4. *Über die Verringerung der Wärmeabgabe durch die Marsatmosphäre;*
von M. Milankovitch.

Als Fortsetzung meiner Untersuchungen über die Theorie der Strahlenabsorption in der Atmosphäre (vgl. Ann. d. Phys. **43**. p. 623ff.) will ich hier die oft diskutierte Frage der Glashauswirkung der Marsatmosphäre, welche für die Klimatologie dieses Planeten von besonderer Wichtigkeit ist, zu beantworten versuchen.

Ich mache dabei folgende Annahmen: Die Oberfläche des Planeten nehme ich an der in Betracht gezogenen Stelle als eben an und dessen Atmosphäre zusammengesetzt aus ebenen, zur Oberfläche des Planeten parallelen Schichten, so daß die Dichte der Atmosphäre eine Funktion der Entfernung x von der Planetenoberfläche ist. Die Absorptionskoeffizienten der Atmosphäre $a_1(x)$ und $a_2(x)$ für die lichte bzw. die dunkle Strahlung seien — dem Beerschen Gesetz zufolge — der Dichte der Atmosphäre $\varrho(x)$ proportional, so daß dieselben durch die Ausdrücke

$$(1) \qquad \begin{cases} a_1(x) = k_1 \varrho(x), \\ a_1(x) = k_2 \varrho(x) \end{cases}$$

dargestellt erscheinen. Nachdem ich in der erwähnten Abhandlung gezeigt habe, daß die Differentialgleichung des Strahlungsvorganges nur dann integriert werden kann, wenn die Absorptionskoeffizienten von der Form sind

$$(2) \qquad \begin{cases} a_1(x) = a_0 e^{-cx}, \\ a_2(x) = a_0' e^{-cx}, \end{cases}$$

so nehme ich an, daß die Dichte $\varrho(x)$ der Atmosphäre der einfachen (Newtonschen) barometrischen Formel

$$(3) \qquad \varrho(x) = \varrho_0 e^{-\frac{\sigma_0 \varrho_0}{p_0} x}$$

gehorcht, worin ϱ_0 und p_0 die Dichte bzw. den spezifischen

Druck der Atmosphäre und σ_0 das spezifische Gewicht des Wassers an der Oberfläche des Planeten darstellt.

Setzt man nun

$$(4)\qquad \begin{cases} k_1 \varrho_0 = a_0, \\ k_2 \varrho_0 = a_0', \\ \dfrac{\sigma_0 \varrho_0}{p_0} = c, \end{cases}$$

so sind die für die Integration der Differentialgleichung des Strahlungsvorganges notwendigen Bedingungen erfüllt.

Die mittlere Temperatur der Oberfläche des Planeten kann nach der zuerst von Christiansen angegebenen Methode auf die Weise berechnet werden, daß man den Planet einer stationären Strahlung ausgesetzt denkt, welche der mittleren Bestrahlung des Planeten entspricht.

Bezeichnet man mit J_0 die Solarkonstante, mit d die mittlere Entfernung des Marses von der Sonne, gemessen in Erdbahnhalbmessern, und mit r den Halbmesser der Marskugel, so wird diese in der Zeiteinheit von der Strahlung $(1/d^2) J_0 r^2 \pi$ getroffen und es entspricht der Flächeneinheit der Marsoberfläche eine mittlere Bestrahlung

$$(5)\qquad J_m = \frac{1}{4 d^2} J_0 .$$

Dieser mittleren Bestrahlung entspricht auch ein mittlerer Inzidenzwinkel oder, mit anderen Worten, eine mittlere Zenitdistanz z_0 der Sonne. Diese Größe z_0 ist wie folgt zu bestimmen.

