Univerzitet u Beogradu

Matematički fakultet

Radović Slaviša

Master rad

Površina figura, inovativni pristup nastavi matematike primenom programskog paketa Geogebra

Beograd,

Maj 2012.

Mentor:
doc. dr Miroslav Marić

Komisija:

prof. dr Miodrag Mateljević

prof. dr Aleksandar Lipkovski

Sadržaj

1.
Uvod

Pod obrazovanjem se podrazumeva plansko i organizovano sticanje znanja, formiranje naučnog pogleda na svet i razvijanje umnih sposobnosti.

Prošlost više ne nagoveštava budućnost. Potrebni su nam novi načini razmišljanja. Jedna od glavnih odlika savremenog društva je ubrzan razvoj u svim oblastima čovekovog života i stalna potreba za unapređenjem, inovacijom i usavršavanjem svih ljudskih delatnosti. Karakteristični revolucionarni pronalasci utiču na razvoj tehnike, tehnologije i nauke. Napredak društvenih okolnosti se ne može posmatrati kao odvojena celina u odnosu na sistem obrazovanja. Naprotiv, sistem obrazovanja mora dati adekvatan odgovor globalnim ekonomskim i društvenim imperativima koje pred njega stavlja novi ekonomski poredak i slobodno tržište. Najmoćniji pokretač društva je upravo obrazovanje, tako da i ono zahteva primenu inoviranja u načinu sticanja znanja uvođenjem informaciono-komunikacionih tehnologija, a to sve sa ciljem motivisanijeg učenika, kvalitetnijeg rada i stručnijeg nastavnika.

Savremene obrazovne tehnologije postale su sastavni deo nastave, sa planom ne samo da unaprede nastavni proces, već da ga menjaju. Multimedijalnost u svakom obliku je bitno obeležje savremenog nastavnog procesa. A kako su tendencije da se težište nastave pomera, od nastavnog sadržaja i nastavnika ka učeniku, multimedija nesumljivo ima veliki doprinos u osavremenjavanju tradicionalnog nastavnog procesa.

2.

Škola budućnosti

2.1.Nastanak škole

Budućnost škole se ne može sagledati bez razumevanja njene prošlosti [Pot09]. Jedna od glavnih potreba ljudskog roda je vaspitanje. I to se, kao i kod drugih razvijenih vrsta živih bića, ogleda u održavanju i produženju svog postojanja. Da bi se to zaista ostvarilo odrasli članovi ljudske zajednice su se brinuli o mladima. Ta briga se ogledala kako u fizičkom održanju mladih u životu, tako i u prenošenju na mlade saznanja, verovanja, načinu življenja, koje su stariji stekli u toj zajednici. Svi odrasli su imali ulogu učitelja, a svi mladi su bili učenici. Briga o mladima činila je tada sastavni deo svakodnevnice svih članova jedne ljudske zajednice. Kako se ljudski rod razvijao i formirao društvene zajednice, usled povećanja saznanja, iskustva i verovanja koje je trebalo preneti na nove generacije, bilo je jasno da postoji potreba da se briga o mladima izdvoji iz sveukupnog života i da se drugačije organizuje.

Posebnu brigu o mladima sebi su mogle da priušte samo one ljudske zajednice u kojima je stvaran višak vrednosti. Takve zajednice mogle su da jedan deo odraslih (mudre i iskusne starce, najveštije i najiskusnije odrasle) da oslobode obaveze da učestvuju u obezbeđivanju sredstava i stvaranju uslova za život i opstanak zajednice. Oni su preuzimali brigu o mladima. Mladi su u takvim zajednicama bili oslobađani obaveze prema zajednici kako bi mogli da budu podučavani. I to veoma mali broj mladih, većina će i dalje biti podučavana učešćem u neposrednom životu i poslovima u zajednici. Taj mali broj mladih je bio u obavezi da u jednom periodu svog života samo uči. Rad sa tim mladima vremenom postaje organizovaniji, obavlja se sistematičnije i osmišljenije.

Vremenom, vaspitanje i podučavanje mladih postaje posebna društvena delatnost. Ona se postepeno profesionalizuje i institucionalizuje (posebno se organizuje, vrše je pojedinci kojima to postaje obaveza prema zajednici, izdvojena je iz svakodnevnih aktivnosti). Briga o mladima u formi opstanka i održanja vrste prerasta u organizovano vaspitanje mladih, tako formirajući škole.

Jedna od najstarijih i najpostojanijih institucija društva je škola. Stara je oko sedam hiljada godina i postoji od sumerskog carstva. Preko Kine, Grčke i Rimskog carstva, nastajala u okviru raznih religija, tokom građanskih ratova, razvijana u 19. i 20. veka, do škole današnjice-savremene škole. Ne postoji iole razvijena društvena zajednica koja nije imala svoju školu. Škola je mogla toliko dugo da opstane zato što se stalno menjala, prilagođavala i usklađivala svoj rad sa potrebama i zahtevima zajednice u okviru koje je postojala. Dešavalo se u prošlosti da se pojavi neslaganje između društvene zajednice i njene škole (jer je škola često bila zatvorena, inertna, protiv promena). Škola se menjala i nastavljala da deluje u novom obliku, uvek se transformišući u novu- školu koja odgovara potrebama zajednice. Za sve one koje se bave školom na bilo koji način nema značajnijeg pitanja od: kakve promene treba izvršiti u savremenoj školi da bi ona mogla uspešno da ostvaruje svoju društvenu ulogu u budućnosti, u budućem društvu?

Svaka zajednica je organizovala školu postavljajući joj određene zahteve, ciljeve, zadatke koje su se toj zajednici u tom periodu činili bitnim i važnim. Škola nikad nije postojala radi sebe same, radi škole. Ona je uvek imala određenu misiju prema zajednici, koja školi stvara posebne uslove za rad kako bi ona mogla što uspešnije da ostvari svoju društvenu namenu. Tada bi škola izgubila svoj smisao postojanja, ugasila bi se kao nekorisna i nepotrebna. Značajna istorijska pouka o školi za njenu budućnost je da se to nikad ni u jednoj društvenoj zajednici nije desilo.

Od svog nastanka škola je veoma dugo bila namenjena samo mladoj generaciji, zatim mladima- pripadnicima određenih društvenih slojeva, klasa, staleža, većinskom stanovništvu po rasi, boji kože, godinama starosti, verskoj pripadnost. U prošlosti su postojale brojne diskriminacije u pravu na školovanje. Mnogo truda je uloženo da se izvrši demokratizacija obrazovanja. Škola mora već danas biti u funkciji potreba svih članova jedne društvene zajednice. Mora biti otvorena i dostupna svima pod istim uslovima. To je u određenoj meri već postala savremena škola, a u daleko većoj meri mora biti buduća.

Osnovna misija škole je ovladati tekovinama, najpre svoje zajednice, a zatim i tekovinama čitavog čovečanstva- od strane mladih, služiti se njima, razvijati ih. U prvom planu je bila društvena komponenta u radu škole. Kasnije će se od nje zahtevati da ona bude činilac razvijanja celokupne ličnosti svakog svog člana. To se u velikoj meri pokušava ostvariti u savremenoj školi, a postaće imperativ u radu svake buduće škole.

2.2. Razvoj škole

Pored utvrđivanja sadržaja rada škole, sledeći značajan problem u radu škole jeste kako te sadržaje predstaviti učenicima (sada ne samo mladima već i odraslima), pa da ti sadržaji postanu činioci i njihove socijalizacije i individualizacije istovremeno. Problem metoda, sredstava i oblika rada u školi ostao je otvoren sve do savremene škole, pa i u toj školi. Isto kako se zahteva da sve škole budu otvorene prema svim članovima jedne zajednice, da ni na jedan način ne budu diskriminatorske prema njima, isto tako se sve više zahteva da škole budu prilagođene svakom pojedincu, svakom svom učeniku, podstičući njegov maksimalni individualni razvoj, obrazovanje i vaspitanje. Buduća škola moraće da postane škola individualnog obrazovanja i razvoja. To nije rešila savremena, ali će rešenje doneti buduća škola.

Zahvaljujući sve bogatijim opštim i posebnim civilizacijskim i kulturnim tekovinama, bogastvo saznanja se konstantno svakodnevno uvećava u okviru svih nauka, tehnika, tehnologiija. Razvojem društvenih zajednica nastaju novine u ljudskim potrebama. Školi se stalno postavljaju novi društveni i individualni zahtevi i zadaci. Menjale su se sve postojeće škole, stvarane su nove, po organizaciji, po karakteru i nivou. Stvarani su školski sistemi, u njima je uspostavljen sklad između škola koje su obuhvatali.

Sagledavanje škole budućnosti nije moguće van konteksta sistema obrazovanja u okviru koga će postojati i društva kome će služiti. Ta škola se mora projektovati u okvru tog šireg sistema. Osim opštih i univerzalnih osobina škole kao društvene institucije, postoje i posebne karakteristike škole proistekle iz osobenosti zajednice koja školu organizuje. U onoj meri u kojoj se menjala društvena zajednica u celini menjale su se i univerzalne karakteristike škole. Svaka društvena zajednica imala je slobodu da bira, prihvata ili menja univerzalne karakteristike škole, koje joj najviše odgovaraju. Tako je dolazilo do razlika među istovetnim školama u različitim društvenim zajednicama. U današnje vreme situacija se znatno izmenila. Tendencija je da se manje zajednice udružuju i formiraju veće društveno političke i ekonomske zajednice.

Obrazovanje koje treba da obezbedi savremena škola a pogotovu buduća je ono koje će omogućavati svakom pojedincu da mnogo zna. Insistiraće se na njihovom individualnom osposobljavanju da stečena znanja stvaralački primenjuju i koriste u svom radu, da stiču nova iskustva i stvaraju nova znanja.

Iz svega toga postavlja se pitanje kakva bi trebala da bude nastava u budućoj školi, odnosno koja je paradigma buduće škole - škole budućnosti? Može li se to zaključiti na osnovu dosadašnjeg razvoja škole, ili je to nova osnova na kojoj mora da se zasniva model buduće škole? Već tri veka škole ne menjaju svoju paradigmu, poznatu kao paradigma Komenskog [Kom07]. Ona se odnosi na predmetno-časovnu-razrednu organizaciju nastave. Paradigma Komenskog je odgovarala istorijskim i društvenim potrebama 17. veka. U to vreme potreba za školom koju je lako organizovati, masovnom, jeftinom, u kojoj bi jedan učitelj bio sa više učenika bila je veoma velika. Ona je prihvaćena od svih društvenih zajednica tog vremena, jer je zadovoljavala potrebe industrije (tada manufakturne), religije, kada je cilj bio globalno opismenjavanje ljudi. Nije postojala ni jedna društveno uređena zajednica koja bi svoje škole zasnovala na nekoj drugačijoj paradigmi. Ovakav način organizovanja škole i nastave zadržao se jako dugo zato što je odgovarao društvenim zajednicama i u kasnijem periodu, a odgovara i danas. Jednostavnija organizacija škole, lakše je obrazovati nastavnike, lakše je preneti znanje većem broju dece, utvrditi odnose nastavnika i učenika, škole i njenog okruženja - zajednice, države. U takvoj školi lakša je kontrola svih procesa koji se u njoj odvijaju, one su manje skupe od pokušaja stvaranja nove škole van okvira „paradigme Komenskog“.

Ipak, postoje ljudi koji pišu i govore o „kibernetičkoj“, „informatičkoj“, „računarskoj“, „humanoj“ paradigmi sadašnje i buduće škole. Ima i onih koji paradigmu škole i nastave vide kroz „standarde“ i „kvalitet obrazovanja“, neki smatraju da je nova paradigma u „interaktivnosti“ i „učenje putem istraživanja.“ Veoma malo ljudi je načinilo korak dalje i pokušalo modelovati školu na osnovu neke nove paradigme.

2.3. Promena paradigme

Kada se u prošlosti govorilo o paradigmi nastave insistiralo se na organizacionim komponentama i nastave i škole. Mislilo se na grupisanje učenika (po godištu i razredima) na organizaciju nastave (nastavni planovi i programi, nastavni predmeti) na organizaciju vremena (nastavni čas, nastavna nedelja, školska godina) pa tek onda i to nedovoljno govorilo se o odnosu učenika i nastavnika, o radu sa učenikom, o položaju učenika u nastavi.

Danas se u školi i nastavi sve više i češće postavljaju pitanja o obliku, metodama, načinu nastavnog obrazovnog i vaspitnog rada, pitanja položaja učenika, pitanja cilja i zadatka nastave, pitanja načina utvrđivanja rezultata zejedničkog rada nastavnika i učenika. Jedno od glavnih problema je pitanje toka nastavnog procesa. Insistiranje da nova škola postane kibernetička, računarska, može značiti samo da se u današnjoj školi koriste moderna računarska sredstva, ali to ne rešava osnovne slabosti savremene škole. Ta moderna nastavna sredstva mogu da nastavu učine uspešnijom i to nas može privremeno uveriti da smo našli pravi put ka kvalitetnijoj i uspešnijoj školi budućnosti. Ali mi smo samo zadržali formu stare škole i unapredili je modernim tehničkim sredstvima.

To, naravno, nikako ne znači da ta sredstva ne treba koristiti u budućoj školi. Naprotiv, koristiće se, ali u sklopu drugačije paradigme nastave. Ta moderna sredstva biće od velike pomoći da u budućoj školi nastava od individualizovane postane individualna, pojedinačna nastava. Težimo tome da se učenik ne prilagođava školi već da se nova škola prilagođava učeniku, ne prosečnom, već svakom pojedinačnom učeniku. I to organizacijom individualne nastave kao osnovni vid nastavnog rada u toj školi.

Pri projektovanju škole budućnosti istovremeno se mora projektovati i lik nastavnika buduće škole kao jedan njen neodvojiv deo. Nastavnik je u školi bio i ostao nezaobilazan faktor bez koga školski sistem ne bi mogao ni da postoji ni da funkcioniše, njegova uloga ne može da se zameni nikakvim modernim nastavnim sredstvima.

2.4 Svrha obrazovanja

Cilj obrazovanja je da učenici razviju kongitivne, emocijalne i socijalne kompetencije potrebne za rad i život u XXI veku, da umeju donostiti odluke, da uče učenje, da nauče raditi u grupi, da u toku školovanja žive sa demokratijom kako bi je kasnije primenjivali u svom životu. Tradicionalna nastava je razvijala samo pokornost, poslušnost i zavisnost od autoriteta koji predstavlja nastavnik. Kao takva je odgovarala uspostavljenom sistemu društvenih odnosa, bila je laka za kontrolisanje, upravljanje, organizaciju. Učenik koji je osam godina u osnovnoj a zatim tri ili četiri godine u srednjoj školi slušao autorizovana predavanja nastavnika, nagrađivan ako uspešno reprodukuje pročitano, ne može usvojiti ništa sem pokornosti i poslušnosti [Suz03]. Nasuprot ovoga imamo interaktivno učenje. Učenik koji osam a zatim još tri ili četiri godine nastupa pred razredom, vrši prezentacije, sam savlađuje gradivo, uči u grupi u kojoj ga vrednuju vršnjaci i u kojoj vrednuje sam sebe, može postati samopouzdana i slobodna ličnost (u smislu da se ne boji da iznosi svoje ideje).

Svrha obrazovanja i vaspitanja je u razvijanju maksimalnih mogućnosti svakog učenika pripremajući ga za slobodan život u vremenu u kom živi i u civilizaciji u kojoj se kreće. U civilizaciji XXI veka to je sposobnost učenja, razvijanje spremnosti čoveka da permanentno uči i usavršava se. Shvatanje da se obrazovanje završava profesionalnom diplomom dominiralo je u XX veku. Danas to ne važi. Danas diploma treba da posluži kao dokaz kompetencije za dalji rad, usavršavanje i učenje. Ma koliko dobra bila tradicionalna škola, mora se menjati kako bi zadovoljila potrebe svakog pojedinca i društva u celini.

