

Математички факултет Универзитета у Београду

Предраг Јовановић

---

Утицај гравитационих микросочива  
на X-зрачење акреционог диска  
код активних галаксија

---

Докторска дисертација

Београд, 2005



Изражавам велику захвалност Др Луки Ч. Поповићу од кога сам усвојио основна знања из ове релативно нове области астрономије и који ми је у писању овог рада пружио квалитетну и несебичну помоћ. Такође бих се захвалио и свим члановима комисије на њиховом труду уложеном приликом читања овог рада и корисним примедбама и сугестијама које су допринеле да ово излагање постане прецизније и методолошки боље. Поред тога, користим ову прилику да се захвалим и колегама са Астрономске опсерваторије у Београду, које овом приликом нисам поменуо, а који су својим сугестијама и саветима допринели да овај рад поприми бољу форму.

У Београду, октобра 2005.

Предраг Јовановић



# Садржај

<b>УВОД</b>	<b>1</b>
<b>1 Активна галактичка језгра</b>	<b>3</b>
1.1 Метрика у околини црне рупе . . . . .	7
1.1.1 Шварцшилдова метрика - неротирајућа црна рупа . . . . .	10
1.1.2 Керова метрика - ротирајућа црна рупа . . . . .	11
1.2 Емисија акреционог диска . . . . .	11
1.2.1 Стопа акреције и луминозност акреционог диска . . . . .	12
1.2.2 Структура акреционог диска . . . . .	14
1.2.3 Расподела спектра зрачења акреционог диска . . . . .	16
<b>2 Гравитациона сочива</b>	<b>19</b>
2.1 Космолошке мере за растојање . . . . .	22
2.2 Једначина гравитационог сочива . . . . .	24
2.3 Оптичка дебљина гравитационих сочива . . . . .	28
2.4 Гравитациона микросочива . . . . .	29
2.4.1 Тачкасто гравитационо микросочиво . . . . .	29
2.4.2 Каустик . . . . .	30
2.4.3 Мапа гравитационих микросочива . . . . .	32
2.5 Утицај микросочива на зрачење у континууму и линији . . . . .	34
<b>3 Х-зрачење из активних галактичких језгара</b>	<b>37</b>
3.1 Fe K $\alpha$ линија . . . . .	38
<b>4 Метод праћења путања зрака и опис софтвера</b>	<b>41</b>
<b>5 Резултати истраживања</b>	<b>51</b>
5.1 Деформације профила Fe K $\alpha$ линије . . . . .	51
5.1.1 Утицај каустика на деформације Fe K $\alpha$ линије . . . . .	52
5.1.2 Утицај тачкастог микросочива на деформације Fe K $\alpha$ линије . . . . .	55
5.1.3 Профил Fe K $\alpha$ линије код квазара Mrk 205 . . . . .	61
5.1.4 Ефекти гравитационих микросочива код квазара са вишеструким ликовима . . . . .	64
5.1.5 Масивне звезде из халоа и балца АГЈ као гравитациона микросочива . . . . .	66
5.2 Деформације континуума Х-зрачења . . . . .	69
5.2.1 Промене профила континуума Х-зрачења и Fe K $\alpha$ линије	70

5.2.2	Промене укупног флукса континуума X-зрачења и Fe К $\alpha$ линије . . . . .	77
5.2.3	Утицај мапе микросочива на QSO 2237+0305A . . . . .	82
5.2.4	Зависност појачања континуума X-зрачења од таласне дужине . . . . .	85
5.3	Оптичка дебљина гравитационих микросочива . . . . .	86
5.3.1	Микросочива у балцу квазара . . . . .	87
5.3.2	Микросочива у халоу квазара . . . . .	88
5.3.3	Космоловска расподела микросочива . . . . .	90
5.3.4	Микросочива код квазара под утицајем гравитационих макросочива . . . . .	94
5.3.5	Космоловска расподела гравитационих макросочива . .	96
5.4	Временске скале гравитационих микросочива . . . . .	99
5.4.1	Временска скала тачкастог микросочива . . . . .	99
5.4.2	Време преласка каустика . . . . .	100
5.4.3	Време каустика . . . . .	100
5.4.4	Временске скале промена у континууму . . . . .	101
<b>6</b>	<b>Закључак</b>	<b>105</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА</b>		<b>111</b>

## УВОД

Циљ овог рада је да се испита утицај гравитационих микросочива на детектовано X-зрачење акреционог диска код активних галактичких језгара, при чему ће нарочита пажња бити посвећена анализи промена профила Fe K $\alpha$  спектралне линије и њеног интензитета, као и анализи промена континуума. У раду се полази од чињенице да сви типови активних галаксија вероватно имају црну рупу у свом центру, око које се налази акрециони диск који зрачи у X-домену. Акрециони диск може да има различите облике, димензије и наравно, различиту емисију у зависности од тога да ли се простире око ротирајуће или неротирајуће прне рупе. На детектовано зрачење акреционог диска могу да утичу разни ефекти везани за нестабилност диска, али одређени утицај могу да имају и гравитациона микросочива, нарочито код оних квазара који су већ под утицајем гравитационих сочива, услед чега долази до настанака њихових вишеструких ликова. Имајући у виду да су код три таква квазара (QSO J0414+0534 (Chartas et al. 2002a), QSO 2237+0305 (Dai et al. 2003) и H1413+117 (Oshima et al. 2001, Popović et al. 2003ab, Chartas et al. 2004)) посматране промене у интензитету Fe K $\alpha$  линије протумачене као утицај гравитационог микросочива, као и да ова линија код активних галактичких језгара потиче из акреционог диска (Nandra et al. 1997, 1999), овде је развијена теорија утицаја гравитационих микросочива на промену облика и појачање интензитета Fe K $\alpha$  линије израчуне из акреционог диска око неротирајуће (Шварцшилдова метрика) и ротирајуће (Керова метрика) прне рупе.

Три врсте гравитационих микросочива биће анализиране: тачкасто - када улогу сочива има изоловани компактни објекат (нпр. звезда), каустик - када исту улогу има неки већи број објеката (нпр. скupovi звезда у галаксији) и мапа микросочива - када се ради о одређеној просторној расподели појачања услед ефекта гравитационог микросочива од стране неког скупа случајно распоређених звезда. На основу посматраних промена профила и интензитета

спектралних линија и континуума, покушаће се одређивање карактеристика микросочива, тј. њиховог положаја, масе, Ајнштајновог радијуса и појачања, као и карактеристика акреционог диска. Осим тога, значајна пажња ће бити посвећена и испитивању оптичке дебљине гравитационих микросочива, тј. вероватноће са којом је ове ефекте могуће посматрати.

У првом поглављу овог рада биће дат кратак опис стандардног модела активних галактичких језгара, као и основне релације везане за црне рупе и геометрију простор-времена у њиховој околини. Биће, такође, изложене и основне карактеристике акреционог диска и његове емисије.

У наредном поглављу биће речи о основама теорије гравитационих микросочива, као и о три њихове апроксимације које се најчешће користе у изучавању промена X-зрачења акреционог диска код активних галаксија.

Треће поглавље је резервисано за само X-зрачење активних галактичких језгара у континууму и Fe K $\alpha$  линији.

Опис метода праћења путања зрака и на основу њега написаног софтвера, помоћу којих су добијени резултати, биће изложен у четвртом поглављу овог рада.

Резултати испитивања утицаја гравитационих микросочива на деформације профила Fe K $\alpha$  линије и континуума X-зрачења биће дати у петом поглављу, где ће поред њих бити представљени и резултати везани за оптичку дебљину и временске скале гравитационих микросочива.

Кратак резиме добијених резултата и њихова дискусија биће изложени у последњем, шестом поглављу овог рада.

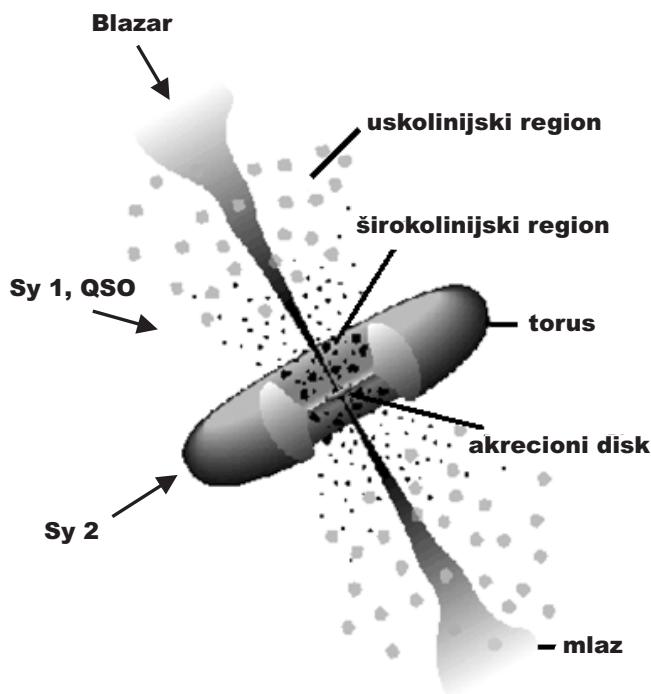
# 1 Активна галактичка језгра

Активна галактичка језгра (у даљем тексту АГЈ - енглески "Active Galactic Nucleus" - AGN) спадају међу најспектакуларније објекте на небу и то углавном због своје велике луминозности која је и до  $10^4$  пута већа од луминозности галаксија које немају АГЈ (Krolik 1999). Овако интезивно зрачење долази из веома мале запремине ( $\ll 1 \text{ pc}^3$ ) и одвија се у веома широком енергијском опсегу од  $\gamma$ -зрака па до радио таласа. Број АГЈ је функција космоловшког помака што указује да су њихов настанак и развој везани за еволуцију Висионе. Тако например, на првеном помаку  $z = 2.5$  било је на хиљаде пута више АГЈ него што их има данас.

Иако АГЈ чине око 10% од укупног броја галаксија, њихова строга дефиниција не постоји, па се ови објекти дефинишу на основу одређених карактеристика, од којих су најважније: веома мала угаона величина централног дела која зависи од таласне дужине, велика луминозност, зрачење у континууму на широком опсегу, јаке емисионе линије које су понекад веома широке, променљивост, јака или слаба поларизација и радио емисија. Према тим особинама АГЈ се деле на више подкласа: радио јаке галаксије, радио слабе галаксије, широколинијске радио галаксије, усколинијске радио галаксије, оптички веома променљиве квазаре, објекте типа BL Lac (блазари), галаксије типа Seyfert I, галаксије типа Seyfert II и LINERs-e (скр. од енглеског "Low-Ionization Nuclear Emission Regions").

Активне галаксије се, на релативно задовољавајући начин, могу унифицирати, тј. описати једним стандардним моделом, при чему се поједини типови разликују само на основу оријентације акреционог диска у простору, односно угла под којим га посматрач види. Шематски приказ стандардног модела АГЈ дат је на Слици 1 (Urry & Padovani 1995). Он подразумева постојање супермасивне црне рупе у центру активног галактичког језгра, чија се маса креће од  $10^6 M_\odot$  па до  $10^{10} M_\odot$ . У случају црне рупе са масом  $10^8 M_\odot$ , њен Шварцшилдов радијус би износио око 2 АЈ ( $\approx 10^{-5} \text{ pc}$ ). Око црне рупе, почевши од свега неколико па све до неколико стотина Шварцшилдовых радијуса, се простире акрециони диск који се састоји од материје у јонизованом стању. Унутрашњи дијаметар молекулског торуса који окружује управо описан центар активне галаксије је реда неколико парсека, а спољашњи реда неколико десетина парсека. Између центра језгра и гасног торуса, са обе стране акреционог диска, у области величине од  $10^{-3} \text{ pc}$  па до  $0.1 \text{ pc}$ , простиру се гасни облаци који су јонизовани услед зрачења диска и који се крећу брзинама реда величине неколико  $1000 \text{ km/s}$ . Ови облаци

емитују широке емисионе линије због чега се ова област назива широколинијска област. На већим растојањима од диска, у области величине 1 - 100 pc, простиру се гасни облаци који се крећу брзинама реда величине неколико 100 km/s и који емитују уже емисионе линије, због чега се ова област назива усколинијска област. Између усколинијске и широколинијске области налази се врућа корона, у којој долази до расејавања зрачења у континууму и емисионим линијама. У правцу нормалном на раван акреционог диска, са његове обе стране, постоје снажни млавези који су узроковани снажним магнетним пољем.



Слика 1: Стандардни модел активног галактичког језгра (Urry & Padovani 1995)

У зависности од просторне оријентације у односу на посматрача поједини типови АГЈ се разликују на следећи начин:

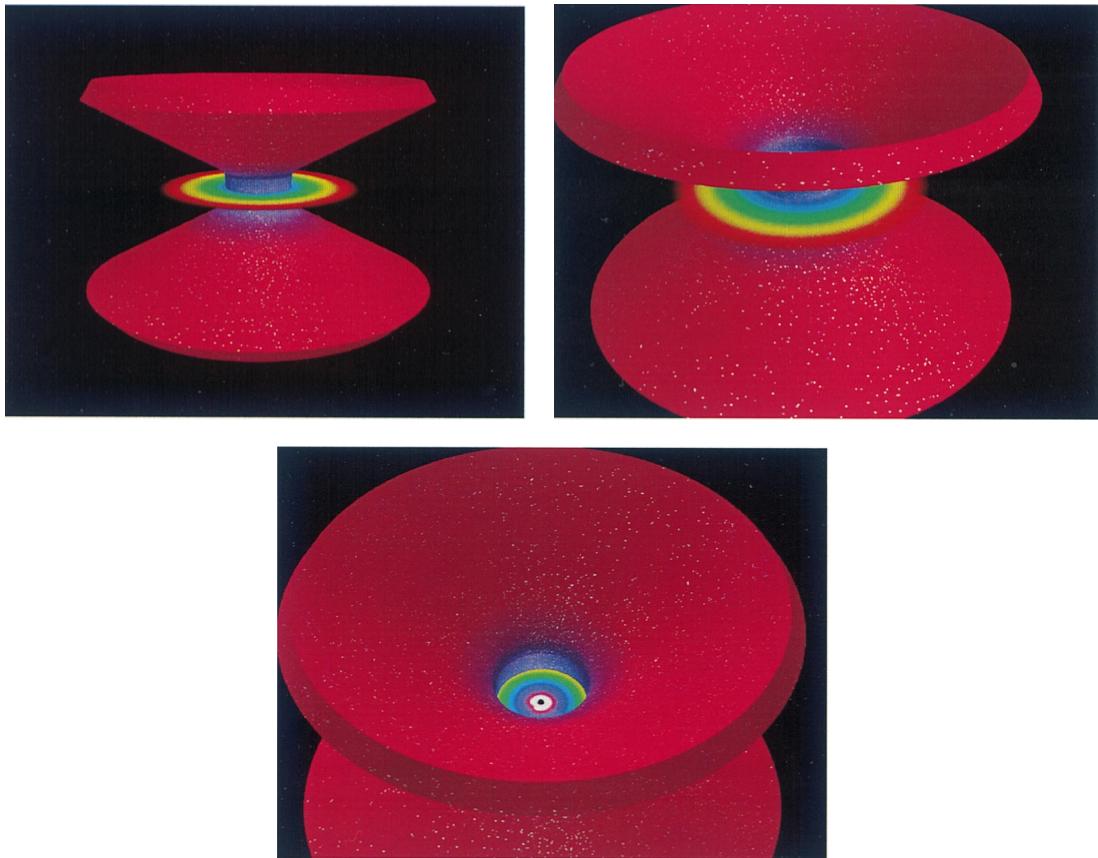
- блазари - ако је угао посматрања дуж осе млавеза материје,
- квазари и Seyfert I галаксије - ако угао посматрања није кроз млавез и ако молекулски торус не заклања акрециони диск, тако да су видљиве и усколинијска и широколинијска област,

- квазари типа II и Seyfert II галаксије - ако је широколинијска област заклоњена торусом па је видљива само усколинијска област.

У раду Martin (2000) је предложен емпиријски изведен унификациони модел структуре унутрашњих области квазара. Он такође претпоставља постојање масивне црне рупе у језгру квазара, окружене акреционим диском који снажно еmitује у континууму. Међутим, обласи око извора континуума у којима настају најизраженије емисионе и апсорpcione линије које карактеришу спектар квазара су објашњене на нешто другачији начин. Овај модел успешно објашњава широколинијске апсорpcione области (BALR, од енглеског "Broad Absorption Line Region") као и усколинијске апсорбере UV и X - зрачења (NALR, од енглеског "Narrow Absorption Line Region"). Осим тога, он је и у доброј сагласности са широколинијским емисионим областима (BELR, од енглеског "Broad Emission Line Region"), као и са још неколико важних особина АГЈ од којих су најважније велики удео широколинијске Fe K $\alpha$  емисије у домену X - зрачења, а такође и постојање биконусних усколинијских емисионих обласи великих размера (реда величине више kpc) у Seyfert-овим галаксијама.

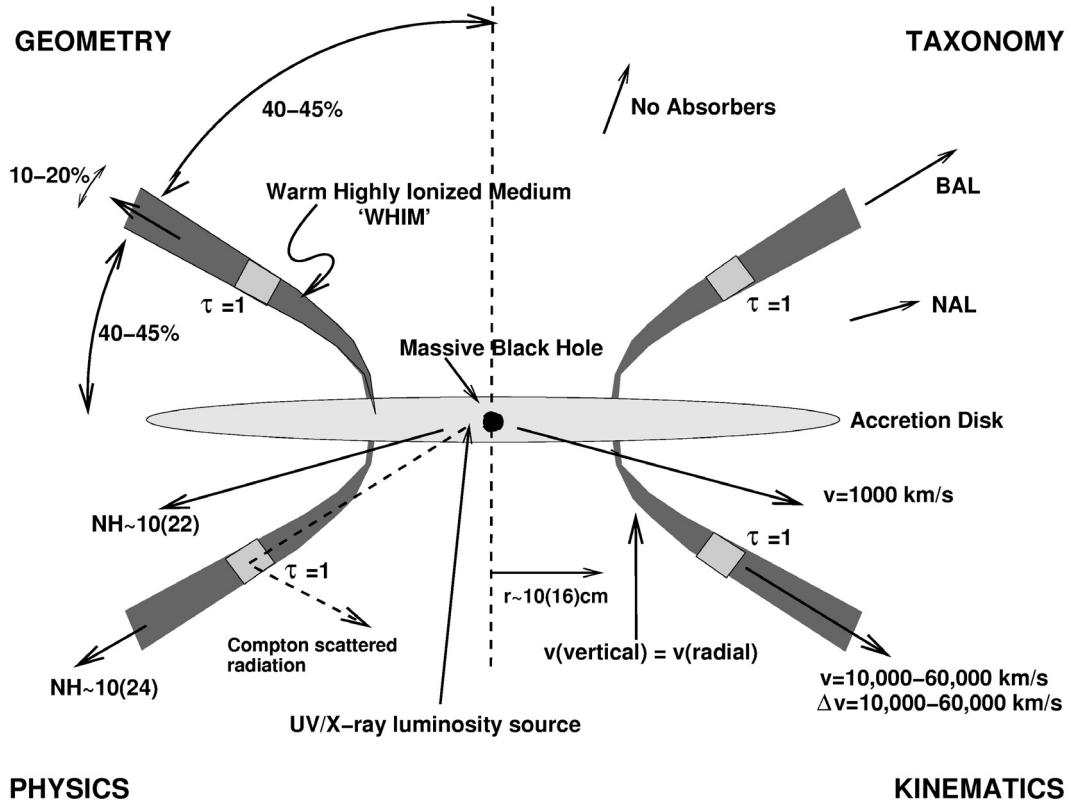
За настанак свих горе наведених појава, по предложеном моделу поред диска где долази до акреције одговорно је и отицање материје (тј. ветар) у облику танке левкасте љуске (Сл. 2). Овај ветар настаје у једном уском прстену акреционог диска и шири се управно на њега брзинама које одговарају BELR. Притисак зрачења га одмах затим радијално убрзава, потискујући га ка споља, стварајући на тај начин конус материје који заклапа угао од  $\sim 60^\circ$  са углом дивергенције од  $\sim 6^\circ - 12^\circ$ . Поменути ветар је врео ( $\sim 10^6$  K), високо јонизован и у великој мери радијално непростиран за Томсоново расејање, стварајући тако поларизовани оптички континуум, уочлив код BAL. Овај топли високојонизовани медијум (WHIM, од енглеске речи "Warm Highly Ionized Medium") такође еmitује широке флуоресцентне емисионе Fe K $\alpha$  линије на 6.4 keV као и пикове настале Комптоновим расејањем на енергијама већим од 10 keV.

Када се централни континуум посматра са стране кроз конус (Сл. 2), виде се уске апсорpcione линије високо јонизованог UV - зрачења и тзв. „јонизовани апсорбери“ X - зрачења, као што је то случај код већине АГЈ ниског сјаја. Када се посматра кроз крајеве конуса дуж тока материје, виде се апсорpcione обласи великих густина и широког распона брзина из којих потичу широке апсорpcione линије које су уочене код малог броја квазара означених као BAL QSO (од енглеског "Broad Absorption Line Quasars"). Посматрано кроз левак материје, никакви апсорбери нису уочљиви.



*Слика 2:* Тродимензионални прикази структуре активног галактичког језгра (Martin 2000). Горе лево: поглед са стране кроз област која образује NAL. Горе десно: поглед низ ток материје (тј. низ област која образује BAL) ка извору континуума, при чему је видљив и велики део удаљеније стране исте области). Доле: поглед кроз левкасту структуру ка извору континуума. На сликама се виде акреционои диск (представљен вишебојним диском), као и BELR облаци које представљају беле тачке, а који се налазе у склопу тока материје.

Предложени модел је сумиран на Сл. 3. Горњи леви квадрант те слике приказује геомерију, тј. углове које заклапа предложена структура. У горњем десном квадранту су приказани правци посматрања под којима се виде разне врсте апсорбера, док су у доњем десном квадранту приказане одговарајуће типичне брзине. Доњи леви квадрант описује физику модела, тј. даје одговарајуће густине материје и оптичке дебљине.



Слика 3: Шематски приказ структуре активног галактичког језга (Martin 2000). Квадранти (у смеру казаљке на сату, почевши од горњег левог) илуструју: i) углове које затвара предложена структура, ii) облик спектра који види удаљени посматрач под разним угловима посматрања, iii) брзине тока материје дуж различитих правца посматрања, iv) неке репрезентативне радијусе и типичне густине гаса

## 1.1 Метрика у околини црне рупе

По стандардном моделу АГЈ, у њиховом центру се налази црна рупа (скр. BH - од енглеског "Black Hole") већином масе реда величине од око  $10^7$  до  $10^9 M_{\odot}$ . Око црне рупе се налази акрециони диск састављен од материје у јонизованом стању која завршава у прној рупи.

Саму фразу „црна рупа“ увео је Џон Вилер 1968. године, али се прва теорија црних рупа појавила још крајем XVIII века. Њу су независно развили британски геолог Џон Мичел 1783. године<sup>1</sup> и француски математичар и астроном Пјер Лаплас 1795. године<sup>2</sup> (Hawking 1988). Ова теорија је била базирана на Њутновој теорији гравитације и претпоставци да се светлост састоји од честица које имају масу као обична материја. Да би напустиле површину неког тела (нпр. звезде) те „светлосне“ честице би морале да имају одговарајућу брзину која зависи од густине и радијуса звезде. У случају звезде која би имала исту густину као Сунце, а чији би радијус био око 500 Сунчевих радијуса, брзина светлосних честица би морала бити већа од брзине светлости да би оне уопште могле да напусте површину звезде. Такав објекат поменути аутори су назвали „црна звезда“. Открићем таласно-корпускуларне природе светлости, ова теорија је пала у заборав.

Модерна теорија црних рупа је настала у XX веку и базирана је на општој теорији релативности. Немачки астроном Карл Шварцшилд је 1915. успео да нађе решење једначина ове теорије у случају сферног неротирајућег тела. Карактеристични параметар овог решења је тзв. Шварцшилдов радијус  $R_S$ , који представља радијус тела дате масе  $M$  на којем гравитациони сила постаје бесконачно велика:

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \approx 3 \frac{M}{M_\odot} \text{km}, \quad (1.1.1)$$

где је  $G$  - Њутнова гравитациона константа,  $c$  - брзина светлости,  $M_\odot$  - маса Сунца.

Двадесетих година прошлог века започети су експерименти са циљем да се провери важење опште теорије релативности. Британски астроном Артур Едингтон је руководио једним од најважнијих таквих експеримената, чији циљ је било мерење угла савијања светлости неке звезде под утицајем Сунчеве гравитације и његово поређење са одговарајућом вредношћу коју је предвиђала Ајнштајнова теорија. Добијени резултати су изазвали велико интересовање научне јавности тог времена за теорију релативности и довели до њене велике популарности.

Паралелно с тим, пажњу научне јавности тога доба у великој мери је заокупљала и теорија звездане еволуције. Главни допринос у тој области дао је Едингтонов постдипломац индијског порекла, Субрахманјан Чандрасекар.

---

<sup>1</sup>Основне поставке Мичел је изложио у свом раду из исте године објављеном у *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*

<sup>2</sup>Ову хипотезу Лаплас је укључио само у прво и друго издање своје књиге *Приказ система света*, а изоставио је из осталих издања

Његово главно откриће је била горња граница за масу звезде која је потрошшила своје термонуклеарно гориво, до које је она у стању да се супротстави сопственој гравитацији. Када би се таква звезда довољно смањила под утицајем своје гравитације, електрони у њеном саставу постају врло близки, па би на основу Паулијевог принципа искључења морали да имају различите брзине. То би довело до њиховог међусобног удаљавања, а самим тим и до ширења звезде, при чему би она могла да се одржи на неком константном радијусу само под условом да постоји равнотежа између гравитације и одбојне силе које произлази из принципа искључења. Међутим, како је по теорији релативности брзина електрона ограничена брзином светlosti, Чандрасекар је закључио да постоји граница за ту одбојну силу и израчунао да звезда масе веће од приближно 1.5 маса Сунца не би више могла да се супротстави сопственој гравитацији. Ова маса је данас позната као Чандрасекарова граница и звезде са масама мањим од ње завршавају своју контракцију у стадијуму белог патуљка.

До сличних открића у приближно исто време дошао је и руски научник Лев Давидович Ландау (Hawking 1988). Он је показао да постоји и друга граница за масу звезда која износи приближно 3 масе Сунца, испод које звезде завршавају своју еволуцију у стадијуму данас познатом као неутронска звезда. Одбојна сила која се супротставља гравитацији у том случају произлази из принципа искључења примењеног на неутроне и протоне неутронске звезде.

Сви ти резултати су водили до изненађујућег закључка да би звезде са масама већим од 3 масе Сунца могле да доживе катастрофални гравитациони колапс у коме би биле сабијене у једну тачку бесконачне густине. Едингтон, водећи ауторитет за структуру звезда тога доба, био је запрепашћен тим импликацијама Чандрасекарових истраживања и јавно им се упротивио. Чак је и сам Ајнштајн објавио рад у којем је тврдио да се звезде не би могле сабити до нулте величине.

Шта би се по теорији релативности заиста десило са звездом чија маса превазилази поменуту границу први је 1939. године показао амерички физичар Роберт Опенхајмер. Он је израчунао да би тело сабијено до Шварцшилдовог радијуса доживело гравитациони колапс после којег више не би имало површину, већ би само били очувани његово гравитационо поље и угаoni моменат. Такође, било би могуће дефинисати и минималну орбиту око таквог тела која би остала стабилна. У случају неротирајуће (тј. Шварцшилдове) црне рупе, ова минимална стабилна кружна орбита би износила  $3R_S$ . Опенхајмерови резултати су, међутим, сугерисали да у таквим случајевима не би било ефекта који би могли бити детектовани телескопима тог времена, што

је довело до опадања интересовања научне јавности за проблеме везане за гравитациони колапс и то је трајало све до почетка шездесетих година прошлог века.

Један од важних проблема који је требало решити је било и укључивање ротације у теорију црних рупа, што се показало као тежак задатак који је успео да реши новозеландски физичар Рој Кер тек 1963. године. По њему се ротирајуће црне рупе називају још и Керове црне рупе (од енглеског "Kerr black hole"). Величина и облик таквих црних рупа зависе само од њихове масе и константне стопе ротације. У случају нулте стопе ротације, оне су савршено округле и идентичне Шварцшилдовим црним рупама.

Бојер и Линдквист су 1967. године успели да поједноставе и учине приступачнијим Керово решење уводећи елегантнији координатни систем који данас носи њихова имена. Он представља природно уопштење сферног координатног система:  $x^0 = ct$ ,  $x^1 = r$ ,  $x^2 = \theta$ ,  $x^3 = \phi$ .

Серија резултата добијених од тог времена па све до данас, првенствено од стране Вернера Израела, Брендона Картера и Стивена Хокинга, наводе на закључак да колабирајуће звезде губе своје специфичне, индивидуалне карактеристике све док не окончају своју еволуцију у стадијуму који је једнозначно одређен њиховом масом и стопом ротације, тј. у стадијуму Керове црне рупе (Hawking 1988).

### 1.1.1 Шварцшилдова метрика - неротирајућа црна рупа

Шварцшилдова метрика описује простор-време у околини неке сферносиметричне масе  $M$  у вакууму. Шварцшилдов радијус  $R_S$  који одговара маси  $M$  једнак је  $R_S = \frac{2GM}{c^2}$  (у литератури се веома често среће израз  $R_S = 2M$  где се узима да је  $G = c = 1$ ). Тада је Шварцшилдова метрика дефинисана следећом релацијом (Krolik 1999):

$$ds^2 = \left( \frac{1}{1 - \frac{R_S}{r}} \right) dr^2 - \left( 1 - \frac{R_S}{r} \right) c^2 dt^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (1.1.2)$$

Ова метрика зависи само од масе  $M$  и то преко израза за Шварцшилдов радијус  $R_S$ . У случају када  $r \rightarrow \infty$  она се своди на метрику равног простор-времена Минковског:  $ds^2 = dr^2 - c^2 dt^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$ . Уколико је целокупна маса  $M$  сконцетрисана унутар Шварцшилдоградијуса, тада се ради о сферносиметричној црној рупи. Шварцшилдова геометрија описује само статичне, тј. неротирајуће црне рупе.

### 1.1.2 Керова метрика - ротирајућа црна рупа

Рој Кер је уопштио Шварцшилдову геометрију да би укључио и ротирајуће црне рупе. Особине Керове метрике су детаљно дискутоване у много-бројним радовима и монографијама, а овде ће бити дата само њена дефиниција.

Керова метрика описује гравитационо поље ротирајуће црне рупе и има следећи облик (у јединицама где је  $G = c = 1$ ):

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2Mr}{\Sigma}\right) dt^2 - \frac{4Mar}{\Sigma} \sin^2 \theta dt d\phi + \frac{A}{\Sigma} \sin^2 \theta d\phi^2 + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 + \Sigma d\theta^2, \quad (1.1.3)$$

где је:

$$\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad (1.1.4)$$

$$\Delta = r^2 + a^2 - 2Mr, \quad (1.1.5)$$

$$A = (r^2 + a^2)^2 - a^2 \Delta \sin^2 \theta. \quad (1.1.6)$$

За разлику од Шварцшилдove метрике која зависи од једног параметра, Керова метрика зависи од два параметра и то масе  $M$  црне рупе и њеног специфичног угаоног момента  $a$  ( $a \leq M$ ). У случају када је  $a = 0$ , Керова метрика се своди на Шварцшилдову (неротирајућа црна рупа).

Решавањем једначине  $\Delta = 0$  добија се израз за радијус који одговара хоризонту црне рупе:

$$r_h = M + \sqrt{M^2 - a^2}. \quad (1.1.7)$$

Његове граничне вредности су  $r_h = 2M$  за  $a = 0$  и  $r_h = M$  за  $a = M$  (максимално ротитајућа црна рупа).

Најмањи дозвољени радијус стабилне кружне екваторијалне орбите (тзв. магинално стабилна орбита)  $R_{ms}$  је дефинисан следећим једначинама (Fanton et al. 1997):

$$r^2 - 6Mr \mp 8a\sqrt{Mr} - 3a^2 = 0, \quad (1.1.8)$$

где се горњи знак односи на ко-ротирајуће (тј. директне), а доњи на супротно ротирајуће орбите. У случају Шварцшилдove метрике ( $a = 0$ )  $R_{ms} = 6M$ , а за  $a = M$  (максимално ротитајућа црна рупа),  $R_{ms} = M$ .

## 1.2 Емисија акреционог диска

Када би хладна материја из стања мировања и без присуства магнетног поља била подвргнута слободном радијалном паду ка црној рупи, акреција би

се одвијала без икаквог ослобађања енергије или било каквих посматрачких ефеката (Shakura & Sunyaev 1972). Међутим, у случају АГЈ материја која пада ка централној црној рупи има значајан угаони моменат који спречава њен слободан пад. На одређеном растојању од црне рупе центрифугална сила постаје упоредива са гравитационом и материја почиње да ротира по кружним орбитама јер је у било ком сферно-симетричном потенцијалу, орбита минималне енергије при константном угаоном моменту круг (Krolik 1999). Због тога је за очекивати да материја, која пада ка црној рупи губећи свој угаони моменат, то чини у низу све мањих концетричних кругова који леже на једној површи. Уколико био део материје падао под неким углом, тада би долазило до сударања материје са разним угаоним моментима у равни пресека. Као последица тога, сва материја би морала да има исти специфични угаони моменат, без обзира на радијус орбите. Пошто је то немогуће, може се закључити да материја пада ка црној рупи у форми геометријски танког акреционог диска.

На маргинално стабилној орбити црне рупе масе  $10^8 M_\odot$  специфични угаони моменат износи  $\approx 1 \times 10^{24} \text{ cm}^2/\text{s}$ , док у случају материје која орбитира у типичној галаксији, он износи  $\approx 6 \times 10^{28} \text{ cm}^2/\text{s}$  (Krolik 1999). Одатле је јасно да приближавање акреционог материјала ка црној рупи захтева губитак његовог скоро целокупног почетног угаоног момента.

Само ако постоји ефикасан механизам преноса угаоног момента ка споља, материја би била у стању да се приближи гравитационом радијусу црне рупе. Највероватнији механизам који то омогућава је акреција уз формирање диска око црне рупе (Shakura & Sunyaev 1972). Честице диска, услед трења између суседних слојева, губе свој угаони моменат и спирално падају ка централној црној рупи, при чему се ослобађа гравитационе енергије. Део те енергије повећава кинетичку енергију ротације, а други део се претвара у термалну енергију која се израчује са површине диска.

### 1.2.1 Стопа акреције и луминозност акреционог диска

Магнетно поље, које постоји у материји која пада у диск, као и њена турбулентна кретања, омогућавају пренос угаоног момента ка споља. Ефикасност преноса угаоног момента је окарактерисана параметром  $\alpha \leq 1$ , који се још назива и параметар вискозности. Овај параметар ће у прорачунима бити сматран константом за цео диск јер спектар зрачења и ефективна површинска температура акреционог диска не зависе много од изабране вредности  $\alpha$ , осим у случају када стопа акреције далеко надмашује одговарајућу критичну вредност.

