

Универзитет у Београду
Математички факултет

Мастер рад

**Тема: Дискусија као наставна метода у настави
математике**

Професор:

др. Милан Божић

Студент:

Александар Ракић

бр. индекса 1087/2011

Садржај

1. Увод	2 -
2. Конструктивистичка теорија и образовни процес	3 -
3. Критичко мишљење.....	5 -
4. Партнерски однос у настави између наставника и ученика.....	7 -
5. О дискусији	12 -
6. Постављање питања од стране ученика	20 -
7. Дискусија у проблемској настави	23 -
8. Припрема за дискусију	24 -
9. Пример припреме за час.....	26 -
10. Теоријска гледишта.....	36 -
11. Развој концепта и друштвени контекст	37 -
12. Извори података.....	38 -
13. Структура часа	38 -
14. Контекст расправе	38 -
15. Креирање контекста за расправу	43 -
16. Учење учествовања у неслагању	45 -
17. Учење учествовања у расправи	47 -
18. Припрема и реализација часа методом дискусије.....	50 -
19. Закључак	56 -
20. Литература	58 -

1. Увод

Како ученици уче математику са разумевањем је озбиљно питање које разматрају и едукатори и истраживачи. Неки од њих заступају конструктивистички приступ и сматрају да деца најбоље разумеју математику ако су активно укључена у сопствено учење. Међутим, покушаји да се конструктивистички приступ спроведе на учење у школи прате тешкоће. Конструктивистички приступ Пијажеа привлачи много наставника који верују у приступе учењу усмерене на дете. Оно што је важно овим наставницима је акценат на дечијим начинима сазнавања и инвентивности дечијег математичког размишљања. Да би наставници успешно остварили ову теорију на часовима треба им нешто више од тога да буду свесни оригиналности у дечијем размишљању. Они морају да разумеју и прихвате основна начела која раздвајају конструктивистичку теорију учења од других. Једно од таквих начела је базирано на различитим начинима на које деца сазнају о свету око себе, укључујући многе начине на које деца размишљају како би разумела математику. Али једно начело, које потпуно раздваја Пијажеову теорију од осталих је много теже уградити у предавања. Пијаже је сматрао да су когнитивна конфузија и контрадикција од највеће важности за трансформацију мишљења. Конфузија и конфликт се често јављају током дискусије на часовима где се акценат ставља на ученичко размишљање и расуђивање. Ове форме неслагања се јављају услед различитих дечијих идеја. Управо овом аспекту учења је посвећен овај рад.

Дечије математичко размишљање и расуђивање је од великог значаја. Многа истраживања показују да су током дискусије на часовима контексти за учење другачији од оних на обичним часовима математике. Због тога је веома значајно бавити се проучавањем начина на који деца учествују у решавању неслагања кроз процес аргументације. Односно треба проучавати начине подучавања који су карактеристични за такве ситуације и истражити улогу наставника у реализацији ових часова. Емпиријски подаци коришћени у анализи овог истраживања су прикупљени од ученика осмог разреда. У овом раду биће укратко изложен процес припреме и обрда наставне јединице „График линеарне функције“ методом дискусије. Одржани час је снимљен, тако да ће бити изложен и ток датог часа и његова анализа. Анализирајући дискусије у којима је било неслагања, биће приказан сложен процес одржавања учешћа ученика у расправи и подржавање ученика у њиховим математичким размишљањима. Такође биће изложени друштвени процеси основни за овај контекст, тако што ће се проучавати начин на који наставник преговара и заједно са ученицима утврђује очекивања за учешће у дискусији и мишљење. Начин на који наставник подстиче ова очекивања за учешће ствара услове да лична

мишљења постану доступна јавној расправи. Иако су норме за објашњавање главне, управо су очекивања за учествовање у дискусији централна за стварање контекста расправе.

2. Конструктивистичка теорија и образовни процес

Резултати бројних истраживања упућују на то да се дисконтинуитет школског и изваншколског искуства ученика све више повећава. Знања стечена у школи и у животним ситуацијама постају све више раздвојене целине. Деца све теже успостављају смислену везу између оног што уче у школи и животних проблема. Чак и ученици који постижу солидне школске оцене имају тешкоће у примени знања у решавању реалних животних проблема (Уагер 1991). Па се може закључити да начин на који ученици уче није примерен животним потребама савременог света. То су само неки од разлога незадовољства резултатима школовања због којих конструктивистичка теорија у последње време изазива све већу пажњу стручњака у подручју образовања. Она развија нове погледе како на природу процеса учења, на теорију курикулума тако и на теоријско утемељење наставног процеса. Програмски захтев теорије конструктивизма о утемељењу васпитно-образовне праксе на конструктивистичким основама тиче се промене нагласка у наставном раду - са поучавања на учење. Конструктивисти засупају становиште да је важније то како ученици уче од тога како наставник подучава. Та промена баца ново светло на дидактичку теорију и захтева њену темељну реконструкцију у смислу ревизије појмова знања, учења, поучавања и сл. Упркос чињеници да су током времена развијени различити правци унутар конструктивистичке парадигме неке општеприхваћене поставке ове парадигме имплементирани у школску праксу и наставу радикално мењају лице традиционалне школе. Централно питање на које конструктивисти покушавају одговорити је: каква је природа људског знања. Т. Fosnot дефинише конструктивизам помоћу следећих тврђења:

- учење много зависи од укупног претходног знања,
- нове идеје развијају се током процеса адаптације и промене старих идеја;
- учење пре укључује стварање идеја него механичко акумулирање података;
- учење са разумевањем дешава се преображавањем старих идеја и стварањем нових закључака о новим идејама.

Конструктивистичка теорија заснива се на веровању да се процес учења одвија путем ученикове личне конструкције и реконструкције знања, а оно настаје као резултат ученичких интеракција са природним светом у одређеном социокултурном контексту. Знање као продукт резултат је процеса мишљења и реконструкције резултата тог процеса. Током процеса учења и наставе ученик развија и конструише личну епистемологију. Полазећи од анализе процеса учења, конструктивизам ученика поставља као субјекта васпитно-образовног процеса. Конструктивистички приступ супротан је емпиристичко-редукционистичком приступу традиционалне дидактике који учење и поучавање представља трансмисијским моделом преноса и запамћивања информација и садржаја. Критика трансмисијском моделу заснива се на конструктивистичкој тези да су знања стечена применом трансмисијског модела често некавалитетно структурирана и повезана с претходним знањима. Сам процес њиховог стицања чини их употребљивим само за академске потребе и добрим само у тестовним ситуацијама, а не за животну употребу (Richardson, 1997). Развој конструктивистичке парадигме допринео је диференцијацији основних поставки конструктивизма и њиховој примени у различитим сегментима васпитно-образовног процеса. Конструктивизам је пре свега одређена епистемологија и теорија учења која покушава објаснити карактер људског знања. Теорија конструктивизма покушава доказати да особе уче - стварају или конструишу ново разумевање, знање или стичу нове идеје путем сложене интеракције постојећег знања са догађајима и активностима у које су укључени. Знање се стиче активним упознавањем нових садржаја, а не опонашањем или меморисањем уз помоћ механичког понављања. У конструктивистичком дискурсу активности учења не одликује пасивност већ активан став особе која учи - укљученост у оно што се учи, истраживачке активности, решавање проблема и сарадњу с другима.

Конструктивизам заступа став да ученик сноси одговорност за своје учење. Учење није процес једноставног преношења знања учитеља на ученике већ се знање активношћу ученика ствара у свести. Ученик је тако подстакнут на стварање нових идеја тек када је активно укључен у рад. Такав приступ процесу учења омогућава дубље разумевање оног што се учи. Из наведеног се јасно може закључити да конструктивистички модел учења укључује истраживачку активност ученика и развој специфичне социјално-образовне комуникације. Јасно је да при томе истраживачка активност ученика укључује грешке и промашаје који су важан саставни део процеса учења. Конструкционистички корени налазе се у радовима теоретичара образовања и реформатора J. Deweya, J. Piageta, J. Brunera i L. Vygotskog. Услед различитих приступа унутар конструктивистичке теорије развијене су различите интерпретације међу којима су најутицајније: теорија психолошког конструктивизма J. Piageta и теорија социјалног конструктивизма L. Vygotskog. Знање се

не може пренети споља, од стране других, ма колико много знања они поседовали, јер је оно резултат конструкције сваког појединца на основу оног што већ зна и стратегије стицања знања коју је развио у току свог живота. Људи су активна бића и природно теже да разумеју свет у коме живе. По речима L. Vygotskog (1983.), резултат тог настојања да се разуме наш животни свет је процес учења у коме различити социјални, културни и историјски чиниоци имају формативну улогу. L. Vygotski је заступао тезу да се развој детета не може разумети само проучавањем конкретног детета, већ проучавањем и упознавањем спољашњег социјалног окружења и интеракција које у њему постоје. По његовом схватању, свака развојна функција јавља се два пута: на социјалном плану, као интерпсихичка функција и на психолошком плану, као интрапсихичка функција. На социјалном плану, кључно за сваку развојну функцију је да се она јавља кроз процес социјалног учења и да тај процес укључује интеракцију одрасли – дете у *зони наредног развоја*. Интеракција се заснива на међусобној комуникацији и различитим односима који се у току комуникације успостављају. На наведеним теоријама утемељене су бројне конструктивистичке интерпретације са још бројнијим импликацијама на школску праксу. Као пример таквих класификација можемо навести једну која за критеријум узима различите погледе на знање и различито схватање ученика као конструктора знања. Такође, за критеријум се узима и континуум смањивања директивног утицаја наставника и пораста утицаја ученика на своје учење.

3. Критичко мишљење

Једна од основних одлика савременог друштва је хиперпродукција информација, и зато образовање, с правом, у први план не ставља више стицање знања, већ развој различитих интелектуалних вештина и стратегија учења, као и примену наученог. Из тог разлога, вештине критичког мишљења препознају се као неизоставне „интелектуалне алатке“ за постизање бољег успеха у школовању и касније на професионалном плану. Дилема: знање или вештине, данас се више не поставља, јер између усвајања знања и развоја способности и вештина, постоји међузависност и ти образовни циљеви се суштински прожимају.

Критичко мишљење се тешко дефинише једном реченицом. Најчешће се наводе његове главне карактеристике и описује шта оно јесте, односно шта није. Популарно

речено, развијање критичког мишљења може се назвати „како да боље користимо своју памет“. Подстицањем критичког мишљења, код ученика померамо фокус са стицања знања усвајањем обиља чињеница, на освешћивање когнитивних процеса током учења, што значи овладавање различитим когнитивним вештинама, усвајање стратегије мишљења, вредновање сопствених и туђих мисли, осећање задовољства при решавању проблема и примени знања. Критичко мишљење се најбоље подстиче у ситуацији када се пред ученике поставља захтев да решавају проблем, доносе различите одлуке, да вреднују те одлуке, процењују њихову адекватност у односу на контекст, да процењују њихову далекосежност, употребљивост, последице. Тиме ученици боље разумеју оно што уче, јер се новим информацијама одређује контекст, не остају изоловане. Информације се повезују с постојећим знањима, утврђује се њихов међусобни однос, преиспитује њихова применљивост и сврха у свакодневном животу.

Када се од ученика тражи да аргументују, разликују битно од небитног, тачно од нетачног, да сагледају последице, изнесу што више идеја, активно слушају друге, да се децентрирају (сагледају туђи угао гледања, препознају туђа осећања...), вреднују, повежу, докажу, питају, реше проблем, искажу сумњу, нађу узрок, закључе или класификују – подстичемо њихово критичко мишљење. Међутим, није довољно ставити ученика у проблемску ситуацију и очекивати да се критичко мишљење појави само од себе. Наставник је тај који охрабривањем иницијативе, самосталности, оригиналности, радозналости, дебате, сумње, слободе изношења мишљења и постављања што разноврснијих питања, подстиче критичко мишљење. Он, такође, води рачуна о томе да ученици не упадну у замку да, уместо критичког мишљења, почну да исказују критику, неосноване аргументе, уверење да могу критички мислити без знања, или потребу да другима наметну сопствено мишљење. Да би се то избегло наставник може, пре него што започне рад са ученицима на неком проблему (теми), да утврди која знања су потребна, шта већ знамо о томе, ко или шта нам може помоћи, са чиме је то повезано, које алтернативе постоје, који стереотипи или погрешна знања о томе постоје, и тиме их постепено уведе у критичко мишљење. Уношење елемената критичког мишљења не искључује друге облике рада са ученицима. Оно се може уградити у реализацију садржаја свих наставних предмета као и у индивидуални рад, рад у пару, малој или већој групи. Ученици брзо и лако уоче предности критичког мишљења као аутономног, евалуативног мишљења, осетљивог на контекст и радо га користе у свим предметима и свим активностима, наравно, уколико им се омогуће услови да то искажу.

Бројне су активности и технике које подстичу критичко мишљење. Неке од њих су: анализа противуречности, аргументовање за и против, усвајање и одбацивање чињеница, варирање могућих одговора на питање, тражење питања на дати одговор, уочавање сличности, уочавање различитости, „вртлог идеја“, набрајање супротности, предвиђање

последица, тестирање могућих решења, постављање питања... Постављање питања је кључна активност у свакој техници и одличан показатељ критичког мишљења. Питања могу бити важнија од одговора.

Критичко мишљење се развија од најранијег детињства, али не само од себе. Оно тражи услове и подстицај. Деца узраста од 7 година, у складу са својим менталним развојем и стеченим искуством, радо ће се укључити у решавање сложених проблема и показати способност да поставе добра питања, изразе сумњу, да аргументују, доносе одлуке, предвиђају последице, а то је суштина критичког мишљења. У овом узрасту једини проблем може бити слабија способност ученика да се децентрирају, али уколико се од њих континуирано траже активности које подстичу критичко мишљење и та способност ће се развијати. Већ око 11. године она ће бити на нивоу који обезбеђује да се ствари сагледавају мање пристрасно и да се критички односе према себи, сопственом мишљењу и окружењу.

Критичко мишљење не треба везивати само за теме или проблеме који имају више решења и траже креативност, стваралаштво, оригиналност. Напротив, критичко мишљење је употребљиво и за решавање проблема где постоји само једно тачно решење, али се до њега долази коришћењем и креативног мишљења. Основне предности критичког мислиоца су отпорност на преураћене закључке, ставове и судове, мудро коришћење знања која се поседују, лако усвајање нових информација, отвореност за промене, исказивање иницијативе, успешније решавање проблема и већи степен самопоуздања у исказивању сопствених мисли и осећања. Подстицањем критичког мишљења код ученика се постављају темељи здраве критичности, аутономности и рационалног промишљања, тако потребног за младе људе суочене с различитим изазовима савременог живота.

4. Партнерски однос у настави између наставника и ученика

Под партнерством се подразумева однос у коме постоји једнако уважавање између партнера, првенствено једнако међусобно уважавање личности. У настави се остварује дијада наставник–ученик коју карактерише изражена асиметричност у искуству и компетенцијама у корист наставника. Та асиметричност не би требало да постане асиметричност моћи, већ да поприми облик сарадње коју наставник подстиче, а ученик је у тој сарадњи активни чинилац сопственог развоја. Наставник помаже ученику тако

што му, захваљујући сопственом знању и искуству, олакшава процес заједничког изграђивања знања (Wells, 1986). На тај начин, учење кроз процес наставе постаје партнерски однос заснован на асиметричној интеракцији. Партнерски однос карактерише и комплементарност потреба и очекивања наставника и ученика. Наставник је тај који води, а ученик је вођен у процесу учења и когнитивног развоја. Ученик изражава потребу за откривањем новог, а на наставнику је да ту потребу препозна и усмери у различите форме стицања знања и изградње сопствене стратегије учења од стране ученика. Као најзначајније форме потпомагања, које се остварују у интеракцији детета и одраслог, истичу се: моделовање понашања у чијој основи је процес имитације, одговарајући програм поткрепљивања, обезбеђивање повратне информације, давање упутстава, постављање питања (дискусија).

