Универзитет у Београду

Математички факултет

Мастер рад

Детективски проблеми у настави математике

у

вишим разредима основне школе

Ментор : Професор Милан Божић Јелена Николић 1004/2011

Београд , 2012. године

САДРЖАЈ

1. УВОД

„ Настава математике није наука. То је уметност. ”

George Polya – „ Математичко откриће ”

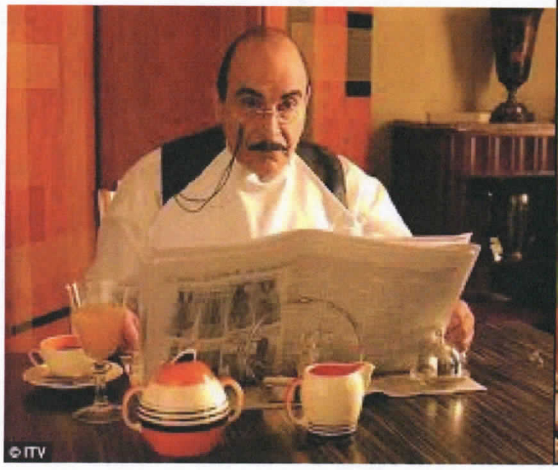
George Polya

Интерактивна настава је , пре свега, један социјалан процес. Шта то значи ?

Учење је ***интеракција*** између ученика и наставника, ученика и родитеља, ученика и вршњака (другова)... Производ овакве наставе су релативно трајне промене у размишљањима, ставовима, понашању које настају на бази искуства, традиције и праксе остварене управо у већ поменутој ***социјалној интеракцији***. То је један реципрочан однос ученика са наставником и осталим ученицима у одељењу (ако говоримо о интеракцији у настави). Настава базирана ***само*** на наставнику који стоји испред табле и предаје, записује на табли формуле, дефиниције и теореме је ученицима као ***„рендген снимак”***: ученици свакако чују оно што наставник прича, виде оно што наставник пише, али се мало ко од њих удубљује у материју.

Ово се баш не може рећи за интерактивну наставу према којој наставник покрива свих пет својих улога: улогу режисера, улогу сценаристе, улогу кореографа, улогу главног, па и споредног глумца. Наставник на овај начин предаје врло ***„моћан алат"*** и комплексан математички апарат. Када деца једном усвоје и прихвате ово ***„оружје"*** онда ће моћи да решавају како сличне, тако и знатно теже задатке (проблеме).

У редовну наставу би, из управо горе наведеног разлога, требало увести и проблемске задатке, и то ***детективског типа***, којима би деца, још од раног узраста развијала своје *вијуге* и *мале сиве ћелије*, како би то рекао ***Hercule Poirot*** и његова добра пријатељица ***miss Marple***, чувени јунаци детективских романа још чувеније ***Agathe Christie***.



Hercule Poirot ***Miss Marple***

Agatha Christie

Последњих година се у просвети неретко говори о интерактивној настави. Може ли се оваква настава сматрати за новину или је она само синоним за већ одавно познате облике наставног рада ?

Примена такозване интерактивне наставе, то јест групног облика рада или радионица је дидактичка иновација, али није оригинална у смислу проналаска. Зашто? Зато што је свакако могла да се примењује и раније у настави, али јој се сада много више пажње посвећује, јер се управо од ње очекује унапређење и побољшање школског (образовног) система у Србији. Земље које се најчешће помињу као одлични модели у образовању су Јапан и Финска.

2. Како се предаје математика у Сингапуру ?

Наставни програм, **„Сингапурска математика"**, захваљујући коме ученици у Сингапуру постижу најбоље резултате из математике у свету још од 1990. године, све је популарнији у САД - у.

Scott Beldridg, стручњак за спровођење тог плана, који је, после дугогодишњег коришћења уџбеника из Сингапура, 1980. године креирао сам програм и семинаре за наставнике математике у америчким школама каже да је програм сузио са 50 на 14 области како би се постигао што бољи успех код ученика.

„Од сабирања и одузимања разломака и децимала приступа се кроз 3 различите фазе" - објашњава Белдриџ.

„У првој фази, ученици покушавају да реше задатак који садржи одређене мере. То може бити мерење врата, прозора и слично... Деца у процесу учења могу употребити и новац. Друга фаза је графичке природе: готовину прикажемо, на пример, цртежом кованица. У последњој фази, деца се користе сликовном презентацијом како би објаснила неку математичку операцију, попут сабирања бројева. Дакле, овим се програмом иде корак по корак."

Многи документи позивају на реформисану визију предавања и учења математике (Национални савет наставника математике, 1989, 1990;), описују улогу наставника која се битно разликује од оне традиционалне улоге, концизно артикулисане од стране многих аутора (*Romberg & Carpenter,* 1986; *Stigler & Stephenson,* 1991) . Позив на реформу произилази из две тежње:

- Промена потреба грађана ради ефектног учествовања у напредном технолошком друштву;
- Потрага за вештином предавања и учења математике;

Са повећаним интересовањем за професионални и курикуларни развој програма дизајнираних тако да охрабре наставнике за интерактивну наставу математике изкристалисале су се две битне потребе у последњих пар година.

Прва је да се јавља јасан и врло прецизан опис улоге наставника у тако ***реформисаној*** школској атмосфери, а друго наглашава се потреба за детаљним описивањем процеса мењања наставника, при чему би требало посебно обратити пажњу на оне факторе који врше утицај на сам процес.

Ако имамо у виду ова два аспекта, сасвим је сигурно да ће „испливати" питања типа :

- На које се начине мења улога наставника када се на часовима углавном раде ***нерутински*** задаци ?
- Који чиниоци утичу на процес адаптације како наставника тако и ученика на нове облике и методе рада ?
- Каквог су карактера ти чиниоци ?

3. Улога наставника у *реформисаном школству*

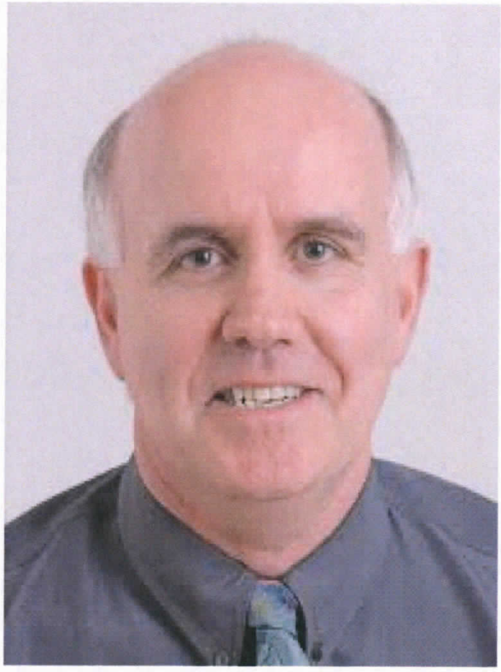
Улога би требло да обухвати следеће: шта наставник ради у учионици у терминима организације, интеракције и доношења одлука као и све оне изборе, обавезе и одлуке које се тичу припреме часа.

Ево како ***Eisenhart*** (1991), колега и сарадник доле поменутог господина Кларка дефинише ***концептуални оквир рада*** :

„Концептуални оквир рада је структура базирана не на формалној теорији (логици) или акумулираном искуству пракси, већ образлагање и аргументовање. Он садржи различите тачке гледишта на задати проблем. Једном усвојени концепти и идеје служе као ***звезде водиље*** : прикупљање података за конкретан проблем и / или методе (начини) преко којих се поменути подаци најпре анализирају, а затим и тумаче "

Doug Clarke (1993) : „Мој концептуални оквир рада сумира кључне компоненте улоге наставника у две велике целине: шта наставник ради и који су његови ставови (веровања) у вези са предавањем и учењем математике "

Детаљи су изложени у књизи „*Influences of the changing role of the mathematics teacher*" (1993), поменутог господина, професора математике на ***Australian Catholic University***. Наводимо најважније ставке из књиге :



Doug M. Clarke

Шта наставник ради ? (Компоненте улоге)

1. Коришћење нерутинских задатака као полазна тачка без претходног упознавања са формулама, теоремама и дефиницијама ;
2. Адаптација наставне грађе и инструкција реалном контексту и наставниковој свести о потребама и интересовањима ученика ;
3. Коришћење различитих стилова организације часова у учионици (индивидуални рад, фронтални облик рада, рад у малим групама…) ;
4. Развој математичке дискусије и комуникације са наставником као колегом и сарадником који вреднује и изграђује логику и резон ученика ;
5. Идентификовање најбитнијих математичких идеја и концентрисање на истим ;
6. Коришћење нестандардних метода оцењивања како би се унапредила настава ;

Повезана схватања о предавања (учењу) математике

1. Ученици могу решавати ***нерутинске задатке*** иако не знају методу (процедуру) потребну за решавање ;

2. Математика би требало да се изучава кроз ***реалне животне контексте*** који имају смисла за ученике и који су, самим тим, релевантни за њега, укључујући и њихов језик, културу, па и свакодневни живот ;

3. Разлике у математичким задацима и жељеним стиловима учења појединаца захтевају широку лепезу ***могућности организације часа*** у учионици ;

4. Атмосфера претпоставки и аргументовања истих може само да поспеши учење. Наставници би требало да буду отворени за сваку врсту сарадње и да буду свесни да су управо решења и методе ученика добра база за ***дискусију о проблему*** ;

5. Математику би ваљало доживети као једни интегрисану целину чији су основни делови резоновање, комуникација и интеракција, а у центру је свакако ***problem solving*** ;

6. ***Посматрање и слушање ученика*** обезбеђује поглед на њихово размишљање које се може искористити за даља планирања часова ;

Могла би се додати и седма компонента : ***како олакшати ученицима да се максимално изразе и како да најбоље пласирају своје знање и практичне способности*** ?

То нас директно доводи до следеће тезе...

4. Истраживање и истраживачки дух ?!

„Обухвата подстицање развоја деце кроз следеће аспекте : социјално емотивни развој са посебним нагласком на подстицање дечјег самопоштовања, развој говора, говорног стваралаштва и комуникације, увођење детета у свет слова и писану реч, увођење детета у свет физичке стварности (истраживачке игре), математички појмови, развој креативности код деце, сарадња са породицом и локалном заједницом у циљу што стручније припреме детета за полазак у школу...” (*Из огласа за вртић Меда у Шапцу...*)

Истраживачки дух је управо она искра која покреће мало дете да овлада говором, моториком и мисаоним процесима.

