



МАСТЕР РАД

ТЕМА

Проблемско учење и групни рад у настави математике у основној школи

Ментор:

Др МИЛАН БОЖИЋ

Кандидат:

ГОРДАНА ВАСИЉЕВИЋ

1129/2013

Садржај

Предговор	4
1 Уводни део	5
1.1 Увод	6
1.2 Циљ и организација рада	8
2 Проблемска настава	7
2.1 Увод	7
2.2 Историјски развој	8
2.3 Проблемска настава.....	9
2.3.1 Проблем и проблемска ситуација.....	11
2.3.1.1 Основни елементи проблема.....	13
2.3.2 Начело проблемности	14
2.3.3 Карактеристике проблемске наставе	14
2.4 Фазе наставног часа у проблемској настави	15
2.5 Улога наставника.....	17
2.6 Улога ученика.....	17
3 Групни рад	19
3.1 Увод	19
3.2 Историјски развој	19
3.3 Групни рад	20
3.3.1 Начела организације групног рада	21
3.3.2 Припрема групног рада.....	21
4 Моделирање проблемског учења у настави математике	23
4.1 Увод	23
4.2 Моделирање наставе математике	35
4.3 Артикулација часа проблемске наставе.....	24
5 Педагошки експеримент	27
5.1 Теоријски приступ проблему истраживања	27
5.2 Практични приступ проблему истраживања	28
5.3 Истраживање и хипотезе	28
5.4 Експериментални рад	30
5.5 Статистичка обрада - узорак	31
5.5.1 Иницијални тест	31
5.5.1.1 Пример иницијалног теста.....	32
5.5.1.2 Резултати иницијалног теста.....	32
5.5.1.3 Закључак.....	33
5.5.2 Финални тест.....	33
5.5.2.1 Пимер финалног теста.....	33

5.5.2.2 Резултати финалног теста.....	34
5.5.2.3 Закључак.....	34
5.6 Анкета.....	34
5.7 Закључак.....	37
6 Прилози	38
6.1 Прилог 1. (Припрема наставника за час класичне наставе).....	38
6.2 Прилог 2. (Припрема наставника за час проблемске наставе).....	52
7 Закључак	67
8 Литература	69
9 Биографија	70

Предговор

Учење је процес који је присутан од тренутка човековог рођења. Из тог разлога многи сматрају да је то природан процес који се подразумева. Поставља се питање смисла и суштине процеса учења и начин на који се оно реализује. Наставници сматрају да је учење предавање одређеног наставног садржаја ученицима, док ученици сматрају да је учење читање наставних садржаја и памћење одређених чињеница. Овакав процес учења је карактеристичан за традиционалну наставу која још увек доминира образовним системом.

Модерна настава уопште, па и настава математике, треба да поседује динамичност, разноврсност, индивидуализацију, иновације, све елементе који су страни традиционалној настави. У сазнајном процесу је веома битна активност ученика. Наставник током наставног процеса ученике треба да усмерава ка проблемским, истраживачким и развојним активностима које подстичу њихово стваралаштво.

Проблемско учење је метода учења која се дефинише као фокусирано, експериментално учење које је организовано с циљем да се решавају и истражују стварни сложени проблеми. Основна карактеристика проблемске наставе се огледа у чињеници да се путем решавања проблема стичу нова знања која се повезују са разним знањима и проверавају кроз проналажење проблема.

У раду се посматра проблемско учење у комбинацији са групним радом у настави математике у основној школи. Основни циљ је да ученици кроз проблемско учење савладају успешно елементе математике.

Рад је подељен у седам делова. Први део рада представља уводни део који садржи и циљ рада. У другом делу се обрађује проблемска настава у математици. Трећи део се односи на групни рад ученика на часу математике. Четврти део садржи проблемски приступ и моделирање часа математике у основној школи. Посебно ће се обрадити линеарне једначине са циљем да се ученици оспособе да их самостално могу применити у свакодневном животу. Ученици ће бити подељени у више група. Свака група ће решавати посебан задатак, приликом кога ће ученици научити да раде у тиму, размењивати мишљења и заједничким снагама долазити до решења задатка. Провериће се знање ученика пре и након обраде наставне теме проблемском наставом и класичном наставом. У петом делу је представљен педагошки експеримент са наведеним тестовима знања, анкетом и добијеним резултатима и закључцима. Шести део садржи припреме наставника за часове где је рађена традиционална и проблемска настава. Седми део садржи закључке и опис резултата добијених проблемском наставом и радом у групама.

Захваљујем се ментору Др Милану Божићу, ванредном професору Математичког факултета у Београду и члановима комисије, Др Зорану Петровићу, ванредном професору Математичког факултета у Београду и Др Небојши Икодиновићу, доценту на Математичком факултету у Београду, на великој помоћи, свим саветима и сугестијама.

1 Уводни део

1.1 Увод

Имајући у виду значај развоја мисаоних способности ученика и квалитет знања, у настави треба обезбедити услове рада који ће допринети оптималном развоју појединца и активном мисаоном ангажовању сваког ученика, уважавајући њихове индивидуалне способности. Проучавајући наставу, теоретичари и практичари су се усагласили, и наводе да учење треба да подстиче укупан развој сваког ученика, а настава и учење треба да иду испред развоја а не да га прате. Циљ наставе треба да буде развијање интелектуалне радозналости и зрелости, одговорности и самосталности ученика. Ученик треба да буде мотивисан и креативан током наставног процеса. Настава уопште, а посебно настава математике, треба да подстиче континуирано и активно учење, истраживање и откривање нових правила, веза, појмова и да омогући сваком појединцу да изрази свој стваралачки потенцијал.

У традиционалној школи има мало креативног рада, па треба тежити стварању повољне климе за методичку трансформацију садржаја, моделовање и примену савремених наставних система. Савремени наставни системи су настали из педагошко-психолошких и дидактичко-методичких теоријских и практичних истраживања и сазнања. Информисаност наставника о новим наставним системима је од кључне важности за успешно уношење ефикасних промена у настави математике.

Нови начини усвајања математичких знања треба да омогуће да она буду ефикаснија, применљивија и трајнија. У трагању за новим путевима учења математике, посебну пажњу треба обратити на проблемско учење (ПБЛ – problem based learning), учење путем решавања проблема.

George Polya је био један од првих методичара који се залагао за динамичност наставе математике путем решавања проблема. Експериментисао је са методама које су развијале стваралачко мишљење ученика. Примењујући у пракси модернији облик Сократове методе, запазио је неопходност хеуристике и указао је на значај њене примене приликом решавања математичких проблема.

Наш познати методичар С. Првановић подржавао је и залагао се за водећу улогу метода проблемског решавања задатака, односно метода проблемских ситуација.

У модерној настави математике проблем је све оно, али и само оно, што представља неки циљ који се може и мора постићи продуктивним, у најгорем случају продуктивно-репродуктивним мишљењем. Према томе, термином проблем нећемо означавати она силна вежбања којима се механизује неки алгоритам, али ни само оно, што се решава „помоћу једначина“, него, да поновимо, све оно што је у стању да покрене ученикову мисао и да га тиме, на најефикаснији начин, образује математички, (С. Првановић, 1970).

Поред С. Првановића и други педагози указују на значај проблемске ситуације као почетне тачке при решавању схваћеног и прихваћеног проблема, који изазива збуњеност, радозналост и подстиче њихову активност.

Учење путем решавања проблема доводи до тога да ученик постаје активни учесник и истраживач у наставном процесу. Решавање проблемских задатака представља највиши облик учења. Откривају се везе и односи између датих података и решења задатака. Приликом тражења решења проблема ученици се сусрећу с разним тешкоћама. Да би дошао до циља проблема ученик ће се ослањати на стечена искуства и усвојена знања.

Суштина проблемске наставе је већим делом у стварању проблемске ситуације, у оквиру које се поставља проблем ученицима. Проблемска ситуација се састоји од једног или више елемената који су непознати ученицима, с циљем да ученици сами истраже непознато и формирају решење проблема.

Проблемско учење и групни рад, настава уз помоћ рачунара, могу се посматрати као иновације у настави математике. Њихово проучавање и примена у наставном процесу кроз израду одговарајућих модела и извођење експеримената могу бити од значаја за методiku математике. Ово јесте и суштина овог рада.

1.2 Циљ и организација рада

Циљ рада је приказ истраживања ефикасности проблемског учења и групног рада у настави математике.

Задаци истраживања су утврђивање предности проблемског учења у односу на традиционално учење, указивање на улогу наставника у креирању проблемских ситуација и ученика као активног учесника у наставном процесу, моделовање изабране наставне јединице проблемском наставом.

Истраживање се одвијало у неколико фаза. Прво сам одабрала експериментално и контролно одељење и извршила иницијално тестирање. Формирала сам модел проблемске наставе за одређену наставну јединицу и извела педагошки експеримент. Након тога сам на основу финалног тестирања дошла до резултата истраживања и извела закључке.

2 Проблемска настава

2.1 Увод

Настава у школама се и даље углавном заснива на традиционалном учењу. Кључно питање које је актуелно у свету је потреба за променама у образовању, тежи се побољшању наставе, метода и облика рада.

Традиционална настава се заснива на преношењу знања, вештина и навика, где је наставник преносилац информација а ученици су објекти наставног процеса. Настава је углавном предавачка током које наставник преноси готова знања ученицима, од којих се очекује да таква знања запамте и на исти начин репродукују. Таква настава се бави само когнитивним развојем ученика, а занемарује целокупну личност детета.

Временом се дошло да закључка да таква школа има низ слабости. Ученици треба да буду активнији у наставном процесу и да се развија и подстиче унутрашња мотивација за учење. Настава треба да буде усмерена на то да знања која ученици стичу буду применљивија у практичном животу.

Проблемске ситуације и проблеми с којима ће се нови нараштаји младих срести у животу и свом раду ставља школу пред озбиљан задатак да ученике примерено припреми за такав рад. Није довољно само преношење одређених знања ученицима, па ни сналажење у проблемским ситуацијама и уочавање и формулисање проблема, већ је потребно ученике оспособити за решавање проблема. Како то постићи? Најбољи одговор на ово питање је посебан наставни систем – проблемска настава, (Kurnik, 2002).

У раној фази развоја проблемска настава (ПБЛ – problem based learning), учење путем решавања проблема, се огледала у Сократовом дијалогу. Током Сократовог дијалога постојала је равноправна и демократска комуникација између наставника и ученика, као и између самих ученика. Током разговора ученици полазећи од својих искустава теже ка томе да размишљајући дођу до знања.

Из потребе да се превазиђу слабости предавачке наставе, током двадесетог века су настале различите нове концепције школског учења. Међу њима је најповољније оцењивана проблемска настава. Проблемска настава је теоријски и практично разрађивана највише у Русији, Пољској и Чешкој, али и у другим европским земљама, (Mirковић, 2006).

Проблемско учење ствара ситуацију у чијем центру пажње се налази ученик окружен проблемима од којег се очекује да их реши. Главна одлика овог приступа је одговорност ученика за сопствени рад и фокусирање на процес стицања знања. Ученици раде у малим групама, а наставник је у функцији татора који руководи њиховим радом. Проблемским учењем се уводе ученици у истраживачки и самостални рад, путем којег се развијају њихове вештине за решавање проблема.

У савременој дидактици се све више и упорније захтева да настава има истраживачки карактер. Кључни задатак школе је да ученици схвате наставни садржај

толико да знања могу самостално применити у потпуно новим околностима. Тиме се највише развија њихово стваралачко мишљење што је главни циљ проблемске наставе. Организација и наставни поступци се тако бирају да максимално подстичу и одржавају мисаону активност ученика и доприносе развоју њихових менталних способности, (Stojaković, 2005).

Настава математике треба да садржи интелектуалне проблеме и задатке, који се разликују по садржају и тежини. Задаци треба да поседују истраживачки карактер и да заинтересују ученика, да нешто ново сазна и дође до потребног одговора. Ученици треба да откривају нова правила, решења и принципе.

Од наставног процеса се очекује да од ученика створи способног, самосталног и активног човека који мисли, проверава чињенице, сумња, тражи решења, поставља питања, изводи закључке, практично користи своја знања. Када ученик долази до знања кроз самостално откриће, такво знање је трајно, а његова употребна вредност велика. Ученик тако савладава општу методологију учења, унутрашња мотивација за стицање знања је већа, а повећава се и његова радозналост и осетљивост за решавање интелектуалних проблема, (Крстић, 2005).

Наставник математике битне елементе за решавање проблема развоја критичког мишљења и стваралачких способности ученика може пронаћи у проблемској настави и начелима наставе математике.

2.2 Историјски развој

Настанак проблемског учења потиче још од 1920. године. Celestin Freinet који је био наставник у школи, тада се вратио повређен из Првог светског рата. Због повреде није био у могућности дуже време да предаје и прича испред целог одељења. Тада је био принуђен да пронађе нови систем наставе. Дошао је на идеју да успостави наставни систем у којем ће ученици имати главну улогу у учењу. Ученици су стицали комуникацијске вештине, постајали одговорни за своје учење.

Модерна историја проблемског учења почиње 1960. године, као резултат истраживања Wagrows-а који је проучавао способности резоновања студената медицине. Суштина овог истраживања је била да се код студената медицине развије и подстиче способност повезивања стечених знања и проблема са којима се пацијенти појављују

За увођење ПБЛ курикулума 1969. године заслужна је Mc Master медицинска школа у Хамилтону. Са реализацијом ПБЛ у институцијама, у центру пажње наставних планова и програма је ученик и интердисциплинарне наставне методе. Сматрало се да је проблемска настава врло погодна за медицинске школе, јер је у овој области врло битна вештина доживотног учења.

Коришћење ПБЛ произилази из сазнања да ученици током традиционалне наставе усвоје минимално информација и имају тешкоће приликом преношења знања на нова искуства. ПБЛ пружа окружење у којем ученици могу да се ослоне на претходно стечена

знања, да уче кроз разне животне ситуације и ојачају своје знање кроз рад у малим групама.

Међу првим школама које су усвојиле ПБЛ биле су медицинске школе у Maastricht-у, у Холандији. Примена ПБЛ је почела 1974. године, уз организовање наставе по група од по 8-10 студената. Универзитет у Maastricht-у је дозволио исти концепт учења и у осталим областима, прво на Медицинском факултету, а затим на Правном и Економском факултету.

Мастрихтски модел је почео да се користи у великој мери, постао је основа и пример за многе друге ПБЛ приступе у другим институцијама. Maastricht факултет је развио интернет страницу како би остао у контакту и одржавао сарадњу са другим институцијама које користе ПБЛ. На ПБЛ страници појављују се разни материјали, курсеви и информације о томе како ефикасно спроводити ПБЛ.

Нови пројекти који су се бавили ПБЛ наставом појавили су се на универзитетима Alborg и Roskilde у Данској. Обе школе су формирале нове моделе ПБЛ наставе, који су познати и прихваћени у свету. Имплементација ПБЛ у наставним плановима и програмима је врло захтеван посао. То се односи на наставнике и ученике и на напоре које заједно чине како би прилагодили наставу свим захтевима ПБЛ наставе. Врсте ПБЛ програма се разликује у зависности од институције у којој се примењује.

