Математички факултет

Универзитет у Београду

МАСТЕР РАД

Увођење полинома у старијим разредима основне школе

Студент: Милица Петровић

Београд,

2016.

Ментор: проф. др Александар Липковски, ред. проф.

Чланови комисије: проф. др Милан Божић, ванр. проф.

др Драгана Тодорић, доцент

Садржај

Увод

Полиноми у математици имају веома важну улогу за постављање темеља ради даљег школовања и развијања математичких способности уопште. Кроз школовање се темељно и поступно упознаје са полиномима, од врло једноставних једначина с једном непознатом, до сложених математичких проблема. Ученици се релативно рано сусрећу с полиномима, већ у 7. разреду основне школе. Наставним планом и програмом Републике Србије за основне школе прописано је да се у овом разреду обрађују полиноми и рад са њима. Предвиђено је да се ученици 7. разреда упознају с најосновнијим дефиницијама и својствима полинома, као што су сабирање, одузимање и множење полинома.

Полиноми као такви су веома битни за решавање математичких проблема, јер се са њима ученици често сусрећу и користе их за друге области математике, као што су једначине, функције и слично.

Из ових разлога је битно да се ученици детаљно упознају са полиномима и радом са њима.

Полиноми

Полином је израз који је сачињен од једне или више променљивих и константи, коришћењем операција сабирања, одузимања, множења и степеновања позитивним целим степенима.

Префикс **поли** – води порекло од грчке речи *полис*, што значи *много*.

<u>Пример:</u> $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d; \qquad a, b, c, d \in R$

$P(x)$ је само један од примера полинома. a, b, c, d су константе из скупа реалних бројева, које још називамо и коефицијентима, а x је променљива која може бити степенована било којим природним бројем.

Међу полиномима посебно се издвајају мономи, биноми и триноми.

Мономи

Мономи су полиноми у којима се од рачунских операција користи само множење. Дакле, мономи су изрази које добијамо од знакова бројева, знакова променљивих и знака за множење $(\cdot)$.

Префикс **моно** – води порекло од грчке речи *монос*, што значи *један*, *једини*. Често кажемо да су мономи једночлани полиноми.

Бројевна константа у моному назива се коефицијентом тог монома. Коефицијент монома може бити било који број, укључујући разломке, ирационалне и негативне бројеве. Свака променљива може имати константан позитиван цео број као експонент. Експонент над променљивом у моному је степен те променљиве у моному. Како је $x = x^1$, степен промењиве без записаног експонента је један. Степен целог монома је збир степени сваке промењиве у њему.

<u>Пример:</u>

У табели су приказани примери монома, њихови коефицијенти, степени, као и степени њихових промењивих.

Мономи	Коефицијент монома	Степен монома	Степен промењиве x	Степен промењиве y	Степен промењиве z
$3x^2$	3	2	2	0	0
$-5x^3y^3$	-5	6	3	3	0
$\frac{2}{3}xy^2$	$\frac{2}{3}$	3	1	2	0
$\sqrt{7}x^5yz^4$	$\sqrt{7}$	10	5	1	4

Моном без промењивих се назива константним мономом, или просто константом. Степен костантног монома је 0. За мономе који се разликују само у коефицијенту (који имају једнаке ”словне“ делове) кажемо да су слични. Ако су коефицијенти два слична монома супротни бројеви, тада кажемо да су то супротни мономи.

Пример:

$4; -\frac{1}{5}; 2.5; \sqrt{2}$ – константни мономи

$\frac{4}{5}x$ и $-3x$; $1.9a^3$ и $7a^3$; $2ab^3$ и $6ab^3$ – слични мономи

$2x$ и $-2x$; $\frac{2}{3}xy$ и $-\frac{2}{3}xy$; $1.5x^3y^2$ и $-1.5x^3y^2$ – супротни мономи

Уобичајено је да при писању монома (и полинома генерално) коефицијент пишемо на првом месту, док на другом, за њим следи променљива. Без обзира на број променљивих у моному, заједно са коефицијентом чине једночлани израз.

