

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Владимир М. Зековић

**УЛОГА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИХ
МИКРОНЕСТАБИЛНОСТИ У
(РЕ)ФОРМИРАЊУ КВАЗИПАРАЛЕЛНИХ
УДАРНИХ ТАЛАСА И УБРЗАВАЊУ
ЧЕСТИЦА У КОСМИЧКОЈ ПЛАЗМИ**

докторска дисертација

Београд, 2020.

UNIVERSITY OF BELGRADE

FACULTY OF MATHEMATICS

Vladimir M. Zeković

**THE ROLE OF ELECTROMAGNETIC
MICRO-INSTABILITIES IN (RE)FORMATION
OF QUASI-PARALLEL COLLISIONLESS
SHOCKS AND ACCELERATION OF
PARTICLES IN COSMIC PLASMA**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2020.

Ментор:

др Бојан Арбутина,

ванредни професор

Универзитет у Београду, Математички факултет

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ:

др Бојан Арбутина,

ванредни професор

Универзитет у Београду, Математички факултет

др Дејан Урошевић,

редовни професор

Универзитет у Београду, Математички факултет

dr Anatoly Spitkovsky,

Professor

Princeton University

Датум одбране: _____

Свемогући Бог, који зна немоћ нашу, даће моћ духовну, но ако ми прво труд покажемо.

Свети Никодим, архиепископ пећки

Захваљујем се од срца својој жени Ани на љубави, помоћи, разумевању и подршци у свим тешким тренуцима, својим добрим колегама, пријатељима и менторима проф. др Бојану Арбутини, проф. др Дејану Урошевићу, проф. др Анатолију Спитковском, колегама Марку, Александри, Милицы, Петру, Душану и Драгани на њиховом руководству, помоћи и стрпљењу у свакој дискусији, свима онима који су ме макар и позитивном мишљу подржали, својим родитељима и ближњима на непоколебивој вери да ћу труд успети да покажем, и да благословом Господа у њему истрајем.

У Београду, новембар 2020.

В.З.

УЛОГА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИХ МИКРОНЕСТАБИЛНОСТИ У (РЕ)ФОРМИРАЊУ КВАЗИПАРАЛЕЛНИХ УДАРНИХ ТАЛАСА И УБРЗАВАЊУ ЧЕСТИЦА У КОСМИЧКОЈ ПЛАЗМИ

Сажетак

У дисертацији је линеарном теоријом показано да при судару две плазме које се крећу релативном супералфеновском брзином, у правцу квазипаралелном у односу на магнетно поље, настају резонантне електромагнетне (ЕМ) микронестабилности. Очекивани Ранкин-Игониоови услови на удару, тада природно произлазе као последица јако резонантне интеракције јона и нестабилности. Применом кинетичких симулација, у дисертацији је потврђено да се такве резонантне нестабилности побуђују у линеарном режиму и показано на који начин оне започињу процес настанка ударног таласа у нелинеарној фази.

Теоријским моделовањем објашњено је како долази до настанка магнетоакустичког солитона и на који начин таква нелинеарна структура доводи до периодичног реформирања удара и настанка повратне струје јона која побуђује ЕМ нестабилност испред удара. Добијено је да се јони при том убрзавају на нестабилностима испред и на удару механизмом сличним дифузном убрзавању. Симулацијама кретања пробних неелектрисања у ЕМ пољу, нађено је да код квазипаралелних удара највећи допринос предубрзавању електрона имају ЕМ нестабилности које, механизмом Фермијевог типа, доводе до настанка нетермалног спектра електрона који има облик степеног закона.

Дугачким кинетичким симулацијама, у дисертацији је добијено да јони и електрони у процес дифузног убрзавања на удару улазе у сличном бројном односу, што је затим примењено у нелинеарном моделу дифузног убрзавања честица. Тиме су нађени теоријски спектри нетермалних честица и добијен је однос електрона и протона на високим енергијама за различите Махове бројеве. Показано је да се спектри квазитермалних честица на удару могу представити неравнотежном κ -располом. Добијено је да даље од удара, степен модификације опада, док индекс κ расте указујући да расподела честица тежи да постане Максвелова.

Кључне речи: квазипаралелни ударни таласи, плазмене микронестабилности, убрзавање честица, кинетичке симулације

Научна област: Астрономија

Ужа научна област: Астрофизика

УДК број: 533.951+524.1

THE ROLE OF ELECTROMAGNETIC MICRO-INSTABILITIES IN (RE)FORMATION OF QUASI-PARALLEL COLLISIONLESS SHOCKS AND ACCELERATION OF PARTICLES IN COSMIC PLASMA

Abstract

In the disertation, by the linear plasma theory we show that resonant electromagnetic (EM) micro-instabilities are excited by the two colliding plasmas which are interpenetrating each other with the super-Alfvénic velocity, in the direction quasi-parallel to the magnetic field. The expected Rankine-Hugoniot shock conditions, naturally arise as a consequence of a highly resonant interaction of ions with the instability. By using kinetic simulations, we find here that such resonant instabilities appear in the linear stage, and we show how these instabilities trigger the shock formation during the non-linear stage.

By theoretical modeling, we show how a magnetosonic soliton forms and leads to the periodic shock reformation and initiation of the return current of ions, which drives the EM upstream instability. We find that ions are being pre-accelerated by the upstream and shock instabilities in a mechanism that is similar to the diffusive shock acceleration (DSA). By our EM test particle simulation runs we show that at quasi-parallel shocks, EM instabilities highly contribute to electron pre-acceleration, leading to the formation of a power-law electron spectra through the Fermi-like mechanism.

By very long kinetic simulation runs, in this disertation we find that ions and electrons enter DSA in a similar number which is further applied in a model of non-linear DSA. Within this model, we obtain the theoretical particle spectra and we find the electron-to-proton ratio at high energies for the different Mach numbers. We show that the spectra of quasi-thermal particles at the shock can be represented by a non-equilibrium κ -distribution. We find that the level of modification decreases and κ -index increases behind the shock, implying that the particle distribution tends to become a Maxwellian.

Keywords: quasi-parallel collisionless shocks, plasma micro-instabilities, particle acceleration, kinetic simulations

Scientific area: Astronomy

Scientific field: Astrophysics

UDC number: 533.951+524.1

Садржај

1	Увод	1
2	Безударна плазма – теорија	5
2.1	Микронестабилности	5
2.1.1	Нестабилности топле плазме	6
2.1.2	Нестабилности хладне плазме	7
2.2	Интеракција у линеарном режиму	9
2.2.1	Таласни вектор у правцу паралелном у односу на магнетно поље . . .	9
2.2.2	Таласни вектор у правцу нормалном на магнетно поље	14
2.2.3	Холова нестабилност плазменог тока	17
2.3	Интеракција у нелинеарном режиму	19
3	Ударни таласи у космичкој плазми	31
3.1	Настанак и реформирање квазинормалних удара	32
3.2	Квазипаралелни ударни таласи	41
3.2.1	Настанак квазипаралелних удара	41
3.2.2	Реформирање квазипаралелних удара	48
3.2.3	Нестабилност испред удара и струја повратних јона	51
4	Убрзавање честица на квазипаралелним ударним таласима	55
4.1	Термализација и (пред)убрзавање јона	56
4.2	(Пред)убрзавање електрона	59
4.3	Нелинеарна модификација квазипаралелног удара	65
4.4	Неравнотежна расподела честица на удару	69
5	Закључак	72
	Литература	76
А	Додатак – плазма у линеарном режиму	78
А.1	Једначине судара две хладне плазме	78
А.2	Нестабилност R и L-таласа	80
А.2.1	Јонске циклотронске учестаности	81
А.2.2	Електронске циклотронске учестаности	82
А.3	Нестабилности O и X-таласа	83
А.3.1	Обични електромагнетни талас	83
А.3.2	Необичан електромагнетни талас	84
А.4	Решења за нестабилности у оквиру Холове МХД теорије	84
	Биографија	89

1 Увод

Иако се теоријски изучавају дуги низ година и посматрају, како у нашој галаксији, тако и у вангалктичком окружењу, ударни таласи у космичкој плазми и даље показују мноштво физичких процеса који откривају њихову сложену природу. Нека од основних својстава ударних таласа, као што је нпр. устрмљавање таласа, могу се објаснити у оквиру теорије магнетохидродинамике (МХД). Ипак, сам механизам убрзавања честица до енергија космичког зрачења и настанак нетермалног честичног спектра, не могу се објаснити МХД моделима. Увођењем Фермијевог механизма убрзавања првог реда (Fermi 1949, Fermi 1954), познатог као *дифузно убрзавање на ударном таласу* (*DSA*, енг. *diffusive shock acceleration*; Axford et al. 1977, Krymskii 1977, Bell 1978, Blandford & Ostriker 1978, Drury 1983) постало је могуће објаснити ова важна својства ударних таласа. Међутим, начин на који се честице предубрзавају како би добиле кинетичку енергију довољно велику за уплив у *DSA*, остао је нејасан. Каснијом применом кинетичких (*PIC*, енг. *particle-in-cell*) и хибридних симулација, постало је јасно како овај механизам може функционисати у случају квазипаралелних¹ удара (Sironi & Spitkovsky 2011, Caprioli & Spitkovsky 2014). Из ових симулација добијено је да се честице најпре одбијају од удара и предубрзавају на компоненти електричног поља индукваног услед кретања плазме која је под углом у односу на паралелне линије силе позадинског магнетног поља ($\mathbf{E}_0 = -\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0$, где је v_0 брзина тока плазме, а B_0 позадинско магнетно поље). Док честице дрифтују дуж ударне површи описујући хеликоидне трајекторије око линија силе усредњеног магнетног поља, оне у сваком циклусу бивају убрзаване електричним пољем E_0 . Овај процес, познат као *дрифтно убрзавање честица на удару* (*SDA*, енг. *shock drift acceleration*; Chen & Armstrong 1975) представља главни механизам убрзавања код квазинормалних² ударних таласа. Код квазипаралелних удара, честице се истим механизмом предубрзавају до енергије величине неколико енергија удара $E_{sh} = mv_{sh}^2/2$. Честице на тај начин постају супратермалне, а оне које се врате у област испред ударног таласа доприносе формирању повратне струје. Струја повратних јона побуђује нестабилности које даље убрзавају честице до енергија много већих од $\sim E_{sh}$ кроз процес *DSA*.

Да бисмо разумели начин на који се формира повратна струја јона, потребно је да размотримо фину структуру ударног таласа. Могућност да устрмљавање таласа (енг. *wave steepening*) које је неопходно за стварање ударног таласа сударима у густој плазми (енг. *collisional shock*), није неопходно у случају ударног таласа у безударној плазми (енг. *collisionless shock*) отвара питања о процесима који обликују структуру удара у нестабилној и турбулентној космичкој плазми. Ови процеси су изразито нелинеарни, док је теорија којом се они изучавају углавном линеарна, и даје више квалитативно него квантитативно објашњење. Једино кинетичке симулације могу пружити детаљан увид у то како се формира ова веома сложена структура, и како се она мења током временом. Показано је да је прелазна област³ код квазипаралелних удара много већа него што је то случај код квазинормалних ударних таласа (Sironi & Spitkovsky 2011, Caprioli & Spitkovsky 2014) који су сличнији МХД ударима. Код квазипаралелних удара, прелазна област се може састојати од различитих врста нестабилности и турбуленција, које нарастају док не достигну zasiћење или се распадну, а могу се и међусобно преклапати. Која ће врста нестабилности бити побуђена и како ће се она мењати током времена, зависи од нивоа магнетизације самог ударног таласа. У радовима (нпр. Kan et al. 1991, Marcowith et al. 2016) дат је преглед досадашњег истраживања таквих сложених структура, и изложено на који начин

¹Удари код којих је угао нагиба између нормале на ударну површ и линија силе усмереног магнетног поља $\lesssim 45^\circ$.

²Удари код којих је угао нагиба између нормале на ударну површ и линија силе усмереног магнетног поља $\gtrsim 45^\circ$.

³Бесконечно танак дисконтинуитет у случају идеализованог удара.

се нумеричке симулације, посматрања и теорија слажу.

Кинетичким симулацијама квазипаралелних удара показано је да космички зраци могу побудити трансверзалне таласне модове у области испред ударног таласа и изазвати филаментационе нестабилности (Caprioli & Spitkovsky 2013). Сам удар могао би настати услед нелинеарног устрмљавања ових таласа (Sironi & Spitkovsky 2011). Настанак удара се може понављати квазипериодично, на сваких неколико жиро-циклуса⁴. Овај феномен познат је као *реформирање ударног таласа* (енг. *shock reformation*; Lee et al. 2004, Sironi & Spitkovsky 2011). У случају квазинормалног удара, ток надлазеће плазме се зауставља компримованим магнетним пољем, док код слабо магнетизованих или немагнетизованих удара, Вајбелова нестабилност (енг. *Weibel instability*; Weibel 1959) формира филаменте струје и густине у прелазној области (Spitkovsky 2008). Ови филаменти се увијају и спајају (кроз другу Вајбелову нестабилност) док се сасвим не растуре, формирајући тако прелазну област ударног таласа.

Све ове различите врсте нестабилности заједно са реформирајућом ударном баријером, чине прелазну област системом сложено спрегнутих нелинеарних механизма. Управо то је био мотив за истраживање представљено у дисертацији, које за циљ има изналажење неке друге врсте таласно-плазмене интеракције, способне да две плазме које пролазе једна кроз другу, из непертурбованог стања директно преведе у конфигурацију ударног таласа. На микроскопском нивоу, честице би требало да буду ефикасно расејаване и термализоване, или убрзаване у таквој интеракцији. Како би систем био потпуно самоодржив, потребно је најпре испунити услов да почетна повратна струја јона може настати као последица ове интеракције. Затим, потребно је да иста врста интеракције може да покрене и процес реформирања ударног таласа.

Претпоставили смо да се на самом почетку процеса настанка ударног таласа, јако резонантна таласно-честична интеракција јавља у области преклапања две плазме које се сударају. Такву интеракцију запажамо и у *PIC* симулацијама представљеним у оквиру ове дисертације. Такође, претпостављамо да интеракција може допринети термализацији кроз резонантно расејање честица, које би требало да се дешава на скалама величине жирорадијуса честице. На тим скалама, већина честица би требало да остане задржана самим таласом, који услед јаке резонанце не дозвољава значајнију дифузију честица у област ван интеракције. Ипак, мора постојати могућност да се неке честице могу одбити од саме ивице области преклапања плазми, брзином која је довољно велика да честице напусте област интеракције. Предложена интеракција је тиме ограничена на случај квазипаралелних *суперкритичних*⁵ удара.

Својства такве идеализоване резонантне интеракције била су испитивана у раду Зековића и Арбутине где смо претпоставили да кружно поларизовани електромагнетни (ЕМ) таласи расту управо на почетку области где се плазма која се креће судара са плазмом која мирује (Zeković & Arbutina 2018). Помоћу симулације кретања пробних наелектрисања у аналитички задатом ЕМ пољу таквих таласа, показали су да је расејање пробних јона најјаче ако је таласна дужина таласа резонантна ($\lambda \sim \pi r_{gi}$) у односу на лонгитудинални жирорадијус ($r_{gi} = v_{\parallel} / \omega_{ci} = m v_{\parallel} / q B_0$) јона који на талас наилазе са компонентом брзине v_{\parallel} (паралелној магнетном пољу B_0). Не само да вектори брзина честица тада постају изотропни у систему референце везаном за кретање плазме, већ настаје и популација честица које се одбијају од таласа. Добили смо да почетна повратна струја рефлектованих јона може бити веома јака (рефлектује се $\sim 10\%$ јона који наилазе на талас). Такође смо показали да ако је таласна дужина резонантна, проток јона кроз талас се прекида чак и

⁴Време за које честица (јон) направи један круг по хеликоиди са жирорадијусом $r_{gi} = m_i v_0 / q_i B_0$, где су m_i и q_i редом, маса и наелектрисање јона.

⁵Ударни талас код кога не прелази сва кинетичка енергије тока плазме у термалну енергију, као што је то случај код субкритичних удара, већ се као механизам релаксације последично јавља одбијање јона.

ако је амплитуда таласа $\sim B_0$ у нелинеарном режиму. За нешто краће или дуже таласе, потребно је да амплитуда буде и неколико пута B_0 или већа, како би монохроматски талас ефикасно расејавао јоне и тиме зауставио ток плазме.

На основу добијених емпиријских резултата, налазимо еквивалентну интеракцију у оквиру линеарне теорије плазме, у којој се природно појављује раст резонантних таласа. Такође, емпиријске резултате користимо и за калибрацију изведених једначина линеарне теорије, како бисмо аналитички показали на који начин таква резонантна нестабилност расте и покреће стварање ударног таласа без удела било каквих других турбулентних механизма. У раду Зековића из 2019. резонантни талас који се појављује у *PIC* симулацијама у области преклапања две плазме, повезујемо са нестабилношћу снажног (јаког) снопа (енг. *strong-beam instability*) (Zeković 2019). Талас побуђен повратном струјом јона у области испред новонасталог удара, моделујемо као нестабилност слабог снопа (енг. *weak-beam instability*). Обе нестабилности настају у истој врсти интеракције, а разликују се само по снази снопа плазме који их побуђује. Нестабилност јаког снопа везујемо за почетак настанка ударног таласа, док нестабилност слабог снопа везујемо за реформирање удара. Решавањем нелинеарних једначина флуида и ЕМ поља, у дисертацији показујемо да у нелинеарном режиму долази до настанка магнетоакустичког солитона, односно узајамне нелинеарне спреге кретања плазме и индукције ЕМ поља. Ова нелинеарна спрега природно узрокује периодичан пораст амплитуде магнетног поља, а тиме и периодично успоравање или потпуно заустављање тока плазме (уз настанак затворених петљи) што заправо представља сам процес реформирања удара.

Јони који се одбију од квазипаралелног ударног таласа (повратна струја) предубрзавају се кроз неколико *SDA* циклуса (Sironi & Spitkovsky 2011, Caprioli et al. 2014). Они јони који на овај начин добију енергију довољно велику да напусте реформирајућу ударну баријеру и оду у област испред ње, улазе у *DSA* механизам убрзавања. Електрони се предубрзавају *SDA* механизмом (Guo & Giacalone 2015) или комбинацијом *SDA* и Фермијевог (тип I) механизма за убрзавање (Park et al. 2015). У свим овим случајевима, симулирани су ударни таласи са неким произвољно малим нагибом у односу на B_0 , тако да су честице предубрзаване и компонентом динамичког, непроменљивог електричног поља E_0 механизмом *SDA*. Међутим, у случају сасвим паралелног удара представљеног у дисертацији, нулто динамичко непроменљиво електрично поље нам омогућава да истражимо улогу променљивог ЕМ поља саме микронестабилности испред удара у процесима термализације и (пред)убрзавања честица. Налазимо да су излазни параметри предубрзавања јона (удео супратермалних и нетермалних јона, као и енергија улива јона у *DSA*) у складу са теоријом *минималног модела* датог у раду Caprioli et al. (2014). У случају сасвим паралелног удара, налазимо да се јони од почетка убрзавају механизмом типа *DSA* на микро-скали који стога називамо μ -*DSA* (Zeković & Arbutina 2019). Овај механизам заправо представља *SDA* убрзавање које се одиграва на скали жирорадијуса јона унутар саме реформирајуће баријере (унутар једне таласне дужине нестабилности) и као резултат даје нетермални спектар убрзаних честица који се може описати степеним законом. Међутим, како потенцијал реформирајуће баријере дозвољава проток честица ка области испред удара само током одређеног временског периода унутар једног циклуса, вероватноћа “бекства” честице бива модулисана. То резултује нагомилавањем презагрејаних супратермалних (неубрзаваних) честица одмах иза удара, што доводи до појаве супратермалног дела у спектру, који у дисертацији описујемо неравнотежном κ -раподелом (Arbutina & Zeković 2020). У дисертацији моделујемо како се мења спектар честица у области иза удара.

Применом ЕМ симулација кретања пробних наелектрисања, механизам *SDA* којим се електрони убрзавају описујући при томе спиралне путање у фазном простору (Park et al. 2015) моделујемо као Фермијев механизам убрзавања типа 1, који као и у случају јона називамо μ -*DSA*. Налазимо да електрони (и јони) који су расејани у правцу трансверзално

у односу на B_0 , могу имати спиралне трајекторије услед овог механизма. Електрони могу остати кратко заробљени унутар саме ударне површи, док не добију лонгитудиналну брзину довољно велику да наставе убрзавање механизмом DSA слично јонима. С обзиром да су за електроне нестабилности од којих се одбијају поларизационо нерезонантне, они показују сасвим раван (са y -осом, $f(p) \sim p^{-4}$) DSA спектар (без израженог супратермалног дела).

Ради одређивања параметара уплива јона и електрона у процес DSA и моделовања честичних спектра, пуштамо веома дугачку PIC симулацију. Добијене параметре даље примењујемо при моделовању нелинеарног убрзавања честица на ударном таласу и налажењу теријских спектра за различите степене нелинеарне модификације удара. Такође, налазимо и однос нетермалних електрона и протона на високим енергијама и његову зависност од Маховог броја.

2 Безударна плазма – теорија

Основна карактеристика космичке плазма, као и плазме у непосредном окружењу Земље и Сунца јесте да је безударна. Услед веома разређене средине, средњи слободни пут честица за кулоновску интеракцију је веома велики. Судари међу честицама плазме су ретки и њихов утицај на динамику саме плазме се може сасвим занемарити. Директна мерења Сунчевог ветра указују на одступања расподеле честица по брзинама од равнотежне Максвелове расподеле. Симулације ударних таласа показују да таква анизотропна плазма након довољно дугог времена, ипак може доћи у равнотежно стање које се одликује Максвеловом расподелом честица. Јасно је да су за формирање равнотежне расподеле потребни судари међу честицама, који су у космичкој плазми сасвим занемариви. Интеракција међу честицама се, напротив, одвија “безконтактно”, посредством таласа и нестабилности ЕМ поља, које су побуђене кретањем самих честица. Магнетна компонента поља значајно скраћује средњи слободни пут честице на ред величине њеног жиро радијуса ($\sim r_g = mv/qB$). Овим се одређује радијус интеракције, али и ограничава дифузија честица. При резонантној интеракцији, дифузија честица може постати веома слаба, јер димензије координатног простора кретања честице у том случају постају величине њеног жиро радијуса. Како бисмо разумели природу “безконтактне” интеракције, потребно је анализирати механизме којима се таласи и нестабилности побуђују и извршити њихову класификацију према карактеристикама плазме у којој настају. У наредним поглављима, дат је преглед неких основних типова плазмених нестабилности карактеристичних за космичку плазму.

2.1 Микронестабилности

С обзиром да пертурбације поља настају и делују на скалама реда величине жиро радијуса честица и мањим, сама функција расподеле честица бива модификована услед интеракције, што може превести побуђени талас у нестабилни режим. Овакав тип нестабилности називају се микронестабилности, за разлику од макронестабилности⁶ које се одликују пертурбацијама на скалама $\gg r_g$ и описују макроскопским једначинама у конфигурационом простору. Линеарну фазу микронестабилности карактерише експоненцијални раст амплитуде пертурбација које се могу моделовати као мале осцилације, јер не утичу значајно на кретање плазме. Када амплитуда пертурбација постане довољно велика тако да утицај на динамику плазме постане значајан, нестабилност улази у нелинеарну фазу. Начин на који се нестабилност спреже са кретањем плазме делује у смеру да заустави даљи раст амплитуде нестабилности. То се у случају слабо намагнетисане⁷ плазме или у случају потпуног одсуства позадинског магнетног поља, постиже кроз привлачење, спајање и разбијање филамената плазме који су претходно настали дејством нестабилности. У случају намагнетисане плазме, дејство нестабилности је такво да оне расејавају честице и успоравају сам ток плазме, чиме се зауставља даљи раст нестабилности. Такође, могуће је да овакви механизми делују истовремено и у том случају се дешава да најпре настану филаментационе нестабилности које касније могу прећи у Алфенове. Уопштено, микронестабилности (надаље само “нестабилности”) се могу поделити на нестабилности топле и хладне плазме. У наставку ће бити дат кратак опис нестабилности топле плазме без ула-

⁶Макронестабилности настају на већим просторним скалама и више су флуидног карактера, као нпр. Рејли-Тејлорова, Келвин-Хелмхолцова, затим нестабилности магнетне петље (енг. *Kink, Sausage instability*) и друге.

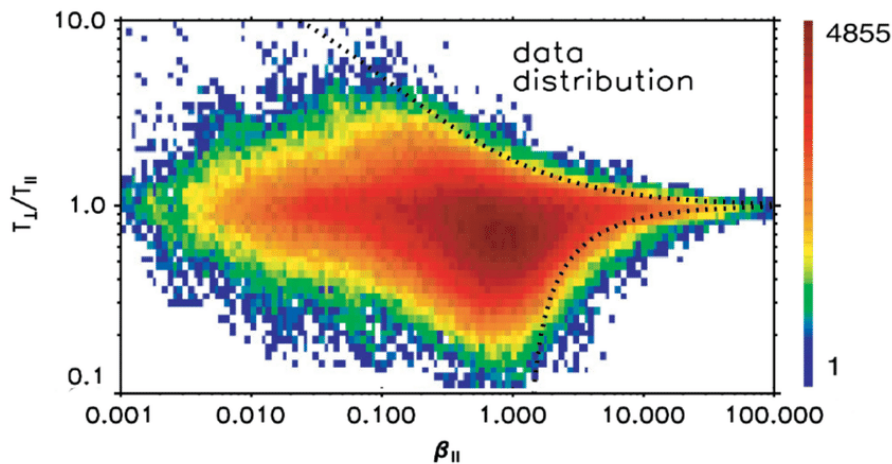
⁷Параметар намагнетисаности $\sigma = B_0^2/(4\pi\gamma_0 n m c^2) = v_A^2/c^2$ (где је n концентрација, а m маса честица; $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - v_0^2/c^2}$ је релативистички параметар плазменог тока који се креће средњом брзином v_0 ; v_A је Алфенова брзина, а c брзина светлости) указује на интензитет позадинског (под претпоставком хомогеног) магнетног поља B_0 које прожима плазму.

ска у дубљу анализу. Потом ће бити детаљно анализирани нестабилности хладне плазме које су у дисертацији примењене на случај ударног таласа.

2.1.1 Нестабилности топле плазме

Нестабилности топле плазме су изазване анизотропијом, односно одступањем расподеле честица од изотропне Максвелове расподеле, што је и директно мерено у случају плазме Сунчевог ветра (види Сliku 1) и лучног ударног таласа Земљине магнетосфере (енг. *Earth bow shock*). Од нестабилности које настају сударним процесима најпознатија је нестабилност два тока (енг. *two-stream instability*) која се у топлој плазми манифестује као *bump-on-tail instability*. Уколико се нпр. хладнија плазма креће кроз топлију плазму брзином већом од термалне, на репу Максвелове расподеле топлије плазме јавља се испупчење (енг. *bump*) које доводи до инверзије нагиба у расподели честица. То значи да талас побуђен у топлој плазми чија фазна брзина одговара брзинама у области (опадајућег) репа расподеле и узлазне ивице расподеле хладније плазме, више није под утицајем негативног градијента брзина који доводи до пригушења таласа (Ландауово пригушење). Услед позитивног градијента, већи је број честица које имају брзину мало већу од фазне брзине таласа (оне ће предати енергију таласу) у односу на број честица у расподели које су мало спорије од таласа (оне ће таласу одузети енергију). Управо таква анизотропија представља извор слободне енергије, која се у овом случају предаје таласу и уводи га у нестабилни режим.

У намагнетисаној плазми, анизотропија температуре која се нпр. јавља у случају би-Максвелове расподеле честица у плазми (енг. *bi-Maxwellian*), доводи до појаве нестабилности. Извор слободне енергије (која се може трансформисати у рад) у том случају представља различитост температура (притисака) у правцу дуж линија сила магнетног поља T_{\parallel} и нормално на њих T_{\perp} . Уколико је $T_{\parallel} > T_{\perp}$, могу настати паралелна нестабилност “ватрогасног црева” (енг. *firehose*) као звиждући талас (енг. *Whistler wave*) и коса нестабилност (енг. *oblique firehose*) као кинетички Алфенов талас (енг. *kinetic Alfvén wave*), док у случају $T_{\perp} > T_{\parallel}$ могу настати огледалске (енг. *mirror*) и јонско-циклотронске нестабилности. Ове нестабилности могу бити побуђене и услед анизотропије притиска настале дејством механичке силе или услед самог кретања плазме.



Слика 1: Расподела температурне анизотропије протона (T_{\perp}/T_{\parallel}) према паралелном плазменом бета параметру (β_{\parallel}) измерена на Сунчевом ветру. У доњој половини расподеле дата је гранична крива за косу протонску нестабилност “ватрогасног црева”, док је у горњој дата гранична крива за огледалску нестабилност. (Извор: Vale et al. 2009).

На Слици 1 јасно се види да су анизотропије Сунчевог ветра ограничене са горње

и доње стране, редом, нестабилностима “ватрогасног црева” и огледалском (нестабилна област одговара пољима десно од граничних кривих на графику). Услов за настанак нестабилности “ватрогасног црева” се може изразити као:

$$1 - \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \gtrsim \frac{2}{\beta_{\parallel}}, \quad \beta_{\parallel} = \frac{nkT_{\parallel}}{B^2/2\mu_0},$$

где је β_{\parallel} плазмени бета параметар⁸ дуж линија силе магнетног поља, а n концентрација честица. У случају огледалске нестабилности, услов је дат као:

$$\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} - 1 \gtrsim \frac{1}{\beta_{\parallel}}.$$

Као реакцију на настале анизотропије, плазма ствара механизме којима тежи да их умањи и врати се у равнотежно стање. Најефикаснији начин за то представљају сами судари између честица плазме. Међутим, с обзиром да је плазма безударна, долази до настанка нестабилности чије је дејство такво да теже да врате систем у равнотежу. Управо из тог разлога, у расподели на Слици 1 примећује се одсуство анизотропија у нестабилним областима.

Настанак ударног таласа у безударној плазми међузвездане материје (МЗМ) се услед релативно ниске термалне брзине протона у односу на брзину удара, може моделовати једначинама хладне плазме (Zeković 2019). Протони који су много масивнији од електрона, одређују читаву динамику ударног таласа, од његовог настанка, процеса реформирања удара, до убрзавања честица до енергија космичког зрачења. Из тог разлога је у наставку пажња посвећена нестабилности хладне, намагнетисане плазме, а у наредном поглављу дата је и детаљна анализа овог случаја.

2.1.2 Нестабилности хладне плазме

Полазимо од анализе судара две хладне и квазинеутралне јонско-електронске плазме које се сударају у присуству позадинског магнетног поља B_0 . Сматрамо да се једна плазма (коначних димензија) креће квазипаралелно у односу на B_0 , брзином тока v_0 , кроз другу мирујућу плазму. У оквиру МХД теорије (Dokuchaev 1961, Vranjes 2015) показано је да побуђени, линеарно поларизовани Алфенови таласи учестаности много нижих од циклотронске учестаности јона ($\omega \ll \omega_{ci}$) могу расти и спрегнути се са нестабилношћу индукованом самим плазменим током ($\omega = kv_0$). Извор слободне енергије потребне за раст таквих нестабилности представљају макроскопска кинетичка енергија тока и енергија позадинског магнетног поља. У систему референце плазменог тока, једначине указују на настанак следеће конфигурације: плазма утиче у област преклапања брзином $-v_0$, настала нестабилност се даље адвектује са током, брзином $-v_0/(1-\eta)$ (где је η однос густина две плазме). Уколико у нелинеарном режиму талас може да расеје честице и тако заустави ток плазме, лако може настати конфигурација која се одликује динамиком сличном као код ударног таласа. Стопа раста таквих нестабилности линеарно зависи од таласног броја k , док су решења једначина ограничена само на дуже таласе.

Како би се у модел укључили таласи циклотронских учестаности јона и електрона, свака врста у плазми се мора третирати одвојено, као засебан флуид. У случају безударне плазме, користи се Власовљева једначина или једначине флуида које настају њеним усредњавањем за сваку врсту. На основу линеарне теорије и симулација, познато је да електростатичке и ЕМ микронестабилности могу настати у конфигурацији где две плазме пролазе једна кроз другу, паралелно у односу на позадинско магнетно поље (Gagu

⁸Плазмени бета параметар представља однос термалног и магнетног притиска у плазми.

1993). Најзначајније међу њима су кружно поларизоване ЕМ, двокомпонентне нестабилности као што су јон/јон, електрон/електрон и јон/електрон модови. Јон/јон резонантна нестабилност је најзначајнија међу њима (Gary et al. 1984) с обзиром да је због велике таласне дужине, имуна на мале промене параметара плазме. Стопа раста ове нестабилности има максимум на таласним бројевима за које реални део комплексне учестаности $\omega = \omega_r + i\gamma$ задовољава услов циклотронске резонанце $\omega_r \simeq \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{k} \pm \omega_{ci}$. Ова нестабилност има велику примену код моделовања Сунчевог ветра и Земљиног ударног таласа (Gary 1991), где је показано да струја јона одбијених од ударног таласа, побуђује десно кружно поларизоване резонантне нестабилности (енг. *R-mode*) у области испред удара. Међутим, ове нестабилности су побуђене релативно слабим⁹ снопом честица.

У дисертацији је разматрана нестабилност побуђена јаким снопом, чија је густина упоредива са густином мирујуће плазме. Међутим, резонанца која се наводи даље у тексту се не односи на услов $\omega_r \simeq \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{k} \pm \omega_{ci}$ као у радовима Gary (1993) и Gary et al. (1984) већ на то да је таласна дужина резонантне нестабилности реда величине жирорадијуса јона ($\lambda_{\text{res}} \sim r_{gi}$). С обзиром да су плазме упоредивих густина, сви чланови у релацији дисперзије постају значајни, па се зато и резонанца не јавља на исти начин. У моделу је претпостављено да је релативна брзина судара две плазме много већа од просечне термалне брзине компоненти плазме ($v_0 \gg v_T$). На тај начин, у моделу је могуће применити једначине хладне плазме, које су затворене једначином стања $P = 0$, где је P кинетички притисак.

⁹Сноп честица мале густине.

2.2 Интеракција у линеарном режиму

Интеракција две безударне плазме, одиграва се посредством пертурбација ЕМ поља. У случају судара две плазме упоредивих густина којим желимо да опишемо настанак ударног таласа, највећи допринос формирању ЕМ пертурбација долази од енергије усмереног, заједничког кретања свих честица плазме. Како бисмо моделовали овакву интеракцију, полазимо од флуидних једначина хладне плазме која се састоји из две популације – јона и електрона (Fitzpatrick 2014):

$$m_i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_i \cdot \nabla \right) \mathbf{V}_i = q_i (\mathbf{E} + \mathbf{V}_i \times \mathbf{B}), \quad (2.1)$$

$$m_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_e \cdot \nabla \right) \mathbf{V}_e = q_e (\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}), \quad (2.2)$$

где су \mathbf{E} and \mathbf{B} вектори електричног и магнетног поља, $\rho_{i,e} = n_{i,e} m_{i,e}$ је густина јона, односно електрона, док је $q_{i,e}$ њихово наелектрисање. У случају плазме која се креће, брзина се састоји од непроменљиве компоненте \mathbf{v}_0 која је иста за обе врсте, и променљиве компоненте $\mathbf{v}_{i,e}$, тако да је укупна брзина флуида $\mathbf{V}_{i,e} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_{i,e}$. За сваку променљиву, разматрамо пертурбације облика $f(\mathbf{r}, t) = f(\mathbf{k}, \omega) \cdot e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}$.

Узимајући да се таласни вектор налази у $x - z$ равни, дисперзиона матрица која представља систем линеаризованих једначина (извођење у Додатку) дата је као:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} P - n^2 \sin^2 \theta & 0 & n^2 \sin \theta \cos \theta \\ 0 & S - n^2 & -iD \\ n^2 \sin \theta \cos \theta & iD & S - n^2 \cos^2 \theta \end{pmatrix} + \frac{i}{\epsilon_0 \omega} \sigma_f, \quad (2.3)$$

где θ представља угао између таласног вектора \mathbf{k} и позадинског магнетног поља \mathbf{B}_0 ; n је индекс преламања. Компоненте P , S , D и матрица σ_f су дате једначинама А.16, А.17, А.18 и А.19, у поретку. Релација дисперзије је добијена изједначавањем детерминанте дисперзионе матрице са нулом, $|\mathcal{D}| = 0$.

Два специфична случаја су анализирана – решења једначина за случај таласног вектора \mathbf{k} паралелног (одељак 2.2.1) и нормалног (одељак 2.2.2) у односу на позадинско магнетно поље \mathbf{B}_0 .

2.2.1 Таласни вектор у правцу паралелном у односу на магнетно поље

Без губитка уопштености, задајемо да је вектор позадинског магнетног поља оријентисан у правцу x -осе ($\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{x}}$). У случају када је $\theta = 0$, јединични таласни вектор је $\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{x}}$, а дисперзиона матрица (2.3) се своди на:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & S - n^2 & -iD \\ 0 & iD & S - n^2 \end{pmatrix} - \sum_{\alpha=i,e} \frac{\omega_{p\alpha f}^2}{\omega^2} \frac{k_x v_0^x}{\xi \omega} \cdot \begin{pmatrix} 2 + \frac{k_x v_0^x}{\xi \omega} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

где је $\omega_{p\alpha f}$ плазмена учестаност врсте α у плазми која се креће, а $\xi = 1 - \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{k} / \omega$ је параметар који описује измену учестаности услед кретања плазме. Релација дисперзије је у том случају дата једначином:

$$\left[P - \sum_{\alpha=i,e} \frac{\omega_{p\alpha f}^2}{\omega^2} \frac{k_x v_0^x}{\xi \omega} \cdot \left(2 + \frac{k_x v_0^x}{\xi \omega} \right) \right] \cdot [(S - n^2)^2 - D^2] = 0, \quad (2.5)$$

чија су решења разврстана према придруженим својственим векторима електричног поља.

Прво решење ове једначине представља релацију дисперзије лонгитудиналне електро-статичке осцилације која је адвектована плазменим током. Након смене P из једначине (A.16) уз коришћење еквиваленције $k_x v_0^x \equiv \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0$ која важи у овом паралелном случају, прво решење добија облик:

$$1 - \sum_{\alpha=i,e} \frac{\omega_{p\alpha s}^2}{\omega^2} - \sum_{\alpha=i,e} \frac{\eta \omega_{p\alpha s}^2}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0)^2} = 0, \quad (2.6)$$

где је однос густина плазме која се креће и која мирује дат преко $\eta = \omega_{pi f}^2 / \omega_{pi s}^2 = \omega_{pe f}^2 / \omega_{pe s}^2$ (индекси “ f ” и “ s ” се односе редом, на плазму која се креће и плазму која мирује; енгл. *flowing, stationary*). Претходна једначина представља уобичајену релацију дисперзије електростатичких таласа у хладној плазми, уз укључење дрифта између различитих врста честица (Anderson et al. 2001, Lapuerta & Ahedo 2002). У одређеном опсегу учестаности, лонгитудинални електростатички талас може бити спрегнут и адвектован плазменим током. Талас може постати нестабилан уколико је у резонанци са кретањем плазме $\omega \rightarrow \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0$. Електрони тада своју кинетичку енергију могу предати таласу и довести до експоненцијалног раста његове амплитуде. Даљи раст амплитуде се зауставља у тренутку када талас започне да захвата електроне. Тада долази до колапса таласа и брзе термализације електрона, чиме нестабилност улази у режим засићења (Dieckmann et al. 2006).

Друго решење једначине (2.5) дато је изразом:

$$\begin{aligned} n^2 &= S \pm D = R(L), \\ R(L) &= 1 - \sum_{\alpha=i,e} \omega_{p\alpha s}^2 \left[\frac{\eta \xi^2}{\xi \omega (\xi \omega \pm \omega_{c\alpha})} + \frac{1}{\omega (\omega \pm \omega_{c\alpha})} \right], \end{aligned} \quad (2.7)$$

који је суштински исти као у случају трокомпонентне, хладне јонско-електронске плазме (Gary 1993) која се састоји од слабог снопа једне врсте честица који пролази кроз густо језгро сачињено од честица исте врсте и треће компоненте коју чине честица друге врсте.

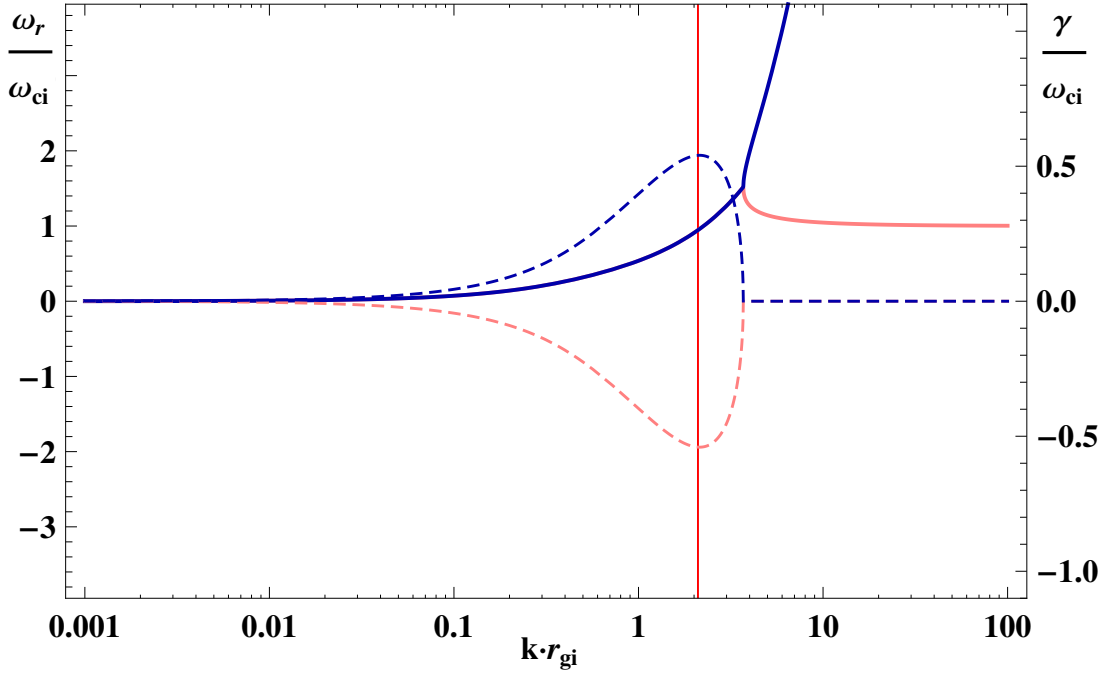
Уколико се ток креће брзином већом од Алфенове ($v_0 > v_A$) тада ови десно (R) и лево (L) кружно поларизовани таласи описани једначином (2.7) могу прерасти у нестабилности. У случају упоредивих густина плазме која се креће и оне која мирује, могу настати два типа нестабилности. Један тип представља резонантна нестабилност која има таласну дужину $\lambda \sim \pi r_{gi}$, док је други тип субрезонантна у смислу да је њена таласна дужина реда величине лонгитудиналног жирорадијуса снопа јона ($\lambda \sim r_{gi}$). Ова два мода хладне плазме су веома слична ЕМ јон/јон модовима добијеним у случају топле плазме (Gary 1993). Једначине за ове таласне модове решавамо аналитички (дато у поглављу A.2 у оквиру Додатка) што је могуће једино при разматрању одређеног опсега учестаности. Као решења једначине четвртог степена, добијени су реални (ω_r) и имагинарни (γ) део учестаности $\omega = \omega_r + i\gamma$.

У области јонских циклотронских учестаности, услов $\xi \omega \sim \omega_{ci} \ll \omega_{ce}$ указује на интеракцију између јона две плазме у судару. Једначина (2.7) је тада дата у апроксимацији

$$R(L) \approx 1 + \omega_{pis}^2 \left[\frac{\eta \xi^2}{\omega_{ci} (\omega_{ci} \pm \xi \omega)} + \frac{1}{\omega_{ci} (\omega_{ci} \pm \omega)} \right]. \quad (2.8)$$

За учестаности много мање од ω_{ci} , два од четири решења ове релације се спајају и формирају решења за Алфенов тип нестабилности добијеним код Vranjes (2015). Једначина (2.8) тиме представља уопштење случаја ниских учестаности код кога је Алфенов талас спрегнут са нестабилношћу самог тока плазме ($\omega = kv_0$).