2.3 Проблемска настава

Савремена дидактика је имала за циљ да класичну наставу, у којој доминира пасивност ученика и активност наставника, замени са наставом у којој ће у првом плану бити истраживачки рад ученика и развијање њиховог стваралачког мишљења. Из те жеље за квалитетнијом наставом, настао је посебан систем наставе – *проблемска настава*.

Ц. Дјуј кроз дубљу анализу ове проблематике је истакао да настава треба да се заснива на решавању проблема, јер се тако поспешује развој продуктивног мишљења. Према *Б. Стевановићу* учење решавањем проблема је највиши облик учења и успешног мењања индивидуе. *Брунер* наводи да је могуће развијати више форме креативног мишљења, дивергентности и флексибилности приликом решавања проблема у настави. Решавањем једне врсте проблема постиже се успешније решавање проблема из неке друге области. *Е. Флеминго* је експерименталним истраживањем дошао до података да је 30% успешнија проблемска настава од наставе организоване на традиционалан начин.

Р. Квашчев је експериментално доказао да се решавањем проблема развија критичко и стваралачко мишљење ученика. Према *М. Махмутову* проблемско учење треба да преобрази цео наставни процес. *М. М. Скаткин* истиче да проблемска настава мења позицију ученика у настави, развија интересовања и активира сазнајне делатности ученика. *Рубинштајн* сматра да је проблематичност неутуђиво својство сазнајног процеса. *Р. Ничковић* је експериментално доказао да је проблемска настава била ефикаснија у укупном разумевању наставних садржаја из области математике и физике. При том је

смањен типичан број грешака код ученика приликом решавања задатака, знања су им трајнија и у великој мери и применљивија.

У наставном процесу проблем настаје онда када ученик осети да је немоћан да оствари постављени циљ због препрека на које је наишао приликом његовог остваривања. Ако тај проблем решава наставник, уз мисаоно вођење ученика онда се ради о класичној настави. Ако настали проблем активно решавају ученици, уз помоћ наставника онда се ради о проблемској настави.

Основни циљ проблемске наставе је да оспособи ученике да самостално решавају проблеме. У класичној настави се обично преноси знање ученицима, што није довољно, јер се не оспособљавају за самостално решавање проблема. Врста наставе у којој се ученици оспособљавају за сналажење у проблемским ситуацијама, формирање проблема и самостално решавање проблема је проблемска настава.

Проблемска настава је у наставној пракси прилично запостављена. Углавном доминирају наставни системи у којима се знање пасивно усваја са минималним напорима ученика. Идеја проблемске наставе је учење путем решавања проблема, што захтева велику активност ученика. Ученици приликом решавања проблема истраживањем и самосталним решавањем задатака показују сву своју математичку способност. Овакав облик наставе је много тежи и за наставнике и за ученике јер захтева њихово пуно ангажовање и добру припрему за успешан рад.

Ученицима је проблемска настава тешка јер треба сами да решавају задатке уз минималну помоћ наставника. Такве задатке ученици имају прилике да решавају и на математичким такмичењима, где се сусрећу са нестандартним и проблемским задацима. Да би се успешно реализовала проблемска настава ученици треба пре свега да буду оспособљени за *умни рад*. То подразумева да знају да одаберу правилан извор за истраживање постављеног проблема, успешно издвајање теоријских чињеница, постављање и проверавање хипотеза, анализа и запис резултата рада, итд.

Проблемска настава је тешка и за наставника математике. Улога наставника се састоји од саветовања и помагања ученицима приликом одабира извора истраживања и проучавања, указивање на теоријске чињенице и саветовање око резултата рада. Током рада се могу појавити и неке претпоставке ученика које наставник није предвидео. Да би овладао оваквом ситуацијом и да би извео успешно проблемску наставу, наставник математике треба да буде *добро оспособљен за рад*.

Постоје различити нивои проблемског учења који зависе од сазнајне активности и интелектуалних напора ученика. Постоје три облика проблемског учења које разликујемо по стварним облицима стваралаштва, а то су:

1. Научно стваралаштво – постављају се и решавају теоријска питања, откривају нова знања, правила, закони.
2. Практично стваралаштво – постављају се и решавају практични проблеми, примењују се знања у новој ситуацији.

3. Уметничко стваралаштво – уметничко истраживање стварности користећи стваралачку машту.

Наведене облике проблемског учења карактерише истраживање и решавање проблема, продуктивна и стваралачка активност ученика. Први облик проблемског учења се обично користи на теоријским часовима. Ученици решавају проблем фронтално, индивидуално или у групи. Практично стваралаштво се обично изводи у лабораторијама, у производњи, практичним прословима. Уметничко стваралаштво се изводи на часовима цртања, музицирања.

Проблемска настава се може сматрати ефикасном ако обезбеђује:

- продубљивање и учвршћивање знања,
- повећање обима знања, навика и умења ученика,
- виши ниво сазнајне самосталности и стваралачких способности.

М. И. Махмутов указује на следећа четири нивоа организовања проблемске наставе:

1. Обична самостална активност – ученици слушају наставникова објашњења, прихватају обрасце мисаоне активности у проблемској ситуацији, раде самостално, њихове вежбе су репродуктивног карактера.
2. Полусамосталне активности – одликују се применом усвојених знања у новим ситуацијама, а ученици са наставником учествују у тражењу решења за постављени проблем.
3. Самосталне активности – предвиђају се самостални радови репродуктивно-истраживачког типа када ученици самостално раде на уџбеничком тексту, примењују усвојена знања у новој ситуацији, конструишу решења задатака средње сложености, логичком анализом доказују хипотезе уз незнатну помоћ наставника.
4. Стваралачке активности – карактеристичне су по самосталним радовима који захтевају стваралачку машту, логичку анализу, откривање новог начина решавања, самостално доказивање. На овом нивоу очекују се самостални закључци, уопштавања, изуми. Ту је место у уметничком стваралаштву.

Проблемском наставом се превазилазе недостаци класичне наставе. Ученици уместо да механички памте, као што је то случај у класичној настави, у проблемској настави се афирмише њихово стваралачко мишљење. Наставник не даје готова знања ученицима која они треба да усвоје, већ до нових знања долазе самостално.

Основа за примену проблемске наставе се састоји из *проблема, проблемске ситуације и начела проблемности*.

2.3.1 Проблем и проблемска ситуација

У свакодневном животу људи се срећу са разним проблемима које треба решити. Реч проблем је грчког порекла и означава теоријско или практично питање које треба решити, тежак задатак, загонетка. „*Проблем је теškoћа теоријског или практичног карактера која изазива истраживачки став субјекта и доводи га до обogaћивања знања*

којег до тада није имао.” (Н. Рот) Појмове *проблем* и *задатак*, колико год да нам се чинило да су то у ствари исти појмови, ипак није тако. Задатак је много шири појам од проблема. Ученику се може задати да уради нешто на основу познатог обрасца (на пример: да научи песмицу напамет, да запамти и репродукује неке садржаје, да на основу неких примера извуче закључак) и приликом решавања задатка користи рутинске операције. Проблем је такође задатак али са другачијим особинама као што су:

- проблем садржи нешто непознато,
- могући су различити начини решавања,
- за решењавање проблема треба користити велики број сложених логичких операција,
- да би се дошло до решења потребно је искуство и стваралачки приступ,
- решењем проблема се продубљују знања, развијају се умне способности.

Основна карактеристика проблема је то што проблем садржи нешто непознато. Не постоји неки устаљен начин на који ученик може да реши проблем, него сам ученик својим мисаоним активностима треба да дође до начина решавања проблема.

Проблемски задаци у математици се не могу решавати неком одређеном шемом. То су задаци код којих имамо проблем и циљ њиховог решавања, а сам начин решавања треба сами да осмислимо. Приликом постављања проблема неопходно је узети у обзир узраст ученика и количину њиховог укупног знања без којег нема успешног решења задатка. Целокупно знање ученика треба да се заснива на претходном искуству и претходном знању ученика.

Дефинисање појма проблемске ситуације је тешко јер не постоји јединствена дефиниција. М. Н. Скаткин је проблемску ситуацију објаснио на следећи начин: „Проблемска ситуација је стање тешкоће – које је ученик свестан. То је посабан облик узајамног деловања субјекта (ученика) и објекта (проблема), психолошко стање код субјекта (ученика) при решавању задатака – изналажењем (откривањем нових спознаја или начина рада).“

Проблемска ситуација укључује следећу психолошку структуру:

- жеља коју ученици осећају да се упознају са новом активношћу,
- непозната знања које ученици желе да усвоје,
- интелектуалне могућности ученика.

Пре постављања проблема, прво треба ученику објаснити који је циљ решавања тог проблема. Смисао проблемске ситуације је да мотивише ученике да пронађу свој пут до успешног решења проблема. Битно је да ученик сам дође до везе између почетног проблема и његовог решења. Владимир Пољак истиче следеће: „Смисао је стварања проблемске ситуације да ученици осете проблем, да спознају његову унутрашњу противречност, да код њих изазове психолошку потребу за приступање његовом решавању и сл.“

Проблемску ситуацију чине три компоненте:

- а) непознат начин решавања,
- б) сазнајна потреба која побеђује мисаону активност,
- в) интелектуалне могућности ученика.

Проблемска настава садржи у себи поред предметно-садржајне компоненте још и мотивациону компоненту. Ученик у проблемској ситуацији открива нова знања. Излаз из проблемске ситуације је успешно решен проблемски задатак.

Постоје више типова проблемских ситуација које по М. И. Махмутову настају при:

- организацији практичног рада ученика,
- формулисању хипотеза,
- сусрету ученика са животним појавама и чињеницама које траже теоријско објашњење,
- настојању ученика да упоређују и супротстављају,
- истраживачким задацима.

У овом случају нас посебно интересују проблемске ситуације које наставник реализује на часу математике и проблеми који се постављају пред ученике како би решили одређени проблемски задатак. Стварањем проблемске ситуације наставник остварује ефикаснију наставу математике и подстиче већи ниво образовања и заинтересованости ученика.

Приликом обрађивања неког проблема на часу математике, наставник треба прво да заинтересује ученике и привуче њихову пуну пажњу. Затим ствара проблемску ситуацију која је примерена предзнањима и способностима ученика. То се може реализовати на следеће начине:

1. Наставник јасно и прецизно дефинише ученицима проблем.
2. Наставник ствара ситуацију у којој ученици треба да сами схвате и одреде проблем који се налази у тој ситуацији.
3. Наставник ствара ситуацију са мање или више назначеним проблемом, који током анализе ученике треба да доведе до новог проблема, који је он предвидео.
4. Наставник ствара ситуацију са мање или више назначеним проблемом, који током анализе ученике треба да доведе до новог проблема, који он није у потпуности предвидео.

Анализирањем долазимо до закључка да је најефикаснији први начин у којем наставник јасно дефинише проблем, а ученицима преостаје да реше проблем. Четврти начин је најкреативнији и подстиче стваралачко мишљење ученика, јер у таквој проблемској ситуацији постоји бар један проблем који је непознат и наставнику и ученицима.

2.3.1.1 Основни елементи проблема

Да би проблемска настава била што успешнија, неопходно је да проблем садржи следеће елементе:

1. **Удица, мамац.** Новински чланак, занимљива слика, провокативан наслов, нешто што ће привући пажњу ученика.
2. **Окидач.** Углавном је то текст који садржи наговештај како се приближити проблему и у ком правцу усмерити истраживање или методе истраживања.
3. **Сценарио.** Поставља контекст проблема. Ученици добијају одређене улоге и сугерише им се правац истраживања.
4. **Кратак приказ проблема.** Објекат и тест који ученици добијају на почетку рада. Они садрже проблем, експлицитно или имплицитно. Приказ проблема се састоји од одговарајуће комбинације материјала који чине мамац, окидач и сценарио.
5. **Документација проблема.** Комплетна документација обично садржи текст проблема, упутства о фазама рада и начину приказивања података.

2.3.2 Начело проблемности

Настава математике је умно врло захтеван процес за ученике. Математички садржаји се разликују по сложености и тежини, а притом су логички повезани. Да би настава била успешна од ученика се очекује да током наставног процеса уложе велики напор како би разумели и усвојили наставно градиво. Како су математички садржаји често тешки за ученике, наставник прво примењује начела поступности и примерености. Ученици се обично површно односе према математичким садржајима, не примећују никакве проблеме и нејасноће. У таквим тренуцима привидне јасноће ученика према задацима, наставник треба да примени начело проблемности.

Начело проблемности се може представити на следећи начин:

“Прво учинити нејасним, а затим јасним.”

Примењујући ово начело наставник ставља пред ученике проблем, водећи рачуна о томе да ли је он прилагођен већини ученика. Наставник ствара проблемску ситуацију у којој ученици откривају оно што им је познато и непознато у датим садржајима. И сада је потребно да уложе много труда и напора како би дошли до закључка како решити постављени проблем. Тиме се продубљују стечена знања ученика и нејасни садржаји полако постају јаснији.

Применом начела проблемности наставник у сваком тренутку може упозорити ученике на могуће проблеме које они не уочавају, може да им приближи наставне садржаје и отклони све нејасноће, и при том да развија њихово критичко мишљење. Ово начело би требало за сваког наставника математике да буде једно од битнијих начела које ће примењивати. Начело проблемности највише ће се истицати и дати своје најбоље резултате ако се буде примењивало у проблемској настави.

2.3.3 Карактеристике проблемске наставе

Основне карактеристике проблемског учења :

1. **Проблем.** Проблем треба да буде комплексан и што реалнији, како би могао да се користи као стимулација за савладавање наставног програма. Пожељно је да проблем има што више решења.
2. **Тутор.** Наставник има улогу татора или тренера.
3. **Учење.** У центру наставног процеса је рад ученика. Они преузимају одговорност за своје учење.
4. **Организација учења.** Учење се одвија у малим групама ученика. Унутар групе ученици анализирају, уче и предлажу решења проблема. Сваки члан групе има одређену улогу.
5. **Оцењивање.** Приликом оцењивања узима се у обзир и самовредновање и оцењивање вршњака. Оцењује се и коначан резултат рада групе.

2.4 Фазе наставног часа у проблемској настави

Наставни час у проблемској настави пролази кроз неколико фаза или етапа:

1. **Постављање и дефинисање проблема,** стварање проблемске ситуације (припремање ученика, развијање иницијативе, интелектуалног немира, емоционалне тензије и радозналости).
2. **Налажење принципа решења** – навођење хипотеза (претпоставки). У овој етапи активира се већи број ученика.
3. **Декомпозиција проблема** (рашчлањивање глобалног на уже проблеме), разлагање проблема формулисањем плана или допунских питања.
4. **Процес решавања проблема** - централна самостална ученичка активност.
5. **Општи закључак** – налази, констатације, схватање суштине проблема.
6. **Примена закључака на новим ситуацијама** – провера стеченог знања на новим примерима и практичним задацима.

Решавање проблема не мора се одвијати у виду понуђеног обрасца.

До сличног сазнања долази и *Р. Ничковић* (Проблемска настава 1970), наглашавајући функционални склад ових етапа:

1. постављање проблема, стварање проблемске ситуације,
2. налажење принципа решења, извор рационалне хипотезе,
3. декомпоновање проблема, разлагање општег на уже проблеме,
4. процес решавања проблема, верификација хипотеза,
5. констатације, налази, закључци,
6. проверавање закључака на новим ситуацијама.