Образовни систем би требало да охрабрује и каналише развој истраживачког духа. Основне елементе сваког истраживања као што су ***дефинисање проблема, прикупљање података, њихова анализа и интерпретација*** можемо поставити пред децом и у најнижем школском узрасту, што се и да приметити из претходног новинског исечка.

Наставници математике (и то добра већина) се плаше оваквог експериментисања, јер сматрају да је стражиавање и истраживачки рад привилегија која је својствена само и искључиво научницима. Предрасуда!

Francis Edward Su, професор математике на *Harvey Mudd College* – у, који је докторирао на *Harvard University* 1995. године поставља следеће питање:

„Тежити зрелости код ученика ??? Не...Оживите поново њихову дечју машту и радозналост.”

Francis Edward Su

Steve Jobes : „*Stay hungry and stay foolish !* ”, рекао је један од оснивача и бивши главни руководилац Епла (*Apple*), алудирајући при том да треба увек бити и гладан и жедан знања и остати млад духом !

Steve Jobes

5. Како би *Doug Clarke* искористио математику за детективски посао ?

Детективи су нашли коску закопану у једној рупи на обали језера Kegons у Stoughton – у. Форензички антрополози су установили да је у питању такозвана радијус коска и да је засигурно људског порекла. Детективи се надају да ће ускоро добити (обезбедити) мало јаснију слику о томе како је та особа изгледала.

Истрага се наставља.

(Узето из књиге ***Bone Puzzle Buffles Detectives*** ауторке ***Jacinta Garsia***)

Људска радијус коска

Doug Clarke каже овако : „Замислите сада да сте баш Ви форензичар. Пробудите се једног дана и после уобичајеног доручка и кафе затичете испред улазних врата своје куће новине. Отворите новине и почиње листање...налећете баш на малопређашњу причу."

Ево и **корака** које бисте предузели у нади да ћете решити случај (опет по рецептури господина ***Doug Clark*** – а).

1. Дискутујте са партнером о томе ком делу тела би коска могла припадати. Ако се деси да нико не зна која је то коска тачно, у анатомском смислу, онда консултујте научне речнике и научне књиге. Скицирајте у својој радној свесци, отприлике где би се та коска налазила у телу.
2. Измерите *радијус коску* тачно у центиметрима, а након тога измерите висине макар пет особа у вашем разреду.
3. Да ли уочавате било какав шаблон (образац) или везу између висине особе и дужине њене *радијус коске* ?
4. Искористите све могуће обрасце које знате како бисте направили прва предвиђања о висини мистериозне особе чија је коска пронађена.
5. Понекад две особе мере исту величину, на пример нечију висину и дођу до потпуно различитих закључака. Размислите зашто и напишите бар три различита одговора у својој радној свесци. (Покушајте да будете прецизни и трудите се да не дајете одговоре типа „Један од њих је врло лош у мерењу.")

Дакле, примећујете да је јако битно имати *modus operandi* испред себе. Потребно је да наставник уме да објасни ученику како и зашто треба резоновати, то јест упутити га на редослед мисаоних операција приликом решавања математичких проблема. Ученик се тако навикава на један логичан склад мисли и података које треба повезати. Шта конкретно подразумевамо под тим ?

Modus operandi значи, када се преведе са латинског језика , режим (начин) рада и описивање нечије методологије рада. Неопходно је направити **план и програм рада**, то јест **редослед операција**. Наставник треба да **упути, покаже и усмери**, а на детету је да то **прихвати, усвоји и примени**. Такође, битно је бележити сваку мисао, идеју и опсервацију, ма колико се она чинила небитном или занемарљивом.

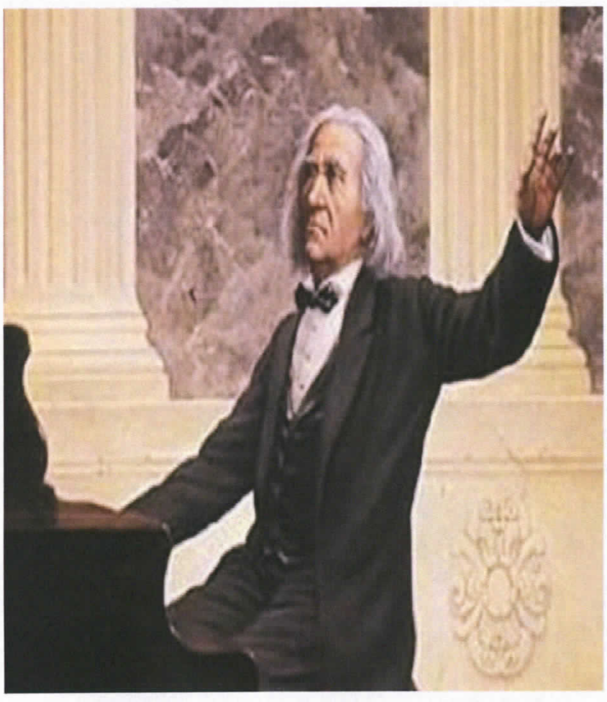
Sherlock Holmes

„Већина људи, ако им опишете ток догађаја, рећи ће Вам какав ће бити исход. Они у мислима спајају те догађаје и из њих закључују да ће се нешто одиграти. Има мало људи који су у стању да Вам, ослањајући се на опис догађаја и на своју подсвест, кажу који су разлози довели до самог догађаја. То је та моћ на коју циљам када говорим о закључивању уназад, или ***аналитичком мишљењу****.“*
– ***Sherlock Holmes*** („Црвена нит“)

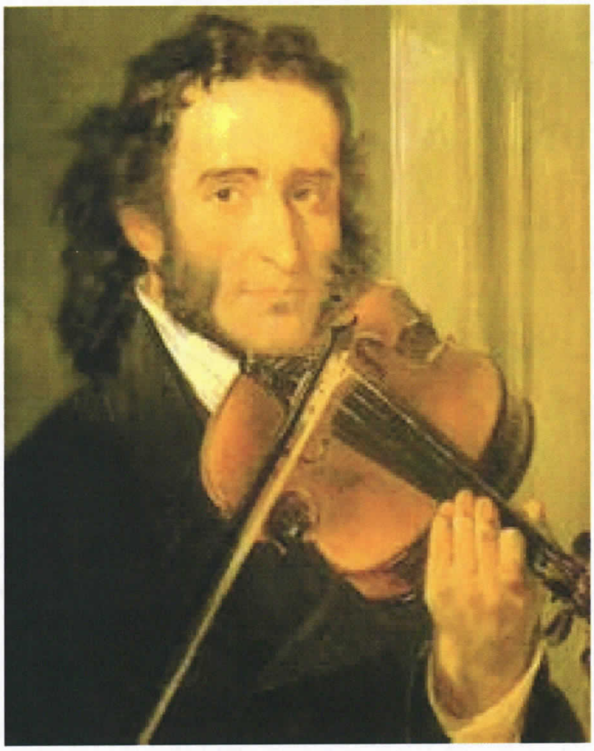
6. <u>Рутински и нерутински задаци</u>

Рутински задаци су задаци са уском облашћу примене, што ће рећи да се оваквим задацима најчешће илуструје нека теорема, дефиниција или уопште неко правило (закон). То су они задаци који се могу ***идејно*** решити, то јест служе за увежбавање и утврђивање. Оваквих задатака има на претек у уџбеницима математике, а што је најгоре, управо су овакви задаци најчешћи избор наставника и професора, ради ***увежбавања и понављања градива***. У извесном смислу рутински задаци подсећају на ***Математичку Етиду***. Етида је, у музичком смислу, кратко дело чији је циљ ***усавршавање технике***. Да бисмо мало боље разумели зашто баш овакво упоређивање, ево мало теорије музике :

„***Етида*** је музички облик који служи за техничко савладавање свирачког умећа. То су, углавном, мелодијски једноставне композиције. Етида настаје упоредо са развојем техничког виртуозитета, посебно у доба романтизма, говоримо о делима ближа клавирској минијатури или о етидама концертног карактера."



Franz Liszt

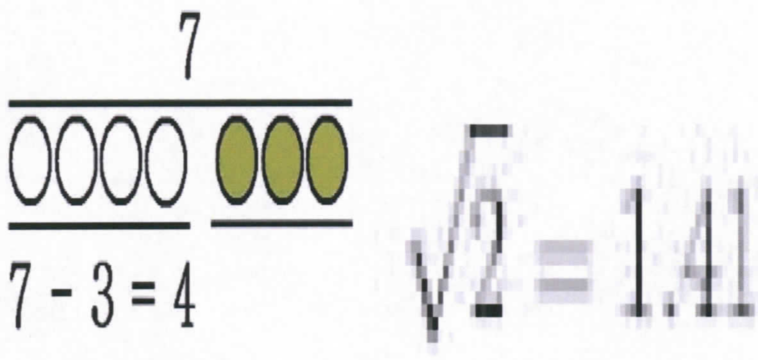


Nicolo Paganini

С друге стране, ***нерутински задаци*** су они задаци који се ***не могу решити идејно***. То су задаци за сналажење, односно задаци такмичарског духа, у којима би све податке потребне и довољне требало свести на терен примене формуле ***(мада се врло често дешава и то да се заправо не може применити формула, то јест задатак се не може свести на рачунски проблем, већ је то логично повезивање и закључивање).***

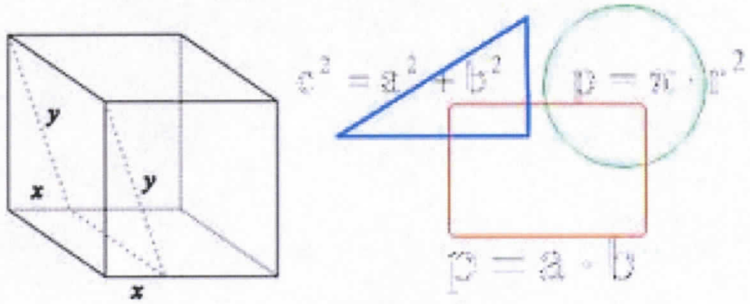
Да бих приближила значење појма ***задатак у реалном кодонтексту***, наводим основне разлике између рутински проблема и проблема у реалном контексту.