Verbindet man einen beliebigen Punkt M der bestrahlten Marsoberfläche mit dem Mittelpunkt O der Marskugel, so schließt dieser Radius mit der Verbindungsgeraden Mars—Sonne den Winkel z, welcher gleich ist der Zenitdistanz der Sonne im Punkte M. Läßt man nun den Radius OM um die Verbindungsgerade Mars—Sonne rotieren, so beschreibt der Punkt M einen Kreis auf der Marskugel, in dessen Punkten die Zenitdistanz der Sonne gleich z ist. Läßt man den Winkel z um dz anwachsen, so gelangt man zu einem anderen, unendlich benachbarten Kreise auf der Marskugel. Allen Punkten des zwischen diesen zwei unendlich nahen Kreisen eingeschlossenen zonenförmigen Flächenelementes df entspricht die Zenitdistanz z. Die mittlere Zenitdistanz z_0 der bestrahlten Halbkugel ist somit

$$z_0 = \frac{1}{2\pi r^2} \int_0^{\pi/2} z \, df$$

und da, wie leicht einzusehen, $df = 2\pi r^2 \sin z \, dz$, so ist

$$z_0 = \int_0^{\pi/2} z \sin z \, dz = 1,$$

oder rund

$$(6)\qquad z_0 = 57^{\circ}.$$

Bei einer mittleren Bestrahlung J_m pro Flächeneinheit und einem mittleren Inzidenzwinkel z_0 würde sich bei Abwesenheit der Atmosphäre auf der Marsoberfläche jene absolute Temperatur T_1 einstellen, bei welcher das Emissionsvermögen E_1 der Oberfläche gleich der von der Strahlung J_m absorbierten Wärmemenge ist. Bezeichnet man demnach das Reflexionsvermögen der Oberfläche des Planeten für den Inzidenzwinkel z_0 mit R, so besteht die Gleichung:

$$(7)\qquad E_1 = (1 - R) J_m .$$

Zwischen den Größen E_1 und T_1 kann nach den Untersuchungen von Ferrel[1]), Paschen[2]) und jenen von Siegl[3]) die Beziehung

$$(8)\qquad E_1 = c_1 T_1^{\varepsilon}$$

als geltend angenommen werden. Dabei sind c_1 und ε Konstanten, welche von der Beschaffenheit der Oberfläche abhängen. Wenn der Planet ein vollkommener Strahler wäre, so hätte man in (7) $R = 0$ und in (8) statt c_1 die Konstante des Stefanschen Gesetzes und $\varepsilon = 4$ zu setzen. Aus (7) und (8) kann die Temperatur T_1 berechnet werden.

Wegen der Anwesenheit der Atmosphäre muß die Gleichung (5) durch die in meiner erwähnten Abhandlung abgeleitete Gleichung (9) ersetzt werden, welche die Beziehung zwischen der Einstrahlung J_m und der durch dieselbe bei Anwesenheit der Atmosphäre hervorgerufene Emission E_0 mathematisch zum Ausdruck bringt.

Bevor ich nun die Resultate der erwähnten Abhandlung,

1) W. Ferrel, Bull. philos. Soc. Washington **5**.
2) F. Paschen, Ann. d. Phys. **49**, **58** und **60**.
3) K. Siegl, Wien. Sitzungsber. **116**.

auf welche ich, um Wiederholungen zu vermeiden, verweise, benutze, erwähne ich folgendes: Ich habe in derselben vorausgesetzt, daß die mittlere Bestrahlung — die ich damals mit J_h bezeichnet habe — auf die Planetoberfläche senkrecht auffällt. Ist der Inzidenzwinkel der Sonnenstrahlen wie im gegenwärtigen Falle gleich z_0, so werden die Sonnenstrahlen durch die Atmosphäre einen $\sec z_0$-mal größeren Weg zurückzulegen haben und nachdem dieses Verhältnis, wenn man von der Refraktion absieht, für jede beliebige Schicht der Atmosphäre gilt, so ist in den in der erwähnten Abhandlung abgeleiteten Gleichungen $a_1(x)$ durch $a_1(x)\sec z_0$, d. h. a_0 durch $a_0 \sec z_0$ zu ersetzen. Ich werde diese Substitution jedoch erst im Endresultate vornehmen.

Die in der Marsatmosphäre vorkommende, jedenfalls geringe diffuse Zerstreuung der Sonnenstrahlung werde ich ebenfalls erst am Schlusse meiner Berechnungen in Betracht ziehen. Durch dieselbe geht ein Teil der einfallenden Strahlung für den Wärmehaushalt des Planeten verloren und ist derselbe von der auf die Oberfläche des Planeten auffallenden lichten Strahlung in Abzug zu bringen.