3.

Obrazovni softver

3.1.Korišćenje računara u nastavi

Obrazovanje kao sastavni, čak pokretački deo društva, mora da odgovori na promene i prati tendencije savremenog društva, koje postaje sve više tehnološko. Primena računara u savremenoj nastavi postaje sve više uobičajena praksa, a poseban značaj zauzima primena obrazovnih softvera kao i internet tehnologija.

Primenom računara u nastavi mogu se izbeći neki nedostaci tradicionalne nastave. Učenik nije pasivan, uči aktivno, samostalno, prema svom tempu i sposobnostima [Cha09]. Prestaje da bude objekat nastave i postaje subjekat. Do izražaja dolaze njegove lične sposobnosti i motivacija. Dobija informacije o tačnosti i na taj način kontroliše napredak u učenju i svoje znanje.

Softver u oblasti obrazovanja predstavlja intelektualnu tehnologiju i naziva se obrazovni softver, koji obuhvata programske jezike i alate, određenu organizaciju nastave i učenja, a koji se bazira na logici i pedagogiji. Pod pojmom obrazovni softveri podrazumevaju se gotovi kompjuterski programi koji se mogu koristiti tokom nastavnog procesa, a koji pomažu lakšem razumevanju i usvajanju gradiva, utvrđivanju naučenog i proveri stečenog znanja.

3.2. Obrazovni softver

Obrazovno računarski softver je vrlo složen proizvod intelektualnog, stvaralačkog i timskog rada, kreiran za određene namene u obrazovanju. Efikasnost nastave i napredovanje učenika u savremenim uslovima zavisi, između ostalog i od kvaliteta primenjenog obrazovnog softvera.

U pripremi sadržaja za obrazovni softver neophodno je insistirati na njegovoj interaktivnosti i dinamičnosti, omogućiti učenicima da se neposredno uključe u proces učenja. Vrlo bitna karakteristika koju obrazovni softver mora posedovati je povratna informacija.Kvalitetan obrazovni softver mora omogućiti ispravljanje grešaka i utvrđivanje usvojenih znanja i veština.

Softver treba da zadovolji potrebe različitih tipova ličnosti učenika, vizuelni, auditivni, kinetički.Kombinovanjem teksta, slike, zvuka i dinamičkih apleta, obezbeđuje da učenje bude interesantnije i zanimljivije. Da od obaveze postane zabava, a napredovanje učenika je bolje. Obrazovni softver ne treba da bude zatvorenog tipa, učenici moraju da imaju više ponuđenih odgovora i kontrolisanih puteva sticanja znanja. Motivacija se povećava kada osoba ima kontrolu nad učenjem. Mogućnost izbora je samostalno odlučivanje u kom pravcu će teći istraživanje i rešenje problema, čime se kod učenika razvijaju perceptivne sposobnosti i logičko mišljenje.

Primenom obrazovnog softvera nastava se individualizuje i prilagođava individualnim sklonostima, sposobnostima i interesovanjem svakog pojedinačnog učenika [Peć11]. Učenici se razlikuju po svom pristupu učenju i to je jedan od najkompleksnijih zadataka svakog obrazovnog softvera da zadovolji potrebe svakog učenika. Kvalitetan i lakši pristup izvorima znanja omogućuje da učenik sam upravlja procesom učenja, razvija sistematičnost, samostalnost, kreativnost, strpljivost. Prilikom stvaranja obrazovnog softvera treba poštovati didaktičke principe: prilagođenost uzrastu, sistematičnost, postupnost, insistiranje na individualnosti i socijalizaciji i naravno principu očiglednosti.

Kako bi se softver primenio u nastavi i na odgovarajući način podstakao učenje, mora zadovoljiti određene kriterijume. Poslednjih par godina nastava se sve češće organizuje kroz nove modele rada kao na primer: programirana nastava, interaktivna nastava, kompjutersko-informativna nastava i nastava na daljinu [Ars11].

Programirana nastava podrazumeva učenje po algoritmu i njene odlike su razumljivost (izlaganje manjih logičko povezanih celina), određenost (unapred pripremljen tok sticanja znanja mora da omogući savlađivanje sve složenijih misaonih radnji) i rezultativnost (procenu saznajnih mogućnosti učenika). Prednosti koje ima programirana nastava, a koje su joj omugućene obrazovnim softverom su: tempo rada je individualan, konstantna povratna informacija, razvijanja samostalnosti u učenju i omogućavanje racionalizacije nastave.

U interaktivnom učenju, za razliku od tradicionalne metode učenja, učenici sami kreiraju tok nastavnog procesa, donekle sebe stavljaju u poziciju nastavnika i postaju odgovorniji prema svom učenju. Jedan od glavnih nedostataka interaktivnog učenja je to što učenici nenamerno mogu propustiti neki važni deo gradiva. Nastavnikovo vođenje i usmeravanje, nadzor procesa učenja je veoma važan za učenike koji se prvi put sreću sa ovakvim načinom učenja.

Kompjutersko informativna nastava menja ulogu nastavnika. Izlaganje i pojašnjavanje sadržaja preuzima obrazovni softver, pripremljen od strane stručnjaka i ekspertskih timova, dok je nastavniku ostala savetodavna i organizaciona uloga. Jedan od oblika ovakvog načina učenja je učenje putem kompakt diskova. Nastavni materijali treba da budu zanimljivi a opet logički struktuirani kako bi insistirali na misaonim aktivnostima učenika. Diskovi treba da sadrže informcije koje su potkrepljene slikama, primerima i ilustracijama.

Nastava na daljinu podrazumeva prostornu udaljenost nastavnika i učenika. Obrazovni softver se može primenjivati i u ovom slučaju, a da bi zadovoljio potrebe ovakvog načina učenja mora ispuniti sledeće uslove: fleksibilnost (učenje na bilo kom mestu i u bilo koje vreme), prilagodljivost (učenik sam bira sadržaje za koje je zainteresovan), modularnost (gradivo se savlađuje u zaokruženim celinama), orjentacija na korisnika (polazi se od potreba i mogućnosti učenika).

3.3. Klasifikacija obrazovnog softvera

Postoji veliki broj klasifikacija, rangiranja i načina vrednovanja obrazovnog računarskog softvera. Stalno se razvijaju nove verzije, rešenja, pa je sasvim jasno da se iz tog razloga ni jedna klasifikacija ne može smatrati konačnom i potpunom.

Kompjuter kao učitelj - suština obrazovnog računarskog softvera ovog tipa je dase kompjuter koristi kao sredstvo za podučavanje. Softver je koncipiran tako dakompjuter izloži određeni obrazovni sadržaj učeniku, kompjuter ocenjuje odgovoručenika, i na osnovu rezultata ocenjivanja, program određuje dalje faze rada sa učenikom. Klasifikacija obrazovnog računarskog softvera u matematičkom obrazovanju je specifična i obuhvata aplikativne programe, programe za vežbanje, tutorske programe, programe simulacije, kompjutersko modelovanje i istraživačke programe.

Programi za vežbanje - koristi se za utvrđivanje ranije obrađenog obrazovnog sadržaja i ne prezentuju se novi.Suština ovakvih programa je da nauče učenike da daju tačne odgovore. Način na koji to rade svodi se na informisanje da li je odgovor tačan ili ne. U poslednje vreme ovi programi su se dosta transformisali pa je prikaz sve češće u vidu igara sa obiljem grafičkih ilustracija, što dodatno motiviše učenike.

Tutorski programi - na poseban način se struktuira gradivo koje učenik treba da savlada, a sadrže i veliki spisak grešaka, njihovog porekla i sa njima povezane sugestije i objašnjenja. Ovi programi pokušavaju da isprave nedostatke programa za vežbanje: situacije kada je učeniku potrebno proceduralno znanje da bi dao odgovor. Učeniku se ukazuje da je načinio grečku i šta treba da radi. Inteligentni tutorski programi imaju mogućnost da za različite greške pruže odgovarujeće savete ili informacije sta učenik treba da uradi.

Simulacije i stvaranje modela - omogućuje modeliranje realnog sveta i realnih stanja, da bi se mogli jednostavnije proučavati.Sam korisnik može da proverava hipoteze, menjajući varijable modela. Kako su odnosi komplikovani, a njihove reakcije nepredvidive, od učenika se najčešće zahteva da otkrije pravilo u datoj problemskoj situaciji.

Obrazovni softver za komjutersko modelovanje je najsadržajniji način korišćenja računara prilikom školskog učenja matematike.Ovakvi modeli su posebno pogodni za srednjoškolske i više nivoe učenja matematike dok su manje uspešni u nižim razredima. Ovakav softver zahteva od učenika da poznaje model i način za njegovo rešavanje. Za date probleme korisnici pišu programe za njihovo rešavanje.

3.4. Kreiranje sadržaja za obrazovni softver

Obrazovni softver je vrlo složen proizvod stvaralačkog, intelektualnog i timskog rada. Kvalitet obrazovnog softvera je određen čitavim kompleksom bitnih i merodavnih faktora i možemo ga vrednovati sa više aspekata: formativno (zasniva se na vrednovanju svakog dela razvojnog procesa samog softvera), sumarno (cilj ovakvog vrednovanja je utvrđivanje da li su ciljevi i zadaci softvera zaista ostvareni), tehnički (vrednovanje na osnovu kvaliteta opreme, dizajna, pouzdanosti) i obrazovni (vrednovanje se svodi na utvrđivanje obrazovno vaspitnih efekata koje softver sadrži).

Pri kreiranju obrazovno-računarskog softvera treba poštovati sledeći sistem didaktičkih principa: očiglednost i apstraktnost, sistematičnost i postupnost (znanje povezano u logičku celinu), pristupačnost uzrastu učenika (izbor materijala i sadržaja prilagođen uzrasnim mogućnostima učenika), individualizacije, diferencijacije i intergracije (prilagođenost razlikama između učenika), svesne aktivnosti učenika (učenici stiču znanja smislenim naporom), racionalizacije i ekonomičnosti (sticanje maksimalnih rezultata uz minimalni utrošak sredstava), princip naučnosti (sadržaji su pre svega istiniti i zasnovani na naučnim činjenicama).

U nastavi u kojoj preovlađuju inovativni modeli nastave, za razliku od tradicionalnih, obrazovni softver treba da obezbedi: individualnost, samostalnost, konstantnu povratnu informaciju, da bude zanimljiv i da probudi interesovanje kod učenika, sadržaji treba da budu logički struktuisani kako bi misaono aktivirali učenike, treba da budu potkrepljeni primerima i ilustracijama.

Proces pripreme i razvoja elektronskih materijala za potrebe obrazovnog softvera je ciklus od četiri faze: analiza, dizajniranje, razvoj i evaluacija. Analiza predstavlja identifikovanje potreba učenja, opšti nivo znanja, ciljeve. Dizajniranje predstavlja fazu definisanja zadataka i veština za dostizanje cilja, precizno utvrđivanje smernica i načina izlaganja gradiva. Razvoj je faza kreiranja medija za prenošenje znanja, biranje odgovarajućih tehnologija i sredstava. Evaluacija predstavlja vrednovanje efektivnosti kursa, praćenje rezultata naspram postavljenih ciljeva, procena uspešnosti.

4.

GeoGebra

Osavremenjavanje nastavnog procesa i učenja ne znači nužno primenu računara u nastavi, već promenu načina prezentovanja i usvajanja gradiva. Računari u nastavi, kao nastavno sredstvo, mogu doprineti razvoju nastavnih metoda koje će omogućiti individualizaciju nastavnog procesa, a učenje prilagoditi svakom učeniku, njegovom tempu učenja, njegovim mogućnostima, intelektualnim sposobnostima i individualnim osobenostima. Mogućnost dinamičke predstave objekata glavna je prednost novih medija u odnosu na tradicionalne. Glavni zadatak nastavnika je da učeniku približi problem, da ga učini razumljivim i da pripremom interaktivnih radnih listova omogući učenicima samostalno istraživanje novih i potvrđivanje poznatih osobina objekata [Hoh07]. U ovom smislu primena programskog paketa Geogebra, kao alat za modelovanje i dinamičke konstrukcije, može kod učenika razvijati učenje putem otkrivanja, sposobnost proučavanja problema, logičko zaključivanje i što je najbitnije individualno učenje.

4.1. O programu geogebra

Program GeoGebra je matematički softver koji je razvio Markus Hohenwerter sa Unverziteta u Salcburgu za poučavanje matematike u školama. To je programski paket koji povezuje algebru, geometriju i analizu, pa je na osnovu toga i dobio ime. Besplatan je i dostupan na više od 50 jezika (postoji i na srpskom jeziku, tako da strani jezik nije barijera za korišćenje), jednostavan za instaliranje, pisan u JAVI pa ni određeni operativni sistem nije preduslov za korišćenje. Pored toga moguće je pokretati ga iz bilo kog internet pretraživača. Dobitnik je više evropskih i svetskih nagrada u oblasti obrazovnog softvera: EASA 2002, Learnie Award 2003, Digita 2004, Comenius 2004, Learnie ward 2005, Trophées du Libre 2005. Može se skinuti sa adrese www.geogebra.org kao i uputstvo za upotrebu (takođe na srpskom jeziku) i puno primera. Na istoj adresi postoji i forum namenjen prikupljanju različitih iskustva pri radu sa programom. Sistem podrške nastavnicima koji koriste GeoGebru se odvija kroz zvanične GeoGebra Centre. U Srbiji postoji GeoGebra Centar Beograd osnovan u okviru Matematičkog fakulteta u Beogradu. Cilj GeoGebra Centra Beograd je unapređenje nastave matematike, stručno usavršavanje nastavnika matematike, kao i podsticanje smišljene implementacije didaktičkog materijala koji je napravljen korišćenjem GeoGebra paketa [GBG].

Sve softverske alate namenjene za prikazivanje matematičkih objekata možemo podeliti u dve grupe. Prvu grupu čine takozvani sistemi dinamičke geometrije (*Dynamic Geometry Systems-DGS*), a drugu grupu sistemi računarske algebre (*Computer Algebra Systems-CAS*). Uobičajno je da se u sistemima dinamičke geometrije objekti mogu posmatrati preko svojih koordinata i jednačina. Ali da se jednačinama i koordinatama zadaju objekti i da se potom pojavi grafička prezentacija tih objekata nije moguće. Za razliku od njih sistemi računarske algebre omogućavaju vizuelizaciju koordinata i jednačina geometrijskih objekata. Moguće je posmatrati promene na grafičkim prikazima prilikom promene jednačina tih objekata, ali nije moguće menjati jednačine tih objekata promenom njihovih geometrijskih prikaza. GeoGebra je programski paket koji objedinjuje ova dva različita pristupa vizuelizaciji matematičkih objekata. Naime, geometrija i algebra su potpuno ravnopravno zastupljene, moguće je objekte zadavati jednačinama, potom menjati grafičke prikaze objekata i posmatrati kako se tom prilikom menjaju jednačine tih objekata i obrnuto.

