

UNIVERZITET U BEOGRADU  
MATEMATIČKI FAKULTET

---

---

# PARALELNI KOMBINATORNI ALGORITMI SA PRIMJENAMA U STOHALISTIČKOJ SIMULACIJI

— MAGISTARSKI RAD —

Komisija:

1. Ž. Mijajlović (mentor)
2. N. Pančevanović
3. D. Baćević

**TANJA S. PULEVIĆ**

Branjeno:

19.05.92

Beograd, 1992. godine

**MENTOR RADA**

**Prof.dr Žarko Mijajlović**

**Matematički fakultet Beograd**

**ČLANOVI KOMISIJE**

**Prof.dr Nedeljko Parezanović**

**Matematički fakultet Beograd**

**Prof.dr Dragan Banjević**

**Matematički fakultet Beograd**

Glavni dio ovog rada je urađen zahvaljujući uslovima koji su mi bili obezbijedeni na Matematičkom institutu i Matematičkom fakultetu u Beogradu. Zahvaljujem se mojim kolegama Zoranu Ognjanoviću, Goranu Gogiću i Zolnai Zsoltu koji su mi za vrijeme boravka u Matematičkom institutu pružili veliku pomoć. Za tehničku obradu rada zahvaljujem se Bebi Pavicević.

Prateći instrukcije profesora Žarka Mijajlovića i zahvaljujući njegovoj stalnoj podršci zainteresovala sam se za probleme paralelnog programiranja i počela da se bavim naučno-istraživačkim radom. Zbog toga i privilegije što sam njegov dak profesoru Žarku Mijajloviću dugujem veliku zahvalnost.

## SADRŽAJ

	strana
UVOD .....	1
1. ARHITEKTURE PARALELNIH RAČUNARA .....	3
2. MODEL ZA IMPLEMENTACIJU ALGORITAMA .....	6
<b>3. PARALELNO GENERISANJE OSNOVNIH KOMBINATORNIH OBJEKATA ....</b>	<b>10</b>
3.1 Paralelno generisanje varijacija .....	10
3.2 Paralelno generisanje permutacija .....	14
3.3 Paralelno generisanje kombinacija .....	16
<b>4. PARALELNO GENERISANJE PSEUDO-SLUČAJNIH OBJEKATA ....</b>	<b>20</b>
4.1 Linearni kongruentni generator .....	21
4.2 Generisanje pseudo-slučajnih brojeva sa $U(0,1)$ raspodjelom .....	23
4.3 Generisanje pseudo-slučajnih brojeva sa $N(0,1)$ raspodjelom .....	25
4.4 Generisanje pseudo-slučajnih nizova bitova .....	32
4.5 Generalizovani generator pseudo-slučajnih brojeva baziran na pomjeračkom registru .....	35
4.6 Generisanje pseudo-slučajnih osnovnih kombinatornih objekata .....	38
4.6.1 Varijacije .....	38
4.6.2 Permutacije .....	39
4.6.3 Kombinacije .....	40
4.6.4 Podskupovi .....	40
<b>5. ZAKLJUČAK .....</b>	<b>42</b>

LITERATURA ..... 43

PRILOG

Konfiguraciona datoteka

Kompilacija, povezivanje i izvršavanje

Jezik za opis algoritama

PROGRAMSKI PRILOG

## U V O D

Zadnjih četrdeset godina broj operacija koje kompjuter može da uradi u sekundi duplo se povećava svake dvije godine. Stalno se javljaju aplikacije koje zahtijevaju brže računare. Proizvođači računara su zadovoljavali zahtjeve za brzinom unapređivanjem tehnoloških elemenata. Međutim, u tehnološkom smislu približava se granicama brzine svjetlosti i efektima kvantne fizike, pa je već deset godina opšte prihvaćeno mišljenje da je jedini način, koji može zнатно da poveća brzinu obrade, korišćenje paralelnog kompjutera, kompjutera sa više procesorskih jedinica. Ovaj pristup kompjuterskoj obradi zahtijeva posebni hardver, operativne sisteme, paralelne algoritme, jezike i kompjajlere, pa je sve to postalo predmet naučnih istraživanja.

Po svemu sudeći, ulazimo u eru paralelizma pa je ovaj rad nastao inspirisan željom da se sa tog popularnog aspekta posmatraju algoritmi koji su sastavni dio mnogih složenih aplikacija. Paralelni algoritam je metod rješavanja problema na paralelnom računaru i dizajn ovakvog algoritma mora biti prilagođen arhitekturi računara na kojem će biti implementiran. U prvom dijelu ovog rada su opisane neke od paralelnih arhitektura.

Generisanje osnovnih kombinatornih objekata je zbog svoje primjenljivosti oduvijek bio važan zadatak. Od 1983. godine dizajnirano je nekoliko paralelnih algoritama koji "na različitim arhitekturama rješavaju ovaj zadatak. Mor, Frankel i Zaks su razmatrali pitanje generisanja permutacija. Gupta i Bhattacharjee su dizajnirali algoritme za generisanje varijacija, kombinacija i permutacija [10]. Chan i Chern su razmatrali paralelno generisanje

varijacije klase najviše  $k$  od  $n$  elemenata [17]. Semba je paralelno generisao sve  $k$  podskupove skupa od  $n$  elemenata [6]. U drugom dijelu ovog rada su izloženi paralelni algoritmi za generisanje osnovnih kombinatornih objekata, zasnovani na njihovim numeracijama koje je predložio S.G.Akl u radu [3], a takođe i algoritam za generisanje svih  $k!$  permutacija za svako  $k$ ,  $1 \leq k \leq n$  koji je predložen u [7]. Izabrali smo ove algoritme jer je njihova implementacija, uz male modifikacije, jednostavna na opremi koja nam je na raspoloaganju. Uz to, procedure koje koriste ovi algoritmi koriste se za dizajn nekih algoritama u četvrtom dijelu ovog rada.

Programi su napisani na jeziku 3L Parallel Fortran za transpjutere i realizovani na transpjuterskoj ploči sa procesorima T800. Za neke algoritme iskorišćena je mogućnost simulacije dijeljenja memorije na transpjuterima. Treći dio opisuje potprograme Parallel Fortrana, koji omogućavaju ovu simulaciju, i potprograme za komunikaciju među procesorima preko kanala.

U četvrtom dijelu su dizajnirani paralelni algoritmi za generisanje slučajnih brojeva sa raznim distribucijama, slučajnih nizova bitova i slučajnih osnovnih kombinatornih objekata. Brzo generisanje slučajnih objekata je osnovna potreba prilikom simулiranja fizičkih sistema koji u sebi imaju nešto probabilističko ili statističko pa su dati i neki primjeri primjene u stohastičkoj simulaciji.

U prilogu su data objašnjenja o meta jeziku koji se koristi za opis algoritama u radu, koraci koji su potrebni da se aplikacija pripremi za izvršavanje i osnovni elementi 3L konfiguracionog jezika potrebnog za pisanje konfiguracionih datoteka.

## 1. ARHITEKTURE PARALELNIH RAČUNARA

Postoji više načina za klasifikaciju arhitektura paralelnih računara. Detaljni prikaz raznih arhitektura i načina klasifikacije može se naći u radu [8].

Ovdje ćemo izložiti podjelu zasnovanu na konceptima toka instrukcija (instruction stream) i toka podataka (data stream). Tok instrukcija je niz instrukcija koje računar treba da izvrši a tok podataka je niz podataka nad kojim ove instrukcije operišu.

Zavisno od toga da li postoji jedan ili više tokova instrukcija ili podataka podjela je izvršena na SISD, MISD, SIMD i MIMD računare.

SISD (Single Instruction stream, Single Data stream) računari imaju jedan procesor koji izvršava jedan tok instrukcija koje obrađuju jedan tok podataka. Većina serijskih računara je iz ove grupe.

MISD (Multiple Instruction stream, Single Data stream) računari imaju  $n$  procesora,  $n > 1$ . Svaki procesor ima svoju kontrolnu jedinicu. Podaci su smješteni u zajedničkoj memoriji. Na svakom koraku procesor dobije podatak iz memorije i obraduje ga instrukcijom koju je poslala njegova kontrolna jedinica. Dakle, nad jednim tokom podataka simultano se izvršava više tokova instrukcija.

SIMD (Single Instruction stream, Multiple Data stream) računari imaju  $n$ ,  $n > 1$  procesora. Svaki procesor ima svoju memoriju. U tim lokalnim memorijama mogu biti smješteni programi i podaci. Rad procesora se odvija prema jednom toku instrukcija koje

odašilje jedna kontrolna jedinica. U jednom koraku svi procesori dobijaju istu instrukciju nad nekim podatkom iz svoje memorije. Ne moraju svi procesori da izvršavaju sve instrukcije koje dobiju. Ako neki procesor treba da preskoči neku instrukciju (to obavljenje nosi sama instrukcija) on čeka ostale da je završe. Čekanje postoji i kada neki od procesora završi neku instrukciju prije nego ostali. Ovako se postiže sinhronizovan rad procesora.

MIMD (Multiple Instruction stream, Multiple Data stream) računari imaju  $n, n > 1$  procesora od kojih svaki izvršava svoj tok instrukcija nad svojim tokom podataka. Dakle, rad ovih procesora nije sinhronizovan.

U većini slučajeva prilikom izvršavanja nekog algoritma na SIMD ili MIMD mašini javlja se potreba da procesori međusobno komuniciraju tj. da šalju jedni drugima podatke.

Načini komuniciranja među procesorima SIMD (MIMD) maštine daju podjelu na SM (Shared Memory) SIMD (MIMD) i mrežne modele (Interconnection-Network) SIMD (MIMD) računare.

Kod SM SIMD (MIMD) računara procesori komuniciraju preko djeljive memorije. Ako su memorijske lokacije kojima procesori prilaze, zbog upisivanja ili čitanja podataka, različite onda se dozvoljava simultani pristup. Zavisno od toga kako procesori mogu prći istoj memorijskoj lokaciji SM SIMD (MIMD) maštine se dijele na:

EREW (Exclusive-Read, Exclusive-Write) SM SIMD (MIMD) računari. Nema simultanog pristupa od različitih procesora istoj memorijskoj lokaciji ni zbog čitanja ni zbog upisivanja.

ERCW (Exclusive-Read, Concurrent-Write) SM SIMD (MIMD) raču-

nari. Može se simultano upisivati ali ne i čitati.

CREW (Concurrent-Read, Exclusive-Write) SM SIMD (MIMD) računari. Može se simultano čitati ali ne i upisivati.

CRCW (Concurrent-Read, Concurrent-Write) SM SIMD (MIMD) računari. Dozvoljeno je simultano upisivanje i čitanje.

SM MIMD modeli su poznati pod imenom multiprocesori (tightly coupled machines).

Mrežni SIMD (MIMD) model omogućava razmjenu podataka među procesorima preko komunikacionih linija kojima su procesori povezani.

Kod potpune mreže svaki procesor ima vezu sa svim ostalim. Obično, ovolika povezanost nije potrebna pa su popularniji slabije povezani modeli: linearni niz procesora, dvodimenzionalni niz procesora, drvo, kub itd.

Kod linearног procesorskог niza procesori  $P_1, \dots, P_n$  su povezani dvosmјernim komunikacionim linijama tako da procesor  $P_1$  ima vezu sa  $P_2$ , procesor  $P_n$  vezu sa  $P_{n-1}$  i procesor  $P_k$ ,  $1 < k < n$ , vezu sa  $P_{k-1}$  i  $P_{k+1}$ .

Dvodimenzionalni procesorski niz (mesh) se sastoji od  $n$  procesora razmještenih u obliku  $k \times k$  matrice gdje je  $k = \sqrt{n}$ . Procesor  $P_{i,j}$  se nalazi u  $i$ -toj vrsti i  $j$ -toj koloni matrice. Unutrašnji procesori imaju veze sa susjedima  $P_{i+1,j}$ ,  $P_{i-1,j}$ ,  $P_{i,j+1}$  i  $P_{i,j-1}$ . Procesori na granici imaju manje veža, ugaoni po dve a ostali po tri.

$S$  - dimenzionalni kub,  $s \geq 1$ , je mreža od  $2^s$  procesora u kojoj je svaki procesor povezan sa  $s$  susjeda.

Mrežni MIMD računari su poznati pod imenom multikompjuteri

(loosely coupled machines).

Transpjuterska ploča sa procesorima T800 funkcioniše kao MIMD mrežni model. Pošto je to jači model od SIMD mrežnog modela onda svaki algoritam dizajniran za MIMD ili SIMD mrežni model može se implementirati na ovoj ploči.

Osim toga na jednom transpjuteru može da se simulira rad MIMD (SIMD) modela sa djeljivom memorijom.

## 2. MODEL ZA IMPLEMENTACIJU ALGORITAMA

Opišimo elementarne stvari koje se koriste za implementaciju nekih od algoritama iz ovog rada na transpjuterskoj ploči sa procesorima T800 korišćenjem programskog jezika 3L Parallel Fortran.

Transpjuterski sistem podržava paralelnu obradu kao kolekciju sekvenčijalnih procesa koji se izvršavaju simultano na različitim procesorima i komuniciraju samo preko kanala.

Svaki transpjuter (procesor) ima 4 veze za spajanje sa ostalim transpjuterima. Svaka veza ima dva kanala, po jedan za oba smjera.

Transpjuter se može posmatrati kao jednoprocesorski sistem ili kao jedan procesor u mreži povezanih transpjutera.

Paralelni Fortran za transpjuterski sistem prati njegov hardverski model. On posmatra jednu aplikaciju kao skup od jednog ili više zadataka koji se simultano izvršavaju. Zadaci su međusobno povezani preko portova. Portovi su pridruženi kanalima. Svaki zadatak ima svoj dio memorije za programske kod, podatke, vektor ulaznih i vektor izlaznih portova. Konfiguraciona datoteka vezuje sve zadatke opisujući koji su procesori u mreži, fizičke veze među procesorima, koji zadatak se nalazi na kojem procesoru i veze među ulaznim i izlaznim portovima različitih zadataka.

Za komunikaciju među zadacima koriste se potprogrami i funkcije iz paketa CHAN. Paket se uvodi rečenicom:

INCLUDE 'CHAN. INC' .

Za nalaženje adresa kanala kojima su pridruženi ulazni i iz-

lazni portovi koriste se funkcije F77\_CHAN\_IN\_PORT i F77\_CHAN\_OUT\_PORT.

Na primjer, rečenica

ULAZNI=F77\_CHAN\_IN\_PORT(*i*)

obezbjeduje da se vrijednost promjenljive ULAZNI(tipa INTEGER) koristi kao adresa za primanje podataka preko ulaznog porta *i*.

Analogno, rečenica

IZLAZNI=F77\_CHAN\_OUT\_PORT(*i*)

obezbjeduje da se vrijednost promjenljive IZLAZNI(tipa INTEGER) koristi kao adresa za slanje podataka preko izlaznog porta *i*.

Pozivima

CALL F77\_CHAN\_IN\_BYTE(IME, ULAZNI),

CALL F77\_CHAN\_IN\_WORD(IME, ULAZNI),

CALL F77\_CHAN\_IN\_MESSAGE(DUŽINA, IME, ULAZNI)

obezbjeduje se:

primanje bajta u IME preko ulazne adrese ULAZNI,

primanje riječi u IME preko ulazne adrese ULAZNI,

primanje poruke IME dužine DUŽINA (u bajtima) preko ulazne adrese ULAZNI.

