

**UNIVERZITET U BEOGRADU
MATEMATIČKI FAKULTET**

MASTER RAD

**Uticaj informaciono-komunikacionih tehnologija na
interaktivnost nastave geometrije u višim razredima
osnovne škole**

Mentor:
Doc. dr Miroslav Marić

Kandidat:
Maša Stojić

Beograd, 2014.

Komisija:

Doc. dr Miroslav Marić - mentor

Prof. dr Miodrag Mateljević

Doc. dr Srđan Vukmirović

Sadržaj

Apstrakt.....	5
0. Uvod.....	7
1. Tradicionalna nastava matematike.....	8
1.1. <i>Struktura nastavnog časa obrade novog gradiva.....</i>	<i>8</i>
1.2. <i>Specifičnosti nastavnog časa utvrđivanja gradiva.....</i>	<i>9</i>
1.3. <i>Čas provere znanja.....</i>	<i>9</i>
1.4. <i>Čas sistematizacije.....</i>	<i>9</i>
1.5. <i>Izbor nastavnih oblika i nastavnih metoda.....</i>	<i>10</i>
1.6. <i>Priprema nastavnika.....</i>	<i>11</i>
2. Interaktivno učenje i interaktivna nastava.....	12
2.1. <i>Metode i oblici učenja u interaktivnoj nastavi.....</i>	<i>13</i>
2.1.1. <i>Mehaničko učenje.....</i>	<i>13</i>
2.1.2. <i>Smisljeno učenje.....</i>	<i>13</i>
2.1.3. <i>Verbalno učenje – praktično učenje.....</i>	<i>14</i>
2.1.4. <i>Receptivno učenje – učenje putem otkrića.....</i>	<i>14</i>
2.1.5. <i>Konvergentno učenje – divergentno učenje.....</i>	<i>15</i>
2.2. <i>Metode i postupci rada u interaktivnoj školi.....</i>	<i>15</i>
2.3. <i>Nova uloga nastavnika u interaktivnoj nastavi.....</i>	<i>17</i>
3. Odnos između tradicionalne i interaktivne nastave.....	19
4. Matematika kao nauka i nastavni predmet.....	22
5. Računar u nastavi matematike.....	23
6. Metodologija istraživanja.....	25
6.1. <i>Tema istraživanja.....</i>	<i>25</i>
6.2. <i>Objekti istraživanja (uzorak).....</i>	<i>25</i>
6.3. <i>Varijable istraživanja.....</i>	<i>26</i>
6.4. <i>Tehnike merenja.....</i>	<i>26</i>
6.5. <i>Obrada podataka.....</i>	<i>26</i>
7. Nacrt istraživanja.....	27

7.1. Cilj istraživanja.....	27
7.2. Varijable istraživanja.....	27
7.3. Hipoteze istraživanja.....	27
7.4. Uzorak.....	28
7.5. Statističke analiza podataka.....	28
7.5.1. Statistika zaključivanja.....	29
7.6. Rezultati u vezi specifičnih hipoteza za nastavnike.....	29
7.7. Rezultati u vezi specifičnih hipoteza za učenike.....	33
7.8. Rezultati u vezi specifičnih hipoteza za učenike i interaktivnog časa.....	38
7.9. Analiza rezultata.....	42
8. GeoGebra.....	44
9. GeoGebra u osnovnoj školi.....	47
9.1. Osnovni geometrijski pojmovi.....	47
9.2. Prikaz održanog interaktivnog časa u petom razredu.....	53
9.3. Prikaz održanog interaktivnog časa u šestom razredu.....	57
9.4. Prikaz održanog interaktivnog časa u sedmom razredu.....	63
9.5. Prikaz održanog interaktivnog časa u osmom razredu.....	68
10. Zaključak.....	74
LITERATURA.....	76

Apstrakt

U ovom radu je obrađeno kvantitativno istraživanje uticaja informaciono-komunikacionih tehnologija na interaktivnost nastave matematike u višim razredima osnovne škole sa ciljem otkrivanja kakvi su stavovi učenika i nastavnika prema upotrebi računara i kakav je stepen spremnosti učenika i nastavnika da koriste računare u nastavi matematike.

Matematičko obrazovanje učenika je kategorija koja stalno teži ka promenljivosti jer se uvode novi oblici rada, savremene metode, a sve pod uticajem savremenih tehnika. Upravo su savremene tehnologije uticale i na promenu nastavnog časa u okviru koga se menjaju unutrašnje i sadržajne karakteristike. Nastavni proces koji se zasniva na korišćenju računara je brži i efikasniji, nego kada nastavni proces izvodi nastavnik. Korišćenjem računara kao mašine za podučavanje razvilo se i samo interaktivno učenje.

Istraživanje o uticaju informaciono-komunikacionih tehnologija na interaktivnost nastave matematike u višim razredima osnovne škole je bilo izvedeno u dve faze.

U prvoj fazi su istraživani stavovi 385 učenika i 100 nastavnika prema upotrebi računara u nastavi matematike pre nego što je održan interaktivni čas matematike uz pomoć programskog paketa GeoGebra. Podaci o njihovom stavu su bili sakupljeni uz pomoć anketa. Sličnosti i razlike u distribuciji odgovora učenika i nastavnika su bili upoređeni.

Druga faza istraživanja stavova prema upotrebi računara u nastavi matematike je izvedena posle održanog interaktivnog časa matematike uz pomoć programskog paketa GeoGebra na uzorku od 88 učenika.

Ceo uzorak (485) bio je dosta veliki. Podaci i u prvoj i u drugoj fazi istraživanja bili su statistički obrađeni uz pomoć SPSS programa.

Rezultati istraživanja su pokazali da postoji pozitivan stav nastavnika i učenika prema korišćenju računara. Istražvanje je pokazalo da postoje značajne razlike između razumevanja uticaja upotrebe računara na motivaciju učenika između nastavnika i učenika i ovu razliku bi trebalo dodatno istražiti i pre svega utvrditi zašto dolazi do tako različitog razumevanja između nastavnika i samih učenika. Uprkos pozitivnom stavu i nastavnika i učenika prema korišćenju računara u nastavi, nastavnici smatraju da nisu dovoljno edukovani za rad na računaru. Rezultati su pokazali da su učenici bili veoma zadovoljni održanim interaktivnim časovima matematike i da su im se svidеле mogućnosti specifičnog programskog paketa za učenje matematike GeoGebra.

Ključne reči: interaktivna nastava matematike, nastava geometrije, informaciono-komunikaciona tehnologija, GeoGebra.

0. Uvod

Kako je savremeno društvo obeleženo stalnim tehničkim i tehnološkim razvojem, tako je i civilizacija u kojoj se danas živi obeležena time. Zbog toga je sve više profesija koje je moguće obavljati isključivo uz stalno usavršavanje pojedinca. U literaturi se često navodi stav „od sposobnosti ličnosti da stalno uči i nadograđuje svoja znanja i sposobnosti zavisi i sloboda same ličnosti”. Razvoj nauke, tehnike, tehnologije i organizacije rada utiče na pojedinca koji je uslovljen da kvalitetno razmišlja, pa shodno tome i da se kvalitetno obrazuje. Kako od opšteg obrazovanja zavise dometi ostalih oblika i nivoa, potrebno mu je posvetiti posebnu pažnju, a u tom obrazovnom sistemu pažnju treba posvetiti i matematičkom obrazovanju. Matematičko obrazovanje pojedinca je od velikog značaja za podizanje nivoa opšteg obrazovanja, posebno kognitivnih sposobnosti učenika.

Tradicionalna nastava zasnovana je na obrascima podučavanja. Aktivna nastava počiva na ostvarivanju modela učenja. Aktivnost učenika u svim fazama nastavnog rada osnovno je obeležje aktivne nastave. Shodno tome, da bi u aktivnoj nastavi nastavnik ostvario svoju ulogu, on mora imati usvojena znanja u oblasti: dijagnostike, primene metoda aktivne nastave, interpersonalnih odnosa koji moraju imati novi kvalitet. Pored toga, nastavnik mora biti sposoban da stvori povoljnu emocionalnu klimu među učenicima u odeljenju. Na ovaj način organizovano učenje mora biti ciljano i pod stalnim nadzorom nastavnika.

Matematičko obrazovanje učenika je kategorija koja stalno teži ka promenljivosti jer se uvode novi oblici rada, savremene metode, a sve pod uticajem savremenih tehnologija. Upravo su savremene tehnologije uticale i na promenu nastavnog časa u okviru koga se menjaju unutrašnje i sadržajne karakteristike. Ipak, mnoga obeležja tradicionalne nastave ostala su nepromenjena.

1. Tradicionalna nastava matematike

Nastavni čas matematike predstavlja oblik organizacije školskog rada i na njemu se ostvaruju obrazovni, vaspitni i praktični ciljevi matematike [5]. Svaki nastavni čas mora biti povezan sa ostalim nastavnim časovima, a u isto vreme predstavlja celinu samu za sebe koja je vremenski, sadržajno i spoznajno organizovana.

Da bi čas matematike bio pravilno usmeren i da bi služio postizanju ciljeva koji su unapred osmišljeni, potrebno je da se ostvari:

- racionalna organizacija časa,
- dobra prethodna priprema,
- izvođenje časa,
- ocena uspešnosti održanog časa.

Nastavnim planom i programom utvrđeni su ciljevi i sadržaj. Kada se organizuje nastavni sadržaj, potrebno je voditi računa o opsegu, skladu sadržaja sa osnovnim ciljem i neophodnoj povezanosti između teorije i praktične primene.

Nastavni časovi u nastavi matematike se dele na:

- čas obrade novog gradiva,
- čas vežbanja i ponavljanja,
- čas utvrđivanja,
- čas sistematizacije,
- čas provere znanja (ocenjivanje).

1.1. Struktura nastavnog časa obrade novog gradiva

Struktura nastavnog časa obrade novog gradiva sastoji se iz četiri etape. Prvi deo časa je uvod, odnosno ponavljanje već obrađenih činjenica. Nastavnik sa učenicima ponavlja pređeno gradivo, proverava domaće zadatke i motiviše učenike za gradivo koje će uslediti u narednoj etapi. Osnovna funkcija uvodnog dela časa obrade novog gradiva je psihološka priprema učenika za rad i obično traje oko 10 minuta.

Kada se pređe u narednu etapu, nastavnik daje pregled jedinice kao celine i ukazuje na vezu sa prethodno usvojenim gradivom. Kako su u matematici matematički sadržaji

međusobno povezani, isticanje veze sa prethodnim gradivom je jako važno. Ova etapa vremenski traje od 20 do 30 minuta.

Uspešnost usvojenosti gradiva proverava se u etapi koja sledi – utvrđivanje novog gradiva. Uspešnost usvojenosti se najčešće proverava rešavanjem prikladnih zadataka. Pre samog kraja časa obrade novog gradiva, nastavnik daje domaći zadatak i neophodna objašnjenja koja su potrebna za njegovu izradu.

1.2. Specifičnosti nastavnog časa utvrđivanja gradiva

Da bi proučeno gradivo postalo trajna kategorija u znanju učenika, neophodno je utvrđivati gradivo. Časovi utvrđivanja gradiva dele se prema [5] u dve grupe: časovi ponavljanja i časovi vežbanja.

Osnovni elementi ovih časova jesu proveravanje domaćih zadataka, razrešavanje eventualnih nedoumica i zadavanje novih sadržaja za samostalan rad. Samostalan rad u velikoj meri je osnovni cilj ovih časova.

1.3. Čas provere znanja

Provera znanja je sastavni deo svakog časa, međutim, na posebnim časovima dolazi do primerenije i dublje provere. Kada je u pitanju nastava matematike, centar interesovanja provere trebalo bi da bude razvoj mišljenja učenika, a ne provera pamćenja matematičkih činjenica.

Časovi provere mogu biti organizovani na dva načina: usmeno ispitivanje ili pismeni kontrolni radovi.

1.4. Čas sistematizacije

Časovi sistematizacije nastupaju nakon obrade neke veće nastavne celine iz programa. Sistematizacija se vrši kada se želi izvršiti provera stepena usvojenosti gradiva. Na ovim časovima nastavnik dobija povratnu informaciju o tome koliko i u kom stepenu su učenici usvojili određene nastavne sadržaje, što mu služi kao smernica u daljem radu.

1.5. Izbor nastavnih oblika i nastavnih metoda

Da bi došlo do razvoja stvaralačkog mišljenja i stvaralačkih sposobnosti učenika, nastavnik matematike mora pravilno organizovati nastavni proces za šta je neophodna pravilna organizacija oblika nastave.

Oblici nastave matematike prema [5] su sledeći:

- frontalni oblik rada,
- grupni oblik rada,
- rad u parovima,
- individualni oblik rada.

U frontalnom obliku rada nastavnik vodi nastavni proces i brzo prenosi veliki broj obaveštenja, a učenici su u ovom obliku rada u ulozi slušaoca i primaoca obaveštenja. Frontalni oblik rada se pokazao kao oblik rada koji najslabije utiče na razvoj mišljenja učenika u nastavi matematike. Nisu svi matematički sadržaji pogodni za ovaj oblik rada, tako da se on najčešće koristi kada su u pitanju motivacija za matematički sadržaj koji je predmet časa, istorijske činjenice ili zanimljivosti. Koristi se i kada prethodi samostalni rad učenika.

Grupni oblik rada odnosi se na posebnu organizaciju nastavnog časa na kome se rad učenika ostvaruje u manjim grupama, dok se rad u parovima odnosi na samostalan rad učenika koji su podeljeni u parove.

Individualni oblik rada je jako delotvoran. Podrazumeva da učenici imaju individualne zadatke na kojima rade samostalno, ili svi učenici imaju isti zadatak, ali je rad na njegovom rešavanju, takođe, samostalan.

Nastavne metode koje se koriste u nastavi matematike, u stvari, predstavljaju načine prenošenja znanja. U tradicionalnoj nastavi poznate su sledeće nastavne metode:

- monološka metoda,
- dijaloška metoda,
- metoda rada sa tekstom,
- metoda demonstracije,
- metoda ilustracije,
- metoda samostalnih radova učenika.

Izbor nastavnih metoda svakako zavisi od samog cilja časa, karaktera i složenosti matematičkog sadržaja i stepena razvijenosti mišljenja učenika, kao i od njihovog predznanja. Takođe, pri izboru adekvatne metode mora se voditi računa i o nastavnim sredstvima i

didaktičkim materijalima, kao i o vremenu koje je potrebno za izvođenje časa. Za korišćenje i izbor nastavnih metoda nastavnik mora biti osposobljen.

Rezultati empirijskih istraživanja pokazali su da nastavnici matematike koji vladaju većim brojem metoda i poseduju sposobnost da u zavisnosti od potrebe, jednu metodu zamene drugom, lakše motivišu svoje učenike i uspešniji su u sprovođenju nastave. Kako nijedna nastavna metoda upotrebljena samostalno ne može dovesti do dobrih rezultata, ovladavanje nastavnim metodama postaje neophodan preduslov za uspešan rad nastavnika matematike.

1.6. Priprema nastavnika

Da bi uspešno sprovodio matematičko obrazovanje i vaspitanje učenika, kao i da bi ostvarivao vaspitne, obrazovne i praktične ciljeve, nastavnik mora biti unapred dobro pripremljen.

Osnovno je da nastavnik dobro poznaje matematičke sadržaje. Ukoliko dobro poznaje nastavni sadržaj koji bi trebalo da ostvari na konkretnom času, on će biti siguran i neće gubiti vreme na prisećanje i na snalažljivost. Upravo iz tog razloga, razrada izvođenja časa priprema se ranije.

Osnovna pitanja na koja nastavnik mora odgovoriti pri pripremi časa prema [5] su sledeća:

- Kako uvesti učenike u problematiku časa i postaviti naredni problem?
- Kako naći svojstvo uvedenog matematičkog objekta ili odnosa koji nas zanima?
- Kako induktivno zasnovati nađenu zakonitost?
- Kako uvesti algoritme u naviku učenika?
- Kako odabrati zadatke za čas?
- Kako upoznavati učenike sa uslovima zadataka?
- Kako će se na času rešavati odabrani zadatak?
- Šta i na koji način dati učenicima za domaći zadatak?
- Kako proveriti izradu domaćeg zadatka?

Pored ovih pitanja, nastavnik matematike pri pripremi časa mora voditi računa i o drugim elementima nastave koji čine strukturu časa.

2. Interaktivno učenje i interaktivna nastava

Osnovno polazište pri definisanju interaktivnog učenja i interaktivne nastave jeste određivanje same prirode i dinamike interakcije kao osnovnog procesa pri nastavi [4]. Značenje reči interakcija suštinski označava akciju koja se razmenjuje između dve osobe, ali se ovakvo uopšteno shvatanje ne može primeniti na interaktivnu nastavu, jer je značenje previše suženo.

U literaturi se često sreće mišljenje da interpersonalna interakcija predstavlja ne samo međusobnu vezu između učenika i nastavnika, već i između ličnosti i medija, mada je veza učenik – nastavnik primarna.

Interaktivni nastavni proces nastaje adekvatnom pripremom, osmišljenom organizacijom, ali i kombinacijom sa drugim didaktičkim modelima kao što su: individualizovana nastava, egzemplarna, timska ili problemska. “Savremena metodika nastave matematike zahteva da se didaktički princip svesne aktivnosti učenika posebno poštuje u odnosu na ulogu ostalih principa. To bi podrazumevalo nastavu matematike u kojoj su učenici glavni i aktivni činioци koji učestvuju ne samo u procesu nastave već i u izboru metodike rada, čime se pojačava njihova motivacija, kompetentnost i odgovornost za svoj rad. Na taj način se nastava i učenje matematike mogu nazvati aktivnim, odnosno interaktivnim”.

Verbalne i reproduktivne vrste nastave se nalaze na najnižem nivou efikasnosti, pa se efikasno učenje obezbeđuje samo aktivnim radom učenika. Ovaj zaključak izveden je, između ostalog, i iz rezultata istraživanja koje je sprovedeno u Velikoj Britaniji. Prema empirijskom istraživanju koje je sprovedeno od strane Britanskog društva za audio – vizuelna istraživanja [9], utvrđeno je da čovek pamti:

- 10% onoga što čita,
- 20% onoga što čuje,
- 30% onoga što vidi,
- 50% onoga što vidi i čuje,
- 80% onoga što kaže,
- 90% onoga što istovremeno kaže i radi.

2.1. Metode i oblici učenja u interaktivnoj nastavi

2.1.1. Mehaničko učenje

U interaktivnoj nastavi koriste se i neke forme koje su karakteristične za tradicionalnu nastavu, kao što su prema [12]:

- učenje napamet koje je u nekim slučajevima neizbežno, kao u slučaju učenja tablice množenja ili različitih nizova,
- učenje napamet s razumevanjem, kao u slučaju dramskih tekstova, stihova i slično,
- učenje napamet bez razumevanja.

Kako je mehaničko učenje dominantno u tradicionalnoj nastavi, određene forme moraju se zadržati i u interaktivnoj, naravno, sa određenim modifikacijama. Te modifikacije odnose se na specifične varijante koje se mogu razraditi iz pomenutog. To na primer može biti učenje mehaničkih radnji, mehaničko uslovljavanje, automatizacija motoričkih radnji i slično. Najvažnije je izbeći klasičan model mehaničkog učenja. U [12] se navodi slikovit primer učenika koji u nameri da reprodukuje neki sadržaj zatvara oči. U ovom slučaju najverovatnije je došlo do memorisanja putem ejdetskih slika, odnosno, učenik je u procesu memorisanja tekstualnog sadržaja, niza, algoritma ili obrasca fotografisao stranu na kojoj se nalazi sadržaj i sada pokušava da je se priseti. Ovaj način memorisanja je jako neefikasan, pa bi nastavnik trebalo da pomogne učenicima da se oslobodi tog načina učenja.

2.1.2. Smisleno učenje

Pod smislenim učenjem podrazumevaju se olakšane forme mehaničkog učenja koje su značajno približene aktivnoj nastavi. Tri osnovna načina pomoću kojih se to približavanje postiže prema [12] jesu: topografski metod, brojevnja tehnika i asocijativna tehnika.

Pod topografskim metodom podrazumeva se logički raspored određenih sadržaja. Učenik sam traži i pronalazi smisao primenjujući prostorni princip.

Pod brojevnjom tehnikom podrazumeva se više načina koji se mogu koristiti. Najpopularnija je imenovanje brojeva.

