kada se želi struja zaista konstantne vrednosti (napajanje radiopredajnika, telefonskih kola...) koriste se razni uređaji za filtriranje sastavljeni od induktivnih namotaja i kondenzatora.

ISPRAVLJAČI

1. **Vakuumska, elektronska dioda (ili kenotron)**. U ampulu (balon) iz koje je isisan vazduh postavimo žarnu nit električne sijalice i metalnu ploču koja obavija ovu nit. Kada se nit dovede na veoma visoku temperaturu, termičko kretanje površinskih elektrona teži da ih oslobodi sile privlačenja koja ih zadržava u metalu. Ove izbijene elektrone sada nit privlači. Oni tako obrazuju neku vrstu oblaka negativnog elektriciteta koji odbija druge elektrone koji bi pokušali da napuste nit.

Ako se metalna ploča dovede na dovoljan pozitivni potencijal, ona privlači elektrone, poništavajući tako prostorno naelektrisanje koje izoluje žarnu nit. Tako nastaje jednosmerna struja u smeru ploča (anoda) — žarna nit (katoda), jer je ugovoreni smer struje obrnut od smera kretanja elektrona.

Ako se između niti i ploče uspostavi naizmenični napon, struja će proticati samo tokom onog poluperioda u kome je ploča pozitivna. Kada ploča postane negativna ona odbija elektrone, stvarajući tako izolacioni prostor u unutrašnjosti ampule. Dioda je, dakle, dobar ispravljač, jer je »inverzni« otpor beskonačan. Međutim, upotreba diode je ograničena na nekoliko desetih ampera. To nije, dakle, ispravljač koji se može koristiti za napajanje motora.

2. **Gasna, jonska dioda (ili fanotron)**. Ampula je ispunjena inertnim gasom (argon). Elektroni koji prenose struju mogu se tako sudarati sa gasnim molekulima. Kada je kinetička energija ovih elektrona dovoljna, sudar može izbiti sekundarni elektron iz gasnog molekula; iz toga će proizići jedan dodatni elektron i jedan pozitivni jon koji će oba učestvovati u kondukciji struje. Mehanizam se umnožava veoma brzo ali se prekida odmah čim nestane napon nit — ploča. Ponovno spajanje jona je veoma brzo i kada gasnoj diodi damo naizmenični napon, kroz cev mogu proći samo oni pulsacioni talasi koji pokreću opisanu kondukciju. Takav ispravljač može propuštati nekoliko desetina ampera. Može se koristiti za napajanje malih motora i za punjenje baterija akumulatora, čak i pri niskom naponu, jer je pad napona između anode i katode konstantan i malen (oko 10 volti).

3. **Živin ispravljač**. U ampuli fanotrona se žarna nit zamenjuje tečnom živom. Metalna anoda je takođe zamenjena grafitnim diskom. Ako se mali deo katode od žive dovede u početku na visoku temperaturu, on emituje elektrone kao metalna nit, i živina para koja puni cev postaje provodnik kao u fanotronu. Topli deo (katodna mrlja) ostaje na visokoj temperaturi, jer ga stalno bombarduju pozitivni joni koji se kreću velikom brzinom. Međutim, ako se prekine stalni napon doveden između katode i anode, kondukcija prestaje i ne može se više obnoviti, pošto je iščezla katodna mrlja.

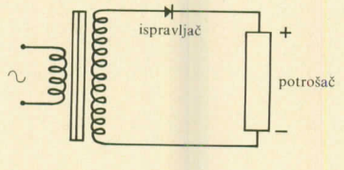
Takav se ispravljač može koristiti samo u polifaznom multianodnom uređaju. U slučaju kada je cev aktivirana, u svakom momentu postoji jedna anoda koja propušta struju. Početno aktiviranje postiže se pomoćnom elektrodom kojom se mehanički upravlja spolja, i koja dozvoljava da se aktivira luk između nje i katode, pre nego što se napon dovede na glavne anode.

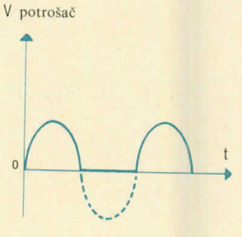
Takve cevi, realizovane u metalnim sudovima konstantnog vakuuma, koriste se pod imenom »*mutatori*« kod velikog broja mreža elektrovuče, gde zamenjuju mašine-komutatore.

Ignitron je cev istog tipa koja sadrži samo jednu anodu. Katodna mrlja se pali pri svakoj pulsaciji pomoćnom elektrodom, nazvanom »ignitor« koja se napaja kratkim impulsom struje u željenom momentu.

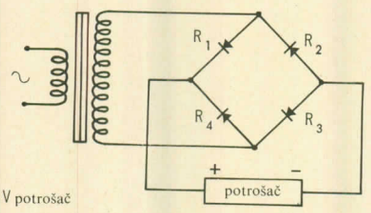
Ovi aparati uspešno zamenjuju obrtne grupe, jer su mnogo manje glomazni, nisu bučni i imaju veoma visok stepen korisnog dejstva (0,97), naročito ako se radi o jakim strujama.

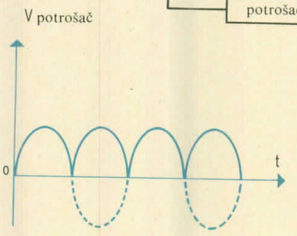
4. **Poluprovodnički ispravljači.** Poluprovodnik je telo čiji se specifični otpor menja od 1 do $10^6\,\Omega$-m (provodnici: 10^{-2} do $10^{-4}\,\Omega$-m; izolatori: 10^{10} do $10^{14}\,\Omega$-m). Specifični otpor poluprovodnika brzo opada kada



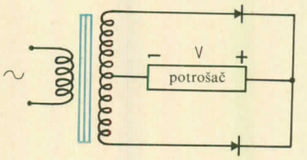


Sl. 21

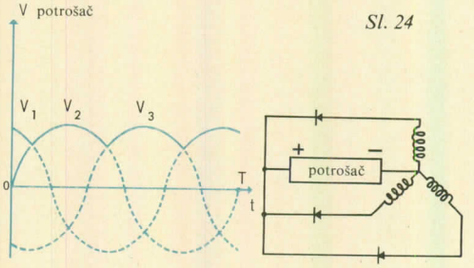




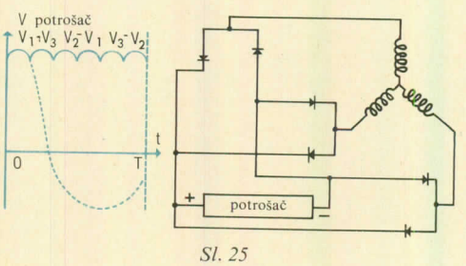
Sl. 22



Sl. 23



Sl. 24



Sl. 25

temperatura raste. Veoma mali procenat »primese« znatno menja njihova električna svojstva. Čisti germanijum i silicijum najviše se upotrebljavaju. Oni sadrže četiri elektrona na spoljnjom omotaču svojih atoma.

a) *Ako je unesena primesa sa pet spoljašnjih elektrona* (antimon), termičko kretanje može izbiti dodatni elektron. Ovaj elektron, lako pokretan, znatno će povećati provodljivost poluprovodnika, koji je tada tipa »*n*«.

b) *Ako je primesa indijum sa tri spoljašnja elektrona*, u kristalnoj rešetki postoji pozitivna »šupljina«, koja se pod uticajem termičkog kretanja pomera u rešetki. Sve se odvija kao da u kristalu postoji slobodno pozitivno naelektrisanje, što znatno povećava provodljivost: poluprovodnik je tada tipa »*p*«.

c) *Ako se zavari jedan* »n« *— tip i jedan* »p« *— tip poluprovodnika dobija se ispravljač na »spoj«*. Ako je pozitivni pol generatora postavljen sa strane »*p*«, šupljine se odbijaju prema spoju. Pokretni elektroni sa strane »*n*« su takođe odbijeni prema spoju od strane negativnih naelektrisanja negativnog pola generatora. Na nivou spoja vrši se tada razmena naelektrisanja, ekvivalentna proticanju struje. To je provodnički smer. Ako je pozitivni pol vezan sa strane »*n*« elektroni i šupljine su privučeni prema spoljašnjosti kristala i na nivou spoja nalazi se jedna zona bez slobodnih naelektrisanja, koja se ponaša kao izolator ili bar kao čisti poluprovodnik (»pravi«). Dakle, uprkos postojanju slabe inverzne struje, ispravljač na spoj je izvanredan ispravljač. On se sve više koristi. Posebno mođeli sa silicijumom imaju tendenciju da zamene sve ostale tipove ispravljača u svim granama industrije.

Pomenimo, naposletku, ispravljače tipa metal-poluprovodnik, na primer, ispravljače »bakar — oksid bakra« ili »selenske«, čija je proizvodnja danas praktično napuštena.

Hemijsko-električni gorivni element. Hemijsko- električni gorivni element je električni generator koji direktno transformiše hemijsku energiju u elekričnu energiju i kome se stalno dodaje aktivna materija. Kod klasičnog elementa u početku se raspolaže ograničenom količinom gorivnih materija i njihova elektro-hemijska transformacija dovodi do prestanka rada takvih generatora struje sem ako se one ne mogu regenerisati kao kod akumulatora.

Može se zamisliti da se kod klasičnog elementa $Zn/H_2SO_4/Cu$, stalno obnavlja elektroda od cinka, održavajući konstantnom koncentraciju sumporne kiseline. Tako bi se ostvario hemijsko-električni gorivni element u kome je gorivo cink. Međutim, istraživanja su naročito usmerena na elemente koji koriste kao gorivo gasove, pre svega kiseonik i vodonik.

1809. Devi (Davy) je pretpostavio da je moguće ostvariti sintezu vode uz pojavljivanje električne struje umesto toplote, a trideset godina kasnije Grouv (Grove) je eksperimentalno dokazao ovu pojavu, ali je tek u najnovije vreme preduzeto sistematsko izučavanje ovih elemenata, koje je dovelo do realizacije prototipova koji već daju upotrebljivu električnu energiju. Glavna prednost ovih generatora je u tome što je transformacija hemijska energija — električna energija direktna, bez prolaza kroz toplotnu energiju, kao kod klasičnih termičkih centrala, što dozvoljava da se dobije stepen korisnog dejstva reda 80 procenata umesto 45 procenata, jer on nije više ograničen drugim principom termodinamike.

Princip hemijsko-električnih gorivnih elemenata ne razlikuje se u osnovi od principa klasičnih elemenata. U oba slučaja postoji reakcija između oksidatorskog sistema i reduktorskog sistema, ali oni koriste gasovito ili tečno gorivo kojim se mogu snabdevati tokom rada.

Prvi tip hemijsko-električnog gorivnog elementa radi na običnoj temperaturi i kao aktivnu materiju koristi gasoviti vodonik i kiseonik. Ova dva gasa se šalju pod pritiskom na dve porozne elektrode, obično od nikla i srebra, razdvojene elektrolitom u vodenom rastvoru. U porama elektroda postoji ravnoteža između pritiska gasa i kapilarnog pritiska elektrolita. Sve se dešava kao da se odvijaju sledeće reakcije:

Na elektrodi sa kiseonikom

$$\frac{1}{2}O_2 + H_2O + 2e^- \rightarrow 2OH^-;$$

Na elektrodi sa vodonikom

$$H_2 + 2OH^- \rightarrow 2H_2O + 2e^-.$$

Konačni proizvod je voda. Elektromotorna sila je teorijski 1,23 volta.

Koristeći temperature od 500 do 1100°C mogu se realizovati elementi koji rade sa vazduhom kao oksidatorom i sa prirodnim gasom, ili čak ugljenom u prahu kao reduktorom. Elektrolit koji razdvaja dve elektrode tada je ili istopljen (hloridi, fluoridi, karbonati) ili čvrst (ZrO_2).

Razvitak ovih elemenata je takav da se oni već koriste za napajanje izvesnih veštačkih satelita električnom energijom i da se u budućnosti može očekivati proizvodnja generatora srednje snage (nekoliko kilovata), sposobnih da konkurišu klasičnim grupama elektrogena. Zamišlja se takođe, ali u daljoj budućnosti, korišćenje ovih elemenata za pogon zemaljskih vozila, što će dovesti do uštede goriva i nestajanja buke i štetnih gasova.

Magnetsko-hidrodinamički generator ili M. H. D. Topla, jonizovana, struja gasa (2000°C do 3000°C), na primer gasovi sagorevanja mazuta, šalje se velikom brzinom među dve ravne paralelne elektrode, između kojih vlada homogeno konstantno magnetsko polje, čiji je pravac normalan na brzinu gasa a paralelan sa elektrodama. Magnetsko polje skreće pozitivne jone prema jednoj od elektroda koja igra ulogu pozitivnog pola; elektroni skreću prema drugoj elektrodi koja igra ulogu negativnog pola. Kada dve elektrode spojimo spoljnim provodnikom, elektroni se kroz kolo kreću od negativnog pola ka pozitivnom polu da bi neutralisali elektrode, i aparat radi kao generator (plazma generator).

Da bi se ubrzala jonizacija gasova u struju gasa uvode se aktivni centri obrazovani od atoma metala koji imaju nizak potencijal jonizacije (alkalni metali), što dozvoljava da se uz dovoljnu jonizaciju znatno snizi temperatura gasova. Ovi aktivatori se dobijaju natrag u izlaznoj gasnoj struji.

Brzina gasova može dostići 2000 km/h a intenzitet magnetskog polja više tesla. Ovaj tip generatora je još uvek u eksperimentalnom stadijumu, ali se zamišlja da će se moći koristiti ovaj metod direktne konverzije toplotne energije u električnu energiju kod velikih centrala.

Elektronika

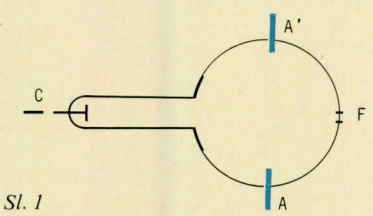
KATODNI ZRACI

PROIZVOĐENJE. Kada se uspostavi razlika potencijala reda od 40000 do 50000 volti između dve elektrode, postavljene u stakleni balon napunjen gasom pod smanjenim pritiskom, dobija se električna varnica a zatim svetlosno pražnjenje. Kada se pritisak gasa kreće između 1/100 i 1/1000 mm žive, svetlosna pojava u gasu gotovo potpuno iščezava, ali se na delu balona koji se nalazi nasuprot katode pojavljuje zelena luminescencija. Ako imamo balon sa više anoda, konstatujemo da položaj i izgled luminescentne mrlje (u F na slici 1) nisu promenjeni. Pojava se, dakle, ispoljava kao zračenje koje je proizišlo iz katode i koje ne zavisi od položaja anode, odakle ime koje mu je dato, *katodno zračenje*. Uređaji u kojima nastaju katodni zraci nazivaju se *Kruksove* (Crookes) *cevi*.

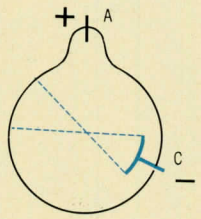
Ako je pritisak gasa ispod jednog hiljaditog dela milimetra žive, katodno zračenje prestaje i struja ne protiče više kroz balon.

SVOJSTVA KATODNIH ZRAKOVA. Katodni zraci izazivaju luminescenciju velikog broja tela; boja emitovane svetlosti zavisi od prirode tela: ona je zelena za staklo, a žutonarandžasta za kredu. Oni izazivaju izvesne hemijske reakcije; oni deluju napose na fotografsku ploču. Najzad, supstancija na koju padaju katodni zraci, emituje specijalno zračenje, nazvano X-zračenje, koje ćemo izučavati kasnije.

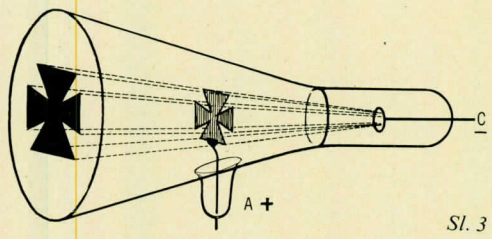
PROSTIRANJE KATODNIH ZRAKOVA. *Katodni zraci se prostiru u pravoj liniji, normalno na katodu.* Ako koristimo katodu u obliku konkavne sferne kalote (sl. 2), vidimo, zahvaljujući lakoj luminescenciji gasa, da katodni zraci konvergiraju prema centru krivine katode i da produžavaju svoj put u pravoj liniji, počev od ove tačke. Može se takođe postaviti aluminijumski krst na njihovu putanju (sl. 3) i posmatrati njihova senka na luminescentnoj mrlji cevi.



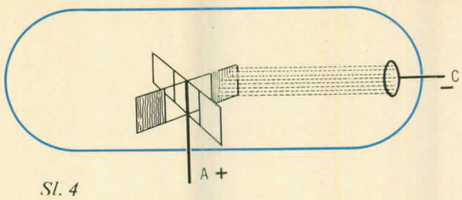
Sl. 1



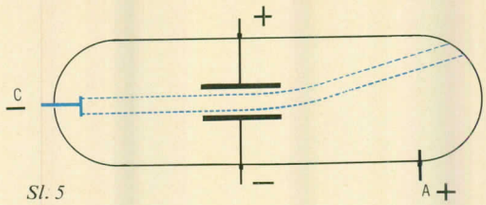
Sl. 2



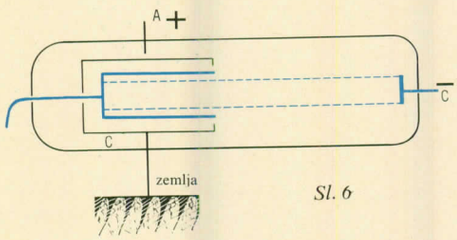
Sl. 3



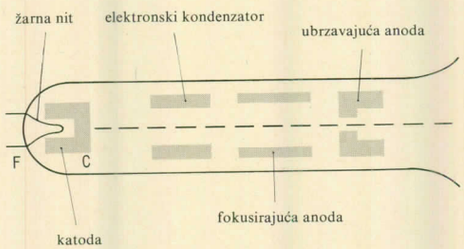
Sl. 4



Sl. 5



Sl. 6



Sl. 7

KINETIČKA ENERGIJA KATODNIH ZRAKOVA. Kada se snop katodnih zrakova pusti da padne na veoma laganu vrtešku (sl. 4), ona se počne okretati. Katodni zraci se, dakle, ponašaju kao *čestice koje se kreću velikom brzinom*. Ako je to tako, zaustavljanje ovih čestica na nekoj prepreci mora biti praćeno oslobađanjem toplote, ekvivalentne iščezloj kinetičkoj energiji $\frac{1}{2}mv^2$. Konstatuje se da dosta tanka platinska pločica, izložena katodnom zračenju, pocrveni i može se čak istopiti.

Može se, dakle, logično pretpostaviti da su *katodni zraci sastavljeni od lakih čestica u brzom kretanju.*

SKRETANJE KATODNIH ZRAKOVA POD DEJSTVOM ELEKTRIČNIH I MAGNETSKIH POLJA. Kada snop katodnih zrakova prolazi kroz električno polje, prolazeći, na primer, između ploča naelektrisanog ravnog kondenzatora (sl. 5), on skreće. Pozitivna ploča privlači snop. Čestice koje sačinjavaju zračenje su, dakle, negativno naelektrisane. Ovo se može utvrditi neposredno hvatanjem zračenja u Faradejev cilindar (sl. 6), koji se električno negativno. Može se štaviše na ovaj način meriti naelektrisanje koje prenosi snop. Kod ovih ogleda Faradejev cilindar mora biti elektrostatički zaštićen pomoću metalnog omotača C, spojenog sa zemljom.

Katodno zračenje, koje prenosi negativni elektricitet, ponaša se kao električna struja suprotnog smera, jer je po dogovoru smer struje smer kretanja pozitivnih naelektrisanja. Ovo se može utvrditi izučavajući skretanje katodnih zrakova pod dejstvom magnetskog polja, približavajući na primer potkovičasti magnet Kruksovoj cevi. Smer skretanja odgovara zaista smeru sile koje je dato Amperovim pravilom posmatrača.

Katodni zraci sastoje se od elementarnih negativno naelektrisanih čestica u kretanju. Ove čestice se nazivaju *elektroni* ili *negatoni*.

PROIZVOĐENJE I KORIŠĆENJE KATODNIH ZRAKOVA. Danas se katodni zraci proizvode pomoću *elektronskih topova*. Žarna nit F (sl. 7), kroz koju protiče električna struja, zagreva katodu C koja emituje elektrone usled termoelektričnog efekta (vidi str. 614). Ove elektrone privlači i ubrzava anoda A, dovedena na visoki potencijal od nekoliko hiljada volti u odnosu na katodu. Ubrzani elektroni prolaze kroz otvor u anodi, i tako obrazuju snop katodnih zrakova. Dodatne elektrode dozvoljavaju, jedna da se snop fokusira, druga, elektronski kondenzator, da se modulira fluks elektrona, to jest da se pusti da prođe više ili manje elektrona kroz otvor na anodi. Takav elektronski top stavljen je u balon, u kome je ostvaren najviši mogući vakuum.

Skretanje zračenja pod dejstvom električnog polja koristi se u katodnim oscilografima. Električno polje proizvodi ona ista električna struja koju želimo analizirati. Snop se hvata na ekran prevučen fluorescentnom supstancijom, na delu cevi nasuprot elektronskom topu, i tu se stvara mala svetla mrlja, nazvana *spot*. Njena pomeranja dozvoljavaju izučavanje promena analizirane struje, čak i ako su one veoma brze, jer ovaj aparat ima veoma malu inerciju.

Kod televizijskih prijemnika koristi se skretanje pod dejstvom magnetskog polja koje stvara struja koja protiče kroz *defleksione kalemove*. Skretanja su tada veća nego pod dejstvom električnog polja, što dozvoljava da imamo kraće rastojanje između elektronskog topa i ekrana, to jest cev mnogo kraću i aparat manje glomazan za širi ekran. Dva ukrštena magnetska polja proizvode pomeranje spota u horizontalnim linijama postavljenim jedna iznad druge; to je četkanje slike. Fluks elektrona, pa prema tome i sjaj spota, regulišu se pomoću promenljive struje koju emituje emisiona stanica, a pojačava prijemna stanica. Slika se tako restituiše tačka po tačka.

LENARDOVI ZRACI. Izlaženje katodnih zrakova iz cevi u kojoj su proizvedeni postignuto je puštanjem da oni prolaze kroz aluminijumsku foliju debljine nekoliko mikrona. Tada se oni nazivaju *Lenardovi zraci*. Njihov put je u vazduhu veoma kratak, usled sudara sa gasnim molekulima; oni osim toga proizvode svetlucanje i ozon. Kada se puste u razređeni gas, njihov put je utoliko duži ukoliko je pritisak niži.

IZUČAVANJE ELEKTRONA

STRUJA KONVEKCIJE. ROULANDOV OGLED. 1876. Rouland (Rowland) je pokazao da pokretno naelektrisanje proizvodi magnetsko polje, isto kao i električna struja. U tom cilju on je izmerio magnetsko polje koje je u jednoj od tačaka svoje ose stvorio naelektrisani provodnik koji se obrtao velikom brzinom (sl. 8). Ovo polje bilo je identično polju koje bi stvorile kružne struje protičući kroz disk u smeru njegove rotacije kada je njegovo naelektrisanje pozitivno, a u suprotnom smeru kada je njegovo naelektrisanje negativno. *Struja konvekcije* naziva se struja koja odgovara kretanju naelektrisanog provodnika, nasuprot običnim *strujama kondukcije*, koje protiču kroz provodnik.

PRIMENA ZAKONA ELEKTROMAGNETIZMA NA STRUJE KONVEKCIJE. Budući da se struja konvekcije koja odgovara pokretnom naelektrisanju može uporediti sa strujom kondukcije, mora postojati mogućnost da se na takvo naelektrisanje primene zakoni elektromagnetizma, ali se pritom pojavljuje izvestan broj teškoća; na primer, struja konvekcije nije obavezno zatvorena, pa se ne može govoriti o fluksu kroz takvu struju. S druge strane, pojave nisu statičke, već se menjaju u svakom momentu u zavisnosti od položaja i brzine naelektrisanja. Ove teškoće su otklonjene, i račun pokazuje da se na česticu koja nosi naelektrisanje q i koja se kreće brzinom v mogu primeniti zakoni elektromagnetizma koji se odnose na struje kondukcije (vidi str. 594), zamenjujući u obrascima proizvod $I.dl$ intenziteta i dužine elementa struje proizvodom $q.v$ naelektrisanja koje nosi čestica i njene brzine.

Tako, kada se naelektrisana čestica kreće u magnetskom polju, čiji vektor indukcije ima vrednost B u tački u kojoj se momentano nalazi naelektrisanje, ona je potčinjena u tom momentu sili datoj novim izrazom Laplasovog zakona. Ova sila normalna je na ravan koju određuje vektor indukcije i vektor brzine čestice, ima smer određen Amperovim pravilom, smer koji se menja u zavisnosti od znaka naelektrisanja čestice (sl. 9). Njen intenzitet je dat obrascem

$$F = q.v.B.\sin\alpha,$$

gde je α ugao koji zatvara vektor brzine i vektor indukcije. Ova sila se može takođe predstaviti vektorskim proizvodom

$$\vec{F} = \vec{qv} \times \vec{B},$$

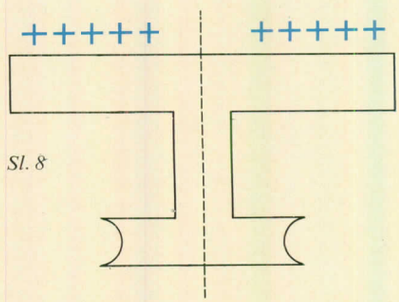
gde je q algebarska vrednost naelektrisanja koje nosi čestica.

Mi ćemo ove rezultate primeniti na elektrone koji sačinjavaju katodne zrake, označavajući sa e njihovo naelektrisanje koje je, uzgred budi rečeno, negativno.

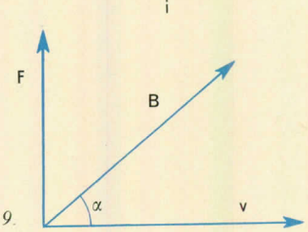
DEJSTVO HOMOGENOG ELEKTRIČNOG POLJA NA NAELEKTRISANU ČESTICU U KRETANJU. Čestica koja nosi naelektrisanje e i koja se kreće u homogenom električnom polju E potčinjena je konstantnoj sili $E.e$. Izučavaćemo kretanje čestice u dva posebna slučaja.

1. Polje i brzina imaju isti pravac; to je slučaj elektronskog topa. Na česticu deluje konstantna sila koja ima isti pravac kao i njena brzina; ona se kreće ravnomerno ubrzano i pravolinijski sa ubrzanjem $\frac{e.E}{m}$, gde je m masa čestice. Nakon toga što je u polju prešla put dužine l, njena kinetička energija se povećala za veličinu $F.l = e.E.l$. Ali $E.l$ je jednako razlici potencijala U koji postoji između dva kraja puta, pa je povećanje njene kinetičke energije jednako $e.U$. Ova kinetička energija može biti izražena običnim jedinicama, džulom na primer, ali je ova jedinica veoma velika i kod elementarnih čestica više se koristi *elektron-volt*; to je povećanje kinetičke energije elektrona ubrzanog dejstvom razlike potencijala od 1 volta. Videćemo da naelektrisanje elektrona iznosi $1{,}6.10^{-19}$ kulona; dakle, elektron-volt iznosi $1{,}6.10^{-19}$ džula.

Kada je početna brzina čestice veoma mala, nakon ubrzanja pod dejstvom razlike potencijala U, njena



Sl. 8



Sl. 9

brzina je data obrascem

$$\frac{1}{2}mv^2 = e.\mathrm{U} \quad \text{ili} \quad v = \sqrt{\frac{2e\mathrm{U}}{m}},$$

pod uslovom da je ova brzina mala u odnosu na brzinu svetlosti (3.10^8 m/s), a ako nije, kao što pokazuje teorija relativnosti (vidi str. 634), njena masa se ne može smatrati konstantnom; ona se povećava sa brzinom prema obrascu

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

gde je m_0 njena masa u mirovanju, v njena brzina, a c brzina svetlosti u vakuumu.

2. Polje i brzina su normalni. Ovaj smo ogled izveli puštajući da snop katodnih zrakova prolazi između ploča naelektrisanog ravnog kondenzatora. Izučimo ovu pojavu. Kada kondenzator nije naelektrisan, snop pada u tačku I ekrana A, postavljenog na rastojanje L od sredine C kondenzatora (sl. 10). Kada je kondenzator naelektrisan svaka čestica skreće i snop pada na ekran u J. Ako pretpostavimo da je električno polje homogeno između ploča kondenzatora a jednako nuli izvan njih, za vreme puta OP na česticu deluje sila konstantna po veličini ($\mathrm{F} = \mathrm{E}.e$) i pravcu (normalnom na OI); putanja je tada deo parabole; za vreme puta PJ na česticu više ne deluje nikakva sila i njena putanja je prava linija u pravcu tangente na luk parabole OP u P.

Zaista se može zanemariti dejstvo teže na ovu veoma laganu česticu koja se kreće velikom brzinom. U ovim uslovima račun daje

$$\mathrm{IJ} = \frac{1}{v^2}\frac{e}{m}\,\mathrm{E}.d.\mathrm{L},$$

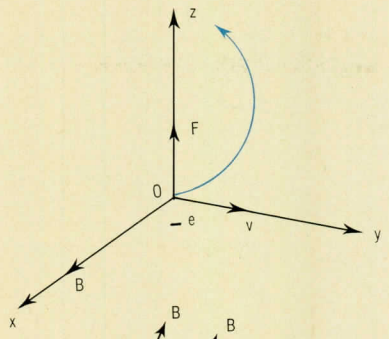
gde je v brzina čestice kada ona ulazi u kondenzator, e njeno naelektrisanje, m njena masa, E modul električnog polja, d dužina ploča a L rastojanje ekrana od centra C kondenzatora.

U ovom obrascu vidimo da je skretanje IJ spota proporcionalno polju E, dakle razlici potencijala između ploča kondenzatora; to dozvoljava da se katodni oscilograf koristi za izučavanje promenljivog napona koji se uspostavlja između defleksionih ploča. Sdruge strane možemo meriti IJ, E, d i L, što dozvoljava da se izračuna veličina $\frac{1}{v^2}\frac{e}{m}$. Videćemo da izučavanje skretanja pod dejstvom magnetskog polja dozvoljava da se izračuna veličina $\frac{1}{v}\frac{e}{m}$. Kombinujući ova dva skretanja za istu česticu, možemo izračunati njenu brzinu v i odnos $\frac{e}{m}$ njenog naelektrisanja i njene mase.

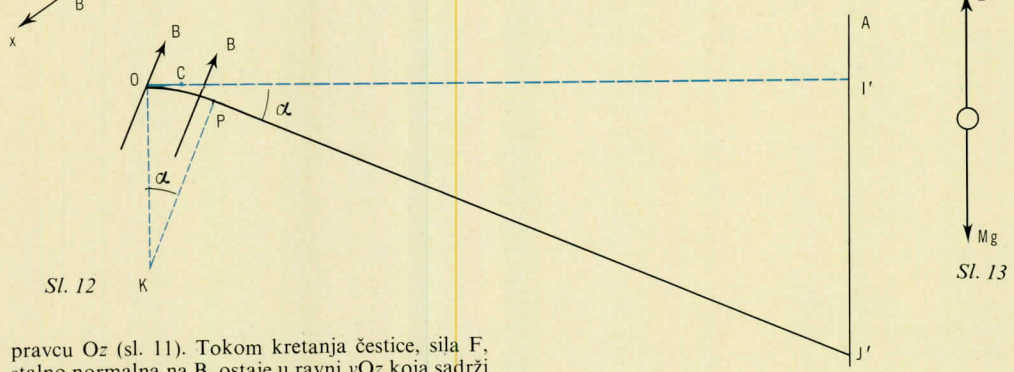
DEJSTVO HOMOGENOG MAGNETSKOG POLJA NA NAELEKTRISANU ČESTICU U KRETANJU. Videli smo da na česticu koja nosi naelektrisanje e i koja se kreće brzinom v u magnetskom polju, čiji je vektor indukcije B, deluje sila

$$\vec{\mathrm{F}} = ev \times \vec{\mathrm{B}}.$$

Pretpostavimo da je početna brzina čestice normalna na polje i da je njeno naelektrisanje negativno. Posmatrajmo pravougli desni koordinatni sistem u kome je Ox u pravcu B a Oy u pravcu v. F je tada u pravcu Oz (sl. 11). Tokom kretanja čestice, sila F, stalno normalna na B, ostaje u ravni yOz koja sadrži i početnu brzinu; čestica ostaje takođe u toj ravni i njena putanja je ravna.



Sl. 11



Sl. 12

S druge strane, sila koja dejstvuje na česticu je stalno normalna na njenu brzinu i može se pokazati da je putanja tada krug, pošto modul brzine čestice ostaje konstantan. Kretanje čestice je ravnomerno kružno kretanje. Poluprečnik putanje je

$$\mathrm{R} = \frac{mv}{e\mathrm{B}}.$$

Vreme koje utroši čestica da bi izvela pun obrtaj na ovoj putanji, nazvano *giromagnetski period*, jednako je

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi\mathrm{R}}{v} \quad \text{ili} \quad \mathrm{T} = \frac{2\pi m}{e\mathrm{B}}.$$

Ovaj period ne zavisi od brzine čestice.

Kada čestica prelazi samo deo svog puta u magnetskom polju (OP na slici 12), ona opisuje luk kruga, zatim pravu — tangentu na luk OP u P, da bi stigla na ekran u J′; posmatrajmo skretanje spota I′J′, koje je po računu jednako

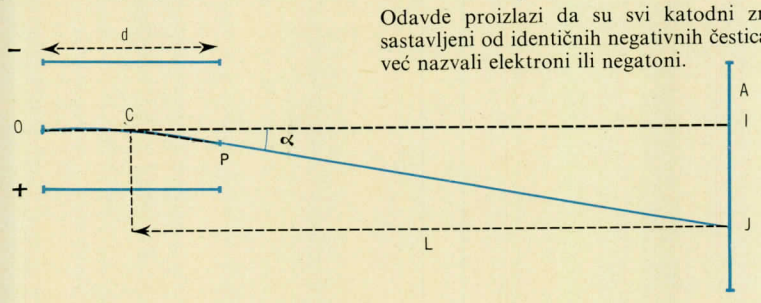
$$\mathrm{I'J'} = \frac{1}{v}\frac{e}{m}\,\mathrm{B}\cdot d\cdot\mathrm{L},$$

gde je d dužina na kojoj dejstvuje polje, a L rastojanje ekrana od sredine C te dužine, pod uslovom da je ugao skretanja α mali.

Kako možemo meriti I′J′, B, d i L, iz ovog obrasca možemo izvući vrednost za veličinu $\frac{1}{v}\frac{e}{m}$.

REZULTATI MERENJA. Videli smo da upoređivanjem električnog i magnetskog skretanja za istu česticu, možemo izračunati njenu brzinu v i odnos $\frac{e}{m}$. Kod katodnih zrakova, bez obzira na brzinu odgovarajućih čestica, nalazi se da je odnos $\frac{e}{m}$ konstantan i jednak $1{,}769.10^{11}$ jedinica SI, to jest kulona na kilogram.

Odavde proizlazi da su svi katodni zraci zaista sastavljeni od identičnih negativnih čestica koje smo već nazvali elektroni ili negatoni.



Sl. 10

Sl. 13

NAELEKTRISANJE ELEKTRONA. Sada se zna da isto kao što je materija sastavljena od atoma, *elektricitet je obrazovan od elementarnih nedeljivih naelektrisanja i da je svaka količina elektriciteta, isto kao i naelektrisanje elektrolitičkog jona, jednaka celom multiplu ovog elementarnog naelektrisanja.*

Izračunali smo ovo naelektrisanje (vidi str. 586) polazeći od Avogadrovog broja N, i našli smo da je ono jednako

$$q = 1{,}60.10^{-19} \text{ kulona}.$$

Uzima se da je naelektrisanje elektrona jednako ovom elementarnom naelektrisanju; poznavanje njegove tačne vrednosti je od velikog značaja, ali vrednost koja se izvodi iz elektrolitičkih ogleda je daleko od toga da bude tačna zbog nedovoljno preciznog poznavanja Avogadrovog broja. Milikan (Millikan) je takođe izveo veoma precizne oglede u nameri da izmeri elementarno naelektrisanje.

MILIKANOV OGLED. Milikan je posmatrao padanje veoma malih kapljica neisparljive tečnosti u električnom polju (sl. 13). Ove kapi su uvek naelektrisane usled trenja neophodnog za njihovo formiranje. Uzmimo da je q naelektrisanje jedne kapljice, m njena masa, E električno polje. Ako polje i teža dejstvuju u suprotnom smeru, na kapljicu deluje sila $f = \mathrm{M}g - \mathrm{E}q$. Pod dejstvom ove sile ona pada, ali je koči viskoznost vazduha pa veoma brzo dostiže graničnu brzinu padanja proporcionalnu f,

$$v = kf.$$

U odsustvu električnog polja, kapljica pada samo pod dejstvom svoje vlastite težine Mg, i njena granična brzina padanja je

$$v_0 = k\mathrm{M}g.$$

Imamo dakle

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\mathrm{M}g - \mathrm{E}q}{\mathrm{M}g}$$

ili

$$\frac{q}{\mathrm{M}} = \frac{g}{\mathrm{E}}\left(1 - \frac{v}{v_0}\right).$$

Masa M kapljice izvodi se iz vrednosti njenog poluprečnika, koji je sa svoje strane sračunat na bazi v_0 i viskoznosti vazduha. Rezultat hiljada ogleda je sledeći:

Naelektrisanja različitih kapljica imaju vrednosti koje se menjaju diskontinualno. One su sve multipli jedne posebne vrednosti nazvane elementarno naelektrisanje, kome se na bazi niza ogleda daje vrednost

$$q = 1{,}60.10^{-19} \text{ kulona}.$$

MASA I POLUPREČNIK ELEKTRONA. Pripisujući elektronu negativno naelektrisanje jednako elementarnom naelektrisanju, i uz vrednost koju smo našli za odnos njegovog naelektrisanja i njegove mase, dozvoljava se da se izračuna njegova masa:

$$m = 0{,}9.10^{-30} \text{ kg}.$$

Odredivši elektromagnetsku energiju jednog elektrona, bilo je moguće odrediti njegov poluprečnik a, pa je nađeno

$$a = 1{,}9.10^{-15} \text{ m}.$$

PROMENA MASE SA BRZINOM. Ovu promenu uvela je teorija relativnosti. Masa m neke čestice, čija je masa mirovanja m_0 a brzina v, data je obrascem

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gde je c brzina prostiranja svetlosti u vakuumu.

Ova masa bi postala beskonačna za brzinu jednaku brzini svetlosti u vakuumu, što će reći da je ta brzina nedostižna. Ovoj brzini se ipak može jako približiti, ubrzavajući elektrone pomoću razlike potencijala od više desetina miliona volti. Za brzinu jednaku 999/1000 brzine svetlosti, masa elektrona je 200 puta veća od njegove mase u mirovanju.

Svetlost se prostire manjom brzinom u materijalnoj sredini nego u vakuumu, i moguće je dati elektronu brzinu v veću od brzine c' svetlosti u materijalnoj sredini. Prostiranje snopa ovih elektrona u sredini praćeno je nastajanjem svetlosnog konusa koji za osu ima osu snopa elektrona a za poluugao na vrhu α, dat obrascem

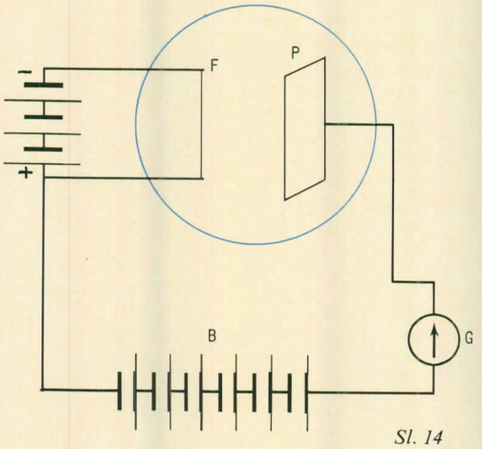
$$\sin\alpha = \frac{c'}{v}.$$

Ova pojava dobila je ime *Čerenkovljev efekt*.

TERMO-ELEKTRONSKI EFEKT

EMISIJA ELEKTRONA POD DEJSTVOM TOPLOTE. Ričardson (Richardson) je pokazao 1901. da usijano telo emituje negativno naelektrisane čestice; Disman (Dushman) je 1914. identifikovao ove čestice kao elektrone.

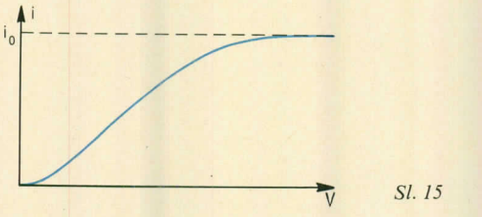
U vazduhu se ovi elektroni brzo zaustavljaju usled sudara sa gasnim molekulima; pojavu ćemo izučavati i u vakuumu. U tom cilju ćemo u jedan balon, u kome je ostvaren visoki vakuum staviti žarnu nit F i metalnu ploču P (sl. 14). Nit je usijana pomoću električne struje zvane »struja grejanja«. Kada je ploča izolovana i neutralna, elektroni se malo udaljavaju od niti, ali ako se uspostavi razlika potencijala između niti i ploče pomoću baterije B, tako da ploča bude na višem potencijalu, ona privlači elektrone i pomoću galvanometra G konstatuje se da u kolu nit-ploča protiče struja. Elektroni, došavši na ploču, neutrališu deo njenog pozitivnog naelektrisanja koji joj mora nadoknaditi baterija, a nit, gubeći negativna naelektrisanja, mora davati bateriji pozitivna naelektrisanja, odakle struja koja ide od niti prema ploči u kolu FBGP i od ploče prema niti u balonu.



Sl. 14

Za datu razliku potencijala struja je utoliko jača, ukoliko je temperatura žarne niti viša.

Za datu temperaturu niti, struja se povećava sa razlikom potencijala, zatim, počev od izvesne njene vrednosti struja ostaje konstantna. To je predstavljeno krivom na slici 15, gde su na apscisu nanesene razlike potencijala, a na ordinatu intenziteti struje. Maksimalna struja i_0 koja se može dobiti za datu temperaturu niti, naziva se *struja zasićenosti*. Ona odgovara razlikama potencijala kod kojih ploča hvata sve elektrone emitovane iz niti.



