

Univerzitet u Beogradu

Matematički fakultet

Master rad

# **Logaritmi u srednjoj školi - interaktivni pristup i primena multimedijalnog materijala**

Darija Sojević-Todorović

Članovi komisije:

1.dr Milan Božić, mentor

2.dr Miodrag Mateljević

3.dr Ivan Anić

2013. godina



## **Sadržaj:**

1. Uvod.....	6
1.1 Interaktivni pristup-savremena nastava matematike, njen razvoj i značaj.....	6
1.2. Multimedijalni - web materijali u nastavi matematike kod nas.....	10
1.3. Multimedijalni - web materijali u nastavi matematike u okruženju.....	16
1.4 Multimedijalni - web materijali u nastavi matematike na engleskom jeziku.....	20
2. Istraživanje.....	23
2.1. Korišćenje interneta u nastavi računarstva i informatike.....	23
2.2. Korišćenje web-materijala u nastavi matematike.....	26
3. Primer multimedijalnog materijala u nastavi logaritama.....	31
3.1.Otvaranje naloga i kreiranje bloga.....	33
3.2. Uređivanje bloga.....	36
3.2. Kreiranje strana.....	39
3.4. Dodavanje matematičkih sadržaja.....	44
3.4.1. Wordpress i LaTeX.....	44
3.4.2. Izgradnja matematičkih formula u LaTeX-u.....	46

4. Dodavanje sadržaja u Wordpress-u	
Logaritmi - druga godina Gimnazije.....	54
4.1. Prva strana - Istorija logaritama.....	57
4.2. Druga strana - Šta su to logaritmi?.....	59
4.3. Treća strana - Vrste logaritama.....	61
4.4. Četvrta strana - Pravila logaritmovanja.....	63
4.5. Peta strana - Promena osnove logaritama.....	68
5. Zaključak.....	73
6. Literatura.....	75



# **1. Uvod**

## ***1.1 Interaktivni pristup - savremena nastava matematike, njen razvoj i značaj***

Sa veoma brzim razvojem informacionih tehnologija javlja se sve veća potreba da se uz klasične udžbenike, izrade i kvalitetni interaktivni, multimedijalni i web materijali, koji će osavremeniti i znatno olakšati nastavu matematike.

Sa time se započelo, jer oni omogućavaju učenicima izradu većeg broja primera, a zahvaljujući grafičkim primerima i animacijama interaktivni materijali pružaju mogućnost kvalitetnije, brže i lakše usvajanje gradiva. Takođe web nastavni materijali su stalno dostupni preko Interneta, tako da učenici sami kontrolišu tempo i brzinu učenja. Web materijali još omogućavaju i lakše snalaženje unutar samog gradiva i brzu dostupnost željenih delova, kao i lakšu vizualizaciju i brže i lakše razumevanje. Interaktivni testovi omogućavaju brzu proveru usvojenog gradiva, ciljanu dopunu znanja, i u velikoj meri olakšavaju pripremu za različite vrste testiranja.

Nastava matematike mora da se unapredi postojanjem veće količine nastavnog sadržaja u elektronskom obliku. Pri tom je poželjno da ovakav sadržaj bude posebno prilagođen samostalnom radu učenika, korišćenjem Interneta i drugih vidova savremene komunikacije. Primena takvih materijala u nastavi matematike u mnogome može da doprinese promeni opšte poznate slike zainteresovanosti učenika za matematičke sadržaje. U procesu elektronskog učenja i nastavnik i učenik dobijaju i neke nove uloge. Između ostalog, uloga nastavnika postaje: savetovanje, upućivanje, modeliranje, pomaganje, stvaranje stimulativnog okruženja, vaspitanje. Uloga učenika je: istraživanje, diskusija, posmatranje, korišćenje obrazovnih materijala, vizualizacija, kooperacija. Elektronsko učenje donosi novi pristup učenja nezavistan od vremena i prostora, novu ulogu i nastavnika i učenika, nove metode, alate i scenarije učenja, nove metode motivacije i provere znanja učenika.

Svakodnevnica u kojoj učenici, bez ikakvog nadzora i smernica, provode veliki deo svog slobodnog vremena na Internetu govori nam da bi učenici, na primer radije koristili interaktivne kvizove za proveru znanja, nego tradicionalne metode koje se primenjuju u školama. Web nastavni materijali bi takođe pomogli učenicima, povećavajući njihovo interesovanje, i omogućavajući im brže i kvalitetnije usvajanje znanja. Rezultati provera znanja, prilikom sprovođenja različitih istraživanja, kao i razgovori sa samim učenicima umnogome potvrđuju ova očekivanja. Mišljenja učenika su u velikoj većini pohvalna. Motivisanost učenika za ovakav vid nastave matematike je znatno veća, pa bi bilo od velikog značaja osnivanje multimedijских učionica u kojima bi se održavali časovi, što će omogućiti sve veće korišćenje web materijala u klasičnoj nastavi (pogotovo interaktivnih programa).

Još dok su u osnovnoj školi, učenici treba da usvoje osnovna znanja o korišćenju računara i da stiču veštinu savremenog oblika racionalnog učenja i što samostalnijeg istraživanja. Znanje koje se svodi na golo reprodukovanje podataka dobijenih od nastavnika i autora udžbenika u gotovom obliku zamenjuje se osposobljavanjem za što samostalnije pronalaženje podataka, njihovo suštinsko razumevanje i aktivnu, stvaralačku primenu.

Međutim, da bi postojalo elektronsko učenje mora da postoji web materijal dostupan svima putem Interneta. Nažalost, iskustvo pokazuje da nastava matematike kako u osnovnim, tako i u srednjim školama i dalje tretira učenika kao pasivnog posmatrača i slušaoca. Primena računara u procesu nastave matematike je sporadična, tako da je do sada izrađena jako mala količina web materijala iz oblasti matematike koja može koristiti osnovcima i srednjoškolcima. Razlog tome se verovatno ogleda i u činjenici da su matematički sadržaj specifični, pa ih nije lako i jednostavno predstaviti na web stranicama. Takođe, veliki deo ponuđenog elektronskog nastavnog sadržaja nije interaktivna i uglavnom ga sačinjavaju skenirani klasični udžbenici i zbirke zadataka ili skenirani rukom ispisani materijali. Postojeće zbirke zadataka uglavnom sadrže samo postavke zadataka uz veoma štura rešenja, najčešće samo numerička krajnja rešenja bez objašnjenja i prigodnih ilustracija. Praksa pokazuje da ovo predstavlja problem kod nekih učenika jer ih demoralizuje i onemogućava njihov samostalni rad. Možda su baš zbog toga učenici velikim delom nezainteresovani za matematičke sadržaje koji im se izlažu i imaju obično velike probleme u njihovom savladavanju .

Upotrebom računara u nastavi matematike procesi proučavanja i učenja podižu se na viši nivo. U današnje vreme, kada smo okruženi kompjuterima, Internetom, digitalnim fotoaparatom, mobilnim telefonima, tabletima, notebook-ovima, iphone-ovima, ipad-ovima i mnogim drugim produktima informacionih tehnologija, jasno je da proces izvođenja nastave matematike mora doživljavati promene i prilagođavati se zahtevima savremenog društva. Računari učenicima nisu strani, oni su prisutni u njihovom svakodnevnom životu, pa na tom planu nije teško usaglasiti njihov život i rad u školi i van škole. Time se značajno umanjuje zaostajanje škole iza društva u celini u pogledu korišćenja moderne tehnologije.

Da bi se dostigao ideal savremene nastave matematike, neprekidno treba tragati za metodama koje će da rezultuju većim interesovanjem učenika, aktivnijim i svestranijim učestvovanjem u nastavnom procesu i uistinu solidnim i trajnim usvajanjem znanja, umenja i navika. Kvalitet nastave matematike postaje sve važniji činilac osavremenjenog obrazovnog procesa. Ono što uslovljava svaki nastavni proces, uključujući i nastavu matematike, jeste organizacija rada učenika na času. Definišući cilj nastave matematike i zadatke vezane za njen sadržaj, uočava se da je

nastava matematike naročito podesna za primenu računara u nastavnom procesu. Za nastavu, recimo, istorije ili filozofije to se ne može reći. Nastavnici tih predmeta mogu u primeni računara pronaći samo izvesnu pomoć u radu, pripremi za čas, pisanju planova, usavršavanju, ali ne i onoliko mogućnosti za konkretnu primenu u nastavi kao kod matematike.

## *1.2. Multimedijalni - web materijali u nastavi matematike kod nas*

Web materijali, vezani za matematiku, koji se kod nas mogu naći su veoma oskudni i nedovoljno razvijeni. Svakako, nije tačno da u Srbiji ne postoji elektronski vid učenja. Tako na primer, na Fakultetu organizacionih nauka u Beogradu organizovano je elektronsko učenje korišćenjem softvera Moodle. Na Matematičkom fakultetu u Beogradu napravljeno je par elektronskih zbirki i knjiga. I uopšte u Srbiji postoje razni pokušaji da se određeni nastavni materijali učine dostupnim putem Interneta. Trebalo bi pohvaliti svaki vid modernizacije procesa nastave i svaki pokušaj uvođenja novih medija. Međutim, ti nastavni materijali su uglavnom vezani za izučavanje matematike na fakultetima. Tako su se razni web materijali u prethodnih petnaestak godina pojavljivali, što je logično, najpre na matematičkim fakultetima, a kasnije i na njima srodnim visokoškolskim ustanovama. Ono što je od suštinske važnosti a to je integracija Interneta u okvire nastave matematike počevši od najranijih uzrasta učenika, kod nas postoji samo u tragovima.

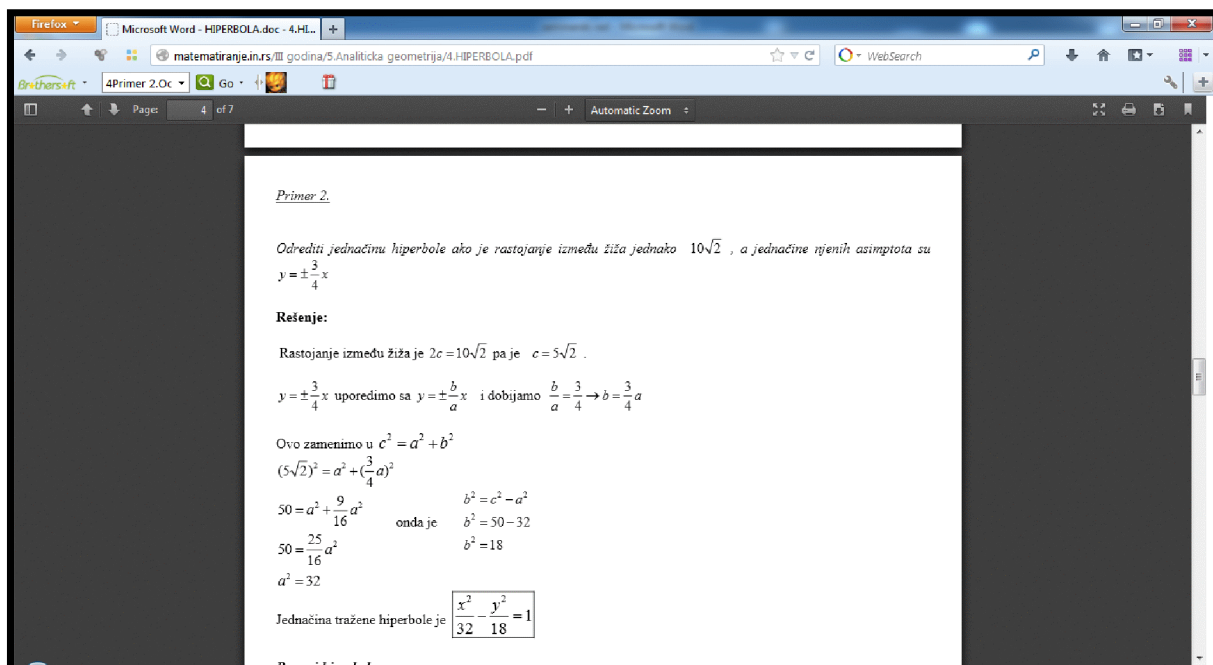
Od skromne ponude Internet stranica do kojih možemo doći na srpskom jeziku izdvojićemo sledeće, koje su napravljene sa ciljem da olakšaju učenje matematike:

**<http://matematiranje.in.rs/>**

Na ovoj web adresi mogu se naći formule, osnovna teorijska pojašnjenja i zadaci iz matematike, iz osnovne, srednje škole, zadaci sa prijemnih ispita za upis u srednje škole, ali i na fakultete, takođe i napredniji sadržaji matematike koji se izučavaju na

fakultetima, razni logičko-matematički problemi i zadaci sa matematičkih takmičenja. Zadaci su uglavom integrisani kao PDF dokumenti, sa postukom i smernicama "kako razmišljati" pri rešavanju sličnih matematičkih problema. Pojedini PDF dokumenti su čak i skenirani rukopisi, što sve ide u prilog još uvek nedovoljno povezanosti IT tehnologija i matematike kod nas.