Najpopularnija i najatraktivnija tehnika za učenje je svakako asocijativna tehnika. Asocijativna tehnika pruža neiscrpne mogućnosti jer dopušta pronalaženje neobičnih veza i odnosa između sadržaja koje je potrebno usvojiti. Među pojavama se pronalaze neobične veze ili odnosi, ali po principu: nemoguće, suprotno, apsurdno...

Pored pomenutih tehnika, mehaničko učenje se u tradicionalnoj nastavi može prilagoditi i raznim kognitivnim aktivnostima, kao što su: povezivanje, objašnjavanje, predviđanje, primena, demonstracija, pokazivanje istovetnosti i navođenje specifičnosti.

2.1.3. Verbalno učenje – praktično učenje

Verbalno učenje zasniva se na dominaciji reči, pa se opisivanjem, prepričavanjem i objašnjavanjem stvari ili pojave na taj način shvataju i uče. Dakle, verbalnim putem se daju objašnjenja, iako bi se demonstriranjem ili uočavanjem određeni predmeti ili pojave znatno lakše shvatili. Nasuprot tome, praktično učenje podrazumeva korišćenje medija da bi se došlo do ovladavanja sadržajima. Danas se putem kompjutera daju opisi, svojstva, principi funkcionisanja nekog uređaja ili sistema. Aktivna nastava ne odbacuje verbalno učenje, ali ga pomera ka multimedijskoj aktivnosti učenika.

“Računari omogućavaju pripremu i prezentovanje nastavnog materijala, pripremu primera za samostalni rad, kao i zadataka za testove. Računar se može koristiti na različite načine, što zavisi od više faktora, a pre svega od truda, vremena i veštine koje je potrebno uložiti u pripremu materijala i izvođenje nastave pomoću računara. Koristeći PowerPoint, nastavnik može da pripremi materijal koji sadrži statične slike i prezentacije. Uz malo više truda, mogu se napraviti animacije ili video zapisi, koji, na primer, prikazuju tok nekog eksperimenta ili matematičkog postupka”.

2.1.4. Receptivno učenje – učenje putem otkrića

U tradicionalnoj nastavi učenik je receptor, nastava se orijentiše na učeničke reakcije koje su odgovori na nastavne draži. Ovakav način učenja učenika stavlja u pasivan položaj i on ne ovladava informacijom.

Ukoliko je učenik lično angažovan u odabiru, obradi i upotrebi informacija, onda je reč o učenju putem otkrića ili praktičnoj primeni. Receptivno učenje preovladava kada nastavnik učenicima sve pokaže, demonstrira, objasni i opiše. Model učenja putem otkrića preovladava u

slučaju kada nastavnik učenike podeli u više grupa, pri čemu svaka grupa dobije zadatak da traži određena objašnjenja, izvede zapažanja ili generalizacije. Ovaj vid učenja ima svoju osnovu u egzemplarnoj nastavi, problemskoj nastavi, projekt – metodi i slično. Koji će oblik učenja biti dominantan, zavisi samo od nastavnika.

2.1.5. Konvergentno učenje – divergentno učenje

Dedukcija ili izvođenje zaključaka i generalizacija iz već utvrđenih činjenica karakteristična je za tradicionalnu školu. Ovaj proces se naziva divergentnim. Suprotno ovom procesu jesu divergentni procesi koji u svojoj osnovi imaju indukciju. Ovaj vid učenja je stvaralački i upravo je on najradikalniji element nove interaktivne škole. Osnovne komponente divergentnog učenja prema [12] su sledeći :

- učenici slobodno pitaju nastavnika, pošto je on neko ko poseduje potrebna znanja (nasuprot tome, u tradicionalnoj školi nastavnik koji poseduje znanje ispituje učenike koji nemaju usvojena potrebna znanja),
- učenici tragaju za znanjem i ne plaše se neznanja,
- učenici slobodno izlažu ideje, predloge i misli,
- učenici svoje projekte predlažu, realizuju i verifikuju u školi,
- samoocenjivanje – učenici sudeluju u ocenjivanju,
- učenici uče učenje – saznaju kako doći do informacija, kako ih obraditi i upotrebiti.

2.2. Metode i postupci rada u interaktivnoj školi

Za razliku od onih metoda koje se koriste u tradicionalnoj školi, interaktivna nastava podrazumeva metode koje su nove, specifične i inovativne. Kada je reč o ovom kompleksnom odnosu tradicionalno - interaktivno, u literaturi se često sreće mišljenje da su standardne metode u interaktivnoj nastavi modifikovane i približene interaktivnom modelu. Eminentni naučnici koji su se bavili ovom problematikom navode različite klasifikacije nastavnih metoda.

Prema Krneti ([12]) postoje sledeće nastavne metode:

- metoda usmenog izlaganja:
 1. predavanje, opisivanje, objašnjavanje i izveštavanje,
 2. pripovedanje,

3. usmeno izlaganje učenika,
 4. usmene poruke putem radija, televizije,
- metoda razgovora:
 1. katehetski,
 2. heuristički.
 - metoda rada sa tekstom,
 - metoda demonstracije:
 1. predmeta,
 2. eksperimenata,
 3. slika, projekcija, filmova,
 4. karata, šema, grafikona.
 - metoda grafičkih radova,
 - metoda laboratorijskog i praktičnog rada.

Drugačiju podelu nastavnih metoda daju Babić, Jovan Đorđević, tako da je broj podela nastavnih metoda u tradicionalnoj nastavi, skoro onoliki koliki je i broj autora. Međutim, proučavajući podele nastavnih metoda i tražeći sličnosti i razlike među njima, Trnavac je došao do zaključka da se sve metode zasnivaju na izvoru znanja i mogu se svrstati u sledeće četiri kategorije: poučavanje i uveravanje, navikavanje i vežbanje, podsticanje i sprečavanje.

Kada je u pitanju interaktivna nastava, metode se ne zasnivaju na izvoru znanja, već na kriterijumu učenje – poučavanje.

Prema Bognaru i Matijeвиću ([12]) metode u didaktici nije potrebno klasifikovati, već je najznačajnije formirati opšte kriterijume kao što su:

- strategije obrazovanja (učenje i poučavanje; doživljavanje i izražavanje doživljenog; vežbanje; stvaranje);
- mediji u vaspitanju i obrazovanju koji mogu biti vizuelni, tekstualni, auditivni, audiovizuelni, simulacija i demonstracija, programirani materijali i kompjuteri i multimediji;
- vaspitno – obrazovna klima (dominantno i integrativno ponašanje nastavnika; autoritarno, demokratsko i laissez – faire vođenje i tipovi klime u odeljenju u odnosu strah – sigurnost).

Kada se uopšteno pogledaju postojeće podele, jasno je da su starije metode i njihove klasifikacije usmerene na nastavnika, dok se novije klasifikacije nastavnih metoda orijentišu na učenika i njegovo vaspitanje. Takođe, akcenat je stavljen i na novu ulogu nastavnika i interpersonalne odnose.

2.3. Nova uloga nastavnika u interaktivnoj nastavi

U procesu vaspitanja u savremenoj školi nastavnik dobija čitav niz novih uloga koje nije imao, ili je imao delimično, u tradicionalnoj školi. Prva uloga nastavnika koja se menja jeste da nastavnik primenjuje nove metode interaktivne nastave. U tom procesu nastavnik je i dijagnostičar koji mora da predvidi u kom smeru ide proces nastave i da li je dobro organizovan. Ako postoji učenik koji nije mogao da se uklopi u mrežu učenja koja se zasniva na međusobnoj saradnji, potrebno je dijagnostikovati uzroke takvog ponašanja. U tom slučaju, prema [12] postoji niz načina i postupaka koji se mogu upotrebiti: sociometrija, sistemsko ponašanje, istorija slučaja i slično. Na taj način naučne metode i tehnike postaju nastavne metode u interaktivnoj nastavi.

Da bi mogao na pravilan način i efikasno da koristi ove naučne tehnike, nastavnik mora najpre usvojiti adekvatnu literaturu koja tretira ovu problematiku, a vezana je za oblasti pedagogije i psihologije.

Veoma važna uloga nastavnika jeste i izgradnja novih interpersonalnih odnosa sa učenicima, kao i kompletne emocionalne klime u odeljenju. Nastavnik i interpersonalni odnosi u odeljenju su veoma značajan element interaktivne nastave. Nastavnik svojim ponašanjem utiče na emocionalnu klimu u odeljenju te je bitno da ono bude pozitivno usmereno.

U istraživanju koje su sproveli Klausmajer i Gudvin ([12]) utvrđeno je da između nastavnikovog ponašanja i ostvarene emocionalne klime u odeljenju postoji značajna veza. Postoji tri tipa emocionalne klime u odeljenju: topla, hladna i sentimentalna. Kako se emocije u određenim slučajevima i do određene granice mogu kontrolisati, nastavnik se može obučavati za ostvarivanje pozitivne emocionalne klime sa učenicima.

Učenje mora da bude ciljno – vođeno, a pored toga važno je graditi individualnost učenika i proces samoevaluacije.

Ciljno – vođeno učenje prema [12] može biti:

- učenje na osnovu greške,
- aktivno ciljno učenje,
- izvođenje ciljeva učenja,
- učenje zasnovano na objašnjenju,
- ciljno – zasnovana evaluacija.

Modeli ciljno-vođenog učenja mogu se razrađivati na konkretnim sadržajima u nastavnoj praksi, a od uzrasta učenika i nastavnih sadržaja zavisi kako će model biti prilagođen. Još jedan važan element u primeni ciljno-vođenih modela jeste nastavnik, tačnije njegova motivacija za primenu ovih modela i kreativnost.

„Ciljno–vođeno učenje je proces koji teče od utvrđivanja ciljeva učenja, izvođenja tih ciljeva, razrade strategije ostvarenja, pronalaženja greške, generalizacije i objašnjenja do evaluacije uspeha u procesu. Učenici koji prođu ove faze ciljno–vođenog učenja sigurno će biti mnogo osposobljeniji za samostalan rad i učenje, nego učenici koji nisu prošli takve vidove učenja u nastavi i takve vidove samostalnog rada [12]“

3. Odnos između tradicionalne i interaktivne nastave

Kada se govori o odnosu između tradicionalne i interaktivne nastave, u stvari se govori o kompleksnom odnosu. Taj odnos karakteriše, sa jedne strane, dominantan i naveliko usvojen tradicionalni oblik nastave koji je prešao u stereotip, i interaktivna nastava koja tek u novije vreme dobija na značaju. Prema [12] ovaj kompleksan odnos, u stvari, predstavlja odnos između pedagogije poučavanja i pedagogije učenja.

Pedagogija poučavanja predstavlja tradicionalnu nastavu zasnovanu na obrascu nastavnik – učenik, s tim da je nastavnik najvažniji element u nastavi koji poučava učenike. Nastavnik prenosi učenicima nastavne sadržaje, dok učenici u tom procesu učestvuju posredno i uglavnom učestvuju samo zato što će na kraju tog procesa biti vrednovani, odnosno ocenjeni. Suzić ([12]) ovaj specifičan odnos između nastavnika i učenika u tradicionalnoj nastavi slikovito objašnjava kao odnos glumca i osoba u publici. „Glumci su, nažalost, sve skromniji – zadovoljavaju se sve manjim brojem osoba u publici koji im potvrđuju uspešnost njihove izvedbe, a postoje oni koje ovakva uspešnost ne zanima – svoj posao odrađuju po nastavnom planu i programu, a ako učenici nisu naučili to je njihov problem“.

Zbog ovakve unutrašnje organizacije nastave, stvarna dimenzija vaspitanja je izmicala tradicionalnoj pedagoškoj praksi i vaspitavala decu po modelu poslušnosti i discipline. Na taj način je napravljen paradoks koji u pedagoškoj nauci nije prošao nezapaženo. Naime, već krajem 19. i početkom 20. veka, utemeljuje se eksperimentalna pedagogija Mojmana i Laja ([12]) čije je osnovno opredeljenje bilo da se svi problemi moraju rešavati polazeći od samog deteta. Dakle, još tada se počelo insistirati na promeni modela koji u prvi plan ističe namere škole, a zanemaruje potrebe i namere samog učenika, odnosno deteta.

Ovako značajne ideje zanemarene su pojavom pedocentrizma nove škole koja se zasnivala na, najjednostavnije rečeno, prepuštanju deteta samome sebi. Razlog tome je to što su mnogi autori, predstavnici nove škole, zastupali stav da je potrebno negovati slobodnu volju deteta ili da bi nastavne sadržaje trebalo da određuju deca. Svi pomenuti stavovi u osnovi su imali nepoznavanje stvarne dečje prirode. To se promenilo pojavom radova Pijažea i Kolberga, kada je konstatovano da se subjektivitet učenika u nastavi može ostvariti samo ukoliko postoji adekvatna uloga u kojoj je učenik objekat. Ključ modernog pedagoškog modela je postizanje pravilnog odnosa subjekta – objekta u nastavi.

Kako moderna škola sve više napušta tradicionalni koncept prenošenja informacija, u korist učenja, razvijanja sposobnosti obrade informacija i njihove upotrebe u određenim

situacijama, i razvijanja svesti o vlastitim kvalitetima, javlja se i potreba za detaljnim tretiranjem pitanja koja su od velike važnosti za vaspitni rad. Ta pitanja su sledeća:

- značaj interpersonalnih odnosa u nastavi,
- značaj i uticaj socijalnih potreba na školsko postignuće,
- uticaj emocionalne klime na uspeh učenika,
- efekti ciljno – vođenog učenja i drugo.

Tradicionalna škola je reaktivna jer se oslanja na reakcije učenika, pri čemu je stimulus nastava i gradivo, a reakcija usvajanje, odnosno reprodukcija gradiva. U aktivnoj nastavi reaktivnost je zamenjena aktivnošću učenika koja se zasniva na usvajanju informacija koje će biti skladištene i sačuvane. Savremeni model aktivne nastave podrazumeva čitav logični proces koji prethodi čuvanju informacije: osposobljavanje za samostalan rad, izbor i pronalaženje informacija, obrada informacije. Tek nakon tog procesa, informacija biva skladištena i sačuvana za kasniju upotrebu.

„Osnovno obeležje aktivne nastave je aktivnost učenika u svim fazama nastave i učenja. Ova aktivnost učenika nije pedocentristički imperativ nego odmeren, svrsishodan i racionalan rad učenika uz pomoć nastavnika i podrške učeničkog kolektiva“, [12].

Ni tradicionalna ni interaktivna nastava ne javljaju se u čistoj formi, jer se i u tradicionalnoj nastavi primećuju određeni elementi interaktivne nastave i zahtevi za aktivnim učenjem. Takođe, potpuno napuštanje prednosti koje tradicionalna nastava svakako poseduje nije niti logično, niti svrsishodno. Najbolji pregled ovog kompleksnog odnosa između tradicionalne i aktivne škole, Suzić daje u vidu tabelarnog pregleda.

Tabela 1. Tradicionalna i aktivna škola

Tradicionalna škola	Aktivna škola
1. Unapred definisan nastavni plan i program	1. Polazi se od interesovanja dece
2. Cilj nastave je usvajanje programa	2. Cilj nastave je razvoj ličnosti i individualizacije deteta
3. Dominantan metod je predavanje	3. Koriste se aktivne metode učenja
4. Učenik sluša, pokušava da razume, pamti i reprodukuje	4. Učenik istražuje, pita, uči učenje

5. Usvojenost nastavnog plana i programa se meri ocenom	5. Ocenjuje se napredak, motivisanost, razvoj ličnosti, rad
6. Spoljna motivacija za učenje su: ocene, pohvale, nagrade i kazne	6. Unutrašnja, lična motivacija deteta – nagrada je aktivnost
7. Dete je u školi samo učenik	7. Dete je ličnost sa osećanjima i ličnim ciljevima, a ne samo učenik

Postoje čak četiri nivoa nastave u savremenoj školi. Do ove podele došao je sa svojim saradnicima ruski pedagog Baspaljko. Prema Baspaljku i saradnicima ([12]) učenje i komunikacija u savremenoj školi svodi se na: algoritamsko prepoznavanje, algoritamsku reprodukciju, heurističku aktivnost i stvaralačku aktivnost.

Kada je u pitanju učenje u tradicionalnoj školi, ono bi se moglo svesti na epitete: mehaničko, verbalno, konvergentno, učenje uz minimum pomagala i učenje frontalnim radom. U interaktivnoj školi učenje je smisljeno i praktično, aktivno i stvaralačko. Takođe, zasniva se na samostalnom radu učenika na izvorima znanja, kao i na radu u malim grupama ili na timskom učenju.

Kako je poznato da je u prirodi deteta istraživačko ponašanje, motorika, igra i da preovlađuju nagoni u ponašanju, jasno je da prirodi deteta interaktivna nastava mnogo više odgovara. Shodno tome, logično je što interaktivna nastava vodi ka postizanju viših rezultata i ciljeva na kreativniji način i sa manje muke.

4. Matematika kao nauka i nastavni predmet

Kako je matematika proizišla iz potrebe pojedinca da poboljša svoje uslove u kojima je živeo i radio, a koji su se odnosili na socijalnu, materijalnu i duhovnu sferu, ona se razvijala i menjala, pa je u razumevanju matematike kao nauke neophodno krenuti od njenog istorijskog razvitka. U literaturi [10] se uglavnom navode četiri epohe:

- epoha stvaranja matematike,
- epoha elementarne matematike,
- epoha matematike promenljivih veličina,
- epoha savremene matematike.

Matematika je nastavni predmet koji je karakterističan po svojoj kompleksnosti. Ta kompleksnost se ogleda u bogatstvu sadržaja, širini ciljeva, kao i velikoj dubini apstrahovanja. Upravo zato, prema [7] matematika na specifičan način razvija sposobnosti učenika.

Bez obzira na značaj koji ima i kao nastavni predmet i uopšte, u literaturi se često sreće mišljenje da je potrebno povećati kvalitet nastave matematike. Naime, bez obzira na ulogu koju ima u razvoju svakog pojedinca, a i društva uopšte, kvalitet nastave matematike nije na posebnom nivou. Osnovne slabosti u nastavi matematike odnose se na zastarele načine rada koji su kruti i nefleksibilni. Pored toga, velika pažnja se ne poklanja individualnim razlikama učenika, pa se dolazi u situaciju da na isti odziv nailaze i oni učenici koji zaostaju u pogledu razvoja matematičkih sposobnosti, a i onih koji u ovoj oblasti postižu natprosečne rezultate.

Dakle, kako je matematika nastavni predmet koji se neprekidno proširuje kako u teoriji tako i u praksi, tri osnovna problema u nastavi matematike prema [3] jesu:

- pomaganje učenicima da razviju potrebni stepen razumevanja i ovladaju novim pojmovima, postupcima, veštinama i odnosima,
- pomaganje da očuvaju usvojene veštine i znanja,
- pomaganje radi osiguravanja maksimalnog prenosa znanja na okolinu

5. Računar u nastavi matematike

Nastavni proces koji se zasniva na korišćenju računara brži je i efikasniji nego kada nastavni proces izvodi samo nastavnik. Korišćenjem računara kao mašine za podučavanje, iz CBT – a i interaktivnog videa, razvilo se i samo interaktivno učenje. Takođe, prema [11] u tom procesu dolazi i do veće aktivnosti učenika jer je dokazano da se gradivo lakše pamti ukoliko se vizuelno predstavlja .

Da je obrazovna tehnologija postala sastavni deo obrazovanja u potpunosti je poznata činjenica, naročito ako se uzme u obzir značaj nastavnih sredstava u nastavi matematike, kao i potreba da ona budu svakodnevno pri ruci u nastavnom procesu.

Poboljšanju kvaliteta nastave doprinosi intenzivan razvoj računara kao i njihova rasprostranjenost. Tako je u današnje vreme skoro svakom učeniku dostupan računar pa sredina za učenje postaje sve bogatija, a obrazovno – vaspitni rad postaje kvalitetniji.

Efikasni rezultati u procesu nastave matematike su osnova za primenu računara u nastavi, odnosno za odabir obrazovnog softvera. Suština primene računara u nastavi matematike jeste osavremenjivanje nastavnog procesa. Na taj način se tehnička dostignuća približavaju realnom svetu, jer posredno pomažu procesu učenja.