Ich nehme auch an, daß die Marsoberfläche die von der Marsatmosphäre emittierte dunkle Strahlung vollkommen absorbiert, d. h. ich setze

$$A_2 = 1. \tag{9}$$

Der Gleichung (3) zufolge erstreckt sich die Marsatmosphäre theoretisch in das Unendliche und es ist deren Mächtigkeit

$$h = \infty. \tag{10}$$

Ich habe in der erwähnten Abhandlung mit $\varepsilon(x)$ die Intensität jener Strahlung bezeichnet, welche an der Stelle x von einer Atmosphärenschicht von der Dicke 1 emittiert wird. Zwischen dieser Größe, der Bestrahlung J_m und der Emission E_0 der Planetenoberfläche bestehen nun folgende Gleichungen, welche man erhält, wenn man in die Gleichungen (28), (29), (24), (19), (9), (15) und (17) der erwähnten Abhandlung die Gleichungen (2), (9) und (10) substituiert:

$$\frac{d^2 \varepsilon(x)}{dx^2} + 3c\,\frac{d\varepsilon(x)}{dx} + 2c^2 \varepsilon(x) = F(x), \tag{11}$$

$$F(x) = \tfrac{1}{2} a_0 (a_0^2 - a_0'^2) J_m e^{-3cx} \left[e^{-\frac{a_0}{c} e^{-cx}} + R e^{-\frac{2a_0}{c}} e^{+\frac{a_0}{c} e^{-cx}} \right], \tag{12}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{d\varepsilon(x)}{dx} + \left(a_0' e^{-cx} + c\right) \varepsilon(x) - \tfrac{1}{2} a_0 (a_0 + a_0') J_m e^{-2cx} e^{-\frac{a_0}{c} e^{-cx}} \\ & \quad + \tfrac{1}{2} a_0 (a_0 - a_0') R J_m e^{-\frac{2a_0}{c}} e^{-2cx} e^{+\frac{a_0}{c} e^{-cx}} \\ & \quad - a_0'^2 e^{-2cx} r(x) = 0, \end{aligned} \right. \tag{13}$$

$$\left\{ \begin{aligned} E_0 = e^{+\frac{a_0'}{c}} e^{-\frac{a_0'}{c} e^{-cx}} & \left[\frac{2}{a_0'} e^{cx} \varepsilon(x) - \frac{a_0}{a_0'} J_m e^{-\frac{a_0}{c} e^{-cx}} \right. \\ & \left. \quad - \frac{a_0}{a_0'} R J_m e^{-\frac{2a_0}{c}} e^{+\frac{a_0}{c} e^{-cx}} - l(x) - r(x) \right], \end{aligned} \right. \tag{14}$$

$$E_0 = (1 - R) J_m e^{-\frac{a_0}{c}} + r(0), \tag{15}$$

$$l(x) = e^{-\frac{a_0'}{c} e^{-cx}} \int_0^x \varepsilon(x)\, e^{-\frac{a_0'}{c} e^{-cx}}\, dx, \tag{16}$$

$$r(x) = e^{-\frac{a_0'}{c} e^{-cx}} \int_x^\infty \varepsilon(x)\, e^{+\frac{a_0'}{c} e^{-cx}}\, dx. \tag{17}$$

Diese Gleichungen ermöglichen, wie ich nun zeigen werde, die Aufstellung der Beziehung zwischen J_m und E_0.