Sl. 15

TEORIJA TERMO-ELEKTRONSKE POJAVE. Unutar metalnog provodnika izvesni elektroni mogu slobodno da se kreću, ali ih u metalu zadržavaju sile privlačenja kojima na njih dejstvuju pozitivna jezgra atoma. Da bi se izbio jedan elektron, potrebno je da mu se da izvesna energija W, nazvana *energija jonizacije*, kako bi se savladale ove sile. Usled termičkog kretanja elektroni poseduju izvesnu energiju w i iz niti će izići samo oni elektroni kod kojih je

$$w \geq W.$$

Primenom računa sličnog računu kinetičke teorije gasova, može se odrediti deo slobodnih elektrona, koji pri apsolutnoj temperaturi T, imaju kinetičku energiju veću od W. Broj izlazećih elektrona povećava se brže od kvadrata apsolutne temperature.

Izbijeni elektroni zadržavaju energiju $w - W$, koja je dosta mala, i obrazuju oblak u blizini niti. Kada se ploča koja okružuje žarnu nit dovede na pozitivni potencijal u odnosu na nit, ona stvara električno polje koje privlači elektrone prema njoj. Kada je to polje slabo, oblak negativnih elektrona, koji okružava nit, sprečava ovo polje da dejstvuje i ploča privlači samo neke elektrone; to se naziva *prostorno naelektrisanje*. Kada je električno polje jako, to jest kada je razlika potencijala između ploče i niti dosta velika, prostorno naelektrisanje više ne dejstvuje i ploča privlači sve elektrone. Videli smo da ovi elektroni imaju energiju jednaku bar eU, gde je e naelektrisanje jednog elektrona, a U razlika potencijala, što daje, na primer, brzinu od 5000 km/s za U = 80 volti. Ovu kinetičku energiju apsorbuje ploča koja se zagrejava; ploče se uzimaju dosta debele kako zagrejavanje ne bi bilo opasno.

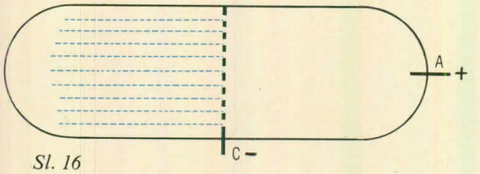
PRIMENE TERMO-ELEKTRONSKE POJAVE. Termo-elektronska pojava, nazvana i *termo-jonska* pojava, to jest emisija elektrona iz usijanih tela, našla je široke primene. Već smo govorili o elektronskom topu koji se koristi u katodnoj cevi oscilografa i televizijskih prijemnika, kao i u Kulidžovim (Coolidge) cevima, koje zamenjuju Kruksove cevi pri proizvođenju katodnih zrakova i X-zrakova (vidi str. 619).

Drugu primenu predstavlja *dioda* (*ventil*), namenjena ispravljanju naizmeničnih struja, to jest pretvaranju ovih u jednosmerne struje. Njen princip je princip uređaja kojim smo se služili pri izučavanju termo-elektronske pojave: dioda se sastoji od žarne niti i ploče, stavljenih u balon iz kojeg je isisan vazduh. Kada se između njih uspostavi naizmenična razlika potencijala, struja protiče samo kada je ploča pozitivna; struja protiče samo u jednom smeru: ona je ispravljena. Proizvode se i diode sa indirektnim grejanjem; žarna nit zagrejava katodu, prekrivenu raznim metalnim oksidima, a katoda, izolovana od niti, je ta koja emituje elektrone. U balon se isto tako može staviti neki gas pod niskim pritiskom, na primer, živina para. Elektroni, koje je emitovala katoda a ubrzala anoda ili ploča, jonizuju molekule gasa, izbijajući iz njih elektrone koji takođe idu prema ploči, dok pozitivni jonizovani molekuli idu prema katodi. Struja koja prolazi kroz diodu tada je mnogo jača, a snaga ispravljene struje može biti tada veoma velika, više desetina kilovata.

Kada se između katode i ploče postavi treća elektroda u obliku rešetke da bi se propuštali elektroni, ona svojim potencijalom dejstvuje na fluks elektrona koji ide od katode na ploču. To je princip cevi sa tri elektrode, ili Li De Forestove (Lee De Forest) *triode*, na koju ćemo se vratiti u poglavlju o bežičnoj telegrafiji.

POZITIVNI ZRACI. ATOM

DOBIJANJE. Goldštajn (Goldstein) je 1886. otkrio *pozitivne zrake*. On ih je dobio u Kruksovoj cevi koristeći katodu sa otvorima; pozitivni zraci prolaze kroz otvore i prostiru se u pravoj liniji iza katode, to jest u obrnutom smeru od katodnih zrakova (sl. 16). Pozitivni zraci pobuđuju fluorescenciju izvesnog broja tela, posebno vilemita, i deluju na fotografsku ploču.



Sl. 16

Jača pozitivna zračenja dobijaju se korišćenjem usijane, šiljaste anode, i smanjivanjem pritiska u balonu ispod 1/1000 milimetra žive. U ovim uslovima ne pojavljuje se katodno zračenje zbog suviše niskog pritiska, ali se primećuje, naprotiv, anodno ili pozitivno zračenje koje se prostire u pravoj liniji, počev od anode.

PRIRODA I SVOJSTVA POZITIVNIH ZRAKOVA. Pozitivni zraci skreću pod dejstvom električnog ili magnetskog polja; oni imaju kinetičku energiju i pozitivno naelektrisanje. Iz toga se zaključuje da se pozitivni zraci sastoje od pozitivno naelektrisanih čestica. Kao kod elektrona, moguće je meriti brzinu v i odnose $\frac{q}{m}$, vezane za ove čestice.

Dobijeni su sledeći rezultati:

Brzine pozitivnih čestica su mnogo manje od brzina katodnih zrakova; one se kreću između 1000 i 10000 kilometara na sekund;

Odnos $\frac{q}{m}$ naelektrisanja i mase je takođe mnogo manji. On se menja sa prirodom gasa koji se nalazi u balonu, ili sa prirodom anode, ako se radi o anodnom zračenju. Konstatuje se i to, da za dato pozitivno zračenje sve čestice nemaju isti odnos $\frac{q}{m}$.

Da bi se objasnili ovi rezultati, uzeto je da su pozitivni zraci sastavljeni od atoma ili grupa atoma pozitivno naelektrisanih, čije je naelektrisanje multipl, najčešće mali, elementarnog naelektrisanja. To su, dakle, atomi ili grupe atoma koji su izgubili jedan ili više elektrona. Vidi se da ove čestice imaju veliku sličnost sa elektrolitičkim jonima; mi ćemo ih ubuduće zvati »joni«.

Razlika između pozitivnih čestica i elektrona je, dakle, znatna; ovaj poslednji je odista jedno »zrno«

negativnog elektriciteta, praktično bez materijalne podloge; elementarno pozitivno naelektrisanje, naprotiv, sadrži mnogo veću materijalnu podlogu. Negativni elektricitet je, dakle, mnogo pokretljiviji od pozitivnog elektriciteta i električna struja nastaje najčešće usled kretanja negativnih naelektrisanja.

Najlakši poznati pozitivni joni imaju masu jednaku masi atoma vodonika, a njihovo naelektrisanje je uvek jednako a suprotnog znaka naelektrisanju elektrona. Ovi joni, koji se smatraju univerzalnim sastojcima materije, nazivaju se *protoni*.

MASENI SPEKTROGRAF. IZOTOPI. Posmatrajmo česticu koja prolazi redom kroz električno polje i magnetsko polje, orijentisana tako da njihova respektivna skretanja budu suprotnog smera (sl. 17). Postavimo ekran u A i posmatrajmo neku drugu česticu iste mase i istog naelektrisanja kao i prva, ali koja se kreće različitom brzinom, na primer većom. Ona će manje skretati pod dejstvom električnog polja, manje i pod dejstvom magnetskog polja i pri odgovarajućem podešavanju ovih polja i pravilnom položaju ekrana, ona će doći u istu tačku A toga ekrana. Kada se u ovaj uređaj pošalje snop ubrzanih jona, sve čestice koje imaju isti odnos $\frac{q}{m}$ naelektrisanja i mase, doći će u istu tačku ekrana, bez obzira na njihovu brzinu; naprotiv, čestice koje imaju različit odnos $\frac{q}{m}$ doći će u neku drugu tačku. Ovaj aparat dozvoljava, dakle, da se izvrši odeljivanje čestica ili jona prema vrednosti odnosa $\frac{q}{m}$. To je Astonov *maseni spektrograf*.

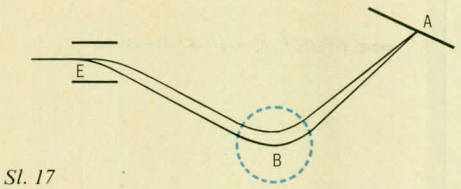
Naelektrisanje q jednog prostog jona, to jest jona obrazovanog od jednog ili više identičnih atoma, predstavlja prost ceo multipl elementarnog naelektrisanja, m je proporcionalno atomskoj masi elementa; dakle, odnos vrednosti odnosa $\frac{q}{m}$ za dva jona različite hemijske prirode jednak je, sa tačnošću prostog celog faktora, odnosu atomskih masa elemenata koji sačinjavaju jone. Ovde imamo fizičko sredstvo za merenje atomskih masa.

Dobijeni rezultati su veoma važni, jer su oni pokazali da se većina prostih tela ponaša u stvarnosti kao smeše tela različitih atomskih masa, iako su njihova hemijska svojstva strogo identična. Na primer hlor, atomske mase 35,46 daje dva različita jona Cl^- atomskih masa 35 i 37. Živa atomske mase 200,6 ponaša se kao smeša elemenata čije bi atomske mase bile 197, 198, 199, 200, 202, 204.

Uzima se da su hlor, živa itd., smeše elemenata koji imaju različite atomske mase a identična hemijska svojstva. Svi ovi elementi, koji odgovaraju istom hemijskom rodu, pa dakle nose isto ime, nazivaju se *izotopi*. Govorićemo, dakle, o izotopu 35 hlora ili, prostije, hloru 35. Nikakva hemijska reakcija ne dozvoljava da se odvoje ovi izotopi, tako da smeša izotopa zadržava konstantne proporcije, što objašnjava činjenicu da svi uzorci prirodnog hlora imaju atomsku masu jednaku 35,46.

Separacija izotopa može se izvoditi pomoću fizičkih metoda, koristeći svojstva koja zavise od atomske mase, a koja će biti različita za razne izotope istog elementa. To se događa u masenom spektrografu. On je korišćen može se reći industrijski, za separaciju izotopa 235 i 238 uranijuma; samo izotop 235 može služiti za proizvodnju atomske bombe, međutim, on se nalazi samo u malom procentu u prirodnom uranijumu (0,7 procenata). Elektromagnet ovog ogromnog spektrografa težio je 4000 tona. Ali kasnije su traženi prostiji i jevtiniji postupci za separaciju izotopa.

Gustina gasa je fizička konstanta koja zavisi od molarne mase gasa, dakle, od mase atoma koji sačinjavaju njegov molekul. Brzina difuzije nekog gasa kroz porozni zid zavisi od gustine gasa; ona je obrnuto proporcionalna njenom kvadratnom korenu (Grahamov zakon). Ako se neki gas, obrazovan od smeše izotopa, pusti da prolazi kroz niz poroznih zidova, laki izotopi će prolaziti brže i na izlazu aparata gas



Sl. 17

je bogatiji u ovom izotopu. To je metod koji se posebno koristi u Pjerlatu (Pierrelatte), gde gasovito jedinjenje urana, uranheksafluorida, prolazi kroz hiljade poroznih zidova, ili *sukcesivnih* barijera, i bogati se izotopom 235.

ATOM. Kada se želi dati konkretna predstava atoma, danas se uzima da je atom obrazovan od centralnog, pozitivno naelektrisanog jezgra, oko koga se obrću elektroni. Razni atomi se razlikuju samo po prirodi jezgra i broju njihovih planetarnih elektrona. Atom je električno neutralan, dakle jezgro nosi pozitivno naelektrisanje jednako po apsolutnoj vrednosti negativnom naelektrisanju svih elektrona. Ovo naelektrisanje je naelektrisanje protona koji postoje u jezgru, čiji je broj jednak broju elektrona, jer su njihova naelektrisanja numerički jednaka. Videli smo da su ovi protoni mnogo teži od elektrona, 1840 puta teži, i čitava masa atoma je koncentrisana u jezgru koje, pored protona, sadrži čestice približno iste mase, ali bez naelektrisanja, nazvane *neutroni*. Masa nekog atoma zavisi od ukupnog broja čestica jezgra, protona i neutrona koji se nazivaju i *nukleoni*, dok hemijska svojstva zavise od broja planetarnih elektrona, to jest od broja protona nazvanog i »atomski broj«. Dva izotopa istog elementa, kako imaju ista hemijska svojstva, imaju isti broj protona u svom jezgru, ali kako su njihove atomske mase različite, imaju različit broj neutrona. Dakle, dva izotopa se razlikuju samo po broju neutrona, sadržanih u njihovim jezgrima. Broj nukleona jezgra naziva se »maseni broj«. Tako izotop 235 uranijuma, čiji je atomski broj 92, ima jezgro obrazovano od 235 nukleona, od kojih su 92 protoni a 143 neutroni, dok izotop 238 ima 3 neutrona više.

Atom se jonizuje gubeći ili dobijajući jedan elektron, što odgovara promeni mase uvek manjoj od jednog hiljaditog dela, i masa jona je gotovo ista kao i masa neutralnog atoma.

Najprostiji i najlakši atom je atom vodonika, sastavljen od jednog protona oko kojeg se obrće jedan elektron. On ima dva teža izotopa, čija su jezgra obrazovana od jednog protona i jednog neutrona, odnosno od jednog protona i dva neutrona; oni se nazivaju *deuterijum* i *tricijum*.

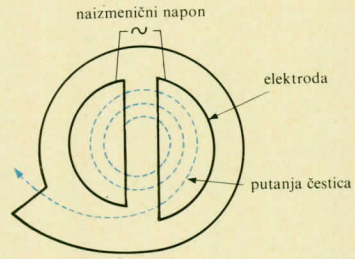
AKCELERATORI NAELEKTRISANIH ČESTICA IZUČAVANJE PUTANJA

Ostale naelektrisane čestice. Vidi str. 621.
Za izučavanje atomskih jezgara fizičarima su potrebne naelektrisane čestice velike energije koje mogu prodreti u jezgra, izazvati njihovu dezintegraciju i ukazati na čestice od kojih su ona sastavljena. Mašine pronađene za ubrzavanje naelektrisanih čestica koriste dejstvo električnih ili magnetskih polja, koje smo videli kod izučavanja elektrona.

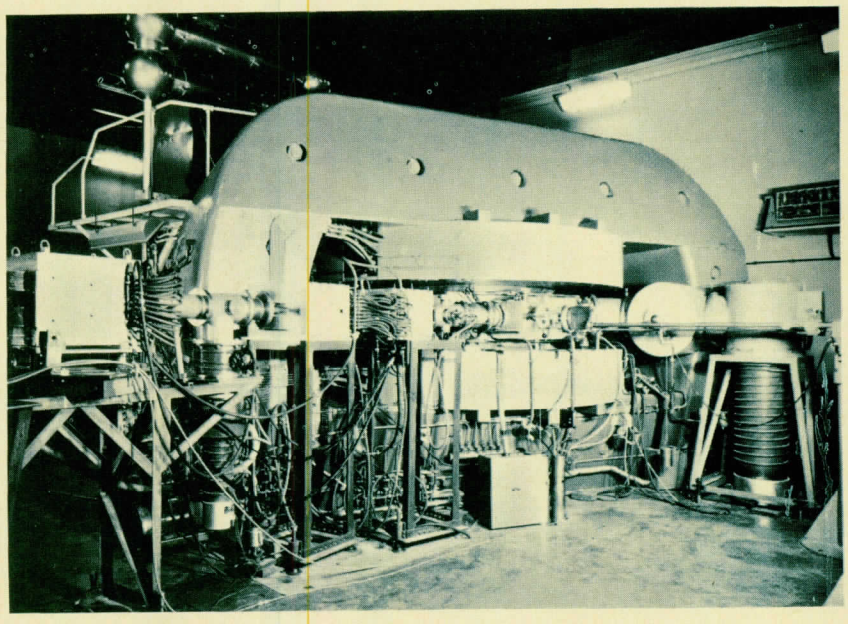
LINIJSKI AKCELERATORI. Oni su teorijski najjednostavniji; čestice ubrzava jako električno polje koje stvara konstantna veoma velika razlika potencijala, proizvedena pomoću elektrostatičke mašine. Dobijene energije ne prelaze milion elektron-volti.

CIKLOTRON. To je mašina kod koje čestice takođe ubrzava električno polje, ali da bi se izbegle veoma velike dimenzije i veoma velike razlike potencijala, putanje čestica savijaju se u spiralu pod dejstvom magnetskog polja. Naelektrisana čestica koja se kreće u magnetskom polju ima kao putanju krug (vidi str. 613) i poluprečnik zavisi od brzine, mase i naelektrisanja čestice, ali kada se menja samo brzina, poluprečnik se menja tako da vreme koje utroši čestica na izvođenje jednog potpunog obrtaja, ili giromagnetski period, ostaje konstantno.

Ciklotron se sastoji od dve polucilindrične elektrode u obliku plitkih limenih kutija, prikazanih u preseku na shemi (sl. 18). Između ove dve elek-



Sl. 18



Ciklotron u Francuskom koležu, gledan spreda. *Fot. C. E. A.*

trode uspostavlja se naizmenična razlika potencijala od nekoliko hiljada volti, a one se postavljaju u međupolni zazor moćnog elektromagneta, koji stvara jako magnetsko polje, normalno na ravan slike. Pretpostavimo da se jedna pozitivna čestica nalazi u unutrašnjosti jedne elektrode kada je ona pozitivna, a druga negativna: čestica dobija ubrzanje, opisuje polukrug. Razlika potencijala postaje onda suprotna i čestica dobija ponovo ubrzanje tokom poluobrta, i tako redom. Poluprečnik putanje se postepeno povećava, ali period ostaje konstantan a energija čestice se povećava.

U principu bi se mogla dobiti energija tako velika kako se želi; ona je, međutim, ograničena iz dva razloga: magnetsko polje ne može biti strogo konstantno idući od centra prema periferiji, i kod veoma velikih brzina promena mase čestice, predviđena teorijom relativnosti, nije više zanemarljiva; tada nastupa momenat u kome čestica pristiže u blizinu jedne elektrode suviše kasno da bi bila ubrzana.

Razume se, u ciklotronu se mora održavati što je moguće viši vakuum, kako bi se izbegli sudari između čestica i gasnih molekula. Magnetska polja koja se koriste su reda 1 ili 2 tesla. Svaka čestica izvede stotinak obrtaja i mogu joj se dati energije od više miliona elektron-volti.

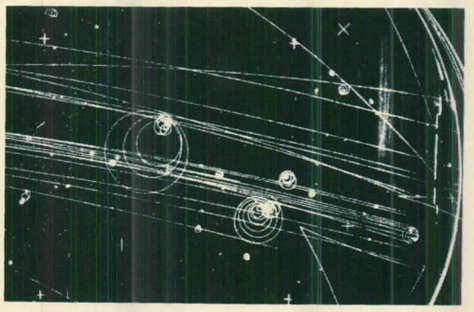
BETATRON. U ovoj mašini ubrzanje se proizvodi samo dejstvom promenljivog magnetskog polja. U tom cilju čestica ubačena u mašinu dolazi u područje u kome magnetsko polje, normalno na njenu putanju, raste proporcionalno vremenu. Čestice opisuju krugove koji se mogu izjednačiti sa strujama i ubrzavaju se u njima isto kao u sekundarnom kalemu transformatora. Pomoću ovih mašina elektronima se mogu dati brzine veoma bliske brzini svetlosti, do iznad 299000 km/s i energije od više desetina miliona elektron-volti.

SINHROTRONI ILI KOSMOTRONI. Videli smo da su energije u ciklotronima ograničene, pošto naelektrisane čestice nisu nakon izvesnog vremena u fazi sa naizmeničnim akceleratorskim električnim poljem. Da bi se otklonio ovaj nedostatak, došlo se na to da se obezbedi opadanje frekvencija akceleratorskog napona kada se čestice približavaju kraju svoga puta. To se postiže na račun čestica koje su još u fazi, tako da je učinak u fluksu čestica slab, ali su energije znatne: 2 milijarde elektron-volti za protone pomoću sinhrotrona instaliranog u Sakleju (Saclay). Energije čestica mogu se uporediti sa energijama kosmičkih zrakova, zbog čega se nekim od ovih aparata daje ime *kosmotroni*.

IZUČAVANJE PUTANJA. Izučavanje putanja elementarnih čestica predstavlja jedno od najdragocenijih sredstava za istraživanje strukture materije. Uređaj koji je najviše pomagao u ovoj oblasti je Vilsonova komora. To je zatvoreni sud koji ima providne strane i koji sadrži prezasićenu vodenu paru. Naelektrisana čestica prolazeći kroz ovu komoru jonizuje vazduh na svom putu; jonizovani molekuli služe kao centri kondenzacije vodene pare, i putanja čestice je materijalizovana pomoću niza sitnih vodenih kapljica, koji se može fotografisati. Prezasićenost vodene pare u Vilsonovoj komori dobija se pomoću naglog širenja izazvanog klipom. Sa Vilsonovom komorom može se povezati detektor naelektrisanih čestica, recimo Gajger-Milerov (Geiger-Müller) brojač, koji stupa u dejstvo samo kada prođe neka čestica.

Sada se koriste mehuraste komore. U ovim komorama prezasićena vodena para je zamenjena tečnošću koja je dovedena na temperaturu nešto višu od njene temperature ključanja. Ovo ključanje nastaje oko molekula, jonizovanih prolazom čestice, i njena putanja je materijalizovana serijom malih mehurića pare.

Gajger-Milerov brojač u principu se sastoji od jedne provodne žice postavljene u osu metalnog cilindra koji sadrži neki gas pod niskim pritiskom. Između žice i cilindra uspostavlja se razlika potencijala malo niža od potencijala proboja. Prolaz čestice jonizuje gas, čini ga tako provodnikom, pa dolazi do veoma kratkog pražnjenja između žice i cilindra. Ako se



Putanje čestica fotografisane u Vilsonovoj komori.

ovo pražnjenje pojača, može se aktivirati glasnogovornik ili numerički brojač, ili izazvati pražnjenje elektrometra. Ono može takođe, kao što smo videli, aktivirati Vilsonovu komoru. Mogu se takođe postaviti dva brojača prema izvesnom rasporedu, da bi se detektovale samo čestice koje dolaze iz određenog pravca.

Naelektrisane čestice imaju i svojstvo da deluju na fotografsku ploču. Jedna takva čestica, prolazeći kroz osetljivu emulziju, ostavlja u njoj trag svog prolaza, koji je vidljiv posle razvijanja ploče. Ova tehnika se posebno primenjuje pri izučavanju kosmičkih zrakova. Tada se koriste osetljivi slojevi, čija je debljina od 400 do 600 mikrona, dok normalne fotografske ploče imaju sloj od 2 do 3 mikrona debljine.

KOSMIČKO ZRAČENJE. Od 1910. (Gockel) zapaženo je da se elektroskop prazni brže na velikoj visini nego na morskoj obali. Vazduh se pokazivao utoliko više jonizovan ukoliko je visina bila veća. Merenja jonizacije bila su izvedena posebno penjanjem u stratosferu, i ona su u celosti potvrdila ovu činjenicu. Korišćenjem Vilsonove komore zapaža se da ova pojava potiče od naelektrisanih čestica veoma velike energije, koje dolaze iz svemira. Mnoštvo ovih čestica sačinjava kosmičko zračenje. Njegovo izučavanje je mnogo napredovalo korišćenjem fotografskih ploča za registrovanje putanja čestica. U tom cilju fotografske ploče su slate na velike visine pomoću balona. Izučavanja su takođe vršena na planinama i u rudnicima.

Moglo se konstatovati da kosmičko zračenje dolazi iz svih tačaka svemira, ali da je ono, usled dejstva Zemljinog magnetskog polja, jače na polovima nego na ekvatoru. Ono je obrazovano od veoma različitih čestica, čija je moć prodiranja promenljiva: *meki zraci*, obrazovani pretežno od elektrona su male prodorne moći, i *tvrdi zraci*, obrazovani od čestica čija energija iznosi više milijardi elektron-volti, dostižući katkad milion milijardi, koji mogu proći kroz više metara olova. Ove energije su neuporedivo veće od energija radioaktivnih zračenja.

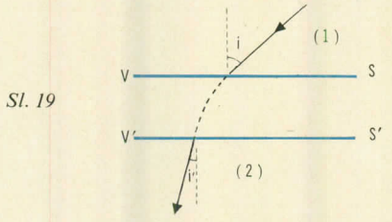
Postavljene su razne hipoteze o poreklu kosmičkog zračenja, sve nepouzdane, ali se misli da je ono obrazovano od primarnih protona velike energije, koji svojim sudarima sa atomima atmosfere izazivaju promenljivo sekundarno zračenje elektrona, protona, raznih jona, mezona i gama-fotona.

ELEKTRONSKA I JONSKA OPTIKA

PRINCIP. Talasna mehanika (vidi str. 637) pridaje svakoj čestici u kretanju jedan talas, čija je talasna dužina data obrascem Luja De Broljija (Louis de Broglie):

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

gde je h Plankova konstanta, m masa čestice a v njena brzina. U ovoj mehanici može se, dakle, odrediti putanja čestica koristeći obrasce po svom obliku slične obrascima geometrijske optike. Međutim, izlišno je pozivati se na talasnu mehaniku da bi se pokazali principi »optike« naelektrisanih čestica, to jest mogućnost refraktovanja i fokusiranja snopova čestica.



Sl. 19

Posmatrajmo, na primer, elektron (sl. 19) koji se kreće u prostoru (1), gde nema električnog polja, dakle gde je potencijal V konstantan i ograničen ekvipotencijalnom ravnom površinom S. On zatim prolazi kroz područje u kome se potencijal menja, zatim prodire u područje (2), gde je potencijal V′ konstantan, ograničen ekvipotencijalnom površinom S′ paralelnom sa S. Uzmimo da je električno polje normalno na S′ i S u području koje ih razdvaja; ono ne menja komponentu brzine elektrona normalnu na polje. Označimo sa i ugao između putanje elektrona u području (1) i normale na S, a sa i' ugao između putanje u području (2) i normale na S′′, a sa v i v' brzine elektrona u područjima (1) i (2). Održavanje normalne komponente brzine izražava se odnosom

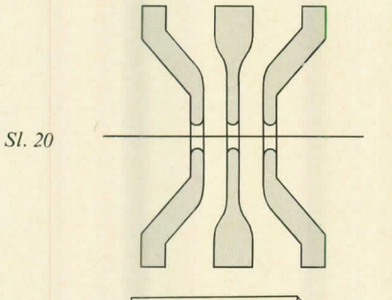
$$v \sin i = v' \sin i';$$

ali v i v' su proporcionalni sa $\sqrt{V}$ odnosno $\sqrt{V'}$;

$$\sqrt{V} \sin i = \sqrt{V'} \sin i',$$

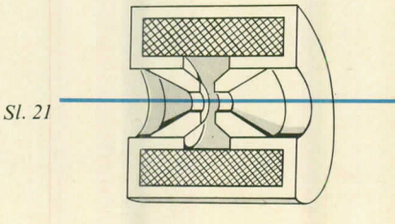
obrazac koji se u svim tačkama može uporediti sa Dekartovim zakonom

$$n \sin i = n' \sin i'.$$



Sl. 20

Iz ovog rezultata se izvodi da se mogu primeniti svi rezultati geometrijske optike i odatle izvesti »*elektronska optika*« koja razmatra svojstva putanja elektrona, ili opštije naelektrisanih čestica, u elektrostatičkom polju. Stvarno su realizovana elektrostatička sočiva načinjena od dve ili tri kružne elektrode iste ose, na kojima su izbušeni otvori i kojima su dati različiti potencijali (sl. 20). Ona stvaraju kružno električno polje koje u odnosu na naelektrisane čestice ima fokusirajuća svojstva slična svojstvima sočiva klasične optike. Ova sočiva se mogu koristiti samo u veoma visokom vakuumu, jer bi u protivnom elektronski snop usled sudara sa gasnim molekulima stvarao jone koji bi bili uzrok mnogih poremećaja.



Sl. 21

Mogu se takođe dobiti fokusirajuća dejstva zahvaljujući silama koje dejstvuju na naelektrisane čestice u kretanju u magnetskom polju i razvijena je magnetska elektronska optika. Magnetska sočiva (sl. 21)

Fot. C. E. A.

predstavljaju u osnovi kalemove kroz koje protiču jednosmerne struje, koje proizvode kružno magnetsko polje oko svoje ose.

Iz napred rečenog proizlazi, ako jedna površina emituje elektrone ili bilo koje naelektrisane čestice, da se može, stavljajući na put ovih čestica elektronska sočiva, obrazovati lik emisione površine. Može se takođe dobiti lik površine pomoću refleksije snopa elektrona na toj površini, ili izučiti tanka površina pomoću senki koje se dobijaju puštajući da kroz nju prođe snop elektrona.

ELEKTRONSKI MIKROSKOP. Elektronski mikroskop je upravo takav uređaj koji omogućava da se dobiju takvi likovi. Slika 22 predstavlja shemu elektronskog mikroskopa. Tu nailazimo na elemente običnog optičkog mikroskopa, prenesene u elektronsku optiku:

Emisiona katoda, izvor elektrona i akceleratorska anoda, koja se drži na pozitivnom potencijalu u odnosu na katodu, su dva elementa koji igraju ulogu sijalice za osvetljavanje;

Prvo elektronsko sočivo, kondenzor, koje koncentriše elektronski snop na predmet;

Podloga na koju se stavlja predmet, postavljena neposredno ispred objektiva;

Drugo sočivo, objektiv, male žižne daljine (nekoliko milimetara), koje obrazuje realan lik predmeta, obrnut i uvećan 100 do 200 puta;

Treće sočivo, slično prethodnom, koje igra ulogu drugog objektiva i koje takođe uvećava 100 do 200 puta, tako da je ukupno uvećanje 10000 do 40000.

Stakleni okular namenjen je ispitivanju optičkog lika koji obrazuju elektroni na fluorescentnom ekranu. Ovaj ekran se može zameniti i fotografskom pločom.

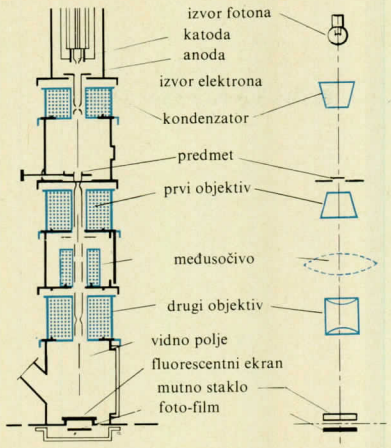
Sočiva mogu biti elektrostatička ili magnetska i ceo uređaj je zatvoren tako da se može ostvariti veoma visok vakuum.

Prednost elektronskog mikroskopa nad optičkim mikroskopom je u tome što on ima veću moć razlaganja. Granica razlikovanja nekog mikroskopa, to jest najmanje rastojanje između dve tačke koje se mogu kroz mikroskop videti kao odvojene, određena je pojavom difrakcije. Ona je data obrascem

$$d=\frac{1{,}22\lambda}{2n\sin u},$$

gde je λ talasna dužina korišćene radijacije, n indeks prelamanja sredine predmeta, a u poluugao na vrhu snopa koji ulazi u mikroskop.

Pri akcelatorskim naponima između 10000 i 100000 volti, obrazac Luja De Broljija daje talasne dužine između 0,12 i 0,04 angstrema, dakle oko 100000 puta kraće od talasnih dužina svetlosne radijacije.



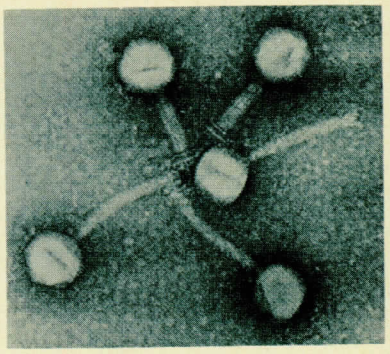
Sl. 22

Na žalost, u elektronskoj optici se mnogo manje mogu korigovati aberacije nego u svetlosnoj optici, a ugao u, umesto da bude blizak 90° kao kod imerzionih mikroskopa, ne prelazi nekoliko hiljaditih radijana. Tako se, prelazeći sa svetlosnog mikroskopa na elektronski mikroskop, dobija za granicu razlikovanja faktor 100, što je već ogromno.

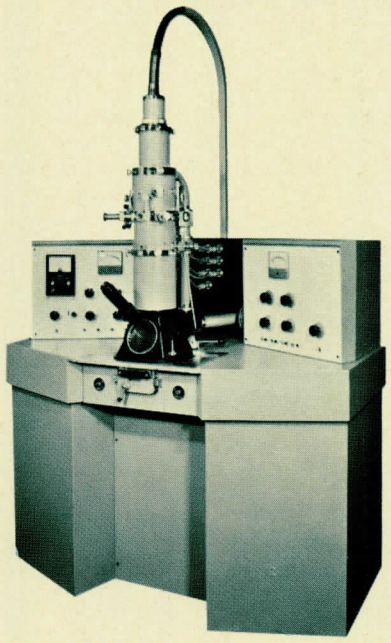
Posvećujući mnogo brige izradi uređaja i naponima napajanja, postiže se efektivno granica razlikovanja od 20 angstrema, umesto 2000 kod svetlosnog mikroskopa.

Elektronski mikroskopi se sada široko primenjuju, što omogućava zanimljiva posmatranja u biologiji, zoologiji, hemiji, metalurgiji itd. Treba ipak napomenuti, da usled visokog vakuuma koji mora obavezno vladati u aparatu, predmeti koji se ispituju moraju biti potpuno osušeni; s druge strane, izloženi elektronskom bombardovanju, oni se brzo oštećuju. Nemoguće je, dakle, posmatrati živa tela u elektronskom mikroskopu.

Nastojalo se da se poboljšaju rezultati elektronskih mikroskopa, zamenjujući elektrone težim česticama koje odgovaraju još kraćim talasnim dužinama. Sada se pokušava sa jonima vodonika ili protonima i sa alkalnim jonima. Ovi poslednji su dali dosad najbolje rezultate i u laboratoriji su dobijeni veoma dobri likovi. Koristeći sve teže i teže čestice, izgleda da nema granice moći razlaganja kod takvih aparata. Međutim, L. D. Brolji je ukazao na to da će se pod udarom čestica predmet pomerati zbog čega će likovi biti mutni, a to smanjuje moć razlaganja. Ova pojava je utoliko izrazitija ukoliko su čestice teže. S druge strane, pri veoma velikim moćima razlaganja smeta termičko kretanje molekula.



Tvortovi bakteriofagi uvećani 345 000 puta pomoću mikroskopa ME 75 (dole).



Sl. 23

ENERGIJA I MATERIJA. FOTOELEKTRIČNI EFEKT

ZAKON POJAVE. Herz (Hertz) je 1887. otkrio da metal, na koji padne svetlosna radijacija, emituje elektrone; ova pojava se naziva *fotoelektrični efekt*. Ona se može pokazati osvetljavajući svetlosnim snopom, bogatim ultraljubičastim zracima, savršeno čistu ploču od cinka stavljenu na tas naelektrisanog elektroskopa (sl. 23). Kada je elektroskop naelektrisan negativno, on se prazni, i obratno, zadržava svoje naelektrisanje kada je ono pozitivno. Ogled se objašnjava time što se uzima da ploča od cinka emituje elektrone koje ona odbija kada je naelektrisana negativno, dok ih, naprotiv, privlači i ponovo apsorbuje kada je naelektrisana pozitivno.

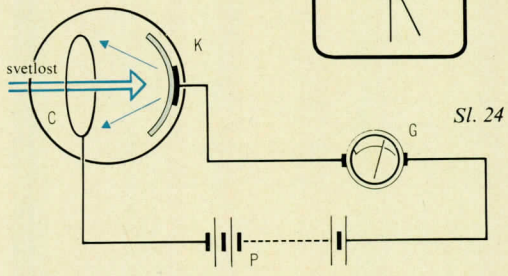
Pojava ima opšti značaj, ona se ne ispoljava samo kod metala, nego, izgleda, kod većine tela. Mi ćemo se ograničiti na izučavanje pojave kod metala u vakuumu, uzećemo da je površina potpuno čista i veoma sjajna; stanje površine igra zaista važnu ulogu u emisiji elektrona. Ovo izučavanje daje sledeće rezultate:

1. Odnos $\frac{q}{m}$ emitovanih negativnih čestica iznosi $1{,}76\times10^{11}$ kulona na kilogram, što predstavlja vrednost ovog odnosa za elektrone;

2. Za dati metal, emisija elektrona odvija se samo ako je talasna dužina radijacije pobude manja od jedne granične talasne dužine λ_0, drugim rečima, ako je njena frekvencija γ veća od jedne granične frekvencije γ_0.

Cink emituje elektrone samo za ultraljubičaste radijacije; kod alkalnih metala, granična frekvencija odgovara vidljivim radijacijama, ili čak infracrvenoj; tako je fotoelektrični efekt izučavan naročito kod ovih metala.

FOTOELEKTRIČNA ĆELIJA. Merenje broja emitovanih elektrona vrši se pomoću *fotoelektrične* ćelije; to je balon u kome je ostvaren vakuum i čiji je donji deo zida prekriven tankim metalnim slojem,



Sl. 24

najčešće od kalijuma (sl. 24). Prsten C skuplja emitovane elektrone, zahvaljujući razlici potencijala od stotinak volti, uspostavljenoj između prstena, koji služi kao anoda, i metala, koji služi kao katoda. Struja protiče čim se ćelija osvetli i njen intenzitet srazmeran je broju emitovanih elektrona. Ispostavlja se da je *broj emitovanih elektrona proporcionalan svetlosnom fluksu koji prima katoda.* Koeficijent proporcionalnosti menja se sa talasnom dužinom upotrebljene radijacije. Ovo svojstvo dozvoljava da se fotoelektrična ćelija koristi za fotometrijska merenja: preciznost je veća, ali je osetljivost manja nego kod običnih metoda. Fotoelektrična ćelija se upotrebljava takođe za izvesne signalizacije: čim neka prepreka zadrži svetlosni snop koji pada na ćeliju, struja prestaje, što izaziva pojavljivanje signala ili stavljanje u pogon drugih uređaja.

Fot. Laboratoire de microscopie électronique, Sopelem.

KVANT ENERGIJE. AJNŠTAJNOVA RELACIJA. U fotoelektričnoj pojavi imamo transformaciju elektromagnetske energije, koju donosi radijacija, u kinetičku energiju elektrona. Ova transformacija se slaže sa teorijom kvanta.

Razmene energije između materije i elektromagnetskih zračenja (Hercovi talasi, svetlost, X-zraci i γ-zraci) *odvijaju se diskontinualno.* Drugim rečima, *energija razmenjena između materije i zračenja uvek je jednaka celom umnošku količine energije nazvane »kvant energije«.* Uzima se takođe da je *kvant energije proporcionalan frekvenciji upotrebljenog elektromagnetskog zračenja.* Imamo

$$q = hv;$$

q je kvant energije, v frekvencija zračenja a h univerzalna konstanta, nazvana *Plankova konstanta*, koja iznosi $6{,}625.10^{-34}$ džul-sekundi. Može se takođe smatrati da je snop monohromatske svetlosti sastavljen od fluksa čestica nazvanih *fotoni* koji svi imaju istu energiju hv, i istu brzinu, brzinu svetlosti.

Primenimo ovo na fotoelektrični efekt. Kada se jedan elektron emituje brzinom v on poseduje energiju $\frac{1}{2} mv^2$, i princip očuvanja energije nam daje

$$\frac{1}{2} mv^2 = hv.$$

Ova relacija naziva se *Ajnštajnova* (Einstein) *relacija.*

U stvarnosti, kada se upadni foton apsorbuje i kada on izaziva izbacivanje jednog elektrona, njegova energija se iskorišćava za obezbeđivanje izbijanja elektrona, što zahteva energiju W_0, i za davanje elektronu kinetičke energije $\frac{1}{2} mv^2$. Imamo dakle

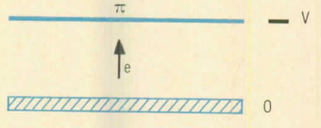
$$hv = W_0 + \frac{1}{2} mv^2.$$

Vidi se da se efekt ne može pojaviti sem ako je $v \geqslant v_0$, tako da je

$$hv_0 = W_0 \quad \text{ili} \quad v_0 = \frac{W_0}{h},$$

što u potpunosti odgovara maločas iskazanom eksperimentalnom zakonu. Vidi se takođe da se intenzitet upadne svetlosti ne pojavljuje ni u vrednosti fotoelektričnog praga, ni u zakonu raspodele brzina emitovanih elektrona.

Odnos $\frac{1}{2} mv^2 = hv - W_0$ važi samo za elektrone izbijene sa same površine metala, jer elektroni koji dolaze iz dubljih slojeva mogu pretrpeti sudare sa atomima metala koji smanjuju njihovu brzinu; v je dakle maksimalna brzina elektrona. Ona se mogla meriti. Zato je nasuprot izučavanog metala postavljena ploča π (sl. 25) kojoj je dat negativni potencijal — V u odnosu na nju. Elektroni dostižu ovu ploču samo ako je rad eV (e naelektrisanje elektrona) koji oni vrše protiv električnog polja manji od njihove kinetičke energije.



Sl. 25

Traži se, dakle, za koji potencijal — V_0 elektroni ne stižu više na ploču, što se utvrđuje kada struja između metala i ploče nestaje. Tada imamo

$$\frac{1}{2} mv^2 = eV_0;$$

odakle

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} V_0}.$$

Dobijeni rezultati dobro se slažu sa teorijom.