Primer jednog rešenog zadatka koji se može naći na sajtu:



<http://internetprofa.com/>

Na ovoj web adresi može se doći do osnovnih pojašnjenja iz matematike koja se uči u srednjoj školi, kao i do rešenih zadataka, iz pojedinih oblasti. Rešeni zadaci sadrže i postupak, ali bez interakcije sa posetiocem sajta. Zadaci su preuzeti iz srednjoškolskih zbirki ("Vene" i "Krug"), pa se lako mogu pronaći.

Primer jednog rešenog zadatka:

Ако је  $\alpha = 30^\circ$ , доказати да је:

$$\frac{4 - \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{25}{4 \cos^2 \alpha} + \frac{2}{1 + \cos \alpha} = 0$$

Поступак:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\frac{4 - \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{25}{4 \cos^2 \alpha} + \frac{2}{1 + \cos \alpha} =$$

$$= \frac{4 - \sin 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ} - \frac{25}{4 \cos^2 30^\circ} + \frac{2}{1 + \cos 30^\circ}$$

$$= \frac{4 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{25}{4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{2}{1 + \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{7}{2} - \frac{25}{3} + \frac{2}{3}$$

$$= 7 - \frac{25}{3} + \frac{4}{3}$$

$$= 7 - \frac{21}{3} = 0$$

<http://www.meskrusevac.edu.rs/milos/>

Na sajtu Mašinsko-elektrotehničke škole iz Kruševca se mogu naći potrebne matematičke formule, zadaci za I i II godinu sa rešenjima, zadaci sa prijemnih ispita i različite mozgalice.

Interesantna je pojava i video tutorijala sa objašnjenjima uz rešene zadatke. Njih možemo naći na adresi [http://www.matematiranje.in.rs/video\\_tutorials.php](http://www.matematiranje.in.rs/video_tutorials.php) i to tutorijale za samostalno spremanje male mature.

Na adresi <http://www.youtube.com/user/profesortube?feature=c4-overview-u>, i uopšte na sajtu YouTube, mogu se naći tutorijali koji učenicima ne daju objašnjenje gotovog rešenja već u realnom vremenu pokazuju kako se rešava zadatak.

Uprosti izraz  
 $(4x - 2y) \cdot (4x + 2y) - (4x - 2y)^2$   
 pa izračunaj njegovu vrednost za  $x = 1\frac{1}{2}$  i  $y = \frac{5}{8}$

$$(4x)^2 - (2y)^2 - ((4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 2y + (2y)^2) = 16x^2 - 4y^2 - 16x^2 + 16xy - 4y^2 =$$

$$-8y^2 + 16xy = -8 \left(\frac{5}{8}\right)^2 + 16 \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{8} = -8 \frac{25}{64} + 15 = -\frac{25}{8} + 15 =$$

$$-\frac{25}{8} +$$

Treba pohvaliti i sve veći broj samostalnih pokušaje profesora, nastavnika, pa i učitelja da olakšaju proces učenja matematike svojim učenicima pravljenjem npr. blogova u Wordpress-u. Evo nekih primera:

<http://uciteljicaljilja.wordpress.com/category/%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0/> - deo bloga posvećen matematici jedne učiteljice iz Kragujevca, koja pokušava da na veoma zanimljiv i

nesvakidašanj način motiviše i zainteresuje svoje male učenike, kačeći njihova rešenja, fotografije sa časova, ali i razne mozgalice i matematičke zanimljivost, kao i čitave pripreme za časove matematike.

<http://profesorka.wordpress.com/> - blog sa rešenim zadacima iz matematike, ali i sa mnogim teorijskim objašnjenjima i pokušajima da se ona povežu sa svakodnevnim životom, stvarima i događajima.

The screenshot shows a Firefox browser window displaying a WordPress blog post. The address bar shows the URL: <https://profesorka.wordpress.com/2013/04/20/jos-linearnih-jednacina/>. The page content includes three math problems (Primer 8, 9, and 10) with their respective solutions (Rešenje). The solutions involve solving linear equations with fractions and integers.

**Primer 8: Rešimo jednačinu:**

$$3x + 2 = \frac{5x}{3}$$

**Rešenje:**

$$3x + 2 = \frac{5x}{3} \quad | \cdot 3$$

$$9x + 6 = 5x \quad | - 5x$$

$$4x + 6 = 0 \quad | - 6$$

$$4x = -6 \quad | : 4$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

**Primer 9: Rešimo jednačinu:**

$$7x + 2 = \frac{5x - 3}{6}$$

**Rešenje:**

$$7x + 2 = \frac{5x - 3}{6} \quad | \cdot 6$$

$$42x + 12 = 5x - 3 \quad | - 5x$$

$$37x + 12 = -3 \quad | - 12$$

$$37x = -15 \quad | : 37$$

$$x = -\frac{15}{37}$$

**Primer 10: Rešimo jednačinu:**

The right sidebar of the blog post contains an 'Archive' section with a list of posts by month and year, and a 'Prijatelji bloga:' section with a logo for 'CNC KABINET'.

Možemo da zaključimo da uz malo truda svaki nastavnik može da kreira sopstvenu web stranicu/blog gde može da postavi sve sadržaje koje smatra važnim i koji će biti od koristi učenicima - od istorijskih činjenica do zadataka za vežbanje i samostalnu izradu, kao i linkove za gotove obrazovne materijale i interaktivne sajtove koji će olakšati proces učenja i koji će učenicima približiti različite matematičke sadržaje.

Učenicima se, takođe, mogu zadati istraživački domaći radovi koji uključuju pronalaženje informacija na Internetu. Domaći zadatak može da obuhvati pronalaženje odgovarajućih matematičkih članaka, slika geometrijskih objekata, istorijskih podataka vezanih za matematiku, podataka o životu i radu velikih matematičara i sl. Materijali do kojih su došli učenici mogu se prezentovati i na samim časovima, što bi doprinelo podsticanju i ostalih učenika da samostalno, uz pomoć Interneta, uče i istražuju.

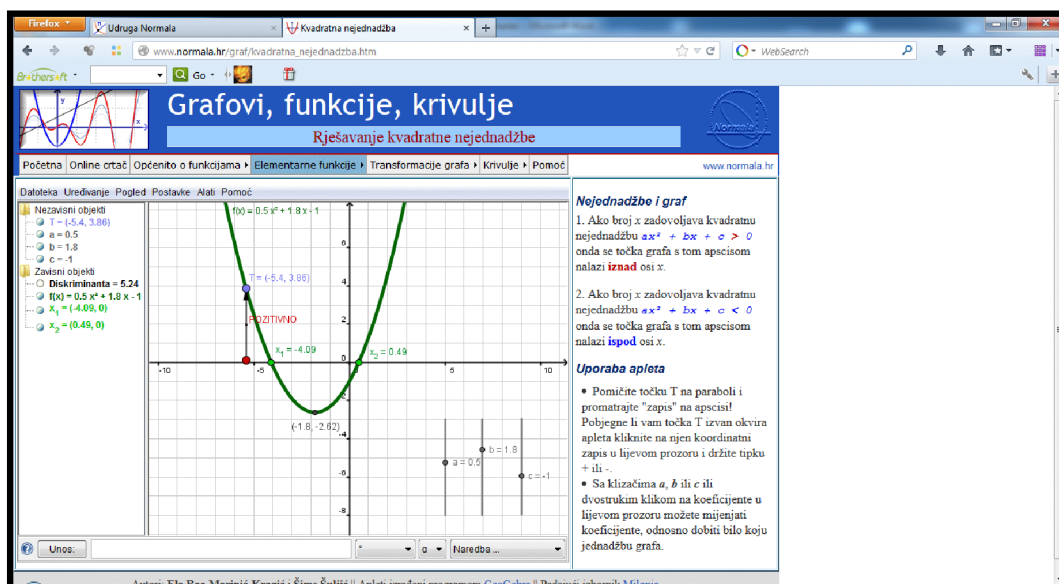
## 1.3. *Multimedijalni - web materijali u nastavi matematike u okruženju*

U okruženju, takođe, postoji velika potreba za kvalitetnim web-materijalima u nastavi matematike. Nažalost situacija je slična kao kod nas. Ali ono što bi trebalo istaći jeste postojanje velikog broja nastavnih sadržaja na Internetu na kojima rade kolege iz Hrvatske. Tako je u Hrvatskoj zastupljen znatno veći broj veoma kvalitetnih nastavnih sadržaja, koji su nastali organizovanom, ali i samostalnom inicijativom veoma kreativnih i temeljnih pojedinaca među profesorima.

Izdvojićemo sledeće veoma sadržajne web stranice:

**<http://www.normala.hr>**

Na ovoj adresi mogu se naći web-materijali koji obuhvataju više celina iz redovnog programa osnovne i srednje škole. Materijali su *dinamični i interaktivni*, a jako je važno i to da učenik kroz njih može samostalno da prolazi. Namenjeni su samostalnom radu učenika kod kuće ili radu u školi, uz pomoć profesora. Takođe postoje i dinamičke, interaktivne stranice namenjene crtanju grafika funkcija. Korisnik može određivati vrednost funkcije u tački, nule funkcije, ekstremne vrednosti funkcije ... ali i prikazivati i izračunavati površinu ispod grafika, tačke preseka dva grafika, kao i površinu između njih. Mnogi materijali se mogu i preuzeti sa sajta. Takođe na sajtu možemo da vidimo i izveštaje sa različitih seminara i radionica u Hrvatskoj koje su namenjene edukaciji profesora, koja se tiče integracije Interneta u nastavi matematike.



<http://public.carnet.hr/~ahorvate/>

Ovo je lična stranica sa matematičkim sadržajima nastavnice matematike iz jedne osnovne škole, koja sadrži nepregledno bogatstvo sadržaja (organizovanih po razredima i nastavnim celinama). Posebno značajan deo su zadaci sa ranijih opštinskih/školskih, okružnih i državnih takmičenja. Takođe, postoji i deo vezan za dopunsku nastavu matematike, sa interaktivnim vežbanjima i veoma korisnim linkovima.

<http://www.artrea.com.hr>

Na ovoj adresi mogu se naći brojni on-line testovi i različiti matematički sadržaji od najranijeg-predškolskog uzrasta, pa do srednje škole. Tu se mogu naći i različiti matematički podsetnici i korisni linkovi za kvalitetnu matematičku literaturu.

