



UNIVERZITET U BEOGRADU
Matematički fakultet



Istraživanje razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike kod učenika osnovnih škola i metodičke implikacije

Master rad

Mentor:

Prof. dr Vesna Jevremović

Kandidat:

Snežana Todorović

Beograd, 2015.

Virtual Library of Faculty of Mathematics - University of Belgrade

elibrary.matf.bg.ac.rs

Predgovor

Istraživanje za ovaj master rad je sprovedeno u O.Š. „Vuk Karadžić” u Bijeljini, Republika Srpska. U master radu objašnjene su metodičke implikacije intuicije učenika, primena osnovnih pojmova deskriptivne statistike u realnom svetu učenika. Sve statističke metode koje su korišćene u radu pri statističkoj analizi i obradi podataka su teorijski prikazane. Izvršena je statistička analiza i obrada podataka, a iz dobijenih rezultata istraživanja izvedeni su zaključci. U ovom radu otkriven je nivo razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike kod učenika osnovnih škola, kao i česte zablude kojima su skloni učenici. Statističke analize rađene su u Softveru za statističku obradu podataka IBM SPSS Statistics, verzija 20.0.

Virtual Library of Faculty of Mathematics - University of Belgrade

elibrary.matf.bg.ac.rs

Sadržaj:

<i>Predgovor</i>	<i>I</i>
<i>1. Uvod</i>	<i>1</i>
<i>2. Intuicija i predrasude</i>	<i>1</i>
2.1. Intuicija.....	<i>1</i>
2.2. Predrasude.....	<i>3</i>
<i>3. Nastavni plan i program sa fokusom na elemente verovatnoće i statistike</i>	<i>4</i>
3.1. Šesti razred	<i>5</i>
3.2. Sedmi razred.....	<i>7</i>
3.3. Osmi razred	<i>8</i>
3.4. Deveti razred	<i>11</i>
<i>4. Osnovni pojmovi deskriptivne statistike</i>	<i>14</i>
4.1. Frekvencije	<i>14</i>
4.2. Minimum, maksimum i raspon uzorka	<i>15</i>
4.3. Aritmetička sredina	<i>15</i>
4.4. Varijacioni niz	<i>15</i>
4.5. Medijana	<i>16</i>
4.6. Moda.....	<i>16</i>
4.8. Grafičko prikazivanje podataka.....	<i>16</i>
<i>5. Statističke metode</i>	<i>18</i>
5.1. Nedostajući podaci (preuzeto iz [18]).....	<i>19</i>
5.2. Procena normalnosti raspodele	<i>19</i>
5.2.1. Shapiro – Wilkov test	<i>19</i>
5.3. Kruskal-Wallis-ov test.....	<i>20</i>
5.4. Koeficijent korelacije.....	<i>21</i>
<i>6. Ciljevi i značaj studije</i>	<i>23</i>
<i>7. Metodološki okvir istraživanja</i>	<i>23</i>
7.1. Uzorak.....	<i>24</i>
7.2. Instrumenti i tehnike	<i>24</i>
<i>8. Analiza i interpretacija rezultata istraživanja</i>	<i>30</i>
8.1. Osnovni pojmovi deskriptivne statistike među učenicima starijih razreda osnovne škole	<i>30</i>
8.2. Veza uspeha iz matematike i razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike	<i>32</i>
8.3. Veza opšteg uspeha učenika i razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike	<i>34</i>
8.4. Povezanost uspeha učenika iz matematike i opšteg uspeha učenika.....	<i>35</i>
<i>9. Implikacije i zaključci</i>	<i>35</i>
9.1. Metodičke implikacije	<i>35</i>
9.2. Zaključci	<i>39</i>
<i>Literatura</i>	<i>41</i>
<i>Prilog 1. Upitnik</i>	<i>43</i>

Virtual Library of Faculty of Mathematics - University of Belgrade

elibrary.matf.bg.ac.rs

1. Uvod

Statistika je prvobitno proučavala masovne pojave u ljudskom društvu kroz prikupljanje, upoređivanje i tumačenje podataka o stanovništvu, imovini i slično. Još u IV veku p.n.e. Aristotel¹ je uradio „popis” 158 gradova – država na teritoriji gde su živeli Grci, što bi mogao da bude začetak nauke o društvu – demografiji, na teritoriji današnje Evrope. Nakon toga, u XVII veku, u Nemačkoj je urađen komparativni opis država. U istom veku u Engleskoj, u vreme epidemije kuge, napravljen je popis umrlih i vrsta bolesti od kojih su preminuli, po parohijama. Od tada do danas oblast primene statistike se mnogo proširila. Neke oblasti primene statistike su: medicina, meteorologija, psihologija, hidrologija, inženjerstvo, ekonomija, biologija, finansijska i aktuarska matematika itd [11]. Danas nema domena ljudske delatnosti bez manje ili veće primene statistike, zato se može reći da je statistika svuda oko nas. S tim u vezi, postavljaju se sledeća pitanja:

- Da li su učenici osnovnih škola svesni da je statistika svuda oko nas?
- Da li razumeju osnovne pojmove deskriptivne statistike?

Na takva pitanja odgovoriće se kroz ovaj rad. U radu će se objasniti metodičke implikacije rezultata istraživanja. Analiziraće se Nastavni program sa fokusom na elemente verovatnoće i statistike. Biće teorijski prikazani osnovni pojmovi deskriptivne statistike. Sve statističke metode koje će se koristiti pri statističkoj obradi i analizi podataka biće teorijski prikazane. Na osnovu popunjenih upitnika, izvršiće se statistička obrada i analiza podataka, a iz dobijenih rezultata istraživanja izvešće se zaključci.

2. Intuicija i predrasude

2.1. Intuicija

Analiza značenja i značaja intuicije u ovom radu ograničiće se na analiziranje intuicije u matematici. Intuicija se često naziva „mentalnom navikom“. Fišbejn² u [3]

¹ Aristotel, Αριστοτέλης (384 – 322. p.n.e), grčki matematičar [11]

² Fišbejn, Efraim Fischbein (1920 – 1998.), rumunski psiholog i matematičar [6]

definiše intuiciju kao autonomnu saznavnu aktivnost baziranu na individualnom iskustvu. Po prirodi, intuicija je „opšta i neposredna“ što omogućava neposredan uticaj na rezonovanje o datoj situaciji. Na primer, intuicija nam govori da je „nebo gore, a mi dole“.

Prema Fišbejnu može se govoriti o dve vrste intuicije – primarnoj i sekundarnoj. Primarna intuicija ispoljava se tokom prirodnog razvitka jedinke bez ikakvog sistematskog delovanja. S druge strane, sekundarna intuicija razvija se učenjem (što ne podrazumeva samo školsko obrazovanje). Ona se ipak ne može nametnuti jednostavnim objašnjenjem ili vežbanjem, nego dugotrajnim bavljenjem pojmom.

Fišbejnova razmatranja o vrstama i značaju intuicije bila su suprotnosti sa do tada uvaženim stavom Bergsona³ da intuicija i inteligencija stoje kao suprotnosti i neprevodljive vrste znanja. Dok je intuicija objašnjavana kao „direktno“ poznavanje pojave, inteligencija je ono što omogućava i usmerava čovekovu akciju.

Nasuprot tome, Fišbejn postavlja hipotezu da se racionalno saznanje do koga se dolazi intelektom, uz dugotrajno bavljenje modalitetima pojave od interesa, dolazi do sveobuhvatnije forme znanja koja se naziva sekundarnom inteligencijom. Metodička implikacija ovakvog stava je da učenici u procesu saznanja treba svesno da porede svoje intuitivne predstave sa formalnim saznanjima stečenim kroz nastavu. Fišbejn ističe kao značajan primer oblast verovatnoće gde je potrebno „pomoći učenicima da razviju intuiciju“ kroz pažljivo osmišljene aktivnosti i tokom dužeg vremenskog intervala dok se prva formalna znanja još formiraju.

Prema već navedenoj definiciji intuicije, verovatnosne procene su izraz specifične intuicije, intuicije o relativnoj učestalosti. Ona se, prema Fišbejnu, razvija prirodno kao posledica stohastičke prirode okruženja.

Može se generalno reći da je intuicija očekivani saveznik i voditelj pri učenju. Pokazuje se da se intuicija retko može eliminisati ili nametnuti, pa čak ni modifikovati, prostim objašnjenjem ili kraćim periodom vežbanja. Na koji način ona može uticati na nastavni proces? U nekim slučajevima ona može biti vrlo slična onome što je „zvanična

³ Anri Bergson, Henri Bergson (1859 – 1941.), francuski filozof [9]

verzija“ i tada je vrlo korisna. Na primer, „najkraće rastojanje između dve tačke je duž“ jeste opšta intuitivna prihvatljiva istina. Sa druge strane, ponekad je situacija obrnuta i intuicija nas vodi u pogrešnom smeru. Na primer, objektivna istina, do koje se dolazi jednostavnim dokazom da je „Card N = Card Q“ nije intuitivno prihvatljiva. O nekim pojavama čovek može i da nema intuiciju što je pedagoški povoljnija situacija od pogrešne intuicije [14].

Ovim se stiže do značajnog problema u nastavi verovatnoće i statistike, a to su predrasude koje su karakteristične za intuitivno rezonovanje. Detaljnije o Fišbejnovom razmatranju o intuiciji može se pročitati u [3].

2.2. Predrasude

Vrlo često intuitivno rezonovanje kod dece nije u skladu sa klasičnom teorijom verovatnoće. Saznajni psiholozi utvrdili su postojanje trajnih široko primenjivih grešaka u rezonovanju o nedeterminističkim pojavama. Suprotno ranijim pretpostavkama, primećeno je da je intuitivno zaključivanje bazirano na kvalitativno različitim premisama od načina zaključivanja profesionalnih statističara te je stoga logična razlika i u konačnim zaključcima.

Amos Tverski⁴ i Daniel Kanemen⁵ dali su najveći doprinos u opisu karakteristika ovog rezonovanja ukazujući na zablude u rezonovanju. Oni smatraju da s obzirom na ograničenost prostora za informaciono procesovanje, ljudi razvijaju strategije za sumiranje velike količine podataka u cilju donošenja odluka. Ovakve strategije se pokazuju ponekad efikasnim, ali je njihova ograničena uspešnost posledica malog broja i vrste informacija koje se uzimaju u obzir pri zaključivanju [13]. Na primer, heuristika „reprezentativnosti“ verovatnoća dobijanja određenog uzorka određuje se procenom u kojoj meri taj uzorak oslikava populaciju. Primenom takve heuristike, kada se prati redosled rađanja dece, smatra se više verovatnim da se rode deca u redosledu ŽMŽMMŽ nego MŽMMMM iako su verovatnoće rađanja navedenim redosledom iste u oba slučaja.

⁴ Amos Tverski, Amos Nathan Tversky (1937 – 1996.), izraelski psiholog [4]

⁵ Daniel Kanemen, Daniel Kahneman (1934.), izraelsko – američki psiholog [5]

Tverski i Kaneman su objasnili predrasude u vezi sa veličinom uzorka [16]. Na primer, učenicima osnovne škole postavljeno je pitanje: „*Određeni grad ima dva porodilišta. U većem porodilištu se rodi oko 45 beba svaki dan, a u manjoj bolnici 15 beba. Kao što znate, oko 50% rođenih beba su dečaci. Tačan procenat rođenih dečaka varira iz dana u dan. Ponekad se rodi više od 50% dečaka, a ponekada manje. U periodu od godinu dana, oba porodilišta su beležila dane u kojima se rodilo više od 60% dečaka. Šta misliš koje je porodilište zabeležilo više takvih dana?*”

Tabela 2.1. Frekvencija odgovora [16]

Porodilište	Broj učenika
Veće porodilište	21
Manje porodilište	21
Oba isto	53

Iz tabele 2.1 se vidi da je većina ispitanika procenila da verovatnoću rađanja više od 60% dečaka da bude jednaka i u malom i u velikom porodilištu verovatno zato što su događaji opisani istim statistikama, pa intuitivno shvataju da su podjednako reprezentativne opšte populacije. Međutim, teorija uzorkovanja podrazumeva da je očekivani broj dana u kojima se rodi više od 60% dečaka mnogo veći u maloj bolnici nego u velikoj jer veliki uzorak je manje verovatno da skrene sa 50%.

Detaljnije o zabludama o rezonovanju može se naći u radovima Tverskog i Kanemena [13], [16], [17].

3. Nastavni plan i program

U ovom poglavlju biće predstavljen nastavni plan i program za više razrede osnovnog obrazovanja i vaspitanja u Republici Srpskoj. Kako se u Republici Srpskoj osnovno obrazovanje i vaspitanje izvodi u devet razreda, biće predstavljen nastavni plan i program od šestog do devetog razreda. Predmet Matematika se u starijim razredima osnovne škole uči četiri časa sedmično, što iznosi 144 časa u toku školske godine u VI, VII i VIII razredu i 136 časova u IX razredu. U sledećim poglavljljima biće prikazani opšti i posebni ciljevi programa po razredima preuzeti iz [8].