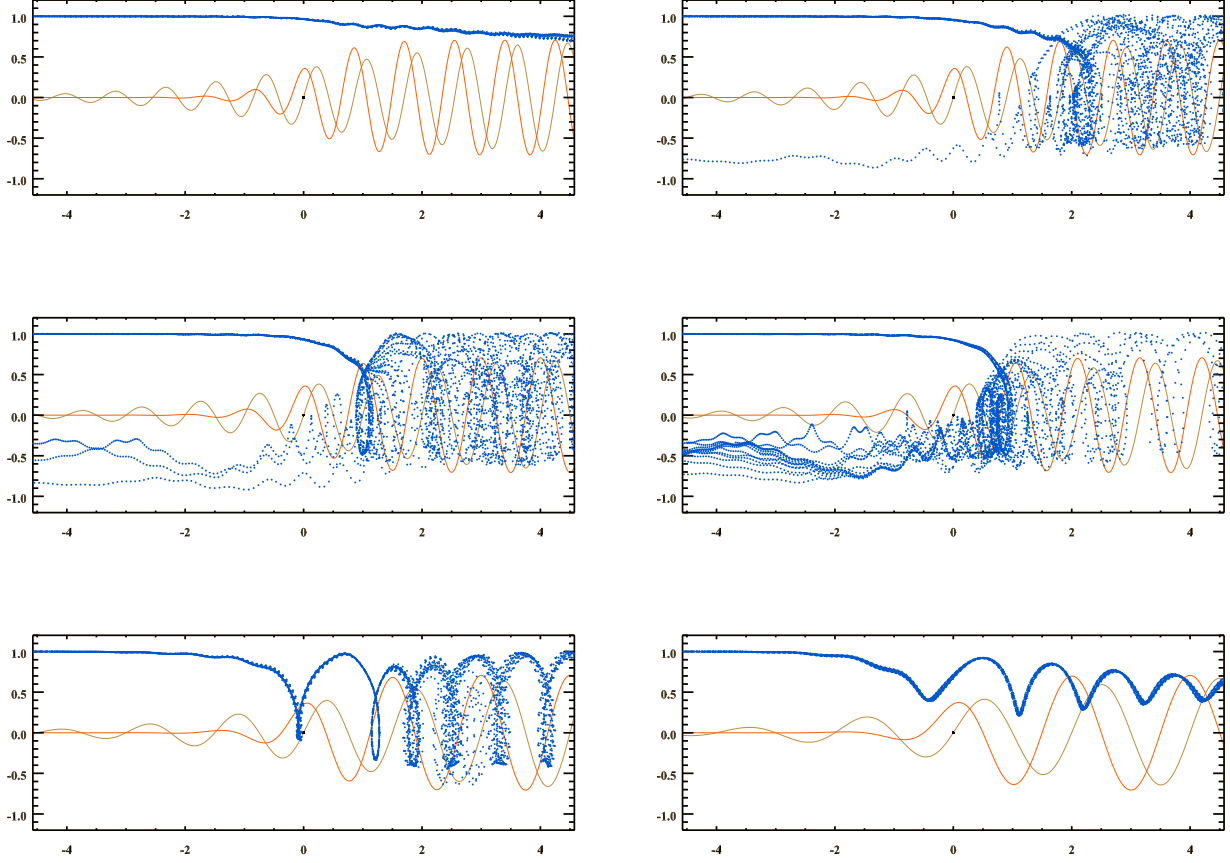
Ова два решења, дефинисана паровима $\omega_{3,4}$ или $\omega_{1,2}$, су придружена R или L-моду, у зависности од тога да ли је у једначини (A.26) у Додатку изабран знак “+” или “-”. Реални и имагинарни делови комплексне учестаности $\omega_{1\dots 4} = \omega_r + i\gamma$ одговарају редом, реалној учестаности и стопи раста таласа. Два решења једначине за L-мод су приказана на Слици 2. Једно решење указује на раст амплитуде таласа са стопом $\gamma \approx 0.55 \omega_{ci}$, док друго решење указује на пригушење таласа са истом стопом.



Слика 2: Зависност учестаности и стопе раста L-таласа од таласног броја, за плазме са односом густина $\eta = 3$. Реални део (ω_r) за свако појединачно решење приказан је непрекидном линијом, док је имагинарни део решења (γ) дат испрекиданом линијом; обе зависности су изражене у релативним јединицама ω_{ci} , док је таласни број дат у јединицама r_{gi}^{-1} . Криве ω_1 и ω_2 су приказане редом, тамно плавом и црвеном бојом. Максимум стопе раста се налази на резонантном таласном броју $k_{L_{\max}} = 2\pi/\lambda_{\text{res}} \approx 2/r_{gi}$.

Симулацијама кретања пробних наелектрисања у аналитички задатом ЕМ пољу (Zeković & Arbutina 2018) показано је да снап јона најснажније интерагује са L-таласом у уском опсегу резонантних таласних дужина око $\lambda_{\text{res}} \approx \pi r_{gi}$, где је $r_{gi} = m_i v_0 / q_i B_0$, а v_0 је брзина снопа. На Слици 3, приказани су резултати такве резонантне интеракције снопа јона са лево кружно поларизованим таласом амплитуде $\sim B_0$.

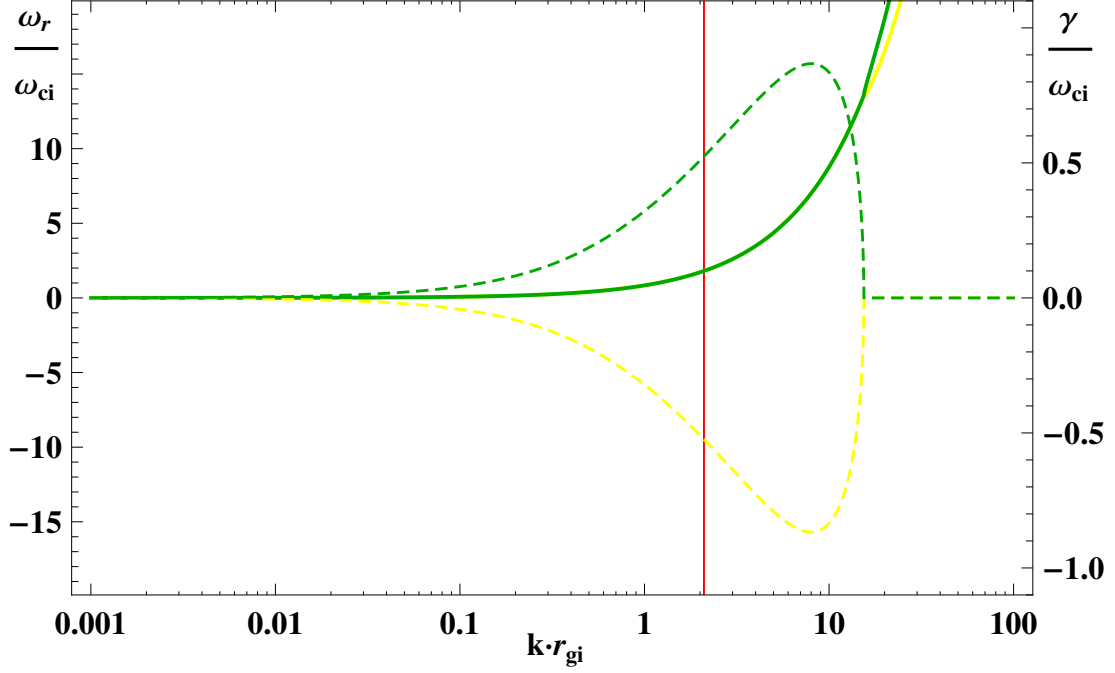
Решење приказано на Слици 2 са позитивном стопом раста (која указује на појачање таласа) има максимум на неком таласном броју $k_{L_{\max}}$. Уколико у решењу поставимо услов да је талас резонантан, односно да је максимум стопе раста центриран на резонантном таласном броју $k_{L_{\max}} = 2\pi/\lambda_{\text{res}} = 2/r_{gi}$ (као што је добијено у раду Zeković & Arbutina 2018) тада је однос густина две плазме $\eta \approx 3$. Дакле, ако плазма која се креће има три пута већу густину од плазме која мирује, L-мод који настаје у интеракцији плазме и ЕМ поља бива резонантан. Близу почетка области где се две плазме преклапају (где овај резонантни талас расте) тада постоји укупан скок густине $\eta + 1 \approx 4$. Линеарне једначине



Слика 3: Лонгитудинални $v_x - x$ фазни простор интеракције снопа јона са L-таласом (плаве тачке на графику) за случајеве $\lambda = \{0.85, 0.90, 1.00, 1.05, 1.50, 2.00\} \cdot \lambda_{\text{res}}$, приказане на графицима редом, с лева на десно и одозго на доле. Компоненте трансверзалног магнетног поља B_y и B_z приказане су редом, светло браон и наранџастом линијом. На хоризонталној оси, x -координате су изражене у јединицама резонантне таласне дужине јона $\lambda_{\text{res}} = \pi r_{gi}$; на вертикалној оси, компонента брзине дуж магнетног поља (v_x) је нормирана у односу на v_0 , док су амплитуде B_y и B_z нормиране у односу на B_0 .

плазме тиме указују да је резонантни таласни број $k_{L_{\text{max}}}$ придружен односу густине за јак ударни талас добијеном из Ранкин-Игониоових услова. Чак и у случају да ова веза представља резултат случајног поклапања параметара, она и даље указује на то да ће се резонантни и субрезонантни таласни модови први појавити (најбрже нарасти) при судару две плазме упоредивих густина.

Као и у случају L-мода, и за R-талас постоје решења која такође имају коначни комплексни део учестаности, што је приказано на Слици 4. Максимум криве раста одговара субрезонантним таласним модовима. За упоредиве густине две плазме које се сударају, таласни број $k_{R_{\text{max}}}$ за који је стопа раста субрезонантног таласа највећа, приближно је пропорционалан таласном броју максимума за резонантни мод $k_{R_{\text{max}}} \sim \eta \cdot k_{L_{\text{max}}}$. Апсолутне и релативне позиције оба максимума не зависе од Алфен-Маховог броја тока плазме ($M_A = v_0/v_A$) уколико је он већи од ~ 10 (за $M_A \lesssim 5$, положаји максимума стопе раста имају другачију зависност). Нумеричким симулацијама (Zeković & Arbutina 2018) показано је да јони који се крећу кроз субрезонантни R-талас, не интерагују значајно са њим – путања јона добија мале осцилације око равнотежног положаја у ритму промене амплитуде таласа. Чак и уколико је таласна дужина резонантна, интеракција са јоним



Слика 4: Приказ исти као на Слици 2, само дат за решење једначине R-таласа. Криве ω_3 и ω_4 су приказане зеленом и жутом бојом. Најбрже расту субрезонантни таласи са $k_{R_{\max}} = 2\pi/\lambda_{\text{sub}} \approx 8/r_{gi} \approx 4k_{L_{\max}}$. Положај резонантног таласног броја $k_{L_{\max}}$ је обележен вертикалном црвеном линијом.

остаје веома слаба. Овим је показано да за амплитуде таласа $\sim B_0$, заправо поларизација представља својство које одређује да ли ће доћи до значајне интеракције са јонима. Као што је добијено у раду Zeković (2019) ова интеракција се огледа у потпуном заустављању тока плазме, снажним резонантним расејањем јона на L-таласу.

Са Сликe 5 се може видети да за опсег вредности $\eta \sim [0.2 - 5]$, L и R-таласи за $k = 2\pi/\lambda_{\text{res}}$ имају скоро исту вредност стопе раста $\gamma \approx 0.55 \omega_{ci}$, док су реалне учестаности, а самим тим и фазне брзине, незнатно другачије. Када се L и R-таласи суперпонирају, вектор електричног поља се добија као:

$$\mathbf{E}_L = E(\gamma t) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega_r t)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{E}_R = E(\gamma t) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega_r t)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix} e^{-i\Delta\omega_r t},$$

$$\mathbf{E}_{L+R} = E(\gamma t) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega_r t)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 + e^{-i\Delta\omega_r t} \\ i(1 - e^{-i\Delta\omega_r t}) \end{pmatrix}.$$

Након множења последњег израза са $e^{-i\Delta\omega_r t/2}/e^{-i\Delta\omega_r t/2}$, примењена је Ојлерова релација и добијено:

$$\mathbf{E}_{L+R} = 2E(\gamma t) e^{i[\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - (\omega_r + \frac{\Delta\omega_r}{2})t]} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\left(\frac{\Delta\omega_r t}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\Delta\omega_r t}{2}\right) \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

У линеарном режиму, оба таласна мода расту са истом стопом γ . Једначина (2.9) указује на то да би суперпонирани талас требало да расте као линеарно поларизован талас чија раван поларизације ротира (Фарадејева ротација) услед проласка кроз плазму. Период такве ротације ΔT , је тада одређен изједначавањем фазе ротације са 2π , одакле добијамо:

$$\frac{\Delta\omega_r}{2} \tau_{\text{rot}} = 2\pi, \quad \tau_{\text{rot}} = 2 \cdot \frac{2\pi}{\Delta\omega_r}.$$

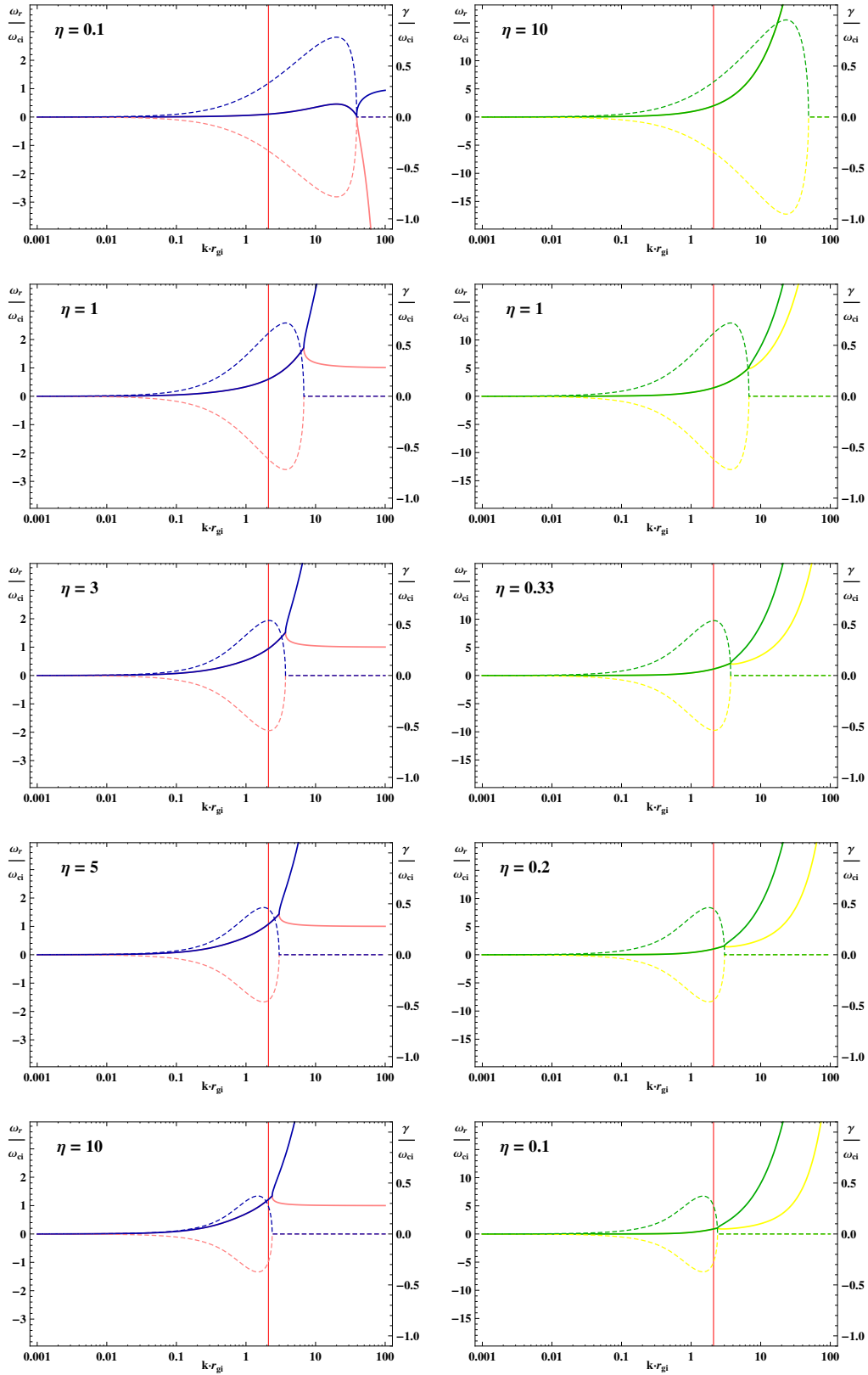
У случају резонантних таласа ($\Delta\omega_r \approx \omega_{ci}$) период ротације је $\tau_{\text{rot}} \approx 2 \cdot T_{ci}$, где је T_{ci} временски интервал потребан јону да начини једну орбиту око линија силе магнетног поља. Услед велике стопе раста, резонантни модови остају у линеарном режиму само један (или неколико) жиро-циклуса, док амплитуда таласа не нарасте довољно ($\sim B_0$) да покрене резонантно расејање јона (Zeković & Arbutina 2018). Сматрамо да уласком у нелинеарни режим, кретање снопа јона доводи до закривљења линија магнетног поља, а вектор електричног поља почиње да ротира. С обзиром да R-талас само слабо интерагује са јонима, улазак у нелинеарни режим ће заправо представљати тачку раздвајања L и R модова, при чему талас мења поларизацију од ротирајуће линеарне, до лево кружно поларизоване (L-мод).

Наглашавамо да у случају хладног и слабог ($\eta \lesssim 0.1$) снопа јона, максимум стопе раста за R и L модове се помера ка нижим таласним бројевима. За R-мод, положај максимума је тада близу тачке где је $k \cdot r_{gi} \approx 1$. Реалне учестаности и стопе раста које добијамо за овај мод, имају исте вредности као код Gary (1993) и Gary et al. (1984) за случај јон/јон десно кружно поларизоване резонантне нестабилности. Услов циклотронске резонанце $\omega_r \simeq \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{k} \pm \omega_{ci}$ тада важи и у нашем случају. За један исти Алфен-Махов број, снижавање густине плазменог тока доводи до тога да нестабилност L-мода нестане много раније него нестабилност R-мода. Зависности ω_r и γ за нестабилност L-мода таквог разређеног снопа честица, попримају исте вредности и облике кривих као у случају јон/јон нерезонантне нестабилности. Међутим, овде се такав таласни мод простире у смеру кретања тока плазме, што је могући разлог зашто је ова нестабилност лево кружно поларизована, уместо да је десно кружно поларизована и да се креће у смеру супротном од тока плазме као код Gary (1993) и Gary et al. (1984).

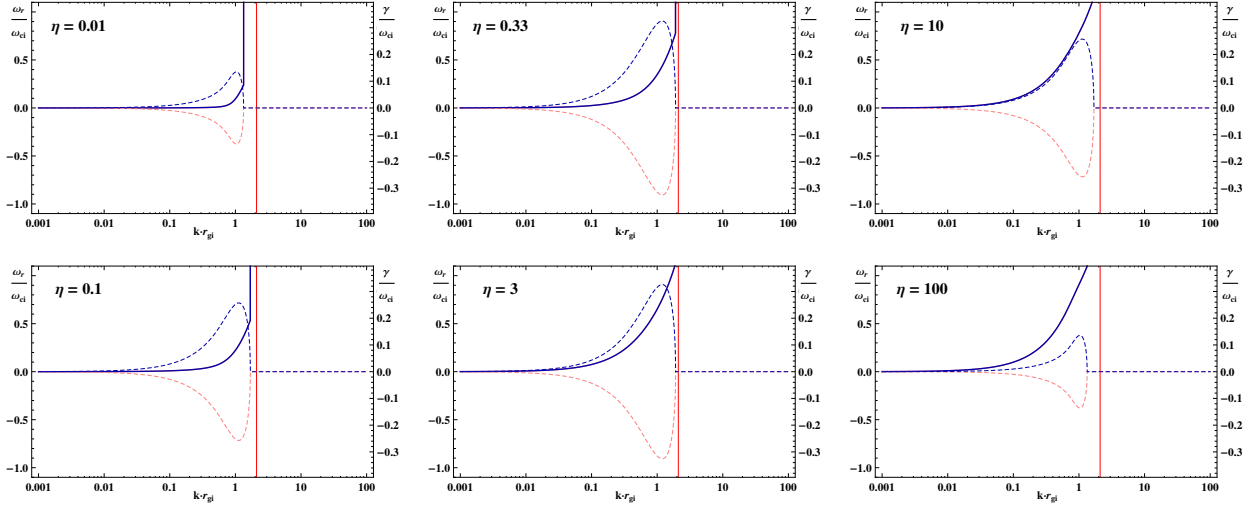
Таласни R и L-модови су на Слици 5 приказани у паровима, датим за разне вредности односа густина две плазме. Изузев двоструког максимума који се појављује у случају $\eta \sim 0.2 - 0.3$ за L-мод, између кривих раста постоји општа симетрија, док се решења за реалне учестаности разликују.

2.2.2 Таласни вектор у правцу нормалном на магнетно поље

Без губитка уопштености, узимамо да је таласни вектор у правцу z -осе (\mathbf{B}_0 је у правцу x -осе). Налазимо да плазма која се креће у правцу паралелном B_0 , нема утицај на “необичне” (енг. *extraordinary*) EM таласе или X-мод (за извођење видети поглавље А.3 у Додатку). Међутим, такав ток може изазвати раст Вајбелове нестабилности (Weibel 1959) обичног (енг. *ordinary*) O-мода. Са друге стране, ток плазме који је усмерен у правцу



Слика 5: Графици зависности учестаности и стопе раста од таласног броја, за L (плаве и црвене криве) и R-талас (зелене и жуте криве) сложени у (L, R) паровима за које је производ односа густина $\eta_L \cdot \eta_R = 1$. Реални део (ω_r) сваког решења је приказан непрекидном линијом, док је имагинарни део (γ) приказан испрекиданом линијом; оба су изражена у јединицама ω_{ci} , док је таласни број дат у јединицама r_{gi}^{-1} .



Слика 6: Приказ као на Слици 5, само за нестабилност X-таласа. Стопе раста и пригушења таласа су приказане редом, тамно плавом и црвеном бојом. Положај максимума је у околини резонантног таласног броја $k_{X_{\max}} = 2\pi/\lambda_{\text{res}} \approx 1/r_{gi}$.

нормалном на магнетно поље и паралелном у односу на таласни вектор $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{z}}$, нема утицај на О-мод, али може учинити да X-мод постане нестабилан.

Уколико је вектор брзине тока плазме нормалан на \mathbf{B}_0 и паралелан таласном вектору ($\mathbf{v}_0 = v_0\hat{\mathbf{z}}$) поларизациона матрица дата једначином (2.3) тада постаје:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} P - n^2 & 0 & 0 \\ 0 & S - n^2 & -iD \\ 0 & iD & S \end{pmatrix} + \sum_{\alpha=i,e} \frac{\omega_{p\alpha f}^2}{\omega^2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \frac{\omega_{c\alpha} k v_0}{\xi^2 \omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} \\ 0 & i \frac{\omega_{c\alpha} k v_0}{\xi^2 \omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} & - \frac{\omega k v_0}{\xi^2 \omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} (\xi + 1) \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Релација дисперзије X-мода дефинисана је решењем:

$$(S - n^2)S_M - D_M^2 = 0, \quad n^2 = \frac{RL - SM_S - 2DM_D - M_D^2}{S - M_S},$$

где су S_M и D_M изведене у поглављу А.3 у Додатку. У случају јонских циклотронских или нижих учестаности таласа, релација дисперзије и даље остаје сложена и стога је решавамо нумерички.

Слично паралелним модовима, модификовани X-мод такође постаје нестабилан уколико је ток плазме супер-алфеновски ($v_0 > v_A$). Разлика у односу на паралелне R и L-модове огледа се у томе што је таласни број максимума стопе раста за X-мод нешто нижи ($\sim r_{gi}^{-1}$). Такође, вредност максималне стопе раста је бар неколико пута мања у односу на паралелне модове. Крива нестабилности која је побуђена услед кретања плазме у правцу нормално на магнетно поље приказана је на Слици 6 за различите вредности η . Супротно случају паралелних модова, положај максимума за X-мод не зависи од брзине плазме, али интензитет стопе раста зависи.

На крају, може се извести закључак да уколико је правац кретања плазме под неким произвољним углом у односу на линије силе магнетног поља, резултујућа нестабилност

је композитна. Њену компоненту паралелну B_0 чини нестабилност R или L-мода, док компоненту нормалну на B_0 представља нестабилност X-мода.

2.2.3 Холова нестабилност плазменог тока

Израз за уопштени Омов закон једнокомпонентне флуидне безударне плазме изражен је релацијом (Gurnett & Bhattacharjee 2005):

$$\mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{B} + \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{B}}{n e} - \frac{\nabla P}{n e} + \frac{m_e}{n e^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \mathbf{j}, \quad (2.11)$$

где су укупна брзина јонско-електронске плазме \mathbf{V} , њена средња густина n^{10} и одговарајућа густина струје \mathbf{j} , дате у систему центра маса јона и електрона.

Сматрајући да је плазма хладна ($v_0 \gg v_{th}$) и разматрајући опсег учестаности $\omega \gtrsim \omega_{ci}$, члан са притиском и инерција електрона се тада могу занемарити у претходном изразу. Омов закон је у том случају сличан закону за идеалну плазму (МХД теорије) изузев додатног Холовог¹¹ члана ($\sim \mathbf{j} \times \mathbf{B}$) који је доминантан за учестаности $\omega \sim \omega_{ci}$, па из тог разлога мора бити задржан. Овај члан индукује решења у виду кружно поларизованих таласа, који су еквивалентни R и L модовима теорије вишекомпонентне флуидне плазме из претходних поглавља.

Релације дисперзија за R и L модове су тада (детално извођење је дато у Додатку):

$$R = 1 + \frac{\mu_0 c^2}{B_0} \left(\rho_f \frac{\xi^2 \omega_{ci}}{\omega_{ci} + \xi \omega} + \rho_s \frac{\omega_{ci}}{\omega_{ci} + \omega} \right), \quad (2.12)$$

$$L = 1 + \frac{\mu_0 c^2}{B_0} \left(\rho_f \frac{\xi^2 \omega_{ci}}{\omega_{ci} - \xi \omega} + \rho_s \frac{\omega_{ci}}{\omega_{ci} - \omega} \right), \quad (2.13)$$

или у здруженом облику као:

$$n^2 = 1 + a \left[1 + \eta \cdot \frac{\left(1 - \frac{v_0}{c} n\right)^2}{1 - b \frac{v_0}{c} n} \right], \quad (2.14)$$

$$a = \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}(\omega_{ci} \pm \omega)} = \frac{c^2}{v_A^2} \left(1 \pm \frac{\omega}{\omega_{ci}} \right)^{-1},$$

$$b = \frac{\pm \omega}{\omega_{ci} \pm \omega},$$

где је $\omega_{cif} = \omega_{cis} = \omega_{ci}$ циклотронска учестаност јона, а $\omega_{pis} = \omega_{pi}$ је учестаност електро-статичких осцилација јона у плазми која мирује. Једначине са горњим знаком описују R-мод, док оне са доњим описују L-мод. У опсегу учестаности много мањих од ω_{ci} , ова два кружно поларизована мода се стапају у Алфенов талас који је измењен услед кретања плазме. Стога, за услов $\omega \ll \omega_{ci}$, релација дисперзије из једначине (2.14) своди се на простији, приближан облик:

$$n^2 = 1 + \frac{c^2}{v_A^2} \left[1 + \eta \left(1 - \frac{v_0}{c} n \right)^2 \right], \quad (2.15)$$

¹⁰Не мешати са индексом преламања $n = k^2 c^2 / \omega^2$, који носи исту ознаку и појављује се у изразима за релацију дисперзије.

¹¹Edwin Herbert Hall (1855-1938), амерички физичар.

а након смене $n = k^2 c^2 / \omega^2$, релација постаје:

$$\frac{\omega^2}{k^2} \left(1 + \eta + \frac{v_A^2}{c^2} \right) - 2\eta v_0 \frac{\omega}{k} + \eta v_0^2 - v_A^2 = 0. \quad (2.16)$$

Ово представља исту релацију дисперзије као и у раду Vranjes (2015), а која је добијена овде у случају два флуида, док се од релације дисперзије добијене код Vranjes (2015) разликује само по томе што садржи члан v_A^2/c^2 , који је тамо занемарен у изразу за Амперов закон. Једначина за Омов закон дата у раду Vranjes (2015) овде је допуњена Холовим чланом, чиме је опсег учестаности на који се релација дисперзије може применити овде проширен тако да укључује и јонске циклотронске (електронске циклотронске учестаности и даље нису укључене једнокомпонентним флуидним моделом).

Решавањем једначине (2.14) уз смену $n = k^2 c^2 / \omega^2$, добија се зависност четвртог степена по учестаности $\omega(k)$, чија решења добијамо у аналитичком облику (видети Додатак) и еквивалентна су решењима за R и L-таласе из вишеккомпонентне флуидне теорије дате у претходним поглављима.

2.3 Интеракција у нелинеарном режиму

Када пертурбације побуђене ЕМ микронестабилностима нарасту до нелинеарних амплитуда, услед чега започињу да мењају сам ток плазме, једначине из претходног поглавља престају да важе. Како је показано у раду Веденова и сарадника, једино монохроматски, кружно поларизовани талас не подлеже значајнијој дисторзији, тј. устрмљавању које настаје услед појаве виших хармоничних учестаности при уласку у нелинеарну фазу раста (Vedenov et al. 1961). За такав талас очекујемо да остаје приближно монохроматски. Такође, очекујемо да сама промена тока плазме изазове нелинеарну промену амплитуде поља овог таласа. Подстакнути резултатима досадашњих кинетичких симулација, у овину овог поглавља ћемо изложити нелинеарни, временски стационарни, аналитички модел као механизам реформирања и простирања ударног таласа.

Нелинеарна структура која доводи до реформирања ударног таласа и при томе оставља карактеристичан отисак у области иза удара је нестаационарна и представља магнетоакустички солитон.¹² Ради налажења аналитичког решења које може приближно и квалитативно описати овај процес, користимо једнодимензионе, стационарне, флуидне једначине хладне плазме која се креће у правцу нормалном на усмерено и хомогено магнетно поље. Иако једначине важе за случај магнетног поља нормалног у односу на ток плазме, њихова употреба је оправдана и при моделовању интеракције два потпуно паралелна тока плазме (паралелна и у односу на линије силе магнетног поља). Као што ће бити показано у глави 3, чак и у сасвим паралелном случају, магнетно поље временом добија трансверзалну компоненту услед побуђивања и раста ЕМ нестабилности описаних у поглављу 2.2. За динамику ЕМ поља користимо Максвелове једначине које уједно представљају и спрегу између две плазме у судару. Бирамо да је почетно непроменљиво магнетно поље интензитета B_z усмерено дуж z -осе, а ток плазми брзина $\pm v_x$ у правцу x -осе.

Стационаран облик једначине континуитета, закона одржања импулса (2.1 и 2.2) и одржања енергије у случају хладне плазме, расписујемо слично као што је дато у раду Алсона и Аронса (Alsor & Arons 1988):

$$\begin{aligned}n_s v_{xs} &= n_{s0} v_{s0}, \\v_{sx} \frac{\partial v_{sx}}{\partial x} &= \frac{q_s}{m_s} (E_x + v_{sy} B_z), \\v_{sx} \frac{\partial v_{sy}}{\partial x} &= \frac{q_s}{m_s} (E_y - v_{sx} B_z), \\v_{sx} \frac{\partial \mathcal{E}_s}{\partial x} &= q_s (E_x v_{sx} + E_y v_{sy}),\end{aligned}$$

док су Максвелове једначине ЕМ поља дате као:

$$\begin{aligned}\frac{\partial B_z}{\partial x} &= -\mu_0 n_0 v_0 \sum_s q_s \frac{v_{sy}}{v_{sx}}, \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} &= \frac{1}{\epsilon_0} \sum_s q_s n_s, \\ \frac{\partial B_x}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial E_{y,z}}{\partial x} = 0,\end{aligned}$$

где индекс “ s ” означава појединачне плазмене флуиде јона или електрона, једног или дру-

¹²Нелинеарни магнетоакустички талас код кога нелинеарни ефекти потиру утицај дисперзије, па долази до настанка стабилне структуре.

гог плазменог тока, док индекс “0” означава непроменљиве почетне вредности; E_i и B_i су компоненте ЕМ поља; n_s , v_s и \mathcal{E}_s су редом, густина, брзина и енергија појединачних флуида (врста у плазми). У 1Д¹³ случају, промена густине може настати само дуж x -осе, па се једначина континуитета своди на упрошћени облик дат изнад. Како је магнетно поље усмерено и има само компоненту B_z , онда се поред поља E_x (које настаје услед раздвајања наелектрисања) може индуковати само још E_y као динамичко електрично поље¹⁴ (енг. *motional electric field*) услед кретања компоненте B_z у односу на плазму. Израз за трансверзалну струју:

$$J_y = \sum_s n_s q_s v_{ys} = n_0 v_0 \sum_s q_s \frac{v_{sy}}{v_{sx}},$$

добити је сменом израза за густину n_s из једначине континуитета.

Како бисмо једначине изразили у релативним јединицама, у следећем кораку нормирамо брзину флуида на v_0 , густину на n_0 , енергију на $\mathcal{E}_0 = mv_0^2/2$, магнетно поље на B_0 , електрично поље на $v_0 B_0$, а јединицу дужине нормирамо на жирорадијус јона $r_{gi} = m_i v_0 / q_i B_0$, док парцијални извод $\partial/\partial x$ постаје $\partial/\partial \lambda$, где је $\lambda = x/r_{gi}$ нова бездимензиона просторна координата. Претходне једначине нелинеарног модела тада добијају бездимензиони облик:

$$\eta_s u_{\lambda s} = 1, \quad (2.17)$$

$$u_{\lambda s} \frac{\partial u_{\lambda s}}{\partial \lambda} = q_s (e_{\lambda} + u_{\perp s} b), \quad (2.18)$$

$$u_{\lambda s} \frac{\partial u_{\perp s}}{\partial \lambda} = q_s (e_{\perp} - u_{\lambda s} b), \quad (2.19)$$

$$u_{\lambda s} \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \lambda} = e_{\lambda} u_{\lambda s} + e_{\perp} u_{\perp s}, \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial b}{\partial \lambda} = -M_A^2 \sum_s q_s \frac{u_{\perp s}}{u_{\lambda s}}, \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial e_{\lambda}}{\partial \lambda} = \frac{1}{\sigma} \sum_s q_s \eta_s, \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial b_{\lambda}}{\partial \lambda} = 0, \quad \frac{\partial e_{\perp}}{\partial \lambda} = 0, \quad (2.23)$$

где су нормиране густине, брзине и енергије флуида, електрично и магнетно поље изражени редом симболима: η_s , u_s , ε_s , e и b . Нова координата λ одговара координати дуж правца тока плазме, док симболом \perp означавамо компоненте вектора које су нормалне на вектор магнетног поља и ток плазме.¹⁵ Наелектрисање q_s у релативним једначинама модела има вредност -1 за електроне и 1 за протоне. Намагнетисаност јона је дефинисана као однос густина енергије магнетног поља и енергије усмереног снопа плазме $\sigma = B_0^2 / (\mu_0 \gamma_0 n_i m_i c^2) = v_A^2 / c^2$ где је γ_0 релативистички параметар, док је Алфен-Махов

¹³Ознака 1Д је за једнодимензиони, а 2Д за димензиони случај.

¹⁴Динамичко електрично поље настаје услед постојања релативног кретања магнетног поља у односу на ток плазме и представља Лоренцову трансформацију ЕМ поља при преласку из једног у други координатни систем. У општем случају, динамичко електрично поље дефинишемо као $\mathbf{E}_{\text{mot}} = -\mathbf{v}_B \times \mathbf{B}$ (индекс “mot” потиче од енгл. *motional*) где је \mathbf{v}_B вектор брзине кретања магнетног поља у посматраном систему референце.

¹⁵У овом случају λ одговара x -координати, а \perp одговара y -компонентама. Целокупно кретање плазме се одвија у $(x-y)$ равни нормалној на вектор магнетног поља које једино има компоненту дуж z -осе. Увођење овакве нотације је потребно, јер ће нове координате у случају квазипаралелног тока плазме представљати компоненте поља дуж (λ) тока плазме, у правцу ротирајућег вектора трансверзалног магнетног поља (без ознаке у индексу) и у правцу нормално на овај вектор и на ток плазме (\perp).

број дефинисан као $M_A = v_0/v_A$. С обзиром да плазму сматрамо хладном, једначина енергије (2.20) директно проистиче из једначина (2.18) и (2.19), па је даље нећемо користити. Гаусов закон за магнетно поље и Фарадејев закон (2.23) указују да се лонгитудинална компонента магнетног поља и трансверзалне компоненте електричног поља не мењају дуж правца кретања плазме.

Додатно поједностављење једначина постижемо уколико уведемо симетрију у систем, односно претпоставимо конфигурацију у којој магнетно поље мирује у центру система масе две јонско-електронске плазме које се крећу у супротним смеровима. С обзиром да је тада динамичко електрично поље $e_{\perp} = 0$, једначине (2.17)–(2.23) се знатно редукују и своде на следећи систем:

$$\eta_s u_{\lambda s} = 1, \quad (2.24)$$

$$u_{\lambda s} \frac{\partial u_{\lambda s}}{\partial \lambda} = q_s (e_{\lambda} + u_{\perp s} b), \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial u_{\perp s}}{\partial \lambda} = -q_s b, \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial b}{\partial \lambda} = -M_A^2 \sum_s q_s \frac{u_{\perp s}}{u_{\lambda s}}, \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial e_{\lambda}}{\partial \lambda} = \frac{1}{\sigma} \sum_s q_s \eta_s. \quad (2.28)$$

Лонгитудинално електрично поље e_{λ} , настаје услед раздвајања наелектрисања. Ово раздвајање може даље довести до појаве електростатичких осцилација у нестационарном случају. У стационарном моделу претпостављамо да занемаривање таквих осцилација неће довести до већих одступања од нестационарног решења. Дакле, сматрамо да је дејство поља e_{λ} довољно брзо, тако да лонгитудинално кретање електронског флуида увек прати лонгитудинално кретање јонског флуида и да претходно поменуите осцилације бивају брзо пригушене. То значи да услов $u_{\lambda i} = u_{\lambda e}$ мора бити увек испуњен. Када једначину (2.25) распишемо за јоне и електроне (где је $q_i = -q_e = 1$) добијамо:

$$u_{\lambda i} \frac{\partial u_{\lambda i}}{\partial \lambda} = e_{\lambda} + u_{\perp i} b, \quad (2.29)$$

$$u_{\lambda e} \frac{\partial u_{\lambda e}}{\partial \lambda} = -\frac{m_i}{m_e} (e_{\lambda} + u_{\perp e} b). \quad (2.30)$$

Из једначине (2.26) за јоне и електроне, добијамо да важи $u_{\perp e} = -\frac{m_i}{m_e} u_{\perp i}$, што значи да трансверзалној струји највише доприноси кретање електрона, док је кретање јона занемариво што је и показано у PIC симулацији нормалног удара за реалан однос маса протона и електрона (Guéroult et al. 2017). Сменом овог израза за $u_{\perp e}$ у једначини (2.30), затим изражавањем члана $u_{\perp i} b$ преко једначине (2.29) и убацивањем услова $u_{\lambda i} = u_{\lambda e} = u_{\lambda}$, добијамо решење за лонгитудинално електрично поље као:

$$\begin{aligned} u_{\lambda} \frac{\partial u_{\lambda}}{\partial \lambda} &= -\frac{m_i}{m_e} \left[e_{\lambda} - \frac{m_i}{m_e} \left(u_{\lambda} \frac{\partial u_{\lambda}}{\partial \lambda} - e_{\lambda} \right) \right], \\ e_{\lambda} &= \left(1 - \frac{m_e}{m_i} \right) u_{\lambda} \frac{\partial u_{\lambda}}{\partial \lambda}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

С обзиром да имамо два јонска и два електронска флуида, Амперов закон (2.27) за овај

симетричан случај биће дат изразом:

$$\frac{\partial b}{\partial \lambda} = -2M_A^2 \left(1 + \frac{m_i}{m_e}\right) \frac{u_{\perp i}}{u_{\lambda}}, \quad (2.32)$$

где фактор “2” настаје услед симетрије струја, јер се трансверзалне компоненте брзине два сударајућа флуида не поништавају, већ удвостручују трансверзалну струју. Ако у једначини (2.29) заменимо израз за електрично поље (2.31), а затим изразимо количник брзина преко једначине (2.32), добијамо једначину која повезује лонгитудиналну брзину флуида и трансверзално магнетно поље:

$$\begin{aligned} u_{\lambda} \frac{\partial u_{\lambda}}{\partial \lambda} &= \left(1 - \frac{m_e}{m_i}\right) u_{\lambda} \frac{\partial u_{\lambda}}{\partial \lambda} + u_{\perp i} b, \\ \frac{\partial u_{\lambda}}{\partial \lambda} &= \frac{m_i}{m_e} \cdot \frac{u_{\perp i}}{u_{\lambda}} b \approx -\frac{1}{2M_A^2} \cdot b \frac{\partial b}{\partial \lambda}, \\ &= -\frac{1}{4M_A^2} \cdot \frac{\partial b^2}{\partial \lambda}. \end{aligned}$$

Као решење ове једначине, добијамо зависност амплитуде магнетног поља од брзине u_{λ} :

$$b = \sqrt{b_0^2 + 4M_A^2(1 - |u_{\lambda}|)},$$

где b_0 налазимо као константу из почетних услова за $\lambda = 0$ и узимамо да је $b_0 = 1$. Дакле, уколико је позната лонгитудинална брзина тока плазме u_{λ} , решења симетричног система једначина добијамо као:

$$b = \sqrt{1 + 4M_A^2(1 - |u_{\lambda}|)}, \quad (2.33)$$

$$e_{\lambda} = \left(1 - \frac{m_e}{m_i}\right) u_{\lambda} \frac{\partial u_{\lambda}}{\partial \lambda}, \quad (2.34)$$

$$u_{\perp i} = -\int b d\lambda, \quad (2.35)$$

$$u_{\perp e} = -\frac{m_i}{m_e} u_{\perp i}. \quad (2.36)$$

Ове једначине решавамо итеративно, тако што у првом циклусу претпоставимо обично циклотронско кретање плазме са брзинама две јонско-електронске плазме $u_{\lambda 1} = \pm \cos(2\pi\lambda)$. Тада налазимо да је $b_1 = \sqrt{1 + 4M_A^2(1 - |\cos(2\pi\lambda)|)}$. У међукорак тражимо друго решење $u_{\lambda 2}$ претпостављајући нулто електрично поље и обично циклотронско кретање честица уз одржање кинетичке енергије:

$$\begin{aligned} u_{\lambda 2} \frac{\partial u_{\lambda 2}}{\partial \lambda} &= u_{\perp i}^{\text{ec}} b_1, \quad u_{\perp i}^{\text{ec}} = \sqrt{1 - u_{\lambda 1}^2} = \pm \sin(2\pi\lambda), \\ u_{\lambda 2}^2 &= 2 \int u_{\perp i}^{\text{ec}} b_1 d\lambda = -2 \int \sin(2\pi\lambda) \sqrt{1 + 4M_A^2(1 - |\cos(2\pi\lambda)|)} d\lambda + C_{u_{\lambda 2}}, \end{aligned}$$

где $u_{\perp i}^{\text{ec}}$ представља трансверзалну брзину у случају одржања кинетичке енергије (индекс “ec” је од енг. *energy conserving*). Интеграл решавамо аналитички, док константу $C_{u_{\lambda 2}}$ одређујемо на основу почетних услова. У другој итерацији користимо нађену брзину $u_{\lambda 2}$

и добијамо решења:

$$u_{\lambda 2} = \sqrt{1 + \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi M_A^2} \left\{ 1 - [1 + 4M_A^2(1 - |\cos(2\pi\lambda)|)]^{\frac{3}{2}} \right\}}, \quad (2.37)$$

$$b_2 = \sqrt{1 + 4M_A^2(1 - |u_{\lambda 2}|)}, \quad (2.38)$$

$$e_{\lambda 2} = \left(1 - \frac{m_e}{m_i}\right) u_{\lambda 2} \frac{\partial u_{\lambda 2}}{\partial \lambda}, \quad (2.39)$$

$$u_{\perp i 2} = - \int b_2 \, d\lambda, \quad (2.40)$$

$$u_{\perp e 2} = - \frac{m_i}{m_e} u_{\perp i 2}. \quad (2.41)$$

С обзиром да постоји електрично поље $e_{\lambda 2}$ за које је испуњен услов једнакости лонгитудиналних брзина флуида јона и електрона, мора постојати и раздвајање наелектрисања које узрокује такво поље. Стога, у другој итерацији допуштамо постојање различитих лонгитудиналних брзина, а самим тим и густина флуида, које доводе до раздвајања наелектрисања и индукције лонгитудиналног електричног поља. У последњем кораку, из Гаусовог закона (2.28) и једначине континуитета (2.24) добијамо стварну лонгитудиналну брзину електрона, претпостављајући да кретање јона услед њихове много веће инерције остаје неизмењено пертурбацијама у кретању флуида електрона:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_{\lambda 2}}{\partial \lambda} &= \frac{2}{\sigma} (\eta_{i2} - \eta_{e2}) = \frac{2}{\sigma} \left(\frac{1}{u_{\lambda 2}} - \frac{1}{u_{\lambda e2}} \right), \\ u_{\lambda e2} &= \frac{u_{\lambda 2}}{1 - \left(1 - \frac{m_e}{m_i}\right) \frac{\sigma}{4} \cdot u_{\lambda 2} \frac{\partial^2 u_{\lambda 2}^2}{\partial \lambda^2}}. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Када овако добијену лонгитудиналну брзину електрона (која се сада разликује од брзине јона), као на почетку, искористимо у једначини (2.30), а затим изразимо члан $u_{\perp i 2} b$ преко једначине (2.29) уз смену $u_{\perp e 2} = - \frac{m_i}{m_e} u_{\perp i 2}$, налазимо исправку решења за лонгитудинално електрично поље:

$$\begin{aligned} e_{\lambda 2 \text{corr}} &= e_{\lambda 2} + \Delta e_{\lambda 2}, \\ \Delta e_{\lambda 2} &= \frac{\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^2}{1 + \frac{m_e}{m_i}} \left(\frac{m_i}{m_e} u_{\lambda 2} \frac{\partial u_{\lambda 2}}{\partial \lambda} - u_{\lambda e2} \frac{\partial u_{\lambda e2}}{\partial \lambda} \right), \end{aligned} \quad (2.43)$$

где је $e_{\lambda 2 \text{corr}}$ решење за електрично поље које је исправљено итерацијом (индекс “corr” је од енг. *corrected*).