Структура диска, укупна количина енергије која се ослобађа, као и спектар емитованог зрачења су у највећој мери одређени стопом акреције  $\dot{M}$ , тј. стопом прилива материје у диск на његовој спољашњој граници, која је ограничена највећом могућом брзином губитка угаоног момента. Један од основних параметара акреционог диска је његова критична (Едингтонова) стопа акреције  $\dot{M}_{cr}$ , за коју је укупна енергија која се ослобађа из диска ( $L = \eta \dot{M} c^2$ ) једнака Едингтоновој луминозности  $L_{cr}$ . Она, са своје стране, представља критичну луминозност за коју, у случају масе  $M$ , сила притиска зрачења на потпуно јонизовану материју постаје једнака сили гравитације и има следећу вредност<sup>3</sup> (Shakura & Sunyaev 1972):

$$L_{cr} \approx 10^{38} \frac{M}{M_\odot} \frac{\text{erg}}{\text{s}}. \quad (1.2.1)$$

Величина  $\eta$  представља ефикасност ослобађања гравитационе енергије и у случају Шварцшилдove метрике је  $\eta \approx 0.06$ , а за Керову метрику  $\eta$  може достићи и 0.4 (Shakura & Sunyaev 1972). Ако се у току акреције зрачење емитује са константном ефикасношћу  $\eta$ , онда Едингтонова стопа акреције представља карактеристичну скалу за стопу акреције и одређена је само масом  $M$ :

$$\dot{M}_{cr} = 3 \times 10^{-8} \frac{0.06}{\eta} \frac{M}{M_\odot} \frac{\text{god}}{\text{god}}. \quad (1.2.2)$$

Нема никаквог разлога због којег би се сматрало да је стопа акреције увек једнака  $\dot{M}_{cr}$  и сасвим је могуће да вредност  $\dot{M}$  буде много пута мања, а такође и много пута већа од  $\dot{M}_{cr}$ .

За стопе акреције које су неколико редова величине мање од критичне вредности, тј.  $\dot{M} = 10^{-12} - 10^{-10} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ , луминозност диска је  $L = 10^{34} - 10^{36} \frac{\text{erg}}{\text{s}}$ , а максимална површинска температура достиже  $T_s = 3 \times 10^5 - 10^6$  К у унутрашњим областима диска из којих се и ослобађа највећи део енергије. Ова енергија се тада емитује углавном у виду UV и меког X-зрачења.

Како се стопа акреције повећава, расте и луминозност као и ефективна температура зрачења. За  $\dot{M} = 10^{-9} - 10^{-8} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  црна рупа постаје моћан извор X-зрачења у опсегу 1 – 10 keV, са луминозношћу  $L \approx 10^{37} - 10^{38} \frac{\text{erg}}{\text{s}}$  и ефективном температуром зрачења  $T_r = 10^7 - 10^8$  К. У овом случају акрециони диск зрачи такође и у оптичком и у UV делу спектра. Оптичка луминозност постаје изражена када је  $\dot{M} > 10^{-9} \frac{M_\odot}{\text{god}}$  због постојања слабе зависности интензитета зрачења од његове фреквенције у случају акреције. Ипак,

<sup>3</sup>Из вредности за  $L_{cr}$  следи да су посматране луминозности АГЈ у интервалу  $10^{43} - 10^{47} \frac{\text{erg}}{\text{s}}$  могуће само ако се масе црних рупа у њиховим центрима крећу најмање у границама  $10^5 - 10^9 M_\odot$ .

главни допринос оптичкој луминозности даје реемисија у хладним спољашњим областима диска високо енергетског X-зрачења које настаје у врелој централној области диска. Ова реемисија се одвија у UV и оптичком домену и то како у линијама разних елемената, тако и у континууму. Процењује се да се врши реемисија од око  $0.1 - 10\%$  укупне луминозности акреционог диска.

У случају када је  $\dot{M} \gg 3 \times 10^{-8} \frac{M_\odot}{\text{god}}$ , луминозност диска се стабилизује на критичној вредности  $L \approx 10^{38} \frac{M_\odot \text{ erg}}{\text{s}}$ , а највећи део енергије се емитује у UV и оптичком делу спектра.

У случају подкритичне акреције могу се јавити нетермални механизми зрачења повезани са постојањем магнетног поља које може достићи вредност  $H \sim 10^5 - 10^7$  Gauss. Тада акрециони диск зрачи у радио домену ако је  $\alpha \sim 1$ , а у случају ниских вредности за  $\alpha$ , ради се о „радио слабом“ диску који зрачи само услед термалних механизама.

### 1.2.2 Структура акреционог диска

Због сложености диференцијалне ротације материје у релативистичком акреционом диску, у првој апроксимацији се може сматрати да она ротира по кружним кеплеровским орбитама и тада је:

$$v_\varphi = \sqrt{\frac{GM}{R}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}, \quad (1.2.3)$$

где је  $v_\varphi$  - кружна кеплеровска брзина,  $\omega$  - одговарајућа угаона брзина, а  $R$  растојање од гравитационог центра. Трење између суседних слојева акреционог диска, повезано са постојањем турбулентних кретања и хаотичних слабих магнетих поља у њему, доводи до губитка угаоног момента честица и до појаве радијалне компоненте брзине. Због тога честице спирално падају ка црној рупи и практично целокупни угаони моменат се преноси ка споља, осим само малог дела ( $\sim \sqrt{\frac{3R_s}{R_{out}}}$ ) који заједно са материјом пада у црну рупу ( $R_{out}$  је спољашњи радијус диска). У случају неротирајуће црне рупе важи следећа једначина (Shakura & Sunyaev 1972):

$$\dot{M}\omega \left[ 1 - \left( \frac{R_{in}}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = 2\pi\alpha u_0 v_s^2, \quad (1.2.4)$$

где је  $R_{in}$  - најнижа стабилна орбита у гравитационом пољу црне рупе,  $u_0$  - површинска густина материје у диску, а  $v_s$  - брзина звука.

Губећи свој угаони моменат, честице такође губе и своју гравитациону енергију, чији један део одлази на повећање кинетичке енергије ротације, а други се претвара у термалну енергију која може бити емитована са површине диска. Одговарајући флукс који се емитује са јединичне површине диска у јединици времена је (Shakura & Sunyaev 1972):

$$Q = \frac{3}{8\pi} \dot{M} \frac{GM}{R^3} \left\{ 1 - \left( \frac{R_{in}}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (1.2.5)$$

За дати флукс  $Q$ , енергетска густина зрачења у слоју акреционог диска са површинском густином  $u_0$  је дата изразом (Shakura & Sunyaev 1972):

$$\varepsilon = \frac{9}{32\pi} \dot{M} \frac{GM}{R^3} \frac{\sigma u_0}{c} \left[ 1 - \left( \frac{R_{in}}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (1.2.6)$$

где је  $\sigma$  - непрозирност материје. У оптички дебелом (густом) акреционом диску постоји потпуна термодинамичка равнотежа, па је енергетска густина зрачења једнака:

$$\varepsilon = bT^4, \quad (1.2.7)$$

где је  $b$  - Стефан-Болцманова константа. Претходна једначина, заједно са једначинама (1.2.4) и (1.2.6) представља систем једначина чијим решавањем се добијају расподеле површинске густине материје  $u_0(R)$  и температуре плазме и зрачења  $T(R)$  у функцији радијуса диска, а као функције стопе акреције  $\dot{M}$ , масе црне рупе  $M$  и параметра ефикасности преноса угаоног момента  $\alpha$ . Уобичајено је да се особине акреционог диска изражавају преко следећих бездимензионих параметара (Shakura & Sunyaev 1972):

$$\begin{aligned} m &= \frac{M}{M_\odot}, & \dot{m} &= \frac{\dot{M}}{\dot{M}_{cr}} = \frac{\dot{M}}{3 \times 10^{-8} \frac{M_\odot}{\text{год}}} \times \left( \frac{M_\odot}{M} \right), \\ r &= \frac{R}{3R_S} = \frac{1}{6} \frac{R c^2}{GM} = \frac{M_\odot}{M} \frac{R}{9 \text{km}}. \end{aligned} \quad (1.2.8)$$

На основу расподела површинске густине и температуре зрачења, као и фактора који утичу на интеракцију између материје и зрачења, акрециони диск се може поделити на неколико различитих области:

1. области у којима је притисак зрачења доминантан и где главну улогу у интеракцији материје и зрачења има расејање слободних електрона. Расподеле температуре зрачења и површинске густине материје у њима су:

$$\begin{aligned} T &= 2.3 \times 10^7 (\alpha m)^{-\frac{1}{4}} r^{-\frac{3}{4}} \text{K}, \\ u_0 &= 4.6 \alpha^{-1} \dot{m}^{-1} r^{\frac{3}{2}} \left( 1 - r^{-\frac{1}{2}} \right)^{-1} \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}; \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

2. области у којима је доминантан притисак гаса и где главни допринос непрозирности диска и даље даје расејање електрона. Одговарајуће расподеле су:

$$T = 3.1 \times 10^8 \alpha^{-\frac{1}{5}} \dot{m}^{\frac{2}{5}} m^{-\frac{1}{5}} r^{-\frac{9}{10}} \left(1 - r^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{5}} \text{K},$$

$$u_0 = 1.7 \times 10^5 \alpha^{-\frac{4}{5}} \dot{m}^{\frac{3}{5}} m^{-\frac{1}{5}} r^{-\frac{3}{5}} \left(1 - r^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{5}} \frac{\text{g}}{\text{cm}^2};$$
(1.2.10)

3. области у којима је доминантан притисак зрачења и где главни допринос непрозирности даје апсорција. У њима важе следеће расподеле:

$$T = 8.6 \times 10^7 \alpha^{-\frac{1}{5}} \dot{m}^{\frac{3}{10}} m^{-\frac{1}{5}} r^{-\frac{3}{4}} \left(1 - r^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{10}} \text{K},$$

$$u_0 = 6.1 \times 10^5 \alpha^{-\frac{4}{5}} \dot{m}^{\frac{7}{10}} m^{\frac{1}{5}} r^{-\frac{3}{4}} \left(1 - r^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{7}{10}} \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}.$$
(1.2.11)

Постоје две области типа 3: прва, широка, која се простире у спољашњем, најудаљенијем делу акреционог диска и друга, врло уска, која је смештена у унутрашњем делу акреционог диска, који је најближи црној рупи. Такође, између области типа 1 и 3, постоје две области типа 2. Границе између области типа 1 и типа 2 се налазе на радијусима  $r_{1,2}$  датим следећом релацијом (Shakura & Sunyaev 1972):

$$\frac{r_{1,2}}{\left(1 - r_{1,2}^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{16}{21}}} = 150 (\alpha m)^{\frac{2}{21}} \dot{m}^{\frac{16}{21}},$$
(1.2.12)

из чега следи да област типа 1 постоји само под условом:  $\dot{m} \geq \frac{1}{170} (\alpha m)^{-\frac{1}{8}}$ . Границе између области типа 2 и 3 леже приближно на радијусима:

$$r_{2,3} = 6.3 \times 10^3 \dot{m}^{\frac{2}{3}} \left(1 - r_{2,3}^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}.$$
(1.2.13)

Горњи израз важи само када је  $r - 1 > 10^{-6} \alpha^{\frac{8}{7}} \dot{m}^{\frac{3}{7}}$ .

### 1.2.3 Расподела спектра зрачења акреционог диска

Спектар зрачења које се емитује са површине акреционог диска зависи од структуре диска и температуре зрачења (о чему је било речи у предходном поглављу), а самим тим и од растојања у односу на централну црну рупу. Са друге стране, расподела површинске температуре (у функцији радијуса)

која одговара ефективној температури зрачења, има следећи облик (Shakura & Sunyaev 1972):

$$T_S(R) = \frac{3}{8\pi} \frac{GM}{R^3} \dot{M} \left( 1 - \left( \frac{R_{in}}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \right). \quad (1.2.14)$$

У условима који важе на површини акреционог диска, спектар термалног зрачења може имати три врсте расподеле (Shakura & Sunyaev 1972).

1. У спољашњим областима, за које важи  $r > 800\alpha^{\frac{4}{57}}m^{-\frac{46}{57}}\dot{m}^{\frac{37}{57}}$ , спектар има Планкову расподелу:

$$F(x) = B(x) = \frac{2\pi h}{c^2} \left( \frac{kT}{h} \right)^3 \frac{x^3}{e^x - 1}, \quad (1.2.15)$$

где је  $x = \frac{h\nu}{kT}$ ,  $h$  - Планкова, а  $k$  - Болцманова константа. Расподела одговарајуће површинске температуре је:

$$T_S = 3 \times 10^7 m^{-\frac{1}{4}} \dot{m}^{\frac{1}{4}} r^{-\frac{3}{4}} \left( 1 - r^{-\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{4}} \text{K}. \quad (1.2.16)$$

2. У централним областима акреционог диска, за које је  $800\alpha^{\frac{4}{57}}m^{-\frac{46}{57}}\dot{m}^{\frac{37}{57}} > r > 25\alpha^{\frac{2}{9}}\dot{m}^{\frac{2}{3}}$ , расподела спектра зрачења зависи од средине кроз коју се оно простире. Ако се ради о хомогеној средини константне густине  $n$ , тада је:

$$\begin{aligned} F(x) &\sim const \cdot \sqrt{n} T^{\frac{5}{4}} \frac{x^{\frac{3}{2}} e^{-x}}{(1-e^{-x})^{\frac{1}{2}}}, \\ T_S &= 1.4 \times 10^9 \alpha^{\frac{2}{9}} \dot{m}^{\frac{8}{9}} m^{-\frac{2}{9}} r^{-\frac{5}{3}} \left( 1 - r^{-\frac{1}{2}} \right)^{\frac{8}{9}} \text{K}, \end{aligned} \quad (1.2.17)$$

а у случају средине чија се густина експоненцијално мења је :

$$\begin{aligned} F(x) &\sim const \cdot H_0^{-\frac{1}{3}} T^{\frac{11}{6}} x^2 \frac{e^{-x}}{(1-e^{-x})^{\frac{1}{3}}}, \\ T_S &= 10^8 \alpha^{\frac{1}{75}} \dot{m}^{\frac{28}{75}} m^{-\frac{19}{75}} r^{-\frac{141}{150}} \left( 1 - r^{-\frac{1}{2}} \right)^{\frac{28}{75}} \text{K}. \end{aligned} \quad (1.2.18)$$

3. У унутрашњим областима диска, где је  $r < 25\alpha^{\frac{2}{9}}\dot{m}^{\frac{2}{3}}$ , ефекти комптонизације углавном одређују облик спектра, који тада има Винову расподелу:

$$\begin{aligned} F(x) &\sim x^3 e^{-x}, \\ T_S &= 5 \times 10^8 \alpha^{\frac{1}{5}} \dot{m}^{\frac{4}{5}} m^{-\frac{1}{5}} r^{-\frac{3}{2}} \left( 1 - r^{-\frac{1}{2}} \right)^{\frac{4}{5}} \text{K}. \end{aligned} \quad (1.2.19)$$

Интензитет зрачења емитованог са површине целог акреционог диска се добија интеграцијом локалних спектара за горе наведене области:

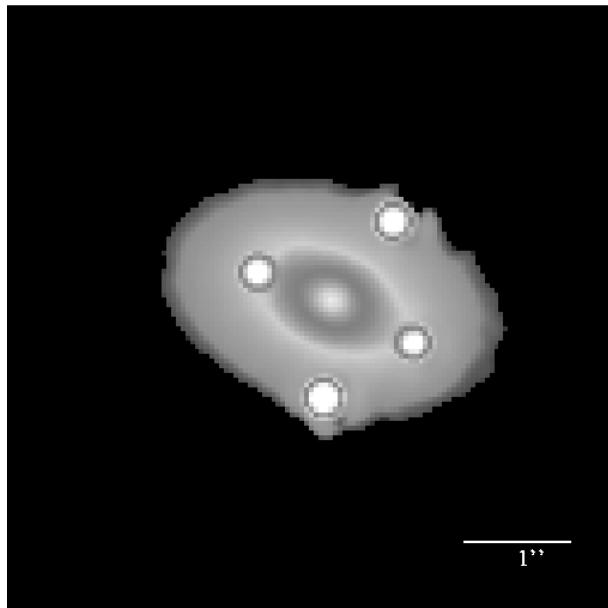
$$I_{\nu} = 4\pi \int_{R_{in}}^{R_{out}} F_{\nu} [T_S(R)] R dR, \quad (1.2.20)$$

где су  $R_{in}$  и  $R_{out}$  унутрашњи и спољашњи радијус акреционог диска.

## 2 Гравитациона сочива

Ефекат гравитационих сочива је универзална природна појава чија је суштина у томе да гравитациона сила објекта који представља сочиво доводи до појачања интензитета неког позадинског извора или до појаве његових вишеструких ликова, услед савијања ка посматрачу зрака светлости под утицајем гравитације компактног објекта. Угао раздвајања ликова зависи од масе сочива па се вишеструки ликови могу посматрати само када улогу гравитационог сочива има објекат велике масе, например галаксија. У случају гравитационог сочива мање масе, например звезде, не могу се уочити вишеструки ликови извора јер је угао раздвајања веома мали, већ само долази до појачања интензитета зрачења. Такво гравитационо сочиво изазива промене у кривој сјаја позадинског извора и назива се гравитационо микросочиво.

Један од најпознатијих примера за појаву вишеструких ликова је квазар Q2237+030 лоциран на црвеном помаку  $z = 1.695$ , који је због своја четири лика познатији као Ајнштајнов крст (Слика 4.). Ови ликови су последица ефекта гравитационог сочива који изазива галаксија ZW2237+030 чији првени помак износи само  $z = 0.0394$ .



Слика 4: Квазар Q2237+030, познатији као Ајнштајнов крст (слика преузета са <http://www.astr.ua.edu/keel/agn>)

Познато је да се простирање светлости у гравитационом пољу описује једначинама опште теорије релативности, међутим проблем одступања светлости под утицајем гравитационе силе од праве линије појавио се још одмах по успостављању Њутнове класичне механике. Сам Њутн је формулисао питање да ли тела утичу на светлост на растојању и да ли је тај утицај најјачи на најмањим растојањима (Захаров 1997). Први покушај израчунавања угла савијања светлости у гравитационом пољу извео је Хенри Кевендиш 1784. године, подстакнут преписком са Џоном Мичелом. Он је добио следећу вредност за тај угао:

$$\Theta = \frac{2GM}{c^2R}, \quad (2.1)$$

где је  $R$  растојање од гравитационог центра масе  $M$ . Међутим, Кевендиш није нигде објавио тај свој резултат, већ га је само записао на листу хартије (Захаров 1997).

Немачки астроном Јохан Георг фон Цолднер је 1804. године у Берлинском астрономском годишњаку публиковао чланак о савијању светлости у гравитационом пољу звезда, у којем је први пут била објављена формула (2.1). Овај значајан рад је остао непримећен у научној јавности скоро 120 година, све док Ајнштајн није 1911. године добио у оквирима специјалне теорије релативности исту вредност за угао савијања светлости у близини површине Сунца (Захаров 1997). Почетком двадесетог века већ је било могуће мерење тог угла или није било значајнијих резултата због избијања I светског рата. Међутим, већ 1915. године, Ајнштајн је у оквирима опште теорије релативности добио двоструко већу вредност за угао савијања:

$$\Theta = \frac{4GM}{c^2R}. \quad (2.2)$$

Убрзо по окончању I светског рата, за време потпуног помрачења Сунца 29. маја 1919. године, спроведено је прво мерење угла савијања. Циљ овог мерења је била потврда једне од следећих три могућности:

1. гравитационо поље Сунца не утиче на путање зрака светлости,
2. овај утицај постоји и одвија се у складу са Њутновом класичном механиком, што доводи до померања лика звезде за  $0''.87$  у смеру Сунчевог диска,
3. путање зрака светлости су у складу са општом теоријом релативности, што доводи до померања лика звезде за  $1''.75$  у смеру Сунчевог диска.

Мерења су вршена на две географске локације и дале су следеће резултате:  $1''.98 \pm 0''.12$  и  $1''.61 \pm 0''.30$  (Захаров 1997). Ови резултати су представљали потврду Ајнштајнових предвиђања али су, због велике случајне грешке, били дugo оспоравани. Међутим, наредна посматрања методом радиоинтерферометрије су потврдила ова предвиђања са тачношћу већом од 1%.

Први који је употребио израз „сочиво“ у контексту савијања светlostи под утицајем гравитације био је О. Лоц, који је 1919. године приметио да гравитационо поље делује као сочиво али да нема жижну даљину. О. Хволсон је 1924. године објавио рад у којем је закључио да је, када се посматра позадинска звезда која је под утицајем неке звезде-сочива, могућа појава и другог лика позадинске звезде, при чему је угао између та два лика толико мали да их је било немогуће раздвојити помоћу телескопа тог времена. Хволсон је такође утврдио да, у случају када се посматрана звезда-сочиво и звезда-извор налазе на истој правој, настаје лик у облику прстена који се данас назива „Ајнштајнов прстен“. Алберт Ајнштајн је 1936. године објавио рад у којем је разматрао ефекат гравитационог сочива у случају када се посматрач, сочиво и извор налазе на једној правој (тј. када настаје Ајнштајнов прстен) и закључио да неће бити могуће директно посматрање те појаве. Осим тога, у истом раду он је дао и израз за коефицијент појачања интензитета извора од стране гравитационог сочива (Захаров 1997). Ипак, Ф. Џвики је 1937. године дошао до закључка да би такав ефекат могао бити посматран у случају када је извор маглина, а гравитационо сочиво - галаксија. Колико је овај закључак био значајан показало се 40 година касније када су, приликом посматрања двојног квазара QSO 0957+16 A,B ( $z = 1.4$ , угловно растојање између ликова је реда  $6''$ ), Walsh et al (1979), открили прво гравитационо сочиво у виду галаксије на црвеном помаку  $z \approx 0.36$ . И поред свог великог значаја Џвикијев рад је био заборављен све до 1964. године када је С. Рефсдал изнова разматрао ефекат гравитационог сочива од стране тачкасте масе и спровео детаљну анализу тог ефекта.

Откриће првих гравитационих микросочива од стране група MACHO и EROS 1993. године је представљало једно од највећих астрономских открића те године (Захаров 1997). Та открића, која су означила почетак интензивног изучавања ефеката гравитационих микросочива које траје све до данас, су дошла као резултат потраге за скривеном масом у халу Великог Магелановог облака. Одатле потичу и називи тих пројеката: MACHO - као скраћеница од енглеског "Massive Astrophysical Compact Halo Objects"<sup>4</sup> и EROS - као скраћеница од француског "Expérience de Recherche d'Objets Som-

<sup>4</sup>Неки аутори испуштају реч "Astrophysical" из пуног назива, па је код њих MACHO - скраћеница од "MAssive Compact Halo Objects".

bres”. Основни задатак MACHO пројекта су била посматрања Великог Магелановог облака и балца наше галаксије, које је вршила америчко-енглеско-аустралијска група научника помоћу 1.3-метарског телескопа опсерваторије Маунт Стромло у Аустралији. Детаљније информације о експерименту MACHO могу се наћи на интернет адресама: <http://wwwmacho.mcmaster.ca/> и <http://wwwmacho.anu.edu.au/>. Група EROS је спроводила слична посматрања помоћу 1-метарског телескопа, а детаљније информације о овом експерименту се могу наћи на интернет адреси: <http://www.lal.in2p3.fr/EROS/eros.html>.

Осим резултата добијених помоћу горе наведена два експеримента, велики значај имају и резултати које је објавила пољско-америчка група са скраћеним називом OGLE (од енглеског ”Optical Gravitational Lens Experiment”). Ова група је спроводила посматрања балца наше галаксије, у циљу проналажења гравитационих микросочива, помоћу 1-метарског телескопа опсерваторије Лас Кампанасе у Чилеу. Опширније информације о OGLE експерименту могу се наћи на интернет адреси: <http://www.astro.princeton.edu/ogle/>.

## 2.1 Космоловске мере за растојање

Већина активних галаксија и галаксија-гравитационих сочива имају значајне црвене помаке, што значи да се налазе на космоловским растојањима у односу на нас. Међутим, у космологији постоји више начина да се дефинишу растојања између две тачке. Због чињенице да се космос шири, сви објекти у њему имају неко заједничко кретање, при чему се њихова међусобна растојања стално мењају. Осим тога, за посматрача са Земље је сваки поглед у даљину у исто време и поглед у прошлост. Овде ће бити дате само неке дефиниције за растојање у космологији, које ће бити потребне за даље излагање.

Све дефиниције за растојање зависе од усвојеног космоловског модела који је дефинисан одређеним бројем космоловских параметара. Први од њих је Хаблова константа  $H_0$  - која представља константу пропорционалности између брзине удаљавања и растојања до неког објекта у свемиру који се шири. Вредност 0 у индексу Хаблове константе означава да се она односи на садашњу епоху јер се, у општем случају, Хаблова константа мења са временом. Уместо  $H_0$ , која се изражава у јединицама  $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ , често се користи и бездимензиона Хаблова константа  $h$  која је одређена изразом (Hogg

2000):

$$H_0 = 100 \text{ } h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}, \quad (2.1.1)$$

при чему се обично узима да је  $0.6 < h < 0.9$ . Динамичке карактеристике свемира су одређене његовом садашњом средњом густином  $\bar{\rho}_0$  и вредношћу за космолови константу  $\Lambda$ . Обично се користе одговарајући бездимензиони параметри  $\Omega_0$  и  $\Omega_\Lambda$  (Hogg 2000):

$$\Omega_0 = \frac{8\pi G \bar{\rho}_0}{3H_0^2}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}. \quad (2.1.2)$$

Поред њих, уводи се и трећи космолови параметар  $\Omega_k$ , који изражава закривљеност простора. Ова три параметра у потпуности одређују модел хомогеног и изотропног космоса, при чему важи следећи израз (Hogg 2000):

$$\Omega_0 + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1. \quad (2.1.3)$$

У случају равног свемира је  $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$ .

Космолови црвени помак  $z$  је у директној вези са „величином“ свемира  $a(t)$  (Hogg 2000):

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)}, \quad (2.1.4)$$

где је  $a(t_0)$  - величина свемира у тренутку када светлост стигне до посматрача, а  $a(t_e)$  - величина свемира у тренутку када је та светлост била емитована из неког удаљеног извора. Црвени помак се углавном мери у односу на нас. Међутим, могуће је дефинисати и црвени помак  $z_{12}$  између објеката 1 и 2, при чему оба објекта имају космоловске црвене помаке  $z_1$  и  $z_2$  у односу на нас (Hogg 2000):

$$1 + z = \frac{a(t_1)}{a(t_2)} = \frac{1 + z_2}{1 + z_1}, \quad z_1 < z_2. \quad (2.1.5)$$

Растојање између нас ( $z = 0$ ) и неког објекта са црвеним помаком  $z$  који се креће услед ширења свемира, мерено дуж правца посматрања (тј. дуж радијалног зрака), а које остаје константно у свим епохама, дато је изразом (Hogg 2000):

$$D_C = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}, \quad E(z) = \sqrt{\Omega_0(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda}, \quad (2.1.6)$$

где је функција  $E(z)$  пропорционална изводу логаритма величине свемира по времену:  $\dot{a}(t)/a(t)$ . Због тога вредност Хаблове константе за посматрача на првоном помаку  $z$  износи:  $H(z) = H_0 E(z)$ .

У теорији гравитационих сочива често се користи угаоно растојање  $D_{A12}$  између два објекта на црвеним помацима  $z_1$  и  $z_2$  које у случају  $\Omega_k \geq 0$  износи (Hogg 2000):

$$D_{A12} = \frac{1}{1+z_2} \left( D_{M2} \sqrt{1 + \Omega_k \frac{H_0^2 D_{M1}^2}{c^2}} - D_{M1} \sqrt{1 + \Omega_k \frac{H_0^2 D_{M2}^2}{c^2}} \right), \quad (2.1.7)$$

где је  $D_M$  трансверзално растојање између два објекта са истим црвеним помаком (Hogg 2000):

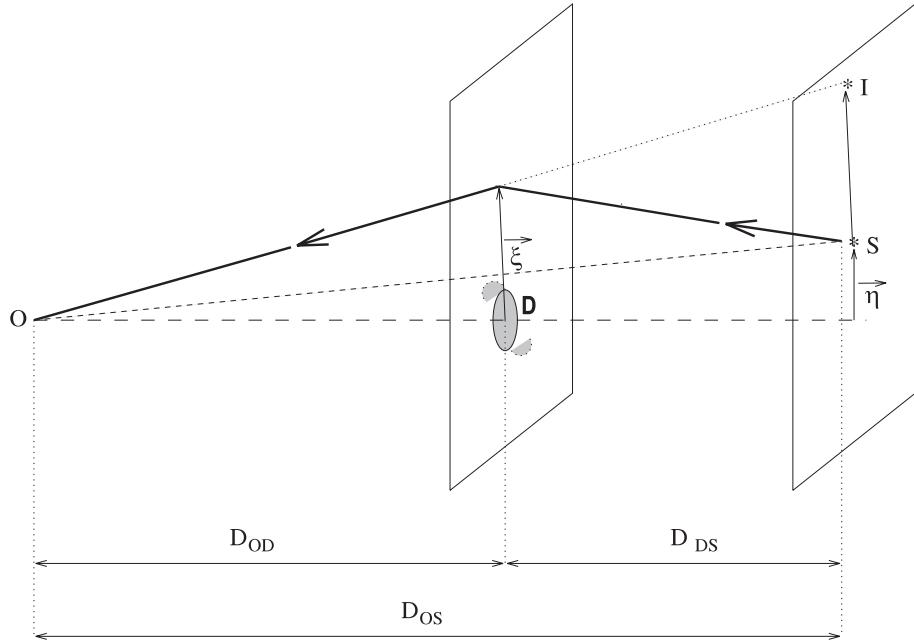
$$D_M = \begin{cases} \frac{c}{H_0 \sqrt{\Omega_k}} \sinh \left( \sqrt{\Omega_k} \frac{H_0 D_C}{c} \right), & \Omega_k > 0 \\ D_C & \Omega_k = 0, \\ \frac{c}{H_0 \sqrt{|\Omega_k|}} \sin \left( \sqrt{|\Omega_k|} \frac{H_0 D_C}{c} \right), & \Omega_k < 0 \end{cases} \quad (2.1.8)$$

при чему аналитичко решење горњих једначина постоји само у случају  $\Omega_\Lambda = 0$ .

У овом раду ће углавном бити коришћен израз (2.1.6) за космоловско растојање дуж правца посматрања  $D_C$  у равном космоловском моделу ( $\Omega_k = 0$ ) са вредностима параметара  $\Omega_\Lambda = 0.7$  и  $\Omega_0 = 0.3$ , које су добијене анализом космоловских SN (Supernovae) Ia података и анизотропије космичког микроталасног позадинског зрачења (Cosmic Microwave Background - CMB) (Perlmutter et al. 1999, Bond et al. 2001, Balbi 2001, Lahav 2002, Peebles 2002).

## 2.2 Једначина гравитационог сочива

Да бисмо објаснили како се формирају ликови  $I$  извора  $S$  под утицајем гравитационог поља дефлектора  $D$  (тј. гравитационог сочива) размотrimо Слику 5. Уведимо две помоћне равни: раван извора (која пролази кроз извор и нормална је на праву која спаја центар маса гравитационог сочива и посматрача  $O$ ) и раван сочива (која пролази кроз сочиво и нормална је на исту праву). За посматрача на Земљи те две равни се поклапају са тангенцијалном равни, а права која спаја посматрача и центар гравитационог сочива се пројектује у једну њену тачку која представља координатни почетак дводимензионалног координатног система. Апроксимирајмо путању светлосног зрака преломљеном правом линијом (што је могуће урадити у случају слабих гравитационих поља) са тачком прелома која лежи у равни дефлектора. Тада се трајекторија фотона може представити помоћу два вектора при чему се почетак првог налази у извору, а крај у тачки прелома док други



Слика 5: Шематски приказ ефекта гравитационих сочива: гравитационо сочиво  $D$ , слика извора  $I$ , извор  $S$ , посматрач  $O$ .

спаја тачку прелома и посматрача. Апсолутна вредност суме тих вектора представља растојање од светлосног извора до посматрача, њихова разлика дефинише угао савијања светlostи у гравитационом пољу сочива, а збир њивих тангенцијалних компоненти дефинише једначину гравитационог сочива (Захаров и Сажин 1998):

$$\vec{\eta} = \frac{D_{OS}}{D_{OD}} \vec{\xi} - D_{DS} \vec{\Theta}(\vec{\xi}), \quad (2.2.1)$$

где вектори  $\vec{\xi}$  и  $\vec{\eta}$  одређују координате у равни сочива и у равни извора, редом,  $D_{OS}$  представља растојање између извора и посматрача,  $D_{OD}$  растојање између посматрача и дефлектора, а  $D_{DS}$  растојање између дефлектора и извора. Функција  $\vec{\Theta}(\vec{\xi})$  која описује угао савијања светлосног зрака у гравитационом пољу тачкасте масе може се апроксимирати следећом релацијом:

$$\vec{\Theta}(\vec{\xi}) = \frac{4GM}{c^2} \frac{\vec{\xi}}{\xi^2}. \quad (2.2.2)$$

Из предходне две једначине и услова да се извор, сочиво и посматрач налазе на једној правој ( $\vec{\eta} = 0$ ) добија се Ајнштајнов радијус  $\xi_0$  гравитационог сочива

у равни сочива:

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{OD} D_{DS}}{D_{OS}}} \quad (2.2.3)$$

Осим њега, важна величина је и Ајнштајнов угао:

$$\eta_0 = \frac{\xi_0}{D_{OD}}. \quad (2.2.4)$$

Често се уместо Ајнштајновог радијуса  $\xi_0$  користи његова пројекција на раван извора, која ће у овом раду бити означавана са ERR, од енглеског "Einstein Ring Radius" (Popović et al. 2002):

$$ERR = \frac{D_{OS}}{D_{OD}} \xi_0 = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{OS} D_{DS}}{D_{OD}}}. \quad (2.2.5)$$

Ајнштајнов радијус се често изражава у гравитационим радијусима  $R_g = \frac{GM}{c^2}$  и представља једну од најважнијих карактеристика гравитационих сочива, која одређује да ли је у питању обично или микросочиво. Уколико је ова величина позната, онда се из горње дефиниције лако може израчунати маса  $M$  објекта који има улогу сочива.

Растојања  $D_{OD}$ ,  $D_{OS}$  и  $D_{DS}$  су угловна растојања у Фридмановом космоловском моделу и рачунају се на основу одговарајућих првених помака  $z_i$  и  $z_j$  (Grogan & Narayan 1996):

$$D(z_i, z_j) = \frac{2c}{H_0} \frac{(1 - \Omega_0 - G_i G_j)(G_i - G_j)}{\Omega_0^2 (1 + z_i)(1 + z_j)^2}, \quad G_{i,j} = (1 + \Omega_0 z_{i,j})^{\frac{1}{2}}, \quad (2.2.6)$$

где је  $H_0$  - Хаблова константа, а  $\Omega_0$  - бездимензиони космоловски параметар који одговара данашњој средњој густини свемира  $\bar{\rho}_0$ . На основу релације (2.2.6) следи да је:  $D_{OD} = D(0, z_d)$ ,  $D_{OS} = D(0, z_s)$  и  $D_{DS} = D(z_d, z_s)$ .