3.1. Šesti razred

Opšti ciljevi programa u šestom razredu su:

- Razvijanje sposobnosti logičkog mišljenja (pravila formalne logike);
- Razvijanje osnovnih mentalnih operacija: apstrahovanja, upoređivanja, sređivanja, uopštavanja;
- Razvijanje socijalno-afektivnih ciljeva, vrednosnih orijentacija i pozitivnih odnosa prema nauci;
- Sticanje matematičkih znanja i sposobnosti neophodnih za razumevanje kvantitativnih i prostornih odnosa i zakonitosti u prirodi i društvu;
- Razvijanje sposobnosti učenika da pravilno rasuđuju i logički ispravno zaključuju, matematički opisuju i modeliraju jednostavnije pojave i procese;
- Razvijanje preciznosti i koncentrisanosti u izražavanju;
- Razvijanje samostalnosti, sistematičnosti i odgovornosti prema radu;
- Negovanje potrebe za dogradnju i sticanje novih znanja;
- Razvijanje svesti o prisustvu matematike u prirodnim i društvenim naukama, lakše razumevanje odgovarajućih sadržaja prirodnih i društvenih nauka;
- Razvijanje osećaja za lepo putem sklonosti matematičkih odnosa i relacija;
- Podsticanje pravilnog razvoja učenikove ličnosti u intelektualnom, emocionalnom i moralnom smislu;
- Korišćenje savremenih matematičkih instrumenata, pribora, računskih i informacionih sredstava.

Posebni ciljevi programa u šestom razredu navedeni su po nastavnim temama koje se uče u šestom razredu.

1. Skupovi

- Da se upoznaju sa osnovnom logičkom simbolikom i stiču navike korišćenja skupovne simbolike, te da obnove postojeća znanja o skupovima;
- Razviju matematičko mišljenje, naročito primenom misaonih operacija identifikacije i zaključivanja po analogiji (operacije sa brojevima, operacije sa skupovima);

- Razviju sposobnost uočavanja funkcionalnih zavisnosti među veličinama, kao i tabelarnog prikazivanja tih zavisnosti.
2. Skupovi tačaka
 - Koristeći znanja o skupovima, zatim osnovne pojmove (tačka, prava, ravan, prostor) i značenje reči između i iza, da definišu duž, polupravu, poluravan i poluprostor;
 - Da se upoznaju sa izlomljenom linijom i mnogougloom;
 - Da obnove i prodube znanja o kružnici i krugu.
 3. Ugao
 - Da obnove i utvrde pojam ugla i centralnog ugla;
 - Da sistematizuju i prodube znanje o sabiranju i oduzimanju uglova, konstruktivno i računski;
 - Da se upoznaju sa osobinama uglova.
 4. Deljivost brojeva
 - Da obnove i prodube znanja o deljivosti u skupu N_0 i kriterijumima deljivosti;
 - Da se upoznaju sa prostim i složenim brojevima;
 - Da usvoje pojmove i praktične načine za određivanje najvećeg zajedničkog delioca i najmanjeg zajedničkog sadržaoca.
 5. Razlomci
 - Da se upoznaju sa pojmom razlomka i računskim operacijama sa njima;
 - Da ovladaju rešavanje jednačima i nejednačina sa razlomcima;
 - Da se upoznaju sa pojmom razmere i pojmom aritmetičke sredine.
 6. Izometrijske transformacije
 - Da se upoznaju sa osnom simetrijom u ravni i usvoje tehniku konstruisanja osno simetričnih figura;
 - Da umeju da konstruišu simetralu duži i simetralu ugla i to primenjuju u konstruktivnim zadacima;
 - Da znaju šta je vektor i operacije sa vektorima (sabiranje, oduzimanje i množenje vektora brojem);
 - Da znaju translirati i rotirati jednostavnije geometrijske figure.

3.2. Sedmi razred

Opšti ciljevi programa u sedmom razredu su:

- Osposobiti učenike za usvajanje elementarnih matematičkih znanja koja su potrebna za shvatanje pojava i zakonitosti u prirodi i društvu;
- Doprineti razvijanju elementarnih sposobnosti u svestranom razvitku ličnosti učenika;
- Osposobiti učenike za primenu usvojenih matematičkih znanja u rešavanju raznovrsnih zadataka iz životne prakse;
- Osposobiti učenike za uspešno nastavljanje matematičkog obrazovanja;
- Razvijati kulturne, radne i estetske navike učenika kao i matematičku radoznalost u posmatranju i izučavanju prirodnih i društvenih pojava;
- Izgraditi pozitivne osobine učenikove ličnosti kao što su: upornost, sistematičnost, urednost, tačnost, odgovornost, smisao za samostalni rad;
- Učenici treba da stiču naviku i obučavaju se u korišćenju raznovrsnih izvora znanja;
- Učenici uviđaju matematički sadržaj u tekstualnim zadacima i da ga mogu izraziti matematičkim jezikom;
- Uredno crtanje lenjirom, šestarom i trouglom.

Posebni ciljevi programa u sedmom razredu navedeni su po nastavnim temama koje se uče u sedmom razredu.

1. Celi brojevi

- Učenici treba da znaju upoređivati cele brojeve, predstavljati ih na brojevnoj pravoj;
- Da znaju izvoditi računске operacije sa celim brojevima;
- Da znaju rešavati prostije jednačine i nejednačine.

2. Trougao

- Da znaju nabrojati elemente trougla, izračunavati uglove trougla;
- Objasniti odnose stranica i odnose stranica i uglova u trouglu;

- Nabrojati vrste trouglova, konstruisati neke trouglove;
- Da razlikuju stavove o podudarnosti trouglova, primene ih u prostijim konstruktivnim zadacima;
- Da znaju konstruisati četiri značajne tačke trougla.

3. Racionalni brojevi

- Učenici treba da znaju da upoređuju racionalne brojeve i prikazuju ih na brojevnoj pravoj;
- Da izvode računске operacije u skupu racionalnih brojeva;
- Da rešavaju jednostavnije jednačine i nejednačine u skupu racionalnih brojeva;
- Da rešavaju jednostavnije zadatke u vidu procenata;
- Izračunavaju vrednosti jednostavnijih brojevnih izraza.

4. Četvorougao

- Učenici treba da znaju osnovna svojstva paralelograma, pravougaonika, kvadrata, romba, trapeza, deltoida;
- Konstruisati iste i izračunati njihove uglove.

5. Površina trougla i četvorougla

- Učenik treba da zna da definiše jednakosti površina geometrijskih figura;
- Izračunava veličinu površine pravougaonika, kvadrata, paralelograma, trougla, trapeza i četvorougla sa normalnim dijagonalama.

3.3. Osmi razred

Opšti ciljevi programa u osmom razredu su:

- Pomoći razvijanje znatiželje i logičkog razmišljanja, posmatranja, opažanja, stvaralačkog i apstraktnog mišljenja;
- Učiniti učenike svesnim lepote matematike;
- Razviti osnovnu matematičku kulturu, potrebnu za otkrivanje uloge i primene matematike u različitim područjima čovekove delatnosti;

- Osposobiti učenike za korišćenje savremenih matematičkih instrumenata, pribora, računskih i informatičkih sredstava;
- Uspostavljati odnos matematike s drugim predmetima i savladati veštine za primenu matematičkih znanja u situacijama iz svakodnevnog života;
- Razviti sposobnost usmenog i pismenog matematičkog izražavanja sa svim njegovim kvalitetima (jasnost, preciznost, jednostavnost, potpunost itd.);
- Izgrađivanje pozitivnih osobina učenikove ličnosti (upornost, urednost, sistematičnost, tačnost, odgovornost);
- Razvijanje sposobnosti učenika da pravilno rasuđuju i logički ispravno zaključuju, matematički opisuju i modeliraju jednostavnije pojave i procese;
- Upoznati individualni razvoj svakog učenika i kontinuirano pratiti tok razvoja;
- Razvijati i koristiti grupnu dinamiku i interakciju u svrhu formiranja socijalno zrele, slobodne i odgovorne ličnosti učenika vodeći računa o uzrastu učenika;
- Upoznati učenike sa bitnim faktorima nastave matematike i mogućim načinima učešća u njoj;
- Upoznati učenike sa dužnostima, zadacima, obavezama i odgovornostima;
- Pomoći učenicima da vešto primenjuju matematičku logiku;
- Razviti veštine učenika u primeni matematičkih znanja;
- Sticanje znanja neophodnih za razumevanje kvantitativnih i prostornih odnosa i zakonitosti u raznim pojavama u prirodi, društvu i svakodnevnom životu;
- Razvijanje sposobnosti za pronalaženje prečica u matematičkom rasuđivanju.

Posebni ciljevi programa u osmom razredu navedeni su po nastavnim temama koje se uče u osmom razredu.

1. Realni brojevi

- Ponoviti skup racionalnih brojeva, posebno množenje;
- Pravilno formirati kvadratni koren i pojam iracionalnog broja;
- Staviti akcenat na primenljivost osnovnih zakona računanja s racionalnim brojevima u skupu realnih brojeva;
- Skup realnih brojeva uvesti kao uniju skupova racionalnih i iracionalnih brojeva.

2. Pitagorina teorema

- Odnos između stranica pravouglog trougla pokazati pomoću modela Pitagorine teoreme;
- Podstaći učenike da iz poznatih stranica trougla ispituju da li je trougao pravougli;
- Izvesti dokaz Pitagorine teoreme i uvežbati njenu primenu.

3. Racionalni algebarski izrazi

- Objasniti učenicima da se računске operacije s monomima i polinomima (u sređenom obliku) vrše na osnovu poznatih zakona računanja operacija sa brojevima;
- Demonstrirati izvođenje računskih operacija sa stepenima i polinomima;
- Preko pristupačnih primera ukazivati na razliku između različitih oblika predstavljanja polinoma;
- Preporučuje se korišćenje zidnih slika sa formulama, programirani materijal, nastavnih listića i dr.

4. Mnogougao

- Ponoviti prethodna znanja o izlomljenoj liniji i oblasti;
- Definisati mnogougao kao uniju mnogougaoe linije u ravni i njene unutrašnje oblasti;
- Ukazati na zavisnost zbira uglova i broja dijagonala mnogougla od broja stranica;
- Insistirati na tačnoj konstrukciji pravilnih mnogouglova sa 6, 8 i 12 stranica;
- Obratiti pažnju na simetriju pravilnog mnogougla;
- Preporučuje se korišćenje zidnih slika sa formulama, programirani materijal, nastavnih listića i dr.

5. Krug

- Ponoviti sa učenicima prethodna znanja o krugu;
- Demonstrirati centralni i periferijski ugao i konstrukciju tangente;
- Informativno upoznati učenike sa brojem π i njegovom prirodom.

6. Neke osnovne funkcije

- Ponoviti sa učenicima brojevenu pravu;
- Demonstrirati prikazivanje funkcija u pravouglom koordinatnom sistemu;

- Ukazati na obostrano jednoznačno produživanje uređenih parova realnih brojeva tačkama pravouglog koordinatnog sistema;
- Naučiti ih rešavanje i primenu proporcija u tekstualnim zadacima.

7. Sličnost

- Ponoviti proporcije;
- Objasniti merenje duži i pojam sadržalac i zajednička mera više duži;
- Pokazati i dokazati Talesovu teoremu;
- Pravilno formirati pojam koeficijenta sličnosti;
- Pokazati primenu teorema o sličnosti trougla u raznim zadacima.

3.4. Deveti razred

Opšti ciljevi programa u devetom razredu su:

- Razvijanje osnovnih mentalnih operacija: apstrahovanja, upoređivanja, sređivanja, uopštavanja;
- Razvijanje socijalno-afektivnih ciljeva, vrednosnih orijentacija i pozitivnih odnosa prema nauci;
- Sticanje matematičkih znanja i sposobnosti neophodnih za razumevanje kvantitativnih i prostornih odnosa i zakonitosti u prirodi i društvu;
- Razvijanje sposobnosti učenika da pravilno rasuđuju i logički ispravno zaključuju, matematički opisuju i modeliraju jednostavnije pojave i procese;
- Razvijanje preciznosti i konciznosti u izražavanju;
- Razvijanje samostalnosti, sistematičnosti i odgovornosti prema radu;
- Njegovanje potrebe za dogradnju i sticanje novih znanja;
- Razvijanje svesti o prisustvu matematike u prirodnim i društvenim naukama, navođenjem primera iz fizike, hemije, geografije i ekonomije;
- Podsticanje pravilnog razvoja učenikove ličnosti u intelektualnom, emocionalnom i moralnom smislu.

Posebni ciljevi programa u devetom razredu navedeni su po nastavnim temama koje se uče u devetom razredu.

1. Tačka, prava i ravan
 - Da učenici prepoznaju osnovne geometrijske pojmove;
 - Da objasne međusobne odnose tačaka, pravih i ravni u prostoru;
 - Da znaju da nabroje bitne činjenice o projekcijama na ravan.
2. Linearne jednačine i nejednačine sa jednom nepoznatom
 - Da učenici znaju da rešavaju linearne jednačine i nejednačine sa jednom nepoznatom;
 - Da znaju da primenjuju jednačine i nejednačine u tekstualnim zadacima;
 - Da znaju da sastave i rešavaju linearnu jednačinu iz iskaza;
 - Da znaju da reše linearne jednačine i nejednačine sa apsolutnim vrednostima.
3. Prizma
 - Učenik treba da zna da definiše prizmu;
 - Da nacрта mrežu prizme;
 - Da koristi formule za izračunavanje površine i zapremine prizme;
 - Da primenjuje znanje na praktičnim zadacima.
4. Piramida
 - Učenik treba da zna da definiše piramidu;
 - Da zna da nacрта mrežu piramide;
 - Da zna da izračuna površinu i zapreminu piramide;
 - Da primenjuje znanje na praktičnim zadacima.
5. Linearna funkcija
 - Učenik će moći da razlikuje eksplicitni od implicitnog oblika funkcije;
 - Da prikaže funkciju tabelarno i grafički;
 - Transformiše eksplicitni u implicitni oblik funkcije;
 - Da zna da nacрта grafik razlomljene funkcije.
6. Valjak
 - Učenik treba da zna da definiše valjak;
 - Da nacрта mrežu valjka;
 - Da izračunava površinu i zapreminu valjka;
 - Da primenjuje znanje na praktičnim zadacima.
7. Sistem linearnih jednačina sa dve nepoznate

- Učenik treba da zna da rešava sistem linearnih jednačina sa dve nepoznate metodama:
 - grafičkom metodom,
 - metodom suprotnih koeficijenata,
 - metodom zamene.
- Da primenjuje sistem linearnih jednačina sa dve nepoznate u rešavanju različitih problema.