Slanje podataka određene dužine, analogno, obezbjeduje se potprogramima F77\_CHAN\_OUT\_BYTE, F77\_CHAN\_OUT\_WORD i F77\_CHAN\_OUT\_MESSAGE.

"

#### Simulacija dijeljenja memorijskog prostora na transpjuteru

Transpjuterska ploča koja nam je na raspolaganju nema realnu mogućnost dijeljenja memorijskog prostora među procesorima.

Paralelni Fortaran koristi osobine arhitekture transpjutera i omogućava simulaciju paralelne mašine sa djeljivom memorijom na jednom transpjuteru. To se postiže kreiranjem podzadataka koji se konkurentno izvršavaju u sklopu jednog zadatka. Ti podzadaci se nazivaju niti. Niti komuniciraju međusobno preko zajedničke memorije i preko kanala.

Paket potprograma THREAD omogućava rad sa nitima. Datoteka paketa se uvodi rečenicom:

```
INCLUDE 'THREAD.INC'
```

Nit se kreira pomoću opšteg potprograma F77\_THREAD\_START ili pomoću logičke funkcije F77\_THREAD\_CREATE.

Poziv

```
CALL F77_THREAD_START(PP, POČ_NIZ, VELIČINA, ATRIBUTI, BR_ARG, ARG1, ... ARGN)
```

ostvaruje kreiranje i početak izvršavanja niti.

PP je ime opšteg potprograma na kome je nit bazirana.

POČ\_NIZ je tipa INTEGER i predstavlja niz kojim počinje radni prostor niti.

VELIČINA je tipa INTEGER i opisuje veličinu radnog prostora niti.

ATRIBUT je argument koji opisuje attribute niti. Osnovni atribut je prioritet niti. Prioritet može biti urgentan i nije urgentan. Konstante koje opisuju prioritet date su u datoteci THREAD.INC. To su F77\_THREAD\_URGENT i F77\_THREAD\_NOTURG. Ako nova nit treba da ima isti prioritet kao tekuća (ona u čijem sklopu se kreira ova nit) za argument ATRIBUT se uzima vrijednost F77\_THREAD\_PRIORITY( ) koja je tipa INTEGER.

BR\_ARG opisuje broj argumenata potprograma PP.

ARG1, ..., ARGN su argumenti potprograma PP. Argumenti mogu biti bilo kojeg tipa samo treba obratiti pažnju da se promjenljive tipa CHARACTER prenose preko dva argumenta i o tome treba voditi računa kada se određuje BR\_ARG.

#### Poziv

I=F77\_THREAD\_CREATE(PP, VELIĆINA, BR\_ARG, ARG1, ..., ARGN) .

kreira i startuje nit baziranu na opštem potprogramu PP. Ova nit se izvršava sa istim prioritetom kao nit koja je kreirala. Argumenti imaju isto značenje kao kod pozivanja F77\_THREAD\_START. Ako je nit uspješno kreirana funkcija vraća vrijednost .TRUE., inače vraća vrijednost .FALSE..

Nit završava svoj rad kada se potprogram PP završi ili pomoću poziva CALL F77\_THREAD\_STOP.

Ako hoće da koristi Run Time Library nit je mora rezervisati pozivom CALL F77\_THREAD\_USE\_RTL. Pozivom CALL F77\_THREAD\_FREE nit osloboda RTL.

Ovo su bili osnovni pozivi omogućeni paketom THREAD.

### 3. PARALELNO GENERISANJE OSNOVNIH KOMBINATORNIH OBJEKATA

Opštost izlaganja se neće narušiti ako se objekti generišu nad skupom  $\{1, 2, \dots, n\}$ .

#### 3.1 Paralelno generisanje varijacija

##### Elementi potrebni za algoritam

Algoritam koji opisujemo zasnovan je na numeraciji varijacija. Bijektivno preslikavanje, nazovimo ga  $\text{var}$ , obezbjeđuje ovu numeraciju:

$\text{var}: V_k^n \rightarrow \{1, 2, \dots, V_k^n\}$ ,  $V_k^n$  je skup svih varijacija klase  $k$  od  $n$  elemenata a  $V_k^n = n! / (n-k)!$  njihov broj.

Za varijaciju  $v_1 v_2 \dots v_k$  pravi se niz  $v'_1, v'_2, \dots, v'_k$ , gdje je

$$v'_i = v_i - i + \sum_{j=1}^{i-1} \delta(v_i < v_j), \quad i = \overline{1, k}, \quad \delta(v_i < v_j) = \begin{cases} 1, & \text{ako je } v_i < v_j \\ 0, & \text{inače} \end{cases}.$$

Primijetimo da je  $0 \leq v'_i \leq n-1$  za  $i = \overline{1, k}$  pa se  $v'_1 v'_2 \dots v'_k$  može posmatrati kao prirodan broj u mješovitoj osnovi i njegova decimalna vrijednost predstavlja vrijednost funkcije  $\text{var}$  na varijaciji  $v_1 v_2 \dots v_k$ :

$$\text{var}(v_1 v_2 \dots v_k) = 1 + \sum_{i=1}^k v'_i \prod_{j=0}^{k-i-1} (n-i-1)$$

Preslikavanje  $\text{var}$  čuva leksikografski poredak varijacija.

Opišimo  $\text{var}^{-1}$ .

Neka je dat broj  $l$ , element skupa  $\{1, 2, \dots, V_k^n\}$ . Varijacija  $v_1 v_2 \dots v_k = \text{var}^{-1}(l)$  se dobija kroz sljedeće korake:

Najprije se generiše niz  $v_1', v_2', \dots, v_k'$ ,

$$v_i' = \left\lfloor \left( 1 - \sum_{j=1}^{i-1} v_j \prod_{h=0}^{k-j-1} (n-j-h) \right) / \prod_{h=0}^{k-i-1} (n-i-h) \right\rfloor, \quad i=\overline{1,k} .$$

Onda se odrede  $f_1, f_2, \dots, f_k$ , gdje je  $f_i$  najmanji prirodni broj takav da je:

$$f_i = \sum_{i=1}^{i-1} \delta(v_i' + i - f_i < v_j), \quad i=\overline{1,k} .$$

I najzad elementi tražene varijacije su:

$$v_i = v_i' + i - f_i, \quad i=\overline{1,k} . \quad [4]$$

Paralelni algoritam koristi  $\text{var}^{-1}$ . Procedura  $\text{varinv}$  za date  $n, k$  i  $l$ ,  $l \in \{1, 2, \dots, V_k^n\}$ , određuje varijaciju  $v_1, \dots, v_k = \text{var}^{-1}(l)$ .

**varinv** ( $n, k, l, v_1, v_2, \dots, v_k$ )

```

1   l=l-1
2   FOR i=1, n
3       s_i=0
4   NEXT i
5   t=1
6   FOR i=k-1, 1, -1
7       t=t(n-k+i)
8   NEXT i
9   FOR i=1, k
10      c=l/t
11      l=l-tc
12      IF (n>i) THEN
13          t=t/(n-i)
14      ENDIF
15      m=0

```

```

16      j=0
17      DO WHILE (m<c+1)
18          j=j+1
19          IF sj=0 THEN
20              m=m+1
21          ENDIF
22      ENDDO
23      vj=j
24      sj=1
25  NEXT i

```

Najveći dio posla obavlja se u koracima od linije 9 do linije 25 pa je vrijeme izvršavanja ove procedure jednako  $O(n \cdot k)$ .

Paralelni algoritam koristi i proceduru, nazovimo je *s-var*, koja za date  $n, k$  i varijaciju  $v_1 \dots v_k$  generiše varijaciju koja se u leksikografskom poretku nalazi iza  $v_1 \dots v_k$ . Ova procedura predstavlja elementarni kombinatorni zadatak pa je nećemo detaljno opisivati (vidjeti [4]). Napomenimo, zbog analize paralelnog algoritma, da je njeno vrijeme izvršavanja jednako  $O(k)$ .

### **Paralelni algoritam**

Algoritam je dizajniran za SIMD mašinu.

Neka nam je na raspolaganju  $nproc$  procesora,  $1 \leq nproc \leq V_k^n$ . Svakim procesor generiše svoj podskup od  $V_k^n$ .  $P_i, i = \overline{1, nproc}$ , generiše one varijacije iz  $V_k^n$  za koje je vrijednost funkcije *var* u skupu  $\{(i-1)\lceil V_k^n/nproc \rceil + 1, (i-1)\lceil V_k^n/nproc \rceil + 2, \dots, i\lceil V_k^n/nproc \rceil\}$ .

Pomoću procedure  $\text{varinv } P_i$  najprije nalazi varijaciju čiji je kod (u smislu preslikavanja  $\text{var}$ ) jednak  $(i-1) \lceil V_k^n/nproc \rceil + 1$ , a zatim, počevši sa tom varijacijom, upotreboom procedure  $s\_var$  generiše, u leksikografskom poretku, sljedećih  $\lceil V_k^n/nproc \rceil - 1$  varijacija. Podskup generisan procesorom  $P_i$  je u leksikografskom poretku iza podskupa generisanog procesorom  $P_i-1$ .

Primijetimo da, zavisno od  $n$  i  $k$ , neki procesori ne generišu tačno  $\lceil V_k^n/nproc \rceil$  varijacija.

Sve ovo realizuje se implementacijom algoritma  $p\_var$  na svakom od procesora.

#### Algoritam $p\_var$

(na  $i$ -tom procesoru)

---

```

1    $j=(i-1) \lceil V_k^n/nproc \rceil + 1$ 
2   IF  $j \leq V_k^n$  THEN
3        $\text{varinv}(n, k, j, v_1, v_2, \dots, v_k)$ 
          (* nadena je  $v_1 \dots v_k = \text{var}^{-1}(j)$  *)
4       WRITE  $v_1 \dots v_k$ 
5       FOR  $i=1, \lceil V_k^n/nproc \rceil - 1$ 
6            $s\_var(n, k, v_1, v_2, \dots, v_k)$ 
7       NEXT  $i$ 
8   ENDIF

```

Ocijenimo vrijeme izvršavanja ovog algoritma.

Za računanje broja  $V_k^n$  potrebno je  $O(k)$  operacija. Vrijeme izvršavanja za  $\text{varinv}$  je  $O(n \cdot k)$ , za  $s\_var$  je  $O(k)$  i  $s\_var$  se izvršava  $\lceil V_k^n/nproc \rceil - 1$  puta. Za štampanje u liniji 4 potrebno je vrijeme  $O(k)$ . Dakle, dominantan član u izrazu za vrijeme izvršavanja

algoritma je  $\max\{O(n \cdot k), O(\lceil V_k^n/nproc \rceil \cdot k)\}$ .

Ako je  $n \leq \lceil V_k^n/nproc \rceil$  tj.  $1 < nproc \leq V_k^n/n$ , onda je vrijeme izvršavanja algoritma  $O(\lceil V_k^n/nproc \rceil \cdot k)$ .

Primijetimo da procesori treba da komuniciraju samo dok svi dobiju vrijednosti  $n$  i  $k$ . Ta komunikacija može se obaviti preko djeljive memorije ili preko kanala.

### 3.2 Paralelno generisanje permutacija

Neka je  $\mathcal{P}_n$  skup svih permutacija skupa  $\{1, 2, \dots, n\}$  a  $P_n = n!$  njihov broj.

#### Paralelni algoritam 1

U 2.1. nigdje nema pretpostavke da je  $k \neq n$ . Stavljaajući svugdje  $k = n$  dobija se algoritam za paralelno generisanje permutacija.

#### Paralelni algoritam 2

Algoritam koji opisujemo generiše sve  $m!$  permutacije iz  $\mathcal{P}_m$  za svako  $m$ ,  $1 \leq m \leq n$ .

Dizajniran je za arhitekturu procesorski niz sa  $n$  procesora, operacije koje se izvršavaju su elementarne i zahtjevi za memorijom su veoma mali.

Ideja je zasnovana na činjenici da se od permutacije  $p = p_1 p_2 \dots p_{m-1}$  iz  $\mathcal{P}_{m-1}$  može dobiti  $m$  permutacija iz  $\mathcal{P}_m$  stavljaajući  $m$  na  $m$  mogućih mesta u nizu  $p$ . Na ovaj način se od svih permutacija iz  $\mathcal{P}_{m-1}$  dobijaju sve permutacije iz  $\mathcal{P}_m$ .

Procesor  $P_1$  počinje sa  $\mathcal{P}_1 = \{1\}$ .

Procesor  $P_m$ ,  $1 < m < n$ , dobija (čita) permutaciju  $p = p_1 \dots p_{m-1}$  od procesora  $P_{m-1}$  i postavlja  $m$  na sve moguće pozicije u nizu  $p$ . Kada

jednom postavi  $m$ , on tu, gotovu, permutaciju štampa i šalje procesoru  $P_{m+1}$  na obradu. To se radi za svaku od  $(m-1)!$  dobijenih permutacija od  $P_{m-1}$ . Na ovaj način  $P_m$  generiše cio skup  $\mathcal{P}_m$ . Zadnji procesor  $P_n$  završava posao tj. generiše  $\mathcal{P}_n$ .

Sinhronizacija rada procesora se uspostavlja preko signala za kraj rada jednog procesora. Kada jedan procesor završi rad on daje to na znanje desnom susjedu stavljaajući  $p_i=0$ . Tako, prvi procesor šalje  $P_1=\{1\}$  drugom procesoru i postavlja  $p_1=0$ . Naravno, zadnji procesor ovo ne radi.

Sve ovo što smo opisali ostvaruje se kroz sljedeći posao na  $m$ -tom procesoru ( $m \neq 1$  i  $n$ )

```

1 RECEIVE  $p_1 \dots p_m$  FROM  $P_{m-1}$ 
(* Pobija se permutacija od lijevog susjeda. Primijetimo
da je ona dužine  $m$  jer sadrži dodatne informacije *)
2 DO WHILE  $p_i \neq 0$ 
3      $p_{m+1}=m$ 
4     FOR  $i=0, m$ 
5          $p_{m-i+1} \leftrightarrow p_{m-i}$ 
6     NEXT  $i$ 
7     SEND  $p_1 \dots p_{m+1}$  TO  $P_{m+1}$ 
8     WRITE  $p_1 \dots p_m$       (* generisana permutacija *)
9 ENDDO
10 SEND  $p_1 \dots p_{m+1}$  TO  $P_{m+1}$ 
(*  $p_i=0$ , ovaj procesor je završio rad, generisao je i
odštampao elemente skupa  $\mathcal{P}_m$  *)
```

Onog momenta kada prva permutacija stigne do  $n$ -tог procesora

neki procesori su već završili svoj posao a neki rade paralelno sa  $P_n$ . Tako, vrijeme izvršavanja algoritma je vrijeme koje utroši  $n$ -ti procesor i vrijeme za koje je prva permutacija pređe put od prvog do  $n$ -tog procesora. Ako se za jedinicu vremena uzme vrijeme za jednu ulazno/izlaznu operaciju i jednu izmjenu mesta elemenata jedne permutacije onda se vrijeme izvršavanja algoritma može izraziti kao  $O(t_1+n!)$  gdje je  $t_1$  vrijeme "putovanja" prve permutacije od  $P_1$  do  $P_n$ .