“Приликом решавања проблема, логички ред изложених фаза се не прелази глатко. Ученик често полази са краја или од средине и враћа се на почетак, креће се брже или спорије, напред или назад, мења правац и редослед, а дешава се да неке фазе мимоиђе, прескочи их и дође до решења.“

Сагледавајући фазе у решавању проблема у настави, као стваралачкој активности, *др Јован Ђорђевић* (Савремена настава, 1981.) издваја четири основне фазе:

1. уочавање проблема – управљеност ка циљу, уочавање суштинских односа и веза,
2. разјашњавање проблема – присећање на сазнате чињенице, селекција чињеница, трагање за новим чињеницама,
3. постављање хипотеза – сагледавање релацијских односа,
4. верификација хипотеза – прихватање или одбацивање, провера хипотеза на новим ситуацијама.

У настави математике постоји више могућности за примену проблемске наставе него што се то у школској пракси чини. Будући да нису све наставне теме, односно јединице погодне за извођење ове наставе, треба то чинити са онима које су прикладне и које испуњавају захтеве проблем-наставе, али не чинити то често и не по сваку цену. Ниједан наставни предмет није тако погодан за извођење проблем-наставе као што је математика.

Многобројна истраживања указују да реализација програмских садржаја проблемском наставом има предност над уобичајеном наставом и традиционалним радом наставника и ученика. Овај начин учења утиче да се мисли логички и стваралачки, да знања чини уверљивим и претвара их у убеђења, да ученик стиче самопоуздање и самоувереност у савладавању препрека и сл.

Проблемска настава повећава ефикасност васпитно-образовног рада, убрзава развој менталних способности, обезбеђује појачану активност ученика, развија способност апстракције, упознаје ученика са методама и техникама успешног учења, појачава мотивацију, развија мисаоне операције, доприноси тајности знања, негује истрајност и упорност, инвентивност и осетљивост за проблеме, развија способност каузалних веза и односа, повећава применљивост стечених знања, умањује се дејство дистрактивних садржаја свести, итд. У настави математике би ова настава, у сваком случају допринела рационалнијем решавању проблема, подизала би квалитет наставе и доприносила њениј ефикасности.

Да би се проблеми у проблем-настави што успешније решавали, *др Р. Ничковић* износи читав систем дидактичко – методичких упуштава, односно начела:

- све наставне јединице нису за „проблематизовање“,
- проблем треба поставити на почетку часа и то на такав начин да мотивише ученике на размишљање и активност,
- тежина проблема треба да одговара узрасту ученика,
- нови проблем треба да се, бар делимично, заснива на искуству и претходном знању ученика,
- код ученика треба развијати способност за критичко и стваралачко приступање решавању проблема,
- у настави је најважније да ученици открију суштинске везе и односе,
- треба стварати ситуације у којима ће ученик упознавати различите технике учења и самосталног рада,

- веома је значајно пружити могућност сваком ученику да изложи своје хипотезе и предлоге за решавање проблема,
- решавање проблема не треба схватити као круту шему,
- треба препустити ученицима да сами постављају проблеме и планирају њихово решавање,
- у традиционалној настави може се користити проблемски начин рада и мишљења,
- плодноснији је рад када ученици сами оцењују резултате и организацију процеса учења помоћу решавања проблема.

2.5 Улога наставника

Једна од улога наставника је да прво појасни ученицима шта је проблемско учење и шта се од њих очекује. Ученици су до сада решавали задатке по групама, али не познају у довољној мери проблемску наставу и њен начин реализације.

Припрема наставника за проблемску наставу захтева много више труда и рада од припреме за традиционалну наставу. Наставник поред доступне литературе припрема ученицима и додатни материјал, који ће им послужити за проналажење додатних информација за решавање проблема.

На часу проблемске наставе од наставника се очекује да одабере одговарајуће задатке и одговарајући проблем. Врло је битно да наставници у проблемској настави развију широк спектар педагошких вештина. Наставникова циљ није само да обезбеди математичко знање ученицима, већ треба да зна како да мотивише и укључи ученике у процес решавања проблема и примене знања у новим ситуацијама.

У току проблемске наставе наставник је сарадник група, али и посматрач који прати и оцењује рад група и прати понашање и активност сваког ученика. Наставник им указује на додатне ресурсе, и усмерава само у ситуацијама ако ученици имају проблема и неслагања унутар групе.

Наставник треба да усмерава процес учења, да подржава и покреће различите активности ученика. Треба ученицима да пренесе одређена знања, да подстиче развој самосталног и критичког мишљења, да код њих развије одређене вештине и умења, да утиче на развијање карактерних особина и ставова.

2.6 Улога ученика

Ученици не схватају математику као креативну активност, већ као скуп правила која морају да запамте како би научили одређено градиво. Таква схватања и начини рада које су ученици усвојили током традиционалне наставе, могу изазвати негативне реакције приликом увођења проблемског учења.

Прелазак са традиционалног учења на проблемско учење може представљати велики проблем за ученике. У проблемској настави ученици треба да испоље своју самосталност у решавању проблема и коришћењу додатне литературе.

Циљ наставника треба да буде да створи ситуацију у којој ће ученици стећи поверење у проблемску наставу. Проблемска настава охрабрује ученике док решавају проблеме да користе било који приступ и да изнесу идеје на начин који им одговара. Ученици унутар своје групе користе разне ресурсе, анализирају их и извлаче закључке и битне податке за решавање проблема. Сарадња унутар групе и међусобна комуникација су битне карактеристике проблемског учења. Ученици у оквиру своје групе уче математику кроз међусобну интеракцију и истраживање.

3 Групни рад

3.1 Увод

Савремена настава математике поставља захтеве који се већим делом могу остварити применом одговарајућих наставних облика и метода. Један од битнијих захтева је да се математика добрим делом научи на наставном часу математике. То се може оствари само ако сви ученици активно учествују током наставног процеса.

Ученици се разликују по својим математичким способностима, предзнањима и психофизичким карактеристикама што треба ускладити са наставним садржајима како би настава била успешна. Један од начина да се то постигне је примена облика наставе која се зове диференцирана настава. Диференцирана настава уважава разлике међу ученицима и настоји искористити способност сваког ученика понаособ.

Постоје три подоблика диференциране наставе, а то су хомогене групе, групни рад и индивидуални рад.

Групни облик рада је социјални облик рада који је карактеристичан по унутрашњој динамици и дидактичким вредностима. Тај облик рада омогућава да се уклоне неки недостаци фронталног рада и постиже се боља комуникација између ученика, поштовање индивидуалних разлика међу ученицима, самосталност, тимски рад.

Током групног рада развија се воља ученика према раду и заједничким напорима долазе до успеха своје групе. Овај облик рада је значајно средство које наставник може да користи како би се постигао бољи успех у образовно – васпитном раду.

3.2 Историјски развој

Групни облик рада се у настави појављивао још у средњем веку, док је у педагошкој литератури почео да се појављује тек касније. Зачетак групног облика рада налазимо у систему „помагач“. Записи овог облика рада су нађени у Индији, старој Грчкој и Риму.

На систему „помагача“ је била заснована у Енглеској и Вен – Lankasterova метода. Битну улогу у овој методи су имали бољи ученици који су радили са слабијим ученицима и градиво је било подељено на мање целине. Приликом утврђивања градива, парови су се спајали у мање групе. Посебну улогу у ради су имали помагачи (монитори), који су добијали од наставника посебне задатке на основу којих су са групама организовали рад у току дана. Посебну улогу у ради су имали помагачи (монитори), који су добијали од наставника посебне задатке на основу којих су са групама организовали рад у току дана.

Групни облик рада је настао почетком XX века, када су се формирали различити системи наставе као што су Пројект-метода, Винекта-план и други, у којима доминира самостални рад ученика у групама. Под утицајем идеја Џона Дјуја, у америчким школама појављује се занимање за облике рада с мањим групама ученика. Његов метод групног

рада долази до изражаја у Dalton – плану који је имао велики утицај на следбенике групног рада (G. Kerštentajner, O. Deklno, Kuzene, Plonski, Petersen и др.)

Kilpatrick је увео пројект – методу у оквиру које су ученици заједно са наставником правили план рада. По пројект – методи формиране су мале групе у којима су ученици решавали задатке. Наставник је додељивао задатке појединцима и групама у целини.

Оснивач Јена – плана је француски педагог P. Peterson. Залагао се за групни рад и био је строго против традиционалне наставе. Формирао је основне групе у којима је било 30 – 40 ученика два или три годишта. Из ових група су су формирале мање групе које су бројиле 2 – 6 ученика.

Најпознатији теоретичар и следбеник групног рада, после Октобарске револуције, у Русији је био P. P. Blonski. Он је изменио Dalton – план тако што је уместо индивидуалног рада, увео групни и колективни облик рада. Уместо традиционалних разреда формирана су групе од око 40 ученика, које су се делиле на мање групе од 2 – 7 ученика који су самостално радили у лабораторијама.

У нашој педагошкој пракси су постојала појединачна интересовања за групни облик рада, која нису довела до неких значајнијих утицаја у образовном процесу. Веће интересовање за овај облик рада се јавља 50 – тих година, када је почела да се преводи значајнија литература из светске педагошке праксе. Тек 1971. Године је одржан Међународни симпозијум о проблемима групног рада у Херцег Новом.

Свој велики добринос теоријској и практичној примени групног облика рада у образовном процесу код нас су дали истакнути педагози проф. др Ненад Хавелка, проф. др Радисав Ничковић, проф. др Тихомир Мандић, проф. др Бранко Ракић, проф. др Петар Мандић и други.

3.3 Групни рад

Групни рад је веома делотворан начин стицања знања. Групни рад повезан са индивидуалним радом ученика даје најбоље резултате у наставном процесу. Током примене овог облика рада повећава се самопоуздање ученика, развијају се појединачне одговорности, побољшава комуникација, ученици се навикавају на радно окружење, продубљује односе између ученика и навикава их да помажу један другом током рада.

Овај облик рада покреће ученике да разматрају чињенице и формирају своје мишљење о њима, и да из њих изводе одговарајуће закључке. Теме које се обрађују током наставе заокупљују пажњу ученика и код куће. Ученици проналазе додатну литературу, гледају телевизијске емисије које имају везе са њиховом темом.

Успешност примене групног рада зависи од учесталости примене, добре припреме, неопходног материјала и времена које је наставник предвидео за извођење.

3.3.1 Начела организације групног рада

Приликом организовања групног рада треба се придржавати следећих начела:

- 1. Подела на групе.** Број ученика по групама може бити различит. Пракса је показала да је најделотворније формирати групе од 4 – 6 ученика. Не препоручује се честа измена група, јер је лакше пратити напредак ученика у сталним групама.
- 2. Задаци група.** Задаци који се припрема за групе могу бити различити или исту, у зависности од врсте градива које се реализује на наставном часу.
- 3. Састав групе.** Састав групе може бити хомоген или нехомоген. Хомоген састав значи да су ученици распоређени по група са подједнаким предзнањима. Овакав састав група може довести код слабијих ученика до губитка воље за рад. Много бољи је нехомогени састав група у којима су предзнања ученика различита. Слабијим ученицима је у таквим групама омогућено да уче од бољих ученика.
- 4. Вођа групе.** Наставник бира једног ученика унутар сваке групе, који ће бити вођа. Задатак вође је да на крају рада групе поднесе наставнику извештај о раду читаве групе. На сваком часу групног рада се бира нови вођа групе.
- 5. Темпо рада.** Групе треба да раде приближно истим темпом.
- 6. Подела задатака унутар групе.** Сваки члан групе решава свој део задатка. Након тога се индивидуални радови свих чланова групе обједињују у заједничко решење.
- 7. Контрола рада.** Наставник контролише рад ученика током наставног часа. Он поставља питања ученицима о задатој теми. И ученици постављају питања наставнику и ученици међусобно кумуницирају. Групе излажу своје резултате и након тога се дискутује о том раду. Наставник обједињује рад свих група на крају часа, како би објединио садржаје свих ученичких радова у једну целину односно наставну јединицу.
- 8. Оцењивање ученика.** Успешност примене групног рада зависиће од активности ученика и вредновање њиховог рада. Може се оценити цео наставни час, рад сваке групе, оцена ученика који подносе извештај о раду групе, оцена оригиналног решења неког проблема, оцена теста о проученој теми.

3.3.2 Припрема групног рада

Припрема наставника за увођење групног облика рада током наставног процеса се огледа у избору одговарајућег садржаја и наставне садржаје према тежини и могућности примене овог облика рада. Унапред се мора испланирати и неопходно време за реализацију одређених наставних садржаја и задатака.

Ученици треба да знају која је сврха рада у групама и шта се том приликом од њих очекује. Да би групни рад донео жељене резултате наставник фронталним обликом наставног рада упознаје ученике са програмом и задацима на којима ће поједине групе радити. Објашњава им начин рада, изворе које могу да користе током израде задатака и начин представљања добијених резултата. Ученицима треба скренути пажњу на потешкоће на које могу наићи и да је потребно ангажовање и активност свих чланова групе.

Приликом формирања група наставник треба да води рачуна о одабиру критеријума, за који сматра да је најадекватнији за остваривање постављених задатака. Групе се могу формирати према предзнању, способностима, месту седења или слободним избором ученика. Да би група била што успешнија и ефикаснија битан је и број чланова који треба да буде од 3 до 5 ученика. У мањим групама се остварује најбоља комуникација међу ученицима.

Током групног облика рада разликујемо уводни део, самостални рад и извештавање група о резултатима рада. У **уводном делу** наставник додељује задатке и задужења групама. Подстиче и бодри ученике током решавања задатака. Наставник контролише рад група и усмерава их по потреби. Даје им додатна објашњења, демонстрира нова средства помоћу којих ће ученици лакше схватити одређено градиво. Давање информација, обезбеђивање материјала за реализацију задатака је значајна функција наставника. Ученике треба навикавати да користе разне изворе знања.

Самостални рад ученика се односи на решавање постављених задатака. Вођа групе се са осталим члановима договара о начину рада, етапама решавања постављених задатака, о задужењима појединаца у групи, о начинима прикупљања података, о прављењу бележака, припремању и презентовању резултата рада групе. Сви ученици у групи треба да буду ангажовани. Ученици расправљају, договарају се и предлажу разне ставове. У овој фази је врло битна улога наставника, јер контролише рад групе и укључује се у дискусију са ученицима у групи. Наставничково учешће у раду група треба да буде умерено како се не би нарушила њихова самосталност.

У завршном делу групног рада следи **извештавање група о резултатима рада**. Представник групе извештава о резултатима рада своје групе пред целим одељењем. У расправи о резултатима рада учествује цело одељење. Могу постављати питања, давати примедбе и заузимати другачије ставове. И наставник учествује у расправи и усмерава ток расправе, даје додатна објашњења и попуњава празнине у извештајима група. На крају се сумирају и вреднују резултати рада појединачних група и свих група у целини.