POTENCIJAL IZBIJANJA ELEKTRONA. Potencijal V_0, o kome smo upravo govorili, predstavlja minimalni potencijal koji dozvoljava da se elektronima da energija upravo dovoljna da bi napustili metal; to je *potencijal izbijanja.* On služi za savladavanje sila privlačenja kojima dejstvuju pozitivna naelektrisanja koja preostaju u metalu posle izbijanja elektrona. Ovaj potencijal izbijanja menja se u zavisnosti od posmatranog metala; evo nekih njegovih vrednosti, u voltima:

Cs	1,8	Cd	4,1	Ag	4,7
Na	2,2	Cu	4,1	Fe	4,7
K	2,2	Zn	4,3	Au	4,9
Ba	2,4	Sn	4,4	Ni	5,0
Al	3,0	W	4,5	Pt	5,4

Da bi postojao fotoelektrični efekt pod dejstvom radijacije talasne dužine λ, treba da imamo

$$hv = h\frac{c}{\lambda} > eV_0;$$

za $V_0 = 3{,}1$ volti imamo $\lambda = 4000$ angstrema, što odgovara granici vidljive svetlosti. Metali za koje je $V_0 > 3{,}1$ volti neće dati fotoelektrični efekt sa vidljivom svetlosti; takav je slučaj sa cinkom koji emituje elektrone samo pod dejstvom ultraljubičastih radijacija.

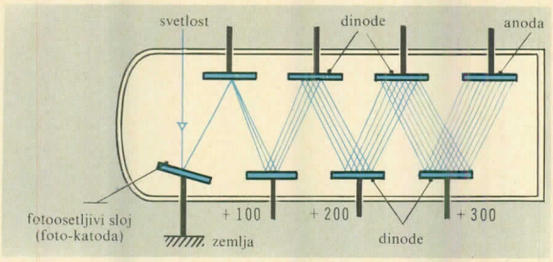
KVANTNI PRENOS ĆELIJE. Svi kvanti energije koji stižu na osetljivi sloj ne izazivaju pojavljivanja elektrona. Račun odista pokazuje da bi, ako bi to bilo tako, za svetlosni fluks talasne dužine λ (izražene u angstremima), koji prenosi ukupnu snagu od 1 vata, struja koja prolazi kroz ćeliju imala intenzitet, u amperima

$$i = \frac{\lambda}{12\,500}.$$

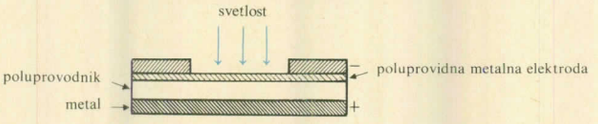
U praksi ova struja je jednaka samo nekoliko hiljaditih ili nekoliko stotih od ove teorijske struje. Kaže se da je kvantni prinos nekoliko hiljaditih ili nekoliko stotih. Kvantni prinos daje, dakle, deo upadnih kvanta koji oslobađaju elektrone u metalu katode.

KONSTRUKCIJA FOTOELEKTRIČNIH ĆELIJA. Za izradu fotoelektričnih ćelija korišćeni su za osetljivi sloj najpre alkalni metali, ali je kvantni prinos takvih katoda, dakle osetljivost, veoma mali (od 10^{-4} do 10^{-5}). Došlo se na to da se alkalni metali učine osetljivijim stvaranjem veoma tankog sloja hidrida na njihovoj površini. Jedna od najviše korišćenih ćelija napravljena je na sledeći način: osetljivi sloj obuhvata srebrnu ploču lako oksidisane površine, a iznad toga se isparavanjem u vakuumu taloži cezijum u odnosu 0,25 mg na kvadratni centimetar. Kvantni prinos takve ćelije je 1/350 za talasnu dužinu od 8400 Å.

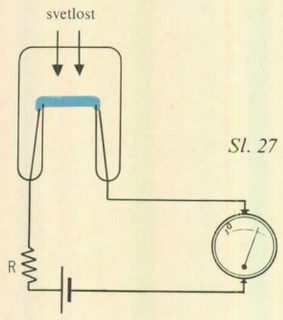
Pomoću legura cezijum-antimon dobijeni su kvantni prinosi koji dostižu 20 procenata. Osetljivost se može takođe povećati punjenjem ćelije helijumom pod pritiskom reda milimetra žive; za razliku potencijala između elektroda od 150 volti, helijum se jako jonizuje usled sudara atoma i elektrona emitovanih od strane katode, i ukupna struja koju prima anoda, prenesena naročito od strane elektrona proizvedenih ovom jonizacijom, mnogo je jača od struje koju prenose fotoelektrični elektroni u užem smislu reči, ali proporcionalnost između svetlosnog fluksa i struje nije više stroga.



Sl. 26



Sl. 28



Sl. 27

FOTOMULTIPLIKATORI. Elektron kojeg ubrzava napon od stotinak volti i koji pada na neki metal izaziva emisiju sekundarnih elektrona. Broj tih elektrona je promenljiv ali može dostići i 10. Ova se pojava koristi za pojačavanje struje fotoelektričnih ćelija. U tom cilju se elektroni, koje emituje osetljiva katoda, ubrzavaju i pušta se da oni padaju na metalnu metu; to se ponavlja sa sekundarnim elektronima koje emituje ova meta itd. Takva ćelija, predstavljena na slici 26, koja može obuhvatiti do 10 sukcesivnih elektroda, naziva se *fotomultiplikator.* Pojačavanje struje može dostići milion, i ovaj aparat se umesto fotografske ploče počinje stavljati u spektrografe i u druge uređaje male sjajnosti.

ELEKTRONSKI TELESKOP. VIDLJIVOST U INFRACRVENOM. Elektronski teleskop koristi cev nazvanu »transformator lika«. Objektiv obrazuje lik ispitivanog predmeta na poluprovidnoj fotokatodi. Emitovani elektroni, ubrzani od strane elektrostatičkog sočiva, rekonstruišu lik na fluorescentnom ekranu, koji se može ispitivati pomoću okulara. Ako se koristi u vidljivoj svetlosti, takav uređaj dozvoljava da se dobije sjajniji lik. Ovi tranformatori lika koriste se u astronomiji da bi se pojačala sjajnost likova koje daju teleskopi. Ako je fotokatoda osetljiva u infracrvenoj oblasti, a to je slučaj kod katode srebrooksid-cezijum, on, pridružen projektoru u infracrvenom, dozvoljava da se u mraku vidi pomoću »nevidljive« svetlosti.

ĆELIJE KOJE SE UPOTREBLJAVAJU U TELEVIZIJI. Ove ćelije obuhvataju fotokatodu obrazovanu od veoma velikog broja međusobno izolovanih malih delova osetljivih na svetlost, što se naziva *mozaik.* Na ovom mozaiku obrazuje se lik koji treba preneti pomoću običnog objektiva, a jedan uređaj dozvoljava da se od jedne tačke do druge analiziraju elektroni emitovani usled fotoelektričnog efekta, što se izražava u električnim signalima koji se šalju u odašiljač.

FOTOOTPORNE ĆELIJE. Jedan poluprovodnik, na primer sulfid olova ili selenid olova, ima otpor koji se jako smanjuje kada se osvetli čak i svetlošću veoma velike talasne dužine. Energija koju donosi svetlost dozvoljava izvesnim elektronima da se oslobode iz atoma, i tako se povećava broj slobodnih elektrona, koji mogu provoditi električnu struju. Kada se takva ćelija napaja iz generatora preko redno vezanog otpora (sl. 27) i ako je ona osvetljena, njen otpor se smanjuje isto kao i razlika potencijala između njenih krajeva. Tako se može otkriti svetlosni fluks, jer promena otpora zavisi samo od energije koju prenosi svetlosni snop, a ne od njegovog oblika.

ĆELIJE SA ZAPREČNIM SLOJEM. FOTOELEMENTI. Kada se osvetli kontaktna površina između nekog metala i nekog poluprovodnika, na primer selena, oksida bakra ili sulfida talijuma, zapaža se postojanje elektromotorne sile. Elektroni su

izbijeni usled fotoelektričnog efekta iz poluprovodnika, te idu prema metalu. Struja kratkog spoja takve ćelije (sl. 28) proporcionalna je osvetljenosti, i bez uticaja bilo kog izvora napona.

Ćelije sa zaprečnim slojem su jednostavne za korišćenje, ali su nepodesne za precizna merenja. One se upotrebljavaju kao releji za upravljanje svetlosnim signalima i u fotografiji za grubo merenje osvetljenosti scena koje treba fotografisati.

Ove ćelije se mogu takođe koristiti kao fotoelementi koji dozvoljavaju da se svetlosna energija, dobijena od Sunca, transformiše u električnu energiju, u veštačkim satelitima, na primer.

X-ZRACI

X-zrake otkrio je Rendgen (Röntgen) 1895. koji im je dao ime X-zraci jer nije znao njihovu prirodu. Nju su objasnili Fridrih (Friedrich) i Kniping (Knipping, 1912).

PROIZVOĐENJE X-ZRAKOVA. X-zračenje emituje metal na koji pada katodno zračenje. Da bi se dobio jak snop X-zrakova, koriste se Kruksove cevi, ili sada više Kulidžove cevi, koje sadrže konkavnu katodu, a u tački konvergencije katodnih zrakova, metalnu ploču B (sl. 29), nazvanu *antikatoda* obično povezanu sa anodom. Antikatoda tada emituje X-zračenje ali, budući intenzivno bombardovana katodnim zracima, ona se zagrejava; zato se uzima debela antikatoda, a često se i rashlađuje strujom vode ili ulja. Kruksove cevi se više ne upotrebljavaju, jer je njihov stepen korisnog dejstva mali, a njihov unutrašnji pritisak se smanjuje tokom rada, što zahteva da se predvidi uređaj za regulisanje pritiska i što ograničava njihov vek trajanja. Ovaj nedostatak ne postoji kod Kulidžovih cevi, jer se tu stvara što je moguće viši vakuum; sem toga može se odvojeno regulisati temperatura katode koja određuje intenzitet emitovanih X-zrakova, i razlika potencijala anoda-katoda koja određuje njihovu prodornu moć.

SVOJSTVA X-ZRAKOVA. X-zraci izazivaju fluorescenciju barijum-platin-cijanida i kadmijum-tungstata; oni takođe deluju na fotografsku ploču. Tako se oni mogu otkriti jednim od ova dva sredstva.

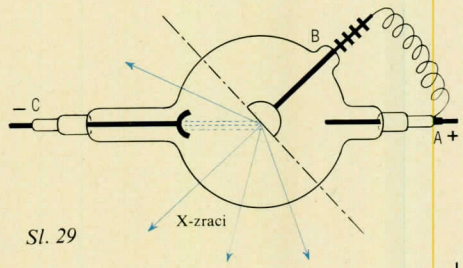
X-zraci se prostiru u pravoj liniji kroz sve supstancije, i malo se apsorbujući, što predstavlja njihovo najznačajnije svojstvo. Dok običan crni papir zaustavlja svetlost, X-zraci mogu proći kroz znatne debljine materije, na primer, kroz ljudsko telo, zid ili daske. Metali imaju najveću apsorpcionu moć, utoliko veću ukoliko je atomska masa metala veća; olovni zaklon (Pb=207) od dva centimetra debljine zaustavlja gotovo sve X-zrake.

Kada kroz neki predmet prođu X-zraci, delovi koji ih najviše apsorbuju daju senke koje se mogu posmatrati ili na fluorescentnom ekranu — to je *radioskopija* — ili na fotografskoj ploči — to je *radiografija*. Radioskopija i radiografija se veoma mnogo koriste u medicini, ili za otkrivanje fraktura kostura koji je dosta neproziran za X-zrake, ili za otkrivanje oboljenja organa: pluća, koja su za njih veoma providna, stomaka koji postaje neproziran unošenjem u želudac kaše koja sadrži jedinjenja barijuma, teškog metala. U metalurgiji X-zraci dozvoljavaju da se otkriju nedostaci u unutrašnjosti metalnog bloka, na primer mehurići vazduha.

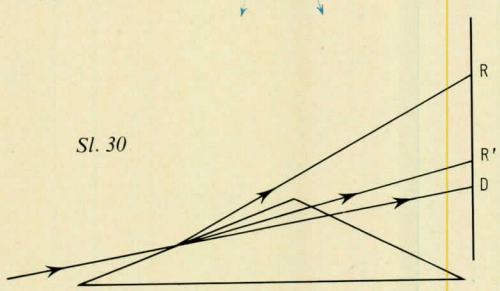
Kada na neku supstanciju padaju X-zraci, ona emituje elektrone prema pojavi bliskoj fotoelektričnom efektu. Kada je supstancija neki gas, on se jonizuje i merenje te jonizacije dozvoljava da se izračuna intenzitet primljenog snopa X-zrakova.

Produžena iradijacija X-zracima je opasna za organizam; ona izaziva opekotine, često neizlečive i može podsticati izvesne forme raka; zato se oni koji često koriste ove zrake, moraju brižljivo zaštititi, na primer pomoću olovnih zaklona i kecelja koje sadrže olovo.

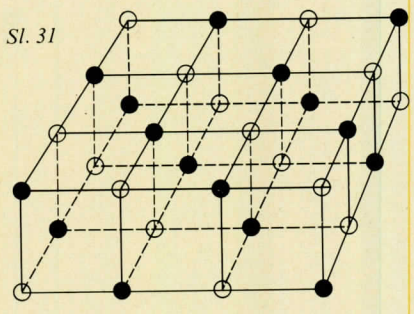
PRIRODA X-ZRAKOVA. X-zraci ne skreću ni pod dejstvom električnog polja, ni pod dejstvom magnetskog polja, i njihova brzina prostiranja jednaka je brzini svetlosti. Iz toga je zaključeno da X-zraci imaju prirodu sličnu prirodi svetlosnih radijacija i da se od njih razlikuju samo kraćom talasnom dužinom. Traženi su dokazi za ovu hipotezu, pokušavajući da se sa X-zracima izvedu klasični ogledi optike: refleksija, refrakcija, difrakcija, ali su sve do 1912. svi pokušaji bili uzaludni. Tada je fizičar fon Laue uspeo da dobije pojave difrakcije, koristeći kristal koji u stvari predstavlja rešetku (vidi str. 565). Od tada pošlo je za rukom da se dobije refleksija, refrakcija i čak difrakcija X-zrakova pomoću običnih sredstava optike, ali koristeći tangencijalne upadne uglove, to jest upadne uglove koji se razlikuju od 90° samo za nekoliko minuta. Slika 30 predstavlja shemu

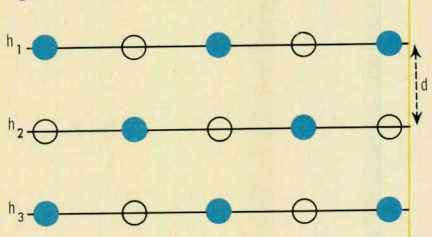


Sl. 29

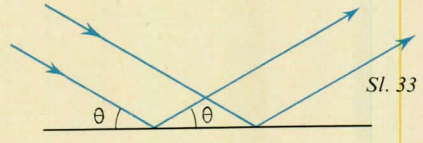


Sl. 30

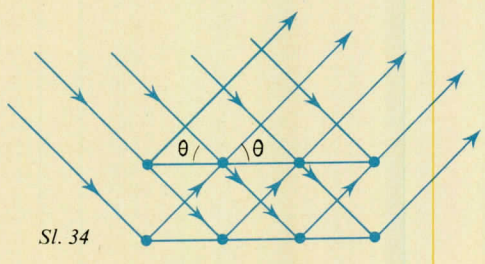

Sl. 31



Sl. 32



Sl. 33



Sl. 34

ogleda koji je izveo fizičar Zigban (Siegbahn): uski snop X-zrakova pada na prizmu u blizini ivice; na zaklonu se primećuju tri mrlje R, R′ i D koje odgovaraju reflektovanim, refraktovanim i neskrenutim zracima. Zapaža se da refraktovani zraci skreću u suprotnom smeru od svetlosnih zrakova, jer je indeks stakla za X-zrake manji od indeksa vazduha. Ovi ogledi su dozvolili da se utvrdi da su relativni indeksi raznih supstancija u odnosu na vazduh, uopšte uzev, manji od jedinice; oni se razlikuju samo za veličinu reda jednog milionitog dela, što objašnjava teškoće sa kojima se susreće pri reprodukovanju pojava klasične optike sa X-zracima.

Prve pojave difrakcije, koje je, kao što smo rekli, dobio fon Laue, dozvolile su da se izvrše prva merenja talasne dužine X-zrakova, a u isto vreme su dozvolile da se provere Braveove (Bravais) hipoteze o strukturi kristala. Nedavno je pošlo za rukom da se izmeri njihova talasna dužina (Thibaud), koristeći difrakciju na bazi refleksije od običnih ravnih rešetki. Mi se nećemo zadržavati na ovom poslednjem metodu koji je isti kao i metod korišćen za svetlosne radijacije, ali on ima veliki značaj jer je dozvolio da se provere rezultati dobijeni pomoću metoda difrakcije na kristalima. Pre no što izložimo ovaj poslednji, daćemo njegove rezultate.

Talasne dužine X-zrakova su izvanredno male. One se kreću od 500 angstrema do 0,01 angstrema. Podsetimo se da vidljiva svetlost odgovara talasnim dužinama koje se kreću između 8000 i 4000 angstrema, i da jedan angstrem iznosi $\frac{1}{10000000}$ milimetra.

Naziv *meki zraci* daje se zracima velike talasne dužine (iznad 10Å); ovi zraci su zaista male prodorne moći; debljina od nekoliko centimetara vazduha dovoljna je da ih zaustavi. *Tvrdi zraci* kratkih talasnih dužina (ispod nekoliko angstrema) su, naprotiv, veoma velike prodorne moći i to utoliko veće ukoliko je talasna dužina manja. To su njihova svojstva o kojima je bilo reći u prethodnom paragrafu.

DIFRAKCIJA X-ZRAKOVA NA KRISTALIMA. Danas se smatra da su u svakom kristalu atomi pravilno raspoređeni; na primer, u kristalu natrijum-hlorida atomi hlora i natrijuma obrazuju vrhove malih kockica, naslaganih jedna na drugu (sl. 31). Atomi se mogu grupisati duž paralelnih ravni, nazvanih »kristalne ravni«; u natrijum-hloridu postoje tri takve ravni, paralelne stranama kocke, ali se mogu naći i druge koje prolaze kroz dijagonale. Pretpostavićemo da ove kristalne ravni postoje kod svih kristala. Nacrtajmo presek kristala sa ravni normalnom na jedan pravac mrežaste pljosni (sl. 32). Linije h_1, h_2... predstavljaju tragove kristalnih ravni, a d njihovo rastojanje.

Kada vidljiva radijacija padne na kristal, ona ne prodire unutra nego je prosto difraktovana u svim pravcima od strane atoma površine kristala. Uzmimo da je θ ugao koji zatvara upadni snop sa površinom kristala; račun pokazuje da se svi zraci, difraktovani u drugom pravcu od pravca koji zatvara ugao θ sa površinom, poništavaju interferencijom. Drugim rečima, postoji samo jedan difraktovani vidljivi snop; to je onaj koji se obično naziva reflektovani snop, i mi zaista ponovo nalazimo zakone refleksije (sl. 33).

Ako sada koristimo snop X-zrakova, usled njegove talasne dužine reda rastojanja atoma, on će se probiti u unutrašnjost kristala, i zraci će biti difraktovani ne samo od strane atoma na površini, nego i od atoma u unutrašnjosti. Račun pokazuje da se za bilo koji upadni ugao difraktovani zraci u svim pravcima poništavaju interferencijom; uopšte uzev, ne postoji reflektovani snop. Ali ako snop, sastavljen od zrakova talasne dužine λ, zatvara sa kristalnim ravnima ugao θ tako da je

$$2d \sin \theta = p\lambda,$$

gde je d rastojanje dve kristalne ravni, a p bilo koji ceo broj, postoji reflektovani snop koji sa kristalnim ravnima zatvara ugao θ (sl. 34).

Sada ćemo videti kako je proveren ovaj obrazac selektivne refleksije, veoma važan zbog svojih primena.

EKSPERIMENTALNO PROVERAVANJE. Kada se snop X-zrakova talasne dužine λ pošalje na neki kristal, ugao koji on zatvara sa kristalnim ravnima ne zadovoljava, uopšte uzev, prethodni obrazac; tada se kristal obrće oko ose normalne na upadni snop i zapaža se, stvarno, za izvesne položaje kristala, reflektovani snop. Određuje se ugao θ uzimajući u obzir da su reflektovani zraci zakrenuti za ugao 2θ (sl. 35). Pokazuje se da, ako je do refleksija došlo kod uglova θ_1, θ_2, θ_3..., imamo

$$\frac{\sin\theta_1}{1}=\frac{\sin\theta_2}{2}=\frac{\sin\theta_3}{3}=\dots$$

Ovi odnosi su, prema obrascu $2d\sin\theta=p\lambda$, jednaki $\frac{\lambda}{2d}$, tako da nam pojava može dozvoliti da izračunamo λ ili d, u zavisnosti od toga da li poznajemo d ili λ. Ako korišćeni snop sadrži zrake raznih talasnih dužina λ_1, λ_2 ..., ovi zraci će se reflektovati sukcesivno za uglove θ_1, θ_2..., i ako reflektovane zrake registrujemo na fotografskoj ploči, dobićemo odvojene mrlje za zrake raznih talasnih dužina; tako ćemo imati spektar posmatranog snopa X-zrakova.

PRIMENE DIFRAKCIJE X-ZRAKOVA NA KRISTALIMA. Difrakcija X-zrakova na kristalima omogućuje da dobijemo njihov spektar; ona takođe dozvoljava merenje talasnih dužina kada je poznato rastojanje mrežastih pljosni. Mi smo, međutim, videli da je moguće meriti talasne dužine X-zrakova pomoću običnih rešetki; mogu se, dakle, jednom za svagda odrediti rastojanja mrežastih pljosni jedne vrste kristala pomoću zrakova poznate talasne dužine, pa ih zatim koristiti za merenje talasnih dužina drugih zrakova, jer je metod difrakcije na kristalima podesniji i precizniji od metoda običnih rešetki.

Moguće je, uostalom, meriti odnos dve talasne dužine bez poznavanja rastojanja mrežastih pljosni, jer imamo

$$\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{\sin\theta}{\sin\theta'}.$$

Relativna merenja su mnogo preciznija od apsolutnih merenja, jer se ne poznaju sa velikom preciznošću rastojanja mrežastih pljosni.

STRUKTURA KRISTALA. Rastojanja kristalnih ravni se mogu odrediti, i to se pomoću ravnih rešetki čini pre merenja talasnih dužina. Posmatrajmo kristal natrijum-hlorida, obrazovan od elementarnih kockica stranice a. Uzmimo da je M molarna masa kristala a N Avogadrov broj; masa M sadrži N atoma natrijuma i N atoma hlora, ukupno 2N atoma; ova 2N atoma zauzimaju zapreminu $V=\frac{M}{\mu}$, ako je μ gustina kristala. Ali, jednom atomu odgovara jedna elementarna kockica jer je potrebno osam atoma za jednu kockicu a svaki atom je zajednički za osam kockica; imamo

$$V=2Na^3;$$

odakle

$$\frac{M}{\mu}=2Na^3$$

i

$$a=\sqrt[3]{\frac{M}{2N\mu}}.$$

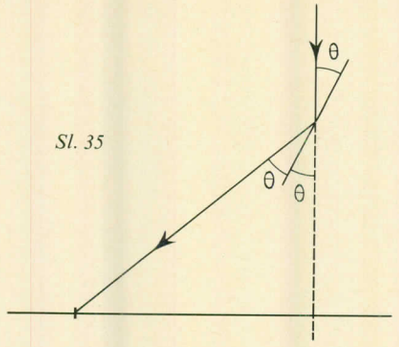
Tako se nalazi za natrijum-hlorid vrednost

$$a=2{,}814\text{Å},$$

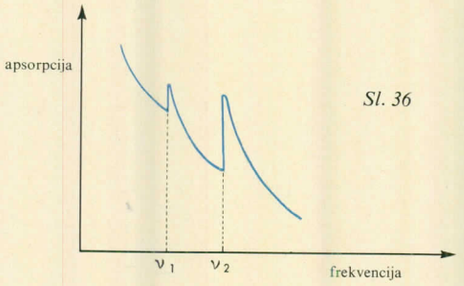
a to je upravo vrednost koju daje ogled.

USLOVI MOGUĆNOSTI DIFRAKCIJE NA KRISTALIMA. Difrakcija je moguća samo ako obrazac

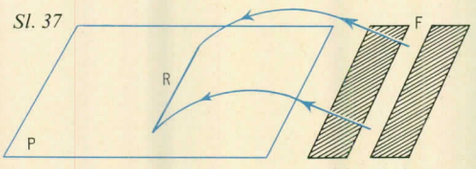
$$2d\sin\theta=p\lambda$$



Sl. 35



Sl. 36



Sl. 37

daje za sin θ bar jednu vrednost manju od 1; uslov mogućnosti je dakle $\lambda<2d$.

Kod natrijum-hlorida najveće rastojanje kristalnih ravni, koje odgovara kosim ravnima u odnosu na elementarnu kockicu, je 4,8 Å. Difrakcija će se, dakle, moći posmatrati samo za talasne dužine manje od 9,6 Å. Kod liskuna se može ići do 20Å; uspele su se izmeriti talasne dužine od 100 Å kod olovnih soli izvesnih masnih kiselina.

DIJAGRAMI ELEKTRONSKE GUSTINE. Difuzno odbijanje zrakova na atomima nekog kristala potiče od elektrona koji okružuju jezgro. Moći difuznog odbijanja raznih atoma menjaju se, dakle, u zavisnosti od broja i rasporeda elektrona oko jezgra. Izučavanje spektara difrakcije X- zrakova dozvoljava da se, nakon složenih računa, uspostavi mapa elektronske gustine u molekulu. Ove mape daju predstavu molekularne strukture, jer su tačke velike elektronske gustine atomi. Zanimljivo je konstatovati da kod kompleksnih organskih molekula ove mape daju sheme dobro poznate hemičarima, na primer, šestougaonik benzina.

PRIMENA KVANTNE TEORIJE NA X-ZRAKE. Spektar X-zrakova, dobijen time da katodni zraci padaju na metalnu antikatodu, sastoji se od jednog *kontinualnog* i jednog *linijskog spektra*; njegova granica sa strane kratkih talasnih dužina je veoma jasna. To je zato što X-zraci proizlaze iz transformacije kinetičke energije elektrona u elektromagnetsku energiju, transformacije koja se odvija u vidu kvanta, pa možemo na nju primeniti Ajnštajnovu relaciju:

$$h\nu=\frac{1}{2}mv^2,$$

gde je ν frekvencija X-zračenja, a $\frac{1}{2}mv^2$ kinetička energija elektrona. Sva energija elektrona se ne transformiše u X-zračenje; jedan deo se pojavljuje u obliku toplote, tako da ν odgovara maksimalnoj frekvenciji X-zrakova koja se može dobiti sa elektronima koji imaju tu energiju. S druge strane imamo (vidi str. 618).

$$\frac{1}{2}mv^2=e\text{U},$$

gde je U razlika potencijala koja ubrzava elektrone. Za datu razliku potencijala U ne mogu se dobiti X-zraci koji imaju frekvenciju veću od

$$=\frac{e\text{U}}{h}$$

ili talasnu dužinu manju od

$$\lambda=\frac{hc}{e\text{U}},\ \text{jer je}\ \lambda=\frac{c}{\nu},$$

gde c označava brzinu svetlosti, koja je takođe i brzina X-zrakova.

LINIJSKI SPEKTRI. MOZLIJEV ZAKON. Uopšte uzev, najveći deo energije X-zrakova nalazi se u linijskom spektru koji se superponira na kontinualni spektar. Struktura ovih linijskih spektara X-zrakova je mnogo jednostavnija i bolje poznata od strukture svetlosnih spektara.

Ove linije su raspodeljene u serije, označene sa: linije K, linije L, linije M, ..., a u svakoj seriji linije se obeležavaju sa K_α, K_β... Kada se upoređuju frekvencije jedne iste linije u spektrima različitih supstancija od kojih se sastoji antikatoda, nalazi se da su one proporcionalne kvadratu atomskog broja N posmatranog elementa; to je *Mozlijev* (Moseley) *zakon;*

$$\sqrt{\nu}=\text{AN},$$

gde je A konstanta. Ovaj zakon nije strogo tačan za emisione spektre, međutim, mi ćemo videti da on bolje odgovara za apsorpcione spektre.

Neko telo, na koje se pusti da pada snop X-zrakova, emituje sa svoje strane druge X-zrakove, koji se nazivaju *sekundarni zraci*. Oni obuhvataju u isto vreme difuzno odbijene upadne zrake i sekundarne zrake, u pravom smislu reči, emitovane od radijacija karakterističnih za supstanciju koja ih emituje. Ovi poslednji prenose gotovo svu energiju.

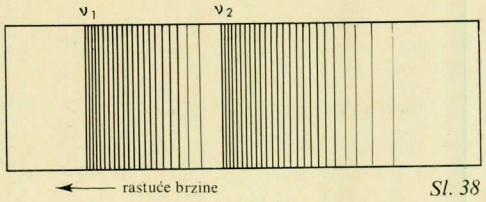
KORPUSKULARNI SPEKTRI. Kada se na put snopa X-zrakova koji obrazuju kontinualni spektar postavi prepreka, dobija se za snop koji je prošao kroz njega *apsorpcioni spektar*. Kada se talasna dužina smanjuje zraci postaju probojniji i apsorpcija pravilno opada. Ali za izvesne talasne dužine apsorpcija se naglo povećava, kao što to pokazuje slika 36. Frekvencije ν_1, ν_2 itd., gde se apsorpcija povećava, su karakteristike supstancije od koje se sastoji prepreka; one dosta strogo zadovoljavaju Mozlijev zakon.

Uzima se da diskontinuiteti apsorpcije odgovaraju emisiji elektrona, to jest da kvanti $h\nu_1$, $h\nu_2$ itd., predstavljaju energiju potrebnu za izbijanje izvesnih elektrona iz apsorptivne prepreke. Dok je frekvencija manja od ν_1, X-zračenje daje samo kvante manje od $h\nu_1$, i nijedan elektron ne može biti izbijen; čim njegova frekvencija dostigne vrednost ν_1, jedan se elektron izbija i deo energije X-zračenja iščezava; odakle povećanje apsorpcije.

Ova emisija elektrona od strane tela na koje padaju X-zraci, stvarno se događa i superponira se u sekundarno zračenje, o kome smo govorili. Pomoću magnetskog skretanja bilo je moguće meriti brzinu ovih elektrona. Uređaj je zamišljen tako da svi elektroni iste brzine, nakon prolaska kroz pukotinu F (sl. 37), padaju duž tanke linije na R na fotografskoj ploči P. Pretpostavimo da upotrebljavamo X-zračenje frekvencije ν veće od frekvencija ν_1 i ν_2; kvanti $h\nu_1$ i $h\nu_2$ imaju energije potrebne za izbijanje elektrona, veličine $h(\nu-\nu_1)$ i $h(\nu-\nu_2)$ su energije koje prelaze u kinetičku energiju elektrona; ako su v_1 i v_2 brzine elektrona koje odgovaraju frekvencijama ν_1 i ν_2, imamo

$$\frac{1}{2}mv_1^2=h(\nu-\nu_1)\quad\text{i}\quad\frac{1}{2}mv_2^2=h(\nu-\nu_2).$$

v_1 i v_2 su, u stvari, maksimalne brzine, jer elektroni mogu pretrpeti sudare, pa dobijamo elektrone veoma različitih brzina; fotografska ploča će izgledati kao što je prikazano na slici 38. Elektroni padaju u područja traka, veoma jasno ograničenih sa strane velikim brzinama. Ove granice odgovaraju maksimalnim brzinama v_1 i v_2. Tako je ogled dozvolio da se proveri Ajnštajnova relacija sa preciznošću od nekoliko hiljaditih delova. Ako poznajemo frekvenciju ν, možemo odrediti diskontinuitete apsorpcije ν_1 i ν_2; i obrnuto, ako poznajemo ν_1 i ν_2 možemo izračunati ν, a to je postupak za merenje frekvencija X-zrakova, koji se, uostalom, primenjuje samo za velike frekvencije, koje je nemoguće odrediti pomoću difrakcije na kristalima.



Sl. 38

Izgled slike 38 podseća na izgled svetlosnog spektra; odakle i naziv *korpuskularni spektar* koji mu je dat.

Energije potrebne za izbijanje elektrona X-zračenjem su mnogo veće od energija kojima se radi kod fotoelektričnog efekta, ali se ne radi o istim elektronima. Elektroni, izbijeni fotoelektričnim efektom su veoma daleko od jezgra, dok su elektroni koje izbijaju X-zraci veoma blizu jezgra.

Brzine elektrona koje izbijaju X-zraci su reda 100000 kilometara na sekund.

γ — **ZRACI**. Ako se na metu, umesto da se puste da padaju negativni elektroni, izbacuju pozitivni elektroni (pozitroni), ne dobijaju se X-zraci, već zračenje mnogo veće prodorne moći koje odgovara mnogo kraćim talasnim dužinama. To je γ-zračenje, koje je prvi put uočeno u emisijama radioaktivnih tela. Dobijanje γ-zrakova pomoću pozitrona po poreklu se potpuno razlikuje od dobijanja X-zrakova pomoću elektrona. Kasnije ćemo videti da se radi o transformaciji materije u energiju.

Radioaktivnost

NUKLEARNA FIZIKA

STRUKTURA ATOMA

U 1,008 g vodonika ima 6.10^{23} atoma. Ceni se da mora i okeani, koji pokrivaju Zemlju, zauzimaju od $1{,}4.10^{9}$ km^3, ili $1{,}4.10^{24}$ cm^3, što dozvoljava da se stvori sledeća slika:

U 2 g vodonika ima približno toliko atoma koliko ima kubnih centimetara u morima i okeanima zajedno.

Došli smo, dakle, u područje beskonačno malog!

Dimenzije atoma su reda 10^{-10} m, to jest reda sto milionitog dela centimetra.

U nuklearnoj fizici se često susreću druge dve jedinice za merenje dužine, mikron i angstrem. Mikron (μ) iznosi hiljaditi deo milimetra, ili

$$1\mu = \frac{1}{1000}\ \text{mm} = 10^{-3}\ \text{mm} = 10^{-4}\ \text{cm} = 10^{-6}\ \text{m}.$$

Angstrem (Å) iznosi deset-hiljaditi deo mikrona, ili

$$1\text{Å} = \frac{1}{10000}\mu = 10^{-4}\,\mu = 10^{-7}\ \text{mm} = 10^{-8}\ \text{cm} = 10^{-10}\ \text{m}.$$

Dimenzije atoma, kao i dimenzije molekula su reda angstrema.

Atom posmatran kao celina je neutralan. Iako je mali, atom predstavlja svet za sebe, jer obuhvata dva potpuno odvojena dela, s jedne strane *elektrone*, s druge strane *jezgro*. Ovu shematsku predstavu dao je Bor (Bohr) 1911.

NEGATONI. Češće se upotrebljava naziv *elektron*, ali kako postoje negativni elektroni i pozitivni elektroni, i kako nas interesuju samo prvi, bolje je upotrebiti za njihovo označavanje reč *negaton*. Naziv *pozitron* (*pozitron*) se koristi za označavanje pozitivnih elektrona.

Karakteristike. Tablica br. 1 daje karakteristike negatona.

- **Dimenzije negatona** su reda 10^{-15}m ili 10^{-13}cm.
- **Masa negatona** jednaka je $0{,}9.10^{-30}$ kg.
- **Naelektrisanje negatona**, koje je negativno naelektrisanje, označeno je simbolom — e. Ono se često uzima kao jedinica naelektrisanja u nuklearnoj fizici. Odnos između naelektrisanja negatona i *kulona* je sledeći:

$$e = 1{,}6.10^{-19}\ \text{kulona}.$$

Broj i raspodela. Za bilo koji element atomskog broja Z, broj negatona jednak je Z. Tako je

za vodonik Z=1; postoji dakle, samo 1 negaton;
za uranijum Z=92; postoje, dakle, 92 negatona.

Za neki element atomskog broja Z, postojaće Z negatona oko jezgra koji će zajedno predstavljati negativno naelektrisanje jednako — Ze.

- Ovi negatoni su raspodeljeni u određenim ljuskama nazvanim K, L, M, N... Ukupno može postojati sedam ljusaka koje se mogu raspodeliti na podgrupe, koje, uostalom, nisu uvek *popunjene*; tako su kod uranijuma 92 negatona raspodeljena onako kako je to označeno u poslednjem stupcu tablice br. 2. Sva svojstva, nazvana klasična, hemijska svojstva, električna svojstva, svetlosna svojstva itd., objašnjavaju se raspodelom negatona u njihovim različitim ljuskama.
- Negatoni izvode složena kretanja:

— rotaciono kretanje oko jezgra;
— sopstveno kretanje.

JEZGRO. Atom sadrži centralni deo: *jezgro*. Ono je 100000 puta manje od atoma; njegove dimenzije su, dakle, reda 10^{-15} m, ili 10^{-13} cm. Radzerford (Rutherford) je 1911. otkrio postojanje atomskog jezgra.

Protoni i neutroni. U jezgru postoje čestice *protoni* i *neutroni*, koje se katkad nazivaju *nukleoni*.

- *Proton* je čestica mase $1{,}6.10^{-27}$ kg naelektrisana pozitivno. Njeno naelektrisanje je po apsolutnoj vrednosti isto kao i naelektrisanje negatona; kako je atom neutralan, u svakom atomu mora postojati toliko protona u jezgru koliko i negatona oko jezgra. Kod nekog elementa atomskog broja Z, postojaće, dakle, Z protona u jezgru a naelektrisanje svih protona biće + Ze. Karakteristike protona date su u tablici br. 1.
- *Neutron*, kojeg je otkrio Čedvik (Chadwick) 1932. nema naelektrisanja. Kod nekog elementa A predstavlja broj nukleona, to jest broj protona plus broj neutrona koji postoje u jezgru.

Ako se posmatra neki element ${}^{A}_{z}X$, biće:

Z negatona oko jezgra;
Z protona u jezgru
A — Z neutrona u jezgru.

Neutroni se nalaze u jezgrima svih elemenata, sem u jezgru običnog vodonika, obrazovanom samo od jednog protona. Kada se ide naniže u Mendeljejevljevoj tablici konstatuje se da se broj neutrona povećava u odnosu na broj protona.

Tako će za uranijum 235 biti:

TABLICA BR. 1

Karakteristike elementarnih čestica atoma				
	Simbol	Prečnik (u metrima)	Masa mirovanja (u kilogramima)	Naelektrisanje (u kulonima)
negaton	${}^{0}_{-1}e$ ili $-e$	10^{-15}	10^{-30}	$-1{,}6.10^{-19}$
proton	${}^{1}_{1}H$ ili p	10^{-15}	$1{,}66.10^{-27}$(1)	$+1{,}6.10^{-19}$
neutron	${}^{1}_{0}n$ ili n	10^{-15}	$1{,}66.10^{-27}$	0

(1) Ako se za jedinicu mase uzme masa negatona m_0, masa protona je 1836 m_0, masa neutrona 1839 m_0.

92 negatona oko jezgra (v. tabl. 2);
92 protona u jezgru;
143 neutrona u jezgru.

Karakteristike neutrona pomenute su u tablici br. 1.

TABLICA BR. 2

Raspodela negatona u njihovim respektivnim ljuskama			
Broj ljuske: n	Naziv ljuske	Maksimalni broj negatona (pravilo $2n^2$)	Za uranijum
1	K	2	2
2	L	8	8
3	M	18	18
4	N	32	32
5	O	—(1)	18
6	P	—	12
7	Q	—	2
			92

(1) Ljuske O, P i Q nisu nikada popunjene.

Izotopi. To su elementi koji se nalaze na istom mestu Mendeljejevljeve tablice i imaju isti atomski broj Z; prema tome, izotopi imaju isti broj protona u jezgru; oni se međusobno razlikuju po broju neutrona; uopšteno oni se predstavljaju simbolima

$$ {}^{A_1}_{z}X,\ {}^{A_2}_{z}X,\ \ldots,\ {}^{A_n}_{z}X. $$

Prisustvo izotopa objašnjava zbog čega u Mendeljejevljevoj tablici atomske mase izvesnih elemenata nisu celi brojevi.

Primer. Vodonik zauzima prvo mesto u Mendeljejevljevoj tablici. On ima 4 izotopa, od kojih su deuterijum i tricijum najvažniji. U jezgru običnog vodonika postoji 1 proton; u jezgru deuterijuma postoji 1 proton i 1 neutron, a u jezgru tricijuma 1 proton i 2 neutrona. Piše se, dakle

običnи vodonik: ${}^{1}_{1}H$ ili ${}^{1}H$ ili p;
deuterijum: ${}^{2}_{1}H$ ili ${}^{2}H$ ili d;
tricijum: ${}^{3}_{1}H$ ili ${}^{3}H$ ili t.

Rude uranijuma, koje su veoma rasprostranjene u prirodi, dozvoljavaju da se dobije metalni uranijum. Ovaj uranijum je smeša tri izotopa, praktično dva: uranijum 235 (0,7 procenata) i uranijum 238 (99,3 procenta). Oba imaju isti broj protona u jezgru, 92, ali uranijum 238 ima u svom jezgru tri neutrona više od uranijuma 235. Oni se predstavljaju simbolima

$$ {}^{235}_{92}U \text{ i } {}^{238}_{92}U \text{ ili, bolje } {}^{235}U \text{ i } {}^{238}U. $$

Raspodela nukleona. Posmatrajmo određeni broj protona i neutrona. Kod ovih nukleona mogu se uočiti izvesne po broju ograničene kombinacije za formiranje *jezgra* ili *nukleusa* (ovaj izraz ne treba mešati sa izrazom »nukleoni«).

— Nukleusi koji imaju isti atomski broj Z, nazivaju se *izotopi.*

— Nukleusi koji imaju isti maseni broj A, nazivaju se *izobari.*

— Nukleusi koji imaju isti broj neutrona, nazivaju se *izotoni.*

Danas se računa da ukupno ima 1200 nukleusa. Neki su stabilni — ima ih nešto manje od 300; većina ih je nestabilna, ali oni emituju zračenja koja ih konačno dovode u stabilno stanje; najčešće se nazivaju *radioelementi* ili *radioizotopi.*

a) Jezgra lakih elemenata sadrže približno isti broj protona i neutrona; u teškim elementima, naprotiv, ima više neutrona nego protona. Kako je broj protona u jezgru Z, a broj neutrona A — Z, za laka jezgra odnos je $\frac{Z}{A-Z} \simeq 1$, a za teška jezgra $\frac{Z}{A-Z} \simeq \frac{2}{3}$.