У оквиру партнерства у настави, важна је природа интеракције наставника и ученика. За ту интеракцију је карактеристично да се највећи ефекти партнерског приступа учењу остварују онда када наставник води с циљем да помогне ученику да дође до сопственог циља. Наставник и ученик деле одговорност, што не умањује наставникову стручност, јер удео наставника и ученика није једнак, с обзиром на то да се они разликују у нивоу знања, вештина и искуства. Иако је у партнерском односу у настави присутна асиметрија у корист наставника, веома је важан контролисан ниво доминације наставника. Уколико је ниво доминације наставника веома висок, онда се смањују активност, одговорност, иницијативност и креативност ученика. Ако наставник препусти децу саму себи, ефекти учења и социјализације биће ниски. Колико ће наставник интервенисати, зависиће од садржаја активности у настави, као и од узраста и зрелости ученика. У остваривању оваквог модела партнерства у настави између наставника и ученика, потребно је имати у виду неке типичне противречности у схватањима детињства, позиције детета у социјалном окружењу, као и схватању партнерства и партиципације. Иако модерне теорије које се баве детињством заступају активну улогу детета у властитом животу и развоју, па и школској настави, реалност често демантује те афирмативне теоријске приступе. Поставља се питање: каква настава може да оствари максималне образовне ефекте, као што су стицање знања, развој критичког мишљења, способност аргументовања сопствених ставова, отвореност за сазнајне и социјалне перспективе других? Овакве образовне ефекте може да оствари настава у којој је ученик активни партнер наставника у изграђивању система знања и у којој је ученику омогућено да поставља питања, трага за одговорима, експериментише, учи на грешкама, дискутује о предмету учења и износи критичка запажања и мишљења. У таквој настави, међу најзначајније методе учења спадају кооперативно учење наставник–ученик и учење по моделу.

Кооперативне методе отварају ученицима могућност за развој низа когнитивних компетенција, као што су аргументовање сопственог мишљења, развој самосталности, учешће у доношењу одлука, вештине заједничког рада на садржајима, отвореност за другачија мишљења, планирање и реализација циљева. Поред тога, ове методе подстичу и развој важних социјалних компетенција и демократских поступака у групи: успостављање интерперсоналних релација, ненасилна комуникација, активно слушање, преговарање и сличне компетенције. Разлике у погледима на исти проблем и у нивоу искуства, доводе до когнитивног сукоба који значи могућност практиковања дијалога и размене мишљења. Кооперативно учење наставник–ученик полази од основне претпоставке да ученици поседују претходна знања и вештине у области у коју се уводи ново знање. Захваљујући тој претпоставци, учење се не третира као процес преношења знања од стране онога ко зна – наставника, ономе ко не зна – ученику. Учење постаје права педагошка интеракција наставника и ученика. Иако је овде у питању асиметрично партнерство, ученик је активан партнер у изградњи знања. Како истиче Икор (1980), између одраслог и детета постоји природна несразмера – одрасли има предности које се заснивају на његовим годинама и животном искуству и суштинско питање комуникације у образовно-васпитном процесу је како се та несразмера изражава. У кооперативном учењу наставник–ученик, несразмера није у функцији моћи наставника над учеником, већ у функцији подстицања ученика да развије сопствене моћи. У таквој ситуацији, како то истичу Ивић и сарадници (1997), наставник првенствено практикује своје следеће улоге: улогу онога ко подстиче мотивацију ученика, улогу партнера у педагошкој интеракцији, регулатора односа у социјалној групи, евалуатора и афективног партнера.

У кооперативном учењу наставник–ученик издвајају се два општа облика интеракције. Први је сазнајни конфликт између партнера, који потиче из саме асиметричности педагошке интеракције. Између наставника, као неког ко је интелектуално зрелији и више зна, и ученика, који је мање интелектуално зрео и мање зна, потенцијално може да дође до разлика и несагласности о свим новим садржајима који се усвајају. Когнитивна несагласност је плодна основа за педагошку интеракцију која води усвајању нових знања. Други, важан облик интеракције је сарадња наставника и ученика. Сарадња се најчешће испољава у облику заједничке изградње нових знања и комплементарних активности наставника и ученика. У наставној пракси, наставникове активности би биле да осмишљава целину ситуације учења и проблемске ситуације, припрема дидактичка средства, планира ток часа и организује рад. Главне активности ученика су да мобилишу своја постојећа знања и вештине и да решавају предочене проблемске ситуације.

Асиметричност партнерства између наставника и ученика огледа се у томе што наставник представља ослонац или подршку све док се ученик не оспособи да сам обавља различите активности учења. Посебна предност кооперативног учења је могућност да ученици погреше и да за грешку не буду кажњени, да у току рада исправљају грешке и уче се на њима. Шевкушић (2003) наводи да су резултати истраживања о кооперативном учењу изненађујуће конзистентни у погледу тога да подржавају овај облик учења и указују да се он може успешно примењивати на свим узрастима ученика, у свим наставним предметима и на великом броју задатака. Исто тако, Џилис (Gillies, 2000) говори о експериментално доказаним предностима кооперативног учења у разумевању и решавању математичких проблема, усвајању научних појмова и групном писању есеја и прича. Такође, постоји сагласност о томе да кооперативно учење доприноси већем постигнућу, вишим нивоима резоновања, бољем трансферу знања, унутрашњој мотивацији за учење, развоју социјалних вештина, бољим интерперсоналним односима и сличним личним компетенцијама.

Суштина учења по моделу је у томе да се учи тако што се нешто ново, неки нови образац понашања види код других, а затим се под одређеним условима понавља и усваја. По Ротовом мишљењу (1972), оправдано је говорити о три облика учења по моделу – идентификацији, имитацији и учењу улога. Ивић и сарадници (1997) као један облик учења по моделу наводе и учење путем посматрања или опсервационо учење. Из бројних досадашњих истраживања учења по моделу, закључено је да само постојање модела понашања не гарантује да ће се такво учење и реализовати. До учења по моделу доћи ће само ако се стекне низ предуслова. Према Ивићу и сарадницима (1997), уколико постоје следећи предуслови, већа је вероватноћа да ће се жељени модел понашања усвојити: велика учесталост јављања модела; културна укорененост модела; социјална подршка и награђивање једног модела понашања; процена ученика да ће имати неку добит или награду уколико усвоји дати модел понашања; мотивисаност ученика да усвоји дати модел понашања; социјални углед онога ко показује неки модел понашања; разумљивост показаног модела понашања и блискост модела понашања ученику према полу, узрасту, социјалном статусу и сличним карактеристикама. Учење по моделу је прави облик партнерског учења у коме се одвија интензивна интеракција између понуђених модела понашања и ученика. У школи постоји већи број различитих облика учења по моделу. За ову тему је веома значајан облик у коме је наставник модел понашања за одређене школске дисциплине или модел као личност са својим системом вредности. Најважније активности наставника су да развијају богату, позитивну понуду модела понашања (модела) сопственог понашања, модела садржаних у школским програмима, да што јасније покажу ове моделе како би их ученици што боље разумели, да анализирају и објасне те моделе понашања, да покажу користи од њиховог усвајања, да охрабре ученике

да испоље конкурентске моделе понашања и наведу их да упоредо анализирају моделе које нуди школа и моделе које они преферирају, да обезбеде подршку и стално наглашавају модела чије усвајање сматрају педагошки оправданим.

Активности ученика нису унапред планиране, већ се више одвијају спонтано. То су процеси разумевања модела понашања, процеси идентификације, активног бирања међу понуђеним моделима, као и активног експериментисања са понашањима виђеним код модела. У току учења по моделу, ученик успоставља комуникацију са наставником, процењује и вреднује понашање и карактеристике модела, формира одређени однос према њему, активно експериментише са одређеним облицима понашања модела и мање или више успешно усваја оно што модел емитује, било да је то на нивоу понашања или вредносних ставова и система. Познато је да је учење по моделу врло утицајан облик учења. Више пута је потврђено да уколико постоји несклад између онога што особа која неког васпитава или подучава вербално саопштава и онога што изражава кроз друге форме свог понашања, онај ко је изложен тим утицајима мање ће усвојити вербални садржај, а више оне поруке које се емитују кроз остало понашање, односно кроз оно шта та особа ради, на који начин вреднује своју околину, како решава извесне социјалне ситуације.

Истраживање значаја спонтаних ученичких питања у школи за развијање друштвеног активизма ученика (Павловић, 2002), дало је, између осталог, и неколико резултата који говоре о важности наставника као модела за успостављање партнерских односа у настави. Један од резултата је показао да ако желимо да се код ученика развије став заинтересованости за окружење, спонтаности у покретању питања, свест о сопственим правима и улози у животу заједнице, наставници и сви други који раде у школи требало би да у свом понашању, а посебно у комуникацији са ученицима, емитују те вредности. Првенствено, да недвосмислено показују уважавање према другој особи, без обзира на њен узраст и статус који има у школи, као и да поштују људска и грађанска права свих учесника у животу школе, а не само да такво поштовање испољавају према онима који су хијерархијски виши. С обзиром на то да су у нашој школи ученици неравноправно позиционирани у односу на наставнике, нарочито би било пожељно да наставник–модел својим понашањем исказује вредност уважавања оних који су у било којој ситуацији и по било којој основи друштвено маргинализовани. Поред тога, од посебног је значаја начин на који наставници излажу ученицима чињенице у току процеса наставе, јер тај начин представља за ученике модел сазнајног понашања. Пожељан начин наставничког понашања је онај који ученицима отвара могућности за размишљање и јасно указује да ниједно сазнање није готово и коначно, већ да се сазнања стварају или надограђују кроз процес партнерске комуникације у настави.

Асиметрично партнерство у настави између ученика и наставника почива на одговарајућој комуникацији. Партнерска комуникација између наставника и ученика има неколико важних предности: пружа могућност за прилагођавање потребама и интересима деце; ствара већи број прилика за увођење креативних промена и иновација у саму комуникацију и наставни процес у целини; подстиче процесе размене између наставника и ученика; ствара могућности за покретање питања; производи позитивне ефекте новог и конструктивног доживљаја. Истовремено, постоје одређени ризици којих би требало бити свестан, како не би преовладали над позитивним могућностима. Међу такве ризике спадају: непрепознавање потреба ученика и несвесно пројектовање потреба самог наставника у комуникацију у настави; губитак контроле над процесом наставе, односно скретање у неформалну комуникацију која нема васпитно-образовне циљеве; услед превелике усмерености на методу, постоји могућност губитка везе између методе комуникације и садржаја наставе; отпор код наставника због времена које им је потребно за припрему часа заснованог на партнерској комуникацији. Међутим, истраживања су показала да се уз одговарајућу подршку наставницима поменути ризици могу знатно ублажити или претворити у предности. Тако, на пример, више времена које је потребно за припрему повољно утиче и олакшава извођење часа и процес комуникације који се одвија између наставника и ученика. Свака форма комуникације у настави између ученика и наставника требало би да садржи елементе развијајућег партнерства. Ипак, ако говоримо о препознатљивим формама партнерске комуникације, међу које најчешће спадају дискусија, разговор у кругу и постављање питања од стране ученика. Постоје и други облици, али ови су се већ довољно афирмисали у пракси.

5. О дискусији

Баковљев (2001) разматра дискусију као највиши и најделикатнији облик наставног разговора у коме наставник и ученик или сами ученици између себе излажу и аргументују мишљења и ставове о одређеном наставном градиву у процесу његовог учења и при утврђивању, проширивању и проверавању претходно наученог. По његовом мишљењу, наставна дискусија је успешна само ако није наметнута ученицима од стране наставника, већ до ње долази спонтано, на иницијативу ученика или наставник индиректно, коришћењем одређених педагошких метода, утиче да ученици пожеље одговарајућу дискусију. Као најцелисходнији начин индиректног утицаја на ученике, Баковљев предлаже да се у настави стварају проблемске ситуације и то првенствено ненаметљивим

изазивањем код ученика конфликтних ситуација између знања којима већ располажу и захтева проистеклих из градива и задатака које уче, јер је то истовремено и стварање услова за спонтано јављање дискусија. Да би наставне дискусије биле успешне, Баковљев предлаже да се код ученика развијају и негују одређена правила и вештине дискутовања. Као најважније, он издваја следеће: све што се тврди треба солидно да се образложи и аргументује; потребно је да се говори сажето, јер је време за дискусију ограничено и требало би да и други могу да изложе свој став; да би дискусија била рационална и продуктивна, не треба понављати оно што су други већ рекли; онај ко дискутује требало би да се држи предмета расправе; учесници у дискусији не би требало да упадају једни другима у реч; неопходно је развијати толеранцију за различита мишљења; важно је неговати критичност и самокритичност, неприхватљиво је превелико подлегање емоцијама које замагљују чињенице и логику.

Јурић (1979) под дискусијом подразумева формализовану форму разговора о различитим темама које допуштају детаљно разматрање и проучавање с различитих становишта. Он сугерише да би тема дискусије требало да буде прорађена неколико дана пре дискусије, најављена или задата у прикладном облику који упућује на одговарајуће припреме за тему, као што су трагање за изворима у литератури, распитивање и прикупљање мишљења од других, утврђивање личног става и знања о садржају теме и слично. Исти аутор, као кључну карактеристику дискусије, истиче то да она не даје победника и побеђеног, већ да се сви учесници, односно и наставник и ученици труде да дођу до заједничког решења. Посебну вредност дискусије он види у следећем: велика активност ученика и висока групна динамика; унапређивање вештина слушања, сарадње и прихватања другачијих мишљења; развој способности вођења разговора, као што су брзо реаговање на питања, јачање концентрације, разликовање битног од небитног због формулисања аргументације. Као један од важних узрока неприхватања дискусије у школској пракси, Јурић истиче то што је велики број наставника навикао да сувише говори својим ученицима. Такви наставници заборављају да поред говорне спретности, иницијативе и организационих способности вођења, њихова улога је и да покажу спремност у помагању, прилагођавању и развијању иницијативе код ученика. У контексту разматрања партнерских односа у настави, могли бисмо рећи да дискусију тешко прихватају наставници који нису спремни за партнерску комуникацију са својим ученицима.

Разговор у кругу је посебан облик дискусије с високим захтевима. Након што се чује излагање о проблему, сви учесници разговора морају да изнесу своје гледиште о том проблему или да се изјасне за неко већ саопштено мишљење. Да би се поштовале договорене процедуре, неопходно је да разговор води наставник или ученик који већ поседује одговарајуће вештине. Када се заврши један круг разговора, постоји могућност

да се поново јави за реч неко ко је већ говорио, уколико жели нешто да допуни или разјасни неку нејасноћу. Као главну предност разговора у кругу, Јурић (1979) истиче да оваква форма комуникације у настави помаже нееластичним и пасивним одељењима, јер постоји обавеза да се учествује у разговору, тако да су ученици подстакнути да изнесу властито мишљење и формулишу говорни исказ. Он препоручује да се разговор у кругу користи у мањим одељењима или са групом ученика. Такође, разговор у кругу захтева од ученика да размишљају, постављају питања, преиспитују сопствено мишљење, јер свака изговорена реч представља подстицај за све ученике. Ако желе да смислено учествују, морају да прате шта други говоре и тако вежбају своју пажњу. Улога наставника је да ствара и негује атмосферу у којој ће се ученици осећати сигурним и слободним да се изразе, односно у којој не страхују да ће њихова питања бити процењена као смешна или без смисла.