Како бисмо добили израз за трансверзалну брзину јона (и електрона) интеграл магнетног поља у једначини (2.40) решавамо приближно аналитички:

$$\begin{aligned} u_{\perp i 2} &= - \int \sqrt{1 + 4M_A^2(1 - |u_{\lambda 2}|)} \, d\lambda, \\ &= - \int \sqrt{1 + 4M_A^2 \left\{ 1 - \sqrt{1 + \frac{1}{6\pi M_A^2} \left(1 - [1 + 4M_A^2(1 - |\cos(2\pi\lambda)|)]^{\frac{3}{2}} \right)} \right\}} \, d\lambda. \end{aligned} \quad (2.44)$$

С обзиром да је овај интеграл веома сложен, примењујемо нови метод за добијање аналитичке апроксимације при решавању интеграла који је објашњен у раду Зековића са

сарадницима (Zeković et al. 2013). Предност овакве методе огледа се у томе да приближно решење интеграла буде облика подинтегралне функције, чиме истовремено постижемо природан облик решења за $u_{\perp i2}$ и његову једноставност ради могуће даље употребе. Прецизност оваквог метода зависи од тога колико се сама подинтегрална функција може упростити у неким граничним случајевима, како би постала лако интеграбилна и при томе задржала сва основна својства функције у оквиру неког домена.

Примењујући теорему о средњој вредности, интеграл на неком опсегу се може дефинисати као производ тог опсега и средње вредности подинтегралне функције у том опсегу:

$$(b - a) \overline{f(x)} = \int_a^b f(x) dx.$$

Такође, дефинишемо неко \overline{x} , тако да је $\overline{f(x)} = f(\overline{x})$. Када ово применимо на одређени облик интеграла (2.44) (на опсегу интеграције од 0 до λ) добијамо да је:

$$\begin{aligned} u_{\perp i2} &= \lambda \cdot \overline{f(\lambda)}, \\ \overline{f(\lambda)} &= -\sqrt{1 + 4M_A^2 \left\{ 1 - \sqrt{1 + \frac{1}{6\pi M_A^2} \left(1 - [1 + 4M_A^2(1 - |\cos(2\pi\lambda)|)]^{\frac{3}{2}} \right)} \right\}}. \end{aligned}$$

Најпре тражимо однос између $\overline{\lambda_l}$ и λ за сваки l -ти гранични случај интеграла (2.44), који се тада може довољно упростити да би интеграл израчунали аналитички и добили тражене односе. С обзиром да су добијени појединачни односи и даље сложени, уместо да у другом кораку вршимо геометријско усредњавање појединачних $\overline{\lambda_l}$ (Zeković et al 2013) овде користимо исту методу, с тим што усредњавамо саме односе, чиме коначно решење налазимо као:

$$u_{\perp i2} = \lambda \cdot \overline{f(\lambda)} = \lambda \left(\prod_{l=1}^n f(\overline{\lambda_l}) \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (2.45)$$

Дефинишемо два гранична случаја у интегралу (2.44), први када је $4M_A^2(1 - |\cos(2\pi\lambda)|) \ll 1$ и други, када је $4M_A^2(1 - |\cos(2\pi\lambda)|) \gg 1$. Као што ће бити показано, решење прве апроксимације добро описује $u_{\perp i2}$ за мале Алфен-Махове бројеве (као и мало λ у општем случају) док решење друге апроксимације добро описује $u_{\perp i2}$ за веће M_A . Како бисмо у коначном решењу задржали сва природна својства граничних решења, коначно решење налазимо као хибридно, сменом појединачних односа у једначину (2.45).

У првом случају ($4M_A^2(1 - |\cos(2\pi\lambda)|) \ll 1$) члан $[1 + 4M_A^2(1 - |\cos(2\pi\lambda)|)]^{\frac{3}{2}}$ развијамо у ред и добијамо:

$$\lambda \cdot \overline{f(\lambda)} \approx - \int_0^\lambda \sqrt{1 + 4M_A^2 \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{1 - |\cos(2\pi\lambda')|}{\pi}} \right\}} d\lambda'.$$

Како при нумеричком решавању за $M_A \gtrsim 10$ добијамо да је највећа могућа вредност¹⁶ $\lambda_{\max} \lesssim$

¹⁶Унутар опсега $\lambda \in \{-\lambda_{\max}, \lambda_{\max}\}$, где је λ_{\max} увек позитивно, решења (2.37)–(2.41) имају вредности у домену реалних бројева.

0.1, настављамо са развојем у ред:

$$\begin{aligned}
\lambda \cdot f(\bar{\lambda}_1) &\approx - \int_0^\lambda \sqrt{1 + 4M_A^2 \cdot \frac{1}{2} \frac{1 - |\cos(2\pi\lambda')|}{\pi}} d\lambda', \\
&\approx - \int_0^\lambda \left\{ 1 + \frac{M_A^2}{\pi} (1 - |\cos(2\pi\lambda')|) \right\} d\lambda', \\
&= -\lambda \left(1 + \frac{M_A^2}{\pi} \right) + \frac{M_A^2}{2\pi^2} \sin(2\pi\lambda).
\end{aligned} \tag{2.46}$$

У другом случају ($4M_A^2(1 - |\cos(2\pi\lambda)|) \gg 1$) занемаривањем одговарајућих јединица у 2.44 добијамо:

$$\lambda \cdot f(\bar{\lambda}_2) \approx - \int_0^\lambda \sqrt{4M_A^2 \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{4M_A}{3\pi} [1 - |\cos(2\pi\lambda')|]^{\frac{3}{2}}} \right\}} d\lambda'.$$

Како је за велике M_A вредност λ увек мала, односно $|\cos(2\pi\lambda')| \sim 1$, вршимо развој у ред косинусне функције и налазимо:

$$\begin{aligned}
\lambda \cdot f(\bar{\lambda}_2) &\approx -2M_A \int_0^\lambda \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{4M_A}{3\pi} \left[\frac{(2\pi\lambda')^2}{2} \right]^{\frac{3}{2}}}} d\lambda', \\
&\approx -2M_A \int_0^\lambda \sqrt{1 - \left\{ 1 - \frac{2M_A}{3\pi} \left[\frac{(2\pi\lambda')^2}{2} \right]^{\frac{3}{2}} \right\}} d\lambda', \\
&= -\text{sgn}(\lambda) 4\pi \sqrt{\frac{M_A^3 \sqrt{2}}{3}} \int_0^\lambda |\lambda'|^{\frac{3}{2}} d\lambda' \\
&= -\text{sgn}(\lambda) \frac{8\pi}{5} \sqrt{\frac{M_A^3 \sqrt{2}}{3}} |\lambda|^{\frac{5}{2}}.
\end{aligned} \tag{2.47}$$

Сменом (2.46) и (2.47) у (2.45), налазимо коначно решење облика

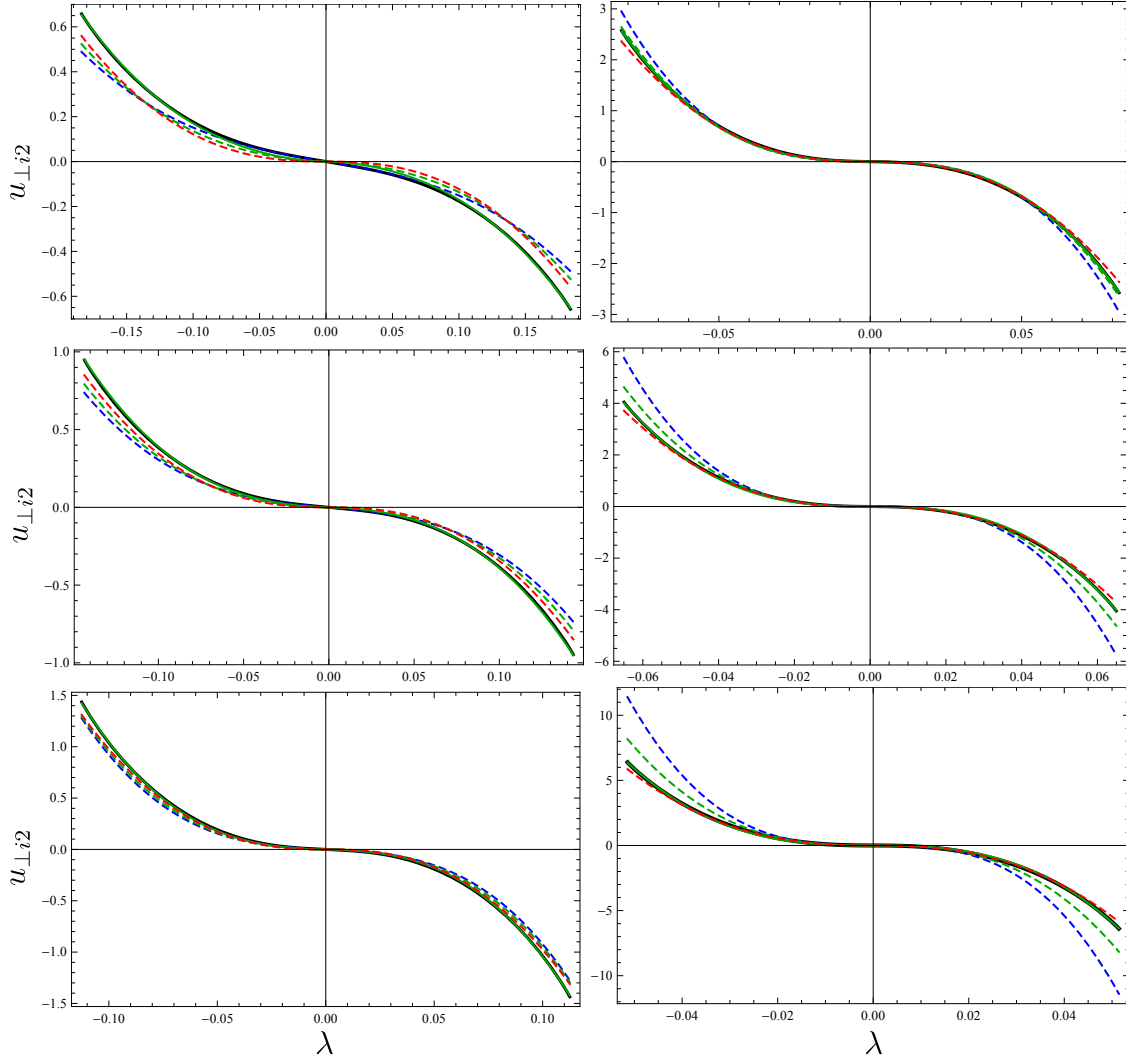
$$\begin{aligned}
u_{\perp i2} &= -\text{sgn}(\lambda) \cdot C_R(M_A) \cdot \\
&\cdot \sqrt{\left[-\lambda \left(1 + \frac{M_A^2}{\pi} \right) + \frac{M_A^2}{2\pi^2} \sin(2\pi\lambda) \right] \cdot \left[-\frac{8\pi}{5} \sqrt{\frac{M_A^3 \sqrt{2}}{3}} |\lambda|^{\frac{5}{2}} \right]},
\end{aligned} \tag{2.48}$$

где је параметар регуларизације¹⁷ $C_R = 1$ за нерегулисано решење. У случају регулисаног решења, добијамо експоненцијалну зависност $C_R \approx 0.51 \cdot e^{-M_A/51} + 0.78$.

На Слици 7 приказујемо решење (2.48) једначине (2.40) за трансверзалну брзину јонског флуида, заједно са појединачним решењима (2.46) и (2.47), као и са решењем добијеним нумеричком интеграцијом израза (2.44), датим за различите M_A . Решење за флуид електрона добијамо тривијално на основу релације (2.41). Емпиријски одређену зависност C_R од M_A приказујемо на Слици 8.

Одступање појединачних и коначног нерегулисаног решења од тачног нумеричког ре-

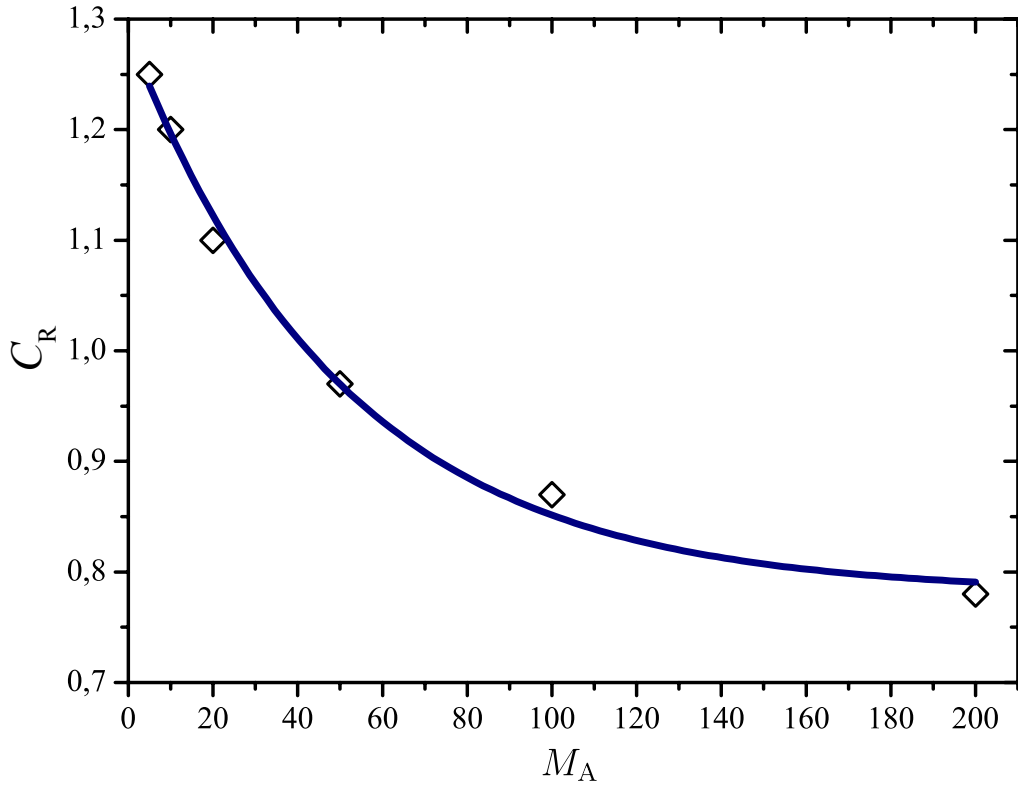
¹⁷Услед различитих опсега важења појединачних решења, коначно приближно аналитичко решење може одступати од нумерички добијеног тачног решења. Из тог разлога уводимо овај параметар, како бисмо регулацијом аналитичког решења повећали његову прецизност.



Слика 7: Решења трансверзалне брзине јонског флуида $u_{\perp i2}$ у пољу магнетоакустичког солитона: аналитичко решење (зелена линија; пуна – регулисано, испрекидана – нерегулисано), прво (црвена испрекидана линија) и друго (плава испрекидана линија) појединачно решење и нумерички добијено решење (црна линија) за Алфен-Махове бројеве: 5, 10, 20 (лева колона) и 50, 100, 200 (десна колона) редом одозго на доле.

шења, које се види на Слици 7, настаје као последица преклапања различитих опсега важења апроксимације. Регулацијом решења, постиже се најбоље слагање аналитичког решења (2.48) добијеног овим методом, са нумерички израчунатим решењем. Мања раздвајања регулисаног аналитичког и нумеричког решења могу се уочити у области мањих вредности λ када је $M_A < 10$.

Комплетна решења друге итерације (2.37)–(2.41), као и исправке (2.42) и (2.43) приказане су на Слици 9 за случај јаке намагнетисаности. Узајамном интеракцијом две јонско-електронске плазме (у симетричном судару) и ЕМ поља, настаје магнетоакустички солитон који доводи до периодичног настанка затворених петљи у кретању плазме. Налазимо да у случају јаке намагнетисаности постоје значајна одступања лонгитудиналног кретања електрона у односу на јоне. И поред овога, решење за електрично поље пертурбованог кретања електрона, веома мало одступа од решења где су кретања флуида јона и електрона сасвим корелисана. С обзиром да електростатичке осцилације настају са повећањем магнетног поља, можемо закључити да су у питању горње хибридне осцилације електрона на учестаностима $\sim \sqrt{\omega_{ce}^2 + \omega_{pe}^2}$, што у овом случају одговара скалама дужина $\sim 0.01\lambda$. На-



Слика 8: Зависност параметра регуларизације од Алфен-Маховог броја.

лазимо да највеће раздвајање наелектрисања настаје управо на овим скалама, у областима око спојева затворених петљи у фазном простору, где бележимо значајан скок електричног и магнетног поља (као и густине). Скок магнетног поља скоро линеарно зависи од M_A . У областима спојева петљи долази до скоковитих промена лонгитудиналне брзине електрона, што се у овом случају хладне плазме манифестује као нагли пораст динамичког притиска, који би у случају топле плазме одговарао скоку кинетичког притиска електрона посматраном у *PIC* симулацијама.

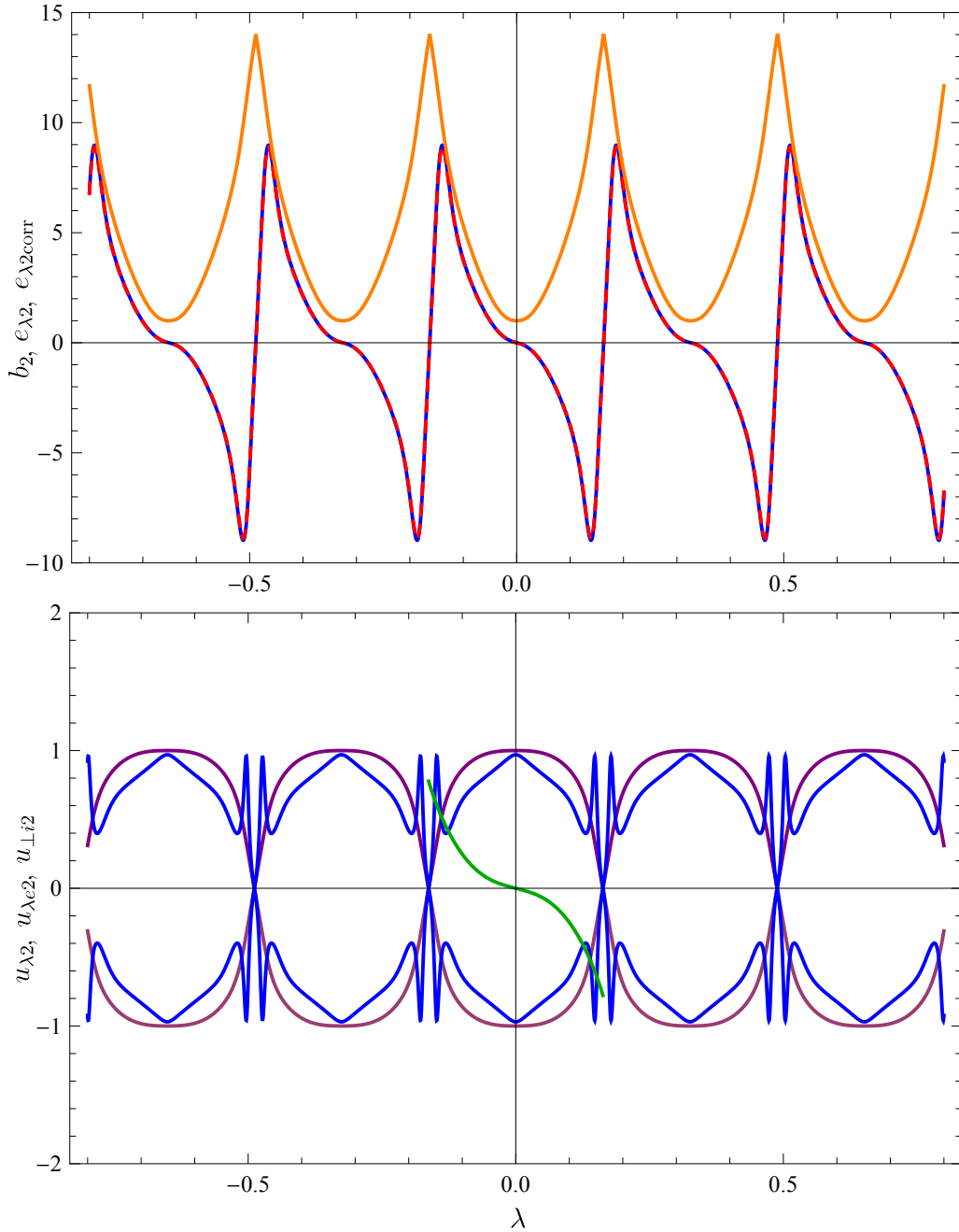
На Слици 10 приказана су својства нелинеарне солитонске структуре за случајеве са слабијом намагнетисаношћу јона $\sigma = 10^{-4}$ (када важи $u_{\lambda i} \approx u_{\lambda e}$) и различитим Алфен-Маховим бројевима. Из аналитичког модела налазимо да за $M_A \approx 2.25$ долази до потпуног заустављања и одбијања плазмених токова и настанка затворених петљи у фазном простору, док за мање M_A долази само до делимичног успоравања два тока. Такође, налазимо да се таласна дужина солитона скрађује са повећањем M_A , док се амплитуда магнетног поља увећава. Ове зависности добијамо аналитички из израза (2.37) и (2.38):

$$b_{\max} = \sqrt{1 + 4M_A^2}, \quad (2.49)$$

$$\lambda_{\text{soliton}} = \frac{1}{\pi} \arccos \left[1 + \frac{1 - (1 + 6\pi M_A^2)^{\frac{2}{3}}}{4M_A^2} \right]. \quad (2.50)$$

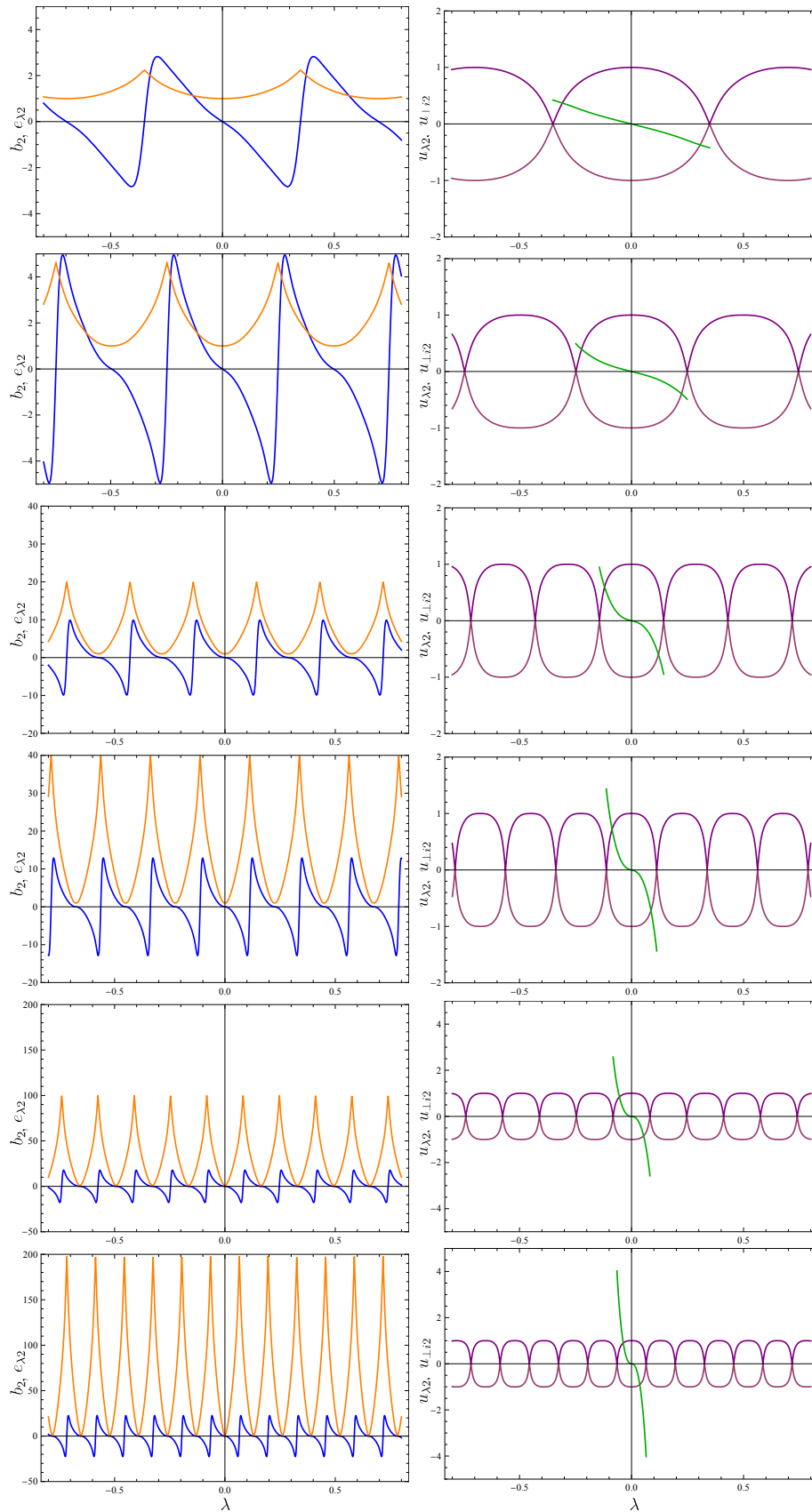
На Слици 11 приказујемо зависности максималног појачања магнетног поља b_{\max} и таласне дужине магнетоакустичког солитона λ_{soliton} од Алфен-Маховог броја. Као што се може се видети на графицима, појачање магнетног поља расте скоро сасвим линеарно са M_A , док скраћење таласне дужине солитона представља степени закон. Ова својства налазимо како код Белових нестабилности (Bell 2004) тако и код ЕМ микронестабилности (Zeković 2019) из поглавља 2.2.

Нелинеарна солитонска структура описана датим аналитичким решењем је веома слична



Слика 9: Решења магнетоакустичког солитона за намагнетисаност јона $\sigma = 0.01$, однос маса $m_i/m_e = 100$ и $M_A = 7$. На горњем графику су дати профили магнетног поља b_2 (жута линија), лонгитудиналног електричног поља $e_{\lambda 2}$ (плава линија) и исправљеног поља $e_{\lambda 2 \text{corr}}$ (испрекидана црвена линија). На доњем графику су дати лонгитудинални фазни простор јона $u_{\lambda 2}-\lambda$ (љубичаста линија) и електрона $u_{\lambda e 2}-\lambda$ (плава линија) као и трансверзални фазни простор јона $u_{\perp i 2}-\lambda$ (зелена линија).

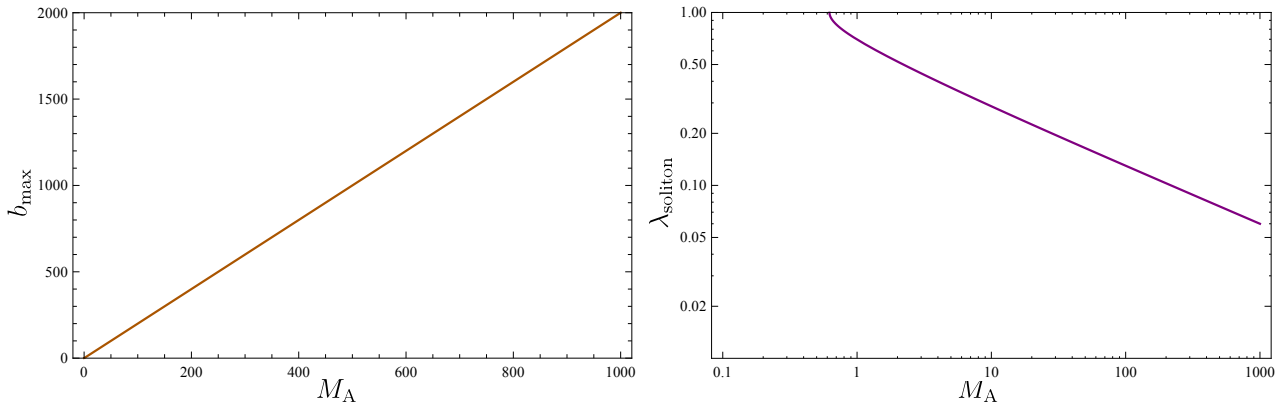
структури добијеној нумеричким решењавањем једначина у случају релативистичке плазме позитрона и електрона (Alsop & Arons 1988), што је и потврђено одговарајућом *PIC* симулацијом (Langdon et al. 1988). Такође, ЕМ поља нашег потпуно аналитичког модела су у складу са пољима и брзинама магнетоакустичке солитонске структуре (у области иза ударног таласа, енг. *downstream*) добијене први пут у *PIC* симулацији настанка нормалног ударног таласа у протонско-електронској плазми (Guergout et al. 2017). У том случају, нађено је да трансверзалној струји највише доприноси струја електрона (m_i/m_e пута више у односу на струју јона) што се сасвим слаже са струјом добијеном у оквиру овде изложеног



Слика 10: Решења солитона као на Слици 9, само за $\sigma = 10^{-4}$ и Алфен-Махове бројеве: 1, 2.25, 10, 20, 50 и 100, одозго на доле.

аналитичког модела.

У нестационарном случају, очекујемо да при судару два плазмена тока, амплитуда

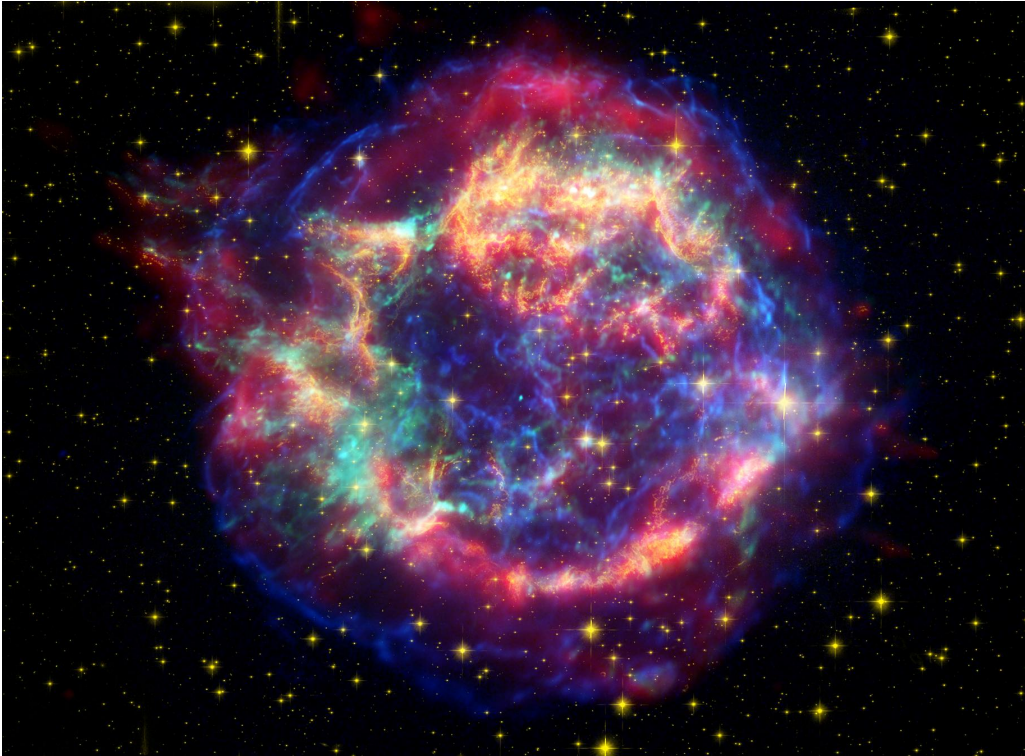


Слика 11: Зависности b_{\max} (лево) и λ_{soliton} (десно) од Алфен-Маховог броја. На x -оси је дат M_A , док су величине на y -координати изражене у јединицама појачања (леви график) и $\lambda = r_{gi}$ (десни график).

магнетног поља најпре нелинеарно расте са временом. Када амплитуда поља достигне вредност добијену из аналитичког модела, очекујемо да она прекида ток две плазме у судару, и доводи до настанка прве затворене петље оивичене са два максимума у профилу магнетног поља солитона. Ток плазме који се одбија од спољне ивице солитона, понаша се на исти начин и процес се периодично понавља, стварајући карактеристичну нелинеарну структуру. Из претходног можемо закључити да нелинеарна интеракција која као последицу има настанак магнетоакустичког солитона, заправо представља механизам који доводи до периодичног реформирања ударног таласа. Како овај механизам заиста функционише у нестационарном случају топле плазме, и колико се солитонска структура тада разликује од структуре стационарног решења, изложено је у наредном поглављу.

3 Ударни таласи у космичкој плазми

Неизоставно својство високоенергетских догађаја у Космосу, као што су експлозије супернових (и њихови остаци), млазеви релативистичких честица у околини супермасивних црних рупа активних галактичких језгара, пулсарске маглине, судари галаксија, итд. – јесте интеракција са околном средином, која се манифестује у виду ударних таласа. Наведени догађаји, најпростије речено, изазивају кретања плазме брзином већом од брзине звука или Алфенове брзине карактеристичне за ту средину, што као последицу има настанак ударног таласа. Због релативно високе енергије коју експлозије супернових типа *Ia* ослободе ($\sim 10^{51}$ ergs)¹⁸ ови објекти су посматрани у читавом опсегу таласних дужина ЕМ зрачења.



Слика 12: Композитна Слика остатка супернове *Cassiopeia A*, снимљена инструментима: *Spitzer Space Telescope* (у инфрацрвеном спектру, црвена боја), *Hubble Space Telescope* (у видљивом спектру, жута боја) и *Chandra X-ray Observatory* (у X-спектру, плава и зелена боја). (Извор: NASA/JPL-Caltech/STScI/CXC/SAO, <https://www.jpl.nasa.gov/>).

Зрачење у различитим подручјима учестаности (радио, инфрацрвени, видљиви, X, γ) настаје као последица различитих природних процеса покренутих експлозијом, па стога супернове и њихови остаци представљају својеврсне астрофизичке лабораторије за изучавање физичких процеса на високим енергијама. На Слици 12 приказана је сва сложеност структуре једног остатка експлозије супернове. Оваква сложена морфологија последица је настанка хидродинамичких нестабилности (највише Рејли-Тејлорове) као и нехомогене међузвездане средине кроз коју удар пролази (Kostić 2019). Велики део енергије удара (око 10-15 %, Sironi & Spitkovsky 2011, Crumley et al. 2019) се кроз разне механизме неадијабатског загревања и убрзавања, предаје честицама које постају супратермалне¹⁹ или нетермалне (космички зраци). Када удео нетермалних честица постане значајан, оне по-

¹⁸Јединица енергије 1 erg = 10^{-7} J.

¹⁹Супратермалним честицама називамо оне честице које услед загревања (предубрзавања) имају неколико пута већу енергију од термалне.

чињу да мењају термодинамичке параметре (нпр. ефективни адијабатски индекс) плазме испред удара (Pavlović et al. 2018) и на тај начин модификују сам спектар честица и утичу на даљу еволуцију ударног таласа. Са друге стране, процеси који се одигравају на скалама реда величине плазмених параметара (жирорадијус, инерцијална дужина честице²⁰) одређују микроструктуру ударног таласа, која директно утиче на предубрзавање и уплив честица у процес дифузног убрзавања на ударном таласу.

Како би разлучили фину структуру удара и разумели како и у коликој мери она утиче на убрзавање честица и нелинеарну модификацију удара, користимо кинетичке симулације. Овај тип симулација своди се на нумеричко решавање нелинеарних диференцијалних једначина кретања наелектрисања у ЕМ пољу. Симулациона кутија (или домен) је представљен мрежом ћелија унутар којих се у једном кораку, на основу акумулираних струја и густина наелектрисања, израчунавају електрично и магнетно поље употребом Максвелових једначина. У следећем кораку се на основу добијеног ЕМ поља на мрежи, рачуна Лоренцова сила која делује на појединачна наелектрисања. Иако се због ограничења рачунарских ресурса користе суперчестице²¹, однос $Q_{i,e}/M_{i,e}$ остаје непромењен, па тиме и сама динамика кретања остаје иста као у случају обичних честица. Значајно убрзање кинетичке симулације се постиже уколико се само јони третирају као појединачне честице, а електрони као безмасени наелектрисани флуид, у ком случају се симулација назива хибридном (Gargate et al. 2007). Убрзање симулације је тада значајно с обзиром да је временски корак одређен на основу инерцијалне дужине јона (уместо електрона), што у пракси значи m_i/m_e пута бржа симулација. Последица тога је да се за електроне мора претпоставити једначина стања²² што уноси одређену грешку. Међутим, највећи недостатак хибридног метода представља губитак сваке информације о неадијабатском загревању и убрзавању електрона. Управо у томе се огледа потреба за потпуно кинетичким симулацијама (где су и јони и електрони честице) које дају најтачније решење задатог физичког проблема.

Из тог разлога, у дисертацији је коришћен потпуно кинетички и релативистички *PIC* (енг. *particle-in-cell*) код *TRISTAN-MP* (Spitkovsky 2005) како бисмо објаснили на који начин интеракција две плазме у судару, доводи до настанка квазипаралелног ударног таласа. Применом *PIC* симулација изучавамо процес настанка и даљег простирања ударног таласа. На тај начин, обухваћена је и линеарна фаза побуђивања резонантних микроне-стабилности описаних у поглављу 2.2, као и фаза заустављања тока плазме и формирања нелинеарне солитонске структуре из поглавља 2.3, која даље доводи до периодичног саморестабилног ударног таласа. Објашњено је како механизам дисипације енергије код суперкритичних ($M_A \gtrsim 2$) ударних таласа (који се манифестује у виду снопа одбијених честица) доводи до побуђивања истог типа нестабилности у региону испред удара, које тада преузимају даљи процес реформирања.

3.1 Настанак и реформирање квазинормалних удара

Током експлозије супернове, одбачени звездани материјал (енг. *ejecta*) се раздувава даље од центра експлозије и у почетку се слободно простире кроз околну средину. Услед много веће густине, а тиме и компримованог магнетног поља, одбачени материјал се понаша као потенцијална баријера од које се одбијају честице околне средине на које наиђе. У 1Д и 2Д *PIC* симулацијама, унутар симулационе кутије иницирамо снап плазме (од

²⁰Позната на енгл. као *plasma skin depth* $d_{i,e} = c/\omega_{pi,e}$, односно дужина након које ЕМ талас бива значајно апсорбован у плазми.

²¹Честице много веће масе од реалних, нпр. једна суперчестица може имати масу $M_{i,e} \sim 10^5 m_{i,e}$, али и исто толико пута веће наелектрисање $Q_{i,e} \sim 10^5 q_{i,e}$ у односу на обичну честицу.

²²Најчешће се узима адијабатска зависност притиска од густине $P_e \sim n_e^{\gamma_a}$, где је γ_a адијабатски индекс.

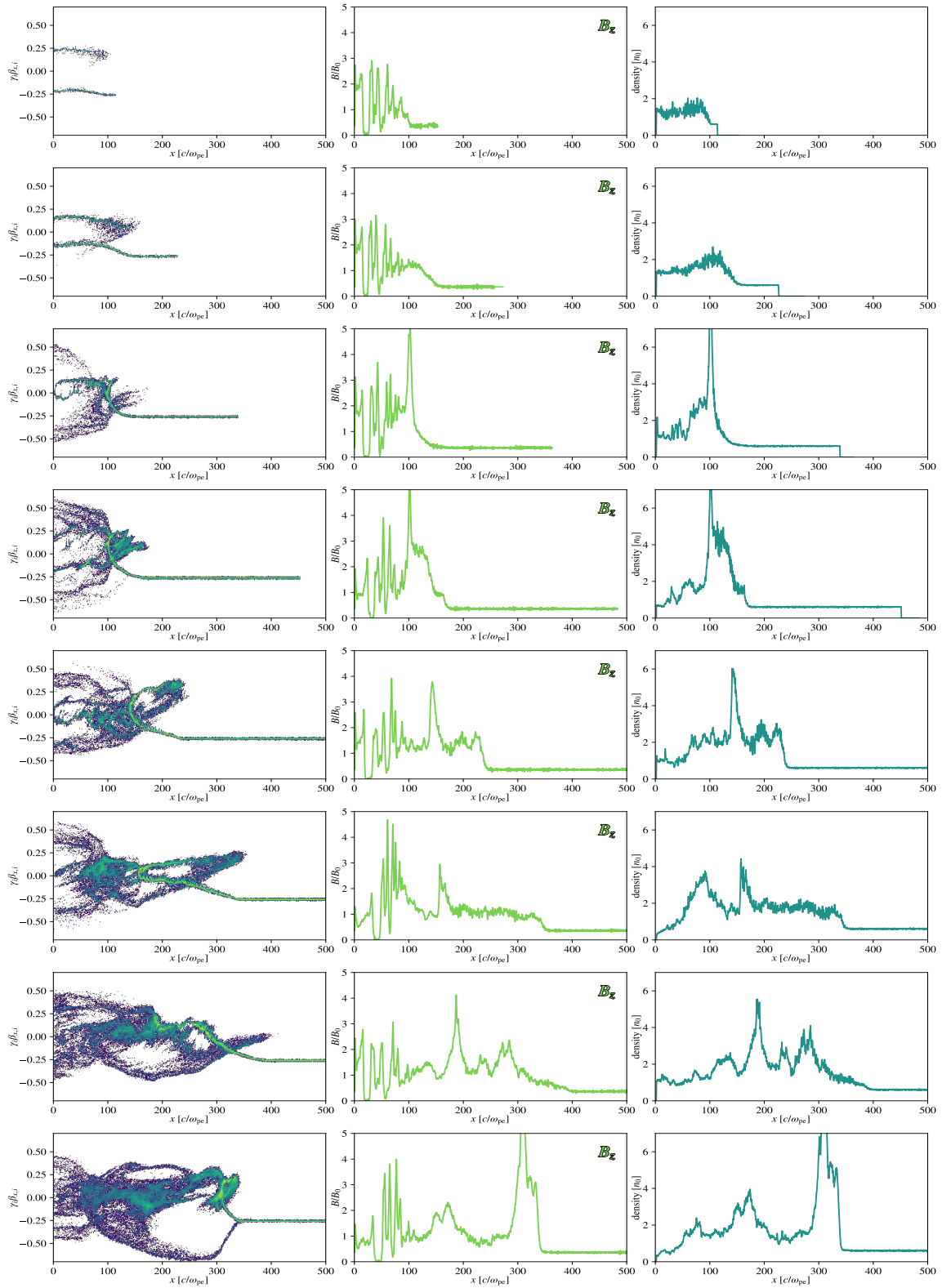
десне ивице кутије) који се креће на лево, а затим одбија од левог зида (баријере бесконачне проводности, која симулира одбачени звездани материјал) и судара са надолазећим снопом (Spitkovsky 2005 & 2008, Caprioli & Spitkovsky 2014). У области где се два снопа плазме сударају, настају нестабилности које чине плазму турбулентном и доводе до настанка удара. Систем референце симулационе кутије одговара систему референце области иза удара (*downstream*). Симулационa кутија може бити непроменљиве величине, али како би се симулација убрзала, уводи се кутија променљиве дужине (у правцу кретања тока плазме) док ширина остаје непроменљива. У почетку, дефинише се да дужина кутија буде веома мала и да њен леви зид мирује, док се десни зид удаљава константном брзином дуж x -осе, заједно са тачком из које иницирамо снап плазме²³.

Најпре ћемо дати опис настанка и простирања квазинормалних ударних таласа, с обзиром да они имају најјаснију структуру и најједноставније их је описати теоријски. Овакви удари настају услед ЕМ интеракције два сударајућа снопа плазме чији је правац кретања под углом $> 45^\circ$ у односу на позадинско магнетно поље. С обзиром да је најлакше објаснити потпуно нормалан случај $\theta = 90^\circ$, у овом поглављу ће бити представљен механизам настанка и реформирања таквог удара. Теоријски резултати из поглавља 2.3 ће бити примењени на 1Д и 2Д симулације ударног таласа који се креће у правцу сасвим нормалном у односу на B_0 . За оба случаја, 1Д и 2Д PIC симулације, дефинишемо следеће параметре: намагнетисаност јона је $\sigma = 0.0001$; магнетно поље интензитета B_0 је оријентисано дуж z -осе, а кретање плазме дуж x -осе; $u_0 = 0.25 c$ је брзина снопа у систему референце симулационе кутије; $M_A = 33$ је Алфен-Махов број (у лабораторијском систему референце); $M_S \approx \sqrt{\frac{5}{3} \frac{k(T_e + T_i)}{m_i}} = 33$ је звучни Махов број, где су $T_e \approx T_i$ температуре електрона и јона “узводне” (*upstream*) плазме далеко испред удара. Једну инерцијалну дужину електрона $d_e = c/\omega_{pe}$ разлучујемо са $N_{de} = 10$ ћелија. У 1Д случају, сваку ћелију у почетку попуњавамо са 150 јона и 150 електрона (укупан број честица по ћелији је $N_{ppc} = 300$) док у 2Д случају користимо $N_{ppc} = 32$, али за ширину домена узимамо да је 1024 ћелије. У оба случаја је однос маса дефинисан као $m_i/m_e = 100$.