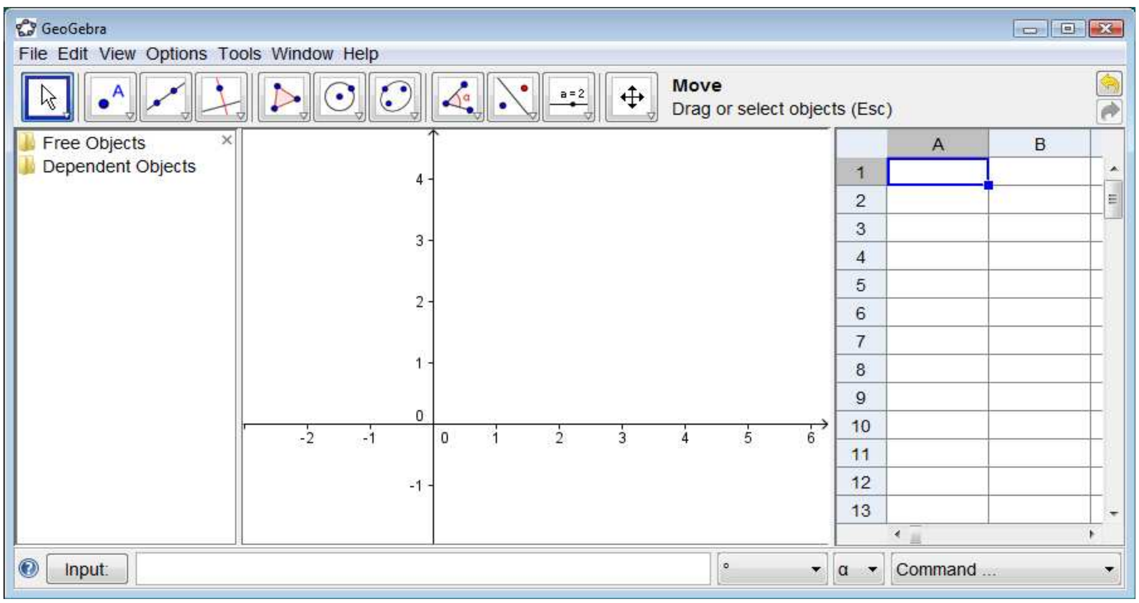
Na ovakav način prikazano matematičko gradivo, učenici će lakše prihvatiti i zapamtiti matematičke pojmove, kao i gradivo namenjeno njihovom uzrastu. Pomoću programskog paketa GeoGebra pogodno je i lako predstaviti veći deo programa matematike kako za osnovnu i srednju školu, tako i program matematike namenjen fakultetima i višim školama [Hoh10]. Pored toga jako je jednostavan za upotrebu. Nastavnici i učenici mogu brzo savladati korišćenje ovog programskog paketa.

Cilj primene GeoGebre u nastavi je podizanje stručnih kompetencija nastavnika i učenika u procesu podučavanja i učenja. Podizanje kvaliteta nastave uz primenu multimedijalnih sredstava i interaktivnosti, što treba da dovede do aktivnijeg učešća učenika u vaspitno-obrazovnom procesu. Veliki problem u nastavi je pasivna pozicija učenika u školi, a veliki izazov je to promeniti i staviti učenika u aktivnu poziciju [Mar11a]. GeoGebra kao programski paket ima tu snagu, samo je treba dobro osmisliti i upotrebiti na pravi način. Naravno prvo treba ovladati alatima za rad u GeoGebri, a zatim dobro koncipirati zadatke i materijale za učenike i nastavnike.

4.2. Algebra i geometrija

Dinamička geometrija, analiza i algebra su spojeni kod kreiranja GeoGebre, softver koji podjednako koristi geometriju i algebru. Konstrukcije matematičkih objekta se mogu raditi vrlo jednostavno, moguće je praviti konstrukcije sa tačkama, vektorima, dužima, polupravama, pravama, mnogouglovima, kosinusnim presecima i sa funkcijama. Konstruisanim matematičkim objektima može se dinamički upravljati pomoću tastature i miša.

GeoGebra ima tri različita prikaza matematičkih objekata: grafički prikaz, algebarski (brojčani) prikaz i tabelarni prikaz. Pomoću njih možete da prikažete matematičke objekte u tri različita oblika: grafički (na primer, tačke, grafici funkcija), algebarski (na primer, koordinate tačaka, jednačine) i u ćelijama tabele. Pri tome su svi načini prikaza istog objekta dinamički povezani i automatski se prilagođavaju svakoj promeni koja se izvrši u bilo kom prikazu, nezavisno od načina na koji su objekti nastali.



Slika 1. Interfejs GeoGebre

Najznačajnija karakteristika GeoGebre je dualni pogled na objekt: svaki izraz u algebarskom prozoru odgovara objektu u geometrijskom prozoru i obratno. Kada startujemo ovu aplikaciju pojaviće se prozor na kome dominiraju tri, nazovimo ih podprozora. Jedan je geometrijski prozor, koji se često naziva i prostor za crtanje, drugi je algebarski prozor a treći je potprozor za tabelarni unos podataka, to je prikazano na prethodnoj slici. Pored toga imamo i prozor za direktni unos. Pomenuta dualnost GeoGebre ogleda se u tome da se za svaki objekat koji je mišem unet u geometrijski prozor automatski u algebarskom prozoru pojavljuje jednačina. I obratno, svaki unos ili izmena u algebarskom prozoru rezultira pojavom novog objekta u geometrijskom prozoru.

Pogodnost GeoGebre je mogućnost snimanja različitih formata. Programski paket GeoGebra omogućava da snimite tekuću konstrukciju kao datoteku GeoGebre, a zatim da je izvezete u:

- Dinamički crtež kao internet stranica (html) – Ova stavka vam omogućava da izvezete tekuću konstrukciju kao internet stranicu, koja je spremna za jednostavno stvaranje i deljenje online matematičkih sadržaja. Na ovaj način dobijate takozvani dinamički crtež ili aplet.

- Površina za crtanje kao slika (png, eps, …) – Koristeći ovu stavku možete snimiti grafički prikaz u GeoGebri kao datoteku sa slikom na svoj računar.

- Površina za crtanje u bafer- Ovim opcijom možete kopirati grafički prikaz u bafer vašeg računara. Nakon toga se slika lako može preneti u drugi dokument (na primer, u tekst u program za obradu teksta)

- Izvoz – Površina za crtanje kao PGF/TikZ- Ova stavka omogućava da snimite grafički prikaz kao datoteku sa slikom u formatPGF/TikZ, koji je podržan u programu LaTeX.

4.3. Interaktivne internet stranice

Napomenuli smo da GeoGebra omogućava pravljenje interaktivnih internet stranica, takozvanih dinamičkih crteža, od datoteka u GeoGebri. Za postizanje dinamičnosti HTML stranice moguće je koristiti već gotov JavaScript API. GeoGebra takođe poseduje skup funkcija namenjenih jeziku JavaScript, kako bi korisnici GeoGebre mogli njihovim korišćenjem da komuniciranju između GeoGebra apleta i delova stranice.

Laka implemetacija i publikovanje na internet je još jedna pogodnost GeoGebre. Bez poznavanja html jezika i kreiranja internet strana, uz pomoć "čarobnjaka Geogebre'' nakon par klikova i unosa imena strane, naslova, opisa stranice i imena autora, gotova je internet stranica koja je spremna za deljenje. Izvezena HTML datoteka može da se prikaže u bilo kojem Internet pretraživaču. Ovakav način je pogodan da se učeniku približi gradivo, privuče pažnja i probudi interesovanje za samostalan rad, zato je potrebno posvetiti pažnju, interaktivnosti i dinamičnosti takve internet strane.

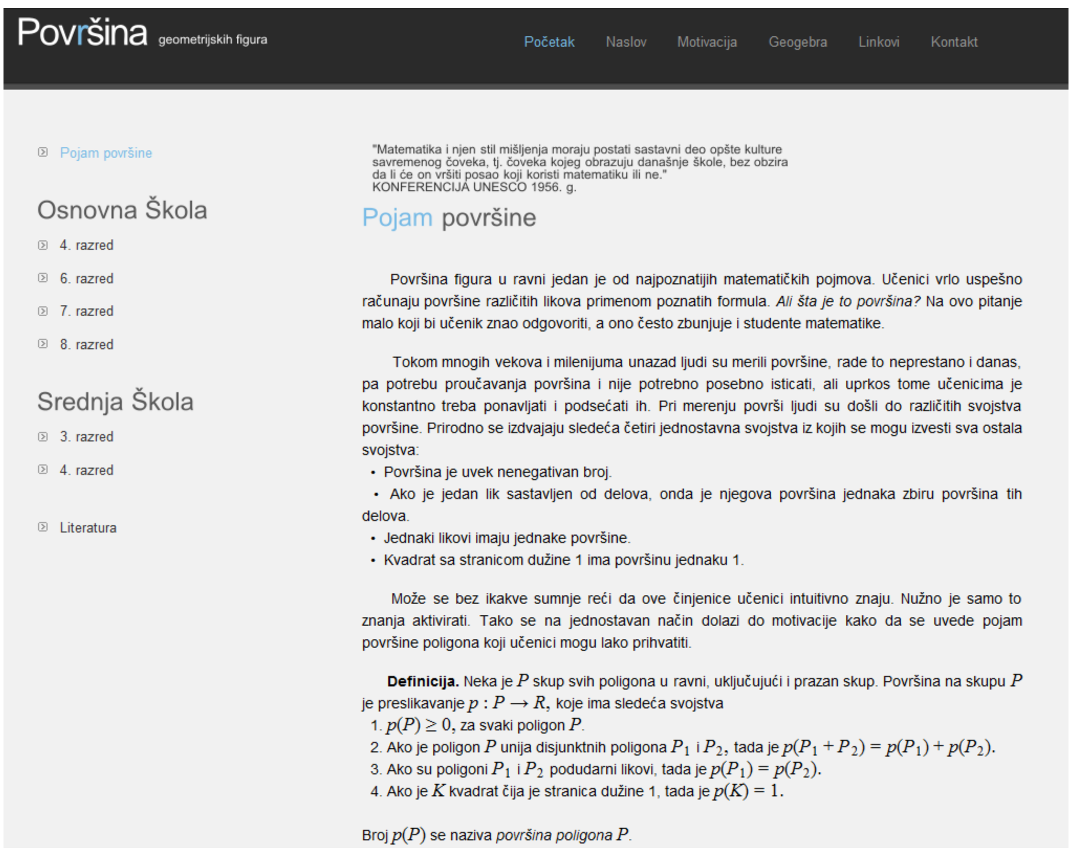
Interaktivnost apleta u okviru internet stranica se povećava ako su na strani prisutni JavaScript dugmići koji omogućavaju interakciju teksta i apleta. Ovako pripremljene i povezane strane, postaju moćno sredstvo svakog nastavnika u približavanju apstraktnih matematičkih pojmova učenicima svih uzrasta [Mar11c].

5.

Internet prezentacija “Površina figura”

5.1. O prezentaciji „Površine figura“

U ovom poglavlju je predstavljen interaktivan edukativan materijal u kome je obrađen pojam površine figura tokom osnovne i srednje škole [Rad12]. Svi sadržaji su javno dostupni i nalaze se na adresi http://alas.matf.bg.ac.rs/~ml06125. Materijal je u obliku internet stranica sa GeoGebra apletima. Dinamičnost i interaktivnost je postignuta korišćenjem JavaScript i PHP funkcija a zahvaljujuci funkcijama MatJax omogućeno je pisanje matematičkog teksta i formula korišćenjem standardnih komandi za LaTex [Mar11b].



Slika 2. Internet strana Površina figura

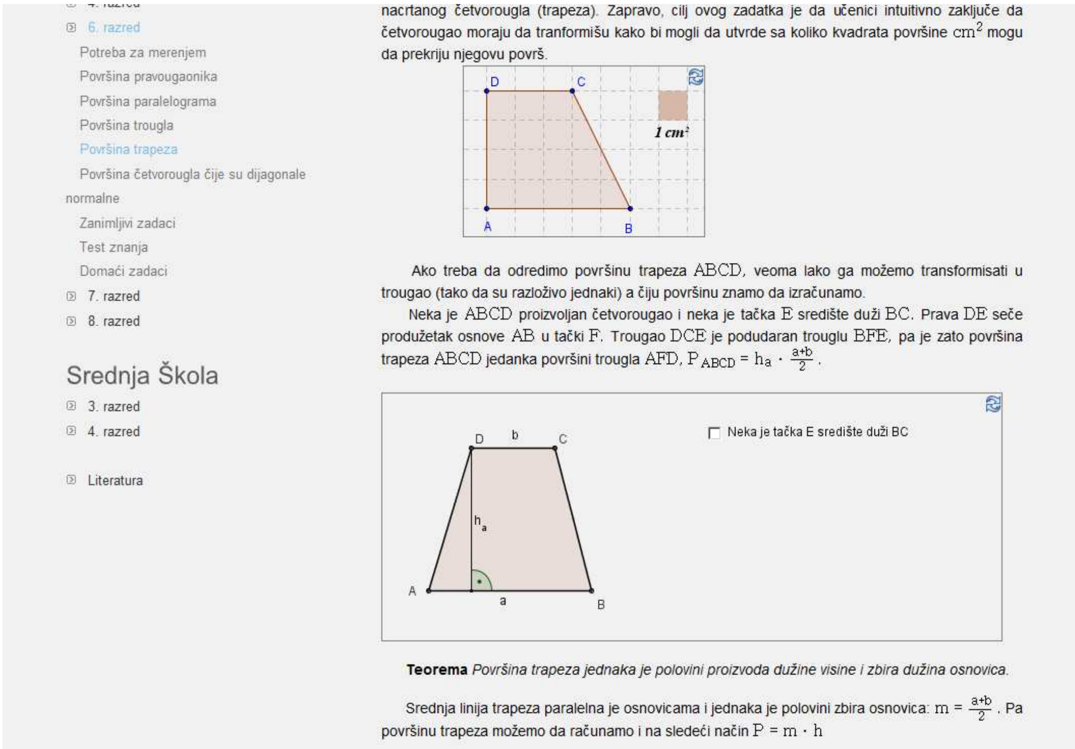
Svi edukativni materijali su pisani pre svega za učenike (učenici mogu da se samoinicijativno usavršavaju i proširuju stečena znanja i omogućeno im je bolje individualno napredovanje) ali i za nastavnike (kao ideja i predlog za njihove multimedijalne časove). Svo gradivo je podeljeno po razredima u kojima se izučavaju matematičke teme koje se tiču površine figura, po obrazovnim standardima koje je donelo Ministarstvo prosvete i nauke Republike Srbije. U okviru svakog razreda postoje četiri različite celine po kojima je podeljen obrazovno-edukativan material, a koje se uzajamno dopunjuju, formirajući celinu u kojoj učenici mogu da stiču nova znanja, vežbaju i proveravaju svoje znanje.

5.2 Način korišćenja edukativnog materijala

Prva celina se tiče učenja. Dakle, korišćenjem interaktivnih GeoGebra apleta i dinamičkih internet strana učenicima se na zanimljiv način predstavljaju geometrijski objekti i figure i njihove osnovne osobine, a potom motivi i načini za izračunavanje površine tih figura. Glavna odlika ovakvog načina predstavljanja gradiva je to sto je učenicima omogućeno da istražuju i samostalno otkrivaju odnose između objekata koje posmatraju.

Slika 3. Površina kocke

Dakle, jednostavnim pomeranjem objekata, tačaka i klizača na apletima učenici uočavaju kakve se promene dešavaju i na taj način donose zaključke. U okviru svake internet strane, gde se nalaze apleti, postoji prateći matematički tekst koji učenike uvodi u događaj koji se odvija na apletu i koji kasnije objašnjava šta su to učenici na osnovu apleta trebali da zaključe.



nacrtanog četvorougla (trapeza). Zapravo, cilj ovog zadatka je da učenici intuitivno zaključe da četvorougao moraju da tranformišu kako bi mogli da utvrde sa koliko kvadrata površine cm^2 mogu da prekriju njegovu površ.