<http://www.odrazi-se.org/>

Ovo je stranica na kojoj možemo naći zanimljive video tutorijale koji sadrže postupna *korak po korak* rešenja zadataka iz matematike za osnovnu školu.

The screenshot shows a Firefox browser window with the address bar displaying [www.odrazi-se.org/hr/pitagorin-poucak/](http://www.odrazi-se.org/hr/pitagorin-poucak/). The video player content is as follows:

**PITAGORIN POUČAK**

*Primjer 2:*

$$a = 8\frac{1}{2} \text{ cm} \quad c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2$$

$$c = 10\frac{1}{2} \text{ cm} \quad b^2 = \left(\frac{21}{2}\right)^2 - \left(\frac{17}{2}\right)^2$$

$$b = ? \quad b^2 = \frac{441}{4} - \frac{289}{4}$$

$$b^2 = \frac{152}{4}$$

$$b^2 = 38$$

$$b = \sqrt{38} \text{ cm}$$

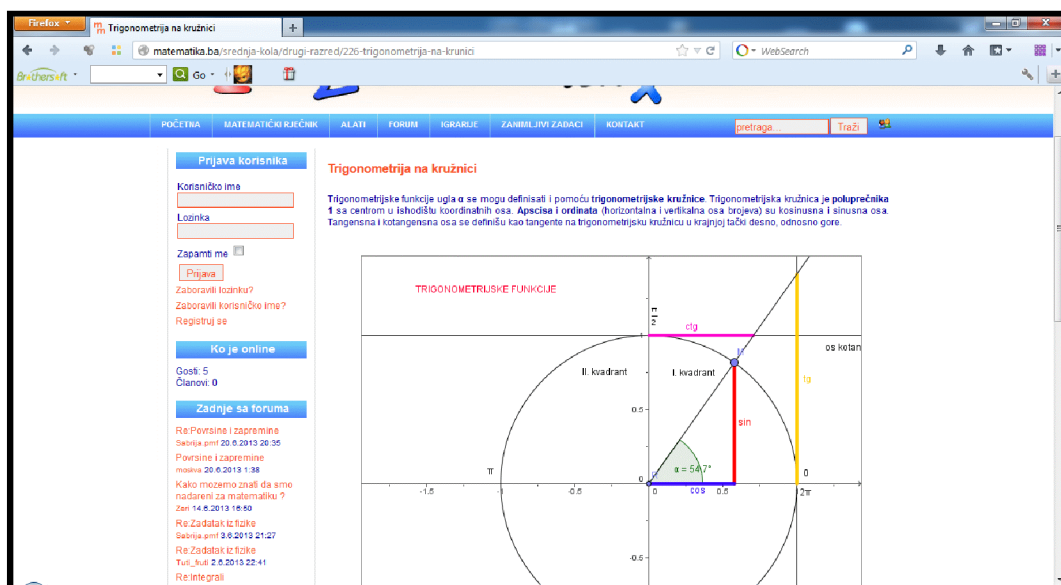
At the bottom of the video player, there is a progress bar and a timestamp of 01:50 / 02:58.

<http://www.hazu.hr/~duda/>

Na ovoj stranici mogu se naći gotove pripreme časova kao i mnoge ideje za osmišljavanje i realizaciju kvalitetnih časova matematike u osnovnoj, ali i srednjoj školi. To su PPT dokumenti koji na zanimljiv i kreativan način približuju učenicima osnovne matematičke pojmove.

Iz ostalih zemalja u okruženju možemo da izdvojimo adresu:

**http://www.matematika.ba/** - na kojoj možemo pronaći niz sadržaja koji imaju za cilj promovisanje matematike: kao što su zanimljivi zadaci sa rešenjima, igrice, crtači funkcija na osnovu parametara...



## 1.4 *Multimedijalni - web materijali u nastavi matematike na engleskom jeziku*

Pretraživanjem web sadržaja na engleskom jeziku vezanih za nastavu matematike otkrivamo ogromnu bazu znanja koju samo treba pravilno iskoristiti. Na osnovu pristupa učenju matematike u razvijenim zemljama možemo doći do zaključka da u našem obrazovnom sistemu gotovo da ne postoji ono što se u svetu uči tokom celog školovanja, od vrtića do fakulteta – da đaci samostalno misle, da rade u timu, da analiziraju i slobodno asociiraju, da dedukuju, i sami donose zaključke.

Njihovim učenicima su na raspolaganju čitave baze sistematizovanih matematičkih zadataka koje se mogu koristiti kod priprema za kontrolne vežbe, pismene zadatke, testove, prijemne ispite ili za razonodu. Ti zadaci su dati po oblastima, nivoima složenosti pa čak i tipovima. Zadaci imaju i rešenja i to u dve varijante: samo odgovor i kompletno rešenje, interaktivno ili *korak po korak* urađeno. Kod svih zadataka date su i teorijske osnove koje se koriste za realizaciju ideja vezanih za rešenje zadatka. Takođe tu su i razni sajtovi sa bogatim, zanimljivim i nadasve veoma sadržajnim materijalom za nadarene učenike. Možemo pronaći tekstove, slike, video zapise, animacije, igrice, interaktivne testove i kvizove i najrazličitije sadržaje o svim pojmovima koji su predmet izučavanja matematike. Mnoštvo sajtova na kreativan i domišljat način prezentuje razne matematičke mozgalice i zadatke, a takođe gotovo da ne postoji oblast matematike za koju ne postoji napravljen software koji olakšava učenje i čini ga interesantnim .

Neke od adresa zanimljivih sajtova:

<http://www.ixl.com/>

The screenshot shows a web browser window displaying the IXL website. The page is titled "Algebra > F.11 Perimeter, area, and volume: changes in scale". The main content area contains a 3D diagram of a cube with side lengths of 5 m. Below the diagram, the text reads: "Look at this cube:" followed by the diagram. Below the diagram, the text reads: "If the side lengths are tripled, then which of the following statements about its surface area will be true?". There are four radio button options:   
1.  The new surface area will be  $\frac{1}{4}$  of the old surface area.   
2.  The new surface area will be 3 times the old surface area.   
3.  The new surface area will be 9 times the old surface area.   
4.  The new surface area will be 27 times the old surface area.   
On the right side of the page, there is a sidebar with a "Problems attempted" counter showing 0, a "Time elapsed" counter showing 00:00:18, and a "SmartScore" counter showing 0 out of 100.

<http://www.netrover.com/~kingskid/mathquiz/mathionaire.htm>

<http://www.kidsmathgamesonline.com/>

<http://www.mathguru.com/>

Example: Polar Form of Complex number  $\theta = \arg Z$

Sol:  $Z = i$   
 $= 0 + i1$   
 $x = 0 \quad y = 1$   
 $r = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$

$Z = r(\cos\theta + i\sin\theta) \quad \text{--- (1)}$   
 $Z = 0 + i1 \quad \text{--- (2)}$   
 $r(\cos\theta + i\sin\theta) = 0 + i1$

Comparing real and imaginary parts

$r\cos\theta = 0 \Rightarrow$   
 $r\sin\theta = 1$

<http://mathforum.org/dr.math/>

<http://www.cut-the-knot.org>

<http://www.adaptedmind.com>

<http://www.wolframalpha.com/>

## ***2. Istraživanje***

### ***2.1. Korišćenje interneta u nastavi računarstva i informatike***

Istraživanje sprovedeno u Gimnaziji "Svetozar Marković" u Jagodini imalo je za cilj da ispita mogućnost učenika drugog razreda da samostalno i uz pomoć dostupnog web materijala nauče da koriste gotove programe. U ovom istraživanju je učestvovalo odeljenje drugog razreda, društveno-jezičkog smera.

U okviru predmeta Računarstvo i informatika, učenici druge godine se upoznaju sa obradom crteža na računaru: crtanje osnovnih grafičkih elemenata, manipulaciju objektima, transformaciju objekata, korišćenje teksta, dimenzionisanje... Kako su, na žalost, uslovi za rad u informatičkom kabinetu veoma loši i neprimereni današnjoj tehnologiji, ovaj deo gradiva nije bilo moguće kvalitetno odraditi na samim časovima, pa su učenicima ostavljena uputstva, kako da pokušaju da savladaju rad u programu CorelDraw. Učenicima su na raspolaganju bila jednostavna objašnjenja i primeri. Učenici su imali tri nedelje da kod kuće, određujući sami tempo i brzinu učenja, savladaju osnove rada u CorelDraw-u i kao

krajnji cilj izrade logo po sopstvenoj želji. Motivacioni faktor je bio veliki, jer su učenici morali taj logo da odbrane na času, i za to su ocenjivani.

Samo troje, od njih tridesetčetvoro, nakon tri nedelje nije uspešno savlada i odradi ono što se od učenika očekivalo i što je bilo postavljeno kao minimum postignuća u ovoj oblasti. Četvoro učenika ne samo da je u potpunosti shvatilo sva objašnjenja i uopšte ideju rada u ovom i sličnim programima, već je savladalo i naprednije mogućnosti programa za obradu crteža, koji nisu dati kroz primere i za koje se nije očekivalo da ih učenici samostalno istraže. Sledeća eksportovana slika iz CorelDraw-a, je jedan takav primer, učenika koji je uspešno odbranio svoj domaći i dobio najvišu ocenu.



Ostali učenici su veoma zadovoljavajuće savladali ono što se od njih očekivalo i u potpunosti su ispunili kriterijum koji je bio zadat pre početka istraživanja.

Učenici su rad kod kuće ocenili kao veoma zanimljiv i sa velikim entuzijazmom su pristupili istraživanju zadate teme. Same materijale koji su im bili na raspolaganju učenici su ocenili kao veoma sadržajne i dovoljne za izvršavanje zadatka koji im je dat- izradu logo-a. Troje učenika imalo je generalno negativan stav, zbog loše tehničke podrške (nemogućnost pronalaženja "instalacije").

Nakon ovog istraživanja uočene su mnoge veoma dobre strane ovakvog načina rada, koji bi bio jako kvalitetna dopuna redovnim časovima. U toku istraživanja učenici su veoma odgovorono pristupili samostalnom učenju, što se može povezati sa motivacijom koju su imali u vidu ocene koju će dobiti. Takođe, uočeni su i mnogi nedostaci, kao što je obavezno postavljanje link-a za odgovarajući potreban software, više primera, izrada primera "korak po korak"...

Ovo istraživanje je pokazalo da sa malo smernica i jednostavnim web-materijalima učenici mogu sa velikom lakoćom da veoma uspešno savladaju korišćenje nekog od gotovih programa. Takođe, samostalno učenje "od kuće" bi bilo jako dobro povezati sa korišćenjem interneta, koji kao ogromnu bazu podataka samo treba pravilno iskoristiti.

## 2.2. Korišćenje web-materijala u nastavi matematike

Drugo istraživanje sprovedeno u Gimnaziji "Svetozar Marković" u Jagodini imalo je za cilj da ispita mogućnost učenika drugog razreda da uz pomoć dostupnog web materijala samostalno nauče deo gradiva iz matematike koji im nije prezentovan na časovima. U ovom istraživanju je učestvovalo odeljenje drugog razreda, društveno-jezičkog smera.

Naime, učenici sa kojima je ovo istraživanje sprovedeno, su na dotadašnjim časovima matematike upoznati sa pojmom logaritma i osnovnim formulama, ali ne i sa pravilima po kojima logaritmi mogu menjati osnovu. Specijalno za potrebe istraživanja napravljen je (ppt) materijal koji je sadržao objašnjenja vezana za ovu važnu osobinu logaritama - promenu osnove kod logaritama. Pored formula, materijal je obuhvatao i četiri primera čije su unapred gotovo rešenje učenici mogli (klikom) korak po korak da posmatraju.