Ovaj višak neutrona može se smatrati nekom vrstom cementa koji obezbeđuje stabilnost jezgra.

b) Prirodni elementi, čiji je broj protona Z paran, brojniji su od elemenata čiji je broj protona neparan. Ovo pravilo važi samo za susedne periode.

c) Elementi sa parnim brojem protona imaju više izotopa od elemenata koji imaju neparan broj protona.

d) Ne postoje stabilni izobari susednog atomskog broja. Drugim rečima, ako postoji nukleus (Z, A), ne može postojati nukleus (Z ± 1,A). Ovo pravilo ima, međutim, nekoliko izuzetaka.

e) Najzad, izvesne vrednosti se susreću u sastavu stabilnih jezgara: to su 2, 8, 20, 28, 50, 82 i 126 i one se nazivaju *magični brojevi*; konstatuje se da oni odgovaraju većoj stabilnosti jezgra.

Najnovija otkrića u ovoj oblasti. Opis atoma koji smo dali je veoma uprošćen. U izvesnim slučajevima protoni se mogu transformisati u neutrone i obrnuto; ove promene su uzrok *zračenja.* Ove čestice su međusobno povezane *nuklearnim silama*, čija priroda je slabo poznata. Ove sile koje su veoma jake, gotovo su nezavisne od tipa posmatranog nukleona; njihov poluprečnik dejstva je veoma mali, reda 10^{-16} m. Pojave *transmutacije* i *radioaktivnosti* u vezi su sa jezgrom. Ove elementarne čestice moraju se razmatrati u isto vreme kao *korpuskuli* i kao *talasi*, pri čemu je ovaj dualizam osnova talasne mehanike Luja De Broljija (1924).

S druge strane, negatoni, protoni i neutroni nisu jedine čestice; ima ih više od stotinu, među kojima se naročito ističu:

— *foton*, koji nema ni naelektrisanja ni mase; to je »kvant zračenja«;

— *mezoni*, koji se nalaze u kosmičkim zracima; ima ih mnogo i mogu biti naelektrisani bilo pozitivno bilo negativno, a mogu čak biti i neutralni. Izvesni mezoni imaju masu hiljadu puta veću od mase negatona.

Najzad, mogle bi postojati čestice (»fizičke jedinke«) koje bi »živele« samo 10^{-22} sekunda. Između dve čestice uspostavilo bi se ono što se naziva »rezonantna stanja«; dejstvujući jedne na druge, ove čestice bi mogle stvarati kompleksne čestice; njihova uzajamna rezonancija izazvala bi stanje koje bi se definisalo svojstvima sličnim onima koja se klasično pridaju česticama.

Napomene.

1. Između jezgra i periferijskog omotača negatona nema ničeg a kako je rastojanje između jezgra i ovog omotača ogromno, u poređenju sa dimenzijama čestica atoma, dolazi se do ovog zaključka: *priroda je puna praznine.* Danas na Zemlji ima oko tri i po milijarde ljudi. Ako se posmatraju jezgra atoma raznih molekula koji obrazuju ćelije ljudskog tela, dolazi se do toga da je ukupna zapremina stanovništva Zemljine kugle reda kubnog centimetra!

2. Ukupna masa atoma praktično se nalazi koncentrisana u jezgru. Kubni centimetar koji u prethodnom primeru predstavlja ukupnu zapreminu jezgara atoma svih stanovnika Zemljine kugle težiće koliko i svi oni; ako se usvoji da je 60 kg srednja težina pojedinca, dobija se $60.3{,}5.10^9 = 210.10^9$ kg = = 210 miliona tona!

ELEMENTARNE ČESTICE

SAVREMENI POJAM DISKONTINUALNOSTI. Diskontinualnost u oblasti elektriciteta. Plankove teorije. Krajem prošloga veka Arhenijus (Arrhenius) je pokazao da je svaki jednovalentni jon, koji se pojavljuje u elektrolizi, nosilac istog elementarnog naelektrisanja, pozitivnog ili negativnog. Ovi radovi su naveli na ideju o postojanju jednog minimalnog naelektrisanja, koje više nije moguće deliti. Naučnici su oko 1890. bili spremni da usvoje pojam diskontinualnosti, kako u oblasti materije — a to je proizlazilo iz prethodnih radova — tako i u oblasti elektriciteta. Ali u oblasti nuklearne fizike morala se usvojiti ova dvostruka hipoteza. Ovaj pojam diskontinualnosti potvrdio se najpre u energetskoj oblasti, u Plankovoj kvantnoj teoriji. Plank je istraživao u pojavama zračenja faktor diskontinualnosti koji mu je izgledao da je povezan sa postojanjem atoma, ali oni nisu bili dovoljni za potpuno objašnjenje. Autor kvantne teorije došao je na ideju da ova dva elementa, istraživana diskontinualnost i postojanje atoma, mogu biti dvostruka manifestacija jednog istog prirodnog zakona. Plankov zakon zračenja je potpuno različit od takozvanih klasičnih i ranije formulisanih zakona. U mehanici, na primer, korišćene konstante označavaju svojstva stvari; naprotiv, ono što Plank naziva *kvant dejstva* nije više svojstvo stvari, već svojstvo prirode. Zakoni klasične fizike važe za sve pojave, bez obzira na njihov red veličine; Plankov zakon zračenja otkriva, naprotiv, nešto novo, naime, da u razmerama raznih veličina u svim svetovima ne vladaju isti zakoni.

Teorije L. De Broljija. Savremena nauka je tada pokušala da napravi sintezu saznanja i da objasni da se materijalne pojave, u razmerama mikrosveta, mogu posmatrati kao kombinacije diskontinualnosti i kontinualnosti; to je osnova teorije talasne mehanike koju je uveo 1924. Luj de Brolji.

U oblasti svetlosti, na primer, ni emisiona teorija, po kojoj je svetlost sastavljena od malih korpuskula velike brzine, ni teorija svetlosnih oscilacija, koja objašnjava pojave interferencije i po kojoj svetlost potiče od elektromagnetskih talasa, nisu dovoljne da bi obuhvatile celovitost pojava. Svaka od ovih pojava je nepotpuna, i potrebno je uvoditi čas jednu, čas drugu da bi se objasnila neka posebna pojava. Posle otkrića fotoelektričnog efekta, usvojeno je da je svetlost obrazovana od fotona, ali da je neophodno da se toj korpuskularnoj predstavi pridruži talasna predstava, pri čemu se talasi i korpuskuli pojavljuju kao dve *komplementarne* strane jedne iste realnosti.

FOTON. Pojam fotona povezuje se, dakle, sa teorijom kvanta. Maks Plank je pokazao da se za zračenje frekvencije ν svako izražavanje energije E može predstaviti fundamentalnim obrascem $E = h\nu$, gde je h Plankova konstanta.

Razmena energije između materije i zračenja (emisija i apsorpcija) odvija se, dakle, u zrnima energije, u kvantima, a ne kontinualno. Ali zrno energije je potpuno određeno samo kao funkcija frekvencije zračenja koje ga prenosi; drugim rečima, data frekvencija odgovara određenom zrnu energije; samo je, dakle, odnos $\frac{E}{\nu}$ invarijanta za sve radijacije. Prema tome, energija, isto kao materija i elektricitet, nije beskonačno deljiva.

POZITON. Videli smo da je negaton negativno naelektrisan. Međutim, problem se komplikuje, jer postoje i elektroni koji mogu biti pozitivno naelektrisani: *pozitoni* (pozitroni). Dirak (Dirac) je 1930. predvideo pozitone, a otkrio ih je Anderson (Anderson) 1932. u kosmičkom zračenju. Karakteristike pozitona su potpuno iste kao i karakteristike negatona, sem što je naelektrisanje pozitivno; poziton se predstavlja simbolom ${}^{0}_{+1}e$ ili još e^+.

Pozitoni imaju izvanredno kratak vek trajanja: 10^{-10} sekundi. Kada se poziton susretne sa negatonom, oni daju dva fotona; ovo se naziva pojava *dematerijalizacije* (anihilacije).

NEUTRINO. Protoni i neutroni nisu nepromenljivi; oni se pod izvesnim uslovima mogu transformisati, i to objašnjava *transmutačije* i izvesna *zračenja*, jer ima dosta razloga da se misli da su nukleoni raspodeljeni unutar jezgra u izvesnim ljuskama sličnim ljuskama koje susrećemo kod raspodele negatona oko jezgra.

Transformacija neutrona u proton. Proton može postojati izvan jezgra: on je stabilan u slobodnom stanju. Neutron, naprotiv, ima izvan jezgara samo ograničen život reda četvrt časa.

Pretpostavimo da se neutron transformiše u proton; to je najverovatniji slučaj, s obzirom da u teškim jezgrima preovlađuju neutroni. Ali, u nuklearnoj reakciji, bilo kojoj, mora uvek biti prisutna konzervacija naelektrisanja i konzervacija masenih brojeva:

$$ {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{0}_{-1}? $$

U drugom članu se pojavljuje »nešto« negativno naelektrisano a mase nula; to je ono što je nazvano *negaton*. Uzimajući pravilno napisanu reakciju, transformacija neutrona u proton praćena je izbacivanjem negatona; kaže se još da imamo *emisiju beta minus*.

Transformacija protona u neutron. Obrnuto, ako se proton transformiše u neutron, imamo reakciju

$$ {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{1}? $$

Ovoga puta ono što se pojavljuje u drugom članu pozitivno je naelektrisano i ima masu nula. Tada se kaže da je izmena protona u neutron praćena izbacivanjem jednog pozitona; kaže se još da imamo *emisiju beta plus*.

Paulijeva hipoteza. Neutrino je izmislio Pauli da bi objasnio β emisije. Napred napisane reakcije nisu potpuno pravilne, jer se na kraju ne dobija sva energija, predviđena principom konzervacije energije; došlo se na misao da može postojati izvesna čestica, *neutrino*, mase nula, naelektrisanja nula, a koja se kreće brzinom svetlosti, sposobna da predstavlja dopunu, tako da se reakcije moraju normalno pisati ovako:

$$ \begin{aligned} \text{neutron} &\rightarrow \text{proton} + \beta^{-} + \text{neutrino}, \\ \text{i proton} &\rightarrow \text{neutron} + \beta^{+} + \text{neutrino}, \end{aligned} $$

gde je poslednji član korektivni član. Ogledi (izučavanje odskoka jezgra), izvedeni 1954, stvarno su pokazali postojanje ove čestice.

MEZONI. Postojanje mezona predvideo je Japanac Jukava (Yukawa) 1935. Sledeće godine Anderson i Nedermajer (Neddermeyer) uočili su neke od ovih čestica u kosmičkim zracima (vidi str. 617). Izučavanje ovih zrakova dovelo je do otkrića velikog broja raznih novih čestica, nazvanih *mezoni*, koje mogu biti naelektrisane bilo pozitivno bilo negativno, a mogu čak biti i neutralne; njihova masa je nekoliko stotina puta veća od mase elektrona. Masa μ mezona, na primer, je 212 puta veća od mase elektrona. Oni se dele na lake mezone, teške mezone ili K mezone i hiperone; masa ovih poslednjih može se upoređivati sa masom nukleona.

Familija mezona iscrpeće uskoro grčku azbuku, jer su posle μ mezona, κ mezona, π mezona, τ mezona, pronađeni θ mezoni. Sve ove čestice su veoma nestabilne; njihov prosečni vek trajanja je reda jednog milionitog dela sekunda.

ANTIPROTON. Njegovo otkriće. Budući da su pronađeni pozitivni elektroni, moglo se očekivati da će se otkriti negativni protoni, ili antiprotoni, jezgra vodonika negativno naelektrisana; kako atom mora biti neutralan, dovoljno je da naelektrisanja budu isto tako raspodeljena u dve grupe. Tragove antiprotona su prvi put fotografisali oktobra 1955. profesori Čemberlen (Chamberlain) i Segre (Segré). Do ovog otkrića došlo se zahvaljujući gigantskom bevatronu Univerziteta u Kaliforniji, čiji magnet teži 10000 tona a čija akceleraciona cev ima prečnik 33 m. Ovaj instrument je sposoban da ubrzava protone do energije od 6 milijardi elektron-volti. Da bi dobili antiproton, istraživači su bombardovali bakar; jedan antiproton se može dobiti gotovo svakih četvrt časa.

Isto kao što poziton ne može nadživeti susret sa negatonom, ni antiproton ne može više postojati kada se susretne sa protonom; tada se obrazuju dva mezona.

Odraz ovog otkrića: antimaterija. Pretpostavimo da smo stvorili atom sastavljen od antiprotona kao jezgra i od pozitona koji kruži oko njega; drugim rečima, zamislimo atom vodonika čija bi naelektrisana čestica bila obrnuta u odnosu na klasičnu koncepciju; tada bismo imali ono što bi se moglo nazvati atom antivodonika. Tako se može zamisliti »antimaterija«, čija bi svojstva bila ista kao i svojstva obične materije, pri čemu bi se ova antimaterija mogla uzeti u tri stanja: čvrstom, tečnom i gasovitom. Međutim, iako koncepcija ove antimaterije izgleda logična, postoji apsolutna inkompatibilnost između materije i antimaterije, pošto se antimaterija automatski anihilira u kontaktu sa materijom, zbog toga što proton i antiproton ne mogu koegzistirati.

RADIOAKTIVNOST

Potrebno je razlikovati prirodnu radioaktivnost i veštačku radioaktivnost. Kod prirodne radioaktivnosti čovek je posmatrač — on ustanovljuje i analizira pojavu; kod veštačke radioaktivnosti čovek izaziva nastajanje pojave, radeći aktivno na eksperimentisanju koje prevazilazi oblast posmatranja.

OTKRIĆE PRIRODNE RADIOAKTIVNOSTI. Nemački fizičar Rendgen (Röntgen) otkrio je 1895. X-zrake, bombardujući negatonima velike brzine čvrste površine. On je, između ostalog, utvrdio da ovi zraci izazivaju fluorescenciju.

Anri Bekerel (Becquerel). Ovo posebno svojstvo X-zrakova jako je zainteresovalo duhove i postavilo se pitanje da li fluorescenciju koju pokazuju neka tela prati emisija takvih zrakova.

Početkom 1896. godine Anri Bekerel je preduzeo u tom smislu istraživanja na solima uranijuma i kalijuma; on je mislio da je Sunčeva svetlost potrebna za dobijanje ove pojave i da soli uranijuma, koje tada postaju fluorescentne emituju X-zrake. Nakon toga što je izložio Suncu uzorke ovih soli, on ih je postavio na fotografske ploče uvijene u crni papir. Razvijajući ploče, konstatovao je da su one bile zacrnjene i zaključio je da soli, koje je Sunčeva svetlost učinila fluorescentnim, deluju na ploče kroz crni papir, isto kao što bi to učinili X-zraci; bio je potreban samo jedan korak da bi se odatle zaključilo da su to stvarno X-zraci. 26. februara 1896. nebo je bilo oblačno, Bekerel je napustio svoje radove i složio svoj materijal u priručnu ladicu, kao što je to obično činio, stavio je soli — koje nisu bile prethodno izložene Sunčevoj svetlosti, pa prema tome nisu bile prethodno učinjene fluorescentnim — na jednu kasetu uvijenu u crni papir. 1. marta, pošto se Sunce pojavilo, Bekerel je pre nego što je produžio svoje oglede, razvio pomenutu ploču. Na svoje veliko iznenađenje, konstatovao je da je ploča bila izazvana kao i prethodne. Probojni zraci koje su emitovale soli uranijuma nisu imali nikakve veze sa Suncem i fluorescencijom i trebalo je pretpostaviti da uranijum emituje jedno »posebno zračenje«. Ovde se radilo o novoj pojavi, ali ogroman značaj ovog otkrića nije odmah uočen i nekoliko godina se i dalje mislilo da su »Bekerelovi zraci« samo običan laboratorijski kuriozitet.

Pjer i Marija Kiri (Curie). Bekerelovo otkriće ostalo bi možda neko vreme u zaboravu, da on nije imao kraj sebe par mladih istraživača, Pjera i Mariju Kiri, koji su se zainteresovali za njegove oglede.

Marija Kiri, rođena Sklodovska, izabrala je za doktorsku tezu izučavanje ovih zrakova. Ona je ispitala poznata prosta tela u nameri da otkrije ona koja ispoljavaju ista svojstva kao soli uranijuma, to jest svojstva da emituju posebno zračenje. Utvrdivši postojanost pojave koju je uočio Bekerel kod svih spojeva uranijuma, ona je utvrdila da je intenzitet zračenja proporcionalan sadržaju uranijuma u soli a nezavisan od temperature. Marija Kiri je 1898. otkrila isto svojstvo kod soli torijuma; 12. aprila ona je dala saopštenje u Akademiji nauka o »zracima koje emituju jedinjenja uranijuma i torijuma«. 18. jula Anri Bekerel je podneo Akademiji saopštenje Pjera i Marije Kiri u kome se po prvi put pojavljuje termin radioaktivnost. 26. decembra oni su podneli novo saopštenje:

»Tokom naših istraživanja mi smo naišli na drugu jako radioaktivnu supstanciju i po svojim hemijskim osobinama potpuno različitu od prve (polonijum); polonijum se potpuno taloži u amonijaku, dok nova radioaktivna supstancija hemijski veoma mnogo liči na barijum i ne taloži se u amonijaku...

»Dobili smo hloride ove supstancije koja ima aktivnost 900 puta veću od aktivnosti uranijuma.

«M. Demarse (Demarçay) je izvoleo ispitati spektar naše supstancije i našao je u njemu liniju koja izgleda ne potiče ni od jednog poznatog elementa.

»Intenzitet ove linije povećava se naporedo sa radioaktivnošću hlorida obogaćenog ovom supstancijom, za koju predlažemo da se nazove radijum.«

Teškoća se sastojala u tome da se izdvoji ovo novo telo. Pjer i Marija Kiri su mislili da se metal nalazi u pehblendi u težinskoj proporciji reda jednog stotog.

Marija Kiri je imala tada sreću da dobije od austro-ugarske vlade, posredstvom jednog bivšeg bečkog saradnika, tonu rude iz nalazišta u Joahimstalu (Joachimstal), koji su tada bili jedini eksploatisani rudnici uranijuma u svetu. U Češkoj su izdvajane uranijumove soli iz pehblende, a odbacivan je najveći deo prethodno izdrobljenih stena; tona ovih otpadnih materijala dopremljena je besplatno Mariji Kiri. Tokom tri godine Marija Kiri se posvetila nezahvalnom i delikatnom radu; naposletku, ona je dobila decigram radijum-hlorida iz tone rude. Savremenim postupcima danas se dobija jedan gram radijumove soli iz tri tone prerađene pehblende. Radijum su u čistom stanju izdvojili 1911. Marija Kiri i njen saradnik Debijern (Debierne), koji je 1899. otkrio aktinijum.

Napomena. Radijum znači na latinskom »zrak« (*radius*), a aktinijum ima isto značenje na grčkom (*aktinos*).

DEFINICIJA RADIOAKTIVNOSTI. Uzimajući u obzir radove tokom dvadesetak godina, radioaktivnost se može definisati kao »svojstvo koje poseduju jezgra nekih elemenata da spontano emituju kompleksno zračenje, pri čemu se jezgra koja zrače transmutuju u druga jezgra, da bi se na kraju došlo do stabilnog elementa.«

Ova definicija, koja važi i za veštačku radioaktivnost, zahteva izvestan broj napomena:

1. Radioaktivnost je nuklearna pojava a ne atomska, budući da sedište ove pojave nije atom, već jezgro atoma. Bolje je, dakle, upotrebljavati pridev *nuklearni* nego atomski, iako ovaj može prevagnuti u ovoj oblasti po pravu starijeg;

2. Računa se da ukupno ima šezdeset prirodno radioaktivnih elemenata koji se svrstavaju u tri odvojene familije, a koji se nalaze pri kraju Mendeljejevljeve tablice; oni imaju atomski broj iznad 84 (polonijum);

3. Pojava radioaktivnosti je spontana. Može se reći da jezgra eksplodiraju i da se dezintegrišu (raspadaju);

4. Radi se o trostrukom zračenju koje se obeležava prvim slovima grčke azbuke: α, β, γ;

5. Ako se posmatra izvestan broj jezgara koja odgovaraju datom radioaktivnom elementu, određena i konstantna proporcija ovih jezgara dezintegriše se u jedinici vremena. *Period* T poluraspada nekog radioaktivnog elementa naziva se vreme nakon kojeg proporcija jezgara, koja su pretrpela dezintegraciju, dostiže 50 procenata. Ovaj period može u zavisnosti od posmatranih elemenata biti znatno različit, od $1{,}4.10^{10}$ godina za torijum 232 do 3.10^{-7} s za torijum C′;

6. Kada jezgro emituje zračenje, ono se transformiše. Pojave transformacije mogu se reprodukovati više puta uzastopno. Ovaj ciklus, međutim, nije beskonačan i na kraju se dolazi do momenta kada jezgro više ne zrači; ono je postalo stabilno i proces se zaustavlja.

TRI ZRAČENJA. Pošto su utvrdili da tela nazvana radioaktivna emituju izvesno zračenje, istraživači su pokušali da bliže odrede njegovu prirodu. Bekerel je došao na oštroumnu ideju da postavi jedan magnet iza uranijumove soli; on je tada zapazio da se pod dejstvom tako stvorenog magnetskog polja, emitovano zračenje deli na tri snopa zračenja nejednake probojne moći (sl. 1).

Bekerel je pokazao da se jedan snop sastoji od negatona; on ga je nazvao *β-zračenje*.

Francuz Pol Vilar (Paul Villard) je 1900. ustanovio da je neskrenuti deo obrazovan od elektromagnetskih talasa, mnogo kraćih od svetlosnih talasa; to je *γ-zračenje*.

Najzad, Englez Radzerford je posebno izučio treći snop, *α-zračenje*.

α-Zračenje. 1. *α*-zračenje se sastoji od jezgara helijuma $^4_2$He. Svaka *α*-čestica sadrži 2 protona i 2 neutrona; ove čestice se katkad nazivaju *helioni*; *α*-čestice imaju, dakle, naelektrisanje $+2e$.

2. Putanje *α*-čestica su prave i kratke linije; one ne prelaze desetak centimetara u vazduhu, a mikron u metalnoj ploči.

3. Emisija *α*-zračenja predstavlja se prostom reakcijom

$$^A_Z\mathrm{X} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} + {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{X}'.$$

U takvoj reakciji imamo konzervaciju naelektrisanja, to jest atomskih brojeva, koji su u redu Z, 2 i Z—2, i konzervaciju masenih brojeva, to jest broja nukleona, A, 4 i A—4.

Kako *α*-radioaktivnost povlači gubitak 2 protona i 2 neutrona, atomski broj elementa emitera smanjuje se za dve jedinice, što znači da se novi element spušta za dva mesta u Mendeljejevljevoj tablici, dakle, da on menja svoju prirodu. Tako imamo

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} + {}^{222}_{86}\mathrm{Rn}.$$

Emitujući *α*-zračenje, jezgro radijuma se transmutuje u jezgro radona, što se katkad izražava izrekom da je »radon sin radijuma«.

4. Emisiona brzina *α*-čestica može dostići 20000 km/s; zbog toga je njihova kinetička energija znatna i emiteri *α*-zračenja su, usled toga, aktivni agensi jonizacije, ali *α*-zraci su ipak male probojne moći zbog njihove kratke putanje.

β-Zračenje.

1. *β*-zračenje se sastoji od negatona (ili od pozitona).

2. Putanje negatona su nepravilne; u vazduhu one su reda više metara. Negatoni mogu proći kroz aluminijumsku foliju debljine nekoliko milimetara.

3. Emisija negatona izražava se relacijom

$$^A_Z\mathrm{X} \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^A_{Z+1}\mathrm{X}',$$

što i ovde pokazuje da element emiter ^A_ZX menja prirodu, postajući $^A_{Z+1}$X′; došlo je, dakle, do penjanja za jedno mesto u Mendeljejevljevoj tablici. Na primer, bizmut 210, emiter negatona, transformiše se u polonijum 210:

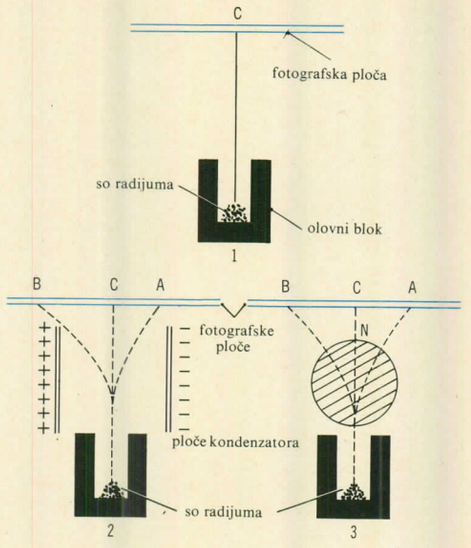
$$^{210}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^{210}_{84}\mathrm{Po}.$$

4. Emisiona brzina negatona je znatna; ona može dostići 290000 km/s. Jonizaciona moć *β*-zračenja je manja od jonizacione moći *α*-zračenja. Naprotiv, ovo zračenje je mnogo probojnije.

γ-Zračenje.

1. *γ*-zraci se sastoje od elektromagnetskih talasa, ali ovo zračenje se može posmatrati kao da je obrazovano od čestica koje nemaju ni mase, ni naelektrisanja, a koje se nazivaju *fotoni*. *γ*-zraci se mogu definisati kao naročito tvrdi X-zraci.

2. Putanje *γ*-zrakova su veoma duge prave linije; one pri nuklearnoj eksploziji na visini mogu dostići više kilometara u vazduhu; u izvesnim slučajevima ovi zraci mogu proći kroz betonsku ploču debljine više desetina centimetara.



Sl. 1

3. *γ*-zračenje se nikada ne pojavljuje samo u prirodnoj radioaktivnosti, već se uvek emituje u isto vreme sa *α*- i *β*-zračenjem. *γ*-zraci proizlaze iz oslobođene energije kada jezgro prelazi sa pobuđenog nivoa na niži nivo. Sve se dešava kao da posle emisije jednog *α*-zračenja ili jednog *β*-zračenja ne dolazi odmah do sređivanja naelektrisanja unutar jezgra; a preraspodela naelektrisanja povlači preraspodelu elektrostatičkog polja, te usled toga pojavljivanje X- ili *γ*-zračenja koja se razlikuju jedino po talasnoj dužini.

PRIRODNI AMBIJENT. Radioaktivne familije (nizovi). Kirijevi su na osnovu svojih radova došli do toga, da su izvesna prirodna tela radioaktivna: ova različita tela mogu se prosto klasifikovati na bazi pojma radioaktivne familije.

Prirodni radioaktivni elementi pripadaju jednoj od tri familije čiji su preci:

— uranijum $^{238}_{92}$U za familiju uranijum-radijum,
— uranijum $^{235}_{92}$U za familiju uranijum-aktinijum,
— torijum $^{232}_{90}$Th za familiju torijum.

Glave ovih familija se dezintegrišu u niz drugih više ili manje brojnih elemenata, da bi se konačno završilo sa stabilnim elementom, to jest neradioaktivnim:

— olovom 206 za familiju uranijum-radijum,
— olovom 207 za familiju uranijum-aktinijum,
— olovom 208 za familiju torijum.

• *Maseni brojevi A* prirodno radioaktivnih tela kreću se između 206 (olovo) i 238 (uranijum). Oni imaju oblik

$4n$ za familiju torijum,
$4n+2$ za familiju uranijum-radijum,
$4n+3$ za familiju uranijum-aktinijum,

što znači da je za tela familije torijuma A jednako multiplu od 4, da je za tela familije uranijum-radijuma A jednako multiplu od 4 uvećanom za 2, a da je za tela familije uranijum-aktinijuma A jednako multiplu od 4 uvećanom za 3.

• *Atomski brojevi* Z prirodno radioaktivnih elemenata kreću se između 81 (talijum) i 92 (uranijum).

Tri prva, 81 (talijum), 82 (olovo) i 83 (bizmut) mogu biti radioaktivni ili stabilni. Sledeći, za koje se Z kreće između 84 (polonijum) i 92 (uranijum), su radioaktivni.

• U svakoj od familija nalazi se radioaktivni gas, nazvan *emanacija*. To je *radon* za familiju uranijum-radijum, *toron* za familiju torijum i *aktinon* za familiju uranijum-aktinijum.

Razni faktori prirodne radioaktivnosti. Čovek stalno živi u radioaktivnom ambijentu koji je posledica prirodne radioaktivnosti; ona potiče od četiri glavna faktora:

1. *kosmičko zračenje*. Ne radi se samo o fotonima, već i o raznim korpuskulima koji mogu biti protoni, elektroni, mezoni; energija ovih čestica je velika, ona među najveće koje poznajemo;

2. *zagađenosti koje se nalaze u Zemlji i atmosferi*. Prirodne radioaktivne stene, klasirane u tri familije, dezintegrišu se u niz manje ili više brojnih i složenih elemenata, da bi se konačno završilo sa obrazovanjem stabilnog proizvoda: olova;

3. *supstancije sadržane u ljudskom telu*. U ljudskom telu postoji kalijum 40, tragovi radijuma i njegovih produkata, kao i ugljenik 14;

4. *nuklearni otpaci*. Otpaci nazvani »fisioni«, koji nastaju pri nuklearnim eksplozijama, obično imaju kratke periode (reda sekunda ili minuta), ali postoje neki čiji je period dug; ovi elementi povećavaju radioaktivnost. Glavni su ugljenik 14 (5700 godina), cezijum 137 (30 godina), stroncijum 90 (28 godina), prometeum 147 (2 godine), rutenijum 106 (1 godina).

OTKRIĆE VEŠTAČKE RADIOAKTIVNOSTI

PRETHODNI RADOVI. Pjer i Marija Kiri su pokazali da radioaktivna tela ispuštaju zračenje, to jest oslobađaju energiju, tokom nekog vremena koje u izvesnim slučajevima može izgledati beskonačno kada su periodi veoma veliki. Život jezgara radioaktivnih tela uslovljen je njihovom transformacijom u druga jezgra; kaže se da imamo *transmutaciju*. Emisija zračenja ne označava samo prisustvo radioaktivnih jezgara, već i njihovo iščezavanje i njihovu transformaciju u druga jezgra različite vrste; radioaktivnost i transmutacija su, dakle, dve povezane pojave.

Emisija zračenja od strane radioaktivnih tela izgleda po poreklu tajanstvena, jer nije podložna nikakvim spoljnim uticajima. Ali događaji su se nizali; od spontanih transformacija, došlo se do toga da se mogu dobiti i *izazvane* transformacije; ranije pasivna

TABLICA BR. 3

Karakteristike raznih zračenja				
Naziv	Priroda zračenja	Odgovarajuće čestice	Domet u vazduhu	Debljina metalnog zaklona
alfa	korpuskularna	jezgra $^4_2$: He	nekoliko centimetara	reda mikrona
beta	korpuskularna	negatoni: $^0_{-1}e$	nekoliko metara	reda milimetra (Al)
gama	talasna	fotoni: γ	nekoliko kilometara	reda više desetina centimetara (Pb)

TABLICA BR. 4

Prirodne radioaktivne familije				
Glava familije	Naziv familije	Poslednji produkt	Izraz za A	Emanacija familije
uranijum 238 uranijum 235 torijum 232	uranijum-radijum uranijum-aktinijum torijum	olovo 206 olovo 207 olovo 208	$4n+2$ $4n+3$ $4n$	radon aktinon toron

uloga naučnika postala je aktivna. Prve izazvane nuklearne reakcije delo su Radzerforda, 1919.

Englez Čedvik otkrio je 1932. neutron, koji je kao nenaelektrisana čestica predstavljao idealan projektil za bombardovanje jezgra i za dobijanje transmutacija. Najzad su 1934. Irena i Frederik Žolio Kiri otkrili pojavu veštačke radioaktivnosti.

Radzerfordov fundamentalni ogled. U sud ispunjen azotom Radzerford je postavio na jednu podlogu izvor α-zračenja, a izvan putanje ovih čestica postavio je fluorescentni ekran od cink-sulfida (sl. 2). Na ovom ekranu je pomoću mikroskopa uočio izolovane bljeskove koji su otkrivali prisustvo nečega što nisu mogle biti α-čestice; Radzerford je pokazao da se radi o protonima Tako je sudarom jedne α-čestice sa jezgrom azota nastao jedan proton i jedan nepoznati element. Kako u reakciji mora poštojati konzervacija naelektrisanja i masenih brojeva, treba pisati

$$^{14}_{7}\mathrm{N}+^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{H}+^{17}_{8}\mathrm{X}.$$

Kako telo X ima atomski broj 8 a maseni broj 17, to je, dakle, kiseonik 17, $^{17}_{8}\mathrm{O}$. To je bila prva *izazvana* nuklearna reakcija; ona je pokazala da je čovek sposoban da stvori veštačke transmutacije, pa, prema tome, da ostvari san alhemičara.

Pojava neutrona. Otkriće ove čestice rezultat je međunarodnog doprinosa: nemačkog, francuskog i engleskog.

1. Nemački fizičari Gertner i Bote (Bothe) izučavali su 1930. reakciju dobijenu bombardovanjem α-česticama jezgara berilijuma 9:

$$^{9}_{4}\mathrm{Be}+^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ?$$

Oni su utvrdili prisustvo jako probojnog nejonizujućeg zračenja, koje su objašnjavali emisijom γ-zrakova.

2. Irena i Frederik Žolio-Kiri su 1932. utvrdili da ovo posebno zračenje ima čudna svojstva; prolazeći, na primer, kroz tanki sloj parafina, ono je izbijalo protone i izbacivalo ih sa takvom energijom da je bilo malo verovatno da su to γ-zraci.

3. Englez Čedvik je bio taj koji je dao konačno i definitivno objašnjenje. On je objasnio, vodeći računa o radovima obavljenim na Univerzitetu u Kembridžu, da se izbacivanja koja su uočili Irena i Frederik Žolio-Kiri mogu objasniti samo sudarima dotada nepoznatih neutralnih čestica, koje je on nazvao *neutroni*. Gertnerova i Boteova reakcija može se, dakle, konačno napisati

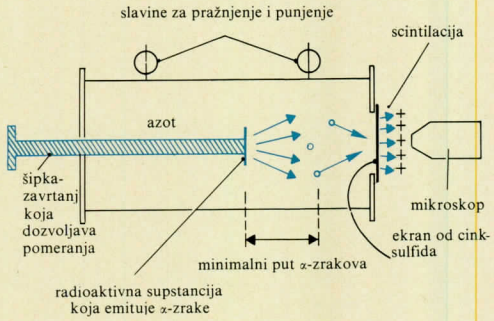
$$^{9}_{4}\mathrm{Be}+^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow n\,{}^{1}_{0}+{}^{12}_{6}\mathrm{C}.$$

RADOVI IRENE I FREDERIKA ŽOLIO-KIRIJA. Nastavljajući svoje oglede, Irena i Frederik Žolio-Kiri su ustanovili da supstancije bombardovane α-zracima produžavaju da emituju izvesno zračenje i posle udaljavanja izvora; kod bora 10, na primer, ove radijacije su se održale tokom pola časa. Reakcija α-čestica sa borom je sledeća:

$$^{10}_{5}\mathrm{B}+^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{13}_{7}\mathrm{N}+{}^{1}_{0}n.$$

15. januara 1934. Žolio-Kiri je, podnoseći saopštenje Akademiji nauka, izjavio:

»Bilo je moguće prvi put, pomoću spoljnog uzroka,



Sl. 2

proizvesti radioaktivnost nekih atomskih jezgara koja može postojati tokom merljivog vremena u odsustvu pobuđivačkog uzroka«.

FERMIJEVI RADOVI. Fermi je 1934. dao napomenu od izvanrednog značaja i dometa: ono što otežava dobijanje nuklearne reakcije bombardovanjem pozitivno naelektrisanih jezgara drugim pozitivnim jezgrima, to je elektrostatičko odbijanje koje se ispoljava između naelektrisanja istog znaka; međutim, ovo odbijanje bi iščezlo ako bi se koristio neutron; drugim rečima, pomoću ove neutralne čestice može se izazvati veštačka radioaktivnost *svih* elemenata. Ogled je ovo potvrdio i ova fundamentalna napomena predstavlja bazu proizvodnje radioaktivnih elemenata.

JEDINICE I OSNOVNI ZAKONI

Radioaktivna jezgra su, dakle, po prirodi nestabilna jezgra; ona teže da se sukcesivnim emisijama transformišu u stabilna jezgra; radioaktivnost, dakle, izražava samo nestabilnost; radioaktivna jezgra su u potrazi za ravnotežom, koju dostižu samo kada zračenje prestane. Ako je za jedno dato jezgro moment emisije, dakle transmutacije, apsolutno nepredvidljiv, za datu količinu radioaktivnih jezgara može se predvideti broj jezgara koja će, u određenom intervalu vremena, pretrpeti ovu transmutaciju. Ove spontane pojave proizlaze iz računa verovatnoće i izgleda — bar za sada — da je nemoguće, bilo kojim fizičkim sredstvima, uticati na njihov ritam.

DEFINICIJA AKTIVNOSTI I KIRIJA. Aktivnost. Posmatrajmo dati broj N radioaktivnih jezgara. Nakon beskonačnog kratkog vremena dt, izvestan broj (relativno mali) jezgara dN emitovao je zračenje, dakle, dezintegrisao se. *Aktivnost* se naziva broj dezintegracija do kojih dolazi u jedinici vremena; to će biti, dakle

$$\mathrm{A}=\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}.$$

Broj dezintegrisanih jezgara dN u vremenu dt proporcionalan je:
— broju N radioaktivnih jezgara, prisutnih u početku;
— vremenu posmatranja dt;
— izvesnoj konstanti λ koja se naziva *radioaktivna konstanta*.
Može se, dakle, pisati

$$\mathrm{d}N=-\lambda N\mathrm{d}t.$$

Znak — označava činjenicu da se tokom vremena broj radioaktivnih jezgara smanjuje; drugim rečima, ovaj znak minus izražava raspadanje. Iz prethodnog obrasca izvodi se

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}=-\lambda N.$$

Dakle, aktivnost se definiše odnosom $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$; može se takođe reći da se aktivnost meri proizvodom λN.

$$\mathrm{A}=\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}=-\lambda N.$$

Ovaj obrazac pokazuje da se može izražavati bilo u »aktivnosti«, bilo u »broju radioaktivnih jezgara«; ove dve veličine su proporcionalne i njihov odnos nije ništa drugo do radioaktivna konstanta.

Jedinice aktivnosti. Jedinica aktivnosti je *kiri*, čiji je simbol Ci. Po definiciji, to je nuklearna aktivnost količine radioelementa, za koju je broj dezintegracija na sekund $3{,}7.10^{10}$, ili 37 milijardi dezintegracija na sekund. To je velika jedinica. U praksi se češće susreće milikiri i pikokiri; ova poslednja jedinica se koristi za merenje atmosferske radioaktivnosti.

OSNOVNI ZAKONI. Radioaktivne pojave se pokoravaju trima osnovnim zakonima.

1. zakon. *Naša čula nam ne dozvoljavaju da otkrijemo radioaktivnost.*

Čovek poseduje pet čula i može se smatrati da on opaža samo deo sveta koji ga okružava. Naša čula nam ne dozvoljavaju da otkrijemo radioaktivnost i ta nemoć daje pomalo tajanstven izgled emisiji zračenja koja se niti vidi niti oseća. Smatra se da neke životinje mogu otkriti prisustvo iradijacije; čovek je, dakle, u nepovoljnijem položaju.

2. zakon. *Biološka dejstva zračenja nisu trenutna:*

Ova zračenja mogu izazvati izvesna biološka dejstva. Ona mogu biti ili *telesna dejstva* koja se uočavaju kod ozračenog pojedinca, ili dejstva koja će se pojaviti samo u njegovom potomstvu i koja se nazivaju *genetička dejstva*. Smatra se da se organizam može braniti od lakih i razređenih ozračenja; u oblasti telesnih dejstava može se postići izvesno oporavljanje organizma, ali to se ne bi moglo u genetičkoj oblasti. S druge strane, treba praviti razliku između spoljašnje iradijacije i unutrašnje iradijacije; u prvom slučaju izvor se nalazi izvan izložene ličnosti; u drugom slučaju, usled ingestije ili inhalacije ovaj izvor se unosi u organizam. Ono što treba podvući jeste razmak između iradijacije i znakova dejstava, razmaka koji može biti veoma dug, jer izvesni oblici raka pojavljuju se tek nakon više godina od iradijacije.

3. zakon. *Radioaktivnost opada sa vremenom.*

Zakon koji izražava ovu pojavu raspadanja je osnovni zakon radioaktivnog zračenja.

1. *Period* (vreme poluraspada) nekog radioaktivnog elementa je vreme potrebno da bi se aktivnost smanjila za polovinu. Period T može se menjati u znatnim razmerama, od dela sekunde do milijardi godina! Približno, imamo:

$$10^{-8}\,\mathrm{s}<\mathrm{T}<10^{10}\ \text{godina}.$$

Svaki radioaktivni element ima svoj sopstveni period koji predstavlja jednu od konstanti, koje mogu služiti za njegovo karakterisanje i identifikovanje. Između radioaktivne konstante λ i perioda T postoji odnos

$$\lambda T = 0{,}693 \simeq 0{,}7,$$

koji dozvoljava da se odredi λ polazeći od vrednosti perioda T, datog u tablicama.

2. Radioaktivnost opada sa vremenom. Pretpostavimo da u početku imamo N_0 radioaktivnih jezgara. Nakon vremena jednakog periodu T, po definiciji perioda ostaće još samo $\frac{N_0}{2}$ radioaktivnih jezgara.

Nakon vremena jednakog 2 perioda, ostaće samo još $\frac{1}{2}\frac{N_0}{2} = \frac{N_0}{4}\frac{N_0}{2^2}$ radioaktivnih jezgara.

U opštem slučaju, nakon vremena t jednakog n perioda $t = nT$, ostaće na kraju $\frac{N_0}{2^n}$ radioaktivnih jezgara.

Broj N_t radioaktivnih jezgara u vremenu t povezan je, dakle, sa brojem N_0 jezgara koja postoje u početnom momentu prostim odnosom

$$N_t = \frac{N_0}{2^n}.$$

Kako je $t = nT$, odatle se izvodi $n = \frac{t}{T}$, pa se može pisati

$$N_t = \frac{N_0}{2^{t/T}}, \text{ ili } N_t = N_0 . 2^{-t/T}.$$

Ovaj obrazac izražava zakon opadanja radioaktivnosti sa vremenom, koji, kao što se vidi, ima eksponencijalni oblik.

Imamo isto tako $A = A_0 . 2^{-t/T}$, gde se sa A označava aktivnost u vremenu t, a sa A_0 aktivnost u početnom vremenu. Može se konstruisati kriva raspadanja koja predstavlja krivu prethodne funkcije.