1) <u>РУТИНСКИ ЗАДАТАК</u>



- ***Језик :*** Формални математички, односно редукован, сви подаци,, као на длану", није потребно „читање међу редовима".
- ***Расположиви подаци :*** Унапред селектовани на нужни минимум, један извор, директно се набрајају.
- ***Компетенције :*** Углавном на нивоу репродукције; један задатак тестира једну компетенцију; компетенције директно везане за садржај који се тренутно обрађује.
- ***Захтев :*** Доследна примена процедура и увежбавање рутине; таксативно познавање математичких чињеница.
- ***Решење :*** Очекује се једно тачно, унапред пројектовано решење; од ученика се не очекује да одступи од предвиђене процедуре.
- ***Мотивација :*** Контекст углавном не постоји – задатак је потпуно апстрахован. Не постоји део текста којим би се ученик мотивисао да решава задатак.
- ***Интеракција :*** Строга оријентација на индивидуални рад.

2) <u>НЕРУТИНСКИ ЗАДАТАК</u>



- ***Језик :*** Неформални, свакодневни, прилагођен узрасно, „замршено и запетљано."
- ***Расположиви подаци :*** Подаци су у сировом облику (нису концизно и јасно дати) и нису у потпуности селектовани; често су из више извора.
- ***Компетенције :*** Знатно сложеније – анализа, селекција, интерпретација, образлагање (аргументовање); истовремено се тестира више компетенција.
- ***Захтев :*** Одабир и тумачење података; моделовање проблема; избор адекватне процедуре за решавање проблема; тумачење резултата.
- ***Решење :*** Подстичу се различити путеви решења; посебан акценат је врло често на тумачењу и аргументовању решења. Овде би наставник требало да постави питање : „Да ли је задатак могао да се реши на неки други начин или неком другом методом ? Колико решења задатак има ?" и тако даље.
- ***Мотивација :*** Често је већи део текста у служби мотивације ученика да уопште и приступе решавању проблема. Сам контекст мотивише јер је искуствено релеванатан за ученика. Текст задатка је најчешће такав да детету изгледа интересантније.
- ***Интеракција :*** Углавном присутна и истраживачка компонента која је погодна за тимски (групни) рад. Идеје синергично делују у оквиру једне групе ученика. Брже се долази до решења.

Паралела између рутинских и нерутинских задатака, у које спада и задатак, то јест задаци које ћете видети на наредним странама, је добра увертира за један оглед.

7. <u>МАЛИ ЕКСПЕРИМЕНТ</u>

22. фебруара текуће године у Основној школи „Светозар Милетић“ у Земуну у одељењу 6/2 са колегиницом Снежаном спровела сам једно мало истраживање. О чему се заправо радило ?
Идеја је била да ученици добију један изузетно занимљив и што је најбитније ***нерутински задатак***. Задатак је гласио овако :

Потребни сте полицији како бисте расветлили случај крађе највећег дијаманта на Балкану.

Полиција има веома штуре податке о случају. Знамо да је лопов по занимању машиновођа и знамо да се дан пре крађе налазио у возу на линији Бар – Београд у купеу са још двојицом својих колега : кондуктером и отправником. Поред њих тројице, у купеу су била још три путника.
У станици постоји тонски запис разговора у купеу. Међутим, због много шумова, све што је полиција успела да разазна са тог записа је следеће :

1. Испоставило се да тројица колега имају иста презимена као и путници. Та презимена су : Симић, Дачић и Ружић.
2. Господин Дачић је одавно заборавио сву математику коју је учио у школи.
3. Један од путника, познати специјалиста математичке анализе, и кондуктер иду у исту цркву.
4. Господин Ружић живи у Лазаревцу.
5. Кондуктер живи у Обреновцу.
6. Путник – презимењак кондуктера живи на Вождовцу.
7. Симић увек побеђује отправника у билијару.

Истрази би много помогло ако бисте открили како се презива машиновођа.

Поентирали смо. Сам почетак задатка је изазвао и пробудио пажњу ученика. Изазов је ступио на сцену. Нису могли одолети. Сада ћу детаљно описати како је текао час и анонимна анкета, која је много што - шта показала.

Основна школа „Светозар Милетић"

8. ТОК ЧАСА

Дакле, ученици одељења 6/2 су били подељени у четири групе од по пет чланова, после уобичајеног представљања и осталих формалности. Након што су се све групе расподелиле, свакој од њих је подељен малопређашњи задатак. Скренута им је пажња и на то да нема варања и преписивања, то јест „крађе решења", као и то да нема апсолутне никакве комуникације међу групама. Колегиница Снежана и ја смо повремено обилазиле групе и било је кристално јасно да им овај проблем и није тако тешко пао. На часу је била присутна и њихова наставница Милијана Ковачевић.

Почеле су да се јављају и прве идеје и дискусије између чланова група, у смислу ко је у праву, а ко није. То је било врло симпатично. Задатак им је, очигледно био примамљив, што ће се касније и испоставити у анкети.

За непуних десетак минута издвојила се једна група, која је, занимљиво, била састављена само од дечака (сасвим случајно). Један дечак из те групе нас је позвао и ја сам дошла до њих. Саопшили су ми решење. Видело седа нису били потпуно сигурни да је то решење тачно.

Међутим, од њих се тражило и да образложе како су дошли до решења, односно да аргументују зашто мисле да је то решење тачно (није им било речено да ли је то њихово решење уопште тачно, имајући у виду да остале групе још нису стигле до решења проблема).

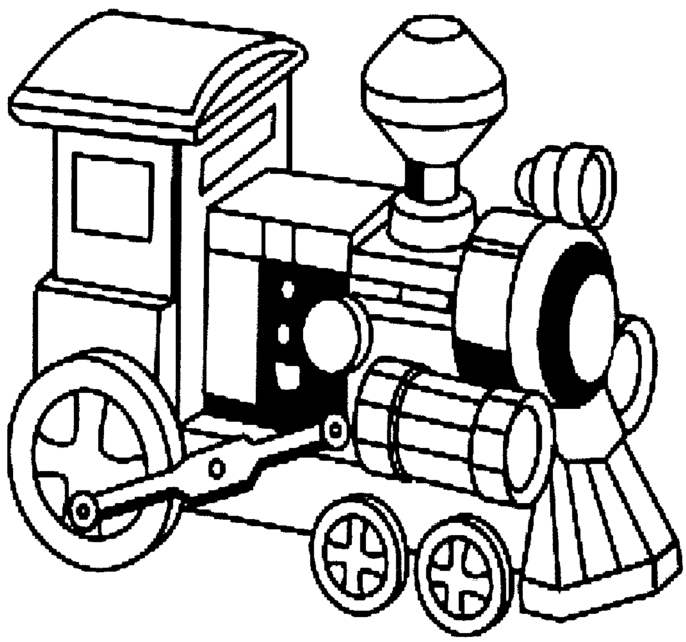
Убрзо потом и остале групе су дошле до решења. Једна девојчица је подигла руку како би изашла до табле и објаснила цео поступак решавања и то врло детаљно одрадила, држећи се принципа ДА СВАКО ЗАШТО ИМА И СВОЈЕ ЗАТО.

Ево како је текло образлагање анонимне девојчице :

„Да бисмо сазнали ко је мистериозни господим машиновођа, најпре треба одредити ко је кондуктер, а ко је отправник. Дакле, знамо да је Симић одличан

у билијару, јер увек побеђује отправника. Одатле закључујемо да се отправник не презива Симић и обрнуто, Симић није отправник по струци.

Даље, знамо да кондуктер и један од путника, који је специјализирао математичку анализу, иду у исту цркву, а кондуктер живи у Обреновцу, па из тога следи и да тај један путник такође живи у Обреновцу. Како је господин Дачић одавно заборавио сву математику коју је учио у школи, то нама значи да он дефинитивно није специјалиста математичке анализе и не живи у Обреновцу (а није ни господин Ружић, јер су нам рекли у задатку да он живи у Лазаревцу)! Дакле, познати специјалиста математичке анализе, из претходног, мора бити господин Симић.



Даље, путник, који је презимењак кондуктеера, живи на Вождовцу, па логично је да се кондуктер, односно тај путник не презива Ружић, јер, као што смо рекли, дотични живи у Лазаревцу. Закључујемо да се кондуктер не презива Ружић, што ће рећи да је отправник или Ружић или Дачић, а кондуктер или Симић или Дачић. Кондуктер и господин Симић, познати специјалиста математичке анализе, иду у исту цркву, то значи да је и господин Симић из Обреновца. Дакле, кондуктер се не презива Симић, а како се и отправник не *презива Симић (то закључујемо на основу 7)), одавде се сада види да се машиновођа презива Симић.*

Крај решења.

Након тога девојчица се вратила на место. Сви су се сложили да је девојчица врло лепо објаснила, до најситнијих детаља. Било је коментара да управо овакви часови математике недостају. Поједини ученици су захтевали, али, буквално, захтевали још један задатак овог типа. Морали смо да их разочарамо. Другог задатка није било (мада нам је заиста било жао због тога). Нисмо очекивали да ће се задатак решити тако брзо. Атмосфера је била тако напета да су се идеје између ученика просто „рађале” саме од себе, а колегиница и ја нисмо уопште морале да глумимо „бабице”, како би операција BRAINSTORMING успела.[1] Одмах су се искристалисали и лидери група (тимова) и то су углавном били ученици који су најбољи у том одељењу, па и у школи из математике.

Након тренутног разочарења уследила је анкета. Свако од њих се вратио на своје старо место седења, јер су, наравно, били измешани по групама. Подељене су им анкете, и то анонимне. Било је неких пет минута до краја часа. Брзо су завршили и са анкетама. Колегиница и ја смо покупиле листове и захвалиле на лепој сарадњи. Тада је и звонило за крај часа. Осетило се да им је било жао што је нашем дружењу дошао крај, мада сам, касније из разговора са њиховом наставницом, схватила да им ово није први пут да имају интерактивни час. Колегиница је више пута организовала квизове, такмичења и слично.