Биноми

Полином сачињен од два неслична монома називамо биномом, дакле, ако су A и B два неслична монома, онда израз A + B називамо биномом, а за мономе A и B кажемо да су чланови бинома A + B.

Пример:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 7x^3 \\ 1.5a^5 - 3.2b^2 \\ \sqrt{3}m + \sqrt{2}n \\ \frac{1}{5}x^4 - \frac{2}{3}x^2 \end{array}\right\} \text{биноми}$$

Пример:

$3x^3 + 4x^3$ није бином, јер су $3x^3$ и $4x^3$ слични мономи, па се као такви могу сабрати и свести на моном $7x^3$.

Префикс **би** – води порекло од латинске речи *бис*, што значи *двапут*. Често кажемо да су биноми двочлани полиноми.

Триноми

Ако су A, B и C три неслична монома, онда израз A + B + C називамо триномом, а за мономе A, B и C кажемо да су чланови тринома A + B + C. Често кажемо да су триноми трочлани полиноми.

Пример:

$$\left.\begin{array}{l} x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 0.5; \\ a + b + c; \\ \frac{3}{7}m - m^2 + m^2 n \end{array}\right\} \text{триноми}$$

Рад са полиномима

Полиноми се, као што је већ речено, састоје од монома и примене рачунских операција сабирања и одузимања. Мономе још називамо и члановима полинома. Обично се записују у таквом облику да чланови вишег степена долазе пре оних нижег степена. Степен полинома представља највећи степен међу његовим члановима.

Полином степена један се назива линеарни, полином степена два се назива квадратни, а онај степена три се назива кубни. Полином чији члан највишег степена има коефицијент 1 је моничан.

<u>Пример:</u>

Нека су дати полиноми:

$P(x) = 3x^5 + 5x^4 - 2x^2 - 9x + 7,\quad M(x) = x^7 - 2x^5 + 4x^3 - x^2 + 1,\quad L(x) = 10x + 5,$

$Q(x) = \frac{2}{5}x^2 - x - 4,\quad R(x) = 0.5x^3 + x - \frac{1}{3}.$

Степен полинома $P(x)$ је 5. Степен полинома $M(x)$ је 7, а како је коефицијент уз моном највећег степена 1, $M(x)$ је моничан полином.

Полином $L(x)$ је линеарни полином, јер је његов степен 1. Полином $Q(x)$ је степена 2 и такав полином се назива квадратни. $R(x)$ је полином трећег степена и назива се кубни полином.

Израз који се може трансформисати у полином кроз низ примена комутативних, асоцијативних и дистрибутивних закона се обично и сам сматра полиномом. На пример $\frac{x^3}{9}$ се сматра полиномом, јер је еквивалентно $\frac{1}{9} \cdot x^3$. Коефицијент је $\frac{1}{9}$.

$\frac{1}{x^2+1}$ ипак није полином, јер укључује дељење променљивом, као што у општем случају није ни $(7+x)^y$, јер има променљиву за експонент. Дакле, треба имати у виду да дељење изразом који садржи променљиву, као и степеновање променљивом у општем случају није дозвољено код полинома.

Како се одузимање може сматрати као сабирање сабирака супротног знака, а степеновање константним позитивним бројем се може посматрати као поновљено множење, полиноми се могу представити помоћу константи и променљивих применом само операција сабирања и множења.

Сабирање полинома

Пример: Који полином је збир монома $3a$ и $7a$?

Мономи $3a$ и $7a$ су слични, а њихов збир рачунамо користећи дистрибутивни закон.

$3a + 7a = (3 + 7)a = 10a$

Дакле, збир сличних монома је њима сличан моном чији је коефицијент једнак збиру коефицијената датих монома (монома сабирака).

Теорема: *Ако је M моном, а α и β реални бројеви, тада је* $\alpha M + \beta M = (\alpha + \beta)M$.