Primeri iz materijala:

### **Primer 1.**

Ako je:  $\log_{14}2=a$

koliko je  $\log_{49}32$

**Rešenje:**

$$a = \log_{14} 2 = \frac{1}{\log_2 14} = \frac{1}{\log_2 (7 * 2)} = \frac{1}{\log_2 7 + \log_2 2} = \frac{1}{\log_2 7 + 1}$$

$$\Rightarrow \log_2 7 + 1 = \frac{1}{a}$$

$$\log_2 7 = \frac{1}{a} - 1$$

$$\log_{49} 32 = \log_{7^2} 2^5 = \frac{5}{2} \log_7 2 = \frac{5}{2 \log_2 7} = \frac{5}{2 \left( \frac{1}{a} - 1 \right)} = \frac{5}{\frac{2}{a} - 2} = \frac{5}{\frac{2 - 2a}{a}} = \frac{5a}{2 - 2a}$$

## Primer 2.

Dokazati da je:

$$\frac{\log_a N}{\log_{ak} N} = 1 + \log_a k$$

$$N \in R^+, a \in R^+, k \in R^+, a \neq 1$$

*Rešenje:*

$$\begin{aligned}\frac{\log_a N}{\log_{ak} N} &= \frac{\log_a N}{\frac{1}{\log_N ak}} = \\ &= \log_a N \cdot \log_N ak = \\ &= \log_a N (\log_N a + \log_N k) = \\ &= \log_a N \cdot \log_N a + \log_a N \cdot \log_N k = \\ &= \log_a N \frac{1}{\log_a N} + \log_a N \cdot \frac{\log_a k}{\log_a N} = \\ &= 1 + \log_a k\end{aligned}$$

Učenici su spremjeni materijal dobili na času u računarskom kabinetu. Imali su 35 minuta na raspolaganju da samostalno savladaju promenu osnove kod logaritama. Gotovo trećina učenika zatražila je olovku i papir (kako bi samostalno "raspisala" rešene primere), što ide u prilog činjenici, da je od suštinskog značaja kod web-materijala koji se koriste u nastavi matematike, njihova interaktivnost i mogućnost učenja korak po korak, metodom pokušaja i pogrešaka.

Nakon toga učenici su dobili jedan elementaran zadatak, vezan za promenu osnove logaritama koji je trebalo rešiti.

### Zadatak.

Ako je  $\log_{12}2=a$ .

Koliko je  $\log_6 16$ ?

Rezultati, do kojih smo došli nakon ovog istraživanja, su generalno veoma dobri: čak 40% učenika je u potpunosti tačno rešilo zadatak, a samo 20% njih nije ni pokušalo da uradi ono što se od njih očekivalo.

$$\begin{aligned}
 a &= \log_{12} 2 \\
 a &= \frac{\log_6 2}{\log_6 12} = \frac{1}{\log_6 (6 \cdot 2)} = \frac{1}{\log_6 6 + 1} \\
 a &= \frac{1}{\log_6 6 + 1} \\
 \log_6 6 + 1 &= \frac{1}{a} \\
 \log_6 6 &= \frac{1}{a} - 1 \\
 \log_6 16 &= \frac{\log_6 16}{\log_6 16} = \frac{4 \log_6 2}{4 \log_6 2} = \frac{4}{4 \log_6 2} \\
 \log_6 16 &= \log_6 2^4 = 4 \log_6 2 = 4 \cdot \frac{1}{\log_6 12} = 4 \cdot \frac{1}{\frac{1}{a} - 1} \\
 &= 4 \cdot \frac{1}{\frac{1-a}{a}} = 4 \cdot \frac{a}{1-a}
 \end{aligned}$$

Interesantno je da su ostali učenici pokušali da reše zadat primer, tako što su se fokusirali na formule za promenu osnove logaritama, koje su koristili u svojim rešenjima, obično na samom početku.

$$\log_{12} 2 = a$$

$$a = \log_{12} 2 = \frac{1}{\log_2 12} = \frac{1}{\log_2 (6 \cdot 2)} = \frac{1}{\log_2 6 + \log_2 2}$$

$$\frac{1}{\log_2 6 + 1} = \frac{1}{\log_2 6 + 1} \quad \rightarrow \log_2 6 = \frac{1}{a}$$

$$\log_2 6 = \frac{1}{a} - 1$$

$$\log_2 6 = \frac{1-a}{a}$$

Sprovedeno istraživanje je pokazalo da su učenici uz pomoć web-materijala sa velikim entuzijazmom pristupili istraživanju nepoznatih pojmova u matematici i da je postignuće učenika, koji su na ovaj način učili, na zavidnom nivou. Tako da dostupnost i kvalitet web materijala predstavlja ono čime bi profesori trebalo da se bave u svim oblastima, a naročito u matematici i informatici. Na taj način učenici pristupaju učenju istraživački, sa mnogo većom zainteresovanošću i motivacijom za rad, učenje i usvajanje novih sadržaja.

### ***3. Primer multimedijalnog materijala u nastavi logaritama***

U ovom poglavlju pokazaćemo kako se na veoma jednostavan način može napraviti multimedijalni materijal, koji se u ovom slučaju odnosi na izučavanje logaritama u srednjoj školi. Koristićemo jedan gotov CMS sistem, koji je jako dobar za izradu bloga - WordPress. U današnje vreme blog se sve više koristi i u komercijalne svrhe. Zanimljivo je da vlasnik bloga ne mora poznavati niti jedan programski jezik, čak ni osnove html-a, da bi mogao da kreira svoj sajt. Dovoljno je samo elementarno poznavanje rada na računaru i korišćenje Interneta.

CMS sistem korisniku (klijentu) daje sledeće mogućnosti:

- osnivanje, podešavanje i dizajniranje bloga (Web sajta)
- dodavanje, brisanje i promena stranica
- neograničen broj stranica
- jednostavno menjanje sadržaja stranice pomodu Tekst Editora (sličan Word-u)
- online uređivanje sadržaja
- upravljanje slikama, tekstovima, pdf fajlovima i fajlovima drugih formata
- sadrži alate za pretragu
- dodatni sadržaj (novosti, linkovi, zanimljivosti itd.).

Prednosti korišćenja WordPress-a za pravljenje ličnih Web strana (blogova) su te što je on lokalizovan na srpski jezik, dizajniranje je lako uz mnoštvo besplatnih šablona, povezivanje sa drugim sajtovima i multimedijalnim sadržajima (YouTube, Twitter, Facebook...) je vrlo jednostavno, a veoma važna prednost WordPress-a je i to što omogućava interaktivnost koja je nama veoma značajna na relaciji kreator bloga (profesor) - čitalac (učenik) putem diskusija u prostoru za komentare ispod svakog priloga.

Treba pohvaliti to da se svakodnevno povećava broj wordpress blogova kreiranih od strane profesora matematike, tako da je budućnost integracije matematike i savremenih načina učenja i prezentovanja matematičkih sdržaja veoma optimistična.

## 3.1. Otvaranje naloga i kreiranje bloga

Na adresi <http://sr.wordpress.com/> možete započeti proces prijavljivanja na nalog za WordPress-blog na srpskom jeziku. Dovoljno je da imate mail adresu, sa koje ćete kasnije aktivirati svoj blog i možete početi. Potrebno je uneti e-mail adresu, željeno korisničko ime (koje mora biti jedinstveno i koje kasnije nećete moći da promenite), lozinku i adresu bloga. Adresa bloga je zapravo internet adresa vaše web strane(bloga) koja će biti dostupna svima.

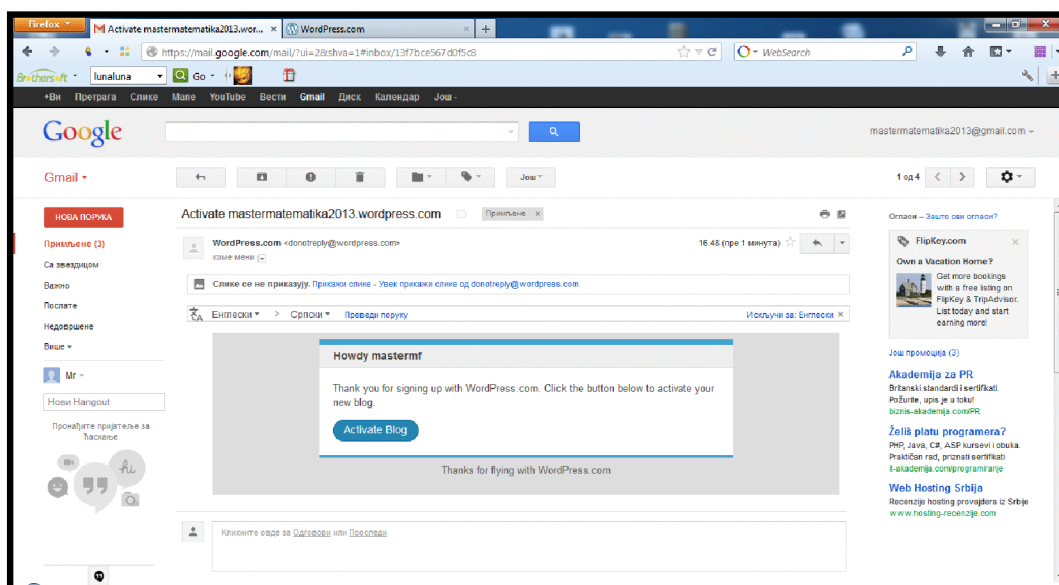
OBLIK: [www.onoštounesete.wordpress.com](http://www.onoštounesete.wordpress.com)

Get started with WordPress.com by filling out this simple form:

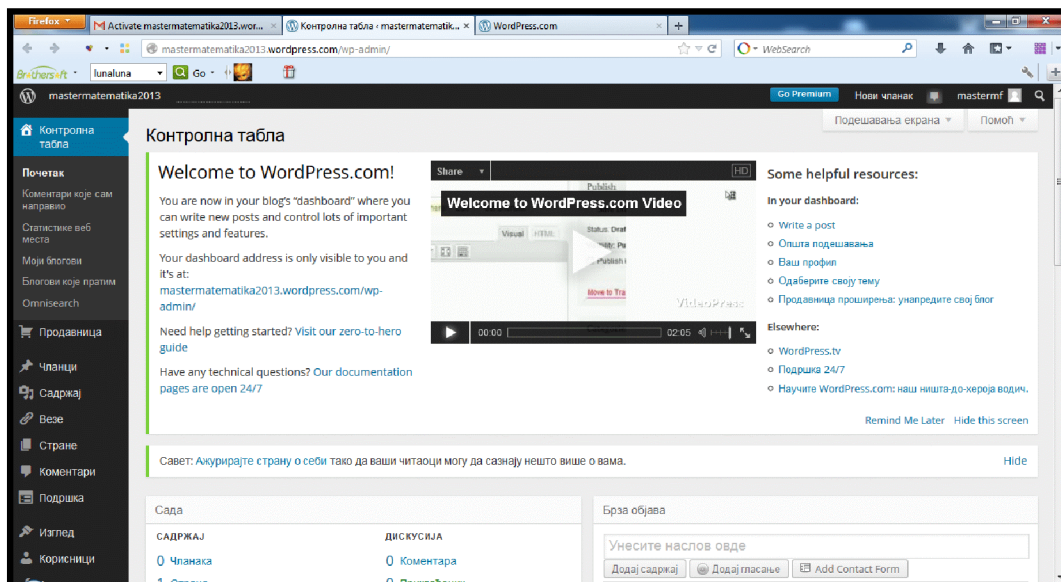
Adresa e-pošte	✓	We'll send you an email to activate your account, so please triple-check that you've typed it correctly.
Korisničko ime	✓	Ваше корисничко име би требало да има најмање четири знака и може да садржи мапа слова и бројеве.
Lozinka	✓	Great passwords use upper and lower case characters, numbers, and symbols like !"#%&*. Your password can be saved.
Adresa bloga	✓	Choose an address for your blog. You can change the WordPress.com address later. If you don't want a blog you can signup for just a username.