8. Kupa

- Učenik će biti sposoban da definiše kupu;
- Da nacrti mrežu kupe;
- Da izračunava površinu i zapreminu kupe;
- Da primenjuje znanje na praktičnim zadacima.

9. Lopta

- Učenik će biti sposoban da definiše sferu i loptu;
- Da razlikuje preseke i delove lopte;
- Da izračunava površinu i zapreminu lopte;
- Da primenjuje znanje na praktičnim zadacima.

Na osnovu ciljeva nastavnog plana i programa iz Matematike od šestog do devetog razreda, može se zaključiti da se učenici u šestom razredu upoznaju sa pojmom *aritmetičke sredine*. Ako se obrati pažnja na ostale nastavne predmete u starijim razredima osnovne škole, može se zaključiti da se učenici upoznaju sa pojmom *frekvencije* u devetom razredu iz Fizike. Sa *grafičkim prikazivanjem podataka* učenici se upoznaju još u prvom razredu u predmetu *Moja okolina i Govor...* Od šestog razreda učenici u okviru nastavnih predmeta *Geografija i Osnovi informatike* koriste grafičko prikazivanje podataka. Iz *Geografije* se to radi kroz korišćenje geografskih karti, dok u *Osnovama informatike* se primenom softvera za prikazivanje podataka uči kako se mogu predstaviti podaci grafički. U toku izučavanja predmeta *Osnovi informatike* učenici se upoznaju i sa *tabelarnim prikazivanjem podataka*. Detaljnije o nastavnom planu i programu starijih razreda osnovne škole može se pročitati u [8].

4. Osnovni pojmovi deskriptivne statistike

Deskriptivna statistika predstavlja skup statističkih metoda prikupljanja, sređivanja, prikazivanja i opisivanja podataka pomoću tabela, grafikona i sumarnih pokazatelja. Osnovni pojmovi deskriptivne statistike koji će se koristiti u ovom radu su: frekvencije, minimum, maksimum, raspon uzorka, aritmetička sredina, varijacioni niz, medijana, moda, tabelarno prikazivanje podataka i grafičko prikazivanje podataka.

4.1. Frekvencije

Frekvencija je osnovna mera kojom se opisuje zastupljenost jednog modaliteta obeležja u uzorku.

Definicija 4.1.1. (preuzeto iz [7])

Neka obeležje X ima k modaliteta, označimo sa $\{x_i : i = 1, \dots, k\}$ pojedine modalitete obeležja, tada je **frekvencija modaliteta obeležja x_i** broj izmerenih vrednosti koje pripadaju modalitetu $x_i, i = 1, \dots, k$. Frekvencija modaliteta obeležja x_i označava se sa f_i .

Frekvencija pojedinačnih modaliteta obeležja zavisi od broja izvršenih merenja, tj. od obima uzorka. Da bi se lakše uporedili i tumačili rezultati raznih istraživanja, u opisu zastupljenosti jednog modaliteta obeležja u uzorku često se koriste i **relativne frekvencije** modaliteta obeležja. Relativna frekvencija modaliteta obeležja $x_i, i = 1, \dots, k$ je broj izmerenih vrednosti obeležja koje pripadaju kategoriji x_i podeljen ukupnim brojem izmerenih vrednosti za ispitivano obeležje. Ako je n obim uzorka, tj. broj svih izmerenih vrednosti ispitivanog obeležja, relativnu frekvenciju modaliteta obeležja x_i računamo kao $\frac{f_i}{n}$. Relativna frekvencija modaliteta obeležja je mera zastupljenosti koja daje informaciju o udelu modaliteta obeležja u uzorku poznate veličine i često se izražava u procentima. Frekvencije i relativne frekvencije pojedinih modaliteta obeležja često se prikazuju tabelarno i grafički.

4.2. Minimum, maksimum i raspon uzorka

Minimum je najmanja vrednost u uzorku, u oznaci x_{min} , a maksimum je najveća vrednost u uzorku, u oznaci x_{max} . Raspon (eng. range) uzorka, u oznaci d , je mera koja pokazuje koliko su podaci raspršeni, tj. to je jedna od mera raspršenosti podataka. Definisan je kao razlika maksimalne i minimalne izmerene vrednosti u uzorku, tj.

$$d = x_{max} - x_{min} .$$

4.3. Aritmetička sredina

Aritmetička sredina (eng. arithmetic mean) niza podataka x_1, x_2, \dots, x_n iz slučajne promenljive X definisana je jednačinom

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Aritmetička sredina je numerička karakteristika koja spada u mere centralne tendencije, tj. ona meri „srednju vrednost” podataka.

4.4. Varijacioni niz

Varijacioni niz čine elementi uzorka poređani u neopadajućem poretku [10].

Za uzorak (X_1, X_2, \dots, X_n) varijacioni niz čini niz slučajnih promenljivih sačinjen od elemenata ovog uzorka u oznaci $(X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)})$ za koji važi

$$(X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}).$$

Za realizovane vrednosti varijacionog niza koristi se isti termin varijacioni niz, bez opasnosti od zabune, a označavaju se malim slovima:

$$(x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}).$$

4.5. Medijana

Da bi se razumela i odredila medijana potrebno je prvo poredati realizovane vrednosti x_1, x_2, \dots, x_n obeležja X u varijacioni niz. Medijana, u oznaci M_e , je takođe jedna mera centralne tendencije kao i aritmetička sredina, a karakteriše je činjenica da je barem pola podataka (elemenata varijacionog niza) manje ili jednako medijani, a istovremeno je barem pola podataka (elemenata varijacionog niza) veće ili jednako od medijane. Ako je obim uzorka neparan broj, onda postoji vrednost koja je na srednjoj poziciji u uređenom skupu podataka pa se ona definiše kao medijana. Ako je obim uzorka paran broj, onda ne postoji element varijacionog niza koji je na srednjoj poziciji jer srednju poziciju „zauzimaju” dva elementa varijacionog niza. U tom slučaju medijana se određuje kao aritmetička sredina dva srednja elementa varijacionog niza. Medijana se računa na sledeći način:

- neparan uzorak: $M_e = \frac{x_{n+1}}{2}$;
- paran uzorak: $M_e = \frac{\frac{x_n}{2} + \frac{x_{n+1}}{2}}{2}$.

4.6. Moda

Moda, u oznaci M_o , je vrednost obeležja koja se najčešće javlja u uzorku, odnosno ona vrednost obeležja koja ima najveću frekvenciju. Moda ne mora biti jedinstvena.

4.8. Grafičko prikazivanje podataka

Podaci iz uzorka se grafički predstavljaju na razne načine, od kojih se često koriste: bar dijagram (stubičasti dijagram), pita dijagram, histogram, tačkasti dijagram, dijagram stablo – lišće, boks plot i dr.

- **Bar dijagram ili stubičasti dijagram** - odvojeni horizontalni ili vertikalni stub je nacrtan za svaku kategoriju, njegova dužina je proporcionalna frekvenciji u toj kategoriji. Stubići su odvojeni malim prazninama koje ukazuju da su podaci kategorijalni ili diskretni.

- **Pita dijagram** – krug (“pita”) je podeljena u kružne isečke, po jedan za svaku kategoriju, tako da je površina svakog dela proporcionalna frekvenciji u toj kategoriji.
- **Histogram** – sličan je stubičastom dijagramu, ali nema praznina između stubova i podaci su neprekidni. Širina svakog stuba histograma odnosi se na raspon vrednosti za promenljivu. Na primer, težine beba mogu se podeliti u 1:75 - 1:99 kg, 2:00 - 2:24kg, ... ,4:25 - 4:49 kg. Oblast stuba je proporcionalna frekvenciji u tom rasponu. Stoga, ako jedna od grupa obuhvata širi raspon od ostalih, njegova baza će biti šira, a visina kraća. Obično se bira između 5 i 20 grupa; rasponi treba da budu uski dovoljno da ilustruju podatke iz obrasca. Histogram treba označiti pažljivo, kako bi se jasno videlo gde su granice.
- **Tačkasti dijagram** – svaka opservacija predstavlja se jednom tačkom na vodoravnoj (ili vertikalnoj) liniji. Ova vrsta dijagrama je vrlo jednostavna za crtanje, ali može biti teška za velike baze podataka. Na dijagramu su često prikazane srednja vrednost ili medijana. Ovaj dijagram se može koristiti i za diskretne podatke.
- **Dijagram stablo - lišće** - To je mešavina dijagrama i tabele, liči na histogram okrenut na stranu, a učinkovito su vrednosti podataka pisane u rastućem redosledu po veličini. Obično se nacrtava vertikalna stabljika, koja se sastoji od, prvih nekoliko cifara vrednosti, poredanih u red. Izbačeni deo iz ove stabljike su listovi - tj. poslednja cifra svake od ordinalnih vrednosti, koje su pisane vodoravno u rastućem numeričkom poretku.
- **Boks plot** (često se naziva **Box-i-Whisker plot**) - To je pravougaoni dijagram pogodan za preliminarno poređenje sa simetričnim raspodelama i to posebno sa normalnom raspodelom. Ovaj dijagram se može dobiti tako što se na izabranoj osi odrede tačke koje odgovaraju uzoračkoj medijani i kvartilima⁶ q_1 i q_3 . Zatim se računaju unutrašnje f_1 i f_3 i spoljašnje F_1 i F_3 granice dijagrama:

$$f_1 = q_1 - 1.5(q_3 - q_1), f_3 = q_1 + 1.5(q_3 - q_1),$$

$$F_1 = q_1 - 3(q_3 - q_1), F_3 = q_1 + 3(q_3 - q_1),$$

⁶ **Uzorački p – procentni kvantil** je vrednost obeležja koja je veća ili jednaka od p% elemenata uzorka. Uzorački 25% kvantil naziva se **prvi kvartil** i označava sa q_1 , a uzorački 75% kvantil naziva se **treći kvartil** i označava se sa q_3 .

i onda se određuju a_1 – najmanji među elementima uzorka koji su veći od f_1 i a_3 – najveći među elementima uzorka koji su manji od f_3 . Dijagram se sastoji od pravougaonika čija je jedna strana paralelna izabranoj osi i jednaka odsečku (q_1, q_3) . Dimenzija druge strane pravougaonika nije od značaja, pa se bira proizvoljno. U pravougaoniku se ucrtala linija koja odgovara uzoračkoj medijani. Ako je ta linija blizu sredine pravougaonika, raspodela obeležja na uzorku bi mogla biti neka simetrična raspodela, inače je u pitanju asimetrična raspodela. Izvan pravougaonika mogu biti označeni autlajeri⁷.

Detaljnije o grafičkom predstavljanju podataka može se naći u [1].

5. Statističke metode

U istraživačkom delu rada postoji verovatnoća da tokom anketiranja svi ispitanici neće odgovoriti na sva pitanja iz upitnika, zato će možda biti nedostajućih podataka. U ovom radu, pre svega, rešen je problem nedostajućih podataka, a zatim je proverena normalnost pomoću Shapiro – Wilkovog testa. Normalnost se proverava da bi se odredilo koji testovi (parametarski ili neparametarski) će se koristiti za poređenje srednjih vrednosti obeležja po grupama. Parametarski testovi se koriste kada obeležje ima normalnu raspodelu u svakoj grupi, a neparametarski testovi se koriste kada obeležje nema normalnu raspodelu po grupama. Osim toga u radu su korišćeni: Kruskall – Wallis-ov test i Pirsonov koeficijent korelacije.

Kruskall – Wallis-ov test je neparametarski test. Neparametarske statističke metode nemaju pretpostavku o obliku raspodele, pa se nazivaju i metode slobodne od raspodele. Primenjuju se kada promenljiva nije normalno raspoređena. Otporne su na prisustvo netipičnih tačaka.

Sve statističke analize radiće se u Softveru za statističku obradu podataka IBM SPSS Statistics, verzija 20.0 [15].

⁷ **Autlajeri** (eng. outliers – onaj koji je van granice) su vrednosti obeležja koje neuobičajeno mnogo odstupaju od očekivane vrednosti.

5.1. Nedostajući podaci (preuzeto iz [18])

Metoda *pairwise* znači da će slučaj (osoba) biti isključen samo iz onih analiza za koje mu nedostaje neki neophodan podatak. Dakle, i takvi slučajevi će biti analizirani kad god je to moguće tj. kad god postoje podaci potrebni za datu analizu.

5.2. Procena normalnosti raspodele

5.2.1. Shapiro – Wilkov test

Neka je X neprekidna slučajna promenljiva, cilj ovog testa je da se ispita da li slučajna promenljiva X ima normalnu raspodelu. Testira se nulta hipoteza:

$$H_0: X \text{ ima normalnu raspodelu}$$

protiv alternativne $H_1: X$ nema normalnu raspodelu.

Shapiro – Wilkov test je zasnovan na posmatranju rastojanja između simetrično pozicioniranih podataka. Pretpostavimo da je obim uzorka n i uzastopne vrednosti x_1, x_2, \dots, x_n , su poredane u varijacioni niz:

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n.$$

Rastojanje simetrično pozicioniranih podataka oko srednje vrednosti se meri sa:

$$(x_{n-i+1} - x_i), \text{ za } i = 1, 2, \dots, k, \text{ gde je } k = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & \text{za } n \text{ neparno} \\ \frac{n}{2}, & \text{za } n \text{ parno} \end{cases}.$$

Test – statistika Shapiro – Wilkovog testa data je sa:

$$W = \frac{[\sum_{i=1}^k a_i (x_{n-i+1} - x_i)]^2}{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}.$$

Koeficijenti a_i i kritična vrednost parametra $W(\alpha)$ mogu se dobiti iz tablica [2].