Узгред, приметила сам да нас нико од ученика током часа није питао : „Колико је сати ?”, што само доказује следећи **СТАВ** :

Ученика узраста од 12 до 14 година је најлакше заинтересовати за математику ако га ставимо у ситуацију да решава разноврсне и нетипичне задатке. Управо такви задаци, попут овог претходног, представљају **изазов** за ученика, јер знатно јаче и дуже **усредсређују** и **задржавају** његову **пажњу**, што је иницијална каписла за сам почетак решавања проблема. Овакви задаци побуђују **расуђивањ**е и донекле **васпитавају вољу ученика**. Решавање оваквих задатака, било самостално, било тимски (поменути експеримент је одличан

[1] У преводу са енглеског значи МОЖДАНЕ ОЛУЈЕ. То је техника која се користи у шангајској настави математике и означава неку врсту математичких асоцијација, то јест када наставник напише неки нови појам на табли, а ученици одговарају тако што кажу прво што им падне на памет.

пример групне сарадње ученика на часовима редовне наставе) и самоувереност да је добијени резултат тачан пружају ученицима нарочито задовољство и мотивишу их на даље решавање сличних проблема, а не само пуко задржавање на типским, односно рутинским задацима. Тако, већ на овом узрасту, решавањем погодних задатака почиње да се испољава афинитет ученика за математику.

Да бацимо сада поглед на још неке примере задатака и њихова решења. Наредни задаци су у неку руку слични са малопређашњем. Такви задаци су добра вежба ученицима.

9. Модели задатака

Покушаћу сада да покажем и објасним како неки примери из живота имају свој **математички модел**. Управо од оваквих примера зависи да ли ће ученици хрлити на час математике.

Ево поставки задатака као и њихова решења.

Једна мала напомена : приликом овог малог излета у математичке главоломије, друштво ће ми правити замишљени „клинац", којег ћу назвати Петар, иначе ученик осмог разреда једне основне школе.

1. *Свака од четири девојке зна тачно један од страних језика и свира тачно на једном музичком инструменту.*

Ана свира на клавиру и не зна италијански.

Беба свира на гитари и не зна немачки.

Дара не свира на виолини и не зна енглески.

Цана не свира на хармоници и не зна немачки.

Она која свира гитару не зна италијански.

Она која зна француски свира виолину.

На ком инструменту која свира и који језик говори ?

Комликовано на први поглед, зар не ? Толико нових информација на једном месту, у једном задатку. То може да збуни ученика. Ради се о томе да дете треба да се навикава на један склад и систематичност у раду. Како то може да оствари један основац, конкретно на овом примеру ?

У задатку се помињу три инструмента, четири страна језика, и четири девојке. Дакле овде имамо **три скупа објеката** : ЛИЦА, ЈЕЗИЦИ И ИНСТРУМЕНТИ.

На овом примеру демонстрираћу **методу таблице**, којом смо могли да решимо и задатак из ***„малог експеримента"***.

То значи следеће : имаћемо три „таблице". Прва „таблица" приказује однос лица - језици, друга „таблица" приказује однос лица - инструменти, а трећа „таблица" би била природна последица прве две таблице. Погледајмо о чему се ради. Прве две таблице ћу спојити у једну.

Унели смо све податке које смо прочитали из *црвеног дела задатка*. Остаје плави део задатка.

Прво, **она која свира гитару не зна италијански**. Ученик у овом тренутку зна да прочита из таблице како се зове девојка која не зна италијански. Таблица каже да је то Ана. Следи да **Ана свира гитару**. Из тог разлога у то поље ставља се плусић. Слично, из тога да **она која зна францсуски свира виолину**, следи закључак, по таблици, да једино **Даница** не свира виолину, па стога она **не зна француски**. Зато у то поље стављамо минус.

Сада ћу препустити Петру остатак задатка.

	француски	немачки	италијански	енглески	клавир	виолина	хармоника	гитара
Ана	−	+	−	−	+	−	−	−
Беба	−	−	−	+	−	−	−	+
Цана	+	−	−	−	−	+	−	−
Дара	−	−	+	−	−	−	+	−

Петар : „Ако Ана свира гитару, онда то значи да не свира остале инструменте, јер у задатку каже да свака од девојака свира ТАЧНО ЈЕДАН од инструмената и говори ТАЧНО ЈЕДАН од страних језика. Зато у та поља треба уписати минусе. Исто тако и за Бебу, која само свира гитару.

Плави део задатка нам каже да ОНА КОЈА СВИРА ГИТАРУ НЕ ЗНА ИТАЛИЈАНСКИ. Из таблице видимо да је то **Беба**.

ОНА КОЈА ЗНА ФРАНЦУСКИ СВИРА ВИОЛИНУ... Ова реченица и поглед на таблицу нам каже да једино Цана преостаје као кандидат за виолину. Значи **Цана свира виолину и зна француски**."

Моја маленкост : „Све ово си могао лако да видиш само ако си полако читао сваку реченицу, а видим да јеси. То је лепо, али ти си исцрпео све што је дато у задатку...како ћеш даље ?"

Петар : „Сада користим податке из таблице. Потпуно се ослањам на њу. Одмах се види да **Дара свира хармонику**, као и то да **Дара говори италијански језик**, јер Ана и Беба га не говоре, а Цана говори француски, па како се зна да свака девојка говори тачно један језик и свира тачно један инструмент, лако се закључује."

Моја маленкост : „Заборавио си да напоменеш да кад год се одреди за једну девојку и језик и инструмент, аутоматски у таблицу поред ових плусића, уписујеш минусе за остале три девојке за дотични језик и инструмент."

Петар : „Да, наравно. Пошто сам за Цану и Дару одредио и који језик говоре и који инструмент свирају, а за Ану и Бебу је већ речено који инструмент свирају, остаје ми само да одредим који језик говоре. Јасно је да не могу да говоре француски и италијански, јер то су два већ „резервисана" језика. Како **Беба** не говори не немачки, ни француски, ни италијански језик, то значи да **говори енглески језик**. Остаје да **Ана говори немачки језик**. Ето...Е, да, да не заборавим да упишем и плусиће и минусе у одговарајућа поља. Брзо сам дошао до решења."

Моја маленкост : „Одлично...све си бољи и бољи. Мислим да ти за наредни задатак неће бити потребна таблица... Одлучи сам."

2. *У парку су се сусрела три друга : професор Белић, лекар Жутић и писац Црнковић. „Занимљиво, један од нас је црнокос, други има белу, а трећи жуту косу, али ниједан од нас нема боју косе на коју указује његово презиме" – рече црнокоси. „У праву си" – сложи се Белић. Коју боју косе има свако од њих ?*

Петар : „Прва информација која ми се сама по себи намеће је да професор Белић нема белу косу, лекар Жутић нема жуту косу, док писац Црнковић није црнокос."

Моја маленкост : „Тако је. То непосредно следи из поставке задатка. Шта још можеш да закључиш ?"

Петар : „Из разговора црнокосог и Белића може да се закључи да професор Белић није црнокос, па како нема ни белу косу, из претходног, то следи да је жутокос. Дакле, сада знамо да је **професор Белић жутокос**. Овде ми дефинитивно није потребна таблица."

Моја маленкост : „Након овог логичног разматрања, слика је јаснија, зар не ? Шта је преостало ? Како писац Црнковић нема црну косу, а не може да има жуту из претходног, то индукује (показује) да је писац Црнковић сед, то јест има белу косу...Хоћеш ти да завршиш ? "

Петар : „Да…дакле, писцу **Црнковићу је коса беле боје**. Једини кандидат који је преостао за црну косу је лекар Жутић, односно **лекар Жутић је црнокос**."

Моја маленкост : „Напоменућу и то да и овај задатак може бити решен **методом таблице**."

Петар : „Мени је ипак лакши овај начин...некако је природнији."

Моја маленкост : „Па можда си у праву...овај начин је више неко логично расуђивање и закључивање...Значи, овај пут да прескочимо таблицу ?

Петар : „Да, можемо је прескочити. Задатак је јасан као дан и када га решавамо обичним расуђивањем."

Моја маленкост : „У реду.Како ти кажеш...А шта кажеш на наредни задачић ?"

3. *Славко са сином и Јордан са сином су били у риболову. Славко је уловио толико риба, колико и његов син, а Јордан троструко више од свог сина. Свега је било уловљено 35 риба. Син Славка се зове Никола. Како се зове син Јордана ?*

Прво што може да падне на памет једном основцу приликом првог читања овог задатка јесте да се у овом задатку говори о четири лица, дакле, о Јордану, Јордановом сину, Славку и Славковом сину. Текст наводи на погрешан траг и то већ у првој реченици.

Међутим, ваљало би свакој реченици посветити довољно пажње. Шта каже друга реченица ?

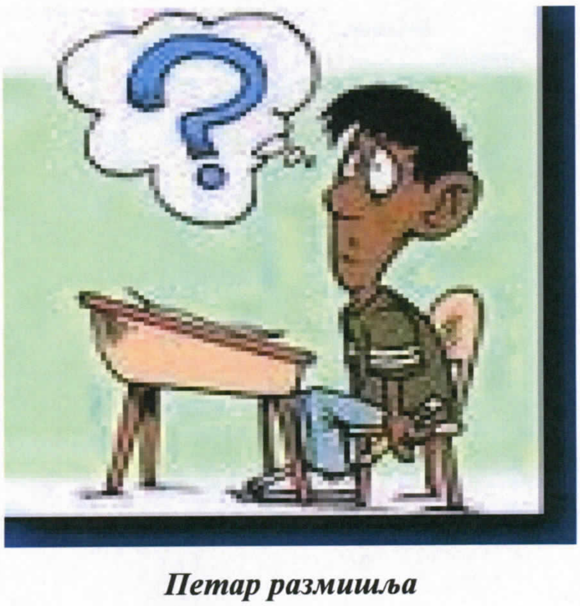
Нека је број риба које је уловио Славко x, аутоматски је то и број риба које је уловио његов син Никола. Нека је број риба које је уловио Јорданов син y, тада је по услову задатка број риба које је уловио Јордан 3 * y. Кључна реченица у овом задатку је да је укупан број уловљених риба 35, што би рекли, „у том грму лежи зец", а показаће се и зашто је то кључна реченица. Следећи корак би био да ученик сабере Славков улов, Николин улов, Јорданов улов и улов Јордановог сина, којег ћемо назвати Мика, на пример. Добиће се :

$$x + x + y + 3 * y = 2 * x + 4 * y$$

Како је укупан број уловљених риба нумерички задат у задатку, једначина гласи:

$$2 * x + 4 * y = 35$$

Дакле, до овог тренутка ученик Петар је могао да из текста задатка „извуче"све информације и све да их преведе на језик бројева. Сада би требало да се води један ***дијалог***.