### 3.3 Paralelno generisanje kombinacija

#### Elementi potrebni za algoritam

Algoritam koji opisujemo zasnovan je na numeraciji kombinacija. Bijekcija, nazovimo je *komb*, obezbeđuje ovu numeraciju:

*komb*:  $C_k^n \rightarrow \{1, 2, \dots, C_k^n\}$ ,  $C_k^n$  je skup svih kombinacija klase  $k$  od  $n$  elemenata a  $C_k^n = n! / (n-k)!k!$  njihov broj. U  $C_k^n$  kombinacije su izlistane u leksikografskom poretku. Preslikavanje *komb* čuva taj poređak.

Neka je  $c=c_1\dots c_k$  jedna kombinacija iz  $C_k^n$  ( $c_1 < c_2 < \dots < c_k$ )

$$\text{komb}(n, c_1\dots c_k) = C_k^n - f(h(n, c_1\dots c_k)). \quad [4]$$

Preslikavanje *h* daje komplement kombinacije  $c$  u odnosu na skup  $\{1, 2, \dots, n\}$  tj.  $h(r, c_1\dots c_k) = c'_1 \dots c'_k$  gdje je

$$c'_i = (n+1) - c_{k-i+1}$$

$$\text{Preslikavanje } f: C_k^n \rightarrow \{0, 1, \dots, C_k^n - 1\}, \quad f(c_1\dots c_k) = \sum_{i=1}^k C_i^{c_i-1}$$

numerise kombinacije u antileksikografskom poretku.

Paralelni algoritam koristi  $komb^{-1}$ . Neka  $m \in \{1, 2, \dots, C_k^n\}$

$$komb^{-1}(n, k, m) = h(n, f^{-1}(n, k, C_k^n - m)) .$$

Ako je  $f(c_1 \dots c_k) = t$  onda se elementi kombinacije  $c_1 \dots c_k = f^{-1}(t, n, k)$  dobijaju na sljedeći način:  $c_i$  je najveće  $j$  koje zadovoljava:

$$\begin{matrix} i \leq j \leq n \text{ i } t - \sum_{s=i}^k C_s^{n-1} \geq C_j^{n-1} \\ s=i \end{matrix} .$$

Procedura  $kombinv$  koju će pozivati paralelni algoritmi i koja računa  $komb^{-1}(n, k, m)$  izgleda:

```

kombinv (n, k, m, c1, ..., ck)
(* računa se  $f^{-1}(n, k, C_k^n - m) = r_1 \dots r_k$  *)
1   t1=C_k^n-m
2   FOR i=k, 1, -1
3       r1=0
4       j=n
5       s=C_i^{n-1}
6       DO WHILE r1=0
7           IF (t1 >= s) THEN
8               r1=j
9           ENDIF
10          s=s*(j-i)/j
11          j=j-1
12      ENDDO
13      t1=t1-C_i^{n-1}
14  NEXT i
(* računa se  $h(n, r_1, \dots, r_k) = c_1 \dots c_k$  *)

```

```

15 FOR i=1,k
16      ci=(n+1)-ck-i+1
17 NEXT i

```

Vrijeme izvršavanja ove procedure je  $O(n \cdot k)$ .

Algoritam koristi i proceduru, nazovimo je *s\_komb*, koja za date  $n, k$  i kombinaciju  $c_1 \dots c_k$  generiše kombinaciju koja se u leksikografskom poretku nalazi iza  $c_1 \dots c_k$  (vidjeti [4]). Složenost ove procedure je  $O(k)$ .

#### Paralelni algoritam

Algoritam je dizajniran za SIMD mašinu.

Procesori komuniciraju međusobno samo dok svi dobiju vrijednosti za  $n$  i  $k$ .

Neka nam je na raspolaganju  $nproc$  procesora,  $1 \leq nproc \leq C_k^n$ . Svaki procesor generiše svoj poskup od  $C_k^n$ .  $P_i$ ,  $i = \overline{1, nproc}$ , generiše one kombinacije iz  $C_k^n$  za koje je vrijednost funkcije *komb* u skupu  $\{(i-1)\lceil C_k^n/nproc \rceil + 1, (i-1)\lceil C_k^n/nproc \rceil + 2, \dots, i\lceil C_k^n/nproc \rceil\}$ .

Pomoću procedure *kombinv*  $P_i$  najprije nalazi kombinaciju za koju je vrijednost funkcije *komb* jednaka  $(i-1)\lceil C_k^n/nproc \rceil + 1$ , a zatim, počevši sa tom kombinacijom, upotreboom procedure *s\_komb* generiše, u leksikografskom poretku, sljedećih  $\lceil C_k^n/nproc \rceil - 1$  kombinacija. Podskup generisan procesorom  $P_i$  je u leksikografskom poretku iza podskupa generisanog procesorom  $P_{i-1}$ .

U zavisnosti od  $n$  i  $k$ , neki procesori ne generišu tačno  $\lceil C_k^n/nproc \rceil$  kombinacija.

Sve ovo realizuje se implementacijom algoritma *p\_komb* na

svakom od procesora.

### Algoritam $p\_komb$

```
(* na  $i$ -tom procesoru *)
1    $j=(i-1)\lceil C_k^n/nproc \rceil + 1$ 
2   IF ( $j \leq C_k^n$ ) THEN
3        $kombinv(n, k, j, c_1 \dots c_k)$ 
4       (* nađena je kombinacija  $c = kcomb^{-1}(n, k, j)$ )
5       WRITE  $c_1, \dots, c_k$ 
6       FOR  $i=1, \lceil C_k^n/nproc \rceil - 1$ 
7            $s\_komb(n, k, c_1, \dots, c_k)$ 
8       NEXT  $i$ 
9   ENDIF
```

Ocijenimo vrijeme izvršavanja ovog algoritma.

Za računanje broja  $C_k^n$  potrebno je  $O(k)$  operacija. Za izvršavanje procedure  $kombinv$  potrebno je vrijeme  $O(n \cdot k)$ . Vrijeme izvršavanja za  $s\_komb$  je  $O(k)$  i  $s\_komb$  se izvršava  $\lceil C_k^n/nproc \rceil - 1$  puta.

Za stampanje u liniji 4 potrebno je vrijeme  $O(k)$ .

Dakle, dominantan član u izrazu za vrijeme izvršavanja algoritma je  $\max\{O(n \cdot k), O(\lceil C_k^n/nproc \rceil k)\}$ .

Za  $n \leq \lceil C_k^n/nproc \rceil$ , tj.  $1 < nproc \leq C_k^n/n$  vrijeme izvršavanja algoritma je  $O(\lceil C_k^n/nproc \rceil k)$ .

#### 4. PARALELNO GENERISANJE PSEUDO-SLUČAJNIH OBJEKATA

Prva stvar potrebna stohastičkoj simulaciji je izvor slučajnosti.

Razmatraćemo neke izvore slučajnosti, paralelizovati njihov rad i kroz primjere vidjeti njihovu primjenu u stohastičkoj simulaciji.

Dakle, posmatramo generatore pseudo-slučajnih objekata. Kažemo pseudo-slučajnih jer svi ovi, algoritamski dizajnirani, generatori rade po determinističkom principu i pri istim početnim uslovima svako novo aktiviranje generatora daje iste nizove objekata.

Kod svih algoritama koji imaju svoje generatore slučajnih objekata i koji treba da se adaptiraju za paralelni kompjuter odmah se javljaju pitanja vezana za korelacije između nizova slučajnih objekata dobijenih na različitim čvorovima kompjutera. Ako postoji korelacije, onda može doći do nagomilavanja istih informacija sa različitih čvorova, što ne poboljšava tačnost tražene informacije. Može da se desi još gora stvar, da korelacije dovedu do pogrešnih rezultata.

Kod sekvencijalnog slučaja, pronađeni su načini generisanja slučajnih objekata koji su oslobođeni korelacije. Dakle, zadovoljavajuće rješenje bi bio paralelni metod koji bi imitirao sekvencijalni, tj. metod koji daje iste nizove slučajnih objekata kao i sekvencijalnih.

Za najpopularniji generator pseudo-slučajnih brojeva, linearni kongruentni generator, pronađen je paralelni algoritam

koji ga imitira. Taj algoritam je izložen u [9].

Opisaćemo ga u 4.1. i primijeniti na paralelno generisanje slučajnih brojeva sa  $\mathcal{U}(0,1)$  raspodjelom. Brzo generisanje brojeva sa  $\mathcal{U}(0,1)$  raspodjelom je veoma važno, između ostalog, zbog toga što se mnoge raspodjele interesantne za stohastičku simulaciju modeliraju pomoću nje.

Svi paralelni algoritmi dizajnirani u ovom dijelu imitiraju zadovoljavajuće sekvensialne verzije.

#### 4.1 Linearni kongruentni generator

Linearni kongruentni generator, za izabrane "magične" brojeve  $Z_0$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $m$ ,  $Z_0 \geq 0$ ,  $a \geq 0$ ,  $m \geq Z_0$ ,  $m > a$ ,  $m > c$  generiše niz brojeva po principu

$$Z_{n+1} = (aZ_n + c) \bmod m \quad (1)$$

$Z_0$  se naziva sjeme generatora a niz  $(Z_n)$  linearni kongruentni niz.

Ovaj generator je uveo Lehmer 1948. g.

Biranje "magičnih" brojeva je detaljno opisano u [11]. Nas interesuje paralelizacija rada ovog generatora pri već odabranim  $Z_0$ ,  $m$ ,  $c$  i  $a$ .

#### Paralelni algoritam

Algoritam je dizajniran za SIMD mašinu. Neka je  $nproc$  broj procesora. Komunikacija među procesorima nije potrebna.

Ideja paralelnog algoritma leži u vezi između  $n$ -tog i  $(n+k)$ -tog elementa niza  $(Z_n)$ . Veza se dobija iz (1) i izgleda:

$$Z_{n+k} = (AZ_n + C) \bmod m \quad (2)$$

gdje je  $A = a^k$ ,  $C = 1 + a + a^2 + \dots + a^{k-1}$ .

Svaki procesor radi po principu (2) za  $k=nproc$  počevši sa svojom "pomjerenom" vrijednošću za sjeme.

Rastojanje između brojeva generisanih na jednom procesoru je  $nproc-1$ . Rastojanje određujemo u odnosu na sekvenčijalno generisan niz. Ovo znači da ako se u sekvenčijalno generisanom nizu uoče dva broja koja se paralelnim algoritmom generišu na jednom procesoru jedan iza drugog onda između njih postoji  $nproc-1$  broj.

Ovo se postiže sljedećim radom na  $i$ -tom,  $i=0, \overline{nproc-1}$ , procesoru:

#### Algoritam lkg

```

1 Postaviti vrijednosti za  $Z_0$ ,  $a$ ,  $c$  i  $m$ 
2  $A=1$ ,  $C=0$ 
3 FOR  $k=0, nproc-1$ 
4    $A=(aA) \bmod m$ 
5    $C=(aC+c)$  THEN
6     IF ( $k=i$ ) THEN
7        $Z=(AZ_0+C) \bmod m$ 
8       (* ovo  $Z$  je sjeme na ovom generatoru *)
9     ENDIF
10    NEXT  $k$ 
11     $Z=(AZ+C) \bmod m$ 
```

Koraci u linijama od 1 do 9 definišu generator koji će raditi na  $i$ -tom procesoru tj. određuju  $A, C$  i sjeme.  $A$  i  $C$  su na svakom procesoru isti a sjeme nije.

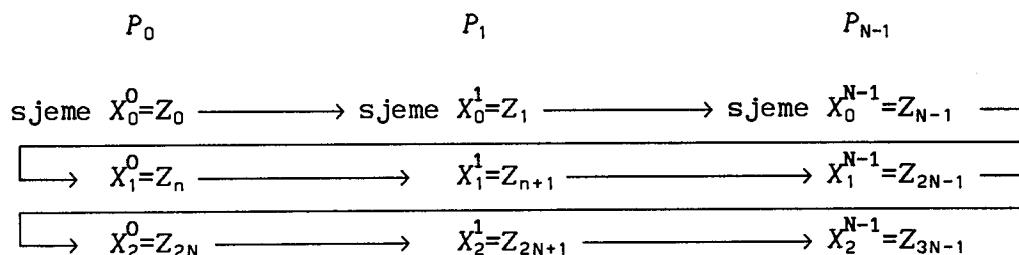
Korak u liniji 10 se ponavlja onoliko puta koliko slučajnih

brojeva treba da se generiše na  $i$ -tom procesoru.

Sa  $Z_i$  označimo  $i$ -ti broj generisan generatorom (1) a sa  $X_k^l$   $k$ -ti broj generisan na  $l$ -tom procesoru pomoću algoritma koji opisuјemo.

Generisanje po procesorima izgleda:

Označimo  $nproc=N$



Vidimo, slijedeći strelice tj. uzimajući brojeve sa  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_{N-1}$ ,  $P_0$ , ... procesora da se dobija isti niz brojeva kao u sekvenčnom slučaju tj. niz  $Z_0$ ,  $Z_1$ ,  $Z_2$ , ...

#### 4.2 Generisanje pseudo-slučajnih brojeva sa $\mathcal{U}(0,1)$ raspodjela

Pomoću niza  $(Z_n)$  dobijenog generatorom (1) dobija se niz pseudo-slučajnih brojeva  $(U_n)$ ,  $U_n = X_n/m$  uniformno distribuiranih na  $(0, 1)$ .

Sekvencijalni algoritam

1 Postaviti vrijednosti za  $Z_0$ ,  $a$ ,  $c$  i  $m$

2  $Z = Z_0$

3  $Z = (aZ + c) \bmod m \qquad \qquad \qquad (3)$

4  $U = Z/m$

Koraci u linijama 3 i 4 se ponavljaju zavisno od toga koliko je potrebno generisati brojeva.

**Paralelni algoritam**

Algoritam je dizajniran za SIMD računar.

Zbog potpune zavisnosti generatora (3) od linearne kongruentne generatora, ideja je ista kao kod algoritma 1kg jedino treba dodati korak koji obavlja transformaciju  $U=Z/m$ .

Dakle, na  $i$ -tom,  $i=\overline{0, nproc-1}$ , procesoru obavlja se posao:

**Algoritam unif**

```

1 postaviti vrijednosti za  $Z_0, a, c$  i  $m$ 
2  $A=1, C=0$ 
3 FOR  $k=0, nproc-1$ 
4      $A=(aA)mod m$ 
5      $C=(aC+c) \text{ THEN}$ 
6     IF ( $k=i$ ) THEN
7          $Z=(AZ_0+c)mod m$ 
        (* ovo  $Z$  je sjeme na ovom procesoru *)
8     ENDIF
9 NEXT k
10  $U=Z/m$ 
11  $Z=(AZ+C)mod m$ 
```

Koraci u linijama 10 i 11 se ponavljaju.

Primijetimo da je redoslijed ovih koraka obrnut u odnosu na sekvenčnalni slučaj zbog potpune imitacije.

**Primjer**

Posmatrajmo paralelni algoritam za računanje  $I=\int_0^1 f(x)dx$  Monte Carlo metodom. Ako su  $r_i$  slučajni brojevi sa  $\mathcal{U}(0,1)$  raspodjelom

onda je

$$I = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k f(r_i).$$

Paralelni algoritam se svodi na prethodno opisani unif. Svaki procesor pravi svoju sumu vrijednosti funkcije  $f$  na slučajno odabranim brojevima na tom procesoru i na kraju, poslije željenog broja biranja brojeva, suma se objedinjuje u jednu i ta jedna se dijeli ukupnim brojem biranja na svim procesorima.