Test – statistika se poredi sa tabličnom vrednošću $W(\alpha)$. Ako je $W > W(\alpha)$, nulta

hipoteza se odbacuje. U suprotom se prihvata. Detaljnije o Shapiro – Wilkovom testu može se naći u [12].

5.3. Kruskall-Wallis-ov test (preuzeto iz [18])

Kruskall-Wallis-ov test naziva se i Kruskall-Wallis-ov H test. To je uopštenje Mann-Whitney-evog testa za k uzoraka. Rezultati se pretvaraju u rangove, pa se porede srednji rangovi svake grupe. To je analiza različitih grupa, pa u svakoj grupi moraju biti drugi ispitanici. Testira se nulta hipoteza

$$H_0: \text{Medijane su jednake u svih } k \text{ populacija,}$$

protiv alternativne $H_1: \text{Medijane nisu jednake u svih } k \text{ populacija.}$

Uslovi:

- Obim uzorka u svakoj grupi mora biti najmanje 5 da bi mogli primeniti χ^2 , iako obimi uzorka ne moraju biti jednaki.
- Obeležje nema normalnu raspodelu u svih k populacija.

Svi uzorci se uređuju po rastućem poretku i dodeljuje se rang svakom elementu svakog uzorka. Gde se vrednosti ponavljaju, koristi se srednja vrednost ranga tih vrednosti. Izračunava se rang sume za svaki od k uzoraka.

Neka imamo k uzoraka obima N_1, N_2, \dots, N_k , sa ukupnim obimom uzorka $N = N_1 + N_2 + \dots + N_k$. Neka su podaci iz svih uzoraka uzetih zajedno rangirani i neka su sume rangova iz k uzoraka R_1, R_2, \dots, R_k , respektivno. Ako se definiše test – statistika sa

$$H = \left\{ \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{N_j} \right\} - 3(N+1)$$

onda može da se pokaže da je raspodela funkcije H približno χ^2 - raspodela sa $k - 1$ stepeni slobode. Nulta hipoteza o jednakosti medijana se odbacuje kada je H vrednost veća od tablične vrednosti.

Kruskall-Wallis-ov H test je neparametarska alternativa jednofaktorskoj analizi varijanse različitih grupa. Detaljnije o Kruskall-Wallis-ovom testu može se naći u [12].

5.4. Koeficijent korelacije (preuzeto iz [18])

Korelaciona analiza se bavi merenjem nivoa povezanosti između dve promenljive, x i y . Na početku, pretpostavlja se da su x i y numerički.

Pretpostavlja se da postoji par vrednosti (x, y) , merenih na svakom od n pojedinaca u našem uzorku. Može se označiti odgovarajući par tačaka koji odgovara vrednostima svakog pojedinca na dvodimenzionalnom tačkastom dijagramu. Po konvenciji, promenljiva x se stavlja na horizontalnoj osi, a promenljiva y na vertikalnoj osi dijagrama. Iscrtavanjem tačaka za svih n pojedinaca, dobija se raspršenje tačaka koje mogu predložiti odnos između dve promenljive.

Pirsonov koeficijent korelacije

Koeficijent Pirsonove linearne korelacije prikladan je za intervalne (neprekidne) promenljive. Može se koristiti i kao mera povezanosti jedne neprekidne promenljive i jedne dihotomne⁸ promenljive. Dijagram koji ilustruje povezanost promenljive x sa promenljivom y raspršen je oko prave jer Pirsonov koeficijent korelacije predstavlja meru linearne zavisnosti jedne promenljive od druge. Koeficijent korelacije ocenjen iz uzorka, u oznaci r , dat je formulom

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

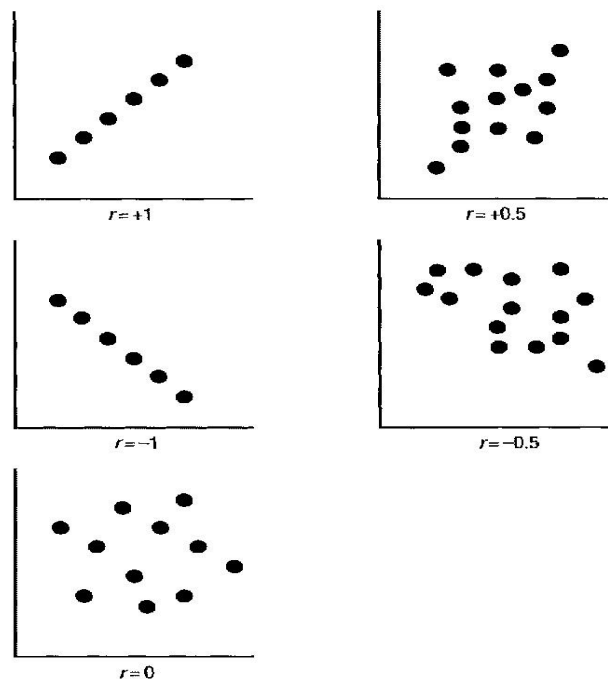
Svojstva koeficijenta korelacije:

1. $r \in [-1, 1]$
2. Znak od r (slika 3.1) pokazuje da li se jedna promenljiva povećava sa povećanjem druge promenljive (pozitivna korelacija) ili da li se neka promenljiva smanjuje sa povećanjem druge (negativna korelacija).

⁸ **Dihotomne** ili binarne promenljive su promenljive koje imaju samo dve vrednosti (npr. pol: muški i ženski).

3. Veličina r pokazuje koliko su tačke blizu na pravoj. Naročito ako je $r = +1$ ili -1 , onda je savršena korelacija, jer sve tačke leže na pravoj. Ako je $r = 0$, onda ne postoji linearna korelacija. Što je r bliže granicama, veći je stepen linearne zavisnosti (slika 3.1).
4. r je bezdimenziona veličina, tj. ne izražava se u nekoj jedinici mere.
5. Vrednost r važi samo u granicama vrednosti x i y u uzorku. Ne može se zaključiti da će imati istu vrednost kada su u pitanju vrednosti x ili y koje su ekstremnije nego vrednosti iz uzorka.
6. x i y se mogu menjati bez uticaja na vrednost r .
7. Korelacija između x i y ne znači uzrok i posledicu povezanosti.
8. r^2 predstavlja proporciju varijabilnosti od y koja se može pripisati linearnoj povezanosti sa x .

Slika 3.1. Dijagrami koji predstavljaju vrednosti koeficijenta korelacije u različitim situacijama (preuzeto iz [1])



Testiranje hipoteza za Pirsonov koeficijent korelacije sastoji se iz sledećih koraka:

1. Testira se nulta hipoteza $H_0: \rho = 0$ protiv alternativne $H_1: \rho \neq 0$, gde je ρ koeficijent korelacije populacije.
2. Prikupljaju se relevantni podaci od pojedinaca iz uzorka.
3. Izračunava se vrednost test – statistike specifične za H_0

- Ako je $n \leq 200$, r je test – statistika.
- Ako je $n > 200$, izračunava se $T = \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$ koje ima t -raspodelu sa $n - 2$ stepeni slobode.

4. Upoređuju se vrednosti test statistike sa tabličnim vrednostima [1].

- Ako je $n \leq 150$, r se poredi sa tabličnom vrednošću Pirsonovog koeficijenta korelacije.
- Ako je $n > 150$, T se poredi sa tabličnom vrednošću iz t - raspodele.

Kada je vrednost realizovane test – statistike veća od tablične vrednosti, onda se odbacuje nulta hipoteza u korist alternativne. Detaljnije o Pirsonovom koeficijentu korelacije može se naći u [1].

6. Ciljevi i značaj studije

Glavni cilj ove studije je ispitati razlike razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike među učenicima starijih razreda osnovne škole. Cilj je ispitati vezu uspeha učenika iz matematike i razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike, kao i vezu opšteg uspeha učenika i razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike. Utvrdiće se veza između opšteg uspeha učenika i uspeha učenika iz matematike. Možda će se utvrditi koji su im pojmovi potpuno nepoznati, a koje poznaju

- 1) u ispravnom značenju
- 2) u „nepravilnom” značenju tj. gde prosto pogrešno tumače pojam (zabluda).

Značaj studije je u otkrivanju eventualne veze između intuicije i saznanja o osnovnim pojmovima deskriptivne statistike kod učenika viših razreda osnovne škole, kao i u otkrivanju eventualnih zabluda u rezonovanju.

7. Metodološki okvir istraživanja

Ispitivanje je sprovedeno u decembru 2014. godine u O.Š. „Vuk Karadžić“ u Bijeljini, u Republici Srpskoj, uz odobrenje Matematičkog fakulteta, Univerziteta u Beogradu.

7.1. Uzorak

Za ispitivanje je odabran nameran⁹ uzorak jer je najjeftiniji, najpogodniji i potrebno je najkraće vreme za sprovođenje. Uzorak je činilo ukupno 95 učenika od VI do IX razreda. Struktura uzorka prikazana je u tabeli 7.1.

Tabela 7.1. Struktura uzorka

Razred	Broj učenika	Opšti uspeh	Broj učenika	Ocena iz matematike	Broj učenika
VI	25 (26.3%)	Nedovoljan	1 (1.1%)	Nedovoljan	2 (2.1%)
VII	27 (28.4%)	Dovoljan	0 (0%)	Dovoljan	14 (14.7%)
VIII	22 (23.2%)	Dobar	4 (4.2%)	Dobar	25 (26.3%)
IX	21 (22.1%)	Vrlo dobar	34 (35.8%)	Vrlo dobar	24 (25.3%)
		Odličan	53 (55.8%)	Odličan	28 (29.5%)
Nedostajući podaci	-		3 (3.2%)		2 (2.1%)
Ukupno	95 (100%)		95 (100%)		95 (100%)

7.2. Instrumenti i tehnike

Primenjen je upitnik kao instrument ispitivanja, a anketiranje kao tehnika istraživanja. Upitnik je sastavljen iz dva dela. U prvom delu upitnika se od učenika traži da navedu osnovne podatke o sebi: razred, opšti uspeh na kraju prethodnog razreda i uspeh učenika iz matematike na kraju prethodnog razreda. U drugom delu upitnika ponuđeno je 8 zadataka. Svaki zadatak se sastojao od jednog ili više pitanja otvorenog tipa. Upitnik se može pogledati u prilogu 1.

Obrazloženje zadataka:

1. **Prvi zadatak:** "Na testu iz geografije učenici su postigli rezultate:

Milan	5	Mile	5	Sara	2
Dragan	4	Nemanja	4	Slavko	1
Olja	5	Luka	3	Lazar	2
Lana	3	Olga	1	Sandra	5
Tea	2	Marko	2	Olivera	2
Miloš	1	Stefan	4	Dragana	4
Sanja	4	Saša	3		

- a) U tabelu ispod upisati koliko je učenika dobilo koju ocenu?

⁹ U namernom uzorkovanju jedinice skupa nemaju poznatu verovatnoću izbora u uzorak. To znači da namera njihovog izbora u uzorak može biti posledica različitih okolnosti.

Ocena	Broj učenika
5	
4	
3	
2	
1	

b) *Koliko je učenika radilo test?* _____ “

Prvim zadatkom se proverava razumevanje pojmova **frekvencija** i **obim uzorka**. U delu pod *a)* potrebno je da ispitanici prebroje koliko učenika je na testu dobilo koju ocenu i da popune tabelu. Na taj način proverava se da li učenici razumeju pojam frekvencija. U delu pod *b)* ispitanici treba da prebroje koliko je učenika radilo test i time pokažu razumevanje pojma obim uzorka.

2. **Drugi zadatak:** “*Sara, Lara, Lena i Tea su sestre. Sara ima 15 godina, Lara 8 godina, Lena 19 godina i Tea 9 godina.*

a) *Koliko godina ima najstarija sestra?* _____

b) *Koliko godina ima najmlađa sestra?* _____

c) *Kolika je razlika u godinama između najstarije i najmlađe sestre?* _____ “

Drugim zadatkom se proverava razumevanje pojmova **maksimum**, **minimum** i **raspon uzorka**. U delu pod *a)* potrebno je da ispitanici napišu godine starosti najstarije sestre i time pokažu razumevanje pojma maksimum. U delu pod *b)* ispitanici treba da napišu godine starosti najmlađe sestre i time pokažu razumevanje pojma minimum. U delu pod *c)* ispitanici treba da od godina starosti najstarije sestre oduzmu godine starosti najmlađe sestre i na taj način izračunaju raspon uzorka.

3. **Treći zadatak:** “*Filip će na kraju prvog polugodišta imati zaključene sledeće ocjene:*

<i>Srpski jezik</i>	5	<i>Muzička kultura</i>	5	<i>Biologija</i>	3
<i>Engleski jezik</i>	4	<i>Istorija</i>	3	<i>Tehničko obrazovanje</i>	4
<i>Nemački jezik</i>	4	<i>Geografija</i>	3	<i>Osnovi informatike</i>	5
<i>Veronauka</i>	5	<i>Fizika</i>	2	<i>Fizičko vaspitanje</i>	5
<i>Likovna kultura</i>	5	<i>Matematika</i>	3		

Kojom prosečnom ocenom će Filip završiti polugodište? _____ ”

Trećim zadatkom se proverava razumevanje pojma **aritmetička sredina**. Da bi ispitanici pokazali razumevanje pojma aritmetička sredina, potrebno je da saberu ocene iz svih predmeta, a zatim da ih podele sa brojem predmeta tj. obimom uzorka.