Уводећи смену променљивих:

$$\vec{x} = \tilde{\xi}/\xi_0, \quad \vec{y} = D_{OD}\vec{\eta}/(\xi_0 D_{OS}), \quad \vec{\alpha} = \vec{\Theta} D_{DS} D_{OD}/(\xi_0 D_{OS}), \quad (2.2.7)$$

једначина гравитационог сочива добија следећи облик:

$$\vec{y} = \vec{x} - \vec{\alpha}(\vec{x}) \iff \vec{y} = \vec{x} - \vec{x}/x^2. \quad (2.2.8)$$

Решавање горње једначине по  $\vec{x}$  даје следеће вредности:

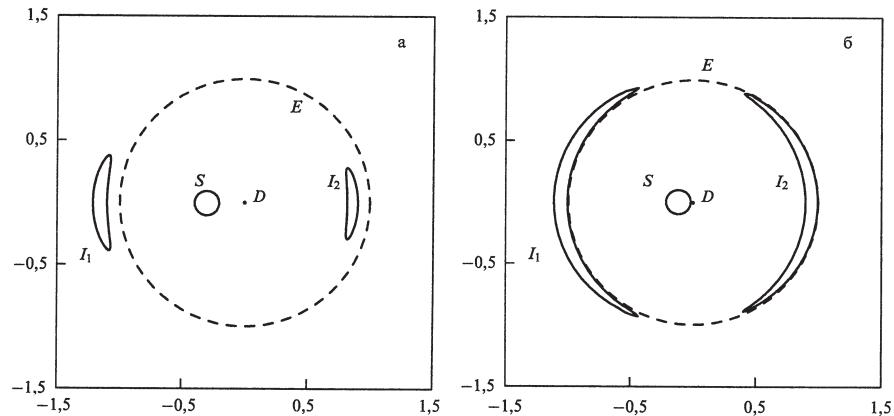
$$\vec{x}^\pm = \vec{y} \left( \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{y^2}} \right). \quad (2.2.9)$$

Одатле се лако добија растојање између ликова извора:

$$l = x^+ - x^- = 2y \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{y^2}}. \quad (2.2.10)$$

У случају када је реч о тачкастом извору и када је гравитационо сочиво материјална тачка, увек долази до настанка два лика, осим у специјалном случају када се извор, сочиво и посматрач налазе на једној правој - тада се лик формира у виду прстена (Захаров 1997). Међутим, у сферно симетричном гравитационом пољу тачкастог гравитационог сочива ликови кружног извора прерастају у два „месечева српа“ који су окренути један према другом као да се огледају у огледалу. Њихове величине и интензитет могу бити различити, с тим да укупан интензитет оба лика мора бити већи од интензитета самог извора када он није под дејством сочива (Захаров и Сажин 1998). Управо на тој чињеници се и заснивају посматрања ефеката гравитационих сочива.

На Слици 6. је дат шематски приказ формирања ликова кружног извора за различита растојања извора од координатног почетка. Види се да се ликови формирају на кружници са центром у координатном почетку и радијусом који је једнак Ајнштајновом радијусу.



Слика 6: Кружни извор  $S$  радијуса  $r = 0.1$  и његови ликови  $I_1$  и  $I_2$  под дејством тачкастог гравитационог сочива  $D$  смештеног у координатном почетку. Јединична кружница  $E$  са центром у тачки  $(0,0)$  је Ајнштајнова кружница. Растојање између центра Ајнштајнове кружнице и центра извора износи  $d = 0.3$  (случај a) и  $d = 0.11$  (случај b). Слика преузета из рада Захаров и Сажин (1998).

Однос укупног интензитета свих ликова и одговарајућег непојачаног интензитета извора назива се коефицијент појачања гравитационог сочива и обично се обележава са  $A$  (Захаров и Сажин 1998). Њега карактерише промена просторног угла при преласку од извора ка ликовима тако да ако извору одговара просторни угао  $\Delta\Omega_0$ , а ликовима просторни угао  $\Delta\Omega$ , онда је коефицијент појачања једнак (Захаров и Сажин 1998):

$$A = \frac{\Delta\Omega}{\Delta\Omega_0} = \left| \det \frac{d\vec{y}}{d\vec{x}} \right|^{-1}. \quad (2.2.11)$$

Имајући у виду да ликови скоро увек имају веома сложен облик, егзактан израз за коефицијент појачања се не може извести али се могу извршити одговарајуће апроксимације.

### 2.3 Оптичка дебљина гравитационих сочива

Претпоставимо да на небеској сфери има довољно много гравитационих сочива. Тада се део просторног угла који је прекривен Ајнштајновим кружницама назива оптичка дебљина гравитационих сочива и она изражава вероватноћу да се у било ком тренутку деси ефекат гравитационог сочива.

Претпоставимо да сва гравитациона сочива имају једнаку масу  $M$  и да у танком слоју дебљине  $\Delta D_{OD}$ , који се налази на растојању  $D_{OD}$  у односу на посматрача, има у просеку по једно сочиво по површини  $\pi R_M^2 = \frac{M}{\rho \Delta D_{OD}}$ , где је  $\rho$  - средња густина сочива у запремини  $\pi R_M^2 \Delta D_{OD}$ . Сваком сочиву са масом  $M$  одговара пресек  $\pi \xi_0^2$ , где је  $\xi_0$  - његов Ајнштајнов радијус, па због тога оптичка дебљина сочива у датом слоју износи (Захаров 1997):

$$\Delta\tau = \frac{\pi\xi_0^2}{\pi R_M^2} = \frac{4\pi G\rho}{c^2} \frac{D_{OD}(D_{OS} - D_{OD})}{D_{OS}} \Delta D_{OD}. \quad (2.3.1)$$

Тада је општа оптичка дебљина за сва гравитациона сочива која се налазе између извора и посматрача дата следећим изразом (Захаров 1997):

$$\tau = \int_0^{D_{OS}} \frac{4\pi G\rho}{c^2} \frac{D_{OD}(D_{OS} - D_{OD})}{D_{OS}} dD_{OD} = \frac{4\pi G}{c^2} D_{OS}^2 \int_0^1 \rho(x)x(1-x)dx, \quad (2.3.2)$$

где је  $\rho$  - средња густина сочива, а  $x = \frac{D_{OD}}{D_{OS}}$ . У случају константне расподеле масе између посматрача и извора, оптичка дебљина износи:

$$\tau = \frac{2\pi G\rho}{3c^2} D_{OS}^2. \quad (2.3.3)$$

Недавна посматрања извршена од стране MACHO, EROS и OGLE су показала да је оптичка дебљина за гравитациону сочиву која су лоцирана у нашој галаксији (тачније у њеном халу и балцу) мања од  $10^{-6}$  (Zakharov et al. 2004). У случају сочива која се налазе у балцу и халу галаксије домаћина, она износи приближно  $10^{-4}$  (Popović et al. 2003, Zakharov et al. 2004), а у случају космоловски распоређених дефлектора, оптичка дебљина достиже и до 0.1, када се претпостави да тамна материја формира компактна сочива (Zakharov et al. 2004). На основу тога се може претпоставити да космоловски распоређена гравитациону сочиву могу значајно доприносити променљивости укупног зрачења код АГЈ.

## 2.4 Гравитационе микросочиве

У случају када улогу гравитационог сочива игра објекат мање масе (нпример звезда), не долази до појаве вишеструких ликова јер је угао раздвајања сувише мали, него само до појачања зрачења што с обзиром да микросочиво има сопствено кретање доводи до промена у кривој сјаја извора. Ово је узроковано савијањем (ка посматрачу) неких од зрака који би се иначе расули без утицаја гравитационог сочива. Таква сочива се називају гравитационе микросочиве и она имају посебан значај јер представљају неку врсту природних телескопа па се зато, например, користе у детекцији планета око других звезда, као и у детекцији тамне материје. Три најчешће коришћене апроксимације за облике микросочива, а тиме и за облик појачања гравитационих микросочива су тачкасто микросочиво, каустик и мапа микросочива.

### 2.4.1 Тачкасто гравитационо микросочиво

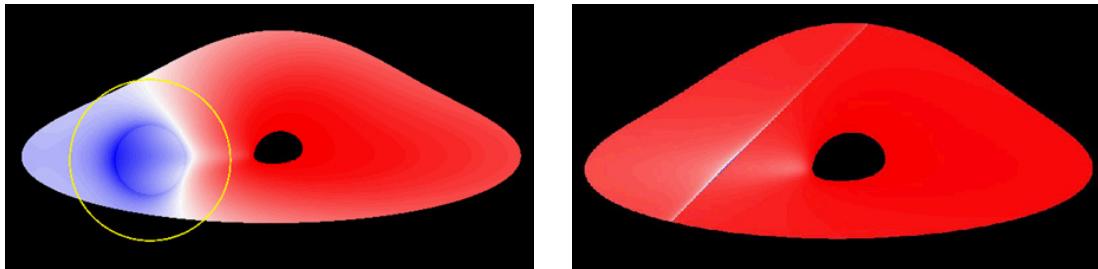
Ова апроксимација се врши у случају када улогу микросочива има неки изоловани компактни објекат (нпр. звезда). Ако су  $X$  и  $Y$  тзв. импакт параметри који описују првидни положај (тј. координате) сваке тачке-пиксела слике акреционог диска на небеској сфере коју би видео посматрач у бесконачности (детаљнији опис у поглављу §4), тада је коефицијент појачања дат релацијом (Narayan & Bartelmann 1999):

$$A(X, Y) = \frac{u^2(X, Y) + 2}{u(X, Y)\sqrt{u^2(X, Y) + 4}}, \quad (2.4.1)$$

где  $u(X, Y)$  представља угаоно растојање између сочива и извора изражено у Ајнштајновим радијусима (ERR), а које се добија из израза:

$$u(X, Y) = \frac{\sqrt{(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2}}{\eta_0}, \quad (2.4.2)$$

при чему  $X_0$  и  $Y_0$  представљају координате сочива у односу на центар диска (изражене у гравитационим радијусима), а  $\eta_0$  је ERR, такође изражен у гравитационим радијусима. Илустрација прелаза тачкастог гравитационог микросочива преко акреционог диска је дата на Слици 7 (лево).



*Слика 7:* Илустрација прелаза тачкастог гравитационог микросочива преко акреционог диска у Керовој метрици (лево) и прелаза каустика у Шварцшилдовој метрици (десно). У првом случају приказана је и Ајнштајнова кружница микросочива

Крива у равни сочива у чијој свакој тачки коефицијент појачања сочива постаје бесконачан назива се критична крива (Захаров 1997), а њена пројекција на раван извора - каустична крива или, једноставније, каустик. У неким случајевима, критична крива се пројектује у само једну тачку, одакле следи да је тачкасто гравитационо микросочиво само специјалан случај каустика.

## 2.4.2 Каустик

У значајном броју реалних случајева није довољно узети у обзир само ефекат гравитационог микросочива изазван једним изолованим компактним објектом, већ је потребно имати на уму и чињеницу да је микросочиво обухваћено неким објектом чији је ERR већи и од самог акреционог диска. То се дешава, например, када нека група звезда у галаксији која представља гравитационо сочиво прелази преко извора и тако игра улогу микросочива које је тада најпогодније описати каустиком. Илустрација прелаза каустика преко акреционог диска је дата на Слици 7 (десно).

Дејство гравитационих микросочива на сноп зрака је у значајној мери слично одговарајућем дејству сабирних сочива у оптици. Због тога су и неки термини везани за гравитациона микросочива преузети из оптике. Један од њих је и појам каустика, који у оптици означава површ која представља геометријско место центара кривине таласних површи свих зрака из датог снопа (Ландау и Лифшиц 1988). Краће речено, пошто сви зраци из снопа додирују каустик, он чини обвојницу датог снопа. У специјалном случају снопа са зрацима који имају сферне таласне површи, геометријско место центара кривине (тј. каустик) је једна тачка - фокус. Постојање каустика је увек узроковано закривљеношћу таласног фронта, као например у случају фронта одбијених (рефлексија) или преломљених (рефракција) таласа. У првом случају ради се о тзв. „катаустику“, а у другом о „диакаустику“. У случају закривљености зрака која је узрокована утицајем гравитационих сочива, најчешће је у питању тзв. „straight fold caustic“, што би се могло превести као „каустик са правим (или оштрим) набором (или превојем)“.

Коефицијент појачања у тачки близкој каустику је дат са (Chang & Refsdal 1984):

$$A(X, Y) = A_0 + \frac{K}{\sqrt{\kappa(\xi - \xi_c)}} \cdot H(\kappa(\xi - \xi_c)), \quad (2.4.3)$$

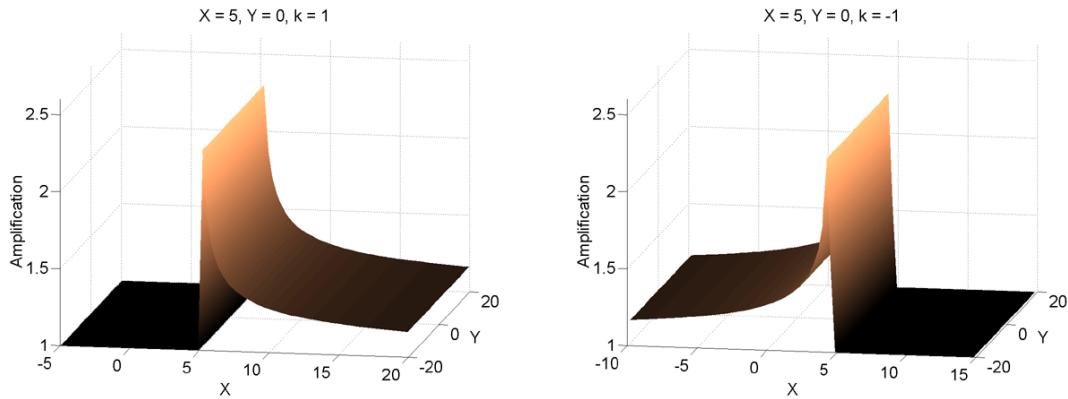
где је  $A_0$  појачање ван каустика,  $K = A_0 \beta \sqrt{\eta_0}$  је фактор појачања каустика, при чему је  $\beta$  константа реда 1.  $\xi$  је растојање нормално на каустик и изражено у гравитационим радијусима, а  $\xi_c$  је минимално растојање од центра диска до каустика. Одатле је

$$\xi_c = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{Y_c}{X_c}, \quad \xi = \xi_c + \frac{(X - X_c) \operatorname{tg} \phi + Y_c - Y}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \phi + 1}}, \quad (2.4.4)$$

где је  $\phi = \alpha + \pi/2$ .  $H(\kappa(\xi - \xi_c))$  је Heaviside-ова функција за коју важи  $H(\kappa(\xi - \xi_c)) = 1$  за  $\kappa(\xi - \xi_c) > 0$ , а у супротном она је једнака 0.  $\kappa$  је  $\pm 1$  у зависности од смера кретања каустика. Ако каустик долази са стране диска која нам се приближава  $\kappa = -1$ , а у супротном је  $+1$ . Такође, у специјалном случају када каустик прелази преко диска нормално у односу на осу његове ротације  $\kappa = +1$  за смер кретања каустика од  $-Y$  ка  $+Y$ , а у супротном је  $-1$ .

Појачање каустика у великој мери зависи од величине  $\eta_0$  која се обично назива „специфични радијус“ каустика или ће се у овом раду она, по аналогији са тачкастим микросочивом, често поистовећивати са *ERR*.

За разлику од тачкастог микросочива чији је коефицијент појачања симетричан у односу на осу симетрије која пролази кроз центар Ајнштајнове



Слика 8: Коефицијент појачања приликом прелаза каустика преко акреционог диска дуж X-осе у два супротна смера (Jovanović & Popović 2004):  $\kappa = +1$  (лево) и  $\kappa = -1$  (десно)

кружнице, коефицијент појачања каустика је асиметричан. Његов максимум је дуж самог каустика и асимптотски тежи ка 1 у оном смеру из кога је каустик дошао. Са супротне стране каустика нема појачања, тј.  $A = 1$  (Слика 8). Због таквог изгледа коефицијента појачања, ова апроксимација је и добила име "straight fold caustic".

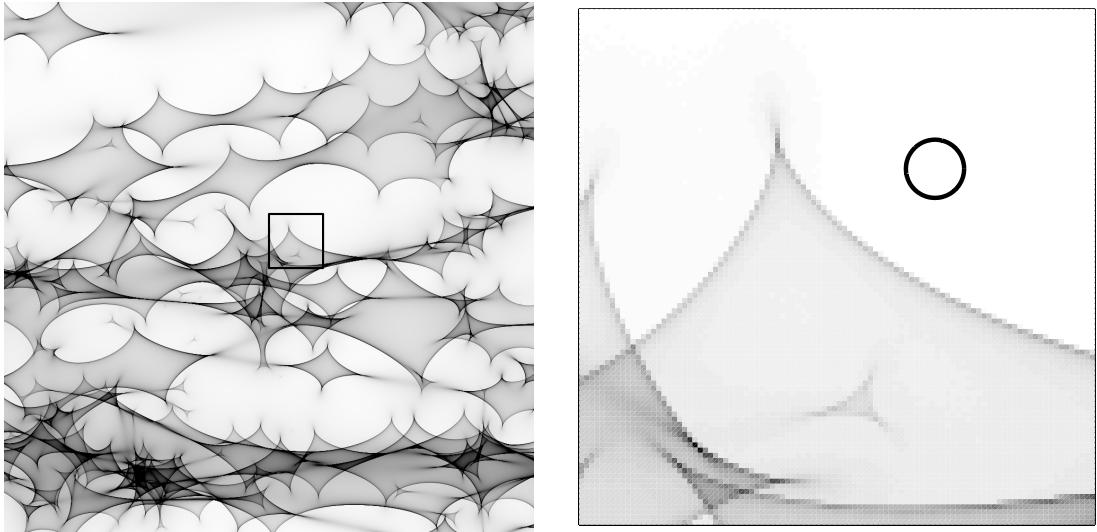
#### 2.4.3 Мапа гравитационих микросочива

Користећи тзв. „метод гађања зрацима“ (од енглеског "ray shooting"), може се добити расподела појачања у равни извора услед ефекта гравитационих микросочива од стране скупа случајно распоређених звезда у равни сочива. Оваква расподела појачања назива се мапа гравитационих микросочива (Abajas et al. 2004) и представља насложенију апроксимацију за коефицијент појачања која је разматрана у овом раду.

У случају када се посматра скуп од  $N$  компактних објеката, карактерисаних својим положајима  $x_i$  и масама  $m_i$ , једначина гравитационог сочива је дата следећим изразом (Abajas et al. 2004):

$$\vec{y}(\vec{x}) = \vec{x} - \sum_{i=1}^N m_i \frac{\vec{x} - \vec{x}_i}{|\vec{x} - \vec{x}_i|^2} - \begin{bmatrix} k_c + \gamma & 0 \\ 0 & k_c - \gamma \end{bmatrix} \vec{x}. \quad (2.4.5)$$

Други члан на десној страни горњег израза (сума) описује савијање зрака, а трећи - квадруполни допринос галаксије у којој се налазе звезде, при чему



*Слика 9:* Лево: мапа гравитационих микросочива у случају слике квазара QSO 2237+0305A (Popović et al. 2005, Abajas et al. 2004). Димензије мапе износе  $16 \times 16 ERR$ , односно  $177372 \times 177372 R_g$ . Десно: мали део мапе (квадрат са слике лево) у поређењу са акреционим диском (представљен кругом) чији спољашњи радијус износи  $R_{out} = 1000 R_g$ .

је  $k_c$  - површинска густина, а  $\gamma$  - густина која одређује позадинско појачање од стране објекта који немају довољну масу да буду микросочива. Због квадруполног члана у горњој једначини, ова гравитациона микросочива се још називају и квадруполнна (Захаров 1997). На Слици 9. (лево) је дата мапа гравитационих микросочива у случају слике квазара QSO 2237+0305A (Popović et al. 2005). Ова мапа, димензија  $16 \times 16 ERR$ , је добијена тако што је раван извора „гађана“ са 256 зрака по пикселу из одговарајуће области у равни сочива која садржи 733 случајно распоређене звезде. Узето је да је  $k_c = 0$ , што значи да је целокупна маса распоређена у облику компактних звезда (Abajas et al. 2004).

На Слици 9. (десно) је приказано поређење малог дела мапе (квадрат са слике лево) са акреционим диском (представљен кругом) чији спољашњи радијус износи  $R_{out} = 1000 R_g$ . Уочљиво је да се у случају акреционог диска који је много мањи у односу на димензије мапе, појачање дато мапом може апроксимирати суперпозицијом појачања једног броја каустика, тј. да се у случају компонентног диска може узети апроксимација "straight fold" каустика.

## 2.5 Утицај микросочива на зрачење у континууму и линији

У овом поглављу ће бити дате основне релације и поставке неопходне за испитивање понашања X-зрачења у континууму и Fe K $\alpha$  линије током трајања ефекта гравитационог микросочива. Основна претпоставка је да и континуум X-зрачења и Fe K $\alpha$  линија потичу из акреционог диска АГЈ. Облик Fe K $\alpha$  линије из АГЈ показује да ова линија настаје у акреционом диску. Например, Nandra et al. (1997) су анализирали облик Fe K $\alpha$  линије код 18 АГЈ на основу посматрања добијених помоћу сателита за X-зрачење ASCA. Њихов закључак је да се облик ове линије (широка линија, са појачаним плавим крилом због релативистичких ефеката) може задовољавајуће објаснити само ако она потиче из акреционог диска. Што се тиче континуума X-зрачења, сасвим је јасно да он углавном настаје у акреционом диску. Например, у раду (Fabian & Vaughan 2003) је показано да се спектрална променљивост MCG-6-30-15 може моделовати двокомпонентним моделом у коме се мека, променљива компонента мења по степеном закону, а тврда, константна компонента настаје услед веома јаке рефлексије из релативистичког диска.

Појачани интензитет на некој посматраној енергији  $E$  за континуум услед дејства гравитационог микросочива са коефицијентом појачања  $A(X, Y)$  дат је са (Popović et al. 2005):

$$I_C(X, Y; E) = I_P(X, Y; E) \cdot A(X, Y), \quad (2.5.1)$$

а за Fe K $\alpha$  линију са:

$$I_L(X, Y; E) = I_P(X, Y; E_0 \cdot g(X, Y)) \cdot \delta(E - E_0 \cdot g(X, Y)) \cdot A(X, Y), \quad (2.5.2)$$

где су  $X$  и  $Y$  импакт параметри,  $E_0$  је енергија линије, а  $g(X, Y)$  је енергетски помак услед релативистичких ефеката који је једнак количнику посматране и емитоване енергије.

Укупан посматрани флукс за X-зрачење у континууму и Fe K $\alpha$  линију је дат са:

$$F(E) = \int_{image} [I_C(X, Y; E) + I_L(X, Y; E)] d\Omega, \quad (2.5.3)$$

где је  $d\Omega$  просторни угао који заклапа акрециони диск на посматрачевом небу, при чему се интеграција врши по целој емисионој области.

Најједноставнија апроксимација емисивности диска  $\varepsilon(r)$  је степени закон (Fanton et al. 1997):  $\varepsilon(r) = \varepsilon_0 r^q$ , где је  $q$  индекс емисивности. Одговарајући

интензитет зрачења је у том случају дат изразом (Popović et al. 2003ab):

$$I_P(X, Y) = \varepsilon(r(X, Y))g^4(X, Y), \quad (2.5.4)$$

где је  $r(X, Y)$  дефинисано једначином (1.2.8).

Поред диска који зрачи по степеном закону, може се узети и стандардни модел акреционог диска око супермасивне црне рупе, који је базиран на претпоставци да је локално ослобођена гравитациона енергија емитована као зрачење температуре од стране црног тела (Shalyapin et al. 2002).

У том случају се интензитет зрачења може представити Планковом функцијом (Popović et al. 2005):

$$I_P(X, Y; E) = \frac{2E^3}{h^2 c^2} \frac{1}{e^{E/kT(X, Y)} - 1}, \quad (2.5.5)$$

где је  $c$  - брзина светлости,  $h$  - Планкова константа,  $k$  - Болцманова константа, а  $T(X, Y)$  - расподела површинске температуре дата једначином (1.2.19).

Међутим, у најунутрашњем делу акреционог диска, одакле углавном и потиче X-зрачење, Планкова функција не представља коректну апроксимацију за закон зрачења. Због тога се у том случају користи стандардни Shakura - Sunyaev приступ који је заснован на тзв. „модификованим“ закону зрачења црног тела (Shakura & Sunyaev 1973):

$$I_P(X, Y; E) \propto x^3 e^{-x}, \quad x = \frac{E}{kT(X, Y)}, \quad (2.5.6)$$

о којем је било речи у поглављу §1.2.3.



### 3 X-зрачење из активних галактичких језгара

Стандардни модел акреционог диска производи спектар релативно меког, квази-термалног зрачења којим доминира оптички и UV домен, а присутно је и нешто слабије изражено, меко X-зрачење (Fabian et al 2000). Код већине АГЈ однос флукса у X и оптичком домену (у смислу  $\frac{dF}{d\log \nu}$ ) се приближава јединици и по томе се зрачење АГЈ драстично разликује од зрачења обичних галаксија и звезда (Krolik 1999).

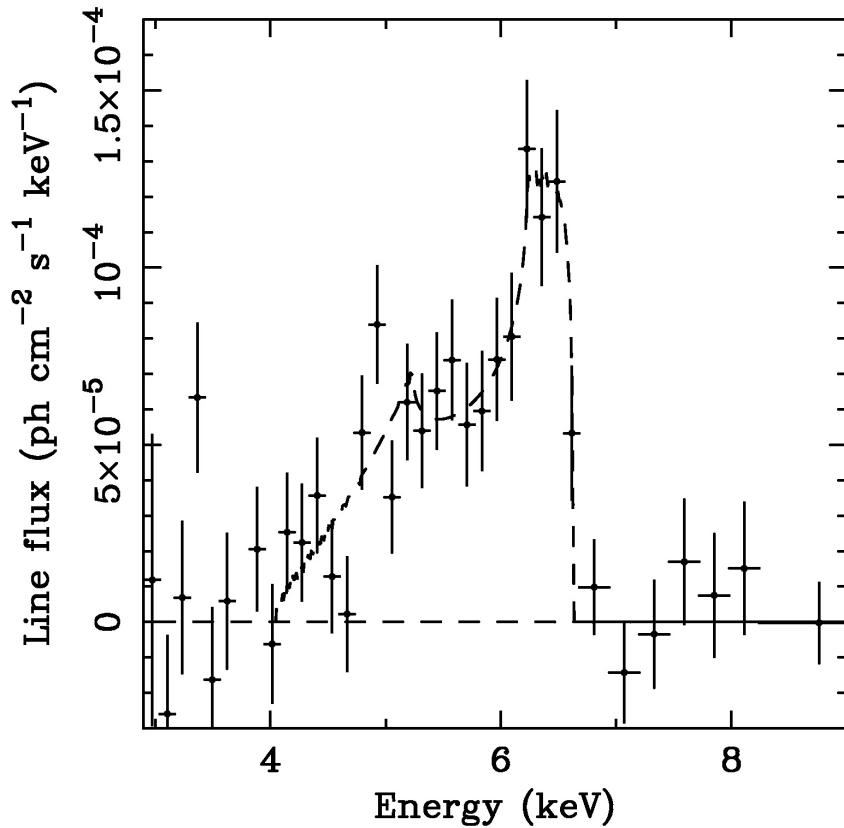
X-зрачење АГЈ се састоји од две компоненте: меког X-зрачења, којим доминира стрми спектар и тврдог X-зрачења, којим доминира спектар у форми степеног закона (Fabian et al. 1989). Обе компоненте највећим делом настају у унутрашњим областима АГЈ, близу централне супермасивне црне рупе ( $\sim 10 R_S$ ). Извор прве компоненте је сам акрециони диск који је, поред тога, и јак извор „меких“ фотона оптичког и UV зрачења. Друга компонента настаје услед високоенергетских, релативистичких електрона у корони изнад диска, који врше инверзно Комптоново расејање нискоенергетских „меких“ фотона (Fabian et al. 2000). Због тога се јако, нетермално X-зрачење АГЈ у континууму, које обухвата распон од приближно 0.1 – 100 keV, може описати степеним законом са одређеним енергетским индексом за који постоје различите процене.

Релативно хладни материјал ( $T < 10^7$  K) унутрашњих делова акреционог диска је изложен дејству тврдог X-зрачења, што доводи до настанка емисије у линији кроз photoелектричну апсорцију праћену флуоресценцијом (Fabian et al. 1989). Због тога, посматрани спектар АГЈ у области X-зрачења увек представља суперпозицију овог линијског спектра и спектра континуума у облику степеног закона (Fabian et al. 2000).

Флуктуације X-зрачења АГЈ се крећу у распону од неколико делова једног сата па до неколико дана (Krolik 1999), што је условљено његовим настанком у веома компакној области акреционог диска. Осим тога, узрок тих варијација може се налазити и у ефектима гравитационих микросочива. Предмет овог рада је управо анализа таквих варијација X-зрачења, како у линији тако и у континууму, које настају услед утицаја гравитационих микросочива на емисију акреционог диска код АГЈ.

### 3.1 Fe K $\alpha$ линија

Неупоредиво мањи број јаких линија се налази у области X-зрачења у поређењу са UV и оптичком облашћу. Због тога, као и због малих еквивалентних ширина тих линија, спектроскопија X-зрачења је суочена са техничким потешкоћама јер захтева инструменте велике осетљивости и спектралне резолуције. Постоји само један значајан изузетак од тог правила - Fe K $\alpha$  линија. Заступљеност гвожђа у акреционом диску АГЈ је довољна да његова емисија у тој линији буде веома изражена. CCD детектори на



Слика 10: Профил Fe K $\alpha$  линије Seyfert I галаксије MCG-6-30-15 добијен из посматрања помоћу ASCA SIS детектора (Tanaka et al. 1995). Испрекидана линија представља најбољи фит на основу модела објављеног у раду Fabian et al. (1989) у случају акреционог диска око Шварцшилдove црне рупе

ASCA сателиту ("Advanced Satellite for Cosmology and Astrophysics") су били први спектрометри задовољавајуће спектралне резолуције и осетљивости у домену X-зрачења и управо помоћу њих су Tanaka et al. (1995), на основу четврородневних посматрања Seyfert I галаксије MCG-6-30-15 (Слика 10), добили први убедљиви доказ за постојање Fe  $\text{K}\alpha$  линије у АГЈ. Ова флуоресцентна/рекомбинациона линија представља важан показатељ акреционих токова око компактних објеката јер настаје у унутрашњим областима акреционог диска ( $\leq 100 R_g$ ) (Życki 2004). У исто време то је и најјача линија тврдог X-зрачења ( $E > 1 \text{ keV}$ ) која је детектована у спектрима свих типова акреционих извора: двојним системима црних рупа и неутронских звезда, катализмичким променљивим и АГЈ.

Fe  $\text{K}\alpha$  линија настаје услед утицаја тврдог X-зрачења на плазму и то тако што један од два електрона К-љуске ( $n = 1$ , где је  $n$  - главни квантни број) атома или јона гвожђа бива избачен из ње као последица фотоелектричне апсорпције једног X-зрака (Fabian et al. 2000). Праг за ову апсорпцију у случају неутралног гвожђа износи 7.1 keV. Резултујуће побуђено стање се деексцитује тако што један од електрона из L-љуске ( $n = 2$ ) прелази у К-љуску ослобађајући при том енергију од 6.4 keV. Ова енергија бива затим или флуоресцентно израчена у облику једног фотона Fe  $\text{K}\alpha$  емисионе линије или интерно апсорбована од стране другог електрона који затим бива избачен из јона гвожђа (Ожеов ефекат). Вероватноћа за први начин деексцитације, у случају неутралног гвожђа износи 34%, а за други 66% (Fabian et al. 2000). Флуоресцентни допринос (тј. вероватноћа да је фотоелектрична апсорпција праћена флуоресцентном емисијом у линији) је слаба функција од степена јонизације у распону од неутралног гвожђа (Fe I) до Fe XXIII. Од јона гвожђа са електронским омотачем као код литијума (Fe XXIV) до јона са водонику сличним омотачем (Fe XXVI), недостатак најмање два електрона у L-љусци значи да је деексцитација путем Ожеовог ефекта немогућа. У случају јона гвожђа са омотачем сличним хелијуму или водонику, линија настаје захватом слободних електрона (тј. рекомбинацијом), при чему је и одговарајући флуоресцентни допринос висок и зависи од услова у плазми (Fabian et al. 2000).

У случају неутралног гвожђа, Fe  $\text{K}\alpha$  линија се налази на енергији од 6.4 keV<sup>5</sup>, док у случају јонизације њена енергија само незнатно расте. Чак и када се ради о веома јакој јонизацији, код које електронски омотач јона гвожђа изгледа као код хелијума, енергија Fe  $\text{K}\alpha$  линије се помера само до 6.7 keV, а приликом максималне јонизације, када јон гвожђа има омотач као

---

<sup>5</sup>Тачније речено, Fe  $\text{K}\alpha$  линија представља дублет, тј. састоји се од две компоненте (Fabian et al. 2000): Fe  $\text{K}\alpha_1$  на 6.404 keV и Fe  $\text{K}\alpha_2$  на 6.391 keV

код водоника, она износи  $6.9 \text{ keV}$  (Krolik 1999).

Fe  $\text{K}\alpha$  линија је сама по себи прилично уска линија али у случају када она потиче из релативистичког ротирајућег акреционог диска АГЈ, долази до њеног ширења услед кинематичких ефеката, а такође и до промене њеног облика (тј. профила) услед Доплеровог и гравитационог ефекта. Такво ширење ове линије је често посматрано код Seyfert галаксија и представља један од главних доказа о постојању релативистичког акреционог диска који се простира дубоко у гравитационији потенцијал централне црне рупе (Žycki 2004). Када би ова линија потицала са неког произвољног радијуса нерелативистичког акреционог диска, она би услед Доплеровог ефекта имала симетричан профил са два пика: „плавим“ који одговара емисији материјала са стране диска која се приближава ка посматрачу и „првеним“ који одговара емисији материјала са стране диска која се удаљава од посматрача. Најшири делови линије настају у унутрашњим областима диска, где је кретање материјала и најбрже. На основу посматрања ASCA сателита, установљено је да у случају 14 Seyfert I галаксија брзине које одговарају пуној ширини Fe  $\text{K}\alpha$  линије на половини њеног максимума износе  $FWHM \sim 50000 \text{ km/s}$  (Nandra et al. 1997). У неким случајевима оне достижу и до 30% од брзине светlostи. То значи да су у близини црне рупе орбиталне брзине материјала релативистичке, што доводи до појачања „плавог“ пика на свим таквим орбиталним радијусима. Када се посматра укупна емисија у линији по свим радијусима релативистичког акреционог диска, добија се линија са асиметричним и јако проширеним профилом (Fabian et al. 2000). „Плави“ пик је тада врло узак и јако изражен, док је „првени“ широк и знатно слабији. Осим тога, космо-лошки првени помак као и гравитациони првени помак доводе до померања линије ка низим енергијама.

Једна од важних карактеристика Fe  $\text{K}\alpha$  линије у спектрима АГЈ је варијабилност и то како како њеног облика, тако и њеног интензитета. Посматране варијације Fe  $\text{K}\alpha$  линије су неочекивано мање у односу на високоенергетски континуум за који се претпоставља да покреће емисију ове линије (Žycki 2004). Такође, изгледа и да линија не одговара на варијације континуума у временским скалама реда величине од неколико минута до неколико дана или да су одговарајуће варијације линије и континуума некорелисане (Žycki 2004). У овом раду је, између остalog, покушано и да се објасни да такво понашање Fe  $\text{K}\alpha$  линије и континуума X-зрачења може настати (или бар бити подстакнуто) под утицајем гравитационих микросочива на емисију акреционог диска.