“Računar je tehničko sredstvo koje obezbeđuje da se cilj i sadržaj učenja iz matematike ostvari na primeren, organizovan i savremen način. Na taj način izučavanje matematičkih sadržaja primenom računara je izuzetno korisno. To je jedan integralni proces. Učenici razvijaju ljubav ne samo prema matematici, već i prema celokupnoj nauci i prema tvorevinama ljudske civilizacije”.

Složenost primene računara u nastavi matematike potiče od same organizacije nastave, jer veliku ulogu u tom procesu imaju materijalna sredstva. Međutim, ukoliko se sagledaju rezultati do kojih dovodi osavremenjena nastava, kao i prednosti nad klasičnom, tradicionalnom nastavom, jasna je neophodnost uvođenja računara u nastavni proces. Takođe, u praksi je potvrđeno da nastavnici koji su u mogućnosti da koriste računare u nastavi matematike, ne koriste druga audio – vizuelna nastavna sredstva, jer ih računar uspešno zamenjuje.

Upotrebom računara u nastavi matematike, učeniku se pruža adekvatna pomoć u rešavanju problema, i to prema [2] na dva osnovna načina:

- neposredna pomoć od strane računara, koja je omogućena inteligentnim sistemom i simulacijama, koje učenici na sopstvenom nivou znanja mogu da koriste i
- posredna pomoć koja je omogućena nadgledanjem rada učenika posredstvom računara.

Pomenute vrste pomoći učeniku mogu biti pružene primenjivanjem obrazovno softverskih programa.

Pored navedenih prednosti u odnosu na ostala nastavna sredstva, računar omogućava i praktičnu manipulaciju kod izučavanja geometrijskih sadržaja, što se ne može postići ni sa jednim nastavnim sredstvom koje se koristi u tradicionalnoj nastavi.

Kako je nastava matematike dinamična i zahteva da učenici aktivno usvajaju matematičke sadržaje, računar doprinosi tom procesu na sledeći način. Naime, kako učenici nemaju podjednake sposobnosti pa na različite načine i u različitom vremenskom roku usvajaju gradivo, računar omogućuje individualizaciju nastave, jer svaki učenik sopstvenim tempom može rešavati matematičke problemske situacije. Na taj način, svaki učenik napreduje u skladu sa svojim sposobnostima.

Korišćenjem računara u nastavi, tačnije kvalitetnih obrazovnih softvera, omogućava se prilagođavanje programskog materijala osobinama misaonog procesa i drugim karakteristikama učenika koje su individualne.

Naravno, računar ne bi trebalo koristiti u svakoj prilici i na svakom času. Kada će računar biti korišćen, zavisi od samog nastavnika i toga kako je on sam planirao čas. Pored toga, računar ne potiskuje nastavnika iz nastavnog procesa, već mu samo pomaže u tome da izvede kvalitetan nastavni rad. Inače su reakcije nastavnika prema uvođenju računara u nastavni proces različite i zavise od njihove spremnosti za implementaciju računara u nastavni proces. Može se zaključiti da su dva osnovna zahteva koje je potrebno ispuniti u savremenoj školi u vezi sa ovim pitanjem – tehničko osavremenjivanje radnog prostora i osposobljavanje nastavnika za novu interaktivnu ulogu.

6. Metodologija istraživanja

U pripremi svakog istraživanja postoji određeni broj aktivnosti koje istraživač mora izvesti. U okviru metodologije istraživanja potrebno je definisati problem i predmet istraživanja, formulisati cilj i zadatak istraživanja, kao i odrediti njegov značaj. Takođe, postaviti istraživačke hipoteze i dati detaljnije informacije o metodama, tehnikama, instrumentima istraživanja, uzorku u istraživanju i statističkoj obradi podataka.

6.1. Tema istraživanja

Odluka istraživača da se bavi određenim problemom jeste početak svakog istraživanja. Raznovrsni su razlozi za bavljenjem određenom temom, tako oni mogu ležati u nekom slučajnom zapažanju istraživača, ali isto tako mogu biti sadržani u nameri da se reši neki praktični problem ili da se ispita delotvornost određenog praktičnog postupka [15]. Pri odabiru teme istraživanja veoma je značajno suziti temu, odnosno konkretno i precizno odrediti kako pristupiti određenom empirijskom istraživanju. Ako deluje ograničavajuće, sužavanje teme i konkretizovanje na problem je neophodno da bi se izbegla uopštenost i suzila širina interesovanja na nešto posebno, a ne opšte.

Da bi se bavio određenom temom, istraživač mora biti unapred upoznat sa već postojećim istraživanjima na tu, i slične teme.

6.2. Objekti istraživanja (uzorak)

Pod objektima istraživanja podrazumevaju se pojave i slučajevi koji se ispituju u istraživanju. Slučajevi su organizmi koji učestvuju u istraživanju, a pojave su razni uticaji koji se vrše na organizme. Organizmi mogu biti ljudi ili životinje i nazivaju se subjekti. Uticaji na organizme se uopšteno nazivaju stimulusi. Uzorak je skup svih objekata koji učestvuju u istraživanju, a populacija je širi skup objekata kojem pripada uzorak.

U nekim istraživanjima ne postoje ni subjekti ni stimulusi, već se bez kontakta sa ljudima ili ponašanjima radi analiza sadržaja određenog dokumenta.

6.3. Varijable istraživanja

Osobine objekta istraživanja nazivaju se varijablama. Vrednosti numeričkih varijabli izražavaju se brojevima, a vrednosti kategoričkih varijabli kategorijama. Kako utvrđivanje činjenica predstavlja osnovnu aktivnost istraživača tokom istraživanja, istraživanje postaje sakupljanje podataka za izvestan broj varijabli na određenom uzorku.

Pored svih ostalih podela koje su vezane za varijable, osnovne, koje se koriste u empirijskim istraživanjima jesu: *zavisne* i *nezavisne* varijable.

6.4. Tehnike merenja

Za podatke prikupljene tokom istraživanja koriste se različite tehnike, odnosno postupci kojima se istraživači služe kako bi procenili podatke. Postoje sledeće grupe tehnika merenja:

- opservacione tehnike,
- fizički instrumenti,
- fiziološki instrumenti,
- ankete i testovi.

6.5. Obrada podataka

Treću fazu izvođenja istraživanja predstavlja obrada podataka. U obradi podataka postoje sledeće faze:

- organizacija podataka sakupljenih u istraživanju,
- statističke mere koji predstavljaju sažete rezultate istraživanja,
- numerički i grafički oblici rezultata,
- struktura rezultata,
- utvrđivanje statističke značajnosti.

7. Nacrt istraživanja

U više osnovnih škola u Nišu realizovano je istraživanje o uticaju informaciono komunikacionih tehnologija na interaktivnost nastave matematike u višim razredima osnovne škole. Nacrt tog istraživanja opisan je u narednom delu rada.

7.1. Cilj istraživanja

Cilj ovog istraživanja je ispitivanje kakvi su stavovi učenika i nastavnika prema upotrebi računara u nastavi, i kakav je stepen spremnosti učenika i nastavnika u upotrebi računara u nastavi.

7.2. Varijable istraživanja

Varijable istraživanju su:

- stavovi nastavnika i učenika prema korišćenju računara u nastavi,
- stepen poznavanja i upotrebe rada na računaru kod nastavnika i učenika,
- stavovi učenika prema interaktivnom času.

7.3. Hipoteze istraživanja

Pri istraživanju, osnovne pretpostavke o predmetu iskazane u obliku stavova ili sudova su hipoteze. One su izvedene iz predmeta, ciljeva i formulacije problema istraživanja. Hipoteze istraživanja o upotrebi računara u nastavi, i spremnosti učenika i nastavnika da ih koriste su:

Glavna hipoteza

H₁- postoji pozitivan stav nastavnika i učenika prema korišćenju računara u nastavi kao i poznavanja i upotrebe rada na računaru.

Specifične hipoteze

H₂- postoji pozitivan stav nastavnika prema korišćenju računara u nastavi, odnosno, nastavnici smatraju da upotreba računara doprinosi kvalitetu nastave.

H₃- postoji pozitivan stav nastavnika prema poznavanju i upotrebi rada na računaru kod učenika, odnosno, nastavnici smatraju da je poznavanje i upotreba na visokom nivou.

H₄- postoji pozitivan stav učenika prema korišćenju računara u nastavi, odnosno, učenici smatraju da je dobro i korisno koristiti računar u nastavi.

H₅- postoji visok stepen poznavanja i upotrebe rada na računaru kod učenika, odnosno, učenici vladaju osnovnim i neophodnim tehnikama rada na računaru.

H₆-postoji pozitivan stav učenika prema interaktivnom času.

7.4. Uzorak

Tabela 1. Struktura uzoraka s obzirom na podgrupe

	F	%
Nastavnici	100	20.62%
Učenici	385	79.38%
Total	485	100.00%

Iz Tabele 1. može se uočiti da je u istraživanju učestvovalo 485 (100%) ispitanika, od toga 100 (20,62%) nastavnika osnovnih škola i 385 (79,38%) učenika osnovnih škola. S tim što je u drugoj fazi istraživanja učestvovalo 88 (22,85%) učenika od 385 koji su učestvovali u prvoj fazi (100%).

7.5. Statističke analiza podataka

Statistička analiza podataka obavljena je u softverskom programu IBM SPSS Statistics 21.0. uz pomoć baze koja je formirana na osnovu anketnih upitnika Statistička analiza sadrži dva osnovna koraka:

7.5.1. Statistika zaključivanja

U istraživanju se koristi Hi kvadrat test (χ^2) radi testiranja razlika u frekvencijama varijabli. Hi kvadrat test je neparametarski test koji se inače koristi za istraživanja u kojima je osnovno svojstvo frekvencija i prebrojavanje. Neparametarski testovi testiraju “razliku” između frekvencija ili njihovih rangova unutar skupa. Prednost u odnosu na parametarske testove je ta što se mogu koristiti i kod malih uzoraka koji nemaju normalan raspored, a nedostatak što imaju manju pouzdanost i manju snagu. To je jedan od najpoznatijih neparametarskih testova. Poznat je i pod nazivom Pearson-ov χ^2 test, jer ga je razradio K. Pearson 1900. godine. χ^2 testom se izračunava da li postoji statistički značajna povezanost u frekvencijama dva atributivna obeležja ili između dobijenih (opaženih) frekvencija i frekvencija koje se očekuju kod određene hipoteze. Dobijene frekvencije su frekvencije dobijene empirijskim istraživanjem ili eksperimentom. Očekivane frekvencije su teorijskog karaktera ili očekivane na osnovu hipoteze koju treba proveriti. Hi kvadrat test se upotrebljava za testiranje značajnosti razlike između dobijenih (f_d) i očekivanih (f_o) frekvencija.

7.6. Rezultati u vezi specifičnih hipoteza za nastavnike

Na uzorku od 100 nastavnika osnovnih škola sprovedena je anketa koja se sastojala od osam pitanja. Rezultati ankete su analizirani u narednom delu rada.

Tabela 2. Razlika u distribuciji odgovora nastavnika u vezi neophodnosti računara

<i>Da li smatrate da su računari u savremenoj nastavi neophodni?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	82	18	100
%	82%	18%	100%

Može se uočiti iz Tabele 2. da postoji statistički značajna razlika u odgovorima ispitanika u vezi stava o neophodnosti računara u savremenoj nastavi. Više od 80% nastavnika smatra da su računari u nastavi neophodni.

Tabela 3. Razlika u distribuciji odgovora nastavnika u vezi veće upotrebe računara

<i>Da li smatrate da bi veća upotreba računara poboljšala kvalitet nastave?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	54	46	100
%	54%	46%	100%

Na osnovu rezultata iz Tabele 3. može se videti da ne postoji statistički značajna razlika u odgovorima nastavnika na pitanje da li bi veća upotreba računara poboljšala kvalitet nastave.

Tabela 4. Razlika u distribuciji odgovora nastavnika u vezi veće motivacije učenika

<i>Da li smatrate da bi učenici imali veću motivaciju za učenjem, ukoliko bi više koristili računar u nastavi?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	43	57	100
%	43%	57%	100%

U Tabeli 4. može se videti da nešto veći procenat nastavnika smatra da korišćenje računara u nastavi ne bi doprinelo motivaciji učenika za učenjem, ali razlika nije statistički značajna.

Tabela 5. Razlika u distribuciji odgovora nastavnika u vezi aktivnosti učenika

<i>Da li smatrate da bi učenici bili aktivniji, ukoliko bi više koristili računar u nastavi?</i>			
--	--	--	--

Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	53	47	100
%	53%	47%	100%

Kao i u prethodnom pitanju, iz Tabele 5. se vidi da ne postoji statistički značajna razlika u odgovorima nastavnika u vezi stava prema aktivnosti učenika pri većoj, odnosno manjoj, upotrebi računara u nastavi.

Tabela 6. Samoprocena kompetencije nastavnika u korišćenju računara

<i>Oceni svoju kompetenciju za upotrebu računara u nastavi?</i>		
	Odgovori	
	F	%
Veoma niska	17	17%
Niska	21	21%
Srednja	26	26%
Visoka	21	21%
Veoma visoka	15	15%
Σ	100	100%

Iz Tabele 6. vidi se da postoji statistički značajna razlika u odgovorima nastavnika u vezi samoprocene kompetencije korišćenja računara u nastavi. Samo 15% nastavnika smatra da su njihove kompetencije o korišćenju računara u nastavi veoma visoke.

Tabela 7. Razlika u distribuciji odgovora nastavnika u vezi obuke na računaru

<i>Da li smatrate da Vam je potrebna obuka za korišćenje</i>
--

<i>računara u nastavi?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	93	7	100
%	93%	7%	100%

Na osnovu odgovora ispitanika iz Tabele 7., na pitanje o potrebama dodatne obuke radi efikasnijeg korišćenja računara u nastavi, skoro svi nastavnici smatraju da je obuka neophodna. Oni smatraju da nisu dovoljno edukovani za rad sa računarom.

Tabela 8. Razlika u distribuciji odgovora nastavnika u interaktivnog materijala

<i>Da li smatrate da je potrebno obezbediti više interaktivnog nastavnog materijala? (štampani, multimedijalni materijali, odgovarajući programi)</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	76	24	100
%	76%	24%	100%

Iz Tabele 8. može se uočiti da postoji statistički značajna razlika u odgovorima nastavnika u vezi stava o interaktivnom materijalu za učenike. Najveći procenat nastavnika smatra da je neophodno da u nastavi postoji više interaktivnog materijala kao što su štampani materijali, multimedijalni i drugi programi.

7.7. Rezultati u vezi specifičnih hipoteza za učenike

Na uzorku od 385 učenika osnovne škole sprovedena je anketa koja se sastojala od deset pitanja. Rezultati ove ankete takođe su analizirani u narednom delu rada.

Tabela 9. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi korišćenja računara

<i>Da li vaši nastavnici koriste računare u nastavi?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	285	100	385
%	74,03%	25,97%	100%

Najveći procenat učenika 74,03% smatra da nastavnici koriste računare u nastavi (Tabela 9.), dok manji procenat učenika smatra da nastavnici ne koriste računare u nastavi. Može se reći da je korišćenje računara u ispitanim osnovnim školama na relativno visokom nivou.

Tabela 10. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi učestalosti korišćenja računara od strane njihovih nastavnika

<i>Koliko često vaši nastavnici koriste računar u nastavi?</i>		
Odgovori		
	F	%
Svaki dan	16	4,15%
Par puta nedeljno	118	30,64%
Jednom nedeljno	89	23,11%
Par puta mesečno	40	10,38%
Jednom mesečno	18	4,67%
Nikad	104	27,01%
Σ	385	100%

U Tabeli 10. vidi se razlika u odgovorima učenika. Najveći procenat učenika je pokazao da njihovi nastavnici koriste računare par puta nedeljno, dok je najmanji procenat pokazao da njihovi nastavnici koriste računar svaki dan.

Tabela 11. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi uloge računara

<i>Da li smatrate da su računari u savremenoj nastavi neophodni?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	229	156	385
%	59,48%	40,52%	100%

Iz Tabele 11. može se uočiti da postoji statistički značajna razlika u odgovorima učenika u vezi stava o značaju računara u savremenoj nastavi. Može se videti da najveći procenat učenika smatra da su računari neophodni u savremenoj nastavi.

Tabela 12. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi motivacije

<i>Da li bi imali veću motivaciju za učenjem ukoliko bi više koristili računar u nastavi, prilikom učenja u školi i kod kuće?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	239	146	385

%	62,08%	37,92%	100%
---	--------	--------	------

Na pitanje da li bi imali veću motivaciju za učenjem ukoliko bi više koristili računar u nastavi, iz Tabele 12. može se videti da je 62,08% učenika odgovorilo potvrdno.

Tabela 13. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi korišćenja računara kod kuće za potrebe učenja

<i>Da li kod kuće koristite računar za potrebe učenja?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	306	79	385
%	79,48%	20,52%	100%

Iz Tabele 13. se vidi da je i na ovo pitanje o upotrebi računara kod kuće za potrebe učenja, veći broj učenika 79,48% odgovorio potvrdno.

Tabela 14. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi korišćenja računara za učenje matematike

<i>Da li koristite računar za učenje matematike?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	103	282	385
%	26,75%	73,25%	100%

Iz Tabele 14. može se uočiti da postoji statistički značajna razlika u odgovorima učenika u vezi korišćenja računara u svrhu učenja matematike. Najveći procenat učenika ne koristi računar u cilju učenja matematike.

Tabela 15. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi poznavanja programskog paketa GeoGebra

<i>Da li poznajete program GeoGebra?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	62	323	385
%	16,10%	83,90%	100%

Na osnovu rezultata iz Tabele 15. može se uočiti da najveći procenat učenika nije čuo za program GeoGebra 83,90% .

Tabela 16. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi poznavanja značenja interaktivne nastave

<i>Da li znate šta znači interaktivna nastava?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	199	186	385
%	51,69%	48,31%	100%

Iz Tabele 16. vidi se da ne postoji statistički značajna razlika u odgovorima učenika u vezi poznavanja pojma interaktivna nastava. Veći procenat ispitanika 51,69% zna značenje

pojma interaktivna nastava, dok neznatno niži procenat od toga ne poznaje značenje ovog pojma.

Tabela 17. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi značenja pojma interaktivna nastava

<i>Objasnite šta je interaktivna nastava?</i>		
Odgovori		
	F	%
Upotreba računara	16	7,17%
Upotreba interaktivne table	118	52,91%
Rad u grupi	89	39,91%
Σ	223	100%

Iz Tabele 17. vidi se da najveći procenat učenika smatra da je ineraktivna nastava upotreba interaktivne table.

Tabela 18. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi poznavanja programa za učenje

<i>Koje programe znate koji su korisni za učenje?</i>		
Odgovori		
	F	%
Wikipedija	123	19,52%
Office micr.	78	12,38%
GeoGeobra	1	0,15%
Power point	75	11,90%
Word	134	21,26%

Sketch up	77	12,22%
Edukativni sajtovi	142	22,53%
Σ	630	100%

Iz Tabele 18. može se uočiti da postoji statistički značajna razlika u odgovorima učenika u vezi poznavanja programa za učenje. Najveći procenat učenika navodi Wikipediju i Word kao programe za učenje.

7.8. Rezultati u vezi specifičnih hipoteza za učenike i interaktivnog časa

Podaci i ovog dela istraživanja bili su prikupljeni uz pomoć anketa. U ovoj fazi istraživanja učestvovalo je 88 učenika drugog ciklusa osnovne škole. Učenici su anketirani nakon održanog interaktivnog časa uz pomoć programskog paketa GeoGebra. Rezultati ankete su analizirani u narednom delu rada.

Tabela 19. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi dopadanja programskog časa

<i>Da li Vam se dopao čas?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	71	17	88
%	80,68%	19,32%	100%

Na osnovu rezultata iz Tabele 19. zaključuje se da je najveći procenat učenika zadovoljan časom kojem su prisustvovali, a na kojem je bio prikazan interaktivni materijal napravljen upotrebom paketa GeoGebra.

Tabela 20. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi zanimljivosti interaktivnog časa

<i>Da li Vam je čas bio zanimljiv?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	71	17	88
%	80,68%	19,32%	100%

Tabela 20. pokazuje da se 80, 68% učenika izjasnilo da je čas bio zanimljiv.