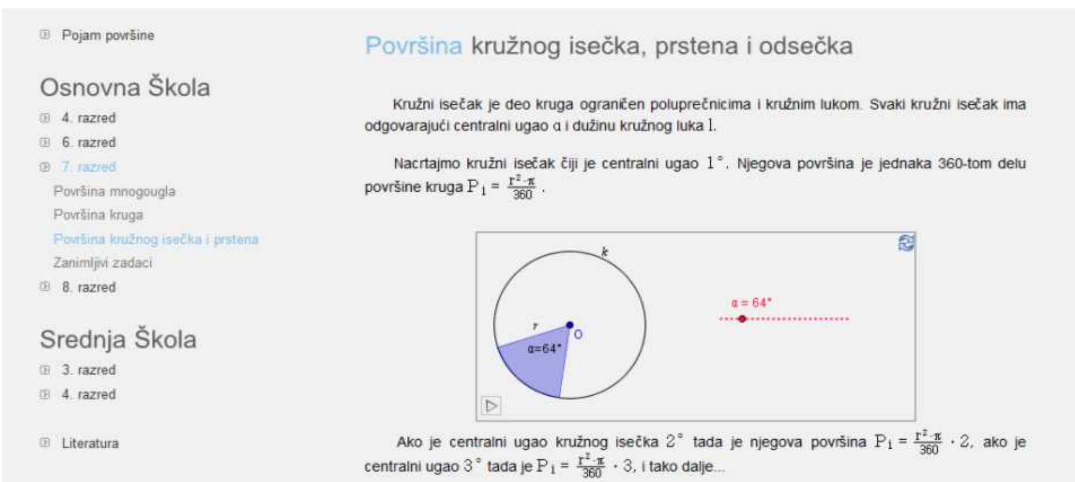
Ako treba da odredimo površinu trapeza $ABCD$, veoma lako ga možemo transformisati u trougao (tako da su razloživo jednaki) a čiju površinu znamo da izračunamo.

Neka je $ABCD$ proizvoljan četvorougao i neka je tačka E središte duži BC. Prava DE seče produžetak osnove AB u tački F. Trougao DCE je podudaran trouglu BFE, pa je zato površina trapeza $ABCD$ jednaka površini trougla AFD, $P_{ABCD} = h_a \cdot \frac{a+b}{2}$.

Teorema *Površina trapeza jednaka je polovini proizvoda dužine visine i zbira dužina osnovica.*

Srednja linija trapeza paralelna je osnovicama i jednaka je polovini zbira osnovica: $m = \frac{a+b}{2}$. Pa površinu trapeza možemo da računamo i na sledeći način $P = m \cdot h$

Slika 4. Površina trapeza



Površina kružnog isečka, prstena i odsečka

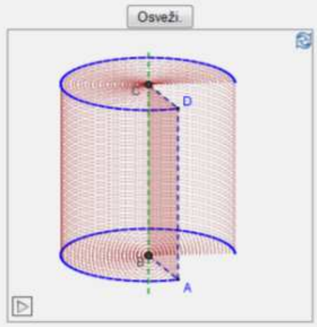
Kružni isečak je deo kruga ograničen poluprečnicima i kružnim lukom. Svaki kružni isečak ima odgovarajući centralni ugao α i dužinu kružnog luka l.

Nacrtajmo kružni isečak čiji je centralni ugao $1°$. Njegova površina je jednaka 360-tom delu površine kruga $P_1 = \frac{r^2 \cdot \pi}{360}$.

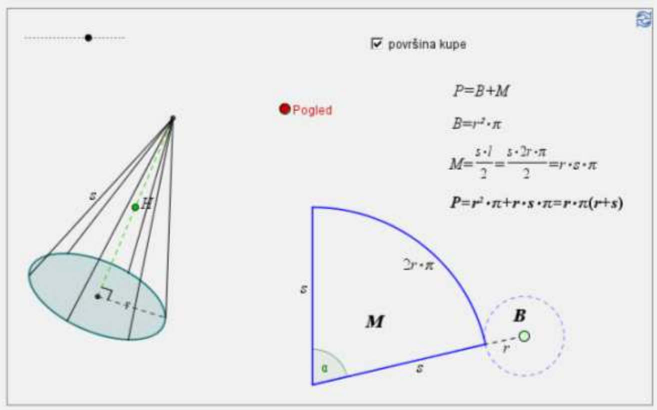
Ako je centralni ugao kružnog isečka $2°$ tada je njegova površina $P_1 = \frac{r^2 \cdot \pi}{360} \cdot 2$, ako je centralni ugao $3°$ tada je $P_1 = \frac{r^2 \cdot \pi}{360} \cdot 3$, i tako dalje...

Slika 5. Površina delova kruga

Zamislimo da se pravougaonik $ABCD$ obrće oko svoje stranice BC. Šta obrazuje skup svih tačaka u prostoru kroz koje pravougaonik prolazi? Da li je to valjak? Stranica AB pravougaonika je poluprečnik osnove tog valjka. Nepokretna stranica BC je njegova visina. Stranica AD opisuje omotač valjka i naziva se izvodnica. Prava kojoj pripada BC naziva se osa valjka.

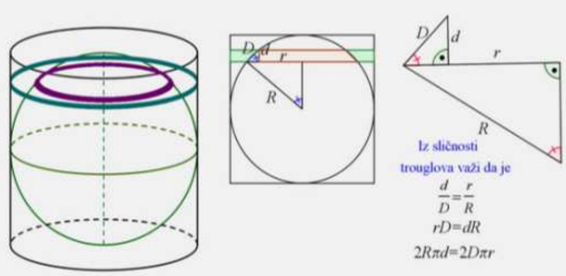


Slika 6. Povšina valjka



Slika 7. Površina kupe

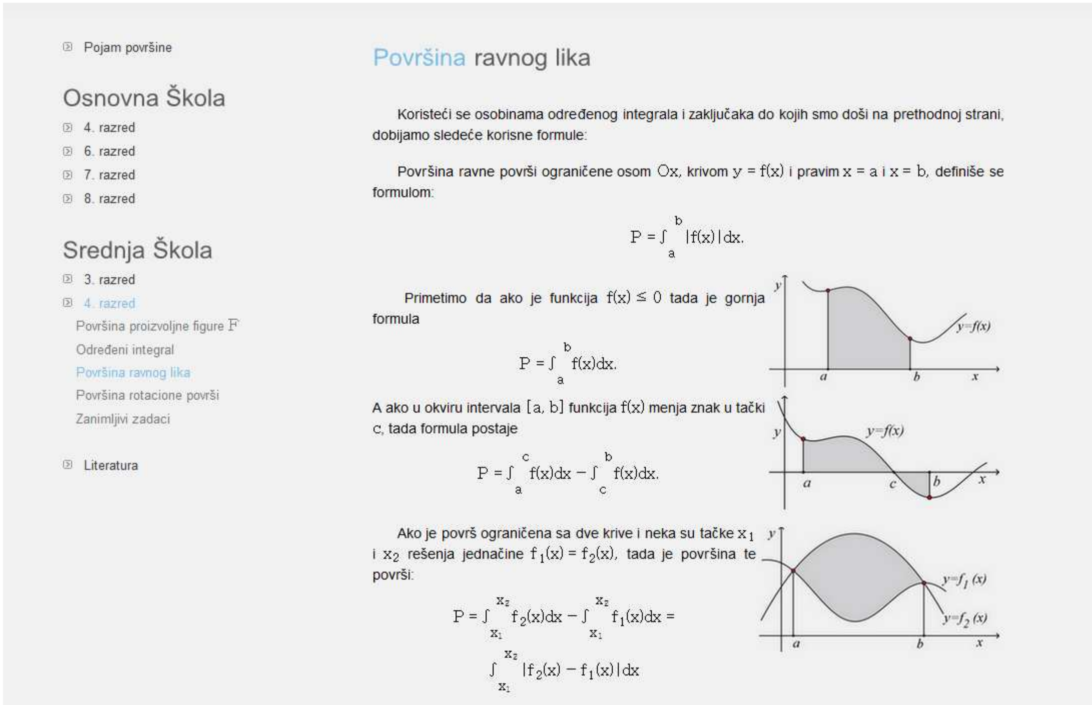
normalna na poluprečnik R, D je normalna na R. Trouglovi su slični pa su stranice podudarne i sledi $\frac{r}{R} = \frac{d}{D}$, odnosno $rD = Rd$. Odatle važi $2R\pi d = 2r\pi D$, to jest površina prstena na omotaču valjka jednaka je površini odgovarajućeg prstena na sferi. Kako to važi za prstene određene bilo kojim bliskim paralelnim ravnima, sledi da je površina cele lopte jednaka površini celog omotača valjka .



Dakle, površina lopte poluprečnika R jednaka je $P = 4\pi R^2$.

Kada loptu presečemo nekom ravni deo sfere koju tom prilikom dobijemo zovemo kalotom. Površina kalote visine h i prečnika sfere R je $P = 2\pi Rh$.

Slika 8. Površina lopte



Pojam površine

Osnovna Škola

4. razred

6. razred

7. razred

8. razred

Srednja Škola

3. razred

4. razred

Površina proizvoljne figure F

Određeni integral

Površina ravnog lika

Površina rotacione površi

Zanimljivi zadaci

Literatura

Površina ravnog lika

Koristeći se osobinama određenog integrala i zaključaka do kojih smo doši na prethodnoj strani, dobijamo sledeće korisne formule:

Površina ravne površi ograničene osom Ox, krivom $y = f(x)$ i pravim $x = a$ i $x = b$, definiše se formulom:

$$P = \int_a^b |f(x)|\,dx.$$

Primetimo da ako je funkcija $f(x) \le 0$ tada je gornja formula

$$P = \int_a^b f(x)\,dx.$$

A ako u okviru intervala $[a, b]$ funkcija $f(x)$ menja znak u tački c, tada formula postaje

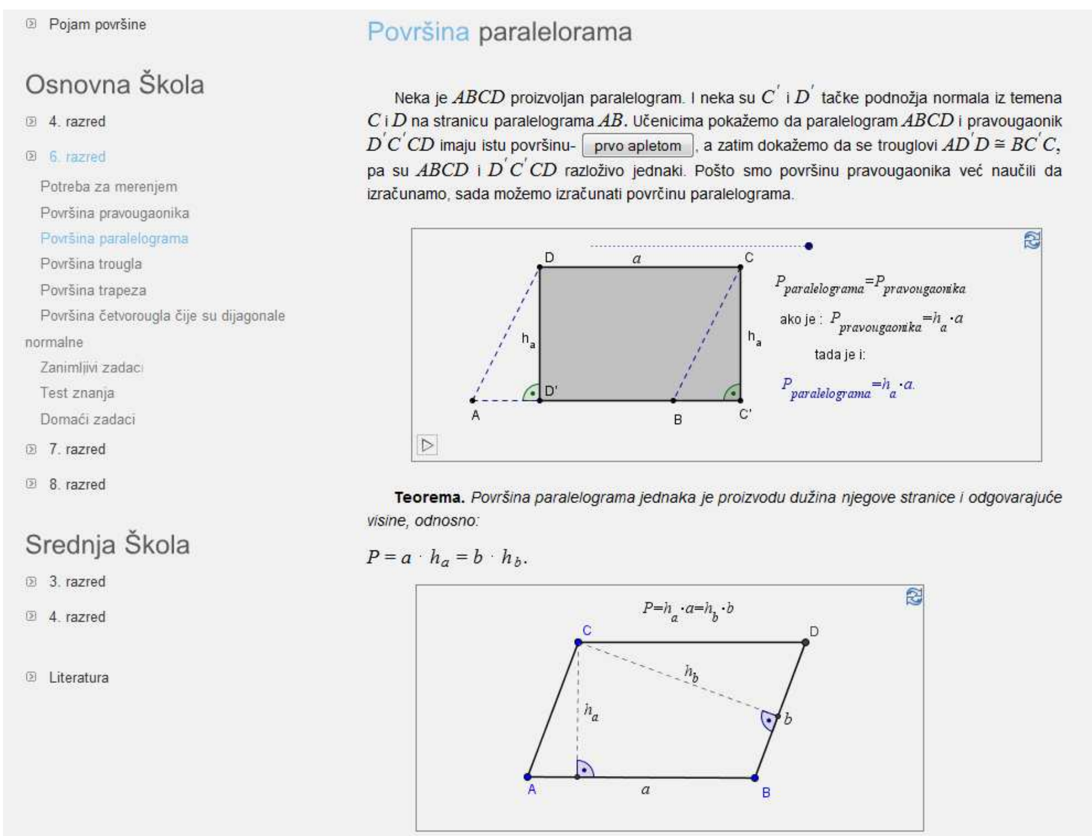
$$P = \int_a^c f(x)\,dx - \int_c^b f(x)\,dx.$$

Ako je površ ograničena sa dve krive i neka su tačke x_1 i x_2 rešenja jednačine $f_1(x) = f_2(x)$, tada je površina te površi:

$$P = \int_{x_1}^{x_2} f_2(x)\,dx - \int_{x_1}^{x_2} f_1(x)\,dx =$$

$$\int_{x_1}^{x_2} |f_2(x) - f_1(x)|\,dx$$

Slika 9. Površina ravnog lika



Pojam površine

Osnovna Škola

4. razred

6. razred

Potreba za merenjem

Površina pravougaonika

Površina paralelograma

Površina trougla

Površina trapeza

Površina četvorougla čije su dijagonale normalne

Zanimljivi zadaci

Test znanja

Domaći zadaci

7. razred

8. razred

Srednja Škola

3. razred

4. razred

Literatura

Površina paralelorama

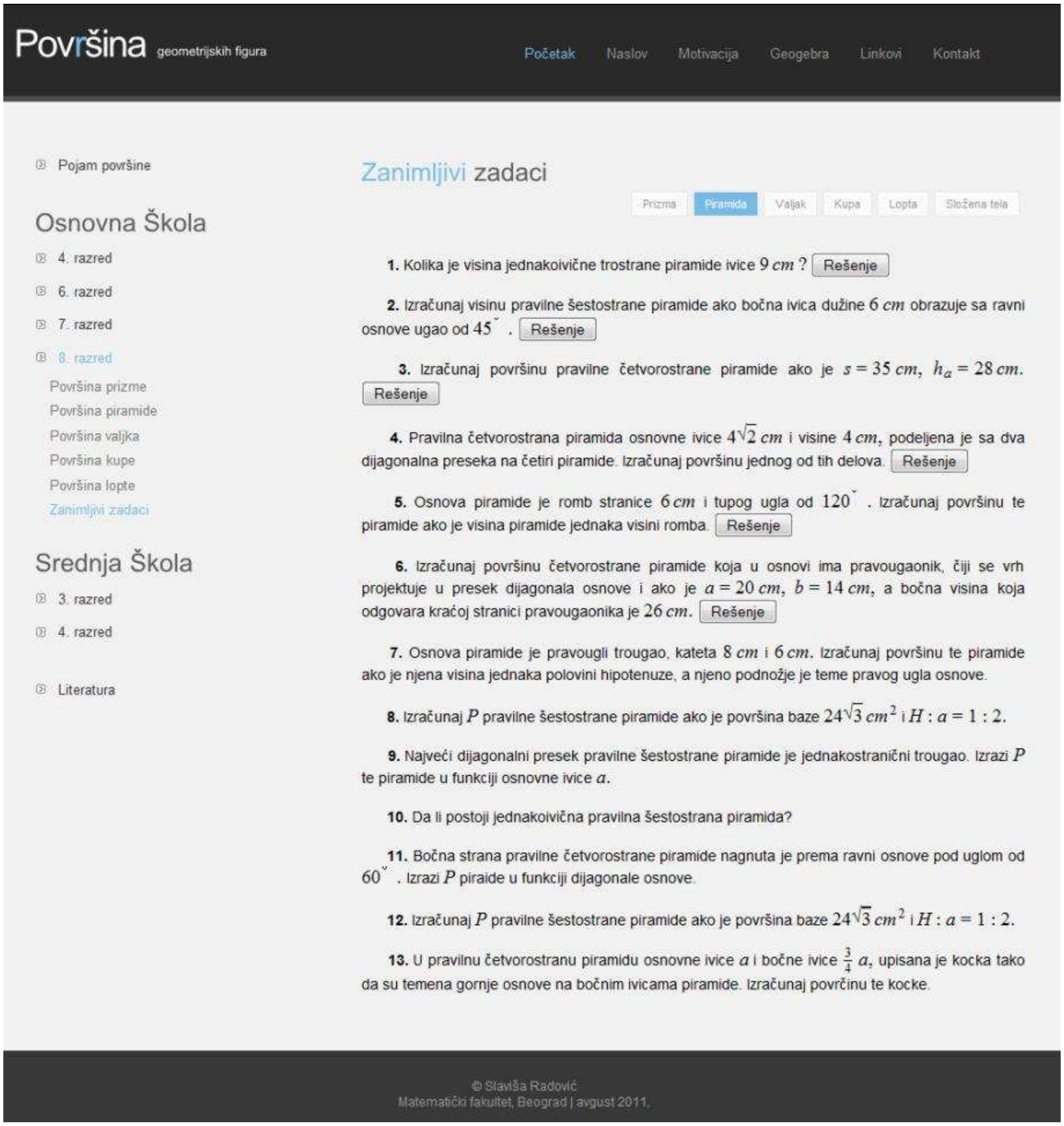
Neka je $ABCD$ proizvoljan paralelogram. I neka su C' i D' tačke podnožja normala iz temena C i D na stranicu paralelograma AB. Učenicima pokažemo da paralelogram $ABCD$ i pravougaonik $D'C'CD$ imaju istu površinu- prvo apletom , a zatim dokažemo da se trouglovi $AD'D \cong BC'C$, pa su $ABCD$ i $D'C'CD$ razloživo jednaki. Pošto smo površinu pravougaonika već naučili da izračunamo, sada možemo izračunati povrčinu paralelograma.