## 4 Метод праћења путања зрака и опис софтвера

Утицај гравитационих микросочива на компактни акрециони диск је испитиван користећи тзв. метод праћења путања зрака (од енглеског "ray-tracing") (Bao et al. 1994, Bromley et al. 1997, Fanton et al. 1997, Čadež et al. 1998). У овом методу се узимају у обзир само трајекторије фотона које се простиру од небеске равни (фотографске плоче) лоциране у бесконачности под углом  $\theta_{obs}$  до акреционог диска. Као резултат се добијају обојене слике акреционог диска које би веома удаљени посматрач добио помоћу телескопа високе резолуције. Узимајући у обзир интензитет и „боју“ свих пиксела (тј. примљену енергију фотона) могу се добити профили спектралних линија интегралног зрачења које потиче из акреционог диска. На основу тог метода је написан и одговарајући софтвер који врши горе наведени рачун, полазећи од следећих улазних података:

- унутрашњи и спољашњи радијус еmitујуће области диска  $r_{in}$  и  $r_{out}$ ,
- угаони момент  $a$  црне рупе,
- инклинациони угао посматрача  $\theta_{obs}$ ,
- индекс емисивности  $p$  (у случају степеног закона површинске емисивности) или маса црне рупе  $M$  и стопа акреције  $\dot{M}$  (у случају емисивности као код зрачења црног тела),
- резолуција (број пиксела) резултујуће слике акреционог диска,
- карактеристике гравитационог микросочива (у зависности да ли се ради о тачкастом микросочиву, каустику или мапи): положај ( $X$  и  $Y$  координата), радијус Ајнштајновог прстена, смер кретања, константа и фактор појачања.

Централни објекат АГЈ је супермасивна црна рупа коју окружује акрециони диск. Та црна рупа је највероватније ротирајућа са угаоним моментом  $J$  па се зато њено гравитационо поље може описати Керовом метриком која зависи од угаоног момента по јединичној маси  $M$  црне рупе:  $a = J/Mc$ ,  $0 \leq a \leq M$ . Уобичајени метод за израчунавања у Керовој метрици је када се претпостави да се посматрач налази у локално неротирајућем референтном систему. Овај референтни систем се дефинише тако да му угаона брзина

буде једнака угаоној брзини гравитационог повлачења (тј. увијања простор-времена услед ротације црне рупе), због чега долази до максималног понишавања тих ефеката. Осим тога, локално неротирајући референтни системи су несингуларни за  $r > r_h$ , што их чини најприроднијим за изучавања физичких процеса у Керовој метрици.

Трајекторије фотона се у Керовој метрици могу описати помоћу три константе кретања (Carter 1968): енергијом у бесконачности:

$$E = -p_t \quad (4.1)$$

и две константе које су у ускoj вези са угаоним моментом:

$$\Lambda = p_\phi \quad (4.2)$$

и

$$Q = p_\theta^2 - a^2 E^2 \cos^2 \theta + \Lambda^2 \cot^2 \theta, \quad (4.3)$$

при чему је  $p_\theta$  променљива величина. У предходним изразима  $p$  је 4-моменат,  $(r, \theta, \phi, t)$  су Бојер-Линдквистове координате, а коришћене су природне јединице  $c = G = M = 1$ . Како је трајекторија фотона независна од његове енергије, она може бити описана помоћу два бездимензиона параметра:  $\lambda = \Lambda/E$  и  $q = Q^{1/2}/E$ . Ове константе кретања су повезане са импакт параметрима (тј. координатама пиксела резултујуће слике)  $\alpha$  и  $\beta$  преко релација:

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\sin \theta_{obs}}, \quad \beta = \pm \left( q^2 + a^2 \cos^2 \theta_{obs} - \lambda^2 \cot^2 \theta_{obs} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.4)$$

где се знак код  $\beta$  одређује из  $\left(\frac{dr}{d\theta}\right)_{obs}$ .

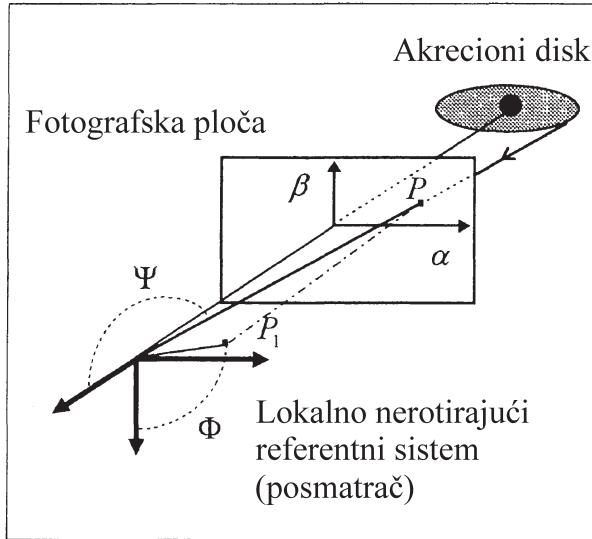
Трајекторије фотона које полазе са еmitера тада морају задовољавати следећу интегралну једначину (Fanton et al. 1997):

$$\pm \int_{r_{em}}^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{R(r, \lambda, q)}} = \pm \int_{\theta_{em}}^{\theta_{obs}} \frac{d\theta}{\sqrt{\Theta(\theta, \lambda, q)}}, \quad (4.5)$$

где је

$$R(r, \lambda, q) = (r^2 + a^2 - a\lambda)^2 - \Delta [(\lambda - a)^2 + q^2], \quad (4.6)$$

$$\Theta(\theta, \lambda, q) = q^2 + a^2 \cos^2 \theta - \lambda^2 \cot^2 \theta. \quad (4.7)$$



Слика 11: Графички приказ добијања слике акреционог диска на фотографској плочи посматрача помоћу метода праћења путања зрака.  $\alpha$  и  $\beta$  су импакт параметри који одређују координате сваког пиксела плоче.  $\Psi$  и  $\Phi$  су углови посматрача у локално неротирајућем референтном систему.

Константе кретања се такође могу представити и као функције углова посматрача у локално неротирајућем референтном систему  $\Psi$  и  $\Phi$  (Слика 11):

$$\lambda = \frac{\Upsilon_1}{\Upsilon_2}, \quad q^2 = \frac{P^2}{\Delta} - (\lambda - a)^2 - \frac{\Sigma^2}{A} \left( \frac{\cos \Psi}{\Upsilon_2} \right)^2, \quad (4.8)$$

где је

$$P = r^2 + a^2 - a\lambda, \quad \Upsilon_1 = \sin \theta_{obs} \sin \Psi \sin \Phi, \quad \Upsilon_2 = \frac{\Sigma \sqrt{\Delta}}{A} + \omega \Upsilon_1, \quad (4.9)$$

при чему  $\omega = \frac{2M_{\text{ar}}}{A}$  представља угаону брзину гравитационог повлачења у инерцијалном систему.

Из горњих једначина се добијају следеће релације за углове посматрача:

$$\sin \Phi = \frac{\alpha \Sigma}{\sqrt{A}} \left[ \beta^2 + (\alpha + a \sin \theta_{obs})^2 + \frac{AS^2 - (r^2 + a^2 + a\alpha \sin \theta_{obs})^2}{\Delta} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.10)$$

$$\sin \Psi = -\frac{\alpha \Sigma \sqrt{\Delta}}{AS \sin \Phi}, \quad (4.11)$$

где је  $S = 1 + \alpha\omega \sin \theta_{obs}$ .

Први корак у раду софтвера је да се користећи улазне податаке за сваку тачку на фотографској плочи (тј. за сваки пар импакт параметара  $\alpha$  и  $\beta$ ), на основу релација (4.1) - (4.4), израчунају константе кретања  $\lambda$  и  $q$ . Да би се одредиле трајекторије фотона (нулти геодезици) које са емитујућег диска долазе до посматрача у бесконачности под углом  $\theta_{obs}$ , потребно је испитати који од добијених парова  $(\lambda, q)$  задовољавају једначину (4.5). За решавање ове геодезијске једначине коришћен је квази-аналитички метод који су разрадили Čadež et al. (1998), у коме се интегрални на левој и десној страни једначине (4.5) изражавају преко елиптичких интеграла. У поређењу са класичним методама нумеричке интеграције, то знатно олакшава и убрзава (у смислу потребног рачунарског времена) решавање поменуте једначине.

Због релативитетских ефеката, фотони који су емитовани са фреквенцијом  $\nu_{em}$  досећи ће бесконачност са фреквенцијом  $\nu_{obs}$ , при чему је однос тих фреквенција дат са:

$$g = \frac{\nu_{obs}}{\nu_{em}} = \frac{e^{-\psi}}{1 - \Omega\lambda}, \quad (4.12)$$

где је  $e^\psi$  фактор црвеног помака:

$$e^\psi = \left[ 1 - \frac{2Mr}{\Sigma} \left( 1 - a\Omega \sin^2 \theta \right)^2 - \left( r^2 + a^2 \right) \Omega^2 \sin^2 \theta \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (4.13)$$

У горњим изразима  $\Omega$  представља угаону брзину орбиталне револуције мрежу у бесконачности. Због тога што геодизијске кружне орбите у простору могу лежати само у екваторијалној равни  $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$  следи да је:

$$\Omega = \frac{1}{a + \varepsilon \sqrt{r^3/M}}, \quad \varepsilon = \pm 1, \quad (4.14)$$

где  $\varepsilon = +1$  одговара коротирајућим, а  $\varepsilon = -1$  контраторирајућим орбитама у односу на централни извор.

Следећи корак је израчунавање расподеле тоталног посматраног флукса по посматраној енергији  $E_{obs}$ . Постоје две верзије софтвера. Код прве се посматрани флукс рачуна под претпоставком да површинска емисивност задовољава степени закон. У овом случају расподела тоталног флукса је дата као:

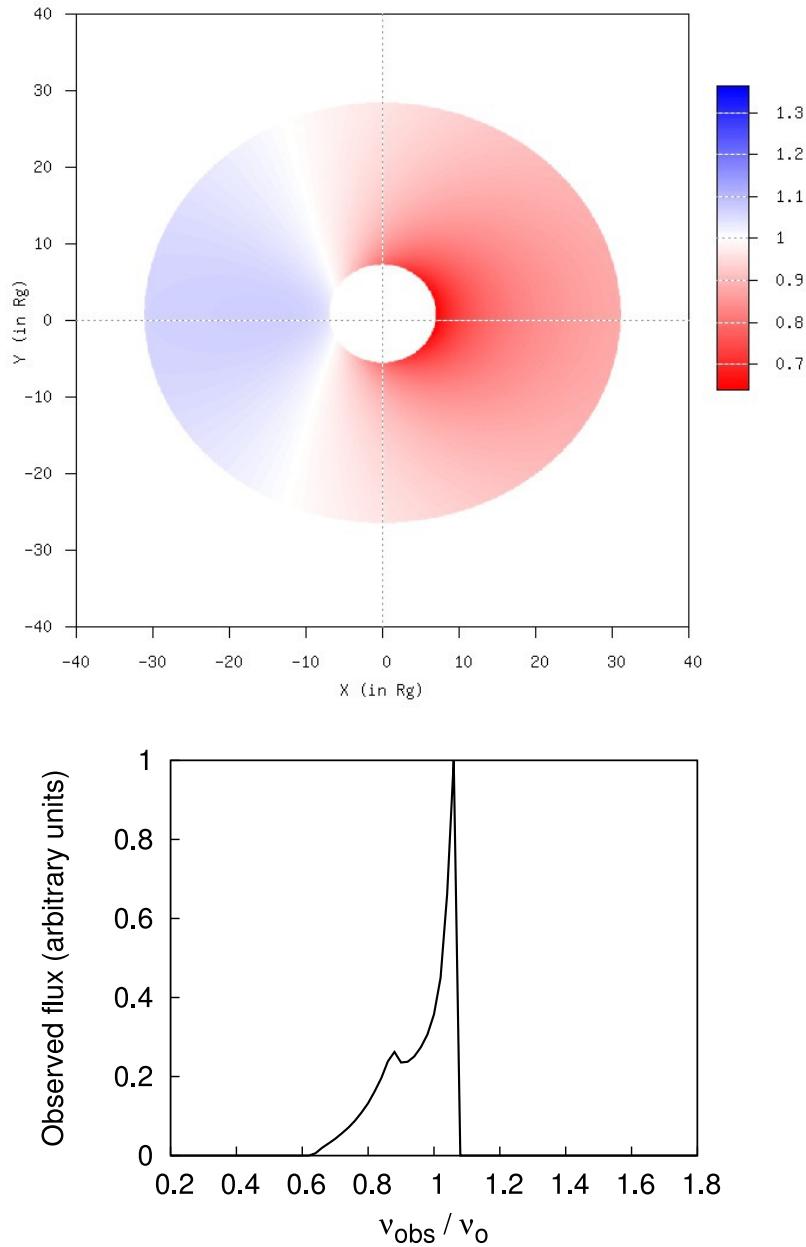
$$F_{obs}(E_{obs}) = \int_{image} \epsilon(r) g^4 \delta(E_{obs} - gE_0) d\Xi, \quad (4.15)$$

где је  $d\Xi$  - просторни угао који заклапа акрециони диск на посматрачевом небу, а  $E_0$  - емитована енергија. Претпоставља се да се површинска емисивност мења у функцији радијуса по степеном закону са параметром емисивности  $q$ :

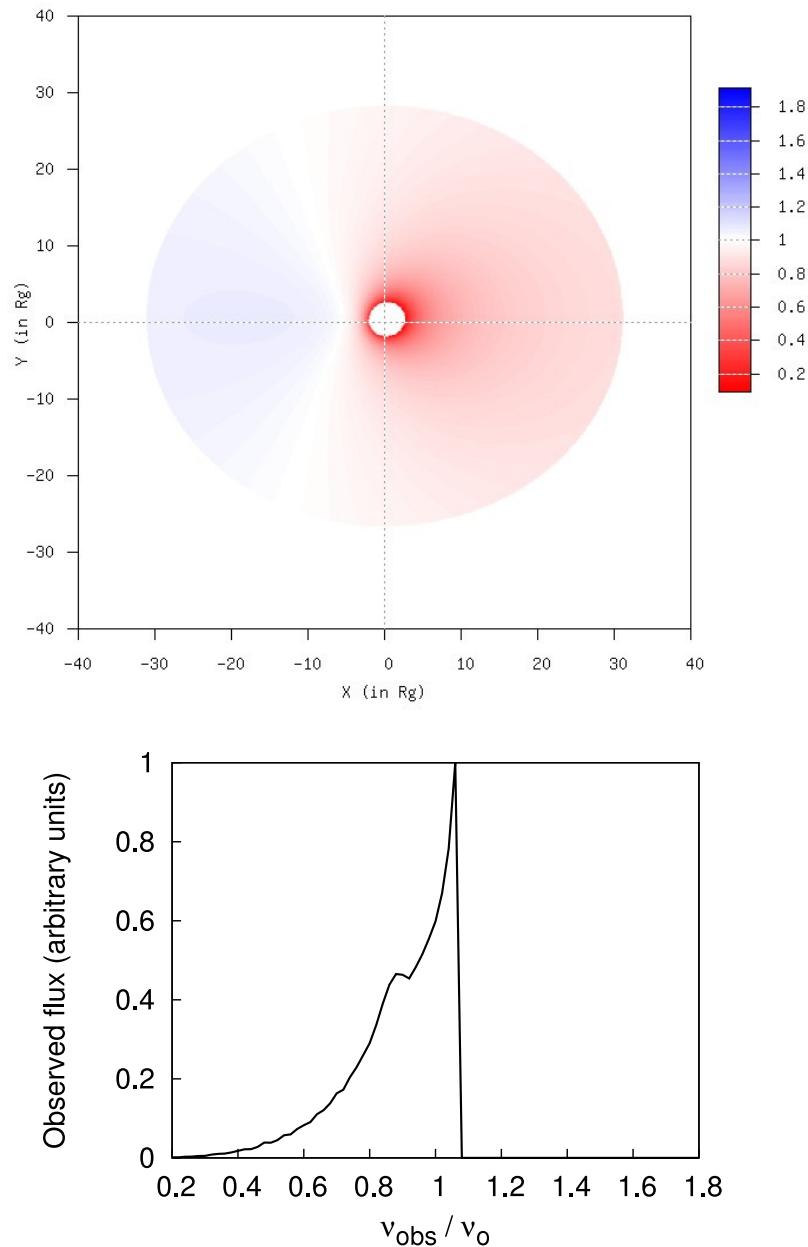
$$\epsilon(r) = \frac{\epsilon_0}{4\pi} r^q. \quad (4.16)$$

Код друге верзије, у питању је стандардни Њутновски модел акреционог диска око супермасивне црне рупе, који је заснован на претпоставци да је локално ослобођена гравитациона енергија емитована као зрачење температуре од стране црног тела (Shalyapin et al. 2002). На добијене вредности флуksа се затим врши обрачун утицаја гравитационих микросочива (направљене су посебне верзије софтвера за тачкасто микросочиво, каустик и мапу).

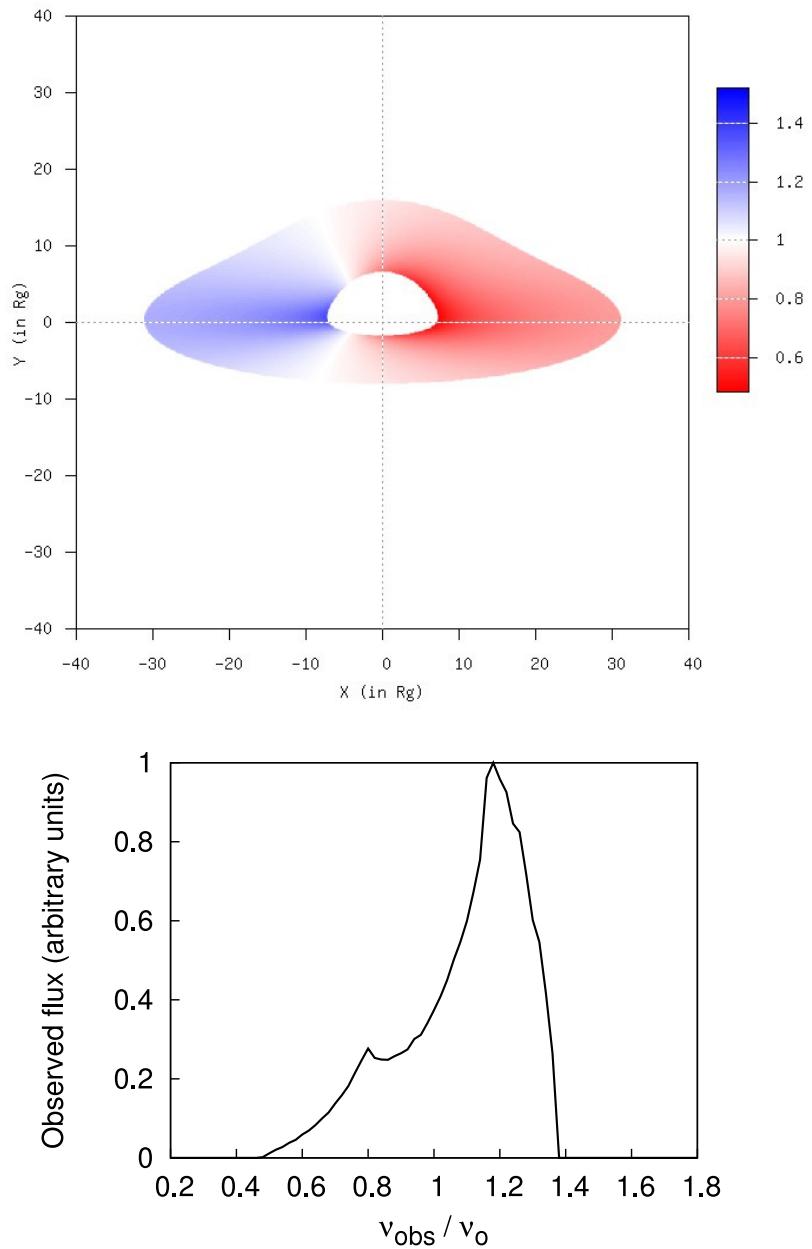
На тај начин се добијају слике акреционог диска које би видео посматрач у бесконачности под углом  $\theta_{obs}$ . Из тих слика се у процесу тзв. „биновања“ (интеграција флуksа за фиксиране вредности енергије по целој слици) добијају профили спектралних линија. На Сликама 12-15 је представљено неколико примера слика акреционог диска и одговарајућих профиле Fe K $\alpha$  спектралне линије добијених помоћу напред описаног метода праћења путања зрака.



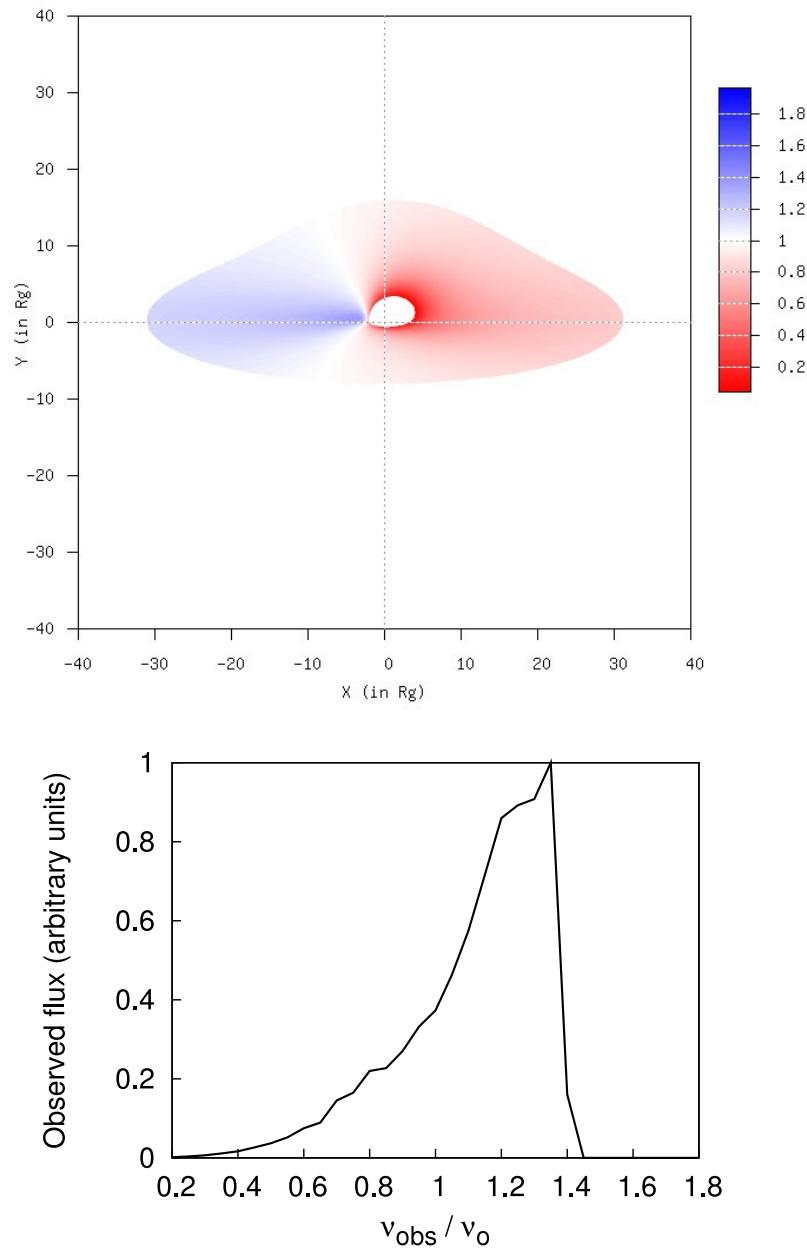
*Слика 12:* Изглед акреционог диска на фотографској плочи посматрача добијен помоћу метода праћења путања зрака у случају Шварцшилдove метрике (горе) и одговарајући профил Fe K $\alpha$  спектралне линије (доле). Параметри диска су:  $\theta_{obs} = 30^\circ$ ,  $R_{in} = R_{ms}$ ,  $R_{out} = 30 R_g$ ,  $q = 2.5$ .



Слика 13: Исто као на Слици 12. али у случају Керове метрике са  $a = 0.998$ .



Слика 14: Исто као на Слици 12. али за  $\theta_{obs} = 75^\circ$ .



Слика 15: Исто као на Слици 14. али у случају Керове метрике са  $a = 0.998$ .



## 5 Резултати истраживања

Као што је већ било речено напред, један од могућих узрока деформација профила Fe  $\text{K}\alpha$  линије и континуума X-зрачења АГЈ је и утицај гравитационих микросочива на зрачење компактног акреционог диска АГЈ (Popović et al. 2001a, Chartas et al. 2002a, Popović et al. 2003a,b). У овом делу биће представљени основни резултати истраживања овог утицаја, као и одговарајући нумерички тестови који су вршени с циљем да се утврди зависност промена у профилу и интензитету линије и континуума од параметара гравитационог микросочива као и од параметара самог акреционог диска. Осим тога, биће представљени и резултати везани за оптичку дебљину и временске скале гравитационих микросочива. Поред теоријских резултата, а у циљу њихове провере, биће представљена и њихова практична примена на нека од посматраних АГЈ.

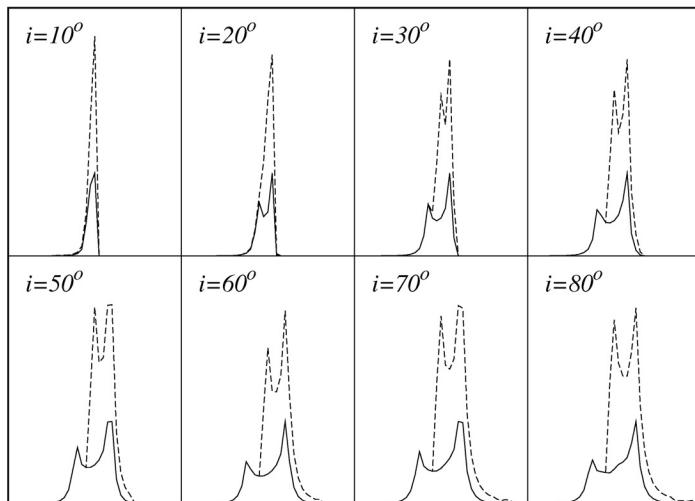
### 5.1 Деформације профила Fe $\text{K}\alpha$ линије

Емисиона Fe  $\text{K}\alpha$  линија је посматрана у великој већини АГЈ (Nandra et al. 1997, Fabian et al. 2000) и претпоставља се да она настаје у веома компактној области АГЈ, близу централне црне рупе (Iwashawa et al. 1999, Nandra et al. 1999, Fabian et al. 2000). Због тога се њеним изучавањем могу добити суштинске информације о условима у плазми и геометрији простор-времена у околини црне рупе (Popović et al. 2003a). Код многих АГЈ су уочене брзе варијације X-зрачења, које су такође присутне и у профилу и у флуксу, Fe  $\text{K}\alpha$  линије (Iwashawa et al. 1999, Nandra et al. 1999, Vaughan & Edelson 2001). Једно од могућих објашњења је да ове варијације настају услед драматичних догађаја у виду флерова који се дешавају у корони акреционог диска (Fabian et al. 2000). Међутим, Popović et al. (2001b) су показали да, под одређеним условима, ефекти гравитационих микросочива од стране неког масивног објекта могу објаснити промене у профилу  $\text{H}\alpha$  линије у случају оних АГЈ која нису под утицајем гравитационих макросочива. Осим тога, показано је такође и да гравитациона микросочива могу да доведу до деформација Fe  $\text{K}\alpha$  линије (Popović et al. 2001a, Chartas et al. 2002a, Popović et al. 2002).

### 5.1.1 Утицај каустика на деформације Fe K $\alpha$ линије

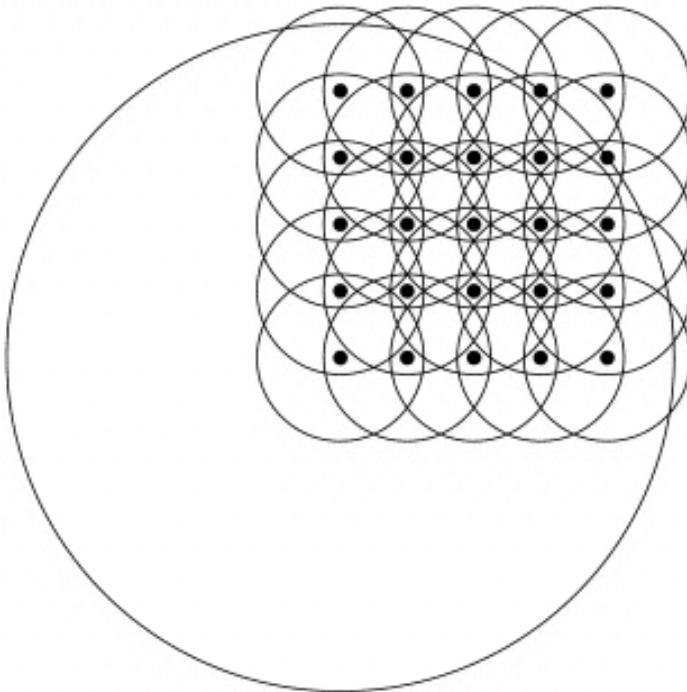
У циљу испитивања промена у профилу спектралне Fe K $\alpha$  линије услед ефеката гравитационог микросочива од стране каустика, усвојени су следећи параметри диска (Popović et al. 2003ab):  $i = 35^\circ$ ,  $q = 0$ ,  $R_{inn} = R_{ms}$ , при чему радијус маргинално стабилне орбите одговара  $R_{ms} = 6R_g$  у случају Шварцшилдove метрике, а  $R_{ms} = 1.23R_g$  у случају Керове метрике са угаоним моментом  $a = 0.998$ . За спољашњи радијус диска је усвојена вредност  $R_{out} = 100R_g$ .

На Сл. 16. је приказан утицај микросочива на профил линије у случају диска са различитим инклинацијама у распону од  $10^\circ$  до  $80^\circ$ , при чему је положај каустика фиксиран у  $X_c = -5$ ,  $Y_c = 0$  (Popović et al. 2003b). Као што се види са те слике, утицај микросочива може довести до значајног појачања флуksа линије, као и до значајних промена у њеном профилу. Може се уочити да су у случају већих инклинација и одговарајуће деформације профила линије веће.



*Слика 16:* Профили Fe K $\alpha$  линије за разне инклинације акреционог диска (пуна линија) у Шварцшилдовој метрици и одговарајући деформисани профили (испрекидана линија) услед дејства каустика са следећим параметрима:  $ERR = 100 R_g$ ,  $X_0 = -5$ ,  $Y_0 = 0$  (Popović et al. 2003b). Релативни интензитет ( $y$ -оса) је дат у распону од 0 до 3, при чему је максимум интензитета непертурбоване Fe K $\alpha$  линије нормализован на 1, а однос фреквенција  $g = \nu/\nu_0$  ( $x$ -оса) је дат у распону од 0.6 до 1.4.

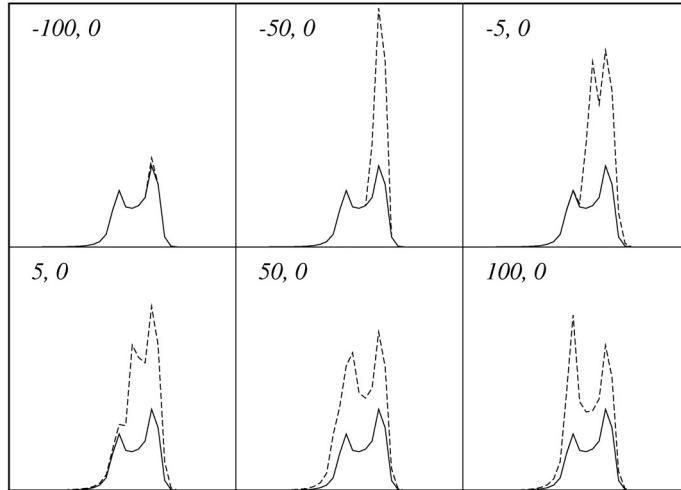
У циљу испитивања промена у профилу линије услед кретања каустика у разним правцима и смеровима у односу на акрециони диск (Слика 17), вршене су одговарајуће нумеричке симулације у којима су за сваки положај микросочива рачунате профили емисионе линије и континуума.



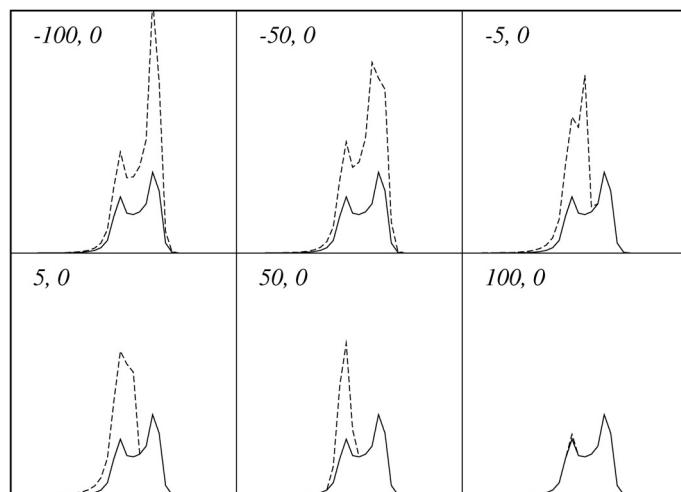
Слика 17: Шематски приказ мреже релативних положаја гравитационог микросочива у односу на акрециони диск (Abajas et al. 2002). Велика кружница представља емисиону област, а мале кружнице одговарају Ајнштајновим кружницама тачкастог микросочива лоцираног у њиховом центру. За сваки такав положај микросочива рачунају се профили емисионе линије и континуума.

На Сликама 18. и 19. је представљен ефекат микросочива на Fe K $\alpha$  линију услед кретања каустика нормално на осу ротације диска (тј. дуж X-осе), у смеру од стране диска која се приближава ка посматрачу према страни која се од њега удаљава (тј. од  $-X$  ка  $+X$  или за  $\kappa = -1$ ) и у супротном смеру, редом (Popović et al. 2003b). Уочљиво је да су у оба случаја деформације профила и појачања флукса линије различити за различите положаје каустика. Поредећи Сл. 18. и Сл. 19, може се закључити да ове промене у флуксу и облику линије не зависе само од положаја каустика, већ

и од смера његовог кретања.