Tabela 21. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi dopadanja programskog paketa GeoGebra

<i>Da li Vam se sviđaju mogućnosti programskog paketa GeoGebra?</i>			
Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	81	7	88
%	92,05%	7,95%	100%

Iz Tabele 21. može se uočiti da postoji statistički značajna razlika u odgovorima učenika u vezi mogućnosti programa GeoGebra ($\chi^2=62,23$, $df=1$, $p<0,001$). Najvećem procentu učenika sviđaju se mogućnosti programskog paketa GeoGebra.

Tabela 22. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi korišćenja programskog paketa GeoGebra

Da li bi voleli češće da koristite programskog paketa GeoGebra?

Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	77	11	88
%	87,50%	12,50%	100%

Na osnovu pozitivnih odgovora 87,50% prikazanih u Tabeli 22. zaključuje se da bi učenici voleli češće da koriste programski paket GeoGebra.

Tabela 23. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi procene mogućnosti programskog paketa GeoGebra

Da li mislite da bi uz pomoć programskog paketa GeoGebra bolje savladali oblasti iz matematike?

Odgovori			
	Da	Ne	Σ
F	69	19	88
%	78,41%	21,59%	100%

Iz Tabele 23. može se uočiti da postoji statistički značajna razlika u odgovorima učenika u vezi značaja i mogućnosti korišćenja programskog paketa GeoGebra. Najveći procenat učenika, njih 78,41%, smatra da bi uz pomoć GeoGebre bolje savladalo određene oblasti iz matematike.

Tabela 24. Razlika u distribuciji odgovora učenika u vezi ocene časa

Oceni programski čas?

Odgovori

	F	%
Veoma mi se sviđa	4	4,54%
Sviđa mi se	67	76,13%
Ni jedno ni drugo	12	13,63%
Ne sviđa mi se	5	5,68%
Uopšte mi se ne sviđa	0	0%
Σ	88	100%

Iz Tabele 24. vidi se da su svi učenici pokazali pozitivan stav prema održanom času, odnosno, nema nijednog učenika kome se čas nije dopao.

7.9. Analiza rezultata

Rezultati kvantitativne analize anketa su potvrdili prvi deo specifične hipoteze (H_2) da postoji pozitivan stav nastavnika prema korišćenju računara u nastavi, jer je više od 80% nastavnika smatralo da su računari u nastavi neophodni. Drugi deo specifične hipoteze (H_2) da nastavnici smatraju da upotreba računara doprinosi kvalitetu nastave nije potvrđen rezultatima ankete jer se samo 54% nastavnika složilo sa hipotezom što znači da ne postoji statistički značajna razlika u odgovorima nastavnika na pitanje da li bi veća upotreba računara poboljšala kvalitet nastave. Posebno zanimljiv rezultat je da 57% nastavnika smatra da korišćenje računara u nastavi ne bi doprinelo motivaciji učenika za učenje, dok je na drugoj strani 62% učenika odgovorilo da bi imali veću motivaciju za učenje ukoliko bi više koristili računar u nastavi. Ovu razliku u razumevanju uticaja korišćenja računara na motivaciju učenika bi trebalo dodatno istražiti i pre svega utvrditi zašto dolazi do tako različitog razumevanja između nastavnika i samih učenika.

Hipoteza (H_3) da postoji pozitivan stav nastavnika prema poznavanju i upotrebi rada na računaru kod učenika, odnosno, da nastavnici smatraju da je poznavanje i upotreba na visokom nivou je potvrđena samo u prvom delu jer 76% nastavnika smatra da je potrebno upotrebljavati više interaktivnog nastavnog materijala kao što su multimedijalni materijali i odgovarajući programi. Drugi deo teze (H_3) da nastavnici smatraju da je poznavanje i upotreba

na visokom nivou nije potvrđen jer su rezultati pokazali da je samo 15% nastavnika smatralo da su njihove kompetencije o korišćenju računara u nastavi veoma visoke i skoro svi nastavnici (93%) smatraju da je obuka neophodna, odnosno, smatraju da nisu dovoljno edukovani za rad sa računarom.

S obzirom da je 62% učenika odgovorilo da bi imali veću motivaciju za učenje ukoliko bi više koristili računar u nastavi teza (H_4) da postoji pozitivan stav učenika prema korišćenju računara u nastavi, odnosno, da učenici smatraju da je dobro i korisno koristiti računar u nastavi je potvrđena. Treba dodati da 74% učenika smatra da nastavnici koriste računare u nastavi što znači da je korišćenje računara u ispitanim osnovnim školama na relativno visokom nivou i bilo bi zanimljivo ponoviti istraživanje u školama gde upotreba računara nije na tako visokom nivou.

Važan rezultat je da 79% učenika upotrebljava računar kod kuće za potrebe učenja što potvrđuje tezu (H_5) da postoji visok stepen poznavanja i upotrebe rada na računaru kod učenika, odnosno, da učenici vladaju osnovnim i neophodnim tehnikama rada na računaru. Uprkos takvom rezultatu samo 27% učenika upotrebljava računar za učenje matematike što bi trebalo dodatno istražiti da li je uzrok tome nepoznavanje konkretnih programa za učenje matematike (sa strane učenika i nastavnika) ili nedovoljna i retka upotreba računara u nastavi matematike. S obzirom da je 40% učenika navelo Wikipediju i Word kao programe za učenje postoji velika verovatnoća da učenici nisu dovoljno upoznati sa specifičnim programima za učenje matematike.

Više od 80% učenika je bilo zadovoljno časom kojem su prisustvovali, a na kojem je bio prikazan interaktivni materijal napravljen upotrebom paketa GeoGebra koji pre nisu poznavali. Zadovoljstvo učenika je bilo još dodatno izraženo kad je 92% učenika odgovorilo da im se sviđaju mogućnosti programskog paketa GeoGebra. Time je teza (H_6) da postoji pozitivan stav učenika prema interaktivnom času potvrđena.

8. GeoGebra

Tehnologija je kroz vekove u nastavi i učenju matematike imala veliku ulogu. Rezultati mnogih empirijskih istraživanja govore u prilog tezi da moderna tehnologija omogućava lakše istraživanje matematike u odnosu na mogućnosti koje su bile dostupne ranije.

Prema mišljenju Prajnera u nastavi matematike danas postoje sve vrste tehnologija koje pomažu u učenju i nastavi. Te dve kategorije su: opšti programski (softverski) alati i takozvani virtual manipulatives alati.

Virtual manipulatives alati su konstruisani tako da učenicima obezbeđuju komunikaciju sa matematičkim situacijama, bez ikakve potrebe da pre toga budu upućeni ili imaju određene veštine u vidu obuke.

Opšti softverski alati zahtevaju dodatnu obuku, ali učeniku omogućavaju da brzo istražuje bilo koji broj matematičkih pojmova. Postoji čitav niz opštih softverskih alata koji se koriste u nastavi matematike (*Cabri*, *Cinderella*, *CAS*, *Matemtica*, *Derive*) i koji su uticali na razvoj matematičkog obrazovanja, međutim, 2001. godine napravljen je programski paket GeoGebra koji spaja sisteme dinamičke geometrije, računarske algebre i proračunskih tabela u jedan sistem.

Tvorac programskog paketa GeoGebra je Markus Hohenvarter [14]. On je ovaj sistem definisao kao program za dinamičku matematiku za sve nivoe obrazovanja, a koji spaja aritmetiku, geometriju, algebru i račun. Matematički objekti u grafičkom, algebarskom i tabelarnom prikazu koji su dinamički povezani mogu biti višestruko prikazani, a svaki objekat je predstavljen i u algebarskom i u geometrijskom prozoru.

Pored toga, jedna od značajnih karakteristika koji ovaj programski paket odvaja od ostalih interaktivnih paketa jeste da je u GeoGebri moguće povezati algebarsku i numeričku reprezentaciju na interaktivan način, tako da se mogu praviti i kasnije dinamički menjati konstrukcije sa tačkama, vektorima, pravama, konusnim presecima ili funkcijama.

GeoGebra omogućava i direktan unos i manipulaciju jednačinama i koordinatama. Zahvaljujući tome, moguće je crtati funkcije, ispitivati parametre koristeći slajdere ili koristiti moćne komande kao što su *NulaFunkcije* ili *Niz*.

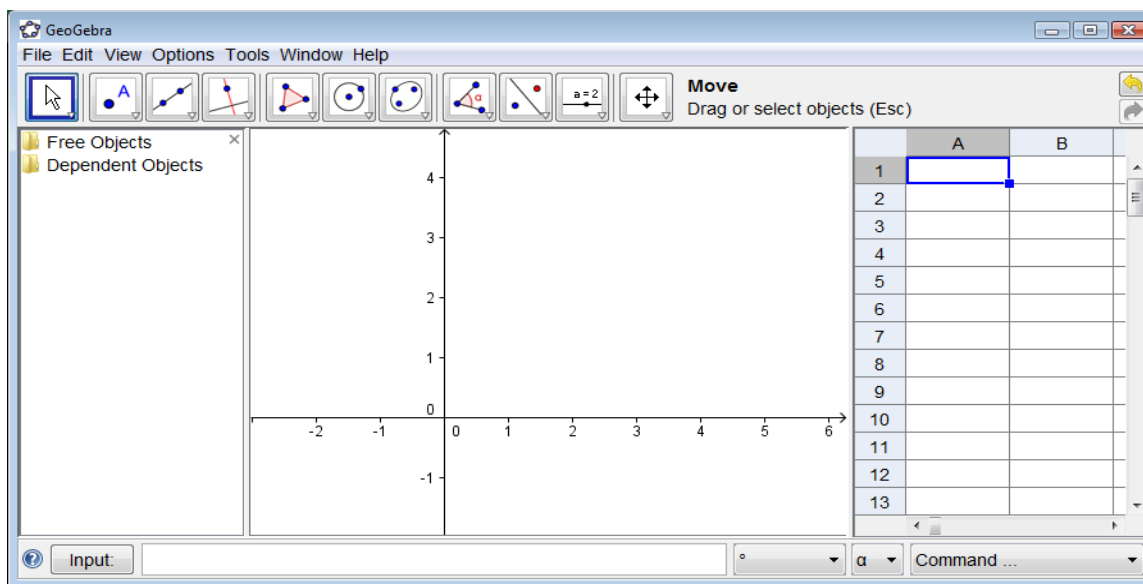
GeoGebra je objavljena kao besplatna aplikacija otvorenog koda. Po rečima njenog tvorca, to je učinjeno u svrhu raspoloživosti obrazovanja koje svima mora i trebalo bi da bude slobodno, tako da ovaj paket mogu da koriste i škole sa ograničenim budžetima. Dakle, ovaj

program dinamičke matematike je besplatno raspoloživ, otvorenog koda i može se koristiti na više platformi.

Pored toga, ovaj programski paket je do 2009. godine preveden na 45 različitih jezika, što širi njegovu dostupnost, naročito učenicima koji i kod kuće mogu besplatno koristiti ovaj program. GeoGebra je pisana u *Javi* tako da joj to obezbeđuje praktičnu pokretljivost na bilo kojoj platformi, kao lak izvoz datoteka. Matematički sadržaji se na taj način lako mogu deliti *online*. Ovako podeljeni sadržaji nazivaju se matematičkim apletima.

Geogebra ima tri različita prikaza matematičkih objekata [14]. Ti prikazi su sledeći:

- grafički prikaz,
- algebarski, odnosno brojčani prikaz, i
- tabelarni prikaz.



Slika 1. Tri različita prikaza matematičkih objekata

U grafičkom prikazu geometrijske konstrukcije se prave pomoću miša i alata za konstrukcije koji su ponuđeni na traci sa alatima. Svaka ikona u traci s alatima predstavlja jednu kutiju s alatima i ona sadrži slične alate za konstrukciju. Oni su inače organizovani prema vrsti objekata koje proizvode. Svi ovako napravljeni objekti imaju i algebarsku reprezentaciju u algebarskom izrazu.

Direktan unos algebarskih izraza u GeoGebri vrši se pomoću *polja za unos*. Klikanjem na Enter, algebarski unos se pojavljuje u algebarskom prikazu, a automatski se njegova

grafička reprezentacija pojavljuje u grafičkom prikazu. Algebarski prikaz je konstruisan tako da su matematički objekti organizovani kao zavisni i nezavisni objekti. Ukoliko se napravi novi objekat korišćenjem postojećih, on postaje zavistan objekat.

Kada je u pitanju tabelarni prikaz, svaka ćelija ima jedinstveno ime. Pomoću tog jedinstvenog imena ona može biti direktno adresirana. Pored brojeva, u tabelu se mogu unositi svi tipovi matematičkih objekata, kao što su koordinate tačaka, naredbe, funkcije, naravno, pod uslovom da ih GeoGebra poznaje.

9. GeoGebra u osnovnoj školi

Geometrija je grana matematike koja se bavi proučavanjem osobina prostornih oblika. U osnovi, geometrija je nauka o figurama, o uzajamnom položaju i o razmerama njihovih delova i o njihovim transformacijama. Geometrija je začeta u najstarijim ljudskim civilizacijama. Drevni Egipćani, Sumeri, Vavilonci, Indijci, Kinezi, i drugi stvarali su geometriju posmatrajući svet – pre svega, konkretne i praktične situacije iz svakodnevice. Prvi mislioci u geometriji bili su stari Grci, a jedan od najistaknutijih među njima bio je Platon. Euklid, Platonov učenik, napisao je delo pod nazivom *Elementi*, koje predstavlja jedan od najvećih spomenika matematike svih vremena i trijumf ljudske misli. *Elementi* se sastoje od 13 knjiga, i u njima su potpuno izložena osnovna geometrijska znanja drevnog vremena.

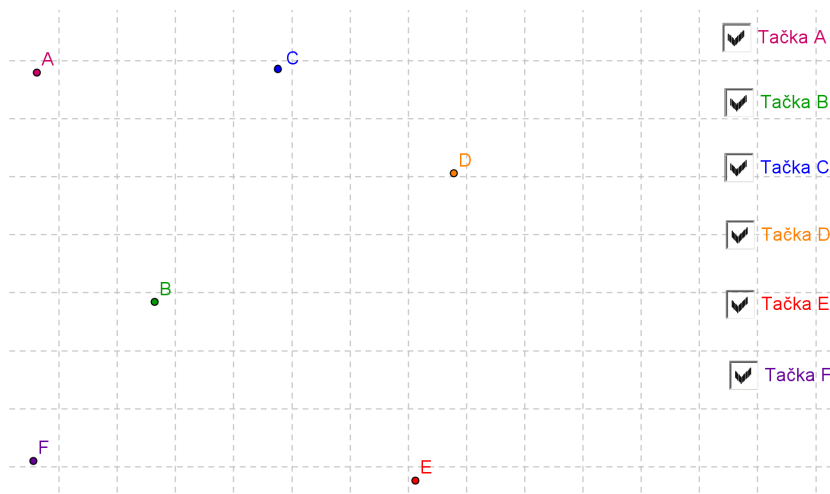
Reč geometrija je grčkog porekla. Nastala je od grčke reči *gea*-zemlja i *metres*-merenje.

9.1. Osnovni geometrijski pojmovi

Nijedan geometrijski pojam se ne može definisati bez drugih geometrijskih pojmova koji su nam unapred poznati, kao što se nijedno geometrijsko tvrđenje ne može dokazati bez drugih geometrijskih tvrđenja. Polazni pojmovi, koji se prihvataju bez definicija, nazivaju se osnovni geometrijski pojmovi i to su tačka, prava i ravan, a polazna tvrđenja, osnovna geometrijska tvrđenja ili aksiome. Polazeći od ovih teorija i u radu je koncipiran način na koji će određeni geometrijski pojmovi biti uvedeni, objašnjeni, i prikazani u nastavi na način shodan uzrastu učenika.

Učenici petog razreda, kada se uvode osnovni geometrijski pojmovi, geometriju, uglavnom, posmatraju sa slike, jer oni već tada imaju stvorene jasne mentalne slike o osnovnim pojmovima i odnosima. Shodno tome, osnovni geometrijski pojmovi najpre se uvode slikama, odnosno, onako kako ih učenici doživljavaju, a uz to se objašnjavaju osnovne karakteristike i obeležavanja.

Tačka je geometrijski objekat kojem se može odrediti samo položaj, a drugih veličina nema, tj. dužina, površina i zapremina tačke su jednaki nuli (*Slika 1.*) . Tačke se označavaju velikim slovima latinice: *A, B, C...*



Slika 1. Tačka

Osnovni cilj prikazan na Slici 1. i date definicije jeste da se učenicima približi pojam tačke. Tačka je kao matematički pojam specifična po tome što za razliku od drugih geometrijskih objekata ne sadrži dužinu, površinu, kao ni zapreminu. Radi lakšeg razumevanja pomenute kategorije i pravila u vezi sa njom, prikazane su tačke obeležene velikim slovima latinice. Iz ove definicije sledi definicija prostora koji predstavlja skup svih tačaka.

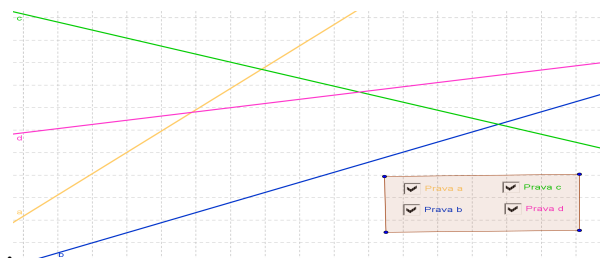
Prava kao jedan od osnovnih elemenata geometrije se ne definiše. Njene osobine daju se aksiomima pripadanja:

Aksioma 1. Za svake dve različite tačke A i B postoji prava koja ih sadrži.

Aksioma 2. Postoji najviše jedna prava koja sadrži date tačke A i B .

Aksioma 3. Za svaku pravu postoje bar dve tačke koje joj pripadaju. Postoje bar tri tačke koje ne pripadaju istoj pravoj.

Prave se obeležavaju malim slovima latinice: a, b, c, p, q, s (Slika 2.)



Slika 2. Prava

Osnovni cilj Slike 2. jeste da učenicima vizuelno približi pojam prave. Kako se za razliku od tačke, prava obeležava malim slovima latinice, one su tako i prikazane na slici. Najznačajnija informacija u vezi sa pojmom prave koju učenici treba da usvoje jeste da se ona ne definiše, već se njene osobine opisuju aksiomima. Dakle, iz slike i aksioma učenici treba da povezuju kategorije tačke i prave, a takvo povezivanje činjenica je svakako cilj savremene nastave. Učenici treba da usvoje, da svaka prava sadrži najmanje dve tačke, da postoji najmanje jedna prava koja sadrži dve tačke i da postoji najviše jedna prava koja sadrži dve različite tačke. Iz jedne tačke se može povući beskonačno puno prava, dok dve jasno definisane tačke formiraju samo jednu pravu, još jedno je od pravila koje učenici treba da usvoje iz ovog izlaganja.

Za dve tačke se kaže da su *kolinearne* ako pripadaju jednoj pravoj, u suprotnom su tačke *nekolinearne*. Odnos između tačke i prave je *pripadanje*. Koristi se znak \in , jer se prava shvata kao skup tačaka. Drugi važan odnos je *sa iste strane tačke*. Ako se uoči tačku A prave p i još dve tačke prave p , P i Q , onda se kaže da je tačka Q sa iste strane tačke A kao i tačka P , ako nije tačka A između tačaka P i Q tj. $(P - A - Q)$.

Ravan je, takođe, jedan od osnovnih pojmova [geometrije](#). Ravni se obeležavaju malim grčkim slovima: α , β , γ , δ (Slika 3.). Kao i prava, i ravan se opisuje pomoću aksioma pripadnosti:

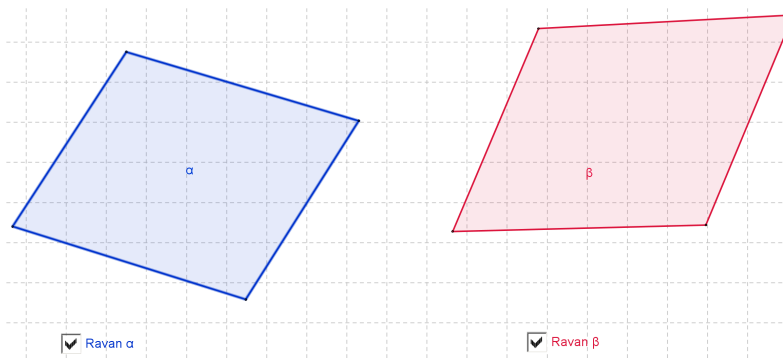
Aksioma 4. Za svake tri tačke A , B i C koje ne pripadaju jednoj pravoj postoji ravan koja sadrži tačke A , B i C . Svaka ravan sadrži bar jednu tačku.