Kriva ima za asimptotu apscisnu osu. Ona pokazuje da će broj radioaktivnih jezgara biti teorijski nula tek nakon beskonačnog vremena; praktično, uzima se da nakon vremena jednakog deset perioda, izvor više nije opasan.

TABLICA BR. 5

Neke vrednosti perioda radioaktivnih elemenata		
$^{212}_{84}$Po	polonijum (Th. C')	3.10^{-7} s
$^{214}_{84}$Po	polonijum (Ra. C')	$1{,}6.10^{-4}$ s
$^{128}_{53}$J	jod	25 minuta
$^{24}_{11}$Na	natrijum	15 časova
$^{222}_{86}$Rn	radon	3,8 dana
$^{131}_{53}$J	jod	8 dana
$^{32}_{15}$P	fosfor	14,3 dana
$^{60}_{27}$Co	kobalt	5,3 godine
$^{90}_{38}$Sr	stroncijum	28 godina
$^{137}_{55}$Cs	cezijum	33 godine
$^{226}_{88}$Ra	radijum	1617 godina
$^{239}_{94}$Pu	plutonijum	24100 godina
$^{234}_{92}$U	uranijum 234	$0{,}25.10^6$ godina
$^{235}_{92}$U	uranijum 235	710.10^6 godina
$^{238}_{92}$U	uranijum 238	$4{,}5.10^9$ godina
$^{232}_{90}$Th	torijum	14.10^9 godina

Umesto obrasca $N_t = N_0 . 2^{-t/T}$, susreće se i obrazac

$$N_t = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

u kome je λ radioaktivna konstanta povezana sa periodom T jednačinom

$$\lambda = \frac{0{,}693}{T},$$

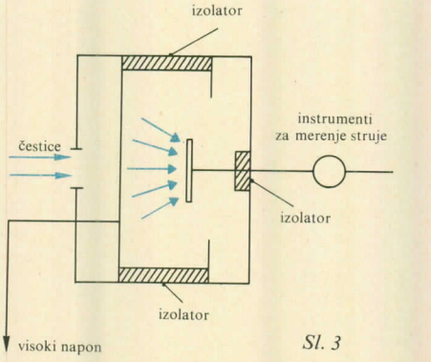
gde je e osnova prirodnih logaritama.

DETEKCIJA ZRAČENJA

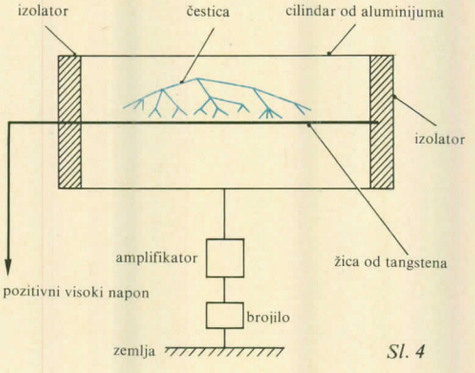
Kako nam naša čula ne dozvoljavaju da otkrijemo prisustvo zračenja i kako suvišak zračenja može biti opasan, potrebno je da se nadoknadi ovaj prirodni nedostatak. Detekcija zračenja koristi tri tipa dejstava, uočljivih:

— na fotografskim pločama;
— u gasovima;
— u čvrstim telima.

DEJSTVA NA FOTOGRAFSKE PLOČE. Prvi postupak korišćen za detekciju zračenja predstavljao je upotrebu fotografskih ploča; to je metod koji je dozvolio Bekerelu da obavi svoja prva posmatranja. Princip je sledeći: kada svetlost pada na kristale srebro-bromida, konstatuje se da se srebro oslobađa u obliku metala u toliko većoj količini ukoliko je svetlost jača. U početku nije bilo nikako moguće međusobno razlikovati vidljivu svetlost od γ-zračenja; danas su, međutim, napravljene ploče koje dozvoljavaju da se posle razvijanja vide tragovi izvesnih zrakova; merenje dužina posmatranih putanja dozvoljava da se odredi energija čestica.



Sl. 3



Sl. 4

DEJSTVA NA GASOVE. Princip. Dejstvo zračenja svodi se na pojavu jonizacije; jonizovati znači izbiti jedan ili više negatona. Ako jedan atom — koji je neutralan — izgubi jedan negaton, u tom atomu preovlađuju pozitivna naelektrisanja i on postaje *pozitivni jon*; oslobođeni negaton vezuje se za orbitu susednog atoma koji usled ovog postaje *negativni jon*; drugim rečima, pomeranje jednog negatona povlači za sobom obrazovanje jednog para jona. Ako se gas, potčinjen jonizujućem zračenju, zatvori u sud, lako će se moći sakupljati razna naelektrisanja, delujući na njih, na primer, električnim poljem; prolazak jona izazvaće, dakle, pojavljivanje struje koja se može meriti; to je princip jonizacionih komora (sl. 3).

Gajger-Milerov brojač (G. M.). Jedan mali metalni cilindar napuni se gasom pod niskim pritiskom. U unutrašnjosti cilindra, u centralnom delu, zategne se žica od tungstena koja se dovede na visok pozitivni napon, dok se sam cilindar veže sa zemljom (sl. 4). Ako usled jednog slučaja jonizacije dođe pri polasku do oslobađanja jednog negatona, njega će privući centralna žica i dok joj se on bude približavao, on će izazivati jonizacije, nazvane sekundarne: drugi negatoni biće redom izbacivani iz svojih orbita. Oni će, privučeni takođe od strane žice, izazivati na svojoj putanji nove jonizacije. Proizvodi se, dakle, serija kaskadnih jonizacija i početni slučaj može se konačno izraziti kao dolazak na žicu do 10000 negatona; iz toga sledi pojavljivanje električnog impulsa koji može aktivirati brojilo, što dozvoljava da se izbroje čestice koje prođu kroz cilindar; priključujući glasnogovornik, može se čuti jedno »tap« svaki put kada prođe jedna čestica.

Uopšte uzev, takav brojač je veoma osetljiv na α-čestice pod uslovom da se one mogu probiti u brojač; osetljivost na β-zračenje je takođe veoma zadovoljavajuća; ali kod γ-zrakova koji imaju malu jonizacionu moć, efikasnost brojača ne prekoračuje nekoliko procenata.

Vilsonova komora. Ovoga puta imamo cilindar napunjen vazduhom zasićenim vodenom parom; ovaj cilindar je na gornjoj strani zatvoren staklom koje dozvoljava da se vidi šta se dešava u unutrašnjosti. Na donjoj strani nalazi se pokretni klip. Ako se klip naglo spusti, zapremina komore će biti povećana; pod uticajem širenja vazduha zatvorenog u sudu, dolazi do naglog snižavanja temperature vazduha koji, usled toga, postaje prezasićen. Ako je atmosfera cilindra potpuno čista, neće doći ni do kakve kondenzacije; međutim, ako su u unutrašnjosti prisutni joni, uočiće se kondenzacija kapljica oko njih (sl. 5). Ako jedna čestica prođe kroz komoru u momentu ekspanzije, joni koji se obrazuju duž puta predstavljaće centre kondenzacije i videće se trag magle koja materijalizuje put čestice. Iz tog razloga ovaj se aparat naziva i *maglena komora*. Ovaj uređaj dozvoljava da se jasno razlikuje putanja negatona, koja je vrlo tanka, od putanje α-čestice, koja izgleda deblja usled većeg broja obrazovanih jona.

Mehurasta komora. Princip ovog aparata je sličan principu Vilsonovih komora. U providni prostor unosi se pod pritiskom od dvadesetak atmosfera veoma čista tečnost, male atomske težine. Ukoliko je pritisak niži, utoliko je temperatura ključanja tečnosti niža; ako se, dakle, naglo smanji pritisak od 20 na 1 atmosferu, tečnost će težiti da počne da ključa, ali da bi se to ključanje moglo ostvariti — kao i kod pojave kondenzacije kapljica u Vilsonovoj komori — potrebno je da postoje primese. Ako kroz sud prolaze jonizujuće čestice, obrazovani joni predstavljače primese potrebne za nastajanje pojave ključanja, i ovi joni koji služe kao aktivni centri, omogućiće da vidimo putanju zahvaljujući malim mehurićima koji se obrazuju oko njih. Neke mehuraste komore su uređaji znatne zapremine, jer mogu sadržavati i do jednog kubnog metra tečnosti.

DEJSTVA NA ČVRSTA TELA. Kada α-čestica padne na cink-sulfid ili natrijum-hlorid, zapaža se

kratak bljesak; ovaj svetlosni impuls naziva se *scintilacija*, i objašnjava se činjenicom da se kinetička energija čestice transformisala u toplotu i u svetlost. Početkom stoleća naučnici su posedovali samo ovo sredstvo detekcije za brojanje čestica; oni su koristili zaklon načinjen od tankog sloja cink-sulfida prevučenog preko staklene ploče, koja je stavljana pod mikroskop. Ovo brojanje je bilo neugodno; kako se oko brzo zamaralo, scintilator je povezivan sa fotomultiplikatorom koji transformiše svetlosne impulse u električne impulse koji se, kao kod Gajger-Milerovog brojača — upućuju u brojilo.

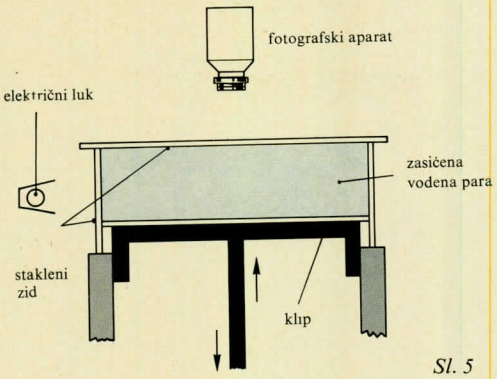
Obično se uređaj za detekciju sastoji od tri dela:

— detektorski deo koji predstavlja jedan od prethodno opisanih tipova;

— izvor visokog napona za napajanje bilo brojača, bilo fotomultiplikatora;

— brojilo koje registruje impulse.

Svi ovi metodi baziraju se na naelektrisanim česticama; zbog toga neutroni mogu proći nezapaženo. Mogu se, međutim, i oni registrovati jer, kada se susretnu sa lakim jezgrima — jezgrima vodonika na primer — neutroni im predaju svu svoju energiju; tada se dobija proton koji se detektuje običnim metodima. Ako je neutron spor, to jest ako je njegova



Sl. 5

energija mala, za detekciju se koriste izvesne nuklearne reakcije, osobito reakcija na boru:

$$^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{7}_{3}Li + ^{4}_{2}He.$$

Uzima se brojač napunjen bor-trifluoridom; neutroni će, kao što pokazuje prethodna reakcija, proizvesti α-čestice koje se lako detektuju.

MAKSIMALNO DOZVOLJENE NORME

Zračenja koja emituju radioaktivna tela mogu biti opasna za čoveka. Postoje količine iradijacije koje se ne smeju prekoračiti; ove granice su odredili stručnjaci. Radi se o tome da ih je teško odrediti, jer, istinu govoreći, izvesna dejstva zračenja na organizam nisu još poznata u potpunosti.

BIOLOŠKO DEJSTVO ZRAČENJA. Zračenje rasprostrto unutar živog organizma ili ozračenog materijala proizlazi iz energije radijacija; *radiobiološko dejstvo potiče od prenošenja energije* zračenja u sredinu u kojoj se ona manifestuju. Ova energija služi za *jonizaciju* i ekscitaciju atoma ili molekula. Sva ova biološka dejstva svode se shematski, posle jonizacije, na niz sledećih procesa:

— kidanje molekularnih veza;

— kompleksne biohemijske reakcije;

— pojavljivanje dejstava, bilo telesnih, bilo genetičkih.

Za istu jonizaciju, proizvedenu u nekom tkivu, to jest za istu energiju koju *apsorbuje* to tkivo, biološko dejstvo menja se u zavisnosti od *prirode* zračenja. Ukoliko je jonizacija gušća na putanji zračenja, utoliko je proizvedeno oštećenje značajnije i teškoća obnavljanja oštećenog tkiva biće veća; naprotiv, ako se radi o iradijaciji raspodeljenoj homogeno po tkivu, obnavljanje može biti brže.

JEDINICE. Da bi se bolje razumelo dejstvo raznih zračenja na materiju, uvedene su preciznije jedinice.

1. *Rendgen* (simb.: R) je količina X- ili γ-zračenja koja, na kubni centimetar vazduha oslobađa u normalnim uslovima 2 milijarde parova jona (tačno $2{,}08.10^9$). To je jedinica koja izražava dozu X- ili γ-radijacija apsorbovanih u *vazduhu*. Ona odgovara apsorbovanoj energiji od 88,5 erga na gram vazduha.

2. Specijalna jedinica apsorbovane doze je *rad*.

Rad predstavlja apsorbovanu energiju od 100 erga na gram — to jest 1/100 džula na kilogram — bilo koje ozračene supstancije, bez obzira na prirodu jonizujućeg zračenja.

Podvucimo osnovnu razliku između rendgena i rada; dok se rendgen u osnovi odnosi na *vazduh*, rad se primenjuje na bilo koje *tkivo*.

3. *Rem*. Za potrebe zaštite definiše se *ekvivalent doze*.

Jedinica ekvivalenta doze je rem.

Ekvivalent doze brojno je jednak proizvodu apsorbovane doze, izražene u radima, i faktora ekvivalencije.

Faktor ekvivalencije (F. E.) je proizvod raznih faktora, posebno faktora kvaliteta (F. Q.) i faktora raspodele (F. D.), koji naročito zavisi od toga da li je posmatrani radioelement topljiv ili netopljiv.

Faktor kvaliteta, koji je najznačajniji, predstavlja koeficijent koji karakteriše kvalitet zračenja.

Kao element referencije usvojeno je X-zračenje od 250 keV koje u vodi proizvodi sto pari jona na mikron, za koje je (F. Q.)=1; tablica br. 6 daje vrednost faktora kvaliteta za ostala zračenja.

Kerma (k). To je nova jedinica koja se definiše na sledeći način: to je količnik početnih kinetičkih energija ΔE_k, svih naelektrisanih čestica koje su oslobodile indirektno jonizujuće čestice u elementu zapremine posmatranog materijala, i mase Δm toga elementa.

$$k = \frac{\Delta E_k}{\Delta m}.$$

DOZE KOJE TREBA POŠTOVATI. Za iradijaciju postoje granice — spoljašnje ili unutrašnje — koje se ne smeju prekoračiti. Daćemo nekoliko brojeva koji se tiču spoljašnje iradijacije.

1. Kod radnika. Francuski dekret od 20. juna 1966. utvrdio je »maksimalno dozvoljene ekvivalente doze«, koje se, međutim, ne primenjuju ni na prirodnu iradijaciju ni na iradijaciju u medicinske svrhe.

Kao red veličine pojedinac ne sme primiti više od 5 r na godinu. Ako se ova godišnja doza pretvori u sedmičnu dozu, to iznosi 0,1 r na sedmicu, ili *prosečno* 100 mr/sedmično, ili 20mr/na dan, to jest na 8 časova, budući da radna nedelja iznosi 5 dana; poštovati ove norme znači »raditi u takozvanim normalnim uslovima«. U slučaju lokalne iradijacije norme su različite.

2. Kod civilnog stanovništva. Prethodne brojke važe za radnika. Za stanovništvo dozvoljene granice su mnogo strožije, zbog mogućih genetičkih uticaja. Radnik počinje svoj profesionalni život oko dvadesete godine; treba voditi računa o tome da među stanovništvom ima veliki procenat dece. Osim toga, izlaganje radnika zračenju stvara opasnost samo za njega. U slučaju kontaminacije stanovništva, ako su obolela oba supružnika, posledice mogu biti mnogo teže za potomstvo. Najzad, radnik koji radi u sredini gde može postojati izvesna opasnost od iradijacije, preuzima rizik na sebe. Stanovništvo, naprotiv, »trpi« i pitanje izbora se ne postavlja. Iz svih ovih razloga, prethodne date norme moraju biti smanjene za faktor 10 ili 50 u zavisnosti od kategorija stanovništva.

3. Prirodni ambijent. Radioaktivnost sama po sebi nije nešto opasno; ono što je opasno, to je suvišak radioaktivnosti. Zbog toga se došlo na to da se definišu norme. Razni faktori prirodne radioaktivnosti primoravaju nas da apsorbujemo izvesne doze, a savremeni život nas prisiljava da se izlažemo i drugima (posebno, medicinska ispitivanja); ono što treba zapamtiti jeste to da čovek u vidu prirodne radioaktivnosti apsorbuje godišnje prosečno dozu koja je reda 0,1 do 0,2 rema.

ZAŠTITA OD SPOLJAŠNJE IRADIJACIJE

Kako se zaštititi od radioaktivnosti, ili na praktičnom planu, u slučaju upotrebe sasvim određenog radioelementa koji ima izvesnu aktivnost, kakve mere predostrožnosti treba preduzeti? Tri faktora igraju ulogu pri ublažavanju opasnosti od spoljašnje iradijacije: vreme;
rastojanje;
zaklon.

FAKTOR VREME. Kako je primljena doza funkcija vremena izloženosti zračenju, ovo vreme treba ograničiti na minimum. Zbog toga za svako rukovanje radioaktivnim proizvodima, operator mora proći kroz prethodnu obuku, izvedenu sa neutralnim proizvodima kako bi smanjio nepotrebne kretnje kao i mrtvo vreme. Ova obuka treba da se izvodi u uslovima sličnim realnim uslovima rada.

FAKTOR RASTOJANJE. *Primljena doza je obrnuto proporcionalna kvadratu rastojanja*. Ako na rastojanju x_1 od izvora operator primi tokom izvesnog vremena dozu D_1, na x_2 on tokom istog vremena prima dozu D_2, tako da je

$$D_1 \cdot x_1^2 = D_2 \cdot x_2^2.$$

Ovaj odnos pokazuje da se primljena doza smanjuje 9 puta ako se, na primer, rastojanje utrostruči. Rukovanje radioelementima na daljinu izvodi se pomoću mehaničkih sredstava ili telekomandnih uređaja.

FAKTOR ZAKLON. *Debljina poludoze* ili poludebljina nekog materijala jeste debljina koja smanjuje za polovinu dozu koja bi bila primljena bez zaštite. Ova poludebljina zavisi u isto vreme od prirode materijala od koga je napravljen zaklon i od prirode radioaktivnog izvora.

- Ako se postavimo iza poludebljine, početni inten-

TABLICA BR. 6

VREDNOST FAKTORA KVALITETA (F. Q.)	
Priroda zračenja	Vrednost
X, gama, beta	1
Termički neutroni	2,5
Brzi neutroni, protoni, alfa (1)	10
Teška jezgra sa odskokom (2)	20

(1) Energija protona je manja od 10 MeV a alfa su »prirodni«.

(2) To su jezgra čije pomeranje proizlazi ili usled sudara sa nekom česticom, ili usled reakcije koja se javlja kada sama jezgra izbacuju jednu česticu.

zitet I_0 biće sveden na $\frac{I_0}{2}$, iza dve poludebljine na 1/4, to jest na $\frac{I_0}{4}$, što se može pisati $\frac{I_0}{2^2}$. Iza n poludebljina početni intenzitet će postati $\frac{I_0}{2^n}$. Konačni intenzitet I dat je obrascem

$$I=\frac{I_0}{2^n}=I_0.2^{-n}.$$

Ako se izrazimo u dozama, imaćemo

$$D=\frac{D_0}{2^n}=D_0.2^{-n},$$

gde je D_0 početna doza koja bi bila primljena bez zaštite, D doza stvarno apsorbovana kada se postavimo iza n poludebljina nekog materijala.

• Pojam debljine poludoze liči na pojam radioaktivnog perioda. Videli smo da se obrazac $N=N_0 2^{-t/T}$ identifikuje sa obrascem

$$N=N_0 e^{-\lambda t}$$

ako se postavi

$$\lambda=\frac{\text{Log } 2}{T}.$$

Isto tako prethodni obrazac $I=I_0.2^{-n}$ koji se, za debljinu $x=nX$, gde je x debljina zaklona, X debljina poludoze a n broj poludebljina, piše

$$I=I_0 2^{-x/X},$$

identifikuje se sa

$$I=I_0 e^{-\mu x},$$

ako se postavi

$$\mu=\frac{\text{Log } 2}{X}\simeq\frac{0{,}7}{X}.$$

μ se naziva *totalni linearni koeficijent apsorpcije.*

ZAKLJUČAK. 1. α-Zračenje. Problem spoljašnje iradijacije se ne postavlja, budući da te čestice koža zaustavlja. Koriste se rukavice pri rukovanju zbog opasnosti unutrašnje kontaminacije.

2. β-Zračenje. Kada je udaljenost nedovoljna, zaštita se može ostvariti pomoću stakla ili providnih plastičnih materija (lusit: supstancija slična pleksiglasu) promenljive debljine. Radi se o supstancijama male atomske težine, međutim treba voditi računa o onome što se naziva *zakočno zračenje.*

3. γ-Zračenje. Upotrebljavaju se debeli zakloni snabdeveni materijalima velikog atomskog broja.

OSNOVNI ELEMENTI NUKLEARNOG ISTRAŽIVANJA

OPŠTA RAZMATRANJA O TRANSMUTACIJAMA. Princip i istorijat. Jezgra elemenata koji postoje u prirodi sastavljena su od protona (pozitivno naelektrisanih) i neutrona (električno neutralnih). Ako se žele spojiti dva protona, budući da se radi o dva pozitivna naelektrisanja, nastaju znatne odbojne sile i, da bi operacija uspela, treba utrošiti izvesnu energiju. Ako se želi da se protoni dovedu u kontakt, potrebno je raspolagati energijom većom od reda megaelektron-volta (MeV); opštije rečeno, prodiranje čestice u jezgro je utoliko teže ukoliko se radi o težem jezgru i o čestici većeg naelektrisanja.

U svojim prvim ogledima na transmutacijama Radzerford, Irena i Frederik Žolio-Kiri imali su za projektile samo α- i γ-čestice. Tako su se prvi radovi u ovoj oblasti odnosili samo na mete obrazovane od relativno lakih elemenata. Otkriće 1932. neutrona — neutralne čestice na koju dakle ne deluju odbojne sile — dozvolilo je da se ostvare mnogobrojne transmutacije sa metama sastavljenim od teških elemenata. Veliki napredak mogao je biti ostvaren uzimajući za projektile jezgra kao što su proton (p), deuteron (d), alfa (α), velikih brzina, koje su dobivane akceleratorima čestica, koji su omogućili da se dostignu velike energije.

Obeležavanje nuklearnih reakcija. Transmutacije se mogu shematski izraziti na sledeći način:

početno jezgro + čestica → čestica + konačno jezgro,

to jest ako se jedna meta (koju smo nazvali »početno jezgro«) bombarduje projektilom (»čestica« leve strane), dolazi do emitovanja jedne čestice a ostaje jedno jezgro, obično različito od prethodnog; ovaj odnos saželije se piše na sledeći način:

jezgro meta (projektil, emitovana čestica) konačno jezgro.

Prva transmutacija koju je ostvario Radzerford 1919. bila je sledeća:

$$^{14}_{7}\text{N}+^{4}_{2}\text{He} \rightarrow {}^{1}_{1}\text{H}+{}^{17}_{8}\text{O},$$

ta reakcija se može pisati kao

$$^{14}_{7}\text{N}\ (\alpha, p)\ ^{17}_{8}\text{O},$$

što se izražava govoreći da imamo reakciju (α, p), gde je α početni projektil, p (proton) emitovana čestica, početno jezgro $^{14}_{7}$N a konačno jezgro $^{17}_{8}$O. Jedna veoma značajna etapa je pređena u ovoj oblasti 1934, kada su Irena i Frederik Žolio-Kiri otkrili veštačku radioaktivnost; bombardujući aluminijum α-česticama ovi naučnici su dobili jedan izotop fosfora koji se dezintegracijom transformisao u stabilni silicijum:

$$^{4}_{2}\text{He}+^{27}_{13}\text{Al} \rightarrow {}^{30}_{15}\text{P}+{}^{1}_{0}n,$$

$$^{30}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\text{Si}+{}^{0}_{+1}e.$$

Prva od ovih reakcija piše se prosto

$$^{27}_{13}\text{Al}(\alpha, n)^{30}_{15}\text{P};$$

to je reakcija (α, n).

Glavni projektili. Ovi projektili mogu biti protoni (maseni broj: 1), deuteron (maseni broj: 2), helijum, to je α-čestica (maseni broj: 4), elektroni, neutroni itd.

VAŽNOST NEUTRONA. Irena i Frederik Žolio-Kiri su pokazali da je neutron zaista čestica bez naelektrisanja, što dozvoljava da se predstavi simbolom $^{1}_{0}n$. On se katkada naziva *element nula*; i u klasifikaciji Mendeljejeva neutron stoji ispred vodonika. Razlikuju se:

— *termički neutroni*, čija brzina odgovara termičkom kretanju na običnoj temperaturi; njihova energija je reda 1/40 elektron-volti;

— *spori neutroni*, čija se energija kreće između 1 i 100 eV;

— *brzi neutroni*, čija je energija veća od 100 eV.

Prodirući u jezgro, neutroni mogu dati izvestan broj nuklearnih reakcija; pojava se razlikuje od pojave koja se zapaža sa naelektrisanim česticama, jer ovde ne deluju sile odbijanja.

Reakcija (n, γ). To je najvažnija reakcija u kojoj dolazi do emisije fotona. To se događa pri proizvodnji radioaktivnih elemenata. Uzmimo, na primer, kobalt 60. On zauzima 27. mesto u periodnom sistemu elemenata. Kada se kobalt 59 izloži fluksu neutrona u reaktoru, obrazuje se kobalt 60 zahvatom neutrona od strane jezgra. Kobalt 60 je radioaktivan i ima period od 5,3 godine. On emituje β-zračenje od 0,3 MeV, što pokazuje da se odvija transformacija kobalta 60 u element koji dolazi iza njega u Mendeljejevljevom sistemu, u nikl:

$$^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{0}_{1}e+{}^{60}_{28}\text{Ni}.$$

Tako dobijeni nikl nalazi se na nivou 2,5 MeV iznad osnovnog nivoa; on prelazi u osnovno stanje emitujući najpre foton od 1,17 MeV i zatim drugi od 1,33 MeV, što u energiji predstavlja ekvivalenat jednog izvora X-zrakova od 2 MeV. β-zračenje se može lako eliminisati umetanjem tanke aluminijumske folije, ali γ-zraci čine kobalt 60 opasnim radioaktivnim elementom, sa kojim treba oprezno rukovati.

Zahvat neutrona od strane jezgra može biti praćen emisijom protona, α-čestica ili čak neutrona.

Reakcija (n, p).

$$^{32}_{16}\text{S}+{}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{32}_{15}\text{P}+{}^{1}_{1}\text{H}, \quad \text{ili} \quad {}^{32}_{16}\text{S}\ (n,p)\ {}^{32}_{15}\text{P}.$$

Fosfor, koji predstavlja radioaktivni element, transformiše se u sumpor 32 emisijom β-čestica:

$$^{32}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{0}_{-1}e+{}^{32}_{16}\text{S}.$$

Reakcija (n, α).

$$^{6}_{3}\text{Li}+{}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{3}_{1}\text{H}+{}^{4}_{2}\text{He}, \quad \text{ili} \quad {}^{6}_{3}\text{Li}(n,\alpha)^{3}_{1}\text{H},$$

$$\text{sa } {}^{3}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{0}_{-1}e+{}^{3}_{2}\text{He}.$$

Reakcija (n, 2n).

$$^{14}_{7}\text{N}+{}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{13}_{7}\text{N}+2{}^{1}_{0}n, \quad \text{ili} \quad {}^{14}_{7}\text{N}(n, 2n)\ {}^{13}_{7}\text{N}.$$

Svaka od ovih reakcija ima izvesnu verovatnoću da se ostvari. Kod termičkih neutrona najverovatnija reakcija je (n, γ). Da bi jedna naelektrisana čestica (proton ili α-čestica) mogla biti izbijena iz jezgra, treba da upadni neutron donese dovoljnu energiju; tako se prethodna reakcija $^{32}_{16}$S (n, p)$^{32}_{15}$P može ostvariti samo sa brzim neutronima koji imaju upadnu energiju veću od 1 MeV. Naprotiv, izvesne reakcije

TABLICA BR. 7

APSORPCIJA γ-ZRAČENJA		
ENERGIJA (MeV)	RADIOAKTIVNI ELEMENTI	DEBLJINA POLUDOZE ZA OLOVO (mm)
2,76	$^{24}_{11}$Na	14
1,62	$^{140}_{57}$La	12
1,33 i 1,17	$^{60}_{27}$Co $^{46}_{21}$Sc	11
0,89		8
0,66	$^{137}_{55}$Cs	5,5
0,41	$^{198}_{79}$Au	2,6
0,28	$^{203}_{80}$Hg	1,3
0,08	$^{170}_{69}$Tm	0,25

kao što su $^{14}_{7}N$ (n, p) $^{14}_{6}C$ ili $^{6}_{3}Li$ $(n, \alpha)^{3}_{1}H$, mogu biti ostvarene sa termičkim neutronima.

POJAM EFEKTIVNOG PRESEKA. Da bi se proizvela neka transmutacija nije neophodno da čestica projektil udari punom snagom u samo jezgro metu; dovoljno je da ona prođe kroz izvesnu površinu, manju ili veću u zavisnosti od prirode mete, koja se može na neki način zamisliti oko jezgra i koja se naziva *efektivni presek*.

Posmatrajmo neku metu koja sadrži n jezgara na kubni centimetar. Kakva će, na primer, biti vrednost n u slučaju mete od aluminijuma? Gustina aluminijuma je 2,7, što znači da 1 cm^3 aluminijuma ima masu 2,7 g. Ali pošto je atomska masa aluminijuma 27, u 27 g aluminijuma ima 6.10^{23} jezgara; dakle, u 2,7 g, to jest u 1 cm^3, biće ih deset puta manje, ili 6.10^{22}. Pretpostavimo sada da kroz metu prolazi snop α-zrakova date energije, koji ima brzinu v potpuno određenu a koja se može izraziti u centimetrima na sekund. U jednom sekundu α-čestica će preći v cm. Ograničimo u ovome snopu zrakova, poprečnog preseka 1 cm^2, cilindar dužine v. Zapremina ovog cilindra je v cm^3. Kako postoji n jezgara na cm^3, biće nv jezgara supstancije od koje je napravljena meta u posmatranom cilindru.

Označimo sa N broj sudara koji će se dogoditi na sekund između upadnih čestica α i jezgara sadržanih u ovome cilindru. N je očevidno proporcionalno nv, ali je ono takođe proporcionalno izvesnom koeficijentu koji se upravo i naziva *efektivni presek*, a koji se obeležava sa σ; dakle $N = \sigma nv$, odakle $\sigma = \frac{N}{nv}$.

Broj sudara na sekund, N, ima dimenziju proporcionalnu T^{-1}; broj jezgara na jedinicu zapremine n ima dimenziju proporcionalnu L^{-3}, a v, brzina, ima dimenziju LT^{-1}. Dakle, σ ima za dimenziju izraz oblika $\frac{T^{-1}}{L^{-3}\,LT^{-1}}$, to jest oblika L^2; efektivni presek σ ima zaista dimenzije površine i može se izraziti u kvadratnim centimetrima; u praksi se koristi *barn*, (ali sada postoji tendencija da se ova reč zameni rečju *fermi*). Po definiciji, barn iznosi 10^{-24} cm^2, što odgovara krugu poluprečnika $5{,}6.10^{-13}$ cm, što predstavlja približno poluprečnik jezgara elemenata atomske mase oko 120, kao što su kalaj i antimon. Efektivni preseci mogu se kretati u veoma širokim granicama, između nekoliko miliona i 10^{-10} barna. Ovaj pojam efektivnog preseka je veoma važan. On je funkcija, za jednu datu metu, prirode i brzine projektila, a za dati projektil, brzine i prirode mete.

EKVIVALENTNOST MASE I ENERGIJE

Ajnštajnovi radovi su osnova principa koji objašnjava nuklearnu energiju. Ajnštajn je 1905. objavio tri rada od ogromnog značaja ne samo za fiziku, već i za razvoj celokupne savremene nauke; u jednom od njih koji razmatra specijalnu teoriju relativnosti, on je ukazao na ekvivalentnost mase i energije.

OPŠTA RAZMATRANJA. Pojam mase. Ajnštajn je ukazao da masa nekog tela nije konstanta, već da se menja sa brzinom kojom se telo kreće. Uzmimo da je m_0 sopstvena masa tela u mirovanju, to jest masa koju ono poseduje u sistemu referencije u kome je ono nepokretno, v brzina ovog tela u datom momentu, c brzina svetlosti u vakuumu. Masa m ovog tela brzine v, koja se naziva *relativistička masa*, jeste rastuća funkcija brzine; ona je data obrascem

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_0\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

Ako brzina tela u kretanju dostigne brzinu svetlosti, to jest ako je $v = c$, masa postaje beskonačna, jer imenitelj postaje jednak nuli. Odatle se teorijski izvodi da materijalna čestica, čija sopstvena masa nije ravna nuli, nikada ne može premašiti brzinu svetlosti u vakuumu.

Pojam energije. Ne treba mešati energiju, snagu i rad. Energija je sposobnost da se proizvodi rad; rad je rezultat korišćenja energije, dok snaga odgovara brzini sa kojom se rad izvodi.

Kada neko telo u kretanju mase m i brzine v udari u neku prepreku, mogu se uočiti različiti efekti: može doći do razaranja ove prepreke, stavljanja u pokret ili njenog zagrevanja.

Kako uočeni efekti zavise od mase m i brzine v, može se uzeti da telo u kretanju poseduje izvesnu »moć«, utoliko veću ukoliko je njegova brzina veća i ukoliko je njegova masa veća; ova sposobnost akcije naziva se *kinetička energija*; njena vrednost je $1/2\,mv^2$.

Nakon sudara može doći do raspodele kinetičke energije tela u ktetanju; ako se utvrdi da je zbir konačnih kinetičkih energija jednak početnoj kinetičkoj energiji, kaže se da je sudar *elastičan*. Moguće je, međutim, da nema očuvanja kinetičke energije. Sudar se tada naziva *neelastičan*; pojavljuje se zagrevanje tela koja su se sudarila, a količina toplote koja se pojavljuje proporcionalna je izgubljenoj kinetičkoj energiji. Ovi rezultati naveli su fizičare da pomisle da bi toplota mogla biti izvestan oblik energije i sredinom XIX veka Džul je izneo i dokazao ovaj princip ekvivalentnosti u slučaju zatvorenog ciklusa. Kinetička energija je promenila oblik i nastala je toplota, koja nije ništa drugo do posledica kinetičke energije molekula prisutnih tela, čije haotično kretanje izmiče našoj percepciji. Tako, dodajući pojmu kinetičke energije *vidljivih* kretanja tela pojam kinetičke energije *nevidljivih* kretanja molekula, energije koja se manifestuje kroz osećaj toplote, dolazi se na ideju *očuvanja energije*.

Jedinice koje se koriste u nuklearnoj fizici. *Jedinica mase*, usvojena u atomskim razmerama, je $\frac{1}{16}$ deo mase najlakšeg stabilnog izotopa kiseonika koja se naziva *atomska jedinica mase ajm*, (ili *jm*). U 16 g kiseonika (atomska masa ovog elementa) ima 6.10^{23} atoma. Dakle, masa jednog atoma je $\frac{16}{6.10^{23}}$. Deo $\frac{1}{16}$ koji definiše *ajm* ima vrednost

$$\frac{1}{16}\cdot\frac{16}{6.10^{23}} = \frac{1}{6.10^{23}}.$$

Drugim rečima, *ajm* nije ništa drugo do recipročna vrednost Avogadrovog broja:

$$1\ ajm = \frac{1}{6.10^{23}}\ g = 1{,}66.10^{-24}\ g = 1{,}66.10^{-27}\ kg.$$

• *Jedinica energije je elektron-volt*. Ako se posmatra naelektrisanje E, potčinjeno razlici potencijala V, pojavljuje se energija W jednaka EV. Ako se, dakle, za E uzme stalna vrednost, može se uspostaviti korespondencija između W i V. Ako se za E usvoji vrednost elementarnog naelektrisanja e elektrona, $e = 1{,}6.10^{-19}$ kulona, i ako se u obrascu $W = EV$, gde je E postalo e, da V vrednost 1 volta, proizvod eV definiše *elektron-volt*; to je energija koju dobija, u obliku kinetičke energije, čestica koja nosi elementarno naelektrisanje e i koja je prošla kroz razliku potencijala od 1 volta.

Veza između elektron-volta i džula je, dakle

$$1\ eV = 1{,}6.10^{-19}\ \text{džula};$$
$$1\ MeV = 10^6 eV = 1{,}6.10^{-13}\ \text{džula}.$$

AJNŠTAJNOVA RELACIJA: $E = mc^2$. Kvalitativni izraz Ajnštajnove formule. Nauka XIX veka bila je definisala masu i energiju kao odvojene realnosti koje se održavaju nezavisno jedna od druge i upravljaju po različitim principima.

Materija ili masa ne može biti ni stvorena ni uništena, već samo može menjati svoj oblik. Postojala je sumnja da su ove veličine međusobno povezane, jer se uvek masa pojavljivala kao podloga energije. Pretpostavljalo se isto tako da se ova podloga može transformisati u energiju ili da se, obrnuto, energija može »kondenzovati« u masu. Kada je Ajnštajn postavio osnove svoje teorije relativnosti, pokazalo se neophodnim da se izvrše izmene u klasičnim zakonima mehanike, i tada je Ajnštajn odatle izveo princip ekvivalentnosti mase i energije. Masa nekog tela može se posmatrati kao rezerva energije. Svako telo koje oslobađa toplotu, to jest koje predaje izvesnu količinu energije, ili koje emituje izvesno zračenje, gubi od svoje mase. Obratno, svako telo koje prima toplotu ili koje apsorbuje zračenje, povećava svoju masu. Ne postoji, dakle, s jedne strane princip održanja mase, a s druge princip održanja energije; u stvarnosti postoji samo jedan princip održanja koji se primenjuje na skup masa plus energija, i kvalitativno se dolazi do činjenice da je

$$\text{energija} \propto \text{masa}.$$

Kvantitativni izraz Ajnštajnove jednačine. Napisana u prethodnom obliku, Ajnštajnova relacija nije dimenziono tačna. Energija ima istu dimenzionu jednačinu kao i rad, ili u funkciji takozvanih osnovnih jedinica, mase M, dužine L, vremena T: ML^2T^{-2}. To je dakle proizvod M i L^2T^{-2}, ili $\left(\frac{L}{T}\right)^2$, što predstavlja kvadrat brzine. Da bi prethodna relacija, energija $\propto$ masa, bila homogena, neophodno je pisati: energija = masa.(brzina)^2.

Ponovo se nalazi, sa tačnošću faktora 1/2, izraz za vrednost kinetičke energije tela u kretanju. Ali Ajnštajnova originalnost sastojala se u tome što je on tvrdio da brzina, koja treba da se pojavi u prethodnom izrazu, mora biti brzina svetlosti u vakuumu, c, i prethodna jednačina postaje

$$E = mc^2.$$

U vakuumu svetlost ima brzinu c približno jednaku 300000 km/s, ili 3.10^8 m/s. Njen kvadrat je $c^2 = 9.10^{16}$. Ajnštajnova jednačina piše se tada

$$E = 9.10^{16}\cdot m \simeq 10^{17}\cdot m,$$

sa E izraženim u džulima a m u kilogramima.

U ovoj prethodnoj jednačini $E = mc^2$, m je masa tela u mirovanju. Ali ako se telo kreće izvesnom brzinom, njegova masa se menja, ona postaje

$$m' = m\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

U ovim uslovima, energija tela u kretanju, u funkciji mase u mirovanju m i njegove brzine v, data je jednačinom

$$E' = mc^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Izvesne čestice se kreću brzinom svetlosti; to su fotoni koji predstavljaju sastavne korpuskule elektromagnetskih polja, kao što su svetlost, radiotalasi, X- ili γ-zraci. Fotoni prenose energiju $E = h\nu$, gde je ν frekvencija radijacije, a h univerzalna Plankova konstanta. U prethodnoj jednačini imenitelj je nula za $v = c$; prema tome, E može imati konačnu vrednost samo ako je brojitelj jednak nuli, to jest ako je m_0 takođe jednako O, jer ako to ne bi bilo tako, E bi bilo beskonačno, što je u suprotnosti sa hipotezom; drugim rečima, ako fotoni imaju brzinu jednaku brzini svetlosti a energiju konačnu, njihova masa mora nužno biti nula.

Posledice principa ekvivalentnosti masa-energija. Ajnštajn je pokazao da su masa i energija izraz jedne iste suštine i da je skup energija + masa invarijanta. Relacija $E = mc^2$ može se izraziti promenama od E, ΔE i od m, Δm: $\Delta E = \Delta m.c^2$. Promeni

Δm mase, u jednom ili drugom smeru, odgovara promena ΔE energije u suprotnom smeru. Ako se želi »dobiti« energija, treba »dati« masu, to jest poći od reakcije u kojoj dolazi do gubitka mase. Ako se c^2 zameni približnom vrednošću jednakom 10^{17} (u jedinicama SI), promene energije i mase praktično se izražavaju jednačinom $\Delta E \simeq 10^{17}.\Delta m$. S obzirom na uticaj faktora 10^{17}, izvanredno mali gubitak mase Δm izazvaće pojavljivanje znatne količine energije, jer se zarez mora pomerati za 17 mesta udesno. U Suncu se 570 milijardi kilograma vodonika pretvara svakog sekunda u 566 milijardi kilograma helijuma. Ova transformacija se odvija, dakle, uz gubitak mase od 4 milijarde kilograma transformisanih u energiju, a koji sačinjavaju »gorivo« Sunca. Ovaj gubitak mase na sekund je ogroman u ljudskim merilima, ali budući da masa Sunca iznosi 2.10^{30} kg, to odgovara rezervi za izvestan broj milijardi godina.

Atomska jedinica mase ima vrednost

$$1\ ajm = 1{,}66.10^{-27}\ \text{kg}.$$

Ili, ako se primenom Ajnštajnove jednačine izrazi u džulima

$$1\ ajm = 9.10^{16}.1{,}66.10^{-27} = 1{,}49.10^{-10}\ \text{džula};$$

kako je $1\ \text{MeV} = 1{,}6.10^{-13}$ džula, imamo

$$1\ ajm = \frac{1{,}49.10^{-10}}{1{,}6.10^{-13}} = 931\ \text{MeV}$$

Vrednost atomske jedinice mase je veoma bliska masi protona i masi neutrona koje iznose 1,008 12 *ajm* odnosno 1,008 93 *ajm*. Čitava energija, ekvivalentna masi sadržanoj u jezgru atoma, ne može se iskorišćavati; danas se može koristiti samo mali procenat ove energije. Da bi se proizveo par elektrona, potrebno je nešto više od hiljadu elektron-volti; ovaj ogled je izveden 1933. Isto tako, da bi se proizveo par mezona, čestica koje se nalazę u kosmičkom zračenju, potrebno je oko 400 MeV (ogled izveden 1948).