4 Моделирање проблемског учења у настави математике

4.1 Увод

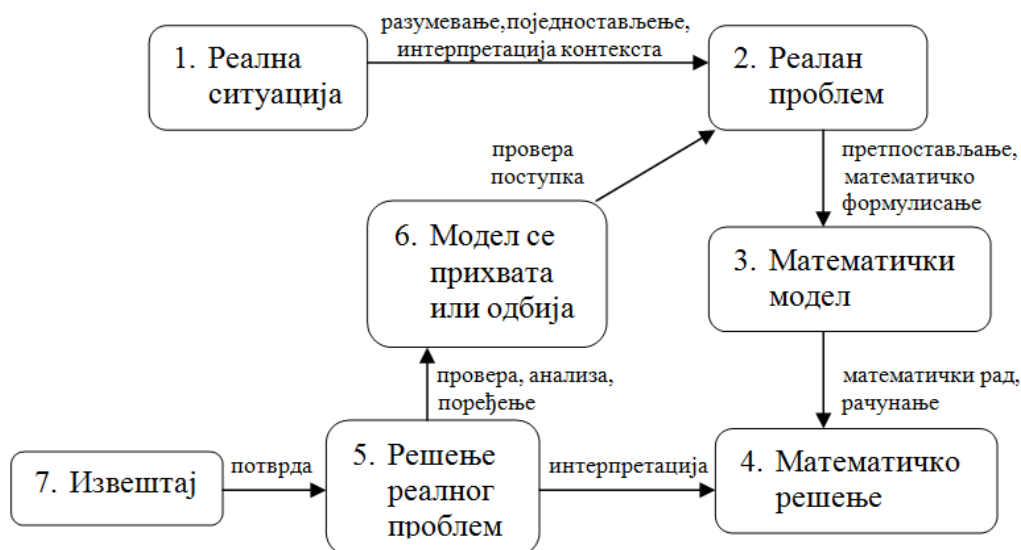
Процес наставе математике има за циљ да поред доброг познавања математике од стране наставника, захтева и способност да се знање пренесе ученицима. Савремена настава математике ставља у први план решавање математичких проблема преко модела из реалног живота. Тако математика добија свој прави смисао и постаје средство за израду прорачуна и предвиђање могућих исхода реалних ситуација. Знања се активно преносе комуникацијом од наставника до ученика, као и између самих ученика, а математика се приказује као применљива и корисна дисциплина.

4.2 Моделирање наставе математике

Моделирање у настави математике има за циљ да ученике научи да разумеју математичке појмове, уочавају чињенице, формулишу и решавају проблеме који су резултат специфичних реалних ситуација. Настоји да пробуди и продуби критичко и креативно мишљење и да развија боље разумевање математичких концепата.

Ученици треба у што већој мери да се упознају са проблемским ситуацијама у којима је неопходно применити знање из математике и тиме ће схватити њен прави смисао и значај. Треба учинити математичке садржаје реалнијим и доступнијим, у односу на потенцијале и могућности ученика.

Моделирање у настави математике почиње упознавањем ученика са реалним проблемом из живота, затим ученици анализирају проблем и развијају план за његово решавање, и након тога приказују резултате. На тај начин ученици развијају способности као што су интерпретација, описивање, тумачење података као и рад у тиму. На слици 1. приказана је шема математичког моделирања.



Слика 1. – Дидактички круг моделирања

Како би настава математике била што квалитетнија она подразумева низ поступака који имају за циљ да активирају креативне способности ученика. Један од битнијих поступака је решавање проблема на више начина чиме се повећава спектар идеја ученика и шире математички видици. Један исти проблем у математици углавном захтева више идеја и може се решити на различите начине. Тиме се постиже методолошка разноврсност ученика и подстиче и развија истраживачки дух.

Посматраћемо модел проблемске наставе за наставну јединицу Примена система линеарних једначина са две непознате. Детаљно приказано моделирање наведене наставне јединице проблемском наставом и групним радом.

4.3 Артикулација часа проблемске наставе

Артикулација часа која се изводи у оквиру проблемског учења се у великој мери разликује од традиционалног учења.

Организација часа проблемске наставе зависиће од претходне припреме ученика, њихових предзнања, њихових искустава у решавању проблема, као и од природе градива и проблемских задатака.

Представићу реализацију групног рада у обради наставне јединице Примена система линеарних једначина са две непознате проблемским учењем. За групни рад проблемске наставе је предвиђен један блок час у трајању од 90 минута.

Као припрему за час проблемске наставе, ученицима сам на претходном часу истакла да ће самостално утврђивати наставну јединицу у оквиру своје групе.

На основу своје процене одлучила сам се за артикулацију часа за коју сматрам да је најприлагођенија и најпримеренија одабраном одељењу. У уводном делу часа делим ученике на групе. Формирала сам три групе, по 6 ученика. Свака група је села за свој радни сто. Одговарајући материјал за сваку групу сам ставила на сто те групе.

Наставник заједно са групом одређује вођу сваке групе и даје им додатна упутства. Ученици у оквиру групе треба да сарађују и да поделе задатке на мање целине, тако да сваки члан унутар групе буде активан и да свој допринос изради решења. За овај део часа је предвиђено око 10 минута. Вођа сваке групе добија задатак за решавање, као и листић који треба да попуни пре израде задатака. Подаци који треба да се унесу су дати у следећој табели.

Предмет	
Наставник	Гордана Васиљевић
Школа	
Разред и одељење	
Датум	
Наставна јединица	Примена система линеарних једначина са две непознате

Група	
Задатак групе	
Чланови групе (на прво место уписати име и презиме вође групе)	
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
Коментар	

Табела 1. – Подаци ученика по групама

Предвиђено време за рад група је око 45 минута.

Главни део часа представља фазу у проблемском учењу током које је потребно сагледати проблем у целисти, анализирати и рашчланити проблем на мање делове да би ученици сагледали његову структуру и утврдили који елементи недостају. Врло је важно да ученици сами постављају хипотезе и да о њима расправљају унутар групе. Практичном применом хипотезе се верификују и добијају своје место у знању ученика.

У главном делу часа поставила сам проблемске задатке свакој групи посебно. Тиме сам настојала да створим атмосферу радозналости, да мобилишем пажњу ученика и мотивишем их за активност. Ученици самостално утврђују наставу јединицу решавајући постављене проблеме. Самостално у оквиру своје групе треба да налазе нове идеје и решења, користећи претходно усвојена знања и вештине, и активно размишљајући да изводе нове закључке, како би решили задати проблем. Активно радећи у тиму размењују информације, анализирају задатке.

После одабира и читања одговарајућег материјала свака група почиње са решавањем задатака. У почетној фази решавања задатака ученици прво анализирају проблем и утврђују који су им елементи дати у задатку и који су им елементи још потребни за његово решавање, заједно се договарају и присећају претходно стеченог знања што им је потребно за даљи рад. Затим приступају изради проблема, постављају системе и израчунавају. У завршној фази сређују добијене резултате и формирају извештај који ће представити целом одељењу.

Након што су ученици завршили са израдом задатака, наставник пушта презентацију са текстовима задатака да би сви ученици били упознати са задацима и прозива вођу сваке групе, према редном броју групе, да пред целим одељењем представи резултате. У дискусији након излагања сваке групе учествује цело одељење. Посматрају се резултати рада група. У завршном делу овог часа наставник заокружује наставну јединицу у једну целину, наводећи најбитније елементе лекције и задаје домаћи задатак. На тај

начин ученици стичу утисак о резултатима свог рада. За крај ученици треба да попуне анкетни листић који ће наставнику дати смернице у даљем раду.

Експериментални задаци

Задаци – прва група

1. „ Дај ми један кликер, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу .
„ Не, дај ти мени један кликер, па ћемо имати једнако “ , одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Странице два квадрата разликују се за $4cm$, а њихове површине се разликују за $80cm^2$. Израчунај странице квадрата.
3. Ако две цеви истовремено пуне један базен, напуниће га за $15h$. Ако прва цев пуни базен само $6h$, другој треба $30h$ да би допунила базен до краја. Колико је часова потребно свакој цеви посебно да напуни базен?

Задаци – друга група

1. „ Дај ми шест кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу.
„ Не, дај ти мени шест кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Површина једнакокраког трапеза је $180cm^2$, висина $12cm$, а основице се разликују за $10cm$. Израчунај обим трапеза.
3. Четрдесет крава попасе једну ливаду за 50 дана. Исту ливаду попасе 60 крава за 30 дана. Колико ће дана дату ливаду пасти 20 крава? Колико крава може да пасе на ливади 75 дана?

Задаци – трећа група

1. „ Дај ми n кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени n кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Збир две суседне странице правоугаоника је $17cm$, а њихова разлика је $7cm$. Израчунај обим круга описаног око овог правоугаоника.
3. Два радника, радећи заједно, заврше неки посао за пет дана. Ако би први радник радио два пута брже, а други два пута спорије, посао би завршили за четири дана. За колико би дана цео посао завршио први радник радећи сам?

5 Педагошки експеримент

5.1 Теоријски приступ проблему истраживања

Велики број психолога истиче да и поред значајних резултата, још увек постоје озбиљни недостаци у наставном процесу. Недостатак који се први наводи је недовољна активност и несамосталност ученика у наставном процесу. И још један битан недостатак је то што ученици добијају готова знања која им наставник преноси. Ови недостаци се могу превазићи проблемским учењем.

Пијаже (1975) истиче да основно начело учења путем решавања проблема, треба да буде инспирисано историјом науке и може се представити на следећи начин „*Разумети нешто значи самостално га открити или извршити реконструкцију путем поновног открића*“. Говорећи о сврси учења он истиче „*И треба се придржавати тог начела ако у будућности хоћемо да обликујемо људе који ће бити способни да продукују и креирају, а не само да понављају оно што већ постоји*“. Основна Пијажеова идеја је била да се знање ученику не преноси, него да му се у виду проблема задаје, и допусти да он сам кроз истраживачку делатност открије оно што је већ наука открила.

Проблемско учење је врло ефикасна метода којом наставници доведе ученике у ситуацију да самостално откривају знања. Овакав облик рада по Брунеру, повећава интелектуалну моћ ученика, јер знања стечена на овај начин имају велику моћ у примени како код нових ситуација тако и код развоја личности у целости. Такве циљеве је тешко постићи на други начин.

Амерчки филозов Џон Дјуџи је почетком двадесетог века осмислио и у пракси применио пројект-метод који је касније преименовао у проблем-метод. Том приликом је Дјуџи истакао значај субјективног интересовања ученика за решавање проблема, као и значај практичне примене закључака до којих се долази решавањем проблема.

Таква очекивања и утицаје према свим досадашњим сазнањима налазимо у групној атмосфери проблемске наставе. Ако се истражују ефекти проблемске и традиционалне наставе, они се махом свде на упоређивање њихове успешности са ефектима осталих „бројчаних формација“ у погледу усвојености наставних садржаја, општег успеха, а то значи у односу на образовне ефекте.

Теоријски приступ истраживања проблемског учења огледа се у обједињавању свих елемената који чине проблемску наставу, прикупљајући све чињенице, научна сазнања и резултате истраживања повезујући их у један систем, и у указивању на значај проблемског учења у настави математике.

Организација наставног рада на часу подразумева разноврсне делатности наставника и ученика које зависе од њихових међусобних односа у појединим наставним и школским ситуацијама.

Општи педагошки принцип организованости васпитно-образовног рада полази од начела да ефикасно васпитавати-поучавати и учити, значи у ствари, добро организовати овај рад. Отуда је и проблематика организационих облика наставе једно од централних дидактичких питања.

5.2 Практични приступ проблему истраживања

Практични приступ проблему истраживања подразумева конкретан рад којим се потврђује теоријски приступ. Што се тиче проблема избора врсте учења у наставном процесу, практични приступ се огледа о одржавању наставних часова са различитим врстама учења чији ће резултат рада допринети потврди теоријског приступа.

Кроз даљи рад и примену проблемског и традиционалног учења, проблем се смањује а продуктивност се повећава. Теорија и пракса су подједнако битне и зависе једна од друге. Да би теоријски део био оправдан, он мора бити и практично спроведен.

У овом истраживању коришћена је иста наставна јединица у два одељења истог разреда обрађена различитим облицима учења. Резултати се виде после спроведеног часа.

5.3 Истраживање и хипотезе

Проблем овог експерименталног истраживања је проблемско учење и групни рад у настави математике у осмом разреду основне школе.

Предмет истраживања је проучавање доприноса проблемске наставе успешнијем савладавању математичких садржаја у односу на уобичајени – традиционални начин рада.

Општи циљ истраживања је да се испитају ефекти проблемског учења на знање ученика и да се прикупе мишљења ученика о оваквој врсти наставе.

Из циља истраживања проистичу конкретни задаци педагошког експеримента:

1) На основу теоријских знања везаних за системе линеарних једначина конструисати методички модел за реализацију наставне јединице „Примена система линеарних једначина са две непознате“ класичним учењем.

2) На основу теоријских знања везаних за системе линеарних једначина конструисати методички модел за реализацију наставне јединице „ Примена система линеарних једначина са две непознате“ проблемским учењем.

3) Реализовати оба методичка модела у школској пракси у одељењима у којима су ученици са релативно једнаким предзнањима и интелектуалним способностима.

4) Извршити иницијално тестирање математичких предзнања ученика контролног и експерименталног одељења.

5) Резултате методичких модела измерити истим финалним тестом у контролном и експерименталном одељењу.

6) На основу резултата финалног теста утврдити да ли се проблемским учењем постижу бољи резултати у односу на класично учење.

Нулта хипотеза овог истраживања је тесно повезана и формирана на основу одређеног проблема, дефинисаног предмета, постављеног циља и задатака проучавања, и гласи:

Контролна и експериментална група на финалном тесту знања имају исте резултате.

У педагошком експерименту се сусрећемо и са варијаблама, које ће нам помоћи да добијемо што прецизније податке. На основу постављене хипотезе утврђују се и класификују независне и зависне варијабле. Независне варијабле су предзнање ученика и проблемско учење. Зависна варијабла се под утицајем независне варијабле мења, а то је школски успех ученика.

Резултате тестирања сам анализирали на узорку. Истраживање се односи на популацију ученика основне школе. Педагошко истраживање је спроведено у осмом разреду основне школе „Браћа Недић“ у Осечини, у коме су учествовала два одељења од којих је једна била контролна а једна експериментална група.

Истраживачка метода коју сам користила у овом емпиријском истраживању је експериментална метода. У оквиру ове методе постоји експериментални фактор који сам намерно унела у наставни процес. Мој експериментални фактор је проблемско учење, који треба да доведе до промена у наставном процесу у погледу успеха ученика у самосталном решавању постављених проблема. Основни циљ сваког педагошког експеримента је да се утврди разлика између стања пре деловања експерименталног фактора (иницијално стање) и после дејства тог фактора (финално стање). Добијена разлика представља резултат деловања експерименталног фактора. Модел педагошког експеримента за који сам се одлучила је експеримент са паралелним групама, од којих је једна експериментална, а друга контролна група.

Наставна јединица је изабрана у складу са реализацијом наставе математике у школи у којој сам изводила педагошки експеримент. Припремала сам експериментални час и тестирала и анкетирала ученике.

Обраду изабране наставне јединице у експерименталном и контролном одељењу је изводио аутор овог рада. Експерименталном раду присуствовао је и старији колега школе - наставник математике Миломир Стјепановић.

Тестове за проверу знања, иницијални и финални тест, припремио је и прегледао резултате аутор овог рада. Као и реализацију датих тестова у оба одељења. Педагошким истраживањем је обухваћено 40 ученика који су започели експеримент. За потребе овог истраживања издвојила сам само резултате иницијалног и финалног теста за ученике који

су учествовали на иницијалном тестирању, експерименталном раду и финалном тестирању. Сматраћемо да су само ти ученици учествовали у експерименту, а њих је било 35.