Aksioma 5. Za svake tri tačke A , B i C koje ne pripadaju jednoj pravoj, postoji najviše jedna ravan koja ih sadrži.

Aksioma 6. Ako dve tačke prave a pripadaju ravni α , onda svaka tačka prave a pripada ravni α .

Aksioma 7. Ako postoji jedna tačka koja pripada ravnima α i β , onda postoji bar još jedna tačka koja pripada i ravni α i ravni β .

Aksioma 8. Postoji bar četiri tačke koje ne pripadaju istoj ravni.



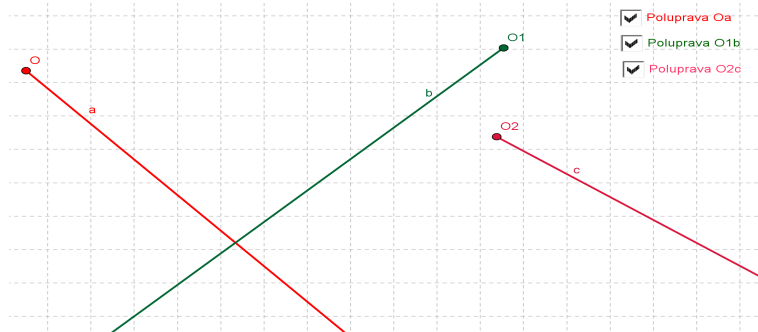
Slika 3. Ravan

Na Slici 3. učenicima treba da bude jasno šta je to ravan. Poenta slike je da učenici sebi vizuelno predstavljaju ravan koja može da bude horizontalna, vertikalna ili pod nekim uglom u odnosu na ove dve ravni. Bilo koje tri tačke u prostoru čine ravan. Ravan je dvodimenzionalni pojam. Ukoliko uspešno usvoje pojam ravni i sve predstavljene činjenice u vezi sa njim, pojam poluravni će takođe usvojiti uspešno.

Pored tačke, prave i ravni postoje geometrijski objekti koji se definišu pomoću osnovnih geometrijskih objekata. To su poluprava, poluravan, kružnica, krug, mnogougona linija, mnogougao, duž...

Poluravan se definiše pomoću odnosa sa iste strane tačke, i to kao deo prave.

Definicija 10.1.1. Poluprava Oa prave a je skup koji sadrži tačku O prave a i sve tačke prave a koje su sa jedne strane tačke O (Slika 4.). Tačku O nazivamo početnom tačkom poluprave Oa .



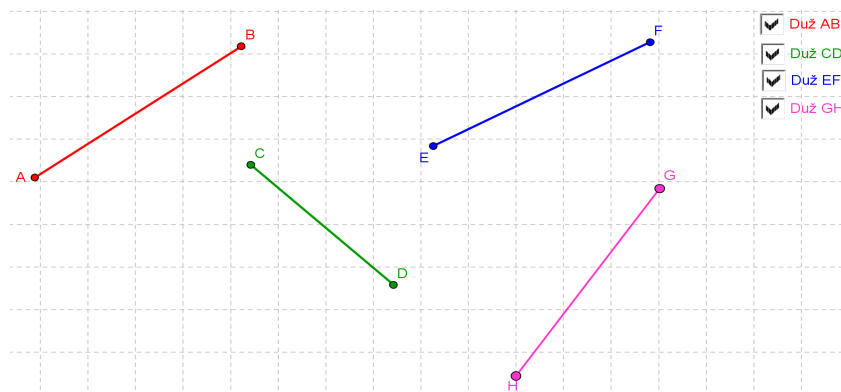
Slika 4. Poluprava

Osnovna ideja prilikom uvođenja poluprave, jeste proširivanje značenja prave. Naime, kako je poluprava geometrijski pojam koji se definiše kao prava koja je s jedne strane podeljena tačkom, a koja se naziva početna tačka poluprave, slika vizuelno prikazuje

definiciju. Na taj način učenici povezuju dve napred predstavljene nastavne jedinice, i prethodno usvojene činjenice povezuju u celinu, pravu i biti sa jedne strane tačke, što je osnovni preduslov stvaranja stabilne osnove za učenje gradiva matematike.

Duž je geometrijski objekat sa kojim su se učenici sreli u svom najranijem školovanju.

Definicija 10.1.2. Duž AB je skup koji sadrži tačke A i B i sve tačke između tačkaka A i B (Slika 5.). Duž AB je podskup prave AB .

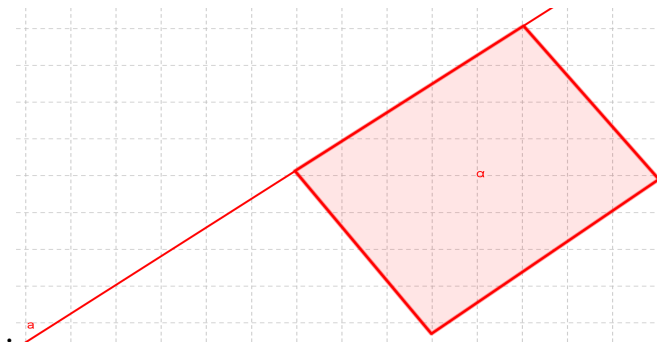


Slika 5. Duž

Na Slici 5. učenicima se prikazuju geometrijski objekti - duži. Iz nje učenici treba da uoče i usvoje, da je duž deo prave između dve tačke, i da čini celinu sa tim tačkama. Pored toga, ono što je važno da učenici usvoje, jeste da se tačke kojima je duž ograničena nazivaju krajnje tačke duži. Na taj način, prethodno navedene činjenice povezuju se u celinu. Povezivanje činjenica iz različitih oblasti i dolaženje do pozitivnog transfera znanja predstavlja cilj svake savremeno organizovane nastave, tako da je na taj način organizovana i prezentacija ove nastavne jedinice.

Definisanje poluravni je analogno načinu definisanja polupravih.

Definicija 10.1.3. Poluravan je podskup ravni, određena jednom pravom te ravni (ivicom poluravni). Sve tačke poluravni su sa jedne strane ivice. Obeležava se npr. $\alpha\alpha$ (Slika 6.)



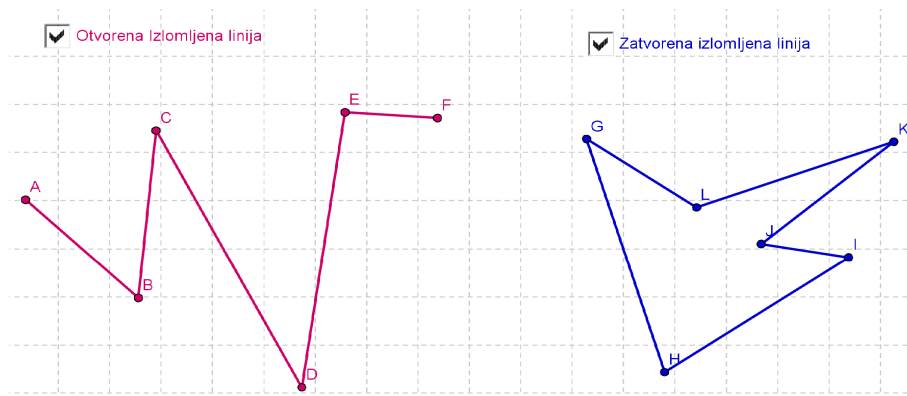
Slika 6. Poluravan

Na osnovu Slike 6. učenici treba da shvate da je poluravan deo neke ravni koja se nalazi sa jedne strane prave. Trebalo bi da krenu od slike ravni, i u toj ravni zamisle pravu koja deli ravan na dva dela, odnosno dve poluravni. Na taj način, oni bi logično usvojili činjenicu da poluravan predstavlja deo ravni sa jedne strane prave, ali zajedno sa pravom. Kada se gradivo usvaja na način da se slikovito predstavljene informacije i činjenice povezuju logičkim vezama, kasnije dolazi do uspešnog korišćenja u praktičnim situacijama

Neki geometrijski objekat F je *konveksan*, ako za svaki par tačaka A i B koje pripadaju objektu F i sve tačke duži AB takođe pripadaju objektu F .

Izlomljena linija je geometrijski objekat koji čine duži povezane na određen način.

Definicija 10.1.4. Izlomljena linija je geometrijski objekat koji čine sve duži određene uzastopnim tačkama u izabranom redosledu navođenja. Ukoliko se spoji i poslednja tačka sa prvom, dobiće se zatvorena izlomljena linija, u suprotnom, ona je otvorena (Slika 7.).



Slika 7. Otvorena i zatvorena izlomljena linija

Obeležavanje izlomljene linije direktno i prirodno proizlazi iz redosleda spajanja tačaka prilikom crtanja te linije i obrnuto. Linija označena sa $ABCDEF$ na Slici 7. crta se

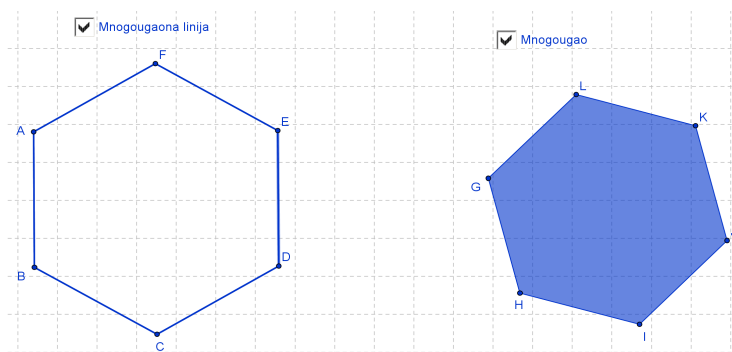
spajanjem tačaka A, B, C, D, E, F , to jest, datu liniju čine duži AB, BC, CD, DE, EF . Na ovaj način učenici povezuju prethodno stečeno gradivo o tačkama i dužima.

Među izlomljenim linijama, učenici će najviše učiti o zatvorenim izlomljenim linijama bez tačaka samopresecanja, to jest o mnogougona linijama. Najznačajniji efekat koje ove linije ostvaruju u ravni u kojoj se nalaze, jeste podela tačaka ravni na dva disjunktivna skupa: unutrašnjost i spoljašnjost.

Definicija 10.1.5. Mnogougona linija je zatvorena izlomljena linija bez tačaka samopresecanja (*Slika 8.*).

Pomoću mnogougona linije definiše se mnogougao.

Definicija 10.1.6. Unija mnogougona linije i njene unutrašnjosti predstavlja geometrijski objekat koji se naziva mnogougao (*Slika 8.*).



Slika 8. Mnogougona linija i mnogougao

Na Slici 8. učenicima je predstavljena mnogougona linija i mnogougao sa ciljem da se logično vidi njihova povezanost. Polazi se od definicije koju bi učenici najpre trebalo da usvoje - mnogougona linija je zatvorena izlomljena linija i izlomljene linije predstavljaju skup duži u jednoj ravni. Mnogougona linija, kao skup duži koje su pod jasno definisanim uglom spojene, pomaže učenicima da shvate da mnogougao zapravo predstavlja ispunjen prostor između linija mnogougona linije.

9.2. Prikaz održanog interaktivnog časa u petom razredu

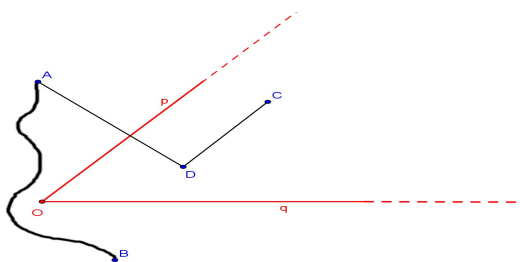
Učenici petog razreda su primenom programskog paketa GeoGebra videli interaktivni prikaz osnovnih geometrijskih pojmova i ugla. U prethodnom delu rada predstavljen je prikaz osnovnih geometrijskih pojmova, a sada će biti prikazan ugao i ugaona linija.

Najpre je definisana [16] ugaona linija.

Definicija 10.2.1. Unija dve poluprave sa zajedničkom početnom tačkom naziva se ugaona linija. Zajednička početna tačka polupravih naziva se teme ugaone linije, dok su poluprave njeni kraci. Ugaona linija određena polupravama Op i Oq označava se sa $\sphericalangle pOq$. O je teme ugaone linije, a poluprave Op i Oq su kraci ugaone linije (Slika 9.).

Za definiciju ugla posebno su važni odnosi koje određuje ugaona linija među tačkama ravni u kojoj se nalaze: biti sa iste strane ugaone linije i biti sa različite strane ugaone linije. U kom su odnosu dve tačke ravni koje ne pripadaju ugaonoj liniji zavisi od postojanja izlomljene linije koja povezuje izabrane tačke i ne seče ugaonu liniju.

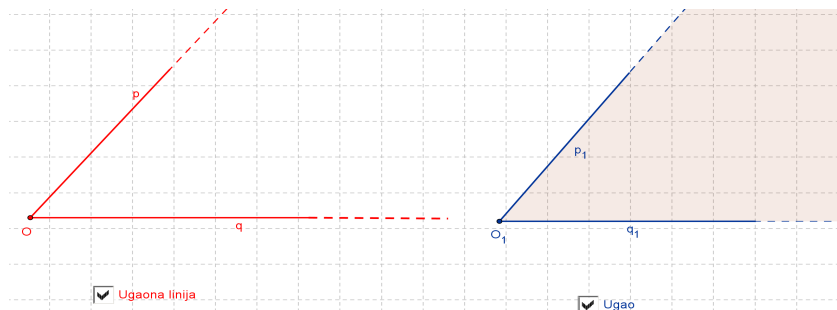
Na Slici 9. tačke A i B nalaze se sa jedne, a tačke C i D sa druge strane ugaone linije pOq . Tačke A i D nalaze se sa različitih strana te ugaone linije, jer svaka linija koja ih spaja seče ugaonu liniju.



Slika 9. Različite strane ugaone linije

Sada je lako definisati ugao:

Definicija 10.2.2. Ugao je geometrijski objekat koji čine ugaona linija i jedan od skupova tačaka koje su sa iste strane te ugaone linije, i koja se naziva ugaona oblast. Teme i kraci ugaone linije sada postaju teme i kraci odgovarajućeg ugla (Slika 10.). Jedinica za ugao je stepen ($^{\circ}$), a uglovi se obeležavaju grčkim slovima $\alpha, \beta, \gamma, \dots$



Slika 10. Ugaona linija i ugao

Na Slici 10. učenici treba da nauče šta je teme, kao i to da teme i kraci jasno formiraju ugaonu liniju, a zatim da ugaona linija deli ravan na dve oblasti. Usvajanje ove nastavne jedinice omogućava upotpunjavanje znanja iz geometrije i pruža mogućnost za dalje razumevanje pojma geometrijskih tela. Takođe, ukoliko se učenicima olakša usvajanje novih činjenica u vezi sa uglom i ugaonom linijom, podela uglova (tupi, pravi, oštri, opružen, pun ugaon) koja sledi [21] takođe će biti olakšana.

Uglovi mogu biti:

1. Prav ugao

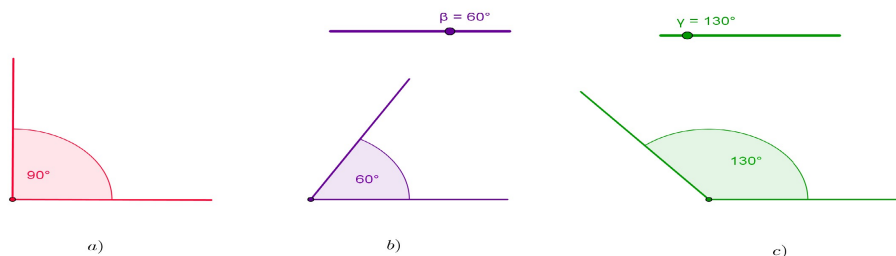
Definicija 10.2.3. Prav ugao je ugao koji ima 90° (Slika 11.a)).

2. Oštar ugao

Definicija 10.2.4. Oštar ugao je ugao manji od pravog ugla (Slika 11.b)).

3. Tupi ugao

Definicija 10.2.5. Tup ugao je ugao veći od pravog ugla (Slika 11.c)).



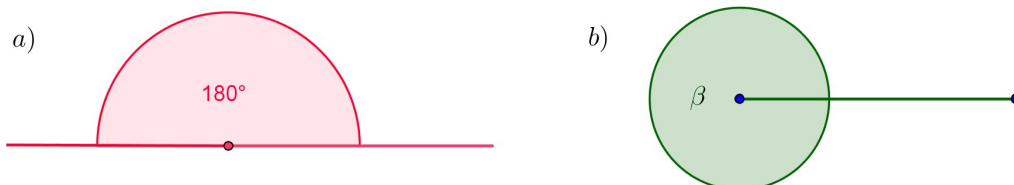
Slika 11. Prav, oštar i tup ugao

4. Opružen ugao

Definicija 10.2.6. Opruženi ugao je ugao koji ima 180° (Slika 12.a)). On je jednak zbiru dva prava ugla.

5. Pun ugao

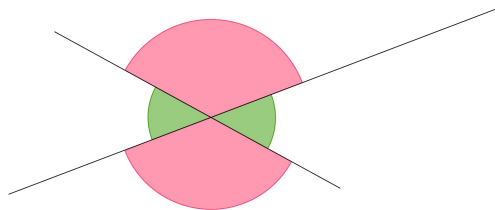
Definicija 10.2.7. Pun ugao je ugao koji ima 360° (Slika 12.b)). On je jednak zbiru dva opružena ugla.



Slika 12. Opružen i pun ugao

U osnovna tvrđenja geometrije spadaju i ona o jednakostima među uglovima koje obrazuju dve prave koje se seku: unakrsni, uporedni i susedni uglovi.

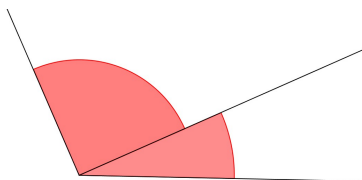
Definicija 10.2.8. Unakrsni uglovi (*Slika 13.*) su parovi jednakih uglova među uglovima koje su obrazovale prave koje se seku.



Slika 13. Unakrsni uglovi

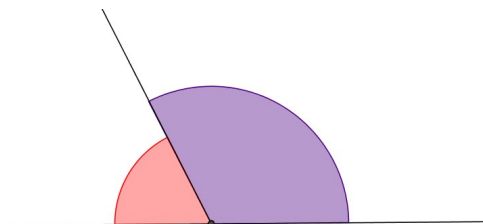
Ono što je najznačajnije istaći učenicima prilikom izlaganja nastavne jedinice o unakrsnim uglovima jeste da dve prave u ravni koje se seku imaju dva para jednakih uglova, uglovi označeni zelenom bojom na slici su jednaki, kao i oni koji su označeni roze bojom. Nakon unakrsnih uglova, učenicima se uvodi pojam susednih i uporednih uglova.

Definicija 10.2.9. Susedni uglovi (*Slika 14.*) su dva nadovezana ugla koji imaju zajedničko teme i jedan krak.



Slika 14. Susedni uglovi

Definicija 10.2.10. Uporedni uglovi (*Slika 15.*) su susedni uglovi čiji je zbir jednak opruženom uglu.



Slika 15. Uporedni uglovi

9.3. Prikaz održanog interaktivnog časa u šestom razredu

Učenici šestog razreda su uz pomoć programskog paketa GeoGebra videli interaktivni prikaz trougla, centra opisane i centra upisane kružnice.