U nastavku, klikom na dugme ▼, možete odabrati opciju besplatnog otvaranja bloga (u tom slučaju de adresa vašeg bloga imati domen .wordpress.com i imaćete 3 GB prostora), ili neku od opcija za izbor i pladanje domena vašeg bloga (.com, .net, .org).

Posle otvaranja naloga potrebno je aktivirati ga. Na e-mail adresu navedenu prilikom otvaranja naloga dobićete link za aktiviranje.



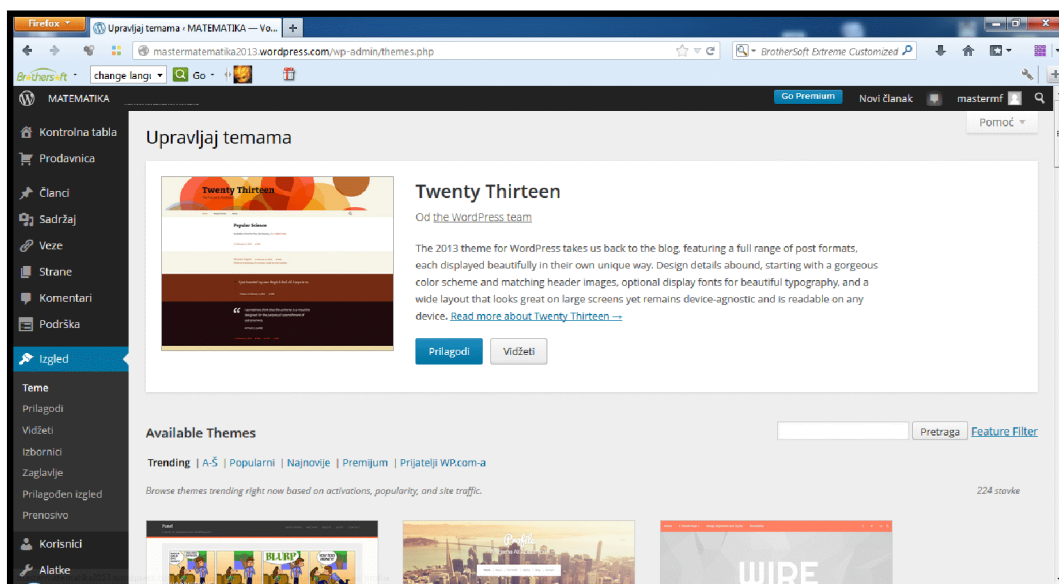
Ako izaberete ACTIVATE BLOG otvoriće se *Kontrolna tabla* koja služi za uređivanje vaše web strane (bloga). Kontrolnu tablu vidite samo vi jer joj pristupate preko korisničkog imena i lozinke. Sa leve strane Kontrolne table je meni Kontrolne table, preko kog možete da podešavate, uređujete vaš blog i unosite sadržaje. Svaka opcija iz menija je zapravo novi padajući meni koji otvarate klikom na dugme iz menija. Padajući meni nudi opcije svake ponude. U centralnom delu ekrana, levo od menija, prikazuje se radni prostor one opcije koju ste izabrali.



## 3.2. Uređivanje bloga

Uređivanje bloga najčešće počinje od podešavanja izgleda bloga, što se postiže jednostavnim odabirom teme u okviru opcije *Izgled* na levoj strani korisnikove *Kontrolne table*. Izbor teme je jako bitan. Tema određuje ne samo estetsku stranu - boje i sliku u zaglavlju - nego i broj i raspored bočnih traka za navigaciju tj. broj kolumni; postojanje ili odsustvo, izgled brzog menija u zaglavlju; način prikaza komentara; veličinu radnog prostora za sadržaje bloga...

Temu možete menjati i naknadno, ali se može desiti da odaberete temu koja nema mogućnost promene zaglavlja, pa će vam trud koji ste prethodno uložili, propasti. Zbog svega toga, preporučljivo je da se odvoji vreme za pregled svih tema, čitanje opisa teme i tako ćete odabrati odmah onu pravu. Određen broj tema od ponuđenih su besplatne, a druge se plaćaju. Za svaku temu postoje mogućnosti: *Pregled uživo*, *Detalji* i *Uključi*. Kada odaberete temu potvrdite izbor klikom na *Uključi*. Izabranu temu možete prilagoditi. Kliknite na dugme *Prilagodi* da bi vam se otvorila stranica u kojoj možete da izvršite neka podešavanja (podešavanje boja, stilova, načina prikaza ...).



Takođe, u okviru izbora kartice *Izgled* možemo dodavati i uređivati vidžete. *Vidžeti* su dodaci blogu koji omogućavaju pregled i navigaciju po blogu, veze sa ponudama u blogu ili sa Interneta, dodatni sadržaji (galerija video-zapisa npr.), pretplate na blog, istureni delovi statistike bloga, spisak autora i saradnika bloga itd. Vidžeti se dodaju u bočne trake. Bez obzira na to da li se na samom blogu bočna traka nalazi sa leve ili desne strane, ispod bloga ili sa svih strana po jedna, bočne trake su na Kontrolnoj tabli (radnom prostoru sa vidžetima), smeštene sa desne strane tog prostora. Bočne trake, jedna ili više, otvaraju se klikom na malu strelicu sa desne strane, nakon čega se pojavljuje svetlo-sivi prostor. U taj prostor mogu se smestiti jedni ispod drugih vidžeti koje želite da imate u svakoj od bočnih traka. To možete učiniti tako što iz centralnog dela radnog prostora mišem „uhvatite“ vidžet i polako ga prenesete do mesta u bočnoj traci. Izvršite podešavanja svih odabranih vidžeta i sačuvajte ih.

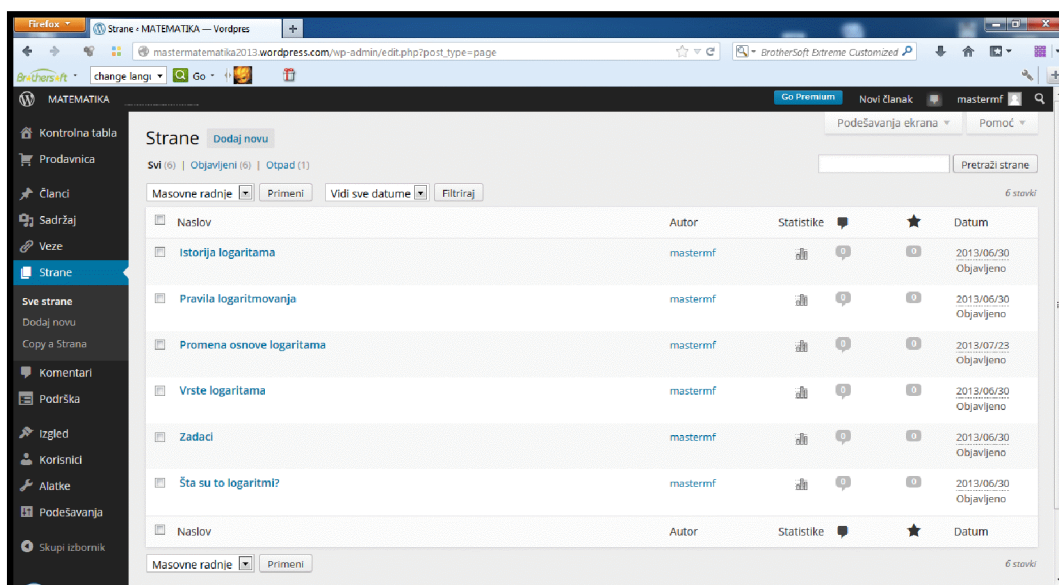
U okviru izbora kartice *Izgled* možemo uređivati zaglavlje našeg bloga. *Zaglavlje* je gornji deo bloga u kojem je naziv bloga i, u zavisnosti od izabrane teme,

slika ili šira traka u nekoj boji. Slika može biti zadata u temi bez mogućnosti promene, ili sa mogućnošću zamene slikom koju odaberete. Sliku i boju teksta u zaglavlju možete podesiti u meniju Izgled, u opciji Zaglavlje, a sadržaj teksta naslova i podnaslova u zaglavlju u meniju Podešavanja, u opciji Opšta podešavanja.

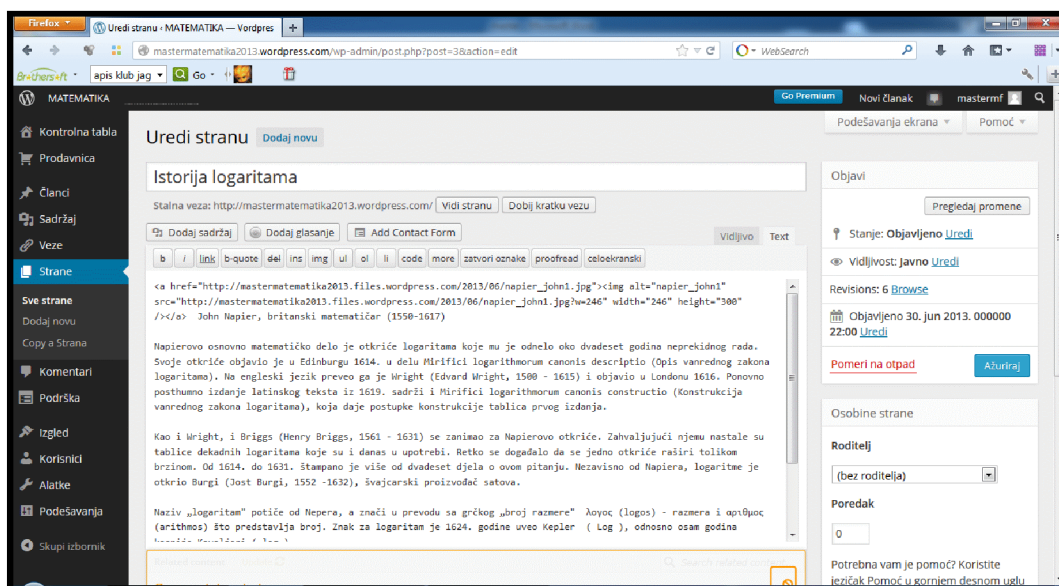
Možete podesiti i boju pozadine ili odabrati sliku za pozadinu. Da bi ste izvršili ova podešavanja, iz menija Izgled dovoljno je izabrati opciju Pozadina i to ćete uraditi na veoma jednostavan način.

### 3.3. Kreiranje strana

Pri otvaranju naloga, svaki blog ima već zadatu jednu stranu sa nazivom *O...* (About). Opcija menija Kontrolne table *Strane* sadrži opcije: *Sve strane* u kojima se vidi pregled kreiranih strana; *Dodaj novu*, pomoću koje se kreiraju nove strane; *Copy a Page*, za kopiranje strane. U pregledu strana imaćete zadatu stranu About, podatak o tome ko ju je kreirao, i datumu kad je nastala.