4. **Četvrti zadatak:** “Izmerena je visina 12 devojčica i dobijeni su sledeći podaci: 150, 155, 157, 160, 162, 149, 152, 161, 156, 155, 155, 157.

a) Poređati visine devojčica od najniže ka najvišoj.

b) Koliko je visoka devojčica čija je visina podjednako udaljena i od visine najniže devojčice i od visine najviše devojčice? _____”

Četvrtim zadatkom se proverava razumevanje pojmova **varijacioni niz** i **medijana**. U delu pod a) potrebno je da ispitanici poredaju visine devojčica od najniže ka najvišoj i time pokažu razumevanje pojma varijacioni niz. U delu pod b) ispitanici treba da saberu šesti i sedmi element varijacionog niza jer je obim uzorka paran broj (12 devojčica), a zatim da dobijeni zbir podele sa 2 kako bi dobili medijanu.

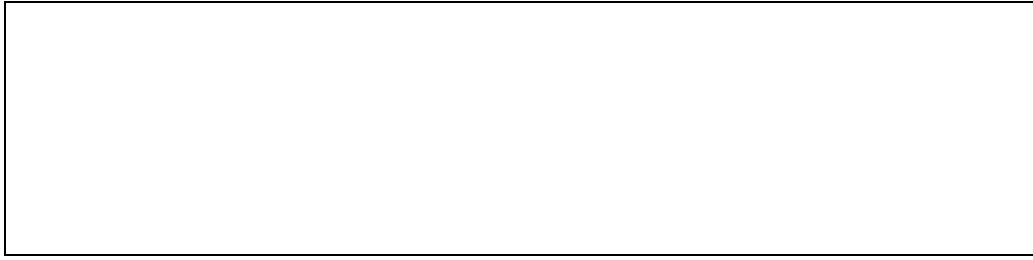
5. **Peti zadatak:** “Šetajući ulicom Ana je srela 20 osoba, od toga 10 osoba je nosilo crvenu odeću, 5 osoba zelenu, 3 osobe plavu, 2 belu i 1 osoba roze odeću. Nakon šetnje Anu je pitala drugarica koja je sada najmodernija boja, šta joj je Ana odgovorila?

Petim zadatkom se proverava razumevanje pojma **moda**. Potrebno je da ispitanici napišu koju boju nosi najviše osoba i time da pokažu razumevanje pojma moda.

6. **Šesti zadatak:** “Na pitanje “Koji je tvoj omiljeni kućni ljubimac?” Učenici prvog razreda su odgovorili:

Mira	zec	Nada	pas	Sanja	pas
Jovan	pas	Jasna	mačka	Slavko	pas
Zorana	pas	Draško	pas	Lazar	zec
Dragan	ribica	Miloš	ribica	Sandra	pas
Mila	mačka	Milan	pas	Olivera	zec
Jelena	pas	Ivan	mačka	Ivana	pas
Zorana	mačka	Strahinja	ribica	Marija	mačka

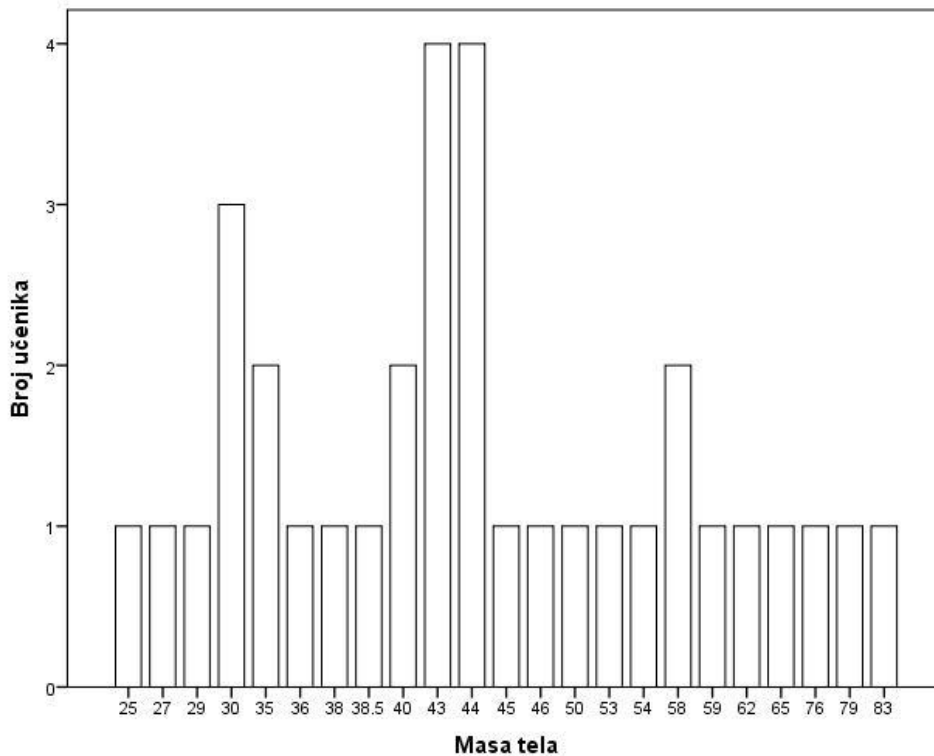
Prikaži odgovore slikom.



“

Šestim zadatkom se proverava razumevanje **grafičkog prikazivanja podataka**. Ispitanici treba da slikom predstave koliko učenika kao omiljenog kućnog ljubimca ima koju životinju.

7. **Sedmi zadatak:** “Izmerena je masa tela učenika jednog odeljenja. Na grafiku su prikazani dobijeni rezultati. Pročitaj podatke sa grafika i upiši u tabelu ispod grafika.



Broj učenika	Masa tela	Broj učenika	Masa tela	Broj učenika	Masa tela

“

Sedim zadatkom se proverava razumevanje **čitanja podataka sa grafika**. Potrebno je da ispitanici posmatrajući dati grafik, popune datu tabelu, tako što će broj učenika čitati sa y - ose, a masu tela sa x – ose datog grafika.

8. **Osmi zadatak:** “*Određeni grad ima dva porodilišta. U većem porodilištu se rodi oko 45 beba svaki dan, a u manjoj bolnici 15 beba. Kao što znate, oko 50% rođenih beba su dečaci. Tačan procenat rođenih dečaka varira iz dana u dan. Ponekad se rodi više od 50% dečaka, a ponekada manje. U periodu od godinu dana, oba porodilišta su beležila dane u kojima se rodilo više od 60% dečaka. Šta misliš koje je porodilište zabeležilo više takvih dana? (zaokruži odgovor)*

a) *veće porodilište* b) *manje porodilište* c) *oba isto*”

Osmim zadatkom se proverava razumevanje **značaja obima uzorka**. Ispitanici treba da razmisle o datom problemu, a zatim da zaokruže jedan od ponuđenih odgovora.

Kratak pregled obeležja:

Razred je kategorijska promenljiva, gde su razredi od šestog do devetog označeni redom brojevima od 6 do 9.

Opšti uspeh je kategorijska promenljiva, merena Likertovom skalom od 1 do 5. Predstavlja opšti uspeh učenika na kraju prethodnog razreda.

Ocena iz matematike je takođe kategorijska promenljiva, merena Likertovom skalom od 1 do 5. Predstavlja zaključnu ocenu iz matematike na kraju prethodnog razreda.

Frekvencija je kategorijska dihotomna (binarna) promenljiva, gde je netačan odgovor označen sa 0, a tačan sa 1.

Obim uzorka je kategorijska dihotomna (binarna) promenljiva, gde je netačan odgovor označen sa 0, a tačan sa 1.

Maksimum je kategorijska dihotomna (binarna) promenljiva, gde je netačan odgovor označen sa 0, a tačan sa 1.

Minimum je kategorijska dihotomna (binarna) promenljiva, gde je netačan odgovor označen sa 0, a tačan sa 1.

Raspon uzorka je kategorijska dihotomna (binarna) promenljiva, gde je netačan odgovor označen sa 0, a tačan sa 1.

Aritmetička sredina je kategorijska dihotomna (binarna) promenljiva, gde je netačan odgovor označen sa 0, a tačan sa 1.

Varijacioni niz je kategorijska dihotomna (binarna) promenljiva, gde je netačan odgovor označen sa 0, a tačan sa 1.

Medijana je kategorijska dihotomna (binarna) promenljiva, gde je netačan odgovor označen sa 0, a tačan sa 1.

Moda je kategorijska dihotomna (binarna) promenljiva, gde je netačan odgovor označen sa 0, a tačan sa 1.

Grafik je kategorijska dihotomna (binarna) promenljiva, gde je netačan odgovor označen sa 0, a tačan sa 1.

Čitanje podataka sa grafika je kategorijska dihotomna (binarna) promenljiva, gde je netačan odgovor označen sa 0, a tačan sa 1.

Značaj obima uzorka je kategorijska promenljiva, gde je sa 1 označeno veće porodilište, sa 2 manje porodilište, a sa 3 oba isto porodilišta. Pri izračunavanju ukupnog skora osnovnih pojmova deskriptivne statistike, značaj obima uzorka je rekodiran u dihotomnu (binarnu) promenljivu, tako što su vrednosti 1 i 3 dobili vrednosti 0 (netačan odgovor), a vrednost 2 je dobila vrednost 1 (tačan odgovor).

Zbir svih tačnih odgovora predstavlja neprekidnu promenljivu koja je nazvana *osnovni pojmovi deskriptivne statistike*. Uzima vrednosti od 1 do 12.

8. Analiza i interpretacija rezultata istraživanja

Kako je u radu ispitivano više parametara rezultati će biti prikazani u nekoliko odeljaka.

8.1. Osnovni pojmovi deskriptivne statistike među učenicima starijih razreda osnovne škole

Kako bi se izabrala odgovarajuća statistička metoda za ispitivanje statističke značajnosti razlika srednjih vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike u odnosu na razrede, potrebno je proveriti da li osnovni pojmovi deskriptivne statistike imaju normalnu raspodelu u svakoj grupi (razredu).

Tabela 8.1. Shapiro-Wilkov test normalnosti

	Razred	Shapiro-Wilk		
		Statistika	df	p
Osnovni pojmovi deskriptivne statistike	VI	0.893	25	0.013
	VII	0.796	27	< 0.0005
	VIII	0.931	22	0.131
	IX	0.684	21	< 0.0005

Kako je u svakoj grupi obim uzorka manji od 30, koristi se Shapiro-Wilkov test normalnosti. Iz tabele 8.1 se vidi da je p vrednost Shapiro-Wilkovog testa u bar jednoj grupi osnovnih pojmova deskriptivne statistike manja od 0.05, što implicira da promenljiva osnovni pojmovi deskriptivne statistike nema normalnu raspodelu po razredima.

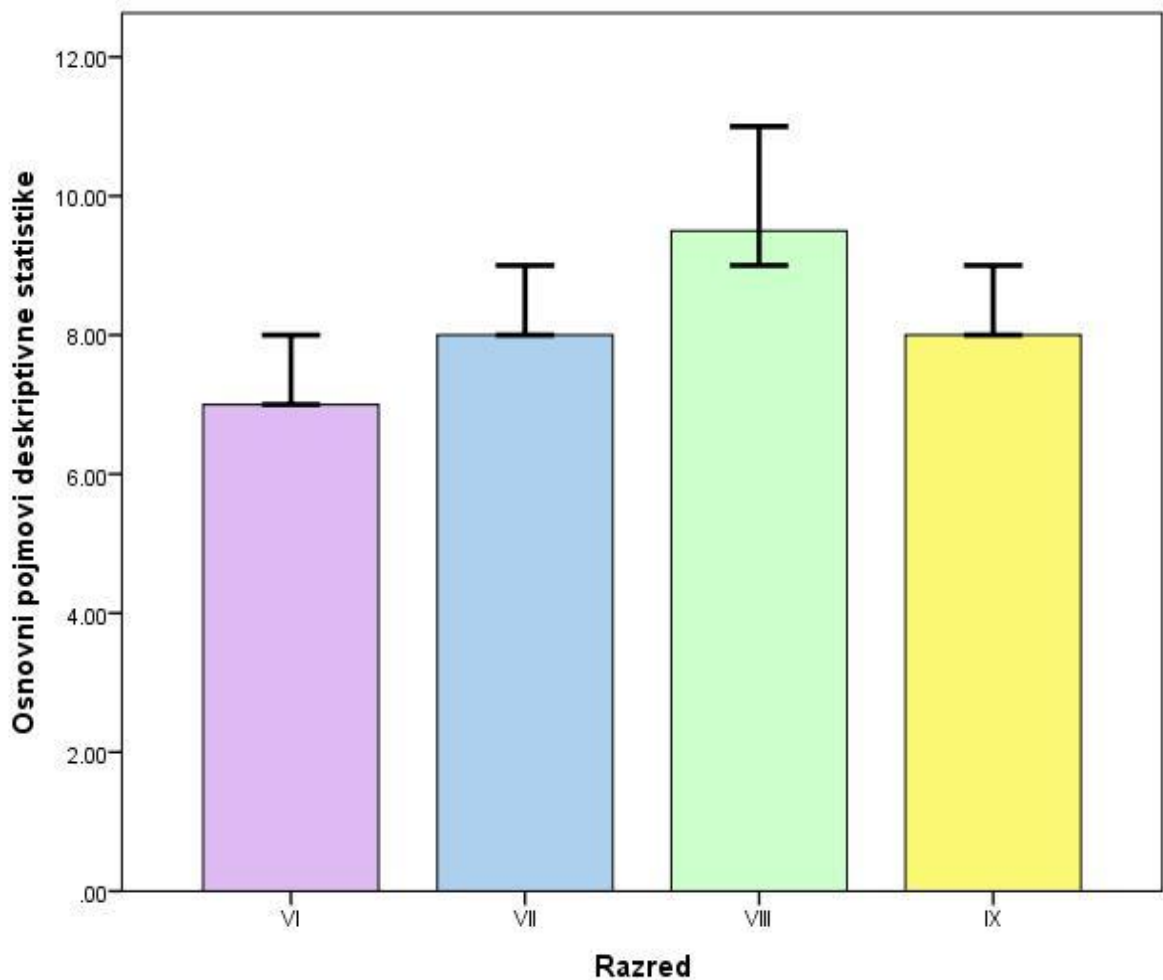
Kako osnovni pojmovi deskriptivne statistike nemaju normalnu raspodelu po razredima, za testiranje razlika srednjih vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike u odnosu na razred korišćen je Kruskal-Wallisov test.