Das allgemeine Integral der Differentialgleichung (11) ist bekanntlich dargestellt durch den Ausdruck

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon(x) = C_1 e^{-cx} + C_2 e^{-2cx} & + \frac{1}{c} e^{-cx} \int F(x) e^{+cx} dx \\ & - \frac{1}{c} e^{-2cx} \int F(x) e^{+2cx} dx, \end{aligned} \right. \tag{18}$$

wo C_1 und C_2 die Integrationskonstanten bedeuten. Die in obigem Ausdruck vorkommenden Quadraturen können nach Heranziehung der Gleichung (12) mittels der Substitution

$$\frac{a_0}{c} e^{-cx} = y, \tag{19}$$

d. h.

$$e^{-cx} dx = -\frac{1}{a_0} dy,$$

$$e^{-2cx} dx = -\frac{c}{a_0^2} y\, dy$$

durchgeführt werden und man bekommt:

$$
(20)\left\{\begin{aligned}
&\varepsilon(x) = C_1 e^{-cx} + C_2 e^{-2cx}\\
&+\frac{1}{2a_0}(a_0^2 - a_0'^2) J_m e^{-cx}\left[e^{-\frac{a_0}{c}e^{-cx}} + R\, e^{-\frac{2a_0}{c}} e^{+\frac{a_0}{c}e^{-cx}}\right].
\end{aligned}\right.
$$

Um die Integrationskonstanten C_1 und C_2 zu bestimmen, setze man in die Gleichungen (14) und (13) $x = 0$, wodurch man zu folgenden Gleichungen gelangt:

$$
(21)\qquad a_0' E_0 = 2\varepsilon(0) - a_0(1+R) J_m e^{-\frac{a_0}{c}} - a_0' r(0),
$$

$$
(22)\left\{\begin{aligned}
&\frac{d\varepsilon(0)}{dx} + (a_0' + c)\varepsilon(0) - \frac{1}{2} a_0 [a_0'(1+R) + a_0(1-R)] J_m e^{-\frac{a_0}{c}}\\
&\qquad - a_0'^2 r(0) = 0.
\end{aligned}\right.
$$

Es ist dabei, mit Rücksicht auf (20),

$$
(23)\qquad \varepsilon(0) = C_1 + C_2 + \frac{1}{2}\frac{a_0^2 - a_0'^2}{a_0}(1+R) J_m e^{-\frac{a_0}{c}},
$$

$$
(24)\left\{\begin{aligned}
&\frac{d\varepsilon(0)}{dx} = -c\,C_1 - 2c\,C_2\\
&\qquad + \frac{1}{2}\frac{a_0^2 - a_0'^2}{a_0}[a_0(1-R) - c(1+R)] J_m e^{-\frac{a_0}{c}}.
\end{aligned}\right.
$$

Multipliziert man (21) mit a_0', addiert hinzu (22) und nimmt Rücksicht auf (23) und (24), so bekommt man

$$
(25)\left\{\begin{aligned}
&a_0'^2 E_0 - a_0' C_1 - (c + a_0') C_2\\
&\qquad = \frac{1}{2a_0}[a_0 a_0'^2 (1-R) - a_0'^3(1+R)] J_m e^{-\frac{a_0}{c}}.
\end{aligned}\right.
$$

Multipliziert man (15) mit a_0', addiert hinzu (21) und nimmt Rücksicht auf (23), so bekommt man

$$
(26)\left\{\begin{aligned}
&2a_0' E_0 - 2C_1 - 2C_2\\
&\qquad = \frac{1}{a_0}[a_0 a_0'(1-R) - a_0'^2(1+R)] J_m e^{-\frac{a_0}{c}}.
\end{aligned}\right.
$$

Aus (25) und (26) folgt aber

$$
(27)\qquad C_2 = 0
$$

und die Gleichung (25) bekommt die Form

$$
(28)\qquad a_0' E_0 - C_1 = \frac{1}{2}\frac{a_0'}{a_0}[a_0(1-R) - a_0'(1+R)] J_m e^{-\frac{a_0}{c}}.
$$

Aus (15) und (28) folgt

$$
(29)\qquad C_1 = \frac{1}{2}\frac{a_0'}{a_0}[a_0(1-R) + a_0'(1+R)] J_m e^{-\frac{a_0}{c}} + a_0' r(0)
$$

und aus (17), (20) und (27)

$$
\begin{aligned}
r(0) = {} & C_1 e^{-\frac{a_0'}{c}} \int_0^\infty e^{-cx} e^{+\frac{a_0'}{c}e^{-cx}}\, dx\\
& + \frac{1}{2a_0}(a_0^2 - a_0'^2) e^{-\frac{a_0'}{c}} J_m \int_0^\infty e^{-cx} e^{\frac{a_0' + a_0}{c} e^{-cx}}\, dx\\
& + \frac{1}{2a_0}(a_0^2 - a_0'^2) e^{-\frac{2a_0 + a_0'}{c}} R\, J_m \int_0^\infty e^{-cx} e^{\frac{a_0 + a_0'}{c} e^{-cx}}\, dx.
\end{aligned}
$$