Пример: Саберимо сада полиноме P и Q, ако је:

$P(x) = 3x^3 - 4x^2 + 6x - 7$ и

$Q(x) = 4x^3 - 2x^2 + 12x + 3.$

Приметимо да дати полиноми имају парове сличних монома. Ради лакшег сналажења, најбоље је подвлачити или на одговарајући начин означити сличне мономе како се не би десила грешка у сабирању (одузимању), почевши са сабирањем сличних монома са највећим степеном па све до такозваних „слободних чланова”, то јест оних без променљиве x.

$$P(x) + Q(x) = (3x^3 - 4x^2 + 6x - 7) + (4x^3 - 2x^2 + 12x + 3)$$

$$= 3x^3 - 4x^2 + 6x - 7 + 4x^3 - 2x^2 + 12x + 3$$

$$= 7x^3 - 6x^2 + 18x - 4$$

Запис полинома добијеног као резултат збира полинома P и Q се не може додатно упростити, јер је записан као збир несличних монома. За такве полиноме кажемо да су сређени или да су дати у сређеном облику.

<u>Дефиниција:</u> Полином је сређен ако је записан као збир несличних монома.

Сваки полином се може превести у сређен облик сабирањем његових сличних монома. Због прегледности, сређене полиноме обично записујемо тако да степени монома опадају. Прегледнији је запис:

$$A(x) = x^3 + 5x^2 + 2x + 1,$$

у поређењу са несређеним записом полинома:

$$A(x) = 2x + x^3 + 1 + 5x^2.$$

Најчешће при сређивању полинома користимо неке од следећих теорема.

<u>Теорема:</u> Нека су M и N два неслична монома, а α, β, γ и δ реални бројеви. Тада за полиноме A и B, где је $A = \alpha M + \beta N$, а $B = \gamma M + \delta N$, важи:

$$A + B = \alpha M + \beta N + \gamma M + \delta N = (\alpha + \gamma)M + (\beta + \delta)N.$$

<u>Теорема:</u> За свака три полинома A, B и C важи:

$$A + B = B + A \text{ и } (A + B) + C = A + (B + C).$$

<u>Пример:</u> Који полином сабран са полиномом $P = 4x^2 - 3x + 5$ даје збир 0?

Да би добили нулу као збир, јасно је да се тражени полином мора састојати од сличних монома као и дати полином како бисмо могли сабирати чланове полинома. Дакле, тражени полином ће бити облика: $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, где су α, β и γ неки реални бројеви.

Након сабирања сличних монома ова два полинома, њихов збир мора бити нула.

$$4x^2 - 3x + 5 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma = (4 + \alpha)x^2 + (-3 + \beta)x + (5 + \gamma) = 0$$

Сваки од чанова тако добијеног полинома мора бити једнак нули како би цео полином имао вредност нула. Дакле, добијамо једначине: $4 + \alpha = 0$, $-3 + \beta = 0$ и $5 + \gamma = 0$.

Одакле је $\alpha = -4$, $\beta = 3$ и $\gamma = -5$.

И тражени полином је: $-4x^2 + 3x - 5$.

Треба приметити да тражени полином има супротне мономе као чланове у односу на мономе задатог полинома. Такав полином се зове супротан полином датом полиному P.

Дефиниција: Полиноме чији је збир једнак нули називамо међусобно супротним полиномима, тј. полиноми P и $-P$ су међусобно супротни полиноми јер је $P + (-P) = 0$.

Теорема: Ако су P и $-P$ међусобно супротни полиноми, онда су парови одговарајућих коефицијената (коефицијенти сличних монома из ова два полинома) међусобно супротни бројеви.

Одузимање полинома

Дефиниција: За свака два полинома A и B важи $A - B = A + (-B)$.