Петар размишља

Петар : „Па, добро, имам ову последњу једначиницу, и шта сад са њом ? Како даље ? ”

Моја маленкост : “Размисли мало. Укључи вијуге. Бави се мало анализом података. Постави себи питање : Какав број може бити 2 * x + 4 * y за било који природан број x и за било који природан број y ?“

Петар : „Аха, па да, требало је сетити се да то може бити само ПАРАН БРОЈ. Како је то паран број, онда број свих уловљених риба не може бити 35, а то мени говори да у задатку не постоји Мика, он је вишак! Значи, Јорданов син није Мика.

Моја маленкост : „Па, ко је онда Јорданов син, ако знаш да је Славков син Никола, па зато не може ни он да буде Јорданов син ?”

Петар : „Аха, упалила се лампица...Једини који може да буде Јорданов син је Славко ! Е, па, супер, задатак и није тако тешак...Је л’ можемо да решимо још неки задатак ?”

Моја маленкост : „Наравно да можемо...Видиш како је математика забавна...”

Ето...Почетна тачка је била, заправо, претпоставка да се говори о четири лица, а не о три. Задатак може још да се прошири и модификује. Тако, на пример, још један од захтева у задатку може бити и да се одреди колико је риба свако од њих уловио.

Сада се треба вратити на почетно разматрање :

Нека је број риба које је уловио Славко x, аутоматски је то и број риба које је уловио његов син Никола. Нека је број риба које је уловио Јорданов син y, тада је по услову задатка број риба које је уловио Јордан 3 * y.

Ово треба кориговати. Почетно разматрање ће сада овако гласити :

Нека је број риба које је уловио Славко x, аутоматски је то и број риба које је уловио његов син Никола. Како је Јорданов син Славко, тада је по услову задатка број риба које је уловио Јордан 3 * x.

Не би требало да овај део буде Петру критичан.

Дакле, сада би требало сабрати све ове x – ове и изједначити са 35.

$$\mathbf{x + x + 3 * x = 35}$$

$$\mathbf{5 * x = 35}$$

$$\underline{\mathbf{x = 7}}$$

Значи, Петар сада може закључити да је Славко уловио 7 риба, његов син Никола такође 7 риба, а господин Јордан 21 рибу.

Наредни пример је мало другачији од претходних, што би рекли „прича за себе.”

4. *Неки путник се нашао на раскршћу и не зна , треба ли - да би дошао до језера - поћи левим или десним путем. (Само један од њих води до језера). Пред кућом поред раскршћа седела су два брата, од којих један увек говори истину, а други увек лаже.*

Оба су на питање одговарала само са ДА, односно са НЕ. (То је путнику било познато, али није знао ко од њих говори истину, а ко лаже).

Може ли путник само једном од браће поставити једно питање, па да из одговора одмах сазна којим путем треба поћи ? Које је то питање ?

Прави задатак за Херкула Поароа или госпођицу Марпл. А да ли је прави задатак за Петра, односно, за дете од 14 година ? Наравно да јесте. Баш као и у **„малом експерименту”** деци би задатак био изазов, дали бисмо им шансу да покажу своја истраживачка умећа и да глуме детективе, као да играју игру.

Петар : „Од чега би требало сада кренути ? Баш сам збуњен. Овај задатак је баш чудан.”

Моја маленкост : „Петре, разликоваћемо 4 случаја.

1. случај : Ако путник разговара са *лажовом*, а овај му каже да би га његов брат упутио *левим путем*, то јест његов брат, који увек говори *истину*, упутио би га десним путем, па је дакле *тај* пут исправан.

2. случај : Ако путник разговара са *истинољубивим* братом, па му овај каже да би га његов брат упутио *левим* путем, онда је стварно тако, то јест *лажов* би га упутио да иде *левим* путем, па је тај пут неисправан, што ће рећи да је исправан *десни* пут.“

Петар : „Хмм...Чекај мало...Ово значи да **од кога год путник да добије одговор да би био упућен на леви пут, требало би заправо да пође десним путем**, зар не ? ”

Моја маленкост : „Тачно тако.”

Петар : „Могу ли ја даље да пробам сам да решавам ?“

Моја маленкост : „Само напред. Баш ме интересује да ли ти је ово моје објашњење *легло*.”

Петар : „Ево...Пробаћу, па ако негде погрешим, ти ме исправи. Дакле, ово што си ти изложила, то су била два случаја...Недостају још два, па да задатак, то јест решење задатка буде комлетирано.

3. случај : Ако путник разговара са *лажовом*, а овај му каже да би га његов брат упутио *десним* путем, то опет није истина па би га *истинољубив* брат упутио *левим* путем, који ће у том случају бити *прави* пут.

4. случај : Ако разговара са *истинољубивим* братом, па му овај каже да би га његов брат упутио *десним* путем, онда је заиста тако, па тај пут није добар и требало би да пође *левим* путем. "

Моја маленкост : „Добро... Тачно... У праву си. И какав закључак можеш да изведеш на основу последња два случаја ?"

Петар : „Зар није логично ? У ова моја два последња случаја, од кога год путник да добије одговор да би био упућен на десни пут, требало би да пође левим путем. Значи, овде је закључак **супротан** од оног твог из прва два случаја."

Моја маленкост : „Да. Боље речено, закључак који си ти извео на основу случаја 3 и 4 је **негација** закључка који сам ја извела на основу случаја 1 и 2. Нешто си се замислио Петре ? Је л' јасно тумачење ?"

Петар : „Сад баш размишљам...У принципу ми је јасно. Требало је само бити хладне главе и разлучити ове случајеве. А да видимо како ће овде „прорадити" метода таблице ?"

Моја маленкост : „Важи. Ево таблице…и објашњења.

Брат коме се путник обратио	Одговор	Шта би рекао други брат ?	Ко је био други брат ?	Води ли пут до језера ?
И	ДА НЕ	ДА НЕ	Л Л	НЕ ДА
Л	ДА НЕ	НЕ ДА	И И	НЕ ДА

Првом случају одговара трећи ред у таблици, другом случају одговара први ред у таблици, трећем случају одговара четврти ред у таблици, док је четвртом случају аналоган други ред таблице. Очигледно је, зар не ? “

Петар : „Врло. Према томе, **ако путник пође супротним путем од оног за који добије одговор да би му био препоручен од брата човека с којим разговара, онда је сигурно одабрао исправан пут**, је ли тако ? ”

Моја маленкост : „Управо тако. Значи схватио си ? Убеђена сам да ће ти се наредна прича још више свидети и привући.”

Петар : „Хајде да видимо. ”

5. **(Стари проблем) Једним мерењем**

Из десет колонија краљеви поданици шаљу краљу у престоницу годишњи порез у виду 100 златних полуга, чије су масе по 100 грама и све су истог облика. Пошиљке стижу у пакетима на којима пише из које су колоније. Краљ је сазнао да га један од намесника колонија поткрада тако што уместо полуга од 100 грама шаље полуге од 99 грама. Од прибора за проверу краљ поседује само вагу којом може извршити само једно мерење, а после тога ова се квари. Помозите краљу да уз једно мерење пронађе непоштеног намесника.
Како ћете то урадити ?

Овај стари проблем донекле подсећа и на бајку, што је разлог више да буде примамљив једном ученику основне школе.

Моја маленкост : „Баш је опасан овај цар, зар не ?"

Петар : „Ма опасан је и овај што му подваљује... Како се усуђује ?"

Моја маленкост : „Је л' ти пада нешто на памет ?"

Петар : „Да сам ја на краљевом месту, ја бих наредио да сваки од намесника донесе по десет златних полуга, а онда бих наредио првом да стави једну полугу на вагу, другом бих наредио да стави две полуге на вагу, трећем бих наредио да стави три полуге на вагу и тако даље...десетом бих наредио да стави десет полуга на вагу и након тога бих све те полуге измерио у том једном дозвољеном мерењу.“

Моја маленкост: „Е, Петре, извини, али овде морам да те прекинем...Мислим да си заборавио нешто да напоменеш...један врло битан услов који ти је и дат у тексту задатка...”

Петар : „А, да...Тај врло битан услов је ДА СУ СВЕ ПОЛУГЕ ИСТОГ ОБЛИКА И ВЕЛИЧИНЕ.”

Моја маленкост : „Тако је. Значи, врло је битно да то нагласиш приликом образлагања решења...Сети се да у математици СВАКО ЗАШТО МОРА ДА ИМА СВОЈЕ ЗАТО.”

Петар : „Добро...Значи овако...кад су краљеви намесници ставили све те полуге на вагу онда следи мерење. Да претпоставим сада да краља нико не поткрада...Ако је тако онда би та вага показала 5500 грама.”

Моја маленкост : „А зашто баш 5500 грама ?”

Петар : „Сасвим логично... Зато што је укупно 55 полуга на тој ваги...Имај на уму да, када се све полуге које су намесници донели по краљевом наређењу саберу, има их 55 у збиру... Значи :

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55 ”

Моја маленкост : „У праву си. И како је краљ открио ко га поткрада, јер претпоставка да га нико не поткрада „пада у воду” ?”

Петар : „Ево долазим и до тог дела. Дакле, рекох да би требало да буде на ваги 5500 грама под условом да га нико не поткрада. Међутим, како се ипак нашао неко довољно храбар да покуша да превари Његово Величанство, ево рецепта за разоткривање. Ако је измерена маса мања од 5500 грама за 1 грам, онда краља поткрада намесник из оне колоније из чије смо пошиљке узели једну полугу, а ако је измерена маса мања од 5500 грама за 2 грама, онда је лопов намесник оне колоније из чије смо пошиљке узели две полуге и тако даље...“

Моја маленкост : „Браво, Петре ! Изненадио си ме сада. Није ти био тежак овај задатак ?”