Teorema. *Površina paralelograma jednaka je proizvodu dužina njegove stranice i odgovarajuće visine, odnosno:*

$$P = a \cdot h_a = b \cdot h_b.$$

Slika 10. Površina paralelograma

Druga celina se odnosi na zadatke za vežbanje. Kada su učenici savladali gradivo koje se tiče osobina geometrijskih objekata i načine pomoću kojih se računaju površine, sledeći korak jeste suočavanje sa problemskim zadacima.



Slika 11. Zanimljivi zadaci

Otvaranjem linka "Zanimljivi zadaci" u okviru svakog razreda, dobijamo internet stranu sa problemima koje treba rešiti. Problemi su podeljeni u nekoliko grupa u zavisnosti od težine ili kom tipu zadataka pripadaju. Ako pri rešavanju zadataka učenici imaju problema, klikom na dugme "Rešenje" koje se nalazi ispod svakog zadatka otvara se polje u kome su detaljno obrazloženi koraci rešavanja zadatka i tačno rešenje. Ovakav vid zadavanja problema omogućava učenicima da samostalno rešavaju zadatke i da istovremeno, ako im je to potrebno, mogu da provere da li zadatke dobro rade i da li postoji drugi, možda, jednostavniji način rešavanja problema.

- Pojam površine

Osnovna Škola

- 4. razred
- 6. razred
- 7. razred
- 8. razred
  - Površina prizme
  - Površina piramide
  - Površina valjka
  - Površina kupe
  - Površina lopte
  - Zanimljivi zadaci

Srednja Škola

- 3. razred
- 4. razred

- Literatura

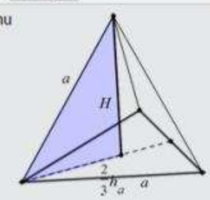
Zanimljivi zadaci

Prizma | Piramida | Valjak | Kupa | Lopta | Složena tela

1. Kolika je visina jednakoivične trostrane piramide ivice 9 cm? Rešenje

Možemo uočiti pravougli trougao i na njega primeniti pitagorinu teoremu:

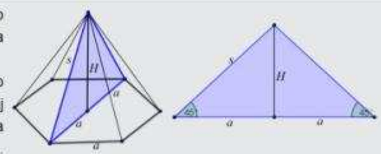
$H^2 = a^2 - (\frac{2}{3}h_a)^2$
$H^2 = a^2 - (\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2})^2$
$H^2 = 9^2\text{cm}^2 - (\frac{9\sqrt{3}\text{cm}}{3})^2$
$H^2 = 81\text{cm}^2 + 27\text{cm}^2 = 108\text{cm}^2$
pa je $H = 6\sqrt{3}\text{cm}$.



Zatvori rešenje.

2. Izračunaj visinu pravilne šestostrane piramide ako bočna ivica dužine 6 cm obrazuje sa ravni osnove ugao od $45°$. Rešenje

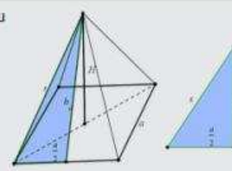
Kao i u prethodnom zadatku skicirajmo sliku a onda pogledajmo kako izgleda dijagonalni presek.
Ugao kod vrha piramide je prav, ako spustimo visinu iz vrha piramide ona taj pravougli trougao deli na dva podudarna jednakokraka trougla.



Odatle možemo da zaključimo da je visina piramide jednaka osnovnoj ivici a, a upotrebom pitagorine teoreme dobijamo:
$s^2 = a^2 + H^2$
$6^2\text{cm}^2 = 2H^2$
$H^2 = 18\text{cm}^2$, odavde sledi da je $H = 3\sqrt{2}$. Zatvori rešenje.

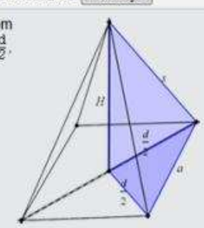
3. Izračunaj površinu pravilne četvorostrane piramide ako je $s = 35\text{ cm}$, $h_a = 28\text{ cm}$. Rešenje

Uočimo pravougli trougao i upotrebimo Pitagorinu teoremu da izračunamo a:
$(\frac{a}{2})^2 = s^2 - h_a^2$
$(\frac{a}{2})^2 = 35^2\text{cm}^2 - 28^2\text{cm}^2$
$(\frac{a}{2})^2 = 441\text{cm}^2$
$\frac{a}{2} = 21\text{cm}$, odnosno $a = 42\text{cm}$.
$M = 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} = 2352\text{cm}^2$
$B = a^2 = 1764\text{cm}^2$ i površina je:
$P = M + B = 2352\text{cm}^2 + 1764\text{cm}^2 = 4116\text{cm}^2$. Zatvori rešenje.



4. Pravilna četvorostrana piramida osnovne ivice $4\sqrt{2}\text{ cm}$ i visine 4 cm, podeljena je sa dva dijagonalna preseka na četiri piramide. Izračunaj površinu jednog od tih delova. Rešenje

Baza nove piramide je jednakokraki pravougli trougao sa katetom $\frac{d}{2}$, omotač čine dva jednaka pravougla trougla, sa katetama H i $\frac{d}{2}$, i strana stare piramide.
Izračunajmo d.
$d^2 = 2a^2$, $d^2 = 64\text{cm}^2$ pa je $d = 8\text{cm}$.
Kako bi mogli da izračunamo površinu moramo da odredimo h_a
$h_a^2 = (\frac{a}{2})^2 + H^2$
$h_a^2 = 8\text{cm}^2 + 16\text{cm}^2$, $h_a = 4\sqrt{6}$. Pa računamo površinu:
$B = \frac{1}{2}(\frac{d}{2})^2 = 8\text{cm}^2$
$M = 2\frac{H \cdot \frac{d}{2}}{2} + \frac{a \cdot h_a}{2}$ Zatvori rešenje.

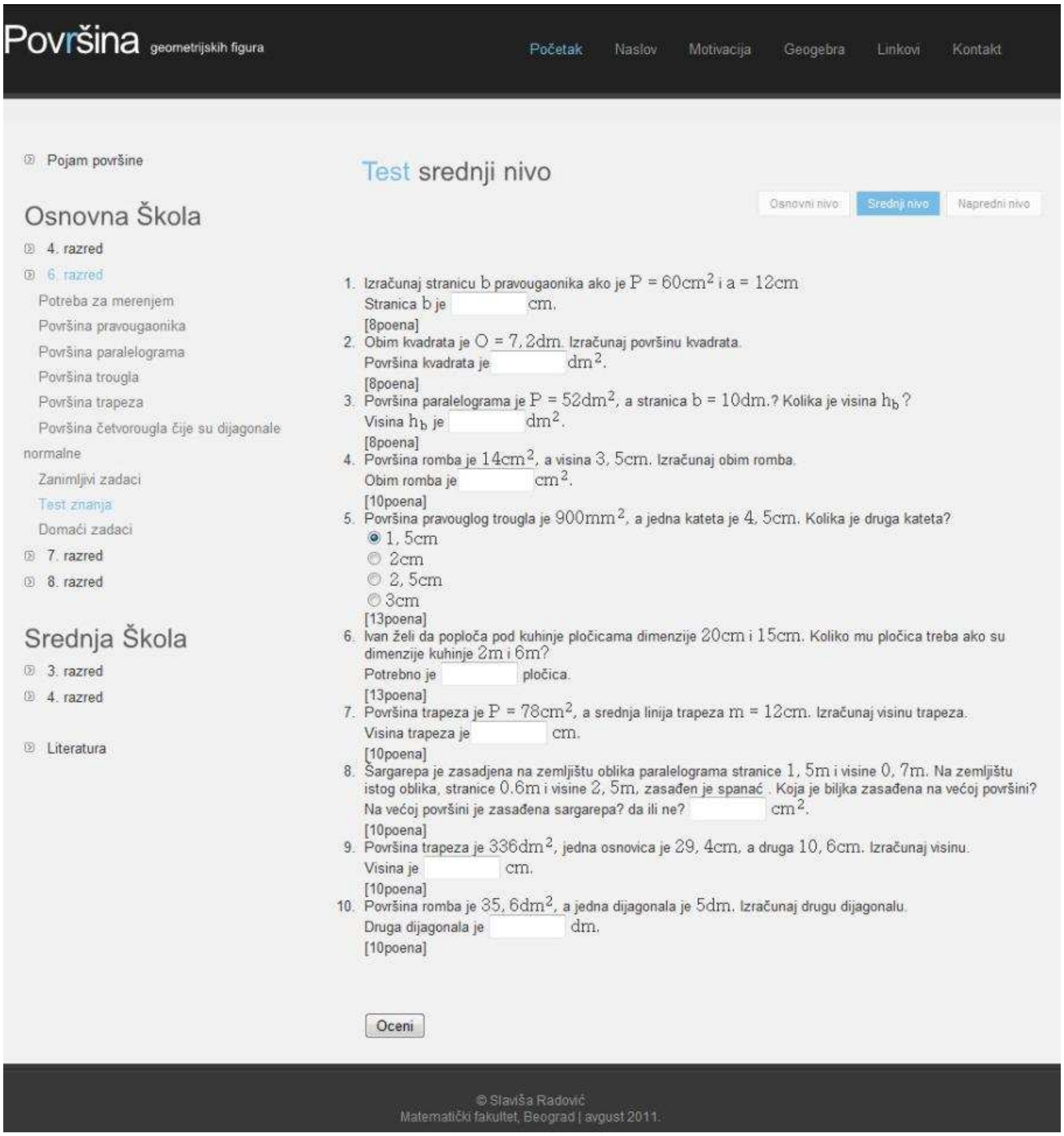


5. Osnova piramide je romb stranice 6 cm i tupog ugla od $120°$. Izračunaj površinu te piramide ako je visina piramide jednaka visini romba. Rešenje

Posmatrajmo bazu prizme i primetimo da ako manjom dijagonalom podelimo robm, dobićemo dva jednakostranična trougla. Visina svakog od trougla biće:

Slika 12. Zanimljivi zadaci

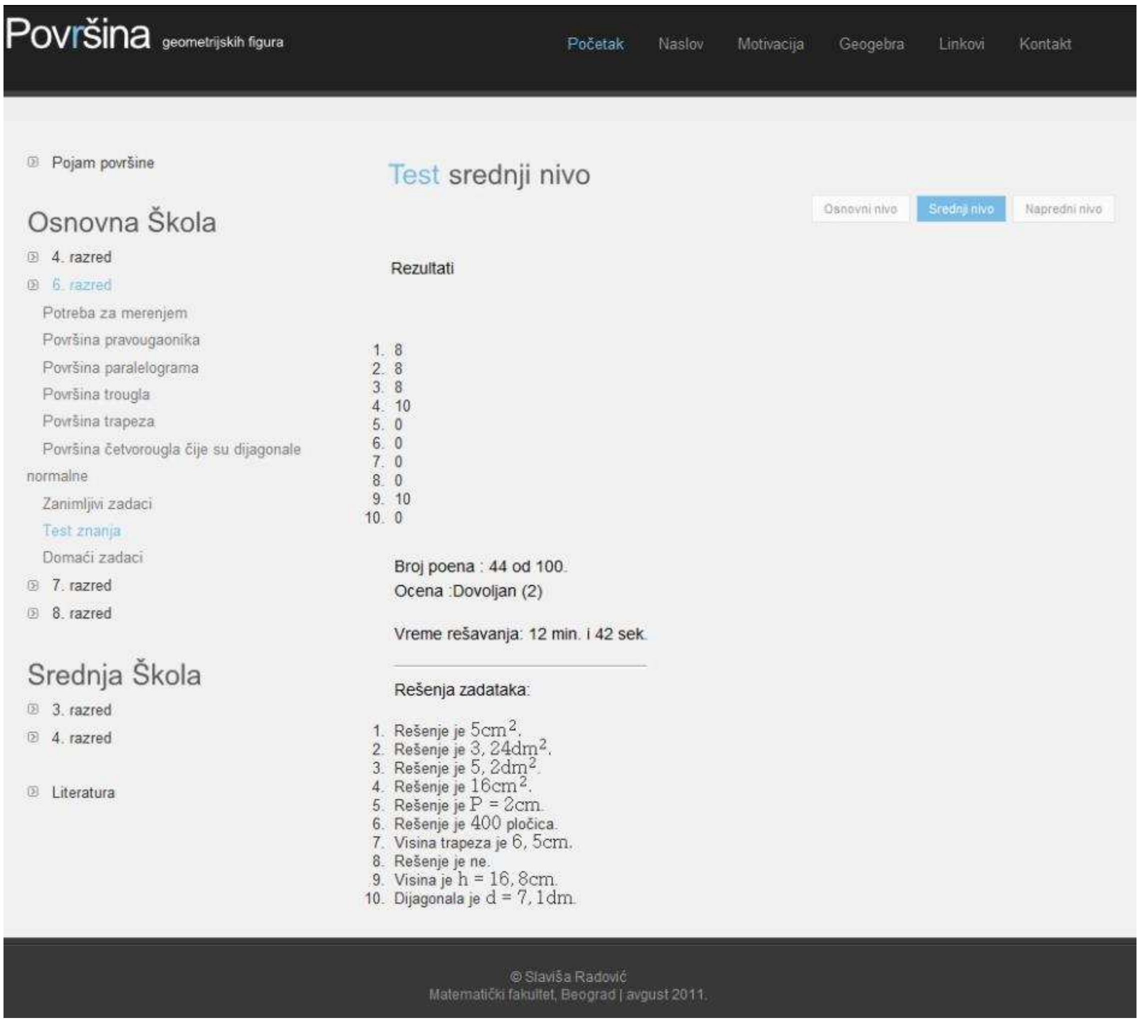
Treća celina se odnosi na samostalnu proveru znanja. Učenici koji su uspesno uradili zadatke na delu prezentacije namenjenoj za vežbanje, sada zele da provere svoje znanje rešavajući test. Klikom na link “Test znanja” u okviru svakog razreda, otvara se internet strana sa uputstvom za učenike i poljem za izbor težine zadataka. Zadaci su grupisani u tri testa, raspoređeni po težini, po uputstvu "Obrazovni standardi za kraj obaveznog obrazovanja za nastavni predmet Matematika" Ministarstva prosvete i nauke Republike Srbije i Zavoda za vrednovanje kvaliteta obrazovanja i vaspitanja.



Slika 13. Test znanja

Otvaranjem testa počinje da se meri vreme, učenik može osvojiti ukupno 100poena. Na kraju svakog pitanja piše broj poena koji nosi tačan odgovor na pitanje i postoji mesto u koje treba upisati tačan odgovor. Kada učenik uradi i proveri sve zadatke treba da klikne na dugme “Oceni” i time se završava izrada testa.