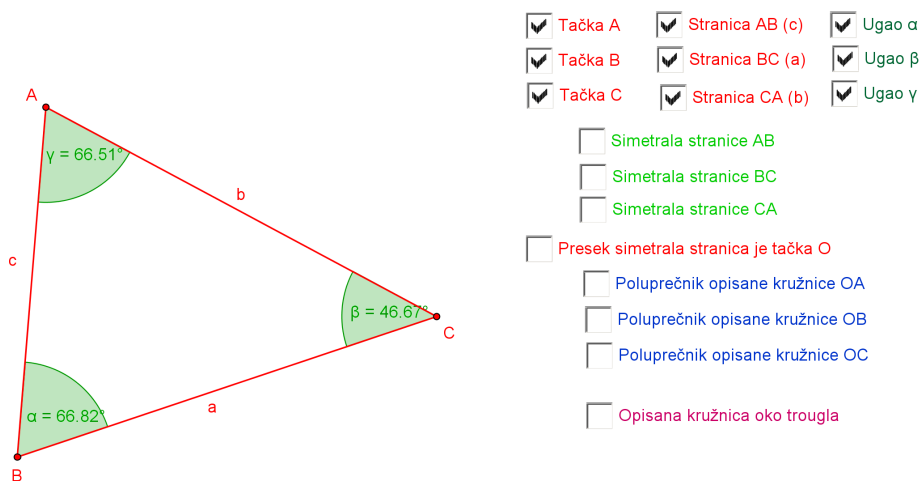
Kada je u pitanju nastava ove nastavne jedinice, potrebno je učenike podsetiti na osnovna znanja koje poseduju u vezi sa trouglom, a u toku časa to znanje se logično proširuje novim informacijama o samom pojmu trougla. Pored toga, uvode se i novi pojmovi koji znanje učenika iz matematike podižu na viši nivo.

Trougao

Trougao je nastavna tema koja je veoma je značajna, budući da se prvi put geometrija izučava na ozbiljniji način u odnosu na prethodne godine školovanja. Pojam trougla učenicima je poznat još od samog početka školovanja. Ipak, neophodno je jedno sistematično obnavljanje koje treba da prati upoznavanje sa usvojenim standardnim načinima obeležavanja trougla i novom terminologijom [15], na osnovu toga, data je i sledeća definicija.

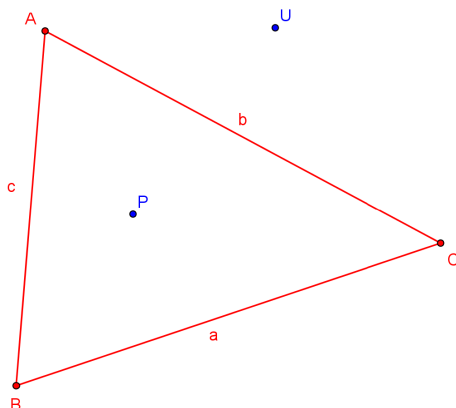
Definicija 10.3.1. Tri tačke A, B i C koje ne pripadaju jednoj pravoj (nekolinearne tačke), određuju trougao ABC . Tačke A, B i C su temena trougla. Duži AB, BC, CD su stranice trougla. Uglovi $\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle C$ ili grčkim slovima α, β, γ su unutrašnji uglovi trougla ABC .

Stranica BC je naspram temena A i naspram ugla α . Stranice se obeležavaju malim slovima odgovarajućeg naspramnog temena. Tako je $AB=c, BC=a$ i $AC=b$ (Slika 16.).



Slika 16. Trougao

Stranice i uglovi su osnovni elementi trougla. Unija duži AB , BC i CA je trougaona linija. Trougaona linija deli ravan trougla na dve disjunktivne oblasti: unutrašnju u spoljašnju. Tačka P na Slici 17. pripada unutrašnjoj oblasti, a tačka U spoljašnjoj.

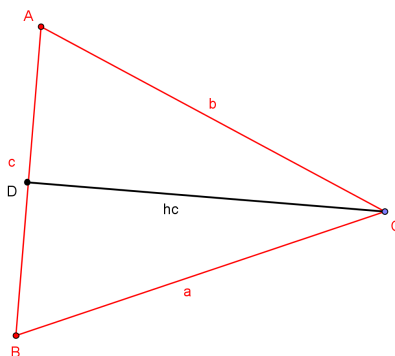


- Tačka A
- Tačka B
- Tačka C
- Stranica AB (c)
- Stranica BC (a)
- Stranica CA (b)
- Ugao α
- Ugao β
- Ugao γ
- Simetrala stranice AB
- Simetrala stranice BC
- Simetrala stranice CA
- Presek simetrala stranica je tačka O
- Poluprečnik opisane kružnice OA
- Poluprečnik opisane kružnice OB
- Poluprečnik opisane kružnice OC
- Opisana kružnica oko trougla

Slika 17. Spoljašnja i unutrašnja oblast

Pored unutrašnjih, trougao ima i spoljašnje uglove. Ugao uporedan unutrašnjem uglu je spoljašnji ugao trougla. Sa α_1 se označava spoljašnji ugao ugla α . Dakle, $\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$, $\beta + \beta_1 = 180^\circ$ i $\gamma + \gamma_1 = 180^\circ$.

Ako je D podnožje normale iz temena C na pravu AB , $\angle CDA = 90^\circ$, tada se duž CD naziva visina trougla iz temena C i označava se sa h_c (Slika 18.)



- Tačka A
- Tačka B
- Tačka C
- Stranica AB (c)
- Stranica BC (a)
- Stranica CA (b)
- Ugao α
- Ugao β
- Ugao γ
- Simetrala stranice AB
- Simetrala stranice BC
- Simetrala stranice CA
- Presek simetrala stranica je tačka O
- Poluprečnik opisane kružnice OA
- Poluprečnik opisane kružnice OB
- Poluprečnik opisane kružnice OC
- Opisana kružnica oko trougla

Slika 18. Visina trougla

Teorema 10.3.1. Zbir unutrašnjih uglova ma kojeg trougla jednak je opruženom uglu (180°).

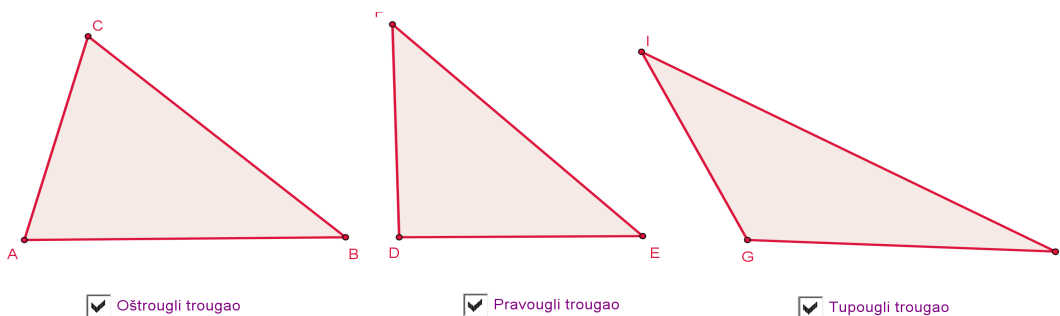
Ono što učenici treba da razumeju, jeste da se na osnovu ove teoreme odmah može zaključiti da trougao može imati najviše jedan prav ili jedan tup ugao. Kad bi trougao imao dva takva ugla, njihov zbir bi bio jednak ili veći od 180° . Ako su poznata dva ugla trougla može se lako izračunati treći. Na taj način se učenicima praktično pokazuje kako se može izračunati treći ugao, što ima značajnu praktičnu stranu.

Teorema 10.3.2. Spoljašnji ugao trougla jednak je zbiru dva njemu nesusedna ugla istog trougla.

Teorema 10.3.3. Zbir spoljašnjih uglova trougla je 360° .

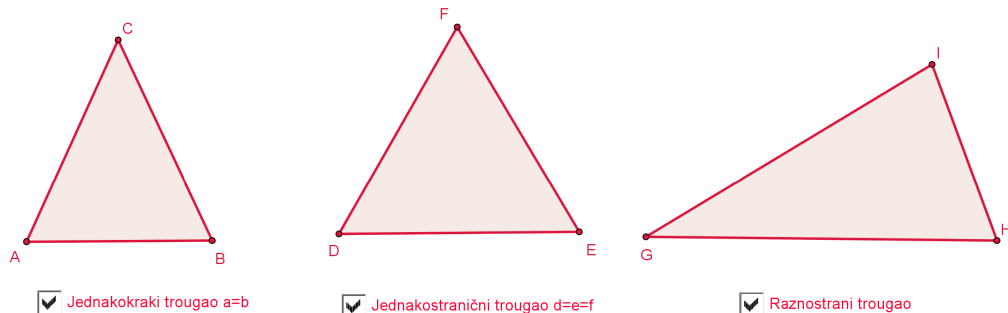
Trouglovi se dele prema njihovim uglovima i stranicama [18], i to:

- U zavisnosti od veličine uglova dele se na (Slika 19.):
 1. Oštrougli trougao – trougao sa sva tri oštra ugla;
 2. Tupougli trougao – trougao sa jednim tupim uglom;
 3. Pravougli trougao – trougao koji ima jedan ugao prav (90°); stranica naspram pravog ugla zove se hipotenuza, a druge dve stranice su katete.



Slika 19. Vrste trougla prema njihovim uglovima

- U zavisnosti od jednakosti stranica dele se na (Slika 20.) :
 1. Jednakokraki trougao – trougao sa dve jednake stranice. Vrh tog trougla je uvek teme u kome se sastaju jednake stranice, koje se nazivaju kraci jednakokrakog trougla, a treća stranica je naspramna tom temenu i zove se osnovica;
 2. Jednakostraničan trougao – trougao sa sve tri jednake stranice;
 3. Raznostrani trougao – trougao čije su sve tri stranice različite dužine.



Slika 20. Vrste trougla prema njihovim stranicama

Osim temena, stranica i uglova kod trougla su uočeni i neki drugi skupovi tačaka [17], koji imaju posebna imena.

Definicija 10.3.2. Težišnom duži trougla ili medijanom trougla naziva se duž koja spaja teme sa sredinom naspramne stranice. Težišne duži trougla seku se u jednoj tački koja se naziva težište.

Definicija 10.3.3. Visina trougla je duž normalna na naspramnu stranicu. Visine trougla seku se u jednoj tački koja se naziva ortocentar.

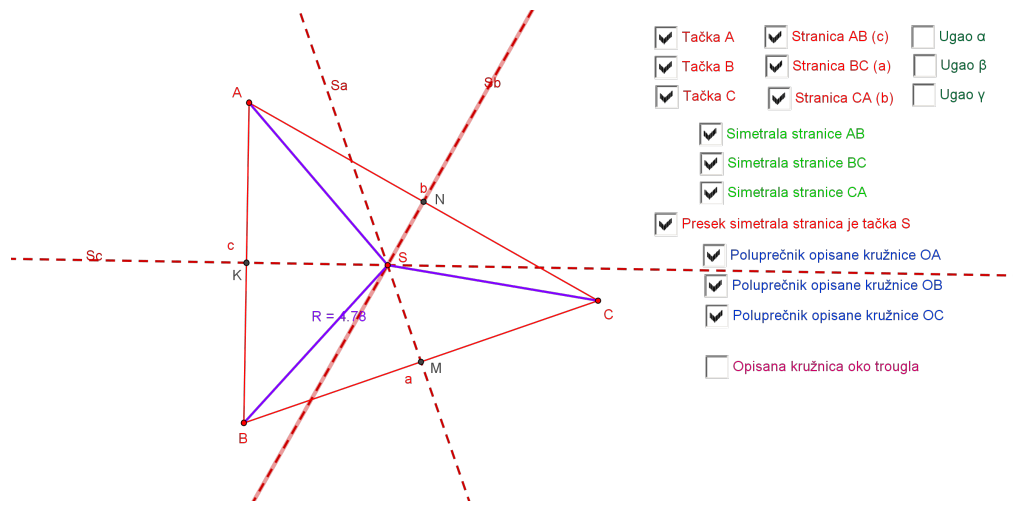
Definicija 10.3.4. Unutrašnja simetrala ili bisektrisa je simetrala unutrašnjeg ugla. Spoljašnja simetrala je simetrala spoljašnjeg ugla.

Oko svakog trougla može se opisati kružnica, i u svaki trougao može se upisati kružnica. Način na koji se dolazi do centra i poluprečnika ovih kružnica opisan je u sledećim teoremama.

Centar opisane kružnice trougao

Teorema 10.3.4. Simetrale stranica trougla seku se u jednoj tački koja je centar opisanog kruga datog trougla.

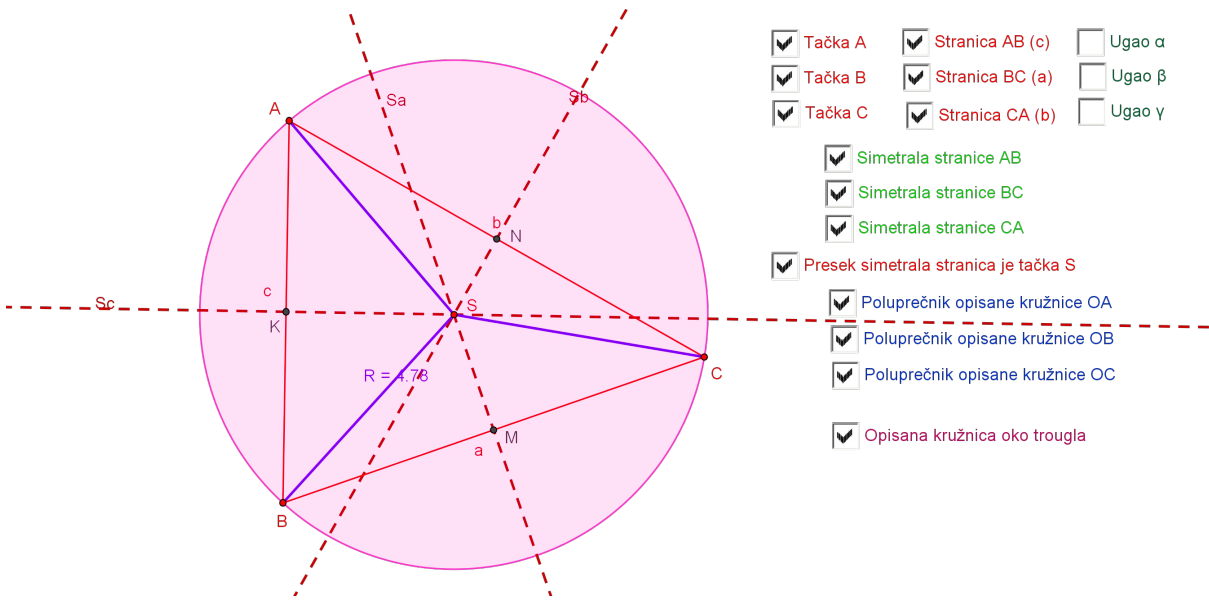
Dokaz: Na slici (*Slika 21.*) tačka S trougla ABC je presek simetrala sa , sb i sc stranica BC , CA , i AB . Tačke M , N i K su preseki ovih simetrala sa stranicama BC , CA i AB . Pravougli trougao MBS i MCS su podudarni, jer imaju jednake obe katete. Odatle $BS=CS$. Na isti način su podudarni i pravougli trouglovi NCS i NAS . Odatle je $CS=AS$. Zbog tranzitivnosti je $AS=BS=CS$. Dakle, trougao ABS je jednakokraki pa tačka S pripada i simetrala sc duži AB .



- Tačka A
- Tačka B
- Tačka C
- Stranica AB (c)
- Stranica BC (a)
- Stranica CA (b)
- Ugao α
- Ugao β
- Ugao γ
- Simetrala stranice AB
- Simetrala stranice BC
- Simetrala stranice CA
- Presek simetrala stranica je tačka S
- Poluprečnik opisane kružnice OA
- Poluprečnik opisane kružnice OB
- Poluprečnik opisane kružnice OC
- Opisana kružnica oko trougla

Slika 21. Presek simetrala stranica

Takođe, postoji kružnica sa centrom u S koja prolazi kroz sva tri temena trougla ABC i čiji je poluprečnik $SA=SB=SC$ (Slika 22.).



- Tačka A
- Tačka B
- Tačka C
- Stranica AB (c)
- Stranica BC (a)
- Stranica CA (b)
- Ugao α
- Ugao β
- Ugao γ
- Simetrala stranice AB
- Simetrala stranice BC
- Simetrala stranice CA
- Presek simetrala stranica je tačka S
- Poluprečnik opisane kružnice OA
- Poluprečnik opisane kružnice OB
- Poluprečnik opisane kružnice OC
- Opisana kružnica oko trougla

Slika 22. Opisana kružnica oko trougla

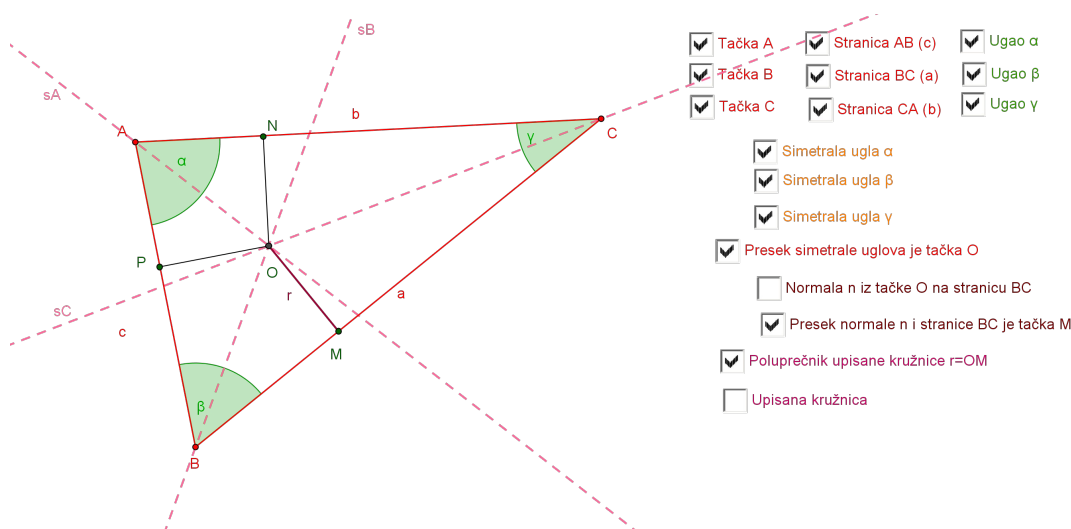
Na Slici 22. je prikazan aplet na kojem učenici mogu da menjaju dužinu stranica, i samim tim uočavaju kako se pomera centar opisane kružnice, gde se nalazi kod oštroglog, tupouglog, pravouglog trougla.

Centar upisane kružnice trougla

Teorema 10.3.5. Simetrale uglova trougla seku se u jednoj tački koja je centar upisanog kruga datog trougla.

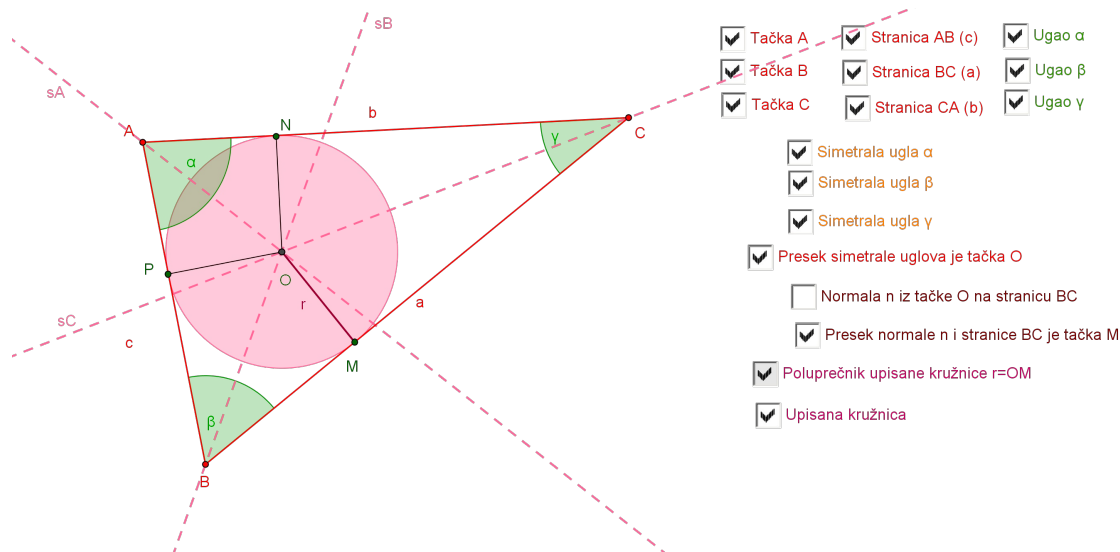
Dokaz: Na slici (Slika 23.) tačka O trougla ABC je presečna tačka simetrala OA , OB i OC uglova α , β i γ koje su označene sa s_A , s_B i s_C . Duži OM , ON i OP su normale tačke O na stranice BC , CA i AB . Pravougli trouglovi APO i ANO su podudarni jer imaju zajedničku hipotenuzu i po jedan zajednički ugao $\alpha/2$. Otuda $OP=ON$.