На Слици 13 представљена је интеракција два снопа плазме која доводи до настанка ударног таласа и његовог реформирања у 1Д случају. Најпре долази до настанка нестабилности два снопа (описана у поглављу 2.2) јер она има највећу стопу раста и побуђује електростатичке таласе на скалама горње хибридне учестаности²⁴. Када ови таласи постану нелинеарни, они изазивају фрагментацију плазме, која се види као периодично вртложење (дуж x -осе) у фазном простору честица. Електрони се при том сасвим одбијају, док јони само делимично успоравају (видети Сliku 14). Успоравање плазме, на скалама хибридне плазмене осцилације електрона, настаје упоредо са почетком успоравања тока плазме на скалама жирорадијуса јона. С обзиром да је магнетно поље сасвим нормално на правац кретања, одбијени јони улазе у орбиту око линија силе магнетног поља, па овај ефекат, заједно са нелинеарном електростатичком нестабилношћу, доприноси успоравању одбијеног снопа плазме. Настаје трансверзална компонента струје J_y која индукује пораст трансверзалног магнетног поља B_z , према изразу 2.21. Истовремено, као што очекујемо из теорије (дате у поглављу 2.3) долази до раздвајања неелектрисања, па се индукује снажно лонгитудинално електрично поље E_x које изазива $\mathbf{E} \times \mathbf{V}$ дрефт електрона у негативном смеру y -осе. Овај дрефт бива потиснут градијентним $\nabla B \times \mathbf{V}$ дрефтом дуж y -осе. Пораст поља B_z изазива даље успоравање плазме и пораст струје J_y , све док се ток потпуно не заустави и не одбије од баријере, стварајући тако прву затворену петљу солитона

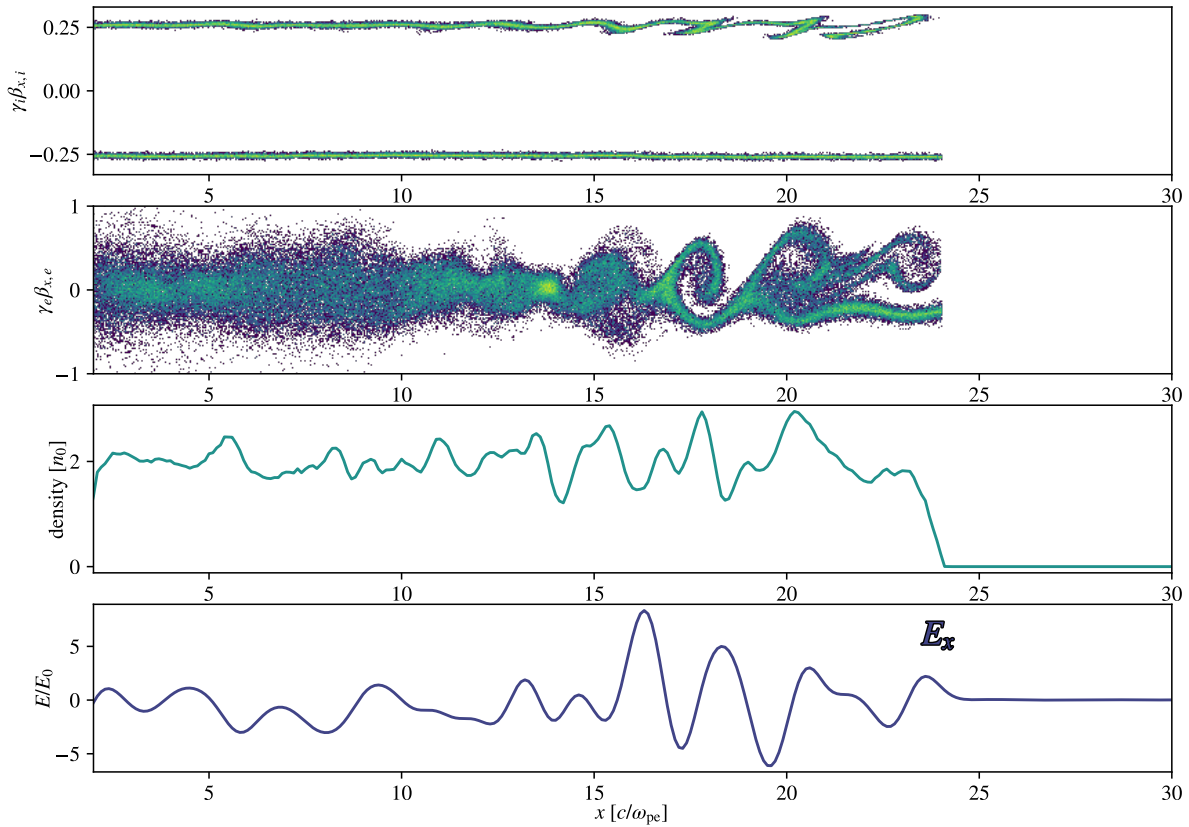
²³Сноп плазме извире из ове тачке и креће се ка левом зиду симулационе кутије, док се сама тачка помера на десно заједно са десним зидом кутије.

²⁴Ове осцилације електрона су последица дејства електричног и магнетног поља, па је резултујућа учестаност $\sim \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2}$.



Слика 13: Лонгитудинални p_x – x фазни простор јона (дат као $\gamma_i\beta_{x,i} = p_{xi}/m_i c$), профил трансверзалне компоненте магнетног поља B_z и профил густине (енг. *density*), приказани током првих фаза настанка 1Д нормалног ударног таласа у временском периоду $t = 450 - 3600 \omega_{pe}^{-1} = 0.45 - 3.6 \omega_{ci}^{-1}$. На хоризонталној оси, x -координате су дате у јединицама инерцијалне дужине електрона c/ω_{pe} .

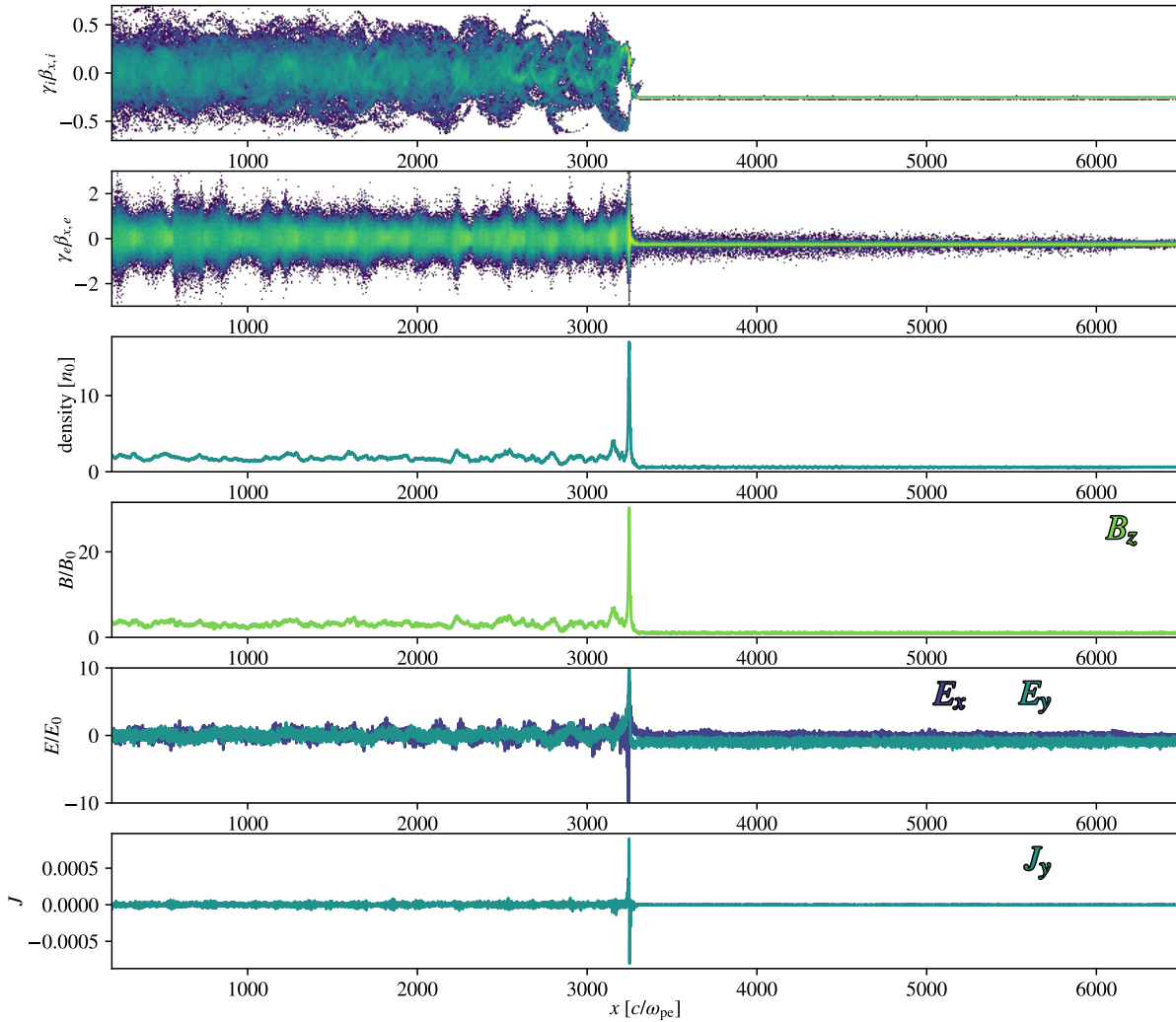
оивичену зидом симулационе кутије са леве стране и новонасталном баријером са десне стране. Новонастала баријера истовремено успорава ток плазме који надолazi са друге



Слика 14: Графици, редом одозго на доле: p_x — x фазни простор јона и електрона, профили густине (енг. *density*) и лонгитудиналног електричног поља E_x израженог у јединицама динамичког електричног поља $E_0 = u_0 B_0$. Графици су дати за тренутак $t \sim 90 \omega_{pe}^{-1}$ у почетној фази настанка ударног таласа у 2Д симулацији.

стране, из “узводне” области, све док га потпуно не заустави, а потом и одбије. Процес се даље циклично понавља, а свака нова ударна баријера се периодично реформира на растојању $\sim r_{gi}$ испред текуће ударне баријере. Овим механизмом се ударни талас простире у правцу x -осе, остављајући иза себе магнетоакустички солитон, чија се структура јасно види у профилима густине и магнетног поља у области иза удара.

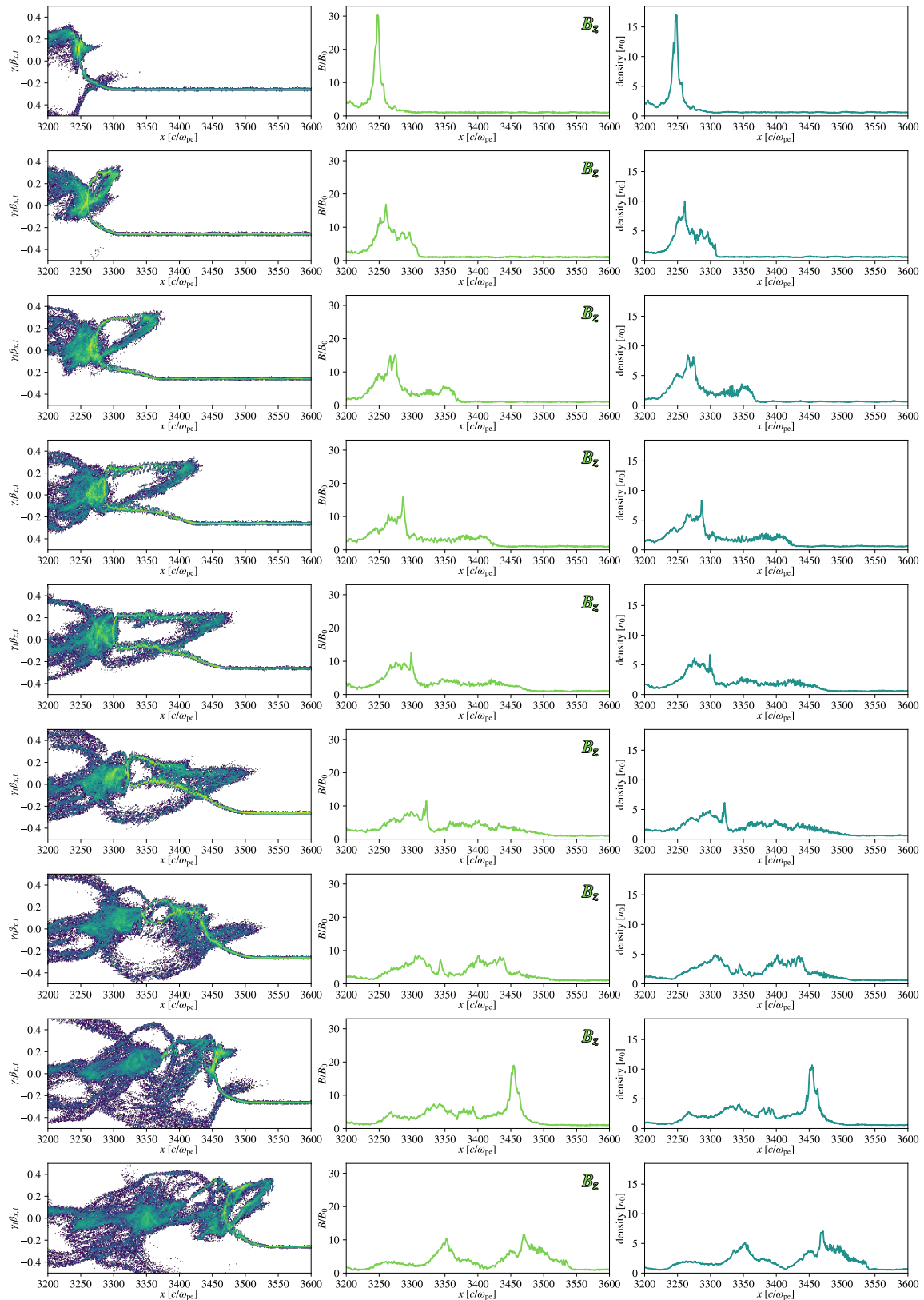
У каснијој фази еволуције приказаној на Слици 15, види се да јони неко време наставаљају са цикличним кретањем и у области даље иза удара, док се сасвим не термализују. Снажан пребачај (енг. *overshoot*) настаје на самом удару, када се јавља скок густине и магнетног поља ~ 30 (пропорционално M_A). Како у области пребачаја, тако и даље иза удара промена магнетног поља је сасвим корелисана са променом густине. Услед раздвајања наелектрисања, у области пребачаја бележимо позитиван скок (мањак електрона) лонгитудиналног електричног поља E_x мало испред положаја максимума B_z и негативан скок (вишак електрона) мало иза овог максимума. Такође, промена трансверзалне струје J_y , корелисана је са овом променом E_x . Упоредивши ове резултате са моделом нелинеарног солитона описаног у поглављу 2.3, видимо да теорија заиста даје веома сличне профиле електричног, магнетног поља и густине унутар петље солитона, као што је то случај и у PIC симулацијама. Како је разматрано код Гедалина (Gedalin 1996) у области неколико жирорадијуса иза удара, јони који су у почетку били груписани у сноп, полако почињу да се расејавају услед нелинеарне зависности жиро-фаза јона од њихових позиција и почетних брзина (термалних + компоненте брзине тока). Тада долази до дисперзије у фазном простору брзина, што се види као постепено попуњавање целог фазног простора са удаљавањем од удара и може се сматрати термализацијом плазме иза удара.



Слика 15: Графици, редом одозго на доле: p_x – x фазни простор јона и електрона, профил густине (енг. *density*), профили B_z , E_x , E_y и J_y , приказани у каснијој фази $t = 27900 \omega_{pe}^{-1}$, када је удар већ формиран.

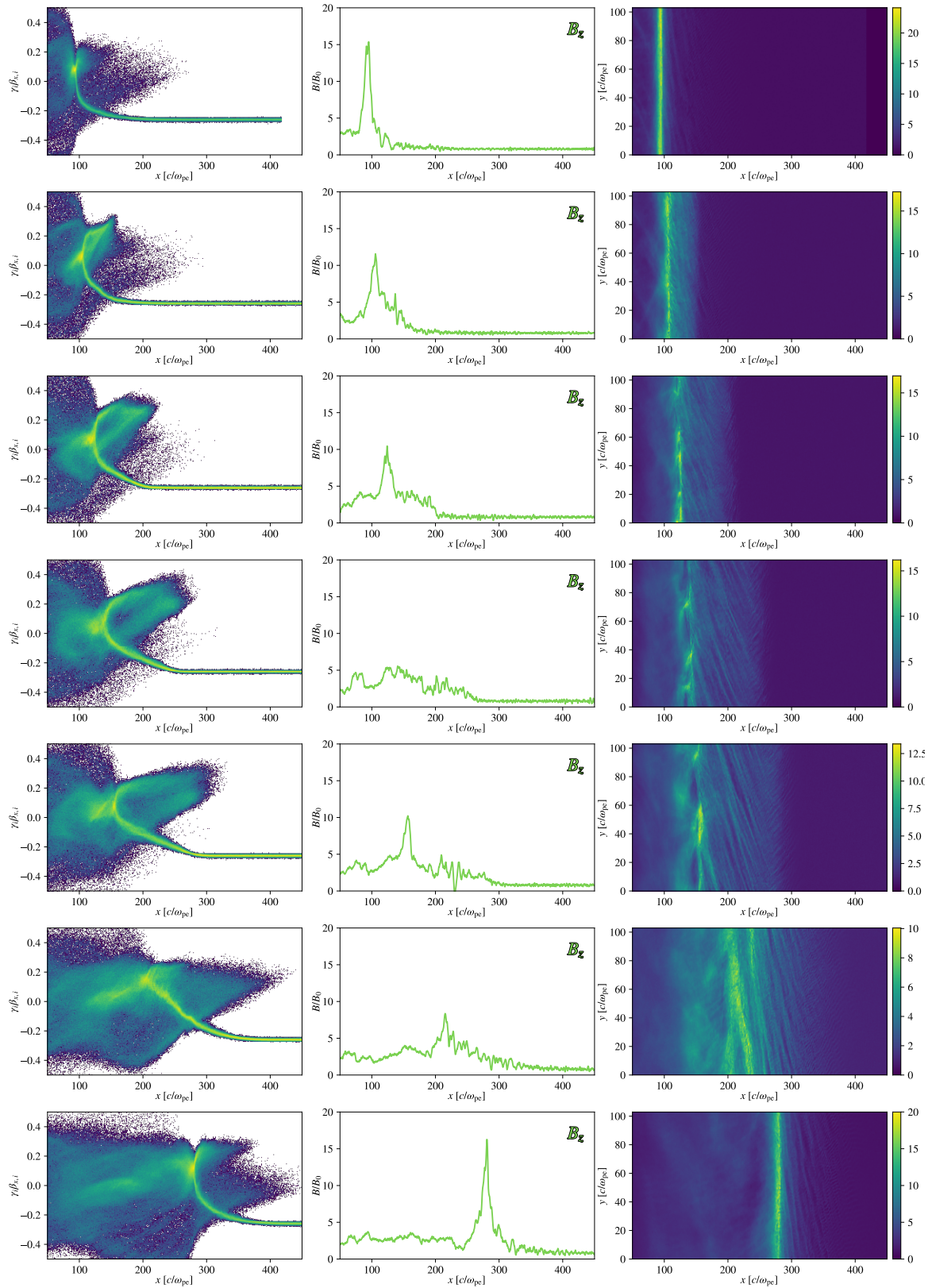
На Сликама 16 и 17 дат је детаљан приказ једног циклуса реформирања ударног таласа у већој временској резолуцији, за случај 1Д и 2Д симулације. Услед постојања расејања честица и у трансверзалном правцу у 2Д симулацији, може се уочити да честице веома брзо попуњавају фазни простор брзина, за разлику од 1Д случаја где плазма дуже времена наставља са кохерентним цикличним кретањем иза удара. Услед стабилнијег снопа плазме, трансверзална струја је израженија у 1Д него у 2Д случају, па карактеристична солитонска структура дуже остаје одржана. У 2Д случају се види фина влакнаста структура испред (десно од) ударне баријере, која настаје као последица електростатичке нестабилности два сударајућа снопа плазме. Побуђени таласи у нелинеарном режиму изазивају филаментацију плазме. Услед успоравања и цикличног кретања, на Слици 17 се види да долази до промене нагиба ових таласа чији таласни вектор тежи да постане паралелан правцу кретања удара.²⁵ Ови филаменти одговарају слабијем периодичном успоравању плазме, које је евидентно у фазном простору 1Д симулације са Сlike 16. Дејство електростатичких таласа је у почетку слабије, док са временом њихова амплитуда расте, а таласи све више утичу на периодично успоравање у области где се надолazeћи и одбијени ток плазме сударају.

²⁵Филаменти се при томе поравнавају са y -осом и долази до њиховог згушњавања и набијања приликом процеса реформирања.



Слика 16: Низ графика као на Слици 13, којима је детаљно приказана једна петља реформирања 1Д нормалног ударног таласа и придружени солитон, током касније фазе еволуције у периоду $t = 27.9 - 29.7 \omega_{ci}^{-1}$ са коракм $\Delta t \approx 0.2 \omega_{ci}^{-1}$.

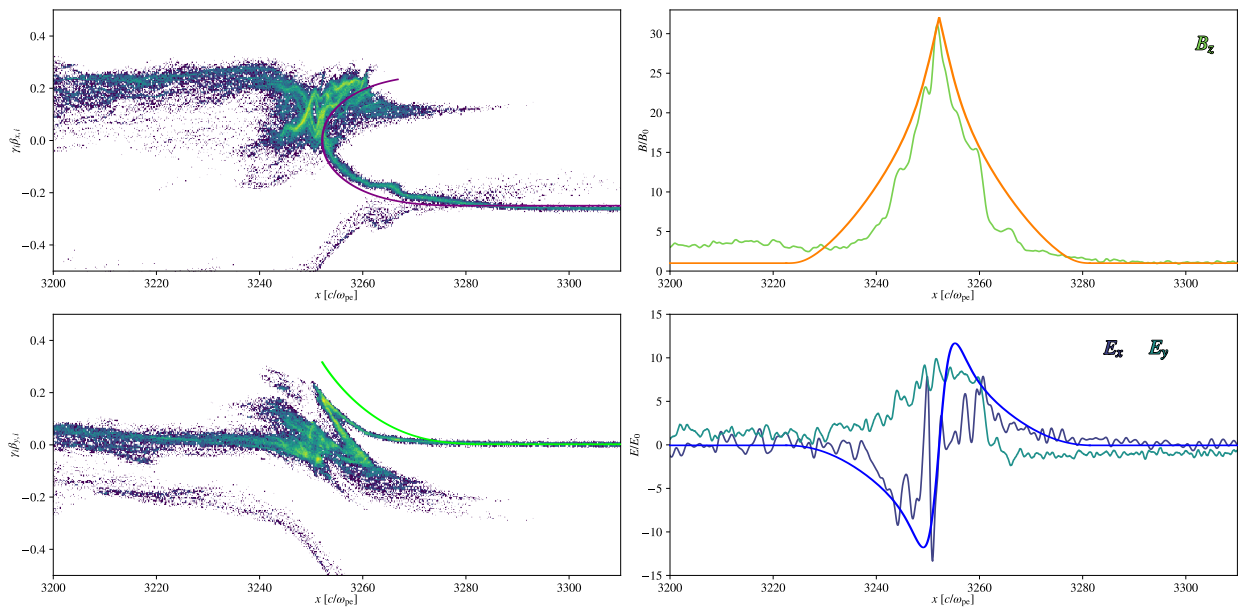
За разлику од аналитичке апроксимације која даје тачно решење за стационарну солитонску структуру даље у области иза удара, сам настанак солитона представља један потпуно нестационаран процес. У оба случаја (1Д и 2Д) добијамо да ток плазме најпре



Слика 17: Исто као на Слици 16, само за 2Д симулацију током другог циклуса реформи-рања нормалног ударног таласа у периоду $t = 2.1 - 3.5 \omega_{ci}^{-1}$.

успорава и ствара потенцијалну баријеру од које се одбија. Сама баријера није стацио-нарна у систему референце симулационе кутије, већ се креће (мањом брзином) у смеру

одбијене плазме, на шта указује и појачано динамичко електрично поље²⁶ E_y (Слика 15). Надолazeћа плазма успорава са растом магнетног поља непосредно испред баријере и при томе долази до преноса импулса са овог тока на саму ударну баријеру. Збирни ефекат је такав да делује да се ток који надолazi брзином $-u_0$ еластично одбија од баријере и потом креће брзином u_0 ка “узводној” области. Петља снопа плазме се не затвара у једној тачки, већ долази до истовременог заустављања плазме у широј области. Према томе, новонастала баријера изненадно (на скали плазмених осцилација) настаје на спољној (десној) ивици ове зауставне области, што се јасно види у 1Д случају. Услед јаке дисперзије у фазном простору у 2Д случају, која је изазвана додатним трансверзалним расејањем (због постојања друге димензије) делује да нова ударна баријера одједном настаје на растојању $\sim r_{gi}$ испред тренутне баријере. Иако са увећањем димензионалности симулације дају реалнију Сliku, 1Д симулација ипак много јасније описује физичке процесе који доводе до (ре)формирања ударног таласа.



Слика 18: Графици, редом одозго на доле: p_x-x и p_y-x фазни простор јона (лева колона) и профили B_z , E_x и E_y (десна колона) у 1Д симулацији. Поља добијена из аналитичког модела, приказана су дебљим линијама исцртаним преко резултата симулације.

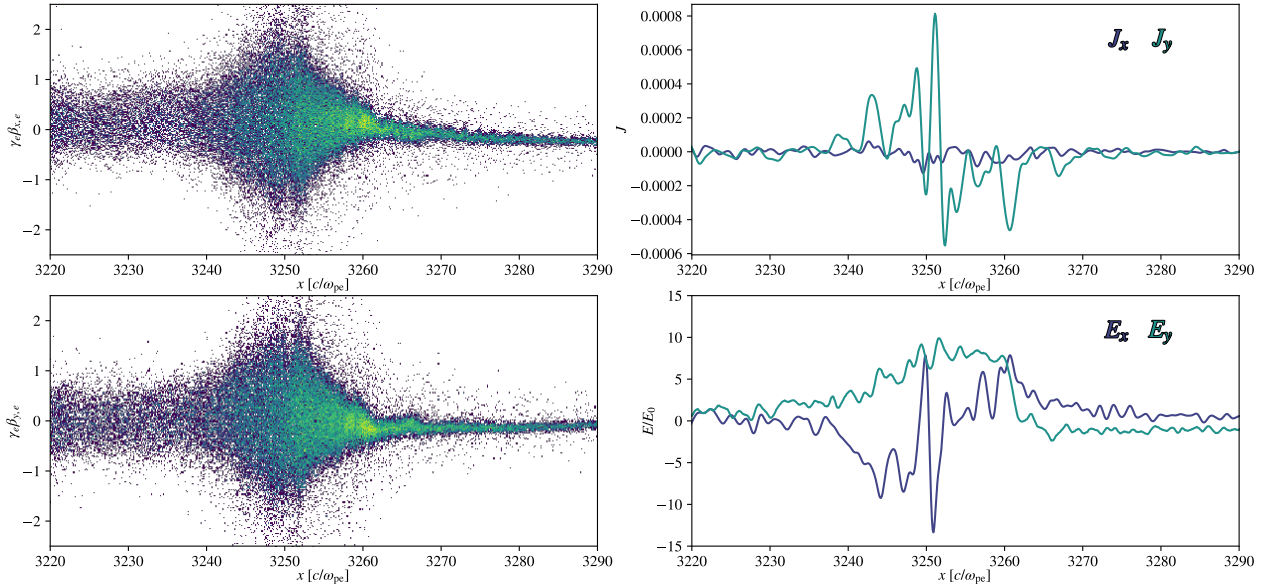
Упоређивањем модела магнетоакустичког солитона из поглавља 2.3 са 1Д *PIC* симулацијом, налазимо да постоји слагање, а добијене резултате приказујемо на Сlici 18. У симулацији је позадинско магнетно поље везано за надолazeћи “узводни” ток плазме. Из тог разлога у прорачун поља солитона улази само један ток плазме (јер други мирује у односу на магнетно поље) што као последицу има два пута мање вредности поља за исти M_A . Како је процес реформирања нестационаран, аналитички модел примењујемо у тренутку настанка једног максимума солитона (реформiranог удара) пре него што одступање постане значајно. Као што је претходно напоменуто, одступање настаје услед кретања самог солитона и дисперзије у фазном простору, што као последицу има значајну модификацију петље и настанак целе области реконекције (уместо једне тачке, као у аналитичком моделу). Жирорадијус за ток јона у симулацији је $r_{gi} = M_{A0} \sqrt{m_i/m_e} c/\omega_{pe} = 250 c/\omega_{pe}$.²⁷ За дати Алфен-Махов број, из релације (2.50) добијамо да је $\lambda_{soliton} \approx 0.5 r_{gi} = 125 c/\omega_{pe}$, док из релације (2.49) за максимално појачање магнетног поља добијамо да је ≈ 33 . Ово

²⁶Компонента динамичког електричног поља је $E_y = u_0 B_0$ у непетурбованој области.

²⁷Алфен-Махов број $M_{A0} = 25$ се односи на ток плазме у *downstream* систему референце.

се слаже са таласним дужинама и интензитетима поља из симулације, која нису глатке функције, већ су пертурбована. Најзначајније су краткоталасне електростатичке осцилације електрона које су код аналитичког модела пригушене, док се у симулацији појављују суперпониране на промену E_x која настаје на скали солитона. И поред мањих разлика, нарочито код трансверзалног фазног простора, слагање са стационарним моделом указује на то да је реформирање удара природна последица настајања нелинеарне солитонске структуре као механизма простирања ударног таласа.

Налазимо да између осцилација трансверзалне струје J_y (која је најјача и већим делом представља струју електрона), осцилација у електричном пољу E_x и периодичног загревања електрона (повећања брзина) како у лонгитудиналном, тако и у трансверзалном правцу, постоји значајна корелација (видети Сliku 19).



Слика 19: Графици, редом одозго на доле: p_x-x и p_y-x фазни простор електрона (лева колона) и профили J_x, J_y и E_x, E_y (десна колона) у 1Д симулацији.

Ово значи да услед високе компресије долази до значајног загревања електрона у области пребачаја, где поред загревања на скали поља солитона, постоји и фина структура на скали електронских осцилација. Симулацијама кретања пробних наелектрисања кроз потенцијал удара, показано је да управо осцилације на малим скалама имају веома значајан утицај на загревање и расејавање електрона, док осцилације на већим скалама (скеале солитонске структуре) одређују кретање и јона и електрона (Gedalin 2020). Електрично поље се према томе може моделовати и као последица скока кинетичког притиска електрона преко $E_x \sim \nabla P_e$ (Cargioli et al. 2014) који делује тако да електроне потисне из области пребачаја. Ово резултује мањком електрона мало испред максимума магнетног поља (позитиван скок E_x) и вишком електрона у области одмах иза максимума (негативан скок E_x). У нашем моделу хладне плазме, само раздвајање наелектрисања услед раздвајања токова јона и електрона изазива скок E_x . Појава електричног поља се и тада може третирати као последица скока динамичког притиска услед изразито велике трансверзалне брзине коју електрони тада добијају $u_{\perp e} = -m_i/m_e u_{\perp i}$ (где је $u_{\perp i} \sim 1$ или веће).

Да је настанак осцилаторне нелинеарне структуре на самом удару и иза њега неизбежан, добијено је и у случају симулација кретања пробних наелектрисања у ЕМ пољу (Gedalin & Dröge 2013) где је потенцијал удара моделован скоком магнетног поља и електростатичког потенцијала ограниченим стандардном компресијом, без присуства пребачаја. Анализом кретања јона и електрона у области непосредно на удару и иза њега,

показано је да услед одржања укупног притиска честица и поља:

$$P_i + P_e + \frac{B^2}{2\mu_0} = \text{const.}$$

осцилације у притисцима јона и електрона морају довести до осцилација у амплитуди B , чиме се успоставља спрега која води настајању магнетоакустичког солитона.

3.2 Квазипаралелни ударни таласи

У поглављу 2.2 разматрали смо интеракцију плазме и ЕМ поља, која доводи до побуђивања резонантне нестабилности. На основу симулација кретања пробних наелектрисања у ЕМ пољу такве нестабилности (Zeković & Arbutina 2018) закључили смо да она представља потенцијални окидач за настанак ударног таласа у случају квазипаралелног тока плазме. Ови резултати су потврђени *PIC* симулацијама (Zeković 2019) где је и практично показано како такав резонантан механизам доводи до настанка ударног таласа у нелинеарној фази. У овом поглављу ће бити објашњено како резонантна нестабилност поприма солитонску структуру посматрану у *PIC* симулацијама, чиме зауставља ток плазме током уласка у нелинеарну фазу раста и започиње даљи процес периодичног реформирања удара. Почетно позадинско магнетно поље дефинишемо као хомогено и сасвим усмерено у правцу кретања плазме.

Решења за таласе из поглавља 2.2 изведена су у апроксимацији хладне плазме. Стога, у овом поглављу најпре користимо 2Д симулацију којом испробавамо тачност теорије, а затим и 1Д симулацију ударног таласа у топлој плазми на основу које правимо поређење са случајем потпуно хладне плазме. У 2Д симулацији бирамо да температура јона унутар почетног снопа буде веома мала, како бисмо што приближније разматрали случај хладне плазме.²⁸ Такође, користимо симулациону кутију непроменљиве величине, постављену у $x - y$ равни, са периодичним граничним условима дуж димензије ширине (у правцу y -осе). Ширина кутије је 256 ћелија, док је дужина 50000 ћелија (дуж x -осе). Инерцијалну дужину електрона (c/ω_{pe}) разлучујемо са 10 ћелија, а свака ћелија у почетку садржи 4 честице (два јона и два електрона). У физичким јединицама, домен је величине $\sim 25 \times 5000 c/\omega_{pe}$, а коначно време симулације је $T = 4500 \omega_{pe}^{-1}$. Разматрана су два пробна случаја са брзинама $v_1 = 0.5c$ и $v_2 = 0.25c$ и термалном брзином дефинисаном преко $\sqrt{kT_i/m_i c^2} = 10^{-8}$. Намагнетисаност је дефинисана као однос густина енергије магнетног поља и кинетичке енергије $\sigma = B_0^2/4\pi\gamma_0 n_i m_i c^2 = \omega_{ci}^2/\omega_{pi}^2$. Бирамо намагнетисаност електрона $\sigma_e = \omega_{ce}^2/\omega_{pe}^2 = 0.1$ и однос маса јона и електрона $m_i/m_e = 16$, што даје намагнетисаност јона $\sigma = 0.00625$, Алфенову брзину $v_A \approx 0.08 c$, док су $M_{A1} \approx 8$ и $M_{A2} \approx 4$ за ова два случаја.

3.2.1 Настанак квазипаралелних удара

У случају монохроматског трансверзалног таласа, показано је да неће доћи до значајнијег преноса енергије са основног на више хармонике (Vedenov 1961). То значи да талас који показује одступање од линеарне релације дисперзије, не бива значајно устрмљен услед нелинеарности, већ формира стабилну нелинеарну структуру. Како се плазма која мирује (околна плазма) у систему везаном за удар одбија о потенцијалну баријеру (нпр. одбаченог звезданог материјала) која се креће у лабораторијском систему, настаће судар две плазме исте густине ($\eta = 1$). Ако је брзина одбијене плазме супер-алфеновска

²⁸Тада важи услов $v_{th} \ll v_A < v_0$, где је v_0 брзина снопа у систему референце плазме иза удара.

($v_0 \gtrsim v_A$) тада најбрже²⁹ расте таласни мод близак резонантном (видети Сliku 5) који има $\lambda = \frac{1}{2}\pi r_{gi}$ ($k = 4/r_{gi}$). Током веома кратког временског периода, резонантан мод расте као линеарно поларизован и креће се фазном брзином $v_{ph} \approx \frac{1}{2}v_0$ у смеру одбијене плазме која се креће брзином v_0 . У систему референце нестабилности (који одговара систему центра маса две плазме) одбијена плазма се креће релативном брзином $v'_0 \approx \frac{1}{2}v_0$ у односу на нестабилни мод, што значи да је таласна дужина овог мода потпуно резонантна са таласно дужином дефинисаном преко брзине кретања плазме:

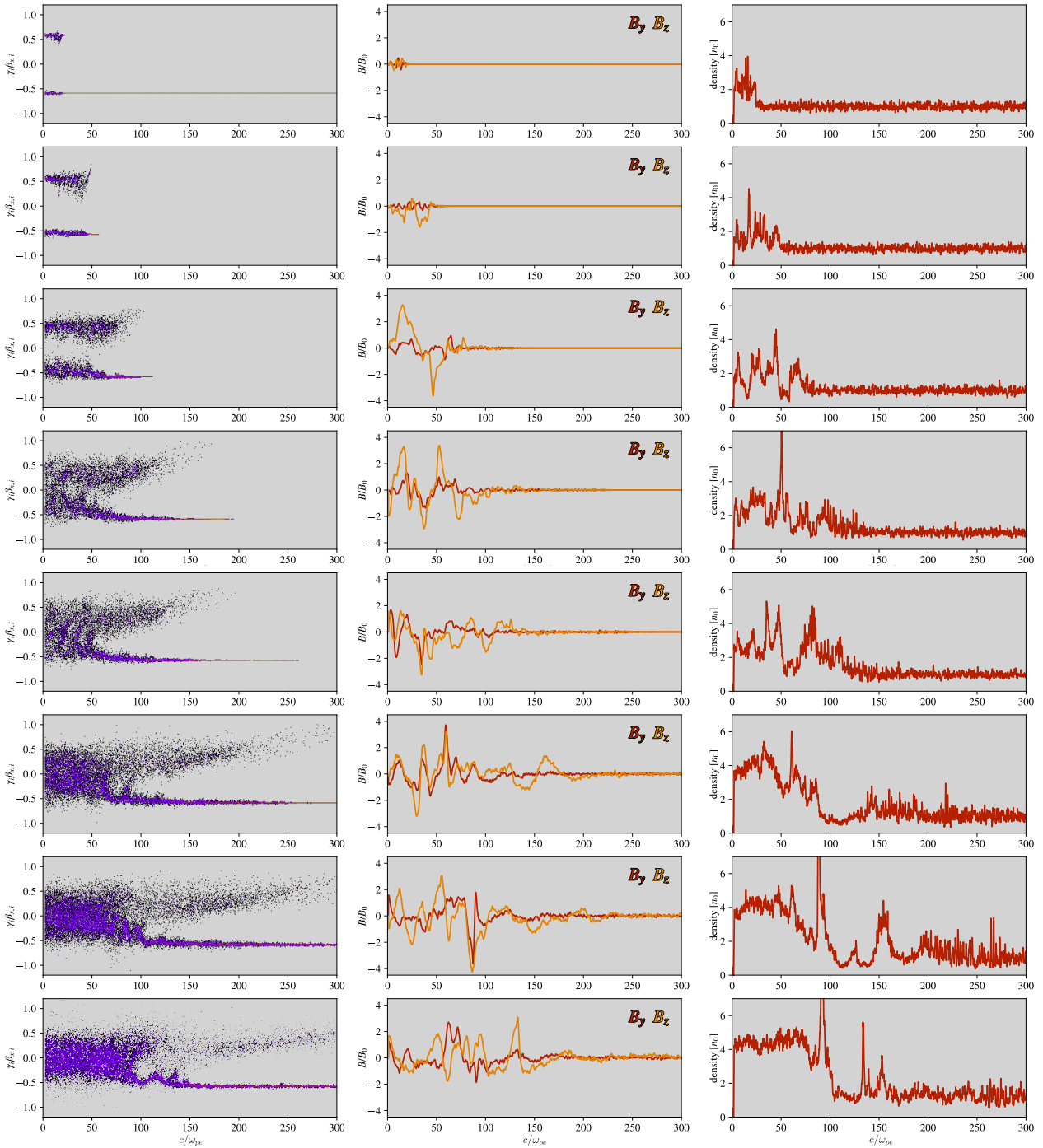
$$\lambda \approx \frac{1}{2}\pi \frac{m_i v_0}{q_i B_0} = \pi \frac{m_i v'_0}{q_i B_0} = \pi r'_{gi}.$$

Из тог разлога, очекујемо да јони буду снажно расејани (Zeković & Arbutina 2018) када амплитуда овог таласа достигне вредност $\sim B_0$ (Слика 3). Међутим, када талас уђе у нелинеарну фазу и започне заустављање тока плазме, очекујемо да долази до настанка солитонске структуре као нелинеарног решења флуидних Власов-Максвелових једначина из поглавља 2.3. Код квазинормалних ударних таласа очекујемо да се плазма успорава услед самог циклотронског кретања честица око компоненте вектора магнетног поља усмереног нормално на правац кретања плазме. У случају квазипаралелних удара, магнетно поље нормално на правац кретања плазме је мало или га уопште нема, па се јони успоравају дејством резонантне интеракције, када орбита честице постаје неправилна и честица се расејава у разним смеровима у зависности од фазе таласа.³⁰

Овде описујемо како резонантан механизам који налазимо у *PIC* симулацијама доводи до настанка удара. На Слици 20 видимо да већ током прве фазе судара две плазме (формиране одбијањем снопа једне плазме од зида симулационе кутије) унутар области преклапања расте лево кружно поларизовани талас, чија је дужина резонантна са брзином плазменог тока. Када талас нарасте до амплитуде $\sim B_0$, фазни простор указује да јони почињу да се расејавају и да се оба снопа периодично заустављају у одређеним уским областима са размаком одређеним таласном дужином нестабилног мода. Овакво понашање јона у фазном простору се и очекује у случају резонантне интеракције као на Слици 3. Такође, налазимо да таласна дужина нестабилног мода зависи од масе јона и брзине плазме, како је и дефинисано релацијом за жирорадијус $\lambda \sim m_i v_0 / q_i B_0$, што потврђује алфеновску природу таласа. Не долази до устрмљавања таласа приликом уласка у нелинеарни режим, на основу чега се може закључити да је заиста у питању резонантна нестабилност јаког снопа плазме која је анализирана у поглављу 2.2 и да управо резонантна интеракција доводи до успоравања тока плазме. Овим успоравањем врло брзо настаје нелинеарна солитонска структура која је позитивно спрегнута са кретањем плазме. Успоравање плазме изазива пораст амплитуде ротирајућег вектора магнетног поља таласа, који тиме још више успорава ток плазме. Када се ток плазме сасвим успори, он бива одбијен и на тај начин настаје прва затворена петља у фазном простору. Иако је плазма у области овог првог солитона (придруженог петљи) нестационарна, ово се може сматрати настанком ударног таласа. Након неколико циклуса, дисперзија брзина (услед нелинеарности) доводи до разлагања заједничког вртложног кретања унутар тог солитона, а унутрашња област петље (у фазном простору) се попуњава. Услед намагнетисаности честице постају квазитермалне, јер је вртложно кретање појединачних честица и даље

²⁹Овде је јако важно напоменути да најпре Вајбелова нестабилност изазива раст трансверзалних ЕМ осцилација усмерених нормално на \mathbf{v}_0 , јер она расте брже од резонантне нестабилности. У случају веома мале намагнетисаности плазме или потпуног одсуства магнетног поља, из *PIC* симулација је посматрано да је Вајбелова нестабилност доминантна и изазива настанак ударног таласа. У случају намагнетисане плазме, Вајбелова нестабилност изазива раст трансверзалних осцилација, али како је њена стопа раста упоредива са стопом раста резонантне нестабилности, улогу заустављања плазме и формирања нелинеарне структуре – ударног таласа, преузима резонантна нестабилност.

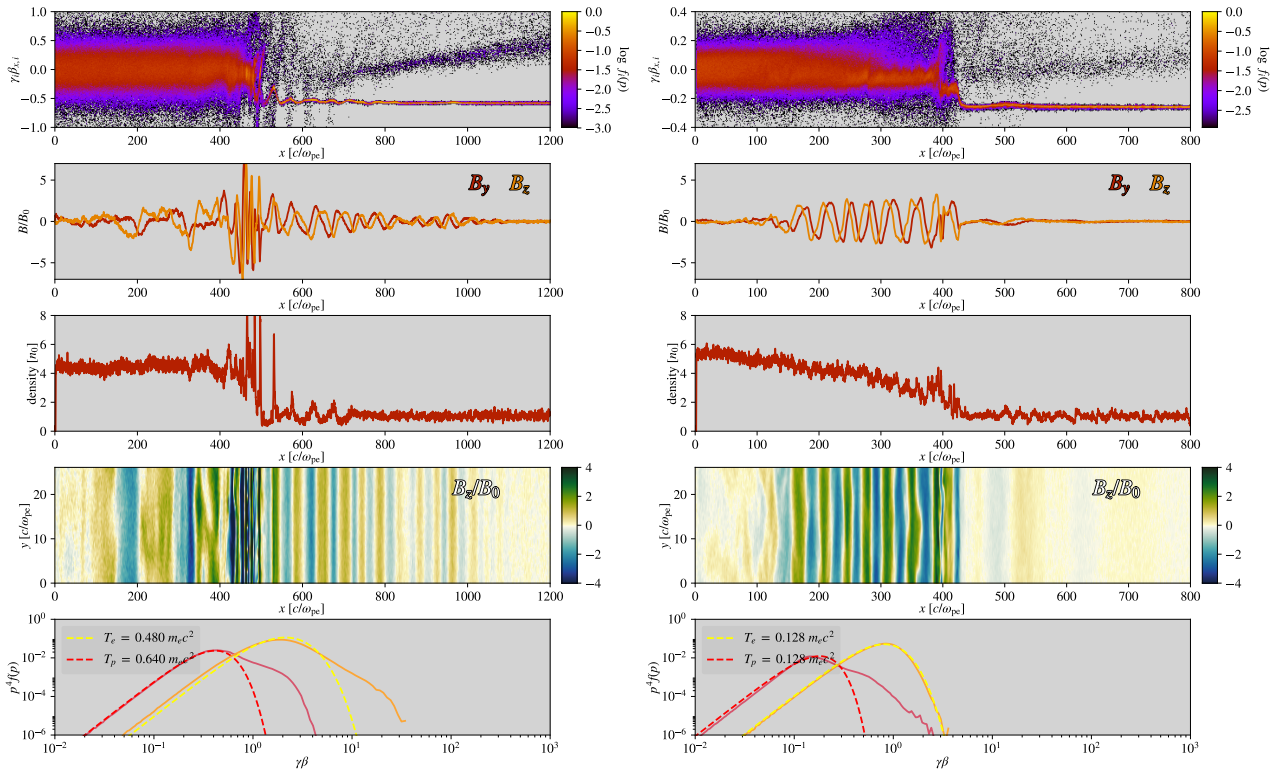
³⁰Уколико је плазма топла, али важи $v_{th} \lesssim v_A$, утицај термалне брзине се може занемарити.