У табели 2. дат је приказ броја ученика по одељењима која су учествовала у експерименталном раду. Укупан број одељења или укупан број ученика сам означила са У. Број ученика или број одељења експерименталне групе означавам са Е, док број ученика или број одељења контролне групе означавам са К.

Назив школе	Број одељења			Број ученика		
	У	Е	К	У	Е	К
ОШ „Браћа Недић“ Осечина	2	1	1	35	18	17

Табела 2. -. Преглед броја ученика који су учествовали у експерименту

5.4 Експериментални рад

Експериментални рад се заснивао на проблемској настави током које су ученици решавали задате проблеме, рачунали и презентовали их на табли.

За експериментални рад је био предвиђен блок час у трајању од 90 минута и групни облик рада. Како би рад ученика на експерименталном часу био што ефикаснији и експеримент што успешнији, на часу који је претходио експерименталном часу, дала сам ученицима детаљна објашњења о томе шта се од њих очекује. Објаснила сам им да је циљ експерименталног часа да буде другачији од претходних по начину рада. Скренула им пажњу да ће на следећем часу самостално решавати задатке и доносити закључке уз координацију наставника.

Организовање групног рада је прво захтевало да се направи анализа садржаја материје која је предвиђена за обраду. Посматрала сам изабрану наставну јединицу и одговарајуће градиво. За сваку групу сам одредила по три задатка, који ће свака група решавати на сличан начин.

Успех групног рада зависи од самосталне припреме ученика за такав рад. Ученици би требали да знају да самостално решавају системе линеарних једначина са две непознате кроз све врсте метода решавања.

За рад група било је предвиђено око 45 минута. На почетку часа групног рада наставник је формирао групе од 6 ученика према месту седења. Свака од група је добила од наставника писани материјал, са одређеним задацима, питањима и упутства за рад. Наставник је заједно са сваком групом одредио вођу који је добио табелу да попуни и додатна упутства за руковођење групом. Групама је посебно објашњено да треба да се договарају унутар групе, да раде поступно, и да заједнички припремају извештај о свом раду.

За прегледање резултата сваке групе је предвиђено око 30 минута. Сви ученици су са наставником учествовали у прегледању резултата сваке групе који су били

презентовани на табли, и дискутовали о њиховом начину раду. После излагања резултата сваке групе, наставник је у кратким тезама нагласио битне појмове наставне јединице, и на шта посебно ученици треба да обрате пажњу. На тај начин су ученици могли да стекну увид у своје резултате рада и још једном са наставником да прођу кроз градиво. При оцењивању рада група, наставник је дао и своје мишљење у погледу обраде постављених задатака.

Истраживање је обављено на наставној јединици: Примена система линеарних једначина са две непознате. Одабрана наставна јединица пружа бројне проблеме са којима се ученици сусрећу у свакодневном животу.

5.5 Статистичка обрада

Истраживање се односи на популацију ученика основне школе. Одабрала сам два одељења осмог разреда. Укупно 35 ученика је радило иницијални и финални тест, а њих 18 од укупног броја је учествовало и у експерименталном раду односно обради наставне јединице кроз проблемску наставу.

Одабрала сам два одељења која нисам уједначавала према члановима групе него сам посматрала одељења у целини. Није било статистички значајне разлике у погледу просечних оцена ученика из математике, као и просечне оцене свих предмета. На основу тих података сматрала сам да нема значајних разлика између експерименталне и контролне групе.

5.5.1 Иницијални тест

Нулта хипотеза иницијалног теста гласи:

Контролна и експериментална група имају исте просечне бодове.

Пре извођења експеримента морала сам да утврдим иницијално (почетно) стање знања ученика контролне и експерименталне групе. Тест је био састављен од задатака који су чинили претходно обрађено градиво везано за системе линеарних једначина са две непознате. Циљ теста је утврђивање нивоа знања ученика из математике из одабраних области. То је тест знања односно контролни задатак путем којег се испитују знања, вештине и способност примене знања ученика.

Ученици су решавали задатке писаним путем уз помоћ папира, оловке и геометријског прибора. Тест се састојао од три задатка, прва два задатка су носила по 5 бодова, док је трећи задатак носио 10 бодова. Укупан број бодова који су ученици могли да освоје је износио 20 бодова.

Време предвиђено за израду теста је било око 15 минута. Сматрам да се тај број задатака, водећи рачуна о тежини сваког задатка, може решити за предвиђено време.

Иницијални тест је рађен претходни час од часа када је рађена проблемска настава.

5.5.1.1 Пример иницијалног теста

Представљам пример иницијалног теста који су радили ученици експерименталне и контролне групе.

Иницијални тест

Име и презиме _____

Школа _____

Разред и одељење _____

Датум _____

Задаци:

1. Реши систем методом замене:

$$5x + 4y = 11$$

$$2x + 3y = 10$$

2. Реши систем методом супротних коефицијената:

$$\frac{3}{4}t + \frac{5}{6}y = 9$$

$$\frac{5}{6}t - \frac{3}{4}y = 10$$

3. Деда жели да изврстан број јабука подели својим унуцима. Ако сваком унуку да по 5 јабука. Преостају му три јабуке, а ако би сваком хтео да да по 6 јабука, једна јабука би му недостајала. Колико има унука, а колико јабука?

5.5.1.2 Резултати иницијалног теста

Преглед добијених просечних бодова експерименталне и контролне групе појединачно, и просечни бодови обе групе заједно приказани су у табели број 3. Укупан број ученика у експерименталном одељењу је био 18, а у контролној групи 17.

Ознака	Активност	Број одељења	Број ученика	Просек бодова
Е	Експериментални рад	1	18	11,67
К	Традиционални рад	1	17	11,76
У	Укупно	2	35	11,71

Табела 3. – Приказ резултата иницијалног теста

Ови резултати показују да не постоји значајна разлика у просечним бодовима експерименталне и контролне групе.

5.5.1.3 Закључак

Добијени резултати говоре да се не одбацује нулта хипотеза иницијалног теста. Утврђено је да не постоји статистички значајна разлика у просечним бодовима експерименталне и контролне групе. Може се закључити да су групе добро уједначене и да се може извести експеримент.

5.5.2 Финални тест

Нулта хипотеза финалног теста је хипотеза истраживања и гласи:

Проблемском наставом не постиже се бољи успех у учењу у односу на успех у учењу који се постиже класичном – традиционалном наставом.

Финални тест су ученици радили после обраде одабране наставне јединице. Задаци за финални тест су састављани на исти начин као и за иницијални тест. Посебно је обрађена пажња на врсту и тежину задатака како ни једна од група, ни контролна као ни експериментална, не би биле у предности приликом решавања задатака.

5.5.2.1 Пример финалног теста

Представљам пример финалног теста који су радили ученици експерименталне и контролне групе.

Финални тест

Име и презиме _____
Школа _____
Разред и одељење _____
Датум _____

Задаци:

1. Реши систем методом супротних коефицијената:

$$3x + 2y = 9$$

$$2x - 2y = 1$$

2. Реши систем методом замене:

$$y = 3x + 4$$

$$3x = \frac{y - x}{2}$$

3. Јована и Ивана су заједно имале 713 динара и решиле су да учешћем по пола купе једну књигу. Јована је за књигу дала $\frac{4}{5}$ свог новца, а Ивана $\frac{2}{9}$ свог новца. Колико кошта књига и колико новца су имале Јована и Ивана?

5.5.2.2 Резултати финалног теста

Преглед просечних бодова експерименталне и контролне групе појединачно и обе групе заједно приказани су у следећој табели.

Ознака	Активност	Број одељења	Број ученика	Просек бодова
Е	Експериментални рад	1	18	16,67
К	Традиционални рад	1	17	12,35
У	Укупно	2	35	14,51

Табела 4. – Приказ резултата финалног теста

Ови резултати показују да постоји значајна разлика у просечним бодовима експерименталне и контролне групе.

5.5.2.3 Закључак

Добијени резултати говоре да одбацујемо нулту хипотезу иницијалног теста. Утврђено је да постоји статистички значајна разлика у просечним бодовима експерименталне и контролне групе. Закључујемо да се проблемском наставом постижу много бољи резултати у учењу него традиционалном наставом.

5.6 Анкета

Анкетом сам желела да сазнам став ученика о успешности реализације часа проблемском наставом. На крају експерименталног часа позвала сам ученике да попуне анкетни лист. За попуњавање анкете било је предвиђено око 5 минута. Ученици су могли слободно да изразе своје мишљење о одржаном часу јер је анкета била анонимна. Сви ученици су се одазвали позиву.

Представљам изглед анкете:

Наставник	Гордана Васиљевић
Разред и одељење	
Датум	
Група	
Задатак	

Овом анкетом желим да ми пренесете ваше мишљење о реализацији овог часа. Пажљиво размислите о сваком питању и одговорите слободно и искрено. Анкета је анонимна, што значи да је не потписујете. Хвала на сарадњи!

Питања	Одговор
--------	---------

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

		Да	Не
1.	Да ли вам се допао овај час?		
2.	Да ли сте га тако замишљали?		
3.	Да ли су ваши задаци били тешки?		
4.	Да ли су ваши задаци били обимни?		
5.	Да ли је вођа ваше групе био добар предводник у раду?		
6.	Да ли је наставник био довољно активан?		
7.	Да ли је требало да наставник буде мање активан?		
8.	Да ли сматрате да би боље усвојили наставно градиво уз овакав тип часа?		
9.	Да ли сматрате да би ваше знање било дуготрајније уз овакав тип часа?		
10.	Да ли сматрате да би ваше знање било применљивије у свакодневном животу уз овакав тип часа?		

Наведите своје предлоге за побољшање рада на оваквим часовима

Хвала на сарадњи!

У следећој табели дат је преглед одговора ученика на постављена питања.

Назив школе	Разред и одељење	Број ученика	Редни број питања																			
			1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
			Да	Не	Да	Не	Да	Не	Да	Не	Да	Не	Да	Не	Да	Не	Да	Не	Да	Не	Да	Не
Основна школа „Браћа Недић“ Осечина	VIII-2	18	16	2	7	11	5	13	3	15	17	1	16	2	2	16	17	1	17	1	16	2
Укупан број одговора на питања			18		18		18		18		18		18		18		18		18		18	

Табела 5. – Преглед резултата анкете

Питање број један је гласило: **Да ли вам се допао овај час?** Потврдно је одговорило 16 ученика, а негативно 2 ученика. Посматрајући резултате закључујемо да се час проблемске наставе допао скоро свим ученицима.

На друго питање које је гласило: **Да ли сте га тако замишљали?**, са „Да“ је одговорило 7 ученика, а са „Не“ је одговорило 11 ученика. Овакви резултати нам говоре да су ученици у великој мери били изненађени реализацијом проблемске наставе.

Проблемско учење је представљало велику новину за ученике у наставном процесу математике.

Треће питање је гласило: **Да ли су ваши задаци били тешки?** На треће питање је потврдно одговорило 5 ученика, а негативно 13 ученика. На основу датих одговора можемо рећи да час проблемске наставе није био тежак за ученике.

Четврто питање гласило је: **Да ли су задаци били обимни?** На ово питање је потврдно одговорило 3 ученика, а негативно 15 ученика. Већина ученика сматра да задаци њихове групе није био обиман.

Пето питање је гласило: **Да ли је вођа ваше групе био добар предводник у раду?** Потврдно је одговорило 17 ученик, а негативно 1 ученик. Скоро сви су били задовољни избором вође групе. Сматрају да је вођа групе добро предводио и организовао извршавање постављеног задатка.

Питање број шест гласило је: **Да ли је наставник био довољно активан?** Потврдно је одговорило 16 ученика, а негативно 2 ученика. Овакви резултати нам говоре да ученици сматрају да је наставник био довољно активан за овакав тип часа.

Седмо питање из анкете је гласило: **Да ли је требало да наставник буде мање активан?** Са „Да“ је одговорило 2 ученика, а са „Не“ је одговорило 16 ученика. На основу добијених одговора закључујемо да је мали проценат ученика који су сматрали да је наставник требало да буде мање активан.

Осмо питање је гласило: **Да ли сматрате да би боље усвојили наставно градиво уз овакав тип часа?** Позитиван одговор је дало 17 ученика, а негативно 1 ученик. Добијени резултати нам показују да велики број ученика сматра да би наставно градиво боље усвајали уз проблемску наставу. У оваквој настави ученици би самостално долазили до потребних знања и тиме би их боље разумели и усвајали.

Питање број девет гласило је: **Да ли сматрате да би ваше знање било дуготрајније уз овакав тип часа?** Потврдан одговор је дало 17 ученика, а негативан 1 ученик. На основу добијених одговора закључујемо да је већина ученика сматрало да би њихово знање било дуготрајније ако би стицали знања путем проблемског учења.

Десето питање које је било постављено ученицима је гласило: **Да ли сматрате да би ваше знање било применљивије у свакодневном животу уз овакав тип часа?** Потврдан одговор је дало 16 ученика, а негативан 2 ученика. Исказана мишљења ученика нам указују на то да би по њима знања усвојена на часовима проблемске наставе била применљивија у свакодневном животу.

На крају анкетног листића од ученика је тражено да дају своје предлоге за побољшање рада на часовима на којима се примењује проблемско учење и групни рад. Био је слаб одзив ученика. Само пар ученика је дало одговор, који су гласили „Треба чешће да имамо овакве часове“, „Све је било добро“ ...

Резултати анкете показују да се ученицима допао час проблемске наставе. Сматрају да градиво и задаци које су самостално решавали није било претешко и преобимно.

Ангажованост наставника у току часа је добро оцењена, што нам указује на добру сарадњу и комуникацију између ученика и наставника. Превазишле су се баријере између наставника и ученика које постоје на часовима традиционалне наставе у погледу комуникације и стицања знања.

Ученици су потврдили својим одговорима да су знања усвојена проблемским учењем много разумљивија и јаснија, а тиме и применљивија. Кроз анкетна питања су истакли оно што сам желела да постигнем, а то је подстицај за рад, сарадња унутар групе, добра анализа и образложење задатака.

5.7 Закључак

Правим избором метода, облика рада и употребом савремене технологије може се одговорити на захтеве савремене наставе. Циљ наставе је да ученици усвоје што више знања и да то знање буде квалитетно и дуготрајно. У таквом наставном процесу је активност ученика на првом месту и њихово оспособљавање за самостално тражење одговора на постављена питања. Један од ефикасних начина да се постигне успех у учењу је примена проблемске наставе у комбинацији са групним обликом рада.

На основу експеримента закључује се да облик рада који је примењиван доприноси бољем успеху ученика у савладавању математичких садржаја. Посматрајући резултате наведених тестова, можемо одбацити нулту хипотезу и закључити да се *проблемском наставом постиже бољи успех у учењу у односу на успех у учењу који се постиже класичном – традиционалном наставом.*

Ученици су задовољни оваквим обликом рада, што се може закључити на основу анкете.