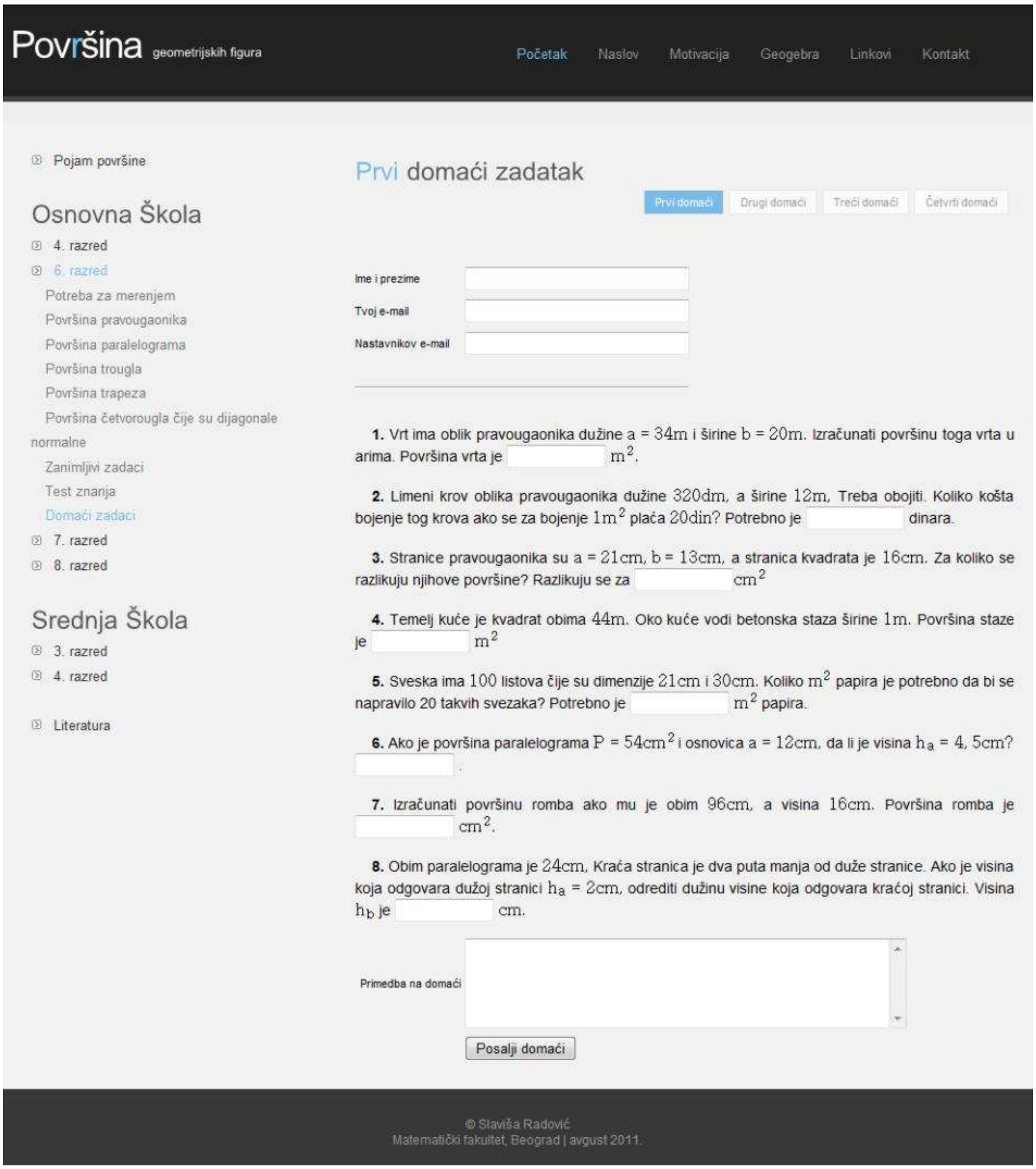
Klikom na “Oceni” otvara se nova strana na kojoj su svi zadaci pregledani i gde učenik može pročitati informacije o testu- koji zadaci su mu tačni, broj poena koje je osvojio, ocenu koju je dobio, vreme koje je proveo rešavajući test i tačna rešenja zadataka (kako može uvideti svoje greške).



Slika 14. Rešenje testa znanja

Četvrta celina se odnosi na domaće zadatke. Ovaj deo prezentacije namenjen je učenicima čije znanje njihovi inovativni nastavnici žele da provere i elektronskim putem.

Kada učenik otvori domaći, pre nego sto počne da radi zadatke, u polja predviđena za to upiše svoje ime, svoj email i email nastavnika. A zatim počinje sa rešavanjem zadataka. Kada sve zadatke uradi, popuni poslednje polje koje se odnosi na primedbe na domaći, klikne na "pošalji domaći" kako bi rešenja zadataka stigla nastavniku.



Slika 15. Domaći zadaci

Kada učenik klikne na pošalji, tada on dobija mail u kome piše da je nastavniku poslat domaći i treba da proveri da li je lepo upisao mail nastavnika. A nastavniku stiže mail u kome piše naslov domaćeg, ime i mail učenika koji je poslao domaći a zatim u obliku tabele tekst zadatka, tačan odgovor i učenikov odgovor. Na nastavniku je da pregleda mail i da obavesti učenika o prispeću domaćeg zadatka.

6raz OS, prvi domaci zadatak! Ucenik <Marko Markovic> Примљене x

markovic_marko@gmail.com 19.41 (пре 1 минута)
коме: мени

Prvi domaci zadatak

Obaveštenje:
E-mail sa tvojim rešenjem je poslat na nastavnikov e-mail: nastavnikov_mail@gmail.com
Proveri da li je e-mail adresa tačna. Ako nije pošalji domaći ponovo.

Slika 16. Mail koji je stigao učeniku

6raz OS, prvi domaci zadatak! Ucenik <Marko Markovic> Примљене x

marko_markovic@gmail.com 19.41 (пре 6 минута)
коме: мени

Prvi domaći zadatak 6 raz OS;

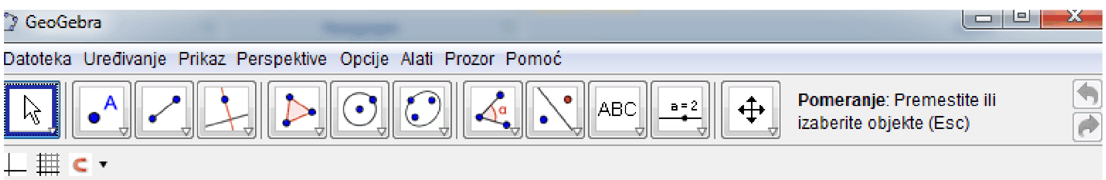
Ime učenika :	Marko Markovic		
E-mail učenika :	marko_markovic@gmail.com		
Tekst zadatka		Tačan odgovor	Učenikov odgovor
1. Vrt ima oblik pravougaonika dužine a=34m i širine b=20m. Izračunati površinu toga vrta u arima.		680m2	234
2. Limeni krov oblika pravougaonika dužine 320dm, a širine 12m, treba obojiti. Koliko košta bojenje tog krova ako se za bojenje 1m2 plaća 20din ?		7680	234
3. Stranice pravougaonika su a=21cm, b=13cm, a stranica kvadrata je 16cm . Za koliko se razlikuju njihove površine?		17cm2	432
4. Temelj kuće je kvadrat obima 44m . Oko kuće vodi betonska staza širine 1m . Površina staze je ?		48m2	23
5. Sveska ima 100 listova čije su dimenzije 21cm i 30cm. Koliko m2 papira je potrebno da bi se napravilo 20 takvih svezaka?		1260m2 .	3
6. Ako je površina paralelograma P=54cm2 i osnovica a=12cm, da li je visina ha =4,5cm?		Da.	42
7. Izračunati površinu romba ako mu je obim 96cm, a visina 16cm.		384cm2.	32
8. Obim paralelograma je 24cm. Kraća stranica je dva puta manja od duže stranice. Ako je visina koja odgovara dužoj stranici ha =2cm , odrediti dužinu visine koja odgovara kraćoj stranici.		4cm.	234
Primedba ucenika :			

Slika 17. Mail koji je stigao nastavniku

6.

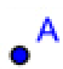
Neke GeoGebra konstrukcije

Sve geometrijske figure na geogebra apletima su konstruisane koristeći geogebra alate. Svi objekti su grupisani po vrsti (npr. tačke, prave, kružnice), što olakšava upravljanje velikim brojem objekata [Geo].



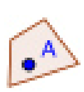
Slika 18.GeoGebra alati

Alati za tačke



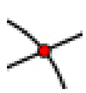
Nova tačka

Nova tačka se pravi klikom na površinu za crtanje. Klikom na duž, pravu, poligon, konusni presek, funkciju ili krivu kreiramo tačku na tom objektu. Klikom na presek dva objekta dobijamo presečnu tačku.



Tačka na objektu

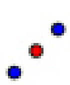
Nova tačka se pravi klikom na postojeći objekat, unutrašnjost kruga, elipse ili mnogougla.



Presek dva objekta

Presečne tačke dva objekta mogu se dobiti na dva načina:

Označavanjem oba objekta: tada će se napraviti sve presečne tačke ta dva objekta (ako je to moguće) ili klikom na jedan presek dva objekta: tada će se napraviti samo jedna presečna tacka.

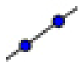


Središte ili centar

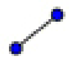
Klikom na dve tačke dobija se središte duži određene tim dvema tačkama, na duž- dobija se središte te duži, na konusni presek- dobija se njegov centar.

Kompleksni broj
Klikom na površinu za crtanje kreiramo objekat tipa kompleksni broj.

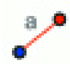
Alati za linije



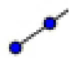
Prava kroz dve tačke
Odabirom dve tačke A i B, dobija se prava koja prolazi kroz tačke A i B. U algebarskom prozoru će se pojaviti jednačina odgovarajuće prave.



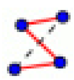
Duž određena dvema tačkama
Odabirom dve tačke A i B, dobija se duž čije su početne i krajnje tačke A i B.



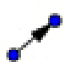
Duž zadate dužine iz tačke
Kliknite na tačku A, početnu tačku duži. Pojaviće se prozor u koji unosite željenu dužinu a duži.



Poluprava kroz dve tačke
Odabirom dve tačke, A i B, dobija se poluprava sa početnom tačkom A, kroz tačku B. U algebarskom prozoru će se pojaviti jednačina odgovarajuće prave.



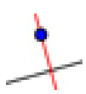
Izlomljena linija
Odabirom tačaka koje čine izlomnjenu liniju a zatim spajanjem prve i poslednje tačke dobijamo izlomljenu liniju.



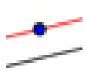
Vektor odreden dvema tačkama
Odabirom početne i krajnje tačke dobija se vektor.

Vektor iz tačke
Odabirom tačke A i vektora v dobija se tačka B = A + v i vektor čija je početna tačka A, a krajnja B.

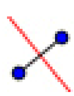
Alati za specijalne linije



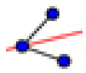
Normala
Odabirom prave a i tačke A dobija se normala na pravu a kroz tačku A. Pravac nove prave odgovara vektoru normale prave a.



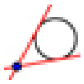
Paralela
Odabirom prave a i tačke A dobija se prava paralelna sa a kroz tačku A. Nova prava ima isti pravac kao i a.



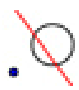
Simetrala duži
Odabirom duži a ili tačaka A i B dobija se simetrala duži. Pravac simetrale odgovara vektoru normale na duž a ili AB.



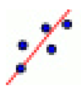
Simetrala ugla
Simetrale uglova se mogu dobiti na dva načina. Prvi, odabirom tri tačke, A, B, C dobija se simetrala ugla odredenog njima. Pri tome je B teme ugla. Drugi, odabirom dve prave dobijaju se obe simetrale uglova koje ove prave određuju.



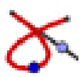
Tangente
Tangente konusnog preseka se mogu dobiti na dva načina. Prvi, odabirom tačke A i konusnog preseka c. Tada se dobijaju sve tangente konusnog preseka c kroz tačku A. Drugi, odabirom prave g i konusnog preseka c. Tada se dobijaju sve tangente konusnog preseka c, koje su paralelne sa g.



Polara ili konjugovani poluprečnik
Ovaj alat daje polaru ili konjugovani poluprečnik konusnog preseka. Polara se dobija odabirom jedne tačke i jednog konusnog preseka, ili odabirom prave ili vektora i konusnog preseka dobija se konjugovana prava koja sadrži konjugovani prečnik prave, odnosno vektora.

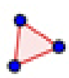


Fitovana prava
Na ovaj način dobijamo fitovanu pravu za jednu grupu tačaka.

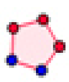


Lokus
Označite tačku B (zavisnu od druge tačke, A) čiji lokus treba da se nacrta. Zatim kliknite na tačku A. Napomena: Tačka B mora da leži na nekom objektu (npr. pravoj, duži, kružnici).

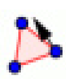
Alati za mnogouglove



Mnogougao
Odaberite redom najmanje tri tačke i kliknite ponovo na prvu tačku. U algebarskom Prozoru će se pojaviti površina dobijenog mnogougla.



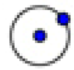
Pravilan mnogougao
Označite dve tačke A i B i unesite broj n u polje za unos. Pojaviće se pravilan mnogougao sa n temena (uključujući i tačke A i B).



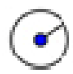
Kruti poligon
Odaberite najmanje tri slobodne tačke koje će biti temena poligona. Zatim, kliknite na prvu tačku u cilju zatvaranja poligona. Rezultat je poligon koji će zadržati oblik, možemo ga pomerati i rotirati pomeranjem samo dva temena.

Vektor poligon
Odabirom najmanje tri tačke koje će biti temena poligona i klikom na prvu u cilju zatvaranja, dobijamo poligon. Ovakav poligon zadržava oblik kada pomeramo prvu tačku, dok druge možemo slobodno pomerati

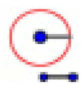
Alati za kružnice i lukove



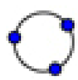
Kružnica određena centrom i jednom tačkom
Odabirom tačke M i tačke P dobija se kružnica sa centrom u M, kojoj pripada tačka P. Ova kružnica ima poluprečnik jednak dužini duži MP.



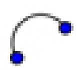
Kružnica određena centrom i poluprečnikom
Nakon odabira centra kružnice M pojaviće se prozor za unos njenog poluprečnika.



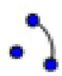
Šestar
Nakon odabira duži ili dve tačke za poluprečnik odaberemo centar kružnice.



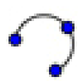
Kružnica kroz tri tačke
Kružnica kroz tri tačke se dobija odabirom tri tačke A, B, i C. Ako su te tačke kolinearne, kružnica se degeneriše.



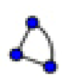
Polukružnica
Odabirom tačaka A i B dobija se polukružnica čiji je prečnik duž AB.



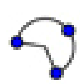
Kružni luk određen centrom i dvema tačkama
Odabirom tri tačke, M, A, i B, dobija se kružni luk sa centrom M, početnom tačkom A i krajnjom tačkom B. Napomena: Tačka B ne mora da leži na luku.



Luk odreden trima tačkama
Odabirom tri tačke dobija se kružni luk određen njima.



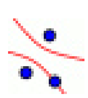
Isečak kruga određen centrom i dvema tačkama
Odabirom tri tačke M, A, i B dobija se isečak kruga sa centrom M, početnom tačkom A i krajnjom tačkom B.



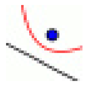
Isečak kruga određen trima tačkama
Odabirom tri tačke dobija se isečak kruga kroz te tri tačke.

Alati za konusne preseke

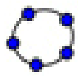
Elipsa
Odabirom tri tačke dobija se elipsa, čije su žiže prve dve tačke, a treća tačka je na toj elipsi.