Пример:

Одредити разлику $A - B$ ако је $A = 7a^3 - 4a^2 + 10a - 3$, а $B = 5a^2 - a - 1$. Примењујући једнакост $A - B = A + (-B)$ добијамо

$$\begin{aligned} A - B &= (7a^3 - 4a^2 + 10a - 3) - (5a^2 - a - 1) \\ &= (7a^3 - 4a^2 + 10a - 3) + (-5a^2 + a + 1) \\ &= 7a^3 - 4a^2 + 10a - 3 - 5a^2 + a + 1 \\ &= 7a^3 + (-4 - 5)a^2 + (10 + 1)a + (-3 + 1) \\ &= 7a^3 - 9a^2 + 11a - 2, \end{aligned}$$

или краће:

$$
\begin{aligned}
A - B &= (7a^3 - 4a^2 + 10a - 3) - (5a^2 - a - 1) \\
&= 7a^3 + (-4 - 5)a^2 + (10 + 1)a + (-3 + 1) \\
&= 7a^3 - 9a^2 + 11a - 2.
\end{aligned}
$$

Множење полинома

Као што је већ поменуто, за полиноме се дефинише и операција множења. Већ научена својства множења у скупу реалних бројева ће важити и за полиноме.

Множење монома

Пример: Одредимо производ монома $5m^2$ и $4m$.

Користећи комутативност множења и својства степена добијамо:

$$5m^2 \cdot 4m = 5 \cdot 4 \cdot m^2 \cdot m = 20m^3.$$

Пример: Одредимо производ монома $3xy^2$ и $(-2)x^2y^3z^3$.

$$3xy^2 \cdot (-2)x^2y^3z^3 = 3 \cdot (-2) \cdot x \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot y^3 \cdot z^3 = -6x^3y^5z^3.$$

Из претходних примера видимо да је резултат множења два монома моном. Такође, треба приметити да се прво посебно групишу константе и истоимене промењљиве, а затим се на промењљиве примене правила за множење степена истих основа. На сличан начин се врши и множење више монома.

Пример: Одредимо производ монома $3a^2$, $2b^2$ и $5c^2$.

$$3a^2 \cdot 2b^2 \cdot 5c^2 = 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 30a^2b^2c^2$$

Множење полинома мономом

Пример: Нека су дати полином $P = x^2 - 2x + 3$ и моном $M = 7x$. Одредимо сређени облик полинома $P \cdot M$.

Користећи прво дистрибутивни закон, а затим множењем одговарајућих монома добијамо:

$$(x^2 - 2x + 3) \cdot 7x = x^2 \cdot 7x + (-2x) \cdot 7x + 3 \cdot 7x = 7x^3 - 14x^2 + 21x.$$

Теорема: Полином P множимо мономом M тако што сваки члан полинома P помножимо мономом M, па добијене производе саберемо.

Пример: Нека су дати полиноми $A = x^2 - 5x + 10$ и $B = 4x - 7$. Како би се одредио сређени облик полинома $A \cdot B$, прво се примени дистрибутивни закон. Тако се добија:

$$(x^2 - 5x + 10) \cdot (4x - 7) = (x^2) \cdot (4x - 7) + (-5x) \cdot (4x - 7) + (10) \cdot (4x - 7).$$

Сада се на добијене сабирке поново примени дистрибутивни закон, то јест изврши се множење полинома мономом, па се добијени производи саберу. Тако се добија:

$$\begin{aligned}(x^2 - 5x + 10) \cdot (4x - 7) &= (x^2) \cdot (4x - 7) + (-5x) \cdot (4x - 7) + (10) \cdot (4x - 7)\\ &= x^2 \cdot (4x) + x^2 \cdot (-7) + (-5x) \cdot (4x) + (-5x) \cdot (-7) + 10 \cdot (4x) + 10 \cdot (-7)\\ &= 4x^3 + (-7)x^2 + (-20)x^2 + 35x + 40x - 70\\ &= 4x^3 - 27x^2 + 75x - 70.\end{aligned}$$

Теорема: Полином A множимо полиномом B тако што сваки члан полинома A помножимо сваким чланом полинома B, па добијене производе саберемо.