Слика 20: Слева на десно, лонгитудинални p_x - x фазни простор јона, трансверзалне компоненте магнетног поља B_y и B_z , и профил густине, приказани током првих фаза настанка ударног таласа у временском периоду $t = 45 - 900 \omega_{pe}^{-1}$. На хоризонталној оси, x -координате су дате у јединицама инерцијалне дужине електрона c/ω_{pe} .

присутно и одређено стабилном солитонском структуром магнетног поља³¹. Плазма која није захваћена првим солитоном (део одбијеног снопа мало испред таласа) наставља да се креће и с обзиром да је сноп ефективно разређен, он побуђује талас супротне поларизације у области испред настајућег удара, који бива адвектован назад ка удару. Тада посматрамо оштар прелаз у фази вектора магнетног поља, што јасно указује да је узрок

³¹ Ова солитонска структура остаје стабилна током целе симулације упркос дисперзији у простору брзина и разбијању колективног вртложног кретања, чак и у случају веома дугих симулација.

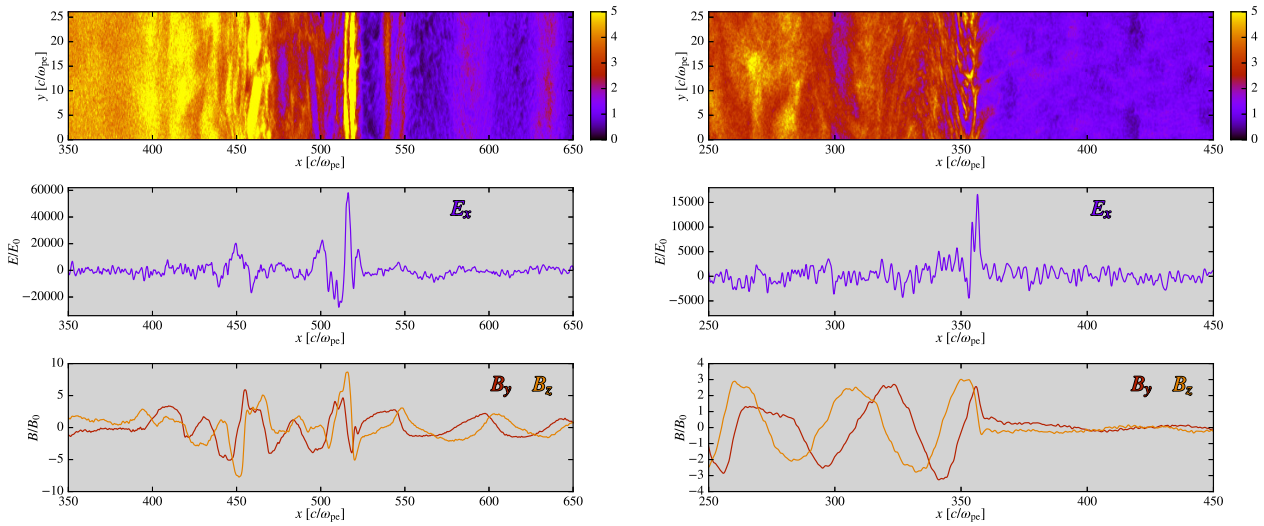


Слика 21: Графици, редом одозго на доле: p_x - x фазни простор, трансверзално усредњена поља B_y и B_z , профил густине, дводименциона мапа поља B_z и спектри честица. Графици су приказани за два пробна случаја: $v = 0.5 c$ ($M_A \approx 8$) у тренутку $t = 3500 \omega_{pe}^{-1} = 875 \omega_{pi}^{-1}$ (лева колона) и $v = 0.25 c$ ($M_A \approx 4$) за $t = 5400 \omega_{pe}^{-1} = 1350 \omega_{pi}^{-1}$ (десна колона).

настанка поларизационо резонантног таласа “низводно” и нерезонантног таласа “узводно” различит и да су заиста у питању два различита таласа. Када талас “узводно” нарасте до амплитуде $\sim B_0$ испред удара, он наставља да води процес реформирања.

За Махове бројеве $\lesssim 5$, рампа ударног таласа (енг. *the shock ramp*) настаје веома постепено. На Слици 21 (случај $M_A \approx 4$), видимо да талас испред удара остаје квазилинеаран дуже време, што одлаже почетак реформирања вођеног овим модом. Постоји максимум у профилу E_x приказаном на Слици 22, који указује на успоравање тока плазме. У случају $M_A \approx 4$, овај максимум настаје тачно на споју “узводног” и “низводног” таласа, што јасно раздваја ток плазме испред удара од тока плазме иза удара. Резонантни мод који је покренуо настанак удара, није значајно променио своја својства док је улазио у нелинеарни режим. С обзиром да је Махов број удара мало преко критичне вредности, снап одбијених јона је слаб што доводи до споријег раста “узводног” мода. Осцилације профила E_x у случају $M_A \approx 8$ везане су за солитонску структуру у области испред удара, која периодично успорава ток плазме. Скокови у пољу E_x настају као последица раздвајања наелектрисања у локализованим областима испред удара који одговарају тачкама где је брзина тока плазме најмања. Најјачи максимум поља E_x настаје у области где се удар реформира.

У каснијим фазама када процес реформирања постане устаљен, посматрамо да “узводни” нестабилни мод мења таласну дужину и поларизацију док се адвектује кроз прелазну област, тако да мод постаје резонантан са током плазме испред удара. Са простирањем ударног таласа, овај резонантни мод остаје замрзнут у области коју је удар пребрисао. Линеарном теоријом смо показали да резонантна нестабилност остаје статична у систему референце везаном за плазму “низводно” и долази до засићења када њена амплитуда достигне вредност $\sim B_0$. Такође смо показали да су фино подешена таласна



Слика 22: Графици, одозго на доле: дводимензиона мапа поља густине, трансверзално усредњена поља E_x , B_y и B_z . Два пробна случаја $M_A \approx 8$ (лева колона) и $M_A \approx 4$ (десна колона) су исти као на Слици 21. Максимуми у профилима E_x су везани за области успоравања тока плазме: на максимуму “низводног” нестабилног мода (десно); на максимуму “низводног” и компримованог “узводног” мода (лево) редом, текућег и реформираног удара.

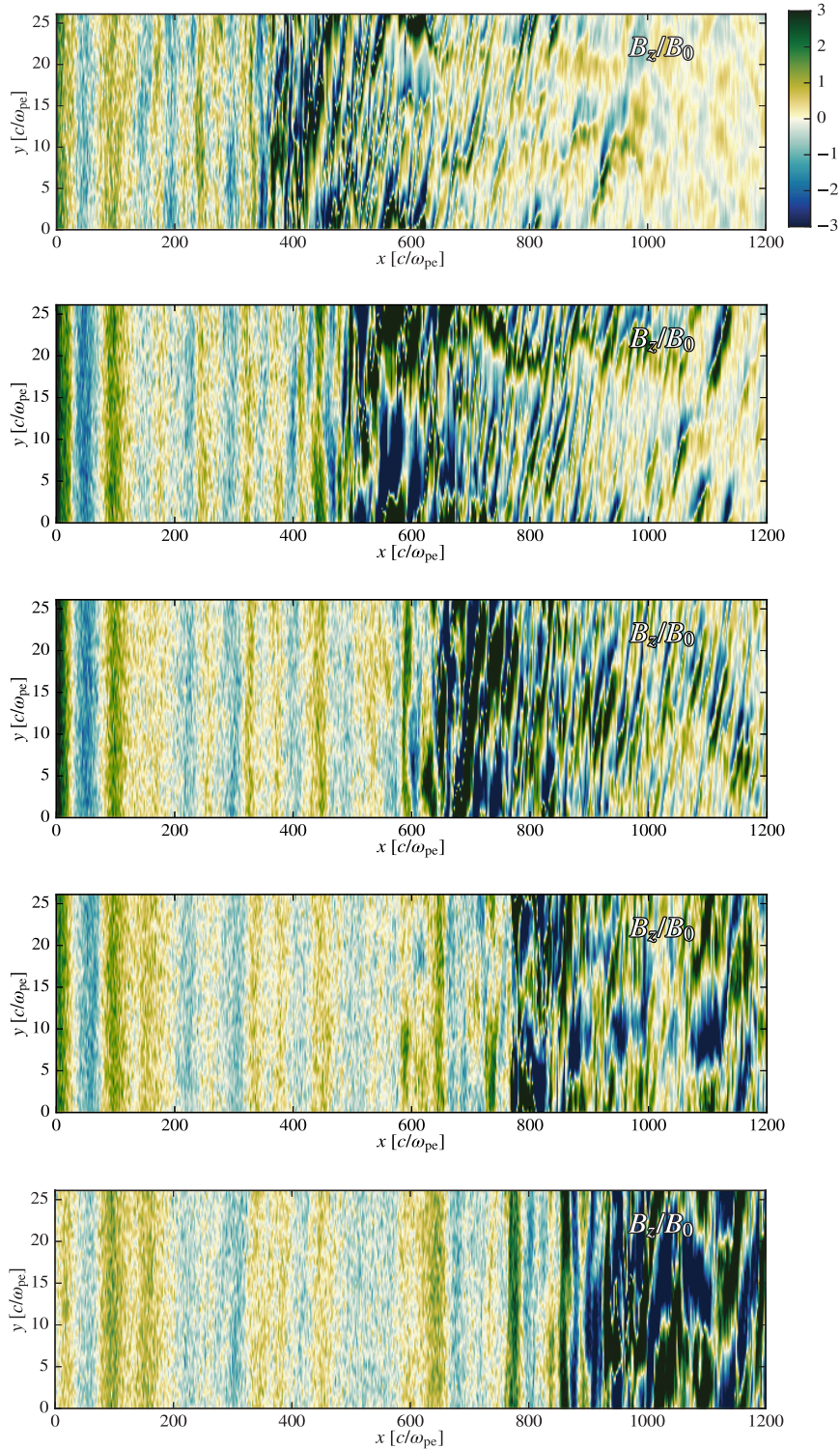
дужина ($\lambda_{\text{res}} \approx \pi r_{gi}$) и лева кружна поларизација, одлике нестабилног мода које добијамо када на две плазме у судару применимо услове сличне онима на ударном таласу. Нелинеарна структура иза удара тиме показује одлике сличне онима које имају резонантне нестабилности разматране у поглављу 2.2. Иако се линеарна теорија не може применити у нелинеарном режиму, она ипак и даље указује на узрок промене таласне дужине и поларизације нестабилног мода током адвекције кроз прелазну област ударног таласа. С друге стране, нелинеарна теорија из поглавља 2.3 указује на настанак солитонске структуре у, на почетку, константној амплитуди вектора магнетног поља нестабилности. Према овој теорији, амплитуда магнетног поља у таквом солитону расте са Алфен-Маховим бројем и увек премашује амплитуду потребну за заустављање тока плазме резонантним механизмом ($\sim B_0$). Као што налазимо у *PIC* симулацијама за веће Махове бројеве, овако нелинеарно измењена амплитуда нестабилног мода у области иза удара може достићи вредности $\gg B_0$.

У случају постојања нагиба између линија силе позадинског магнетног поља и тока плазме приказаном на Слици 23, видимо да је таласни вектор “узводног” мода поравнат са линијама силе нагнутог магнетног поља. За разлику од нерезонантног мода, резонантни (“низводни”) мод се креће у правцу тока плазме. Ако разматрамо случај нерелативистичког, супер-алфеновског тока ($c \gg v_0 \gg v_A$) из једначине (2.8) добијамо приближан израз за стопу раста нестабилних модова са таласним бројем у непосредној околини максимума:

$$\gamma_M^2 = \frac{\eta}{\eta + 1} \kappa^2 - 2\kappa + 1, \quad (3.1)$$

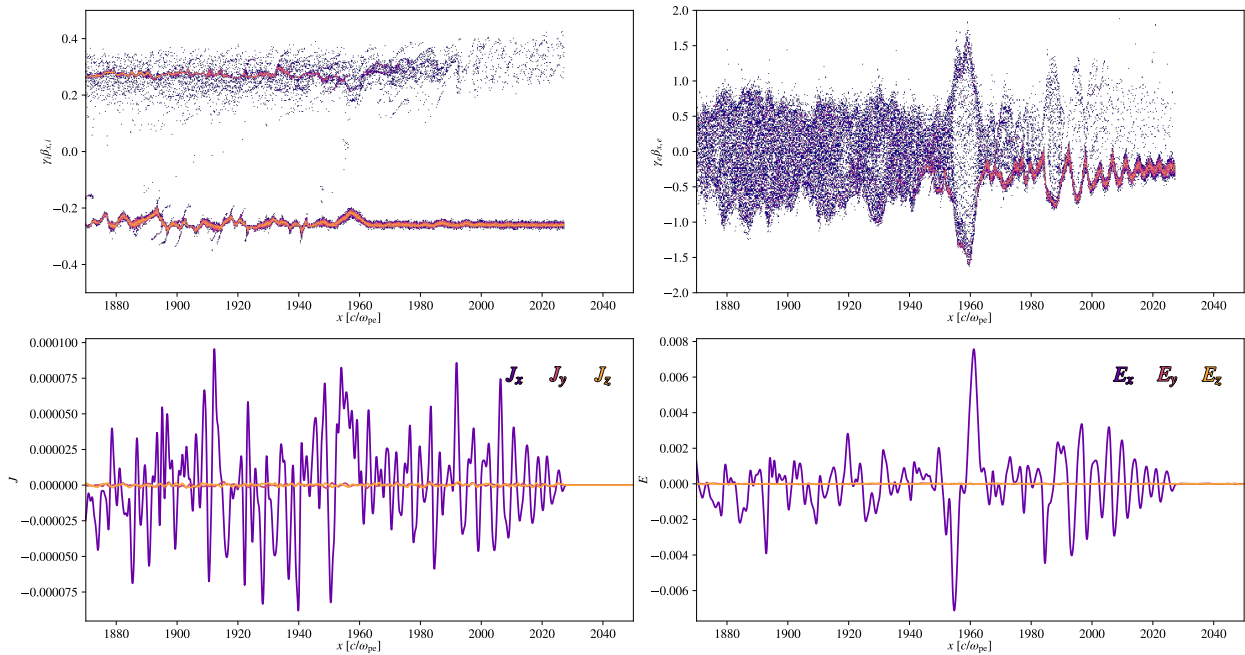
где $\gamma_M = \gamma/\omega_{ci}$ ³² представља релативну стопу раста, док је $\kappa = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0/\omega_{ci}$ релативни таласни број у правцу тока плазме (као и у претходним поглављима, η је однос густина две плазме). С обзиром да је релативни таласни број дефинисан као скаларни производ $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0$, узимаће највећу вредност за мод са таласним вектором паралелним правцу кретања

³²Не мешати стопе раста γ и γ_M нестабилног мода, адијабатски индекс електрона γ_a и релативистички параметар $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$.



Слика 23: Дводимензиона мапа поља B_z у јединицама нормираним на B_0 , дата за релативистички ток са параметром $\gamma_0 = 15$ у тренуцима $t = \{1350, 1800, 2250, 2700, 3150\} \omega_{pe}^{-1}$, редом одоздо на горе. Позадинско магнетно поље је под углом $\theta = 15^\circ$ у односу на ток плазме.

тока плазме. Стога, из једначине (3.1) добијамо да ће управо резонантни мод који се простире у том правцу, имати највећу стопу раста. Ово као последицу има то да ће таласни вектор резонантног мода бити поравнат са правцем кретања тока плазме, а не са правцем вектора \mathbf{B}_0 . У симулацијама управо посматрамо такво својство резонантног таласа, како током линеарне фазе (пре настанка удара) тако и у нелинеарном режиму док



Слика 24: Прва интеракција два тока плазме. На горњим графицима дати су фазни p_x - x простор јона (лево) и електрона (десно), а на доњим струје $J_{x,y,z}$ (лево) и поља $E_{x,y,z}$ (десно) у тренутку $t = 8100 \omega_{pe}^{-1} = 8.1 \omega_{ci}^{-1}$.

се ударни талас реформира.

За случај $M_A \approx 4$ (са Сликe 21) сматрамо да узрок настанка уочљиво постепене узлазне рампе ударног таласа, може бити мали Алфен-Махов број. На $p_x - x$ графику видимо да је у нестабилној области ток расејан и компримован фактором ~ 3 . Плазма у овој области наставља да се креће дуж \mathbf{V}_0 са средњом брзином $\sim -0.1 c$ (уместо да бива сасвим заустављена). Када ток плазме дође до левог зида симулационе кутија, еластично се одбија брзином $\sim 0.1 c$, чиме ток удвостручава своју густину на компресију ~ 6 . С обзиром да су два супротна тока сада суб-алфеновска у области иза удара, мод талас се ту мења. Амплитуда таласа се смањује, чиме дозвољава честицама плазме да слободно дифундују према области испред удара. Ова област која је ограничена левим зидом симулационе кутије и тачком (на десно) у којој је компресија $r \sim 4$, постепено се шири преко области иза удара стварајући посматрани профил густине. Налазимо да се ово дешава током целог периода трајања симулације.

Сада ћемо направити поређење са случајем почетно топле плазме, за шта анализирамо 1Д симулацију са истим параметрима³³ као код квазинормалних удара из поглавља 3.1, с тим да је сада магнетно поље оријентисано сасвим паралелно у односу на правац кретања тока плазме. На Слици 24 приказан је сам почетак такве симулације, која услед већег коришћеног односа маса ($m_i/m_e = 100$) сасвим раздваја скале јона и електрона. Налазимо да у почетку настаје нестабилност два снопа плазме у виду електростатичких осцилација електрона које врло брзо (на скали $\sim \omega_{pe}^{-1}$) нарастају до нелинеарних нивоа. Ток електрона при том бива сасвим растурен и они формирају затворене фазне петље, док јони у свом кретању показују само мање осцилације. Налазимо да је кретање електрона сасвим корелисано са осцилацијама у лонгитудиналном електричном пољу. За разлику од трансверзалних струја које настају код магнетоакустичког солитона, у случају електростатичке нестабилности настају осцилације у лонгитудиналној струји J_x електрона која

³³Параметри симулације су $M_A = M_S = 33$, $u_0 = 0.25 c$, $\sigma = 0.0001$, али користимо нешто већи број честица по ћелији (500) ради побољшања резолуције.

је такође корелисана са променама E_x . Електростатичка нестабилност два снопа која настаје у 1Д случају сасвим паралелног удара, истоветна је нестабилности која настаје у 1Д случају сасвим нормалног удара у поглављу 3.1, односно устрмљеним електростатичким таласима придруженим овој нестабилности у 2Д случају. Побуђивање истог типа нестабилности и последично заустављање тока електрона (периодично вртложење у фазном прстору) посматрано је и на самом почетку настанка квазипаралелног удара у случају плазме електрона и позитрона (Dieckmann et al. 2020), где су нађене сличне електростатичке осцилације и обрасци у кретању честица.

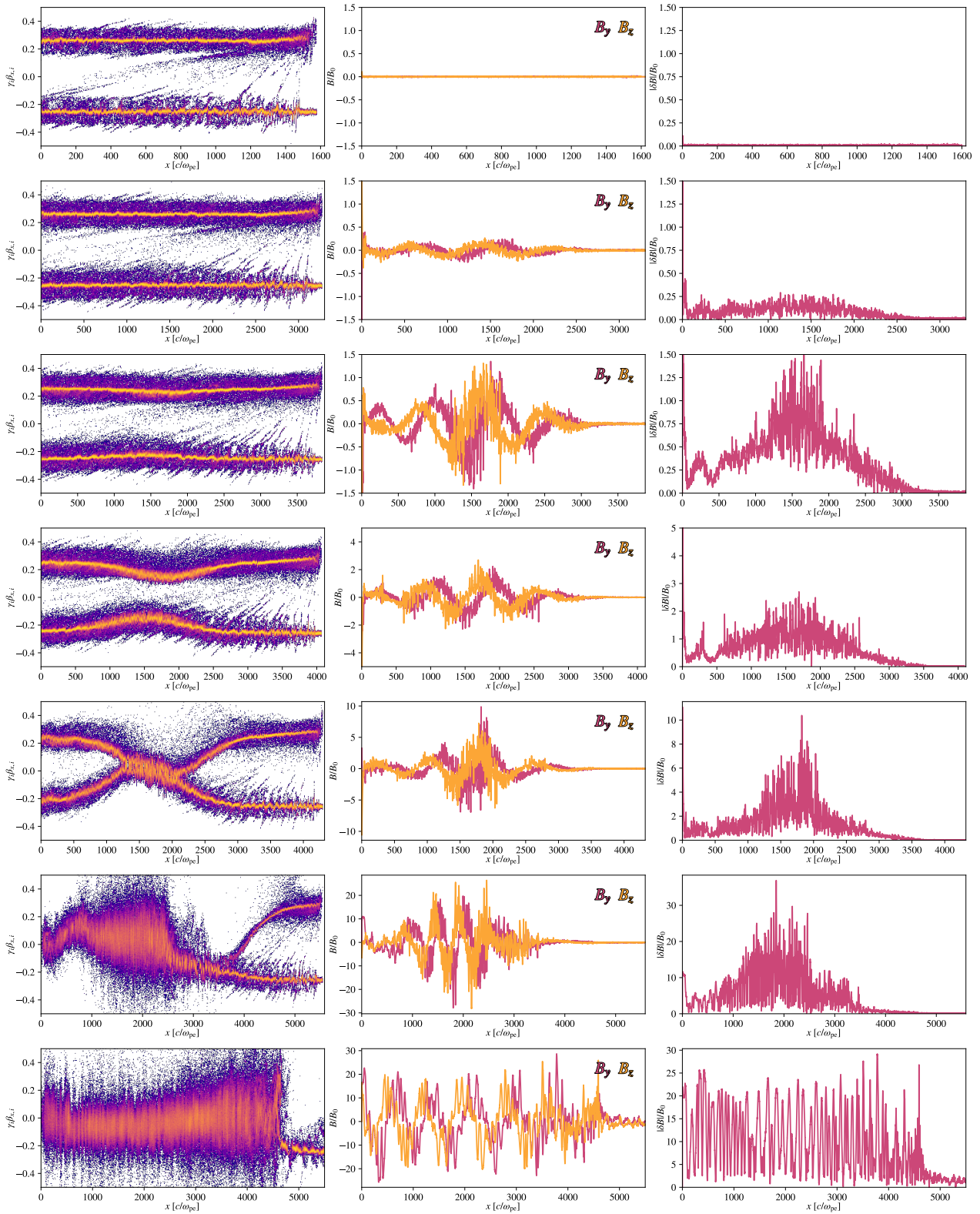
Почетак успоравања тока јона и настанак квазипаралелног удара, приказани су на Слици 25. Након времена $\sim 8 \omega_{ci}^{-1}$ почиње да расте резонантни лево кружно поларизовани ЕМ талас, чија је таласна дужина $\lambda \approx \pi r_{gi0} = 800 c/\omega_{pe}$.³⁴ Чим достигне амплитуду $\approx B_0$, талас почиње да зауставља токове плазме што се јасно види у фазном простору. Сва три својства, лева кружна поларизација, фино подешена резонантна таласна дужина и амплитуда $\approx B_0$ започињања интеракције, сасвим јасно указују да је у питању талас побуђен резонантном нестабилношћу која је теоријски добијена у поглављу 2.2. Оно што је још интересантније је то да, када заустављање плазме једном започне, уочавамо изненадан раст краткoperиодичне нелинеарне структуре у амплитуди ротирајућег вектора магнетног поља нестабилности, која достиже zasiћење при интензитету од $\sim 30 - 40 B_0$, када значајно загрева и јоне и електроне. Свака даља интеракција између надолazeћег тока плазме и плазме заустављене и компресоване на овој нелинеарној структури, одиграва се периодично, у циклусима одбијања тока, брзог раста резонантног таласа до амплитуде којом започиње заустављање тока плазме и настанком новог максимума, а тиме и солитонске структуре у интензитету ротирајућег вектора магнетног поља. Овај процес представља реформирање удара, а настала нелинеарна солитонска структура остаје одржана у области иза удара током целог времена трајања симулације.

3.2.2 Реформирање квазипаралелних удара

Како је описано у поглављу 2.3, промена амплитуде вектора магнетног поља нелинеарне солитонске структуре спрегнута је са променом кретања тока плазме. Једном када амплитуда нестабилног мода нарасте до $\sim B_0$ и започне успоравање плазме, настанак солитонске структуре је неизбежан. Након настанка прве осцилације солитона³⁵ спрегнуте са првом затвореном петљом у фазном простору, формиран десни максимум трансверзалног магнетног (као и лонгитудиналног електричног E_x) поља солитона постаје изразито јака потенцијална баријера која преузима улогу зида симулационе кутије (од којег је ток плазме почетно одбијен пре настанка удара, видети Слику 9). У наставку, плазма која надолazi, почиње да се одбија од ове баријере и опет се формира конфигурација два супротна тока плазме. Поново долази до раста резонантног мода у области испред десне ивице (баријере) претходног солитона. Када амплитуда мода достигне $\sim B_0$, започиње успоравање тока плазме које доводи до настанка следећег солитона надовезаног на претходни и процес се наставља периодично. На тај начин долази до ширења нелинеарне структуре у правцу x -осе. Као што је речено, услед нелинеарне дисперзије унутар ове солитонске структуре долази до дифузије честица, што резултује постепеним попуњавањем целог фазног простора. Све време интеракције закони одржања дефинишу ову структуру која, иако у области непосредно иза фронта ударног таласа показује велике осцилације параметара флуида, макроскопски гледано задовољава Ранкин-Игониоове граничне услове (за усредњене параметре флуида).

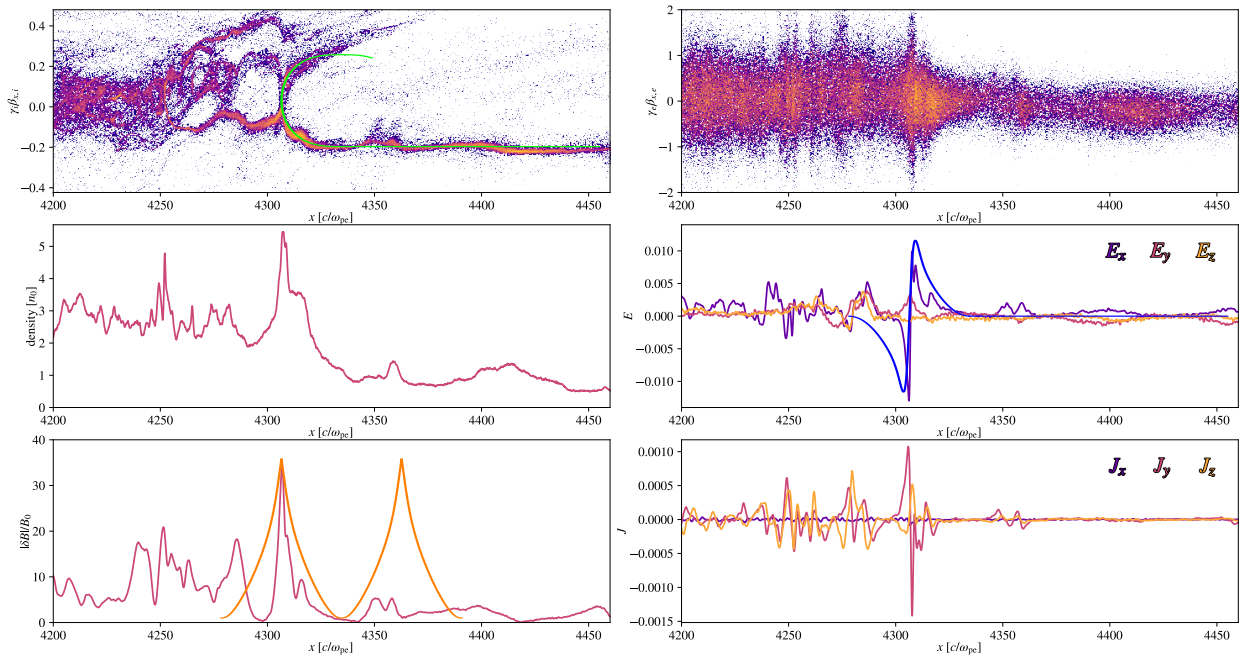
³⁴Жирорадијус r_{gi0} се односи на ток јона у систему референце везаном за плазму иза удара.

³⁵Под једном осцилацијом солитона подразумевамо профил магнетног поља облика латиничног слова U, који је дефинисан једном затвореном петљом плазног тока у фазном простору.



Слика 25: Настанак квазипаралелног удара. Слева на десно: фазни p_x - x простор јона, компоненте B_y и B_z , и магнитуда $B_{\perp} = \sqrt{B_y^2 + B_z^2}$ трансверзалног магнетног поља, за $t \sim 6 - 34 \omega_{ci}^{-1}$ (одозго на доле).

На Слици 26 приказујемо детаљније (увеличано, и уз већу просторну резолуцију) фазне просторе јона и електрона, струје и поља, након настанка квазипаралелног ударног таласа, за тренутак еволуције удара који је близак оном приказаном у последњем реду, на дну Слике 25. Иако резонантна нестабилност ствара лево кружно поларизовани талас, сам



Слика 26: Приказ реформирања. На горњим графицима дати су фазни p_x - x простор јона (лево) и електрона (десно), а на доњим струје $J_{x,y,z}$ (лево) и поља $E_{x,y,z}$ (десно) у тренутку $t = 8100 \omega_{pe}^{-1} = 8.1 \omega_{ci}^{-1}$. Резултати теоријски добијених функција u_λ , e_λ и b исцртани су, редом, линијама зелене, плаве и жуте боје.

ротирајући вектор магнетног поља бива амплитудно модулисан нелинеарном структуром магнетоакустичког солитона. Као што се види у профилу густине и на дијаграму фазног простора, услед јаке дисперзије, брзо долази до растурања снопа и попуњавања фазног простора. Стабилна солитонска структура која описује интензитет трансверзалног магнетног поља указује на то да, иако се снап расејава, честице настављају са циклотронским кретањем које одржава структуру и даље иза удара.

С обзиром да је амплитуда појачаног трансверзалног магнетног поља нелинеарне периодичне структуре много већа од позадинске лонгитудиналне компоненте, и овде, као и у случају квазинормалних удара, примењујемо теорију магнетоакустичког солитона из поглавља 2.3 за одређивање поља у нелинеарном режиму. Дефинишемо брзину тока плазме јона и електрона $u_{\perp i,e}$ у правцу нормалном на, сада, ротирајући вектор магнетног поља интензитета b , док су лонгитудиналне брзине $u_{\lambda i,e}$ и електрично поље e_λ у правцу тока плазме дуж x -осе. Дакле, подразумевамо да се честице у трансверзалном правцу крећу увек нормално и у односу на правац вектора магнетног поља. Налазимо да постоји добро слагање између брзина плазми и интензитета електричног и магнетног поља добијених из теоријског модела солитона за $M_A \approx 36$ и у симулацији ($M_A = 33$) што је приказано линијама исцртаним преко резултата добијених у симулацији на Слици 26. Одступање од теоријског модела настаје јер услед побуђивања “узводне” нестабилности која је објашњена у наредном поглављу, само магнетно поље испред удара, поред паралелног поља интензитета B_0 , добија и трансверзалну компоненту променљиве амплитуде која достиже $\sim 1.5 - 2 B_0$ и тиме модулише ефективни Алфен-Махов број тока плазме.

Слагање које се добија и у случају нормалног удара указује на то да, без обзира на различитост плазмених процеса који доводе до успоравања тока плазме и (ре)формирања ударног таласа, нелинеарна теорија магнетоакустичке солитонске структуре у интензитету вектора магнетног поља (ротирајућег или неротирајућег) важи у општем случају, за све нагибе ударног таласа, докле год је $B_\perp \gg B_0$, односно $M_A \gtrsim 10$.

3.2.3 Нестабилност испред удара и струја повратних јона

У *PIC* симулацијама посматрамо да јони при самом почетку одбијеног снопа, који нису захваћени резонантним таласом током настанка прве петље, успевају да побегну и формирају почетни импулс повратне струје. Налазимо да ова струја јона побуђује кружно поларизован ЕМ талас у области испред удара, који потом модификује процес реформирања након што нарасте до амплитуде $\sim B_0$. С обзиром да је ова почетна струја јака, она предзагрева плазму испред удара, формирајући тако снажан прекурсор који током кратког временског периода модификује ударни талас. У овој фази, настаје стална струја одбијених јона која надаље одређује својства таласа испред удара, а тиме и процес расејавања и загревања честица и даљег простирања удара (Sironi & Spitkovsky 2011). Стална повратна струја јона настаје одбијањем јона од реформирајуће баријере, као што је описано у тзв. *минималном моделу* за уплив јона (Carpioli et al. 2014). “Узводни” талас се тада спреже са струјом одбијених јона чиме настаје самоодржива структура. У зависности од ефективног Алфен-Маховог броја повратне струје, таласна дужина “узводног” мода може бити резонантна или нерезонантна (Amato & Blasi 2009) где је друга узоркована Белловом нестабилношћу (Bell 2004). Такође, налазимо да нестабилност слабог снопа коју смо анализирали у поглављу 2.2 показује иста својства. У случају малих Алфен-Махових бројева струје одбијених јона, таласна дужина “узводне” нестабилности је резонантна. Како ова струја у већем броју случајева има велики Алфен-Махов број (> 30), нестабилност изазива раст краћих, нерезонантних таласа. Нестабилност “узводно” садржи центре расејања који враћају честице ка удару где се оне даље одбијају о нелинеарну солитонску структуру и враћају у област испред удара. Честице на тај начин добијају енергију у узастопним одбицима у процесу познатом као дифузно убрзавање на ударном таласу (процес *DSA*). Са увећањем енергије увећава се и жирорадијус честица, тако да честице досежу све даље у област испред удара, док се гранична енергија потребна да честица потпуно напусти удар увећава. На овај начин, шири се и област у којој расте нестабилност која услед све већих брзина честица даље од удара, мења својства и постаје све више нерезонантна. Супратермалне и нетермалне честице се појављују у спектрима одмах након настанка ударног таласа и побуђивања “узводног” мода.

На Слици 21 (лева колона) видимо нестабилност “узводно” као десно кружно поларизовани талас (поларизационо нерезонантан). У области даље од реформирајуће баријере ударног таласа ($800 - 1300 c/\omega_{pe}$) ова нестабилност је мање амплитуде ($< B_0$) и не пертурбује ток плазме нити повратну струју јона. У овој области, талас се може сматрати линеарним (режим малих осцилација). Стога, разматрамо овај талас као нестабилност слабог снопа хладне плазме (Gary et al. 1984, Gary 1993) коју смо такође анализирали овде у оквиру поглавља 2.2. Једначина (2.8) указује да је услед мале густине повратне струје у односу на ток плазме, нестабилност побуђена овом струјом више кинематички везана за ток надолазеће плазме. Према поларизацији и таласној дужини, нестабилност “узводно” је нерезонантна са током плазме, док је одбијени јони “виде” као лево кружно поларизовани талас, чиме је интеракција са повратном струјом резонантна. Услов циклотронске резонанце $\omega_r \simeq \mathbf{v}_{ri} \cdot \mathbf{k} - \omega_{ci}$ важи за сноп повратних јона, где \mathbf{v}_{ri} ³⁶ представља брзину повратних јона у односу на ток плазме.

Овде примењујемо резултате из поглавља 2.2 како бисмо проценили удео η_{ri} одбијених јона који побуђују нестабилност слабог снопа, која има иста својства као и нестабилност “узводно” коју налазимо у пробној *PIC* симулацији. Сматрамо да се јони одбијају од периодично самореформирајуће баријере у систему референце везаном за плазму иза удара (као код Carpioli et al. 2014). Средња брзина јона у лабораторијском систему референце (међузвездане материје) је тада $v_{ri} \sim 3.23 v_{sh}$, што одговара енергији уплива $E_{inj} \sim 5 E_{sh}$

³⁶Индекс “ri” потиче од енгл. *reflected ions*.

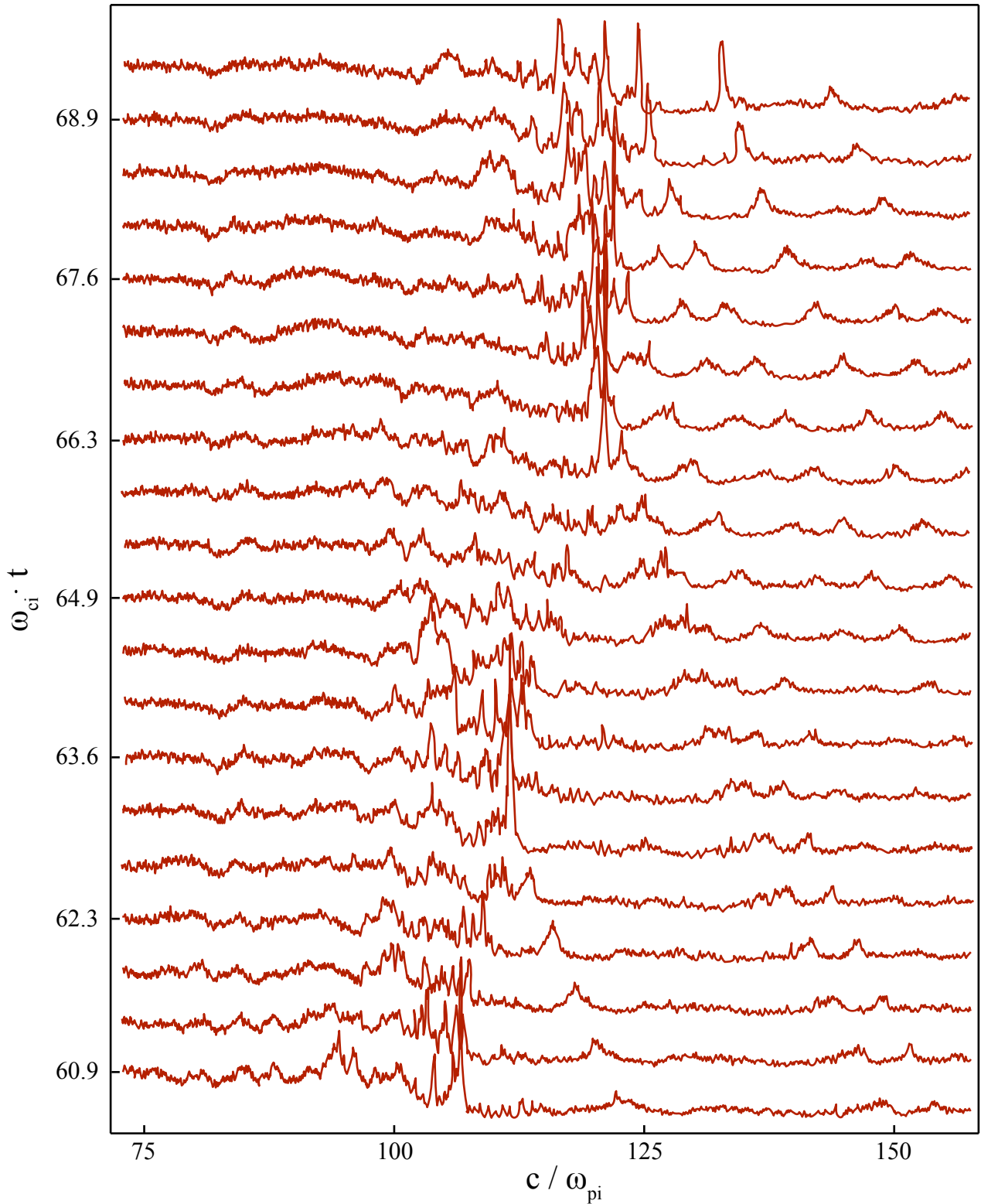
у систему референце везаном за удар. Са Сlike 21, видимо да је таласна дужина “узводног” мода $\lambda_{\text{up}} \approx 50 c/\omega_{pe}$. У следећем кораку користимо једначину (2.8) како бисмо добили релативну густину снопа η_{ri} , за коју стопа раста $\gamma(k)$ има максимум на

$$k \cdot r_{gi} = k \cdot \frac{v_{ri}}{\omega_{ci}} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{up}} / \left[\frac{c}{\omega_{pe}} \right]} \cdot \frac{v_{ri}}{v_A} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}.$$

У случају $M_A \approx 8$ (са Сlike 21) за јоне који се одбијају брзином v_{ri} и побуђују талас са $k \cdot r_{gi} \approx 13.4$, добијамо да је $\eta_{\text{ri}} \approx 0.038$. Уколико применимо исту процену на случај удара из *минималног модела* где су $M_A = 20$ и $\lambda_{\text{up}} \sim 20 c/\omega_{pi}$, налазимо да је $\eta_{\text{ri}} \sim 0.01$. Овај резултат је у складу са *минималним моделом* за уплив јона (Caprioli et al. 2014) где је добијено да је уплив јона $\sim 3.6\%$. Уколико искористимо исти радни циклус (енг. *duty cycle*) од $\sim 25\%$ за уплив јона (што значи да је вероватноћа да честица буде захваћена реформирујућом баријером $\mathcal{P} \sim 0.75$) као у *минималном моделу*, налазимо да је потребно $\mathcal{N} \sim 3.3$ SDA циклуса како би се произвело $\eta_{\text{ri}} = (1 - \mathcal{P})^{\mathcal{N}}$. Ово указује да је потребно да честица достигне енергију $E_{\text{inj}} \sim 6 E_{\text{sh}}$ како би ушла у DSA процес. У нашем пробном случају, за $M_A \approx 8$, број циклуса поребних за уплив је $\mathcal{N} \sim 2.4$, исто као код (Caprioli et al. 2014). То значи да се у случају квазипаралелног ударног таласа, одбијени јони даље предубрзавају SDA механизмом, где они јони који прођу \mathcal{N} циклуса, добијају енергију довољну да савладају ударну баријеру и напусте је.

На основу претходног, показано је да талас “узводно” који посматрамо у PIC симулацији, заправо одговара нестабилности слабог снопа хладне плазме из поглавља 2.2. Услед постојања мале релативне брзине кретања ($\sim v_A$) “узводног” тока плазме у односу на “узводну” нестабилност, налазимо да током нелинеарне фазе раста, амплитуда ове нестабилности постепено поприма солитонску структуру са посматраним израженим максимумима у профилу амплитуде десноротирајућег вектора трансверзалног магнетног поља. Управо раст ових максимума (који су мањи услед мале релативне брзине нестабилности) је спрегнут са периодичним успоравањем тока плазме. Како се максимуми адвектују ближе удару, постају све израженији док не достигну скок дефинисан солитонском структуром на удару, када долази до потпуног одбијања тока плазме и заустављања даљег раста ових максимума. Током трансмисије кроз удар, нестабилност “узводно” мења поларизацију и таласну дужину и прелази у резонантан талас са нелинеарном солитонском структуром у области иза удара. Амплитуда максимума нестабилности непосредно испред самог удара расте до $(1.5 - 2.5)B_0$. Ток плазме се тада зауставља уз компресију амплитуда солитона од $\sim M_A \cdot (1.5 - 2.5)B_0 \approx 8B_0$, што је типично за кинетичке симулације квазипаралелних уданих таласа (Sironi & Spitkovsky 2011, Caprioli & Spitkovsky 2014). Услед наглог успоравања на удару и компресије, долази до згушњавања линија силе магнетног поља, што резултира смањењем таласне дужине нестабилности.

Као последица настанка солитонске структуре у области реформирања удара, видимо да се повратни снап периодично расејава дуж линија позадинског магнетног поља. Део јона успорава и бива захваћен у уским областима око максимума у амплитуди трансверзалног магнетног поља нестабилности. Ово успоравање, како одбијених честица, тако и честица самог тока плазме, дешава се на тачно одређеним размацама, дефинисаним солитонском структуром и таласном дужином нестабилности. Солитонска структура и настаје услед постојања мале релативне брзине између нестабилности и тока плазме у области испред удара. На Сlici 27 се види да се плазма услед периодичног успоравања, згушњава у околини максимума и адвектује ка удару, где бива компримована стварајући скокове густине од $\eta \sim 1.5$ испред удара, који расту до $\eta \sim 6 - 10$ на самом реформираном удару. Ово представља типичан образац који ствара процес реформирања ударног таласа (Lee et al. 2004, Caprioli et al. 2014).



Слика 27: Реформирање ударног таласа приказано профилима густине датим у различитим временским тренуцима. На хоризонталној оси, x -координате су изражене у јединицама инерцијалне дужине јона (c/ω_{pi}); на вертикалној оси, време је нормирано у односу на јонски жиро-период $T_{ci} = 2\pi/\omega_{ci}$.

Примећујемо такође да је нестабилност испред удара амплитудно модулисана на скали знатно већој од скале реформирања, што је приказано на Слици 21. Ова модулација директно утиче на то да се плазма згушњава више или мање, синхронизовано са променом

енvelope таласа. У еволуцији профила густине (Слика 27) видимо да су скокови густине модулисани на исти начин, што указује на постојање више скала на којима се (ре)формира ударни талас. На профилима горње половине Сlike 27, удар се реформира на скали таласне дужине нестабилности, док на профилима доње половине Сlike, уочавамо области где су скокови густине знатно мањи или их уопште нема. Ове области одговарају минимумима у амплитуди модулисаног таласа. Насупрот њима, области са појачаним скоковима густине одговарају максимумима модулације. Примећујемо да је ова дужа скала реформирања удара везана за таласну дужину резонантне нестабилности иза удара. У профилима на средини Сlike се види и постојање шок-паузе (око $\omega_{cit} \sim 65$).