Takođe, podudarni su pravougli trouglovi BPO i BMO jer imaju zajedničku hipotenuzu i zajednički ugao $\beta/2$, pa je i $OP=OM$. Time je dokazano da je $OP=ON=OM$.



Slika 23. Presek simetrala uglova trougla

Podudarni su i pravougli trouglovi CMO i CNO , jer imaju zajedničku hipotenuzu, zajednički prav ugao i po jednu jednaku katetu $OM = ON$. Odatle sledi jednakost uglova OCN i OCM , što znači da je prava CO simetrala ugla γ , a O je značajna tačka sve tri simetrale. Iz istih jednakosti $OP=ON=OM$ sledi da je O centar upisanog kruga datog trougla (Slika 24.).



Slika 24. Upisana kružnica u trougao

Na Slici 24. prikazan je aplet na kojem učenici mogu menjati dužinu stranica i samim tim uočavaju kako se pomera centar kružnice.

9.4. Prikaz održanog interaktivnog časa u sedmom razredu

Učenicima sedmog razreda je uz pomoć programskog paketa GeoGebra prikazan interaktivni prikaz kruga. Kako su se oni već postepeno upoznavali sa ovim pojmom u mlađim razredima, sada samo upotpunjuju to znanje. Prvo se definiše pojam kružnice [22].

Definicija 10.4.1. Kružnica je geometrijski objekat koji čine sve tačke jedne ravni koje su podjednako udaljene od jedne određene tačke te ravni. Pomenuta određena tačka naziva se centrom, a dužina duži čije su krajnje tačke centar i neka tačka kružne linije naziva se poluprečnik. Centar se obeležava tačkom O , a poluprečnik sa r (Slika 25.). Kružna linija određena centrom O i poluprečnikom r , obeležava se $k(O,r)$.

Definicija 10.4.2. Krug je geometrijski objekat koji čine kružna linija i njene unutrašnje tačke (Slika 25.). Krug određen kružnom linijom $k(O,r)$ obeležava se $K(O,r)$. Tačka O je centar kruga, a r poluprečnik kruga $K(O,r)$.

Kružnica

Krug

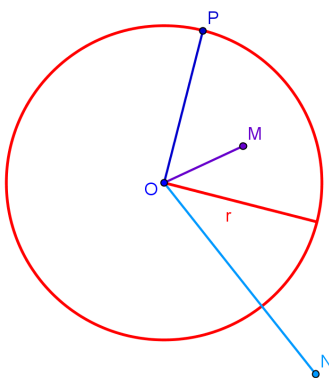


Slika 25. Kružnica i krug

Sa Slike 25. učenici mogu jasno da usvoje pojam kruga i kružnice i poluprečnika.

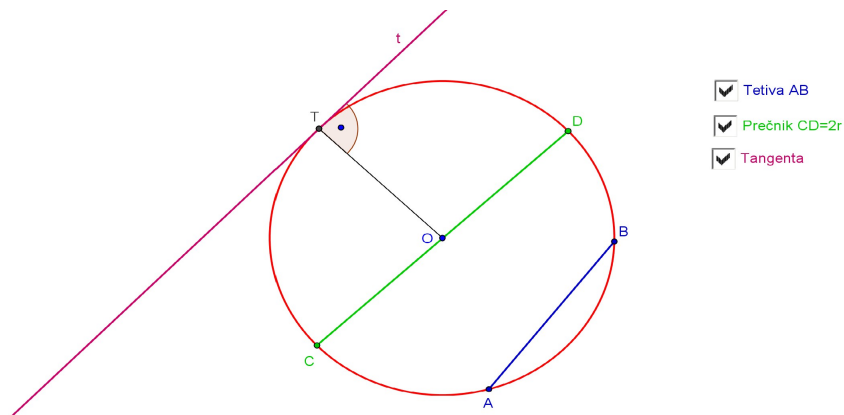
Ako je $OM < r$ onda je tačka M u krugu, a ako je $OP = r$, tačka P je na kružnici [23].

Ako je $ON > r$, tačka N je van kruga (Slika 26.).



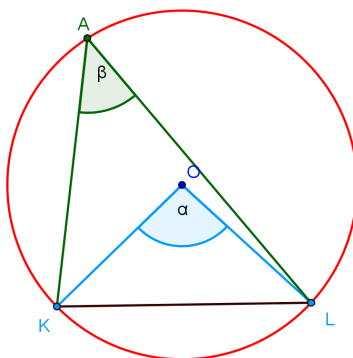
Slika 26. Tačke unutar, na i van kruga

Duž AB na Slici 27. je tetiva, a prava s , koja odseca tetivu je sečica. Najduža tetiva je ona koja sadrži centar kruga, to je prečnik. Na slici je $OD = 2r$. Prava t , koja sa krugom ima samo zajedničku tačku T , predstavlja tangentu kruga. Ugao između tangente i poluprečnika je prav.



Slika 27. Tetiva, prečnik, tangenta kruga

Na Slici 28. može se uočiti tetiva KL i $\sphericalangle KOL = \alpha$. $\sphericalangle KOL$ je centralni ugao koji odgovara tetivi KL , odnosno, to je ugao pod kojim se tetiva KL vidi iz centra. Iz bilo koje tačke na kružnici, s jedne strane tetive KL , ova tetiva se vidi pod istim uglom. To su tzv. periferijski uglovi nad tetivom KL . Na slici je to ugao β .

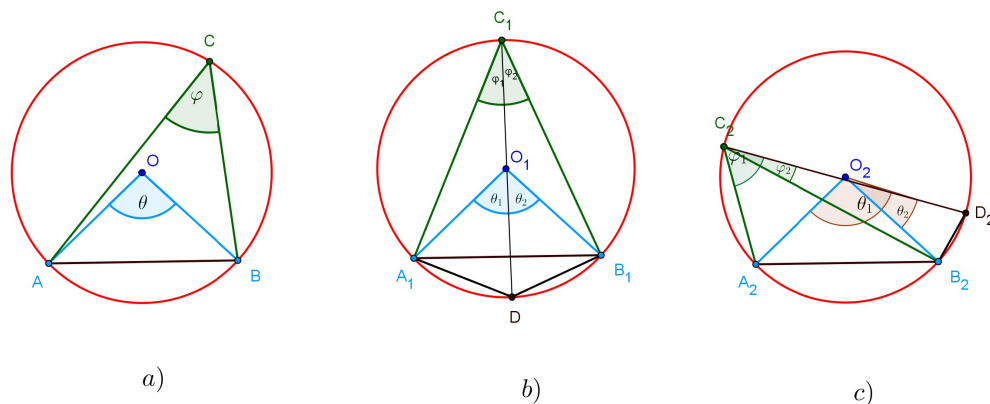


Slika 28. Centralni i periferijski ugao

Teorema 10.4.1. Centralni ugao je dvostruko veći od periferijskog ugla nad istom tetivom.

Dokaz: Dokaz se sastoji iz tri dela.

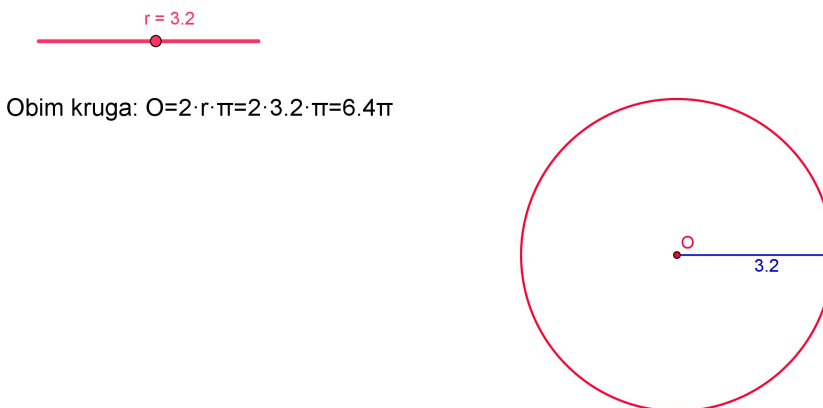
1. Na slici (Slika 29.a) se vide jednakokraki trouglovi AOB i BOC , čiji su kraci poluprečnici kruga. Zato je $\sphericalangle OBC = \varphi$, pa je $\theta = 2\varphi$.
2. Na slici (Slika 29.b)) slično prvom slučaju nad tetivom A_1D , zatim DB_1 , vidi se $\theta_1 = 2\varphi_1$ i $\theta_2 = 2\varphi_2$, pa se zbog $\theta = \theta_1 + \theta_2$ dobija $\theta = 2\varphi_1 + 2\varphi_2$ što inynosi $\theta = 2\varphi$.
3. Na trećoj slici (Slika 29.c)) $\theta = \theta_1 - \theta_2$, a tetive su A_2D_1 i B_2D_1 .



Slika 29. Centralni ugao je dva puta veći od periferijskog ugla nad istom tetivom ♦

Obim kruga

Formula za izračunavanje obima kruga direktna je posledica osnovnog tvrđenja: odnos obima kruga i njegovog poluprečnika je konstantan. Ako je poluprečnik kruga r , onda je obim kruga: $O=2r\pi$ (Slika 30.).

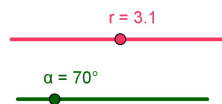


Slika 30. Obim kruga

Na ovoj slici je prikazan aplet na kojem učenici menjanjem vrednosti poluprečnika kruga na slajderu, uočavaju da se obim kruga menja sa promenom dužine poluprečnika.

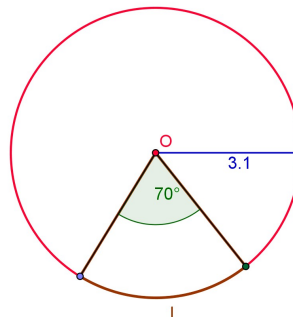
Dužina kružnog luka

Dužina kružnog luka kruga je odgovarajući deo obima kruga. Ako je r poluprečnik kruga i α odgovarajući centralni ugao, onda je dužina luka (Slika 31.): $l = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ}$



- Obim kruga
- Dužina kružnog luka

Dužina kružnogluka : $l = \frac{70^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 3.1 \cdot \pi = 1.21 \pi$



Slika 31. Dužina kružnog luka

Definicija kružnog luka [24] kao i Slika 31. imaju za cilj usvajanje osnovnih znanja o pomenutoj kategoriji. Ono što treba posebno naglasiti učenicima jeste da dužina kružnog luka zavisi od veličine ugla i poluprečnika, i menja se zavisno od njihove izabrane vrednosti, što je upravo i predstavljeno ovim apletom. Učenici imaju mogućnost da pomoću slajdera menjaju vrednosti poluprečnika i ugla.

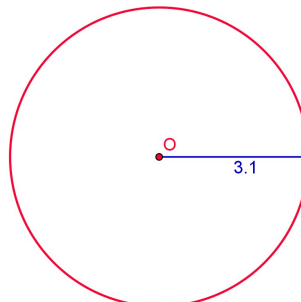
Površina kruga

Površina kruga izračunava se formulom: $P=r^2\pi$ (Slika 32.).



Površina kruga : $P = 3.1^2 \cdot \pi = 9.61\pi$

- Obim kruga
- Dužina kružnog luka
- Površin kruga



Slika 32. Površina kruga

Učenici sa Slike 32. na kojoj je prikazan aplet mogu videti da se površina kruga menja u zavisnosti od poluprečnika kruga. Uz pomoć slajdera mogu menjati vrednosti poluprečnika i uočiti promenu površine.

Površina kružnog isečka

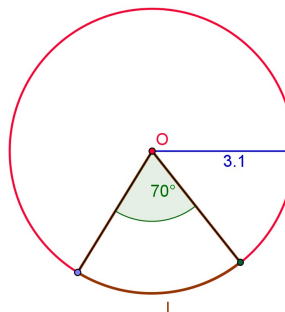
Površina kružnog isečka računa se formulom (Slika 33.) : $P_i = \frac{r^2 \pi \alpha}{360^\circ}$



Dužina kružnog luka : $l = \frac{70^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 3.1 \cdot \pi = 5.87$

Površina kružnog isečka : $P_i = \frac{3.1^2 \cdot 70^\circ \cdot \pi}{360^\circ} = \frac{3.1 \cdot 5.87}{2} = 9.1$

- Obim kruga
- Dužina kružnog luka
- Površin kruga
- Površina kružnog isečka



Slika 33. Površina kružnog isečka

Učenicima je važno napomenuti i slikovito predstaviti da se površina kružnog isečka menja u zavisnosti od veličine ugla, odnosno da se sa povećanjem ugla menja i površina kružnog isečka, što je predstavljeno ovom slikom.

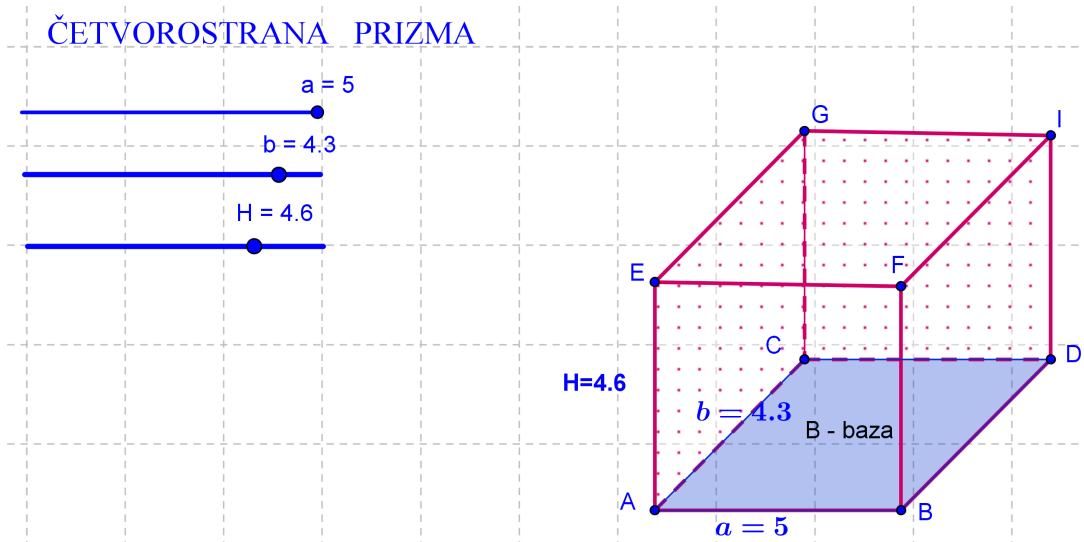
9.5. Prikaz održanog interaktivnog časa u osmom razredu

Učenici osmog razreda su uz pomoć programskog paketa GeoGebra videli interaktivni prikaz četvorougla prizme i grafičko rešavanje sistema linearnih jednačina.

Osnovni cilj izlaganja jeste da učenici na pravilan način usvoje nove informacije u vezi sa četvoroustranom prizmom čije su baze pravougaonici. Naravno, preduslov za to bilo je obnavljanje osnovnih pojmova, koje su učenici već usvojili u ranijem školovanju (obim i površina kvadrata i pravougaonika, Pitagorina teorema...). Posebno su prikazane površina i zapremina prizme [22], kao i grafičko rešavanje sistema linearnih jednačina.

Definicija 10.5.1. Prizma je geometrijsko telo ograničeno sa dva paralelna i podudarna mnogougla i onoliko paralelograma koliko stranica ima jedan od tih mnogouglova. Mnogouglovi se nazivaju osnovama prizme – baze, a paralelogrami su bočne strane prizme. Prizma čije su bočne strane normalne na ravni njihovih osnova naziva se prava prizma. Temena osnove prizme predstavljaju temena prizme. Bočne strane prizme obrazuju omotač prizme. Visina H prizme je rastojanje između njenih osnova, tj. visina je dužina normale koja je spuštена iz bilo koje tačke jedne baze na ravan druge baze.

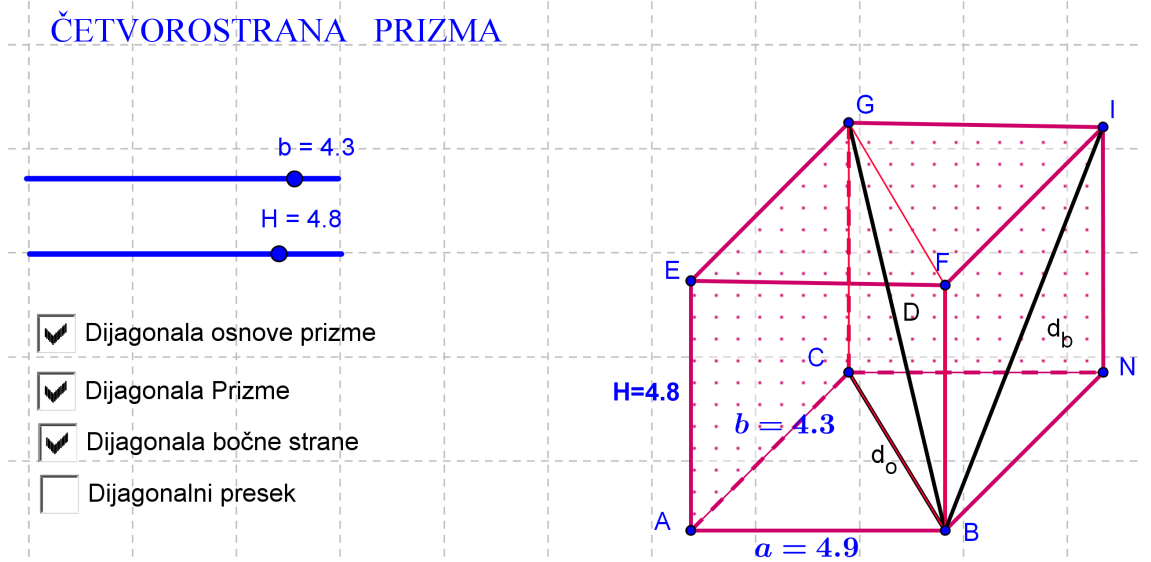
Definicija 10.5.2. Prizma čija je osnova (baza) četvorougao naziva se četvoroustrana prizma. (Slika 34.).



Slika 34. Četvorostrana prizma

Na Slici 34. učenicima je predstavljen aplet prave četvorostrane prizme pri čemu imaju mogućnost da pomoću slajdera menjaju dužine ivica baza i visine prizme. Kada su savladali pojam prizme i njenih osnovnih elemenata, učenicima je objašnjen pojam dijagonala u prizmi – dijagonala bočne strane, dijagonala baze i dijagonala prizme.

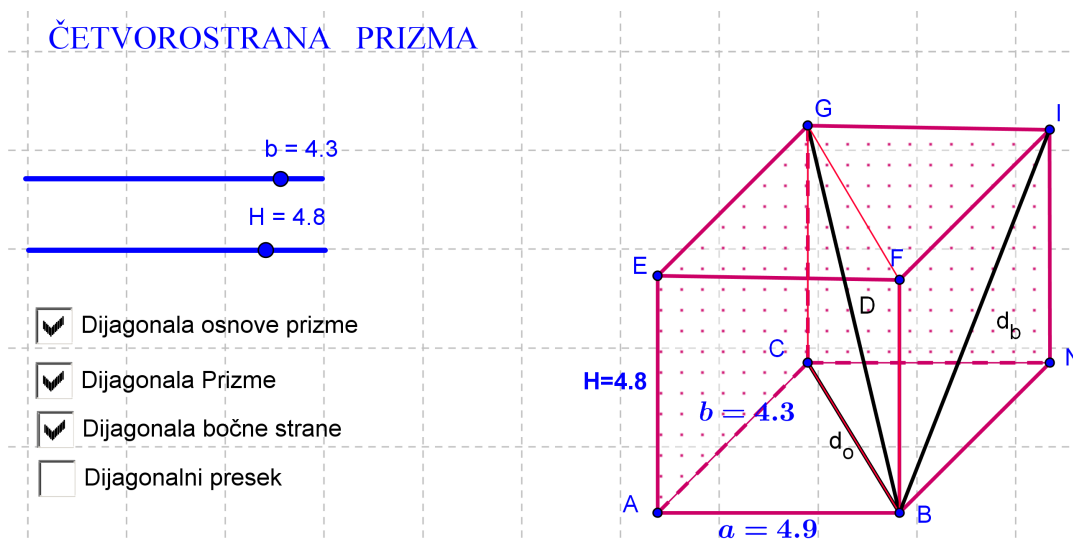
Definicija 10.5.3. Duž čije su krajnje tačke temena prizme, a koja nije sadržana u jednoj stranici prizme naziva se dijagonala prizme. Dijagonala prizme najčešće se označava sa D . Dijagonala osnove prizme obeležava se sa d_o , a dijagonala bočne strane sa d_b . (Slika 35.)