## Izmena strane



Stranu možete izmeniti prema svojim potrebama tako što ćete ispod naziva preći mišem, da bi vam postale vidljive opcije *Uredi*, *Brza izmena*, *Otpad*, *Pogledaj*. Izaberite opciju *Uredi* da bi ste ušli na stranu i mogli da je preimenujete, unesete tekst ili neki drugi sadržaj i izvršite podešavanja. Pri ulasku na Uređivač strane dobićete posebno polje za naslov strane u gornjem delu radnog prostora, a u sredini je polje za unos teksta, iznad kojeg je tekstualni uređivač. Iznad uređivača su ikonice za dodavanje medijskih i drugih sadržaja u stranu, kao i u članak (slike, video-zapisa, zvučnog zapisa, tekstualnog dokumenta, glasanja). Desno od njih su dve ponude za režim Vidljivo i Text (HTML) - režim. Desno od polja za unos teksta postoji polje za unos broja kojim određujete poredak tj. raspored strana, od 0 pa nadalje. Odmah iznad je i ponuda za utvrđivanje šablona i samostalnosti strane tj. izbor da li je strana roditeljska ili zavisna od roditeljske (podstrana). Iznad toga je dugme za

čuvanje, odnosno ažuriranje, na koga ćete kliknuti kada promenite nešto, odnosno kad kreirate stranu.

### Dodavanje nove strane

Za dodavanje nove strane iz menija *Strane* izaberite opciju *Dodaj novu*. Na isti način kao i pri izmeni zadate strane, možete uneti naslov i tekst (sadržaj). U polju sa desne strane podesite osobine strane: odredite raspored (poredak), šablon i samostalnost strane (roditelj) - da li je strana samostalna ili je podstrana (ima roditeljsku stranu). Stranu možete sačuvati klikom na dugme *Sačuvaj nacrt* (ali bez objavljivanja), pogledati pre objavljivanja klikom na dugme *Pogled*, a zatim je možete objaviti klikom na dugme *Objavi* (time de postati vidljiva na Internetu).

### Tekstualni uređivač

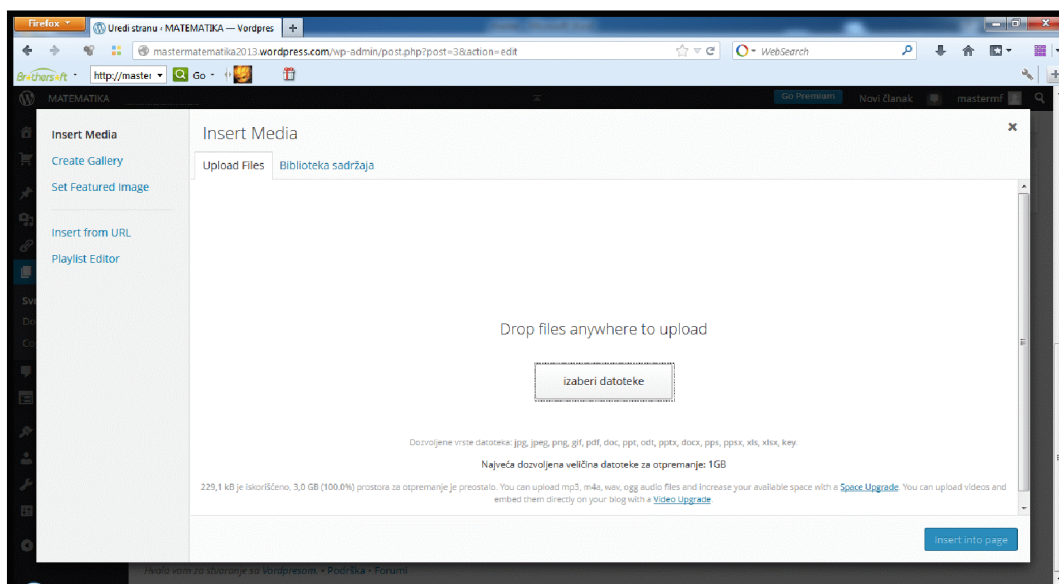
Tekstualni uređivač koji će vam se pojaviti i kod uređivanja i kod kreiranja strana ima dva reda ponuda. Prvi put će se otvoriti samo jedan red. Da bi se aktivirao i drugi red treba kliknuti na poslednju ikonicu u prvom redu, koja omogućava i naprednu, drugu liniju sa latkama. Alatke uređivača su poznate iz Worda. Tu su u prvom redu: alatke za podebljavanje, kosa i precrtana slova (B, I, ABC); za dve vrste nabravanja (tačkama i brojevima); citiranje; sve četiri vrste poravnanja (desno, levo, sredina, obostrano – ovo poslednje u drugom redu); za linkovanje i otkazivanje linka (*ikonice s lancem*); za gramatičko-jezičke korekturu; za prikaz celog ekrana. U drugom redu su: alatke za oblik i veličinu slova, malo drugačije nego u Wordu; alatka za podvlačenje slova, paleta sa bojama, koju pokrećete iz padajućeg menija pored velikog slova A; tri alatke za nalepljivanje teksta i uklanjanje njihovog oblikovanja (dve ikonice fascikle i gumice); umetanje simbola i nestandardnih oznaka; uvlačenje reda; strelice za povratak nazad i ponavljanje naredne akcije; na kraju je prečica za pomoć.

## Link (veza)

Link se može umetnuti, i kod uređivanja i kod kreiranja strana, tako što se prvo označi jedna ili više reči, a može i slika ili simbol, koji želite da postane veza do nekog drugog mesta na Internetu, ili na blogu. Zatim kliknite na ikonicu sa lancem, u prvom redu uređivača teksta.

Otvoriće se novi prozor Umetni / uredi vezu, u koji treba upisati URL-adresu. U sledećem polju možete uneti naslov veze. To je reč ili skup reči koje će se pojavljivati kad mišem pređete preko linkovane reči, pre nego što kliknete na nju. Ovo polje se ne mora popunjavati. Ispod je kvadratić, čijim označavanjem određujete da li će se veza otvarati u novom prozoru. U poslednjem polju je data mogućnost da se postojeća reč poveže sa drugim sadržajem na blogu. Na kraju se veza sačuva klikom na dugme *Ažuriraj*.

## Dodavanje multimedijalnog sadržaja



- Da bi ste dodali multimedijalni sadržaj (sliku, video, zvuk, dokument, prezentaciju...) na stranu bloga, kliknite na dugme Dodaj sadržaj
- Potrebno je da odaberete opciju Insert Media, zatim karticu Upload Files i kliknete na dugme izaberi datoteke da bi ste otpremili (*upload-ovali*) datoteku.
- Može se umetnuti (otpremiti) datoteke čiji su formati: jpg, jpeg, png, gif, pdf, doc, ppt, odt, pptx, docx, pps, pptx, xls, xlsx.
  - Najveća veličina datoteke za otpremanje je 1 GB.

## 3.4. Dodavanje matematičkih sadržaja

### 3.4.1. Wordpress i LaTeX

WordPress podržava pisanje matematičkih formula i izraza jednostavnim korišćenjem LaTeX-a. Željena formula se piše u okviru editora u obliku

**\$latex latex-kod-željenog-matematičkog-izraza\$**

Na primer LaTeX formula:

`$latex a=\log_{14} 2=\frac{1}{\log_2 14}=\frac{1}{\log_2 (7*2)}=\frac{1}{\log_2 7+\log_2 2}=\frac{1}{\log_2 7+1}$`

daće nam na odgovarajućoj strani bloga izraz:

$$a = \log_{14} 2 = \frac{1}{\log_2 14} = \frac{1}{\log_2 (7*2)} = \frac{1}{\log_2 7 + \log_2 2} = \frac{1}{\log_2 7 + 1}$$

Ako vaš LaTeX kod sadrži neku grešku, umesto željene matematičke formule pojavice se poruka o grešci.

**Formula does not parse**

WordPress koristi standardni LaTeX sa sledećim paketima: amsmath, amfonts, i amssymb. Pa ako pokušate da koristite LaTeX koji ne radi u okruženju iz matematike (kao što je `\begin { align } ... \end { align }`) u okviru WordPress-a takođe ćete dobiti poruku o grešci.

## 3.4.2. Izgradnja matematičkih formula u LaTeX-u

TeX i LaTeX su programski paketi za obradu teksta na računaru.

TeX je kreirao Donald E. Knuth krajem sedamdesetih godina. Ovaj program ima kao osnovni cilj pripremu materijala koji sadrži matematičke formule, ali ne zaostaje ni za drugim programima za obradu teksta.

Da bi se prevazišla komplikovana upotreba TeX-a, Leslie Lamport je početkom osamdesetih razvio program LaTeX koji predstavlja ekstenziju TeX-a. Zapravo, to je tzv. makro paket čije su komande definisane pomoću niza komandi TeX-a.

Poznavanje TeX-a nije neophodno da bi se koristio LaTeX, tako da se u LaTeX-u može uraditi sve što može u TeX-u, ali i više od toga i znatno lakše.

Najveća motivaciona snaga za Donalda Knuth-a, kada je počeo da razvija originalni TeX sistem, bio je da se stvori nešto što dozvoljava jednostavno izgradnju matematičkih formula. LaTeX je kasnije postao toliko popularan u naučnim krugovima što ide u prilog činjenici da je on uspeo u tome.

Matematika ima mnogo simbola. Postoji, naravno, skup simbola kojima se može direktno pristupiti sa tastature:

+ - = ! / ( ) [ ] < > | ' : ...

Ali osim osim njih različite komande moraju da se izdaju da bi se prikazali ostali matematički simboli.
















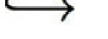
















Evo spiska nekih osnovnih komandi koje se koriste u LaTeX-u da bi se došlo do odgovarajućih matematičkih simbola i operacija:

```
\arccos  \arcsin  \arctan  \arg      \cos      \cosh      \cot  
\coth    \csc      \deg      \det      \dim      \exp      \gcd  
\hom     \inf      \ker      \lg       \lim      \liminf   \limsup  
\ln      \log      \max      \min      \Pr       \sec      \sin  
\sinh    \sup      \tan      \tanh
```

$\widetilde{abc}$	<code>\widetilde{abc}</code>	$\widehat{abc}$	<code>\widehat{abc}</code>
$\overleftarrow{abc}$	<code>\overleftarrow{abc}</code>	$\overrightarrow{abc}$	<code>\overrightarrow{abc}</code>
$\overline{abc}$	<code>\overline{abc}</code>	$\underline{abc}$	<code>\underline{abc}</code>
$\overbrace{abc}$	<code>\overbrace{abc}</code>	$\underbrace{abc}$	<code>\underbrace{abc}</code>
$\overbrace{xyz}^{\overbrace{abc}}$	<code>\overbrace{abc}^{\{xyz\}}</code>	$\underbrace{abc}_{xyz}$	<code>\underbrace{abc}_{\{xyz\}}</code>
$\sqrt{abc}$	<code>\sqrt{abc}</code>	$\sqrt[n]{abc}$	<code>\sqrt[n]{abc}</code>
$f'$	<code>f'</code>	$\frac{abc}{xyz}$	<code>\frac{abc}{xyz}</code>

$\Gamma$	$\Delta$	$\Theta$	$\Lambda$	$\Xi$
<code>\Gamma</code>	<code>\Delta</code>	<code>\Theta</code>	<code>\Lambda</code>	<code>\Xi</code>
$\Pi$	$\Sigma$	$\Upsilon$	$\Phi$	$\Psi$
<code>\Pi</code>	<code>\Sigma</code>	<code>\Upsilon</code>	<code>\Phi</code>	<code>\Psi</code>
$\Omega$				
<code>\Omega</code>				
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$
<code>\alpha</code>	<code>\beta</code>	<code>\gamma</code>	<code>\delta</code>	<code>\epsilon</code>
$\varepsilon$	$\zeta$	$\eta$	$\theta$	$\vartheta$
<code>\varepsilon</code>	<code>\zeta</code>	<code>\eta</code>	<code>\theta</code>	<code>\vartheta</code>
$\iota$	$\kappa$	$\lambda$	$\mu$	$\nu$
<code>\iota</code>	<code>\kappa</code>	<code>\lambda</code>	<code>\mu</code>	<code>\nu</code>
$\xi$	$\omicron$	$\pi$	$\varpi$	$\rho$
<code>\xi</code>	<code>\omicron</code>	<code>\pi</code>	<code>\varpi</code>	<code>\rho</code>
$\varrho$	$\sigma$	$\varsigma$	$\tau$	$\upsilon$
<code>\varrho</code>	<code>\sigma</code>	<code>\varsigma</code>	<code>\tau</code>	<code>\upsilon</code>
$\phi$	$\varphi$	$\chi$	$\psi$	$\omega$
<code>\phi</code>	<code>\varphi</code>	<code>\chi</code>	<code>\psi</code>	<code>\omega</code>