Tabela 8.2. Vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike prema razredima

	VI	VII	VIII	IX	P
	Medijana (25.perc-75.perc)	Medijana (25.perc-75.perc)	Medijana (25.perc-75.perc)	Medijana (25.perc-75.perc)	
Osnovni pojmovi deskriptivne statistike	7.00 (7.00 – 8.00)	8.00 (8.00 – 9.00)	9.50 (8.75– 11.00)	8.00 (8.00 – 9.50)	< 0.0005

U tabeli 8.2 prikazane su vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike prema razredima. Kruskal-Wallisov test je otkrio da je razlika srednjih vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike između učenika VI, VII, VIII i IX razreda statistički značajna (Grupa VI $N = 25$, Grupa VII $N = 27$, Grupa VIII $N = 22$, Grupa IX $N = 21$), $\chi^2(3, N = 95) = 33.424$, $p < 0.0005$. Na osnovu medijane osnovnih pojmova deskriptivne statistike i razreda nacrtan je dijagram (grafik 8.1). Za crtanje dijagrama korišćena je medijana jer se Kruskal-Wallisovim testom testira jednakost medijana.

Grafik 8.1. Vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike (medijana i 25.perc-75.perc) prema razredima



8.2. Veza uspeha iz matematike i razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike

Frekvencije odgovora učenika prikazane su u tabeli 8.3.

Tabela 8.3. Frekvencije odgovora učenika

Obeležlje	Netačno	Tačno	Nedostajući podaci
Frekvencija	9 (9.5%)	86 (90.5%)	-
Obim uzorka	5 (5.3%)	88 (92.6%)	2 (2.1%)
Maksimum	1 (1.1%)	94 (98.9%)	-
Minimum	2 (2.1%)	93 (97.9%)	-
Raspon uzorka	3 (3.2%)	90 (94.7%)	2 (2.1%)
Aritmetička sredina	2 (2.1%)	91 (95.8%)	1 (1.1%)
Varijacioni niz	54 (56.8%)	40 (42.1%)	1 (1.1%)
Medijana	58 (61%)	17 (17.9%)	20 (21.1%)
Moda	12 (12.6%)	72 (75.8%)	11 (11.6%)
Grafik	43 (45.3%)	39 (41.1%)	13 (13.7%)
Čitanje podataka sa grafika	22 (23.2%)	62 (65.3%)	11 (11.6%)
Značaj obima uzorka	72 (75.8%)	11 (11.6%)	12 (12.6%)

Iz tabele 8.3 se vidi da je većina ispitanika tačno odgovorila na pitanja u vezi sa sledećim pojmovima: frekvencija, obim uzorka, maksimum, minimum, raspon uzorka, aritmetička sredina. Učenici su imali problem pri razumevanju pojmova varijacioni niz, medijana, grafičkog predstavljanja podataka (da podatke predstave na grafiku), čitanja podataka sa grafika i značaju obima uzorka. Kada je u pitanju moda, iz tabele 8.3 se vidi da je 75.8% ispitanika tačno odgovorilo, dok je 12.6% netačno odgovorilo, ali i 11.6% ispitanika uopšte nije odgovorilo na to pitanje.

Kako bi se izabrala odgovarajuća statistička metoda za ispitivanje statističke značajnosti razlika srednjih vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike u odnosu na uspeh učenika iz matematike, potrebno je proveriti da li osnovni pojmovi deskriptivne statistike imaju normalnu raspodelu u svakoj grupi. Kako je nedovoljnu ocenu iz matematike imalo samo 2 učenika, izvršeno je rekodiranje promenljive uspeh učenika iz matematike na sledeći način: kategorije nedovoljan i dovoljan su spojene u jednu, a ostale kategorije su ostale nepromenjene.

Tabela 8.4. Shapiro-Wilkov test normalnosti

	Uspeh učenika iz matematike	Shapiro-Wilk		
		Statistika	df	p
Osnovni pojmovi deskriptivne statistike	Nedovoljan i dovoljan	0.846	16	0.012
	Dobar	0.928	25	0.079
	Vrlo dobar	0.937	24	0.139
	Odličan	0.938	28	0.098

Kako je u svakoj grupi obim uzorka manji od 30, koristi se Shapiro-Wilkov test normalnosti. Iz tabele 8.4 se vidi da je p vrednost Shapiro-Wilkovog testa u dve grupe osnovnih pojmova deskriptivne statistike manja od 0.05, što implicira da promenljiva osnovni pojmovi deskriptivne statistike nema normalnu raspodelu po grupama uspeha učenika iz matematike.

Kako osnovni pojmovi deskriptivne statistike nemaju normalnu raspodelu po grupama uspeha učenika iz matematike, za testiranje razlika srednjih vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike u odnosu na uspeh učenika iz matematike korišćen je Kruskal-Wallisov test.

Tabela 8.5. Vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike prema uspehu učenika iz matematike

	Nedovoljan i dovoljan Medijana (25.perc-75.perc)	Dobar Medijana (25.perc-75.perc)	Vrlo dobar Medijana (25.perc-75.perc)	Odličan Medijana (25.perc-75.perc)	p
Osnovni pojmovi deskriptivne statistike	8.00 (8.00 – 9.00)	8.00 (7.50 – 9.50)	8.00 (7.00 – 9.00)	9.00 (7.00 – 9.75)	0.629

U tabeli 8.5 prikazane su vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike prema uspehu učenika iz matematike. Kruskal-Wallisov test otkrio je da razlika srednjih vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike između uspeha učenika iz matematike nije statistički značajna (Grupa nedovoljni i dovoljni $N = 16$, Grupa dobri $N = 25$, Grupa vrlo dobri $N = 24$, Grupa odlični $N = 28$), $\chi^2(3, N = 93) = 1.735, p = 0.629$.

8.3. Veza opšteg uspeha učenika i razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike

Kako bi se izabrala odgovarajuća statistička metoda za ispitivanje statističke značajnosti razlika srednjih vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike u odnosu na opšti uspeh učenika, potrebno je proveriti da li osnovni pojmovi deskriptivne statistike imaju normalnu raspodelu u svakoj grupi. Kako je nedovoljan opšti uspeh postigao samo jedan učenik, dovoljan opšti uspeh ni jedan, a dobar opšti uspeh ukupno 4 učenika, izvršeno je rekodiranje promenljive opšti uspeh učenika na sledeći način: kategorije nedovoljan, dovoljan i dobar spojene su u jednu, a kategorije vrlo dobar i odličan ostale su nepromenjene.

Tabela 8.6. Shapiro-Wilkov test normalnosti

	Opšti uspeh učenika	Shapiro-Wilk		
		Statistika	df	p
Osnovni pojmovi deskriptivne statistike	Nedovoljan, dovoljan dobar	0.684	5	0.006
	Vrlo dobar	0.918	34	0.015
	Odličan	0.945	53	0.017

Kako je u prvoj grupi obim uzorka manji od 30, koristi se Shapiro-Wilkov test normalnosti. Iz tabele 8.6 se vidi da je p vrednost Shapiro-Wilkovog testa u svakoj grupi osnovnih pojmova deskriptivne statistike manja od 0.05, što implicira da promenljiva osnovni pojmovi deskriptivne statistike nema normalnu raspodelu po grupama opšteg uspeha učenika.

Kako osnovni pojmovi deskriptivne statistike nemaju normalnu raspodelu po grupama opšteg uspeha učenika, za testiranje razlika srednjih vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike u odnosu na opšti uspeh učenika korišćen je Kruskal-Wallisov test.

Tabela 8.7. Vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike prema opštem uspehu učenika

	Nedovoljan, dovoljan i dobar Medijana (25.perc-75.perc)	Vrlo dobar Medijana (25.perc-75.perc)	Odličan Medijana (25.perc-75.perc)	p
Osnovni pojmovi deskriptivne statistike	8.00 (8.00 – 9.00)	8.00 (7.00 – 9.25)	9.00 (7.50 – 9.00)	0.697

U tabeli 8.7 prikazane su vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike prema opštem uspehu učenika. Kruskal-Wallisov test otkrio je da razlika srednjih vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike između kategorija opšteg uspeha učenika nije statistički značajna (Grupa nedovoljni, dovoljni i dobri $N = 5$, Grupa vrlo dobri $N = 34$, Grupa odlični $N = 53$), $\chi^2(2, N = 92) = 0.722, p = 0.697$.

8.4. Povezanost uspeha učenika iz matematike i opšteg uspeha učenika

Veza između uspeha učenika iz matematike i opšteg uspeha učenika izražena je pomoću Pirsonovog koeficijenta korelacije. Uspeh učenika iz matematike je u pozitivnoj statistički značajnoj korelaciji sa opštim uspehom učenika ($r = 0.721, p < 0.0005$).

9. Implikacije i zaključci

9.1. Metodičke implikacije

Imajući u vidu teorijska razmatranja osnovnih pojmova deskriptivne statistike i rezultate istraživanja, u ovom poglavlju razmotriće se eventualna veza između intuicije i saznanja o osnovnim pojmovima deskriptivne statistike kod učenika viših razreda osnovne škole, ali i otkriće se eventualne zablude u rezonovanju.

Poređenjem razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike između učenika šestog, sedmog, osmog i devetog razreda, pokazano je da se srednje vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike statistički značajno razlikuju između učenika šestog, sedmog, osmog i devetog razreda. Imajući u vidu da se učenici od prvog razreda sreću sa pojmom grafičkog predstavljanja podataka, od šestog razreda sa pojmom aritmetičke sredine, a tek u devetom razredu sa pojmom frekvencije, kao i to da su rezultati istraživanja pokazali da je medijana ostvarenih rezultata kod učenika VIII razreda najveća, zaključuje se da učenici VIII razreda imaju intuiciju o razumevanju osnovnih pojmova deskriptivne statistike. Međutim, razumevanje osnovnih pojmova deskriptivne statistike između uspeha učenika iz matematike se statistički značajno ne razlikuje, kao ni između opšteg uspeha učenika na kraju prethodnog razreda.

Uspeh učenika iz matematike je u pozitivnoj statistički značajnoj korelaciji sa opštim uspehom učenika, to znači da se povećavanjem vrednosti uspeha učenika iz matematike povećavaju vrednosti opšteg uspeha učenika, a smanjenjem vrednosti uspeha učenika iz matematike smanjuju se vrednosti opšteg uspeha učenika na kraju prethodnog razreda.

Kada je reč o načinu na koji učenici tumače osnovne pojmove deskriptivne statistike, odgovori učenika su pokazali da učenici razumeju sledeće pojmove: frekvencija, obim uzorka, maksimum, minimum, raspon uzorka, aritmetička sredina. Postavlja se pitanje da li to oni stvarno znaju ili samo imaju intuiciju. Imajući u vidu da su učenici imali priliku da nauče pojmom aritmetičke sredine u šestom razredu, taj pojam znaju. Međutim, sa pojmom frekvencija se sreću tek u devetom razredu, a istraživanje je pokazalo da je 90.5% učenika tačno odgovorilo na pitanje u vezi sa tim pojmom, tako da za pojam frekvencija učenici imaju intuiciju. Pojmove obim uzorka, maksimum, minimum i raspon uzorka učenici nisu imali priliku da nauče u toku osnovnog obrazovanja, ali su rezultati istraživanja pokazali da više od 90% učenika svaki od navedenih pojmova razume.

Istraživanje je pokazalo da su učenici imali problem pri razumevanju pojmova varijacioni niz, medijana, moda, grafičkog predstavljanja podataka (da podatke predstave na grafiku), čitanja podataka sa grafika i značaju obima uzorka, a na osnovu plana i programa za osnovnu školu [8] se vidi da se učenici sa pojmom grafičkog predstavljanja podataka sreću još od prvog razreda osnovne škole, dok ostale pojmove ne pominju u osnovnoj školi.

Kada je reč o pojmu varijacioni niz, 42.1% učenika ima intuiciju, dok ostali ispitanici nisu znali da poređaju visine 12 devojčica od najniže ka najvišoj. Neki od njih ređali su visine od najniže ka najvišoj, ali su izostavljali visine koje se ponavljaju, dok su ostali ređali od najviše ka najnižoj i sl.

Rezultati istraživanja pokazuju da učenici dolaze do raznih zabluda u rezonovanju o medijani. Neki učenici medijanu tumače kao aritmetičku sredinu minimuma i maksimuma, dok drugi tvrde da je to neki od elemenata iz sredine varijacionog niza. Kako je dati obim uzorka bio 12, 32.6% ispitanika je odgovorilo da je medijana šesti

element varijacionog niza, dok je 25.3% odgovorilo da je to sedmi element varijacionog niza. Takođe, 21.1% nije odgovorilo na pitanje u vezi sa medijanom.

Iz rezultata istraživanja se vidi da pojam mode razume 75.8% ispitanika, kako se moda ne uči u osnovnoj školi, znači da ti učenici imaju intuiciju. Ostali odgovori učenika na pitanje o modi su bili različiti, kao da se učenici nisu ni trudili da razumeju to pitanje.