Пример: Одредити производ $A \cdot B$, ако је: $A = 5x + 2$ и $B = 3x^3 - 6x^2 - 8x + 1$.

$$(5x + 2) \cdot (3x^3 - 6x^2 - 8x + 1) =$$

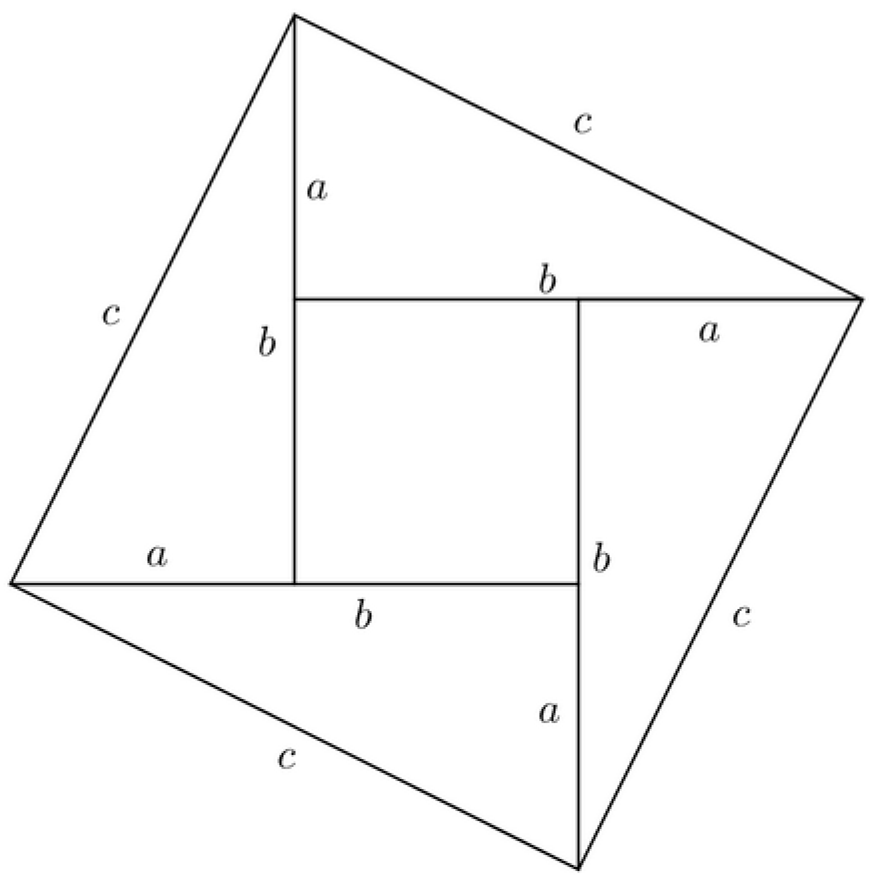
$$= 5x \cdot 3x^3 + 5x \cdot (-6x^2) + 5x \cdot (-8x) + 5x \cdot 1 + 2 \cdot 3x^3 + 2 \cdot (-6x^2) + 2 \cdot (-8x) + 2 \cdot 1$$

$$= 15x^4 - 30x^3 - 40x^2 + 5x + 6x^3 - 12x^2 - 16x + 2$$

$$= 15x^4 - 24x^3 - 52x^2 - 11x + 2$$

Примена полинома на Питагорину теорему

Помоћу полинома може се доказати и Питагорина теорема о правоуглом троуглу која је претходно рађена са ученицима седмог разреда. Поставити једнаке правоугле троуглове као на слици:



Слика 1.

Површина великог квадрата је јасно једнака површини четири правоугла троугла у збиру са мањим квадратом. Са a и b смо означили катете, а са c хипотенузе ових правоуглих троуглова. Лако се уочи да је страница мањег квадрата једнака $b - a$. Даље можемо извести:

$$\begin{aligned} c^2 &= 4 \cdot \frac{1}{2} ab + (b-a)^2 \\ &= 2ab + (b-a)(b-a) \\ &= 2ab + b^2 - ba - ab + a^2 \\ &= a^2 + b^2. \end{aligned}$$

Из ове једначине треба приметити да је квадрат над хипотенузом једнак збиру квадрата над обе катете, што је управо Питагорина теорема.