$\leq$	<code>\leq</code>	$\geq$	<code>\geq</code>	$\equiv$	<code>\equiv</code>
$\prec$	<code>\prec</code>	$\succ$	<code>\succ</code>	$\sim$	<code>\sim</code>
$\preceq$	<code>\preceq</code>	$\succeq$	<code>\succeq</code>	$\simeq$	<code>\simeq</code>
$\ll$	<code>\ll</code>	$\gg$	<code>\gg</code>	$\asymp$	<code>\asymp</code>
$\subset$	<code>\subset</code>	$\supset$	<code>\supset</code>	$\approx$	<code>\approx</code>
$\subseteq$	<code>\subseteq</code>	$\supseteq$	<code>\supseteq</code>	$\cong$	<code>\cong</code>
$\sqsubset$	<code>\sqsubset</code>	$\sqsupset$	<code>\sqsupset</code>	$\neq$	<code>\neq</code>
$\sqsubseteq$	<code>\sqsubseteq</code>	$\sqsupseteq$	<code>\sqsupseteq</code>	$\dot{=}$	<code>\doteq</code>
$\in$	<code>\in</code>	$\ni$	<code>\ni</code>	$\notin$	<code>\notin</code>
$\vdash$	<code>\vdash</code>	$\dashv$	<code>\dashv</code>	$\mid$	<code>\mid</code>
$\models$	<code>\models</code>	$\perp$	<code>\perp</code>	$\Join$	<code>\Join</code>
$\parallel$	<code>\parallel</code>	$\bowtie$	<code>\bowtie</code>	$\propto$	<code>\propto</code>
$\smile$	<code>\smile</code>	$\frown$	<code>\frown</code>	$\cdot$	<code>:</code>
$\sphericalangle$	<code>&lt;</code>	$\sphericalangle$	<code>&gt;</code>	$\equiv$	<code>=</code>

	<code>\leftarrow</code>		<code>\longleftarrow</code>
	<code>\Lleftarrow</code>		<code>\Longleftarrow</code>
	<code>\rightarrow</code>		<code>\longrightarrow</code>
	<code>\Rrightarrow</code>		<code>\Longrightarrow</code>
	<code>\leftrightarrow</code>		<code>\longleftrightarrow</code>
	<code>\Leftrightarrow</code>		<code>\Longleftrightarrow</code>
	<code>\mapsto</code>		<code>\longmapsto</code>
	<code>\hookleftarrow</code>		<code>\hookrightarrow</code>
	<code>\leftharpoonup</code>		<code>\rightharpoonup</code>
	<code>\leftharpoondown</code>		<code>\rightharpoondown</code>
	<code>\leftrightharpoons</code>		<code>\leadsto</code>
	<code>\uparrow</code>		<code>\downarrow</code>
	<code>\Uparrow</code>		<code>\Downarrow</code>
	<code>\updownarrow</code>		<code>\Updownarrow</code>
	<code>\nwarrow</code>		<code>\nearrow</code>
	<code>\swarrow</code>		<code>\searrow</code>

(	(	)	)
[	[	]	]
{	\{	}	\}
↑	\uparrow	↓	\downarrow
⇑	\Uparrow	⇓	\Downarrow
↕	\updownarrow	↕	\Updownarrow
⌊	\lfloor	⌋	\rfloor
⌈	\lceil	⌉	\rceil
⟨	\langle	⟩	\rangle
/	/	\	\backslash
			\

$\Sigma$	<code>\sum</code>	$\bigcap$	<code>\bigcap</code>	$\bigodot$	<code>\bigodot</code>
$\prod$	<code>\prod</code>	$\bigcup$	<code>\bigcup</code>	$\bigotimes$	<code>\bigotimes</code>
$\coprod$	<code>\coprod</code>	$\bigsqcup$	<code>\bigsqcup</code>	$\bigoplus$	<code>\bigoplus</code>
$\int$	<code>\int</code>	$\bigvee$	<code>\bigvee</code>	$\biguplus$	<code>\biguplus</code>
$\oint$	<code>\oint</code>	$\bigwedge$	<code>\bigwedge</code>		

## ***4. Dodavanje sadržaja u Wordpress-u***

### *Logaritmi - druga godina Gimnazije*

U gimnazijama se sa izučavanjem logaritama kreće u drugoj godini, kada se profesori uglavnom susreću sa poteškoćama da učenicima objasne šta su logaritmi i zašto ih uopšte učimo. Zato se učenici uglavnom "plaše" logaritama, čija suština im obično ostane potpuna nepoznanica, pa se njihovo učenje obično svede na prosto memorisanje i reprodukovanje formula, pravila i uslova vezanih za logaritme. Logaritmi učenici smatraju jako teškim i uglavnom ni ne pokušavaju da razumeju šta oni zapravo predstavljaju.



Da bismo logaritme, kao i sve ostale matematičke sadržaje, približili učenicima danas od velike koristi bi bilo kreiranje web materijala koji bi učenicima bio stalno dostupan i koji bi na jasan i koncizan način davao učenicima sve potrebne informacije, počevši od istorije logaritama- zašto se uopšte pojavljaju i čemu služe, preko osnovnih do složenijih primera, kao i zadataka za vežbu. Sve to možemo na krajnje jednostavan način uraditi uz pomoć WordPress-a.

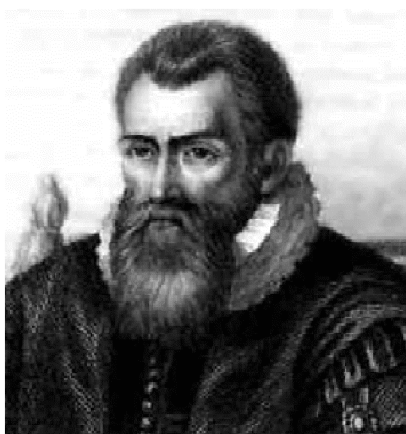
Takođe se uz pomoć bloga može napraviti nešto drugačiji pristup nastavi matematike od onog koji se u praksi koristi tokom srednjoškolskog obrazovanja. Na blogu se mogu predstaviti jednostavni dokazi, jer lično smatram, da oni u velikoj meri mogu pomoći kako talentovanim i učenicima zainteresovanim za matematičke sadržaje, tako i učenicima koji na matematiku gledaju kao skup formula pomoću kojih se rešavaju zadaci. Prava čar matematike učenicma srednjih škola obično je prikrivena i svim studentima matematike koji su na fakultet došli iz "običnih"

gimnazija na početku je matematička teorija delovala tako lepo, a tako zastrašujuće. Istovremeno, mislim da sami dokazi često mogu pomoći učenicima da shvate zbog čega nešto važi i mogu im ukazati kako da zapamte „krajnju formulu“.

Kako smo kreirali web-stranicu ***mastermatematika2013.wordpress.com***, sada možemo preći na dodavanje sadržaja u okviru nje. Na već spomenuti način, u okviru predhodnih poglavlja, kreiraćemo svaku novu stranu i jednostavno dodati željeni sadržaj.

## 4.1. Prva strana

### ***Istorija logaritama***



John Napier, britanski matematičar (1550-1617)

Napierovo osnovno matematičko delo je otkriće logaritama koje mu je odnelo oko dvadeset godina neprekidnog rada. Svoje otkriće objavio je u Edinburgu 1614. u delu *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (Opis vanrednog zakona logaritama). Na engleski jezik preveo ga je Wright (Edvard Wright, 1500 - 1615) i objavio u Londonu 1616. Ponovno posthumno izdanje latinskog teksta iz 1619. sadrži i *Mirifici logarithmorum canonis constructio* (Konstrukcija vanrednog zakona logaritama), koja daje postupke konstrukcije tablica prvog izdanja.

Kao i Wright, i Briggs (Henry Briggs, 1561 - 1631) se zanimao za Napierovo otkriće. Zahvaljujući njemu nastale su tablice dekadnih logaritama koje su i danas u upotrebi. Retko se događalo da se jedno otkriće raširi tolikom brzinom. Od 1614. do

1631. štampano je više od dvadeset djela o ovom pitanju. Nezavisno od Napiera, logaritme je otkrio Burgi (Jost Burgi, 1552 -1632), švajcarski proizvođač satova.

Naziv „logaritam“ potiče od Nepera, a znači u prevodu sa grčkog „broj razmere“ λογος (logos) - razmera i αριθμος (arithmos) što predstavlja broj. Znak za logaritam je 1624. godine uveo Kepler ( Log ), odnosno osam godina kasnije Kavaljeri ( log ).

Logaritme su odmah prihvatili matematičari jer su se pomoću njih bitno uprošćavala dugotrajna i naporna izračunavanja koja su u to doba bila neophodna, pre svega za razvoj pomorstva i astronomije. Francuski matematičar Laplas je govorio da je pronalazak logaritama produžio život onima koji moraju mnogo da računaju. Pored svoje upotrebe u računicama, logaritmi su popunili važno mesto u višoj, teoretskoj matematici.

## 4.2. Druga strana:

### **Šta su to logaritmi?**

Ako želimo da rešimo šta je  $x$  u jednakosti  $2^x=8$ , dolazimo do definicije logaritma.  
 $x=\log_2 8$  - što čitamo "x je logaritam broja 8 za osnovu 2".

Dakle, logaritam broja  $b$  za osnovu  $a$  je realan broj  $x$  kojim treba stepenovati osnovu  $a$  da bi se dobilo pozitivan broj  $b$ . ( $a > 0, a \neq 1$ ), tj.

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$$

Eksponencijalna i logaritamska funkcija su međusobno inverzne funkcije!

**Važno** najčešći uslovi koje moramo postaviti:

$$a \in \mathbb{R}, a \neq 1, a > 0 \text{ i}$$

$$b > 0$$

$b$ -se zove numerus (argument), a  $a$  je osnovu (baza)

### **Primeri:**

1. Izračunaj  $\log_2 4$ .

Kod datog logaritma osnova  $a=2$ , a argument je 4.  
Ako je  $\log_2 4=x$  onda je  $2^x=4$ , tj.  $2^x=2^2$   
pa je  $x=2$ .

*Dakle traženo rešenje je*  
 $\log_2 4=2$

---

*2. Izračunaj  $\log_5 125$ .*

Kod datog logaritma osnova  $a=5$ , a argument je 125.  
Ako je  $\log_5 125=x$  onda je  $5^x=125$ , tj.  $5^x=5^3$   
pa je  $x=3$ .

*Dakle traženo rešenje je*  
 $\log_5 125=3$

---

*3. Izračunaj  $\log_3 81$ .*

Kod datog logaritma osnova  $a=3$ , a argument je 81.  
Ako je  $\log_3 81=x$  onda je  $3^x=81$ , tj.  $3^x=3^4$   
pa je  $x=4$ .

*Dakle traženo rešenje je*  
 $\log_3 81=4$

## 4.3. Treća strana

### **Vrste logaritama**

Baza logaritma ( $a$  u zapisu  $\log_a b = x$ ) može biti bilo koji pozitivni broj različit od 1.

S obzirom na bazu logaritma razlikujemo :

1) dekadne logaritmi

2) prirodne logaritme

**Dekadni, obični ili Briggsovi logaritmi su logaritmi sa bazom 10 ( $a=10$ ).**

Oznaka: **logx**

Po dogovoru, kada se radi o bazi 10, onda se baza ne piše.