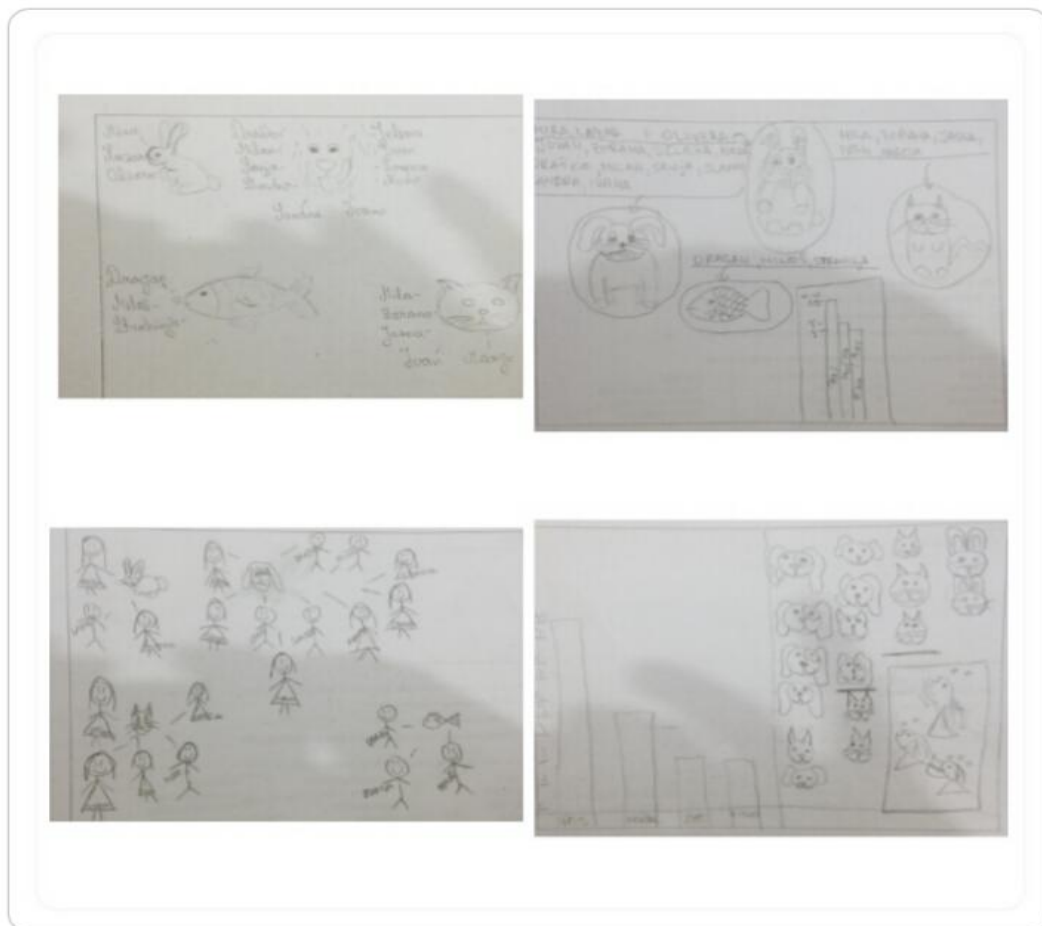
Kada je reč o grafičkom predstavljanju podataka, na slici 9.1 predstavljeni su neki uspešni odgovori učenika, a na slici 9.2 manje uspešni odgovori učenika na pitanje:

“Na pitanje “Koji je tvoj omiljeni kućni ljubimac?” Učenici prvog razreda su odgovorili:

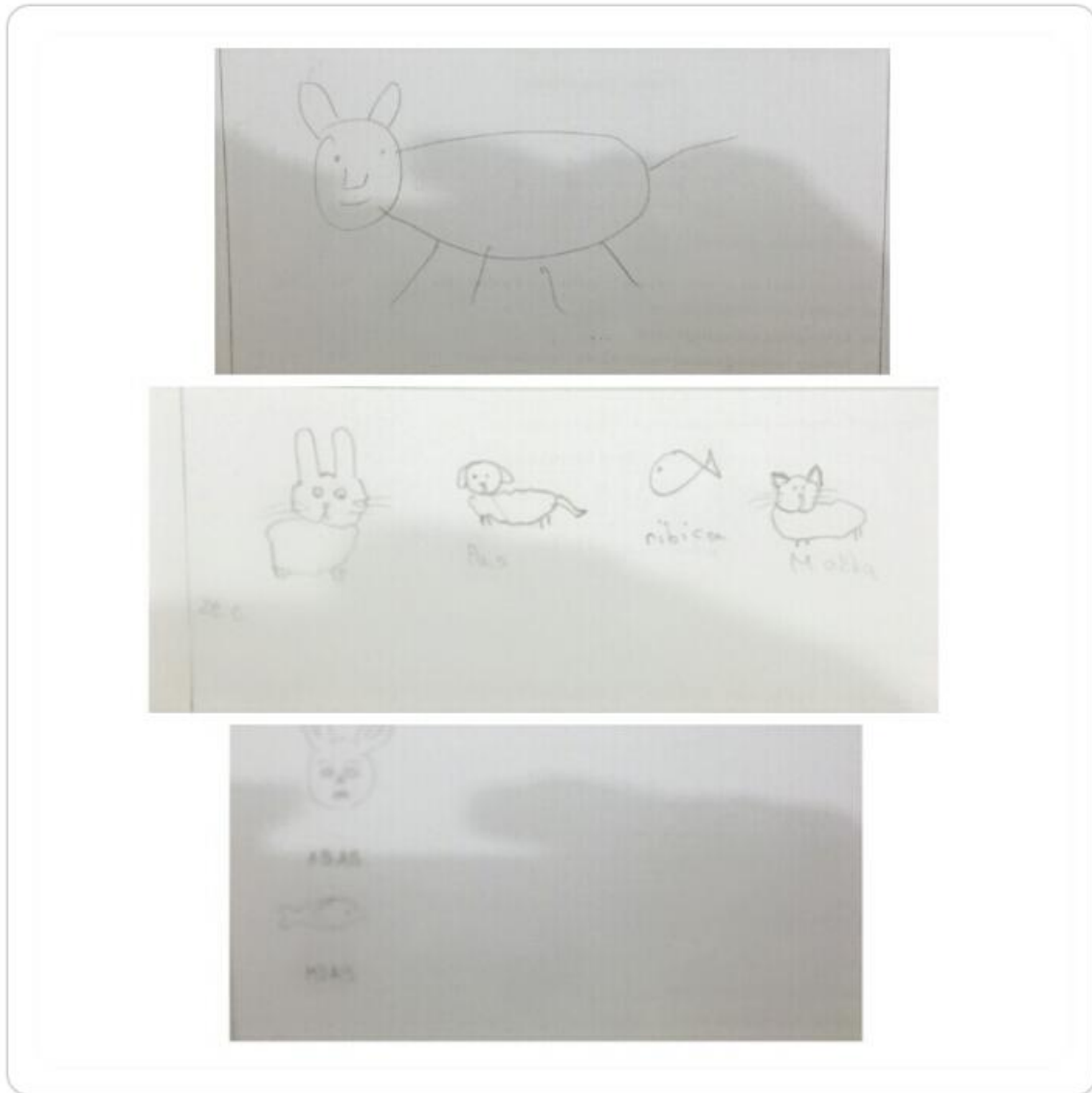
Mira	zec	Nada	pas	Sanja	pas
Jovan	pas	Jasna	mačka	Slavko	pas
Zorana	pas	Dražko	pas	Lazar	zec
Dragan	ribica	Miloš	ribica	Sandra	pas
Mila	mačka	Milan	pas	Olivera	zec
Jelena	pas	Ivan	mačka	Ivana	pas
Zorana	mačka	Strahinja	ribica	Marija	mačka

Prikaži odgovore slikom.”

Slika 9.1. Neki uspešni odgovori učenika



Slika 9.2. Neki manje uspešni odgovori učenika



Iako se učenici od prvog razreda osnovne škole sreću sa pojmom grafičkog predstavljanja podataka iz više školskih predmeta, rezultati istraživanja su pokazali da je samo 41.1% učenika znalo da grafički predstavi podatke. Kako o grafičkom predstavljanju podataka učenici uče još od prvog razreda, zaključuje se da navedenih 41.1% učenika ima saznanje o tome, dok ostali učenici nisu to naučili niti imaju intuiciju.

Za razliku od crtanja grafika, učenici bolje znaju da čitaju podatke sa grafika. Rezultati istraživanja su pokazali da 65.3% učenika zna da pročita podatke sa grafika. Kako o grafičkom predstavljanju podataka učenici uče još od prvog razreda, zaključuje se da oni imaju saznanje o tome, dok ostali učenici nemaju ni saznanje ni intuiciju.

Tverski i Kaneman su objasnili predrasude u vezi sa obimom uzorka [17], a i rezultati ovog istraživanja su to potvrdili. Na pitanje:

“*Određeni grad ima dva porodilišta. U većem porodilištu se rodi oko 45 beba svaki dan, a u manjoj bolnici 15 beba. Kao što znate, oko 50% rođenih beba su dečaci. Tačan procenat rođenih dečaka varira iz dana u dan. Ponekad se rodi više od 50% dečaka, a ponekada manje. U periodu od godinu dana, oba porodilišta su beležila dane u kojima se rodilo više od 60% dečaka. Šta misliš koje je porodilište zabeležilo više takvih dana? (zaokruži odgovor)*

a) *veće porodilište* b) *manje porodilište* c) *oba isto*”,

tačno je odgovorilo 11.6% učenika. Frekvencije odgovora učenika prikazane su u tabeli 9.1.

Tabela 9.1. *Frekvencija odgovora učenika na pitanje o značaju obima uzorka*

Obeležje	Veće porodilište	Manje porodilište	Oba isto	Nedostajući podaci
Značaj obima uzorka	32 (33.7%)	11 (11.6%)	40 (42.1%)	12 (12.6%)

Iz tabele 9.1 se vidi da je većina učenika procenila je verovatnoću rađanja više od 60% dečaka da bude jednaka i u malom i u velikom porodilištu verovatno zato što su događaji opisani istim statistikama, pa intuitivno shvataju da su podjednako reprezentativne opšte populacije. Međutim, teorija uzorkovanja podrazumeva da je očekivani broj dana u kojima se rodi više od 60% dečaka mnogo veći u maloj bolnici nego u velikoj jer veliki uzorak je manje verovatno da skrene sa 50%.

Uočene greške kod učenika bi se mogle ispraviti kada bi se učenicima na časovima Matematike pri uvežbavanju aritmetičke sredine kroz jednostavne primere uveli pojmovi varijacioni niz, medijana i moda, zatim kada bi na Informatici i Geografiji više uvežbavali grafičko prikazivanje podataka i čitanje podataka sa grafika. Značaj obima uzorka učenici bi bolje shvatili kada bi ih kroz tekstualne zadatke navodili da zaključuju o tome.

9.2. Zaključci

U ovom radu objašnjene su metodičke implikacije intuicije učenika, primena osnovnih pojmova deskriptivne statistike u realnom svetu učenika. Sve statističke metode

koje su korišćene u radu pri statističoj analizi i obradi podataka su teorijski prikazane. Obavljeno je istraživanje u osnovnoj školi. Izvršena je statistička analiza i obrada podataka, a iz dobijenih rezultata istraživanja izvedeni su zaključci. U ovom radu otkriven je nivo razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike kod učenika osnovnih škola, kao i česte zablude kojima su skloni učenici.

Imajući u vidu vrednosti osnovnih pojmova deskriptivne statistike između učenika šestog, sedmog, osmog i devetog razreda, zaključuje se da učenici VIII razreda imaju najrazvijeniju intuiciju (9.50 (8.75 – 11.00)), zatim učenici IX razreda (8.00 (8.00 – 9.50)), pa učenici VII razreda (8.00 (8.00 – 9.00)), a najmanje je razvijena intuicija kod učenika VI razreda (7.00 (7.00 – 8.00)).

Rezultati istraživanja su pokazali da učenici razumeju pojmove: frekvencija, obim uzorka, maksimum, minimum, raspon uzorka, aritmetička sredina, dok učenici pogrešno tumače pojmove: varijacioni niz, medijana, grafičko predstavljanje podataka, značaj obima uzorka. Kada je reč o modi i čitanju podataka sa grafika, istraživanje je pokazalo da više učenika razume te pojmove, a manji broj učenika ih pogrešno tumači.

Ovo istraživanje otvorilo je i još neka pitanja za buduće istraživanje. Pretpostavimo da u budućem istraživanju imamo takođe učenike od šestog do devetog razreda, ali da se toj grupi učenika održi čas na kojem bi se upoznali sa pojmovima koji su predmet ove studije. Nakon upoznavanja sa osnovnim pojmovima deskriptivne statistike, nova grupa učenika bi bila anketirana. Instrument ispitivanja bi bio isti upitnik (prilog 1). Glavni cilj nove studije bi bio da se ispituju razlike razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike među učenicima koji su pohađali čas upoznavanja sa osnovnim pojmovima deskriptivne statistike i učenicima koji nisu pohađali taj čas. Cilj bi bio ispitati razumevanje osnovnih pojmova deskriptivne statistike između učenika koji su pohađali informativni čas i učenika koji ga nisu pohađali, ali posebno na nivou svakog razreda (od VI do IX). Značaj nove studije bi bio u otkrivanju eventualne veze između intuicije i saznanja o osnovnim pojmovima deskriptivne statistike kod učenika koji su prisustvovali informativnom času i učenika koji nisu prisustvovali informativnom času.