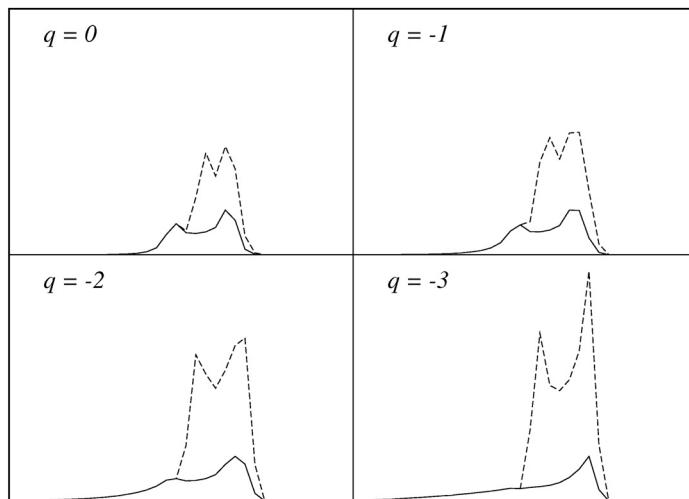


*Слика 18:* Недеформисани (пуна линија) и деформисани профили (испрекидана линија) Fe K $\alpha$  линије за различите положаје каустика ( $ERR = 100 R_g$ ,  $i = 35^\circ$ ) који прелази преко акреционог диска у смеру од  $-X$  ка  $+X$  у Шварцшилдовој метрици (Popović et al. 2003b). Релативни интензитет је дат у распону од 0 до 3, а однос фреквенција  $\nu/\nu_0$  у распону од 0.6 до 1.3.



*Слика 19:* Исто као на Слици 18. али за смер кретања каустика од  $+X$  ка  $-X$

У напред наведеним тестовима је претпостављено да се емисија диска одвија по степеном закону:  $\varepsilon(r) = \varepsilon_0 r^q$ , где је  $q$  индекс емисивности. Због тога је анализиран и утицај микросочива на Fe K $\alpha$  линију за разне вредности индекса емисивности  $q$ , при чему је положај каустика фиксиран  $X_c = -5$ ,  $Y_c = 0$ . Одговарајући резултати су дати на Сл. 20. (Popović et al. 2003b), одакле се види (као и са Сл. 17) да промене у профилу и флукус линије не зависе само од параметара каустика и његовог положаја, већ такође и од параметара акреционог диска.



Слика 20: Недеформисани (пуна линија) и деформисани профили (испрекидана линија) Fe K $\alpha$  линије услед дејства каустика на зрачење акреционог диска са разним индексима емисивности  $q$ . Параметри каустика су:  $ERR = 100 R_g$ ,  $X_0 = -5$ ,  $Y_0 = 0$ . Релативни интензитет је дат у распону од 0 до 5.5, а однос фреквенција  $\nu/\nu_0$  у распону од 0.6 до 1.3.

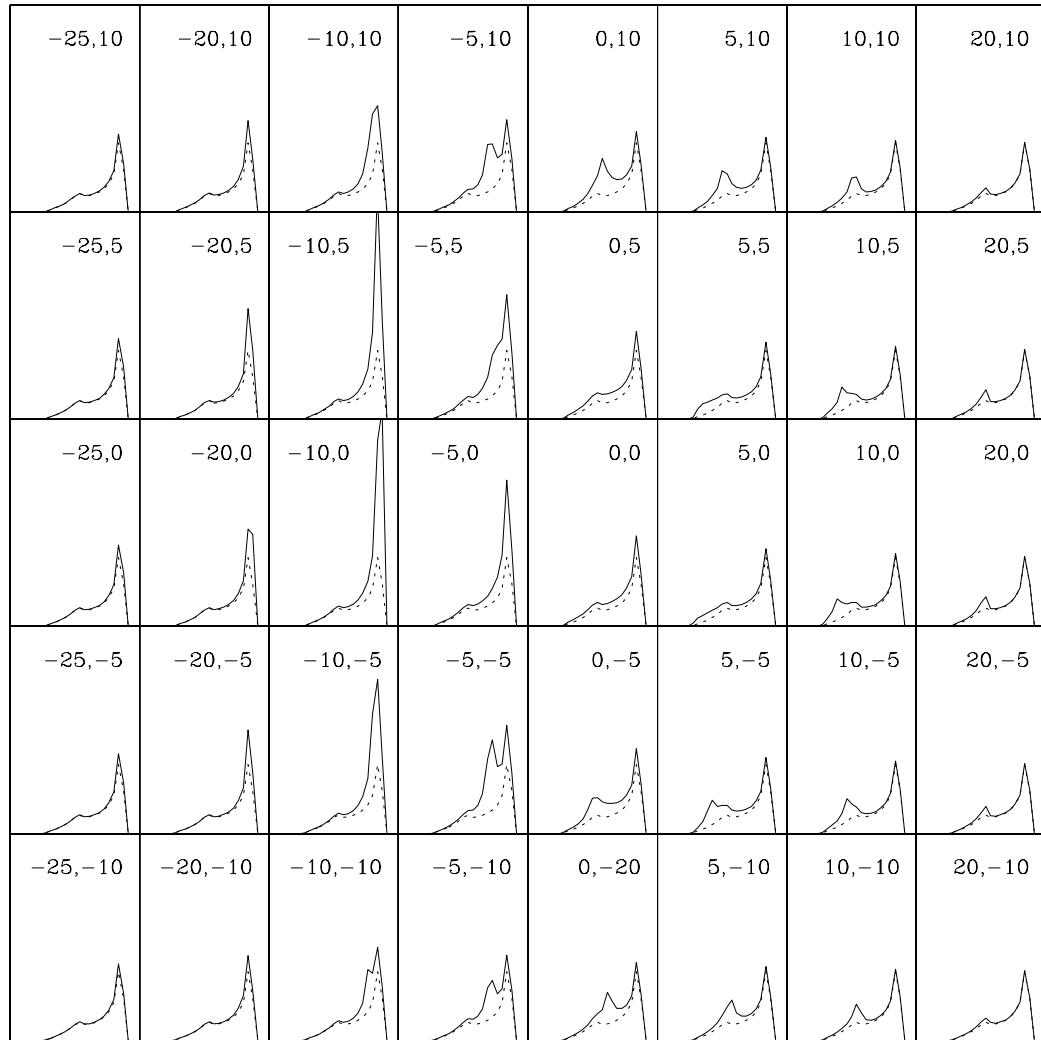
### 5.1.2 Утицај тачкастог микросочива на деформације Fe K $\alpha$ линије

У овом поглављу ће бити представљени резултати испитивања утицаја тачкастог гравитационог микросочива на облик Fe K $\alpha$  линије, а такође ће бити и извршено поређење овог утицаја са одговарајућим утицајем каустика. Испитивања су вршена на сличан начин као у претходном поглављу, тј. помоћу одговарајућих нумеричких симулација, при чему су за параметре акреционог диска усвојене усредњене вредности дате у раду (Nandra et al.

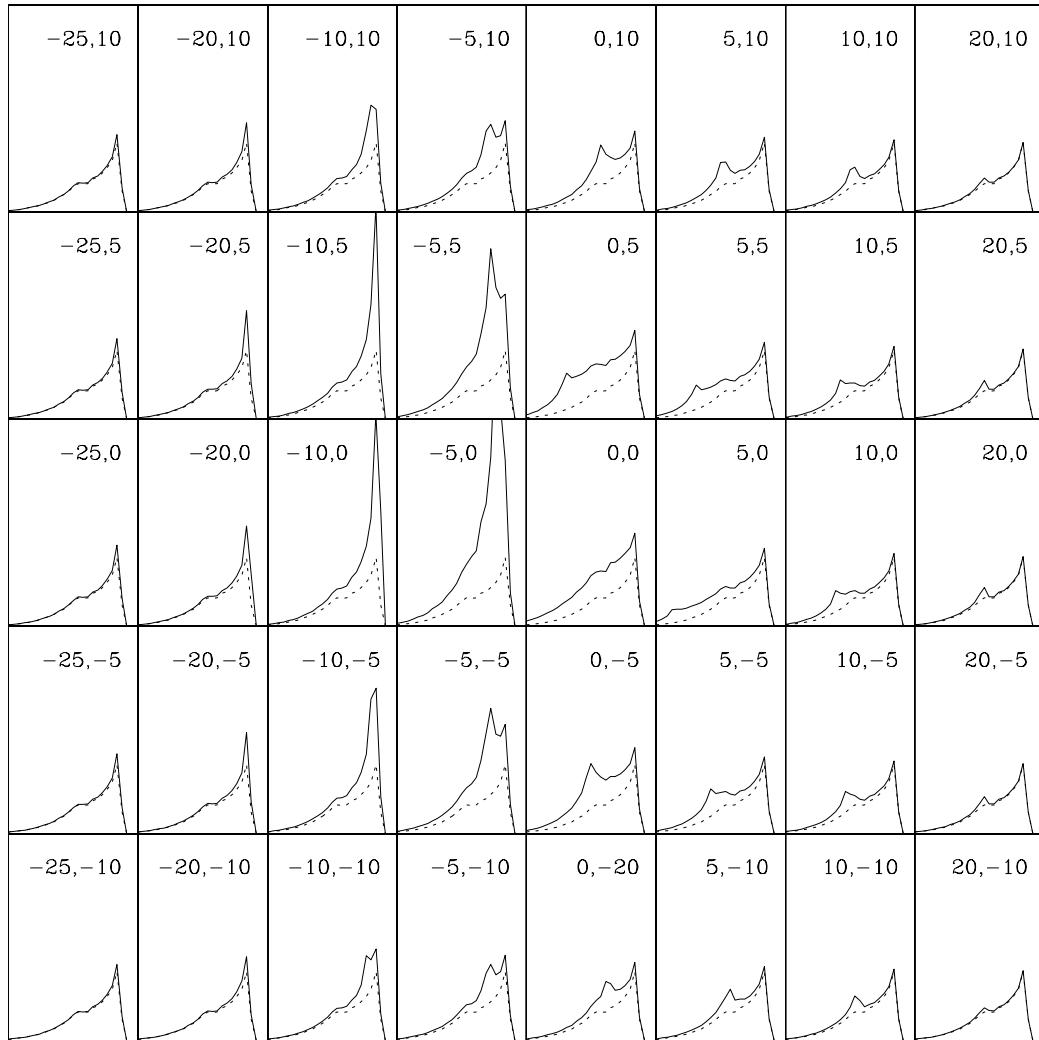
1997), добијене анализом посматрања 18 Seyfert I галаксија:  $i = 30^\circ$  и  $q = -2.5$ . За унутрашњи радијус диска поново је узета вредност  $R_{inn} = R_{ms}$ , при чему је  $R_{ms} = 6R_g$  у случају Шварцшилдове метрике и  $R_{ms} = 1.23R_g$  у случају Керове метрике са угаоним моментом  $a = 0.998$ . Имајући у виду да је због усвојеног индекса емисивности ( $q = -2.5$ ) емисија диска сконцентрисана у његовом унутрашњем делу, за спољашњи радијус је узета вредност  $R_{out} = 20R_g$  (Popović et al. 2003a).

Профили линије су рачунати за различите положаје тачкастог микросочива са пројектованим Ајнштајновим радијусом  $\eta_0 = 10R_g$ , а одговарајући резултати за случај Шварцшилдове и Керове метрике су приказани на Сликама 21 и 22, редом (Popović et al. 2003a). Добијене деформације профиле лице на одговарајуће деформације у случају оптичког зрачења (Popović et al. 2001a), с тим да су у случају X-зрачења појачања флуksa много јача, иако се ради о два реда величине мањим микросочивима. Треба такође напоменути да је усвојена релативно мала инклинација диска ( $i = 30^\circ$ ) и да њеним повећањем долази до још већег појачања флуksa (Сл. 23).

На Сликама 21 и 22 се може уочити неколико великих промена облика линије услед положаја микросочива, тј. услед његовог преласка преко диска. У првом реду, ради се о променама у броју пикова, њиховом интензитету, ширини и међусобном растојању. Осим тога, прелаз микросочива доводи до асиметричног појачања линије, при чему се максимум појачања у обе метрике добија за негативне вредности  $X_0$ , које одговарају страни диска која се приближава ка посматрачу. Због тога је појачање линије услед ефеката микросочива, углавном усмерено ка њеном „плавом“ делу и то више у случају Шварцшилдове него Керове метрике.

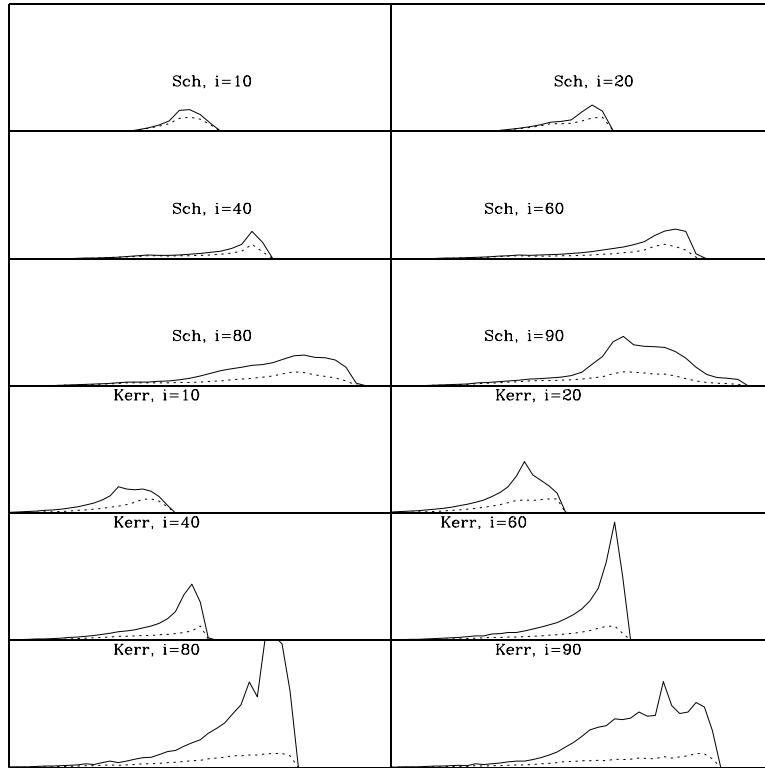


Слика 21: Недеформисани (испекидана линија) и деформисани профили (пуна линија) Fe K $\alpha$  линије за различите положаје тачкастог микросочива у Шварцшилдовој метрици (Popović et al. 2003a). Параметри акреционог диска су:  $R_{in} = 6 R_g$ ,  $R_{out} = 20 R_g$ ,  $i = 35^\circ$ , и  $p = 2.5$ . ERR микросочива износи  $10R_g$ . Релативни интензитет ( $y$ -оса) је дат у распону од 0 до 3, при чему је максимум интензитета непертурбоване Fe K $\alpha$  линије нормализован на 1, а однос фреквенција  $g = \nu/\nu_0$  ( $x$ -оса) је дат у распону од 0.4 до 1.2. Бројеви у горњем делу слика означавају координате микросочива ( $X_0$ ,  $Y_0$ ) у односу на центар акреционог диска, изражене у гравитационим радијусима.



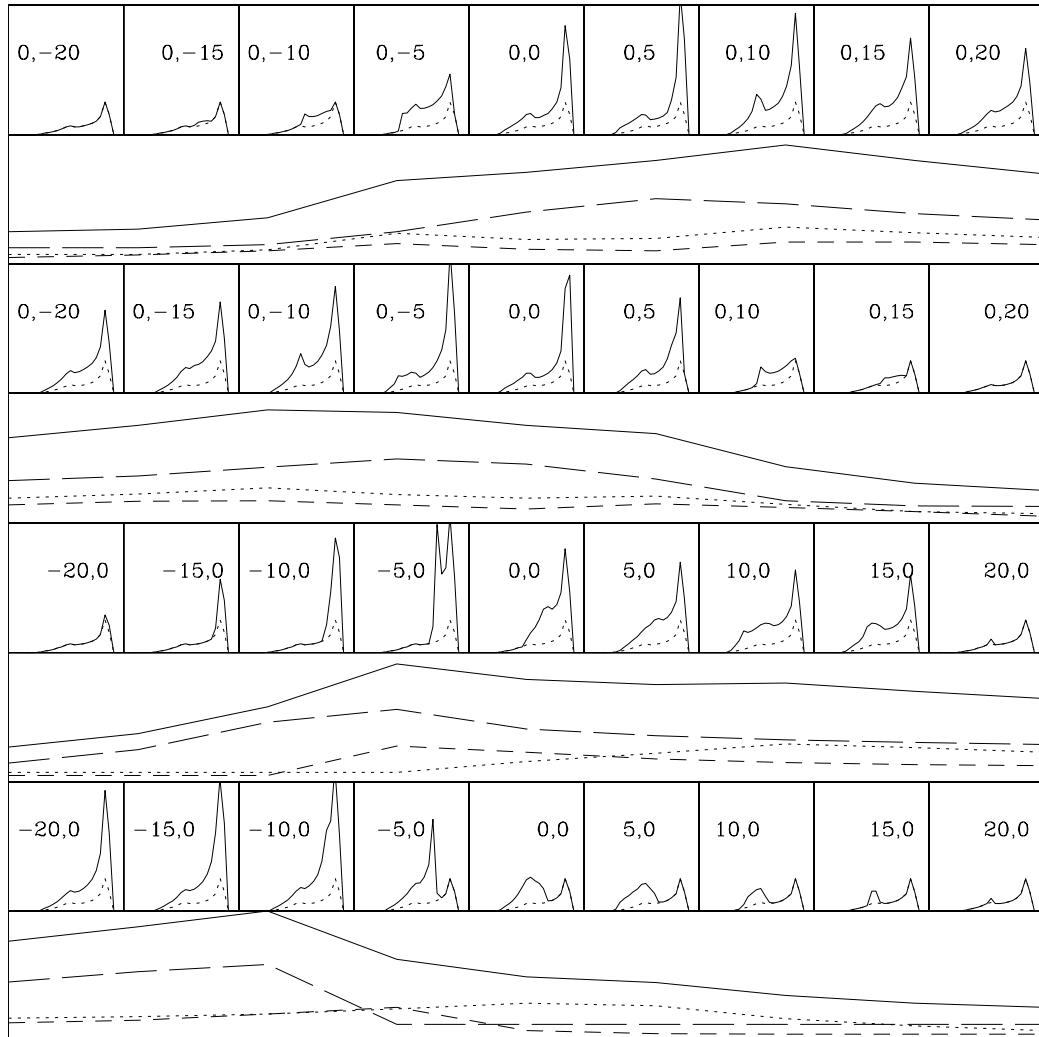
Слика 22: Исто као на Слици 21. али за Керову метрику са  $a = 0.998$ .

У циљу поређења утицаја изолованог тачкастог микросочива и каустика на профил Fe  $K\alpha$  линије, извршене су и одговарајуће симулације преласка каустика преко акреционог диска са истим параметрима. За параметре каустика су узете следеће вредности;  $A_0 = 1$ ,  $\beta = 1$  и  $ERR = 50R_g$ , а рачун је вршен за два разна правца преласка каустика преко диска (Popović et al. 2003a). Добијени су слични резултати као за случај тачкастог сочива, што се може видети са Слика 24 (Шварцшилдова метрика) и 25. (Керова метрика). На њима су приказане промене у профилу линије, узроковане преласком каустика нормално на осу ротације (прва два низа слика) и дуж саме осе

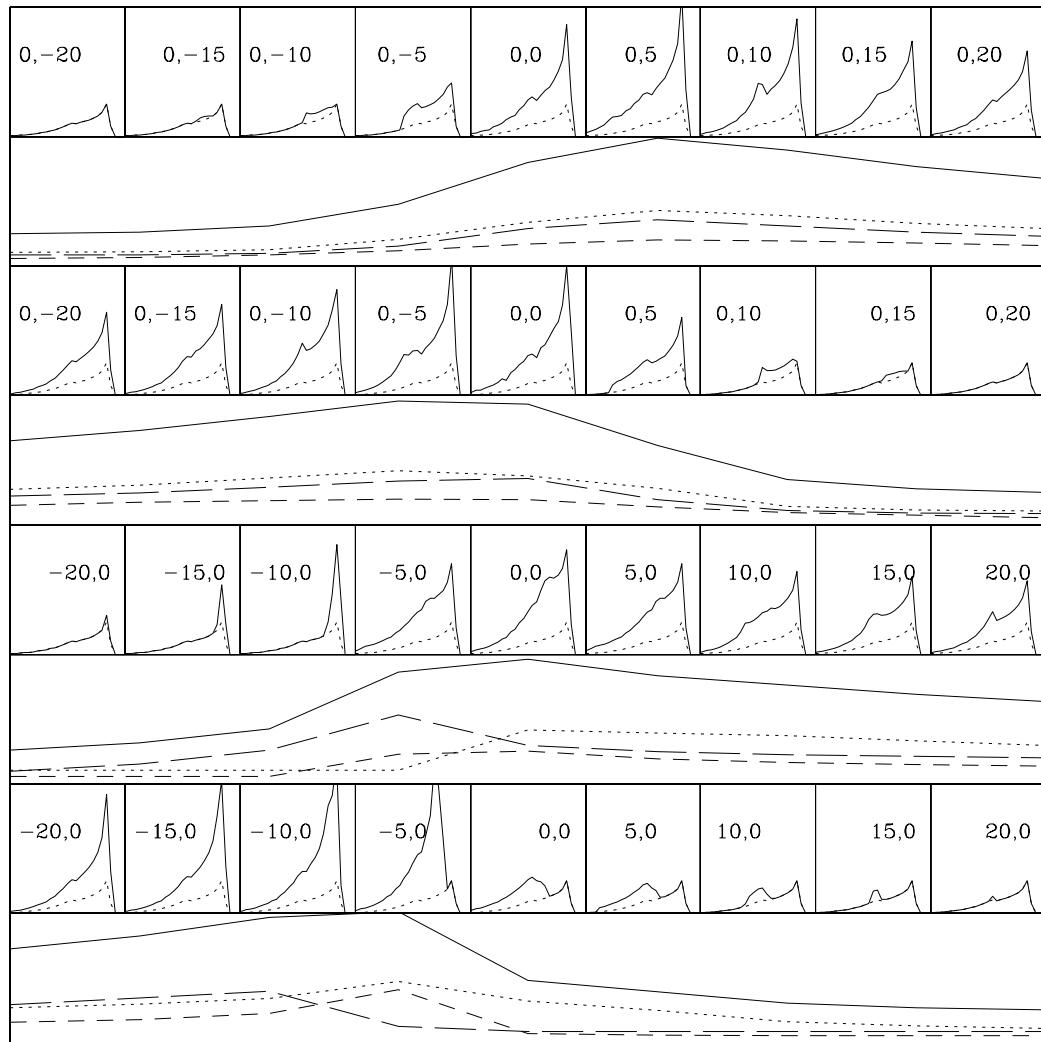


Слика 23: Профили Fe K $\alpha$  линије за разне инклинације акреционог диска (испрекидана линија) и одговарајући деформисани профили (пуна линија) услед дејства тачкастог гравитационог микросочива са следећим параметрима:  $ERR = 10 R_g$ ,  $X_0 = -5$ ,  $Y_0 = 5$  (Popović et al. 2003a). Резултати су дати посебно за Шварцшилдову (Sch) и Керову метрику (Kerr). Релативни интензитет ( $y$ -оса) је дат у распону од 0 до 10, при чему је максимум интензитета непертурбоване Fe K $\alpha$  линије нормализован на 1, а однос фреквенција  $g = \nu/\nu_0$  ( $x$ -оса) је дат у распону од 0.4 до 1.8.

ротације (последња два низа слика) и то за оба смера кретања каустика, тј. за  $k = \pm 1$ , редом. Испод сваког одговарајућег низа слика са профилима линије, приказане су и одговарајуће варијације флуksа и то како за целу линију (пуна линија), тако и за „плави“ ( $\nu/\nu_0$  у распону од 0.4 - 0.9, --), централни (0.9 - 1.0, --) и „првени“ (1.0 - 1.2, ...) део линије. Као што се види са тих слика, прелаз каустика може значајно да појача флуks линије. Као и код изолованог тачкастог микросочива, ово појачање је јаче у случају Керове метрике и углавном захвати „плави“ део линије, при чему је овај асиметрични тренд више изражен у случају Шварцшилдove метрике.



*Слика 24:* Прелаз каустика преко акреционог диска са истим параметрима као на Сл. 21. Прва два низа профила линија одговарају прелазима каустика нормално на осу ротације за  $\kappa = \pm 1$  редом, док последња два низа профила одговарају прелазима каустика дуж осе ротације за  $\kappa = \mp 1$ , редом. Испод сваког низа профила представљене су и одговарајуће варијације флуksa Fe K $\alpha$  линије, при чему су пуном линијом представљене варијације укупног флуksa, а испрекиданом варијације у црвеном (0.4-0.9, - - -), централном (0.9-1.0, - - -) и плавом (1.0-1.2, — — —) делу линије. Релативни интензитет ( $y$ -оса) је дат у распону од 0 до 4, а однос фреквенција  $\nu/\nu_0$  ( $x$ -оса) у распону од 0.4 до 1.2.



Слика 25: Исто као на Слици 24. али за Керову метрику.

### 5.1.3 Профил Fe K $\alpha$ линије код квазара Mrk 205

Напред описане нумеричке симулације могу имати и своју практичну примену, што ће бити илустровано моделовањем необичног профиле Fe K $\alpha$  линије код квазара Mrk 205, при чemu треба имати у виду да је овакав профил посматран и код других АГЈ. Ово моделовање је извршено под претпоставком да је необичан профил линије код овог квазара последица ефеката гравитационих микросочива од стране неке звезде у склопу галаксије NGC 4319,

која се налази између нас и овог квазара (Popović & Jovanović 2002), због чега је облик линије симулиран узимајући у обзир само одговарајуће ефекте гравитационих микросочива.

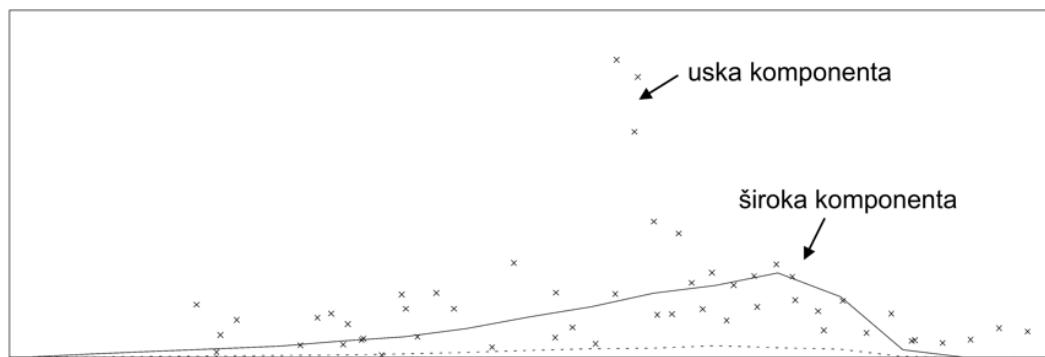
Објекти Mrk 205 и NGC 4319 су занимљиви због чињенице да се њихова језгра налазе првидно близу једно другом. Mrk 205 је квазар са малим првеним помаком ( $z = 0.071$ ) и са ниском луминозношћу ( $M_V = -23$ ), који је удаљен само  $0'.7$  од центра суседне спиралне галаксије NGC 4319 ( $z = 0.00468$ ). Због њихове међусобне близине, у многим радовима је разматрана чак и могућност њихове физичке повезаности (Burbridge 1996, Burbridge and Hoyle 1996, Arp 1998). Имајући у виду чињеницу да се квазар види кроз спољашњи диск галаксије (Bachall et al. 1992, Bowen & Blades 1993), могућ је настанак ефекта гравитационих микросочива од стране звезда у спољашњем диску галаксије.

Посматрања Mrk 205, вршена помоћу XMM-Newton сателита су открила постојање веома изражене Fe  $K\alpha$  линије (Reeves et al. 2001), чији се профил може разложити на две компоненте: уску на  $6.4 \text{ keV}$  и широку на  $6.7 \text{ keV}$ . То није у складу са профилом линије која потиче из унутрашњих области релативистичког акреционог диска (Fabian et al. 1989), какав се очекује код већине AGJ (Nandra et al. 1997). Reeves et al. (2001) су изнели претпоставку да широка компонента на  $6.7 \text{ keV}$  највероватније настаје услед рефлексије X-зрачења на површини високо јонизованог акреционог диска.

Овде ће бити разматрана могућност да до настанка оваквог профила Fe  $K\alpha$  линије код Mrk 205 може доћи и услед ефекта гравитационих микросочива од стране неке звезде у склопу галаксије NGC 4319.

У циљу поређења моделованог профила Fe  $K\alpha$  линије са посматраним, узета су посматрања од Reeves et al. (2001) из којих је одузет континуум на начин како је то предложено у истом раду. Усвојена је претпоставка да уска компонента на  $6.4 \text{ keV}$  потиче из неутралне материје, далеко од црне рупе (Reeves et al. 2001), па је извршено моделовање само широке компоненте са пиком на  $6.7 \text{ keV}$ . Моделовање је вршено тако што су усвојени следећи параметри каустика:  $\beta = 1$ ,  $A_0 = 1$ , а затим су вариирани његов положај и ERR све док се не добије профил који најбоље фитује у посматрања. На почетку су коришћени параметри акреционог диска, предложени од стране Reeves et al. (2001):  $i = 45^\circ$ ,  $R_{out} = 100R_g$  и  $q = -2.5$ , али је најбољи фит добијен за следеће вредности:  $i = 40^\circ$ ,  $R_{inn} = 10R_g$ ,  $R_{out} = 500R_g$ ,  $q = -2.5$ . За положај каустика је добијено да је  $X_c = -90R_g$ ,  $Y_c = 0$ , при чему је  $ERR = 2800R_g$ , што одговара звезди масе мање од 0.2 Сунчеве масе (Popović & Jovanović 2002). Поређење посматраног профила са рачунатим је приказано на Сл. 26, одакле се види да модел акреционог диска у ком-

бинацији са ефектом гравитационих микросочива од стране неке звезде из NGC 4319 може на задовољавајући начин да опише широку компоненту Fe K $\alpha$  линије код Mrk 205. У Табели 1. су дате одговарајуће вредности ERR за три различите масе дефлектора, одакле се види да и веома мали објекти (од око  $0.001M_{\odot}$ ) имају ERR који може да прекрије велики део акреционог диска из којег потиче X-зрачење (реда величине од неколико десетина до неколико стотина  $R_g$ ).



Слика 26: Фит широке компоненте Fe K $\alpha$  линије код квазара Mrk 205 (пуне линије), добијене из посматрања (x-x-x) помоћу XMM-Newton (EPIC MOS и PN детектори) у поређењу са недеформисаном линијом (испрекидана линија).

Табела 1: Масе микросочива и одговарајуће вредности за  $ERR$  у случају Mrk 205 и NGC 4319

$M_{ML} (M_{\odot})$	0.001	0.01	1
$ERR (R_g)$	204	647	6476

Осим тога, израчунате су и потенцијалне промене профила линије у будућности, под претпоставком да ће ефекат гравитационих микросочива бити и даље присутан (видети Сл. 18 и 19, као и последња два низа профила на Сл. 24 и 25). На основу добијених резултата, закључено је да се профил линије може мењати на два начина, у зависности од смера кретања каустика преко акреционог диска. У случају преласка каустика од стране диска која се приближава ка посматрачу према страни која се од њега удаљава, линија ће јако добити на интензитету, а њен пик ће се померати од „плавог“ ка

„првеном“ крилу линије, истовремено постajuћи све слабији. У супротном случају, када се прелазак каустика одвија од стране диска која се удаљава ка страни која се приближава, интензитет линије ће се мењати веома споро, а ни померање њеног пика неће бити тако драматично као у првом случају (Popović & Jovanović 2002).

#### 5.1.4 Ефекти гравитационих микросочива код квазара са вишеструким ликовима

У случају квазара који под утицајем гравитационих макросочива имају вишеструке ликове, може се дододити да на неки од њихових ликова делује гравитационо микросочиво у облику објекта величине звезде из галаксијесочива. Један од таквих квазара је и J0414+0534 који има четири лица (Chartas et al. 2002a). Током посматрања, ови аутори су уочили изненадно повећање еквивалентне ширине линије гвожђа са  $\sim 190$  eV на 900 eV и то само у случају лица В казара J0414+0534. Chartas et al. (2002a) су дали и објашњење, по коме је до ових промена у линији гвожђа дошло услед ефеката гравитационих микросочива.

Oshima et al. (2001) су известили о постојању јаке емисионе Fe K $\alpha$  линије у интегралном спектру квазара H 1413+117, која такође има велику еквивалентну ширину од  $\sim 960$  eV. Објашњење које су дали ови аутори је да Fe K $\alpha$  емисија настаје услед реобраде X-зрачења у областима широких апсорpcionих линија (BAL). Међутим, може се такође претпоставити и да се појединачни спектри компоненти (који иначе нису доступни) међусобно разликују, при чему до ексцеса у Fe K $\alpha$  емисији долази само код једне компоненте, као у случају J0414+0534 (Popović et al. 2003a).

Следећи претпоставку да до ових промена у Fe K $\alpha$  линији долази услед ефеката гравитационих микросочива, могуће је извршити моделовање понашања ове линије у случају преласка каустика. Међутим, како већина параметара микросочива (релативно појачање,  $\beta$ , правац и смер преласка преко диска, маса), а такође и параметра акреционог диска (спољашњи радијус, емисивност, метрика) нису познати, могу се само испитати различити сценарији који се могу поредити са посматраним променама. Као прво, могу се фиксирати параметри диска на оне вредности које су до сада усвојене, с циљем да се утврди које вредности параметра  $\beta$  могу произвести посматрана појачања у обе метрике. На тај начин су израчуната максимална појачања приликом преласка каустика дуж x-осе, а одговарајући резултати су дати у Табели 2 (Popović et al. 2003a). Добијени резултати показују да постоји ин-

тервал вредности за  $\beta$  и масе микросочива које могу довести до посматраних појачања. Например, за вредност  $\beta = 0.2$  (Chartas et al. 2002a), микросочиво са масом од једне сунчеве масе може довести до посматраних појачања, а за  $\beta = 1$  може се радити о микросочиву врло мале масе од  $\sim 0.001 M_{\odot}$ .

*Табела 2:* Максимална појачања флукса линије за различите вредности параметра каустика  $\beta$  и масе дефлектора ( $M_{ml}$ ) у случају квазара MG J0414+0534 и H 1413+117 (Popović et al. 2003). Рачун је вршен за диск са истим параметрима као у параграфу §5.1.2, осим што је за спољашњи радијус узета вредност  $R_{out} = 100 R_g$ .

а) Шварцшилдова метрика			
$M_{ml} (M_{\odot})$	$A_{\beta=0.2}$	$A_{\beta=0.5}$	$A_{\beta=1}$
0.001	1.44	2.10	3.21
0.01	1.78	2.95	4.91
0.1	2.38	4.46	7.92
1	3.47	7.16	13.33

б) Керова метрика			
$M_{ml} (M_{\odot})$	$A_{\beta=0.2}$	$A_{\beta=0.5}$	$A_{\beta=1}$
0.001	1.53	2.33	3.95
0.01	1.94	3.36	5.73
0.1	2.67	5.19	9.37
1	3.98	8.45	15.91

Поред тога, могуће је фиксирати вредности за релативно појачање микросочива и извршити фитовање спољашњег радијуса диска за неколико различитих вредности индекса емисивности. Одговарајући резултати за Шварцшилдову и Керову метрику су дати у Табели 3 (Popović et al. 2003a), из које се види да су дати резултати релативно независни од спољашњег радијуса, као и да је индекс емисивности значајнији параметар. Црвени помаци извора ( $z_s = 2.558$ ) и сочива ( $z_l = 0.9$ ) за H 1413+117 су веома блиски одговарајућим вредностима за J0414+0534, што значи да се резултати презентовани у Табелама 2. и 3. могу користити за оба ова случаја. Посматрана појачања од једног реда величине (Oshima et al. 2001) се, на основу горњих резултата могу објаснити ефектима гравитационих микросочива од старне каустика са масом од  $1 M_{\odot}$  и  $\beta \sim 0.5$ .