Die obigen Quadraturen können mittels Substitution (19) leicht durchgeführt werden und man bekommt:

$$
(30)\left\{\begin{aligned}
&r(0) = \frac{1}{a_0'} C_1 - \frac{1}{a_0'} e^{-\frac{a_0'}{c}} C_1\\
&- \frac{1}{2a_0}[a_0(1-R) + a_0'(1+R)] J_m e^{-\frac{a_0}{c}}\\
&+ \frac{1}{2a_0}(a_0 + a_0') J_m e^{-\frac{a_0'}{c}} - \frac{1}{2a_0}(a_0 - a_0') R\, J_m e^{-\frac{2a_0 + a_0'}{c}}.
\end{aligned}\right.
$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung (29) ein, so bekommt man

$$
(31)\qquad C_1 = \frac{1}{2}\frac{a_0'}{a_0}(a_0 + a_0') J_m - \frac{1}{2}\frac{a_0'}{a_0}(a_0 - a_0') R\, J_m e^{-\frac{2a_0}{c}}
$$

und mit Rücksicht auf (20)

$$
(32)\left\{\begin{aligned}
&\varepsilon(x) = \frac{1}{2}\frac{a_0'}{a_0}(a_0 + a_0') J_m e^{-cx} - \frac{1}{2}\frac{a_0'}{a_0}(a_0 - a_0') R\, J_m e^{-\frac{2a_0}{c}} e^{-cx}\\
&\qquad + \frac{1}{2a_0}(a_0^2 - a_0'^2) J_m e^{-cx} e^{-\frac{a_0}{c}e^{-cx}}\\
&\qquad + \frac{1}{2a_0}(a_0^2 - a_0'^2) R\, J_m e^{-\frac{2a_0}{c}} e^{-cx} e^{+\frac{a_0}{c}e^{-cx}}.
\end{aligned}\right.
$$

Diese Gleichung gibt die Änderung der Emission der Atmosphäre längs der Normalen zur Planetoberfläche an. Wenn die den Zusammenhang zwischen der Emission und der Temperatur angebende Strahlungsformel bekannt ist und wenn man für J_m die mittlere jährliche Bestrahlung des in Betracht gezogenen Oberflächenelementes in (32) einsetzt, so kann die mittlere jährliche Temperatur der Atmosphäre in jeder beliebigen Entfernung von der Planetoberfläche eindeutig bestimmt werden.

Ich will, bevor ich weitergehe, eine kurze Bemerkung über den Temperaturgradient der Erdatmosphäre hier einschalten. Die in obiger Gleichung vorkommenden Größen sind uns für die Erdatmosphäre, in erster Annäherung wenigstens, bekannt. Man könnte auch für die erste Orientierung annehmen, daß die Strahlung der Gase das Stefansche Gesetz befolgt und man bekäme dann mittels (32) eine Gleichung, welche die Abhängigkeit der mittleren jährlichen Temperatur der Erdatmosphäre von der Höhenlage angeben würde. Nach dieser Gleichung würde die Temperatur mit der Höhe konstant fallen, während die neuesten Beobachtungen oberhalb des elften Kilometers von der Erdoberfläche das Aufhören des Temperaturgefälles, ja sogar einen Temperaturaufstieg konstatiert haben. Diese Nichtübereinstimmung findet ihren Grund in dem Umstande, daß in der Erdatmosphäre in verschiedenen Höhen, welche jedoch auf die ersten elf Kilometer beschränkt sind, ganz gewaltige Reflexionen der einfallenden Strahlung stattfinden, welche ich in meinen bisherigen Untersuchungen nicht berücksichtigt habe. Denkt man sich aber in das hier benutzte Atmosphärenmodell eine teilweise reflektierende Schicht, welche die Wirkung der Wolken illustrieren soll, eingeschaltet, so wird ein Teil der an derselben reflektierten Strahlung von der oberhalb derselben befindlichen Atmosphärenschichten absorbiert und zur Erhöhung ihrer Temperatur benutzt werden, wodurch Temperaturinversionen entstehen können. Die theoretischen Untersuchungen solcher Fälle sind jedoch zu weitläufig um an dieser Stelle veröffentlicht zu werden.