6 Прилози

6.1 Прилог 1

Припрема наставника за час класичне наставе

Школа:	„ Браћа Недић “ Осечина
Наставни предмет:	Математика
Разред:	VIII-3
Датум реализације:	26. март 2015.
Наставник:	Гордана Васиљевић

Наставна тема:	Системи линеарних једначина с две непознате
Наставна јединица:	Примена система линеарних једначина са две непознате
Тип часа:	Утврђивање
Циљ часа:	Утврђивање знања о решавању система линеарних једначина и примена у решавању проблема
Образовни задаци:	<p>Ученици треба да:</p> <ul style="list-style-type: none"> • упознају начин превођења текстуалног проблема на математички језик, тј. на систем линеарних једначина; • науче да примењују систем једначина у решавању разних математичких, геометријских и практичних проблема; • утврде поступак решавања система линеарних једначина методом замене и методом супротних коефицијената; • умеју да примењују методу замене и методу супротних коефицијената у решавању задатака који се свде на систем линеарних једначина са две непознате.
Функционални задаци:	<p>Ученици треба да:</p> <ul style="list-style-type: none"> • усаврше тачно, брзо и правилно рачунање са реалним бројевима на најједноставнији начин; • усаврше примену правила замене, правила о додавању и правила о множењу приликом добијања нове једначине која је еквивалентна полазној; • развијају способност логичког повезивања података; • развијају логичко мишљење и закључивање; • аналогјом, генерализацијом, индуктивним и дедуктивним начином закључивања развијају математичко мишљење; • применом мисаоних операција, нарочито апстракције и

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

	генерализације, развијају способности за индуктивни облик закључивања.
Васпитни задаци:	Ученици треба да развијају: <ul style="list-style-type: none"> • концентрацију; • способност за упоран и предан рад; • поступност и систематичност у раду; • тачност, прецизност и уредност у раду; • позитиван однос према математици и уважавање математике као подручја људске делатности; • самопоуздање и поверење у властите математичке способности.
Кључни појмови:	Систем од две линеарне једначине с две непознате, решење система, еквивалентност система, супротни коефицијенти, метод замене, метод супротних коефицијената
Образовни стандарди:	МА3.2.1.
Облици рада:	Индивидуални
Наставне методе:	Самостални рад, дијалошка
Наставна средства:	Наставни листићи, табла, креда, графофолија
Место извођења наставе:	Кабинет за математику
Корелација:	Математика 6. разред (Површина троугла и четвороугла), Математика 7. разред (Питагорина теорема),

Уводни део часа: (3 минута)	Анализа домаћег задатка.
Главни део часа: (30 минута)	Подела наставних листића са задацима. (3 групе задатака) (прилог 1.). Ученици самостално решавају задатке у свесци и траже помоћ уколико им је потребна.
Завршни део часа: (12 минута)	Повратна информација на графофолији (прилог 2.). Наставник прво приказује текст и решења првих задатака свих група а потом и за преостале задатке. Ученици исправљају уколико су погрешили. Домаћи задатак: Ученици добијају листиће са задацима које нису радили (прилог 3.).

Прилог 1.

Задаци – прва група

1. „ Дај ми један кликер, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу . „ Не, дај ти мени један кликер, па ћемо имати једнако “ , одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Странице два квадрата разликују се за 4cm, а њихове површине се разликују за 80cm². Израчунај странице квадрата.
3. Ако две цеви истовремено пуне један базен, напуниће га за 15h . Ако прва цев пуни базен само 6h, другој треба 30h да би допунила базен до краја. Колико је часова потребно свакој цеви посебно да напуни базен?

Задаци – друга група

1. „ Дај ми шест кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени шест кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Површина једнакокраког трапеца је 180cm², висина 12cm, а основице се разликују за 10cm. Израчунај обим трапеца.
3. Четрдесет крава попасе једну ливаду за 50 дана. Исту ливаду попасе 60 крава за 30 дана. Колико ће дана дату ливаду пасти 20 крава? Колико крава може да пасе на ливади 75 дана?

Задаци – трећа група

1. „ Дај ми n кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени n кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Збир две суседне странице правоугаоника је 17cm, а њихова разлика је 7cm. Израчунај обим круга описаног око овог правоугаоника.
3. Два радника, радећи заједно, заврше неки посао за пет дана. Ако би први радник радио два пута брже, а други два пута спорије, посао би завршили за четири дана. За колико би дана цео посао завршио први радник радећи сам?

Прилог 2.

Задаци и решења – прва група

1. „ Дај ми један кликер, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу . „ Не, дај ти мени један кликер, па ћемо имати једнако “ , одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?

Решење:

Означимо са x – кликери од дечака а са y – кликери од друга

Поставимо систем једначина и решавамо методом замене

$$x + y = 2(y - 1)$$

$$x - 1 = y + 1$$

$$\begin{aligned}x + 1 &= 2y - 2 \\ \underline{x - 1} &= \underline{y + 1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x - 2y &= -2 - 1 \\ \underline{x - y} &= \underline{1 + 1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x - 2y &= -3 \\ \underline{x - y} &= \underline{2} \\ x - 2y &= -3 \\ \underline{x} &= \underline{2 + y}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2 + y - 2y &= -3 \\ \underline{x} &= \underline{2 + y}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-y &= -5 \quad /(-1) \\ \underline{x} &= \underline{2 + y}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 5 \\ \underline{x} &= \underline{2 + y}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 5 \\ \underline{x} &= \underline{2 + 5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 5 \\ x &= 7\end{aligned}$$

Друг има 5 а дечак 7 кликера.

2. Странице два квадрата разликују се за 4cm, а њихове површине се разликују за 80cm². Израчунај странице квадрата.

Решење:

$$\begin{array}{cc} \boxed{P_1} & a_1 \\ \boxed{P_2} & a_2 \end{array}$$

$$P_1 = a_1^2$$

$$P_2 = a_2^2$$

$$\begin{aligned}a_1 - a_2 &= 4 \\ \underline{P_1 - P_2} &= \underline{80}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_1 - a_2 &= 4 \\ \underline{a_1^2 - a_2^2} &= \underline{80}\end{aligned}$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$a_1^2 - a_2^2 = 80$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$(a_2 + 4)^2 - a_2^2 = 80$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$a_2^2 + 8a_2 + 16 - a_2^2 = 80$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$8a_2 = 80 - 16$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$8a_2 = 64$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$a_2 = 64 : 8$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$a_2 = 8$$

$$a_1 = 8 + 4$$

$$a_2 = 8$$

$$a_1 = 12$$

$$a_2 = 8$$

Страница једног квадрата је 12cm а страница другог квадрата је 8cm .

3. Ако две цеви истовремено пуне један базен, напуниће га за 15h . Ако прва цев пуни базен само 6h , другој треба 30h да би допунила базен до краја. Колико је часова потребно свакој цеви посебно да напуни базен?

Решење:

x – време да напуни базен прва цев

y – време да напуни базен друга цев

$$\frac{15}{x} + \frac{15}{y} = 1 \quad /(:xy)$$

$$\frac{6}{x} + \frac{30}{y} = 1 \quad /(:xy)$$

$$\begin{array}{r} 15y + 15x = xy \quad /(-2) \\ 6y + 30x = xy \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -30y - 30x = -2xy \\ 6y + 30x = xy \end{array}$$

$$\begin{aligned} -24y &= -xy \\ \underline{6y + 30x} &= xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -24 &= -\frac{xy}{y} \\ \underline{6y + 30x} &= xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -24 &= -x && /(-1) \\ \underline{6y + 30x} &= xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 24 \\ \underline{6y + 30x} &= xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 24 \\ \underline{6y + 30 \cdot 24} &= 24y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 24 \\ \underline{6y + 720} &= 24y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 24 \\ \underline{720} &= 24y - 6y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 24 \\ \underline{720} &= 18y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 24 \\ \underline{y} &= 720:18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 24 \\ y &= 40 \end{aligned}$$

Првој цеви да напуни базен потребно је 24 часа а другој цеви 40 часова.

Задаци и решења – друга група

1. „ Дај ми шест кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени шест кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?

Решење:

Означимо са x – кликери од друга а са y – кликери од дечака

Поставимо систем једначина и решавамо методом замене

$$\begin{aligned} 2(x - 6) &= y + 6 \\ \underline{x + 6} &= y - 6 \end{aligned}$$

$$2x - 12 = y + 6$$

$$\underline{x + 6 = y - 6}$$

$$2x - y = 6 + 12$$

$$\underline{x - y = -6 - 6}$$

$$2x - y = 18$$

$$\underline{x - y = -12}$$

$$2x - y = 18$$

$$\underline{x = y - 12}$$

$$2(y - 12) - y = 18$$

$$\underline{x = y - 12}$$

$$2y - 24 - y = 18$$

$$\underline{x = y - 12}$$

$$y = 18 + 24$$

$$\underline{x = y - 12}$$

$$y = 42$$

$$\underline{x = y - 12}$$

$$y = 42$$

$$\underline{x = 42 - 12}$$

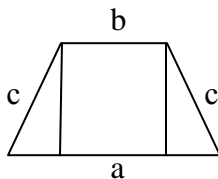
$$y = 42$$

$$x = 30$$

Дечак има 42 кликера а друг 30.

2. Површина једнакокраког трапеца је 180cm^2 , висина 12cm, а основице се разликују за 10cm. Израчунај обим трапеца.

Решење:



$$P = 180\text{ cm}^2$$

$$h = 12\text{ cm}$$

$$a - b = 10\text{ cm}$$

$$O = ?$$

$O = a + b + 2c$ да би смо одредили обим треба да израчунамо $a + b$ и крак c

$P = \frac{a + b}{2} \cdot h$ из површине трапеза добићемо $a + b$

$$180 = \frac{a + b}{2} \cdot 12$$

$$a + b = 180 : 6$$

$$a + b = 30$$

Формирамо систем једначина и решавамо методом супротних коефицијената

$$a + b = 30$$

$$\underline{a - b = 10}$$

$$2a = 40$$

$$\underline{a - b = 10}$$

$$a = 40 : 2$$

$$\underline{a - b = 10}$$

$$a = 20$$

$$\underline{a - b = 10}$$

$$a = 20$$

$$\underline{20 - b = 10}$$

$$a = 20$$

$$\underline{b = 20 - 10}$$

$$a = 20$$

$$b = 10$$

Израчунавамо крак c применом Питагорине теореме на једнакократи траpez.

$$c^2 = h^2 + 5^2$$

$$c^2 = 12^2 + 5^2$$

$$c^2 = 144 + 25$$

$$c^2 = 169$$

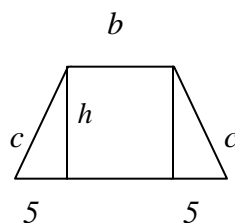
$$c = \sqrt{169}$$

$$c = 13 \text{ cm}$$

$$O = a + b + 2c$$

$$O = 20 + 10 + 2 \cdot 13$$

$$O = 56 \text{ cm}$$



Обим трапеза је 56 cm.

3. Четрдесет крава попасе једну ливаду за 50 дана. Исту ливаду попасе 60 крава за 30 дана. Колико ће дана дату ливаду пасти 20 крава? Колико крава може да пасе на ливади 75 дана?

Решење:

x – почетна количина траве

y – дневни прираст

Постављени систем решавамо методом супротних коефицијената

$$x + 50y = 40 \cdot 50$$

$$\underline{x + 30y = 60 \cdot 30}$$

$$x + 50y = 2000 \quad /(-1)$$

$$\underline{x + 30y = 1800}$$

$$-x - 50y = -2000$$

$$\underline{x + 30y = 1800}$$

$$-20y = -200$$

$$\underline{x + 30y = 1800}$$

$$y = 10$$

$$\underline{x + 30y = 1800}$$

$$y = 10$$

$$\underline{x + 30 \cdot 10 = 1800}$$

$$y = 10$$

$$\underline{x = 1800 - 300}$$

$$y = 10$$

$$x = 1500$$

Сада решевамо колико ће дана пасти ливаду 20 крава:

d – дани

$$1500 + 10d = 20d$$

$$1500 = 20d - 10d$$

$$1500 = 10d$$

$$d = 1500 : 10$$

$$d = 150$$

Колико крава може да пасе на ливади 75 дана?

k – краве

$$1500 + 10 \cdot 75 = 75k$$

$$1500 + 750 = 75k$$

$$2250 = 75k$$

$$k = 2250 : 75$$

$$k = 30$$

20 крава ће пасти ливаду 150 дана а 30 крава може да пасе на ливади 75 дана.

Задаци и решења – трећа група

1. „ Дај ми n кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени n кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?

Решење:

Означимо са x – кликери од друга а са y – кликери од дечака

Поставимо систем једначина и решавамо методом замене

$$2(x - n) = y + n$$

$$\underline{x + n = y - n}$$

$$2x - 2n = y + n$$

$$\underline{x + n = y - n}$$

$$2x - y = n + 2n$$

$$\underline{x - y = -n - n}$$

$$2x - y = 3n$$

$$\underline{x - y = -2n}$$

$$2x - y = 3n$$

$$\underline{x = y - 2n}$$

$$2(y - 2n) - y = 3n$$

$$\underline{x = y - 2n}$$

$$2y - 4n - y = 3n \quad /(-1)$$

$$\underline{x = y - 2n}$$

$$y = 3n + 4n$$

$$\underline{x = y - 2n}$$

$$y = 7n$$

$$\underline{x = y - 2n}$$

$$y = 7n$$

$$\underline{x = 7n - 2n}$$

$$y = 7n$$

$$x = 5n$$

Друг има $5n$ а дечак $7n$ кликера.

2. Збир две суседне странице правоугаоника је 17cm , а њихова разлика је 7cm . Израчунај обим круга описаног око овог правоугаоника.

Решење:

Да би смо израчунали обим круга описаног око правоугаоника прво морамо одредити дужине странице правоугаоника.

Формирамо систем једначина и решавамо методом супротних коефицијената

$$a + b = 17$$

$$\underline{a - b = 7}$$

$$2a = 24$$

$$\underline{a - b = 7}$$

$$a = 24 : 2$$

$$\underline{a - b = 7}$$

$$a = 12$$

$$\underline{a - b = 7}$$

$$a = 12$$

$$\underline{12 - b = 7}$$

$$a = 12$$

$$\underline{b = 12 - 7}$$

$$a = 12$$

$$b = 5$$

Потом одредимо дужину дијагонале правоугаоника користећи Питагорину теорему

$$d^2 = a^2 + b^2$$

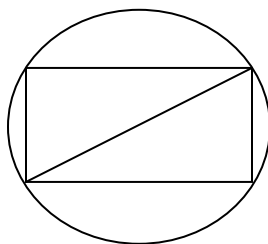
$$d^2 = 12^2 + 5^2$$

$$d^2 = 144 + 25$$

$$d^2 = 169$$

$$d = \sqrt{169}$$

$$d = 13 \text{ cm}$$



$$O = 2r\pi$$

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow d = 2r$$

$$O = 13\pi \text{ cm}$$

Обим круга описаног око правоугаоника је $13\pi \text{ cm}$.

3. Два радника, радећи заједно, заврше неки посао за пет дана. Ако би први радник радио два пута брже, а други два пута спорије, посао би завршили за четири дана. За колико би дана цео посао завршио први радник радећи сам?

Решење:

x – број дана који би био потребан првом раднику да сам заврши читав посао

y – број дана који би био потребан другом раднику да сам заврши читав посао

Део посла који за један дан уради први радник је $\frac{1}{x}$ а други је $\frac{1}{y}$.