Дискусија као наставна метода облик је комуникације између наставника и ученика или самих ученика којом се размењују искуства, схватања и ставови о наставним садржајима. То није борба између непријатеља за победу или превласт, већ је пре сарадња савезника који траже и истражују истину. Често се одређује и као метода учења помоћу питања и одговора. У традиционалној настави дијалогска метода се састоји у томе да наставник поставља питања, а ученик одговара. Док у савременој настави дискусија није тако једносмеран, он је све више двосмеран и вишесмеран облик комуникације. Дискусија у настави математике је једна од метода увођења у математички начин мишљења. Зависно од тога шта се конкретно жели постићи дискусијом, у стручној литератури се именује више различитих варијанти ове наставне методе међу којима често нема оштрих и јасних граница.

Дискусија математику прожима на два начина:

- дискусија као креативна, то јест стваралачка истраживачка метода
- дискусија као метода у настави математике, начин презентације и појашњења наставног садржаја, фактор интеракције између ученика, наставника и садржаја наставе математике, провере и процене усвојених садржаја односно успеха наставе математике.

Било би добро да математика у себи садржи или подстиче дискусију као истраживачку, откривајућу и развојну методу. Тешко је дати изузетно прецизне и у сваком тренутку наставног процеса програмиране инструкције у вези с применом дијалогске методе, али се наставницима могу дати смернице које могу помоћи приликом употребе дискусије као наставне методе. Полазна претпоставка код квалитетне употребе дијалогске наставне методе јесте његова сврсисходна карактеристика – испреплетаност с дијалогом као

истраживачком, критичком и стваралачком методом. Та га синтеза чини развојним и у контексту општег и потпунијег развоја способности ученика, наставног процеса, интерперсоналних односа, итд. Такође, дијалог мора пратити сам развој, то јест пут и ток саме наставе и наставног садржаја. Његова посебна карактеристика је то што после наставе оставља позитивне последице на ученицима. Дискусија се успешније одвија и постиже боље резултате уз комбинацију и интеграцију дијалогских форми, разноврсне изборе наставних садржаја, приступе наставним садржајима, облике рада, наставне методе, начине проверавања и вредновања знања, наставна средства и ученика у средишту наставног процеса. Карактеришу га следеће особине: флексибилност, прилагодљивост и спонтаност, мотивација, радозналост и активност (емоционална и интелектуална), маштовитост и претпостављање, отвореност, толеранција и поверење, психолошка и логичка структура, упућеност на интелектуални развој свих ученика, истраживачки и критички дух, разумевање и трансфер стечених знања. Може се анализирати путем утицаја на побољшање: квалитета знања, критичкога мишљења ученика, мотивације ученика, односа према наставном предмету, активности ученика и односа између ученика и наставника.

У дијалогу средишње место заузима наставниково или учениково постављање проблема и питање које покреће ученике у откривању новог. Овде је важна особина откривања. Постављено питање доводи до откривања нових знања. Питања су недоречена, а одговори неизвесни. Техника дискусије, односно избор питања, зависи од природе наставних садржаја, ученикових способности, циљева и задатака које треба остварити. Дискусија најчешће подразумева следеће врсте питања: проблемска, алтернативна, усмеравајућа, перспективна (она која сигурније воде ка циљу) и општа питања (захтевају ширу разраду и образложења). Једна од функција претпостављања, коју дијалог може имати у настави математике је откривање могућих решења, односно одговора на питања или проблеме, а сам чин откривања уско је повезан с развијањем маште и интересовања ученика. У васпитном смислу, откривање схваћено као стваралаштво, није само интелектуални акт већ и емоционални, вољни, мотивациски, уз стицање самосталности и одговорности. Откривање би у настави требало обухватити самостално извођење правила, особина, уочавање и проналажење начина отклањања грешака и проналажење различитих путева у постављању и решавању питања или проблема. У те процесе укључују се и све оне компоненте које се изражавају као процеси трагања, проналажења и откривања у учењу па се за учење путем открића може рећи да има трансферне ефекте у побољшању става према унапређењу способности за откривање начела.

У дијалогској методи питања постављају наставник и ученици. Та метода може бити коришћена у већим или мањим групама ученика. Оно што им је свима заједничко је то да се нечије мисли развијају као резултат или последица употребе стимулативних

питања. Дискусија, као и само мишљење има структуру која води учениково мишљење од нејасног ка јасном, од имплицитнога ка експлицитном, од недовршеног ка довршеном итд. Питање је у средишту дијалога. Ако се дијалог ослања само на искуство и знања ученика, а не осигурава логички правилан пут решавања постављеног питања, он неће довести до закључака и помоћи да ученици правилно закључују и математички размишљају. Ако је ток дискусије такав да се не ослања на разматрање и искуство ученика, па макар он био и логички правилан, њихово искуство, знања и закључци имаће чисто вербални карактер. Вредност дискусије се одређује по томе какав је његов исход и какав је логички пут кретања ученика од незнања ка знању.

Дискусија би се могла заснивати на следећим поступцима:

1. Добро формулисана општа питања или тврдње смишља и планира наставник пре него што дискусија почне.
2. Следећи корак је изношење конкретних примера из искуства ученика у којима су садржани елементи опшег питања, проблема или тврдње.
3. Одабере се пример у групи на бази анализе и аргументације кроз дискусију.
4. Главне тврдње ученика се записују на таблу тако да их сви могу видети како би им биле јасне, као и ток размишљања и последице тих судова.

Оквирно упутство за ученике током одвијања дискусије:

1. Сваки учеников допринос заснива се на његовом личном искуству, односно не на ономе што су други (изван учионице) доживели, чули или прочитали.
2. Питања треба да буду у складу с мишљењем - искрена. То значи да сви ставови и сумње у вези с оним што је речено треба да буду изнете.
3. Одговорност свих ученика је да искажу своје мисли јасно и језгровито, колико је то могуће, тако да свако буде у могућности да развија своје мишљење на идејама других раније изнетих у дијалогу.
4. Ученици не треба да се усредсреде само на своје мисли већ треба да настоје да разумеју идеје других ученика. Помажући у овоме, наставник може питати ученике да њиховим речима, уз своја виђења, искажу оно што су други ученици већ изнели.

5. Ученик који је изгубио из вида или му је нејасан део питања или нешто у дискусији треба да затражи помоћ осталих како би сазнао какве су тренутне позиције у дијалогу.
6. Апстрактни ставови треба да буду утемељени у конкретном искуству или примеру.
7. Истраживање о релевантном питању наставља се докле год, (колико настава омогућава) ученици имају супротна гледишта.
8. Важно је да ученици учествују у дијалогу и када се не слажу. Нико не би требао напустити учествовање у дијалогу док не буде потпуно обрађен проблем, односно тема дијалога.

После изношења проблема наставника, ученици одређено време треба да размишљају и међусобно разговарају о њему. Могу дати своје допунске теме, ставове и питања о постављеном проблему. Наставник треба да слуша међусобни разговор ученика и прави белешке. На основу овог малог истраживања наставник може изабрати и изнети питања или размишљања ученика која би била општа, односно заједничка свима или већини и тако подстакла ученике. Такође, наставник може идеје илустровати и поткрепити прикладном причом, фотографијом, сликом, цртежом, и сл. Свака ситуација може садржати лична и социјална супротстављања, а неслагања могу бити врло важна за ученике. Наставници могу почети серијом индуктивних питања која воде и померају дискусију од конкретности ка аналитичности. Проблемски приступ упућује ученике да одреде проблем, разумеју како се он односи на њих, одређују узроке, уопштавају их на друге проблеме и коначно предлажу, претпостављају алтернативна решења проблема. Одговорност наставника у проблемском дијалогу је у томе да се служи мишљењима и говором ученика као основом за развијање критичкога разумевања. Као што су питања и одговори неопходни у дискусији, тако је и активно слушање оно што их прати. Утврђено је да се помним слушањем онога што се говори долази до двоструких схватања: прво, проверавамо је ли се изложено слаже са нашим знањима и уверењима и друго, да ли то изложено доноси нешто ново, нешто што нисмо знали. За развој није битно прихватамо ли речено, већ да нас то речено мотививише како бисмо се усмерили трагању за решењем. Развој захтева спремност за слушање и отвореност према свим изворима знања. Слушати шта други говоре и бити отворен према свему не значи наивност већ чврсто опредељење да се све подвргне провери, стави на сто за расправу, али без предрасуда и унапред формираних ставова.

Дискусија подразумева равноправну, толерантну, демократску и на емпирији и критици засновану комуникацију између наставника и ученика и између самих ученика, који уз анализу, синтезу и евалуацију, питањима и одговорима, заједнички разматрају конкретне проблеме. Осим тога, такав начин рада код ученика подспешује способности за

учење, усмерава ученике да сами траже решења постављеног проблема, нарочито применом индуктивних поступака. Ова метода подразумева излагање неког знања оним редом и начином како се до њега долазило. Решавање проблема се може подстаћи, а трагања током дискусије обогатити применом различитих наставних материјала или техничких средстава. Добре стране дискусије су у томе што има велике могућности управљања размишљањем ученика, њиховим усмеравањем и поступним довођењем до могућих решења. Појам истраживања много је значајнији од појма учења. У правилној организацији наставе ученици су захваћени стваралаштвом, које карактерише висока активност и самостално мишљење, које укључује откриће. Основна вредност дијалога је у томе што ученике доводи у ситуацију да активно и самостално решавају проблеме, чиме се развија њихово логичко мишљење и математичко схватање стварности, повећава самосвест и омогућава увид у разумевање и знање ученика.

Дискусија као наставна метода се може примењивати на свим степенима образовања – од основне школе па све до факултета. Разлози њеног увођења у све већи број предмета су бројни. Међутим стручњаци упозоравају да примена ове методе има доста ограничења и замке. Дискусија је сложена и захтевна како за наставнике тако и за ученике и тражи поштовање низа правила у њеном припремању и извођењу. Неопходно је пажљиво одабрати ситуације и садржаје у којима ће дискусија бити адекватна наставна метода, али и препознати ситуације у којима дискусија није добар избор или је треба комбиновати са другим наставним методама и облицима рада. Рад и учење у малим групама за ученике представља једну од пожељних наставних ситуација, у којима се поред низа других предности наглашава вредност знања које поједини ученици доносе са собом у групу. Од овог принципа полази се приликом организације учења кроз дискусију, процеса који резултује високим когнитивним постигнућима ученика. Дискусија се може дефинисати као посебан облик групне интеракције у којој чланови заједнички разматрају питања од заједничког интереса, размењују и испитују различите аспекте својих одговора, повећавају знање или разумевање, оправдавају или оповргавају ставове, одлуке, решења или активности о проблему који се разматра. Дискусија на часовима математике подстиче размену мишљења, размишљање, расуђивање, учење са разумевањем, активно и креативно коришћење стеченог знања итд. Она омогућава да ученици буду активно укључени у сопствено учење и на тај начин лакше усвоје нова знања и повежу их са већ усвојеним знањима. Дискусија се темељи на самосталном изражавању мишљења поткрепљених аргументима. Интерактивним радом у групи – дискусијом код ученика долази до дубљег разумевања појмова, ближег контакта између ученика, али и између ученика и наставника. Више него било која друга метода, дискусија подстиче сваког појединца у групи на конструктивно и креативно размишљање о садржају (предмету), који ће својим искуствима и размишљањем придонети добробити осталих учесника. Сваки од

њих има могућност да представи своје виђење проблема и подстакнут је на размишљање и долажење до коначне одлуке на темељу онога што сазна слушајући остале учеснике у дискусији. Онај ко је активнији научиће више од онога ко је у позицији пасивног слушаоца. Осим тога у дискусији се учи и вештина активног слушања, оно што ће се рећи и аргументовати мора се базирати на већ реченом. Дискусија се може организовати на више начина: наставник може организовати дискусију са целим разредом и себи доделити улогу водитеља или може поделити разред у неколико група и организовати дискусију у свакој појединачној групи и сл. Најбитније је да наставник организује онај облик дискусије који на најбољи начин води према остваривању постевљених наставних циљева.

Познавајући активности које се очекују и одвијају током дискусије, наставник треба да препозна наставне ситуације у којима може применити дискусију као наставну методу од којих треба истаћи ситуације у којима наставник жели:

- подстаћи ученике на размишљање о неком проблему, задатку;
- употребити знање и искуства чланова групе,
- добити повратну информацију о степену постигнућа циљева,
- помоћи ученицима да науче размишљати и изражавати се,
- помоћи ученицима да се суоче с проблемима и решавају их помоћу информација које су стекли,
- подстаћи ученике на прикупљање потребних информација и теорија,
- мотивисати ученике за даље учење.

Важно је истаћи да наставници морају поступно привикавати ученике оваквом начину рада и образложити им шта се од њих тражи и како се то постиже. Често се може догодити да ученици иако су добили упутства, распоред рада и материјал на којем ће радити - врло тешко одмах могу правилно обликовати и коментарисати своје мишљење и ставове, а многи у овој фази пружају отпор оваквој пракси. Пре него одлучи применити методу учења кроз дискусију, наставник мора оспособити ученике за решавање одређених задатака које дискусија у својим појединим корацима захтева. Такође треба нагласити да приликом припреме и извођења дискусије у настави морамо водити рачуна о улогама које се дају или очекују од појединих учесника. Пажњу треба обратити на припрему и анализу две кључне улоге у дискусији: улогу водитеља дискусије (без обзира да ли преузео ту улогу наставник или неко од ученика) и улоге појединих учесника (капитен групе) у групи. Стручњаци наглашавају да посебну пажњу треба посветити размишљању о улогама

појединих учесника у групној расправи, посебно када се мање групе ученика упуштају у међусобне дискусије у циљу каснијег изношења резултата у целу разредну групу.

6. Постављање питања од стране ученика

Свако спонтано постављање питања од стране ученика које је у контексту наставног садржаја, представља висок ниво интелектуалне и социјалне иницијативе, самосталности, слободе, активизма и преузимања одговорности. На тај начин, ученик покреће сазнајну интеракцију са наставником. Ивић и сарадници (1997) описали су ту интеракцију као однос у коме улога наставника није само да буде аниматор, већ и активни партнер. С обзиром на то да се не ради о преношењу готових знања на ученика, већ о активном овладавању системом знања, и ученик је врло активан партнер. У тој интеракцији развијају се различити облици размене знања и искустава између наставника и ученика. Нажалост, ученичка питања нису успела да се довољно афирмишу у школи јер је школа у највећој мери остала трансмисивна.

Настава почива на претпоставци да наставници знају шта би ученици, у просеку, требало да науче, они им преносе знања, а ученици би требало да слушају и уче. Коцић (2002) разматра Клапаредово схватање *школе по мери* која би водила рачуна о природи деце и уважавала њихове разлике у способностима и другим личним карактеристикама. Коцић наводи да Клапаред приговара укупној концепцији школе која је оријентисана на просечног ученика који нигде у стварности не постоји, већ је вештачки продукт управо такве концепције усмерене на неговање осредњости, безбојности и једноличности. Једно од решења, које може ублажити овакву ситуацију, јесте развијање наставне концепције која уважава и подстиче ученичка питања. Питања која ученици постављају у настави су једна од форми партнерске комуникације. Партнерска комуникација наставник–ученик, у којој ученик својим питањима иницира сазнајни проблем а наставник олакшава долажење до његовог решења, подстицајна је за напредовање ка зони наредног развоја. Међутим, она само спорадично налази своје место у савременој настави, иако има потврда о њеној успешности у пракси васпитно-образовног рада и у прошлости и садашњости. У већ поменутом истраживању улоге и смисла ученичких питања у настави (Павловић, 2003), коришћен је већи број техника којима је наставник подстицао ученике да постављају питања. Најчешће коришћене технике су биле: асоцијације у облику питања на назив наставне јединице, односно подстицање ученика да слободно асоцирају на одређену наставну јединицу у форми питања која им падају на памет када чују или прочитају назив

наставне јединице; очекивања ученика од наставног часа саопштена у форми питања; формулисање питања на која одговара неки текст из уџбеника или приручника на коме ученици непосредно раде; ученици састављају питања за интервју са писцем уџбеника; ученици састављају питања за интервју са познатом личношћу из одређеног историјског периода која се помиње у садржају градива (државник, научник, уметник); постављање питања која структуришу и разрађују по корацима проблем–ситуацију у учењу у оквиру наставе (шта треба откривати, на чему би требало радити и којим редоследом); у току процеса обнављања градива ученици формулишу што већи број разноврсних питања о градиву и покушавају да на њих одговоре; ученици састављају квиз–питања, као део процеса обнављања наставног градива; ученици састављају питања за писмену вежбу или тест, а наставник са те листе бира питања која ће им задати. Да би се ове технике успешно примениле, било је неопходно створити услове за подстицајну комуникацију наставник–ученик у којој ће се изградити међусобно партнерство.