Slika 35. Dijagonale

Učenicima je uz pomoć apleta prikazanom na Slici 35. predstavljena dijagonala prizme, kao i dijagonale osnovice i bočne strane. Dužina dijagonala se menja sa promenom dužina ivica prizme, što su učenici sami zaključili pomeranjem slajdera. Dužina bilo koje dijagonale može se izračunati primenom Pitagorine teoreme na adekvatan način.

Definicija 10.5.4. Presek prizme i ravni koju određuju dijagonala i ivica prizme sa zajedničkom krajnjom tačkom naziva se dijagonalni presek prizme (Slika 36.).



Slika 36. Dijagonalni presek četvorostrane prizme

Na Slici 36. učenicima je vizuelno predstavljen dijagonalni presek prizme.

Nakon savladavanja svih osnovnih pojmova koji su bitni za prizmu, učenicima se uvodi pojam površine i zapremine prizme, što je opisano u narednom delu.

Površina prizme

Definicija 10.5.5. Ako je B površina svake od podudarnih baza prave četvorostrane prizme, a M površina njenog omotača, tada je površina te prizme (Slika 37.)

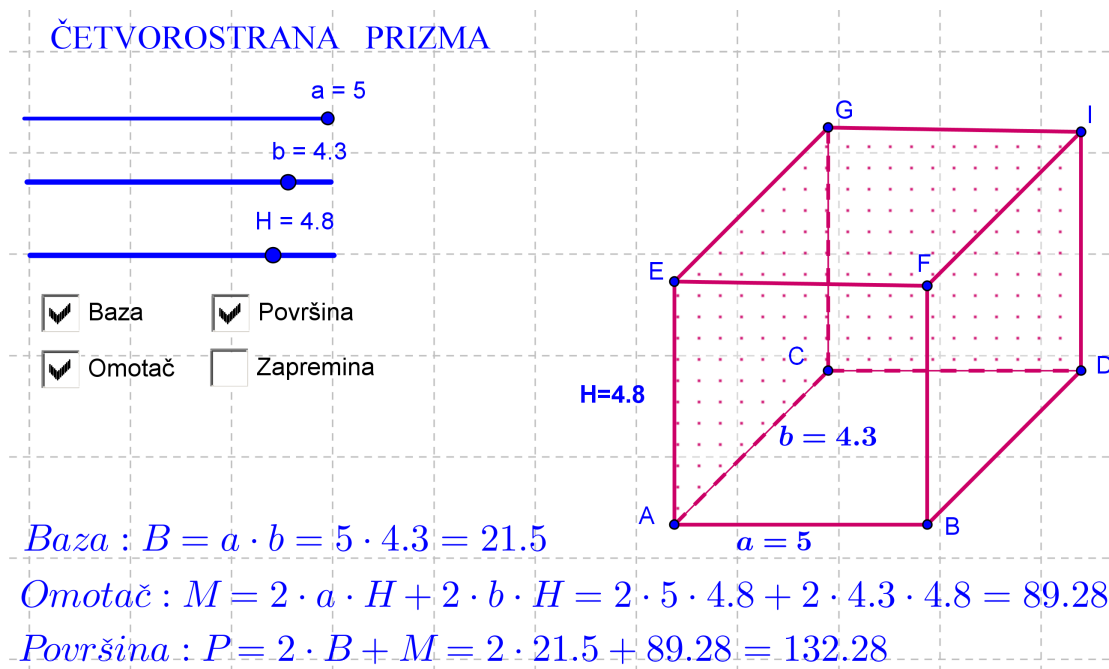
$$P=2B+M$$

Bazu četvorostrane prizme sa slike čine dva pravougaonika stranica a i b pa je

$$B=ab.$$

Površinu omotača četvorostrane prizme čine po dva para podudarnih pravougaonika, jedan par ima stranice a i H , a drugi par ima stranice b i H , pa je

$$M=2aH + 2bH.$$



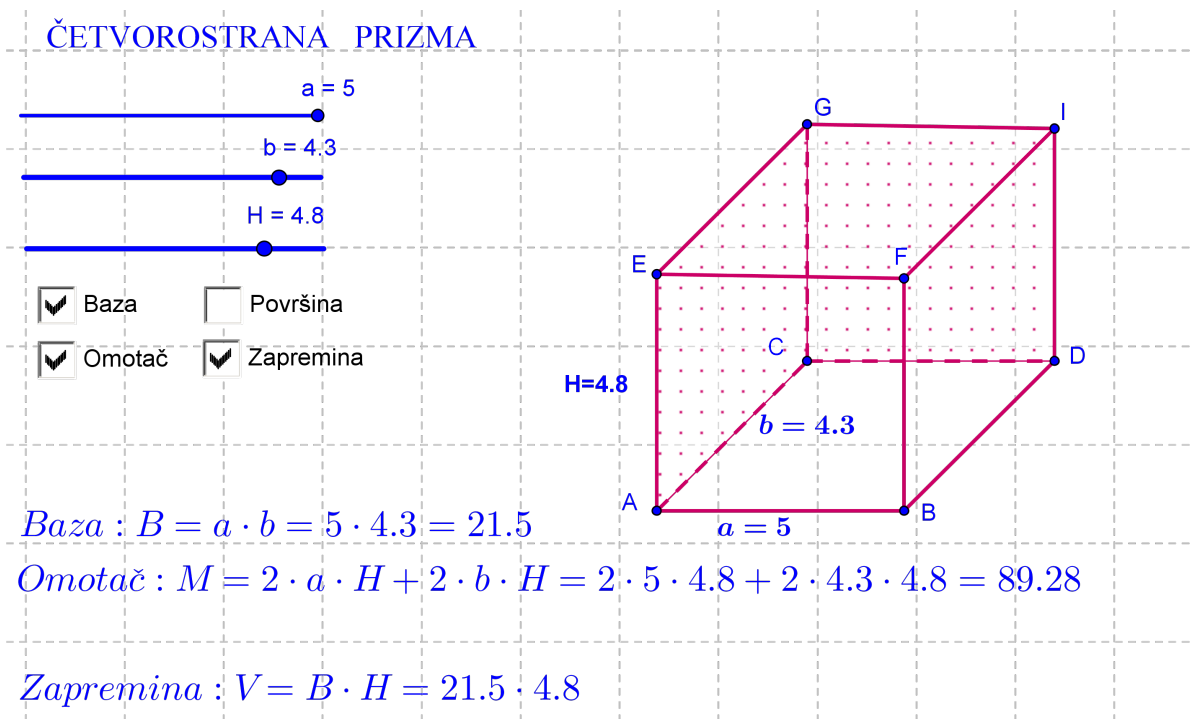
Slika 37. Površina prizme

Apletom prikazanim na Slici 37. učenici su sami, menjanjem vrednosti stranica i visine, pomoću slajdera, uočavali promene kod površine baze i omotača, a samim tim i promenu površine prizme.

Zapremina prizme

Definicija 10.5.6. Ako je B površina baze prave četvorostrane prizme, a H njena visina, tada je zapremina te prizme (Slika 38.)

$$V=B \cdot H.$$



Slika 38. Zapremina prizme

Kao i kod površine apletom prikazanom na Slici 38. učenici su sami, menjanjem vrednosti stranica i visine pomoću slajdera uočavali promene kod površine baze, a samim tim i promenu zapreminu prizme.

Grafičko rešavanje sistema linearnih jednačina

Osim četvorostrane prizme, učenicima osmog razreda predstavljen je i aplet koji predstavlja grafičko rešavanje sistema linearnih [23] jednačina.

Definicija 10.5.7. Dve linearne jednačine u kojima učestvuju dve različite nepoznate čine sistem dve linearne jednačine sa dve nepoznate.

Opšti oblik sistema dve linearne jednačine s dve nepoznate:

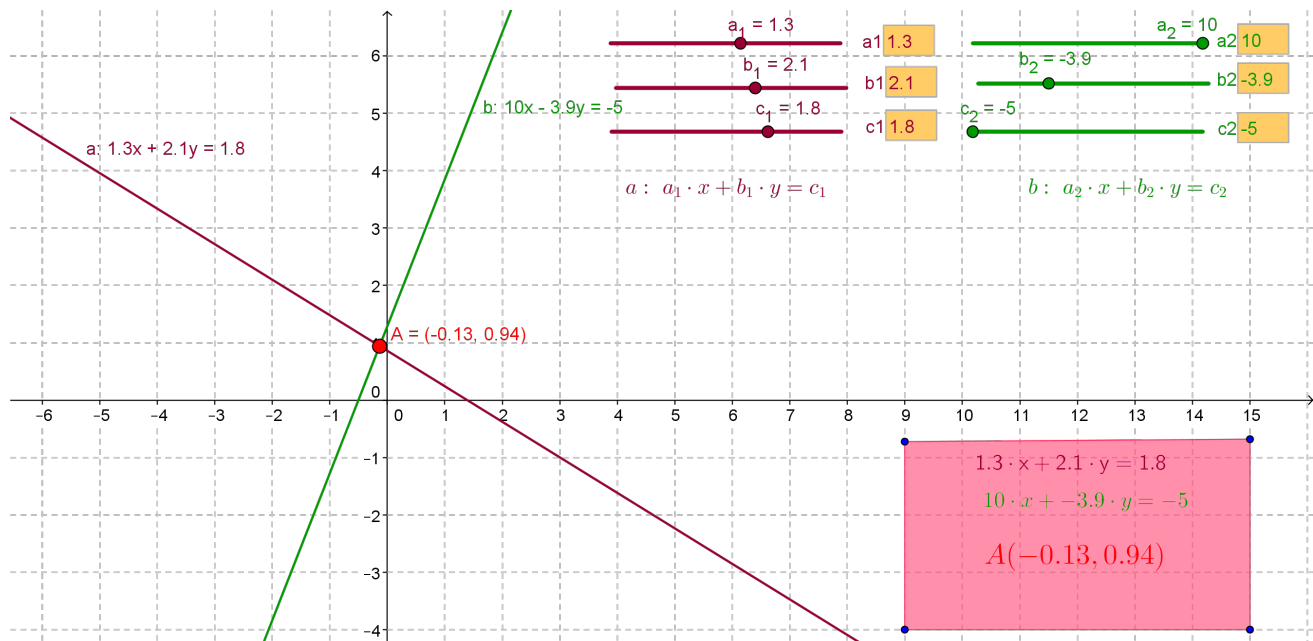
$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

$a_1, b_1, c_1, a_2, c_2, b_2$ iz R ; a_1, a_2 su koeficijenti uz nepoznatu x ; b_1, b_2 su koeficijenti uz nepoznatu y ; c_1, c_2 su slobodni članovi.

Definicija 10.5.8. Rešenje sistema jednačine s dve nepoznate x i y je uređen par (x_0, y_0) , x_0, y_0 iz R , koji predstavlja rešenje svake od datih jednačina tog sistema.

Definicija 10.5.9. Zajedničke tačke pravih koje predstavljaju grafičke prikaze rešenja svake od jednačina sistema predstavlja grafički prikaz rešenja tog sistema. (Slika 39.).



Slika 39. Grafičko rešavanje sistema linearnih jednačina

Apletom prikazanim na Slici 39. učenicima je vizuelno predstavljen grafik dve linearne funkcije kao i njihova zajednička presečna tačka A. Učenici su pomoću slajdera mogli da menjaju vrednosti koeficijenata uz nepoznate kao i vrednosti slobodnih članova, i na taj način, uočavali su promenu uređenog para (x_0, y_0) koji predstavlja presek te dve prave, a to je upravo rešenje sistema.

10. Zaključak

U radu je obrađeno kvantitativno istraživanje uticaja informaciono-komunikacionih tehnologija na interaktivnost nastave matematike u višim razredima osnovne škole sa ciljem otkrivanja kakvi su stavovi učenika i nastavnika prema upotrebi računara i kakav je stepen spremnosti učenika i nastavnika da koriste računare u nastavi matematike.

Istraživanje je obrađivalo glavnu hipotezu (H_1) da postoji pozitivan stav nastavnika i učenika prema korišćenju računara preko pet specifičnih hipoteza:

H_2 - postoji pozitivan stav nastavnika prema korišćenju računara u nastavi, odnosno, nastavnici smatraju da upotreba računara doprinosi kvalitetu nastave.

H_3 - postoji pozitivan stav nastavnika prema poznavanju i upotrebi rada na računaru kod učenika, odnosno, nastavnici smatraju da je poznavanje i upotreba na visokom nivou.

H_4 - postoji pozitivan stav učenika prema korišćenju računara u nastavi, odnosno, učenici smatraju da je dobro i korisno koristiti računar u nastavi.

H_5 - postoji visok stepen poznavanja i upotrebe rada na računaru kod učenika, odnosno, učenici vladaju osnovnim i neophodnim tehnikama rada na računaru.

H_6 - postoji pozitivan stav učenika prema interaktivnom času.

Može se zaključiti da je glavna teza (H_1) da postoji pozitivan stav nastavnika i učenika prema korišćenju računara potvrđena. Međutim istraživanje je pokazalo da postoje značajne razlike između razumevanja uticaja upotrebe računara na motivaciju učenika između nastavnika i učenika i da uprkos pozitivnom stavu i nastavnika i učenika prema korišćenju računara u nastavi, nastavnici smatraju da nisu dovoljno edukovani za rad sa računarom i učenici ne poznaju i ne upotrebljavaju specifične programe za učenje matematike. Rezultati su pokazali da su učenici veoma pozitivno reagovali na održane interaktivne časove matematike i da su im se sviđale mogućnosti specifičnog programskog paketa za učenje matematike GeoGebra.

Rezultati ovog istraživanja mogu doprineti razumevanju odnosa između tradicionalne i interaktivne nastave matematike i pre svega razumevanju stavova učenika i nastavnika prema upotrebi računara i njihov stepen spremnosti da koriste računare u nastavi matematike. Uloga i uticaj informaciono-komunikacionih tehnologija na interaktivnost nastave matematike u višim razredima osnovne škole ostaje važno područje koje treba i dalje istraživati i rezultate istraživanja širiti u školama.

U procesu istraživanja interaktivne nastave geometrije održan je interaktivni čas matematike uz pomoć programskog paketa GeoGebra. GeoGebra je programski paket koji spaja sisteme dinamičke geometrije, računarske algebre i proračunskih tabela u jedan sistem.

Za potrebe istraživanja održani su interaktivni časovi geometrije u petom, šestom, sedmom i osmom razredu. GeoGebra omogućuje da se matematički objekti vide u grafičkom, algebarskom i tabelarnom prikazu koji su dinamički povezani, mogu biti višestruko prikazani, a svaki objekat je predstavljen i u algebarskom i u geometrijskom prozoru.

U toku istraživanja razvijeni su sledeći GeoGebra interaktivni materijali za nastavu geometrije: ugaona linija i ugao, podela uglova, spoljašnja i unutrašnja oblast, spoljašnji i unutrašnji uglovi, vrste trougla prema njihovim uglovima, vrste trougla prema njihovim stranicama, presek simetrala stranica, presek simetrala uglova trougla, upisana kružnica u trougao, kružnica i krug, centralni i periferijski ugao, površina kruga, površina kružnog isečka, četverostrana prizma, dijagonalni presek četverostrane prizme, površina prizme, zapremina prizme.

Sve razvijene materijale učenici su upotrebljavali interaktivno, kao što je na primer upotreba slajdera za promenu vrednosti koeficijenata uz nepoznate kao i vrednosti slobodnih članova kod sistema jednačina.

Istraživanje je pokazalo da GeoGebra nudi interaktivne mogućnosti za nastavu geometrije i da su se skoro svim đacima sviđale (92%) mogućnosti programskog paketa. Materijali su bili dobro predstavljeni i postigli su rezultat, odnosno, postigli su interaktivnost na časovima. Učenici su bili aktivni, časovi su im se dopali i njihova motivacija je bila veća kao što su i sami predvideli kad je 62% učenika odgovorilo da bi imali veću motivaciju za učenje ukoliko bi više koristili računar u nastavi.

Pozitivan uticaj upotrebe GeoGebre za veću interaktivnost časova i motivaciju učenika je bio dokazan u ovom istraživanju. Edukacija za upoznavanje i upotrebu programa GeoGebra bi bio dobar prvi korak za razvoj veština interaktivne nastave geometrije. Razvijanje interaktivnih materijala za nastavu geometrije uz pomoć GeoGebre bi mogao biti sledeći korak.

LITERATURA

- [1] Vrdoljak A., Banjanin M. (2009). Obrazovni potencijal programa za dinamičku matematiku - slučaj GeoGebra. *Pedagoška stvarnost*, 55(9-10), 921-931.
- [2] Jokić M. (2010). Jedan pogled na mesto informatičke tehnologije u nastavi matematike. *Pedagoška stvarnost*, 56(9-10), 869-881.
- [3] Kadum V. (2004). Neke paradigme za uspješnu nastavu i usmjeravanje učenja u matematici. *Metodički ogledi*, (11) 95 – 110.
- [4] Kovačević J. (2005). Aspekti interaktivne nastave. *Beogradska defektološka škola*, (1), 27-36.
- [5] Kurnik Z. (2007). Nastavni sat matematike. *Matematika i škola*, 38, str. 99-104.
- [6] Mićanović V. (2008). Strategija početnog matematičkog obrazovanja zasnovana na primeni računara u nastavnom procesu. *Pedagoška stvarnost*, 54(5-6), 560-576.
- [7] Mićanović V. (2012). Obrazovna tehnologija u početnoj nastavi matematike. *Pedagoška stvarnost*, 58(3), str. 547-558.
- [8] Mrđa M. & Petrović, N. (2010). Problemski pristup fleksibilnoj diferencijaciji interaktivne nastave matematike. *Norma*, 15(1), 121-132.
- [9] Perić, R. (2005). Interaktivna nastava u praksi. *Pedagoška stvarnost*, 51(1-2), 86-109.
- [10] Petrović S. Martić J. Petković, M., (1997). *Didaktičko-metodički priručnik za nastavu matematike V-VIII razreda osnovne škole*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd.
- [11] Savičić J. (2011). Interaktivno multimedijalno učenje i poučavanje korišćenjem računarskih mreža. *Norma*, 16(1), 57-66.
- [12] Suzić N. (1999). *Aktivna nastava. Materijali za seminar nastavnika*. Banja Luka.
- [13] Herceg Đ. (2009). Džojstik u nastavi. *Pedagoška stvarnost*, 55(9-10), 991-999.
- [14] Hohenwarter M., Hohenwarter J., (2009). *GeoGebra pomoć – zvanično uputstvo*. <http://www.geogebra.org/>.
- [15] Ikodinović S., Dimitrijević S. (2008). *Matematika za šesti razred osnovne škole*. Klett
- [16] Ikodinović S., Dimitrijević S. Milojević S., Vulović N., (2008). *Matematika za peti razred osnovne škole*. Klett
- [17] Ikodinović S., Dimitrijević S. (2008). *Matematika za šesti razred osnovne škole*. Klett
- [18] Stojanović V. (2007). *Matematika za šesti razred osnovne škole*. Matematiskop, Beograd
- [19] Stojanović V. (2010). *Matematika za sedmi razred osnovne škole*. Matematiskop, Beograd
- [20] Ikodinović S., Dimitrijević S. (2008). *Matematika za sedmi razred osnovne škole*. Klett
- [21] Stojanović V. (2007). *Matematika za peti razred osnovne škole*. Matematiskop, Beograd
- [22] Ikodinović S., Dimitrijević S. (2008). *Matematika za osmi razred osnovne škole*. Klett
- [23] Stojanović V. (2010). *Matematika za osmi razred osnovne škole*. Matematiskop, Beograd
- [24] Larousse (1973), *Matematička opšta enciklopedija*