ENERGETSKI BILANS REAKCIJE. Opšta razmatranja. Izračunajmo energiju koja se može osloboditi u reakciji

$$A + B \rightarrow D + E.$$

Označimo malim slovima odgovarajuće mase jezgra. Pretpostavimo da je ta reakcija takva da je

$$a + b > d + e,$$

drugim rečima, da je masa sastojaka na početku reakcije veća od mase sastojaka na kraju reakcije; uočava se, dakle — pošto je pretpostavljeno da se reakcija odvija s leva na desno — gubitak mase $\Delta m = (a+b) - (d+e)$, kojem odgovara oslobađanje energije:

$$\Delta E = [(a+b) - (d+e)].c^2.$$

U ovim uslovima reakcija se naziva *egzoenergetska*; do nje može doći bez ulaganja energije, što ne znači, uostalom, da će se ona obavezno dogoditi.

Ako bismo, naprotiv, imali

$$a + b < d + e,$$

reakcija bi se zvala *endoenergetska*. Do nje bi moglo doći samo ako bi se unela određena količina energije.

Slučaj hemijskih reakcija. Uzmimo prost primer $C + O_2 \rightarrow CO_2$. Ova reakcija je egzotermička, budući da je obrazovanje ugljendioksida od ugljenika i kiseonika praćeno oslobađanjem toplote. Na molekul obrazovanog ugljendioksida oslobađa se E = 94000 malih kalorija

$$C + O_2 \rightarrow CO_2 + 94000\ \text{kalorija}.$$

Budući da postoji oslobađanje toplote, postoji gubitak mase koji se ceni, primenjujući Ajnštajnovu jednačinu, na $0{,}44.10^{-8}$ g. On je, dakle, reda desetmilijarditog dela grama; ova promena je ispod preciznosti koju dozvoljavaju najsavršeniji instrumenti. Vidi se zbog čega je Lavoazjeu bilo nemoguće da izrazi svoj zakon u različitom obliku od onoga koji mi poznajemo: »Ništa se ne gubi, ništa se ne stvara«.

Slučaj nuklearnih reakcija. Posmatrajmo bombardovanje litijuma 7 protonima; dolazi do obrazovanja helijuma:

$$^1_1H + {}^7_3Li \rightarrow 2\,{}^4_2He.$$

Mase pojedinih sastojaka, izražene u *ajm*, su, ograničavajući se na četiri decimala:

$$^1_1H = 1{,}008\ 1, \quad {}^7_3Li = 7{,}018\ 0, \quad {}^4_2He = 4{,}003\ 9.$$

Masa leve strane prethodne reakcije je $1{,}008\ 1 + 7{,}018\ 0 = 8{,}026\ 1$. Masa desne strane iznosi dva puta 4,003 9, ili 8,007 8.

Postoji, dakle, razlika mase od

$$8{,}026\ 1 - 8{,}007\ 8 = 0{,}018\ 3\ ajm.$$

Kako je $1\ ajm = 931$ MeV, ovo smanjenje mase odgovara pojavljivanju energije od $0{,}018\ 3 \times 931 = 17{,}04$ MeV. U ovim uslovima, prethodna nuklearna reakcija piše se korektno

$$^1_1H + {}^7_3Li \rightarrow 2\,{}^4_2He + 17{,}04\ \text{MeV}.$$

Ova količina od 17,04 MeV naziva se »Q« reakcije, a njeno određivanje predstavlja energetski bilans reakcije. Ovaj energetski bilans može se odrediti merenjem ili promene mase ili promene energije. Oba metoda dovode uvek do istog rezultata, što predstavlja eksperimentalni dokaz Ajnštajnove jednačine. Q može biti negativno, što znači da u izvesnim slučajevima treba ulagati energiju da bi se mogla proizvesti reakcija; na primer, sledeća reakcija

$$^6_3Li + {}^4_2He \rightarrow {}^9_4Be + {}^1_1H,$$

zahteva ulaganje od 2 MeV.

Kod fisije (cepanja) jezgara izvesnih teških elemenata i kod fuzije (spajanja) izvesnih jezgara lakih elemenata, uočeni gubici mase su znatni, kao što su znatne i količine energije koje se pojavljuju. Kod izvesnih nuklearnih reakcija ove količine energije su reda više stotina miliona elektron-volti, dok je kod hemijskih reakcija oslobođena energija reda samo 1 do 2 elektron-volta. U pojavama fisije, gubici mase su reda hiljaditog dela masa početnih sastojaka, a u pojavama fuzije ovi gubici mogu biti i stoti deo prisutnih početnih masa.

ENERGIJA VEZE ILI DEFEKT MASE NUKLEUSA. Definicija energije veze. Posmatrajmo neko jezgro obrazovano od Z protona i od A — Z neutrona (Z, atomski broj; A maseni broj).

• Ako se sa p obeleži masa protona (1,008 12 *ajm*) a sa n masa neutrona (1,008 93 *ajm*), u svim jezgrima elemenata konstatuje se da je zbir masa sastavnih nukleona, to jest

$$\begin{matrix}\text{masa protona} + \text{masa neutrona} \\ Zp \quad + \quad (A-Z)n\end{matrix}$$

uvek *veća* od mase obrazovanog jezgra, koja se može predstaviti sa M(ZA). Ova pojava se izražava time što se kaže da *obrazovanje jezgra*, bilo kog, dovodi uvek do *deficita* u bilansu masa, jer se na kraju u masi dobija manje nego što se imalo u početku. Kaže se da postoji *defekt mase*:

$$Zp + (A-Z)n > M(ZA).$$

Ako se želi ponovo da uspostavi ravnoteža, treba pisati

$$Zp + (A-Z)n = M(ZA) + m;$$

m je vrednost defekta mase.

Ono što se izgubi u masi, mora se dobiti u energiji primenom Ajnštajnove relacije. Energija E koja odgovara defektu mase m, a koja se naziva *energija veze*, ima vrednost

$$E = [Zp + (A-Z)n - M(ZA)]c^2.$$

Ovu energiju oslobađaju nukleoni u momentu njihovog ulaska u jezgro na račun gubitka mase koju su oni pretrpeli.

• Najčešće se izračunavaju gubici mase, prema tome oslobađanje energije za svaki nukleon; prosečno će svaki nukleon, ulazeći u jezgro, izgubiti $\frac{m}{A}$ u masi, ali će omogućiti oslobađanje energije jednake $\frac{E}{A}$; ovu energiju oslobađa, dakle, prosečno nukleon u momentu obrazovanja jezgra. Obrnuto, kada nukleon izlazi iz jezgra, kada, na primer, želimo izbiti jedan nukleon, treba utrošiti istu količinu energije: ukoliko je $\frac{E}{A}$ veće, utoliko je posmatrani element stabilniji, to jest utoliko se teže dezintegriše. U slučaju jezgra helijuma 4, ^4_2He, Z = 2 i A — Z = 2.

$$Zp + (A-Z)n = 2.1{,}008\ 12 + 2.1{,}008\ 93 = 4{,}034\ 1\ ajm.$$

S druge strane, tablice daju

$$M(ZA) = 4{,}003\ 88\ ajm.$$

Prema tome,

$$Zp + (A-Z)n - M(ZA) = 0{,}030\ 22\ ajm,$$

što odgovara

$$E = 0{,}030\ 22.931 = 28{,}135\ \text{MeV}.$$

Ukupna energija veze u posmatranom slučaju jednaka je, dakle, 28,135 MeV; energija veze po nukleonu je oko 7 MeV; 7 MeV oslobađa se, dakle, prosečno po svakom od nukleona kada oni obrazuju jezgro helijuma 4, i obrnuto, kada se želi izbiti jedan nukleon jezgra helijuma, treba utrošiti 7 MeV.

Kriva defekta mase. U pravouglom koordinatnom sistemu na apscisu nanose se maseni brojevi A, a na ordinatu energija veze po nukleonu $\frac{E}{A}$. Zbog toga se za svako jezgro izračunava veličina $\frac{m}{A}$ (izražena u *ajm*). Množeći ovu veličinu sa 931, izražavamo je u megaelektron-voltima (MeV). Dobija se »kriva defekta mase«, na kojoj se mogu razlikovati tri dela:

a) Jedan deo veoma strmog uspona koji odgovara lakim elementima. Izvesni elementi, ^4_2He, ^4_3Li, $^{10}_5B$, $^{16}_8O$, nalaze se izvan ove krive; to će reći da ova jezgra imaju veliku energiju veze, dakle, da su to elementi stabilniji od njihovih suseda;

b) Drugi deo koji ima maksimum od 8,4 MeV u blizini A = 60. U prvoj aproksimaciji, za elemente čiji se maseni broj kreće između 100 i 150 (od gvožđa do kalaja), može se reći da energija veze po nukleonu iznosi prosečno 8 MeV;

c) Najzad, silazni deo koji odgovara teškim elementima. Za A = 238 (uranijum),

$$\frac{E}{A} = 7{,}6\ \text{MeV}.$$

Zaključci. Ispitivanje krive defekta mase dozvoljava da se izvuku veoma važni zaključci.

• *Fisija (cepanje) teških jezgara.* Kada jedan neutron izazove fisiju jezgra uranijuma 235, obrazuju se elementi koji se nalaze približno u sredini Mendeljejevljeve tablice, to jest elementi koji odgovaraju vrednosti $\frac{E}{A}$, koja je u preseku jednaka 8,4 MeV;

to pokazuje kriva defekta mase. U momentu obrazovanja produkata fisije nukleoni će osloboditi prosečno po 8,4 MeV; kako je njihov broj 235 (u stvarnosti ima ih nešto manje, jer su dva do tri neutrona izbačena) u jezgru uranijuma, doći će do ukupnog oslobađanja 8,4.235 MeV, ali, da bi se napustilo jezgro uranijuma, treba utrošiti 7,6.235 MeV, što znači da ćemo imati dobit od $235(8{,}4-7{,}6)\simeq 200$ MeV.

• *Fuzija* (*spajanje*) *lakih jezgara.* Ako se izazove fuzija lakih elemenata, količina oslobođene energije još je mnogo veća nego u prethodnom slučaju. Najzad, postoje empirijski obrasci koji dozvoljavaju da se izračunaju mase stabilnih jezgara, dakle, energije veze.

IZUČAVANJE FISIJE

ISTORIJAT RADOVA. Radovi koji su doveli do otkrića fisije izvesnih teških jezgara odvijali su se između 1934. i 1939. Dobijeni rezultati bili su normalna posledica dva velika otkrića, do kojih se došlo 1932. i 1934: otkriće neutrona i otkriće veštačke radioaktivnosti.

Fermijevi radovi. Nakon otkrića veštačke radioaktivnosti, Fermi i njegovi saradnici u Rimu, odlučili su da izuče dejstva neutrona na sve poznate elemente. Fermi je utvrdio da je fluor (br. 9) bio prvo jezgro koje se moglo učiniti radioaktivnim, pošto ona koja se nalaze ispred njega u tablici Mendeljejeva, podvrgnuta istim ogledima, nisu ništa dala. Fermi i njegovi saradnici brzo su došli do poslednjih poznatih prirodnih elemenata i izučili su dejstvo neutrona na uranijum. Fermi je dobio niz novih jezgara i u skladu sa postojećim principima smatrao je da je otkrio elemente teže od uranijuma, koje je on nazvao »transuranski«, što znači »smešteni s one strane uranijuma«. Objavljeno je, dakle, otkriće niza novih elemenata; kako su ovi smešteni u Mendeljejevljevoj tablici ispod poznatih elemenata, zlata, iridijuma, renijuma, oni su prosto nazvani ekazlato, ekaridijum, ekarenijum, gde »eka« na grčkom znači »ispod«; atomski brojevi ovih tela nalazili su se između 94 i 97.

Radovi Frederika i Irene Žolio-Kiri. Tokom više godina nastojalo se da se identifikuju ovi radioaktivni elementi, čije su dobijene mase bile tako male, da je jedini ozbiljni faktor identifikacije bilo merenje perioda. 1937. Irena Žolio-Kiri je posumnjala u Fermijeve rezultate, kao što je to učinila još 1934. Nemica Novak, koja je iznela mišljenje da se jezgro uranijuma mora razbiti i izazvati nastajanje drugih jezgara. 1937 i 1938. Irena Žolio-Kiri i Pavle Savić*) u laboratoriji Kolež de Fransa (Collège de France), podržavajući gledište Nemice Novak, dali su prve dokaze. Krajem 1938. Frederik Žolio-Kiri ubedio se da se jezgro uranijuma razbija na dva dela, na osnovu sledećeg prostog ogleda: on je uzeo dva mala cilindra koji su se mogli uglaviti jedan u drugi, prvi od mesinga, a drugi za oko 3 cm veći, od bakelita. Premazao je spoljašnjost cilindra od mesinga oksidom uranijuma i postavio je u unutrašnjost dva nasađena cilindra izvor neutrona. Čekao je nekoliko minuta i podigavši spoljni cilindar, konstatovao je:

1. Da je cilindar od bakelita radioaktivan;

2. Da se (to je bio rezultat hemijskih analiza) na njegovoj unutrašnjoj strani nalaze tragovi barijuma ($Z=46$) kao i drugih elemenata. Kako objasniti ove rezultate? Moralo se pretpostaviti da su atomi bili izbačeni sa spoljašnje strane mesinganog cilindra, gde je bio nataložen uranijum, na unutrašnju stranu bakelitskog cilindra i da je došlo do obrazovanja novih elemenata na bazi razbijanja jezgara uranijuma.

Radovi Hana i Štrasmana. Rezultati radova Frederika Žolio-Kirija bili su saopšteni Akademiji nauka u Parizu 30. januara 1939; međutim, 6. januara u Nemačkoj je objavljen rad dvojice hemičara, Hana (Hahn) i Štrasmana (Strassmann), koji su bili otišli veoma daleko u analizi produkata koje daje uranijum u Fermijevom ogledu; njihovi radovi su potvrdili vrednost rezultata koje su dobili u Nemačkoj Novakova, a u Francuskoj Frederik Žolio-Kiri, njegova žena i Savić: naime, da se jezgro uranijuma, pod dejstvom neutrona, »cepa« na dvoje da bi dalo dva jezgra približno jednakih masa.

Radovi ekipe Žolio-Halban-Kovarski. Na bazi dobijenih rezultata uvidelo se da tu postoji mogućnost da se oslobodi znatna atomska, bolje reći, nuklearna energija. Sledeću etapu ostvarila je francuska ekipa Žolio, Halban i Kovarski. Ona je pokazala da dobijenu fisiju pod dejstvom jednog neutrona prati oslobađanje u proseku dva do tri neutrona po jezgru uranijuma koje je pretrpelo fisiju. Ovaj izvanredno važan rezultat bio je predmet jednog saopštenja Akademiji nauka 8. marta 1939. Sedam dana kasnije Fermi i Silar (Szilard) su objavili slično saopštenje u Njujorku. Ovoga puta, francuski istraživači — koje su preduhitrili Nemci u januaru — preduhitrili su sa svoje strane svoje američke kolege.

Ovo otkriće, kao i više drugih ogleda, dozvolili su da se pronađe princip i funkcionisanje »atomskih peći«. Maja 1939. Fransis Peren (Francis Perrin) precizirao je pojam kritične mase. Patenti, u kojima je bila objašnjena suština funkcionisanja reaktora, bili su deponovani 1939. i 1940.

FISIJA JEZGRA URANIJUMA 235. Prirodni uranijum je praktično sastavljen od dva sledeća izotopa: uranijuma 235, formule $^{235}_{92}U$, u srazmeri 0,7 procenata, i uranijuma 238, formule $^{238}_{92}U$, u srazmeri 99,3 procenta. Uranijum 235 sačinjava, dakle, samo sto četrdeseti deo prirodnog uranijuma. Samo ovaj izotop 235 podložan je fisiji pod dejstvom takozvanih »termičkih« neutrona, to jest neutrona koji imaju energiju oko 1/40 elektron-volti.

Jezgro uranijuma 235 sadrži 92 protona i 143 neutrona. Pod dejstvom jednog termičkog neutrona, ovo jezgro može pretrpeti fisiju uz obrazovanje produkata fisije F i F′, izbacivanje dva ili tri neutrona i oslobađanje velike količine energije.

Reakcija se piše

$$^{235}_{92}U+{}^{1}_{0}n \;\rightarrow\; {}^{236}_{92}U \;\rightarrow\; F+F'+(2\text{ do }3)\,{}^{1}_{0}n+ +200\text{ MeV}.$$

U ovoj reakciji upadni neutron stvara jedno složeno jezgro $^{236}_{92}U$. To je jezgro koje trpi fisiju, a ne početno jezgro.

Pojava se može izazvati uvođenjem u proces izvora, sposobnog da proizvodi »bujice« neutrona, koji otpočinju reakciju. Prosto i klasično sredstvo sastoji se u korišćenju male ampule, u koju se pre zalemljivanja stavlja prah berilijuma i radona. Kako je radon emiter alfa zračenja, dolazi sa berilijumom do reakcije koja se piše

$$^{4}_{2}He+{}^{9}_{4}Be \;\rightarrow\; {}^{12}_{6}C+{}^{1}_{0}n, \quad \text{ili} \quad {}^{9}_{4}Be\,(\alpha,n)\,{}^{12}_{6}C.$$

U ovoj reakciji jedan milikiri radona oslobađa 25000 neutrona na sekund. Ali teški elementi poseduju isto tako izvesnu verovatnoću spontane fisije. Ova verovatnoća je veoma mala za jedno posmatrano jezgro, ali zbog broja jezgara koja učestvuju, dolazi prosečno do 40 spontanih fisija na minut i na gram materije u slučaju uranijuma 235.

• Produkti fisije. U opštoj reakciji koja izražava rezultate razbijanja jezgra uranijuma, dolazi do obrazovanja dva druga jezgra F i F′ koja se nazivaju *primarni produkti fisije*. Fisija se može ostvariti na trideset do četrdeset različitih načina sa različitim stepenom verovatnoće.

Jezgro uranijuma stvara, dakle, dva jezgra novih elemenata, dva primarna proizvoda fisije. Jedno od ovih jezgara je teže od drugog i sve se događa kao da se kap vode deli na dve manje i nejednake kapi. Produkti ovog razbijanja raspodeljuju se u dve grupe. Prva grupa obuhvata primarne produkte fisije, nazvane »laki«, kod kojih se maseni broj A približno kreće između 85 i 105 ($85<A<105$). Druga grupa obuhvata primarne produkte fisije nazvane »teški«, kod kojih se maseni broj A približno kreće između 130 i 150 ($130<A<150$). Maseni brojevi dva primarna produkta fisije grupišu se tako oko dve srednje vrednosti 96 i 140. Tako se dobijaju, na primer, parovi kripton i barijum, rubidijum i cezijum, zirkonijum i telur.

Razbijanjem jezgra uranijuma 235 može se na taj način dobiti 30 ili 40 parova primarnih produkata fisije. Svaki par rađa desetak potomaka usled radioaktivnih transmutacija. Na taj način moglo se pristupiti identifikovanju 300 do 400 produkata fisije, obično čvrstih na normalnoj temperaturi. Atomski brojevi Z ovih produkata fisije kreću se između 30 (cink) i 63 (europijum). Primarni produkti fisije i oni koji iz njih proističu daju višak neutrona. Ovi se transformišu u protone uz emisiju elektrona:

$$^{1}_{0}n \;\rightarrow\; {}^{1}_{1}H+{}^{0}_{-1}e.$$

Ova transformacija objašnjava radioaktivnost produkata fisije. Svi produkti fisije su emitori β-zračenja; približno polovina od njih su emiteri γ-zračenja, a neki su emiteri neutrona. Periodi su jako promenljivi i kreću se od dela sekunda do milion godina. Produkti kratkog perioda, to jest oni čiji period je reda minuta i sekunda, su daleko najbrojniji. Usled toga, nakon relativno kratkog vremena, ovi radioaktivni elementi biće na neki način neutralizovani. Izvesni produkti fisije imaju, međutim, duge periode. Uzmimo, na primer, da razbijanje jednog jezgra uranijuma 235 daje kripton 91 i barijum 143. Kripton poseduje višak od pet neutrona u odnosu na svoj najbliži stabilni izotop; on se transformiše u rubidijum 91, i tako redom.

• Izbacivanje neutrona. Kada termički neutron, koji se katkad naziva *neutron prve generacije*, izaziva fisiju jezgra uranijuma 235, konstatuje se uporedo sa obrazovanjem produkata fisije i izbacivanje neutrona. To je ona druga pojava predstavljena u reakciji koja izražava opštu pojavu, uslovljavajući da se pojavi član (2 do 3) $^{1}_{0}n$. Dva do tri neutrona, koji se nazivaju *neutroni druge generacije*, izbačena su, dakle, za vreme fisije početnog jezgra. Njihovu sudbinu izučavaćemo kasnije.

Gotovo svi neutroni (99 procenata) emitovani su u vremenu reda od 10^{-12} do 10^{-14} sekunda. To su *brzi ili promptni neutroni*. Oni imaju različite sopstvene energije i postoje krive (nazvane *spektri fisije*) koje daju procenat neutrona kao funkciju energije. Ali postoje takođe i *zakasneli neutroni* (manje od 1 procenta), koji se pojavljuju tek nakon izvesnog vremena. Oni proizlaze iz izvesnih radioaktivnih raspadanja produkata fisije i igraju važnu ulogu u kontrolisanju reaktora.

• Oslobađanje energije. Fisija jezgra uranijuma 235 izaziva oslobađanje znatne energije od oko 200 MeV koja se pojavljuje na desnoj strani reakcije, koja izražava opštu pojavu. Ova vrednost od 200 MeV po jezgru koje je pretrpelo fisiju, sa kojom smo se susreli već kod izučavanja energije veze, sama po sebi je bez sumnje mala, ali ona se očevidno umnožava brojem jezgara zahvaćenih reakcijom. Ukupna oslobođena energija je uglavnom sastavljena od kinetičke energije fragmenata fisije; ali treba pomenuti i energiju koju oslobađaju neutroni i γ-zraci, momentano emitovani, kao i energiju koja proizlazi iz radioaktivnog raspadanja produkata fisije. Treba podvući:

1. Da produkti fisije imaju veliku brzinu (ona može dostići više hiljada kilometara/sekund za fragmente fisije od 1 MeV);

2. Da se značajan deo energije oslobađa u obliku zračenja.

Količina energije koja se pojavljuje daje eksperimentalnu potvrdu Ajnštajnove relacije.

FISIONE SUPSTANCIJE. Da bi se mogla proizvesti fisija, potrebno je da fisiona supstancija i projektil, to jest neutron, zadovoljavaju izvesne uslove.

*) **Pavle Savić (roden 1909),** istaknuti jugoslovenski nuklearni fizičar. Profesor Univerziteta u Beogradu, predsednik SANU i član drugih akademija nauka. — Red.

Fisija pomoću termičkih neutrona. Kod ove fisije glavnu ulogu igraju neutroni, čija je energija oko 1/40 elektron-volta. Samo ovaj tip fisije nema energetskog praga. On se događa na tri fisione supstancije: uranijum 235, plutonijum 239 i torijum 233.

• Dok pod dejstvom termičkih neutrona uranijum 235 trpi fisiju, izotop 238 se transformiše u uranijum 239, prema jednačini

$$^{238}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{92}\mathrm{U}.$$

Uranijum 239 je emiter β-zračenja (perioda od 23,5 minuta). Dolazi, dakle, do transmutacije koja dovodi do neptunijuma 239, prema jednačini

$$^{239}_{92}\mathrm{U} \rightarrow ^{239}_{93}\mathrm{Np} + ^{0}_{-1}e.$$

I neptunijum takođe emituje β-zračenje (perioda 2,3 dana), prema jednačini

$$^{239}_{93}\mathrm{Np} \rightarrow ^{239}_{94}\mathrm{Pu} + ^{0}_{-1}e.$$

Dobija se plutonijum 239, emiter zračenja čiji je period veoma velik (24000 godina) i koji se može smatrati stabilnim. Uranijum 238 pojavljuje se tako kao začetnik obrazovanja plutonijuma. Sem što se radi o *fisionom materijalu* (podrazumevajući termičke neutrone), on predstavlja i *plodan materijal*.

• Polazeći od torijuma 232 kao plodnog materijala i ozračavajući ga, dobija se uranijum 233 pomoću reakcija sličnih reakcijama koje su od uranijuma 238 dovele do plutonijuma 239:

$$^{232}_{90}\mathrm{Th} + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{233}_{90}\mathrm{Th} + \gamma;$$

$$^{233}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow ^{233}_{91}\mathrm{Pa} + ^{0}_{-1}e \text{ (period od 23,5 minuta);}$$

$$^{233}_{91}\mathrm{Pa} \rightarrow ^{233}_{92}\mathrm{U} + ^{0}_{-1}e \text{ (period od 27,4 dana).}$$

Mogućnosti uranijuma 233 dosad nisu iskorišćavane.

Fisija pomoću brzih neutrona. Izvesna jezgra, ako ne trpe fisiju pod dejstvom termičkih neutrona, mogu, naprotiv, pretrpeti *fisiju pomoću brzih neutrona*. Kaže se da u tim uslovima postoji energetski prag, prag koji se, uostalom, menja u zavisnosti od mete potčinjene dejstvu neutrona. Tako će kod uranijuma 238 fisija biti izazvana kada neutroni imaju energiju od 1,5 MeV.

IZUČAVANJE FUZIJE

OSNOVNE REAKCIJE. Da bi se proizvela nuklearna energija treba izazvati ili reakcije fisije izvesnih teških jezgara, ili reakcije fuzije izvesnih lakih jezgara. U pojavama fisije gubitak mase je reda hiljaditog dela mase početnih sastojaka (10^{-3}), dok je on reda stotog dela (10^{-2}) u pojavama fuzije. Videli smo da deuterijum $^{2}_{1}\mathrm{H}$ i tricijum $^{3}_{1}\mathrm{H}$, izotopi vodonika, predstavljaju najzanimivije lake elemente.

Osnovne reakcije. To su sledeće:

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{3}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}n + 3{,}3 \text{ MeV}; \quad (1)$$

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{3}_{1}\mathrm{H} + ^{1}_{1}\mathrm{H} + 4 \text{ MeV}; \quad (2)$$

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}n + 17{,}7 \text{ MeV}; \quad (3)$$

što se prostije piše

$$\mathrm{D} + \mathrm{D} \rightarrow {}^{3}\mathrm{He} + n; \quad (1)$$

$$\mathrm{D} + \mathrm{D} \rightarrow \mathrm{T} + \mathrm{H}; \quad (2)$$

$$\mathrm{D} + \mathrm{T} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + n; \quad (3)$$

Reakcije (1) i (2) imaju približno istu verovatnoću ostvarenja; kaže se da imaju isti efektivni presek (10^{-2} barna). Ako se posmatra reakcija (1), jedna trećina energije od 3,3 MeV pojavljuje se u obliku neutrona — izgubljeni deo —, a dve trećine u obliku $^{3}_{2}\mathrm{He}$ — povraćeni deo. U reakciji (3) imamo 17,7 MeV, ali četiri petine su izgubljene ($^{1}_{0}n$) a samo se peti deo vraća ($^{4}_{2}\mathrm{He}$); efektivni presek ove reakcije je veoma velik; ova reakcija može, dakle, poslužiti kao reakcija za pobuđivanje.

Uslovi realizacije. Jezgra deuterijuma i tricijuma su pozitivno naelektrisana. Kada se želi realizovati njihova fuzija, potrebno je savladati elektrostatičke sile odbijanja. Za dva jezgra pozitivnog naelektrisanja $Z_1 e$ i $Z_2 e$ (gde je Z broj protona u jezgru, to jest atomski broj elementa, a e elementarno naelektrisanje protona), ova sila jednaka je $\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r^2}$, gde je r rastojanje između jezgara. Da bi se savladale ove elektrostatičke sile, potrebno je jezgrima dati izvesnu brzinu. U laboratoriji, da bi se postigla fuzija dve čestice, mogu se lakša jezgra jonizovati, zatim ubrzati i pustiti na metu sastavljenu od drugih jezgara; prinos ovog postupka je uvek osrednji. Kada je meta tanka, većina projektila prolazi kroz nju bez zaustavljanja, a kada je ona debela, dolazi do izvesnog kočenja od strane mete, pa ne dolazi ni do kakve reakcije.

• Ako se želi dobiti značajan prinos, potrebno je ubrzati obe čestice odjednom. To se postiže dovođenjem fuzionih elemenata na veoma visoku temperaturu. Tako se povećava kinetička energija čestica koja predstavlja funkciju temperature; za datu česticu mase m, srednje brzine v, imamo relaciju

$$\frac{1}{2}mv^2 = \mathrm{KT},$$

gde je K konstanta (jednaka $0{,}861 \cdot 10^{-4}$, ako je energija koju predstavlja leva strana izražena u elektron-voltima); T je apsolutna temperatura.

Na temperaturi od 20°C (ili oko 300°K) imamo energiju od 1/40 elektron-volta, što predstavlja termičku energiju atoma na normalnoj temperaturi; potrebno je da se temperatura »popne« na 12 miliona °K da bi se dobilo 1000 eV.

— Ako materiju zagrevamo do 5000°C, atomi postaju u neku ruku raštrkani; ako se temperatura još povećava, elektroni iskaču iz svojih orbita, pa imamo smešu jona, elektrona i jezgara, što predstavlja ono što se naziva *plazma*.

— Na 100000°C smatra se da je čitava smeša u potpunosti jonizovana.

— Na milion stepeni pojavljuju se neutroni, što znači da je došlo do reakcija fuzije.

— Na 100 miliona stepeni energija koja se pojavljuje je reda 10 vati na kubni centimetar, a pritisak plazme dostiže 100 kp/cm².

— Na 400 miliona stepeni ceni se da bi se reakcija morala održavati i da bi morala postojati ravnoteža između elektromagnetskog zračenja i energije proizvedene fuzijom.

— Na milijardu stepeni teorijski bi sve moralo dobro funkcionisati, a pritisak plazme bi dostizao tada 1000 kp/cm².

Da bi se proizvela reakcija D + D, treba dostići temperaturu reda 400 miliona stepeni. Za dobijanje reakcije D + T potrebno je 50 miliona stepeni.

• *Vreme reakcije* takođe igra ulogu. Ako se ono obeleži sa t a ako je n gustina posmatrane sredine po broju jezgara na kubni centimetar, mora se imati približno za reakciju D + D

$$nt = 10^{16}.$$

Za reakciju D + T dovoljno je imati $nt = 10^{14}$. Na početku deuterijum je pod pritiskom 10^{-4} atmosfere, što odgovara gustini od $5 \cdot 10^{15}$ jezgara na kubni centimetar. Da bi se došlo na $nt = 10^{16}$, treba da t bude jednako 2 sekunde; ali do sada nije pošlo za rukom da se održe tako visoke temperature tokom tako dugog vremena!

REALIZACIJE. Da bi se realizovale reakcije fuzije, potrebno je ostvariti visoku temperaturu i održati je izvesno vreme. Problem se u prvom redu sastoji u dobijanju vrlo visokih temperatura.

• Najprostije rešenje sastoji se u izazivanju zagrevanja *Džulovim efektom*: jaka struja (pražnjenje velikih baterija kondenzatora) povećava teorijsko kretanje jona i njihova energija može postati dovoljno velika da savlada sile odbijanja. Tako se može dostići 100000°C, ali počev od te temperature plazma postaje sve više provodnik, tako da ovaj postupak ne dozvoljava dalje povišavanje temperature.

• Termičko kretanje dovodi jone na zidove i plazma se hladi; treba, dakle »zarobiti« ovu plazmu, to jest koncentrisati je prema osi suda. *Ograničenje* ili *spontano sužavanje* (kaže se takođe *pinč-efekt*) izgledalo je da će rešiti problem, ali nestabilnosti plazme brzo su raspršile nade u ovoj oblasti. Učinjeni su pokušaji, doduše bez velikog uspeha, da se poboljša sužavanje, upotrebom dodatnog magnetskog regulatora. Ali tada se ne može više govoriti o česticama, i plazmu treba izjednačiti sa »populacijom«, sa fluidom: to je osnova magnetohidrodinamike.

• Da bi se izbeglo hlađenje koje potiče od elektroda, linijska pražnjenja su zamenjena *torusnim pražnjenjima*. Samo je kod torusa krivina putanja postavila nove probleme, čija su rešenja tražena u SAD pomoću stelaratora (u obliku osmice).

• Uprkos svim naporima, zastalo se još pre nekoliko godina na 30 miliona stepeni. Zbog toga što se više nije moglo zagrevati Džulovim efektom, došlo se na to da se jonima, to jest lakim jezgrima koja treba spajati, da potrebna kinetička energija pomoću posebnog izvora, to jest da im se da *ubrzanje u električnim poljima*. Jedan elektron-volt predstavlja energiju ekvivalentnu 10000°C i dosta lako se dobijaju joni od 200000 eV. Tada su se, međutim, pojavile druge teškoće. S druge strane, postalo je veoma teško voditi čestice ove energije; tada se koriste konfiguracije tipa magnetske boce, sa magnetskim ogledalima na krajevima koja vraćaju čestice i zamenjuju realne zidove suda imaterijalnim magnetskim zidovima; na žalost, ovi magnetski zidovi ne sprečavaju u potpunosti bežanje jona. S druge strane, joni visoke energije udaraju o molekule preostalog gasa i dolazi do razmene naelektrisanja koja vruću plazmu transformiše u hladnu plazmu.

Prvi korak ostvarili su 1962 — 1963. Amerikanci, kojima je pošlo za rukom da u laboratoriji Los Alamosa dobiju temperaturu od 80 miliona stepeni i da je održe tokom više hiljaditih delova sekunda. Ova temperatura odgovara temperaturi mnogo višoj od one koja postoji u centru Sunca; jedan hiljaditi deo sekunda (10^{-3} s) je veoma dugo vreme u nuklearnoj fizici, jer je trajanje života izvesnih elementarnih čestica (sada ih ima više od stotinu) reda 10^{-20} s!

Ova temperatura dobijena je u jednoj »magnetskoj peći« sačinjenoj od jakog magnetskog polja u kome su bila zarobljena jezgra deuterijuma.

Ruski fizičari su uspeli 1964. da tokom više stotih, možda čak tokom više desetih delova sekunda održe plazmu, čija je srednja gustina bila 10 milijardi jona na kubni centimetar, na temperaturi od 40 miliona stepeni.

Danas, da bi se dobile temperature iznad 10⁸°C i proizvod nt reda 10^{14}, ogledi se izgleda orijentišu:

— ili ka upotrebi uređaja koji funkcionišu pod stalnim režimom i u kojima se gubici plazme kompenzuju napajanjem smešom D + T;

— ili ka upotrebi uređaja nazvanih »pulsacioni«, koji stalno trpe pritisak plazme ili magnetskog polja, ali čiji je rad ciklički (ubacivanje gasa i eliminisanje produkata reakcije i neutrošenog gasa);

— ili još ka upotrebi uređaja eksplozivnog tipa, koji se delimično ili potpuno uništavaju posle svakog pražnjenja.

NADE U OVOJ OBLASTI. Da bi se rešio problem fuzije na industrijskom planu, potrebno je dobiti temperaturu od više stotina miliona stepeni i stalno je održavati. Može se postaviti pitanje da li će jednog dana biti rešen ovaj problem!

Teorijski interes. Zasad (1964) se nalazimo u stadijumu čistih istraživanja. Izučava se ponašanje onoga što smo nazvali plazma, četvrtog stanja materije koje se pridružuje čvrstom, tečnom i gasovitom stanju. Tri klasična stanja su, može se reći, zemaljska i planetarna; ona predstavljaju samo mali deo kosmosa. Naprotiv, sve zvezde, a Sunce napose, nalaze se u stanju plazme, jonizovane materije; sve inter-

galaktičke materije nalaze se u tom stanju, sa, razume se, izvanredno malom gustinom, ali sve to predstavlja više od 99 procenata celokupne opštepoznate materije.

Praktični interes. Postupak fuzije dozvolio bi pre svega da se raspolaže praktično beskonačnom količinom energije. U 5 litara vode ima 2/10 grama deuterijuma, čija fuzija bi dala istu količinu energije kao i sagorevanje 1500 litara benzina. Količina deuterijuma sadržana u svim morima i okeanima koji pokrivaju Zemlju, ceni se na nekih 5.10^{13} tona.

Po savremenim američkim normama potrošnje energije i za čovečanstvo od 5 do 6 milijardi ljudi (cifra koja bi se mogla dostići krajem ovog veka) ova količina deuterijuma bila bi dovoljna za snabdevanje energijom tokom 20 miliona godina! S druge strane, a to je od kapitalnog značaja, produkti fuzije, stabilni izotopi helijuma, nisu radioaktivni. U oblasti termonuklearne energije neće se, dakle, naići na probleme radioaktivnih otpadaka, kao kod fisije. Samo će fluks neutrona, koji proizvode reakcije fuzije, biti veoma jak; moći će se proizvesti jaka indukovana radioaktivnost na materijalima reaktora, ali sve se to ne može porediti sa pojavama koje imamo u fisiji.

U budućnosti — možda ne tako dalekoj kao što se misli — moći će se koristiti drugi postupci sem fuzije deuterijuma i tricijuma. Litijum dozvoljava da se ostvare termonuklearne reakcije:

$$^{7}_{3}\mathrm{Li}+^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow 2^{4}_{2}\mathrm{He}+17{,}3\ \mathrm{MeV}.$$

Ali kinetička energija potrebna za ostvarenje fuzije jezgra litijuma i jezgra običnog vodonika je približno dva puta veća od energije koja je potrebna za proizvođenje reakcije D+D. Može biti zanimljivo pokušati da se koristi obični vodonik, čija fuzija je izvor energije zvezda; u nizu reakcija ugljenik igra ulogu katalizatora. Najzad, postoje drugi ciklusi: ciklus vodonika i ciklus koji bi obuhvatio helijum.

Na kraju ovog kratkog pregleda »s one strane deuterijuma», napomenimo da u svim reakcijama u kojima se oslobađa nuklearna energija, bile to reakcije fisije ili fuzije, deo mase koja se transformiše u energiju, prema Ajnštajnovoj relaciji, ostaje veoma mali. Efektivno oslobođene energije su, u megaelektron-voltima, 200 za fisiju jezgra uranijuma 235, 3 ili 4 za reakciju fuzije D+D i 17,6 za reakciju D+T. Kako jedinica atomske mase odgovara 931 MeV, u najpovoljnijem slučaju — to jest u slučaju reakcije D+D — *relativni* gubitak mase je reda nekoliko hiljaditih delova!

savremene teorije fizike

RELATIVNOST

ISTORIJAT. Teorija relativnosti u svoja oba oblika (1905. i 1915) gotovo u celosti delo je Alberta Ajnštajna (1879 — 1955). Specijalnu relativnost predvideo je Lorenc (Lorentz) nakon Majkelsonovog (Michelson) ogleda, a problem koji predstavlja osnovu opšte relativnosti postavio je Mah (Mach) 1880.

SPECIJALNA RELATIVNOST

PRINCIP RELATIVNOSTI U KLASIČNOJ MEHANICI. Prvi zakon mehanike koji su izložili Galilej i Njutn jeste *zakon inercije* koji se može formulisati ovako:

Telo na koje ne dejstvuje nikakva sila nalazi se u mirovanju ili se kreće pravolinijski i ravnomerno.

Ovaj zakon očevidno važi samo u odnosu na posebne koordinatne sisteme. Dovoljan je jedan primer da bi se to shvatilo: zvezde nisu potčinjene nikakvoj sili, a ipak one opisuju krugove u odnosu na Zemlju, i ne izvode pravolinijsko i ravnomerno kretanje. Zakon inercije nije potvrđen za koordinatni sistem vezan za Zemlju. Koordinatni sistemi za koje važi ovaj zakon nazivaju se *Galilejevi* (inercijalni) *sistemi*.

Ako se poznaje jedan Galilejev sistem S, definisan osama Ox, Oy, Oz, onda se poznaje i njihov beskonačan broj. Svaki sistem S′ osa Ox', Oy', Oz', koji u odnosu na S izvodi translatorno pravolinijsko i ravnomerno kretanje, isto tako je Galilejev sistem. Da bismo to pokazali, pretpostavimo da su ose Ox i $O'x'$ kolinearne i da se sistem kreće u odnosu na S brzinom v duž Ox (sl. 1). Imamo

$$(1) \qquad x=x'+vt, \quad y=y', \quad z=z'.$$

Jednačina kretanja jednog pokretnog tela koje nije potčinjeno nikakvoj sili i koje u sistemu S ima ravnomernu brzinu V, biće u ovom sistemu

$$(2) \qquad x=x_0+\mathrm{V}t, \quad y=\mathrm{const}, \quad z=\mathrm{const}.$$

Ona će, dakle, u sistemu S′, ako x, y, z zamenimo sa njihovim vrednostima iz jednačina (1), biti;

$$(3) \qquad x'=x_0+(\mathrm{V}-v)t, \quad y'=\mathrm{const}, \quad z'=\mathrm{const}.$$

Telo se, dakle, kreće i u sistemu S′ ravnomernom brzinom jednakom $\mathrm{V}-v$; ono se i tu pokorava zakonu inercije i S′ je zaista Galilejev sistem.

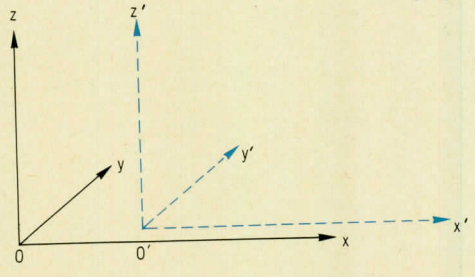
Svi zakoni mehanike, koji proističu iz zakona inercije, važe, dakle, u svim Galilejevim sistemima. *Princip relativnosti* klasične mehanike može se formulisati na sledeći način:

Svi Galilejevi sistemi su ekvivalentni za formulisanje zakona mehanike.