Истраживање фактора у школској настави, који утичу на ученичку иницијативу и питања (Павловић, 2001), показало је да су ученици иницирани да постављају питања уколико су присутни следећи фактори: став наставника према ученичком питању као према изразу интересовања; високо вредновање самосталне иницијативе ученика; доминантан захтев наставника према ученицима да активно учествују и да размишљају; подстицање ученика да слободно формулишу питања; стил рада у коме наставник дели време и простор са ученицима, што подразумева да су облици и дужина комуникације успостављени кроз интеракцију наставник–ученик, односно да нису унапред задати. Наведени фактори подразумевају мање формалних оквира у односу на традиционалну школску комуникацију наставник–ученик, већу динамичност саме комуникације и већу заинтересованост наставника за потребе и очекивања ученика. Настава, чија је основа у питањима које формулишу сами ученици, има много јаче мотивационо дејство него настава коју својим питањима води наставник.

Резултати истраживања улоге и смисла ученичких питања у настави (Павловић, 2003) показали су да је оваква настава имала првенствено значајне когнитивне ефекте. Квалитет и врста питања која су се јавила у партнерској комуникацији наставник–ученик указала су на то да су ученици развили проблемски приступ свету и учењу, као и интересовања за везе и односе између ствари и појава, за процењивање вредности и значаја различитих ствари, што представља базу за значајнију конструкцију знања. Настава заснована на деџим питањима је подстицајна за испољавање радозналости и иницијативе од стране ученика, што је довело до њихове веће партиципације. Слични резултати су добијени у експерименталном истраживању деџим питања у настави, које су на Питсбуршком универзитету обавили Бек и сарадници (Beck et al., 1996). Циљ тог истраживања је био да се ученици четвртог разреда основне школе доведу у позицију да

постављају питања аутору уџбеника. Кључни исход је био повећана партиципација ученика у настави, која се манифестовала као склоност ученика да иницирају сопствена питања и коментаре о проблемима о којима се дискутује. Посебно је занимљив налаз да је до тога дошло услед промене наставникових акција, односно метода и техника рада у настави. Истраживање улоге и смисла ученичких питања у настави (Павловић, 2003) показало је да настава која се заснива на ученичким питањима, поред когнитивних има и значајне мотивационе, комуникацијске и емоционалне ефекте. Комуникација између наставника и ученика била је мање формална, опуштенија и динамичнија, што је деловало мотивационо на ученике и више их ангажовало у процесу учења у настави, него у ситуацији када наставу својим питањима води наставник. Учење које се одвијало у атмосфери ученичких питања, поред мотивационе, имало је и позитивну емоционалну компоненту, на шта су указала запажања посматрача, као и поједини типични одговори ученика дати у дискусији после часова. Вербално и невербално испољавање подршке од стране наставника слободном саопштавању идеја, размишљања, питања или асоцијација ученика, координирање тих испољавања у складу с циљем часа, одсуство процењивачког и критизерског става, ученици препознају као подстицај за сопствену радозналост и иницијативу. У прилог важности ученичких питања у настави као фактора партнерског односа са наставником, посредно говоре и резултати различитих истраживања.

Истраживање Тервела и сарадника (Terwel et al., 2001) о ефектима обуке у основним комуникацијским вештинама значајним за процес сарадње и објашњавања у кооперативним групама, обављено са ученицима основне школе, показало је да сарадња у групи делује подстицајно на давање тражених објашњења. Такође, резултати истраживања су показали да обука у основним комуникацијским вештинама доприноси успешној сарадњи, као и да постоји директна позитивна веза између сарадње и давања тражених објашњења. Аутори истичу да ово има значајне импликације на школску праксу. Одељења и мале групе требало би да се обучавају како би постали социјално компетентнији, што би била основа за давање и примање адекватне помоћи. Мада на први поглед изгледа могуће да се ученици директно науче давању одговарајућих објашњења, обучавање ученика изолованим вештинама, без одговарајућег контекста и без везе са садржајем, дугорочно посматрано – није успешно. Индиректни приступ је знатно погоднији. Кроз процес обучавања ученика општим вештинама комуникације може се створити сарадничка радна атмосфера из које се може развијати давање објашњења. По нашем мишљењу, обучавање у општим вештинама комуникације требало би да обухвати и развијање вештина постављања питања у настави од стране ученика, а сарадничка радна атмосфера требало би да обухвати и партнерство наставник–ученик.

У истраживању посвећеном изворима ситуационог интересовања, Чен, Дарст и Пангрази (Chen, Darst & Pangrazi, 2001) су закључили да би у циљу повећања ситуационог

интересовања наставници требало да понуде ученицима широке истраживачке могућности у оквиру интеракције ученик-задатак које могу да доведу до тога да ученици тренутно уживају у учењу. Аутори наглашавају да се у процесу образовања претпоставља да интересовање може да интегрише ученикова искуства из ваншколских ситуација, охрабри ученике да користе претходна знања у стицању нових знања и мотивише их да се ангажују у тренутним задацима. Понуда широких истраживачких могућности ученицима представља елемент креирања подстицајне атмосфере за учење што је, такође, један од задатака наставника у настави заснованој на ученичким питањима, у којој се успоставља партнерски однос између наставника и ученика. Касадеј, Блумфилд и Хејвард (Cassaday, Bloomfield & Hayward, 2002) у свом испитивању утицаја опуштене атмосфере на процес учења и памћења, закључили су да таква атмосфера врло позитивно утиче на унапређење процеса учења и на успешно памћење. Ово истраживање сугерише да опуштена и мање формална атмосфера за учење може позитивно да утиче на презентовање знања, посебно кад су и услови у којима се презентује знање слични. Већ је наглашено да је истраживање улоге и смисла ученичких питања у настави (Павловић, 2003) показало да је управо таква атмосфера доминирала на часовима на којима су ученици слободно и самоиницијативно постављали питања и креирали сазнајне ситуације. Поред значаја који настава заснована на ученичким питањима има за сазнајни и укупни лични развој ученика, оваква настава има високо позитиван утицај и на наставника као другог учесника у партнерској комуникацији, на шта су такође указали резултати истраживања (Павловић, 2003).

7. Дискусија у проблемској настави

Проблемска настава има велики значај јер утиче на отклањање слабости које продукује класична настава. Два основна појма која се сусрећу у проблемској настави су проблем и проблемска ситуација. Проблема је задатак који има следеће одлике:

- нешто непознато, неку празнину коју треба попунити на основу података и односа који нису изричито дати
- различит број могућности за решавање (једна или више)
- велику комплексност

- немогућност за решавања помоћу алгоритма, него је за решавање потребан стваралачки приступ и искуство
- решавањем проблема се продубљује знање, усвајају нове структуре сазнавања и развијају менталне способности.

Час проблемске наставе се започиње стварањем проблемске ситуације. Наставник поставља проблемски задатак настојећи да створи атмосферу радозналости, привуче пажњу и интересовање ученика, изазове њихову мисаону напетост и потпуно их мотивише. Главни део часа заузима решавање проблема. Нови наставни садржај треба да се савлада тако што ће ученици самостално, користећи претходна знања, искуство и активно размишљајући, решити проблемске задатке које је припремио и саопштио наставник. Због претходно наведених особина задатог проблема њега је најпогодније решавати методом дискусије. Разговором ученици треба целовито да сагледају проблем, да виде и анализирају дате елементе, да утврде који подаци недостају да би се проблем решио, да сагледају везе и односе између елемената и да то повежу са претходним знањем. Од посебног значаја је што применом дискусије сваки ученик (или бар већина ученика) је укључена у решавање проблема. Било да се изводи дискусија унутар целог одељења или унутар мањих група, сваки ученик има могућност да изложи своје виђење проблема, начин, пут и поступак за његово решавање. Врло често се не виде путеви за решавање иако се они налазе у самом проблему и могуће их је пронаћи ако се дубље размисли, па нам то даје могућност за расправу (дискутовање). Пошто се до решења не може стићи устаљеним начином решавања, сваки учесник дискусије мора се ослонити на продуктивно стваралачко мишљење. На овај начин проблемска ситуација ће бити сагледана као саставни део шире целине тј. ученици ће увидети однос међу подацима, однос између средстава и циља, узрока и последице, појединачног и општег. Оваквим начином решавања проблема методом дискусије ученици неће бити у ситуацији да пасивно примају знања, него ће морати да активно мисле, размењују ставове и идеје и на тај начин самостално изграђују нова знања.

8. Припрема за дискусију

Познавање и прихватање темељних принципа на којима почива свака дискусија (и од којих зависи њена успешност) у највећој мјери су фокусирана на обликовање тзв. моралне културе у дискусиској групи. Разборитост, дисциплинованост, истинитост, слобода, једнакост и уважавање других учесника темељне су претпоставке које утичу на

стварању такве културе. Овим принципима се додају и тзв. интелектуални принципи од којих треба истаћи: поштовање мишљења других, сумња у ауторитет, различитост, могућност давања одговора, праведност, одлучивање, доказивост, јасноћа... Тек када сви учесници групе прихвате принципе према којима се одвија дискусија, могуће је очекивати да ће се активности одвијати без нежељених тешкоћа. Одабир добре теме за дискусију битно одређује успешност дискусије. Квалитет учења одређен је квалитетом коришћеног садржаја, па је добро да наставник одабере материјал који је погодан за дискусију. Проблем који се обрађује мора бити свим учесницима јасан, одређен и разумљив. Оно што је посебно важно јесте могућност да се проблем може поделити на логичке целине (елементе), а добра тактика за наставнике је и да већ приликом одабира садржаја покушају предвидети проблеме или питања која ће се постављати јер то увелико олакшава структурирање појединих задатака за ученике. Неопходно је унапред проучити проблем о ком се дискутује. Сматра се да ретко која наставна метода захтева толико свеобухватног знања о предмету као дискусија. Тешко је очекивати које асоцијације поједина тема може подстаћи код ученика, а наставник мора у разумној мери удовољити знатижељи својих ученика. Па у том контексту треба предвидети и претходну припрему ученика који морају у одређеној мери познавати предмет о којем се дискутује. Формулација тачног предмета дискусије омогућава да се цело време може посветити дискутовању о томе, без губљења времена на околишање изван оквира односно подручја постављене теме.

Постављање очекиваних резултата чини основу за скицирање самог процеса дискусије. Сваки жељени резултат, без обзира на његову формулацију, претпоставља и поступак којим се до тога резултата жели доћи. Добро је направити листу питања како би тај процес био олакшан: које садржаје ученици већ требају познавати да би постигли одређене резултате, којим садржајима их треба поучити у дискусији, којим вештинама требају овладати да би реализовали оно што се од њих очекује? Распоред рада треба сачинити након што се зна са колико времена се располаже за обраду одређене теме и на који начин ће се тема поделити на етапе рада. Тај распоред је добро појачати са више питања које ученике подстичу на размишљање или навођењем потпроблема који се провлаче кроз тему. Ова унапред припремљена питања и проблеми усмеравају дискусију и подстичу тренутно и конструктивно размишљање ученика. Добро је направити и попис жељених активности ученика које ће се одвијати током дискусије. Поделити ученике у групе посебан је процес у којем се може задовољити низ могућих принципа. Препоручује се да број и састав учесника процени сваки наставник у складу с одређеном наставном ситуацијом. За групе које се удружују ради учења опште је схватање да је идеалан број од шест до дванаест. Ако има више чланова, прети опасност да неће учествовати сви чланови, а ако је тај број мањи, неће бити довољно различитих мишљења о проблему. Због својег интерактивног карактера дискусија мора бити вођена у условима где је међусобни

контакт ученика неизбежан. То значи да је пожељнији мањи простор у којем је лако направити топлу и пријатељску атмосферу. Оно што треба издвојити из анализа вођења групних дискусија свакако је важност одабира адекватне улоге водитеља дискусије. Познавајући могућности, деловање и ограничења поједине улоге, наставник ће усмерити дискусију у жељеном правцу и одредити улоге појединих учесника у њој. Без обзира на то коју улогу наставник одабере (улога водитеља или предавача, неутралног водитеља, консултанта, посматрача или коментатора...) важно је знати да одабрана улога мора бити у функцији постављеног наставног циља. Међутим без обзира на преузету улогу наставник мора задржати надзор над следећим битним функцијама водитеља: постављање тема и садржаја у дискусији, истицање главних мисли, отварање нових тема, одржавање теме у договореном оквирима и управљање временом. Многи аутори сматрају да је једна од битних функција водитеља и прецизно осмишљање начина на који се започиње дискусија, зато што тај почетни импулс врло често битно одређује даљи ток дискусије. У том се контексту препоручују различите могућности за почетак дискусије: представљање проблема којег треба решити, почињање дискусије питањем... Успешност дискусије великим делом зависи од формулације питања. Препоручују се формулације питања које захтевају добро структуриране одговоре учесника (тражење интерпретације, упоређивања, повезивања, вредновања...). Током своје припреме за коришћење дискусије као наставне методе сваки наставник мора предвидети могуће нежељене ситуације као и начин поступања у њима. Такође треба предвидети и унапред креирати ситуације које ће олакшати и омогућити већу успешност дискусије као наставне методе.

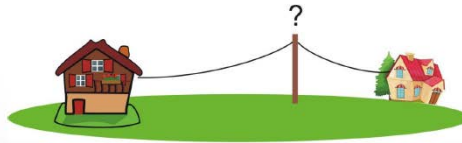
9. Пример припреме за час

Уводни део часа (10 минута)

Час почињемо са два уводна проблема који ће олакшати решавање главног проблема овог часа.

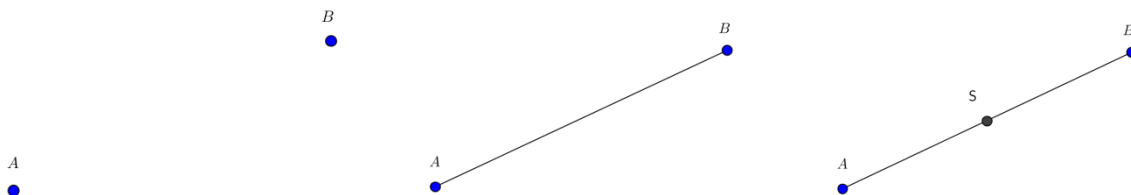
Проблем 1.

Породице Петровић и Јовановић су комшије, па су одлучили да заједнички финансирају постављање бетонске бандере са које би развели каблове до својих кућа. Ако желе да њихова улагања буду једнака и минимална, где треба да поставе бандеру?



Претпостављам да ће овај проблем ученици лако решити. Циљ решавања овог проблема је да ученике подсетим на средиште дужи, али што је можда и битније да им покажем како се једна реална ситуација математички моделира. Нека од питања на која са ученицима заједно треба одговорити су следећа.

- Како ћемо представити куће ове две породице?
- Шта све можемо да занемаримо при моделирању овог проблема?
- Зашто је довољно посматрати две тачке у равни?
- Шта ће представљати бандеру (позицију бандере)?
- Шта представља каблове?
- Колико кабла треба купити?



Слика 1. Кораци у решавању проблема 1.