Петар : „Не, уопште није био тежак...некако су ми се све коцкице саме сложиле у глави…а и замислио сам да сам баш ја тај краљ или можда његов помоћник у овој истрази...Било је изазовно...и решење је ту...“

Моја маленкост : „Драго ми је због тога. Схватио си да све почива на том аналитичком мишљењу. Најпре лепо и пажљиво прочиташ задатак, а затим размислиш шта се тачно тражи, анализираш све могуће услове и податке дате задатком и кренеш у склапање мозаика и кренеш у један разговор, јер математика је то...један разговор.“

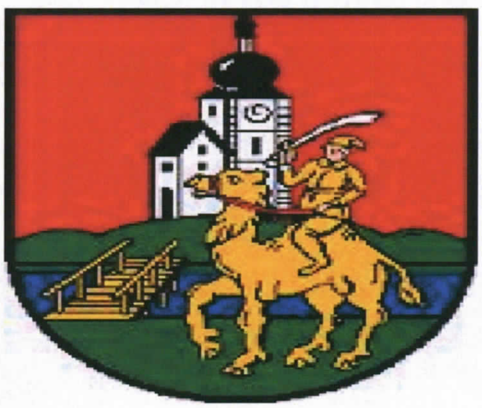
Петар : „А да ли могу добити још неки задатак, али да ја „мозгам”сам код куће ? ”

Моја маленкост : „Како да не, Петре ! Било би добро кад би и ти сам пробао да саставиш неки задатак...Ниси ни свестан колико ћеш тиме развити један складан ток мисли : од поставке проблематике па до решења. “

Петар : „То је одлична идеја...“

Моја маленкост : „Наредна три задачића су специјално за тебе и надам се да ћеш уживати док их будеш решавао ! Поздрав !“

❖ Један шеик на самрти позове своје синове и рече им : Остављам вам 17 камила у наследство, с тим да их поделите овако: најстаријем од вас треба припасти половина од броја камила, средњем сину једна трећина, а најмлађем сину једна деветина.



Како синови нису успели поделити између себе камиле према очевој жељи, они су потражили савет чувеног мудраца. Мудрац је поделио браћи камиле баш како је отац захтевао. Како је он то извео ?

❖ Жали се продавац полицајцу :

„Малочас је у моју радњу ушао један младић да купи хемијску оловку која кошта 18 динара. Дао ми је новчаницу од 50 динара, али како нисам имао ситнине да му вратим кусур, послао сам оних 50 динара да се размени у суседној радњи. Добивши оловку и кусур младић је отишао.

Неколико тренутака након тога дотрчао је узбуђени пословођа суседне радње и рекао да је новчаница коју ми је разменио била лажна. Наравно, морао сам му је заменити за праву.

Као што видите, онај младић ме је преварио и ја сам изгубио укупно 118 динара: прво, дао сам му хемијску оловку вредну 18 динара; друго, за фалсификовану новчаницу од 50 динара морао сам дати праву; затим, дао сам оном младићу 32 динара кусура и, на крају, губитак су још и оних 18 динара преосталих од фалсификоване новчанице."

Да ли је продавац у праву ?

Колико је он стварно изгубио ?

❖ Према једној старој легенди, за округлим столом скупило се 13 витезова на челу са краљем Артуром, при чему се сваки заклео да ће увек говорити само истину или ће увек лагати. Седе они тако око округлог стола, кад стиже један странац и сваког витеза упита шта мисли о свом суседу са десне стране. Сви су одговорили да је њихов сусед *превејани лажов*, а краљев саветник, чаробњак Мерлин, који је седео лево од краља Артура, је рекао да краљ никада није слагао у животу. На питање дошљака, којих за округлим столом има више - лажова или истинољубивих, краљ Артур је одговорио да ових последњих (истинољубивих) има више, а његов саветник је прецизирао да је истинољубивих више за 3 човека.

Колико је витезова говорило истину и да ли у тај број улазе и краљ Артур и његов саветник Мерлин ?

Да оставимо сада малог Петра да размишља, а ја ћу изложити анкету коју смо колегиница и ја спровеле, као и резултате те анкете у одељењу 6/2 у Основној школи „Светозар Милетић" у Земуну.

10. АНКЕТА И РЕЗУЛТАТИ АНКЕТЕ

1) Анкета

Анкета коју смо колегиница Снежана и ја саставиле садржи осам питања. Циљ ове анкете је првенствено био да утврдимо да ли им је час био занимљив и довољно изазован. Резултати су премашили наша очекивања. Следи листа питања.

1. Да ли волиш математику ? ДА НЕ
2. Зашто је волиш, односно зашто је не волиш ?
3. Да ли ти се свидео овај час ? ДА НЕ
4. Ако ти се овај час свидео, наведи зашто ти се свидео.
5. Ако ти се овај час није свидео, наведи зашто ти се није свидео.
6. Коју оцену имаш из математике ? 1 2 3 4 5
7. Да ли идеш на такмичења из математике ? ДА НЕ
8. Са ким учиш математику ?

a) Увек сам / сама

b) Са родитељима (браћом, сестрама)

c) Са другом / другарицом

d) Са приватним професором

Напомена : На питања под редним бројевима 1, 3 и 6 заокружи тачно један одговор, а на питање под редним бројем 8 можеш да заокружиш и више од једног одговора.

2) Резултати анкете

Анализираћу, најпре, она питања на која се одговара са ДА односно НЕ.

На питање под редним бројем 1,веровали ии не, сви су одговорили са ДА. Дакле, од 20 ученика у одељењу, свих двадесеторо воле математику (и то је за сваку похвалу, али под претпоставком да су били 100 % искрени).

Очекивано, други део питања под редним бројем 2 је остао празан. Али смо зато на његов први део добили прегрштш врло оригиналних одговора. Навешћу оне који су нам били најсимпатичнији :

„Волим математику јер ме тера да размишљам."

„Зато што увек нешто ново научим и уопште није тешка. "

„Зато што имамо добру наставницу која нам све лепо објасни."

„Све је у математици складно и повезано и логично."

„Математика нам помаже да боље разумемо живот и да се снађемо у њему. "

„Ако знамо математику знаћемо и физику."

"Математика је живот. "

"Од тога да ли знамо математику зависи и чиме ћемо се бавити у животу. "

Овакви одговори јасно нам стављају до знања да су деца од 13 година врло зрела и размишљају на један аналитичан начин, јер они још сада знају и примећују да су математика и тај специфичан начин размишљања база за много што - шта у животу.

Такође, на треће питање, сви су одговорили потврдно, што се дало приметити и пре одраде анкете. Дефинитивно, час се свима свидео, што је за последицу имало то да су сви оставили непопуњено пето питање.

На седмо питање добили смо само један потврдан одговор, што је интересантан контраст са резултатом на прво питање, зато што се САМО ЈЕДАН УЧЕНИК такмичи из математике.

Као шлаг на торту, шесто питање је стварно било изненађење. Наиме, у одељењу 6/2 нема јединица, али зато има највише петица, и то чак 9, 3 четворке, 5 тројки и 3 двојке. Ако кренемо од тога да оцена није знање, онда нам претходна вест и не значи баш пуно, али како сам провела један час у дотичном одељењу, са пуном одговорношћу тврдим да су оцене потпуно оправдане у овом одељењу.

На осмо питање смо добили баш разноврсне одговоре. Наиме, од двадесеторо ученика у одељењу, **САМО** њих **двоје** математику уче, то јест вежбају сами, **САМО двоје** уче са родитељима, односно браћом или сестрама, **САМО двоје** користе услуге приватних професора и што је најзанимљивије нико од њих не вежба математику са другом или другарицом. Ова последња вест је баш у супротности са оним што смо имале прилику да видимо на интерактивном часу. Ученици су вероватно схватили овај део под d) у смислу: ДА ЛИ УЧИМО СА ДРУГОВИМА МАТЕМАТИКУ **ВАН ШКОЛЕ** ?

Били смо мало затечени, јер на часу се стекао утисак да су баш сложни и као да се сви заједно окупе после школе и вежбају математику. Уосталом, битно је да су они спремни и вољни да сарађују међусобно, па макар то било и на самим часовима математике.

У напомени испод листе питања нагласиле смо да могу да заокруже и више од једног питања. Тако је и било.

Четврто питање је такође измамило занимљиве одговоре.

„*Овај час ми се свидео, јер смо ја и другови јурили лопова.*"

„*Лепо је осећање, кад си некоме потребан, као што смо ми и наше знање били потребни полицији.*" (алудира се на почетак задатка!)

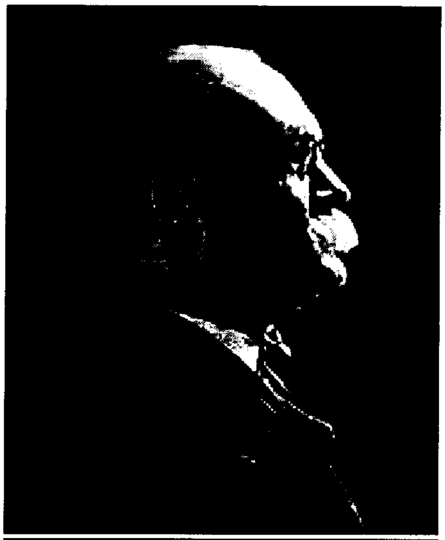
„*Пуно смо размишљали о томе ко је лопов...ето зато ми се час свидео.*"

„*Па, задатак смо решавали у групи...радили смо тимски и свако је знао свој део задатка, јер сам ја као вођа групе то одредио.*" (још један доказ да би наставници требало да подстичу на истраживачки и тимски рад ученика!)

Очекивано, простор испод петог питања су сви оставили празним.

Иначе, задатак из ***„малог експеримента"*** је задатак чувеног ***Sam Loyd*** – а. Овако успешна сарадња са децом од 13 година и једно лепо искуство у основној школи ун Земуну ме обавезује да ипак кажем пар речи о том господину, који је иза себе оставио прегршт математичких и шаховских проблема. Захваљујући њему и његовој богатој математичкој ризници, не само наши ученици, него и деца широм света могу да тренирају *мале сиве ћелије*. То је најбоља гимнастика за ум.

11. КО ЈЕ БИО *SAM LOYD* ?



Samuel Loyd (Sam) је рођен 30. јануара 1841. године у Филаделфији. Његов отац, агент за некретнине, сели породицу у Њујорк 1844. године, где је ***Sam*** похађао државну школу све до своје седамнаесте године. Студирао је електротехнику и имао је ***кликер*** за математику, али је био и превише опседнут шахом. Са браћом је често био гост многих шах – клубова у Филаделфији у којима се и јављају његове прве чувене загонетке и питалице.