Ovaj algoritam je implementiran na transpjuterskoj ploči pomoću fortranskih datoteka  $int1$ ,  $int2$ ,  $int3$ ,  $int4$  i konfiguracionom  $int.cfg$ .

Monte Carlo metode za računanje integrala dolaze do izražaja u statističkoj mehanici i teoriji kvantnih polja gdje se računaju integrali sa hiljadama promjenljivih. [9]

#### 4.3 Generisanje pseudo-slučajnih brojeva sa

$N(0,1)$  raspodjelom

Najpoznatiji "tačni metod" za generisanje brojeva sa normalnom raspodjelom čiji su parametri 0 i 1 je metod Boxa i Mullera uveden 1958.g. Često se upotrebljava, prilično je spor pa je paralelizacija njegovog rada opravdana.

Kod ovog metoda par  $(X, Y)$  brojeva sa  $N(0,1)$  raspodjelom generiše se pomoću para  $(U_1, U_2)$  brojeva sa  $U(0,1)$  raspodjelom na sljedeći način:

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{-2 \ln U_2} \cos 2\pi U_1 \\ Y &= \sqrt{-2 \ln U_2} \sin 2\pi U_1 \end{aligned} \tag{4}$$

### Paralelni algoritam

Algoritam se dizajnira za SIMD mašinu.

Na svakom od  $nproc$  procesora generišu se parovi slučajnih brojeva sa  $N(0, 1)$  raspodjelom. U paru su dva broja dobijena vezama (4) iz para "uzastopnih"  $U_1$  i  $U_2$ .

Rastojanje između parova generisanih na jednom procesoru je  $2nproc-1$ . Ovo znači da ako u sekvencialno generisanom nizu uočimo dva para koji su generisani na istom procesoru onda između prvog elementa prvog para i prvog elementa drugog para postoji  $2nproc-1$  brojeva.

Iz (4) se vidi da se problem svodi na generisanje parova iz  $\mathcal{U}(0, 1)$ . Ideja algoritma je da procesor napravi 2 broja iz  $\mathcal{U}(0, 1)$ , pomoću njih napravi 2 broja iz  $N(0, 1)$  i onda napravi pomjeraj dužine  $2nproc-1$ .

Generisanje para uzastopnih  $U_1$  i  $U_2$  obezbjeđuje se generatorom (1) a pomjeraj se obezbjeđuje generatorom (2) za  $k=2nproc$ .

Dakle, na svakom procesoru moraju raditi generatori oba tipa tj. na  $i$ -tom,  $i=\overline{0, nproc-1}$ , procesoru se obavlja posao:

#### Algoritam norm

- 1     $A=1, C=0$
- 2    postaviti vrijednosti za  $a, c, m$  i  $z_0$
- 3    FOR  $l=0, 2nproc-1$
- 4         $A=(aA)mod\ m$
- 5         $C=(aC+c)mod\ m$
- 6        IF ( $l=2i$ ) THEN
- 7             $Z=(AZ_0+c)mod\ m$

```

8      ENDIF

9  NEXT k

(* sada je određen generator (2) za k=2nproc *)

10 U1=Z/m (* prvi u paru *)

11 Z=(aZ+c)mod m (* generator (1) za sljedeći broj u paru *)

12 U1=Z/m (* drugi u paru *)

13 X=√-2lnU2 cos2πU1

14 Y=√-2lnU1 sin2πU1

(* par normalnih je generisan *)

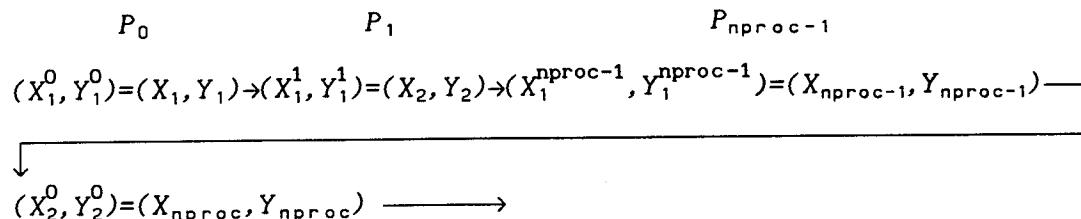
```

15 Z=(AZ+C) mod m (\* generator (2), pravi pomjeraj 2nproc-1 \*)

Koraci u linijama od 10. do 15. se ponavljaju.

Sa  $(X_i, Y_i)$  označimo  $i$ -ti par generisan sekvenčno tj. generatorom (4) a sa  $(X_k^l, Y_k^l)$   $k$ -ti par generisan  $l$ -tim procesorim.

Generisanje po procesorima izgleda :



Slijedeći strelice vidimo da paralelni algoritam imitira sekvenčnalni.

Razmotrimo još jedan popularan ali spor metod biranja brojeva sa  $N(0, 1)$  raspodjelom.

Ako su  $X_1, X_2, \dots$  nezavisne slučajne promjenljive i svaka sa istom raspodjelom,  $E(X_k)=a$ ,  $\sigma^2(X_k)=\sigma^2$   $k=1, 2, \dots$  onda raspodjela (prema centralnoj graničnoj teoremi) za standardizovani oblik njihovog zbiru

$$S_n=X_1+X_2+\dots+X_n \text{ tj.}$$

raspodjela slučajne promjenljive

$$S_n^* = \frac{S_n - E(S_n)}{\sqrt{\sigma^2(S_n)}} = \frac{S_n - an}{\sqrt{n\sigma^2}}$$

teži raspodjeli  $N(0, 1)$  kad  $n \rightarrow \infty$ .

Tačnost se povećava sa povećanjem  $n$ .

Ako se za  $X_1, X_2, \dots$  uzmu  $U_1, U_2, \dots$  slučajne promjenljive sa  $U(0, 1)$  raspodjelom,  $E(U_k) = 1/2$ ,  $\sigma^2(U_k) = 1/12$  onda je

$$S_n^* = \frac{\sum_{i=1}^n U_i - \frac{n}{2}}{\sqrt{n \cdot 1/12}}.$$

Za  $n=12$  dobija se izraz  $\sum_{i=1}^{12} U_i - 6$  koji za izračunavanje izgleda

jednostavan a pokazalo se da je ova aproksimacija dovoljno dobra za praktičnu primjenu. Dakle, ako su  $U_i$ ,  $i=\overline{1, 12}$ , slučajni brojevi sa  $U(0, 1)$  raspodjelom onda je  $X = \sum_{i=1}^{12} U_i - 6$  slučajan broj sa  $N(0, 1)$

raspodjelom. Paralelizujemo, za razliku od prethodnog slučaja, generisanje samo jednog ovakvog broja. Sekvencijalnom algoritmu treba 12 taktova da generiše sve  $U_i$ ,  $i=\overline{1, 12}$ . Posmatrajmo broj procesora koji je pogodan za primjenu ideje sa pomjerenim generatorm. Ako imamo na raspolaganju 12 procesora onda se generisanje svih  $U_i$ ,  $i=\overline{1, 12}$  obavlja u jednom taktu tako da na svakom procesoru radi generator tipa (1).

br. procesora	br. takta	rade generatori
6	2	(1) i (2) za $k=2nproc$
4	3	(1) i (2) za $k=3nproc$
3	4	(1) i (2) za $k=4nproc$
2	6	(1) i (2) za $k=6nproc$

### Primjer

U radu [12] je izložen probabilistički metod za nalaženje minimuma realne funkcije pomoću niza slučajnih brojeva sa normalnom distribucijom.

#### Ideja metoda

Neka je  $I \subseteq \mathbb{R}^k$  jedinični kub i  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ . Generišu se dva niza  $X_n, Y_n$  slučajnih brojeva gdje je:

1.  $Y_n$  niz slučajnih brojeva uniformno distribuiranih

$$2. X_{n+i} = \begin{cases} X_n & \text{ako je } f(X_n) \leq f(Y_n) \\ Y_n & \text{ako je } f(X_n) > f(Y_n) \end{cases} .$$

Uz neke uslove za  $f$ , niz  $X_n$  konvergira, u vjerojatnosti, ka  $\min_{x \in I}(x)$ , ako minimum postoji. Ovakav proces je spor pa ideja da se ubrza bržom koncentracijom brojeva  $Y_n$  oko očekivane vrijednosti.

Tako, niz  $Y_n$  se generiše sa normalnom distribucijom čija je očekivana vrijednost  $X_n$  a standardna devijacija  $\sigma_n$ , gdje je  $\lim_n \sigma_n = 0$ .

Prema tome, uslov 1 se zamjenjuje uslovom  $Y_n | X_n: N(X_n, \sigma_n^2)$ ,  $\lim_n \sigma_n = 0$ .

Dizajniran je sekvenčnalni algoritam koji umjesto  $I$  posmatra  $D = [a_1, b_1] \times \dots \times [a_n, b_n]$ , za početne vrijednosti se uzimaju  $x_i = \frac{a_i + b_i}{2}$ ,  $\sigma_i = \frac{b_i - a_i}{2}$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Uslov  $\lim_n \sigma_n = 0$  se može obezbijediti na više načina, između ostalog sa  $\sigma_i = q\sigma_i$ ,  $0 < q < 1$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Izlazni kriterijum, takođe, može da se definiše na više načina, zadavanjem broja ciklusa izračunavanja, zadavanjem  $\varepsilon_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  tako da  $\sigma_i < \varepsilon_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  itd. Pokazalo se, da algoritam, za sve primjere na koje se primjenjivao nalazi rješenje u ne više od  $100 \cdot 4^{n-1}$  računskih koraka. Prema tome, sekvenčno, on je koristan za funkcije sa šest ili manje promjenljivih. Kada se paralelizuje on može biti koristan i za funkcije sa većim brojem promjenljivih.

Opisani metod sadrži dosta elemenata koji se mogu paralelizovati. Odmah se nameću dva načina paralelizacije. Jedan način bi bio zasnovan na paralelnom generisanju slučajnih  $n$ -torki iz normalne distribucije a drugi bi vršio paralelizaciju domena.

Opišimo ideje za dva paralelna algoritma.

Prvi algoritam dizajniramo za SIMD mašinu sa djeljivom memorijom gdje je  $nproc=n$ . Zasnovan je na paralelizaciji generisanja niza  $Y_n$ , paralelizaciji izmjene  $X_n \leftrightarrow Y_n$  i paralelizaciji računanja  $\sigma_i$ ,  $i=1, \dots, n$ .

Algoritam izgleda:

```

1 FOR i=1, n Pi DO IN PARALLEL IN SM
2     READ ai, bi, εi
        (* smještanje početnih podataka u djeljivu memoriju *)
3     NEXT i
4     FOR i=1, n Pi DO IN PARALLEL IN SM
5         xi=  $\frac{a_i+b_i}{2}$ 
6         σi=  $\frac{b_i-a_i}{2}$ 
7     ENDFOR
        (* početni uslovi za Xn i niz disperzija su smješteni u
           djeljivoj memoriji *)
8     w=f(x1, ..., xn)
        (* zavisno od oblika f i njeno računanje se može
           paralelizovati *)
9     FOR i=1, n Pi DO IN PARALLEL IN SM
10        generate yi | N(xi, σi2)
11        NEXT i
12        h=f(y1, ..., yn)
    
```

```
13 IF ( $h < w$ ) THEN
14     FOR  $i=1, n$   $P_i$  DO IN PARALLEL IN SM
15          $x_i = y_i$ 
16     NEXT  $i$ 
17      $w = f(x_1, \dots, x_n)$ 
18 ENDIF
19 FOR  $i=1, n$   $P_i$  DO IN PARALLEL IN SM
20      $\sigma_i = q\sigma_i$ 
21     NEXT  $i$ 
22 FOR  $i=1, n$   $P_i$  DO IN PARALLEL IN SM
23     IF ( $\sigma_i < \varepsilon_i$ ) THEN
24          $l_i = 1$ 
25     ENDIF
26      $l_i = 0$ 
27     NEXT  $i$ 
(*  $l_i = 1$  znači da je na  $i$ -tom procesoru zadovoljen
kriterijum izlaska *)
28 IF ( $u = n$ ) THEN
(* da li je na svim procesorima zadovoljen kriterijum
izlaska *)
29     WRITE  $x_1, \dots, x_n$ 
30     STOP
31 ENDIF
32 GO TO LINE 9
```

Brojevi  $y_i$  se mogu određivati kao  $y_i = x_i + \sigma_i y'_i$  gdje je  $y'_i = \sum_1^{12} U_j - 6$ . Da bi se postigla imitacija sekvencijalnog algoritma na svakom procesoru (u svakoj niti) radi pomjereni generator (2) za  $k=12 \cdot n$ .

Paralelizacija algoritma po domenu funkcije  $f$  se može ostvariti tako što svaki od  $n_{proc}$  procesora radi sekvencijalni algoritam na određenom podskupu domena. Ako je  $D = [a_1, b_1] \times \dots \times [a_n, b_n]$  onda procesor  $P_j$ ,  $j = \overline{1, n_{proc}}$ , radi na domenu

$$D_j = [a_1 + (j-1)\frac{b_1 - a_1}{n_{proc}}, a_1 + j\frac{b_1 - a_1}{n_{proc}}] \times \dots \times [a_n + (j-1)\frac{b_n - a_n}{n_{proc}}, a_n + j\frac{b_n - a_n}{n_{proc}}].$$

#### Primjer

Stohastičke metode u optimizaciji često koriste generisanje slučajnih tačaka na sferi.

Ako su  $X_1, \dots, X_n$  brojevi sa  $N(0, 1)$  raspodjelom, slučajna tačka na  $n$ -dimenzionalnoj sferi je  $(X_1/r, X_2/r, \dots, X_n/r)$ , gdje je  $r = \sqrt{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}$ . Paralelno generisanje ovakvih tačaka može se obezbijediti direktnom primjenom nekih od opisanih algoritama za generisanje brojeva sa  $N(0, 1)$  raspodjelom.

#### 4.4 Generisanje pseudo-slučajnih nizova bitova

U kriptografiji se, između ostalog, izučavaju pseudo-slučajni nizovi bitova kao i specijalni hardver namijenjen za njihovo generisanje. Generatori pseudo-slučajnih nizova bitova, „GPSN”, su bazi rani na pomjeračkim registrima. Oni proizvode  $i$ -ti bit u nizu na osnovu prethodnih  $n$  bitova na sljedeći način:

$$b_i = f(b_{i-1}, \dots, b_{i-n}), \quad f: \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

Za funkciju  $f$  obično se uzima linearna rekurentna veza

$$b_i = (d_1 b_{i-1} + \dots + d_n b_{i-n}) \bmod 2 \quad (5)$$

gdje su  $d_1, \dots, d_n$  binarne konstante.

Sabiranje po modulu 2 i ekskluzivno ili imaju istu istinitosnu tablicu pa (5) možemo da zapišemo kao

$$b_i = b_{i-1_1} \oplus b_{i-1_2} \dots b_{i-1_k},$$

gdje je  $d_{i_1} = \dots = d_{i_k} = 1$  i ostali  $d_i = 0$ .

Maksimalna perioda generatora tipa (5) je  $2^{n-1}$ . Jedino su zanimljivi oni koji imaju maksimalnu periodu.