Без обзира на праву природу појава које изазивају поменуте варијације

*Табела 3:* Максимална појачања флукса линије за различите параметре диска  $R_{out}$  и  $q$  у случају квазара MG J0414+0534 и H 1413+117 (Popović et al. 2003a). Рачун је вршен за следеће параметре каустика:  $\beta = 0.2$ ,  $M_{ml} = 1M_\odot$  и  $A_0 = 1$ .

а) Шварцшилдова метрика				
$q/R_{out}$	20	50	100	500
0	4.3	3.0	2.4	1.6
-1	4.4	3.1	2.6	1.7
-2	4.8	3.6	3.0	2.8
-3	5.2	4.8	4.3	4.1
-5	7.4	6.8	6.6	6.5

б) Керова метрика				
$q/R_{out}$	20	50	100	500
0	4.4	3.0	2.5	1.6
-1	4.5	3.2	2.8	1.7
-2	5.6	3.8	3.4	2.9
-3	6.4	5.9	4.9	4.8
-5	9.2	8.7	7.7	6.8

у линији гвожђа код квазара J0414+0534 и H 1413+117, добијени резултати показују да чак и објекти са релативно малим масама у галаксији-сочиву могу изазвати врло јаке промене у флуксу линије. Ове промене ће бити веће код Fe K $\alpha$  линије него код линија из оптичког и UV-домена (Popović et al. 2003ab).

### 5.1.5 Масивне звезде из халоа и балца АГЈ као гравитациони микросочива

Величина Ајнштајновог радијуса ERR, пројектованог на раван извора, расте са растојањем између гравитационог микросочива и извора. У случају када је вредност ERR упоредива или већа од димензија акреционог диска, долази до значајних појачања емисионих линија. Због великих димензија акреционог диска који емитује у оптичкој и UV-области, значајна појачања одговарајућих емисионих линија од стране неког објекта величине звезде, могућа су само када се такав објекат налази далеко од извора - у некој

галаксији, обично у галаксији-сочиву (Popović et al. 2003a). Међутим, када је у питању X-зрачење, а услед веома малих димензија одговарајуће емисионе области, постоји реална могућност за појаву ефеката гравитационих микросочива од стране неког објекта величине звезде, смештеног у халоу или балцу саме активне галаксије (Popović et al. 2003a).

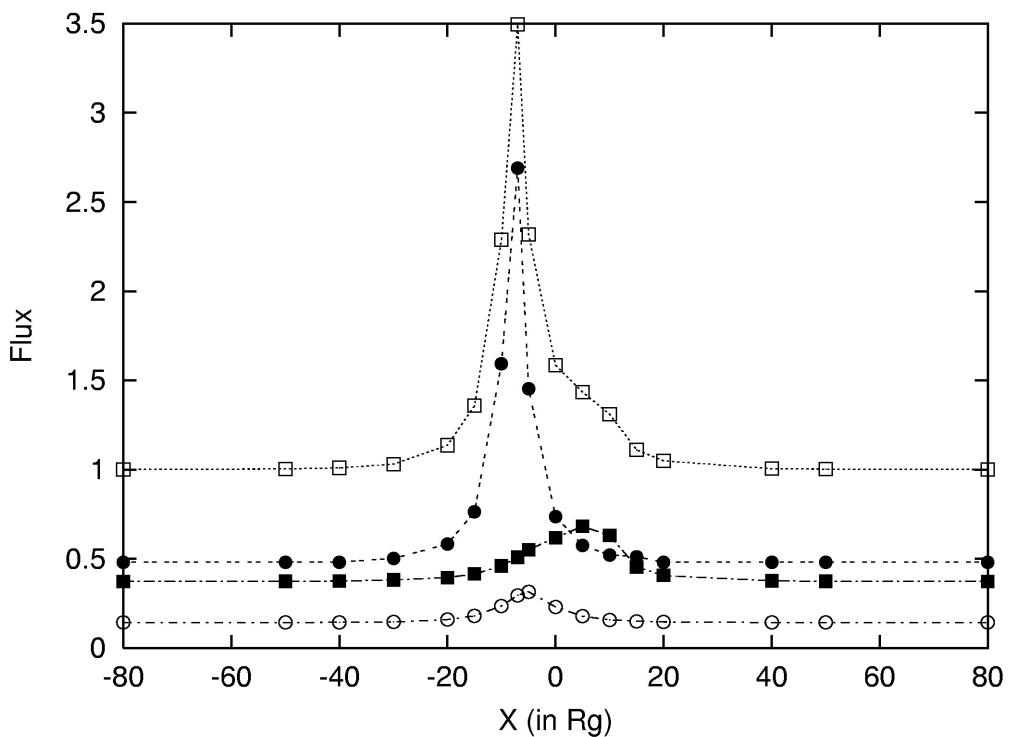
Узимајући растојања између акреционог диска и микросочива у интервалу од 1 до 3 kpc (Schade et al. 2000b), могу се на основу израза (2.1.3) одредити масе микросочива за разне вредности ERR. У Табели 4. су дате израчунате вредности за масе микросочива која се налазе на удаљености од 1 kpc у односу на акрециони диск, при чему је рачун вршен за три различите вредности за масу централне црне рупе. Из Табеле 4. се види да су масе микросочива углавном мање од сунчеве масе у случају црне рупе са масом  $\sim 10^7 M_\odot$ , неколико пута веће од сунчеве масе у случају црне рупе са масом  $\sim 10^8 M_\odot$ , а у случају веома масивне црне рупе ( $\sim 10^9 M_\odot$ ) и микросочива би требало да имају масе значајно веће од сунчеве. На основу тих резултата се може закључити да дефлектори малих маса из балца АГЈ могу проузроковати значајне промене у Fe K $\alpha$  линији.

*Табела 4:* Масе микросочива (у масама Сунца) за различите масе црне рупе (такође у масама Сунца), у случају када растојање између дефлектора и акреционог диска износи 1 kpc.

ERR ( $R_g$ )	$M_{BH} = 10^7$	$M_{BH} = 10^8$	$M_{BH} = 10^9$
1	0.001	0.1	10
5	0.03	2.97	279
10	0.12	12	1200
20	0.48	48	4800
50	2.97	297	29700

У циљу провере могућности за практичну детекцију ефеката гравитационих микросочива од стране звезда из халоа и балца АГЈ, биће анализирана галаксија NGC 3516. Ова галаксија је посматрана непрекидно током 5 дана од стране ASCA сателита, при чему су уочене промене у флукусу линије које се одвијају на кратким временским скалама (Nandra et al. 1999). Параметри акреционог диска су усвојени из рада Nandra et al. (1999). На Слици 27. су приказане промене флукаса Fe K $\alpha$  линије добијене нумеричком симулацијом преласка микросочива са  $ERR = 10 R_g$  преко акреционог диска за  $Y_0 = 0$ . Може се уочити да су промене веће у плавом крилу линије.

Због чињенице да је емисија јако концентрисана у унутрашњем делу диска ( $q = -8$ ), само мала његова област од свега неколико  $R_g$  је одговорна за варијације флуksа линије, чак и када је у питању не тако компактан диск ( $R_{out} = 80 R_g$ ).



*Слика 27:* Промене нормализованог флуksа у централном делу (6.0-6.4 keV, празни кружићи), плавом крилу (6.4-7.2 keV, пуни кружићи), првеном делу (2.0-6.0 keV, пуни квадратићи) и укупног флуksа линије (празни квадратићи) као функција положаја микросочива (Popović et al. 2003). Рачун је вршен за акрециони диск у Шварцшилдовој метрици са следећим параметрима:  $i = 35^\circ$ ,  $R_{inn} = 60 R_g$ ,  $R_{out} = 80 R_g$ ,  $q = -8$  (Nandra et al. 1999).

Ако се узме да маса прне рупе износи око  $4 \times 10^7 M_\odot$  (Padovani et al. 1990), добија се да микросочиву са  $ERR = 10 R_g$  на растојању од 1 kpc одговара маса од  $0.02 M_\odot$ . Као што се види са Слике 27, објекат тако мале масе може појачати емисију у линији за фактор 3 у релативно кратком интервалу времена (јер се са Сл. 27 може уочити да највеће појачање одговара преласку микросочива преко унутрашњег дела диска од само неколико  $R_g$ ). Добијени

резултати су у доброј сагласности са посматрањима датим од стране Nandra et al. (1999), из којих следи да централни део линије као да прати континуум (на то указују мале промене централног дела линије на Слици 27), док плаво крило није корелисано са континуумом и има већу амплитуду промена ( $\sim 2$ ). Такође, првено крило линије веома мало варира, као што је то случај и у поменутим посматрањима. Наравно, и други ефекти (несталбилности) у акреционом диску могу довести до овакве промењивости у Fe  $\text{K}\alpha$  линији, али ни ефекти гравитационих микросочива не могу бити искључени.

## 5.2 Деформације континуума X-зрачења

У овом поглављу ће посебна пажња бити посвећена изучавању утицаја гравитационих микросочива на X-зрачење АГЈ у континууму, као и анализи корелације између појачања у Fe  $\text{K}\alpha$  линији и континууму услед ових ефеката. Да би се објаснила посматрана појачања Fe  $\text{K}\alpha$  линије код три квазара са вишеструким ликовима код којих нису уочена одговарајућа појачања континуума, биће извршена и анализа утицаја гравитационих микросочива на зрачење акреционог диска који је подељен на две емисионе области: област која зрачи у континууму и област која зрачи у линији. Поред утицаја каустика, биће испитан и одговарајући утицај мапе гравитационих микросочива на зрачење акреционог диска у линији и континууму.

У циљу испитивања хроматских ефеката гравитационих микросочива, биће извршена и анализа зависности њихових појачања од таласне дужине (тј. енергије) зрачења.

Као што је већ речено, претпоставка да Fe  $\text{K}\alpha$  линија настаје у акреционом диску је подржана изгледом самог профила ове линије код АГЈ (Nandra et al. 1997). Што се тиче континуума X-зрачења, изгледа да се његова емисија бар у највећем делу одвија из акреционог диска. Тако например, Fabian & Vaughan (2003) су показали да промене у континууму X-зрачења код MCG 6-30-15 могу бити моделоване двокомпонентним моделом, у коме се једна компонента мења по степеном закону, док је друга константна и узрокована веома јаком рефлексијом од стране релативистичког диска. Због тога је емисивност диска један од веома важних параметара који утиче на облик континуума и линије. Посматрани флукс континуума се често фитује помоћу једне или две компоненте у облику закона зрачења црног тела за меко X-зрачење, са додатком још једне компоненте у облику степеног закона за тврдо X-зрачење (Page et al. 2004). Међутим, у унутрашњим областима акреционог диска близу централне прне рупе, закон зрачења црног тела (тј.

Планкова функција), не може бити правилно коришћен. Због тога ће такође бити коришћен и тзв. „модификовани“ закон зрачења црног тела (Shakura & Sunyaev 1973, Novikov & Thorne 1973, Shapiro & Teukolsky 1983, Straumann 1984). На основу чињенице да посматрани профил континуума тврдог X-зрачења има облик степеног закона овде ће, поред закона зрачења црног тела и његове модификоване верзије, бити претпостављено да важи и следећи временски независан степени закон зрачења у континууму (Popović et al. 2005):

$$I(E, r) \sim E^{-\Gamma} \times r^{-\alpha}, \quad (5.2.1)$$

где је  $\Gamma = 1.5$  и  $\alpha = 2.5$  (Dovčiak et al. 2004). У овом случају, за емисију Fe K $\alpha$  линије биће коришћен исти рачун као у претходном поглављу. Према томе, биће анализирана три закона зрачења за акрециони диск: Планков, модификовани закон зрачења црног тела и степени закон.

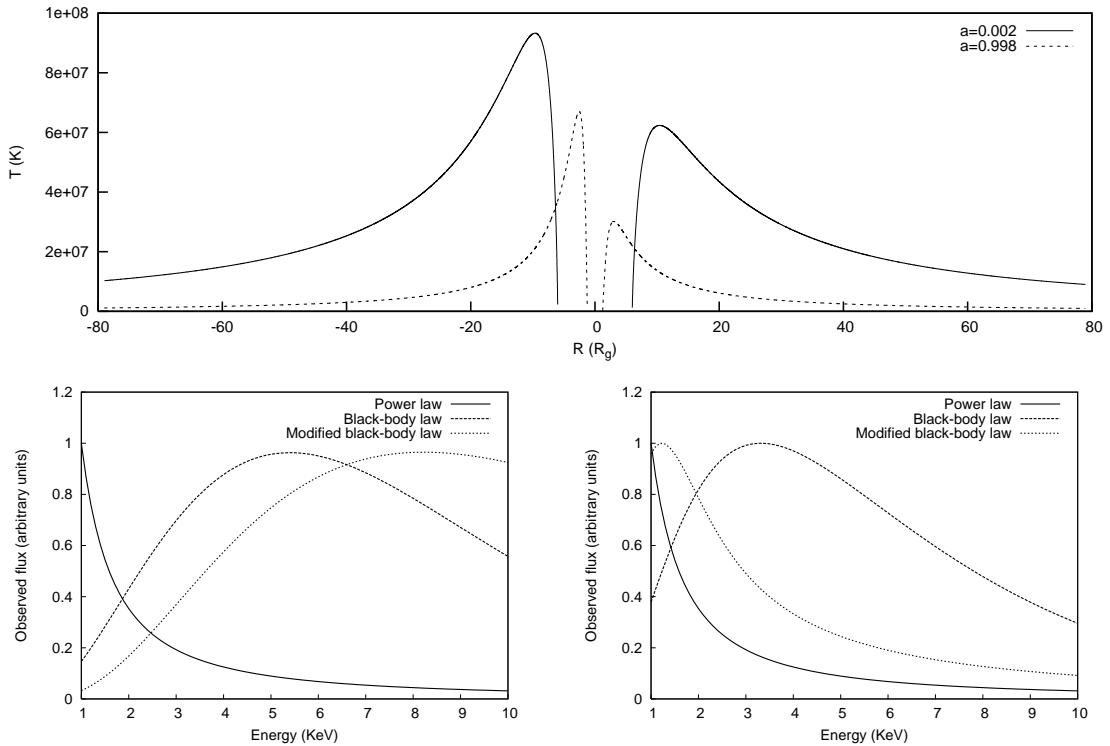
Да би се на основу тих закона зрачења добила расподела X-зрачења у континууму, неопходно је претходно усвојити одређену расподелу површинске температуре дуж диска. Пошто се овде ради о стандардном моделу акреционог диска, усвојена је радијална расподела, при чему је такође узето у обзир да је црна рупа моћан извор X-зрачења са ефективном температуром од  $10^7$  до  $10^8$  K (Shakura & Sunyaev 1973). Имајући то у виду, а на основу израза (1.2.19), узета је следећа расподела површинске температуре (Popović et al. 2005):

$$T_S(X, Y) \sim r^{-\frac{3}{2}}(X, Y) \left(1 - r^{-\frac{1}{2}}(X, Y)\right)^{\frac{4}{5}} \text{K}. \quad (5.2.2)$$

Графички приказ расподеле температуре дуж диска дат је на Слици 28 (горе), док су у доњем делу исте слике приказане одговарајуће расподеле спектралне енергије за сва три разматрана закона зрачења.

### 5.2.1 Промене профила континуума X-зрачења и Fe K $\alpha$ линије

Утицај гравитационих микросочива на емисију X-зрачења је био посматран код најмање три квазара са вишеструким ликовима MG J0414+0534 (Chartas et al. 2002a), QSO 2237+0305 (Dai et al. 2003) и H1413+117 (Oshima et al. 2002, Popović et al. 2003a, Chartas et al. 2004). Међутим, у сва три случаја је уочено различито понашање континуума и линије. Chartas et al. (2002a) су детектовали повећање еквивалентне ширине Fe K $\alpha$  линије код лика В квазара MG J0414+0534, које није било праћено одговарајућим променама у континууму. Исти аутори су непостојање одговарајућег појачања емисије у континууму објаснили претпоставком да област диска која еmitује термално



Слика 28: Горе: расподела температуре као функција радијуса, дата за две различите вредности угаоног момента  $a$  (Popović et al. 2005). Негативне вредности радијуса  $R$  одговарају страни диска која се приближава ка посматрачу, а позитивне вредности страни диска која се удаљава од посматрача. Доле: профили континуума (нормализовани на максимум) за сва три разматрана закона зрачења и за акрециони диск са спољашњим радијусом који износи  $20R_g$  (лево) и  $80R_g$  (десно).

зрачење, као и емисиона област извора тврдог X-зрачења, леже унутар мањег радијуса у односу на област у којој настаје линија. Dai et al. (2003) су, такође, мерили појачање Fe K $\alpha$  линије код компоненте А квазара QSO 2237+0305, али не и у континууму. Међутим, они су дали нешто другачије објашњење, по коме су овакви резултати последица већих димензија емисионе области континуума ( $\sim 100R_g$  за  $M_{BH} = 10^7 M_\odot$ ) у односу на емисиону област Fe K $\alpha$  линије ( $\sim 10R_g$ ). У случају квазара H1413+117, Chartas et al. (2004) су нашли да су континуум и Fe K $\alpha$  линија појачани за различити фактор.

У циљу дискусије оваквих резултата, овде ће бити моделовано понашање континуума X-зрачења услед преласка гравитационих микросочива преко акреционог диска, при чему емисионе области континуума и линије имају

различите величине.

Да би се извршило моделовање утицаја гравитационих микросочива на деформације профила континуума и линије, потребно је дефинисати параметре који описују одговарајуће емисионе области, као и само микросочиво. За нагиб диска је, као и раније, усвојена средња вредност коју су дали Nandra et al. (1997) на основу изучавања профила Fe K $\alpha$  линије код 18 Seyfert I галаксија:  $i = 35^\circ$ . Унутрашњи радијуси емисионих области континуума и линије не могу бити мањи од радијуса маргинално стабилне орбите акреционог диска, који у случају Шварцшилдove метрике износи  $R_{ms} = 6R_g$ , а у случају Керове метрике са  $a = 0.998$  је  $R_{ms} = 1.23R_g$ . Спљашњи радијуси емисионих области су изабрани на основу ранијих истраживања променљивости X-зрачења АГЈ, чији резултати говоре да се ради о веома компактним областима. Например, Oshima et al. (2002) су на основу посматраних промена X-зрачења код блазара PKS 1830-211, који се налази под утицајем гравитационог макросочива, добили да величина емисионе области континуума X-зрачења износи  $\sim 3 \times 10^{14}$  см, што је у доброј сагласности са проценом за величину исте области у случају квазара QSO 2237+0305 коју су дали Dai et al. (2003). Узимајући у обзир црне рупе чије се масе крећу у интервалу  $10^7 - 10^9 M_\odot$  може се закључити да емисија X-зрачења долази из компактне области величине од 10 до  $100R_g$  што важи, како за емисију у континууму, тако и за емисију у Fe K $\alpha$  линији (Nandra et al. 1997, 1999).

У циљу објашњења одсуства или неадекватног појачања континуума X-зрачења услед утицаја гравитационих микросочива, при чему су у исто време, промене профила Fe K $\alpha$  линије веома изражене, овде ће бити разматрано неколико комбинација за величине емисионих области континуума и линије:

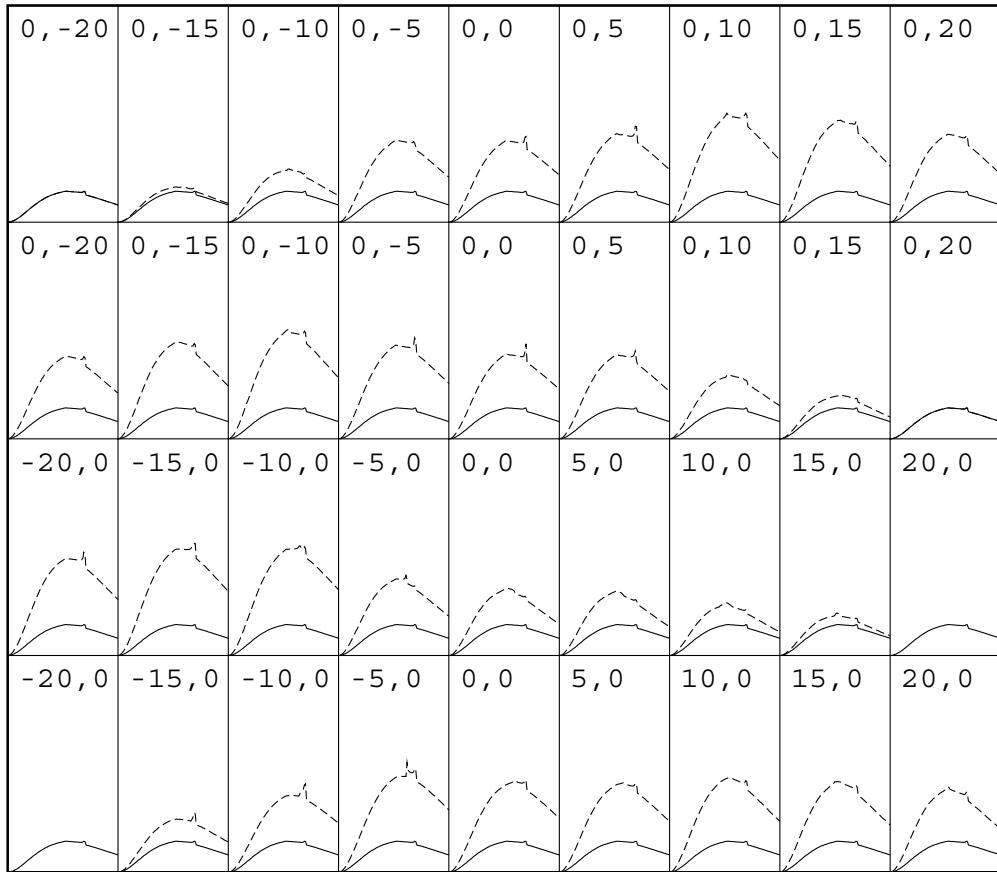
1. унутрашњи и спљашњи радијуси обе емисионе области су исти и износе  $R_{in} = R_{ms}$  и  $R_{out} = 20R_g$ ;
2. унутрашњи радијуси су исти ( $R_{in} = R_{ms}$ ) али је спљашњи радијус емисионе области континуума ( $R_{out} = 20R_g$ ) мањи од одговарајућег радијуса емисионе области линије ( $R_{out} = 80R_g$ );
3. емисиона област континуума има следеће радијусе  $R_{in} = R_{ms}$  и  $R_{out} = 20R_g$ , док су одговарајући радијуси емисионе области линије  $R_{in} = 20R_g$  и  $R_{out} = 80R_g$  (тј. емисија континуума се одвија у унутрашњем делу акреционог диска који је окружен прстенастом емисионом облашћу Fe K $\alpha$  линије);
4. емисиона област континуума има радијусе  $R_{in} = 20R_g$  и  $R_{out} = 80R_g$ , а емисиона област линије  $R_{in} = R_{ms}$  и  $R_{out} = 20R_g$  (тј. емисија у

Fe  $\text{K}\alpha$  линији се врши у унутрашњости акреционог диска, а емисија у континууму у спољашњем прстену).

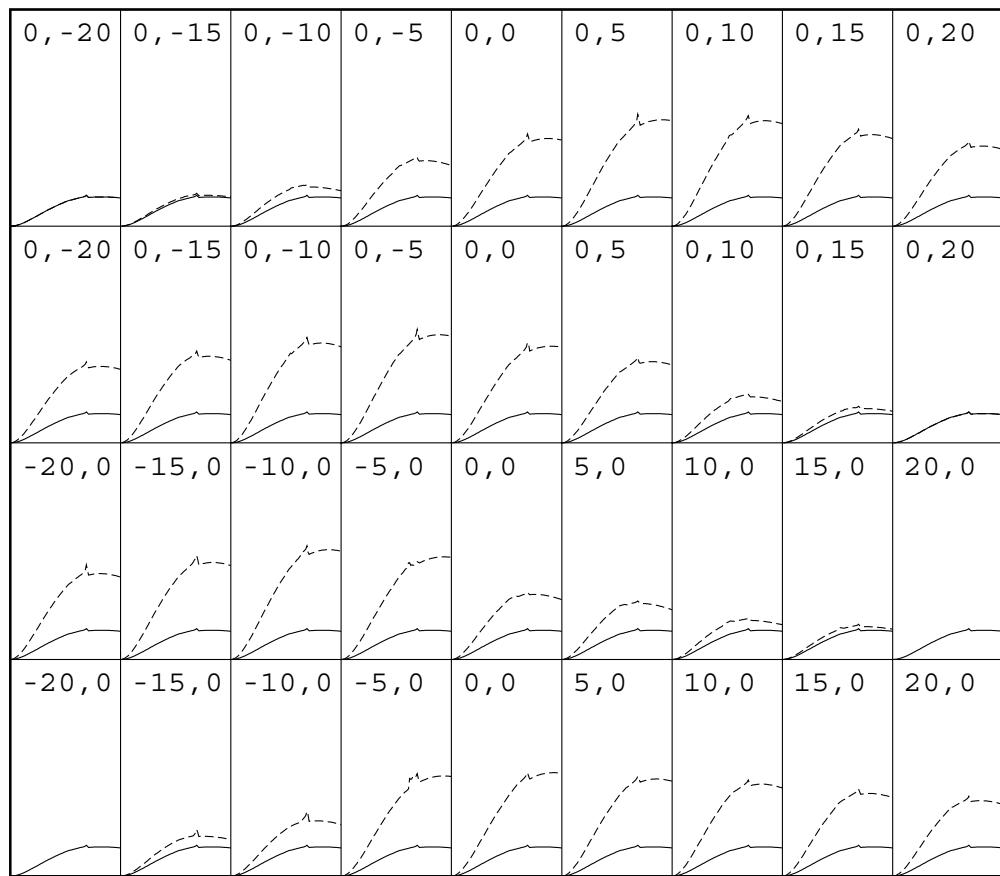
За масу централне црне рупе и стопу акреције су усвојене вредности дате у раду Bian & Zhao (2002):  $M_{BH} = 10^8 M_\odot$  и  $\dot{m} = 0.4$  Едингтонових јединица, што је у сагласности са резултатима добијеним од стране Wang et al. (2003), где је показано да већина квазара има црне рупе са масама у распону од  $10^8 - 10^9 M_\odot$  и са стопама акреције од 0.01 до 1, изражено у јединицама Едингтонове стопе акреције. Усвојене вредности за масу црне рупе и стопу акреције су коришћене да би се одредила расподела ефективне температуре у акреционом диску.

На Сликама 29 - 32 су представљене промене укупног емисионог спектра X-зрачења (тј. континуум + Fe  $\text{K}\alpha$  линија) током преласка каустика са параметрима:  $A_0 = 1$ ,  $\beta = 1$  и  $ERR = 50R_g$ , у случају Шварцшилдове и Керове метрике. Симулирани су преласци каустика нормално на осу ротације (први и други ред на свакој слици) и дуж ње (трети и четврти ред на свакој слици) и то у оба смера:  $k = \pm 1$ , редом.

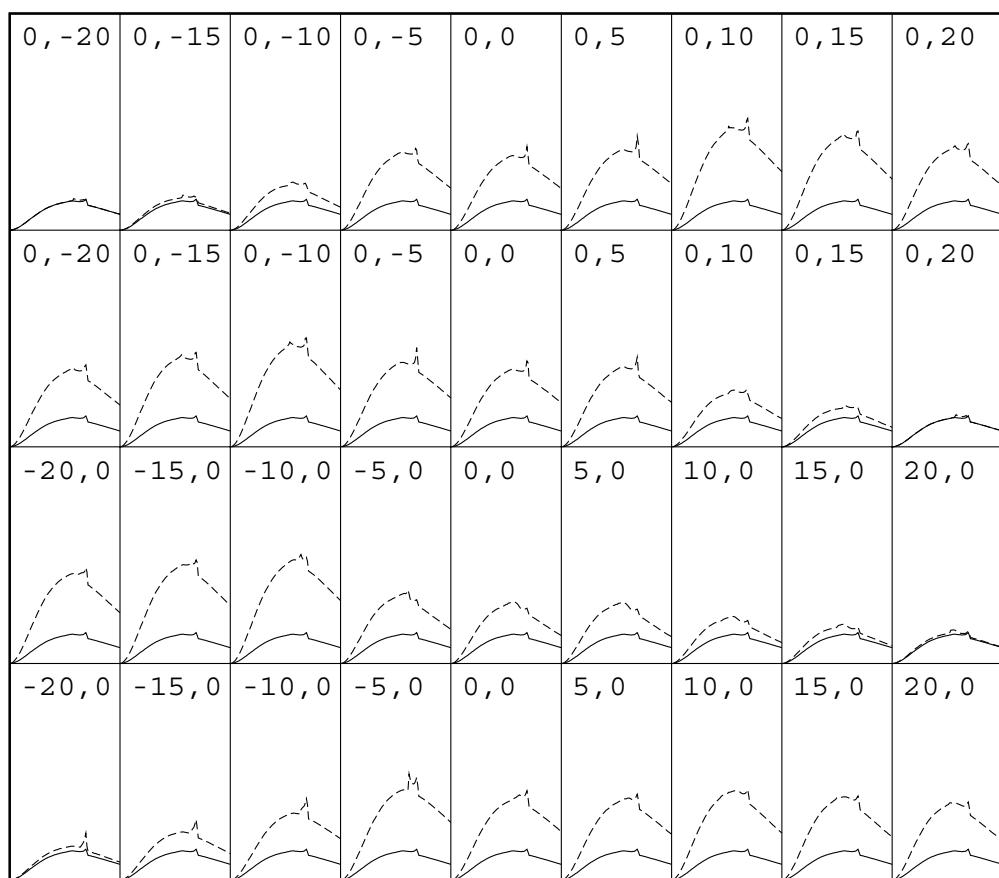
Као што се види са Слика 29 - 32, флуксеви Fe  $\text{K}\alpha$  линије и континуума могу бити значајно појачани услед дејства гравитационих микросочива. Због тога би одсуство појачања континуума код квазара, код којих је посматрано значајно појачање Fe  $\text{K}\alpha$  линије, могло бити повезано са структуром акреционог диска. Може се, такође, уочити да повећање спољашњег радијуса емисионе области Fe  $\text{K}\alpha$  линије не доводи до битних промена у добијеним резултатима. То је узроковано радијалном зависношћу емисивности, која је на основу стандардног модела акреционог диска (Shakura & Sunyaev 1973) сконцентрисана у унутрашњости акреционог диска, што доводи до занемарљивог доприноса његових спољашњих делова. Могуће би било за емисивност диска узети у обзир и друге законе зрачења, код којих је допринос спољашњих областима већи, међутим нека ранија изучавања (например, Nandra et. al. 1999) подржавају претпоставку о јаком градијенту емисивности.



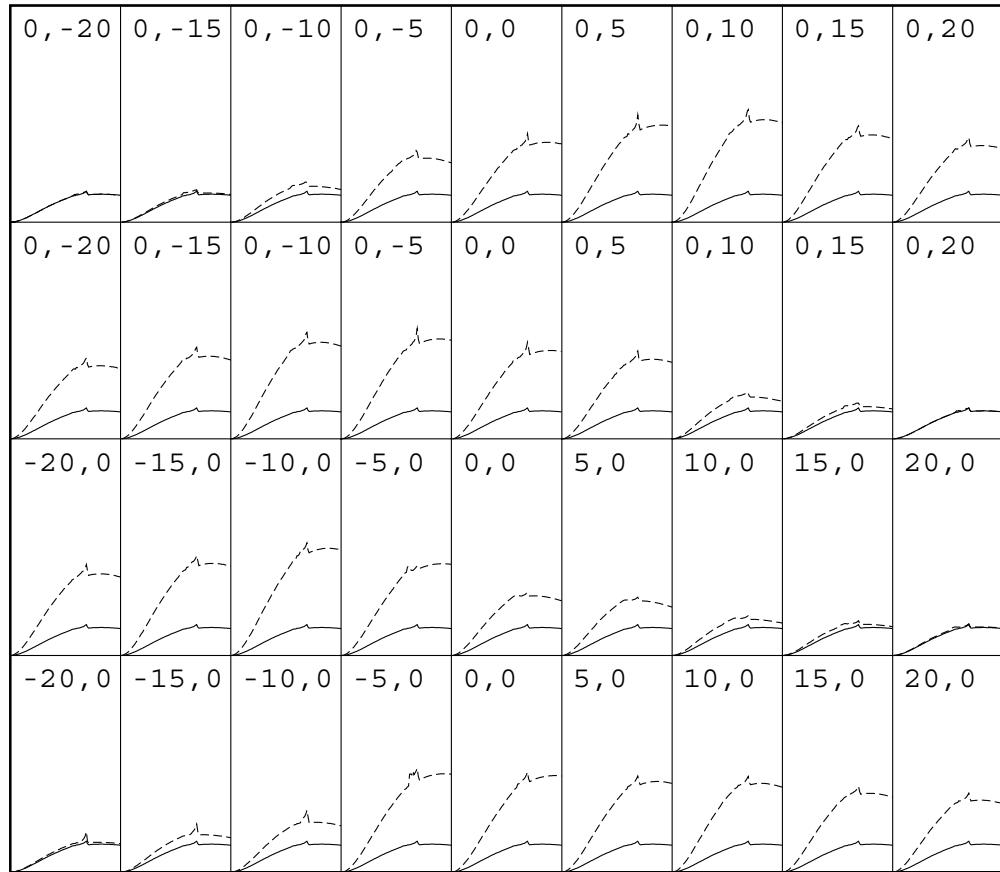
*Слика 29:* Симулације понашања промена Fe K $\alpha$  линије (видљива као мали пик на континууму) и континуума услед преласка каустика преко акреционог диска у случају Шварцшилдove метрике (Popović et al. 2005). Параметри каустика су:  $A_0 = 1$ ,  $\beta = 1$  и  $ERR = 50R_g$ . У првом и другом реду су представљени резултати за преласке каустика нормално на осу ротације диска за  $k = \pm 1$ , редом, док су у трећем и четвртом реду представљени резултати који одговарају преласцима каустика дуж осе ротације за  $k = \pm 1$ , редом. Радијуси емисионих обласи континуума и Fe K $\alpha$  линије су исти и износе:  $R_{in} = R_{ms}$  и  $R_{out} = 20 R_g$ . Непертурбована емисија је представљена пуном, а пертурбована емисија испрекиданом линијом. Релативни интензитет се креће у распону од 0 до 7 (Y-оса), а енергија у распону од 0.1 до 10 keV (X-оса).



Слика 30: Исто као на Слици 29, али за Керову метрику.



Слика 31: Исто као на Слици 29, али у случају када је за емисиону област Fe K $\alpha$  линије  $R_{out} = 80 R_g$ .