4 Убрзавање честица на квазипаралелним ударним таласима

У последњем делу дисертације представљамо теоријски модел, који истовремено објашњава микрофизичке процесе термализације и предубрзавања јона и електрона, као и њиховог каснијег убрзавања механизмом *DSA* на квазипаралелним ударним таласима у космичкој плазми. Модел који представљамо, заснован је на *PIC* симулацијама и нумеричким симулацијама кретања пробних наелектрисања у аналитички дефинисаном ЕМ пољу нестабилности и позадинском магнетном пољу, чија су својства узета из *PIC* симулација. Овакав модел са контролисаним пољима, омогућава нам да јасно одредимо улогу алфеновских микронестабилности и њихове нелинеарне структуре у свим процесима који се одигравају на ударном таласу.

Теоријски и симулацијама показано је да намагнетисани удари већим делом настају као последица интеракције јона, чиме је ширина саме прелазне области ударног таласа одређена нестабилностима које тада настају на скалама јонског жирорадијуса (Caprioli & Spitkovsky 2014, Kato 2015, Zeković 2019) који је много већи од жирорадијуса електрона. Такође, показано је да јони добијају енергију услед убрзавања компонентом динамичког електричног поља E_0 док дрефтују дуж удара (механизам *SDA*; Sironi & Spitkovsky 2011, Caprioli et al. 2014). У општем случају механизма *SDA*, динамичко електрично поље не мора нужно бити непроменљиво (као у случају потпуно нормалних удара). Код сасвим паралелних удара, динамичко електрично поље настаје услед кретања компоненте магнетног поља таласа побуђеног нестабилношћу и у том случају вектор магнетног поља ротира. *Минималним моделом* за уплив јона (Caprioli et al. 2014) показано је да јони који прођу 2 – 3 циклуса *SDA* постају супратермални (са енергијом неколико пута већом од термалних) док они који прођу $\gtrsim 2-3$ циклуса добијају довољно енергије да савладају потенцијал реформишуће баријере удара и уђу у процес убрзавања механизмом *DSA*. У оквиру *минималног модела*, претпостављено је непроменљиво или споропроменљиво поље (на скалама жирорадијуса). Међутим, у поглављу 2.3 је показано теоријски, а у глави 3 и практично, како интензитет ротирајућег вектора магнетног поља резонантне нестабилности на удару и нерезонантне нестабилности испред удара, поприма структуру магнетоакустичког солитона. Интензитет овог вектора тада бива модулисан на скалама $\lesssim r_{gi}$, на којима долази до потпуног заустављања тока плазме и реформирања удара. *Минимални модел* подразумева да се јони крећу циклотронски, да је при том динамичко електрично поље стално и да постоји одређени радни циклус реформишуће баријере чији потенцијал је моделован скоком електричног поља услед скока кинетичког притиска електрона ($E \sim \nabla P_e$).

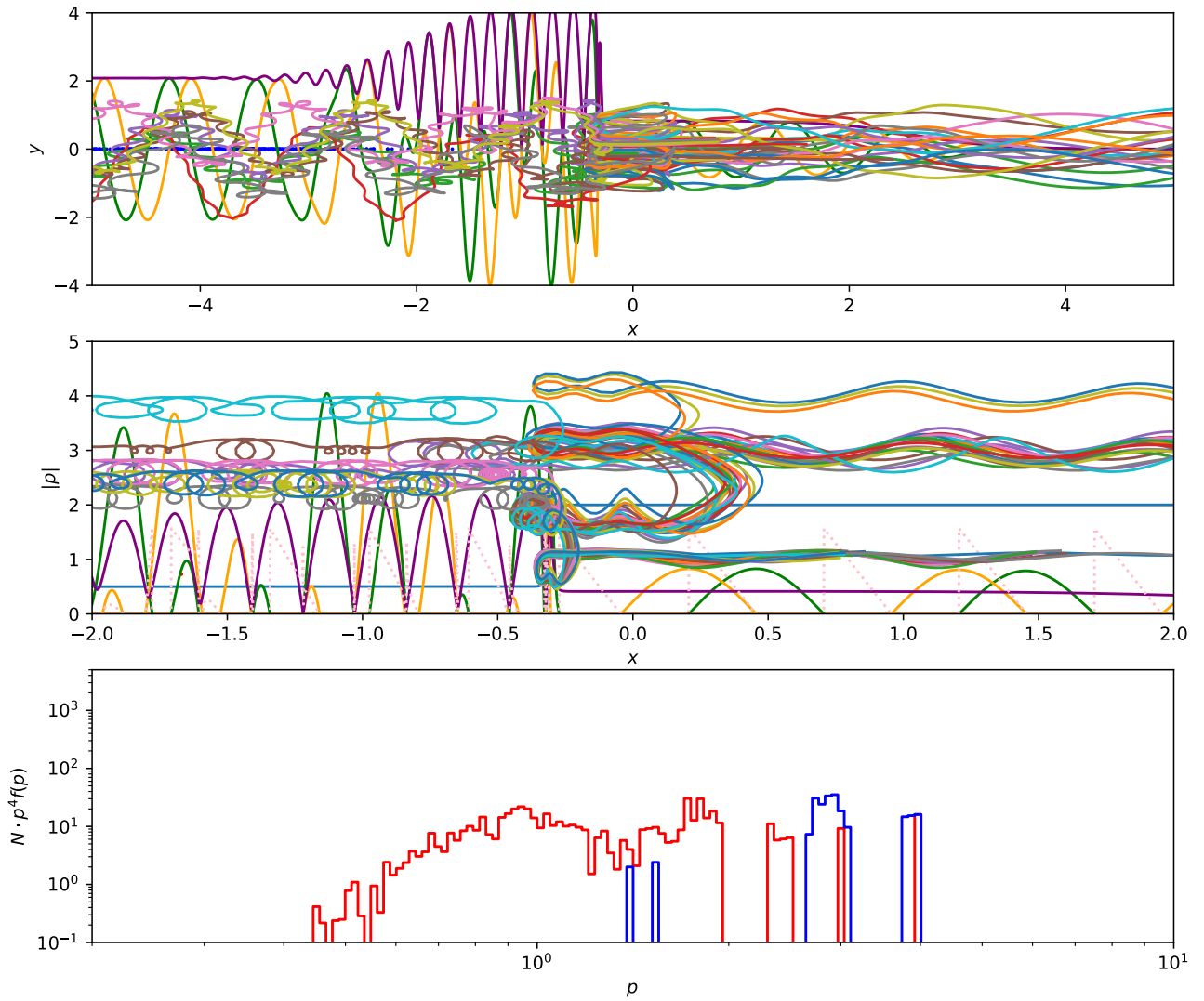
У поглављу 4.1 разлучујемо микрофизичке процесе предубрзавања на квазипаралелним ударним таласима и показујемо да се јони предубрзавају механизмом који називамо μ -*DSA* (μ од грч. *μκρο*, на малој скали), јер показује физички слична својства механизму *DSA*, али са измењеном вероватноћом услед постојања радног циклуса реформишуће баријере удара. Такође, разматрамо повезаност овог механизма предубрзавања са предубрзавањем у *минималном моделу*. Како би достигли импулс (или енергију) уплива јона у *DSA* и напустили област удара, електрони морају бити ефикасно предубрзавани механизмима који делују на скалама инерцијалне дужине и жирорадијуса електрона унутар сложене нелинеарне структуре реформишуће ударне баријере. У поглављу 4.2 показано је како се електрони предубрзавају на периодичном потенцијалу ударног таласа, чиме веома ефикасно добијају енергију и достижу енергију (импулс) улива у *DSA*.

4.1 Термализација и (пред)убрзавање јона

За одређивање доприноса компоненте нестабилности предубрзавању јона, користимо тродимензионе нумеричке симулације кретања пробних наелектрисања у аналитички дефинисаном ЕМ пољу нестабилности суперпонираном на позадинско магнетно поље, чија својства узимамо из *PIC* симулација. У ту сврху написан је и паралелизован ауторски код *APS* (скраћено од енг. *Astrophysical shock simulation*) који је први пут коришћен у раду Зековића и Арбутине (Zeković & Arbutina 2018). Код примењује линеарну апроксимацију у сваком временском кораку при решавању диференцијалних једначина кретања пробних честица под дејством Лоренцове силе, где кретање честица не утиче на задато ЕМ поље. Симулација се врши у систему референце везаном за ударни талас. На Слици 28 приказани су параметри такве симулације. Ток честица плазме је усмерен у правцу паралелно линијама силе непроменљивог позадинског магнетног поља B_0 и креће се здесна на лево са почетном брзином $-v_{sh}$. Узимамо да је нестабилност испред удара представљена десно кружно поларизованим ЕМ таласом, који у области испред удара има брзину $-v_{UW} = v_{CM}$ (индекс “UW” скраћено од енг. *upstream wave*), где је $v_{CM} = (\eta_{ri}v_{ri} - v_{sh})/(1 + \eta_{ri})$ (индекс “ri” скраћено од енг. *reflected ions*) брзина у систему центра маса струје повратних јона која побуђује нестабилности надолazeће “узводне” плазме. У области пребачаја (енг. *overshoot*), талас успорава на брзину $-v_{sh}/r_{os}$ (где узимамо да је компресија на пребачају $r_{os} \sim 10$) и увећава амплитуду. У области иза удара, дефинишемо десно кружно поларизовани ЕМ талас (резонантна нестабилност) за који узимамо да се креће брзином $-v_{sh}/4$ одређеном из Ранкин-Игониоових услова за област иза удара. Ради одређивања тачног утицаја магнетне компоненте нестабилности на термализацију и (пред)убрзавање честица, сасвим занемарујемо електростатички потенцијал удара, задржавајући при том само компоненту динамичког електричног поља нестабилности.

Нелинеарну солитонску структуру нестабилности, уводимо у виду амплитудне модулације интензитета вектора магнетног поља таласа на самом удару и иза њега. Честице које наилазе на овакву структуру, започињу циклично кретање (које квалитативно осликава процес реформирања). На Слици 28 се види да они јони који прођу кроз више узастопних одбитака, на крају достижу енергију потребну да савладају јако динамичко електрично поље и напусте област удара. Након другог одбитка, јони улазе у процес *DSA* и настављају да убрзавају, одбијајући се од нелинеарног таласа на удару и онога у области испред удара. Сам образац који честице описују од почетка убрзавања, суштински, не раздваја супратермалне и термалне јоне. То управо и потврђују резултати приказани на Слици 29, где се могу уочити квазитермални и супратермални јони из исте симулације. Квазитермални јони бивају трансмитовани кроз прелазну област, где се расејавају и губе или добијају енергију у интеракцији са динамичким електричним пољем нестабилности у једном кораку (Zeković & Arbutina 2019). Услед ротације вектора магнетног поља нестабилности, честице се расејавају у свим смеровима. С обзиром да се изотропизација понавља квазипериодично и да честице у интеракцији са динамичким електричним пољем не могу добити енергију много већу од $\sim E_{sh}$, ову популацију честица тачније можемо назвати квазитермалне. Оне формирају расподелу сличну Максвеловој, али задржавају циклотронско кретање. Супратермални јони су они који пролазе кроз два одбитка, а затим бивају трансмитовани у област иза удара.

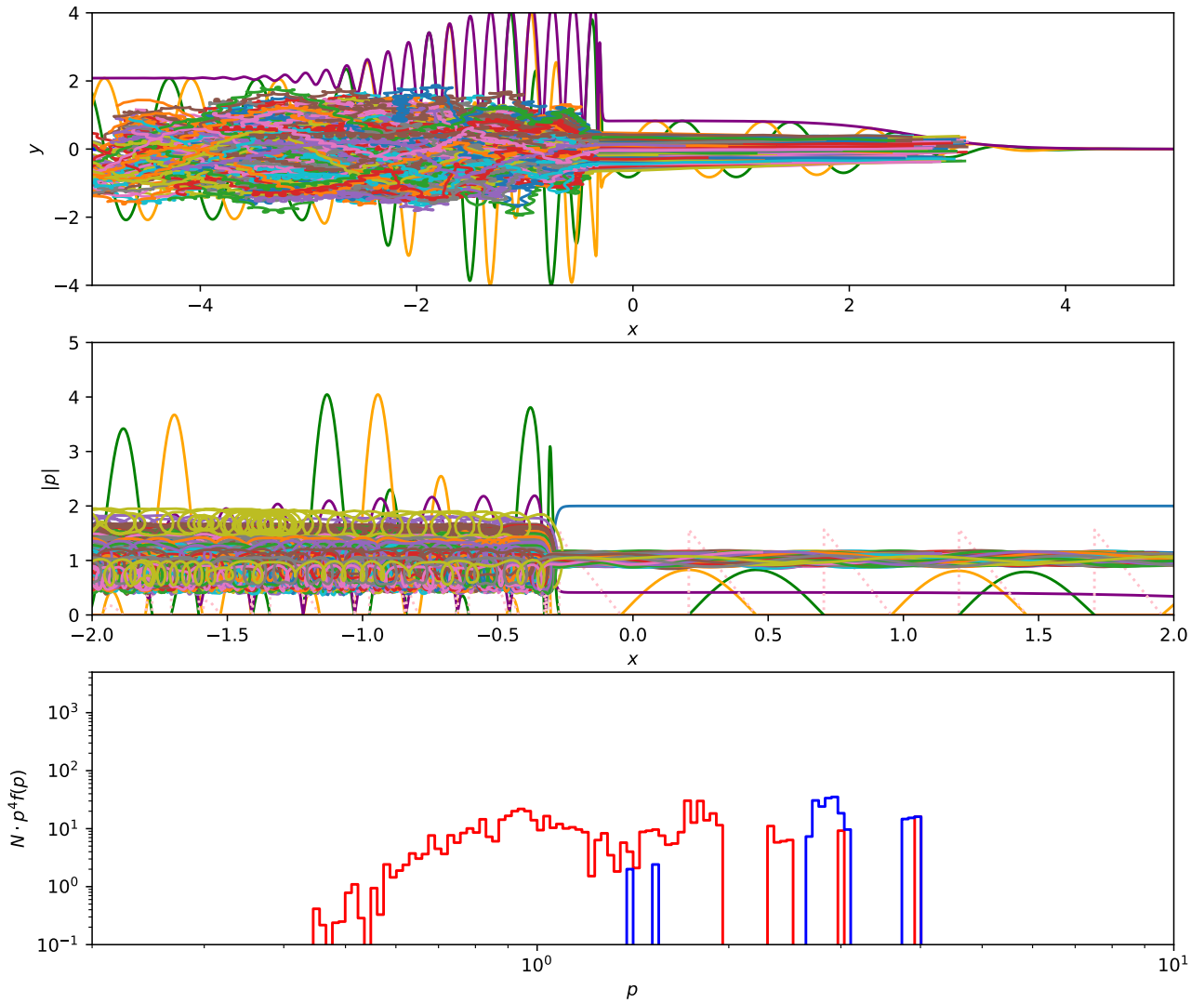
Разлике између почетних путања супратермалних и нетермалних јона нема, већ они јони који се одбију и по трећи пут, улазе у процес *DSA* и постају нетермални. Јони који услед постојања радног циклуса баријере, наставе да се крећу иза удара, остају супратермални. Управо због тога, сматрамо да је сам механизам убрзавања јона од почетка исти. Како је добијено у поглављу 2.3, електростатички потенцијал удара ће довести до повећања трансверзалне брзине честица, док лонгитудинална компонента остаје непо ремећена овим пољем. Дакле, доћи ће до загревања јона електричним пољем у области реформира-



Слика 28: Графици приказују редом, одозго на доле, путање нетермалних јона у: $x - y$ физичком простору, $|p| - x$ фазном простору укупног импулса израженог у јединицама mc и спектар честица (приказан за честице иза удара – црвеном, а испред удара – плавом бојом). Путање су приказане различитим бојама у систему референце везаном за удар. Поља B_y, B_z приказана су зеленом и жутом бојом; интензитет укупног трансверзалног поља B_{\perp} приказан је љубичастом бојом у позадини илустративно, ради поређења са скалама убрзавања; профил брзине поља приказан је плавом линијом.

ног удара. Промена лонгитудиналне компоненте брзине ће настати услед самог одбијања. Како се јони у почетку крећу између текуће и (ре)формиране баријере удара на скали $\sim r_{gi}$, уместо да дрефтују дуж ударне површи као што је дефинисано механизмом SDA , овај механизам предубрзавања називамо μ - DSA . Разлика у односу на механизам DSA је у томе што је услед постојања радног циклуса реформирајуће баријере удара, вероватноћа измењена у односу на вероватноћу процеса DSA . Измена се огледа у постојању сталне вероватноће од $\sim 25\%$ да честица буде одбијена, као што је добијено у *минималном моделу*. Ово ће условити настанак бројније популације супратермалних у односу на нетермалне честице, што се може видети у спектрима из симулације.

Како бисмо потврдили добијене резултате, у 2Д PIC симулацији пуштамо пробне јоне, а затим издвајамо само оне честице које су ушле у процес DSA и анализирамо њихове путање у фазном и физичком простору. На Слици 30 приказане су путање 5 нетермалних јона. Путање које јони описују у фазном простору слажу се са путањама јона добијеним

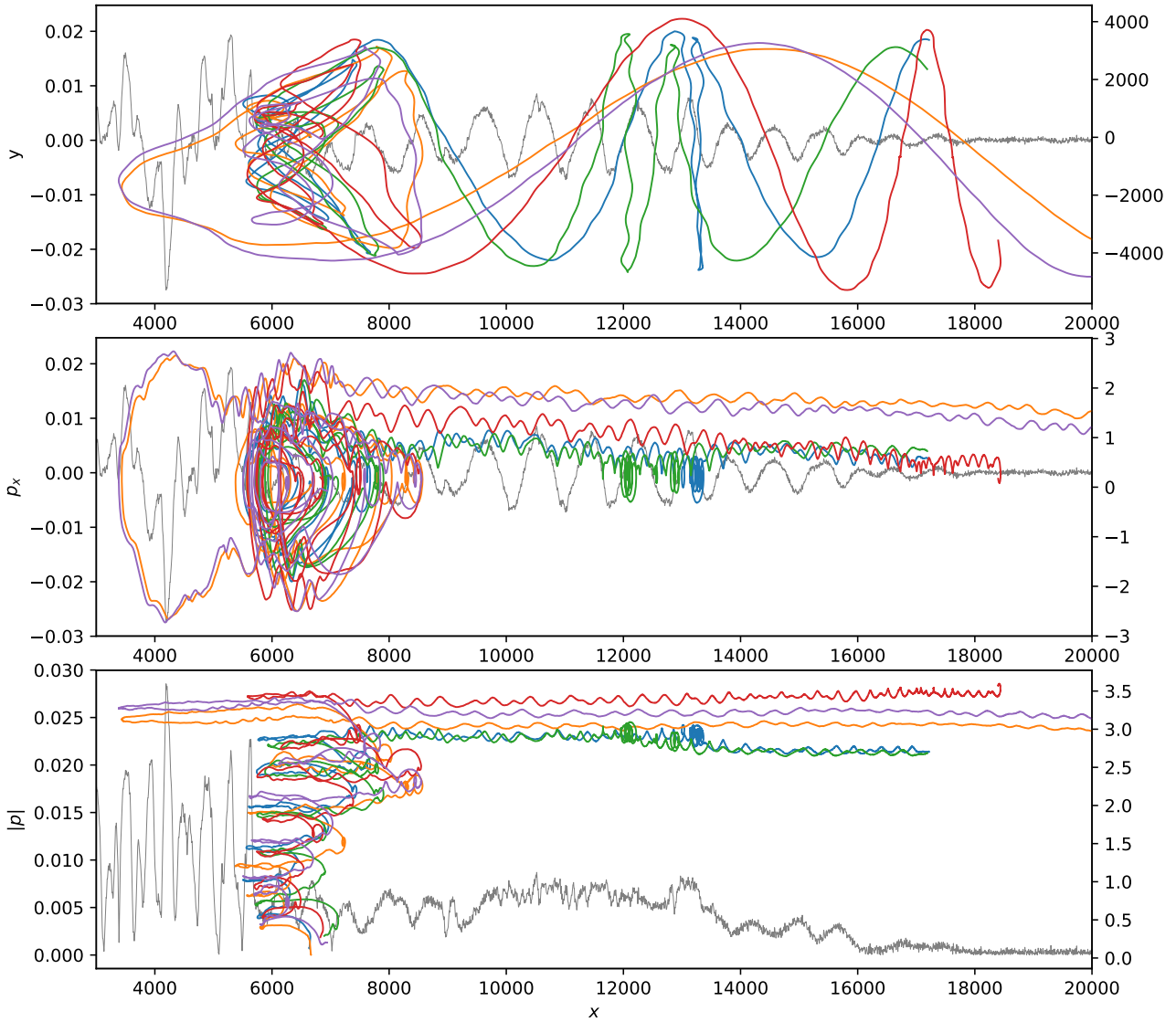


Слика 29: Исто као на Слици 28, само за термалне и супратермалне јоне.

у ЕМ симулацији извршеној кодом *APS*. Код свих јона примећује се исти образац путања при убрзавању, које карактерише постепено удаљавање тачке расејања испред удара са повећањем енергије честице.

Такође, за јоне који су постали нетермални, налазимо да је и у *PIC* симулацији овај процес непрекидан и физички исти од самог почетка убрзавања, док честице још увек имају $E \sim E_{sh}$, па све до краја, када честице достигну максималну енергију која је $E \sim 8 - 12 E_{sh}$ за издвојене честице и достигнути степен еволуције удара. Ово је у сагласности са предложеним механизмом предубрзавања μ -*DSA*, који подразумева да се процес *DSA* дешава на скали реформирања удара. Као што је речено, разлика у односу на *DSA* је у томе што је вероватноћа да јон достигне енергију довољну да савлада реформирајућу баријеру, модулисана радним циклусом саме баријере. Ово значи да ће први пут одбијени јони који успеју да побегну пре формирања новог максимума постати супратермални и направити спектар облика степеног закона, као код *DSA*, од најнижих енергија. Јони који не успеју да побегну, наставиће са цикличним кретањем између две узастопне баријере и постати термални.

На Слици 31 приказана је путања репрезентативног јона, за коју се може закључити да је од самог почетка нерегуларна услед ротације вектора магнетног поља на удару и испред њега. Такође, јасно се види да се јон у систему референце удара не одбија еластично, већ као што је то дефинисано *минималним моделом*, он се одбија од поље које мирује у односу

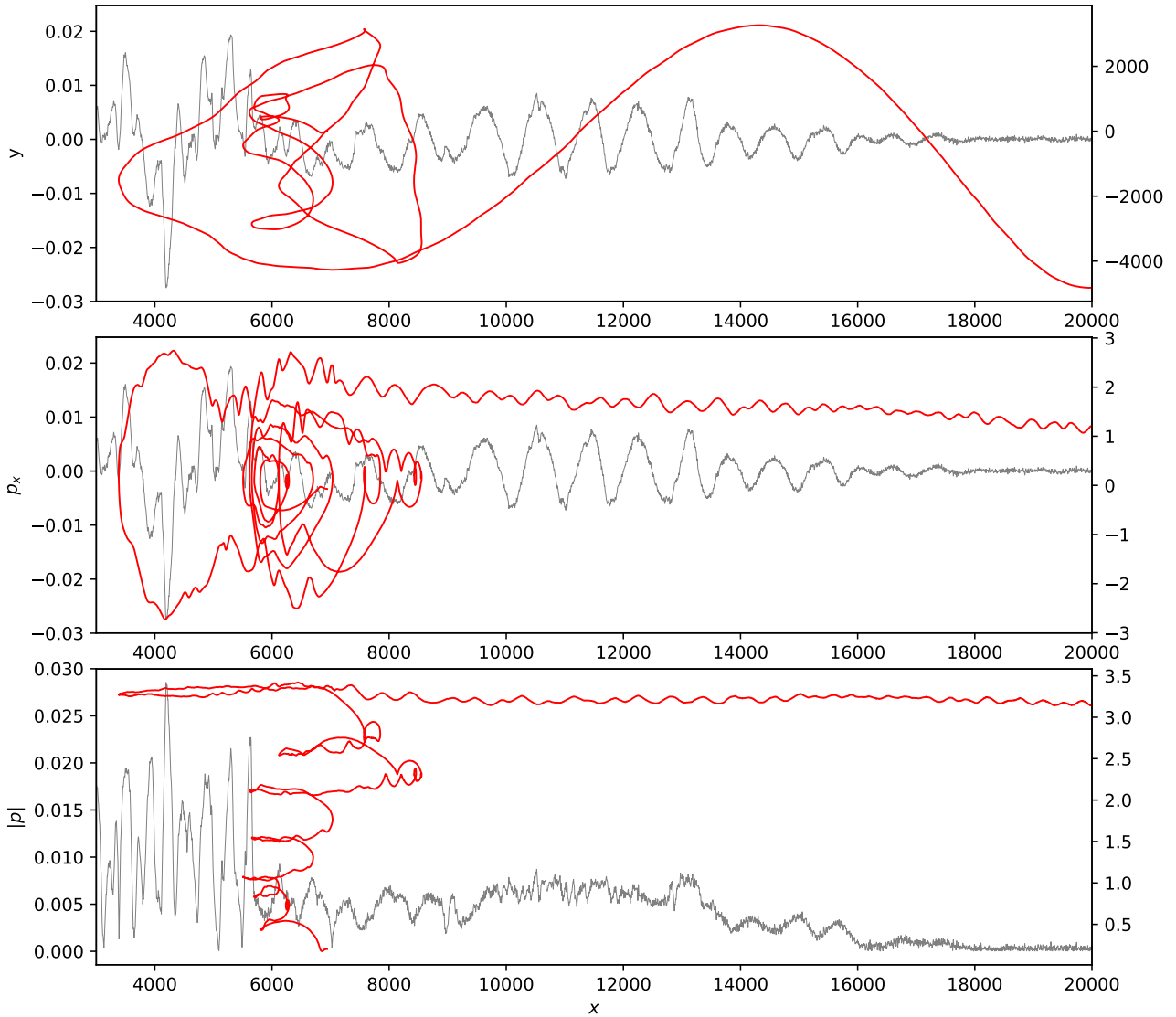


Слика 30: Графици приказују редом, одозго на доле, путање 5 нетермалних јона у: $x - y$ физичком простору, $p_x - x$ лонгитудиналном и $p - x$ фазном простору укупног импулса израженог у јединицама mc . Путање су приказане различитим бојама у систему референце везаном за удар. Поље B_z (горња два графика) и укупно трансверзално поље B_{\perp} (график на дну) приказани су сивом бојом у позадини за временски тренутак $t \sim 40 \omega_{ci}^{-1}$ уплива пробних честица, ради поређења са скалама убрзавања.

на систем референце плазме у области иза удара.

4.2 (Пред)убрзавање електрона

У случају квазинормалних удара, електрони у почетку могу искузити убрзавање индукованим електричним пољем удара (у правцу паралелном ударној површи), док на самој ударној површи бивају заробљени електростатичким солитонима велике амплитуде (Hoshino & Shimada 2002). Сам процес убрзавања честица док клизе дуж ударне површи назива се механизам *SSA* (скраћено од енгл. *shock surfing acceleration*, Sagdeev & Shapiro 1973 и Lee et al. 1996). Електростатички таласи који заробљавају електроне, стварајући при том вртложне структуре у електронском фазном простору као на Слици 14, побуђени су Бунемановом нестабилношћу (Bunemann 1958) услед постојања релативне брзине између одбијеног снопа јона и надолазећих електрона. У случају слабо намагнетисаних

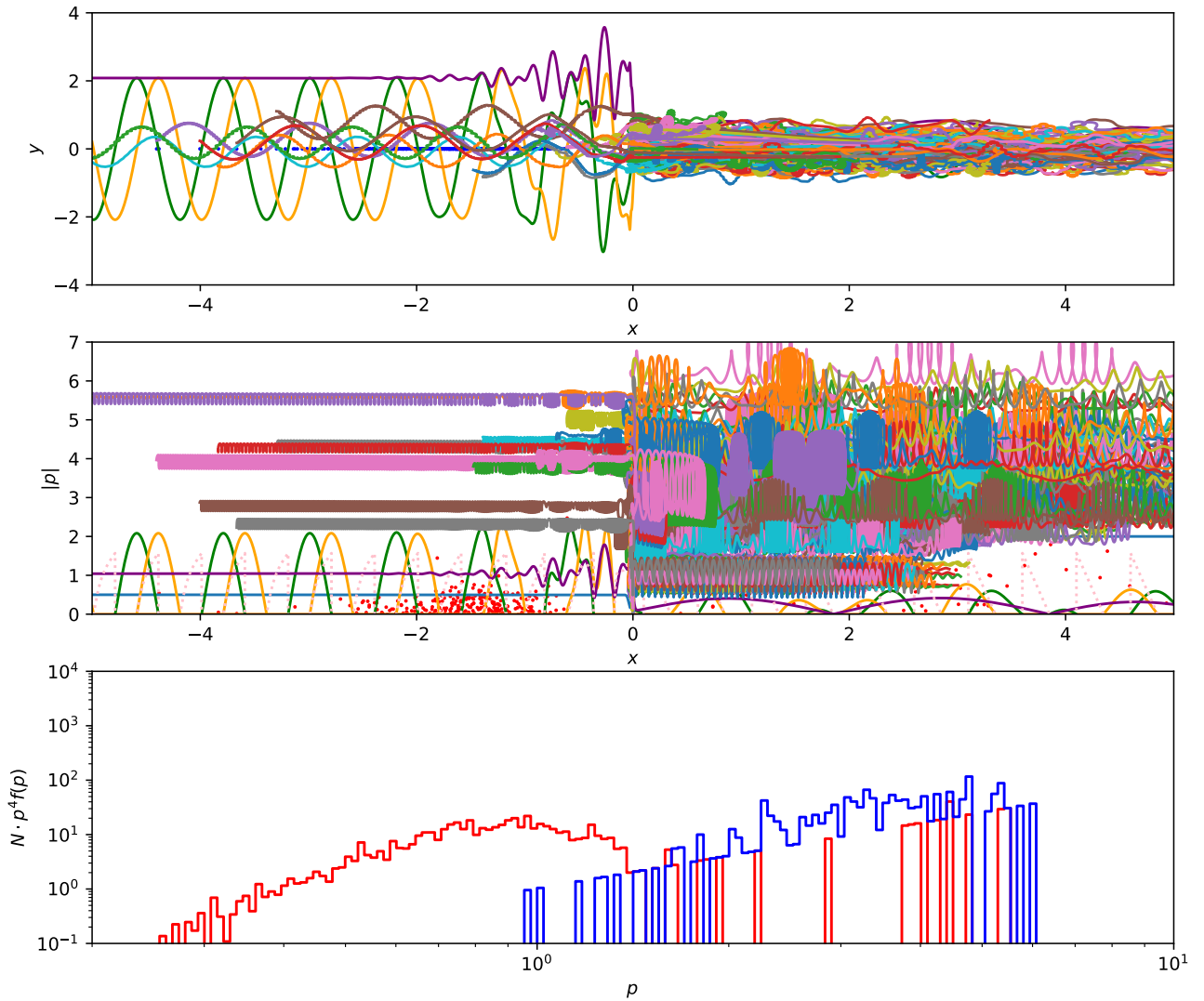


Слика 31: Приказ исти као на Слици 30, само дат за један нетермални јон.

удара, показано је да се електрони одбијају од ових електростатичких таласа велике амплитуде на предњој ивици прелазне области удара, уместо да су одбијени на самом електростатичком потенцијалу ударног таласа (Amano & Hoshino 2009). Други механизам који може довести до предубрзавања електрона настаје током турбулентне реконекције магнетног поља (Matsumoto et al. 2015). Електрони испред удара могу се сударити са реконекционим млазевима и магнетним острвима и тако доживети Фермијево убрзање првог реда³⁷. Допринос претходно описаних механизма (*SSA* и магнетна реконекција) и њихова велика зависност од односа маса јона и електрона и Алфен-Маховог броја, разматрани су у раду Бохдана и сарадника (Bohdan et al. 2019). Показано је да *SSA* непосредно испред ударне површи и Фермијево убрзање другог реда³⁸ на ударној површи, могу бити доминантни механизми предубрзавања електрона за ниже односе маса и мање Алфен-Махове бројеве, док за веће (реалније) односе маса и веће M_A магнетна реконекција представља главни механизам предубрзавања (Bohdan et al. 2020). Штавише, нови механизам убрзавања електрона “звиждућим” (*whistler*) таласима путем циклотронске резонанце, који је познат као стохастичко убрзавање током дрифта дуж удара (*SSDA*, енг. *stochastic shock*

³⁷ Допринос члана првог степена v/c код Фермијевог убрзања.

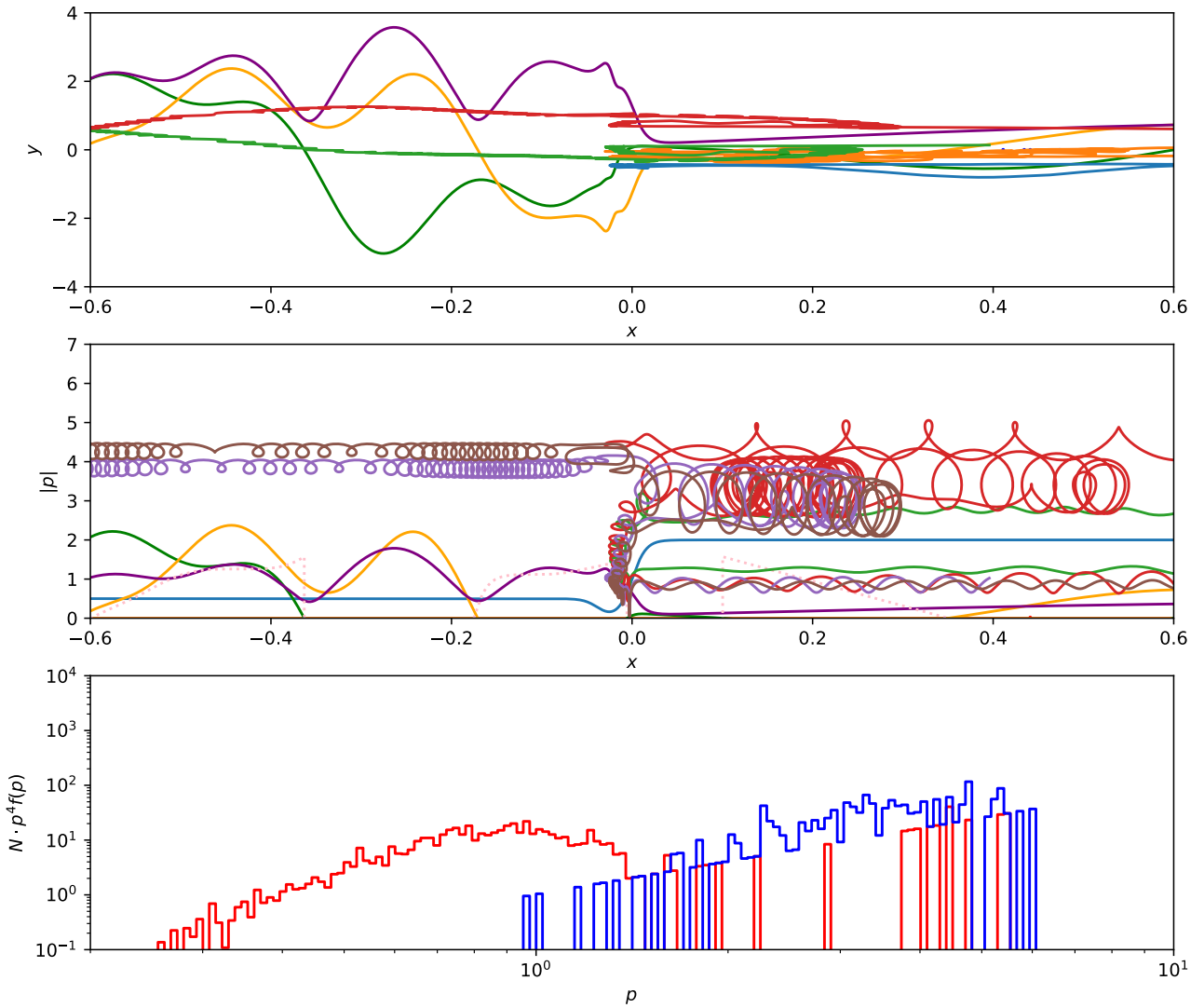
³⁸ Допринос члана другог степена $(v/c)^2$ код Фермијевог убрзања.



Слика 32: Графици приказују редом, одозго на доле, путање нетермалних електрона у: $x - y$ физичком простору, $|p| - x$ фазном простору укупног импулса израженог у јединицама mc и спектар честица (приказан за честице иза удара – црвеном, а испред удара – плавом бојом). Путање су приказане различитим бојама у систему референце везаном за удар. Поља B_y, B_z приказана су зеленом и жутом бојом; интензитет укупног трансверзалног поља B_{\perp} приказан је љубичастом бојом у позадини илустративно, ради поређења са скалама убрзавања; профил брзине поља приказан је плавом линијом.

drift acceleration; Katou & Amano 2019), недавно је потврђен мерењима на Земљином лучном удару (Amano et al. 2020). Механизам *SSDA* је у стању да произведе спектар електрона који се може описати степеним законом већ од најнижих енергија које су реда величине термалне енергије електрона. Својство да степени закон у спектру електрона извире директно из термалне расподеле, као и то да електрони улазе у процес *DSA* расејавањем на таласима које сами побуђују у области испред удара, претходно су добијена у *PIC* симулацијама квазинормалног (Xu et al. 2020) и квазипаралелног (Park et al. 2015) удара.

У *PIC* симулацијама квазипаралелних удара добијено је да се електрони предзагревају на “узводним” таласима, што може довести до њиховог равномерног уплива у *DSA* у каснијим фазама (Kato 2015). Равномеран уплив електрона је и потврђен (Park et al. 2015 и Guo & Giacalone 2015) и добијено је да се они непрекидно предубрзавају механизмом *SDA*, а затим убрзавају комбинацијом оба механизма, *SDA* и *DSA*. Једном када електрони

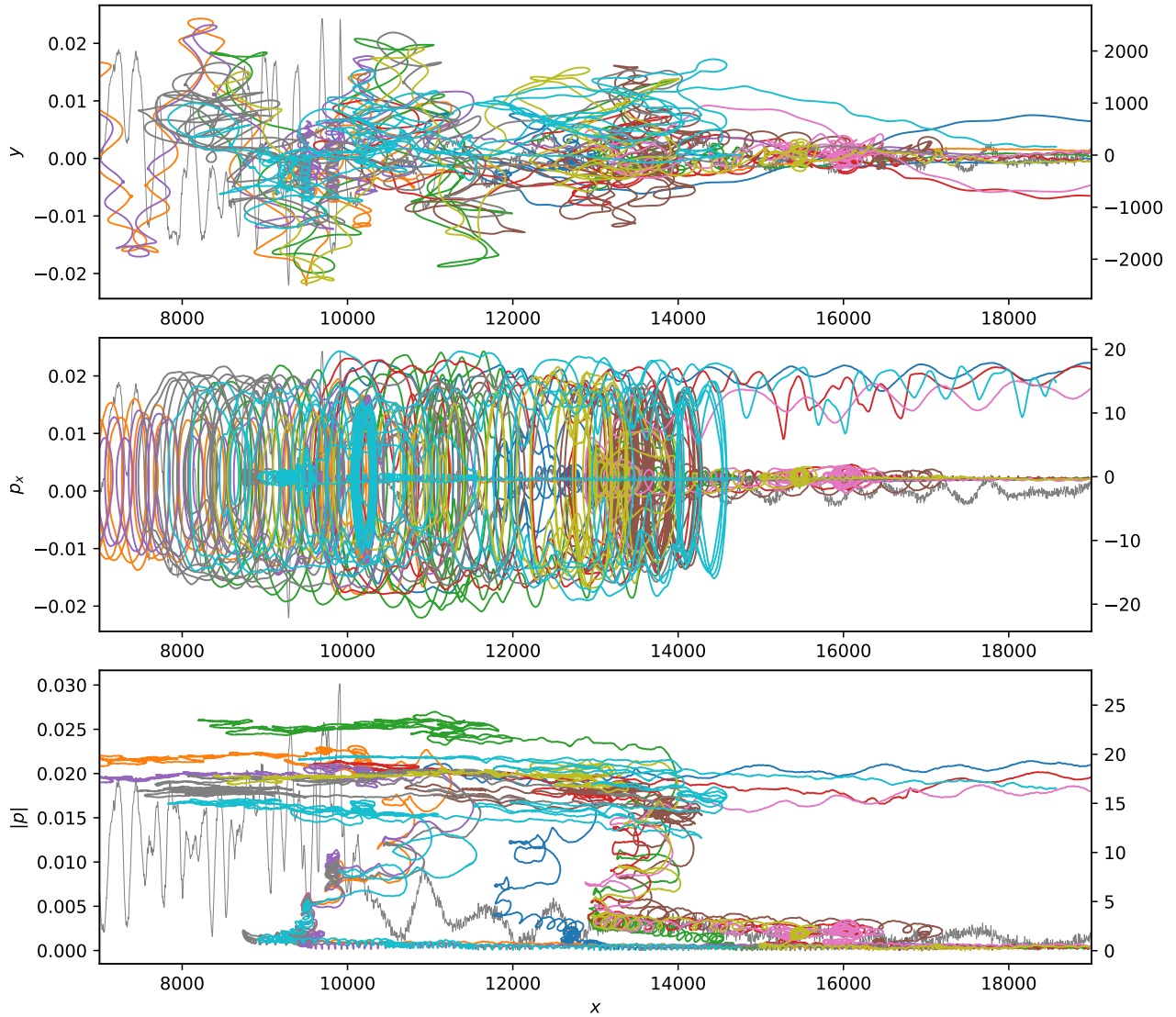


Слика 33: Исто као на Слици 32, дато за 4 нетермална електрона.

достигну импулс уплива јона, они почињу да се понашају слично јонима, тј. убрзавајући се само кроз механизам *DSA*.

Стога, заједничко својство квазипаралелних и квазинормалних удара је то да, иако електрони “формално” улазе у *DSA* када достигну импулс уплива јона, њихов нетермални спектар $f(p) \sim p^{-4}$ се у области нижих импулса простире све до термалне расподеле. Ово је био мотив за одређивање импулса уплива електрона код квазипаралелних удара, који би се користио као рецепт у нашем моделу нелинеарног *DSA* (Arbutina & Zeković 2019).

На Слици 32 приказани су нетермални електрони добијени у симулацији *APS*. У овој симулацији добијене су путање нетермалних електрона веома сличне као у раду других аутора (Park et al. 2015). Иако је услед вештачки уведеног поља, као и одсуства електро-статичког потенцијала, број нетермалних електрона нереално висок, симулација је адекватна да квалитативно покаже сам механизам њиховог (пред)убрзавања. Као и у *PIC* симулацији квазипаралелног удара (Park et al. 2015) и овде добијамо да се електрони веома ефикасно, у низу узастопних одбитака на скали fine структуре удара (ширина пребачаја), предубрзавају механизмом *SDA* на површи једне реформиране баријере. При томе, електрони могу побећи у област испред удара, одбити се назад *DSA* механизмом, и опет наставити са *SDA* циклусима на удару, што је приказано на Слици 33 за неколико нетермалних електрона. Као што је добијено раније (Park et al. 2015), и овде налазимо да се смена *SDA* и *DSA* механизма може поновити више пута, а да при томе честице формирају

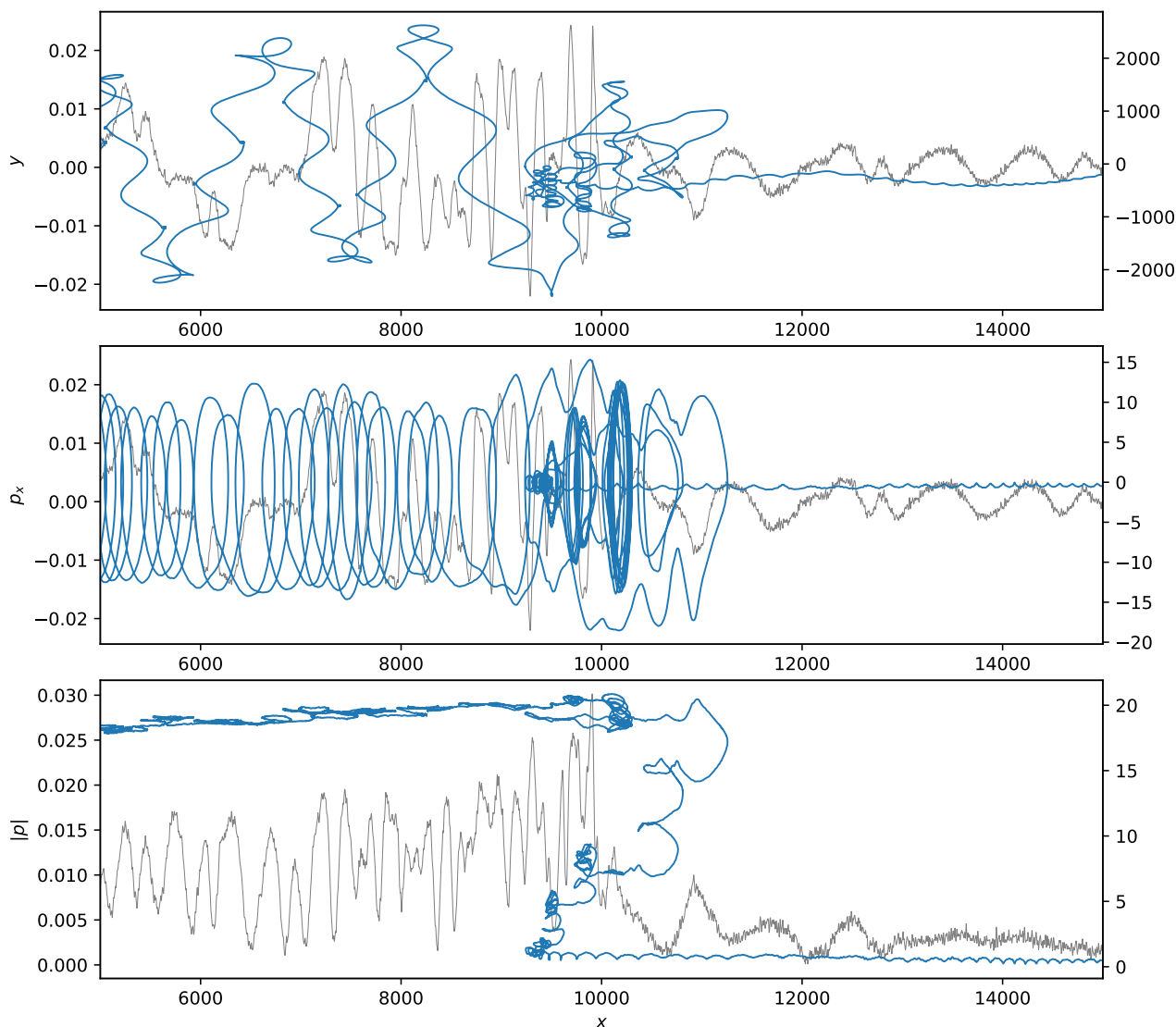


Слика 34: Графици приказују редом, одозго на доле, путање 10 нетермалних електрона у: $x-y$ физичком простору, p_x-x лонгитудиналном и $p-x$ фазном простору укупног импулса израженог у јединицама mc . Путање су приказане различитим бојама у систему референце везаном за плазму у области иза удара (систем референце симулационе кутије). Поље B_z (горња два графика) и укупно трансверзално поље B_\perp (график на дну) приказани су сивом бојом у позадини за временски тренутак близак тренутку уплива пробних електрона, ради поређења са скалама убрзавања.