Može se pokazati, kao i napred, da se i osnovni zakon dinamike, $F=m\gamma$, takođe izražava na isti način u sistemima S i S′, kao i svi zakoni fizike koji iz njega proističu; tako, *svi Galilejevi sistemi su ekvivalentni za formulisanje zakona fizike.*

PRIVIDNA PROTIVREČNOST IZMEĐU PRINCIPA RELATIVNOSTI I ZAKONA ELEKTROMAGNETIZMA. Zakoni elektromagnetizma, koji su bezbroj puta potvrđeni, pokazuju da se svaki elektromagnetski talas prostire u vakuumu konstantnom brzinom nezavisnom od pravca, bliskom 300000 km/s. Ova izvanredno potvrđena konstatacija je u protivrečnosti sa obrascima (3); naime, ako je brzina svetlosti c u odnosu na sistem S, izgleda, prema ovim obrascima, da bi u sistemu S′, koji se kreće brzinom v u odnosu na S u pravcu svetlosnog signala brzina svetlosti morala biti $c+v$. Ali ona je uvek jednaka c, kako to pokazuje čuveni Majkelsonov ogled. Klasična teorema o slaganju brzina je, dakle, netačna, a ne princip relativnosti sam po sebi, pri čemu data formulacija ostaje potpuno ispravna.

Sl. 1.



Međutim, klasična teorema o slaganju brzina bazira se na dva principa, koji nikada nisu dovedeni u sumnju, ali koji se, i jedan i drugi, pokazuju kao netačni:

1. Vreme je isto u svim sistemima.

2. Dužina nekog predmeta je ista, bez obzira na sistem u kome se ona meri.

Razmotrimo ih jedan po jedan.

ANALIZA POJMA VREMENA. Pojam vremena se bazira na pojmu simultanosti (istovremenosti) dva događaja. Reći ćemo da su dva događaja koji se odigravaju u tačkama A i B simultani, ako ih posmatrač, postavljen u sredinu AB registruje u isto vreme.

Postavimo pitanje: ako su dva događaja simultani u odnosu na sistem S, da li su oni simultani u sistemu S′, koji je u ravnomernoj translaciji u odnosu na prvi. Uzmimo dva sistema sa slike 1 i pretpostavimo da se dva događaja odigravaju simultano u dve tačke A i B sistema S, smeštene na osi Ox (dva svetlosna bljeska, na primer). To znači da će posmatrač, postavljen u sistemu S, u sredinu M od AB, videti dva događaja u isto vreme.

Uzmimo da su A′ i B′ tačke sistema S′, smeštene na osu $O'x'$, koje se poklapaju sa A i B u momentima odigravanja posmatranih pojava, i da je M′ sredina od A′B′ (sl. 2). Prema našoj definiciji, događaji će

biti simultani u odnosu na S′ ako ih posmatrač, postavljen u M′, opazi u isto vreme. Ali, za vreme prostiranja svetlosnih signala, proizišlih iz A i B, tačka M′ se pomera prema B: posmatrač sistema S′ opaziće, dakle, događaj nastao u B pre događaja koji je nastao u A. Za ovoga posmatrača događaji su nastali u tačkama A′ i B′ njegovog sistema, a kako se on nalazi u sredini M′ od A′B′, on će smatrati da ovi događaji nisu simultani.

Tako, *dva događaja simultani za jedan sistem nisu nužno simultani za sistem koji se kreće u odnosu na prvi.* Iz toga proizlazi da je vreme, mereno u jednom sistemu, njemu svojstveno; svaki sistem ima svoje *sopstveno vreme*, koje ima, dakle, *relativni* karakter. Prvi princip na kome se bazira klasično slaganje brzina je, dakle, netačan.

Napomenimo da ovaj rezultat proizlazi iz toga što mi ne poznajemo sredstvo momentane transmisije, brže od svetlosti: da bi se definisala simultanost dva događaja, pa, dakle, i vreme, primorani smo da koristimo ovo sredstvo koje nam jedino stoji na raspolaganju. Brzina svetlosti, koja je jedina invarijanta u svim Galilejevim sistemima, igraće očevidno u daljem izuzetnu ulogu.

ANALIZA POJMA DUŽINE. Uzmimo opet sisteme S i S′ i pretpostavimo da fizičari sistema S′ hoće da izmere dužinu AB na osi Ox sistema S (sl. 3). U tom cilju oni će postaviti graduisani lenjir na $O'x'$ i označiće podeoke na svom lenjiru koji će se nalaziti (za njih) simultano naspram A i B. Kako simultanost nije ista za dva sistema, kao što smo maločas videli, fizičari sistema S smatraće da podeoci, koje su označili posmatrači sistema S′ na svom lenjiru (pokretnom u odnosu na S) nisu naneseni simultano; drugim rečima, oni će smatrati da dužina AB koju su izmerili posmatrači sistema S′ nije ista kao dužina koju su oni sami izmerili.

Tako, *mere jedne iste dužine* AB, *dobijene u dva sistema u relativnom kretanju, nisu nužno jednake.*

Drugi princip na koji se oslanja klasično slaganje brzina je, dakle, takođe netačan.

LORENCOVE TRANSFORMACIJE. Pošto je pokazano da vremena t i t' nisu ista u sistemima S i S′, kao ni mere iste dužine, trebalo je uspostaviti odnose koji povezuju koordinate x, y, z i vreme t u sistemu S sa koordinatama x', y', z' i vremenom t' u sistemu S′. To se postiže, pišući:

1. Da zakon inercije mora biti potvrđen u ova dva Galilejeva sistema, što nameće, kao i u klasičnom slučaju, da relacije budu prvog stepena;

2. Da je brzina svetlosti ista u oba sistema; pokazaćemo da to povlači identitet

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2,$$

gde c označava brzinu svetlosti. Svetlosni signal, proizišao iz početka, stići će u tačku (x, y, z) sistema S nakon vremena t, tako da pređeno rastojanje $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ bude jednako ct; imamo, dakle

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0$$

Uzmimo da su x', y', z' koordinate iste tačke u sistemu S′, t' vreme koje utroši svetlost da bi stigla u ovu tačku sistema S′. Budući da je brzina svetlosti c ista u oba sistema, imamo i

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0.$$

Imamo, dakle, između prostorno-vremenskih koordinata jedne tačke u sistemima S i S′ odnos

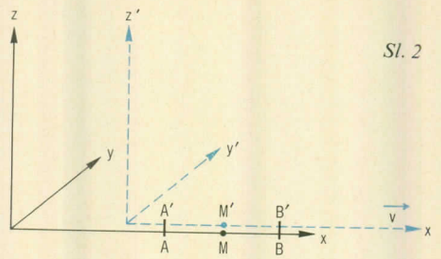
$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0.$$

Opštije, veličina

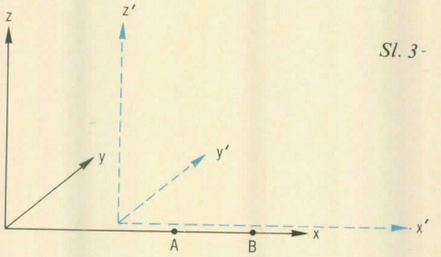
$$ds^2=c^2dt^2-dy^2-dz^2$$

je invarijanta u svim Galilejevim sistemima.

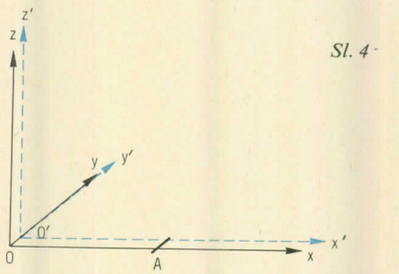
Prost račun daje tada, u posebnom slučaju kada se



Sl. 2



Sl. 3



Sl. 4

sistem S′ kreće u odnosu na S brzinom v duž Ox, Lorencove transformacije:

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\quad y'=y,\quad z'=z,$$

(4)

$$t'=\frac{t-vx/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Ovi obrasci imaju smisla samo ako je $1-v^2/c^2$ pozitivno, to jest ako je v manje od brzine svetlosti u vakuumu; ona, dakle, predstavlja maksimum koji nijedna druga brzina ne može premašiti.

Napomenimo da se za male brzine obrasci (4) svode na klasične izraze (1): *klasična mehanika je, dakle, aproksimacija relativističke mehanike koja važi za male brzine.*

POSLEDICE LORENCOVIH TRANSFORMACIJA I EKSPERIMENTALNE POTVRDE.

A. Modifikacija dužina. Pretpostavimo da u momentu $t=0$ sistema S, u kome se početak O′ sistema S′ poklapa sa O, želimo izmeriti u oba sistema rastojanja OA i O′A jedne iste tačke A sistema S postavljene na Ox (sl. 4); imamo u sistemu S, $OA=x$, a u sistemu S′, $O'A'=x'$.

Biće dovoljno da primenimo Lorencove transformacije na slučaj kada je $t=0$, pa ćemo imati

$$x'=\frac{x}{\sqrt{1-v^1/c^2}},$$

ili

$$O'A=\frac{OA}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

(5)

Obrnuto, dobili bismo, posmatrajući tačku A′ ose $O'x'$,

$$OA'=\frac{O'A'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Često se kaže, dosta nepravilno, da su se »dužine skratile (kontrahovale) u smeru svog kretanja«; to je pojava nazvana *Lorencova kontrakcija* (*skraćenje*).

B. Recipročno zaostajanje časovnika koji su u translaciji jedan u odnosu na drugi. Posmatrajmo jedan časovnik sistema S, postavljen u O koji pokazuje sekunde; vremena $t_1=0$ i $t_1=1$ odgovaraju sukcesivnim pokazivanjima. Izračunajmo interval ovih otkucaja merenih u sistemu S′ u tački O′. Prema relaciji (4) imamo,

$$t'_0=\frac{0-(v\,x\,0)/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=0,$$

$$t'_1=\frac{1-(vx0)/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^1}}=\frac{1}{\sqrt{1-v^1/c^2}}$$

(6)

Period izgleda, dakle, duži od jednog sekunda u sistemu S′, *izgleda da časovnik sistema* S *zaostaje u odnosu na identični časovnik koji bi pripadao sistemu* S′ *i obrnuto.*

Ovo svojstvo moglo se potvrditi izučavanjem μ-mezona, malo stabilnih elementarnih čestica koje sačinjavaju veliki deo kosmičkog zračenja na nivou zemlje. Njihov prosečni vek trajanja, meren u laboratoriji, je reda $2{,}2.10^{-6}$ s; kada ne bi postojao relativistički efekt, takav mezon ne bi mogao prosečno preći više od 600 m, pošto je njegova brzina reda brzine svetlosti. Međutim, pokazuje se da se mezoni, koji stižu na zemlju, obrazuju na visini od više kilometara (dezintegracijom π-mezona) i da, dakle, prelaze rastojanje mnogo veće od 600 m. Pošto je njihova brzina bliska brzini svetlosti, relativistički efekti su znatni: njihov vek trajanja, meren u vremenu sistema S posmatrača, je mnogo duži od njihovog veka trajanja merenog u sopstvenom vremenu Galilejevog sistema S′ vezanog za mezon.

C. Nova teorema o slaganju brzina. Polazeći od Lorencovih jednačina, bez teškoća se ustanovljuje da brzina u odnosu na sistem S jednog tela koje se kreće u sistemu S′ brzinom u' duž $O'x'$ iznosi

$$u=\frac{u'+v}{1+u'v/c^2}$$

(7)

ako je v brzina S′ u odnosu na S.

Ogled, koji je Fizo (Fizeau) izveo pre blizu sto godina, potvrđuje ovaj rezultat, a u to doba objašnjavan je samo proizvoljnim hipotezama.

Napomenimo da ako je u' ili v jednako brzini svetlosti, u je takođe jednako toj brzini, kao što se to može utvrditi na osnovu (7).

MASA U RELATIVNOSTI. Princip relativnosti implicira da osnovna jednačina dinamike, koja povezuje silu F sa ubrzanjem γ, $F=m\gamma$, gde je m masa, važi u oba Galilejeva sistema, S i S′. U klasičnoj mehanici, invarijantnost ove jednačine je obezbeđena kada se koriste Galilejeve transformacije (obrasci 1), pri čemu je masa invarijanta. U stvarnosti je, međutim, neophodno koristiti Lorencove transformacije (obrasci 4) i račun pokazuje da masa nije invarijanta. Treba uzeti da *telo koje u mirovanju u sistemu* S *poseduju masu* m_0, *ako se kreće brzinom* v *dobija u istom sistemu masu* m, *datu obrascem*

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\,.$$

(8)

Ovaj rezultat bilo je moguće eksperimentalno proveriti izučavanjem kretanja elementarnih čestica velike brzine: nađeno je da se njihova masa povećava sa njihovom brzinom saglasno obrascu (8).

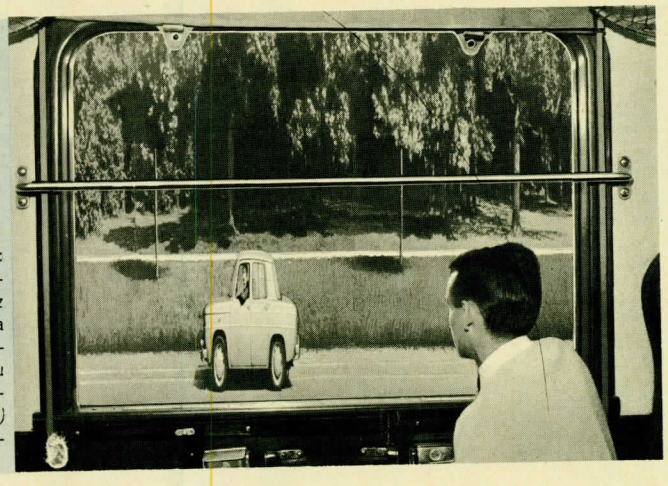
ENERGIJA U RELATIVNOSTI. Klasična teorija pokazuje da telo koje se kreće brzinom v poseduje kinetičku energiju

$$W=\frac{1}{2}\,m_0v^2.$$

U relativističkoj mehanici dobija se za telo, čija je masa mirovanja m_0

$$W=m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right)$$





Kontrakcija dužina: ovako bi vozač automobila video prolaz relativističkog voza ako bi se njegova brzina približavala redu veličine brzine svetlosti; a ovako *(desno)* bi putnik video automobil i pejzaž.

ili, prostije,

$$W=(m-m_0)c^2, \tag{9}$$

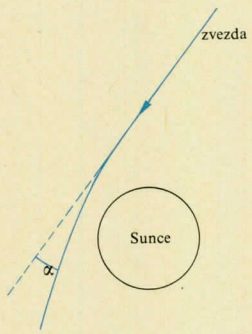
vrednost koja se veoma malo razlikuje od klasične vrednosti za male brzine.

Tako postoji prost odnos između kinetičke energije nekog tela i njegove mase: ako njegova kinetička energija poraste za W, njegova masa se poveća za W/c^2. Ovaj rezultat se uopštava bez teškoće na sve oblike energije, jer se oni svi međusobno transformišu: na primer, jedno toplo telo ima veću masu nego kada je hladno.

Masa i energija su, dakle, veličine iste prirode, i odnos (9) implicira da se njihov zbir održava u svim transformacijama (to je jedinstven relativistički zakon koji odgovara dvama klasičnim zakonima o očuvanju mase i energije).

Napose, telo u mirovanju, mase m_0, ima energiju $W_0=m_0c^2$; ova energija je velika jer dostiže 9.10^{16} džula po kilogramu. Postoje slučajevi kada čitava masa tela može biti pretvorena u drugi oblik energije; tako se sudar jednog elektrona i jednog pozitrona završava pretvaranjem čitave njihove mase u elektromagnetsko zračenje, obrazovano od dva fotona γ. Međutim, najčešće se može ostvariti samo parcijalno pretvaranje (konverzija), kao kod nuklearnih reaktora i bombi. Na taj način fuzija četiri prstena u jedno jezgro helijuma mase manje od mase početnih čestica oslobađa energiju u termonuklearnoj bombi, nazvanoj »hidrogenska bomba«; tako se može proizvesti 7.10^{14} džula po kilogramu vodonika.

Praktične primene ove energije nisu, na žalost, još ostvarene, ali aktivna istraživanja su usmerena ka pokušajima kontrole reakcije fuzije, tako da se dobije stalno i ograničeno oslobađanje energije u industrijske svrhe. Oslobađanje nuklearne energije je u isto vreme najsjajniji dokaz validiteta Ajnštajnove teorije i demonstracija njenog ogromnog praktičnog značaja.



Sl. 5

OPŠTA RELATIVNOST

OGRANIČENOST SPECIJALNE RELATIVNOSTI. PRINCIP EKVIVALENTNOSTI. Specijalna relativnost daje zadovoljavajuće koherentno objašnjenje zakona fizike i mehanike za posmatrače koji pripadaju Galilejevim sistemima, to jest sistemima koji izvode pravolinijska i ravnomerna kretanja. Ali ona nije u stanju da objasni šta bi se dogodilo u sistemima koji nisu Galilejevi, koji se ubrzano kreću, bilo da su u rotaciji ili da su potčinjeni spoljašnjim silama. Zbog toga je Ajnštajn shvatio potrebu uopštavanja relativnosti i uspostavljanja univerzalnih zakona invarijantnosti, važećih za sve moguće posmatrače.

Osnovni princip opšte relativnosti oslanja se na razmišljanje o gravitaciji. Posmatrajmo, na primer, u jednom Galilejevom sistemu slobodna tela potčinjena homogenom gravitacionom polju; videće se da ova tela izvode ravnomerno ubrzano kretanje. Ako se, s druge strane, u sistemu koji nije Galilejev a koji se kreće ravnomerno ubrzano, posmatraju tela koja nisu potčinjena nikakvoj sili, posebno nikakvoj sili gravitacije, videće se isto tako da ona izvode ravnomerno ubrzano kretanje. Za posmatrača ubrzanog sistema sve se odvija tako kao da su tela bila postavljena u gravitaciono polje: nije moguće razlikovati ova dva slučaja.

To je *princip ekvivalentnosti* između ubrzanja i gravitacije koji se može formulisati na sledeći način:

U jednom ograničenom delu prostora polje gravitacije je ekvivalentno polju sila koje je stvorio jedan ubrzani sistem, i nikakav lokalni ogled ne može omogućiti da se ona razlikuju jedno od drugog. Odatle proizlazi da mora postojati potpuni identitet između *inertne mase* nekog tela, koja predstavlja odnos sile koja dejstvuje na to telo i ubrzanja koje ono dobija ($m=F/\gamma$), i *teške mase*, odnosa sile koja dejstvuje na njega i gravitacije g (čiji je poseban slučaj teža) $m'=F/g$. Ovu ekvivalentnost utvrdio je Etveš (Eötvös), uporedujući, za tela različite prirode, gravitacione sile koje potiču od Zemljinog privlačenja i sile inercije koje je u istoj tački proizvela rotacija Zemlje. Etvešovi ogledi su ponovljeni u najnovije vreme sa pooštrenom preciznošću i pokazalo se da ekvivalentnost dve mase ne zavisi od njihove fizičke prirode sa tačnošću boljom od 10^{-10}. Ovu ekvivalentnost zastupao je, uostalom, još i Njutn, ali on nije iz toga izvukao zaključke koje je izvukao Ajnštajn.

GRAVITACIJA I GEOMETRIJA. Lokalna ekvivalentnost gravitacionih sila i inercijalnih sila otkriva duboku vezu između gravitacije i kinematike, i dozvoljava da se uvidi prisustvo masa i, dakle, gravitacionog polja pomoću deformacija svojstvenih prostorno-vremenskom kontinuumu u odnosu na Euklidov prostor. U novom tako definisanom neeuklidovom prostoru tela se slobodno kreću ne više duž pravih, već duž krivih nazvanih *geodetske linije*.

U neeuklidovom prostoru, gde više ne postoje prave i gde obični zakoni geometrije nemaju više smisla, treba koristiti koordinatni sistem, različit od uobičajenog sistema, gde će prostor i vreme imati tako izmešane uloge da će biti nemoguće potpuno ih odvojiti. Zahvaljujući ovoj geometrizaciji, biće sada moguće, bar teorijski, izračunavajući geodetske linije, u potpunosti i tačno upoznati kretanje tela i izraziti zakone mehanike i fizike za bilo kog ubrzanog posmatrača, ili u prisustvu gravitacionog polja. Ovi zakoni će biti izraženi na isti način u svim koordinatnim sistemima; na primer, putanja slobodnog tela biće uvek jedna geodetska linija prostorno-vremenskog kontinuuma.

PROVERAVANJA TEORIJE OPŠTE RELATIVNOSTI. Sva eksperimentalna proveravanja sastoje se u pokušaju da se otkriju modifikacije strukture prostorno-vremenskog kontinuuma u odnosu na Euklidov prostor u blizini velikih masa, a posebno Sunca i Zemlje. U lokalnim uslovima ovi efekti su veoma slabi i teško se mere; mi ćemo, međutim, videti da u izvesnim posebnim slučajevima, ili u svemirskim razmerama, oni mogu postati znatni.

A. Skretanje svetlosnih zrakova pod dejstom gravitacionog polja. U prisustvu masa prostorno-vremenski kontinuum se lokalno deformiše. Putanja svetlosnog zraka koji prolazi blizu Sunca nije, dakle, prava linija, već geodetska malo iskrivljena linija.

Posmatrajmo zvezdu E i svetlosni zrak koji prolazi blizu Sunca. Ovaj zrak skreće, kao što to pokazuje slika 5, za ugao α, koji po opštoj relativnosti ima vrednost

$$\alpha=\frac{4GM}{c^2r_0},$$

ako je G gravitaciona konstanta, M masa Sunca, c brzina svetlosti a r_0 rastojanje na kojem prolazi zrak od centra Sunca. Ako prolazi veoma blizu Sunca, defleksija α je reda 1″75. Eksperimentalna proveravanja mogla su biti izvedena mnogo puta za vreme pomračenja Sunca, kada potamnelost ovog nebeskog tela dozvoljava da se fotografišu zvezde veoma blizu ivici Sunca. Rezultati koji su, na žalost, dosta neprecizni, u saglasnosti su sa teorijom.

B. Hod časovnika i pomeranje spektralnih linija. Teorija opšte relativnosti predviđa isto tako da hod jednog časovnika zavisi od njegovog ubrzanja ili od gravitacionog polja. Ako je razlika gravitacionog potencijala između dva mesta V, nalazi se da relativna razlika u hodovima dva identična ča-

Fot. Larousse.

sovnika, smeštena u ova mesta, iznosi

$$\frac{T-T_0}{T_0}=-\frac{V}{c^2};$$

časovnik postavljen u jače gravitaciono polje je časovnik koji više zaostaje.

Za sada je prethodni obrazac nemoguće proveriti na Zemlji pomoću klasičnih časovnika; ipak izgleda da će uskoro biti moguće uporediti njihove hodove sa hodom jednog identičnog časovnika postavljenog na veštački satelit, gde je gravitaciono polje (u širem smislu) nula, budući da je privlačenje teže tačno kompenzovano centrifugalnom silom; ovaj ogled će, van svake sumnje, biti realizovan narednih godina.

Umesto časovnika isto tako mogu se koristiti atomske oscilacije; kada atom osciluje, on emituje linije potpuno određene talasne dužine — dakle, frekvencije, koje uz ostale iste uslove zavise samo od prirode atoma. Moguće je uporediti period oscilacije jednog istog atoma na Suncu i na Zemlji: kako je gravitaciono polje različito, moraju se dobiti različiti periodi. Uzmimo da su T i T_0 periodi na Suncu i na Zemlji; imamo

$$T=T^0\left(1-\frac{V}{c^2}\right),$$

gde je V razlika gravitacionog potencijala između površine Sunca i površine Zemlje. Kako se gravitaciono polje Zemlje može zanemariti u odnosu na gravitaciono polje Sunca, imamo približno

$$V=-\frac{GM}{Rc^2},$$

gde je M masa Sunca, R njegov poluprečnik, a G gravitaciona konstanta. Dakle,

$$T=T_0\left(1+\frac{GM}{Rc^2}\right).$$

Kako je period na Suncu veći nego na Zemlji, to isto važi i za talasnu dužinu λ posmatrane linije, jer je $\lambda=cT$. Odakle

$$\lambda=\lambda_0\left(1+\frac{GM}{Rc^2}\right),$$

gde je λ_0 talasna dužina posmatrana na Zemlji.

Može se, dakle, predvideti da sve linije Sunčevog spektra moraju biti pomerene prema crvenom u odnosu na linije koje se posmatraju na Zemlji. Ovaj efekt je krajnje malen, budući da je relativno pomeranje u talasnoj dužini 2.10^{-6}, i on se može pomešati sa drugim parazitskim efektima; ipak, merenja talasnih dužina pokazuju izvesno pomeranje u skladu sa ovom teorijom. Linije nekih veoma gustih zvezda (beli patuljci) pokazuju mnogo veće pomeranje; posmatrano u sazvežđu Sirijusa i Eridanusa 40, ono je u saglasnosti sa proračunatim pomeranjem, polazeći od nezavisnih procena mase i poluprečnika ovih zvezda.

Jedan izvanredno osetljiv ogled dozvolio je u najnovije vreme da se pokaže relativno pomeranje jedne iste spektralne linije emitovane u dve tačke na rastojanju od pedesetak metara na istoj vertikali Zemlje, pomeranje koje potiče od razlike polja teže između ovih tačaka. Ovaj ogled koji su 1960. izveli Paund (Pound) i Rebka (Rebka) koristio je liniju gama zračenja talasne dužine 0,85 angstrema, emitovanu od strane jezgara; kako je ova linija izvanredno tanka, kao što je to pokazao Mesbauer (Mössbauer), ona je veoma podesna za merenje pomeranja talasne dužine i uprkos malom efektu (relativno pomeranje je 10^{-14}), slaganje sa onim što predviđa teorija opšte relativnosti je tačno do na 10 procenata.

C. Kretanje perihelijuma planeta. »Distorzija« prostora u blizini Sunca dozvoljava da se predvidi da geodetske linije po kojima se kreću planete nisu tačno elipse Njutnove teorije. Razlika je uočljiva samo kod putanje Merkura, za koju teorija opšte relativnosti predviđa da se velika osa Njutnove eliptičke orbite mora obrnuti oko Sunca za 43″ na stoleće; posmatranja potvrđuju ovo pomeranje sa preciznošću od 1/100. To je najbolji eksperimentalni dokaz opšte relativnosti.

Ogledi i posmatranja koja smo pomenuli predstavljaju, uostalom, danas jedine potvrde. Iako se ne mogu posmatrati kao odlučujući, oni navode na misao da opšti principi opšte relativnosti — a posebno princip ekvivalentnosti — imaju mnogo izgleda da budu tačni.

GRAVITACIONI TALASI. KVANTOVANJE GRAVITACIONOG POLJA. Odavno su zapažene sličnosti između gravitacionog polja i elektromagnetskog polja: dejstvo na daljinu koje se širi brzinom svetlosti slično je zakonima privlačenja. Ajnštajn je deo svog života proveo pokušavajući da otkrije da li ova dva polja predstavljaju dve manifestacije jednog istog svojstva kozmosa (kao, uostalom, masa i naelektrisanje elementarnih čestica), ali uzalud. Ova istraživanja su, međutim, dovela do otkrića zanimljivih posledica opšte relativnosti.

Najznačajnija je van svake sumnje činjenica da jedan sistem masa, koji rotira ili se deformiše, emituje energiju u obliku talasa koji se prostiru brzinom svetlosti; emisija ovog gravitacionog zračenja je bliska elektromagnetskom zračenju sistema naelektrisanja koji se deformiše. Ona, međutim, odgovara krajnje malom gubitku energije u normalnim slučajevima, čak i u slučaju brze rotacije sistema para veoma bliskih zvezda.

Ovi talasi mogu, razume se, biti otkriveni samo putem apsorpcije u nekom sistemu masa; na primer, oni bi mogli indukovati akustične oscilacije u čvrstim telima. Još nije pošlo za rukom da se oni otkriju, ali su u toku razni ogledi, čiji je cilj detektovanje gravitacionih talasa koji se mogu prostirati u svemiru.

Ima osnova da se misli da su ovi gravitacioni talasi, kao i elektromagnetski talasi, kvantovani; Pauli (Pauli) i Firc (Fierz) su pokazali da elementarni kvanti energije ovih talasa, nazvani *gravitoni*, imaju spin jednak 2, i, kao fotoni, masu u mirovanju nula. Svaki ima energiju jednaku $h\nu$, gde je h Plankova konstanta, a ν frekvencija; kako je ova frekvencija obično veoma niska, detekcija gravitona izgleda izvanredno težak poduhvat.

RELATIVISTIČKA GALAKTIČKA TRANSFORMACIJA. POREKLO ENERGIJE KVAZARA — KVAZISTELARNIH RADIO-IZVORA. Kalifornijski astronomi su nedavno otkrili dosta velik broj dalekih predmeta veoma malih dimenzija, što puta svetlijih od običnih galaksija, a koji emituju veoma intenzivnu radio-emisiju; to su *kvazari ili kvazistelarni radio-izvori*. Ukupna energija koju su oni sposobni da oslobode ceni se, prema slučaju, na 10^{57} i na 10^{62} erga, što odgovara potpunoj transmutaciji u helijum čitavog vodonika sadržanog u 1—10000 miliona zvezda. Kako izgleda nemoguće da bi se ova transmutacija mogla ostvariti u dovoljno kratkom vremenu, moralo se potražiti drugo poreklo ove energije, to jest naći mehanizam koji je sposoban da uspešno transformiše u energiju znatan deo mase galaksije. Većina astro-fizičara misli da je jedini izvor *relativistička galaktička transformacija*.

Posmatrajmo sfernu masu materije. Pod dejstvom svoje sopstvene gravitacije ona se kontrahuje. Kada su dejstva opšte relativnosti slaba, to jest kada polje gravitacije nije ogromno, pritisak koji se povećava tokom kontrakcije sposoban je da ovu zaustavi i dostiže se stanje ravnoteže između pritiska i gravitacije; to je ono što se dešava za vreme obrazovanja zvezda od međuzvezdanog gasa. Ali ako je masa velika — recimo, sto miliona puta masa jedne zvezde — relativistički efekti postaju odlučujući i pokazuje se da pritisak ili unutarnje nuklearne reakcije nisu sposobne da zaustave kontrakciju. Ona se produžava beskonačno (u sopstvenom vremenu jednog udaljenog posmatrača), ali ona traje konačno vreme, veoma kratko u sopstvenom vremenu materije u kretanju. Tokom ove transformacije može biti oslobođena gigantska količina energije — možda deseti deo energije mase; oblik u kome se ispoljava ova energija (gravitacioni talasi, čestice ili zračenje visoke energije) nije poznat, ali izgleda da je samo ovaj mehanizam sposoban da da pomenutu energiju i da se on stvarno odvija u centru izvesnih galaksija. Njegova potvrda bila bi najeklatantniji dokaz važenja opšte relativnosti.

Relativistička kontrakcija praćena je veoma čudnim efektima; kada je ona dosta velika, zračenje mase je znatno pomereno ka crvenom zbog ogromnog gravitacionog polja, i na kraju postaje potpuno nevidljivo; takvo telo se tada više ne može opažati, sem po svom gravitacionom polju. Moguće je da se znatan deo mase svemira nalazi u ovom nevidljivom obliku.

OPŠTA RELATIVNOST I KOSMOLOGIJA. Efekti opšte relativnosti odlučujući su samo za relativno male mase i jako koncentrisane, o kojima smo govorili, ali oni su odlučujući i kod ogromnih i jako razređenih masa, to jest u slučaju kozmosa. Većina teorija kozmosa, to jest kosmoloških teorija, bazira se na opštoj relativnosti. Prve plodonosne teorije razradili su, uostalom, Ajnštajn i njegovi suparnici. Izgleda da se kozmos ne može posmatrati kao statičan i da on nije u ravnoteži. Kosmološki modeli, proizišli iz opšte relativnosti, dozvoljavaju da se na zadovoljavajući način objasne svojstva kozmosa, a naročito pomeranje prema crvenom spektralnih linija galaksija, koje je srazmerno njihovoj udaljenosti. Ovo pomeranje, koje je slično Doplerovom efektu, pokazuje da je svemir sada u ekspanziji; ali ništa ne dozvoljava da se tvrdi da je on u nekom početnom momentu bio kondenzovan u maloj zapremini, što ne nameće ni teorija ni eksperimentalni podaci.

Kosmološke teorije, proizišle iz opšte relativnosti, nisu jedine moguće, jer treba se podsetiti da dokazi opšte relativnosti odgovaraju ogledima izvedenim u Sunčevom sistemu i da ništa ne dokazuje da u srazmerama svemira opšta relativnost nije samo aproksimacija (koja može biti grubo netačna) jedne opštije teorije, isto kao što je Njutnova teorija samo jedna aproksimacija (najčešće opravdana) opšte relativnosti.

KVANTNA MEHANIKA

NERELATIVISTIČKA KVANTNA MEHANIKA

Fizičari su krajem XIX veka mogli s punim pravom da budu optimisti: ma kako daleko išli u svojim istraživanjima, oni nisu nailazili na teškoće koje ne bi mogli savladati ili za koje ne bi mislili da su u stanju da ih mogu savladati samo pomoću nove matematike, i to jedino primenom postulata Galilejeve i Njutnove mehanike i Maksvelove teorije elektromagnetizma. Poznato je kako je niz novih ogleda uzdrmao ovu lepu zgradu: kvantitativna izučavanja zračenja crnog tela, fotoelektričnog efekta, specifične toplote čvrstih tela, koja su omogućila Maksu Planku da postavi princip kvantovanja energije, a Albertu Ajnštajnu da dokaže da ova hipoteza nije prosta matematička konstrukcija koju će opravdavati klasična fizika, već jedna nova fizička ideja, izuzetno bogata posledicama. Poznato je kako je Nils Bor (Niels Bohr) iskoristio ovaj pojam da bi stvorio model atoma sa jednim elektronom koji je dozvolio da se sa znatnim uspehom predskaže spektar vodonika, jonizovanog helijuma i deo spektara X-zrakova. Međutim, uspeh ove nove teorije, sjajan u izvesnim oblastima, bio je mnogo manji u drugim oblastima; čak ni savršenija verzija Somerfelda (Sommerfeld) nije pravilno objašnjavala pažljivo izučene spektre alkalnih i zemnoalkalnih metala. Fizičari su, od 1925. naročito, osećali potrebu da opravdaju ovu hipotezu kvanta, da je integrišu u odgovarajuću formu i da joj oduzmu karakter »deus ex machina«, koji je ona imala tokom dvadeset godina. Ovaj pritisak je uslovio da se u isto vreme na više mesta u Evropi pojavi nova teorija kvanta, uglavnom u dva oblika: matrična mehanika Borna (Born), Hajzenberga (Heisenberg) i Žordana (Jordan) i talasna mehanika Šredingera (Schrödinger) prema idejama koje je Luj de Brolji izložio 1924. Ekvivalentnost dve teorije bila je uspostavljena vrlo brzo (Šredinger, 1926) i zajedničko jasno i skladno predstavljanje nove teorije dao je Dirak (Dirac, 1930). Zbog svog više fizičkog karaktera i svoje sličnosti sa optikom, mi ćemo se ograničiti na izlaganju talasne mehanike.

TALASNA MEHANIKA. U svojoj doktorskoj tezi odbranjenoj 1925 Luj de Brolji je analizirao analogiju koja postoji između dinamike i klasične optike, obe bazirane na principu stacionarnosti, čija je optička formulacija Fermaov princip, a mehanička formulacija princip najmanje akcije. Ali ova analogija mogla se proširiti na slučaj nehomogenih sredina samo ako se brzina, u klasičnom smislu, jedne čestice zameni brzinom grupe, vezanom prema tome za pojavu talasnog karaktera, za »paket talasa«, čija je talasna dužina povezana sa brzinom čuvenim obrascem $\lambda=\frac{h}{mv}$, gde je h Plankova konstanta, a m masa čestice. Ova hipoteza imala je formalan karakter, ali su ogledi Devisona (Davisson) i Đermera (Germer) iz difrakcije snopa elektrona na kristalu dali kvantitativnu potvrdu ovog obrasca.

Tako je klasična dinamika čestice, u kojoj su brzina i položaj ove čestice bili poznati u svakom momentu kao rešenja Njutnovih jednačina kretanja, zamenjena talasnom dinamikom, u kojoj se poznavanje sistema svodi na poznavanje jedne funkcije prostora i vremena, nazvane *talasna funkcija*; bilo je, dakle, osnovno uspostaviti jednačinu koja dozvoljava da se dozna evolucija ove talasne funkcije u, vremenu i u prostoru, ekvivalentnu jednačinu u talasnoj mehanici osnovnoj jednačini dinamike u klasičnoj mehanici.

Pre nego što napišemo ovu relaciju, ispitaćemo osnovne postulate nove mehanike.

a) Merenje neke pojave u mikroskopskim srazmerama ne odgovara uobičajenim kriterijumima makroskopskog fizičkog merenja. Naime, svaki merni uređaj da bi dao odgovor mora stupiti u uzajamno dejstvo sa objektom koji se želi meriti, a ta interakcija duboko modifikuje kasnije ponašanje ovog objekta: ukoliko je tačnije merenje, utoliko je veći ovaj poremećaj. Uzmimo kao primer određivanje položaja elektrona u kretanju: na njegov put ćemo postaviti dijafragmu: ukoliko je otvor dijafragme uži, utoliko je određivanje položaja preciznije, ali utoliko je lokalizacija elektrona posle njegovog prolaza kroz dijafragmu gora, usled difrakcije koju on trpi. Drugi primer nam daje određivanje putanje jedne čestice u mehurastoj komori: zamišlja se da čestica, da bi na svom prolazu pretvorila u paru tečni vodonik, gubi deo svoje kinetičke energije i smanjuje svoju brzinu. Tako dolazimo do nove koncepcije da ono što se uopšteno može nazvati »merenje« u kvantnoj mehanici predstavlja rezultat interakcije između mernog sistema i merenog sistema. Informacija koju odatle izvlačimo jeste globalna informacija koja se tiče novog sistema, obrazovanog od zbira dva sistema. Najzad, mi ne možemo odatle izvući nikakvu preciznu informaciju koja se tiče kasnije evolucije ova dva sistema kada je njihova uzajamna interakcija završena, to jest posle merenja. Ovo se mora odraziti u matematičkim svojstvima »talasne funkcije«, od koje zahtevamo da predstavlja skup dinamičkih svojstava sistema koji opisuje.

b) Jedna od najsmelijih hipoteza nove teorije je ono što se naziva dualizam talas-korpuskula. Videli smo da je ona došla na to da jednoj čestici u kretanju dodeli izvesna svojstva jednog talasa u onom smislu u u kojem je to podrazumevala Maksvelova elektromagnetska teorija, to jest svojstva prostiranja, prostornog širenja, mogućnost definisanja vektora talasa i dobijanja pojava interferencije i difrakcije. Neposredna posledica ove hipoteze je to da nije više moguće definisati »putanju« čestice u klasičnom smislu reči; u stvari, putanja predstavlja geometrijsku liniju koju sledi čestica izvesnom brzinom definisanom u svakoj tački ove linije: u drugom slučaju jedan talas ne može slediti jednu takvu liniju, jer se on raspodeljuje u svakom momentu na jedan konačan deo prostora. Postoje, uostalom, postupci koji dozvoljavaju da se mere u principu onakvom preciznošću kakvom se želi, bilo položaj bilo brzina jedne čestice u datom momentu. Dualistička hipoteza talas-korpuskula navodi nas na to da tvrdimo da se ne može *simultano* meriti položaj i brzina jedne čestice u kretanju, jer bi ove dve u potpunosti okarakterisale jedan element putanje, što je u protivrečnosti sa našom hipotezom. Nesimultana merenja bila bi moguća, jer smo videli u prethodnom paragrafu da se ona sigurno ne bi odnosila na isto dinamičko stanje čestice. Ono što se može u najboljem slučaju očekivati jeste da se meri svaka od ove dve veličine sa izvesnom neodređenošću, pri čemu su varijacije neodređenosti povezane između sebe Hajzenbergovom relacijom neodređenosti, koja tako izgleda u neku ruku merenje dualizma talas-korpuskala. Iz ove analize ne treba zaključiti da svako precizno merenje jedne fizičke veličine čini nemogućim simultano merenje bilo koje druge fizičke veličine; uzmimo primer brzine čestice: to je vektor koji je potpuno određen sa tri broja, na primer svojim projekcijama na tri ose. Svaka od ovih projekcija je fizička veličina koja se može odvojeno meriti i nije nemoguće simultano meriti ove tri komponente. Reći ćemo da tri komponente brzine obrazuju skup »kompatibilnih« veličina. Ako je data jedna fizička veličina nekog sistema, vidimo da možemo podeliti sve ostale fizičke veličine istog sistema u dve kategorije: veličine kompatibilne sa prvom i veličine nekompatibilne s njom, nazvane još »komplementarne« ovoj.

c) Ova dva prethodna postulata ticala su se pojma merenja i operacije samog merenja i rezultata ove operacije. Cilj kvantne mehanike je da definiše veličine i da uspostavi zakone kojima se one moraju pokoravati, da bi se moglo nešto predviđati na bazi tih merenja. Govorili smo u više navrata o »talasnoj funkciji« koja treba da opiše evoluciju sistema koji nas interesuje u prostoru i u vremenu. Ako pretpostavimo da je ovaj sistem izolovan, znamo da je on u izvesnom stanju A i od talasne funkcije tražimo da ga opiše u tom stanju. Pretpostavimo za trenutak da ništa ne znamo o prirodi ove talasne funkcije, sem da ona postoji i označimo je sa Ψ_A. Pretpostavimo sada da je naš sistem modifikovan (dejstvom nekog mernog aparata, na primer); on je sada u stanju B predstavljenom talasnom funkcijom Ψ_B. Moramo uzeti da stanje koje opisuje talasna funkcija $\alpha\Psi_A+\beta\Psi_B$, gde su α i β konstante, jeste jedno moguće stanje našeg sistema i da se usled toga jednačine koje izražavaju svojstva sistema u kome figurišu Ψ_A i Ψ_B moraju isto tako primenjivati na kombinaciju $\alpha\Psi_A+\beta\Psi_B$. Drugim rečima, jednačine koje zadovoljava talasna funkcija moraju biti linearne u odnosu na nju. Ovo predstavlja takozvani »princip superpozicije stanja«.

d) Vratimo se ogledu sa snopom elektrona iste brzine koji prolaze kroz kristal i koji nakon prolaska daju na jednom fluorescentnom zaklonu mrežu difrakcionih mrlja. Možemo se zapitati šta bismo videli ako bi samo jedan elektron prošao kroz kristal. Pretpostavimo da smo u stanju da izvedemo ovaj ogled. Ucrtajmo na providni papir, postavljen na zaklon, tačku koja označava mesto gde padne elektron. Ponovimo, zatim, ovu operaciju mnogo puta. Slika koju konačno dobijamo na našem providnom papiru predstavlja tačno difrakcione mrlje koje bismo imali na zaklonu kada bi veliki broj elektrona prošao istovremeno kroz kristal. Svaka mrlja pokazuje, dakle, jedno mesto za koje je postojala veća verovatnoća da će se u njemu naći izolovani elektron u momentu stizanja na zaklon, nego za ostala. Ono što tražimo od talasne funkcije je upravo to da nam da ovu »amplitudu verovatnoće« koju ima čestica da se nađe u svakoj tački prostora u svakom momentu. Verovatnoća je pozitivna veličina. To je, dakle, kvadrat modula talasne funkcije koji može zadovoljiti ovo svojstvo. Kako se čestica obavezno mora nalaziti u prostoru, izvodi se neposredno da je

$$\int|\psi|^2 dv=1,$$

gde je integral uzet u čitavom prostoru. Ova »probabilistička« interpretacija talasne funkcije ne predstavlja, istinu govoreći, postulat kvantne mehanike; ona se može u potpunosti konstruisati nezavisno od ove interpretacije. Ona, međutim, predstavlja fizički putokaz neophodan za njeno razumevanje.

e) Nova mehanika, da bi bila koherentna, mora kao granični slučaj sadržavati klasičnu mehaniku, kada se sistem koji ona opisuje može posmatrati kao klasičan. Pre svega, šta karakteriše »kvantni« sistem? Uzećemo da u takvom sistemu »dejstvo«, to jest dinamička veličina karakteristika sistema, koja ima dimenziju rada umnoženog sa vremenom, nije beskrajno velika u odnosu na »kvant dejstva«, to jest Plankovu konstantu $\hbar=1{,}054\times10^{-27}$ erg. s. U protivnom slučaju, to jest kada je dejstvo veoma

veliki multipl Plankove konstante, sistem se naziva klasičnim (npr.: orbitalni prelaz u jednom atomu vodonika: promena dejstva: 1 kvant: kvantni sistem; zrno prašine koje udari o neku površinu: 10^{20} razmenjenih kvanta: klasični sistem). Metod koji treba upotrebiti da bi se prešlo sa jednačina kvantne mehanike na jednačine klasične mehanike sastoji se u tome da se pusti da $\hbar$ teži nuli u prvima (vodeći računa o ostalim veličinama koje simultano teže nuli) i da se utvrdi da se zaista teži ka drugima.