Свестрана личност. Био је и шаховски играч и шаховски композитор и рекреативни математичар, како је често сам себе називао, и аутор многих ребуса, слагалица и анаграма.

Као шаховски композитор, аутор је више шаховских проблема, често са занимљивим темама. Није превише амбициозно ако кажемо да је на свом врхунцу ***Loyd*** био један од најбољих шахиста у Америци, а о томе чак сведочи и податак да је рангиран као петнаести према ***chessmetrics.com***.

До 1958. године слављен је као водећи амерички писац шаховских проблема. Са правом је понео титулу АМЕРИЧКИ КРАЉ И АУТЕНТИЧНИ ГЕНИЈЕ.

Умро је 1911. године у својој седамдесетој години живота.

Постоји једна анегдота везана за овог господина и његову велику љубав према шаху, која се „одиграла" у лето 1866. године :

Samuel Loyd је поређао шаховске фигуре, а с друге стране стола је сео почетник у шаху и рекао му :

„А шта ако ја играм исте потезе као и Ви ?"

„Ако одговарате симетрично, даћу Вам мат у четири потеза." – одговорио је ***Loyd***.

Наравно, почетник није веровао. Пала је опклада. ***Loyd*** је повукао први потез 1.д4...Шта је било даље, нека остане енигма. Али ***Loyd*** се није зауставио само на томе. Он је питао противника :

„Како бели може принудити црног да га матира у осам потеза, изводећи симетричне потезе ?”

„Како црни може доћи у пат позицију већ у десетом потезу ?”

„Како бели може примити мат у четири потеза при откривеном шаху ?”

„Како може доћи до вечног шаха после трећег потеза ?” и тако даље...

1) <u>Загонетке *Sam Loyd* – а</u>

Ево два интересантна примера - задачића, и то из свакодневног живота, који могу послужити као квалитетни модели детективских (логичких) задатака и то како на часовима редовне, тако и на часовима додатне наставе математике и припрема за такмичења.

2) <u>Проблем у Covent Garden - у</u>

Ово је загонетка нама позната као *Проблем у Ковент Гардену.* Први пут се појавила у Лондону пре неких педесетак година. Погледајмо о чему је реч.

*Госпођа **Smith** и госпођа **Jones** имале су по једнак број јабука, али је госпођа **Jones** имала веће, то јест крупније јабуке и зато је продавала ДВЕ јабуке за један пени, а госпођа **Smith** ТРИ јабуке, такође за један пени.*

*Госпођа **Smith** је из неког разлога морала да оде, па је зато замолила госпођу **Jones** да је замени на тезги. Након прихватања одговорности, госпођа **Jones** је све јабуке помешала и продавала по цени : пет јабука за два пенија.*

*Када се госпођа **Smith** вратила наредног дана, приметила је да су све јабуке биле продате, и када је требало да поделе све што су зарадиле откриле су да имају мањак од седам пенија. То је био или мањак у јабукама или мањак у финансијском тржишту које је пољуљало математичку равнотежу тих дана.*

*Ако претпоставимо да су поделили новац једнако, односно пола - пола, колико је онда новца госпођа **Jones** изгубила у том неславном партнерству ?*

Успели смо да решимо овај проблем ? Да ли ученици могу да препознају која су им све знања потребна за разумевање и решавање овог проблема ? Да видимо...

Дакле, како је у питању ***загонетка***, условно речено, а не типичан математички задатак (рутински) потребно ја мало „напипавања терена", односно сагледавања задатка из свих могућих углова и **постављања модела**. Најпре, установимо шта се у задатку конкретно тражи од ученика како не би било лутања, а потом искористити све расположиве податке и параметре које би са **неформалног** превели на математички, **формални језик**.

Ево како би текао **ток размишљања** :

Госпођа ***Smith*** и госпођа ***Jones*** су имале по једнак број јабука. То је прва информација. Онда сазнајемо да је госпођа ***Smith*** продавала своје три јабуке по цени од једног пенија, што ће рећи да је једну своју јабуку продавала по цени од 0,33 пенија, а госпођа ***Jones*** је за своје две јабуке тражила потнцијалним купцима тачно један пени, из чега следи да је једну своју јабуку проценила на 0,5 пенија. Међутим, овде долазимо до кључног тренутка у проблему, а то је када госпођа ***Smith*** мора да оде и моли своју партнерку, госпођу ***Jones*** да је мало одмени.

Њихове заједничке јабуке су спојене и продаване по шаблону : пет јабука коштају тачно два пенија. Ако мало боље размислимо, очекивана зарада би тада логично била

$x * 0,33 + x * 0,5 = x * 0,83$ пенија.

Онда нам се намеће питање : ***Шта је са мањком од седам пенија*** ?

Имамо ситуацију да су јабуке и једне и друге госпође продаване по цени од 0, 4 пенија, госпођа ***Smith*** је посебно продавала своје јабуке за 0, 33 пенија, а госпођа ***Jones*** своје посебно за 0,5 пенија. Па шта онда добијамо овом информацијом ? Да ли се може нека једначина поставити из ових управо анализираних података ?

Уведимо ознаке.

Обележимо мешавину јабука (дакле, то су оне заједничке јабуке) са **C + J**
Обележимо количину јабука госпође ***Smith*** са C, а количину јабука госпође ***Jones*** са J. Имамо следећу ситуацију :

(1) $(C + J) * 0,4 + 7 = C * 0,33 + J * 0,5$, при чему десна стране једначине представља зараде које би се добиле када би свака госпођа продавала засебно своје јабуке, а лева страна једначине представља зараду која се добија када се јабуке измешају и имамо још додатак од седам пенија, што је заправо, по услову задатка, мањак од седам пенија.

Недостаје нам још једна карика, а то је **како математички записати оно што се у задатку тражи** ?

Под претпоставком да су стварну зараду поделили на равне части, колико је госпођа ***Jones*** у губитку ? Ако пођемо од тога да је госпођа ***Jones*** продавала своје јабуке по цени од 0, 5 пенија и да је узела тачно половину од заједничке зараде, уз малопређашње ознаке, налазимо следеће :

(2) **J * 0, 5 – (C + J) * 0, 4 * 0, 5 = ???**

И ово је заправо, оно што би требало да израчунамо. Дакле, успели смо да се изразимо у математичкин терминима, на основу **реконструкције** постојећег и датог материјала у задатку.

Средимо мало једначину **(1)**...

Дакле, знамо да је **C * 0, 4 – C * 0, 33 + 7 = J * 0, 5 – J * 0, 4** , односно претварањем децималних бројева у разломке и довођењем на заједнички именилац, налазимо да је :

(3) **J * 1/10 - C * 1/15 = 7**.

Што се тиче незавршене једнаинице **(2)**, после претварања децималних бројева у разломке и довођењем на заједнички именилац, добијамо једначину

(4) **A = J/2 - C/5 - J/5** , при чему је **A** = **???**

Након сређивања, добијамо **A = 3/10 * J – 1/5 * C**

А сада једна мала досетка...

Погледајмо мало пажљивије једначине **(3)** и **(4)**. Упоредимо једначине **(3)** и **(4)**.

Једначину **(4)** можемо да напишемо и овако **(4')** **A = 3/10 * J - C * 3/15**, и шта смо онда тиме добили ?

Закључујемо да је десна страна једначине **(4')** заправо лева страна једначине **(3)**, само помножена цифром 3.

Дакле, очигледно је да је ово наше **A = 21**.

Врло лако се сада долази до закључка да је госпођа ***Jones*** изгубила тачно 21 пени у неславном партнерств у са госпођом ***Smith***.

Ово је био задатак из једног реалног контекста. Из „економских редова" добили смо две еквивалентне једначине и намеће се да је задатак могао да реши ученик седмог или осмог разреда са просечним теоријским знањем математике, што нас опет враћа на ону тезу о истраживању, истраживачком духу код деце и развој критичког мишљења, као и стицање основних математичких знања у циљу моделовања реалних проблема.

Suma sumarum **:**

Након интерпретације података и моделовања проблема, превођења са свакодневног језика на математички редукован језик, следи избор адекватне процедуре за решавање проблема и тумачење резултата.

Ево још једног проблема *Sam* – а *Loyd* – а, мало измењеног. Овај задатак би ученицима био ипак лакши. Ако бисмо дали претходни задатак и наредни задатак неком основцу просечног математичког знања, несумњиво бисмо добили одговор да је наредни задатак неупоредиво лакши од претходног. Погледајмо зашто. Следи поставка задатка.

3) Колико је тешка беба ?

Колико је тешка беба, колико је тешка бебина мама, а колико пас Лаки, ако знамо да је бебина мама тежа 45 килограма од укупне тежине бебе и њиховог кућног љубимца, пса Лакија, што је 7 килограма ? Такође, знамо и да пас Лаки мери мање од бебе за 60 % од тежине бебе.

Као и у претходном задатку, ученик би требало да пажљиво прочита текст задатка, па чак и више пута, ако је потребно. Приметимо да се у задатку помињу и проценти, што нас наводи да је задатак донекле прилагођен узрасно, дакле ради се о задатку који не би могли решавати петаци, с обзиром да се ПРОЦЕНТИ уче тек у шестом разреду. Пошто се задатак махом ослања и на РЕШАВАЊЕ СИСТЕМА ЈЕДНАЧИНА, исти би могли да решавају тек седмаци.

Вратимо се сада задатку.

Први податак који ученик сазнаје је да се тражи тежина бебе и тежина бебине маме. Природно би било да уведе ознаку за тежину бебе као и за њену маму. Нека је то на пример **Б** за бебу (логично је и природно да се за ознаку непознате величине узме баш њено почетно слово, у овом случају слово Б) и **М** за маму.

Дакле, непозната величина је обележена и стављена под знаком питања.

Б = ?

М = ?

Други податак који се очитава је да је **бебина мама тежа 15 килограма од укупне тежине пса Лакија и мале бебе**...Ученик би сада требало да преведе ову информацију на језик математике. Како ? Очигледно једначинама у овом случају. Али, пре тога, требало би да означи тежину пса Лакија са **Л**. Да видимо..