спектар који се од самог почетка предубрзавања може описати степеним законом.

Као потврду, дајемо поређење са нетермалним електронима добијеним у PIC симулацији, приказаним на Слици 34. Види се да су путање електрона веома сличне онима добијеним у симулацији APS . Путање једног електрона који више пута пролази кроз смену узастопних SDA и DSA циклуса, приказан је на Слици 35. Налазимо да за већи број електрона први одбитак настаје услед магнетног огледала, при чему импулс остаје очуван (уочљиве су карактеристичне кружне путање у p_x-x фазном простору). Након тога електрони наилазе у правом тренутку на реформирајућу баријеру где се убрзавају механизмом SDA , а затим улазе у циклусе $SDA+DSA$. Када електрони достигну импулс јона, почињу да се понашају на исти начин, убрзавајући се само процесом DSA .

Квазитермални електрони настају на сличан начин као у случају јона. Велика разлика настаје у случају када се уведе електростатички потенцијал удара, јер тада долази



Слика 35: Приказ исти као на Слици 34, само дат за један нетермални електрон.

до значајног загревања електрона и повећања кинетичког притиска у областима максимума баријере, као што је дефинисано солитонском структуром у поглављу 2.3. Услед мале релативне брзине између плазме и нестабилности испред удара, долази, као што је речено, до настанка солитонске структуре на којој се и јони и електрони предзагревају, формирајући на тај начин прекурсор.

Резултати приказаних процеса на (ре)формирајућем удару добијени симулацијама кодом *APS*, недвосмислено указују да главну улогу у предубрзавању јона код квазинормалних удара има ЕМ поље саме нестабилности. Исто важи и за електроне у случају сасвим паралелног удара. Међутим, никако се не сме занемарити утицај електростатичког потенцијала удара и осцилација на скалама хибридних учестаности електрона. Сличним симулацијама (Gedalin 2020) кретања пробних наелектрисања у дефинисаном ЕМ пољу нормалног удара, показано је да овај потенцијал значајно успорава јоне, док осцилације на малим скалама највише доприносе загревању електрона. Такође, механизми наведени на почетку овог одељка, који додатно загревају електроне и значајно доприносе њиховом предубрзавању су *SSA*, магнетна реконекција и Фермијев механизам другог реда. Ови механизми постају све израженији са повећањем нагиба удара у односу на позадинско магнетно поље.

4.3 Нелинеарна модификација квазипаралелног удара

Механизам *DSA* независно је развило више научника (Axford et al 1977, Krymsky 1977, Bell 1978 и Blandford & Ostriker 1978). Међутим, на који начин се честице предубрзавају како би достигле енергију потребну да уђу у процес *DSA*, остало је нејасно. Од тада начињени су велики помаци у овој области (видети Malkov & Drury 2001, Amano & Hoshino 2007, Wieland et al. 2016, Bohdan et al. 2017, Diesing & Caprioli 2019, Xu et al. 2020).

Претпоставке у вези уплива електрона у процес *DSA*, важне су у многим практичним аспектима астрофизике космичких зрака, посебно у моделовању синхротронске емисије астрофизичких извора, као што су остаци супернових. У разматрањима радио-еволуције остатака супернових, умногоме се користи претпоставка да су протонски и електронски импулси уплива исти, а њихов бројни однос $K_{ep} \sim 1/100$ (Berezhko & Völk 2004, Pavlović 2017, Pavlović et al. 2018). Док је за протоне нерелативистичка вредност $p_{inj} = \xi p_{th}$ са $\xi \sim 3 - 4$ лако достижна (Blasi et al. 2005), поставља се питање: да ли електрони заиста морају да постигну тако велики импулс (као што је потребно у случају јона) да би ушли у процес *DSA*? Одговор на ово питање може се добити из кинетичких симулација.

У овом одељку представљамо резултате дугих *PIC* симулација, где је показано да различитост скала³⁹ на којима се јони и електрони предубрзавају, може довести до сличности између релативног броја⁴⁰ јона и електрона $\eta_{i,e} = N_{i,e}^{CR}/N_{i,e}$ који улазе у процес *DSA*, као што су то у прелиминарној анализи показали Arbutina & Zeković (2019). У табели 1 дајемо параметре коришћених симулација, а на Слици 36 приказујемо добијену временску еволуцију честичних спектра.

Табела 1: Параметри дугих *PIC* симулација.

Симулација	m_i/m_e	σ	v_{sh} [c]	M_A	M_S	$w[\lambda_i]$	$t[\omega_{ci}^{-1}]$	$t[\omega_{pe}^{-1}]$
1	16	0.6×10^{-3}	0.33	13	1800	6.4	250	4.1×10^4
2	50	1.0×10^{-3}	0.33	11	40	7.2	370	8.3×10^4
3	100	0.6×10^{-3}	0.33	13	1800	2.6	130	4.1×10^4
4	16	0.6×10^{-3}	0.4	16	35	< 1	1930	3.2×10^5

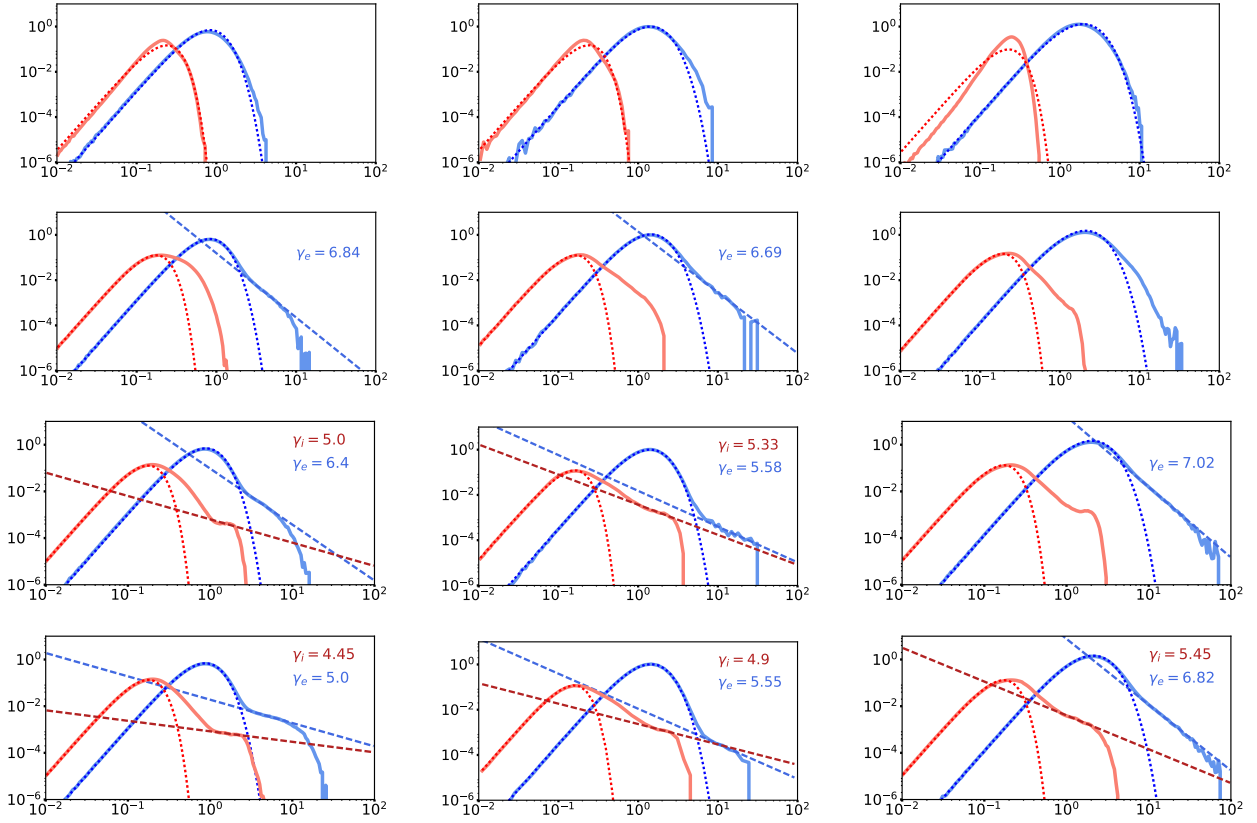
Налазимо да супратермална компонента слаби током времена у свим спектрима, док се нетермални реп изравнава стопом која је слична у свим симулацијама⁴¹. Како је ова стопа изражена у јединицама $\omega_{ci}^{-1} = (\sqrt{\sigma^{-1} m_i/m_e}) \omega_{pe}^{-1}$, пре него у јединицама ω_{pe}^{-1} , временске скале на којима удари еволуирају се увећавају пропорционално повећању односа маса. То има за последицу да је за већи однос маса потребно више времена да удар достигне време еволуције ($t \sim 1000 \omega_{ci}$) за које супратермална компонента у спектру сасвим нестаје. Према томе, сваки спектар у једном реду одговара другачијем степену еволуције. Из тог разлога, симулација са односом маса 16 достиже најдуже време еволуције.

На Слици 37, приказујемо временску еволуцију спектра јона и електрона за симулацију 4 ($m_i/m_e = 16$). Може се уочити постепено опадање супратермалног дела спектра, праћено незнатним померањем максимума термалне расподеле ка вишим енергијама и изравнавањем нетермалног дела. Ова својства су претходно добијена за спектар јона у хибридном симулацијама (Caprioli & Spitkovsky 2014). У нашој дугој симулацији, налазимо да адвектовани супратермални јони губе свој “вишак” енергије иза удара и благо

³⁹Која настаје као последица различитих маса јона и електрона.

⁴⁰У случају електронеутралности и плазме која се састоји од протона и електрона, то значи да је и укупан број честица исти.

⁴¹Степени закон који чине нетермалне честице и који тежи константној функцији ако је расподела приказана као $p^4 f(p)$.



Слика 36: Спектри јона (црвена боја) и електрона (плава боја) у области иза удара за тренутке $t \sim \{3, 16, 32, 38\} \times 10^3 \omega_{pe}^{-1}$ (у редовима одозго на доле) у симулацијама 1,2 и 3 (редом, колоне слева на десно) са провученом Максвеловом расподелом (термалне честице) и степеним законом (нетермалне честице). На водоравној оси дат је импулс честица p/mc , док је на усправној оси дата њихова нормирана расподела $4\pi p^4 f(p)$, где је p у јединицама mc . Нагиби провучених права које најбоље описују степени закон у спектрима јона и електрона, дати су у горњем десном углу редом, као γ_i и γ_e .

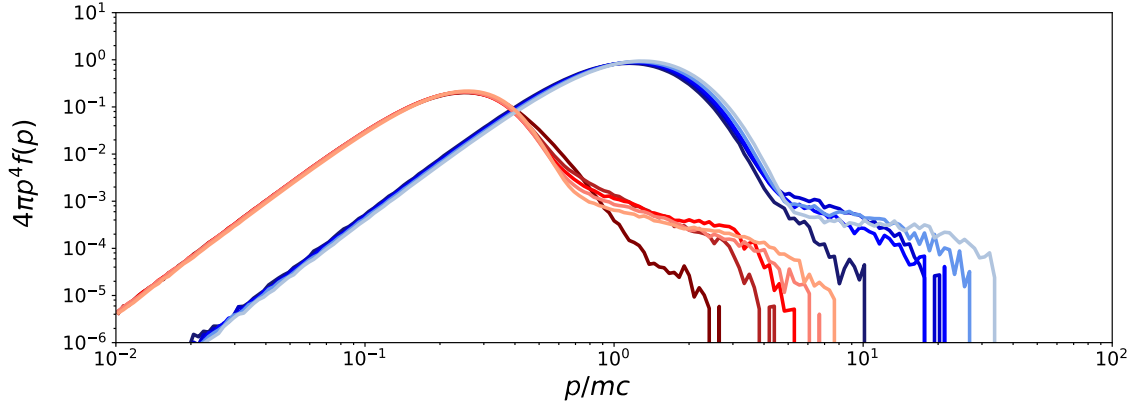
загревају плазму. Током еволуције удара, ово загревање се примећује као наведени мали помак максимума термалне расподеле ка вишим енергијама. Супратермална компонента у спектру је најјача на самом удару и настаје услед нестационарности процеса реформирања. Истовремено, нетермални реп се изравнава на спектрални индекс ~ 4 . У хибридни симулацијама (Caprioli & Spitkovsky 2014) показано је да се у каснијим фазама чини да термални реп готово директно извире из термалне расподеле.

Најважнији резултати које добијамо у нашој најдужој симулацији су:

(i) нетермалне расподеле јона и електрона иза удара теже да постану сасвим паралелне током времена, док им нагиб $\rightarrow 4$;

(ii) степени закони за јоне и електроне извиру директно из термалне (Максвелове) расподеле, у тачки где однос импулса уплива и термалног ($\xi = p_{inj}/p_{th}$; $p_{th} = \sqrt{2mkT}$) указује на сличне количине космичких јона и електрона ($\eta_i \sim \eta_e$).

Како бисмо показали на који начин су повезана ова својства, најпре полазимо од диференцијалне расподеле честица космичког зрачења:



Слика 37: Еволуција спектра јона (црвена боја) и електрона (плава боја) иза удара у симулацији 4 ($m_i/m_e = 16$). Линеје различитих боја представљају спектре у различитим временским тренуцима, где тамније линеје одговарају ранијим временским тренуцима, а светлије линеје каснијим. На водоравној оси је дат импулс честица p/mc , док је на усправној оси дата њихова нормирана расподела $4\pi p^4 f(p)$, где је p у јединицама mc .

$$\frac{dN^{\text{CR}}(p)}{dp} = 4\pi p^2 f(p) \approx \frac{\eta N (\Gamma - 1)}{p_{\text{inj}}} \left(\frac{p}{p_{\text{inj}}} \right)^{-\Gamma},$$

где је $\Gamma = \gamma - 2$ енергетски индекс (γ је нагиб степеног закона дат на Слици 36), p_{inj} је импулс где степени закон извире из Максвелове расподеле (који називамо импулс уплива), а N је укупан број честица. Интеграљењем ове расподеле добијамо укупан број космичких зрака:

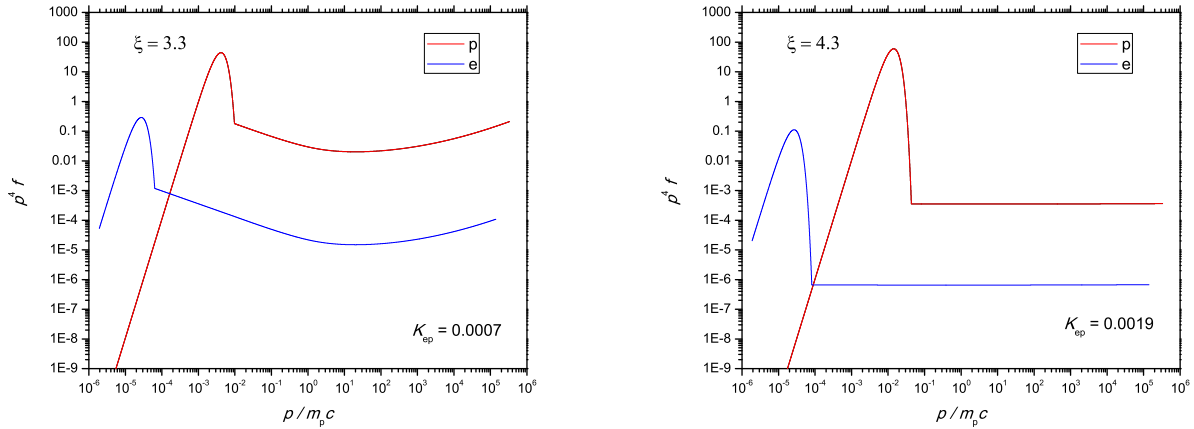
$$N^{\text{CR}} = \int_{p_{\text{inj}}}^{\infty} \frac{\eta N (\Gamma - 1)}{p_{\text{inj}}} \left(\frac{p}{p_{\text{inj}}} \right)^{-\Gamma} dp = \eta N.$$

Како бисмо повезали η и ξ , претпостављамо да су Максвелова расподела и степени закон изједначени у тачки где је $p = p_{\text{inj}}$ (Blasi 2004). У нерелативистичком случају добијамо:

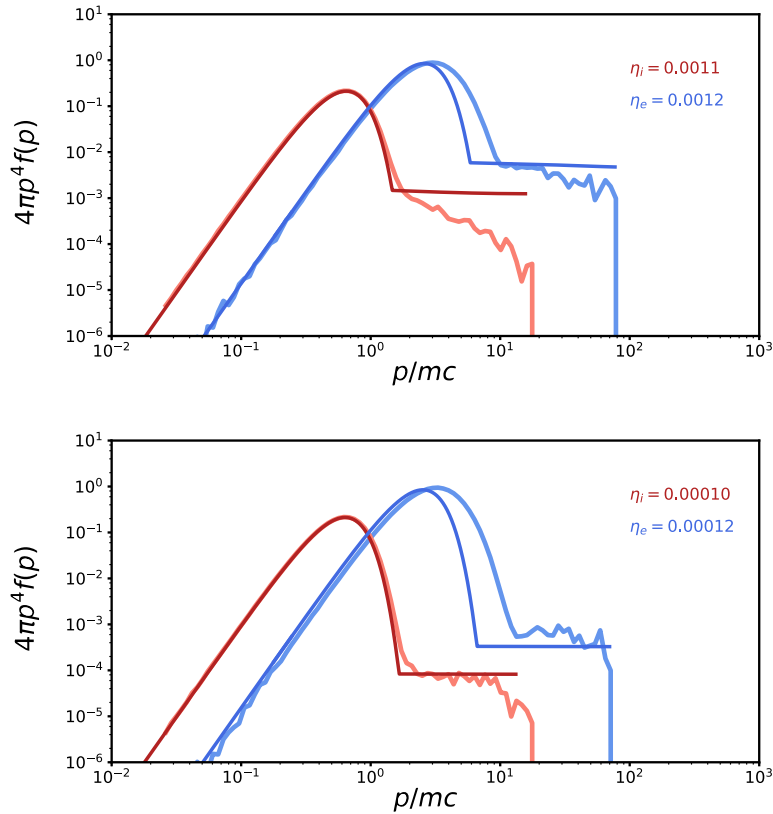
$$\begin{aligned} \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \frac{p_{\text{inj}}^2}{p_{\text{th}}^3} \cdot e^{-\frac{p_{\text{inj}}^2}{p_{\text{th}}^2}} &= \frac{\eta N (\Gamma - 1)}{p_{\text{inj}}}, \\ \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\Gamma - 1} \xi^3 \cdot e^{-\xi^2} &= \eta. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Стога, једнакост у односима импулса уплива и термалног импулса ($\xi_i \approx \xi_e$) и паралелни степени закони ($\Gamma_i \approx \Gamma_e$) указују на скоро исте количине честица које улазе у процес DSA ($\eta_i \approx \eta_e$). У случају опште електронеутралности ($N_i = N_e = N$), укупан број космичких протона бива тачно једнак укупном броју космичких електрона ($N_i^{\text{CR}} = N_e^{\text{CR}}$).

Претходно добијени резултати PIC симулација примењени су у Блазијевом семианалитичком моделу нелинеарног DSA (Blasi 2002a,b). У односу на стандардни рецепт, уведено је додатно загревање електрона (Ghavamian et al. 2013), претпостављено да важи (4.1) за електроне и протоне и добијени су теоријски спектри честица и однос космичких електрона



Слика 38: Спектри протона и електрона за $\xi = 3.3$ (лево) и $\xi = 4.3$ (десно) у случају реалног јаког удара са $M_A = M_S = 135$.



Слика 39: Поређење спектра јона (црвена боја) и електрона (плава боја) иза удара у симулацији 4 ($m_i/m_e = 16$) са моделом нелинеарног *DSA* датим за исти Алфен-Махов и звучни Махов број. Горњи график представља спектре близу удара где меримо $\xi \approx 3.2$, док доњи график представља спектре далеко иза удара где меримо $\xi \approx 3.7$. На водоравној оси је дат импулс честица p/mc , док је на усправној оси дата њихова нормирана расподела $4\pi r^4 f(p)$, где је p у јединицама mc .

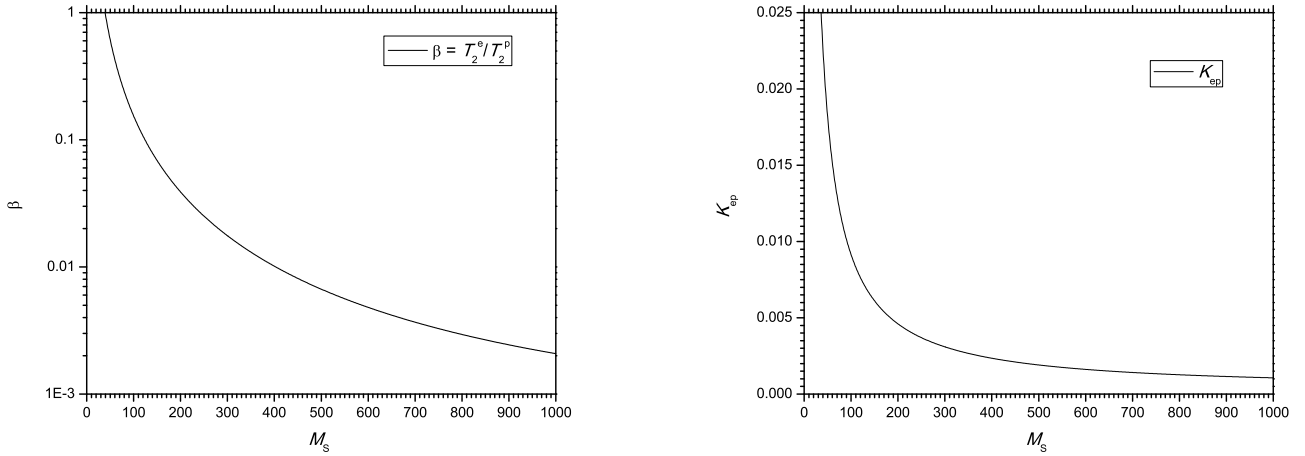
и протона на високим енергијама K_{ep} (Arbutina & Zeković 2019). На Слици 38 приказани су добијени спектри за случај јако модификованог ($\xi = 3.3$) и немодификованог ($\xi = 4.3$) удара.

Такође, по први пут, овакав модел је примењен и на случај *PIC* симулације 4, где је пронађено слагање теоријских и спектра из симулације (Слика 39). На основу уведенe претпоставки (Arbutina & Zeković 2019) нађено је K_{ep} као функција Маховог броја претпостављајући $\eta_e = \eta_p$:

$$K_{\text{ep}} = \frac{\eta_e}{\eta_p} \left(\frac{p_{\text{inj},e}}{p_{\text{inj},p}} \right)^{\frac{3}{R_{\text{sub}}-1}} = \left(\frac{m_e T_2^e}{m_p T_2^p} \right)^{\frac{3}{2(R_{\text{sub}}-1)}} = \left(\frac{m_e}{m_p} \beta \right)^\alpha, \quad (4.2)$$

$$\beta \approx \frac{\frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2} m_e u_0^2 + \Delta E}{\frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2} m_p u_0^2}, \quad (4.3)$$

где је α спектрални индекс, а β однос температура иза удара, који је овде дат за јаке ударе ($M_S \rightarrow \infty$) са загревањем електрона $\Delta E \sim 300$ keV (Ghavamian et al. 2013). На Слици 40 приказујемо ову зависност за случај немодификованог удара.



Слика 40: Однос температура иза удара β (лево) и однос електрона и протона на високим енергијама K_{ep} (десно), као функције Маховог броја M_S за брзину звука 10 km s^{-1} .

У случају ових модификованих Ранкин-Игониоових услова, у режиму пробних честица, налазимо да се типични посматрани однос $K_{\text{ep}} \sim 1:100$ за галактичке космичке зраке, добија у случају Маховог броја ~ 100 (за брзину удара $v_{\text{sh}} \sim 1000 \text{ km s}^{-1}$).

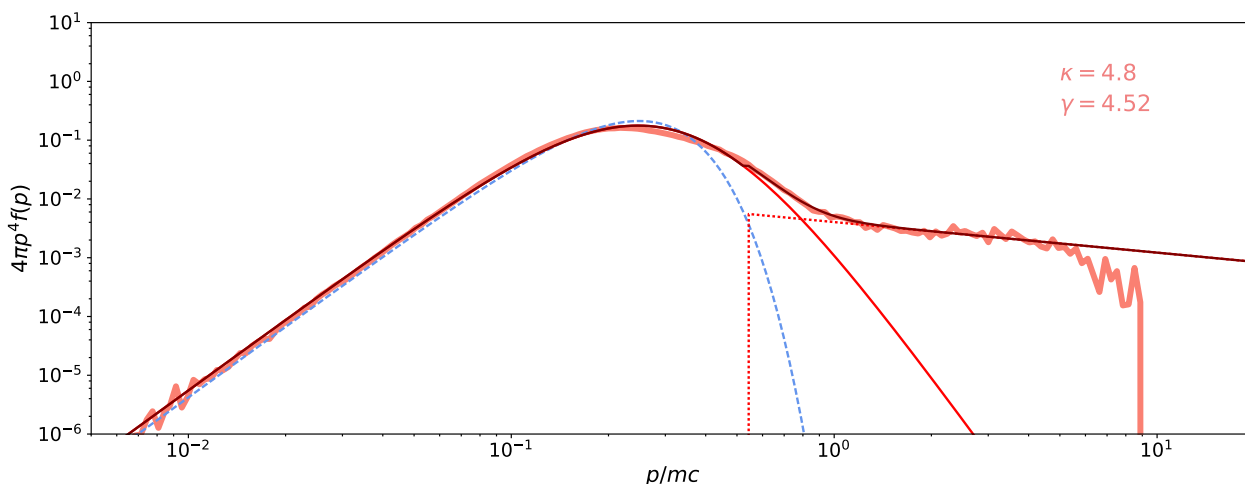
4.4 Неравнотежна расподела честица на удару

Теоријски је показано да се стање плазме која није достигла термодинамичку равнотежу, може описати κ -располом (Livadiotis 2017):

$$\frac{dN}{dp} = 4\pi p^2 f(p) = \mathcal{N} \frac{4\pi p^2}{(\pi \kappa p_0^2)^{\frac{3}{2}}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\frac{\kappa}{2} - 1)} \cdot \frac{1}{\left[1 + \frac{p^2}{\kappa p_0^2} \right]^{\kappa+1}},$$

где је p_0 импулс максимума расподеле, а \mathcal{N} укупан број честица.

Таква расподела типична је за космичку плазму (Livadiotis & McComas 2011). Услед самореформирујућег понашања безударног ударног таласа, очекујемо да они стварају плазму која је изван термодинамичке равнотеже. Заиста, неравнотежне расподеле које одступају од Максвелове, посматране су код остатака супернових (Raymond et al. 2010). Кинетичким симулацијама показано је да се спектар честица састоји од термалне расподеле, супратермалног дела и нетермалног степеног закона (Caprioli et al. 2014). Штавише, узимајући у обзир радни циклуси реформирујуће баријере удара, просто се може моделовати супратермална расподела честица (Caprioli et al. 2014). Неки јони могу добити “вишак” енергије након неколико циклуса *SDA*. Овај процес доводи до истовремене производње популација термалних и нетермалних јона, где последњи представљају кандидате за механизам *DSA*. Како бисмо моделовали обе расподеле као две различите појаве једне исте нестационарне плазме, уводимо κ -расподелу (Arbutina & Zeković 2020).

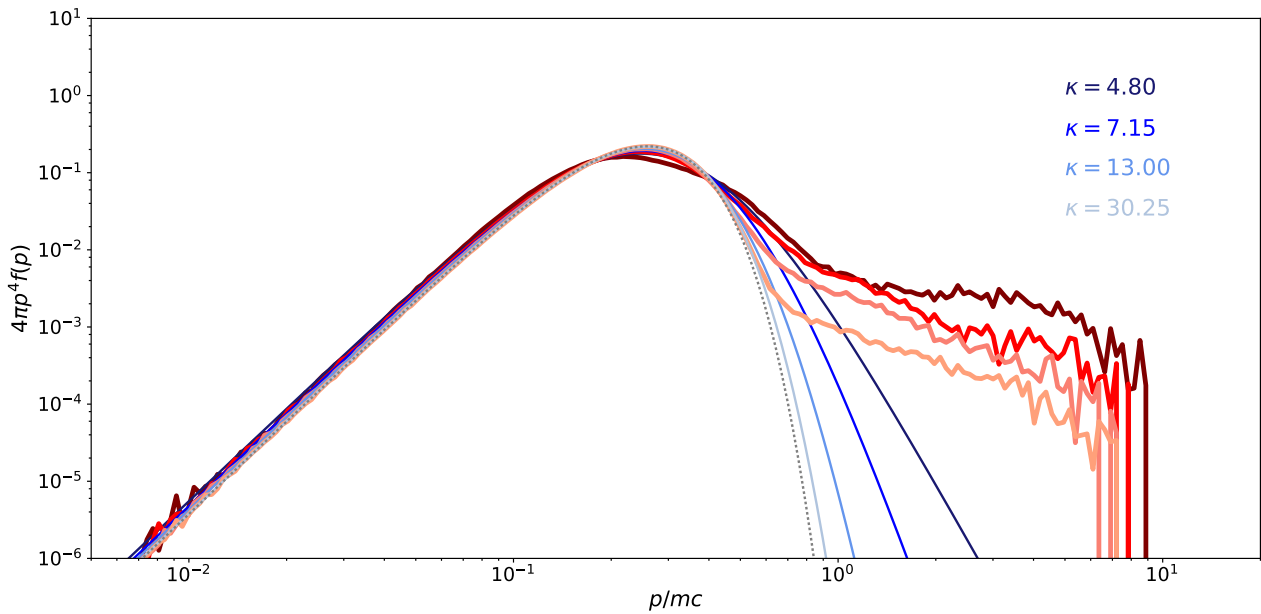


Слика 41: Спектар јона непосредно иза удара. Максвелова расподела која најбоље описује термални део спектра, приказана је плавом испрекиданом линијом. Танка црвена линија приказује κ -расподелу, тачкаста – степени закон, док је браон линијом представљена сума κ -расподеле и степеног закона. Мерени параметар κ и нагиб спектра γ , расподеле $f(p) \sim p^{-\gamma}$, дати су у горњем десном углу графика.

У хибридном симулацијама (Caprioli & Spitkovsky 2014) уочљиво је да почетна расподела честица није Максвелова. У каснијим фазама еволуције, настају нетермалне убрзане честице и јак супратермални део сасвим нестаје, остављајући спектар сачињен само од Максвелове расподеле и степеног закона. Супратермална и нетермална расподела описане су *минималним моделом* за уплив јона, међутим овај модел не описује максимум који настаје у спектру.

Како бисмо моделовали спектре честица неравнотежном κ -расподелом, анализирамо дугу *PIC* симулацију паралелног удара (бр. 4 у Табели 1). Налазимо да термални и супратермални део спектра заједно најбоље описује κ -расподела, што је приказано на Слици 41. Цео спектар описујемо сумом κ -расподеле и степеног закона и из најбољег провлачења кривих добијамо импулс уплива јона p_{inj} у *DSA*, који се веома добро слаже са истим добијеним у оквиру *минималног модела* (Caprioli et al. 2014).

На Слици 42 приказујемо спектар јона у различитим областима иза удара. Добивамо да се са удаљавањем од удара индекс κ увећава, што значи да је плазма даље иза удара ближа равнотежној. У граничном случају, бесконачна вредност индекса κ резултује тиме да расподела постаје Максвелова. Анализирајући временску еволуцију спектра јона иза



Слика 42: Промена спектра јона кроз област иза удара. Подаци из симулације су приказани црвеном бојом, где тамније линије одговарају спектрима ближе, а светлије линије спектрима даље од удара. Расподела и одговарајућа вредност индекса κ приказани су истим нијансама плаве боје. Максвелова расподела која најбоље описује спектар дата је сивом тачкастом линијом.

удара, налазимо да вредност индекса κ варира у опсегу $\sim 4 - 7$. То важи за цео период симулације, иако другачије вредности нису искључене, штавише очекиване су у случају још дужег трајања симулације или другачијих параметара и нагиба удара.

Главни закључци спроведене анализе су:

- (i) термална и супратермална компонента у спектру иза удара се могу заједно моделовати κ -располом за неравнотежне плазме,
- (ii) спектри ближе удару указују јако неравнотежна стања, док даље од удара плазма постаје равнотежна и расподела поприми облик Максвелове расподеле. Далеко иза удара спектар се састоји само од максвелијана и степеног закона,
- (iii) провлачење збирне κ -расподеле и степеног закона кроз спектар јона даје импулс уплива јона који је у складу са импулсом добијеним у оквиру *минималног модела*, и овај импулс остаје непромењен дуж целе области иза удара.

5 Закључак

Главни циљ ове дисертације био је да покуша да одговори на питање: на који начин настаје квазипаралелан ударни талас и простире се у космичкој плазми која је сасвим безударна? Одговор на ово питање отвара читаву област изучавања плазмених процеса који настају на таквом удару, од којих је за астрофизику најзначајнији процес убрзавања честица до енергија космичког зрачења. С обзиром да су судари међу честицама у космичкој плазми занемариви, једини посредник удара може бити ЕМ поље. У случају потпуног одсуства, или постојања веома слабог позадинског магнетног поља, Вајбелова нестабилност побуђује ЕМ талас усмерен трансферзално у односу на правац кретања плазме, који изазива њену филаментацију. Интеракција између филамената доводи до потпуног растурања и заустављања тока плазме, што као последицу има настанак удара (Spitkovsky 2008). Са друге стране, уколико је плазма намагнетисана и ако се креће квазинормално у односу на магнетно поље, очекивано је да ће усмерено кретање честица плазме бити онемогућено на скали жирорадијуса услед чега ће доћи до настанка удара. Међутим, ако се плазма креће дуж линија силе уређеног магнетног поља кроз другу, мирујућу плазму, тада једино пертурбације самог ЕМ поља могу бити узрочник и посредник ударног таласа.

Управо из тог разлога, у првом делу дисертације (поглавље 2.2) смо изучавали нестабилности које могу настати услед судара две плазме у присуству позадинског магнетног поља (Zeković 2019) и добили смо следеће резултате⁴².

1. Решавањем једначина линеарне теорије, добијено је да при супералфеновском судару плазми упоредивих густина може настати резонантна нестабилност, која побуђује кружно поларизоване алфеновске модове са таласном дужином $\sim r_{gi}$.

2. Нумеричким симулацијама кретања пробних наелектрисања у аналитички дефинисаном ЕМ пољу, нађено је да такви резонантни таласи могу ефикасно расејавати честице и сасвим зауставити ток плазме, чак и при амплитуди магнетне компоненте поља $\sim B_0$ (Zeković & Arbutina 2018).

3. У случају резонантне таласне дужине $\lambda_{\text{res}} \approx \pi r_{gi}$, за коју смо емпиријски (у симулацијама *APS*) финим подешавањем утврдили да изазива најјаче расејање честица, из линеарних једначина природно произлази однос густина две плазме $\eta \sim 3$, који у области судара одражава скок густине $\eta + 1 = 4$ добијен за јаке ударе.

Међутим, линеарна теорија може бити примењена само да објасни својства таласа који ће бити побуђен нестабилношћу у линеарном режиму, када је амплитуда таласа мала и он не утиче на кретање честица. У глави 3 *PIC* симулацијама у случају квазипаралелног удара је потврђено следеће. Када амплитуда резонантног таласа нарасте до вредности позадинског магнетног поља B_0 , кретање тока плазме започиње да се мења на начин да његово успоравање изазива локални раст амплитуде таласа, који даље кроз позитивну повратну спрегу још више успорава ток плазме. Ово доводи до одбијања плазме од скоковито настале баријере трансверзалног магнетног поља нестабилности. Одбијена плазма побуђује резонантни талас у области испред баријере, који опет успорава овај ток плазме и доводи до настанка нове баријере на раздаљини $\sim r_{gi}$ испред текуће. Нова баријера зауставља и заробљава плазму иза ње, док у области испред, баријера одбија ток надоласеће плазме.

4. Процес (ре)формирања баријере се понавља периодично на тачно одређеним скалама дужине $\lesssim r_{gi}$, као што је теоријски изведено у поглављу 2.3, где је примењен нови метод за приближно решавање веома сложених интеграла из рада Zeković et al. (2013)

⁴²Све резултате добијене у овој дисертацији наводимо у пасусима означеним редним бројевима.

ради изналажења простог и довољно прецизног аналитичког решења нелинеарне магнетоакустичке солитонске структуре.

PIC симулацијама је показано да долази до изотропизације, згушњавања и загревања плазме иза водеће баријере, где настаје скок густине. Овај скок густине усредњен на већим просторним скалама, као и пад средње брзина кретања плазме иза баријере, одговарају компресији густине и брзине очекиваној на основу Ранкин-Игониоових хидродинамичких услова на ударном таласу. Периодично побуђивање резонантне нестабилности и њен брзи раст који доводи до заустављања тока плазме, појачавања амплитуде ове нестабилности и настанак баријере, представља сложен процес (ре)формирања ударног таласа. Одатле можемо закључити да резонантна нестабилност и нелинеарна солитонска структура која настаје услед интеракција са током плазме изазивају периодично реформирање удара које заправо представља начин простирања квазипаралелног ударног таласа.

5. Резултати *PIC* симулација добијени у дисертацији (глава 3) указују да се нелинеарна теорија из поглавља 2.3 може применити у општем случају, како код квазинормалних, тако и код квазипаралелних удара.

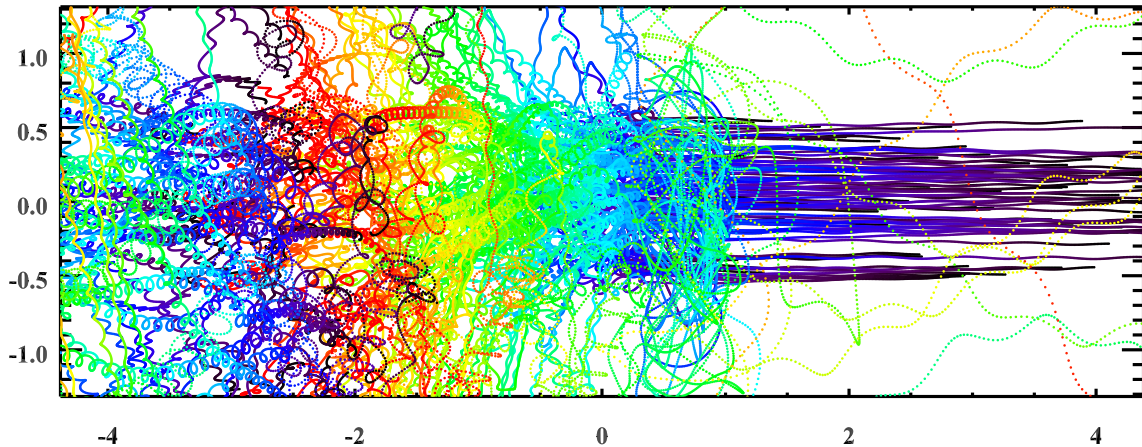
Струја одбијених јона која настаје код суперкритичних удара, побуђује поларизационо нерезонантан талас у области испред удара (Sironi & Spitkovsky 2011). Ове таласе смо теоријски моделовали као ЕМ нестабилности побуђене слабим снопом плазме (Zeković 2019) и добили слагање са досадашњом теоријом реформирања удара и уплива јона у механизам *DSA* (Caprioli et al. 2014). Нумерички модел са аналитички дефинисаним ЕМ пољем нестабилности испред и иза удара, искоришћен је ради детаљне анализе и одређивања тачне улоге ових нестабилности у процесима термализације и предубрзавања честица на ударном таласу.

6. Како је описано у глави 4, добијено је да у случају квазипаралелних удара, механизам предубрзавања јона има иста физичка својства као и сам механизам *DSA*, изузев измењене вероватноће бежања честице далеко од удара, услед постојања сталног радног такта (циклуса) реформирајуће баријере ударног таласа. Ово предубрзавање смо стога увели као механизам μ -*DSA* (Zeković & Arbutina 2019).

За електроне је објашњено да нетермални степени закон, који у спектру извире директно из термалне расподеле честица (Park et al. 2015), настаје услед предубрзавања механизмом *SDA* који има својства Фермијевог механизма првог типа. Иако, електрони могу пролазити кроз више узастопних промена механизма *SDA* и *DSA*, коначни спектар бива увек степени закон.

7. Резултати добијени занемаривањем електростатичког потенцијала удара у симулацијама *APS*, веома су слични резултатима *PIC* симулација, које чувају сва својства ЕМ поља на свим скалама. Ово указује да ЕМ микронестабилности у случају квазипаралелних удара носе главни допринос, како у процесу предубрзавања честица (μ -*DSA* за јоне и фермијевски модификован *SDA* за електроне), тако и у њиховом каснијем убрзавању механизмом *DSA*.

8. У поглављу 4.4 је из *PIC* симулација добијено да јони и електрони у сличном броју и са сличним односом импулса уплива и термалног импулса, улазе у процес *DSA*. Овај резултат, који је веома другачији од досадашњих претпоставки о сличним импулсима или енергијама уплива, примењен је у нелинеарном моделу *DSA* где је укључено и додатно загревање електрона (Arbutina & Zeković 2019). Добијени теоријски спектри честица, који су у сагласности са спектрима из *PIC* симулација, потврђују тачност модела као и нађених односа уплива јона и електрона.



Слика 43: Путање 100 јона приказане у $x - y$ равни у области око ударног таласа (удар је на позицији $x = 0$), добијене у симулацији *APS*. Промена боје сваке појединачне путање означава положаје честица у различитим временским тренуцима.

Спектри нетермалних честица указују на промену степена модификације удара, који бива јако локално модификован на самој прелазној области, а потпуно немодификован у области даље иза ње, што је у складу са скорашњом теоријом и симулацијама нелинеарне модификације ударних таласа, која говори о постојању посткурсора (Caprioli et al. 2020). Са друге стране, модификује се и спектар квазитермалних честица. Само реформирање представља нестационаран процес који као последицу има настанак неравнотежних расподела честица на самом удару.

9. Показали смо да κ -расподела може истовремено да опише и супратермални и термални део спектра, представљајући их као једну, неравнотежну расподелу честица (Arbutina & Zeković 2020). Такође, добијено је да се сам индекс κ увећава са удаљавањем од удара, што указује да плазма постаје равнотежна далеко иза удара и поприма облик Максвелове расподеле. Ова промена, корелисана је са нађеном променом степена модификације иза удара.

Применом модела солитона на талас испред удара и моделовањем његовог спрезања са солитоном на удару, могуће је одредити не само максимално појачање које може достићи магнетно поље испред удара за дати Алфен-Махов број, већ и интензитет повратне струје јона, а самим тим и уплив јона у механизам *DSA*. Ово је могуће из разлога што су структуре ЕМ поља испред и иза удара, нелинеарно спрегнуте. Такође, семианалитичким моделовањем предубрзавања електрона на таквој нелинеарној структури магнетоакустичког солитона, може се детаљном анализом микрофизичких процеса одредити и уплив електрона у механизам *DSA*, а добијена зависност од Алфен-Маховог броја усагласити са резултатима овде разматраног модела нелинеарног *DSA*. Даље унапређење резултата ове дисертације, може се постићи аналитичким извођењем неравнотежне κ -расподеле честица као непосредне последице процеса (ре)формирања ударног таласа. Претходно наведене ставке имају велики астрофизички значај, па су стога постављене као циљеви даљег рада у овој области.