Квадрат бинома

Један од најчешће коришћених образаца са полиномима је образац за рачунање квадрата бинома. Овде ће бити изведен општи образац за квадрат бинома који се накнадно може користити кад год је то потребно.

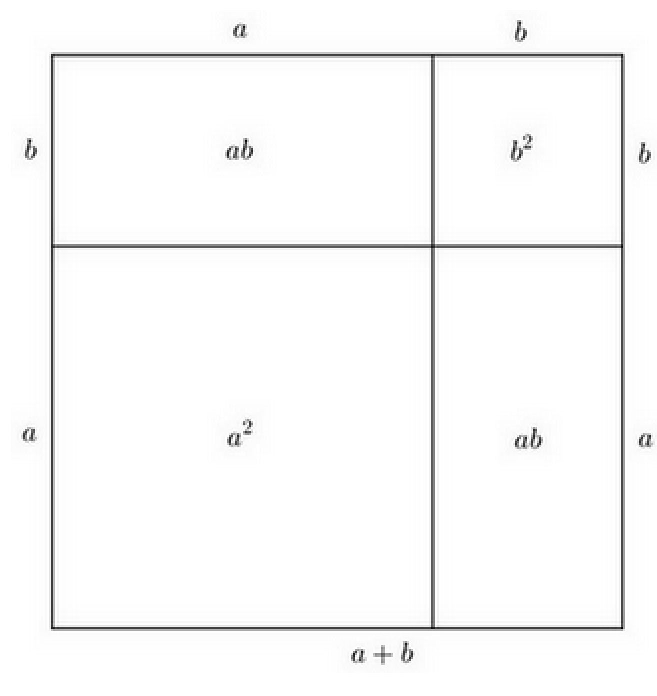
Нека су A и B неслични мономи. Како је већ претходно објашњено множење полинома полиномом једноставно ћемо одредити $(A+B)^2$.

$$(A+B)^2 = (A+B)\cdot(A+B) = A\cdot A + A\cdot B + B\cdot A + B\cdot B = A^2 + 2AB + B^2$$

Претходно израчунавање може се и геометријски описати ако претпоставимо да су вредности монома A и B мерни бројеви a и b дужина неке две дужи. Тада је:

- $(A+B)^2$ површина квадрата странице $a+b$
- A^2 површина квадрата странице a
- B^2 површина квадрата странице b
- AB површина правоугаоника чије су странице дужина a и b

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



<u>Теорема:</u> Квадрат бинома једнак је збиру квадрата чланова тог бинома и њиховог двоструког производа, то јест $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

<u>Пример:</u> Одредити квадрат бинома B ако је: $B = 3x + 5y$.

$$(3x+5y)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot (3x) \cdot (5y) + (5y)^2$$

$$= 9x^2 + 30xy + 25y^2$$

<u>Теорема:</u> Квадрат разлике монома A и B једнак је разлици збира квадрата тих монома и двоструког производа тих монома, то јест $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$.

<u>Пример:</u> Одредити квадрат бинома R ако је: $R = 7m - 2$.

$$(7m-2)^2 = (7m)^2 - 2 \cdot 7m \cdot 2 + 2^2$$

$$= 49m^2 - 28m + 4$$

Поступком којим смо добили формулу за квадрат бинома, можемо одредити и формуле за биноме вишег степена. Формула за куб бинома биће:

$$(A+B)^3 = (A+B) \cdot (A+B) \cdot (A+B)$$

$$= (A+B)^2 \cdot (A+B)$$

$$= (A^2 + 2AB + B^2) \cdot (A+B)$$

$$= A^3 + A^2B + 2A^2B + 2AB^2 + B^2A + B^3$$

$$= A^3 + 3A^3B + 3AB^3 + B^3.$$

Може се уочити одређено правило у овим формулама, које се представља следећом шемом:

степен бинома	***Паскалов троугао***	***развој бинома***
$(A+B)^0$	1	1
$(A+B)^1$	1 1	$A+B$
$(A+B)^2$	1 **2** **1**	$A^2+2AB+B^2$
$(A+B)^3$	1 3 **3** 1	$A^3+3A^2B+3AB^2+B^3$
$(A+B)^4$	1 **4** **6** 4 1	$A^4+4A^3B+6A^2B^2+4AB^3+B^4$
$(A+B)^5$	1 5 **10** 10 5 1	$A^5+5A^4B+10A^3B^2+10A^2B^3+5AB^4+B^5$

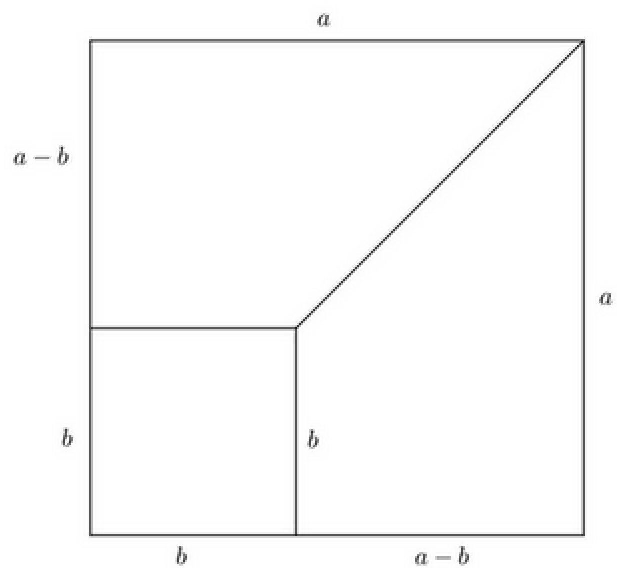
Приликом развоја степена бинома, степен монома A и степен монома B је сталан и једнак је степену бинома. Тако је у случају $(A+B)^3$ степен монома A и степен монома B једнак 3. У наставку развоја, степен првог монома опада, док истовремено степен другог монома расте и то за 1. При том се коефицијенти, који се јављају у формулама, одређују применом шеме Паскаловог троугла која је приказана на слици.

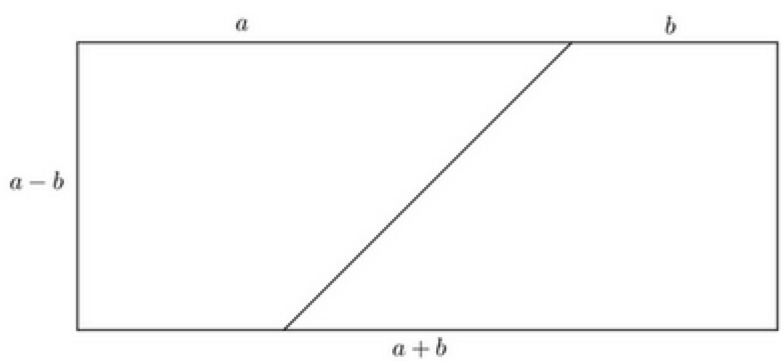
У сваком реду ове шеме прво и последње место заузимају јединице које су коефицијенти монома са највишим степеном. Остали коефицијенти се добијају сабирањем коефицијената из претходног реда начином приказаним на слици ($2+1=3$; $4+6=10$). Посматрањем једног реда на слици уочава се веза између степена бинома, чланова Паскаловог троугла и развоја тог бинома.

Блез Паскал (1623 - 1662) је био француски математичар, физичар и филозоф. У знак признања његовим великим заслугама у разним областима науке његово име је додељено многим појмовима. По њему је назван програмски језик $Pascal$, јединица мере за притисак је $1Pa$, у физици постоји Паскалов закон, а у математици Паскалов троугао.

Разлика квадрата

Још један од важнијих израза у математици је и разлика квадрата. Говорићемо о разлици квадрата два неслична монома, односно изразу $A^2 - B^2$.