Literatura

- [1] Aviva Petrie, Caroline Sabin, *Medical statistics at a glance*, Wiley-Blackwell, London 2007.
- [2] Conover, W.J. (1980.). *Practical Nonparametric Statistics*. John Wiley & Sons, Inc.
- [3] Fischbein, E. (1975.). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*. Dordrecht, Holland: Reidel Publishing Company.
- [4] http://en.wikipedia.org/wiki/Amos_Tversky (pristupljeno 21.02.2015.)
- [5] http://en.wikipedia.org/wiki/Daniel_Kahneman (pristupljeno 21.02.2015.)
- [6] <https://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1999b-fischbein-tribute.pdf> (pristupljeno 21.02.2015.)
- [7] http://www.mathos.unios.hr/ptfstatistika/deskriptivna_statistika.pdf (pristupljeno 06.08.2014.)
- [8] http://www.rpz-rs.org/sajt/doc/file/web_portal/05/5.2/Nastavni%20plan%20i%20program%20za%20osnovnu%20skolu.pdf (pristupljeno 21.10.2014.)
- [9] http://sr.wikipedia.org/sr/%D0%90%D0%BD%D1%80%D0%B8_%D0%91%D0%B5%D1%80%D0%B3%D1%81%D0%BE%D0%BD (pristupljeno 21.02.2015.)
- [10] <http://tesla.pmf.ni.ac.rs/Dmatem/sem3101/Verovatnoca%20i%20statistika.pdf> (pristupljeno 28.02.2015.)
- [11] Jevremović, V., *Verovatnoća i statistika*, Matematički fakultet, Beograd 2009.
- [12] Joaquim, P. Marques de Sá, *Applied Statistics Using SPSS, STATISTICA, MATLAB and R*, Springer, Porto 2007.
- [13] Kahneman, D., Tversky, A. (1972.). *Subjective Probability: A Judgment of Representativeness*. The Hebrew University, Jerusalem: Cognitive psychology 3, 430 – 454.
- [14] Milinković, J., *Metodički aspekti uvoda u verovatnoću i statistiku*, Učiteljski fakultet, Beograd 2007.
- [15] Pallant, J., *SPSS priručnik za preživljavanje*, Mikro knjiga, Beograd 2009.

- [16] Tversky, A., Kahneman, D., Availability: A heuristic for judging frequency and probability
(<http://people.umass.edu/biep540w/pdf/Tversky%20availability.pdf>)
- [17] Tversky, A., Kahneman, D. (1974.). *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*. Science, New Series, 185(4157), 1124-1131.
- [18] Todorović, S., *Neke primene statistike u psihijatriji*, Univerzitetski centar za primenjenu statistiku, Novi Sad 2013. (master rad)

Prilog 1. Upitnik

Poštovani/a,
pred Vama se nalazi anonimni upitnik, čiji će rezultati biti korišćeni isključivo u svrhe istraživanja, u okviru master rada pod radnim naslovom:

„Istraživanje razumevanja osnovnih pojmova deskriptivne statistike kod učenika viših razreda osnovnih škola i metodičke implikacije“.

Autor rada je student master akademskih studija na Matematičkom fakultetu u Beogradu, Snežana Todorović.

Unapred hvala na saradnji, iskrenosti i izdvojenom vremenu!

Zaokružiti odgovor:

1. Razred: VI VII VIII IX
2. Opšti uspeh na kraju prethodnog razreda (u junu 2014.godine):
5 4 3 2 pao/la na popravni ponavljač
3. Uspeh iz matematike na kraju prethodnog razreda (u junu 2014.godine):
5 4 3 2 1

9. Na testu iz geografije učenici su postigli rezultate:

Milan	5	Mile	5	Sara	2
Dragan	4	Nemanja	4	Slavko	1
Olja	5	Luka	3	Lazar	2
Lana	3	Olga	1	Sandra	5
Tea	2	Marko	2	Olivera	2
Miloš	1	Stefan	4	Dragana	4
Sanja	4	Saša	3		

c) U tabelu ispod upisati koliko je učenika dobilo koju ocenu?

Ocena	Broj učenika
5	
4	
3	
2	
1	

d) Koliko je učenika radilo test? _____

10. Sara, Lara, Lena i Tea su sestre. Sara ima 15 godina, Lara 8 godina, Lena 19 godina i Tea 9 godina.

d) Koliko godina ima najstarija sestra? _____

e) Koliko godina ima najmlađa sestra? _____

f) Kolika je razlika u godinama između najstarije i najmlađe sestre? _____

11. Filip će na kraju prvog polugodišta imati zaključene sledeće ocjene:

Srpski jezik	5	Muzička kultura	5	Biologija	3
Engleski jezik	4	Istorija	3	Tehničko obrazovanje	4
Nemački jezik	4	Geografija	3	Osnovi informatike	5
Veronauka	5	Fizika	2	Fizičko vaspitanje	5
Likovna kultura	5	Matematika	3		

Kojom prosečnom ocenom će Filip završiti polugodište? _____

12. Izmerena je visina 12 devojčica i dobijeni su sledeći podaci: 150, 155, 157, 160, 162, 149, 152, 161, 156, 155, 155, 157.

c) Poredati visine devojčica od najniže ka najvišoj.

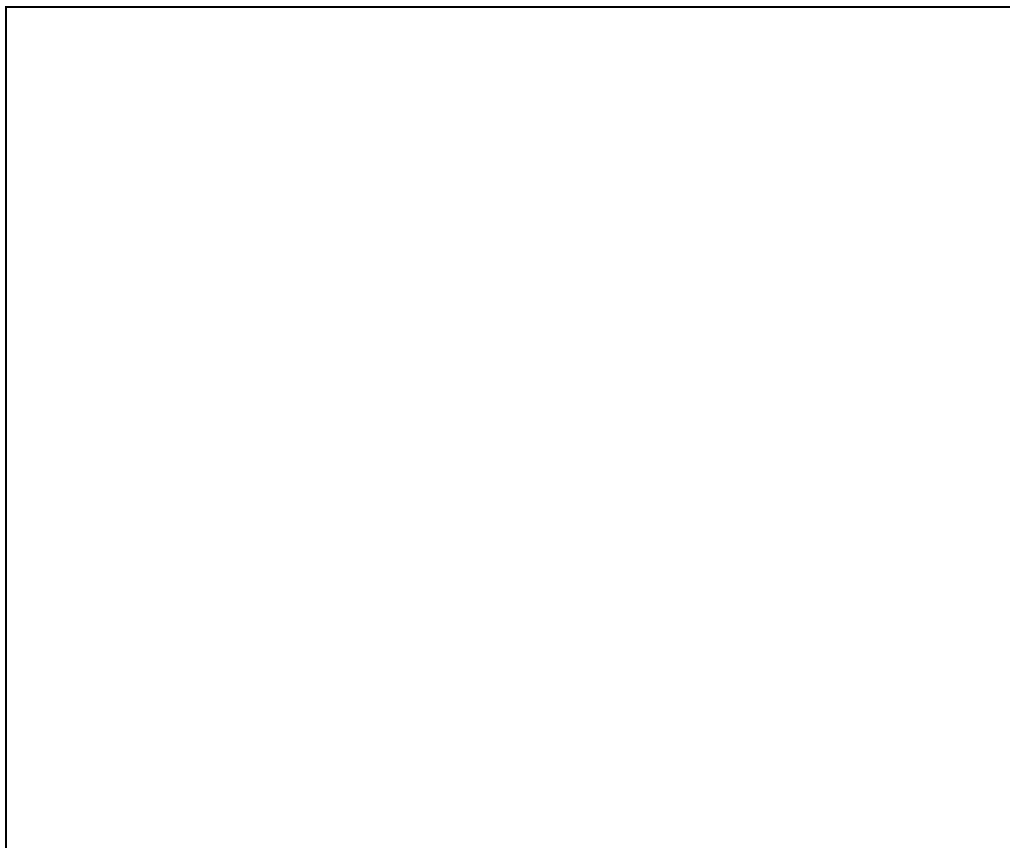
d) Koliko je visoka devojčica čija je visina podjednako udaljena i od visine najniže devojčice i od visine najviše devojčice? _____

13. Šetajući ulicom Ana je sreala 20 osoba, od toga 10 osoba je nosilo crvenu odeću, 5 osoba zelenu, 3 osobe plavu, 2 belu i 1 osoba roze odeću. Nakon šetnje Anu je pitala drugarica koja je sada najmodernija boja, šta joj je Ana odgovorila?

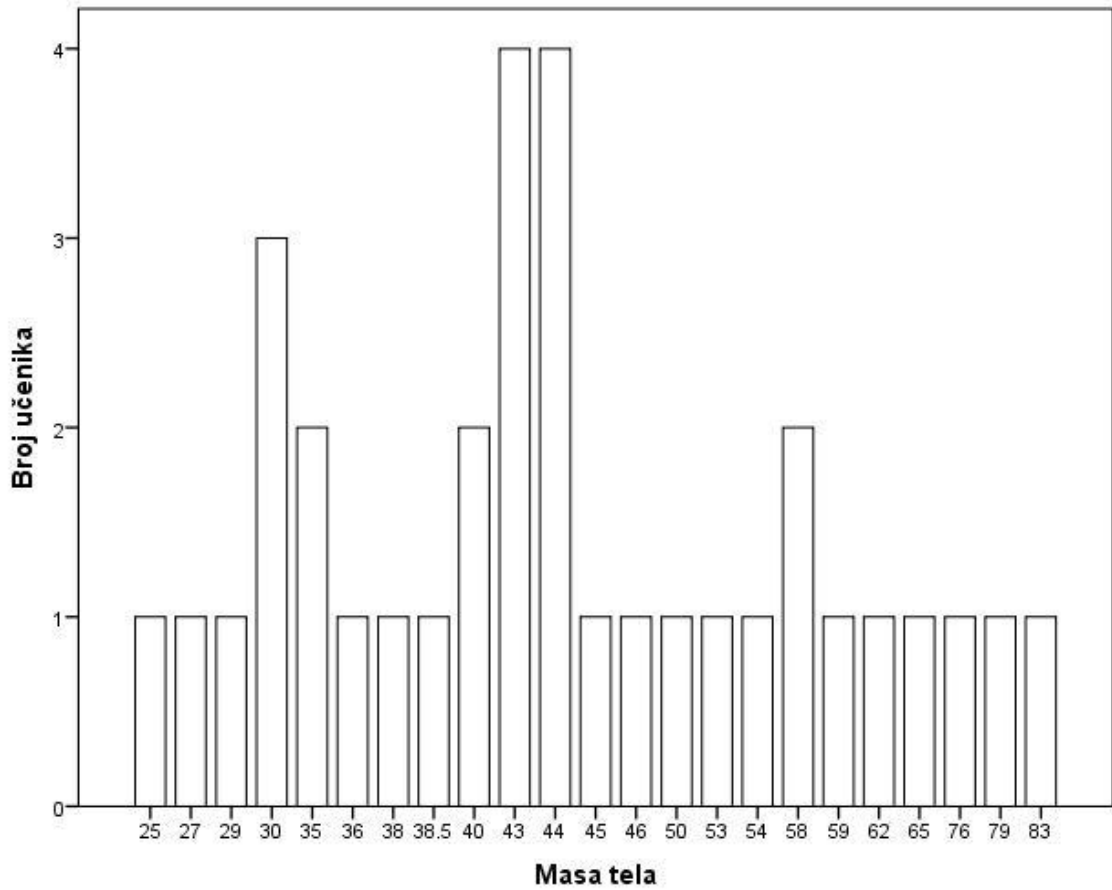
14. Na pitanje “Koji je tvoj omiljeni kućni ljubimac?” Učenici prvog razreda su odgovorili:

Mira	zec	Nada	pas	Sanja	pas
Jovan	pas	Jasna	mačka	Slavko	pas
Zorana	pas	Draško	pas	Lazar	zec
Dragan	ribica	Miloš	ribica	Sandra	pas
Mila	mačka	Milan	pas	Olivera	zec
Jelena	pas	Ivan	mačka	Ivana	pas
Zorana	mačka	Strahinja	ribica	Marija	mačka

Prikaži odgovore slikom.



15. Izmerena je masa tela učenika jednog odeljenja. Na grafiku su prikazani dobijeni rezultati. Pročitaj podatke sa grafika i upiši u tabelu ispod grafika.



Broj učenika	Masa tela	Broj učenika	Masa tela	Broj učenika	Masa tela

16. Određeni grad ima dva porodilišta. U većem porodilištu se rodi oko 45 beba svaki dan, a u manjoj bolnici 15 beba. Kao što znate, oko 50% rođenih beba su dečaci. Tačan procenat rođenih dečaka varira iz dana u dan. Ponekad se rodi više od 50% dečaka, a ponekada manje. U periodu od godinu dana, oba porodilišta su beležila dane u kojima se rodilo više od 60% dečaka. Šta misliš koje je porodilište zabeležilo više takvih dana? (zaokruži odgovor)

- a) veće porodilište b) manje porodilište c) oba isto

Biografija

Snežana Todorović rođena 14. decembra 1989. godine u Bijeljini, u Republici Srpskoj. Godine 2008. završava srednju Ekonomsku školu u Bijeljini sa odličnim uspehom. Školovanje nastavlja iste godine na Matematičkom fakultetu, Univerziteta u Beogradu, na smeru statistika, aktuarska i finansijska matematika. Zvanje diplomirani matematičar stiče u julu 2012. godine. Iste godine upisuje Master akademske studije primenjene statistike, modul biomedicina na Univerzitetskom centru za primenjenu statistiku, Univerziteta u Novom Sadu. Oktobra 2013. godine odbranom master rada na temu “Neke primene statistike u psihijatriji” stiče zvanje mastera primenjene statistike. Iste godine upisuje Master akademske studije matematike, smer profesor matematike i računarstva na Matematičkom fakultetu, Univerziteta u Beogradu. Zaključno sa septembarskim ispitnim rokom 2014. polaže sve ispite predviđene planom i programom sa prosečnom ocenom 8.00.