(1) **Л + Б = 7 кг**

(2) **М = 45 кг + Л + Б**

Добио је један систем једначина.

Очигледно је да се иста величина појављује и у једној и у другој једначини, а то је **Л + Б** .

Заменом прве једначине у другу добија следеће

М = 45 кг + 7 кг

М = 52 кг

Ево ученику још једне информације, бебина мама је тешка 52 килограма. Дакле, решен је један део задатка.

Из другог дела задатка ученик добија податак који је кључан за израчунавање бебине тежине и тежине пса Лакија. Каже да је тежина пса Лакија мања од бебине за 60 % бебине тежине. Преведено на формални математички језик :

Л = Б – 60 % * Б , односно

Л = Б – 60 / 100 * Б , што је еквивалентно са следећом једначином, коју ради прегледнијег решења може означити са **(3)**

(3) **Л = Б – 0, 6 * Б**

Само из ове једначине ученик не зна да одреди тражене тежине. Зато се треба позвати на једначину

(1) **Л + Б = 7 кг** из које се може изразити величина **Б**, односно ученик добија једначину

(4) **Б = 7 кг – Л**

Опет је добијен један систем једначина. Сада само треба уврстити једначина **(3)** у једначину **(4)**.

Б = 7 кг – (Б – 0, 6 * Б)

Б = 7 кг – Б + 0, 6 * Б

Б = 7 кг – Б + 0, 6 * Б

2 * Б - 0, 6 * Б = 7 кг

1, 4 * Б = 7 кг и одавде је **Б = 7 / 1, 4** односно

Б = 35/7

Б = 5 кг

Пошто је израчуната бебина тежина, ученик може лако да нађе и Лакијеву тежину.

Лаки је тежак **7 кг – 2 кг = 5 кг.**

Зашто је овај задатак наизглед лакши од претходног ?

Прво, зато што је формулација задатка „меканија". Информације нису толико сирове као у задатку са јабукама. Друго, ученик има испред себе задатак који је више изражен нумерички, задатак који се углавном ослања и своди на рачун, док је у задатку са јабукама ипак требало мало „превода" текста и више склапања коцкица, како би се на крају добио један мозаик.

Загонетке ***Sam Loyd – а*** су одлично помоћно средство у настави математике !

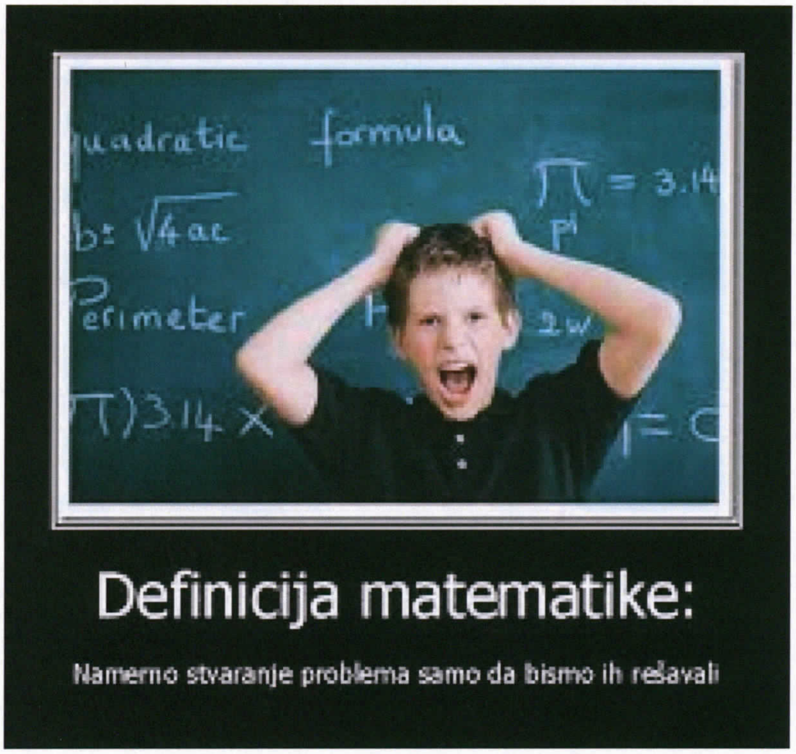
12. Закључак

У школама је превише теорије, а мало практичног рада са истраживачком компонентом. Деца много уче, али слабо размишљају и као таква подсећају на „**покретне енциклопедије**". И, заиста јесте тако. Њихово знање је енциклопедијског карактера, али то им не значи баш пуно, јер не разумеју научене појмове (чак врло често их уче напамет), не умеју да реше суштинске проблеме и не полази им за руком да мисле критички.

Теоријско знање наших осмака из природних наука је изнад међународног просека. По резултатима OECD/PISA истраживања, основци су врло оптерећени теоријом, коју при том не умеју да примене у пракси.

„Резулатати овог истраживања само потврђују оно што ми већ знамо, да нам деца уче превише теорије, а да имају недовољно практичног рада. Наши ученици су изнад просека када је реч о памћењу података, али нису способни да то знање употребе за конкретно решавање проблема. То је последица тога што већ деценијама у школама учимо напамет велику количину података" - рекао је министар просвете Жарко Обрадовић.

Деца схватају математику као намерно стварање проблема које треба решити, математика је њима често извор фрустрација, страха и несигурности. Како наглашавају представници Института за педагошка истраживања, „Очигледно је да би требало променити однос између теоријских и практичних знања која деца стичу у школама."



Док се у азијским земљама, Сингапуру и Хонгконгу, чија су деца освојила најбоље резултате у свету по математичкој писмености, практикује да се малишани одмах подучавају за решавање конкретних проблема, спремајући их за високо технолошко друштво, код нас традиционално преовладава фронтални облик рада наставе математике – чак 40 процената наставних планова и програма чине предавања, док се тај проценат у свету креће око 24 процената.

У нашем школском систему недовољно је заступљен групни као и самостални истраживачки рад. Наши наставници, такође, не практикују метод рада за подстицање критичког мишљења, као ни повезивање школских знања са свакодневним животом.

Дошао је дан када су рачунари постали незамењиви у школској настави. Данас, када се деца све више и више баве компјутерима, и то играма које имају и агресиван карактер, треба пронаћи праве програме, које ће младе припремити да уз акционе игре науче да мисле логично и да закључују.

Компаније САД - а и Јапана, да би освојиле тржиште младих, понудиле су за компјутере акционе игре већ одавно. Професор Лејман А. Ален, професор права на Мичигенском Универзитету, бацио је коску када је схватио да његови студенти слабо стоје са логиком. Размишљао је : „Логика је база за права, иако је то друштвена наука."

Дакле, није логика само у основи математике као представника једне дедуктивне науке, већ је у основи и многих друштвених наука.

Школски систем у Србији вапи за радикалном променом. Добар наставник је и добар „продавац", он жели да ученицима, то јест купцима „прода" мало математике. Зато наставник пажљиво бира на који ће начин да „прода робу" и каквог је квалитета та роба. Како су купци увек у праву, требало би бити пажљив.

Детективски задаци су само шифра, односно други назив за КАКО НАУЧИТИ ДЕЦУ ДА МИСЛЕ. То је одличан програм...„мозгалице", питалице, загонетке...Од оваквог програма зависи да ли ће ученици хрлити на час математике или ће и даље преписивати на тестовима и лагано постајати робови капиталистичког друштва.

Управо овакви задаци су одличан модел за подстицање аналитичког и критичког размишљања. Треба неговати и тимски рад. Деца много брже и много лакше дођу до решења у друштву, па макар оно и било нетачно. Оно што је битно ја да су „упалили лампицу и осветлили мождане мапе".

Почела сам овај рад и ово моје излагање са господином ***Polya***, па ћу и завршити његовим цитатом :

„Решење великог проблема је откриће, али у решавању сваког проблема има нечег истраживачког. И при најскромнијем задатку, ако он буди твој интерес, ако покреће твоју досетљивост и ако га решаваш властитим снагама, доживећеш напетост и тријумф проналазача.

Такви доживљаји у доби, која је приступачна утисцима, могу створити склоност за умни рад и утиснути доживотни печат на дух и карактер.

George Polya

Ту је велика и јединствена прилика за наставнике математике. Ако он у своје расположиво време са ученицима само механички теше увежбане поступке, смањује им интерес и кочи њихов интелектуални развој.“

Коришћена литература :

1. Clarke, D. M. (1993). Influences on the changing role of the mathematics teacher. (Doctoral dissertation, University of Wisconsin, Madison). Dissertation Abstracts International, 54-06A, 2081.
2. Clarke, D. M. (1994). Ten key principles of romresearchor the professional development of mathematics teachers. In D. B. Aichele & A. F. Coxford (Eds.), Professional development for teachers of mathematics, 1994 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics p p.3 7-48). Reston,V A: National Council of Teachers of Mathematics.

3. Clarke, D. M. (1996). The case of the mystery bone : A unit of work on measurement for grades 5 to 8.
4. Martin Gardner : „Matematical Puzzles And Diversions", London
5. А. Г. Жегорчик : „Популарна логика" , Москва, 1965.
6. Богољуб Маринковић : „Мала збирка занимљивих математичких задатака за „*изоштравање умова*" ", Архимедес, Београд, 1991.
7. Војислав Андрић, Мирјана Ђорић, Драгослав Љубић, Љубинка Петковић, Владимир Стојановић, Мирјана Јовчић : „1000 задатака са математичких такмичења ученика основних школа 1987 - 1996. године", Друштво математичара Србије, Београд, 1997.
8. Иван Анић, Драгица Павловић Бабић, Владислав Радак : „Формула живота за све који воле математику и желе да је поклоне другима", Математископ, Београд, 2011.
9. Ариф Золић : „Збирка решених конкурсних задатака за ученике од 4. до 8. разреда" , Друштво математичара Србије, Београд. 1989.
10. Дане Клепић, Ј.П.Першке : „Моја математика за школу и квиз", Дечија књига, Ковин, 1992.
11. Димитрије Бјелица : „Шаховска читанка", Завод за издавање уџбеника, Сарајево, 1971.
12. Интернет : Sam Loyd Puzzles
13. Предавања професора Небојше Икодиновића на предмету Методика наставе математике 2, Математички факултет, Београд, школска 2008/2009. година