Формирамо систем једначина и решавамо методом супротних коефицијената

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad / (5xy)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$$

$$5x + 5y = xy$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{4y} = \frac{1}{8}$$

$$5x + 5y = xy \quad / (-2)$$

$$8y + 2x = xy \quad / (5)$$

$$-10y - 10x = -2xy$$

$$40y + 10x = 5xy$$

$$30y = 3xy$$

$$40y + 10x = 5xy$$

$$30 = \frac{3xy}{y}$$

$$40y + 10x = 5xy$$

$$x = 10$$

$$40y + 10x = 5xy$$

$$x = 10$$

$$40y + 100 = 50y$$

$$x = 10$$

$$100 = 50y - 40y$$

$$x = 10$$

$$100 = 10y$$

$$x = 10$$

$$y = \frac{100}{10}$$

$$x = 10$$

$$y = 10$$

Цео посао би први радник радећи сам завршио за 10 дана.

Прилог 3.

Домаћи задатак

Задаци – друга група

1. „ Дај ми шест кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени шест кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Површина једнакокраког трапеза је 180cm^2 , висина 12cm , а основице се разликују за 10cm . Израчунај обим трапеза.
3. Четрдесет крава попасе једну ливаду за 50 дана. Исту ливаду попасе 60 крава за 30 дана. Колико ће дана дату ливаду пасти 20 крава? Колико крава може да пасе на ливади 75 дана?

Задаци – трећа група

1. „ Дај ми n кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени n кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Збир две суседне странице правоугаоника је 17cm , а њихова разлика је 7cm . Израчунај обим круга описаног око овог правоугаоника.
3. Два радника, радећи заједно, заврше неки посао за пет дана. Ако би први радник радио два пута брже, а други два пута спорије, посао би завршили за четири дана. За колико би дана цео посао завршио први радник радећи сам?

Домаћи задатак

Задаци – прва група

1. „ Дај ми један кликер, па ћу имати два пута више од тебе “ ,рече дечак свом другу . „ Не, дај ти мени један кликер, па ћемо имати једнако “ , одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Странице два квадрата разликују се за 4cm, а њихове површине се разликују за 80cm^2 . Израчунај странице квадрата.
3. Ако две цеви истовремено пуне један базен, напуниће га за 15h . Ако прва цев пуни базен само 6h, другој треба 30h да би допунила базен до краја. Колико је часова потребно свакој цеви посебно да напуни базен?

Задаци – трећа група

1. „ Дај ми n кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени n кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Збир две суседне странице правоугаоника је 17cm, а њихова разлика је 7cm. Израчунај обим круга описаног око овог правоугаоника.
3. Два радника, радећи заједно, заврше неки посао за пет дана. Ако би први радник радио два пута брже, а други два пута спорије, посао би завршили за четири дана. За колико би дана цео посао завршио први радник радећи сам?

Домаћи задатак

Задаци – прва група

1. „ Дај ми један кликер, па ћу имати два пута више од тебе “ ,рече дечак свом другу . „ Не, дај ти мени један кликер, па ћемо имати једнако “ , одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Странице два квадрата разликују се за 4cm, а њихове површине се разликују за 80cm^2 . Израчунај странице квадрата.
3. Ако две цеви истовремено пуне један базен, напуниће га за 15h . Ако прва цев пуни базен само 6h, другој треба 30h да би допунила базен до краја. Колико је часова потребно свакој цеви посебно да напуни базен?

Задаци – друга група

1. „ Дај ми шест кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени шест кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Површина једнакокраког трапеза је 180cm^2 , висина 12cm, а основице се разликују за 10cm. Израчунај обим трапеза.
3. Четрдесет крава попасе једну ливаду за 50 дана. Исту ливаду попасе 60 крава за 30 дана. Колико ће дана дату ливаду пасти 20 крава? Колико крава може да пасе на ливади 75

дана?

6.1 Прилог 2

Припрема наставника за час проблемске наставе

Школа:	„Браћа Недић“ Осечина
Наставни предмет:	Математика
Разред:	VIII-2
Датум реализације:	27. март 2015.
Наставник:	Гордана Васиљевић

Наставна тема:	Системи линеарних једначина с две непознате
Наставна јединица:	Примена система линеарних једначина са две непознате
Тип часа:	Утврђивање
Циљ часа:	Утврђивање знања о решавању система линеарних једначина и примена у решавању проблема
Образовни задаци:	<p>Ученици треба да:</p> <ul style="list-style-type: none"> • утврде превођење текстуалног проблема на математички језик, тј. на систем линеарних једначина; • науче да примењују систем једначина у решавању разних математичких, геометријских и практичних проблема; • утврде поступак решавања система линеарних једначина методом замене и методом супротних коефицијената; • умеју да примењују методу замене и методу супротних коефицијената у решавању задатака који се свде на систем линеарних једначина са две непознате.
Функционални задаци:	<p>Ученици треба да:</p> <ul style="list-style-type: none"> • усаврше тачно, брзо и правилно рачунање са реалним бројевима на најједноставнији начин; • усаврше примену правила замене, правила о додавању и правила о множењу приликом добијања нове једначине која је еквивалентна полазној; • развијају способност логичког повезивања података; • развијају логичко мишљење и закључивање; • аналогичном, генерализацијом, индуктивним и дедуктивним начином закључивања развијају математичко мишљење; • применом мисаоних операција, нарочито апстракције и генерализације, развијају способности за индуктивни облик

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

	закључивања.
Васпитни задаци:	Ученици треба да развијају: <ul style="list-style-type: none"> • концентрацију; • способност за упоран и предан рад; • поступност и систематичност у раду; • тачност, прецизност и уредност у раду; • позитиван однос према математици и уважавање математике као подручја људске делатности; • самопоуздање и поверење у властите математичке способности.
Кључни појмови:	Систем од две линеарне једначине с две непознате, решење система, еквивалентност система, супротни коефицијенти, метод замене, метод супротних коефицијената
Образовни стандарди:	МА3.2.1.
Облици рада:	Групни рад
Наставне методе:	Фронтални рад, дијалогска
Наставна средства:	Наставни листићи, хамери, маркери, табла, рачунар (презентација)
Место извођења наставе:	Кабинет за математику
Корелација:	Математика 6. разред (Површина троугла и четвороугла), Математика 7. разред (Питагорина теорема),

Уводни део часа: (10 минута)	Формирање група ученика, одређивање вођа група, подела листића за попуњавање чланова група (прилог 1.)
Главни део часа: (45 минута)	Подела наставних листића са задацима (прилог 2.), подела хамера и маркера, давање упустава. Групни рад ученика на задацима. Обилазак група и пружање помоћи где је потребно.
Завршни део часа: (35 минута)	Излагање резултата задатака по групама. Наставник пушта припремљену презентацију са текстом задатка, вођа групе објашњава решење које се налази на хамеру. Уколико је задатак тачно урађен наставник приказује текст следећег задатка и тако за сваки задатак сваке групе. Уколико задатак није тачан наставник пушта слајд са тачно решеним задатком (прилог 3.). Домаћи задатак: Ученици добијају листиће са задацима (од других група) које нису радили на часу (прилог 4.).

Прилог 1.

Предмет	
Наставник	Гордана Васиљевић
Школа	
Разред и одељење	
Датум	
Наставна јединица	Примена сиситема линеарних једначина са две непознате
Група	
Задатак групе	
Чланови групе (на прво место уписати име и презиме вође групе)	
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
Коментар	

Прилог 2.

Задаци – прва група

1. „ Дај ми један кликер, па ћу имати два пута више од тебе “ ,рече дечак свом другу . „ Не, дај ти мени један кликер, па ћемо имати једнако “ , одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Странице два квадрата разликују се за 4cm, а њихове површине се разликују за 80cm². Израчунај странице квадрата.
3. Ако две цеви истовремено пуне један базен, напуниће га за 15h . Ако прва цев пуни базен само 6h, другој треба 30h да би допунила базен до краја. Колико је часова потребно свакој цеви посебно да напуни базен?

Задаци – друга група

1. „ Дај ми шест кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени шест кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Површина једнакокраког трапеза је 180cm², висина 12cm, а основице се разликују за 10cm. Израчунај обим трапеза.
3. Четрдесет крава попасе једну ливаду за 50 дана. Исту ливаду попасе 60 крава за 30 дана. Колико ће дана дату ливаду пасти 20 крава? Колико крава може да пасе на ливади 75 дана?

Задаци – трећа група

1. „ Дај ми n кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени n кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Збир две суседне странице правоугаоника је 17cm , а њихова разлика је 7cm . Израчунај обим круга описаног око овог правоугаоника.
3. Два радника, радећи заједно, заврше неки посао за пет дана. Ако би први радник радио два пута брже, а други два пута спорије, посао би завршили за четири дана. За колико би дана цео посао завршио први радник радећи сам?

Прилог 3.

Задаци и решења – прва група

1. „ Дај ми један кликер, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу . „ Не, дај ти мени један кликер, па ћемо имати једнако “ , одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?

Решење:

Означимо са x – кликери од дечака а са y – кликери од друга

Поставимо систем једначина и решавамо методом замене

$$x + y = 2(y - 1)$$

$$\underline{x - 1 = y + 1}$$

$$x + 1 = 2y - 2$$

$$\underline{x - 1 = y + 1}$$

$$x - 2y = -2 - 1$$

$$\underline{x - y = 1 + 1}$$

$$x - 2y = -3$$

$$\underline{x - y = 2}$$

$$x - 2y = -3$$

$$\underline{x = 2 + y}$$

$$2 + y - 2y = -3$$

$$\underline{x = 2 + y}$$

$$-y = -5 \quad /(-1)$$

$$\underline{x = 2 + y}$$

$$y = 5$$

$$x = 2 + y$$

$$y = 5$$

$$x = 2 + 5$$

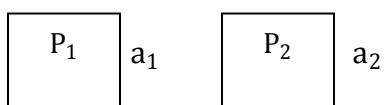
$$y = 5$$

$$x = 7$$

Друг има 5 а дечак 7 кликера.

2. Странице два квадрата разликују се за 4cm, а њихове површине се разликују за 80cm^2 . Израчунај странице квадрата.

Решење:



$$P_1 = a_1^2$$

$$P_2 = a_2^2$$

$$a_1 - a_2 = 4$$

$$P_1 - P_2 = 80$$

$$a_1 - a_2 = 4$$

$$a_1^2 - a_2^2 = 80$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$a_1^2 - a_2^2 = 80$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$(a_2 + 4)^2 - a_2^2 = 80$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$a_2^2 + 8a_2 + 16 - a_2^2 = 80$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$8a_2 = 80 - 16$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$8a_2 = 64$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$a_2 = 64 : 8$$

$$a_1 = a_2 + 4$$

$$a_2 = 8$$

$$a_1 = 8 + 4$$

$$\underline{a_2 = 8}$$

$$a_1 = 12$$

$$a_2 = 8$$

Страница једног квадрата је 12cm а страница другог квадрата је 8cm .

3. Ако две цеви истовремено пуне један базен, напуниће га за 15h . Ако прва цев пуни базен само 6h , другој треба 30h да би допунила базен до краја. Колико је часова потребно свакој цеви посебно да напуни базен?

Решење:

x – време да напуни базен прва цев

y – време да напуни базен друга цев

$$\frac{15}{x} + \frac{15}{y} = 1 \quad /(:xy)$$

$$\frac{6}{x} + \frac{30}{y} = 1 \quad /(:xy)$$

$$\begin{array}{r} 15y + 15x = xy \\ \underline{6y + 30x = xy} \end{array} \quad /(-2)$$

$$\begin{array}{r} -30y - 30x = -2xy \\ \underline{6y + 30x = xy} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -24y = -xy \\ \underline{6y + 30x = xy} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -24 = -\frac{xy}{y} \\ \underline{6y + 30x = xy} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -24 = -x \\ \underline{6y + 30x = xy} \end{array} \quad /(-1)$$

$$\begin{array}{r} x = 24 \\ \underline{6y + 30x = xy} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x = 24 \\ \underline{6y + 30 \cdot 24 = 24y} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x = 24 \\ \underline{6y + 720 = 24y} \end{array}$$

$$x = 24$$

$$\underline{720 = 24y - 6y}$$

$$x = 24$$

$$\underline{720 = 18y}$$

$$x = 24$$

$$\underline{y = 720:18}$$

$$x = 24$$

$$y = 40$$

Првој цеви да напуни базен потребно је 24 часа а другој цеви 40 часова.

Задаци и решења – друга група

1. „ Дај ми шест кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени шест кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?

Решење:

Означимо са x – кликери од друга а са y – кликери од дечака

Поставимо систем једначина и решавамо методом замене

$$2(x - 6) = y + 6$$

$$\underline{x + 6 = y - 6}$$

$$2x - 12 = y + 6$$

$$\underline{x + 6 = y - 6}$$

$$2x - y = 6 + 12$$

$$\underline{x - y = -6 - 6}$$

$$2x - y = 18$$

$$\underline{x - y = -12}$$

$$2x - y = 18$$

$$\underline{x = y - 12}$$

$$2(y - 12) - y = 18$$

$$\underline{x = y - 12}$$

$$2y - 24 - y = 18$$

$$\underline{x = y - 12}$$

$$y = 18 + 24$$

$$\underline{x = y - 12}$$

$$y = 42$$

$$x = y - 12$$

$$y = 42$$

$$x = 42 - 12$$

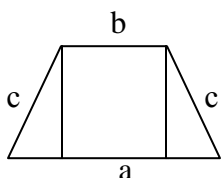
$$y = 42$$

$$x = 30$$

Дечак има 42 кликера а друг 30.

2. Површина једнакокраког трапеца је 180cm^2 , висина 12cm , а основице се разликују за 10cm . Израчунај обим трапеца.

Решење:



$$P = 180\text{ cm}^2$$

$$h = 12\text{ cm}$$

$$a - b = 10\text{ cm}$$

$$O = ?$$

$O = a + b + 2c$ да би смо одредили обим треба да израчунамо $a + b$ и крак c

$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$ из површине трапеца добићемо $a + b$

$$180 = \frac{a+b}{2} \cdot 12$$

$$a + b = 180 : 6$$

$$a + b = 30$$

Формирамо систем једначина и решавамо методом супротних коефицијената

$$a + b = 30$$

$$a - b = 10$$

$$2a = 40$$

$$a - b = 10$$

$$a = 40 : 2$$

$$a - b = 10$$

$$a = 20$$

$$a - b = 10$$

$$a = 20$$

$$\underline{20 - b = 10}$$

$$a = 20$$

$$\underline{b = 20 - 10}$$

$$a = 20$$

$$b = 10$$

Израчунавамо крак с применом Питагорине теореме на једнакокраки трапез.

$$c^2 = h^2 + 5^2$$

$$c^2 = 12^2 + 5^2$$

$$c^2 = 144 + 25$$

$$c^2 = 169$$

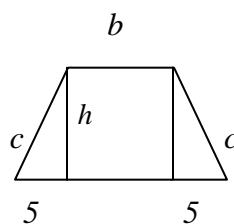
$$c = \sqrt{169}$$

$$c = 13 \text{ cm}$$

$$O = a + b + 2c$$

$$O = 20 + 10 + 2 \cdot 13$$

$$O = 56 \text{ cm}$$



Обим трапеза је 56 cm.