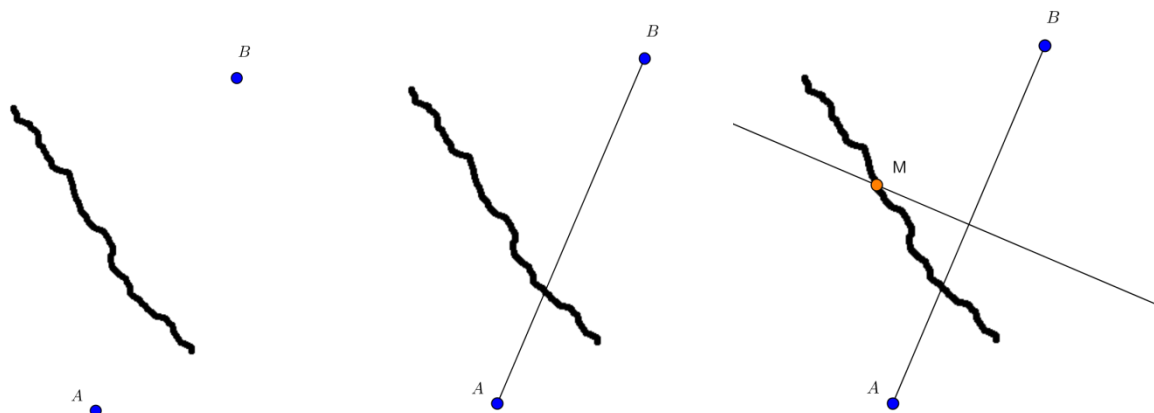
Проблем 2.

Породице Петровић и Јовановић су комшије, а између њихових кућа се налази поток. Они су одлучили да заједнички, са једнаким улагањима, изграде мост на том потоку. Које место да одаберу за изградњу моста?

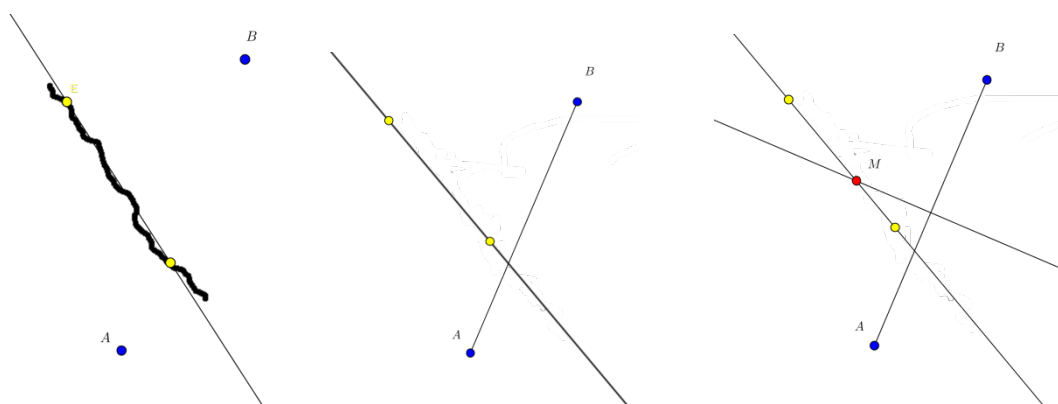


Проблем је нешто тежи од првог, а циљ његовог решавања је да ученике подсетим на битна својства симетрале дужи (геометријско место тачака равни које су подједнако удаљене од две задате тачке те равни), као и на њену конструкцију. Као и код првог проблема, и сада је прво неопходно задати реални проблем превести у математички проблем, то јест извршити адекватно моделирање користећи апстрактне математичке појмове. С тим у вези, незаобилазна су следећа питања.

- Како ћемо представити куће ове две породице, а како поток?
- Шта све можемо да занемаримо при моделирању овог проблема?
- Зашто је довољно посматрати две тачке у равни и одговарајућу криву која их не садржи?
- Зашто је довољно посматрати две тачке у равни и одговарајућу праву која их не садржи?
- Шта ће представљати мост (позицију моста)?
- Да ли увек, без обзира на географски положај кућа и потока, постоји место на потоку које је подједнако удаљено од две посматране куће?

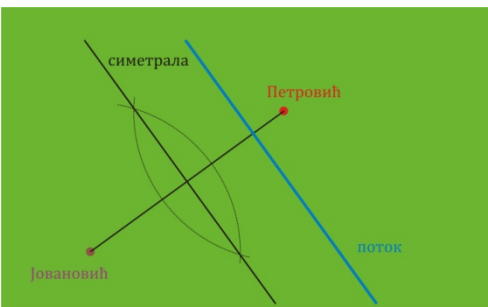
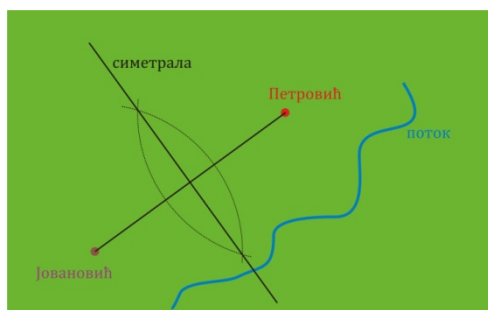
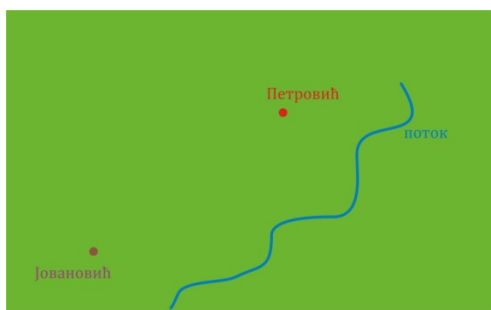


Слика 2. Кораци у решавању проблема 2 – варијанта 1



Слика 2'. Кораци у решавању проблема 2 – варијанта 2

Дискусија о случајевима када је положај кућа другачији у односу на поток. Посебно је значајно ученицима указати и на то да неки проблеми немају решење!



Централни део часа (30 минута)

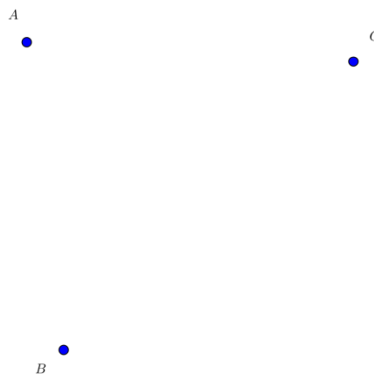
Упознајем ученике са централним проблемом за овај час, чије ће решавање обезбедити да ученици усвоје жељене математичке садржаје.

Проблем 3.

Три породице из једног села су одлучиле да заједнички поставе уређај који ће им омогућити бежични Интернет. Где треба да поставе уређај ако желе да улагања буду минимала, то јест желе да купе уређај минималне јачине, али такав да сви добију одговарајући сигнал?

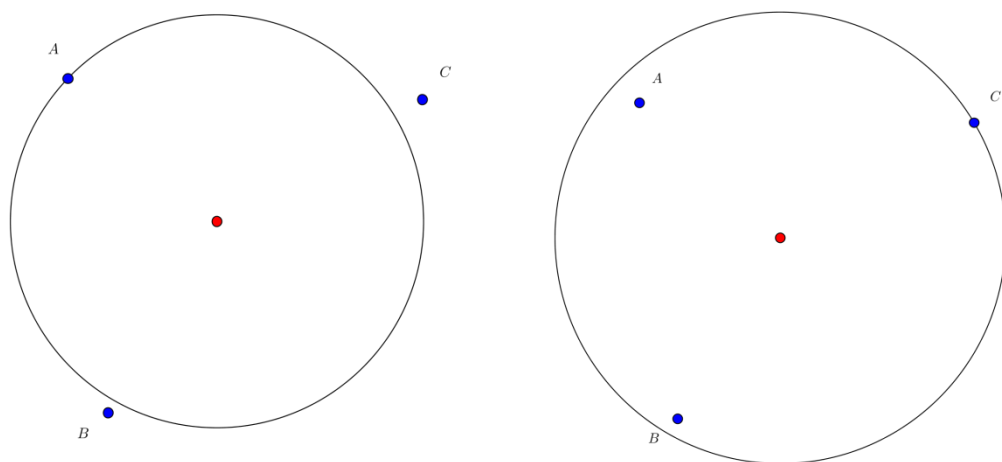


Имајући у виду искуства из решавања предходна два проблема верујем да ће ученици брзо доћи до закључка да уместо кућа треба посматрати три тачке, а да се решавање проблема своди на одређивање одговарајуће тачке исте равни.



Слика 3. Математички модел који одговара реалном распореду посматране три куће.

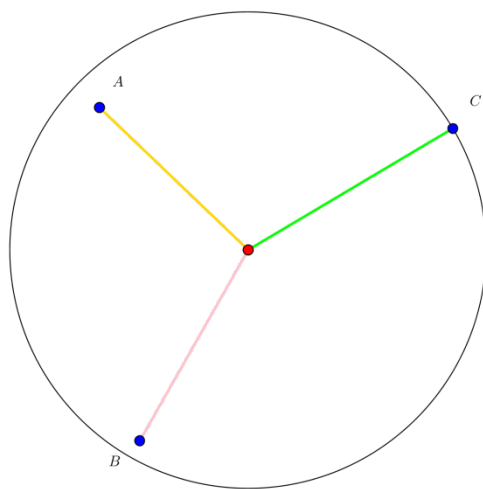
Ученике охрабрујем да покушају сами, без коришћења математичког знања, да одреде позицију уређаја. Тиме желим да сами увиде да насумичним погађањем неће доћи до решења, већ да је потребано да искористе нека своја знања из геометрије.



Слика 4. Покушаји насумичног решења проблема.

Постављам следећа кључна питања.

- Зашто предложене тачке (слика 4) нису решења проблема?
- Које особине мора да има тачка која представља положај уређаја?



Слика 5. Недостаци понуђеног решења проблема.

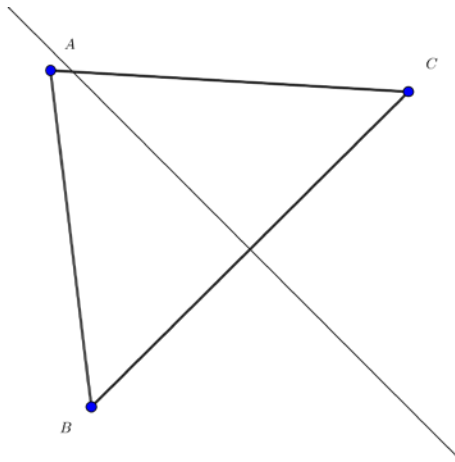
Очекујем да ученици сами дођу до првог битног закључка – *тражена тачка мора бити подједнако удаљена од задате три тачке.*

Сада могу да дам математичку формулацију постављеног проблема – *Како конструисати тачку која је подједнако удаљена од три задате неколинеарне тачке?*

Поштујући општа правила од познатог ка непознатом, од једноставнијег ка компликованијем, ученицима помажем следећим подпитањима.

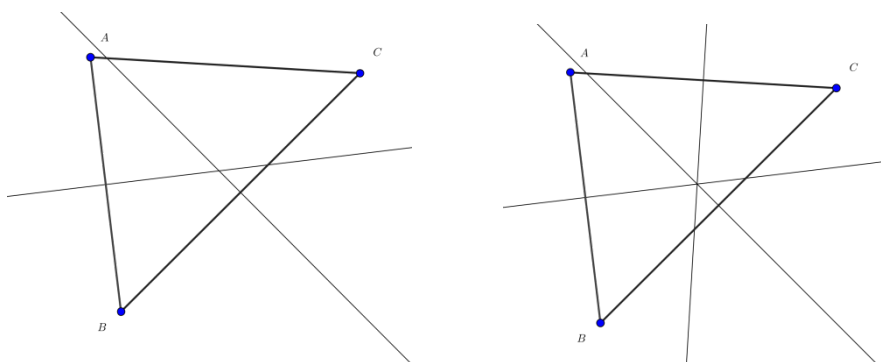
- Има ли овај проблем сличности са проблемом 2 са данашњег часа?
- Како конструисати тачку (тачке) која је подједнако удаљена од две задате тачке?

Очекујем да ученици сами дођу до другог битног закључка – *тражена тачка припада симетрали дужи чија су темена две од датих тачака.*



Слика 6. Тражена тачка припада симетрали дужи BC .

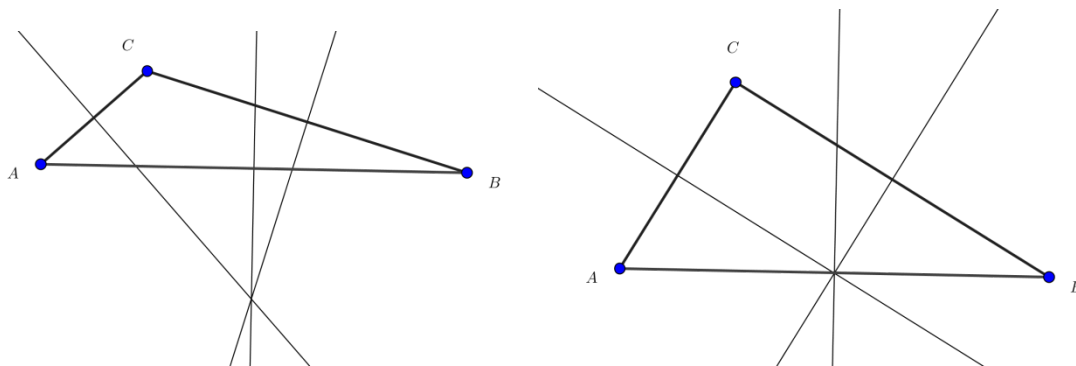
Верујем да ученицима неће бити потребно много времена да дођу до трећег закључка – *тражена тачка мора припадати и симетрали дужи AB , као и симетрали дужи AC .*



Слика 7. Пресек симетрала страница.

Овде треба поставити следећа питања.

- Да ли се у сваком троуглу симетрале страница секу у једној тачки?
- Зашто је пресечна тачка подједнако удаљена од темена датог троугла?
- Да ли се пресечна тачка увек налази у унутрашњости датог троугла?



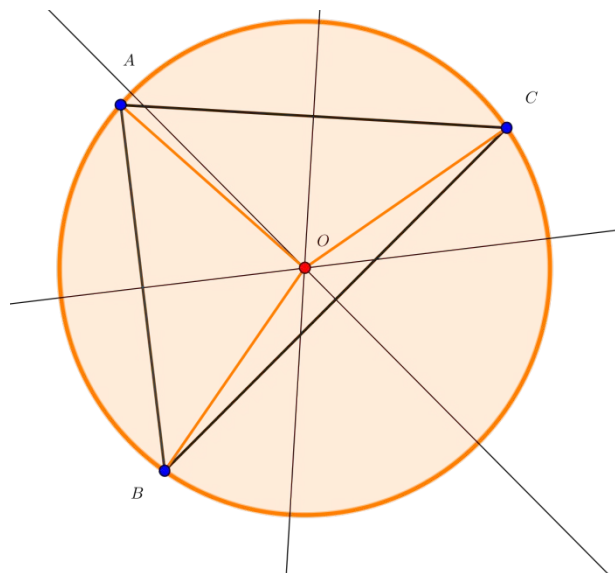
Слика 8. Пресек симетрала страница код тупоуглог и правоуглог троугла.

Наравно, ученицима дозвољавам да прво пробају и наслуте одговоре, а потом очекујем и математичко образложење:

$$\left. \begin{array}{l} O \in s_{BC} \Rightarrow OB = OC \\ O \in s_{AB} \Rightarrow OA = OB \end{array} \right\} \Rightarrow OA = OC \Rightarrow O \in s_{AC}.$$

На овај начин желим да дођем до четвртог битаног закључка – *све три симетрале страница троугла се секу у једној тачки.*

Коначно, захтевам од ученика да јасно и прецизно формулишу решење разматраног математичког проблема. Потом уводим појам центра описане кружнице (круга) око троугла и користећи геометријски прибор изводим одговарајућу конструкцију на табли, а ученици тај поступак понављају у својим свескама.