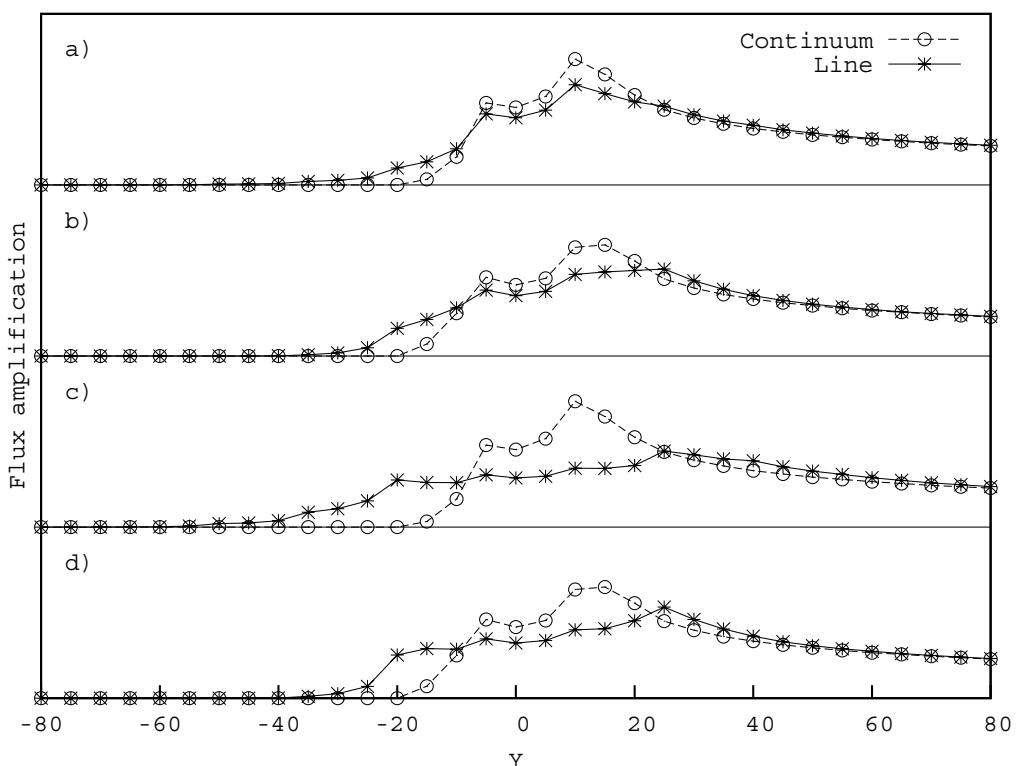


Слика 32: Исто као на Слици 31, али за Керову метрику.

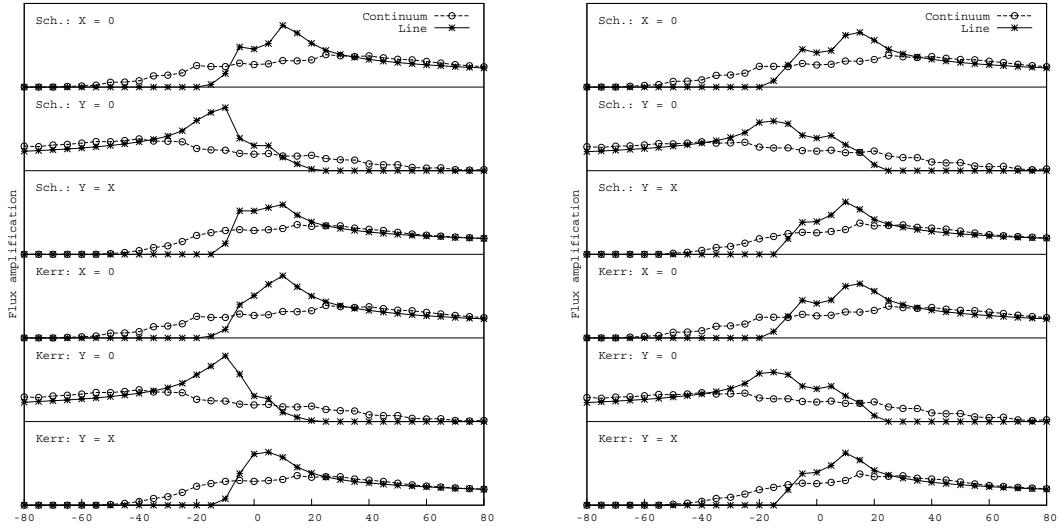
### 5.2.2 Промене укупног флукса континуума X-зрачења и Fe K $\alpha$ линије

На Сликама 33-35. су претстављене промене интегралног флукса (нормализованог на интегрални флукс без утицаја гравитационих микросочива) у континууму X-зрачења и Fe K $\alpha$  линији, настале услед преласка каустика са параметрима  $A_0 = 1$ ,  $\beta = 1$  и  $ERR = 50R_g$  преко акреционог диска. Разматрана су сва три закона зрачења наведена у параграфу §5.2. Слике 33a, b одговарају случају 2, Слике 33c, d и 35 (лево) случају 3, а Слике 34. и 35 (десно) случају 4, из претходног параграфа. Резултати који одговарају

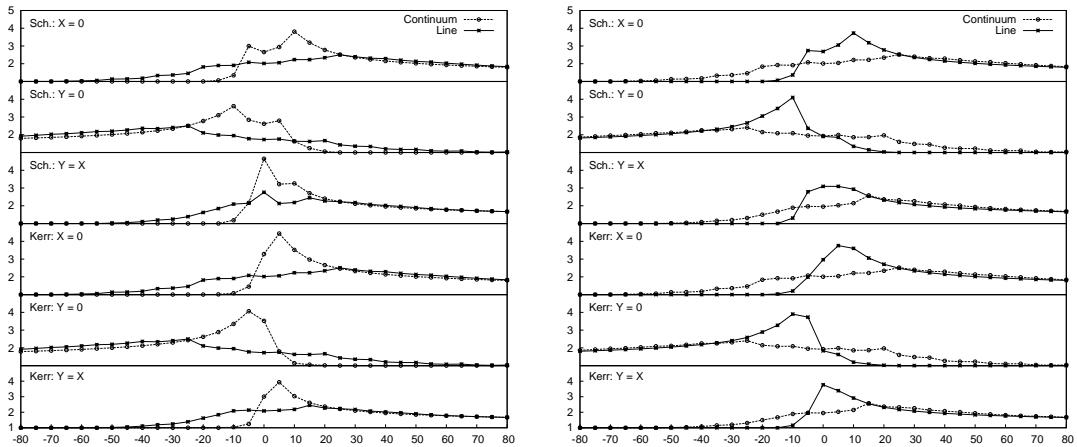
случају 1 из претходног параграфа су исти за линију и континуум и одговарају променама континуума у случајевима 2 и 3, приказаним на Сликама 33. и 35 (лево). Како су ефекти гравитационих микросочива на Fe K $\alpha$  линију посматрани код тзв. BAL квазара који могу имати акреционе дискове са веома великим инклинацијама од  $i \approx 75^\circ$ , дати су и одговарајући резултати за такве инклинације и велике Ајнштајнове радијусе микросочива у случају 3 (Слика 36).



Слика 33: Промене укупног флукса Fe K $\alpha$  линије и континуума X-зрачења услед преласка каустика ( $ERR = 50R_g$ ) нормално на осу ротације ( $X = 0$ ), за различите положаје каустика на  $Y$ -оси (Шварцшилдова метрика). Панели слике одговарају: a) закону зрачења црног тела у случају 2 из §5.2.1, b) модификованим закону зрачења црног тела у случају 2, c) закону зрачења црног тела у случају 3, d) модификованим закону зрачења црног тела у случају 3. Укупни флукс је дат у распону од 1 до 7.



Слика 34: Промене укупног флукса Fe K $\alpha$  линије и континуума X-зрачења услед преласка каустика ( $ERR = 50R_g$ , случај 4 из §5.2.1) у три различита правца:  $X = 0$ ,  $Y = 0$  и  $X = Y$ . Леви и десни панел слике одговарају закону зрачења црног тела и модификованим законима зрачења црног тела, редом. Прва три реда на оба панела одговарају Шварцшилдовој, а последња три Керовој метрици. Укупни флукс је дат у распону од 1 до 7.

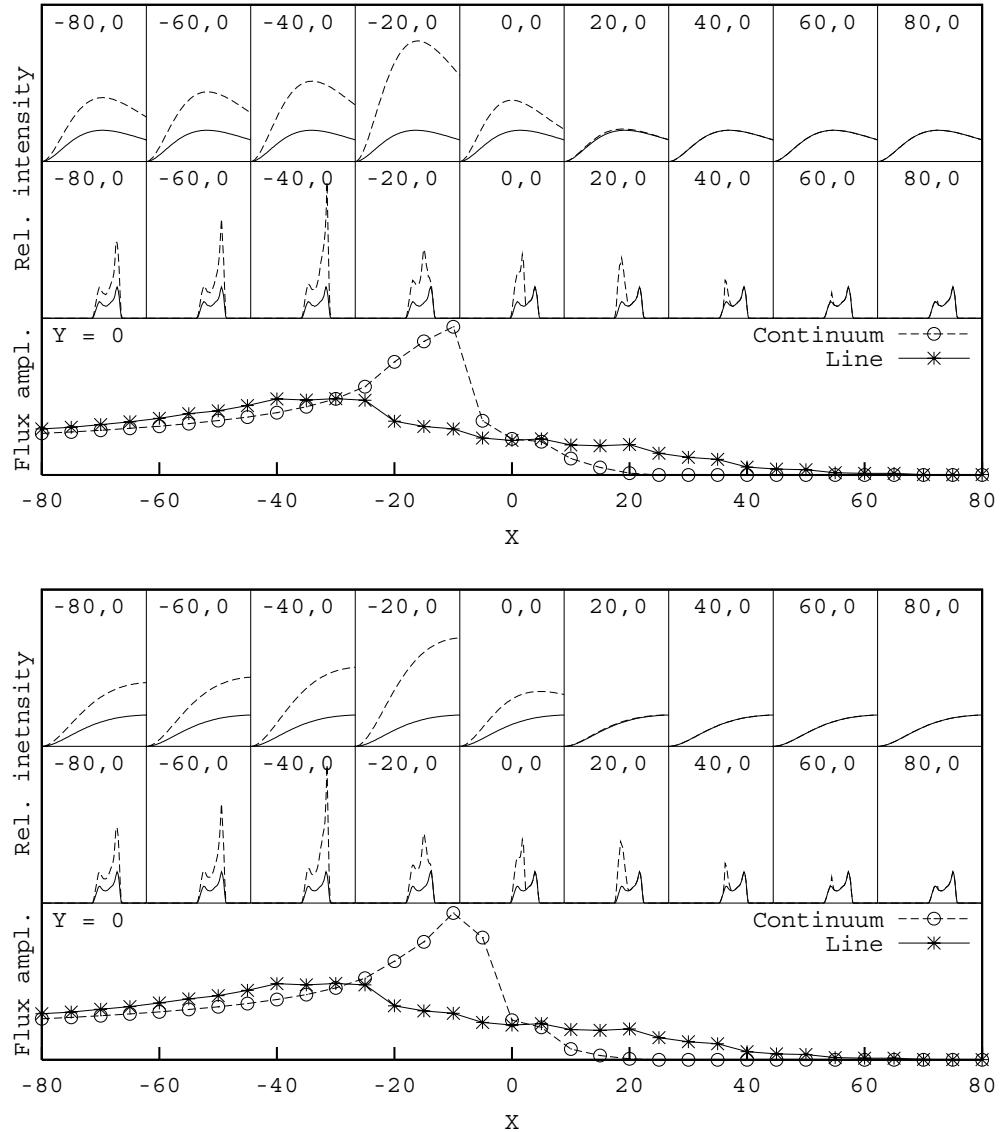


Слика 35: Исто као на Слици 34, али за степени закон зрачења. Леви панел слике одговара случају 3, а десни случају 4 из §5.2.1.

Основни резултати који су добијени помоћу симулација приказаних на Сликама 33-35 су:

1. када емисионе области континуума и линије имају исте унутрашње радијусе, разлика у њиховим спољашњим радијусима не може узроковати значајније разлике у укупним променама линије и континуума (Слике 33a, b);
2. ако се међусобно раздвоје емисионе области континуума и линије, при чему се емисија у континууму врши у унутрашњим деловима диска, а емисија у линији у спољашњем прстену (или обрнуто), долази до појаве значајних разлика у појачањима линије и континуума (Слике 33c, d и 34-35);
3. резултати за све разматране законе зрачења су веома слични (Слике 34-35);
4. промене нормализованог флукса у Шварцшилдовој и Керовој метрици се врло мало разликују (Слике 34-35).

На Сликама 34-35. су приказани резултати добијени на основу два сценарија предложена од стране Dai et al. (2003) и Chartas et al. (2002a) у циљу објашњења непостојања појачања континуума X-зрачења код објекта код којих је посматрано појачање Fe K $\alpha$  линије услед дејства гравитационих микросочива. Овакво понашање може бити очекивано у случају 3, када микросочиво прелази преко спољашњег дела диска (Слике 33c, d и 35 (лево)). Међутим, ни на једној слици континуум не остаје стриктно константан током целокупног преласка микросочива. У најбољем случају, када се емисиона област Fe K $\alpha$  линије налази унутар прстена који представља емисиону област континуума (Слике 34. и 35 (десно)), добијају се значајне и релативно брзе промене у Fe K $\alpha$  емисији, при чему емисија у континууму има само благи пораст. Ово може релативно добро да објасни посматрано одсуство појачања у континууму, али само у оквиру ограниченог временског интервала који обухвата максимум утицаја микросочива на Fe K $\alpha$  линију (Jovanović 2005). У таквом случају континуум лика квазара захваћеног утицајем микросочива има скоро константно појачање у односу на континуум код осталих ликова и не може се раздвојити од глобалног појачања, узрокованог ефектом микросочива.



Слика 36: Промене континуума X-зрачења и Fe K $\alpha$  линије у случају акреционог диска са великим инклинацијом ( $i = 75^\circ$ ), настале услед ефекта гравитационог микросочива од стране звезде са  $ERR = 2000 R_g$  (Jovanović & Popović 2004, Popović et al. 2005). Резултати одговарају закону зрачења црног тела (горе) и модификованом закону зрачења црног тела (доле), у случају 3 из §5.2.1. Појачање флукса је дато у интервалу од 1 до 4.

У Табели 5. су дати пројектовани Ајнштајнови радијуси за квазаре код којих је посматрано појачање Fe K $\alpha$  линије (MG J0414+0534, Chartas et al.

(2002a); QSO H1413+117, Oshima et al. (2001), Chartas et al. (2004) и QSO 2237+0305, Dai et al. (2003)). Вредности за ERR су израчунате за различите масе дефлектора и за прну рупу масе  $10^8 M_\odot$ . Из Табеле 5. се може видети да чак и дефлектори са малом масом имају ERR величине од неколико десетина до неколико стотина гравитационих радијуса.

*Табела 5:* Пројектовани  $ERR$  (изражени у гравитационим радијусима) за различите масе дефлектора (изражене у масама Сунца) у случају три квазара са вишеструким ликовима, код којих је детектован утицај гравитационих микросочива на Fe K $\alpha$  линију: MG J0414+0534, QSO H1413+117 и QSO 2237+0305 (Popović et al. 2005). Коришћене су следеће вредности космоловских параметара:  $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$  и  $\Omega_0 = 1$ . За масу прне рупе је узета вредност  $10^8 M_\odot$ .

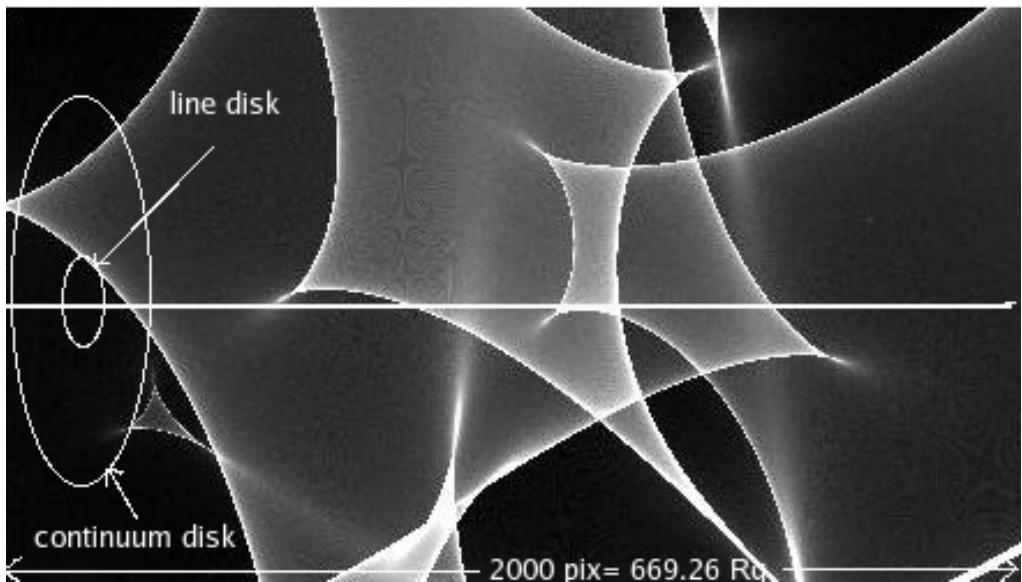
Објекат	$z_s$	$z_l$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	1
MG J0414+0534	2.64	0.96	20.3	64.2	203.1	642.3	2031.1
QSO H1413+117	2.56	1.00	19.8	62.5	197.7	625.2	1977.0
QSO 2237+0305	1.69	0.04	11.2	35.4	112.1	354.5	1121.0

У циљу анализе утицаја масе микросочива на добијене резултате могу се упоредити Слике 33c, d и 35 (лево), које одговарају микросочивима са  $ERR = 50R_g$  са Сликом 36, која одговара микросочивима са  $ERR = 2000R_g$ . Види се да облик појачаног флукса остаје квалитативно исти у оба ова случаја. Такође, са Слике 36 се види да је појачана компонента углавном веома уска у поређењу са недеформисаном линијом (Popović et al. 2003ab), што је у сагласности са посматрањима од стране Chartas et al. (2002a, 2004), као и са претпоставком да су појачања Fe K $\alpha$  линије која су посматрана само у поједном од ликова квазара, вероватно узрокована ефектима гравитационих микросочива.

### 5.2.3 Утицај мапе микросочива на QSO 2237+0305A

У овом параграфу ће бити разматран утицај мапе гравитационих микросочива, генерисане од стране случајно распоређене популације микросочива са малом масом, на лик А квазара QSO 2237+0305. Мапа је добијена методом гађања зрацима, тако што су у одговарајућој нумеричкој симулацији зраци упућивани од посматрача, кроз сочиво до равни извора (Kayser et al. 1986, Schneider & Weiss 1987, Wambsganss et al. 1990a,b). За параметре мапе су

узете вредности:  $\gamma = 0.36$  и  $k_c = 0$ . Претпостављен је раван космоловски модел са  $\Omega_0 = 0.3$  и  $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ . Како маса црне рупе код квазара са више ликова може бити реда величине од  $10^8 - 10^{10} M_\odot$  (Popović et al. 2005), а да би димензије мапе микросочива са малом масом биле упоредиве са величином акреционог диска X-зрачења, узето је да је  $M_{BH} = 10^9 M_\odot$ . Масе дефлектора случајно распоређених у правоугаоној области у равни сочива, се крећу у интервалу од  $0.1 M_\odot$  до  $0.6 M_\odot$ , при чему њихова средња вредност износи  $\langle m \rangle = 0.35 M_\odot$  (Popović et al. 2005). На тај начин је добијена мапа макросочива димензија  $1 \text{ ERR} \times 2 \text{ ERR}$ , што у равни извора одговара правоугаоној области димензија  $334.63 R_g \times 669.26 R_g$  за црну рупу са масом  $M_{BH} = 10^9 M_\odot$  (Слика 37). Из нумеричких разлога, резолуција мапе микросочива је изражела у пикселима и износи  $1000 \times 2000$  пискела, што значи да је у равни извора  $1 \text{ pix} = 0.33463 R_g$ . Као што се види са Слике 37, овако добијена мапа је упоредива са компактним акреционим диском који зрачи у X-домену.

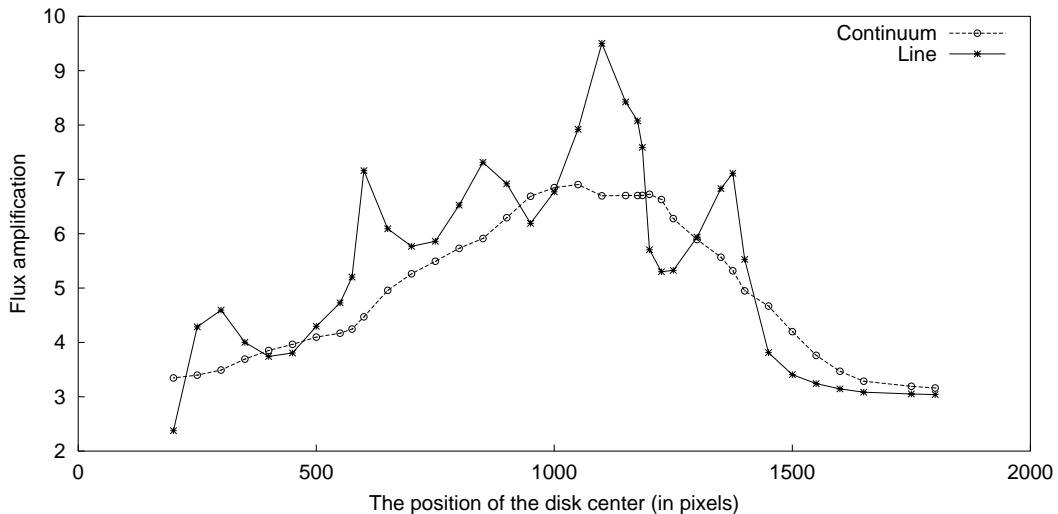


Слика 37: Мапа гравитационих микросочива у случају лика А квазара QSO 2237+0305 (Popović et al. 2005). Димензије мапе су  $1\text{ERR} \times 2\text{ERR}$  ( $1000\text{pix} \times 2000\text{pix} = 334.63 R_g \times 669.26 R_g$ ). Приказана је и шема пројектованог диска са емисионим областима Fe K $\alpha$  линије и континуума X-зрачења, чији спољашњи радијуси износе:  $R_{out} = 20 R_g$  и  $R_{out} = 100 R_g$ , редом. Права линија представља путању центра диска, мерену од леве ивице мапе (0 pix).

У претходним симулацијама преласка каустика преко акреционог диска,

непостојање корелације између континуума и Fe K $\alpha$  линије је добијено само у случајевима када су њихове емисионе области биле међусобно раздвојене. Недавна истраживања профила Fe K $\alpha$  линије код АГЈ су показала да се емисија у линији врши у унутрашњем делу акреционог диска. Тако су, например, Ballantyne & Fabian (2005) нашли да се у случају BLRG 4C+74.26, спољашњи радијус емисионе области за линију гвожђа налази унутар  $10R_g$ . Због тога ће овде бити претпостављено да Fe K $\alpha$  линија настаје у унутрашњој области диска ограниченој радијусима  $R_{in} = R_{ms}$  и  $R_{out} = 20R_g$ , а да континуум (емитован у интервалу од 0.1 keV до 10 keV) углавном настаје у широј области, ограниченој радијусима  $R_{in} = 20R_g$  и  $R_{out} = 100R_g$ . Како у симулацијама преласка каустика избор закона зрачења није битно утицао на корелацију између укупног флука у континууму и линији, овде ће бити коришћен само закон зрачења црног тела. Биће анализиран акрециони диск са нагибом од  $i = 35^\circ$  у Шварцшилдовој метрици (Popović et al. 2005).

У циљу испитивања промена у линији и континууму X-зрачења, центар диска је померан с лева на десно дуж мапе микросочива (Слика 37). На Слици 38 су представљене промене укупног флука линије и континуума. Као што се види са те слике, постоји глобална корелација између укупних флука линије и континуума, дуж целе путање. Међутим, промене у укупном флуку континуума су глатке и скоро монотоне, док су одго-



Слика 38: Појачање укупног флука Fe K $\alpha$  линије и континуума X-зрачења за разне положаје центра акреционог диска (Слика 37) у односу на мапу гравитационих микросочива за QSO 2237+0305A (Popović et al. 2005).

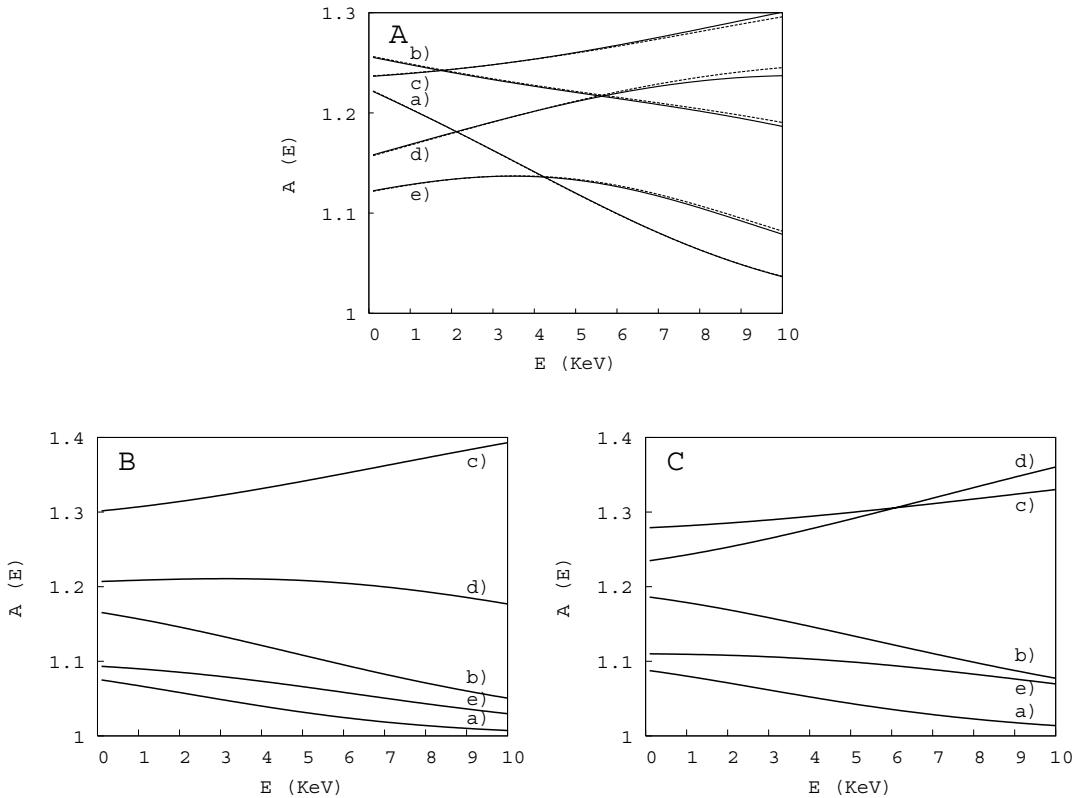
варајуће промене у укупном флуксу линије јаче и случајније. На одређеним деловима мапе микросочива, укупни флукс Fe K $\alpha$  линије има изражене промене, док одговарајући флукс континуума остаје приближно константан. Такав један пример је случај када се центар диска налази између 1000 и 1200 пиксела. Ово, као и профили појачања укупних флуксове линије и континуума, указује да посматрана појачања Fe K $\alpha$  линије услед ефеката гравитационих микросочива код три квазара са вишеструким ликовима, могу бити објашњена претпоставком да линија настаје у унутрашњој области, а континуум у некој широј области акреционог диска. Такође, изгледа да допринос континуума, емитованог из унутрашњих делова диска (унутар  $10R_g$ ) у укупном континууму (у енергетском интервалу од 0.1 до 10 keV), није значајан (Popović et al. 2005).

#### 5.2.4 Зависност појачања континуума X-зрачења од таласне дужине

Утицај гравитационих микросочива на спектре квазара који су под утицајем макросочива је анализиран у неколико редова (видети Popović & Chartas (2005) и тамо дате референце). Као индикатор ефеката микросочива, у тим радовима је углавном рачунат колор-индекс (Wambsganss & Paczynski 1991, Wythe et al. 2000). Имајући у виду да емитери на различитим радијусима акреционог диска имају различите температуре и дају различите доприносе посматраном флуксу континуума на датим таласним дужинама, овде ће бити анализирана зависност појачања од посматраних енергија.

У току преласка микросочива преко акреционог диска, одговарајући ефекти ће зависити од локације емитера, узрокујући зависност појачања од таласне дужине. На Слици 39. је представљено појачање као функција посматраних енергија за акрециони диск са параметрима датим у §5.2.1, при чему је  $R_{in} = R_{ms}$ , а  $R_{out} = 30R_g$ . Приказани резултати одговарају прелазу каустика дуж осе ротације у случају „модификованог“ закона зрачења црног тела (Слика 39A) и „обичног“ закона зрачења црног тела у Шварцшилдовој (Слика 39B) и Керовој (Слика 39C) метрици.

Као што се види са тих слика, појачање се разликује за различите посматране енергије. Оно је веће код континуума тврдог X-зрачења када каустик прелази преко централног дела диска. Разлике у појачању континуума у енергетском интервалу од 0.1 keV до 10 keV зависе углавном од положаја каустика и закона зрачења и могу бити значајне (например  $\sim 20\%$  за микросочива са веома малом масом, за које је  $ERR = 50R_g$ ). Ови ефекти, током



*Слика 39:* Појачање гравитационих микросочива као функција енергије. Резултати одговарају преласку каустика ( $ERR = 50 R_g$ ) дуж осе ротације ( $Y = 0$ ), за следеће положаје на  $X$ -оси: a)  $X = 20 R_g$ ; b)  $X = 10 R_g$ ; c)  $X = 0 R_g$ ; d)  $X = -10 R_g$  и e)  $X = -20 R_g$ . Радијуси диска су:  $R_{in} = R_{ms}$ ,  $R_{out} = 30 R_g$ . Слика A се односи на модификовани закон зрачења црног тела у Шварцшилдовој (пуна линија) и Керовој метрици (испрекидана линија), B на закон зрачења црног тела у Шварцшилдовој метрици, а C на исти закон зрачења у Керовој метрици.

преласка гравитационог микросочива, могу изазвати приметне промене од чак 30% у спектру континуума X-зрачења, које зависе од таласне дужине.

### 5.3 Оптичка дебљина гравитационих микросочива

Као што је већ речено у параграфу §2.3, оптичка дебљина гравитационих микросочива изражава вероватноћу да се у било ком тренутку посматрају

одговарајући ефекти. Имајући у виду да X-зрачење АГЈ углавном настаје у врло компактном унутрашњем делу акреционог диска, може се претпоставити да гравитационе микросочиве могу имати јак утицај на X-зрачење у континууму и линији (Popović et al. 2003). Ова претпоставка има своје упориште у чињеници да је ефекат микросочива недавно детектован код квазара MG J0414+0534 (Chartas et al. 2002a), QSO 2237+0305 (Dai et al. 2003) и BAL QSO H1413+117 AT (Oshima et al. 2001). Ови квазари су под утицајем гравитационих макросочива, због чега имају вишеструке ликове у којима су и детектовани ефекти микросочива на Fe K $\alpha$  линију. Као што је поменуто раније, објекти врло малих маса (реда величине маса звезда), лоцирани у галаксији испред квазара, могу произвести значајне варијације у профилу Fe K $\alpha$  линије што указује да је вероватноћа да се посматрају варијације у X-зрачењу услед ефекта микросочива већа од одговарајуће вероватноће за UV и оптичко зрачење АГЈ. Разлог томе је типична величина емисионе области X-зрачења, која је много мања у поређењу са емисионим областима за UV и оптички део спектра, које су упоредиве или чак и веће од Ајнштајновог радијуса микросочива због чега оно може да појача само зрачење из малог дела емисионе области (Popović et al. 2001b, Abajas et al. 2002), што са посматрачеве тачке гледишта може бити само веома мали ефекат.

У овом параграфу ће бити разматран допринос гравитационих микросочива варијабилности X-зрачења код квазара са великим црвеним помаком. Такви ефекти могу бити узроковани објектима чије су масе реда величине маса звезда, лоцираним у балцу и/или у халу самих квазара, а такође и на космоловским растојањима између посматрача и квазара. Дефлектори који су лоцирани у Млечном путу неће бити узети у обзир јер је на основу посматрања добијених помоћу мисија MACHO, EROS и OGLE утврђено да је оптичка дебљина која одговара микросочивима у халу и балцу наше галаксије мања од  $10^{-6}$ . Космоловски распоређена гравитационе микросочиве могу се налазити у галаксијама (па чак и у балцу и халу гравитационих макросочива) или могу имати равномерну расподелу. Оба ова случаја биће овде анализирана.

### 5.3.1 Микросочива у балцу квазара

Оптичка дебљина  $\tau$  (шанса да се посматра ефекат микросочива) је вероватноћа да је у било ком тренутку времена извор прекривен Ајнштајновим прстеном дефлектора. Да би се она израчунала у случају микросочива са масама реда величине маса звезда лоцираним у балцу квазара, потребно је знати радијалну расподелу густине масе самих квазара. У том случају оп-

тичка дебљина је дата са (Zakharov, Popović, Jovanović 2004):

$$\tau \sim \frac{4\pi G}{c^2} \int_0^R \rho(r) r d r, \quad (5.3.1)$$

где је  $R$  - радијус балца, а  $\rho(r)$  - расподела густине масе у њему. Уколико претпоставимо константну густину масе, онда важи следећа апроксимација:

$$\tau \sim \frac{2\pi G}{c^2} \rho_0 R^2 = \frac{3G}{2c^2} \frac{M_{bulge}}{R}, \quad (5.3.2)$$

где  $M_{bulge}$  представља масу балца, а  $\rho_0 = \frac{3M_{bulge}}{4\pi R^3}$  његову средњу густину. Из горње апроксимације је очигледно да је за исту масу балца оптичка дебљина највећа у случају када је балц најкомпактнији. У сврху оцене масе балца могу се искористити нека позната скалирања односа његове масе и масе централне прне рупе, као нпр.  $M_{BH} = 0.0012 M_{bulge}$  (McLure & Dunlop 2002) или  $M_{bulge} = 10^{2.8} M_{BH}$  (Shields et al. 2003). Међутим, за Seyfert I галаксије однос маса централне прне рупе и балца износи око  $1 \times 10^{-4}$  (Bian & Zhao 2003). Да бисмо израчунали горњу границу за оптичку дебљину можемо искористити оцену дату у раду Czerny et al. (2001) да је укупна маса балца  $M_{bulge} \approx 10^{12} M_\odot$ , док је маса самог АГЈ  $\sim 10^{13} M_\odot$  (Shields et al. 2003). Типични радијуси балца АГЈ крећу се у распону 1 - 10 kpc (Schade et al. 2000). На тај начин, користећи доњу границу за радијус балца АГЈ и оцену његове укупне масе, добијамо да горња граница за оптичку дебљину у случају микросочива са масама реда величине маса звезда, лоцираним у балцу квазара, износи  $\tau_{bulge} \sim 7 \times 10^{-5}$ . Ова оцена је приближна одговарајућој вредности датој у раду Popović et al. (2003a). Одатле се може закључити да ова врста микросочива има врло мали допринос у укупној оптичкој дебљини свих микросочива, па због тога одговарајући ефекти могу бити детектовани само код врло малог броја квазара.