Sada ćemo dati pregled postulata koje mora poštovati talasna mehanika.

Pošto su dati važnost i značenje »talasne funkcije«, ciljevi talasne mehanike biće, dakle

1. Da da zakone potrebne za njeno određivanje;

2. Da omogući da se polazeći od nje predvide rezultati merenja, izvedeni u sistemu koji ona predstavlja.

Šredingerova jednačina je u nerelativističkim granicama jednačina koju mora zadovoljavati talasna funkcija, vodeći računa o graničnim uslovima posmatranog problema. To je parcijalna diferencijalna jednačina drugog reda, čije rešenje mora zadovoljiti uslove koje smo formulisali. Ovu jednačinu možemo postaviti *a priori*. Možemo takođe postaviti *a priori* i principe koji nam dozvoljavaju da je izvedemo. Mi ćemo slediti ovaj metod.

PRINCIP KORESPONDENCIJE. Pojam operatora. Uzmimo klasični primer. Neka $x(t)$ bude koordinata kao funkcija vremena neke tačke koja se kreće duž ose Ox. Da bi se znala njena brzina, izračunava se veličina $v=\frac{dx(t)}{dt}$, to jest primenjuje se diferencijalni operator $\frac{d}{dt}$ na veličinu $x(t)$. U talasnoj mehanici funkcija koja predstavlja dinamičko stanje sistema je talasna funkcija $\Psi(x, y, z, t)$ koja zavisi od prostornih koordinata i vremena. *Usvojićemo* da svaku fizičku veličinu predstavlja jedan operator koji može da deluje na talasnu funkciju, i koji je modifikuje.

Pravila korespondencije. Posmatrajmo prost slučaj čestice koja se kreće duž jedne ose. Uzmimo da je q prostorna koordinata duž ove ose, uzmimo da je p njen impuls (u posmatranom slučaju to je proizvod mv njene mase i njene brzine). Usvojićemo sledeća pravila korespondencije između fizičkih veličina i operatora primenjenih na talasnu funkciju:

merenje položaja q, množenje sa q;
merenje impulsa p,

primena diferencijalnog operatora $\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial q}$;

merenje energije,

primena diferencijalnog operatora $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$;

primena spoljnjeg potencijala $V(q)$, množenje sa $V(q)$.

Napišimo sada da je ukupna energija jednaka zbiru kinetičke energije i potencijalne energije:

$$E=\frac{p^2}{2m}+V.$$

Prepišimo ovu jednačinu pomoću principa korespondencije:

$$(1)\qquad i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial q^2}+V\psi$$

To je Šredingerova jednačina čestice.

Može se bez teškoće napisati Šredingerova jednačina skupa čestica u međusobnoj interakciji i u interakciji sa spoljašnjom sredinom.

Izučavanje rešenja ove uopštene jednačine predstavlja predmet talasne mehanike.

PRIRODA REŠENJA ŠREDINGEROVE JEDNAČINE. SOPSTVENO STANJE. SOPSTVENA FUNKCIJA. Rešenja konstantne energije. Pretpostavimo da potencijal V ne zavisi neposredno od vremena; to je poseban slučaj, kada on zavisi samo od prostornih koordinata, na primer, kada je to potencijal elektrostatičke interakcije sa stalnim naelektrisanjem. U tom slučaju, ukupna energija sistema ne menja se tokom vremena; može se pisati da je kružna frekvencija $\omega=\frac{E}{\hbar}$ (Ajnštajnova relacija) pridruženog talasa konstanta i taj talas ima, dakle, oblik

$$\Psi(q, t)=\varphi(q)e^{i\omega t}.$$

Ako ovaj izraz stavimo u Šredingerovu jednačinu, dobijamo

$$(2)\qquad \boxed{H\varphi=E\varphi},$$

označavajući sa H diferencijalni operator $-\frac{\hbar}{2m}\frac{\partial^2}{\partial q^2}+V$ (Hamiltonov operator sistema).

Matematički problem ima sada sledeći izgled: Ako je dat potencijal $V(q)$, koje su funkcije φ (q) koje zadovoljavaju jednačinu (2), vodeći računa o uslovu normalizacije, ranije postavljenom:

$$(3)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty}|\varphi(q)|^2dq=1?$$

Jednačina (2) je homogena linearna diferencijalna jednačina. Ona ima, uopšte uzev, dva linearno nezavisna rešenja za svaku vrednost parametra E. Ali fizički aspekt problema manifestuje se u postojanju graničnih uslova. Zna se da u tom slučaju izbor parametra E nije proizvoljan. Postoje rešenja koja zadovoljavaju ove granične uslove samo za izvesne vrednosti ovog parametra E (ova situacija je slična situaciji koja se dobija pri rešavanju jednačine oscilujuće žice pričvršćene za dva kraja koja, za dati napon može oscilovati na beskonačnom ali samo prekidnom skupu frekvencija, koji obrazuje spektar sopstvenih frekvencija žice). Vrednosti od E, za koje sistem ima rešenje, sačinjavaju skup *sopstvenih vrednosti* energije sistema, a funkcije φ rešenja za ove sopstvene vrednosti sačinjavaju skup *sopstvenih funkcija* Šredingerove jednačine. Treba napomenuti da ovo »kvantovanje« nivoa energije jednog fizičkog sistema, koje se ovde pojavljuje kao jedno matematičko svojstvo Šredingerove jednačine, predstavlja potpuno novu pojavu u odnosu na klasičnu fiziku. Fizički smisao ovog svojstva je jasan: kada se obavlja merenje energije u jednom sistemu, vrednost koja se dobija obavezno je jednaka jednoj od sopstvenih vrednosti sistema. To izgleda u protivrečnosti sa sistemom superpozicije. Stanju A, sopstvene funkcije φ_A, odgovara sopstvena energija E_A, i isto tako stanju B, φ_B i E_B; ali princip superpozicije nam kaže da je stanje $\varphi_C=\alpha\varphi_A+\beta\varphi_B$ (sa $|\alpha|^2+|\beta|^2=1$) takođe jedno moguće stanje sistema. Šta se dobija ako se obavi merenje energije u stanju φ_C? Odgovor je da se dobija ili E_A, ili E_B sa verovatnoćom koja zavisi od relativnih vrednosti α i β.

Vratimo se sada na značenje fizičkog merenja.

Pretpostavimo da se sistem nalazi u sopstvenom stanju φ_A. Ako primenimo na to stanje φ_A Hamiltonov operator H, znamo da ćemo dobiti kao rezultat veličinu $E_A\varphi_A$. Ovo svojstvo možemo formulisati ako kažemo da se rezultat primene jednog operatora na jednu sopstvenu funkciju (ovog operatora) dobija množenjem ove sopstvene funkcije odgovarajućom sopstvenom vrednošću. Ako bi operator bio primenjen na jedno stanje koje nije bilo jedno od njegovih sopstvenih stanja, rezultat se ne bi dobio ovim prostim množenjem: ne bi bilo moguće izvršiti fizičko merenje koje odgovara ovom operatoru. Vidimo da se ovde ponovo pojavljuje pojam kompatibilnosti koju smo već susreli: ako je φ_A istovremeno sopstvena funkcija operatora O_1 i O_2, mogu se istovremeno izvršiti fizička merenja koja odgovaraju ovim dvama operatorima, dakle, fizičke veličine su kompatibilne. Pokazuje se da se to za O_1 i O_2 izražava svojstvom *komutativnosti*, što znači da je rezultat sukcesivne primene O_1 a zatim O_2 na neku funkciju identičan rezultatu primene O_2 zatim O_1 [na primer, množenja sa q i $V(q)$ su komutativna, ali množenje sa q i primena $\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial q}$ nisu komutativni, u šta se može lako uveriti na bilo kojoj funkciji od q; ponovo se ovde susrećemo sa činjenicom da položaj i impuls nisu kompatibilne veličine]. Drugim rečima, dve kompatibilne fizičke veličine odgovaraju dvama operatorima koji komutiraju, i obrnuto. Ako »komutator« dva operatora, to jest veličina $O_1O_2-O_2O_1$ nije jednak nuli, to jest ako ovi operatori ne komutiraju, fizičke veličine koje njima odgovaraju su komplementarne.

HAJZENBERGOVE RELACIJE NEODREĐENOSTI. Kao što smo videli, ako su dve fizičke veličine kompatibilne, one se mogu simultano meriti i ako je naš merni aparat dovoljno precizan, greške merenja biće proizvoljno male. Naprotiv, ako one nisu kompatibilne, jedna od njih će se moći meriti sa veoma velikom preciznošću, ali se neće moći izvesti merenje druge, što će dovesti do toga da se kaže da će pokušaj merenja ove druge veličine dati rezultat bez značaja (na primer, ista veličina merena na dva identična sistema daće različite rezultate).

Može se zamisliti međusituacija, u kojoj stanje sistema nije sopstveno stanje nijednog od dva operatora, ali se malo razlikuje od njih. Merenje svake od ove dve veličine izvodiće se tada sa izvesnom nepreciznošću. Hajzenbergove relacije neodređenosti daju nam donju granicu proizvoda ove dve nepreciznosti. Primera radi, ako simultano merimo impuls (sa preciznošću Δp) i položaj (sa preciznošću Δq) jedne čestice (veličine, čiji je komutator $i\hbar$), relacije neodređenosti nam daju $\Delta q.\Delta p\geq\frac{\hbar}{2}$.

Fizički, ova relacija izražava samo dualizam talas-korpuskula: ako je čestica nepokretna, njen položaj je potpuno određen, ali vezani talas uopšte ne postoji; naprotiv, ako se čestica kreće potpuno poznatom brzinom, ova brzina je brzina jednog ravnog talasa koji se širi u čitavom prostoru i položaj čestice je potpuno neodređen. Međuslučaj je onaj slučaj kada je čestica predstavljena paketom talasa nešto različitih brzina, koji se usled interferencije poništavaju u gotovo čitavom prostoru, sem oblasti koja ima ekstenziju Δq; u ovom slučaju, brzine različitih talasa raspoređuju se na oblast Δv tako da je

$$m\Delta v.\Delta q\geq\frac{\hbar}{2}.$$

Takve relacije neodređenosti postoje za sve parove komplementarnih veličina, ali je njihova fizička interpretacija često mnogo manje jasna nego u slučaju položaj — impuls.

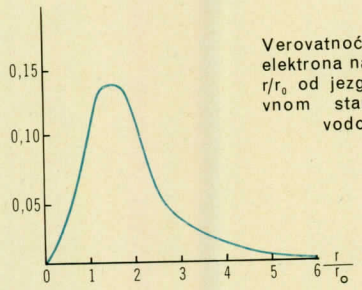
POTPUNO REŠIVI PROBLEMI. Šredingerova jednačina, nezavisna od vremena, je parcijalna diferencijalna jednačina drugog reda u odnosu na prostorne koordinate. Ona obuhvata, sem toga, eksponencijalnu funkciju, čiji oblik zavisi od posmatranog problema. Matematički problem njenog rešenja je veoma kompleksan problem koji je potpuno rešiv samo u malom broju slučajeva. Nabrojaćemo ovih nekoliko slučajeva od bitnog značaja.

a) *Jednodimenzionalni problemi.* Postoji samo jedna prostorna promenljiva i Šredingerova jednačina nije više parcijalna diferencijalna jednačina, već obična diferencijalna jednačina drugog reda. Postoji znatan broj eksponencijalnih funkcija kod kojih se sa rešenjem može ići do kraja; slučaj od posebne važnosti je slučaj konstantnog potencijala. Ovaj slučaj dozvoljava da se lako pokaže jedan čisto kvantni efekt, t. zv. tunel efekt; kada klasična čestica naiđe na barijeru visokog potencijala (u odnosu na svoju kinetičku energiju), što je slučaj sa kuglicom koja odskače od zida, zna se da čestica ne može preskočiti ovu barijeru: ona se odbija. U kvantnoj mehanici nalazi se da se amplituda talasne funkcije ne poništava odjednom na nivou barijere, već da prodire u nju i da čak s druge strane može imati vrednost različitu od nule; drugim rečima, verovatnoća da će se čestica naći s druge strane potencijalne barijere, nije ravna nuli: ona može proći kroz prepreku koja bi za nju, klasično posmatrano, bila nepremostiva. Ovo značajno svojstvo dozvolilo je da se objasne mnoge pojave, kao α-radioaktivnost i našlo je čak industrijske primene (tunel dioda).

b) *Atom vodonika.* Jedan od najvećih uspeha Borove teorije bilo je tačno predskazivanje spektra vodonika.

Kvantna mehanika je potvrdila i poboljšala Borove rezultate. Problem atoma vodonika, to jest problem kretanja jednog elektrona u električnom polju jednog protona, na sreću je problem čije se krajnje matematičko rešenje može naći. Ne samo da su opisana razna pobuđena stanja elektrona, nego i potpuno jonizovana stanja u kojima elektron prolazi sasvim blizu protona i biva deflektovan (kaže se još difuzno odbijen) od strane protona. Ovo tačno rešenje dobija se samo kada su posmatrane interakcije jedino kulonove interakcije, koje potiču od naelektrisanja elektrona i protona.

c) *Harmonijski oscilator*. Tako se naziva sistem u kome česticu privlači prema jednoj tački sila srazmerna rastojanju čestice od tačke. Ovaj problem je izvanredno značajan, jer je to problem u kome se u prvoj aproksimaciji ispoljavaju sve interakcije između materije i zračenja (kvantna elektrodinamika) kao i oscilacije atoma u molekulima i u kristalima. Za ovaj problem može se konstruisati skup sopstvenih funkcija Hamiltonovog operatora; pomenućemo



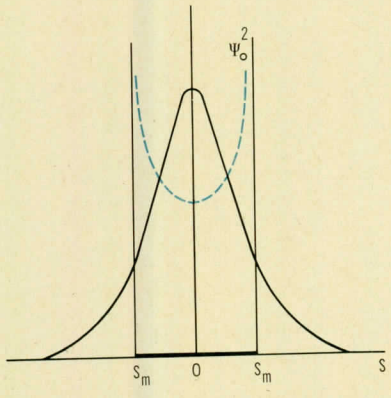
Verovatnoća nalaženja elektrona na rastojanju r/r_0 od jezgra u osnovnom stanju atoma vodonika.

samo rezultat koji se tiče spektra sopstvenih vrednosti: sve sopstvene energije su ekvidistantne jedne od drugih i razdvojene vrednošću $\hbar\omega$, gde je ω definisano činjenicom da je $m\omega^2$ konstanta proporcionalnosti sile i elongacije. Najmanja moguća sopstvena vrednost energije nije jednaka nuli, kao što bi se to moglo očekivati za pokretnu česticu, već $\frac{1}{2}\hbar\omega$:

svaki kvantni oscilator poseduje, u svom osnovnom stanju, to jest stanju najniže energije, jedno malo oscilatorno kretanje koje predstavlja energiju jednog polukvanta.

APROKSIMATIVNI METODI. Dali smo pregled nekoliko prostih potpuno rešivih problema. Na žalost, kod većine fizičkih problema pojavljuju se teškoće koje možemo razvrstati u tri kategorije.

a) U slučaju prethodnih potencijala, Kulonovog i harmonijskog, našli smo matematičko rešenje



Verovatnoća da se nađe odstupanje *s* za harmonijski oscilator u osnovonom stanju (tačkasta linija, rezultat klasične teorije).

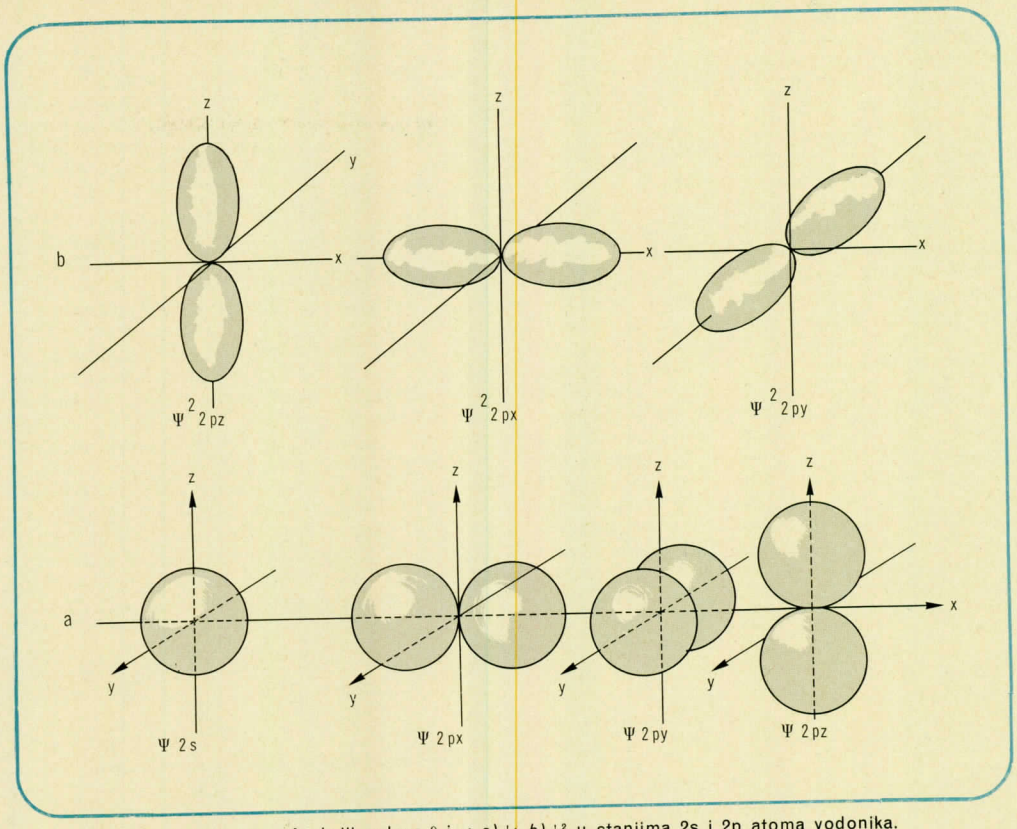
problema. Ako uzmemo druge potencijale, prilagođene raznim fizičkim problemima, u arsenalu izučenih funkcija u matematici ne nalazimo više one koje rešavaju problem.

b) Događa se da nismo u stanju da saznamo potencijal prilagođen problemu.

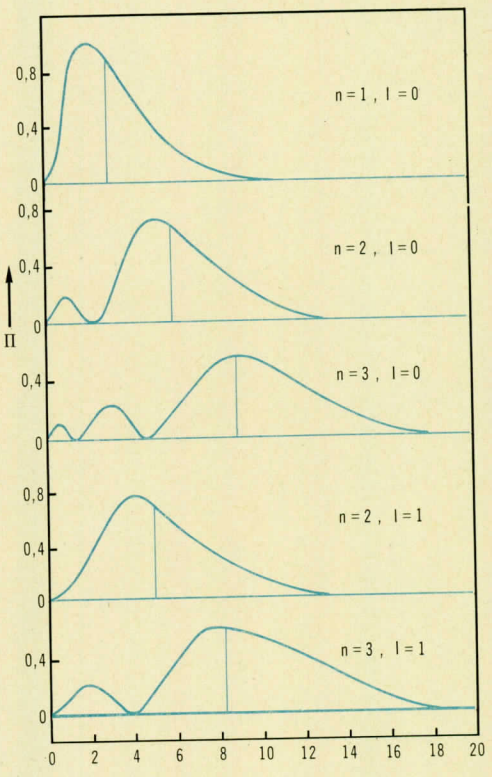
c) Najzad, aproksimacija nezavisnih čestica, koja nam je dozvolila da napišemo Šredingerovu jednačinu za jednu česticu, ne važi u potpunosti: kada se više čestica nalaze jedne pored drugih, njihove uzajamne interakcije su takve da je ispravno samo kolektivno opisivanje sistema, koje obuhvata sve čestice odjednom.

Da bi se, uprkos ovim teškoćama, išlo dalje, neophodne su; aproksimacije; daćemo kratak pregled raznih tipova aproksimacija, povezanih sa prethodnim kategorijama.

1. Približna rešenja Šredingerove jednačine. Problem se sastoji u sledećem: poznajemo potencijal kome je potčinjena čestica, ali ne znamo integralisati Šredingerovu jednačinu. Mogu se primeniti tri glavna metoda: poluklasični metod, varijacioni metod i metod perturbacija. Mi ćemo ispitati samo ovaj poslednji koji se najviše primenjuje i koji predstavlja samo prilagođavanje jednog u klasičnoj mehanici odavno poznatog metoda. Njegov princip se sastoji u sledećem: potencijal se posmatra kao zbir dva člana, od kojih bi jedan, »normalni« član, kada bi bio sam, dao problem rešivog tipa, dok se za drugi, nazvan perturbacioni član«, pretpostavlja da je mali u odnosu na prvi. Tada se može smatrati da su sopstvene funkcije »rešivog« problema približne funkcije za stvarni problem, i da je red, dobijen razvijanjem tačnih sopstvenih funkcija pomoću ovih približnih funkcija, konvergentan. Parametar razvijanja je očevidno perturbacioni član. Teorija perturbacija nam daje koeficijente ovog razvijanja, i tako se, uz ogradu da red dobro konverguje, mogu izračunati sopstvene funkcije i sopstvene vrednosti tačnog Hamiltonovog operatora sa proizvoljnom tačnošću. Najčešće se zadovoljava prvim, a eventu-



Predstavljanje u funkciji uglova θ i φ: *a*) ψ; *b*) ψ^2 u stanjima 2s i 2p atoma vodonika.



Verovatnoća nalaženja elektrona na rastojanju *r* od jezgra u raznim stacioniranim stanjima atoma vodonika.

alno drugim članom razvoja. Svojstvo ovog metoda je u tome da je preciznost u sopstvenoj vrednosti veća od preciznosti u sopstvenoj funkciji. Na žalost, razlaganje potencijala na dva člana nije uvek moguće.

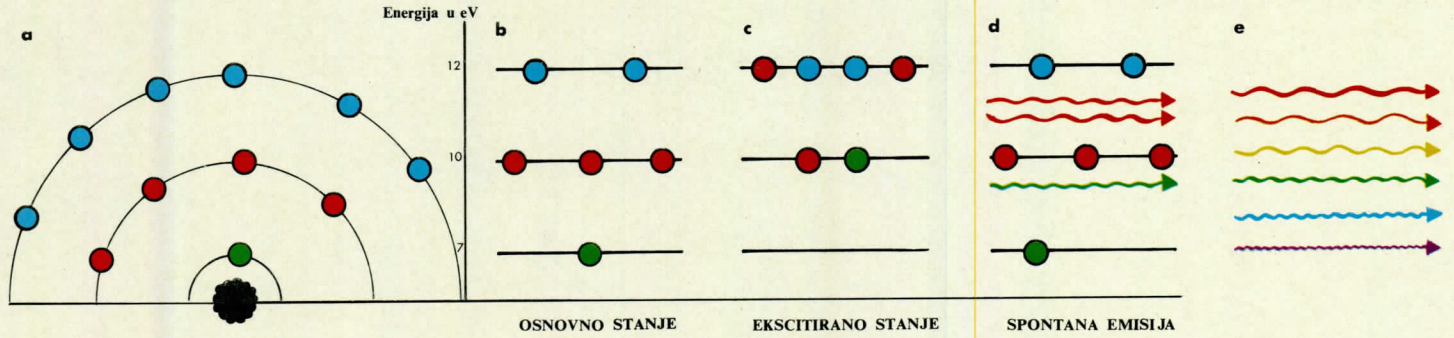
2. Iznalaženje približnog potencijala. Samokonzistentno polje. Kada se jedna čestica nalazi u prisustvu velikog broja drugih čestica (na primer, jedan elektron u atomu koji nije atom vodonika), potencijal kome je ona potčinjena proizlazi iz njene interakcije sa svim njenim susedima, koji su i sami u kretanju. Smatra se da se on može izračunati samo ako su već poznate talasne funkcije tog sistema, što pretpostavlja da je problem već rešen; baš ta hipoteza se i koristi. *A priori* se daje jedno najbolje moguće rešenje problema, i izračunava se potencijal koji mora osećati čestica koja nas interesuje. Tada se može, bar teorijski, izračunati njena talasna funkcija, kao, uostalom, i talasna funkcija drugih čestica sistema. Nove talasne funkcije su u principu bolje od talasnih funkcija od kojih se pošlo. Ovaj proces se ponavlja dotle dok ne iščezne razlika između dve uzastopne etape. Ovaj metod naziva se metod »samokonzistentnog« polja. Očevidno je da on postaje neprimenljiv usled ogromnih računa koji se pojavljuju čim broj čestica postane velik. Ovaj metod, kao i drugi njemu slični metodi, opterećen je, doduše, greškom usled prethodne teškoće *c*.

3. Problem N tela. Ovo poglavlje predstavlja gotovo isto tako obimnu teoriju kao što je i sama kvantna mehanika, koja se razvijala tokom poslednje decenije. Ne dolazi u obzir da se ona ovde izlaže, posebno zbog kompleksnosti upotrebljenog matematičkog aparata.

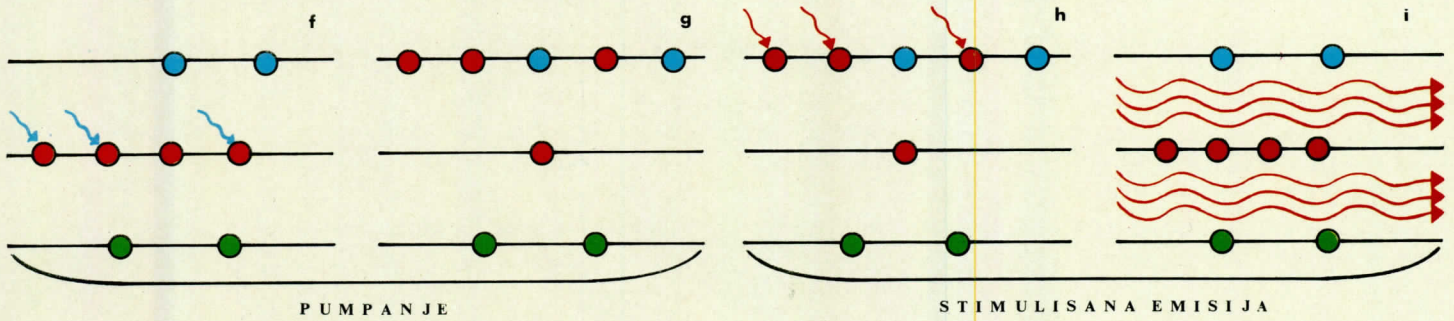
Ova nova teorija ide za tim da opiše ponašanje skupa čestica u interakciji, kada je ova tako velika da se svojstva skupa ne mogu više opisati kao zbir svojstava sastojaka uzetih odvojeno. Tada se čini pokušaj da se interakcija tretira kao jedna perturbacija, ali kako je ona veoma jaka, razvijanje reda perturbacije ne može ni u kom slučaju biti skraćeno: potreban je zbir svih članova do beskonačnosti. Ovaj program bi bio neostvarljiv da nije uočeno da se, za dati red, izvesni članovi mogu zanemariti i da je na kraju računa skup važnih članova mnogo više reduciran nego što bi se moglo *a priori* misliti. Cilj ovih metoda problema N tela sastoji se, dakle, u tome, da se selekcioniše ovaj skup važnih članova; to se postiže pomoću grafičkih predstavljanja »Fajnmanovih (Feynman) dijagrama«, od kojih svaki predstavlja interakciju jedne čestice sa konačnim skupom drugih čestica. Prosta pravila, koja je mnogo lakše izraziti dijagramima nego članovima razvijenog reda koje oni predstavljaju, dozvoljavaju da se odaberu korisni članovi a eliminišu drugi.

Pokušali smo da damo opšti pregled, s jedne strane razloga koji su naveli fizičare da 1925. začnu novu teoriju, a s druge strane, sadašnje stanje ove teorije i to na jedan vrlo nepotpun način, ne upuštajući se u detalje; danas postoji velik broj priručnika iz kvantne mehanike, među kojima svako može da nađe nivo koji njemu odgovara. Želeli bismo na kraju samo da napomenemo da je ova teorija izazvala i da još uvek izaziva raspre filozofske prirode o značenju Hajzenbergovih relacija neodređenosti, ili o statičkoj interpretaciji talasne funkcije; moguće je da će ove raspre jednog dana uroditi plodom i da će iz njih proizići dublje razumevanje važenja postulata i njihovog značenja. Ali sigurno je da kvantna mehanika, posmatrana kao sredstvo rada isto kao i trigonometrija ili algebra, kao skup pravila posmatranja kada se radi sa veličinama atomske srazmere, predstavlja izvanredno moćan instrument, najčešće veoma skladan, čije rezerve današnja fizika ni izbliza nije u potpunosti iscrpla.

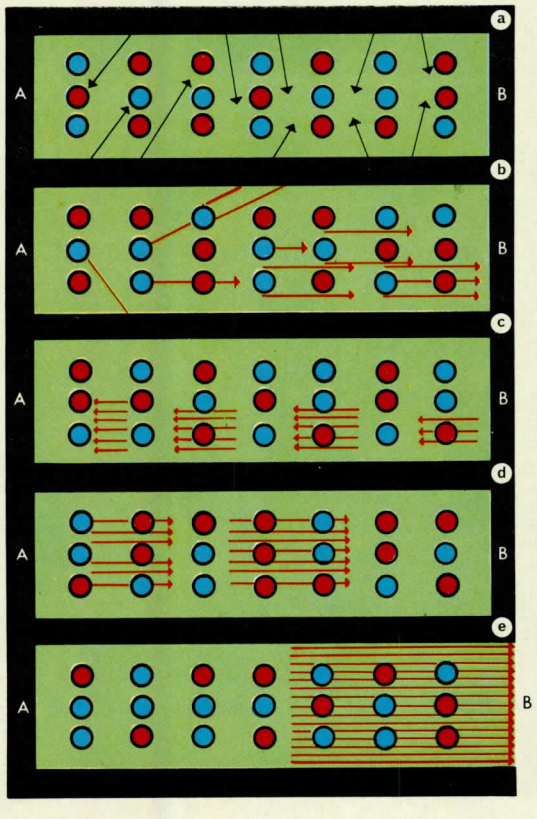
Preveli **Danica i Pavle Jokšić**



OBIČNA SVETLOST. Elektroni nekog atoma mogu se nalaziti samo u izvesnim *energetskim nivoima* (a i b). Ako jedan elektron apsorbuje ili izrači kvant energije jednak razlici između dva nivoa, on menja orbitu. Na primer (c), termičko kretanje u žarnoj niti sijalice može učiniti da ona dobije 2 eV i ona tada prelazi na viši nivo. Uskoro, ekscitirani atom se vraća u svoje osnovno stanje: elektroni se vraćaju na svoj prvobitni nivo (d), emitujući jedan foton (»zrno« svetlosti), čija talasna dužina zavisi od razlika energije između dva nivoa. Kod običnih izvora (Sunce, sijalica) raznolikost ovih razlika ili *tranzicija* je takva da se emitovana svetlost sastoji od smeše monohromatičnih svetlosti različitih faza (e).



PRINCIP LASERA. Za vreme pumpanja (f), pobuđuje se aktivni materijal (rubin, na primer) da bi elektroni prešli na viši nivo (g). Zatim nastupa *stimulisana emisija*: bez čekanja na povratak u osnovno stanje, ona se izaziva pomoću bleska elektronskog fleša (h) i tada elektroni prelaze na niži nivo (i); fotonima koji nastaju od ovih elektrona, dodaju se upadni fotoni pa je tako emitovana svetlost monohromatična i koherentna.

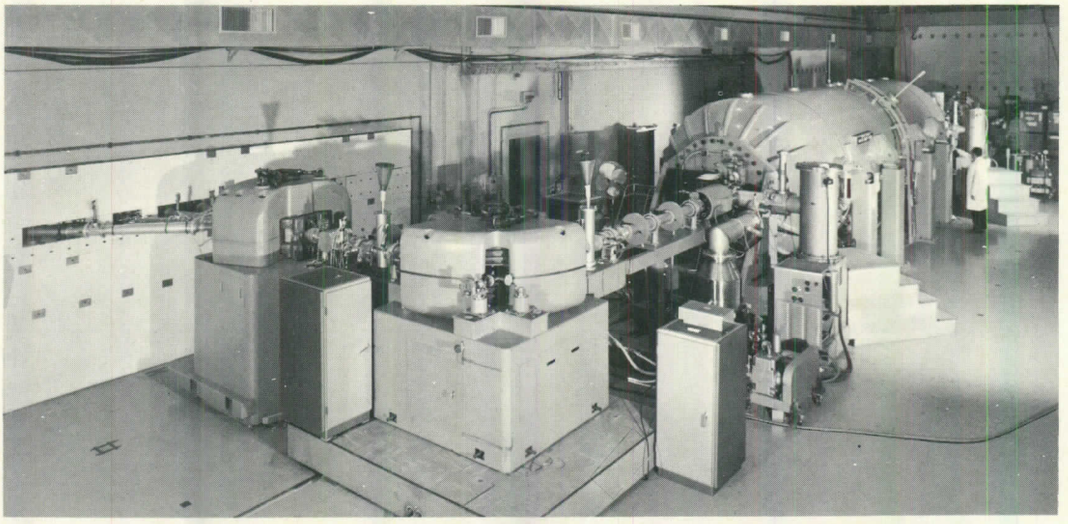




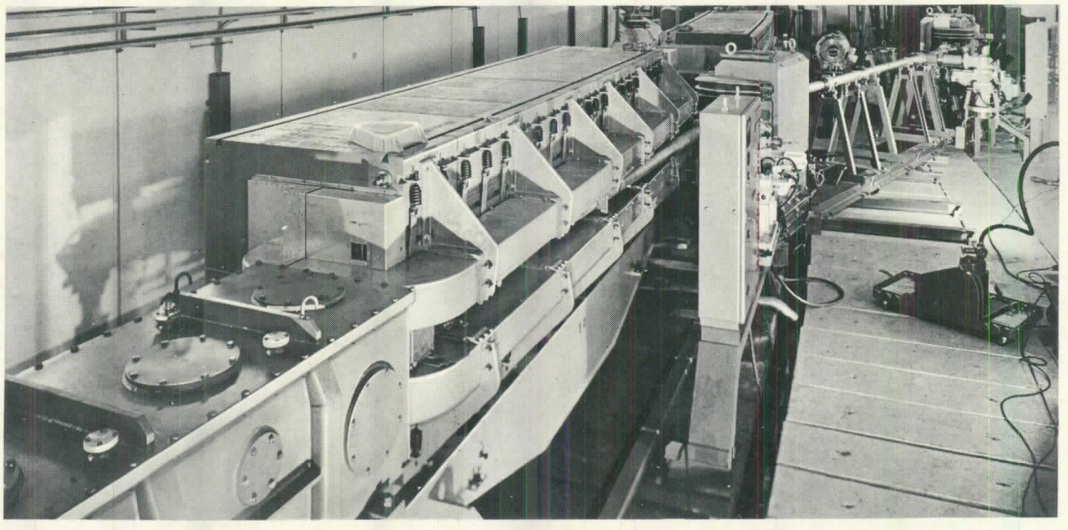
LASER. Razni tipovi ovog instrumenta predstavljaju osnovu mnogobrojnih primena zasnovanih na tri svojstva njegovog snopa: njegova svetlost je koherentna (primene zasnovane na interferometriji svetlosnih talasa); ona je velike snage (energija je ovde koncentrisanija nego na samoj površini Sunca); njegov snop ima veoma malu divergenciju, što je dragoceno kod radara, telemetrije, telekomunikacija itd.

SHEMATSKI PRIKAZ JEDNOG RUBINSKOG LASERA. U rubinu se dešava sledeće: a) blesak fleša dovodi atome u pobuđeno stanje (u crveno); b) fotoni, koje emituje svaki atom koji se vraća u osnovno stanje, izazivaju dezekscitaciju drugih atoma, čiji fotoni čine isto i tako redom po lančanoj reakciji; c) fotoni se reflektuju na ogledalu B i vraćaju se nazad, umnožavajući se; d) tako obrazovan talas reflektuje se na ogledalu A i produžava da se umnožava; e) nakon mnogobrojnih refleksija snop postaje dovoljno snažan da bi prošao kroz poluprovidno ogledalo B.

ATOMSKA (NUKLEARNA) ISTRAŽIVANJA

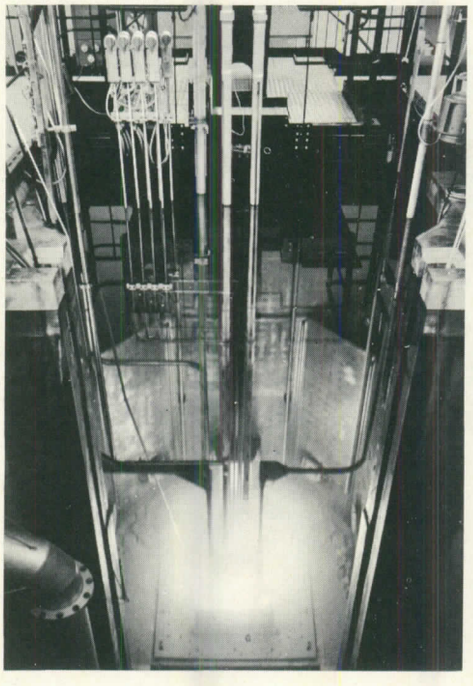


Van de Grafov (Van de Graaff) akcelerator Centra za nuklearna istraživanja u Sakleu (Saclay).

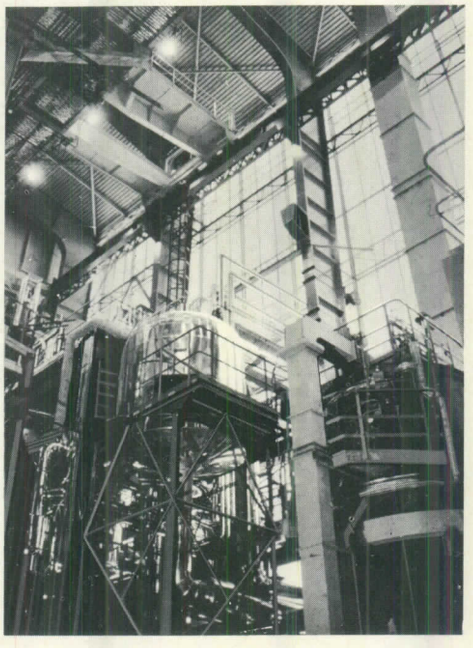


Sinhrotron Evropskog centra za nuklearna istraživanja (Ženeva): deo prstena obima 800 m ove gigantske mašine, sposobne da čestice ubrza do energija od 28 milijardi elektron-volti. U hali, predstavljenoj na fotografiji, vrši se separacija sekundarnih snopova čestica.

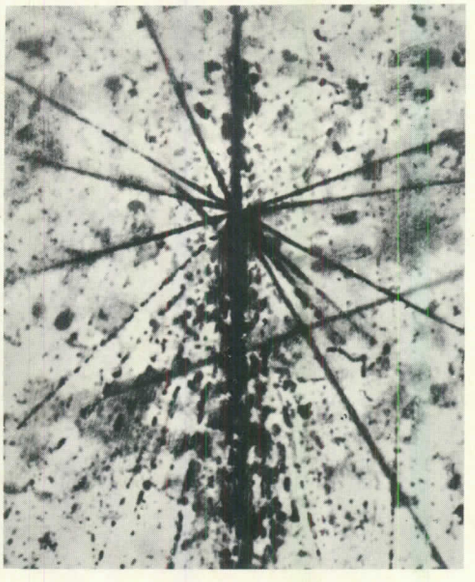
Srce reaktora *Triton*, istraživačkog reaktora bazenskog tipa.



Eksperimentalna instalacija upotrebljena u centru u Kadarašu (Cadarache) za izučavanje istopljenog natrijuma kao fluida za prenos toplote u nuklearnim reaktorima.



Dezintegracija jednog atoma srebra u emulziji fotografske ploče izložene kosmičkim zracima: najdeblji i najčistiji tragovi su tragovi protona jezgra srebra; diskontinualni tragovi usmereni nadole su tragovi mezona, nestabilnih čestica nastalih dezintegracijom.



Fot. Larousse, C. E. R. N., P. Jahan — C. E. A., General Dynamics.