Слика 9. Конструкција описане кружнице (круга) око троугла.

После конструисања кружнице, са ученицима понављам које смо све закључке извели и тада они сами или уз нашу помоћ долазе до петог закључка – *дужина полупречника траженог круга је једнака дужини сваке од следећих дужи OA, OB, OC, и шестог – око сваког троугла се може конструисати круг (јер се у сваком троуглу симетрале страница секу у једној тачки).*

Враћамо се на почетни проблем и од ученика тражимо да објасне како би ово математичко решење било искоришћено.

Завршни део часа (5 минута)

Заједно са ученицима још једном сагледавамо проблем и његово решење. Указујем на то да смо у ствари усвојили математичке појмове центар описане кружнице (круга) око троугла, полупречник описане кружнице (круга) око троугла, као и одговарајући поступак конструисања.

10. Теоријска гледишта

Два добро позната аспекта Пијажеове (J. Piaget) когнитивно-развојне теорије су предмет овог рада:

- Пијажеов нагласак на дечијим начинима размишљања
- когнитивни конфликт и одлука као механизам за мењање мишљења.

Социологе занима људска потреба за прилагођавањем друштвеном постојању и за развијањем система заједничких значења. И Гарфинкел (Garfinkel 1967) и Гофман (Goffman 1959) су тврдили да се друштвене структуре у свакодневном животу састоје од нормативних образаца интеракције и разговора. Када се једном утврде ови обрасци постају стабилне рутине (навике) у интерактивним ситуацијама. Појединци, када учествују, предвиђају одређена понашања себе и других тако да се много тога дешава несвесно.

Мала деца, која још увек нису упозната са начинима учествовања у нормативним структурама које постоје у различитим друштвеним ситуацијама, морају да посматрају понашања осталих да би знала која су очекивања везана за њихово понашање. Разумевање друштвених ситуација подстиче код деце потребу да буду свесна својих поступака у односу на поступке других. Дакле, у друштвеним ситуацијама деца много пажње поклањају проучавању и процењивању прихватљивости свог понашања. Међутим, социологе мање интересује лична конструкција значења сама по себи од оних у процесима конструкције заједничких значења међу људима. За Блумера (Blumer 1969) ова значења су „друштвени производи“ и „творевине настале у и кроз дефинишуће активности људи у интеракцији“. Да би међусобно деловали и разговарали, појединци морају да деле иста разумевања која прихватају као имплицитну основу референци када причају једни са другима. Стога, поседовање заједничких значења је веома важно за развој успешне људске интеракције.

11. Развој концепта и друштвени контекст

Иако су горепоменута Пијажеова (J. Piaget) начела релативно добро позната, интеграција ових идеја са социолошке перспективе је слабије схваћена. То што ученици знају како и када да учествују на часу је исто тако важно као и познавање предмета математике. Познајући очекивања за учествовање омогућава члановима разреда да створе смисао друштвеног поретка у ком појединац може да предвиђа своје и туђе поступке у одређеним друштвеним ситуацијама. Ова очекивања и одговорности око којих се чланови сложе су дефинисана као друштвене норме, и оне чине правила за учествовање. Иако облик интеракције и дискурса међу учесницима може бити прећутан, догађаји у интеракцији служе да подстакну размишљање појединца. Рогоф (Rogoff 1990) је проучавала везу између контекста (окружења) и учења у разним условима, укључујући школске учионице. Она дефинише учење као вештине и разумевање и као трансформацију у размишљању. Она је тврдила да се контекст може разликовати по томе да ли ситуација укључује децу у развоју разумевања и вештине или у промени гледишта. Она сматра да природа контекста ствара различите интерактивне процесе који доприносе развоју или вештина и разумевања или трансформацији мишљења.

Неколико истраживача математичког образовања тврди да друштвени контекст у школама утиче не само на оно шта деца уче, већ и на оно шта они сматрају природом математичког знања и на начине учења математике. Коб, Вуд, Јакел и Мекнил (Coob, Wood, Yackel, McNeal 1992) су, из емпиријске анализе података њиховог часа на којем је вршено истраживање и традиционалног часа, открили разлике у друштвеним контекстима створеним за учење. Два друштвена контекста названи школска математика и истраживачка математика се разликују у две ситуације: ситуација која подразумева „изазивање и оправдавање“ и ситуација са „објашњавањем и разјашњавањем“. Иако је могао да опише разлике у значењима ових ситуација, Коб и остали нису покушали да повежу ове разлике са већ поменутим социолошким и психолошким теоријама. Ако неко сматра да су разлике међу контекстима часова предмети разграничавања у интеракцији и дискурсу, онда је разумевање друштвене структуре разреда основно за побољшавање разумевања школског учења. Ове теоријска гледишта пружају могућност повезивања оне врсте контекста установљеног на часу са дечијим математичким развојем.

12. Извори података

Извор података овог рада чини неколико часова математике реализованих методом дискусије. На датим часовима праћено је подучавање, размишљање и резоновање наставника. Лекције су коришћене да би се одредило како наставник уводи и утврђује друштвене норме интеракција које се дешавају током неслагања. Такође лекције су коришћене и за анализу међузависности наставника и ученика током ових дискусија. Деца су радила у паровима или групама и уз помоћ сопствених открића, искустава и разних стратегија решавала задате проблеме. Дискусија је пратила решавање проблема и деца су тако учествовала у математичким активностима објашњавања, оправдања и потврђивања својих математичких мишљења.

13. Структура часа

Анализа часова који су били током друге половине школске године је представљена овде. Часови су се често састојали од кратког осврта на активности (2 до 3 мин), рада у паровима или у групи (20 мин) и праћени су дискусијом ученика (20 мин). Типична структура дискусије у одељењу састојала се од два догађаја, једног у коме наставник сакупља одговоре и једног у коме она деца која су дала одговоре излажу решења проблема. Током другог догађаја постоји контекст расправе.

14. Контекст расправе

Шема интеракције и говора

Анализа догађаја током дискусије на часу открива један контекст који се састоји од тока интеракције и разговора који увек укључује изазов. Изазов је дефинисан као тврдња или питање неслагања о датом објашњењу. Анализирајући све догађаје укључујући аргумент, могуће је уочити овај општи ток:

1. Дете даје објашњење њеног или његовог решења проблема.
2. Изазов произилази од слушаоца који се не слаже са представљеним решењем. Та особа може али и не мора рећи зашто се он или она не слаже.
3. Особа која објашњава образлаже своје објашњење.
4. У овој тачки, слушаалац може прихватити објашњење или може наставити са неслагањем нудећи даље објашњење или основни принцип свог става.
5. Особа која објашњава наставља образложење њеног или његовог решења.
6. Овај процес се наставља и остали слушаоци се понекад укључују у покушају да реше контрадикторно.
7. Размена мишљења се наставља док разред (укључујући и наставника) није задовољан решењем у том неслагању.

Сликовит пример

Наредна епизода са часа је представљена као пример природе интерактивних и несталних догађаја који се дешавају у контексту расправе. Овај посебан пример је изабран зато што неслагање које се десило и прати објашњење једног детета одражава природу оспоравања дечијег мишљења које се дешава током ових дискусија на часу. Заправо, током ове епизоде дискусија је била погоднија појмовној промени мишљења изазивача-слушаоца него особе која објашњава. Осим тога, епизода открива начине на које наставник реагује да организује интеракцију, да испитује децу и да их подржи у њиховој склоности ка размишљању. Коначно, изгледа да се неслагање решава, бар тренутно. У неким случајевима решење није окончано на једном часу и дискусија се наставила неколико дана или чак дужи период времена пре него што је решена. Епизода је извучена из низа часова развијена тако да деца могу искусити састављање и растављање десетица и јединица у реалној ситуацији. Активности "Продавница слаткиша" су направљене да олакшају дечије ситуације сабирања и одузимања двоцифрених бројева са груписањем, користећи цртеже појединачних слаткиша и замотуљке од десет слаткиша за представљање двоцифрених бројева. Епизода је типичан пример процеса дечијег образлагања и приказује деловање наставника у ситуацији. Први сегмент часа почиње тако што наставник чита проблем "Госпођа Рајт има оволико слаткиша у Радњи са слаткишима". (наставник црта слику да покаже 9 појединачних слаткиша и 4 замотуљка а затим пише "49 више" испод цртежа). Колико ће их сад бити у радњи са слаткишима?"Ученици су наставили да дају њихове одговоре на проблем: 98,89 и 93. Једном када су одговори прикупљени, други сегмент часа је почео и ученици су понудили своја решења на проблеме. Типично током овог дела часа нетачни одговори који су резултат погрешног рачунања су брзо препознати и одбачени. Мада, у овим примерима у којима неслагање укључује разлике у логичном размишљању због развојних разлика у

дечијим математичким концепцијама, решење је постало теже. Од Дејвида је тражено да да своје објашњење зато што је он дао први одговор 98. Он је изашао испред разреда да пише.

1. Дејвид: Ишао сам 49, (затим) (додирујући додатне замотуљке као резултат) 59, 69, 79, 89; (додирујући појединачне слаткише на цртежу које је нацртала наставница) 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98.

2. Наставница: Питања за Дејвида, било ко? Линда?

3. Линда: (придружује се Дејвиду испред пројектора) када их је бројао овде (показује на 49, затим показује на први додатни замотуљак), (требало би да буде) 50. Ишао је 59, 69, 79, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98. (изазов).

4. Наставница: Можеш ли то да урадиш?

5. Линда : Не.

6. Наставница: Зашто не?

7. Линда: То је 10, не 9. (основни принцип)

Интерпретација

Линда није поставила питање као одговор на наставничин захтев (ред 2); уместо тога она је почела да оспорава Дејвидов метод решења (ред 3). Она је направила поређење њеног тренутног разумевања концепта 10 са Дејвидовом концептуализацијом. Од њеног објашњења неко ће можда извести закључак да је Линда била свесна да се десетице могу бројати, 10, 20, 30, 40, али је мислила о овим бројевима као о "великим стварима"-јединственим јединицама које се могу бројати почевши са 10. Она још није разумела, као што је Дејвид, да је 10 састављено од 10 јединица, од којих бројеви могу бити додати или одузети било где у декади (напр. 49, 59, 69). Линдина интерпретација је уобичајена за децу кад они прво схвате да се десет може сматрати бројном јединицом (нпр. 10, 20, 30) уместо другог броја у низу бројања по један (нпр. 9, 10, 11, 12) (Коб и Ветли, 1988). Доказ дечијег повећаног разумевања 10 је откривено њиховом заменом бројања по десетицама у декади. У њеном изазову Линда није, ипак, дала основни принцип свог размишљања. Уместо тога, она је направила поређење између процеса решења за које је веровала да је тачно (49,50, 60...) са Дејвидовом методом бројања по десетицама од 49. Зато што је наставница била свесна да се овај конфликт у размишљању појавио, она је прекинула говорника и поставила два питања. Прво је питала Линду да појасни осталима зашто је она доводила у питање Дејвидов метод на начин који је наговестио да се она не слаже (ред 4). Међутим, Линдин одговор је покренуо друго питање (ред 6) које је захтевало да Линда јасно изрази разлог свог неслагања, то јест да разјасни њен изазов. Ова два питања илуструју начин на који наставник, као праведни учесник у дискусији креира ситуације у којима се деца укључују у рефлексивна размишљања о својим идејама. То јест, као

результат питања наставника, Линда је била способна да разјасни другима основу свог супростављања Дејвидовом начину (ред 7), који је он онда требао да оправда. Враћајући дискусију на Дејвида, наставница је питала, "можеш ли јој рећи зашто си то урадио на тај начин"? Састављајући своје питање за Дејвида, наставница је наговестила да ће он дати разлоге свог размишљања радије него да поново објашњава свој метод.

8. Дејвид: Зато што су имали 49 (показујући на "49 више" написано); 59, 69, 79, 89 (показујући на замотуљке); додајте их заједно.

9. Наставница: Да ли то има смисла?

10. Линда: (маше главом да нема и излази) Начин на који сам ја урадила је био (показујући на сваки замотуљак и прелазећи брзо својим прстима преко слаткиша) ја сам ишла 10, 20, 30, 40, 49; (показујући на сваки замотуљак на цртежу поново) 50, 60, 70, 80; (показујући на сваки слаткиш) 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 89.

11. Наставница: Ок. Има ли питања за Линду? Џон?

12. Џон: (излази) Она није додала 49.

13. Наставница: Како то мислиш?

14. Џон: Она зна (она) да је додала на десет, али је ишла (пауза) 89.(показује на замотуљке) ишла је пед- (престаје да прича и изгледа збуњено).

15. Линда: Ишла сам ... ово (прелазећи брзо преко слике замотуљака и слаткиша) је 49; (бројећи замотуљке) 50, 60, 70, 80; (броји сваки појединачни слаткиш 81, 82, ... 89. Поново сам пребројала.

16. (Џон мисли да ово има смисла и враћа се на место.)

17. Наставница: (Џону) Да ли је то ок? (Он показује да јесте.)

Интерпретација

Иако је Џон био способан да делимично препозна зашто Линда није дошла до тачног одговора и да запази да она "није додала 49" схватио је да Линда разуме да се 10 може бројати као јединица. Он међутим није био способан да даље препозна или да изрази грешку у њеном размишљању. Линда је контрирала и оправдала своје размишљање поновним објашњавањима својих радњи, што је открило истраживачима да њен начин размишљања о броју 10 је устаљена сложена идеја. Наставница је онда прозвала Ерику која је подигла руку.

18. Наставница: Ерика?

19. Ерика: Она није додала других 9 који су били у 40.

20. Наставница: Шта тиме мислиш?

21. Ерика: (излази напред) она броји (показује на сваки замотуљак) 10, 20, 30, 40; (додирујући исте завежљаје поново) 50, 60, 70, 80.

22. Линда: Прво сам рекла 49. Рекла сам 49, 50, 60, 70, 80, 81, 82...

23. Ерика : (прекида) ако ћеш тако да бројиш, мораш добити 50 (показује на први замотуљак).

24. Линда: (паузира око три секунде пре одговора и предано гледа на проблем) о (са погледом као да има решење).

25. Наставница : Да ли то теби има смисла? (Линда показује да има.) Да ли си сигурна? (Линда је сигурна.) Ок.

Интерпретација

За наставницу, Ерикино оспоравање (ред 19) је било пресудно зато што је Ерика препознала противуречност између Линдине и Дејвидове концепције броја 10 . Радије него да преузме дискусију да се осигура да је Линда "схватила", наставница је питала Ерику да даље појасни своје доказивање (ред 20). Ерика је објаснила да мора да је Линда прво пребројала сваки од осам замотуљака, али Линда је израчунала (ред 22) излажући да је она заправо почела од 49 и наставила да броји по десетицама – почевши са 50. Ерика је прекинула да нагласи да ако Линда жели да броји даље "тако", онда она треба " да дође до 50 ", изводећи закључак да ако ће Линда наставит да додаје јединице од 10 (50, 60) она првотреба да дода 1 на 49 "да дође до 50". Као коначна радња, наставница, свесна да Линда можда није разумела, пита је да ли је разумела (ред 25) пре мењања теме и прелажења на следећи проблем. Насупрот уобичајеној процедури на конвенционалном часу, наставница није "тестирала" Линду питајући је да понови своје објашњење да провери да ли је онда она разумела. Уместо тога, она је прихватила Линдино признање да је разумела. Из истраживачког угла, ова вежба се може интерпретирати као правило у акцији; очигледно наставник је очекивао да ученици сами процене да ли нешто има смисла. Наставница, сигурна са могућношћу да Линда можда још увек није јасно разумела, наставила је са следећим проблемом.