Hiperbola
Odaberite dve tačke za žiže hiperbole i jednu tačku sa hiperbole.

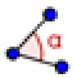


Parabola
Izaberite tačku i direktrisu.

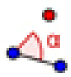


Konusni presek kroz 5 tačaka
Odabirom pet tačaka se dobija konusni presek, koji prolazi kroz njih.

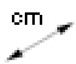
Alati za merenje



Ugao
Ovaj alat daje ugao odreden trima tačkama, ugao određen dvema dužima, ugao određen dvema pravama, ugao određen sa dva vektora, sve unutrašnje uglove mnogougla.

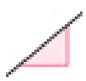


Ugao zadate veličine
Kada označite dve tačke A i B, pojaviće se prozor za unos veličine ugla. Kao rezultat dobijaju se tačka C i ugao S, pri čemu je S ugao ABC.



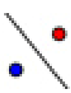
Rastojanje ili dužina
Ovaj alat daje rastojanje između dve tačke, dve prave ili tačke i prave. Takođe, on može da da dužinu duži ili obim kruga.

Površina
Ovaj alat prikazuje površinu mnogougla, kruga ili elipse kao dinamički tekst u geometrijskom prozoru.

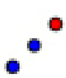


Nagib
Ovaj alat prikazuje nagib prave kao dinamički tekst u geometrijskom prozoru.

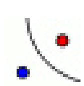
Alati za transformacije



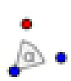
Osna simetrija
Odaberite objekat čija se simetrična slika traži. Zatim kliknite na pravu koja će biti osa simetrije.



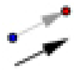
Centralna simetrija
Odaberite objekat čija se simetrična slika traži. Zatim kliknite na tačku, koja ce biti centar simetrije.



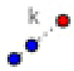
Inverzija u odnosu na krug
Izaberite krug i objekat.



Rotacija oko tačke za ugao
Odaberite objekat koji se rotira. Zatim izaberite tačku koja će biti centar rotacije. Pojaviće se prozor u kojem možete da unesete veličinu ugla rotacije.



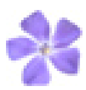
Translacija za vektor
Označite objekat koji se pomera. Zatim izaberite vektor.



Homotetija sa centrom i koeficijentom
Označite objekat na koji se primenjuje homotetija. Zatim izaberite tačku koja će biti centar homotetije. Pojaviće se prozor u kojem se zadaje koeficijent homotetije.

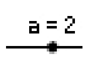
Specijalni alati za objekte

Tekst
Ovim alatom se postavljaju statične i dinamičke tekstualne oznake ili LaTeX formule. Klikom na površinu za crtanje se postavlja novi tekst ili klikom na tačku se postavlja novi tekst čija je pozicija relativna u odnosu na tu tačku.



Ubacivanje slike
Ovim alatom se u konstrukciju ubacuju slike. Klikom na površinu za crtanje se postavlja donji levi ugao slike. Ili klikom na tačku se ta tačka određuje kao donji levi ugao slike. Nakon toga se pojavljuje prozor za otvaranje datoteke, u kome se bira slika koja se ubacuje.

Alati za akcione objekte



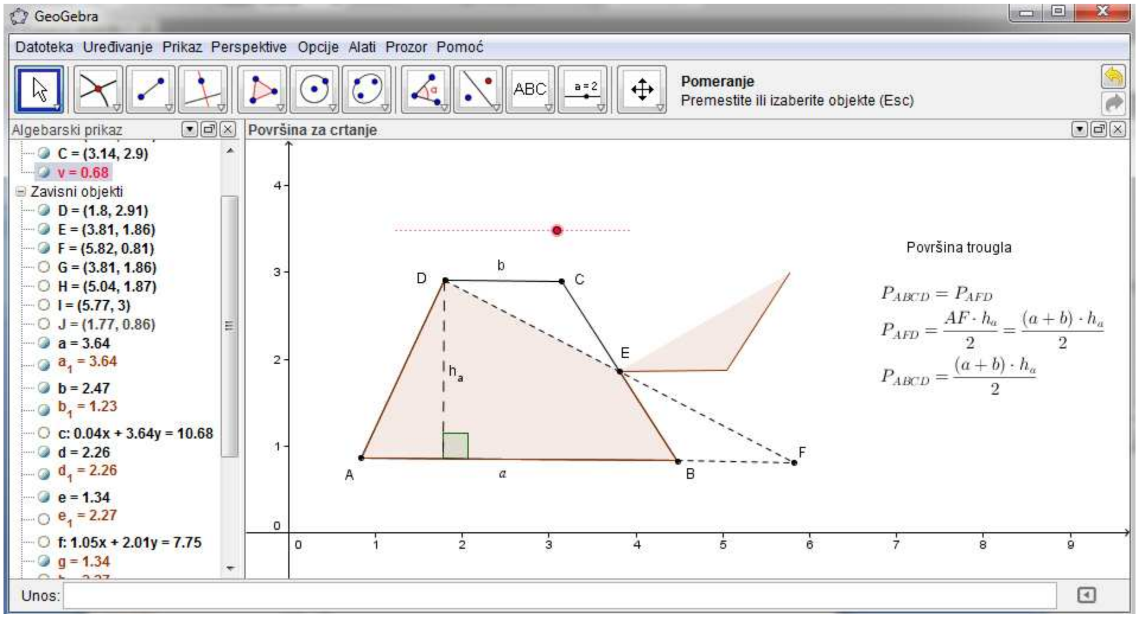
Klizač
Napomena: GeoGebra koristi klizač kao grafičku reprezentaciju nezavisnog broja ili ugla. Kliknite na prazno mesto na površini za crtanje da biste napravili klizač za broj ili ugao. Pojaviće se prozor u kojem možete da zadate ime, interval [min, max] broja ili ugla, kao i položaj i veličinu klizača (u pikselima).

Polje za potvrdu za prikazivanje i skrivanje objekata
Klikom na površinu za crtanje dobija se polje za potvrdu (logičku vrednost) koja kontroliše prikazivanje i skrivanje jednog ili više objekata. Nakon toga se pojavljuje prozor za izbor objekata na koje polje za potvrdu utiče.

Polje za unošenje dugmeta
Akcioni objekat koji omogućava aktiviranje nekih akcija.

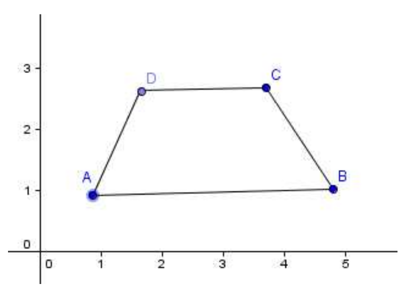
6.1 Konstrukcija trapeza

Napravimo aplet na kome ćemo pokazati kako se računa površina trapeza.



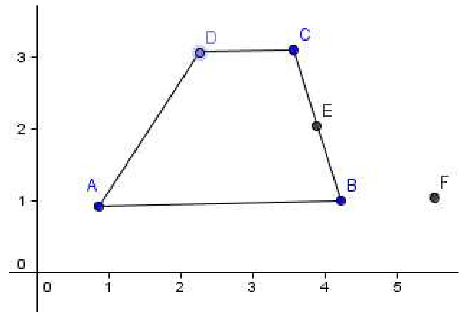
Slika 19. Izgled GeoGebra konstrukcije

Konstruišimo prvo trapez ABCD. Izaberimo sa linije alata i unesimo tri tačke na radnu površinu A, B i C. Koristeći alat spojimo tačke A i B i tako konstruišemo osnovicu *a*, a zatim spojimo tačke B i C. Manja osnovica *b* mora biti paralelna sa osnovicom *a.* Izaberimo i označimo duž *a* i tačku C. Ovako smo dobili pravu, koristeći klikom na pravu dobijamo tačku D. Kako smo ovu pravu konstruisali da bi mogli da nađemo tačku D, ona nam više nije potrebna (pa da nam ne bi smetala na slici) sa apleta je sklanjamo - desnim tasterom miša kliknemo na nju i izaberemo . Sada spojimo ( ) parove tačaka C i D pa A i D. Možemo pomerati tačke ali će osnovice trapeza ostati paralelne.



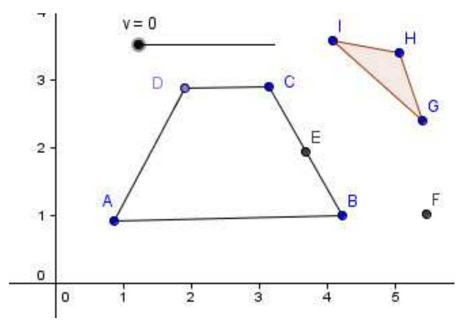
Slika 20. Konstruisan trapez

Kada smo konstruisali trapez ABCD potrebna nam je tačka E koja je središte duži BC. Izaberimo alat i kliknimo na tačke B i C, dobićemo tačku E. Sada treba da konstruišemo tačku F koja je u preseku osnovice *a* i prave koja prolazi kroz D i E. Kliknemo desnim klikom na osnovicu *a* i izaberemo „osobine“ pa kada se otvori nov prozor štikliramo opciju „dozvoli presek u produžetku“. Koristeći i odabirom tačaka D i E konstrišemo pravu, izaberemo alat i označimo konstruisanu pravu i duž *a* i dobijamo tačku F. Posto nam nova prava ne treba sklonicemo je, desni klik miša na nju pa izaberemo „prikaži objekat“.



Slika 21. Određivanje tačaka E i F

Sada nam je potreban klizač i trougao (koji će se rotirati kada pomeramo klizač tako da izgleda da se trapez transformiše u trougao). Ubacimo prvo klizač na aplet, koristeći , neka se zove *v,* neka mu je minimalna vrednost 0, maksimalna 1 a korak 0,01. A sada dodajmo trougao, koristeći . Želimo da novi trougao GHI, kada je *v*=0, bude trougao ECD i da se rotira oko tačke G=E sve dok *v* ne dobije vrednost 1, kada će postati trougao EBF. Dakle, treba da definišemo ponašanje tačaka I, H i G u zavisnosti od klizača *v* i tačaka D,C i E.

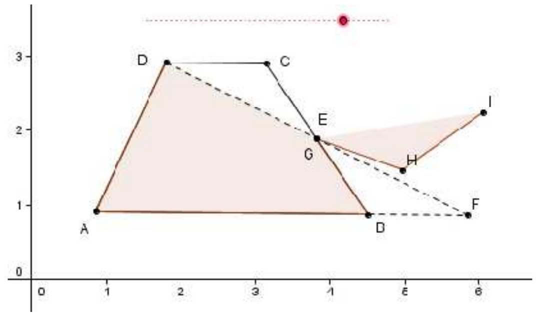


Slika 22. Priprema trougla za rotaciju

Kliknemo dva puta na tačku G i u prozor koji se otvorio upišemo „E“, to znači da tačka G jedino zavisi od tačke E, odnosno ponaša se identično kao ona. Tačku H definišemo kao C ako je *v*=0, ako je *v*>0 tada je tačka H rotacija tačke C za ugao *v**180° a ako je *v*=1 tada H treba da bude B. Kliknemo dva puta na H i u prozor koji se otvorio upišemo

If[v == 0, C, If[(0 < v) ∧ (v < 1), Rotiraj[C, -(v*180°), E], B]] ,

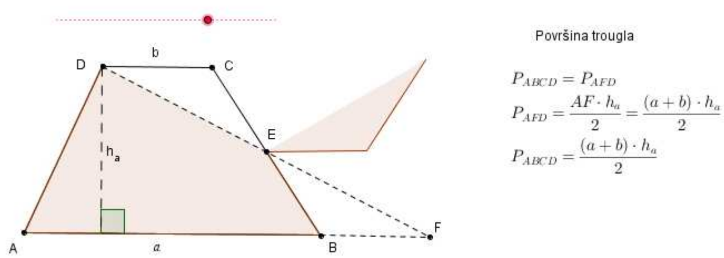
znak - ispred ugla rotacije je zbog pravilnog smera rotacije. Za tačku I važi isto to, samo umesto C pišemo D,a umesto B pišemo F.



Slika 23. Transformacija trapeza u trougao

Ako želimo da aplet malo ulepšamo možemo da promenimo boje, dodamo neke linije i malo teksta. Sa linije alata izaberemo i označimo tačke četvorougla. Sakrijmo duži DE i IE, kako se ne bi preklapale. Nacrtajmo duži DF i BF, i promenimo im stil- da budu isprekidane. Želimo da budu vidljive tek ako je *v*>0, kliknemo desnim tasterom miša izaberemo osobine, pa napredno i u polju za prikazivanje objekta upišemo *v*>0.

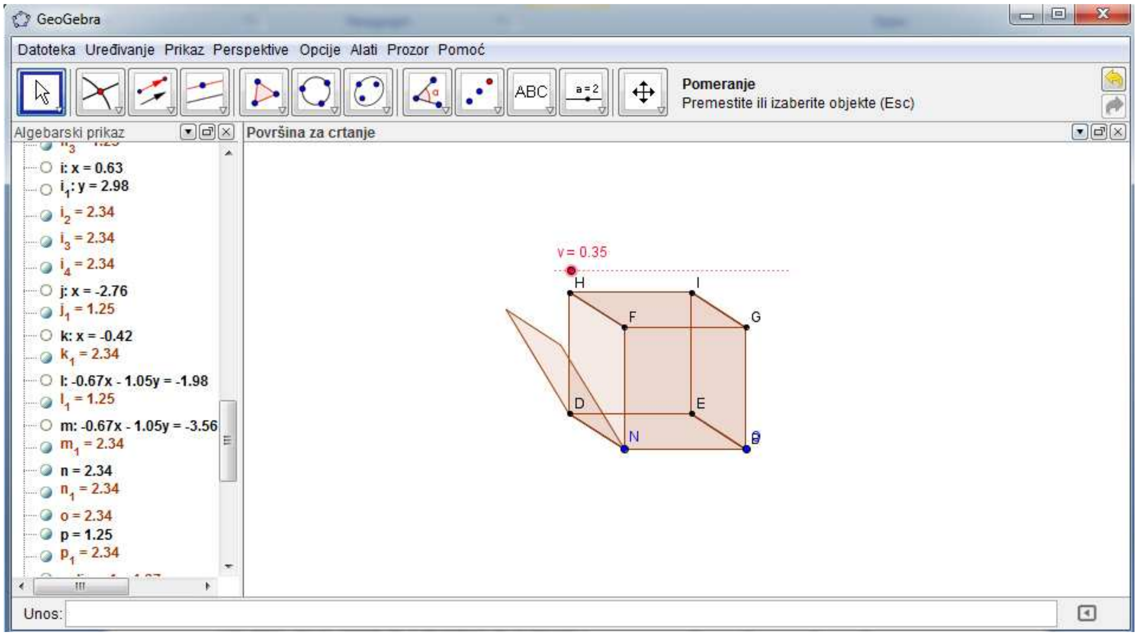
Konstruišimo normalu iz tačke D na osnovicu *a*, izaberimo alat označimo tačku D i osnovicu. Pošto nama treba duž, a ne prava, potrebno je da odredimo podnožje normale iz tačke D. Izaberimo alat označimo normalu, a potom i osnovicu i dobićemo tačku J. Sakrijmo normalu i nacrtajmo duž DJ. Izaberimo alat i označimo ugao BJD, a potom sklonimo tačku J, promenimo stil normale u isprekidanu liniju. Pored nje dopišimo ime visine i sakrijmo tačke G, H i I. Na kraju dodajmo tekst.



Slika 24. Završena konstrukcija

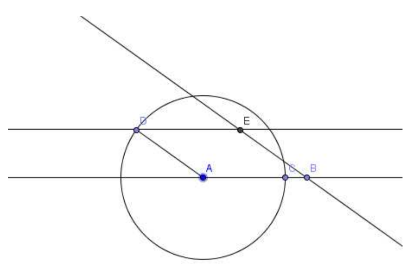
6.2 Konstrukcija omotača kocke

Sada želimo aplet na kom učenici mogu da se upoznaju sa omotačem kocke i načinom na koji se računa površina kocke.