На крају, можемо закључити да, иако квазипаралелни ударни таласи у космичкој плазми представљају високоенергетске астрофизичке појаве које уводе велику неуређеност у кретање честица, повећавајући ентропију система (Слика 43), сам начин на који ови удари настају и последично убрзавају честице састоји се од веома хармонично уређених и јасно одређених процеса. Разумевањем микрофизичких процеса (ре)формирања ових ударних таласа и уплива честица у механизам *DSA*, могу се јасно одредити макрофизички процеси убрзавања честица на релевантним астрофизичким скалама.

Ако ти се чини вероватним нешто од овога што је речено, пренеси своје дивљење на премудрост Божију која је све тако уредила. Јер, дивљење пред величанственим стварима није умањено кад се пронађе начин на који се неко од чудеса збива. Па и ако се не пронађе, нека простота вере буде снажнија од логичких доказа.

Свети Василије Велики, Шестоднев

Литература

- Alsop D., Arons J., 1988, *Phys. Fluids*, **31**, 839
- Amano T., Hoshino M., 2007, *Astrophys. J.*, **661**, 190202
- Amano T., Hoshino M., 2009, *Astrophys. J.*, **690**, 244251
- Amano T., Katou T., Kitamura N., *et al.*, 2020, *Phys. Rev. Lett.*, **124**, 6
- Amato E., Blasi P., 2009, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **392**, 1591
- Anderson D., Fedele R., Lisak M., 2001, *Am. J. Phys.*, **69**, 1262
- Arbutina B., Zeković V., 2019, *Supernova Remnants: An Odyssey in Space after Stellar Death II*, 3-8 June 2019, Chania, Greece, (<http://snr2019.astro.noa.gr>), 113
- Arbutina B., Zeković V., 2020, *X Serbian – Bulgarian Astronomical Conference*, Book of abstracts, 25-29 September 2020, Sokobanja, Serbia
- Axford, W. I., Leer, E., Skadron, G., 1977, *Proceedings of the 15th International Cosmic Rays Conference*, **11**, 132
- Bale *et al.* 2009, *Phys. Rev. Lett.*, **103**, 211101
- Bell, A. R. 1978, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **182**, 147
- Bell, A. R., 2004, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **353**, 550
- Berezhko E. G., Völk H. J., 2004, *Astron. Astrophys.*, **427**, 525
- Blandford, R. D., Ostriker, J. P., 1978, *Astrophys. J.*, **221**, L29
- Blasi P., 2002a, *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, **110**, 475
- Blasi P., 2002b, *Astropart. Phys.*, **16**, 429
- Blasi P., 2004, *Astropart. Phys.*, **21**, 45
- Blasi P., Gabici S., Vannoni G., 2005, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **361**, 907
- Bohdan A., Niemiec J., Kobzar O., Pohl M., 2017, *Astrophys. J.*, **847**, 71
- Bohdan A., Pohl M., Niemiec J., Amano T., Hoshino M., Matsumoto Y., 2019, *Proc. of Science (19th International Cosmic Rays Conference)*, **200**
- Bohdan A., Pohl M., Niemiec J., Vafin S., Matsumoto Y., Amano T., Hoshino M., 2020, *Astrophys. J.*, **893**, 1
- Bunemann O., 1958, *Phys. Rev. Lett.*, **1**, 8
- Caprioli D., Spitkovsky A., 2013, *Astrophys. J. Lett.*, **765**, L20
- Caprioli D., Spitkovsky A., 2014, *Astrophys. J.*, **783**, 91
- Caprioli D., Pop A.-R., Spitkovsky A., 2014, *Astrophys. J. Lett.*, **798**, L28
- Caprioli D., Haggerty C. C., Blasi P., 2020, arXiv:2009.00007
- Chen G., Armstrong T. P., 1975, *14th International Cosmic Ray Conference*, **5**, 1814–1819
- Crumley P., Caprioli D., Markoff S., Spitkovsky A., 2019, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **485**, 4
- Dieckmann M. E., Drury L'O. C., Shukla P. K., 2006, *New J. Phys.*, **8**, 40
- Dieckmann M. E., Riordan J. D., Pe'er A., 2020, *Phys. Plasmas*, **27**, 6
- Diesing R., Caprioli D., 2019, *Phys. Rev. Lett.*, **123**, 7
- Dokuchaev V. P., 1961, *J. Exp. Theor. Phys.*, **12**, 292
- Drury, L'O. C., 1983, *Rep. Prog. Phys.*, **46**, 973
- Fermi, E., 1949, *Phys. Rev.*, **75**, 1169
- Fermi, E., 1954, *Astrophys. J.*, **119**, 1
- Fitzpatrick R., 2014, *Plasma Physics: An Introduction* (CRC Press)
- Gargaté L., Bingham R., Fonseca R. A., Silva L. O., 2007, *Comp. Phys. Comm.*, **176**, 6
- Gary S. P., Smith C. W., Lee M. A., Goldstein M. L., Forslund D. W., 1984, *Phys. Fluids*, **27**, 1852
- Gary S. P., 1991, *Space Sci. Rev.*, **56**, 373
- Gary S. P., 1993, *Theory of Space Plasma Microinstabilities* (Cambridge University Press)
- Gedalin M., 1996, *J. Geophys. Res.*, **101**, A7
- Gedalin M., Dröge W., 2013, *Front. Phys.*, **1**, 29

- Gedalin M., 2020, *Astrophys. J.*, **895**, 59
- Ghavamian P., Schwartz S. J., Mitchell J., Masters A., Laming J. M., 2013, *Space Sci. Rev.*, **178**, 633
- Gueroult R., Ohsawa Y., Fisch N. J., 2017, *Phys. Rev. Lett.*, **118**, 12
- Guo, F., Giacalone, F., 2015, *Astrophys. J.*, **802**, 97
- Gurnett D. A., Bhattacharjee A., 2005, *Introduction to Plasma Physics: With Space and Laboratory Applications* (Cambridge University Press)
- Hoshino M., Shimada N., 2002, *Astrophys. J.*, **572**, 2
- Kan J. R., Lyu L. H., Mandt M. E., 1991, *Space Sci. Rev.*, **57**, 201
- Kato, T. N., 2015, *Astrophys. J.*, **802**, 115
- Katou T., Amano T., 2019, *Astrophys. J.*, **874**, 119
- Kostić P., 2019, *Ser. Astron. J.*, **199**, 65-82
- Krymsky, G. F., 1977, *Dok. Acad. Nauk. USSR*, **234**, 1306
- Langdon A. B., Arons J., Max C. E., 1988, *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 7
- Lapuerta V., Ahedo E., 2002, *Phys. Plasmas*, **9**, 1513
- Lee, M. A., Shapiro V. D., Sagdeev R. Z., 1996, *J. Geophys. Res.*, **101**, A3
- Lee R. E., Chapman S. C., Dendy R. O., 2004, *Astrophys. J.*, **604**, 187
- Livadiotis G., McComas D.J., 2011, *Astrophys. J.*, **741**, 88
- Livadiotis G., 2017, *Journal of Physics: Conf. Ser.*, **900**, 012014
- Malkov M. A., Drury L. O'C., 2001, *Rep. Prog. Phys.*, **64**, 429
- Marcowith A., Bret A., Bykov A., *et al.*, 2016, *Rep. Prog. Phys.*, **79**, 4
- Park, J., Caprioli, D., Spitkovsky, A., 2015, *Phys. Rev. Lett.*, **114**, 085003
- Matsumoto Y., Amano T., Kato T. N., Hoshino M., 2015, *Science*, **347**, 6225
- Pavlović M. Z., 2017, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **468**, 1616
- Pavlović M. Z., Urošević D., Arbutina B., Orlando S., Maxted N., Filipović M. D., 2018, *Astrophys. J.*, **852**, 2
- Pavlović, M. Z., 2018, *Modeling the radio-evolution of supernova remnants by using hydrodynamic simulations and non-linear diffusive shock acceleration*, PhD thesis, University of Belgrade
- Raymond J. C., Winkler P. F., Blair W. P., Lee J.-J., Park S., 2010, *Astrophys. J.*, **712**, 8
- Sagdeev R. Z., Shapiro V. D., 1973, *J. Exp. Theor. Phys. Lett.*, **17**, 279
- Sironi, L., Spitkovsky, A., 2011, *Astrophys. J.*, **726**, 75
- Spitkovsky A., 2005, *AIP Conf. Proc.*, **801**, 345
- Spitkovsky A., 2008, *Astrophys. J. Lett.*, **673**, L39
- Vedenov A. A., Velikhov E. P., Sagdeev R. Z., 1961, *Nucl. Fusion*, **1**, 82
- Vranjes J., 2015, *Phys. Plasmas*, **22**, 052102
- Weibel E. S., 1959, *Phys. Rev. Lett.*, **2**, 83
- Wieland V., Pohl M., Niemiec J., Rafighi I., Nishikawa K.-I., 2016, *Astrophys. J.*, **820**, 62
- Xu R., Spitkovsky A., Caprioli D., 2020, *Astrophys. J. Lett.*, **897**, L41
- Zeković V., Arbutina B., Dobardžić A., Pavlović M. Z., 2013, *Int. J. Mod. Phys. A*, **28**, 1350141
- Zeković V., Arbutina B., 2018, *Nucl. Part. Phys. Proc.*, **297–299**, 53
- Zeković V., 2019, *Phys. Plasmas*, **26**, 032106
- Zeković V., Arbutina B., 2019, *Supernova Remnants: An Odyssey in Space after Stellar Death II*, 3-8 June 2019, Chania, Greece, (<http://snr2019.astro.noa.gr>), 129

А Додатак – плазма у линеарном режиму

А.1 Једначине судара две хладне плазме

Подразумевајући режим малих осцилација, једначине првог реда пертурбације у домену учестаности постају:

$$(-i\omega + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0) \mathbf{v}_i = \frac{q_i}{m_i} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_1), \quad (\text{A.1})$$

$$(-i\omega + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0) \mathbf{v}_e = \frac{q_e}{m_e} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_1). \quad (\text{A.2})$$

У нултом реду пертурбације, једначине (2.1)–(2.2) дају везу између равнотежних вредности поља (Belmont et al. 2014):

$$0 = \mathbf{E}_0 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0, \quad (\text{A.3})$$

и указују на то да кретање плазме кроз хомогено и усмерено магнетно поље које је под неким углом у односу на правац кретања плазме, индукује хомогено и усмерено електрично поље, које поништава утицај сталне компоненте магнетног поља у Лоренцовој сили. Услед тога, макроскопско кретање плазме остаје непо ремећено, јер оно тада одговара $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ дрефту плазме кроз позадинско магнетно поље.

За случај стационарне плазме ($\mathbf{v}_0 = 0$), једначине (A.1) и (A.2) постају:

$$-i\omega \mathbf{v}_i = \frac{q_i}{m_i} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0), \quad (\text{A.4})$$

$$-i\omega \mathbf{v}_e = \frac{q_e}{m_e} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}_0). \quad (\text{A.5})$$

Ради једноставности, од сада па надаље, индекс “1” је изузет из симбола везаних за променљиву компоненту ЕМ поља \mathbf{E}_1 и \mathbf{B}_1 .

Пертурбације брзина за честице стационарне плазме $\mathbf{v}_{i,e}^s$ добијене су из једначина (A.4)–(A.5) и могу се изразити као функције поља:

$$\mathbf{v}_{i,e}^s = \frac{q_{i,e}}{m_{i,e}} \begin{pmatrix} -\frac{1}{i\omega} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{i\omega}{\omega^2 - \omega_{ci,e}^2} & \frac{-\omega_{ci,e}}{\omega^2 - \omega_{ci,e}^2} \\ 0 & \frac{\omega_{ci,e}}{\omega^2 - \omega_{ci,e}^2} & \frac{i\omega}{\omega^2 - \omega_{ci,e}^2} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{E}, \quad (\text{A.6})$$

где је циклотронска учестаност јона/електрона дата као $\omega_{ci,e} = q_{i,e} B_0 / m_{i,e}$.

Слично томе, пертурбације брзина $\mathbf{v}_{i,e}^f$ плазме која се креће су добијене из једначина (A.1)–(A.2). Уз коришћење Фарадејевог закона индукције $\omega \mathbf{B} = \mathbf{k} \times \mathbf{E}$, компонента ових једначина која садржи пертурбацију магнетног поља, може се изразити као:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B} &= -\frac{(\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{k})}{\omega} \mathbf{E} + \frac{(\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{E})}{\omega} \mathbf{k} \\ &= -\frac{(\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{k})}{\omega} \mathbf{E} + \frac{\mathbf{k} \mathbf{v}_0^T}{\omega} \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Сменом претходног израза у једначинама плазме која се креће, изведене су брзине

пертурбација:

$$\mathbf{v}_{i,e}^f = \frac{q_{i,e}}{m_{i,e}} \begin{pmatrix} -\frac{1}{i\xi\omega} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{i\xi\omega}{\xi^2\omega^2 - \omega_{ci,e}^2} & \frac{-\omega_{ci,e}}{\xi^2\omega^2 - \omega_{ci,e}^2} \\ 0 & \frac{\omega_{ci,e}}{\xi^2\omega^2 - \omega_{ci,e}^2} & \frac{i\xi\omega}{\xi^2\omega^2 - \omega_{ci,e}^2} \end{pmatrix} \cdot \left(\xi + \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}_0^T}{\omega} \right) \mathbf{E}, \quad (\text{A.8})$$

где је члан који садржи тензорски производ дефинисан као:

$$\mathbf{k}\mathbf{v}_0^T = \begin{pmatrix} k_x v_0^x & k_x v_0^y & k_x v_0^z \\ k_y v_0^x & k_y v_0^y & k_y v_0^z \\ k_z v_0^x & k_z v_0^y & k_z v_0^z \end{pmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Учестаност таласа је измењена услед заједничког (макроскопског) кретања честица плазме, што се огледа кроз увођење параметра:

$$\xi = 1 - \frac{\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{k}}{\omega}. \quad (\text{A.10})$$

Струја је добијена сабирањем доприноса свих појединачних врста честица две плазме:

$$\mathbf{j} = \sum_{\alpha=i,e}^{\beta=f,s} n_{\alpha}^{\beta} q_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}^{\beta} + \sum_{\alpha=i,e} n_{1\alpha}^f q_{\alpha} \mathbf{v}_0, \quad (\text{A.11})$$

где $n_{i,e}^f$ представља пертурбацију густине за разне врсте честица плазме која се креће. Она задовољава линеаризовану једначину континуитета:

$$-i\xi\omega n_{i,e}^f + in_{i,e} \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{i,e}^f = 0, \quad n_{i,e}^f = \frac{n_{i,e}^f}{\xi\omega} \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{i,e}^f.$$

Користећи уобичајен поступак за извођење релације дисперзије (Gurnett & Bhattacharjee 2005) једначине кретања комбинујемо са Амперовим и Фарадејевим законима како бисмо добили линеаризовану једначину спреге плазме и таласа:

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} + i \cdot \omega \mu_0 \mathbf{j} = 0. \quad (\text{A.12})$$

Након убацивања израза за брзине (А.6) и (А.8) у једначину (А.11) и коришћењем добијене једначине за струју, једначина (А.12) се може преписати као:

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) + \frac{\omega^2}{c^2} K \cdot \mathbf{E} = 0. \quad (\text{A.13})$$

Матрица поларизације K се даље може раздвојити на две матрице:

$$K = \kappa + \frac{i}{\epsilon_0 \omega} \sigma_f. \quad (\text{A.14})$$

Прва матрица има облик као у стационарном случају:

$$\kappa = \begin{pmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & S & -iD \\ 0 & iD & S \end{pmatrix}, \quad (\text{A.15})$$

али су њени чланови измењени услед кретања плазме параметром ξ :

$$P = 1 - \sum_{\alpha=i,e}^{\beta=f,s} \frac{\omega_{p\alpha\beta}^2}{\omega^2}, \quad (\text{A.16})$$

$$S = 1 - \sum_{\alpha=i,e} \frac{\xi^2 \omega_{p\alpha f}^2}{\xi^2 \omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} + \frac{\omega_{pas}^2}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2}, \quad (\text{A.17})$$

$$D = \sum_{\alpha=i,e} \frac{\omega_{p\alpha f}^2}{\omega} \frac{\xi \omega_{c\alpha}}{\xi^2 \omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} + \frac{\omega_{pas}^2}{\omega} \frac{\omega_{c\alpha}}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2}. \quad (\text{A.18})$$

Друга матрица у потпуности зависи од \mathbf{v}_0 и сасвим нестаје у случају када нема кретања плазме:

$$\begin{aligned} \sigma_f = \epsilon_0 \sum_{\alpha=i,e} \omega_{p\alpha f}^2 \cdot \left(1 + \frac{\mathbf{v}_0 \mathbf{k}^T}{\xi \omega} \right) & \begin{pmatrix} -\frac{1}{i\xi\omega} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{i\xi\omega}{\xi^2\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} & \frac{-\omega_{c\alpha}}{\xi^2\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} \\ 0 & \frac{\omega_{c\alpha}}{\xi^2\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} & \frac{i\xi\omega}{\xi^2\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} \end{pmatrix} \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}_0^T}{\omega} + \\ + \frac{\mathbf{v}_0 \mathbf{k}^T}{\omega} & \begin{pmatrix} -\frac{1}{i\xi\omega} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{i\xi\omega}{\xi^2\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} & \frac{-\omega_{c\alpha}}{\xi^2\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} \\ 0 & \frac{\omega_{c\alpha}}{\xi^2\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} & \frac{i\xi\omega}{\xi^2\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Узимајући да је таласни вектор у $x - z$ равни, дисперзиона матрица која сачињава систем једначина (A.13) постаје:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} P - n^2 \sin^2 \theta & 0 & n^2 \sin \theta \cos \theta \\ 0 & S - n^2 & -iD \\ n^2 \sin \theta \cos \theta & iD & S - n^2 \cos^2 \theta \end{pmatrix} + \frac{i}{\epsilon_0 \omega} \sigma_f. \quad (\text{A.20})$$

A.2 Нестабилност R и L-таласа

Како бисмо добили аналитичко решење за ω_r и γ , разматрана су два опсега учестаности: $\xi\omega \sim \omega_{ci} \ll \omega_{ce}$ и $\omega_{ci} \ll \omega_{ce} \sim \xi\omega$. Једначина (2.7) је најпре написана у облику:

$$R(L) = 1 - \frac{\eta \xi}{\omega} \cdot \left[\frac{\omega_{pis}^2}{\xi\omega \pm \omega_{ci}} + \frac{\omega_{pes}^2}{\xi\omega \pm \omega_{ce}} \right] - \frac{1}{\omega} \cdot \left[\frac{\omega_{pis}^2}{\omega \pm \omega_{ci}} + \frac{\omega_{pes}^2}{\omega \pm \omega_{ce}} \right]. \quad (\text{A.21})$$

Након тога уведена је апроксимација коришћењем претходно дефинисаних услова за циклотронске учестаности јона и електрона.

A.2.1 Јонске циклотронске учестаности

Услов $\xi\omega \sim \omega_{ci} \ll \omega_{ce}$ указује на то да су главни носиоци интеракције (и учесници у формирању нестабилности) популације јона плазме која се креће и оне која мирује. Једначина (A.21) се тада може заменити приближним изразом:

$$R(L) \approx 1 - \frac{\eta \xi}{\omega} \cdot \left[\frac{\omega_{pis}^2}{\xi\omega \pm \omega_{ci}} \pm \frac{\omega_{pes}^2}{\omega_{ce}} \right] - \frac{1}{\omega} \cdot \left[\frac{\omega_{pis}^2}{\omega \pm \omega_{ci}} \pm \frac{\omega_{pes}^2}{\omega_{ce}} \right]. \quad (\text{A.22})$$

Уз употребу једнакости $\omega_{pes}^2/\omega_{ce} = -\omega_{pis}^2/\omega_{ci}$ добија се:

$$R(L) \approx 1 + \omega_{pis}^2 \left[\frac{\eta \xi^2}{\omega_{ci}(\omega_{ci} \pm \xi\omega)} + \frac{1}{\omega_{ci}(\omega_{ci} \pm \omega)} \right], \quad (\text{A.23})$$

где је ξ описано једначином (A.10).

Ово представља израз за хладну плазму као што је дато код Gary (1991, 1993). У опсегу учестаности много мањих од ω_{ci} , два кружно поларизована мода се спајају и формирају Алфенов талас који је измењен кретањем плазме. Стога, када $\omega \ll \omega_{ci}$, једначина (A.23) се може приближно изразити као:

$$n^2 \approx 1 + \frac{c^2}{v_A^2} \left[1 + \eta \left(1 - \frac{v_0}{c} n \right)^2 \right], \quad (\text{A.24})$$

а након смене $n = k^2 c^2 / \omega^2$, израз постаје:

$$\frac{\omega^2}{k^2} \left(1 + \frac{n_f}{n_s} + \frac{v_A^2}{c^2} \right) - 2 \frac{n_f}{n_s} v_0 \frac{\omega}{k} + \frac{n_f}{n_s} v_0^2 - v_A^2 = 0. \quad (\text{A.25})$$

Претходна једначина представља исту релацију дисперзије која је добијена у раду Vranjes (2015) изузев члана V_A^2/c^2 који се овде појављује унутар заграда, а последица је постојања члана $\omega^2/k^2 \mathbf{E}$ у једначини (A.12), који је код Vranjes (2015) занемарен у изразу за Амперов закон.

На овај начин, једначина (A.21) представља уопштење случаја где се, на ниским учестаностима, Алфенов талас спреже са нестабилношћу самог тока плазме за коју важи $\omega = kv_0$. Једначина (A.23) се може решити аналитички за случај јон/јон интеракција. Сменом $R(L) = n_{R/L} = k^2 c^2 / \omega^2$ у једначини (A.23), добија се полином четвртог степена:

$$\begin{aligned} a_i \omega^4 + b_i \omega^3 + c_i \omega^2 + d_i \omega + e_i &= 0, & (\text{A.26}) \\ a_i &= \frac{1}{\omega_{ci}^2} \frac{v_A^2}{c^2}, \\ b_i &= \pm \frac{1}{\omega_{ci}} \left[1 + \eta + \frac{v_A^2}{c^2} \left(2 \mp \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0}{\omega_{ci}} \right) \right], \\ c_i &= \left(1 + \eta + \frac{v_A^2}{c^2} \right) \left(1 \mp \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0}{\omega_{ci}} \right) \mp \eta \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0}{\omega_{ci}} - \frac{k^2 v_A^2}{\omega_{ci}^2}, \\ d_i &= \left(\eta \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0 \pm \frac{k^2 v_A^2}{\omega_{ci}} \right) \left(-2 \pm \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0}{\omega_{ci}} \right), \\ e_i &= \eta (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0)^2 - k^2 v_A^2 \left(1 \mp \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0}{\omega_{ci}} \right). \end{aligned}$$

Решења ове једначине налазимо као:

$$\omega_{1,2} = -\frac{b_i}{4a_i} - S_i \pm \frac{1}{2}\sqrt{-4S_i^2 - 2p_i + \frac{q_i}{S_i}}, \quad (\text{A.27})$$

$$\omega_{3,4} = -\frac{b_i}{4a_i} + S_i \pm \frac{1}{2}\sqrt{-4S_i^2 - 2p_i - \frac{q_i}{S_i}}, \quad (\text{A.28})$$

где су коефицијенти и детерминанте дати са:

$$p_i = \frac{8a_i c_i - 3b_i^2}{8a_i^2},$$

$$q_i = \frac{b_i^3 - 4a_i b_i c_i + 8a_i^2 d_i}{8a_i^3},$$

$$S_i = \frac{1}{2}\sqrt{-\frac{2}{3}p_i + \frac{1}{3a_i}\left(Q_i + \frac{\Delta_0}{Q_i}\right)},$$

$$Q_i = \sqrt[3]{\frac{\Delta_1 + \sqrt{\Delta_1^2 - 4\Delta_0^3}}{2}},$$

$$\Delta_0 = c_i^2 - 3b_i d_i + 12a_i e_i,$$

$$\Delta_1 = 2c_i^3 - 9b_i c_i d_i + 27b_i^2 e_i + 27a_i d_i^2 - 72a_i c_i e_i.$$

A.2.2 Електронске циклотронске учестаности

У случају када разматрамо електронске циклотронске или више учестаности ($\xi\omega \sim \omega_{ce} \gg \omega_{ci}$) и када је плазмена учестаност електрона много већа од плазмене учестаности јона ($\omega_{pe} \gg \omega_{pi}$) једначина (A.21) се може приближно изразити као:

$$R(L) \approx 1 - \frac{\omega_{pes}^2}{\omega(\omega \pm \omega_{ce})} - \eta \frac{\xi^2 \omega_{pes}^2}{\xi\omega(\xi\omega \pm \omega_{ce})}. \quad (\text{A.29})$$

Ова полиномска једначина четвртог степена се може преписати у облику сличном као за случај јонских циклотронских учестаности:

$$a_e \omega^4 + b_e \omega^3 + c_e \omega^2 + d_e \omega + e_e = 0, \quad (\text{A.30})$$

$$a_e = \frac{1}{\omega_{ce}^2} \frac{v_{Ae}^2}{c^2},$$

$$b_e = \frac{1}{\omega_{ce}} \left[-\frac{v_{Ae}^2}{c^2} \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0}{\omega_{ce}} \mp 2 \right) \right],$$

$$c_e = \frac{v_{Ae}^2}{c^2} \left(1 \mp \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0}{\omega_{ce}} \right) - \left(1 + \eta + \frac{k^2 v_{Ae}^2}{\omega_{ce}^2} \right),$$

$$d_e = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0 \mp \omega_{ce}) \left(1 + \eta + \frac{k^2 v_{Ae}^2}{\omega_{ce}^2} \right) \mp \frac{k^2 v_{Ae}^2}{\omega_{ce}},$$

$$e_e = \pm \eta \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0 \omega_{ce} - k^2 v_{Ae}^2 \left(1 \mp \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0}{\omega_{ce}} \right).$$

За добијање решења претходне једначине, коришћен је исти образац као у једначинама (A.27, A.28) где је e замењено са i у доњем индексу. Насупрот случају јона,

електрон/електрон нестабилност паралелног мода није изазвана макроскопским кретањем електрона, па стога овај тип таласа неће бити предмет даље анализе.

A.3 Нестабилности О и X-таласа

У разматрању нестабилности О и X-модова, разликујемо два случаја ових таласа који се простиру нормално на \mathbf{B}_0 . Уколико се плазма креће у правцу паралелно таласном вектору ($\mathbf{v}_0 = v_0 \hat{\mathbf{z}}$), матрица поларизације из једначине (A.20) добија облик:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} P - n^2 & 0 & 0 \\ 0 & S - n^2 & -iD \\ 0 & iD & S \end{pmatrix} + \sum_{\alpha=i,e} \frac{\omega_{p\alpha f}^2}{\omega^2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \frac{\omega_{c\alpha} k v_0}{\xi^2 \omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} \\ 0 & i \frac{\omega_{c\alpha} k v_0}{\xi^2 \omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} & -\frac{\omega k v_0}{\xi^2 \omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} (\xi + 1) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.31})$$

Уколико је ток плазме у правцу нормалном на таласни вектор и паралелно \mathbf{B}_0 ($\mathbf{v}_0 = v_0 \hat{\mathbf{x}}$), тада скаларни производ $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0$ нестаје, док је $\xi = 1$, што упрошћава једначину (A.20) на:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} P - n^2 & 0 & 0 \\ 0 & S - n^2 & -iD \\ 0 & iD & S \end{pmatrix} + \sum_{\alpha=i,e} \frac{\omega_{p\alpha f}^2}{\omega^2} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{k^2 v_0^2}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} & i \frac{\omega_{c\alpha} k v_0}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} & -\frac{\omega k v_0}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} \\ -i \frac{\omega_{c\alpha} k v_0}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} & 0 & 0 \\ -\frac{\omega k v_0}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.32})$$

A.3.1 Обични електромагнетни талас

Из претходних релација се може закључити да О-мод бива измењен услед кретања плазме само ако је $\mathbf{v}_0 \parallel \mathbf{B}_0$, што описује први корен једначине (A.32). Ради једноставности, анализирамо овај талас у систему референце везаном за центар масе две плазме, у коме се обе плазме крећу у супротним смеровима уз важење услова $\rho_1 v_1 = -\rho_2 v_2$. Плазмене учестаности и брзине су у том систему повезане релацијама $\omega_{p2} = \eta \omega_{p1}$ и $v_2 = -v_1/\eta$. Чланови ван дијагонале у матрици једначине (A.32) тада нестају, а решење добија једноставнији облик:

$$n^2 = P - \sum_{\alpha=i,e} \frac{\omega_{p\alpha 1}^2}{\omega^2} \frac{k^2 v_1^2}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} \left(1 + \frac{1}{\eta} \right). \quad (\text{A.33})$$

Ако разматрамо случај ненамагнетисаних плазми ($\omega_{c\alpha} = 0$) једначина (A.33) има само комплексно решење, што значи да талас посматран у том систему референце мирује. Комплексно решење је тада стопа раста Вајбелове нестабилности (Weibel 1959) која је уобичајена за кинетичке симулације таквог типа ударних таласа (Spitkovsky 2008, Sironi & Spitkovsky 2011). У случају намагнетисаних плазмених токова, ако је $\omega \sim \omega_{ci}$, једна-

чина (A.33) постаје биквадратна једначина:

$$\omega^4 - \omega^2(\omega_p^2 + k^2 c^2 + \omega_{ci}^2) - \omega_{pi}^2 k^2 v_1^2 + \omega_{ci}^2(\omega_p^2 + k^2 c^2) = 0, \quad (\text{A.34})$$

где је $\omega_p^2 = \sum_{i,e} (1 + \eta) \omega_{pi}^2$ и $\omega_{pi} = (1 + 1/\eta) \omega_{pi1}$.

Решење за нестабилни таласни мод налазимо као:

$$\omega^2 = -\omega_{pi}^2 \frac{v_1^2}{c^2} \left[\frac{1}{1 + \frac{\omega_p^2}{k^2 c^2}} - \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\eta}\right) M_A^2} \right]. \quad (\text{A.35})$$

Када је $B_0 = 0$, ово решење је у домену комплексних бројева и поприма познати облик стопе раста Вајбелове нестабилности. Међутим, када су плазме намагнетисане и ако је $\omega \sim \omega_{ci}$, једначина (A.35) указује да критеријум стабилности тада зависи од Алфен-Маховог броја. За сваки задати M_A , постоји таласни број $k_{\text{cut}} \approx r_{gi}^{-1} \sqrt{\eta} m_i/m_e$, за који талас постаје нестабилан.

A.3.2 Необичан електромагнетни талас

Уколико је кретање плазме дуж линија силе магнетног поља, друго решење једначине (A.32) у систему центра масе је:

$$(S - n^2)S - D^2 = 0, \quad n^2 = \frac{RL}{S}.$$

Овај мод представља елиптично поларизовани ЕМ талас, са вектором електричног поља усмереним у правцу нормалном на магнетно поље ($\mathbf{E} \perp \mathbf{B}_0$).

Уколико је ток плазме усмерен у правцу паралелном таласном вектору ($\mathbf{v}_0 = v_0 \hat{\mathbf{z}}$) X-мод бива измењен, а релација дисперзије представљена другим решењем једначине (A.31) је:

$$(S - n^2)S_M - D_M^2 = 0, \quad n^2 = \frac{RL - SM_S - 2DM_D - M_D^2}{S - M_S},$$

где су S_M и D_M изражени као

$$S_M = S - \sum_{\alpha=i,e} \frac{\omega_{p\alpha f}^2}{\omega^2} \frac{\omega k v_0}{\xi^2 \omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} (\xi + 1),$$

$$D_M = D + \sum_{\alpha=i,e} \frac{\omega_{p\alpha f}^2}{\omega^2} \frac{\omega_{c\alpha} k v_0}{\xi^2 \omega^2 - \omega_{c\alpha}^2}.$$

A.4 Решења за нестабилности у оквиру Холове МХД теорије

Уколико претпоставимо да је плазма квазинеутрална $|n_i q_i| \approx |n_e q_e|$, тада сабирање једначина (A.1)–(A.2) и (A.4)–(A.5) даје једначину кретања једнокомпонентног флуида у систему референце везаном за центар маса система две плазме (индекси “ f ” и “ s ” означавају редом, плазму која се креће и плазму која мирује; енгл. *flowing, stationary*):

$$\rho_f (-i\omega + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0) \mathbf{v}_f = \mathbf{j}_f \times \mathbf{B}_0, \quad (\text{A.36})$$

$$\rho_s (-i\omega) \mathbf{v}_s = \mathbf{j}_s \times \mathbf{B}_0. \quad (\text{A.37})$$

Брзина пертурбација јонско-електронске плазме, њена средња густина и одговарајуће струје су у систему центра маса дефинисане као:

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_{f,s} &= \frac{n_i m_i \mathbf{v}_i + n_e m_e \mathbf{v}_e}{n_i m_i + n_e m_e}, \quad \rho_{f,s} = n_i m_i + n_e m_e, \\ \mathbf{j}_{f,s} &= n_i q_i \mathbf{v}_i + n_e q_e \mathbf{v}_e.\end{aligned}$$

Уопштени Омов закон за хладну безударну плазму, који садржи Холов члан и узима у обзир инерцију електрона, дат је релацијом (Fitzpatrick 2014):

$$\mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{B} + \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{B}}{n e} + \frac{m_e}{n e^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \mathbf{j}. \quad (\text{A.38})$$

Линеаризовани облик релације (A.38) за плазму која се креће и која мирује, дат је израза:

$$\mathbf{E} + \mathbf{v}_f \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}_f \times \mathbf{B}_0}{n e} - i\omega \frac{m_e}{n e^2} \mathbf{j}_f + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0 \frac{m_e}{n e^2} \mathbf{j}_f, \quad (\text{A.39})$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v}_s \times \mathbf{B}_0 = \frac{\mathbf{j}_s \times \mathbf{B}_0}{n e} - i\omega \frac{m_e}{n e^2} \mathbf{j}_s, \quad (\text{A.40})$$

док се \mathbf{E} добија из Фарадејевог закона $\mathbf{E} = \omega/k^2 \mathbf{B} \times \mathbf{k}$.

Уколико, ради поједностављења, занемаримо инерцију електрона (што теорију сужава на опсег јонских циклотронских учестаности) тада једначине (A.36)–(A.37) и (A.39)–(A.40) у случају када је \mathbf{k} у правцу \mathbf{B}_0 , попримају облик једначина Холове МХД (магнетохидродинамичке) теорије за простирање Алфенових таласа.

Једначине (A.36)–(A.37) се могу преуредити тако да попримају облик:

$$(i\omega - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0) \rho_f \mathbf{v}_f \times \mathbf{B}_0 = B_0^2 \cdot \mathbf{j}_f, \quad (\text{A.41})$$

$$i\omega \rho_s \mathbf{v}_s \times \mathbf{B}_0 = B_0^2 \cdot \mathbf{j}_s. \quad (\text{A.42})$$

Струје $\mathbf{j}_{f,s}$ налазимо узимајући $\mathbf{v}_{f,s} \times \mathbf{B}_0$ из Омовог закона и убацујући у једначине (A.41)–(A.42). Струје су тада хеликоидног облика дуж \mathbf{B}_0 и њихово дејство се може изразити у облику матрица:

$$\mathbf{j}_f = \frac{\omega_{ci}^2}{\omega_{ci}^2 - \xi^2 \omega^2} \rho_0 \frac{\xi^2 \omega^2}{k^2 B_0^2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & -\frac{\xi \omega}{\omega_{ci}} \\ 0 & \frac{\xi \omega}{\omega_{ci}} & i \end{pmatrix} \mathbf{k} \times \mathbf{B}, \quad (\text{A.43})$$

$$\mathbf{j}_s = \frac{\omega_{ci}^2}{\omega_{ci}^2 - \omega^2} \rho_0 \frac{\omega^2}{k^2 B_0^2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & -\frac{\omega}{\omega_{ci}} \\ 0 & \frac{\omega}{\omega_{ci}} & i \end{pmatrix} \mathbf{k} \times \mathbf{B}. \quad (\text{A.44})$$

Комбинацијом Амперовог и Фарадејевог закона, уз коришћење претходног израза за струју, добијамо:

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} + i\omega\mu_0 \sum_{f,s} \mathbf{j} = 0, \quad (\text{A.45})$$

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) + \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\mathbf{K}} \mathbf{E} = 0,$$

где је матрица поларизације $\hat{\mathbf{K}}$:

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{pmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & S & -iD \\ 0 & iD & S \end{pmatrix}, \quad S = \frac{R+L}{2}, \quad D = \frac{R-L}{2}, \quad (\text{A.46})$$

док су R и L квадрати индекса преламања n^2 , редом, десно и лево кружно поларизованих таласа.

У једначинама (A.43)–(A.44), уз помоћ Фарадејевог закона, $\mathbf{k} \times \mathbf{B}$ се може изразити као

$$\mathbf{k} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\omega} \mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) = \frac{1}{\omega} [(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E})\mathbf{k} - k^2 \mathbf{E}].$$

С обзиром да разматрамо само простирање трансверзалних осцилација електричног поља \mathbf{E} , претходни израз се упрошћава на

$$\mathbf{k} \times \mathbf{B} = -\frac{k^2}{\omega} \mathbf{E}.$$

Заменом овог члана у једначинама (A.43)–(A.44) и убацивањем резултујућих израза за струје у једначину (A.12), добијена је матрица поларизације која је дата једначином (A.46). Релације дисперзије за R и L-модове су тада:

$$R = 1 + \frac{\mu_0 c^2}{B_0} \left(\rho_f \frac{\xi^2 \omega_{ci}}{\omega_{ci} + \xi \omega} + \rho_s \frac{\omega_{ci}}{\omega_{ci} + \omega} \right), \quad (\text{A.47})$$

$$L = 1 + \frac{\mu_0 c^2}{B_0} \left(\rho_f \frac{\xi^2 \omega_{ci}}{\omega_{ci} - \xi \omega} + \rho_s \frac{\omega_{ci}}{\omega_{ci} - \omega} \right), \quad (\text{A.48})$$

или изражене у заједничком облику као

$$n^2 = 1 + \alpha \left[1 + \frac{n_f}{n_s} \cdot \frac{\left(1 - \frac{v_0}{c} n\right)^2}{1 - \beta \frac{v_0}{c} n} \right], \quad (\text{A.49})$$

$$\alpha = \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}(\omega_{ci} \pm \omega)} = \frac{c^2}{v_A^2} \left(1 \pm \frac{\omega}{\omega_{ci}}\right)^{-1},$$

$$\beta = \frac{\pm \omega}{\omega_{ci} \pm \omega},$$

где је ω_{pi} плазмена учестаност јона, а v_A је Алфенова брзина стационарне плазме. Једначине са горњим знаком описују R-мод, док оне са доњим описују L-мод.

У опсегу учестаности много мањих од ω_{ci} , ова два кружно поларизована мода се стапају у Алфенов талас који је измењен услед кретања плазме. Стога, за услов $\omega \ll \omega_{ci}$, релација дисперзије из једначине (A.49) се своди на простији, приближан облик:

$$n^2 = 1 + \frac{c^2}{v_A^2} \left[1 + \frac{n_f}{n_s} \left(1 - \frac{v_0}{c} n\right)^2 \right], \quad (\text{A.50})$$

а након смене $n = k^2 c^2 / \omega^2$, релација постаје:

$$\frac{\omega^2}{k^2} \left(1 + \frac{n_f}{n_s} + \frac{v_A^2}{c^2} \right) - 2 \frac{n_f}{n_s} v_0 \frac{\omega}{k} + \frac{n_f}{n_s} v_0^2 - v_A^2 = 0. \quad (\text{A.51})$$

Последњи израз представља исту релацију дисперзије као у раду Vranjes (2015) која је добијена овде за случај два флуида, док се од релације дисперзије добијене код Vranjes (2015) разликује по томе што садржи члан V_A^2/c^2 , који је тамо занемарен у изразу за Амперов закон. Једначина за Омов закон овде је допуњена Холовим чланом, чиме је опсег учестаности на који се релација дисперзије може применити овде проширен тако да укључује и јонске циклотронске (електронске циклотронске учестаности и даље нису укључене једнокомпонентним флуидним моделом).

Решавањем једначине (A.49) уз смену $n = k^2 c^2 / \omega^2$, добијена је једначина четвртог степена:

$$a \omega^4 + b \omega^3 + c \omega^2 + d \omega + e = 0, \quad (\text{A.52})$$

$$a = \frac{1}{\omega_{ci}^2} \frac{v_A^2}{c^2},$$

$$b = \pm \frac{1}{\omega_{ci}} \left[1 + \frac{n_f}{n_s} + \frac{v_A^2}{c^2} \left(2 \mp \frac{kv_0}{\omega_{ci}} \right) \right],$$

$$c = \left(1 + \frac{n_f}{n_s} + \frac{v_A^2}{c^2} \right) \left(1 \mp \frac{kv_0}{\omega_{ci}} \right) \mp \frac{n_f}{n_s} \frac{kv_0}{\omega_{ci}} - \frac{k^2 v_A^2}{\omega_{ci}^2},$$

$$d = \left(\frac{n_f}{n_s} kv_0 \pm \frac{k^2 v_A^2}{\omega_{ci}} \right) \left(-2 \pm \frac{kv_0}{\omega_{ci}} \right),$$

$$e = \frac{n_f}{n_s} k^2 v_0^2 - k^2 v_A^2 \left(1 \mp \frac{kv_0}{\omega_{ci}} \right).$$

Решења ове једначине налазимо као:

$$\omega_{1,2} = -\frac{b}{4a} - S \pm \frac{1}{2} \sqrt{-4S^2 - 2p + \frac{q}{S}}, \quad (\text{A.53})$$

$$\omega_{3,4} = -\frac{b}{4a} + S \pm \frac{1}{2} \sqrt{-4S^2 - 2p - \frac{q}{S}}, \quad (\text{A.54})$$

где су коефицијенти и детерминанте дати као:

$$p = \frac{8ac - 3b^2}{8a^2},$$

$$q = \frac{b^3 - 4abc + 8a^2d}{8a^3},$$

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{2}{3}p + \frac{1}{3a} \left(Q + \frac{\Delta_0}{Q} \right)},$$

$$Q = \sqrt[3]{\frac{\Delta_1 + \sqrt{\Delta_1^2 - 4\Delta_0^3}}{2}},$$

$$\Delta_0 = c^2 - 3bd + 12ae,$$

$$\Delta_1 = 2c^3 - 9bcd + 27b^2e + 27ad^2 - 72ace.$$

Два од четири решења ове релације дисперзије одговарају решењима једначине (A.51)

дате за ниске учестаности. Овај пар решења дат је изразима за $\omega_{1,2}$ који одговарају R и L-модовима ($\omega_{R,L} = \omega_{1,2}$).

Биографија

Владимир Зековић рођен је 12. јула 1982. године у Београду. Након завршене Четрнаесте београдске гимназије, школске 2001/2002. године уписује основне струковне студије на Вишој електротехничкој школи, смер Електроника и телекомуникације, где дипломира 2006. године. У периоду 2005/2006. године ангажован је на истој високошколској установи као лаборант-демонстратор за извођење вежби при Лабораторији за електронику и телекомуникације.

Школске 2007/08. године уписује основне академске студије на Математичком факултету Универзитета у Београду, смер Астрофизика. Након завршених редовних студија 2011. године, уписује мастер академске студије на програму Астрономија и астрофизика, модул Астрофизика. Мастер студије завршава у јулу 2012. године одбраном мастер рада “Утицај високоенергетских процеса на модулацију МХД таласа током ерупција на Сунцу”. Исте године уписује докторске академске студије на програму Астрономија и астрофизика.

Радни однос заснива у новембру 2012. године на Математичком факултету Универзитета у Београду, у звању истраживач-приправник на пројекту Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије “Емисионе маглине: структура и еволуција”, под руководством проф. др Дејана Урошевића. У звање истраживач-сарадник први пут је изабран у октобру 2015. године, а поново изабран у исто звање у јануару 2019. године.

Његов научно-истраживачки рад заснива се на изучавању физике безударних ударних таласа у космичкој плазми, теоријском анализом и кинетичким симулацијама. Аутор је, односно коаутор, два рада објављена у научним часописима од међународног значаја и девет радова приказаних на научним скуповима у земљи и иностранству.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а _____ Владимир Зековић _____

број уписа _____ 2019/2012 _____

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

УЛОГА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИХ МИКРОНЕСТАБИЛНОСТИ У (РЕ)ФОРМИРАЊУ
КВАЗИПАРАЛЕЛНИХ УДАРНИХ ТАЛАСА И УБРЗАВАЊУ ЧЕСТИЦА У
КОСМИЧКОЈ ПЛАЗМИ

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

У Београду, ____ 17.11.2020. ____

Потпис докторанда



Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора _____ Владимир Зековић _____

Број уписа _____ 2019/2012 _____

Студијски програм _____ Астрономија и астрофизика _____

Наслов рада _____ УЛОГА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИХ МИКРОНЕСТАБИЛНОСТИ У
(РЕ)ФОРМИРАЊУ КВАЗИПАРАЛЕЛНИХ УДАРНИХ ТАЛАСА И УБРЗАВАЊУ
ЧЕСТИЦА У КОСМИЧКОЈ ПЛАЗМИ

Ментор _____ проф. др Бојан Арбутина _____

Потписани _____ Владимир Зековић _____

изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, _____ 17.11.2020. _____



Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

УЛОГА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИХ МИКРОНЕСТАБИЛНОСТИ У (РЕ)ФОРМИРАЊУ
КВАЗИПАРАЛЕЛНИХ УДАРНИХ ТАЛАСА И УБРЗАВАЊУ ЧЕСТИЦА У
КОСМИЧКОЈ ПЛАЗМИ

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда



У Београду, _____ 17.11.2020. _____

1. Ауторство - Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.