Посматрајмо геометријску интерпретацију овог појма. Нека је a^2 површина квадрата странице a и b^2 површина квадрата странице b, и нека је $a > b$. Наш задатак је да одредимо разлику површина ова два квадрата. Са слике се види да је она једнака двострукој површини правоуглог трапеза чије су основице a и b, а висина $a - b$.

$$a^2 - b^2 = 2 \cdot \frac{a+b}{2} \cdot (a-b) = (a+b)(a-b)$$

Уклапањем та два трапеза, као на слици, добијамо правоугаоник чије су странице $a+b$ и $a-b$.

Поред геометријске интерпретације, формула за израз разлике квадрата може се доказати и математички, множењем бинома $A+B$ и $A-B$.

$$(A+B)\cdot(A-B)=A\cdot A-A\cdot B+B\cdot A-B\cdot B=A^2-B^2$$

<u>Теорема:</u> Разлика квадрата два неслична монома једнака је производу њиховог збира и њихове одговарајуће разлике, то јест

$$A^2-B^2=(A+B)\cdot(A-B).$$

<u>Пример:</u> Записати разлику квадрата у облику производа:

1) $n^2-25=(n-5)(n+5)$;
2) $1-x^2=(1-x)(1+x)$;
3) $16a^2-49b^2=(4a)^2-(7b)^2=(4a+7b)(4a-7b)$.

Растављање полинома на чиниоце

Математичко решавање проблема често захтева да полиноми буду записани у облику производа, односно да се раставе на чиниоце. Најчешћа примена је код решавања једначина што ће се кроз примере и показати. Како би полином успешно био растављен на чиниоце, користе се до сада поменуте једнакости за квадрат бинома, разлику квадрата и дистрибутивни закон.

Теорема: Ако су A, B и C три међусобно неслична монома, тада је

$$A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B + C).$$

Пример: Раставити на чиниоце:

$$2ab + 2bc + 2ac = 2(ab + bc + ac)$$

$$15ab^2 - 3b^3 = 5a \cdot 3b^2 - 3b^2 \cdot b = 3b^2(5a - b)$$

$$x^5 - x^4 + x^3 - x^2 = x^2(x^3 - x^2 + x - 1)$$

Пример: Раставити на чиниоце разлику квадрата:

$$121x^2 - 144y^2 = (11x)^2 - (12y)^2 = (11x - 12y)(11x + 12y)$$

$$0.09m^2 - 0.25n^2 = (0.3m)^2 - (0.5n)^2 = (0.3m - 0.5n)(0.3m + 0.5n)$$

$$a^4 - b^4 = (a^2)^2 - (b^2)^2 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$$

Пример: Решити једначину: $(x+1)^2-25=0$.

$$(x+1)^2-25=0$$

$$(x+1)^2-5^2=0$$

$$(x+1-5)(x+1+5)=0$$

$$(x-4)(x+6)=0$$

$$x-4=0 \quad \vee \quad x+6=0$$

$$x=4 \quad \vee \quad x=-6$$

Закључак

Кроз многе математичке области провлаче се полиноми или макар донекле рад са њима. Самим тим је јако битно да се деци у основној школи што боље приближе полиноми и њихове особине. Кроз рад са многобројним примерима се деци олакшава рад са полиномима а путем истих и развијање математичког размишљања и логике. Од велике је важности створити добру основу ученицима због даљег рада, како са полиномима, тако и у осталим областима математике. Такође је, кроз примену полинома на Питагорину теорему као и на решавање једначина, са којима су ученици били претходно упознати, приказана широка примена полинома и дата је мотивација за даљи рад. У овом раду су приказане основе полинома, многи примери, примене и слично, у циљу стварања добре, темељне основе ученицима.

Литература

1. *Уџбеник, Математика за седми разред основне школе* – Небојша Икодиновић, Слађана Димитријевић, Klett, 2012.
2. *Збирка задатака, Математика за седми разред основне школе* – Сања Милојевић, Ненад Вуловић, Klett, 2014.
3. http://ucislobodno.com, приступљено јула 2016.
4. http://matematikapn.blogspot.rs, приступљено августа 2016.
5. http://matematika.ba, приступљено августа 2016.