Računanje periode i razmatranje pitanja dostizanja maksimalne periode obavlja se pomoću metoda faktorizacije polinoma nad konačnim poljima. Rekurentnoj vezi (5) pridružuje se polinom

$$p(x) = x^n + d_1 x^{n-1} + \dots + d_n.$$

Uobičajeno je da se razmatraju trinomi

$$1 + x^r + x^s \text{ gdje je } 1 \leq r \leq s.$$

Ovim trinomom odgovara rekurentna veza

$$b_i = b_{i-s} \oplus b_{i-(s-r)}. \quad (6)$$

Obrtanjem niza dobijamo trinom

$$1 + x^{s-r} + x^s$$

za koji je odgovarajuća veza

$$b_i = b_{i-s} \oplus b_{i-r}. \quad (7)$$

(6) i (7) imaju istu periodu.

Cilj je, dakle, da se dizajnira paralelni algoritam koji za date  $s$  i  $r$  i početnih  $s$  bitova generiše niz slučajnih bitova koji se dobijaju rekurentnom vezom (7).

### Paralelni algoritam

Izložićemo ideju za  $s=9$ ,  $r=5$ ,  $nproc=4$ .

Uz male transformacije ideja se prilagođava drugim vrijednostima za  $s$ ,  $r$  i  $nproc$ .

Dakle, generator radi po principu

$$b_i = b_{i-9} \oplus b_{i-5} \quad \text{uz početne bitove } b_1, b_2, \dots, b_9. \quad (8)$$

Prije početka nastavljanja niza bitovi  $b_1, \dots, b_9$  se smjesti u zajedničku memoriju. Onda, svaki od četiri procesora generiše po jedan bit, tako da se u jednom taktu niz  $b$  nastavlja za 4 bita. Za vrijeme izvršavanja algoritma niz  $b$  je stalno u zajedničkoj memoriji.

Generisanje po procesorima izgleda:

	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_3$
prvi takt	$b_{10}$	$b_{11}$	$b_{12}$	$b_{13}$
drugi takt	$b_{14}$	$b_{14}$	$b_{16}$	$b_{17}$
	$b_{41-2}$	$b_{41-1}$	$b_{41}$	$b_{41+1}$

Na  $k$ -tom procesoru se izvršavaju koraci

FOR  $i=10+k, m, 4$

$$b_i = b_{i-9} \oplus b_{i-5} \quad (* m je dužina niza *)$$

NEXT  $i$

Poslije nekoliko taktova, kada se "istroše" početne vrijednosti, za rad procesora  $P_0$  potrebni su samo bitovi koje generiše procesor  $P_3$ . Na analogan način rad procesora  $P_1$  zavisi od procesora  $P_{i-1}$   $i=1, 3$ . Pokažimo zavisnost  $P_1$  od  $P_0$ . Primijetimo da su indeksi elemenata niza  $b$  na procesoru  $P_0$  oblika  $4l-2$ , na  $P_1$  oblika

$4l-1$ , na  $P_2$  oblika  $4l$  i na  $P_3$  oblika  $4l+1$ .

Onda za neko  $l$  na procesoru  $P_1$  se generiše

$b_{4l-1} = b_{4l-1-9} \oplus b_{4l-1-5} = b_{4l_1-2} \oplus b_{4l_2-2}$  a  $b_{4l_1-2}$  i  $b_{4l_2-2}$  su generisani procesorom  $P_0$ .

Ostale zavisnosti se pokazuju na analogan način.

Pretpostavlja se idealna situacija, da svaki procesor obavlja svaku operaciju u istom vremenskom intervalu. Ako situacija nije idealna onda se čekanje među procesorima reguliše pomoću neke od raspoloživih tehnika: semaforima, indikatorima itd.

Iz izloženog se vidi da je ocjena efikasnosti algoritma optimalna tj. jednaka  $O(nproc)$ .

Programska realizacija ovog algoritma data je fortranskom datotekom *shift1* i konfiguracionom *shift1.cfg*. Iskorišćena je mogućnost dijeljenja memorije na transpjuteru.

#### 4.5 Generalizovani generator pseudo-slučajnih brojeva

##### baziran na pomjeračkom registru - GFSR

Konstruktori GFSR-a, Lewis i Payne, ostaju u svijetu bitova i princip rada svoga generatora zasnovaju na pravljenju  $n$ -bitnih prirodnih brojeva. Preciznije, iz slučajnog niza bitova izdvaja se  $n$  nesusjednih bitova i dobija se  $n$ -bitni prirodni broj:

$$X_i = b_i b_{i-j_2} \dots b_{i-j_n} \quad (9)$$

Svaki bit od  $X_i$  pokorava se zakonu (6) pa se može formirati rekurentna veza  $X_i = X_{i-s} \oplus X_{i-(s-r)}$ .

Prvih  $s$  bitova ne moraju da zadovoljavaju (9). Perioda niza ( $X_i$ ) zavisi od početnih uslova.

Trivijalan način da se od ovakvog niza dobiju slučajni brojevi sa  $U(0,1)$  raspodjelom je  $U_i = 2^{-n} X_i$ .

Navedimo neke parove  $r$  i  $s$  za koje se postiže maksimalna perioda  $2^s - 1$

$r$	$s$
2	1
3	1, 2
17	3, 5, 6, 11, 12, 14
33	13, 20
36	11, 25

### Paralelni algoritam

Algoritam je dizajniran za SIMD mašinu sa djeljivom memorijom.

Dakle, treba paralelizovati generisanje niza  $n$ -bitnih prirodnih brojeva po vezi:

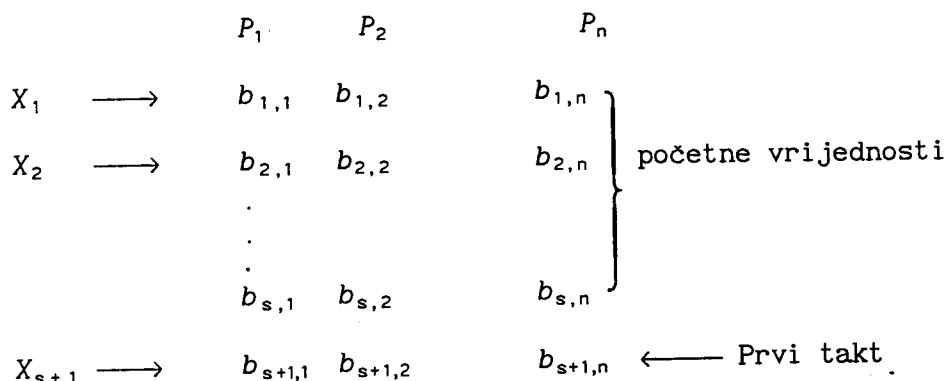
$$X_i = X_{i-s} \oplus X_{i-(s-r)}, \text{ gdje su dati } X_1, \dots, X_s.$$

Pretpostavimo da je  $nproc = n$ .

Ideja algoritma je da se sabiranja po modulu 2 vrše vektorski. Matrica koja čuva  $n$ -bitne brojeve smiješta se u zajedničku memoriju. Elementi te matrice su bitovi, u jednoj vrsti je jedan  $n$ -bitni broj, dakle, matrica ima  $n$  kolona.

Prije početka generisanjanovih brojeva matrica sadrži s početnih vrijednosti ( $s$  vrsta).

Procesor  $P_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  generiše  $i$ -ti bit, gledano slijeva na desno, novog broja. Tako, u jednom taktu generisan je jedan  $n$ -bitni broj.



Znači, procesor  $P_i$  stalno radi na  $i$ -toj koloni i njegov rad ne zavisi od ostalih procesora niti utiče na njih.

Na procesoru  $P_i$ ,  $i=1, n$  se izvršavaju sljedeći koraci:

$$b_{1,i} = b_{1-s,i} \oplus b_{1-(s-r),i}, \quad l=s+1, s+2, \dots$$

Pošto su u jednom taktu dobijeni bitovi potrebni za jedan  $n$ -bitni broj onda svaki procesor može da izvrši transformaciju svoga bita tj. da izvrši operaciju  $b_{1,i} \cdot 2^{n-1}$  a sabiranje ovakvih članova može da se reguliše dva po dva paralelno.

Iz izloženog se vidi da je ocjena efikasnosti algoritma optimalna tj. jednaka je  $O(nproc)$ .

U slučaju da je  $nproc < n$  ideja vektorskog sabiranja po modulu 2 ostaje samo što sada procesori rade na blokovima kolona. Procesor  $P_i$  obraduje kolone  $(i-1)\lceil n/nproc \rceil + 1, \dots, i\lceil n/nproc \rceil$ . Može se desiti, zavisno od  $n$ , da neki procesori obraduju manje blokove.

Prilikom programske realizacije ovog algoritma, kao i kod prethodnog, iskoristila se mogućnost simulacije djeljivosti memorije na transpjuteru.

Programska realizacija ove ideje data je fortranskom datoteko *shift2* i konfiguracionom *shift2.cfg*. Kao kod prethodnog algoritma i ovdje se prilikom programske realizacije iskoristila mogućnost simulacije dijeljenja memorije na procesoru.

Urađen je testni primjer za generator koji ima maksimalnu periodu:  $s=7$ ,  $r=1$  i početna matrica je

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{matrix}.$$

Generišu se redom brojevi  $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 3, 1, 7, 1, 7, 1, 7, 2, 2, 6, \dots$

Pošto se generišu 3-bitni prirodni brojevi uzeli smo  $nproc=3$ .

Algoritam ostaje isti ako se  $s$ ,  $r$  i početna matrica zadaju na ulazu.

## 4.6 Generisanje pseudo-slučajnih osnovnih kombinatornih objekata

### 4.6.1 Varijacije

Algoritam je dizajniran za SIMD mašinu.

Ideja je zasnovana na numeraciji varijacija. Numeracija je opisana u 3.1.

Koristeći numeraciju biranje slučajnih varijacija svodi se na biranje slučajnog prirodnog broja iz skupa  $\{1, \dots, V_k^n\}$ . U ovom algoritmu, biranje slučajnog prirodnog broja zasnovano je na sljedećem: ako je  $U$  sa  $\mathcal{U}(0, 1)$  raspodjelom onda je  $\lfloor m \cdot U \rfloor$  prirodan broj iz skupa  $\{0, \dots, m-1\}$ . Dodavanjem jedinice dobija se broj iz skupa  $\{1, \dots, m\}$ . Ovakvim načinom biranja slučajnog prirodnog broja problem se sveo na paralelno generisanje brojeva sa  $\mathcal{U}(0, 1)$  raspodjelom a to smo opisali u 4.2.

Dakle, na svakom od  $nproc$  procesora bira se slučajan prirodan broj iz  $\{1, \dots, V_k^n\}$  i pomoću  $var^{-1}$  dobija se odgovarajuća mu vari-

jaciјa.

Na  $i$ -tom,  $i=0, nproc-1$  procesoru obavlja se sljedeći posao:

Algoritam *sl.var*

```

1 Postaviti vrijednosti za  $Z_0, m, a, c$ 
2  $A=1, C=0$ 
3 FOR  $j=0, nproc-1$ 
4      $A=(aA)mod m$ 
5      $C=(aC+c)mod m$ 
6     IF ( $j=i$ ) THEN
7          $Z=(AZ_0+C)mod m$ 
8     ENDIF
9 NEXT k
(* definisan je generator tipa 2 za  $k=nproc$  i njegovo
sjeme *)
10  $r=Z/m$ 
11  $sluč\_int=\lfloor r \cdot v_k^n \rfloor + 1$ 
(* dobija se slučajan prirodan broj iz skupa  $\{1, \dots, v_k^n\}$  *)
12  $kombinv(n, k, sluč\_int, v_1, \dots, v_k)$ 
(* dobijena je varijacija jednaka  $komb^{-1}(n, k, sluč\_int)$  *)
13 WRITE  $v_1, \dots, v_k$ 
14  $Z=(AZ+C)mod m$ 

```

Koraci u linijama od 10. do 14. ponavljaju se.

Programska realizacija ovog algoritma data je fortranskim datotekama *sl.var1*, *sl.var2*, *sl.var3*, *sl.var4* i konfiguracionom datotekom *sl.var.cfg*.

#### 4.6.2 Permutacije

Ako se u prethodnom algoritmu izvrši zamjena  $k=n$  dobija se algoritam za generisanje slučajnih permutacija.

Razmotrimo pitanje paralelizacije sekvencijalnog algoritma za generisanje jedne slučajne permutacije.

Sekvencijalni algoritam transformiše datu permutaciju  $p=p_1 \dots p_n$  u slučajnu na sljedeći način:

```

FOR i=n, 2, -1
     $p_i \leftrightarrow p_{\text{rand}(1,i)}$  (* mijenjaju mesta *)
NEXT i

```

$\text{Rand}(1, i)$  je slučajan broj iz skupa  $\{1, \dots, i\}$ . Paralelni algoritam dizajniramo za SIMD mašinu sa djeljivom memorijom koja ima  $n-1$  procesora.

Procesor  $P_i$ ,  $i=\overline{1, n-1}$ , generiše slučajan prirodan broj iz skupa  $\{1, \dots, i+1\}$  i smiješta ga u djeljivu memoriju recimo u  $y_i$ . Onda se vrše izmjene

```

FOR i=n, 2, -1
     $p_i \leftrightarrow p_{y_i}$ 
NEXT i

```

Ovako je postignuto da se u jednom taktu proizvede  $n-1$  slučajan broj, dok se kod sekvencijalnog slučaja to mora obaviti kroz  $n-1$  takt.

#### 4.6.3 Kombinacije

Ideja i algoritam su analogni algoritmu *slvar* opisanom u

4.5.1. Jedina izmjena je da se poziv u liniji 11 algoritma *sl.var* zamjeni rečenicom *kombinv(n, k, c<sub>1</sub>, ..., c<sub>k</sub>)*.

#### 4.6.4 Podskupovi

Algoritam je zasnovan na korespondenciji koja postoji između partitivnog skupa nekog skupa od  $n$  elemenata i skupa  $\{0, 1, \dots, 2^n - 1\}$ .

Neka je  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  skup čije podskupove tražimo i  $b_1 \dots b_n$  binarni zapis nekog od brojeva iz skupa  $\{0, 1, \dots, 2^n - 1\}$  onda  $b_1 \dots b_n$  odgovara podskupu  $\{x_i | b_i = 1\}$ .

Ideja za paralelni algoritam je ista kao kod algoritma *sl.var*. U pseudo kodu za algoritam *sl.var* zamjenjujemo rečenicu koja se nalazi u 11. liniji rečenicom *sluč.int=[2<sup>n</sup>·r]*, poziv u liniji 12 mijenjamo pozivom *bin(sluč.int, n, b<sub>1</sub>, ..., b<sub>n</sub>)*, i rečenicu u liniji 13 rečenicama: 13.1. FOR  $i=1, n$

13.2. IF ( $b_i \neq 0$ ) THEN

13.3.            WRITE  $x_i$

13.4.            ENDIF

13.5.            NEXT  $i$  .

Procedura *bin(m, n, b<sub>1</sub>, ..., b<sub>n</sub>)* daje binarni zapis  $b_1 \dots b_n$  broja  $m$ .

## 5. ZAKLJUČAK

Predložene metode generisanje kombinatornih i slučajnih objekata posmatramo kao početnu fazu pravljenja elemenata potrebnih za bilo koju složenu aplikaciju stohastičke simulacije koja bi se eventualno realizovala na opremi koja nam je na raspolaganju. Imajući to u vidu, posebno smo posmatrali algoritme koji se stvarno mogu realizovati na ovoj opremi.