3. Четрдесет крава попасе једну ливаду за 50 дана. Исту ливаду попасе 60 крава за 30 дана. Колико ће дана дату ливаду пасти 20 крава? Колико крава може да пасе на ливади 75 дана?

Решење:

x – почетна количина траве

y – дневни прираст

Постављени систем решавамо методом супротних коефицијената

$$x + 50y = 40 \cdot 50$$

$$\underline{x + 30y = 60 \cdot 30}$$

$$x + 50y = 2000 \quad /(-1)$$

$$\underline{x + 30y = 1800}$$

$$-x - 50y = -2000$$

$$\underline{x + 30y = 1800}$$

$$-20y = -200$$

$$\underline{x + 30y = 1800}$$

$$y = 10$$

$$\underline{x + 30y = 1800}$$

$$y = 10$$

$$\underline{x + 30 \cdot 10 = 1800}$$

$$y = 10$$

$$\underline{x = 1800 - 300}$$

$$y = 10$$

$$x = 1500$$

Сада решевамо колико ће дана пасти ливаду 20 крава:

d – дани

$$1500 + 10d = 20d$$

$$1500 = 20d - 10d$$

$$1500 = 10d$$

$$d = 1500 : 10$$

$$d = 150$$

Колико крава може да пасе на ливади 75 дана?

k – краве

$$1500 + 10 \cdot 75 = 75k$$

$$1500 + 750 = 75k$$

$$2250 = 75k$$

$$k = 2250 : 75$$

$$k = 30$$

20 крава ће пасти ливаду 150 дана а 30 крава може да пасе на ливади 75 дана.

Задаци и решења – трећа група

- „ Дај ми n кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени n кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?

Решење:

Означимо са x – кликери од друга а са y – кликери од дечака

Поставимо систем једначина и решевамо методом замене

$$2(x - n) = y + n$$

$$\underline{x + n = y - n}$$

$$\begin{aligned} 2x - 2n &= y + n \\ \underline{x + n} &= \underline{y - n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - y &= n + 2n \\ \underline{x - y} &= \underline{-n - n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - y &= 3n \\ \underline{x - y} &= \underline{-2n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - y &= 3n \\ \underline{x} &= \underline{y - 2n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(y - 2n) - y &= 3n \\ \underline{x} &= \underline{y - 2n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2y - 4n - y &= 3n & /(-1) \\ \underline{x} &= \underline{y - 2n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 3n + 4n \\ \underline{x} &= \underline{y - 2n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 7n \\ \underline{x} &= \underline{y - 2n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 7n \\ \underline{x} &= \underline{7n - 2n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 7n \\ x &= 5n \end{aligned}$$

Друг има $5n$ а дечак $7n$ кликера.

2. Збир две суседне странице правоугаоника је 17cm , а њихова разлика је 7cm . Израчунај обим круга описаног око овог правоугаоника.

Решење:

Да би смо израчунали обим круга описаног око правоугаоника прво морамо одредити дужине страница правоугаоника.

Формирамо систем једначина и решавамо методом супротних коефицијената

$$\begin{aligned} a + b &= 17 \\ \underline{a - b} &= \underline{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2a &= 24 \\ \underline{a - b} &= \underline{7} \end{aligned}$$

$$a = 24 : 2$$

$$a - b = 7$$

$$a = 12$$

$$a - b = 7$$

$$a = 12$$

$$12 - b = 7$$

$$a = 12$$

$$b = 12 - 7$$

$$a = 12$$

$$b = 5$$

Потом одредимо дужину дијагонале правоугаоника користећи Питагорину теорему

$$d^2 = a^2 + b^2$$

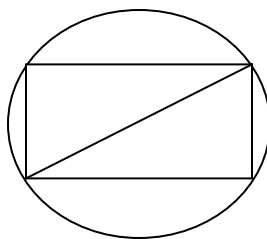
$$d^2 = 12^2 + 5^2$$

$$d^2 = 144 + 25$$

$$d^2 = 169$$

$$d = \sqrt{169}$$

$$d = 13 \text{ cm}$$



$$O = 2r\pi$$

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow d = 2r$$

$$O = 13\pi \text{ cm}$$

Обим круга описаног око правоугаоника је $13\pi \text{ cm}$.

3. Два радника, радећи заједно, заврше неки посао за пет дана. Ако би први радник радио два пута брже, а други два пута спорије, посао би завршили за четири дана. За колико би дана цео посао завршио први радник радећи сам?

Решење:

x – број дана који би био потребан првом раднику да сам заврши читав посао

y - број дана који би био потребан другом раднику да сам заврши читав посао

Део посла који за један дан уради први радник је $\frac{1}{x}$ а други је $\frac{1}{y}$

Формирамо систем једначина и решавамо методом супротних коефицијената

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad / (5xy)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\underline{5x + 5y = xy}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{4y} = \frac{1}{8}$$

$$5x + 5y = xy \quad /(-2)$$

$$\underline{8y + 2x = xy} \quad /(5)$$

$$-10y - 10x = -2xy$$

$$\underline{40y + 10x = 5xy}$$

$$30y = 3xy$$

$$\underline{40y + 10x = 5xy}$$

$$30 = \frac{3xy}{y}$$

$$\underline{40y + 10x = 5xy}$$

$$x = 10$$

$$\underline{40y + 10x = 5xy}$$

$$x = 10$$

$$\underline{40y + 100 = 50y}$$

$$x = 10$$

$$\underline{100 = 50y - 40y}$$

$$x = 10$$

$$\underline{100 = 10y}$$

$$x = 10$$

$$y = \frac{100}{10}$$

$$x = 10$$

$$y = 10$$

Цео посао би први радник радећи сам завршио за 10 дана.

Домаћи задатак 1. група

Задаци – друга група

1. „ Дај ми шест кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени шест кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Површина једнакокраког трапеза је 180cm^2 , висина 12cm , а основице се разликују за 10cm . Израчунај обим трапеза.
3. Четрдесет крава попасе једну ливаду за 50 дана. Исту ливаду попасе 60 крава за 30 дана. Колико ће дана дату ливаду пасти 20 крава? Колико крава може да пасе на ливади 75 дана?

Задаци – трећа група

1. „ Дај ми n кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени n кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Збир две суседне странице правоугаоника је 17cm , а њихова разлика је 7cm . Израчунај обим круга описаног око овог правоугаоника.
3. Два радника, радећи заједно, заврше неки посао за пет дана. Ако би први радник радио два пута брже, а други два пута спорије, посао би завршили за четири дана. За колико би дана цео посао завршио први радник радећи сам?

Домаћи задатак 2. група

Задаци – прва група

1. „ Дај ми један кликер, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу . „ Не, дај ти мени један кликер, па ћемо имати једнако “ , одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Странице два квадрата разликују се за 4cm , а њихове површине се разликују за 80cm^2 . Израчунај странице квадрата.
3. Ако две цеви истовремено пуне један базен, напуниће га за 15h . Ако прва цев пуни базен само 6h , другој треба 30h да би допунила базен до краја. Колико је часова потребно свакој цеви посебно да напуни базен?

Задаци – трећа група

1. „ Дај ми n кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени n кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Збир две суседне странице правоугаоника је 17cm , а њихова разлика је 7cm . Израчунај обим круга описаног око овог правоугаоника.
3. Два радника, радећи заједно, заврше неки посао за пет дана. Ако би први радник радио два пута брже, а други два пута спорије, посао би завршили за четири дана. За колико би

дана цео посао завршио први радник радећи сам?

Домаћи задатак 3. група

Задаци – прва група

1. „ Дај ми један кликер, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу . „ Не, дај ти мени један кликер, па ћемо имати једнако “ , одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Странице два квадрата разликују се за 4cm, а њихове површине се разликују за 80cm^2 . Израчунај странице квадрата.
3. Ако две цеви истовремено пуне један базен, напуниће га за 15h . Ако прва цев пуни базен само 6h, другој треба 30h да би допунила базен до краја. Колико је часова потребно свакој цеви посебно да напуни базен?

Задаци – друга група

1. „ Дај ми шест кликера, па ћу имати два пута више од тебе “ , рече дечак свом другу. „ Не, дај ти мени шест кликера, па ћемо имати једнако“, одговори му друг. По колико кликера има свако од њих?
2. Површина једнакокраког трапеза је 180cm^2 , висина 12cm, а основице се разликују за 10cm. Израчунај обим трапеза.
3. Четрдесет крава попасе једну ливаду за 50 дана. Исту ливаду попасе 60 крава за 30 дана. Колико ће дана дату ливаду пасти 20 крава? Колико крава може да пасе на ливади 75 дана?

7 Закључак

Успешност васпитно – образовног рада зависи од разноврсности коришћења наставних система, облика рада, метода и средстава. Њиховим правилним и креативним комбиновањем подстиче се активно ангажовање ученика током наставног процеса и успешније остваривање постављених циљева.

Предмет истраживања мастер рада је моделирање проблемског учења у настави математике у основној школи, употребом групног облика рада. За одабрану наставну јединицу приказан је модел проблемског учења. Истраживање ефикасности предложеног модела испитано је компаративном анализом резултата добијених тестирањем група ученика.

Проблемска настава захтева мотивисаног наставника који је спреман на стално усавршавање ради постизања што квалитетније и ефикасније наставе. Добра припрема наставника је од кључне важности за успешно вођење наставног процеса и усмеравање ученика у правцу проналажења решења.

Као ограничење проблемске наставе обично се наводи неекономичност. У односу на вишеструке предности проблемске наставе, ова мана је занемарљива. Проблемска настава је дидактички систем који доприноси подизању квалитета и ефикасности наставног процеса. Током овакве наставе повећава се општи ниво знања ученика, омогућава се боље разумевање садржаја и већа примена стечених знања. Ученици су мотивисани за истраживање, експериментисање, самостално проналажење различитих одговора, алтернативно решавање проблема у настави. Решавање проблема у настави формира особине личности као што су упорност, мотивисаност, самосталност, истрајност и сналажљивост. Ученици кроз проблемску наставу развијају флексибилно и стваралачко мишљење, осетљивост за проблеме и способност развијања алгоритама за њихово решавање.

Проблемска настава се обично организује кроз групни облик рада. Унутар сваке групе ученици заједничким снагама проналазе начине да дођу до решења проблема. Ученици износе различите идеје, дискутују унутар групе, супротстављају своја мишљења, како би остварили постављени циљ, што доводи до већег степена разумевања садржаја, трајности усвојених знања, али и социјализацији. Заједнички рад омогућава сагледавање проблема са више аспеката, и даје разне начине решавања на основу искуства ученика.

Испитивањем ефикасности посматраног модела добили смо позитиван одговор на питање да ли проблемско учење и групни рад утичу на побољшање успеха ученика у настави математике у основној школи. До тог закључка сам дошла на основу резултата педагошког експеримента и одговарајућим тестом знања.

Упоређујући резултате почетног тестирања, и резултате тестирања након извођења експеримента може се закључити да су значајније напредовали ученици експерименталне групе, показујући већу сналажљивост и самосталност у раду, у односу на ученике контролне групе. Ученици експерименталне групе су били сконцентрисанији на градиво и

заинтересовани за нов начин предавања, што је допринело бољој радној атмосфери, а и бољим резултатима на тесту.

Контролна група је постигла лошији успех након финалног тестирања, што показује да традиционална настава не може да обезбеди потребан ниво разумевања наставних садржаја, од којих се очекује да ће се примењивати у животним ситуацијама након школовања. Традиционална настава не развија самосталност ученика у истраживању и анализирању проблема са којим се сусрећу, као и спремност за што успешније њихово решавање.

Извођење експеримента је показало да облик рада који је примењиван, доприноси бољем успеху ученика у савладавању математичких садржаја. На основу резултата иницијалног и финалног теста, одбацује се нулта хипотеза истраживања и закључује да се *проблемском наставом постиже бољи успех у учењу у односу на успех у учењу који се постиже класичном – традиционалном наставом.*

Ученици су задовољни оваквим обликом рада, што се може закључити на основу анкете. Припрема наставника за овакву наставу захтева доста времена и изискује велики напор што је минималано, у погледу доприноса бољој настави и крајњем добром успеху ученика. Сматрам да би овакве моделе требало што чешће примењивати.

7 Литература

- [1] Курник, З. (2002): Проблемска настава, Математика и школа 15, 196-202.
- [2] Живановић, М. (2007): Решавање проблемских задатака, Настава математике, 17-22.
- [3] Курник, З. (2009): Начело проблемности, Математика и школа 14, 148-152.
- [4] Обрадовић, М., Пофук, Љ. (2007): Проблемска настава, Настава математике, 12-16.
- [5] Андрић, В. (2007): Решавање проблема на више начина, Настава математике, 37-39.
- [6] Научни скуп Наука и глобализација (2013 ; Пале)
- [7] Крстић, Л. (2005): Интерактивна настава применом проблемске наставе, Стручни рад, Образовна технологија, 3-4, 90-99.
- [8] Коцић, Љ. (1981): Педагошки експеримент, карактеристике и могућности, Просвета, Београд.
- [9] Ничковић, Р. (1970): Учење путем решавања проблема у настави, Завод за издавање уџбеника, Београд.
- [10] Мишковић, М. (1948): Методологија истраживања у образовању, Завод за издавање уџбеника, Београд.
- [11] Мирковић, Ј. (2006): Проблемска настава, Стручни рад. Образовна технологија, 4, 77-80.
- [12] Милијевић, С. (2003): Интерактивна настава математике, Бања Лука.
- [13] Стојаковић, О. (2005): Проблемска настава, Стручни рад, Образовна технологија, 3-4, 72-89.
- [14] Yürüker MME, Dr. B., (2007): Problem – Based Learning PBL, Institute of Medical Education, Verne.
- [15] Богнар, Ј., Матијевић, М. (2002): Дидактика, Школска књига, Загреб.
- [16] Егерић, М. (2002): Модел учења откривањем, Настава математике, 7-13.
- [17] Кадум, В. (2005): Утјецај учења решавањем проблемских задатака на образовни утицај у елементарној настави математике, Методички огледи, 31-60.
- [18] Веиновић, З. (2004): Савремене теорије учења и наставе и проблемска настава, Стручни рад, Образовна технологија, 4, 59-66.
- [19] Н. Икодиновић, С. Димитријевић, Уџбеник за 8 разред основне школе, Klett 2010.
- [20] В. Стојановић, Збирка задатака из математике за осми разред основне школе, Математископ 2010/2011.
- [21] С. Јешић, М. Игњатовић, Д. Мишић, Збирка задатака из математике за осми разред основне школе, Герундијум 2008.

8 Биографија



Гордана Васиљевић рођена је 19. јануара 1986. године у Ваљеву. Основну школу „Илија Бирчанин“ завршила је у Ставама 2001., а средњу медицинску школу „Др Миша Пантић“ у Ваљеву 2005. године. Исте године уписује Математички факултет универзитета у Београду, смер: Професор математике и рачунарства и дипломирала је на основним студијама 2013. године а исте године уписала мастер студије на истом факултету. Као апсолвент радила је у Основној школи „Милован Глишић“ у Ваљевској Каменици, потом у Основној школи „Илија Бирчанин“ у Ставама. Од септембра 2013. године ради у Основној школи „Браћа Недић“ у Осечини где је тренутно запослена.

Београд, 2015

Гордана Васиљевић