Npr.  $\log_{10} 32 = \log 32$

**Prirodni ili Neperovi logaritmi su logaritmi sa bazom  $e$  ( $a=e$ ).**

Broj  $e$  je iracionalan broj i iznosi  $e = 2.7182818...$

Oznaka:  $\ln x$

Umesto da pišemo  $\log_e x$ , to kraće možemo pisati kao  $\ln x$  (logarithmus naturalis)

Npr.  $\log_e 5.7 = \ln 5.7$

## 4.4. Četvrta strana

### **Pravila logaritmovanja**

**1)** Neka je  $M > 0$  i

$$\log_a M = m$$

$$M = a^m$$

$$M = a^{\log_a M}$$

$$a^{\log_a M} = M$$

**2)**  $a^0 = 1$

pa je:

$$\log_a 1 = 0$$

$$3) a^1 = a$$

pa je:

$$\log_a a = 1$$

#### 4) Logaritam proizvoda

Neka je  $M > 0$  i  $N > 0$ ,  $a$

$$\log_a M = m \text{ i } \log_a N = n$$

$$M = a^m \text{ i } N = a^n$$

$$MN = a^{m+n}$$

$$\log_a MN = m+n$$

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

Napomena. Ovo se pravilo može primjeniti i na proizvod više činilaca.

$$\log_a MNPQ = \log_a (MN) (PQ) = \log_a MN + \log_a PQ = \log_a M + \log_a N + \log_a P + \log_a Q$$

#### 5) Logaritam količnika

Neka je  $M > 0$  i  $N > 0$ ,  $a$

$$\log_a M = m \text{ i } \log_a N = n$$

$$M = a^m \text{ i } N = a^n$$

$$\frac{M}{N} = a^{m-n}$$

$$\log_a \frac{M}{N} = m - n$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

## 6) Logaritam stepena

Neka je  $M > 0$ , a

$$\log_a M = m$$

$$M = a^m$$

Ako stepenujemo ovu jednakost sa  $k$ , dobićemo

$$M^k = a^{km}$$

$$\log_a M^k = km$$

$$\log_a M^k = k \log_a M$$

## 7) Logaritam stepena osnove

Neka je  $M > 0$ , a

$$\log_a M = m$$

$$M = a^m$$

Ako stepenujemo ovu jednakost sa  $k$ , dobićemo

$$M^k = a^{km}$$
$$\log_a^k M^k = m$$
$$k \log_a^k M = \log_a M$$

$$\log_a^k M = \frac{1}{k} \log_a M$$

## 8) Logaritam korena

Kako svaki koren možemo napisati u obliku stepena čiji je izložilac razlomak, pa ćemo logaritam korena odrediti neposredno primenom pravila za logaritam stepena.

Stoga je:

$$\log_a \sqrt[k]{M} = \log_a M^{\frac{1}{k}} = \frac{1}{k} \log_a M$$

## Primeri:

1. Izračunaj  $\log_2 4$ .

Kod datog logaritma osnova  $a=2$ , a argument je 4.  
Ako je  $\log_2 4=x$  onda je  $2^x=4$ , tj.  $2^x=2^2$

pa je  $x=2$ .

*Dakle traženo rešenje je*  
 $\log_2 4=2$

---

2. Izračunaj  $\log_5 125$ .

Kod datog logaritma osnova  $a=5$ , a argument je 125.  
Ako je  $\log_5 125=x$  onda je  $5^x=125$ , tj.  $5^x=5^3$   
pa je  $x=3$ .

*Dakle traženo rešenje je*  
 $\log_5 125=3$

---

3. Izračunaj  $\log_3 81$ .

Kod datog logaritma osnova  $a=3$ , a argument je 81.  
Ako je  $\log_3 81=x$  onda je  $3^x=81$ , tj.  $3^x=3^4$   
pa je  $x=4$ .

*Dakle traženo rešenje je*  
 $\log_3 81=4$

## 4.5. Peta strana

### **Promena osnove logaritama**

1) Neka je  $M > 0$ ,  $a$   
 $\log_a M = m$   
 $M = a^m$

Ako tražimo  $\log_M a$ ,  
neka je  $\log_M a = x$   
tada je  $a = M^x$   
pa je  $a = (a^m)^x$   
 $mx = 1$   
 $(\log_a M)(\log_M a) = 1$

$$\log_M a = \frac{1}{\log_a M}$$

2) Neka je  $M > 0$ ,  $a$   
 $\log_a M = m$   
tada je  $M = a^m$   
 $\log_b a = k$   
tada je  $a = b^k$   
 $\log_b M = n$   
tada je  $M = b^n$

Kako je  $M = a^m$  i  $a = b^k$

onda je  $M = (b^k)^m$   
a pošto je  $M = b^n$   
onda je  $b^n = b^{k^m}$   
 $m = \frac{n}{k}$

pa je:

$$\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$$

## Primeri:

1. Ako je  $\log_{12}2=a$ .

Koliko je  $\log_616$ ?

$$\begin{aligned} a = \log_{12} 2 &= \frac{1}{\log_2 12} = \frac{1}{\log_2(2 \cdot 6)} = \\ &= \frac{1}{\log_2 2 + \log_2 6} = \frac{1}{1 + \log_2 6} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 1 + \log_2 6 = \frac{1}{a}$$

$$\log_2 6 = \frac{1}{a} - 1$$

$$\begin{aligned} \log_6 16 &= \log_6 2^4 = 4 \log_6 2 = \\ &= 4 \frac{1}{\log_2 6} = 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{a} - 1\right)} = 4 \frac{1}{\frac{1-a}{a}} = 4 \frac{a}{1-a} \end{aligned}$$

Dakle traženo rešenje je

$$\log_6 16 = 4 \frac{a}{1-a}$$

---

2. Ako je:  $\log_{14}2=a$

koliko je  $\log_{49}32$ ?

$$a = \log_{14} 2 = \frac{1}{\log_2 14} = \frac{1}{\log_2 (7 \cdot 2)} = \frac{1}{\log_2 7 + \log_2 2} = \frac{1}{\log_2 7 + 1}$$

$$\Rightarrow \log_2 7 + 1 = \frac{1}{a}$$

$$\log_2 7 = \frac{1}{a} - 1$$

$$\log_{49} 32 = \log_{7^2} 2^5 = \frac{5}{2} \log_7 2 = \frac{5}{2 \log_2 7} = \frac{5}{2 \left( \frac{1}{a} - 1 \right)} = \frac{5}{\frac{2}{a} - 2} = \frac{5}{\frac{2}{a} - \frac{2a}{a}} = \frac{5a}{2 - 2a}$$

Dakle traženo rešenje je

$$\log_{49} 32 = \frac{5a}{2 - 2a}$$

---

3. Dokazati da je:

$$\begin{aligned}
\frac{\log_a N}{\log_{ak} N} &= \frac{\log_a N}{\frac{1}{\log_N ak}} = \\
&= \log_a N \cdot \log_N ak = \\
&= \log_a N (\log_N a + \log_N k) = \\
&= \log_a N \cdot \log_N a + \log_a N \cdot \log_N k = \\
&= \log_a N \frac{1}{\log_a N} + \log_a N \cdot \frac{\log_a k}{\log_a N} = \\
&= 1 + \log_a k
\end{aligned}$$

## 5. Zaključak

*„Matematika, kad je čovek dobro shvati, sadrži ne samo istinu već i najvišu lepotu.“*, rekao je Rasel. To razumevanje, intuitivno shvatanje i poimanje matematike treba približiti učenicima i ukazati im na lepotu koju matematika, kao takva, sa sobom nosi.

Profesori treba da postanu svesni višestruke koristi koju će doneti razvoj i upotreba različitih multimedijalnih materijala u nastavi, kao što je povećanje interesa učenika zbog modernog načina prezentacije gradiva i mogućnosti interaktivne provere znanja, takođe davanje većeg broja primera, grafičkih primera i animacija koje su bliske učenicima i znatno unapređuju njihovo razumevanje nastavne teme. Ono što karakteriše inovativnu i modernu, savremenu nastavu matematike je to što učenici postaju subjekat nastavnog procesa, a njena suštinska usmerenost je ka razvoju mentalnih, posebno misaonih sposobnosti i celovite ličnosti učenika. Uz korišćenje web materijala u nastavi matematike kod učenika se javlja snažna motivacija, pa profesori treba da imaju ulogu organizatora, konsultanta i rukovodioca učenja.

Rigidni nastavni planovi sa dominantnom ulogom profesora i formatalnim oblikom rada sputavaju učeničku aktivnost, stvaralačku i kreativnu sposobnost, radoznalost, oštromnost. Tradicionalna škola mora biti prevaziđena školom koja počiva na novim tehnologijama. Stoga se nadam da će se u budućnosti u mnogo većoj meri koristiti web materijali, i Internet uopšte, što će znatno unaprediti časove matematike. Takođe je važno da se i sami profesori edukuju na koji način da približe učenicima matematiku i sve one esencijalne matematičke sadržaje, kako da naprave kvalitetne web materijale ili da koriste već postojeće. Za to je potrebno

posedovanje osnovne kompjuterske pismenosti. Profesori mogu da upotrebljavaju i već postojeće web materijale, softvere ili multimedijalne prezentacije. Profesori koji su bolje upućeni u računarske tehnologije mogu samostalno da kreiraju multimedijalne materijale i da ih postavljaju na Internet tako da ih učenicima učine dostupnim u svako doba.

Ogromna ponuda sadržaja na Internetu zahteva puno rada i vremena za pretraživanje, selekciju, sređivanje i pripremu materijala. Zato se, naročito profesori matematike, moraju truditi da prodru u suštinu i srž, razdvajajući bitno od sporednog, razvijajući pravilno rasuđivanje, logičko mišljenje, samostalno zaključivanje, sposobnost analize problema i njegovog dekomponovanja, kreirajući kvalitetne, koncizne, jasne i sadržajne web materijale koji će biti dostupni učenicima i koji će im matematiku učiniti znatno bližom i zanimljivijom.

Uvođenjem novina u nastavu matematike podiže se kvalitet i korisnost našeg rada, učenicima nastava postaje zanimljivija, a time su moguća i bolja obrazovna postignuća. Dakle, pravilna i promišljena primena tehnologije, u ovom slučaju – kreiranje i upotreba web materijala, može znatno unaprediti nastavu matematike.

## 6. Literatura

1. Miroslava Ristić, Komunikacija u procesu učenja na daljinu Zbornik radova, Razvijanje komunikacionih kompetencija nastavnika i učenika, Pedagoški fakultet Jagodina, 2007.
2. Metodika primene multimedije u nastavi, Elektronski časopis za nastavnike "Partner u učenju", januar 2011
3. Živorad Ivanović, Srđan Ognjanović MATEMATIKA 2, Zbirka zadataka i testova za II razred gimnazija i tehničkih škola, Krug, Beograd, 2002.
4. Dušan Georgijević, Milutin Obradović, 4 MATEMATISKOP 4, Zbirka rešenih zadataka za drugi razred srednjih škola, Matematiskop, Beograd, 2000.
5. <http://matematiranje.in.rs/>
6. <http://nadicakusic.wordpress.com/>
7. Metodika i komunikacija elektronskog obrazovanja.  
<http://www.carnet.hr/referalni/obrazovni/mkod/komunikacija/vjestine.html>

8. Elektronski časopis za nastavnike “ Partner u učenju”

<http://pilcasopis.wordpress.com>

9. Nikola Klem, Računarstvo i informatika za II razred gimnazije, Zavod za udžbenike, Beograd, 2011.

10. <http://matistorijskecinjenice.wordpress.com/>