Predlog za proširenje skupa ovih algoritama je da se naprave paralelni izvori slučajnosti sa diskretnim distribucijama. Osim predloženih načina paralelizacije ovdje bi se paralelizovalo i pretraživanje tabela vjerovatnoća.

Naš drugi cilj je bio tehničke prirode, da razradimo mogućnosti simulacije djeljive memorije na transpjuteru. Time smo obezbijedili da možemo dizajnirati algoritme koji se samo uz izmjenu nekih tehničkih detalja mogu implementirati na opremi koja ima stvarnu mogućnost dijeljenja memorije među procesorima.

Postoji mogućnost simuliranja složenih situacija koje se javljaju u momentu kada se procesori "bore" za djeljive resurse, pa što se tehničkog aspekta tiče predlog je da se te mogućnosti razraduju.

Ideje opisana u ovom radu uzete su u obzir prilikom definisanja projekta koji će ispitivati komutacioni procesor specijalizovan za prenos podataka komutacijom paketa. Ovo je polje imitacionog modeliranja računarskih sistema pa je potreba za brzim generisanjem slučajnih objekata velika.

## LITERATURA

1. Aho, Alfred V., Hopcroft, John E. and Ullman, Jeffrey D. The Design and Analysis of Computer Algorithus, London [etc.], Addison - Wesley Publishing Company, 1976.
2. Akl, S[elim] G. A comparison of combination generation methods. In: ACM Transactions on Mathematical Software, Vol.7, No.1, March 1981, 42-45.
3. Akl, S [elim] G. Adaptive and optimal parallel algorithms for enumerating permutation and combinations. In: The Computer Journal, Vol.30, NO.5, 1987, 433-436.
4. Akl, Selim G. The Design and Analysis of Parallel Algorithms, London, Prentice - Hall International, cop.1989.
5. Brower, Steven. Introduction to Parallel Programming, Boston [etc.], Academic Press, cop.1989.
6. Chen, G.H., and Chern, M - S. Parallel Generation of Permutations and Combinations. In: BIT, Vol.26, 1986, 277-283.
7. Cosnard, M. and Ferreria A.G. Generating Permutations on VLSI Suitable Linear Network. In: The Computer Journal, Vol. 32, No. 6, 1989, 571-572.
8. Duncan, Ralph. A Survey of Parallel Computer Architectures. In: Survey & Tutorial series, 1990 February, 5-15.

9. Fox, Geofrey C. ... et al. Solving Problems on Concurrent Processors, Vol. 1, London [etc.], Prentice - Hall International, cop 1989.
10. Gupta, Phalguni and G.P. Bhattacharjee. Parallel Generation of Permutations. In: The Computer Journal, vol.26. No.2, 1983, 97-105.
11. Knuth, Donald E. The Art of Computer Programming, London [etc.], Addison - Wesley Publishing Company, cop. 1969. (Addison - Wesley series in Computer science and information processing, vol.2)
12. Mijajlović, Ž [arko] i Peruničić P. A Random Search Algorithm for Finding Minium. U: Matematički vjesnik, 38 (1986), 181-195.
13. Nijenbuis, A., and Wilt, H.S. Combinatorial Algorithus, New York, Academic, 1978.
14. Quinn, Michall J. Designing Efficient Algorithms for Parallel Computers, New York [etc.], McGraw - Hill Book Company, cop. 1987. (Supercomputing and artifical intelligence).
15. Reingold, Edward M. Nievergelt Jurg and Deo Nar singh. Combinatorial Algorithms, New Jersey, Prentise - Hall, Englewood Cliffs, 1977.
16. Ripley, Brian D. Stochastic simulation, New York [etc.], John Wiley & Sons, cop. 1987 (Wiley series in probability and mathematical statistics. Applied probability and statistics).

## PRILOG

## Konfiguraciona datoteka

Konfiguraciona datoteka se piše na 3L konfiguracionom jeziku.

Opisacemo osnovne elemente ovog jezika. Osnovna pravila pisanja:

- ne pravi se razlika izmedu velikih i malih slova,
- linija se nastavlja znakom -,
- prazni prostor unutar linije i medu linijama se ignoriše,
- sve sto se u liniji nalazi iza znaka ! tretira se kao komentar.

Konfiguraciona datoteka jedne aplikacije mora sadrzati sljedeće informacije:

- koji procesori postoje u mreži,
- fizičke veze medu procesorima,
- broj i/o portova svakog zadatka u aplikaciji,
- memorijске zahtjeve zadataka,
- raspored zadataka po procesorima,
- veze izmedu ulaznih i izlaznih portova zadataka.

### Osnovne naredbe

Za naznacavanje procesora koji je u mreži služi naredba PROCESSOR.

Sintaksa: PROCESSOR ime procesora

Primjer: PROCESSOR HOST !PC

PROCESSOR T1 !jedan od procesora ploče.

Naredba WIRE služi za naznacavanje fizičkih veza (žica) medu procesorima. Svaki procesor u mreži ima 4 Inmos veze numerisane sa 0 do 3. Žice imaju imena ali ako ne želimo da ih naznacavamo možemo umjesto imena žice upotrijebiti znak ?.

Sintaksa: WIRE ime1 proc1[v\_proc1] proc2[v\_proc2]

Ova rečenica znači da su procesori proc1 i proc2 povezani žicom čije je ime ime1 tako što su spojene veze v.proc1 i v.proc2.

Primjer: WIRE ? T1[1] T2[0]

Na slici 1 je prikazana mreža modela na kome radimo i na njoj se vidi na koji je način izvršeno fizičko povezivanje procesora.

Ne moramo opisati kompletну mrežu. Dovoljno je da naznačimo ono što je potrebno za datu aplikaciju.

Pomoću naredbe TASK se naznačava koliko zadaci imaju ulaznih i izlaznih portova i koliko se memorije rezerviše za zadatke. Ukoliko se na jednom procesoru nalazi samo jedan zadatak onda se ne mora rezervisati memorija, međutim ako na jednom procesoru postoji više zadataka onda rezervisanje memorije nije potrebno za samo jedan od njih.

Sintaksa: TASK ime.T ins=br1 outs=br2 data=br3

Ova rečenica znači da zadatak čije je ime ime.T ima br1 ulaznih i br2 izlaznih portova i za njega je rezavisan prostor od br3 bajta.

Primjer: TASK var2 ins=1 outs=1

Pomoću naredbe PLACE naznačava se koji zadatak je smješten na kojem procesoru.

Sintaksa: PLACE ime zadatka ime procesora

Primjer: PLACE var2 T2

Veze između zadataka (portova zadataka) se uspostavljaju naredbom CONNECT.

Sintaksa: CONNECT ime1 P.Z1 zad1[izl\_port] zad2[ul\_port]

Rečenica znači da su izlazni port izl\_port i ulazni port zadatka 2 vezani vezom koja se zove ime1. Ukoliko nećemo da ul\_port

naglašavamo ime onda možemo staviti znak ?.

Primjer: CONNECT ? var1[3] var3[0]

izlazni port 3 zadatka var1 povezan je sa ulaznim portom 0 zadatka var3.

Ovdje se mora voditi računa o redoslijedu tj. prvi se piše zadatak čiji se izlazni port vezuje.

Primijetimo da konfiguracionim datotekama koje su date u prilogu stalno pojavljuju zadaci afserver i filter.

Zadatak atserver je MS DOS izvršna datoteka .Afserver se izvršava na PC-ju (host). Njegov zadatak je da transferuje izvršne datoteke do transpjutera. Osim toga, ovaj program igra ulogu servera obradujući I/O zahtjeve transpjutera.

Između afserver-a i korisničkog programa nalazi se zadatak filter koji se izvršava paralelno sa njima i prenosi poruke u oba smjera.

#### Kompilacija, povezivanje i izvršavanje

Opisacemo osnovne korake potrebne da se programi napisani na 3L Parallel Fortranu pripreme za izvršavanje na transpjuterskoj ploči sa procesorima T800.

Uzmimo primjer aplikacije za generisanje slučajnih varijacija. Ta aplikacija se sastoji od 4 zadatka, po jedan zadatak na jednom procesoru. Zadaci su u izvornom kodu dati datotekama sl.var1.f77, sl.var2.f77, sl.var3.f77 i sl.var4.f77 a konfiguraciona datoteka za ovu aplikaciju se zove sl.var.cfg. Kompilacija se vrši naredbom t8f.

Dakle, poslije koraka

>t8f sl.var1

>t8f sl.var2

>t8f sl.var3

>t8f sl.var4

imamo object datoteke sl.var1.bin, sl.var2.bin, sl.var3.bin i  
sl.var4.bin.

Zadatak koji se nalazi na procesoru koji je povezan sa  
PC-jem linkuje se naredbom t8ftask a ostali naredbom t8fstask.

Dakle, poslije koraka:

>t8ftask sl.var1

>t8fstask sl.var2

>t8fstask sl.var3

>t8fstask sl.var4

dobijaju se datoteke sl.var1.b4, sl.var2.b4, sl.var3.b4 i  
sl.var4.b4.

Program koji se zove configurer na osnovu konfiguracione  
datoteke aplikacije povezuje njene zadatke i uobičava  
je za izvršavanje.

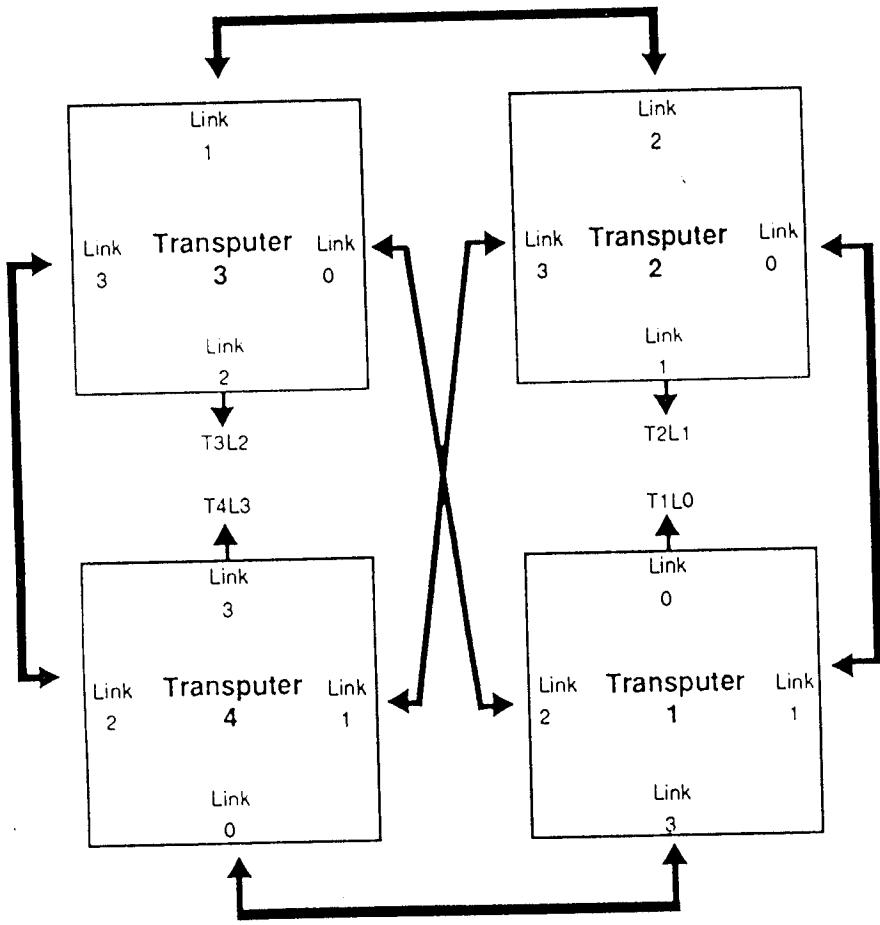
Pozivanje programa configurer za ovu aplikaciju izgleda

>config sl.var.cfg sl.var.app

Sada je sve spremno za izvršavanje koje se vrši pomoću afserver-a.

Pozivanje programa afserver za aplikaciju sl.var izgleda:

>afserver -: b sl.var.app

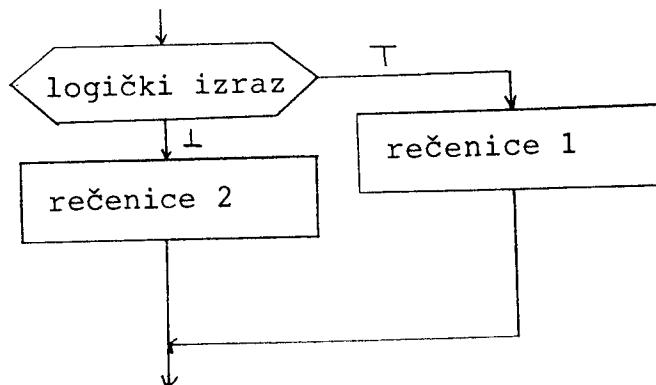


## Jezik koji je korišćen za opis algoritama

### 1. Sintaksa:

```
IF logički izraz THEN  
    rečenice 1  
ELSE  
    rečenice 2  
ENDIF
```

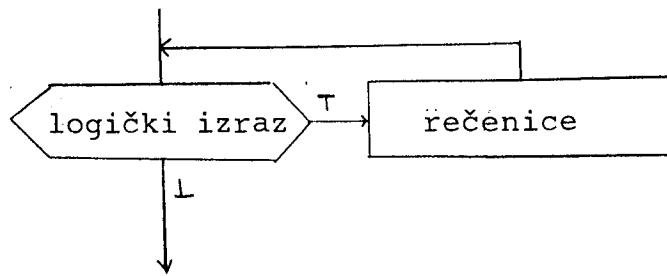
semantika:



### 2. sintaksa:

```
DO WHILE logički izraz  
    rečenice  
ENDDO
```

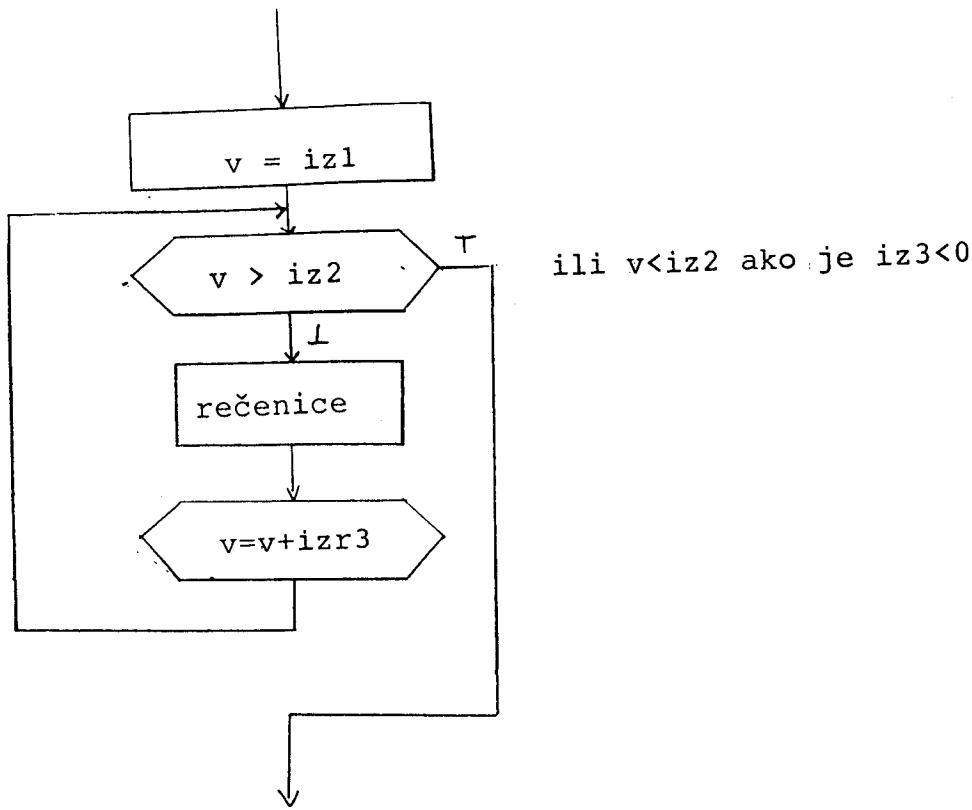
semantika:



### 3. Sintaksa

```
FOR v=iz1,iz2,iz3  
    rečenice  
NEXT v
```

## semantika:



4. Ako se na procesoru Pi izvršava naredba

RECEIVE  $v_1, \dots, v_n$  FROM  $P$

znači da procesor  $P_i$  prima vrijednosti  $v_1, \dots, v_n$  od procesora  $P_k$ .