Ова епизода показује како се јављају неслагања у размишљању и како се решавају на овом часу, и што је још важније, приказује улогу слашалаца у дискусији као активних учесника. Јасно је да се од слушаоца очекује да прегледа и процењује закључивање осталих и да учествује у решавању неслагања и оснивању подељених значења. Посматрач ће можда извести закључак да за ову децу познавање математике укључује јавно прегледање и процену њихових личних идеја, а математика у школи укључује учешће у решавању неслагања и разлика у размишљању кроз несталну размену расуђивања.

15. Креирање контекста за расправу

Првог дана школске године, наставник почиње да ради са својим ученицима на успостављању мреже међусобних очекивања њиховог понашања као учесника на часу математике. Коришћењем ми радије него ја и ти, она је саопштила њена очекивања за то како ће они сви, укључујући и њу учествовати на часу математике и установила је њена специфична очекивања за дечије понашање што је њима омогућило да учествују у неслагањима једни са другима. Њена централна поента била је разлика између критике која је лична и критике која је била о математичким идејама. Осећајност наставнице за својствене потешкоће за децу током ових примера је била очигледна у њеним напорима да разјасни шта се очекује од њих у таквим ситуацијама. Наставница је у почетку изричито изложила ова очекивања као правило, а затим извела до танчина та очекивања креирајући околности у отвореној дискусији да обезбеди прилику за децу да искусе како да учествују на очекиване начине. Наставница је рекла ученицима да када раде заједно неопходно је за њих да причају једни другима шта свако од њих мисли тако да могу разумети међусобне идеје. Кроз њену отворену конверзацију, наставница је нагласила важност причања једних са другима о математичким проблемима и о комуникацији шта свако од њих мисли. Иако је наставница напоменула да они који не причају о својим идејама би требало да слушају, у ословљавању проблема могућег неслагања између ученика она је почела да дефинише улогу учесника као слушаоца. Неслагања, она је признала ученицима, су могућа да се појаве зато што је сваки ученик индивидуа која ће имати јединствен начин размишљања о математици. Да ово илуструје, наставница је направила ситуацију у којој је дат одговор очигледно био нетачан:

1. Наставница: Ако радимо математички проблем, рецимо са две јабуке и три поморанце, а ви желите да откријете колико воћа имате а ја подигнем руку и кажем, "мислим да је одговор 6", неки од вас можда помисле да је то нешто прилично лако да се реши, зар не? А шта ако помислите да је мој одговор стварно без везе? Шта бисте можда урадили кад кажем "6"?

2. Џон: Смех.

3. Наставница: Смех, наравно. Како бих се ја осећала кад бисте се ви смејали на мој одговор?

4. Одељење: Тужно. Љуто.

5. Наставница: А то би била замерка, зар не?

6. Одељење: Да.

7. Наставница: Не дозвољавамо замерке у овој просторији никада. Па, ако неко да одговор са којим се не слажете да ли знате учтив начин да се не сложите са њим? Уместо смејања или причања, "то је погрешно", шта би могли рећи?

8. Сузана: Једноставно не треба рећи ништа.

9. Наставница: Па, уреду је и да се не слажете. Како би могли да се не слажете на леп начин? Дејвид?

10. Дејвид: "Жао ми је али мислим да је то нетачно".

11. Наставница: Можете, али бих ја радије желела да се клоните речи погрешно.

12. Дејвид: "Можете ли да покушате поново?"

13. Наставница: "Можете ли да покушате поново", (пауза) или можете му једноставно рећи, "не слажем се са вама. Ја имам другачије решење; Не слажем се "

Интерпретација

Ова епизода открива да је наставница очекивала да ће неслагање искрснути због разлика у размишљању ученика и да је очекивала да ће ученици изразити неслагање на начине који неће повредити осећања других. Према томе, појаснила је како би деца требало да се понашају али им је такође омогућила да учествују на очекивани начин. После креирања ситуације у којој деца размишљају о томе како би се можда осећали кад се други не слажу са њиховим идејама, наставница је оловила проблем могућег неслагања међу њима у њиховом размишљању на начин који је помогао да се дефинише шта то значи слушати у дискусији. Она је наставила експлицитно да ословљава како би они требало да одговоре ако објашњавају а неко се не слаже са њима.

14. Наставница: Ми можемо такође научити да ако правимо грешке, то је у реду. Ми смо људи. Ми можемо правити грешке и то није велика ствар. (пауза) Неко се вероватно неће слагати са вама у вези нечега (пауза), укључујући мене. То вас не чини лошим. То вас не чини глупим. То вас само чини особом.

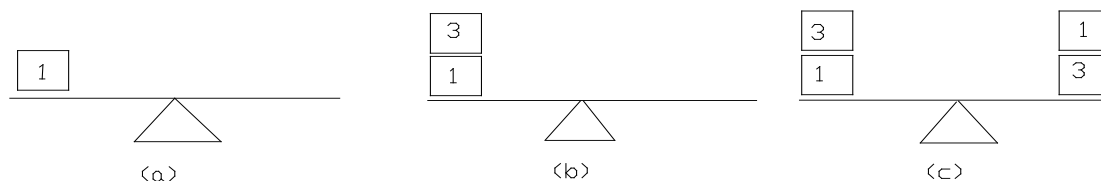
Интерпретација

Тврдње наставнице откривају да је она предвидела тешкоће које ће се можда појавити за децу кад она учествују у ситуацијама у којим се од њих очекује да објасне своје размишљање али ће можда наићи на неслагање. Да би избегли личне конфронтације, она је пажљиво објаснила да иако ученици имају право да изразе своја неслагања о размишљању других (ред 9), кад се други не слажу са њима, они не би требало да тумаче то неслагање као личну критику (ред14). Ако наставници очекују од деце да прикажу своје

тренутно мишљење о математици другима, они ће у ствари креирати ситуације у којима представљене идеје имају лично власништво. Поред разјашњавања деци шта су њихове одговорности и шта би требало да очекују од других, ова наставница је препознала потребу да креира прилику за децу да осете како су њихове одговорности повезане са њиховим начинима учествовања. О овом аспекту предавања ће се даље причати.

16. Учење учествовања у неслагању

Пратећи њену отворену дискусију, наставница је креирала ситуацију да би установила шта то значи објаснити док деца објашњавају своје стратегије за решавање проблема, користећи облик који је био нов ученицима. (у овом формату, који се зове формат баланса, иста количина се мора појавити на свакој страни ваге). Од централне важности је интеракција наставнице са онима који слушају да би разјаснили њена очекивања за своје учествовање . Наставница је поставила проблем (видети слику 1).



1. Наставница: Шта ако бих ја нацртала кутију овде а у кутију ставила 1? (она црта слику а.) А шта ако бих ја ставила другу кутију на врх ове и у ову кутију ставила 3? (она црта слику б.) Шта се може урадити да би било исто на обе стране ? Ја желим баланс. Шта можемо урадити? Тина?

2. Тина: Ставити другу кутију која је 1 и другу кутију која је 3.

3. Наставница: Овде (показује не другу страну баланса)?

4. (Тина показује слагање.)

5. Наставница: Тина жели да ово уради (црта слику). Шта ви мислите?

6. Одељење: Баланс.

7. Наставница: Да ли се слажете са њом?

8. Одељење: Да.

9. Наставница: Да ли бисте ми то рекли?

10. Одељење: Слажемо се.

11. Наставница: Ок. Да ли неко има другу идеју? Џошуа има другу идеју. Он мисли да уместо 1 и 3 можемо ставити 2 и 2 (она пише 2 у сваку кутију на десној страни). Да ли може тако?

12. Одељење: Да. Слажемо се.

Интерпретација

Пример показује како је наставница креирала време и простор у дискусији тако да деца могу да искусе учествовање. Наставница питања која упућују служе да помогну деци да разумеју како се и кад од њих као слушалаца очекује да учествују тако да би друштвене норме о којима је експлицитно дискутовала у почетку добиле специфично значење у оквиру активности дискусије у одељењу. Посебно питајући децу да изразе слагање, наставница је отворила дискусију до могућности да се они можда неће сложити. Као што ће се видети, покушаји деце да испуне ова очекивања ће резултирати у њиховом изражавању неслагања.

13. Наставница: Да ли неко има другу идеју? Стивен?

14. Стивен: Тамо где је 2 и 2, ставите 2 и 1.

15. Наставница: Да ли ће бити равнотежа? Ок, хајде да пробамо тако. Хајде да ставимо кутију 2 и кутију 1 (она пише 2 и 1 у свакој од кутија на левој страни).

16. Одељење: Да.

17. Чак: Не слажем се.

18. Наставница: Зашто се не слажеш Чак?

19. Чак: Зато што је та страна (лева) лакша од те (десна).

20. Наставница: Како то знаш? Није да се не слажем са тобом, али како знаш?

21. Чак: Зато што је 3 на тој страни (лево) а 4 на тој страни (десно).

22. Наставница: (Одељењу) Да ли то има смисла? (пауза) (неколико чланова клима главама као знак одобравања). Ок.

Интерпретација

У реду 18, наставница је прихватила неслагање али је изричито рекла деци да се од њих очекује да дају разлоге кад се не слажу и јасно изразе шта мисле да је грешка (ред 20). Ове епизоде, које су се десиле током првих часова математике у школској години илуструју почетна средства помоћу којих наставница утврђује са децом да као слушаоци они ће радити више од обраћања пажње и учтивог слушања. Од њих се очекује да имају активну улогу и да преузму одговорност за помагање другима да се пронађе смисао у математици. Према томе, помагање ученицима да науче да се не слажу једни са другима је био први корак наставнице у креирању контекста за аргумент. Иако су почетне размене биле између наставнице и ученика, у наредним данима слушаоци, уз помоћ наставнице, почињу да добијају активне улоге у слагању и неслагању са објашњењима осталих.

17. Учење учествовања у расправи

Чим су деца почела слободно да се слажу и не слажу наставница је почела да повећава своја очекивања за то како ће деца међусобно дејствовати и разговарати једни са другима. Иако су почетне дискусије биле фокусиране на различите начине на које ученици решавају своје проблеме, дискусије су укључивале аспекте распитивања (разјашњавање ради разумевања) и аргумента (неслагање). Наставницини начини повећавања очекивања за учествовање су илустровани у одређеној епизоди која се десила током једне од дискусија у одељењу током друге недеље школе. Наставник чита проблем који је изложен у баланс формату: "Имали смо кутију од 18 на једној страни (лево) и на другој страни (десно) кутију од 11 и кутију нечега (кутија је празна)". Одговори су прикупљени и одељење је почело да дискутује о њиховим стратегијама када је наставница прокоментарисала о деци која су међусобно причала :

Наставница: Сада, пре него што Рас изађе и објасни шта је урадио, желим да нешто објасним остатку одељења. Ваш посао је да слушате шта он прича и да покушате да одлучите да ли имате питања, да би могли да питате. Можда ћете помислити, "нисам сигуран шта причаш?" или "нисам сигуран како си то урадио?" или "нисам пребројао на начин на који сам мислио да би требало", или" можеш ли то да урадиш још једном?" Ок? Хајде, Рас. Запамтите да ово није време за причу. Ово је време за "слушање Раса. "

Овај догађај не само да илуструје кршење норми слушања него такође указује на степен наставничких очекивања. Изјављивањем да она очекује од оних који слушају да постављају питања пратећи објашњење и дајући примере питања које би ученици могли питати, наставница се фокусира на размишљање деце о слушању и разматрању питања која треба да поставе. Са њеним коментарима, наставница је имплицитно креирала контекст не само за испитивање (постављање питања да би боље разумели) него такође за расправу. Један од наставничких примера, "ниси пребројао на начин на који сам мислила да хоћеш", није питање него је изазов. Према томе, наставница је обезбедила експлицитну илустрацију начина да се оспори објашњење. Онда, разјашњавајући начин на који је она очекивала од слушаца да учествују, наставница је питала Расу да да своје објашњење проблема. Пратећи Расово објашњење наставница је тражила друга решења. Питер је понудио своје објашњење које се састоји од бројања уназад од 11 (10, 9, 8, 7) до 7 као броја који ће ставити у празну кутију.

1. Наставница: Питања? Ок, Дејвид.

2. Дејвид: Како да знате кад да станете?

3. Питер: Морате да станете на 7 или ће бити погрешно.

4. Дејвид: Како то знаш?

5. Питер: Користећи коцке; стављаш 11 овде. (он броји 11 коцки.) Затим броји у назад, 11, 10, 9, 8, 7. (Сваки пут кад броји он додаје додатну коцку на 11).

6. Дејвид: Да ли бисте молим вас то пребројали?

7. (Питер изгледа збуњено).

8. Наставница : Оно што он каже је "колико их има сад да тамо леже укупно?(пауза) колико их тамо има укупно?"

9. (Питер броји коцке и долази до броја 16.)

10. Наставница: Има их 16 тамо (пауза). Дејвиде, да ли се слажеш?

11. (Дејвид одговара позитивно.)

Интерпретација

Дејвидова питања су показала да је он свестан да Питерово решење зависи од познавања непознатог, и он је покушавао да постави питања која би помогла Питеру да разјасни његово мишљење и пронађе сопствену грешку разјашњавајући даље и дајући разлоге свог решења. Питер је демонстрирајући објаснио своје решење користећи коцке, али он још увек није схватио намеру Дејвидових питања. Дејвидове коначне покушаје да

помогне Питеру (ред 6) је даље разјаснила наставница (ред 8), али је Питер био још увек несвестан да ова процедура зависи од познавања непознатог. У тој тачки, Дејвид је изабрао, из било ког разлога, да прихвати Питерову демонстрацију и на тај начин да заврши своје учешће у дијалогу. Наставница је наставила дискусију отварајући је остатку одељења.

12. Наставница: Да ли неко други има питање? Питер има 16 који леже тамо (Џош подиже руку). Џош, да ли желиш да питаш о 16?

13. Џош: Морају да чине 18 (гледајући у наставницу).

14. Наставница: Реци то Питеру.

15. Џош: То није 18. То је само 16 уместо 18. А треба ти 18.

16. Наставница: Шта ти мислиш о томе, (Питер)? Џош каже да ти треба 18 а ти имаш 16.

17. Питер: (Износи више коцки, броји до 11, затим броји до 18) (обраћа се наставници), могу ли да се вратим ?

18. Наставница: Колико ћеш их вратити?

19. Питер: (додирујући сваку коцку док броји) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.

20. Наставница: Ок. А колико ти их је остало?

21. Питер: (броји сваку коцку) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

22. Наставница: Ок. Значи тако си добио 7. Сада, да ли неко има питање за Питера? (пауза) Питер, када то објашњаваш на тај начин, то и мени има смисла, такође. Дејвиде и Џоше, веома добра питања!

Интерпретација

Џошуин изазов (ред 13), у којем је он истакао Питеру да постоји контрадикторност, је померио дискусију до контекста за расправу. Сада, да би учествовао, Питер је био обавезан да оправда своје претходно објашњење. Чињеница да је Џошуа први усмерио своје коментаре наставници је био доказ да дељење изазова још није било познато или у том случају довољно за децу. Наставница је разјаснила улогу ученика у таквој ситуацији говорећи Џошуи да усмери свој изазов Питеру, не њој (ред 14). Када је Џошуа поновио и разјаснио свој изазов наставница се поново умешала да помогне Питеру да одлучи шта би требало да ради (ред 16). Интервенишући, била је у могућности да направи интеракцију на начин који је обавезао Питера да одговори на контрадикторност коју је предложио Џошуа. Подсетник размене између наставнице и Питера био је онај у коме је она чувала њега док

је он размишљао долазећи до решења у неслагању. Она је донела закључак дозвољавајући Дејвиду и Џошу, као и Питеру, знајући да су они испунили њихове одговорности као учесници у ситуацији која укључује неслагање у мишљењу (ред 22). Наставнице раније експлицитне замерке у одговору на дечији прекршај норме слушања обезбедиле су деци специфичне примере како ће учествовати. На начин који је континуиран са њеним ранијим примедбама, она је подржала слушаоце у њиховим покушајима да учествују и питају врсте питања које је она предложила. Осим тога, она је активно радила са децом у креирању контекста за расправу обезбеђујући подршку за оне који праве изазове.