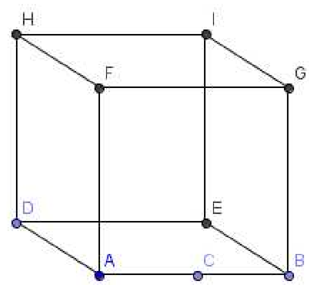
Slika 25. Izgled gotove konstrukcije

Da bismo konstruisali kocku, konstruišimo prvo osnovu kocke. Unesimo tačku A bilo gde na aplet, kako bi sve bilo zavisno od tačke A (koju možemo pomerati, a da time pomeramo i celu kocku) konstruišimo pravu koja prolazi kroz A a paralelna je *x* osi. Na toj pravoj tačku B i tačku C (koja je između tačaka A i B). Konstruišimo kružnicu čiji je centar tačka A a poluprečnik AC i na njoj tačku D. Sada imamo tri zavisne tačke A, B i D, temena osnove, potrebno nam je četvrto teme. Tačka E je u preseku prave koja prolazi kroz tačku D a paralelna je sa AB i prave koja prolazi kroz B a paralelna je sa AD. Na apletu je trenutno gužva, ali ubrzo sakrivamo većinu ovih objekata.



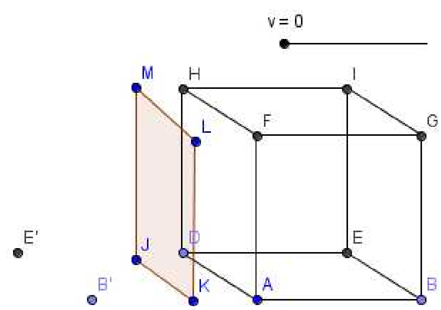
Slika 26. Konstruisanje baze kocke

Sada je potrebno da nacrtamo ostala četiri temena kocke. Konstruišemo normalu kroz tačku A u odnosu na duž AB. Konstruišemo kružnicu sa centrom u tački A i poluprečnikom AB, peto teme kocke je u preseku te kružnice i normale kroz A. Šesto teme kocke je u preseku normale na FA u tački F i normale na AB u tački B. Sedmo teme je u preseku normale na DE u tački D i prave koja je paralelna duži AD a sadrži F. Osmo teme je u preseku normale na DE kroz E i prave koja je paralelna sa BE a prolazi kroz G. Sada je vreme da sakrijemo sve kružnice i prave i da povežemo temena kocke. Pomeramo tačke C i D sve dok kocka ne dobije idealni oblik a onda sakrijemo tačku C a tačke B i D označimo kao nepomične.



Slika 27. Konstruisana kocka

Kada smo konstruisali kocku sada je na redu da uz pomoć klizača omogućimo da se omotač kocke "otvara", formirajući tako mrežu kocke. Na aplet postavimo klizač podesimo minimalnu vrednos na 0, maksimalnu vrednost na 5, korak 0.01 i ime klizača v. Sada hoćemo da "otvorimo" stranu ADFH kocke, da bi se to desilo pre svega moramo da odredimo gde će ta strana "pasti" odnosno da konstruišemo tačke koje su simetrične tački B u odnosu na A i tački E u odnosu na tačku D. A zatim nacrtamo proizvoljan četvorougao JKLM.



Slika 28. Priprema stranice za rotaciju

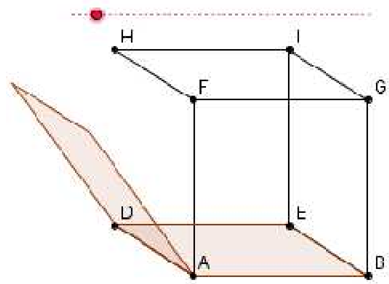
Želimo da stranica "padne" dok klizač *v* dostigne vredost 1. Definišimo kretanje svake tačke, kliknemo na tačku K i upišemo A, na tačku J i upišemo D. Za razliku od ove dve tačke, tačke L i M moramo da rotiramo i to tačku L:

If[v == 0, F, If[(1 > v) ∧ (v > 0), Rotiraj[F, v*90°, A], B']],

a tačku M

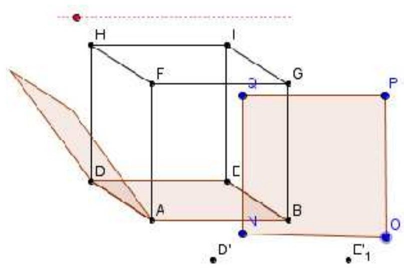
If[v == 0, H, If[(1 > v) ∧ (v > 0), Rotiraj[H, v*90°, D], E']].

Rotiramo ih za ugao 90° *v zato što je ugao između AF i AB’ iznosi 90°, a v uzima vrednosti od 0 do 1- tako obezbeđujemo da ugao rotacije zavisi od v i da se povećava od 0 do 90°. Pomerajući klizač primećujemo kako se jedna stranica kocke otvara, možemo sakriti tačke B’, E’, J, K, M i L pošto nam one više ne trebaju, a kako bi aplet bio lišen suvišnih detalja.



Slika 29. Rotacija stranice kocke oko jedne ivice osnove

Sada je na redu da oborimo stranu ABGF, i kao u gornjem primeru, odredimo tačku simetričnu tački D u odnosu na A, tačku simetričnu tački E u odnosu na tačku B a zatim i proizvoljan četvorougao.

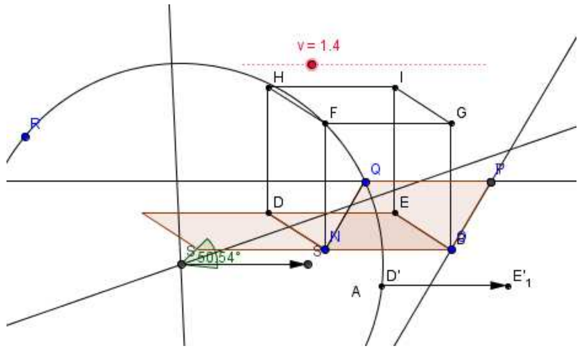


Slika 30. Priprema druge stranice kocke

Sada je situacija malo teža, moramo odrediti kružni luk po kome će tačka Q putovati od tačke F do tačke D’. Konstruišemo kružnicu kroz tri tačke , kroz F, D’ i treću proizvoljnu tačku koja nam služi da bi tu kružnicu modifikovali kako bi put tačke Q bio najidealniji. Pošto smo odredili kružnicu, potreban nam je ugao rotacije, odnosno pre toga centar te kružnice. Koristićemo alat i izabrati dva puta po dve tačke koje već postoje na krugu. U preseku dve dobijene prave je tačka S centar kruga, obeležimo sa α ugao DSF. Posto imamo veličinu ugla sada možemo da rotiramo tačku Q, a funkcija rotacije će izgledati malo drugacije nego gore, pre svega zato sto želimo da se rotacija dogodi dok je klizač između vrednosti 1 i 2. Tačka N je A, a kada dva puta kliknemo na tačku O upišemo B, tačka Q biće:

If[v ≤ 1, F, If[(1 < v) ∧ (v < 2), Rotiraj[F, -(v - 1) α, S], D']],

želimo da sve dok je v≤ 1 tačka Q bude tačka F, a dok je 1 < v < 2 tačka Q bude rotacija tačke F oko tačke S i to za ugao (v-1)*α, a u ostalim slučajevima Q će biti D’.



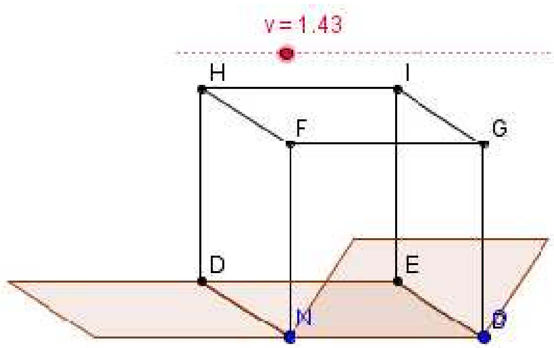
Slika 31. Izgled konstrukcije sa pomoćnim objektima

Tačku P definišemo malo drugačije, naime, pošto deo kružnice mora biti iste dužine i istog centralnog ugla kao kod kružnice za tačku Q, to znači da centar rotacije tačke P moramo pomeriti za vektor AB (odnosno na slici D'E'$_1$). Alatom označimo tačke A i B, a zatim odaberimo alat i kliknimo na tačku S. Ovako dobijamo tačku S' centar rotacije za tačku P, pa će opis tačke P biti

If[v ≤ 1, G, If[(1 < v) ∧ (v < 2), Rotiraj[G, -(v - 1) α, S'], E'_1]].

I naravno, opet sakrijemo sve kružnice, vektore, uglove i prave koje smo konstruisali da bi aplet bio lišen suvišnih linija.

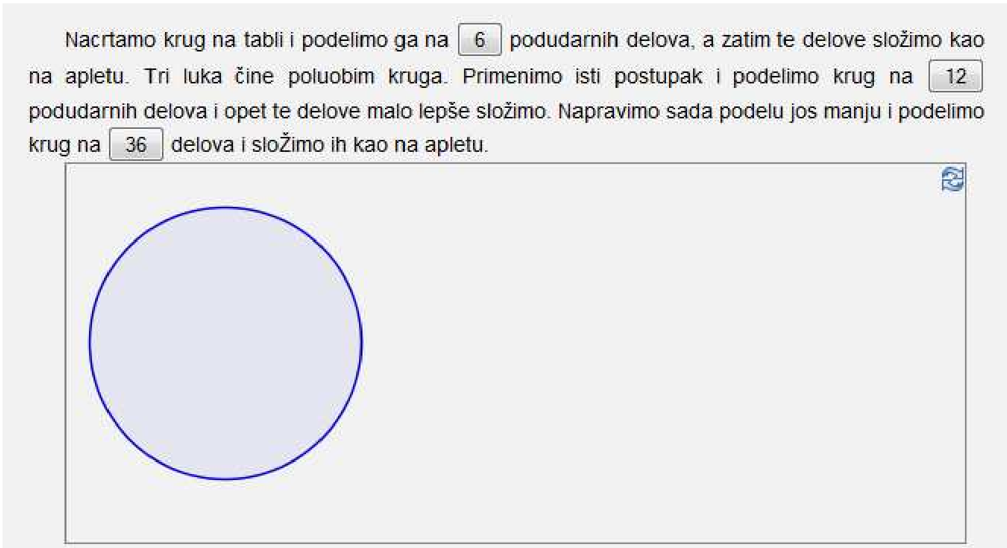
I na isti način oborimo još preostale 3 strane.



Slika 32. Završena konstrukcija

6.3 Interaktivni dugmići

Interaktivnost GeoGebra apleta na internet strani se povećava ako su u okviru teksta prisutni dugmići čijom aktivacijom možemo započeti neki događaj na apletu. Spisak svih javascript komandi može se naći na adresi http://wiki.geogebra.org/en/Reference:JavaScript



Slika 33. Deo stranice na kojoj se nalaze interaktivni dugmići

Kada na jednu internet stranu ubacujemo više apleta, neophodno je da im promenimo ime, kako bi kod koji pišemo u okviru dugmeta bio jedinstveno određen. Ime apleta menjamo u okviru osobine *name=" "*u kodu apleta.

```
<applet name="ggbApplet1" code="geogebra.GeoGebraApplet"
archive="geogebra.jar"
codebase="http://www.geogebra.org/webstart/3.2/unsigned/"
width="594" height="251"mayscript="true">
```

Slika 34. Deo koda GeoGebra apleta u HTMLu

Da bi postavili dugme na internet stranu, potrebno je uneti kod <input type="button">, u okviru value=" " pišemo tekst koji hoćemo da se pojavi na dugmetu. U delu onclick=" " u okviru navodnika pišemo javascript komande za komunikaciju sa apletom. Svaka komanda počinje sa document, pa zatim tačka, ime apleta, tačka, pa naredba za događaj i na kraju tačka-zarez. Ako hoćemo da jednim dugmetom aktiviramo više akcija, tada u osobini onclick="" dodamo komandi koliko hoćemo, koje su odvojene tačka-zarezom.

```
<input type="button" value="36"
onclick="document.ggbApplet1.setValue('j',2.6);
document.ggbApplet1.setValue('t',2);
document.ggbApplet1.startAnimation(); ">
```

Slika 35. HTML kod za dugme

7.

Zaključak

U ovom radu je prikazan jedan deo funkcionalnosti programskog paketa GeoGebra i mogućnosti koji on poseduje. Predstavljen je interaktivan edukativan materijal u kome je obrađen pojam površine geometrijskih figura u osnovnoj i srednjoj školi. Opisan je način i mogućnost korišćenja različitih delova edukativnog materijala: za učenje, vežbanje zadataka-objašnjenje rešavanja problema, samostalna provera znanja i način provere znanja od strane profesora. Ovakav pristup kreiranju edukativnih sadržaja može se primeniti na bilo koju matematičku oblast. Nastavnici korišćenjem programa GegoGebre mogu prezentovati učenicima apstraktne matematičke pojmove u virtuelnom okruženju gde se učenici osećaju veoma sigurno. Na ovaj način, GeoGebra može pretvoriti mesto na kome su učenici navikli da se igraju u mesto gde će učiti i istraživati.

8.
Literatura

[Ars11] Arsić A., Milenković J., Milivojević N., Vučićević M., Radojičić M., Radović S., „Zastupljenost računara u nastavi”, Simpozijum Matematika i primene, 28. maj 2011. Matematički fakultet, Beograd

[Cha09] Chang M., Kuo R., Hirose M., „Learning by Playing. Game based Education System Design and Development“, Springer, 2009., ISBN: 3-64-203363-6

[Hoh07] Hohenwarter M., Preiner J., Taeil Yi, „ Incorporating GeoGebra into Teaching Mathematics at the College Level”,Proceedings of ICTCM 2007, Boston, MA, 2007.

[Hoh10] Hohenwarter M., Preiner J., „Dynamic Mathematics with GeoGebra”, Journal for Online Mathematics and its Applications, Volume 7, 2010., Article ID 1448.

[Kom07] Komenski J. A., „Velika didaktika“, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva – Beograd, 2007.

[Mar11a] Marić M., Andrić V., Marić M., „GeoGebra u nastavi matematike - mogućnosti i primene“, Simpozijum Matematika i primene, 28. maj 2011. Matematički fakultet, Beograd

[Mar11b] Marić M., Marić M., „Izrada hipertekstualno, interaktivnog nastavnog materijala napravljenog korišcenjem paketa GeoGebra”, Informatika 2011 , strane 31-35

[Mar11c] Marić M., Radojičić M., Arsić A., Radović S., „GeoGebra- alat za modelovanje i dinamičke konstrukcije”, Simpozijum Matematika i primene, 28. maj 2011. Matematički fakultet, Beograd

[Pot09] Potkonjak N., „Škola i njena budućnost“, Zbornik radova sa naučnog skupa Buduća škola, Srpska akademija obrazovanja, Beograd 2009.

[Peć11] Pećanac R., Lambić D., Marić M. (2011) The influence of the use of educational software on the effectiveness of communication models in teaching. The New Educational Review, Vol. 26, No. 4. pp 60-70 2011.

[Rad12] Radović S., „An innovative approach in teaching mathematics in elementary and high schools by using the software package GeoGebra” Mathematica Balkanica Vol. 26, 2012, Fasc. 1-2

[Suz03] Suzić, N., Promene u sistemu obrazovanja: zablude i skretanja, Obrazovna tehnologija 1-2, 1-15str, 2003.

[GBG] GeoGebra Centar Beograd http://geogebra.matf.bg.ac.rs/

[Geo] GeoGebra- zvanično uputstvo, Markus Hohenwarter i Judith Hohenwarter, www.geogebra.org