Ako se na procesoru Pi izvršava naredba:

SEND  $v_1, \dots, v_n$  TO  $P_k$

znači da procesor  $P_i$  šalje vrijednosti  $v_1, \dots, v_n$  procesoru  $P_k$ .

## 5 Naredba

```
FOR i=1,n Pi DO IN PARALLEL IN SM  
    rečenice  
ENDFOR
```

znači da procesori paralelno izvršavaju rečenice u djeljivoj memoriji.

P R O G R A M S K I P R I L O G

S H I F T 1

G P S N

SHIFT1.F77

SHIFT1.CFG

```
!konfiguraciona datoteka za zadatak shift1
! shift1.cfg
!
! Hardware
!
processor host
processor t1
processor t2
processor t3
wire ? host[0] t1[0]           !anonymous wire connecting PC to transputer
wire ? t1[1] t2[0]
wire ? t1[2] t3[0]

!
! Task declarations indicating channel I/O ports and memory requirements
!
task afserver ins=1 outs=1
task filter ins=2 outs=2 data=10K

task shift1 ins=5 outs=5 data=500k
!
! Assign software tasks to physical processors
!
place afserver host

place shift1 t1
place filter t1

!
! Set up the connections between the tasks.
!
connect ? afserver[0] filter[0]
connect ? filter[0] afserver[0]

connect ? filter[1] shift1[1]
connect ? shift1[1] filter[1]
```

```

PROGRAM SHIFT1
***** ****
c Vrsi se paralelizacija rada generatora slucajnih bitova. Simulira se
c rad cetri procesa P1,P2,P3 i P4 koji dijele zajednicki prostor kroz
c common zonu ZONA1.
c Glavna nit P1 kreira niti P2,P3 i P4 koje imaju isti prioritet kao
c ona.
c niz bitova koji se generisu je niz DATA
***** ****
c Uvodjenje datoteke paketa THREAD
    INCLUDE 'thread.inc'
c Radni prostori niz2,niz3 i niz4 za niti P2,P3,P4
    INTEGER niz2(2500),niz3(2500),niz4(2500)
    INTEGER data
    EXTERNAL P2,P3,P4
c Definisanje zajednicke zone
    COMMON/zona1/data(300),ip2,ip3,ip4
c Prioritet tekuce niti koji kao argument treba predati ostalima
    iprio=f77_thread_priority()
    PRINT *, 'duzina niza ?'
    READ *, iduz
c postavljanje pocetnih bitova
    DO 130 i=1,9
130        data(i)=1
100        CONTINUE

c Kreiranje niti P2,P3 i P4
    CALL F77_THREAD_START(P2,niz2,2500*4,iprio,1,iduz)
    CALL F77_THREAD_START(P3,niz3,2500*4,iprio,1,iduz)
    CALL F77_THREAD_START(P4,niz4,2500*4,iprio,1,iduz)
    PRINT *, 'kreirao sam'
c Proces (nit) P1 radi svoj dio posla
    DO 122 i=10,iduz,4
        data(i)=mod(data(i-9)+data(i-5),2)
122        CONTINUE
c Da li su ostali zavrsili posao? ako jeste stampanje niza
900        IF((ip2+ip3+ip4).eq.3)THEN
            PRINT *,(data(i),i=1,iduz)
            STOP
        ELSE
            GO TO 900
        ENDIF
    END

c***** PROCES P2*****
SUBROUTINE P2(KK)
    INTEGER data
    COMMON/zona1/data(300),ip2,ip3,ip4
    ip2=0
    DO 100 i=11,kk,4
        data(i)=mod(data(i-9)+data(i-5),2)
100        CONTINUE
    ip2=1
    END

c***** PROCES P3*****
SUBROUTINE P3(kk)
    INTEGER data

```

```
COMMON/zona1/data(300),ip2,ip3,ip4
ip3=0
DO 100 i=12,kk,4
    data(i)=mod(data(i-9)+data(i-5),2)
100    CONTINUE
    ip3=1
    END

c*****PROCES P4*****
SUBROUTINE P4(kk)
INTEGER data
COMMON/zona1/data(300),ip2,ip3,ip4
ip4=0
DO 100 I=13,KK,4
    data(i)=mod(data(i-9)+data(i-5),2)
100    CONTINUE
    ip4=1
    END
```

S H I F T 2

G F S R

SHIFT2, F77

SHIFT2, CFG

```
!konfiguraciona datoteka za zadatok shift2
! shift2.cfg
!
! Hardware
!
processor host
processor t1
processor t2
processor t3
wire ? host[0] t1[0]           !anonymous wire connecting PC to transputer
wire ? t1[1] t2[0]
wire ? t1[2] t3[0]

!
! Task declarations indicating channel I/O ports and memory requirements
! Task declarations indicating channel I/O ports and memory requirements
!
task afserver ins=1 outs=1
task filter ins=2 outs=2 data=10K

task shift2 ins=5 outs=5 data=500k

!
! Assign software tasks to physical processors
!
place afserver host

place shift2 t1
place filter t1

!
! Set up the connections between the tasks.
!
connect ? afserver[0] filter[0]
connect ? filter[0] afserver[0]

connect ? filter[1] shift2[1]
connect ? shift2[1] filter[1]
```

## PROGRAM SHIFT2

```
*****
C Vrsi paralelizaciju rada uopstenog generatora sluajnih brojeva, pomocu
c 3 - bitnih prirodnih brojeva. Simulira se rad tri procesa P1,P2 i P3.
c Proces (nit) P1 kreira P2 i P3 koji su istog prioriteta kao i ona.
c Matrica mat sadrzi 3-bitne prirodne brojeve
c P1 formira prirodne brojeve od vrsta matrice mat koja je u djeljivoj
c memoriji koju smo simulirali preko common zone zona1
c Napomena : pomjeranja se mogu parametrizovati. Dakle ,vrijednosti
c za s i r se mogu ucitavati i prenijeti nitima kao ulazni argumenti.
c Ovdje to nije uradjeno nego program radi za s=7 i r=1
c *****PROCES P1 *****
c Proces P1 kreira ostale,radi na prvoj koloni , formira prirodne brojeve
c i stampa.
C Uvodjenje datoteke paketa THREAD
    INCLUDE 'thread.inc'
c Radni prostori za P2 i P3
    INTEGER niz2(2500),niz3(2500)
    EXTERNAL P2,P3
    DIMENSION niiz(3000)
c Definisanje djeljive memorije
    COMMON/zona1/mat(300,3),ipp2,ipp3,ipp4
c Pocetne vrste matrice
    mat(1,1)=0
    mat(1,2)=0
    mat(1,3)=0
    mat(2,1)=0
    mat(2,2)=0
    mat(2,3)=1
    mat(3,1)=0
    mat(3,2)=1
    mat(3,3)=0
    mat(4,1)=0
    mat(4,2)=1
    mat(4,3)=1
    mat(5,1)=1
    mat(5,2)=0
    mat(5,3)=0
    mat(6,1)=1
    mat(6,2)=0
    mat(6,3)=1
    mat(7,1)=1
    mat(7,2)=1
    mat(7,3)=0

    PRINT *, 'koliko vrsta ?' "
    READ *, ivrs
c Definisanje prioriteta tekuce niti
    IPRIO=F77_THREAD_PRIORITY()
    PRINT *, ((mat(I,J),J=1,3),I=1,7)
c Kreiranje niti P2 i P3
    CALL F77_THREAD_START(P2,NIZ2,2500*4,IPRIO,1,IVRS)
    CALL F77_THREAD_START(P3,NIZ3,2500*4,IPRIO,1,IVRS)

    PRINT *, 'Kreirao sam'
c P1 obavlja svoj dio posla ,radi na prvoj koloni
    DO 111 i=8,ivrs
        mat(i,1)=mod(mat(i-7,1)+mat(i-6,1),2)
111

```

c Da li su P2 i P3 zavrsili posao? Ako jesu onda formiram prirodne brojeve  
c i stampam ih (zbog provjere)

9000 IF(ipp2+ipp3.eq.2)THEN

DO 112 i=1,ivrs  
niiz(i)=mat(i,1)\*4+mat(i,2)\*2+mat(i,3)

PRINT \*,niiz(i)

CONTINUE

112

ELSE

GO TO 9000

ENDIF

END

\*\*\*\*\*PROCES P2 RADI DRUGU KOLONU\*\*\*\*\*

SUBROUTINE P2(KK)

COMMON/zona1/mat(300,3),ipp2,ipp3

ipp2=0

DO 22 i=8,kk

mat(i,2)=mod(mat(i-7,2)+mat(i-6,2),2)

22

CONTINUE

ipp2=1

END

\*\*\*\*\*PROCES P3 RADI TRECU KOLONU\*\*\*\*\*

SUBROUTINE P3(KK)

COMMON/zona1/mat(300,3),ipp2,ipp3

ipp3=0

DO 22 i=8,kk

mat(i,3)=mod(mat(i-7,3)+mat(i-6,3),2)

22

CONTINUE

ipp3=1

END

SLUČAJNE VARIJACIJE  
SL\_VAR1.F77  
SL\_VAR2.F77  
SL\_VAR3.F77  
SL\_VAR4.F77  
SL\_VAR.CFG

```
!Konfiguraciona datoteka za slucajne varijacije
! s1_var.cfg
!
! Hardware
!
processor host
processor t1
processor t2
processor t3
processor t4
wire ? host[0].t1[0]           !anonymous wire connecting PC to transputer
wire ? t1[1] t2[0]
wire ? t1[2] t3[0]
wire ? t1[3] t4[0]
!
! Task declarations indicating channel I/O ports and memory requirements
!
task afserver ins=1 outs=1
task filter ins=2 outs=2 data=10K

task s1_var1 ins=5 outs=5
task s1_var2 ins=1 outs=1
task s1_var3 ins=1 outs=1
task s1_var4 ins=1 outs=1

!
! Assign software tasks to physical processors
!
place afserver host

place s1_var1 t1
place filter t1
place s1_var2 t2
place s1_var3 t3
place s1_var4 t4
!
! Set up the connections between the tasks.
!
connect ? afserver[0] filter[0]
connect ? filter[0] afserver[0]

connect ? filter[1] s1_var1[1]
connect ? s1_var1[1] filter[1]

connect ? s1_var1[2] s1_var2[0]
connect ? s1_var1[3] s1_var3[0]
connect ? s1_var2[0] s1_var1[2]
connect ? s1_var3[0] s1_var1[3]
connect ? s1_var1[4] s1_var4[0]
connect ? s1_var4[0] s1_var1[4]
```

```
program sl_var1
c generise permutacije sve po kodu
c include 'chan.inc'
double precision a,a1,c,c1,r,r1,seed,modd,drugi,treci
integer in(2:4),out(2:4),pro,p(100),q(100)
c definisanje kanala
do 1000 i=2,4
in(i)=f77_chan_in_port(i)
out(i)=f77_chan_out_port(i)
1000 continue
print *, 'unesi vrijednosti za n i m'
read *,n,m
print *, 'koliko varijacija'
read *,kol
call iclock(isek)
c poslati vrijednosti za m i n i kol ostalima
koll=kol/4
do 900 i=2,4
call f77_chan_out_word(n,out(i))
call f77_chan_out_word(m,out(i))
900 call f77_chan_out_word(koll,out(i))
c sracunati npm
npm=n
do 5000 i=1,m-1
npm/npm*(n-i)
5000 continue
seed =7.d0
pro=0
a1=1.d0
c1=0.d0
a=75.d0
c=0.d0
modd=2.**16+1
do 120 i=0,3
a1=dmod(a*a1,modd)
c1=dmod(a*c1+c,modd)
if(i.eq.pro)then
r1=dmod(a1*seed+c1,modd)
endif
120 continue
do 8000 jk=1,kol/4
r=r1/modd
kod=npm*r
kod=kod+1
kod1=kod
call varinv(kod1,n,m,p)
r1=dmod(a1*r1+c1,modd)
8000 continue
call iclock(isekk)
print *, isekk-isek
end
c*****
subroutine varinv(d,n,m,p)
integer s(100),a,b,d,p(1)
d=d-1
do 2 i=1,n
2 s(i)=0
a=1
do 3 i=m-1,1,-1
```

```
a=a*(n-m+i)
3    continue
    do 4 i=1,m
    b=d/a
    d=d-a*b
    if(n.gt.i)then
        a=a/(n-i)
    endif
    k=0
    j=0
9000   if (k.lt.(b+1))then
        j=j+1
        if(s(j).eq.0)then
            k=k+1
        endif
        go to 9000
    endif
    p(i)=j
    s(j)=1
4    continue
    end
```

```

program sl_var2
include 'chan.inc'
double precision a,a1,c,c1,r,r1,seed,modd,drugi,treci
integer in,out,pro,p(100),q(100)
definisanje kanala
c
      in=f77_chan_in_port(0)
      out=f77_chan_out_port(0)

c      primiti vrijednosti za n i m i kol/3
      call f77_chan_in_word(n,in)
      call f77_chan_in_word(m,in)
      call f77_chan_in_word(kol3,in)
c      sracunati npm
      npm=n
      do 5000 i=1,m-1
      npm/npm*(n-i)
c      continue
      seed =7.d0
      pro=1
      a1=1.d0
      c1=0.d0
      a=75.d0
      c=0.d0
      modd=2.**16+1
      do 120 i=0,3
      a1=dmod(a*a1,modd)
      c1=dmod(a*c1+c,modd)
      if(i.eq.pro)then
      r1=dmod(a1*seed+c1,modd)
      endif
c      continue
      do 8000 ip=1,kol3
      r=r1/modd
      kod=npm*r
      kod=kod+1
      kod1=kod
      call varinv(kod1,n,m,p)
c      poslati varijaciju prvom
      do 8001 i=1,m
      call f77_chan_out_word(p(i),out)
c      continue
      r1=dmod(a1*r1+c1,modd)
c      continue
      end
***** subroutine varinv(d,n,m,p)
      integer s(100),a,b,d,p(1)
      d=d-1
      do 2 i=1,n
      s(i)=0
      a=1
      do 3 i=m-1,1,-1
      a=a*(n-m+i)
c      continue
      do 4 i=1,m
      b=d/a
      d=d-a*b
      if(n.gt.i)then