18. Припрема и реализација часа методом дискусије

Одабир теме и облик дискусије

Веома је битно одабрати добру тему за дискусију, јер то битно одређује успешност дискусије. Зато сам у консултацији са ментором одлучио да наставну тему „График линеарне функције“ обтадим методом дискусије. Сложили смо се да је дати материјал јасан, дубок и вредан дискусије јер од тога зависи квалитет учења. Проблем представљања графика линеарне функције је јасно одређен и разумљив свим ученицима и може се поделити на мање логичке целине, што је веома битно за дискусију. Пошто постоји више начина за организовање дискусије, веома је битно одабрати начин који је најпогоднији за тему дискусије. Такође у разговору са ментором сам закључио да би најпогодније било да ученике поделим у неколико мањих група. У првом делу часа организоваћу дискусију у свакој појединачној малој групи, затим у другом делу часа организоваћу дискусију између група. Одлучили смо да је оптимално да свака група има по пет или шест чланова, с тим што се мора посебна пажња посветити подели ученика у групе. У свакој од њих одредићу предводника (капитена) који ће водити дискусију у својој групи.

Образовни циљеви

Дефинисао сам следеће образовне циљеве које ученици треба да постигну:

- Заључити како добијамо график линеарне функције?
- Шта је график линеарне функције?
- Како k и p утичу на график линеарне функције $y=kx+p$?
- Од чега зависи да ли ће две функције имати паралелне графике?

Проучавање проблема о ком се дискутује

Да би дискусија успела неопходно је унапред детаљно проучити проблем о ком се дискутује. Тешко је предвидети које асоцијације поједина тема може изазвати код ученика, али се мора одредити пут којим ће дискусија ићи до остваривања наставних циљева. Ученици су у претходном разреду учили графичко представљање зависних величина (директна и обрнута пропорционалност), тако да они у одређеној мери познају предмет дискусије. Само је неопходно пре дискусије обновити са ученицима та знања, увести појам функције и општи облик линеарне функције. Разматрање дефинисаних наставних циљева сам закључио да би најпогодније било да ученицима задам да представе графике неколико линеарних функција и на основу тога дођу до одређених закључака. Уколико буде проблема у представљању графика у координатном систему, онда ћу навођењем одговарајућих примера покушати да их наведем да уоче сличност са градивом рађеним прошле године. Уколико графици буду добро представљени мислима да неће бити проблема да се њиховим посматрањем изведу тражени закључци. Али без обзира на то припремићу списак питања која ми могу помоћи да на одговарајући начин усмерим размишљање ученика у правом смеру.

Упознавање ученика са дискусијом као наставном методом

Како се ученици нису претходно сусретали са овом наставном методом, требало је детаљно описати како ће изгледати час дискусије, коју ће улогу имати ученици и шта се од њих очекује. Навођењем конкретног примера ученици су убрзо схватили како треба да функционише час, тј. да се од њих тражи да изношењем својих мишљења и аргумената они заједнички учествују у решавању постављеног проблема. Објаснио сам да сваку тврдњу треба да образложе и аргументују, да говоре сажето како би сви могли да изложе

свој став, да не понављају оно што је речено, да се држе предмета расправе и да не упадају једни другима у реч. Посебно сам нагласио да критике математичких ставова и идеја не схватају лично и да обрате пажњу на који начин излажу неслагање са нечијим мишљењем. Ученици су обавештени да ће бити подељени у пет група и да ће свака група имати свог капитена. Процес избора капитена и поделе ученика у групе је спроведен пажљиво водећи рачуна да структура сваке групе буде приближно иста. Ученицима сам објаснио да у првом делу часа треба да воде дискусију у оквиру своје групе и усвоје ставове и мишљења која ће изнети у другом делу часа. У другој половини часа биће вођена дискусија измеђи формираних група што треба да доведе до решења проблема. Са капитенима група је спроведен додатан разговор где су још прецизније дефинисана њихова задужења као водиоца дискусије у првом делу часа. Посебно је наглашено да је важно да сваки члан групе буде укључен у дискусију односно решавање проблема.

Ток дискусије

На почетку часа ученицима је предочен проблем. Објашњено је да треба представити графике функција $y=2x$, $y=2x+1$, $y=-2x$, $y=-2x-1$, $y=3$. Групе су обавештене да имају 20 минута за решавање овог проблема, а да ће после међусобно дискутовати о добијеним решењима. У првом делу часа надгледао сам рад ученика у групама. На основу знања из претходног разреда ученици су формирали табелу вредности променљивих x и y . Убрзо је започео разговор између чланова групе о томе коју дужину узети за јединичну дуж на x и y оси, које вредности узети за променљиву x ... Тако да је час текао по предвиђеном плану, већина ученика је била активно укључена у решавању задатка. Прва друга и четврта група су била на добром путу за решење, док су трећа и пета извели одређене погрешне закључке. Они су претпоставили да сваку график мора да пролази кроз координатни почетак па су за график функција $y=2x+1$ и $y=-2x-1$ добили изломљену линију, што је нетачно. Ниједна група није успела да нацрта график функције $y=3$.

У другом делу часа смо дискутовали о њиховом решењима.

Наставник: Шта представља график линеарне функције?

I група: То је једна дуж.

II група: Ми мислимо да је то некаква права.

Наставник: Добро, ако неко мисли да је график линеарне функције дуж, да видимо како добијамо крајње тачке те дужи?

I група: Тако што изаберемо одређену вредност x и добијемо одговарајућу вредност y .

Наставник: Да ли можемо уместо x узети било који број?

I група: Да.

Наставник: Шта ће се десити са графика ако уместо x узмемо велике бројеве?

II група: График ће се продужити.

Наставник: Па шта ћемо онда добити за график линеарне функције?

II група: Добићемо праву.

Наставник: Па шта ће бити график линеарне функције?

I група: Права.

Наставник: Да ли се остали слажу?

III група: График некад може бити и изломљена линија.

Наставник: На основу чега то закључујете?

III група: Јер пролази увек кроз координатни почетак.

I група: Не пролази сваки график кроз координатни пошетац.

Наставник: Да ли је уређени пар $(0,0)$ решење једначине $y=2x+1$?

II група: Није.

IV група: Они су погрешили, та тачка не припада графику функције јер њене координате нису решења једначине $y=2x+1$.

Наставник: Значи график линеарне функције је права.

V група: Али график функције $y=3$ је тачка.

II група: То није линеарна функција, немамо нигде x .

Наставник: Да ли дату функцију можемо представити као $y=0x+3$.

II група: Можемо, то јесте линеарна функција.

Наставник: Шта ће бити график ове функције?

IV група: То је права која пролази кроз 3 на y оси.

Наставник: Да ли је то било која права?

I група: Она мора бити паралелна са x -осом, јер за било коју вредност променљиве x променљива y је увек једнака 3.

Групама су подељени папири са исправно нацртаним графицима.

Наствник: Од чега зависи где график сече у осу? Погледајте где графици функција $y=2x+1$ $y=-2x-1$ секу у осу.

V група: Зависи од слободног члана n .

Наствник: Како коефицијент k утиче на график функције? Којим квадрантима припадају графици функција $y=2x$, $y=2x+1$ а којим $y=-2x$, $y=-2x-1$?

II група: Ако је k позитивно онда график припада првом и трећем, а ако је k негативно онда график припада другом и четвртом квадранту.

Наствник: Какви су графици функција $y=2x$ и $y=2x+1$?

II група: То су паралелне праве.

Наствник: Кад ће функције имати паралелне графике?

IV група: Када су им различити слободни чланови?

Наствник: А шта им је исто?

IV група: Имају исти коефицијент k .

На крају часа смо поновили све закључке до којих смо дошли током ове дискусије. Прибележио сам плусеве ученицима који су били најактивнији на овом часу. Сваки ученик је давао по један плус члановима своје групе који су били најзаслужнији за рад групе. Сваки ученик је могао да додели највише три плуса. Тако је свака група предложила по три ученика којима сам у своју свеску прибележио плус за активност на часу.

На следећем часу питао сам ученике оно што је научено, и већина њих ми је дала тачне одговоре и образложења. Што је представљало потврду да је дати час применом методе дискусије успешно изведен. Осварени су жељени васпитни, образовни и функционални циљеви и задаци као што су: развијање поштовања и уважавања туђег мишљења, мотивација за рад, стварање радних навика, одговорности, упорности, уредности и прецизности, развијање способности изражавања, разумевања, мишљења, повезивања и закључивања.

Интерпретација:

Дискусија је започета постављањем питања “Шта представља график линеарне функције?”. Групе су имале различите одговоре што је покренуло расправу (дискусију).

Улога наставника је била да усмери ту дискусију у жељеном смеру. Требало је показати првој групи да су погрешили и убедити их да је друга група дала тачан одговор. Зато је у овом тренутку веома битно да наставник постави адекватна питања која ће учеснике дискусије навести да изведу тачне закључке. Чланови прве групе су знали како да нацртају график линеарне функције, али су мислили да узимањема најмање и највеће вредности за x ми одећујемо крајеве тог графика. Прва и друга група уз помоћ наставника закључују да је график линеарне функције права. Трећа, четврта и пета група нису износили своје мишљење па због тога их наставник пита да ли се слажу. Трећа група изражава делимично неслагање и даје образложење свог тврђења. Они су занемарили чињеницу да некаква тачка припада графику линеарне функције ако и само ако њене координате представљају решења једначине којом је та функција задата. Са друге стране пошто су у претходном разреду цртали само графике који пролазе кроз координатни почетак, мислили су да сваки график мора пролазити кроз тачку $O(0,0)$. Четврта група уочава зашто је трећа група погешила и даје образложење. Међутим пета група изражава неслагање и износи тврђење да је график функције $y=3$ тачка, док друга група мисли да то није линеарна функција. Тако да опет имамо моменат у ком наставник треба да тражи образложење изнетих ставова или да поставља питања која би и остале учеснике навела на размишљање. Од ученика је тражено да применом већ стечених знања дођу до нових закључака и на тај начин повезују нова знања са претходним. Групама које су погрешно нацртале графике датих функција подељени су папири са тачно нацртаним графицима линеарних функција, како бих могли да посматрањем датих графика изведу закључке важне за наставну јединицу.

С обзиром да се ученици први пут сусрећу са овом наставном методом, може се закључити да је овај час успешно реализован. Остварени су дефинисани настави циљеви. Већина ученика је била укључена у решавање проблема, мојим питањима и одговорима других ученика били су подстакнути на размишљање и извођење закључака. На местима где су ученици правили грешке они су схватили зашто је то погрешно и како треба исправно урадити. Применом ове методе, на темељу већ постојећих знања, код ученика су изграђена нова знања и појмови који су повезани са претходним. Велики уложени труд и залагање од стране наставника се исплати јер јер је час успешно реализован. Ученицима се свидела ова наставна метода. Изразили су жељу да и друге наставне јединице обрађујемо на овај начин. Зато мислим да је пожељно, кад год проценимо да је то могуће, примењујемо ову наставну методу, наравно поштујући претходно наведени ток припреме и реализације.

19. Закључак

Предности ове методе су бројне. Она треба битно да утиче на отклањање слабости које стално репродукује класична настава, а које се исксзују у неговању механичког памћења уместо мишљења, у репродукцији уместо продукције, у копирању и опонашању уместо стваралаштва... Примена ове наставне методе повећава активност, пажњу, самосталан рад, повезују се нови садржаји са претходним, подстиче проверавање усвојених знања, развија се иницијатива, способност расуђивања, уопштавања, доказивања, мотивација и култура дијалога. Код ученика се развија способност посматрења, опажања, логичког, критичког, аналитичког и апстрактног мишљења. Поред тога код ученика се развија математичка радозналост, способност изражавања математичким језиком, јасност и прецизност изражавања у усменом облику. Изграђују се позитивне особине ученикове личности, као што су: систематичност, упорност, тачност, уредност, објективност, самоконтрола и смисао за самостални и групни рад. Посебна вредност ове наставне методе је у томе што се може врло успешно комбиновати са другим методама. У настави математике комбинација методе дискусије и монолошке методе је неопходна јер се на тај начин успешно отклањају њихови недостаци. Задатак ове методе је у томе да се сви ученици у разреду покрену на активан, умни рад, да им се омогући усвајање знања и успостављање нових веза и закључака о изучаваним појавама и идејама. За разлику од других метода дијалог великим делом омогућава развијање менталних способности, развијање научног погледа на свет и свестраном развоју личности ученика. При обради наставног садржаја дијалогом су ученици “ принуђени ” да сами уочавају односе између појмова, судова, изводе закључке и дефиниције па се тако вежбају у самосталном мишљењу и радним активностима. Научено на овај начин се трајно разуме, схвата и памти и успешно примењује у решавању разноврсних задатака из животне праксе.

Основне слабости дијалошке наставне методе:

- **Презентација нових наставних садржаја.** Овом методом се ученицима не пружају у једној целини заокружена знања (као нпр. монолошким методом), већ наставна знања која ученици треба да усвоје су “испресецања” низом питања и одговора.
- **Проверавање и обнављање знања.** Када је реч о употреби дискусије као методе проверавања знања ученика или при обнављању садржаја у циљу утврђивања онога што је обрађивано, дијалог често не пружа могућност да се ученик изјасни о целини садржаја који се обнавља, нити да покаже оспособљеност за континуирано и опсежније повезивање и изражавање својих мисли, већ се дијалог обично своди на кратко ученичко одговарање на конкретно постављена питања.

- **Временска неекономичност.** Због велике количине градива које треба обрадити у току школске године, често је проблем наћи времена за реализацију ових часова. Јер час дискусије захтева више времена за извођење него обични часови.
- **Дисконитуетет.** У примени дијалошке методе многи наставници, у тежњи да активирају што већи број ученика, иду тако далеко да не омогућују својим ученицима да на постављено питање дају одговор дужи од једне реченице. Код таквих наставника је читав уводни део часа испресецањем на велики број питања иза којих следе одговори увек других ученика. Овакав начин рада некад не пружа могућност да наставник сагледа како је поједини ученик овладао целином обрађеног садржаја (али може упутити на његово елементарно неразумевање), а што је још важније, овакав начин рада често не омогућује ученицима вежбање у мисаоном повезивању и говорном изражавању логичких целина какве треба стварати у ученичкој свести на бази проучавања наставне материје.
- **Компликована и дуга припрема наставника.** Да би час успешно реализован методом дискусије неопходно је да се наставник добро припреми за одржавање оваквог часа. Припрема захтева доста времена треба да буде детаљно урађена како би дискусија текла жељеном путањом до постављеног циља.

20. Литература

1. Terry Wood, Creating a context for argument in mathematics class, Purdue University
2. Иван Ивић и сарадници, Активно учење, Институт за психологију Београд
3. Бранка Павловић, Партнерски однос у настави као фактор подстицања учења и когнитивног развоја, Институт за педагошка истраживања Београд
4. Вера Спасојевић, Вршњачка прихваћеност/одбаченост и школско постигнуће, Институт за педагошка истраживања Београд
5. Славица Шевкушић, Креирање услова за кооперативно учење, Институт за педагошка истраживања Београд
6. Бошко Влаховић, Наставник у улози модернатора и фасилитатора развоја критичког мишљења ученика, Српска академија образовања Београд
7. Chris Kyriakao, Темелјна наставна умећа, Едука Загреб
8. Марко Мушановић, Конструктивистичка теорија, Рјека
9. Владимир Кадум, Наставни садржаји, језик и вештине, те когнитивни развој ученика као чинитељи математичког одгајања и образовања, Загреб
10. Н. Икодиновић, С. Димитријевић, С. Милојевић, Н. Вуловић, Приручник за наставнике математике, Клетт Београд