Aus (28) und (31) folgt die für unsere Zwecke wichtige Gleichung:

$$(33)\quad \begin{cases} E_0 = \frac{1}{2a_0}(a_0 + a_0')J_m - \frac{1}{2a_0}(a_0 - a_0')RJ_m e^{-\frac{2a_0}{c}} \\ \qquad + \frac{1}{2a_0}[a_0(1-R) - a_0'(1+R)]J_m e^{-\frac{a_0}{c}}, \end{cases}$$

deren Vergleich mit der Gleichung (7) angibt um wieviel sich die Emission der Planetoberfläche durch die Anwesenheit der Atmosphäre erhöht hat. Nach den bereits erwähnten Untersuchungen von Siegl, welche sich auf eine Reihe von Gesteinsarten erstreckt haben, ist der Exponent ε der Gleichung (8) wenig verschieden von 4. Nimmt man demnach an, daß die Emission der Marsoberfläche der vierten Potenz ihrer absoluten Temperatur proportional ist, so verhält sich die tatsächliche mittlere Temperatur T_0 der Marsoberfläche zur Temperatur T_1, welche sich bei Abwesenheit der Atmosphäre auf derselben einstellen würde wie $\sqrt[4]{E_0}$ zu $\sqrt[4]{E_1}$. Es folgt demnach aus den Gleichungen (33) und (7):

$$(34)\quad \frac{T_0}{T_1} = \sqrt[4]{\frac{a_0 + a_0' - (a_0 - a_0')Re^{-\frac{2a_0}{c}} + [a_0(1-R) - a_0'(1+R)]e^{-\frac{a_0}{c}}}{2a_0(1-R)}}$$

Dieser Gleichung kann man eine für die Anwendung bequemere Form geben, indem man die Transmissionskoeffizienten der Atmosphäre in dieselbe einführt.

Von der einfallenden Strahlung erreicht beim zenitalen Stand der Sonne die Oberfläche des Planeten, wie leicht einzusehen, nur der Teil $J(0) = J_m e^{-\frac{a_0}{c}}$. Dies folgt übrigens auch aus der Gleichung (4) meiner zitierten Abhandlung. Das Verhältnis $J(0):J_m$, also die Größe

$$(35)\quad e^{-\frac{a_0}{c}} = q$$

wird der Transmissionskoeffizient der Atmosphäre für die lichte Strahlung genannt. Analog bedeutet

$$(36)\quad e^{-\frac{a_0'}{c}} = q'$$

den Transmissionskoeffizienten der Atmosphäre für die dunkle Strahlung.

Nachdem in unserem Falle die mittlere Zenitdistanz der Sonne gleich z_0 ist, so ist in alle abgeleiteten Gleichungen statt a_0 der Wert $a_0 \sec z$, oder wenn man die Bezeichnung

$$q^{\sec z_0} = q_z \tag{37}$$

einführt, statt der Gleichung (35) die Gleichung

$$e^{-\frac{a_0}{c}} = q_z \tag{38}$$

zu setzen. Die Gleichung (36) bleibt ungeändert weil der Absorptionskoeffizient a_0' für die dunkle Strahlung von der Richtung der Sonnenstrahlen unabhängig ist.