```

```
a=a/(n-i)
endif
k=0
j=0
9000  if (k.lt.(b+1))then
      j=j+1
      if(s(j).eq.0)then
          k=k+1
      endif
      go to 9000
    endif
    p(i)=j
    s(j)=1
  continue
end
```

4

```
program sl_var3
include 'chan.inc'
double precision a,a1,c,c1,r,r1,seed,modd,drugi,treci
integer in,out,pro,p(100),q(100)
c definisanje kanala
c
in=f77_chan_in_port(0)
out=f77_chan_out_port(0)
c primiti vrijednosti za n i m i kol/3
call f77_chan_in_word(n,in)
call f77_chan_in_word(m,in)
call f77_chan_in_word(kol3,in)
c sracunati npm
npm=n
do 5000 i=1,m-1
npm/npm*(n-i)
5000 continue
seed =7.d0
pro=2
a1=1.d0
c1=0.d0
a=75.d0
c=0.d0
modd=2.*2**16+1
do 120 i=0,3
a1=dmod(a*a1,modd)
c1=dmod(a*c1+c,modd)
if(i.eq.pro)then
r1=dmod(a1*seed+c1,modd)
endif
120 continue
do 8000 ip=1,kol3
r=r1/modd
kod=npm*r
kod=kod+1
kod1=kod
call varinv(kod1,n,m,p)
c poslati varijaciju prvom
do 8001 i=1,m
call f77_chan_out_word(p(i),out)
8001 continue
r1=dmod(a1*r1+c1,modd)
8000 continue
end
c*****
subroutine varinv(d,n,m,p)
integer s(100),a,b,d,p(1)
d=d-1
do 2 i=1,n
s(i)=0
2 a=1
do 3 i=m-1,1,-1
a=a*(n-m+i)
3 continue
do 4 i=1,m
b=d/a
d=d-a*b
if(n.gt.i)then
```

```
a=a/(n-i)
endif
k=0
j=0
9000  if (k.lt.(b+1))then
        j=j+1
        if(s(j).eq.0)then
            k=k+1
        endif
        go to 9000
    endif
    p(i)=j
    s(j)=1
    continue
4
end
```

```
program sl_var4
include 'chan.inc'
double precision a,a1,c,c1,r,r1,seed,modd,drug1,treci
integer in,out,pro,p(100),q(100)
c definisanje kanala
in=f77_chan_in_port(0)
out=f77_chan_out_port(0)

c primiti vrijednosti za n i m i kol/3
call f77_chan_in_word(n,in)
call f77_chan_in_word(m,in)
call f77_chan_in_word(kol3,in)
c sracunati npm
npm=n
do 5000 i=1,m-1
npm/npm*(n-i)
5000 continue
seed =7.d0
pro=3
a1=1.d0
c1=0.d0
a=75.d0
c=0.d0
modd=2.**16+1
do 120 i=0,3
a1=dmod(a*a1,modd)
c1=dmod(a*c1+c,modd)
if(i.eq.pro)then
r1=dmod(a1*seed+c1,modd)
endif
120 continue
do 8000 ip=1,kol3
r=r1/modd
kod=npm*r
kod=kod+1
kod1=kod
call varinv(kod1,n,m,p)
c poslati varijaciju prvom
do 8001 i=1,m
call f77_chan_out_word(p(i),out)
8001 continue
r1=dmod(a1*r1+c1,modd)
8000 continue
end
*****
c***** subroutine varinv(d,n,m,p)
integer s(100),a,b,d,p(1)
d=d-1
do 2 i=1,n
2 s(i)=0
a=1
do 3 i=m-1,1,-1
a=a*(n-m+i)
3 continue
do 4 i=1,m
b=d/a
d=d-a*b
if(n.gt.i)then
```

```
a=a/(n-i)
endif
k=0
j=0
9000  if (k.lt.(b+1))then
        j=j+1
        if(s(j).eq.0)then
            k=k+1
        endif
        go to 9000
    endif
    p(i)=j
    s(j)=1
4      continue
end
```

N O R M A L N A R A S P O D J E L A

NORM1.F77

NORM2.F77

NORM3.F77

NORM4.F77

NORM.CFG

```
! konfiguraciona datoteka N(0,1)
! norm.cfg.CFG
!
! Hardware
!
processor host
processor t1
processor t2
processor t3
processor t4
wire ? host[0] t1[0]           !anonymous wire connecting PC to transputer
wire ? t1[1] t2[0]
wire ? t1[2] t3[0]
wire ? t1[3] t4[0]
!
! Task declarations indicating channel I/O ports and memory requirements
! Task declarations indicating channel I/O ports and memory requirements
!
task afserver ins=1 outs=1
task filter ins=2 outs=2 data=10K
task norm1 ins=5 outs=5
task norm2 ins=1 outs=1
task norm3 ins=1 outs=1
task norm4 ins=1 outs=1
!
! Assign software tasks to physical processors
!
place afserver host
place norm1 t1
place filter t1
place norm2 t2
place norm3 t3
place norm4 t4
!
! Set up the connections between the tasks.
!
connect ? afserver[0] filter[0]
connect ? filter[0] afserver[0]
connect ? filter[1] norm1[1]
connect ? norm1[1] filter[1]
connect ? norm1[2] norm2[0]
connect ? norm1[3] norm3[0]
connect ? norm2[0] norm1[2]
connect ? norm3[0] norm1[3]
connect ? norm1[4] norm4[0]
connect ? norm4[0] norm1[4]
```

c P<sub>1</sub>

```
program norm1
include 'chan.inc'
double precision a,a1,c,c1,r,r1,seed,modd,drugi,treci
integer in(2:4),out(2:4),pro
print *, 'koliko hoces normalnih'
read *,kol
call iclock(isek)
definisanje kanala
do 1000 i=2,4
in(i)=f77_chan_in_port(i)
out(i)=f77_chan_out_port(i)
1000 continue
seed =7.d0
pro=0
a1=1.d0
c1=0.d0
a=75.d0
c=0.d0
do 120 i=0,11
modd=2.**16+1
a1=dmod(a*a1,modd)
c1=dmod(a*c1+c,modd)
if(i.eq.3*pro)then
r1=dmod(a1*seed+c1,modd)
endif
120 continue
c pocinje da generise svoje
do 100 l=1,kol
s=0.
do 780 ll=1,2
s=s+r1/modd
r1=dmod(a*r1+c,modd)
780 continue
s=s+r1/modd
c tu je zavrsio svoje sumiranje sada prihvati od ostalih
do 781 i=2,4
call f77_chan_in_word(s1,in(i))
s=s+s1
781 continue
s=s-6.
r1=dmod(a1*r1+c1,modd)
100 continue
call iclock(isekk)
print *,isekk-isek
end
```

c             $P_2$

```
program norm2
include 'chan.inc'
double precision a,a1,c,c1,r,r1,seed,modd,drug,i,treci
integer in,out,pro
c definisanje kanala
in=f77_chan_in_port(0)
out=f77_chan_out_port(0)
seed =7.d0
pro=1
a1=1.d0
c1=0.d0
a=75.d0
c=0.d0
do 120 i=0,11
modd=2.**16+1
a1=dmod(a*a1,modd)
c1=dmod(a*c1+c,modd)
if(i.eq.3*pro)then
r1=dmod(a1*seed+c1,modd)
endif
120 continue
c treba da pocne da sumira
100 s=0.
do 780 l=1,2
s=s+r1/modd
r1=dmod(a*r1+c,modd)
780 continue
s=s+r1/modd
c treba poslati svoju sumu
call f77_chan_out_word(s,out)
r1=dmod(a1*r1+c1,modd)
go to 100
end
```

c

 $P_3$ 

```
program norm3
include 'chan.inc'
double precision a,a1,c,c1,r,r1,seed,modd,drug,i,treci
integer in,out,pro
c definisanje kanala
in=f77_chan_in_port(0)
out=f77_chan_out_port(0)
seed =7.d0
pro=2
a1=1.d0
c1=0.d0
a=75.d0
c=0.d0
do 120 i=0,11
modd=2.***16+1
a1=dmod(a*a1,modd)
c1=dmod(a*c1+c,modd)
if(i.eq.3*pro)then
r1=dmod(a1*seed+c1,modd)
endif
continue
treba da pocne da sumira
s=0.
do 780 l=1,2
s=s+r1/modd
r1=dmod(a*r1+c,modd)
780 continue
s=s+r1/modd
c treba poslati svoju sumu
call f77_chan_out_word(s,out)
r1=dmod(a1*r1+c1,modd)
go to 100
end
```

c

 $P_4$ 

```
program norm3
include 'chan.inc'
double precision a,a1,c,c1,r,r1,seed,modd,drugi,treci
integer in,out,pro
definisanje kanala
c           in=f77_chan_in_port(0)
           out=f77_chan_out_port(0)
           seed =7.d0
           pro=3
           a1=1.d0
           c1=0.d0
           a=75.d0
           c=0.d0
           do 120 i=0,11
           modd=2.**16+1
           a1=dmod(a*a1,modd)
           c1=dmod(a*c1+c,modd)
           if(i.eq.3*pro)then
           r1=dmod(a1*seed+c1,modd)
           endif
           continue
120         c           treba da pocne da sumira
           100        s=0.
           do 780 l=1,2
           s=s+r1/modd
           r1=dmod(a*r1+c,modd)
780         c           continue
           s=s+r1/modd
           c           treba poslati svoju sumu
           call f77_chan_out_word(s,out)
           r1=dmod(a1*r1+c1,modd)
           go to 100
           end
```

## **I N T E G R A L**

**INT1.F77**

**INT2.F77**

**INT3.F77**

**INT4.F77**

**INT.CFG**

!Konfiguraciona datoteka za integral

```
! int.cfg
!
! Hardware
!
processor host
processor t1
processor t2
processor t3
processor t4
wire ? host[0] t1[0]           !anonymous wire connecting PC to transputer
wire ? t1[1] t2[0]
wire ? t1[2] t3[0]
wire ? t1[3] t4[0]
!
! Task declarations indicating channel I/O ports and memory requirements
! Task declarations indicating channel I/O ports and memory requirements
!
task afserver ins=1 outs=1
task filter ins=2 outs=2 data=10K
task int1 ins=5 outs=5
task int2 ins=1 outs=1
task int3 ins=1 outs=1
task int4 ins=1 outs=1
!
! Assign software tasks to physical processors
!
place afserver host

place int1 t1
place filter t1
place int2 t2
place int3 t3
place int4 t4
!
! Set up the connections between the tasks.
!
connect ? afserver[0] filter[0]
connect ? filter[0] afserver[0]
connect ? filter[1] int1[1]
connect ? int1[1] filter[1]
connect ? int1[2] int2[0]
connect ? int1[3] int3[0]
connect ? int2[0] int1[2]
connect ? int3[0] int1[3]
connect ? int1[4] int4[0]
connect ? int4[0] int1[4]
```

c računanje integrala -  $P_0$

```

        include 'chan.inc'
        integer in(2:4),out(2:4),avel,amal,cvel,cmal,seed,proc,rvel
c       uspostaviti veze
        f(u)=u**3
        do 100 i=2,4
          in(i)=f77_chan_in_port(i)
          out(i)=f77_chan_out_port(i)
        continue
        print *, 'koliko tačaka'
        read *, koliko
        call iclock(Isek1)
        modd=2**16+1
        isuma=0
        proc=0
        avel=1
        cvel=0
        amal=75
        cmal=0
        seed=7
c       poslati svima koliko
        do 200 i=2,4
          call f77_chan_out_word(koliko,out(i))
c       postaviti seed i avel i cvel za ovaj
        do 300 i=0,3
          avel=mod(avel*amal,modd)
          cvel=mod(amal*cvel+cmal,modd)
          if (i.eq.proc)then
            rvel=mod(avel*seed+cvel,modd)
          endif
        continue
        do 400 i=1,koliko/4
          rmal=(rvel+0.0)/modd
          rvel=mod(avel*rvel+cvel,modd)
          suma=suma+f(rmal)
        continue
c       sracunate su koordinate
c       ovaj je zavrsio treba od ostalih da primi
        do 500 i=2,4
          call f77_chan_in_word(sumaa,in(i))
          suma=suma+sumaa
        continue
        kol=koliko/4
        kol1=4*kol
        vjerov=(suma+0.0)/kol1
        print *, vjerov
        call iclock(isek2)
        print *, isek2-isek1
        end

```

```
c računanje integrala P1
    include 'chan.inc'
    integer in,out,avel,amal,cvel,cmal,seed,proc,rvel
c    uspostaviti veze
f(u)=u**3

    in=f77_chan_in_port(0)
    out=f77_chan_out_port(0)
    call f77_chan_in_word(koliko,in)
    kol=koliko/4

    modd=2**16+1
    isuma=0
    proc=1
    avel=1
    cvel=0
    amal=75
    cmal=0
    seed=7

c    postaviti seed i avel i cvel za ovaj
    do 300 i=0,3
        avel=mod(avel*amal,modd)
        cvel=mod(amal*cvel+cmal,modd)
        if (i.eq.proc)then
            rvel=mod(avel*seed+cvel,modd)
        endif
    continue
    do 400 i=1,koliko/4
        rmal=(rvel+0.0)/modd
        rvel=mod(avel*rvel+cvel,modd)
        suma=suma+f(rmal)
300
400
c    continue
    ovaj je zavrsio treba da posalje rezultat
    call f77_chan_out_word(suma,out)
    end
```

```
c računanje integrala P2
    include 'chan.inc'
    integer in,out,avel,amal,cvel,cmal,seed,proc,rvel
c    uspostaviti veze
    f(u)=u**3
    in=f77_chan_in_port(0)
    out=f77_chan_out_port(0)
    call f77_chan_in_word(koliko,in)
    kol=koliko/4
    modd=2**16+1
    isuma=0
    proc=2
    avel=1
    cvel=0
    amal=75
    cmal=0
    seed=7
c    postaviti seed i avel i cvel za ovaj
    do 300 i=0,3
        avel=mod(avel*amal,modd)
        cvel=mod(amal*cvel+cmal,modd)
        if (i.eq.proc)then
            rvel=mod(avel*seed+cvel,modd)
        endif
300    continue
        do 400 i=1,koliko/4
            rmal=(rvel+0.0)/modd
            rvel=mod(avel*rvel+cvel,modd)
            suma=suma+f(rmal)
400    continue
c    ovaj je zavrsio treba da posalje rezultat
    call f77_chan_out_word(suma,out)
    end
```

```
c računanje integrala - P3
    include 'chan.inc'
    integer in,out,ave,amal,cvel,cmal,seed,proc,rvel
c    uspostaviti veze
    f(u)=u**3
    in=f77_chan_in_port(0)
    out=f77_chan_out_port(0)
    call f77_chan_in_word(koliko,in)
    kol=koliko/4
    modd=2**16+1
    isuma=0
    proc=3
    avel=1
    cvel=0
    amal=75
    cmal=0
    seed=7
c    postaviti seed i avel i cvel za ovaj
    do 300 i=0,3
        avel=mod(avel*amal,modd)
        cvel=mod(amal*cvel+cmal,modd)
        if (i.eq.proc)then
            rvel=mod(ave*seed+cvel,modd)
        endif
        continue
    300    do 400 i=1,koliko/
        rmal=(rvel+0.0)/modd
        rvel=mod(avel*rvel+cvel,modd)
        suma=suma+f(rmal)
    400    continue
c    ovaj je zavrsio treba da posalje rezultat
    call f77_chan_out_word(suma,out)
    end
```