Aus (38) und (36) folgt weiter

$$a_0 = -c \log_{\text{nat}} q_z = -\frac{c}{M} \log q_z,$$

$$a_0' = -c \log_{\text{nat}} q' = -\frac{c}{M} \log q',$$

wo M der Modul der Briggschen Logarithmen ist. Führt man diese Werte in die Gleichung (34) ein, so kann mit $-c/M$ gekürzt werden und man bekommt:

$$\frac{T_0}{T_1} = \tag{39}$$
$$= \sqrt[4]{\frac{\log q_z + \log q' - R q_z^2 \log q_z + R q_z^2 \log q' + (1-R) q_z \log q_z - (1+R) q_z \log q'}{2(1-R)\log q_z}}$$

Setzt man endlich in der obigen Gleichung für R die Albedo des Mars, welche nach neueren Bestimmungen 0,22 beträgt, ein, so hat man dadurch auch den Verlust der lichten Strahlung durch die Reflexion in der Marsatmosphäre berücksichtigt, da sich die Albedo aus dem Reflexionsvermögen der Oberfläche und der Atmosphäre zusammensetzt. Dieser Wert wäre eigentlich nur im Zähler für R zu setzen, da das R im Nenner das Reflexionsvermögen bei Abwesenheit der Atmosphäre darstellt. Man kann aber als T_1 jene Temperatur der Marsoberfläche definieren, welche sich auf derselben bei Abwesenheit der Atmosphäre und bei einem Reflexionsvermögen von 0,22 einstellen würde und erhält auf diese Weise:

$$\frac{T_0}{T_1} = \sqrt[4]{\frac{(1 + 0{,}78\, q_z - 0{,}22\, q_z^2)\log q_z + (1 + 0{,}22\, q_z^2 - 1{,}22\, q_z)\log q'}{1{,}56 \log q_z}}. \tag{40}$$

Für $q_z = 1$, d. h. für vollständige Durchlässigkeit der Atmosphäre für lichte Strahlen, wird der obige Ausdruck von der Form $\frac{0}{0}$ und nähert sich, wie leicht abzuleiten, dem Grenzwert

$$\frac{T_0}{T_1} = \sqrt[4]{1 - \frac{1}{2} \log_{\text{nat}} q'}. \tag{41}$$

Über die Werte der Transmissionskoeffizienten der Marsatmosphäre fehlen uns verläßliche Daten. Es ist jedoch gewiß, daß, nachdem q für die Erdatmosphäre zwischen 0,60 und 0,70 liegt und die Marsatmosphäre durchsichtiger als die Erdatmosphäre ist, der Wert für q für diese letztere größer als 0,70 sein und zwischen 0,70 und 1,00 liegen wird. Den Wert von q', welcher für die Erdatmosphäre zwischen 0,20 und 0,30 liegt, kann man weniger einengen, weil der eventuelle, uns unbekannte Kohlensäuregehalt der Marsatmosphäre, diesen Wert sehr herunterdrücken kann. Ich will mich zur Schätzung dieser Werte auf keine Hypothesen einlassen und lasse hier eine Tabelle folgen, aus welcher die Glashauswirkung, d. h. der Wert von T_0/T_1, für die noch möglichen Werte von q und q' abgelesen werden kann.

Tabelle.

T_0/T_1	$q' = 0{,}10$	$q' = 0{,}20$	$q' = 0{,}30$	$q' = 0{,}40$	$q' = 0{,}50$	$q' = 0{,}60$
$q = 0{,}70$	1,162	1,113	1,081	1,056	1,036	1,018
$q = 0{,}80$	1,181	1,131	1,098	1,072	1,051	1,033
$q = 0{,}90$	1,197	1,146	1,112	1,087	1,065	1,047
$q = 1{,}00$	1,211	1,159	1,125	1,099	1,077	1,059

Wie man aus dieser Tabelle ersieht, *kann die Glashauswirkung der Marsatmosphäre nicht groß sein.* Selbst bei der unwahrscheinlichen Annahme, daß ihre Konstitution derart ist, daß sie alle einfallenden Strahlen ungehindert durchläßt ($q = 1$), von der Ausstrahlung der Marsoberfläche dagegen 90 Proz. absorbiert ($q = 0,10$), kann die Marsoberfläche eine mittlere absolute Temperatur haben, welche nur um 21 Proz. höher ist als jene, welche sie bei Abwesenheit jeglicher Atmosphäre aufweisen würde.

(Eingegangen 10. März 1914.)