### 5.3.2 Микросочива у халоу квазара

#### Модел сингуларне изотермалне сфере

Расподела густине масе је у овом случају дата са (Zakharov, Popović, Jovanović 2004):

$$\rho(y) = \begin{cases} \frac{\rho_0 r}{y^2}, & r \leq y \leq R, \\ 0, & y > R \text{ or } y < r, \end{cases}, \quad (5.3.3)$$

где је  $r$  - унутрашњи радијус халоа,  $R$  - спољашњи радијус халоа, а  $\rho_0$  - густина масе на унутрашњем радијусу  $r$ . У том случају је

$$\tau_{halo} \sim \frac{4\pi G}{c^2} \int_r^R \rho \frac{D_d(D_s - D_d)}{D_s} dD_d. \quad (5.3.4)$$

Када се израчуна горњи интеграл добија се:

$$\tau_{halo} \sim \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r^2 \ln \frac{R}{r}. \quad (5.3.5)$$

Маса халоа се може изразити на следећи начин:

$$M_{halo} = \int_r^R \frac{\rho_0 r^2}{y^2} 4\pi y^2 dy = 4\pi \rho_0 r^2 R. \quad (5.3.6)$$

Одатле је

$$\rho_0 = \frac{M_{halo}}{4\pi r^2 R} \quad (5.3.7)$$

и

$$\tau_{halo} \sim \frac{G}{c^2} \frac{M_{halo}}{R} \ln \frac{R}{r}. \quad (5.3.8)$$

Типичне масе халоа крећу се у распону  $10^{11} - 10^{14} M_\odot$  (Bullock et al. 2001, Ferrarese 2002), типични спољашњи радијуси халоа  $R$  су реда величине неколико стотина кpc (Klypin et al. 2002, Ferrarese 2002), а типични унуташњи радијуси  $r$  реда величине неколико десетина кpc (Ferrarese 2002). Узимајући да је  $M_{halo} = 10^{14} M_\odot$ ,  $R \sim 10^2$  кpc, а  $r \sim 5$  кpc добија се да је одговарајућа оптичка дебљина  $\tau_{halo} \sim \tau_{bulge} \sim 7 \cdot 10^{-5}$ .

### Navarro – Frenk – White (NFW) профили за хало

Следећи двопараметарски облик за профиле расподеле густине масе у халоу предложили су Navarro, Frenk и White (1995, 1996, 1997):

$$\rho_{NFW}(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}, \quad (5.3.9)$$

где је  $r_s$  - карактеристички унутрашњи радијус,  $\rho_s$  - одговарајућа унутрашња густина,  $\rho_s = 4\rho_{NFW}(r_s)$  и  $\rho_s = \rho_{NFW}(0.466r_s)$  (Bullock et al. 2001), при чему  $0.466r_s$  представља приближно решење једначине:

$$(r/r_s)^3 + 2(r/r_s)^2 + (r/r_s) - 1 = 0. \quad (5.3.10)$$

Navarro, Frenk и White (1995, 1996, 1997) су показали да ови хало профили дају добар фит за масе у широком опсегу у неколико космолоских сценарија, укључујући раван космолоски модел са параметрима  $\Omega_m = 0.3$  и  $\Omega_\Lambda = 0.7$ . Bullock et al. (2001) су потврдили валидност овог модела за  $z = 0$ , уз напомену да NFW модел не даје добар фит за  $z > 1$  јер превиђа значајно веће вредности за концетрацију халоа у тим раним епохама. Исти аутори су

сугерисали да треба модификовати NFW модел, али и поред тога, овде ће бити коришћен стандардни NFW модел.

Маса халоа се може израчунати из релације:

$$M_{halo} = 4\pi\rho_s r_s^3 A(c_{vir}), \quad (5.3.11)$$

где је

$$A(c_{vir}) = \ln(1 + c_{vir}) - \frac{1 + c_{vir}}{c_{vir}} \quad (5.3.12)$$

и  $c_{vir} = R/r_s$ . Из једначине (5.2.4) и NFW профила халоа може се добити:

$$\tau_{halo} \sim \frac{2\pi G}{c^2} \rho_s r_s^2 \quad (5.3.13)$$

и замењујући  $\rho_s$  из (5.2.11)

$$\rho_{halo} = \frac{M_{halo}}{4\pi r_s^2 A(c_{vir})} \quad (5.3.14)$$

добија се:

$$\tau_{halo} \sim \frac{G}{c^2} \frac{M_{halo}}{2r_s A(c_{vir})}. \quad (5.3.15)$$

Типичне вредности за  $c_{vir}$  су у интервалу  $5 - 30$ ,  $A(c_{vir})$  се мења у интервалу  $1 - 3$ , а  $r_s$  је реда величине неколико до неколико десетина кпс (Ferrarese 2002). Узимајући да је  $M_{halo} = 10^{14} M_\odot$ ,  $r_s = 3$  кпс,  $A(c_{vir}) = 2$ , добијамо  $\tau_{halo} \sim 4 \times 10^{-4}$ . Добијена вредност за оптичку дебљину је ускладу са оценом да она треба да се креће у распону  $10^{-4} - 10^{-3}$ , датом у раду Popović et al. (2003a).

### 5.3.3 Космолоска расподела микросочива

У случају космолоске расподеле микросочива за оцену оптичке дебљине биће коришћена апроксимација емисионе области X-зрачења тачкастим извором. То значи да је величина емисионе области мања од Ајнштајновог радијуса микросочива. Ова апроксимација се често користи за изучавање ефеката микросочива у оптичком и UV делу спектра. Типични Ајнштајнов радијус сочива може се изразити на следећи начин (Wambsganss 2001):

$$r_{EC} = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_s D_{ls}}{D_l}} \sim 4 \times 10^{16} \sqrt{M/M_\odot} \text{ cm}, \quad (5.3.16)$$

где је за „типичне“ вредности црвених помака сочива и извора узето  $z \sim 0.5$  и  $z \sim 2$ ,  $M$  је маса сочива,  $D_l$ ,  $D_s$  и  $D_{ls}$  су угловна растојања између посматрача и сочива, посматрача и извора и сочива и извора, редом. Типична величина квазара је изражена у јединицама од  $10^{15}$  см (Wambsganss 2001). Пошто апроксимација тачкастим извором важи за емисионе области оптичког и UV-зрачења и имајући у виду да X-зрачење настаје у унутрашњим деловима акреционог диска, тим пре се ова апроксимација може користити и за емисиону област X-зрачења. На основу ње се могу извести следеће оцене. Дужинска скала за микросочива у равни извора која важи у том случају је дата са:

$$R_{EC} = r_{EC} \frac{D_s}{D_l} \sim 1 \times 10^{17} \text{ cm.} \quad (5.3.17)$$

Чак и у случају када се у центру квазара налази супермасивна црна рупа са масом  $M_{SMBH} = 10^9 M_\odot$ , апроксимација тачкастим извором остаје на снази јер је Шварцшилдов радијус такве црне рупе  $r_g = 3 \times 10^{14}$  см, па ако се узме да је емисиона област X-зрачења лоцирана близу ње  $r_{em} < 100 r_g = 3 \times 10^{16}$  см, добија се да је  $r_{em} < R_{EC}$ . Тако например, Chartas et al. (2002a) су нашли доказе за утицај микросочива на X-зрачење у случају напред поменутог квазара MG J0414+0534 ( $z = 2.639$ ), при чему је (по оцени истих аутора)  $M_{SMBH}$  у распону  $3.6 \times 10^6 (\beta/0.2)^2 - 1.1 \times 10^7 (\beta/0.2)^2 M_\odot$ , где је  $\beta \sim 1$ . Услед тога, типична емисиона област је много мања од Ајнштајновог радијуса  $R_{EC}$  и простире се у интервалу  $10 - 1000 r_g$  или  $1.5 \times 10^{14} - 1.5 \times 10^{16}$  см за црну рупу масе  $10^8 M_\odot$  (Chartas et al. 2002a).

Оптичка дебљина у случају космоловске расподеле микросочива и извора на растојању које одговара космоловском црвеном помаку  $z$  је дата следећим изразом (Wang et al. 1996, Turner et al. 1984, Fukugita & Turner 1991):

$$\tau_L^p = \frac{3}{2} \frac{\Omega_L}{\lambda(z)} \int_0^z dw \frac{(1+w)^3 [\lambda(z) - \lambda(w)] \lambda(w)}{\sqrt{\Omega_0(1+w)^3 + \Omega_\Lambda}}, \quad (5.3.18)$$

где је  $\Omega_L$  део материје у компактним сочивима, а

$$\lambda(z) = \int_0^z \frac{dw}{(1+w)^2 \sqrt{\Omega_0(1+w)^3 + \Omega_\Lambda}} \quad (5.3.19)$$

је афино растојање изражено у  $cH_0^{-1}$ . Да бисмо извршили процену оптичке дебљине на основу горњих израза, потребно је у њих унети што реалистичније вредности за космоловске параметре. На основу космоловских SN (Supernovae) Ia података и анизотропије космичког микроталасног позадинског зрачења (Cosmic Microwave Background - CMB), процењено је да ови

параметри износе  $\Omega_\Lambda \approx 0.7$  и  $\Omega_0 \approx 0.3$  (Perlmutter et al. 1999, Bond et al. 2001, Balbi 2001, Lahav 2002, Peebles 2002). Из недавних посматрања анизотропије СМВ извршених помоћу WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) сателита, као најбољи фит за космоловске параметре, добијене су вредности  $\Omega_\Lambda \approx 0.73$  и  $\Omega_0 \approx 0.27$  (Bennett et al. 2003, Spergel et al. 2003, Bridle et al. 2003). Према томе, као реалистичне могу се узети вредности  $\Omega_0 = 0.3$  и  $\Omega_0 = 0.2$ . Ако се претпостави да улогу микросочива имају звезде, мора се узети у обзир и космоловско ограничење за густину барионске материје. Про-рачуни нуклеосинтезе у теорији Великог праска, заједно са посматрањима заступљености  ${}^2D$ , дају следеће ограничење за густину барионске материје (O'Meara et al. 2001, Burles et al. 2001, Turner 2002):

$$\Omega_b h^2 = 0.02 \pm 0.002, \quad (5.3.20)$$

при чему се као процена Хаблове константе узима вредност  $h = 0.72 \pm 0.08$  (Freedman et al. 2001). Међутим, Parodi et al. (2000) и Tammann & Reindl (2000a,b) дају процену  $h = 0.585 \pm 0.063$ . Користећи, например, прву процену добија се да густина барионске материје износи (Turner 2002):

$$\Omega_b = 0.039 \pm 0.0075. \quad (5.3.21)$$

Из података за анизотропију СМВ добијених помоћу BOOMERANG и MAXIMA-1 експеримената Stompor et al. (2001) су нашли да је:

$$\Omega_b h^2 = 0.033 \pm 0.013, \quad (5.3.22)$$

док анализа одговарајућих података добијених помоћу WMAP сателита, као најбољи фит даје (Spergel et al. 2003):

$$\Omega_b h^2 = 0.0224 \pm 0.0009, \quad (5.3.23)$$

што је врло близко вредностима добијеним на основу теорије нуклеосинтезе Великог праска.

На основу предходног, ако претпоставимо да око 25% барионске материје формира микросочива онда  $\Omega_L = 0.01$  може бити узето као реалистична вредност. У случају када целокупна барионска и мали део небарионске материје формира микросочива  $\Omega_L = 0.05$ . Када се претпостави да око 30% небарионске тамне материје формира објекте са масама реда величине звезда, може се усвојити да је  $\Omega_L = 0.1$ .

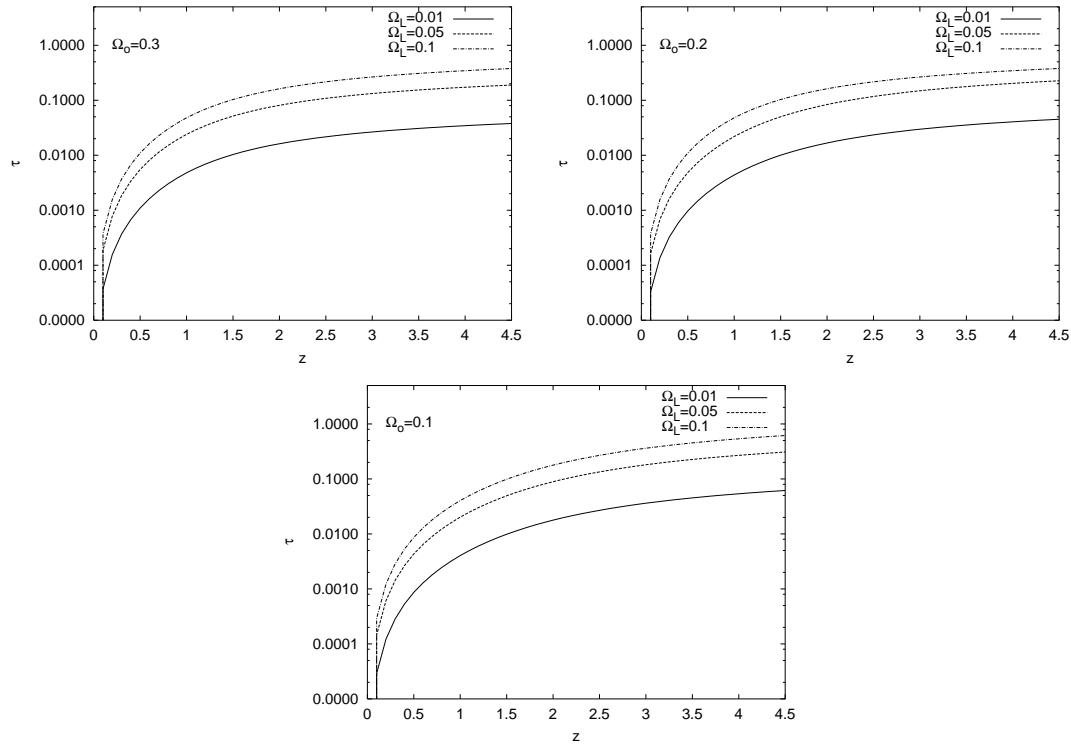
Оптичка дебљина, рачуната на основу усвојених вредности космоловских параметара, графички је представљена у функцији првеног помака на Слици

40, а одговарајуће нумеричке вредности за  $\Omega_0 = 0.3$  су дате у Табели 6. Одатле се види да за далеке објекте ( $z \sim 2$ ), оптичка дебљина износи  $\tau \sim 0.01 - 0.1$  у случају када је  $\Omega_L = 0.01$  и  $\Omega_L = 0.05$ , док у случају  $\Omega_L = 0.1$  она достиже чак  $\tau \sim 0.2$ . Такође је уочљиво да је оптичка дебљина значајна за  $z > 2$  као и да тада наставља да расте спорије. То показује да је допринос космоловски распоређених микросочива променљивости X-зрачења код квазара са првеним помацима  $z > 2$  значајан, а такође и да тај допринос може бити скоро константан у случају квазара са великим првеним помацима (Zakharov, Popović & Jovanović 2004b). Ови резултати су у складу са чињеницом да АГД са истом луминозношћу X-зрачења показују много већу променљивост на првеним помацима  $z > 2$  (Manners et al. 2002).

Табела 6: Рачуната оптичка дебљина као функција првеног помака за три различите вредности  $\Omega_L$  и  $\Omega_0 = 0.3$ .

$z \setminus \Omega_L$	0.01	0.05	0.10
0.5	0.001100	0.005499	0.010998
1.0	0.004793	0.023967	0.047934
1.5	0.010310	0.051550	0.103100
2.0	0.016196	0.080980	0.161959
2.5	0.021667	0.108334	0.216669
3.0	0.026518	0.132590	0.265180
3.5	0.030770	0.153852	0.307703
4.0	0.034504	0.172521	0.345042
4.5	0.037804	0.189018	0.378037
5.0	0.040742	0.203712	0.407424

Разматрајући расподелу вероватноће у случајевима када су дефлектори концентрисани у галаксијама, Wyithe & Turner (2002a) су нашли да се у сваком тренутку око 1% извора са великим првеним помаком ( $z \sim 3$ ) налази под дејством звезданих микросочива. Уколико се ради о звездама у елиптичним/S0 галаксијама, ови ефекти су 10 пута јачи него када су у питању звезде из спиралних галаксија. Извори са вишеструким ликовима су им највише подложни и доминирају у статистици звезданих микросочива. Уколико тамна материја из халоа формира компактне објекте, исти аутори су закључили да одговарајућа оптичка дебљина микросочива износи око 0.1, што значи да је приближно сваки десети извор са великим првеним помаком захваћен утицајем микросочива. Одатле следи закључак (Wyithe & Turner



Слика 40: Рачуната оптичка дебљина као функција првеног помака за три различите вредности  $\Omega_L$  и  $\Omega_0$ .

2000b) да би поређење извора који су под утицајем гравитационих микросочива са онима код којих то није случај, представљало моћан тест за постојање тамне материје у виду компактних објеката у халуу.

### 5.3.4 Микросочива код квазара под утицајем гравитационих микросочива

У овом одељку биће речи о оптичкој дебљини микросочива у случају квазара са вишеструким ликовима. Одмах по открићу првог таквог квазара QSO 0957+561 A,B од стране (Walsh et al. 1979), појавила се и идеја да се звезде мале масе, лоциране у халуу, понашају као микросочива (Gott 1981). Прве конкретне доказе о постојању ефекта микросочива код квазара дали су Irwin et al. (1989). Данас је познато више система под дејством гравитационих микросочива код којих су нађене индиције за постојање ефекта микросочива (Wambsganss 2001). Вероватноћа за промену облика Fe K $\alpha$  линије и по-

јачање њеног интензитета је највећа управо код таквих система (Popović et al. 2003a). Oshima et al. (2002), Dai et al. (2003) и Chartas et al. (2002a, 2002b) су детектовали ту појаву код следећих квазара са вишеструким ликовима: QSO H1413+117 (Лист детелине) на црвеном помаку  $z = 2.56$ , QSO 2237+0305 (Ајнштајнов крст) на црвеном помаку  $z = 1.695$ , MG J0414+0534 на црвеном помаку  $z = 2.64$ , а могуће и код BAL QSO 08279+5255 на црвеном помаку  $z = 3.91$ .

Постоји више метода за оцену оптичке дебљине ( $\tau_{GL}$ ) у оваквим случајевима, а овде ће бити извршена само њена груба оцена, заснована на прорачунима презентованим у радовима Turner (1990) и Wang et al. (1996) за раван свемир са Л-чланом. На основу њих следи да је:

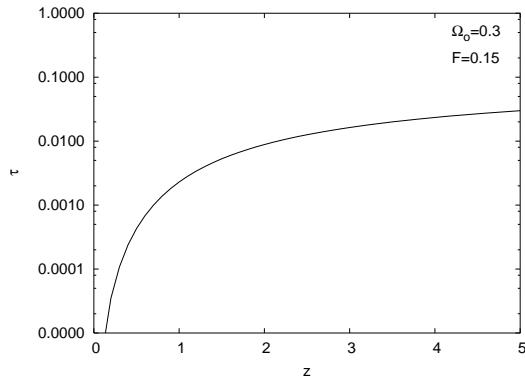
$$\tau_{GL} = \frac{F}{30} \left[ \int_1^y \frac{dw}{(\Omega_0 w^3 - \Omega_0 + 1)^{1/2}} \right]^3, \quad (5.3.24)$$

где је црвени помак квазара  $z_Q = y - 1$ , а  $F$  - ефективност гравитационог сочива:

$$F = 16\pi^3 n_0 \left( \frac{c}{H_0} \right)^3 \left( \frac{\sigma}{c} \right)^4, \quad (5.3.25)$$

при чему је  $\sigma$  једнодимензиона дисперзија брзина, а  $n_0$  - просторна густина у смеру кретања. У радовима Turner (1990) и Turner et al. (1984) је показано да за ефективност сочива може бити узета вредност  $F = 0.15$ . Исти аутори су показали да би у космоловском моделу са параметром  $\Omega_0 = 0.3$  оптичка дебљина за удаљене квазаре на црвеном помаку  $z_Q = 2$  износила око 0.01.

На Слици 41. је графички приказана оптичка дебљина као функција космоловског црвеног помака, одакле се види да она има сличан тренд као у случају космоловске расподеле микросочива. У Табели 7. су представљене процењене вредности оптичке дебљине у случају три напред наведена квазара са вишеструким ликовима код којих су посматрани ефекти микросочива. Посебно су израчунате вероватноће за микросочива лоцирана у галаксији испред квазара ( $\tau_{GL}$ ) и за космоловски распоређена микросочива ( $\tau_L^p$ ). Из наведене табеле се види да је оптичка дебљина у случају космоловске расподеле микросочива за ред величине већа од оне за микросочива у галаксији испред квазара. Према томе, посматрани ефекти микросочива на Fe K $\alpha$  линију, у случају наведених квазара, су највероватније узрокованы космоловски распоређеним објектима. Како горња граница за оптичку дебљину ( $\tau \sim 0.1$ ) одговара случају када тамна материја формира космоловски распоређене дефлекторе, ови ефекти могу представљати моћан метод за изучавање тамне материје. Такође, поређење промена у X-зрачењу код квазара са и без утицаја микросочива, а са истим црвеним помаџима, може бити важан



Слика 41: Рачуната оптичка дебљина  $\tau_{GL}$  као функција црвеног помака за најреалистичнију вредност космоловшког параметра густине  $\Omega_0 = 0.3$ .

Табела 7: Рачунате оптичке дебљине  $\tau_{GL}$  и  $\tau_L^p$  за 3 квазара са вишеструким ликовима. Коришћени параметри су :  $\Omega_0 = 0.3$ ,  $\Omega_L = 0.5$ ,  $F = 0.15$ .

Квазар	$z$	$\tau_{GL}$	$\tau_L^p$
MG J0414+0534	2.64	0.013652	0.1151256
QSO 2237+0305	1.695	0.006635	0.0626277
BAL QSO H1413+117 AT	2.56	0.013049	0.1112457

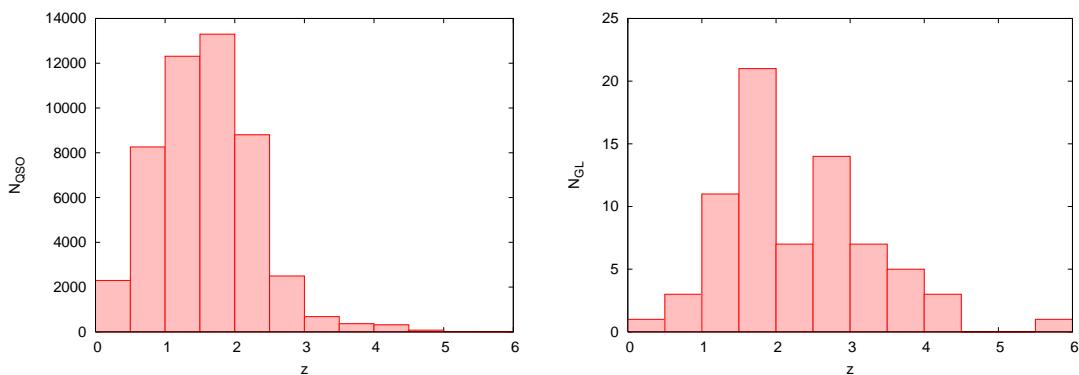
тест за космоловшку расподелу компактних објеката састављених од тамне материје (Zakharov et al. 2004).

### 5.3.5 Космоловска расподела гравитационих макросочива

У раду Popović et al. (2003a) је показано да је вероватноћа за промене профила и интензитета Fe K $\alpha$  линије услед утицаја гравитационих микросочива, највећа код квазара са вишеструким ликовима. На основу једначине (5.3.24) се види да оптичка дебљина у таквим случајевима зависи од црвеног помака квазара  $z_Q$  и космоловшког модела (параметар  $\Omega_0$ ). Због тога ће у овом параграфу бити анализирана емпиријска расподела квазара са вишеструким ликовима у функцији црвеног помака  $z_Q$ . На основу такве расподеле могуће је извући закључке не само о оптичкој дебљини гравитационих макросочива, већ и о самом космоловшком моделу. До сада је објављено више радова на ту тему, од којих ће овде бити поменуто само неколико најважнијих.

Turner et al. (1984) су на узорку од  $\sim 2000$  оптичких и радио квазара, од којих су само 5 имали више ликова, извели аналитички израз за вероватноћу  $\tau$  да ће удаљени квазар на црвеном помаку  $z_Q$  бити под утицајем гравитационог сочива на црвеном помаку  $z_L$ . Поред тога, исти аутори су на основу нумеричких симулација дошли до закључка да су особине оптичких и радио квазара са више ликова неосетљиве на усвојену космологију. Turner (1990) је на основу 4250 квазара откривених до јуна 1988. године, од којих је било 9 система гравитационих сочива закључио да просторно равни космолошки модели не могу на задовољавајући начин да опишу посматрану учестаност система гравитационих сочива. Mitchell et al. (2004) су на основу Sloan Digital Sky Survey (SDSS) посматрања  $\sim 30000$  галаксија и Cosmic Lens All-Sky Survey (CLASS) базе од  $\sim 80$  гравитационих сочива (при чему сва сочива нису имала вредности за црвени помак) формирали добро дефинисани узорак од 8958 галаксија - могућих сочива и 13 система сочиво-галаксија. На основу тог узорка, исти аутори су извели статистичке услове за  $\Omega_0$  и  $\Omega_\Lambda$  и закључили да је у случају просторно равног универзума:  $\Omega_\Lambda = 0.74 - 0.78$ .

Као што се види из напред наведеног, све до сада рађене статистике гравитационих макросочива су биле изведене из релативно скромних узорака. Због тога је овде, на основу узорка од 48917 квазара из каталога (Veron & Veron 2003) и 62 квазара-сочива из CASTLES базе гравитационих сочива за које је дат црвени помак извора (уз додатак још 10 новооткривених квазара-сочива из SDSS), изведена њихова емпиријска расподела у функцији црвеног помака. Одговарајући резултати су приказани на Слици 42, са које се види да се највећи број квазара-извора налази на црвеним помацима  $z_Q = 1.5 - 2$ , док расподела квазара-сочива има два максимума: већи на  $z_Q = 1.5 - 2$  и



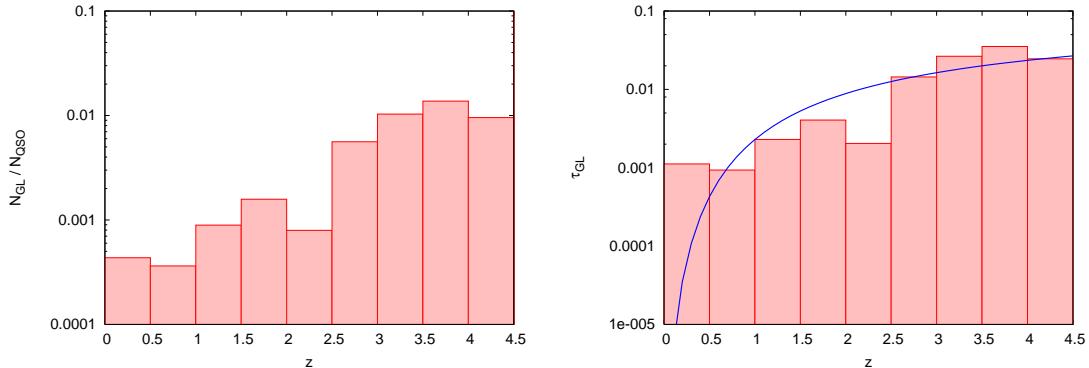
Слика 42: Емпиријска расподела квазара-извора (лево) и квазара-сочива (десно) у функцији њиховог црвеног помака.

мањи на  $z_Q = 2.5 - 3$ .

Одговарајући закључци о оптичкој дебљини квазара-сочива се могу добити на основу израза (Turner et al. 1984):

$$\frac{N_{GL}}{N_S} \propto \tau(z_Q), \quad (5.3.26)$$

где је  $N_{GL}$  - број квазара-макросочива (тј. квазара са вишеструким ликовима), а  $N_S$  - број квазара-извора (тј. квазара-могућих макросочива). Претпостављено је да су посматрани квазари-извори и квазари-сочива равномерно распоређени, тако да се може применити горњи израз. На Слици 43 (лево) су приказане добијене вредности за однос  $\frac{N_{GL}}{N_{QSO}}$  у функцији црвеног помака, а на Слици 43 (десно) њихово поређење са оптичком дебљином  $\tau_{GL}$  датом изразом (5.3.24) за  $\Omega_0 = 0.3$  и  $F = 0.15$ , која је представљена пуном линијом (видети Сл.41, такође). У циљу поређења, вредности за  $\frac{N_{GL}}{N_{QSO}}$  су претходно помножене фактором пропорционалности, за који је методом најмањих квадрата добијено да износи  $\approx 2.57$ . Са Слике 43 (десно) се може уочити да крива која



Слика 43: Однос броја квазара-сочива и квазара-извора ( $\frac{N_{GL}}{N_{QSO}}$ ) у функцији црвеног помака.

представља оптичку дебљину на релативно задовољавајући начин прати хистограм који представља поменути однос броја квазара, помножен фактором пропорционалности, што значи да је оптичка дебљина за квазаре-сочива заиста сразмерна односу броја квазара-сочива и квазара-извора. Како аналитички израз за оптичку дебљину зависи и од космоловских параметара, може се закључити да се на основу анализе расподеле гравитационих макросочива могу извести закључци и о космоловском моделу. Због тога гравитационе макросочива представљају важан тест за валидност неких од основних космоловских поставки.

## 5.4 Временске скале гравитационих микросочива

Познато је да су варијације у профилу и флукусу Fe K $\alpha$  линије веома брзе (Vaughan & Edelson 2001). За оцену времена потребног за прелазак микросочива преко акреционог диска може се користити приближна релација (Popović et al. 2003):

$$\Delta t \approx \frac{D_{disc}}{V}, \quad (5.4.1)$$

где је  $D_{disc}$  - величина диска, а  $V$  - брзина микросочива. Као што се може видети из нумеричких симулација датих у §5.1.1 и §5.1.2, величина области акреционог диска на чије зрачење гравитационе микросочиве значајно утичује реда величине неколико гравитационих радијуса или приближно од  $10^{-6}$  до  $10^{-4}$  pc (Popović et al. 2003a). Узимајући да је брзина микросочива реда  $\sim 10^2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ , може се добити да одговарајуће време преласка микросочива износи од  $10^5$  до  $10^7$  s (Popović et al. 2003a).

Међутим, горња релација даје само грубу процену времена преласка микросочива преко акреционог диска, јер не узима у обзир врсту гравитационог микросочива. Због тога ће у даљем тексту, управо у зависности од врсте микросочива, бити анализирано неколико типичних временских скала које одговарају типичним дужинским и брзинским скалама за дато микросочиво.

### 5.4.1 Временска скала тачкастог микросочива

Следећи методологију из рада Treyer & Wambsganss (2004), за типичну дужинску скалу у случају тачкастог гравитационог микросочива, може се узети његов Ајнштајнов радијус, пројектован на раван извора:

$$R_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{OS}D_{DS}}{D_{OD}}} \approx 3.2 \times 10^{16} \sqrt{\frac{M}{M_\odot}} h_{75}^{-0.5} \text{ cm}, \quad (5.4.2)$$

при чему су  $D_{OD}$ ,  $D_{OS}$  и  $D_{DS}$  - угловна растојања у космоловском моделу са параметрима:  $\Omega_{tot} = 1$ ,  $\Omega_0 = 0.3$  и  $\Omega_\Lambda = 0.7$ , која одговарају типичним првеним помацима сочива:  $z_D = 0.5$  и извора:  $z_S = 2$ , а  $h_{75}$  је бездимензиона Хаблова константа:  $h_{75} = H_0 / ((75 \text{ km/s}) / \text{Мpc})$ . Тада, време потребно да тачкасто микросочиво пређе растојање од  $1 R_E$ , при чему димензије извора морaju бити мање од те вредности, дефинише његову временску скалу:

$$t_E = (1 + z_D) \frac{R_E}{v_\perp} \approx 25 \sqrt{\frac{M}{M_\odot}} v_{600}^{-1} h_{75}^{-0.5} \text{ godina}, \quad (5.4.3)$$

где је типична брзина тачкастог микросочива 600 km/s (Treyer & Wambsganss 2004), а његова релативна брзина преласка је  $v_{600} = v_{\perp} / (600 \text{ km/s})$ . Ова временска скала се може користити за тачкаста микросочива са космоловском расподелом, тј. у случајевима када су њихове Ајнштајнове кружнице међусобно довољно удаљене, па због тога  $t_E$  представља дугу временску скалу.

#### 5.4.2 Време преласка каустика

Код гравитационих макросочива, одговарајућа временска скала за њихова микросочива мора бити краћа. То се може постићи ако се уместо тачкастог микросочива посматра каустик. Постоје две временске скале које одговарају каустику, од којих прва зависи од радијуса извора  $R_{source}$ , а друга од „специфичног радијуса каустика“  $r_{caustic}$ , што би одговарало величини  $R_E$  код тачкастог микросочива. У случају када је  $R_{source} \geq r_{caustic}$ , одговарајућа временска скала је одређена „временом преласка каустика“ (Treyer & Wambsganss 2004):

$$t_{cross} = (1 + z_D) \frac{R_{source}}{v_{\perp}(D_{OS}/D_{OD})} \approx 0.58 R_{15} v_{600}^{-1} h_{75}^{-0.5} \text{ година} \\ \approx 210 R_{15} v_{600}^{-1} h_{75}^{-0.5} \text{ дана}, \quad (5.4.4)$$

при чему  $D_{OD}$  и  $D_{OS}$  одговарају типичним црвеним помацима  $z_D = 0.5$  и  $z_S = 2$ , редом, а  $R_{15} = R_{source} \times 10^{-15}$  см.

#### 5.4.3 Време каустика

Ако је  $R_{source} \ll r_{caustic}$ , важећа временска скала је тзв. „време каустика“, које представља временски интервал у коме се извор налази довољно близу каустика:

$$t_{caustic} = (1 + z_D) \frac{r_{caustic}}{v_{\perp}(D_{OS}/D_{OD})} \approx 0.58 r_{15} v_{600}^{-1} h_{75}^{-0.5} \text{ година} \\ \approx 210 r_{15} v_{600}^{-1} h_{75}^{-0.5} \text{ дана}, \quad (5.4.5)$$

где је  $r_{15} = r_{caustic} \times 10^{-15}$  см. На основу претходног следи да би се време преласка каустика  $t_{cross}$  могло користити као доња граница за временску скалу, међутим ту границу је тешко одредити јер, у општем случају, радијус извора  $R_{source}$  није познат.

У Табели 8. су дате вредности за време каустика у случају једног броја радио-слабих квазара са вишеструким ликовима на релативно великим црвеним помацима ( $1.7 < z < 4$ ), посматраним помоћу Chandra X-ray Observatory и XMM-Newton телескопа (Dai et al. 2004). За типичну брзину каустика је узета вредност 600 km/s, а за његов специфични радијус  $r_{caustic} = 50 R_g$ .

Као што се може видети из Табеле 8, одговарајућа времена каустика су реда величине од неколико десетина дана до неколико месеци, што је у сагласности са проценом датом у раду Popović et al. (2003a), која се креће од  $10^5$  до  $10^7$  s.

*Табела 8:* Време каустика за квазаре са вишеструким ликовима на релативно великим црвеним помацима, посматраним помоћу Chandra X-ray Observatory и XMM-Newton телескопа (Dai et al. 2004). За типичну брзину каустика је узета вредност 600 km/s, а за његов специфични радијус  $r_{caustic} = 50 R_g$ .

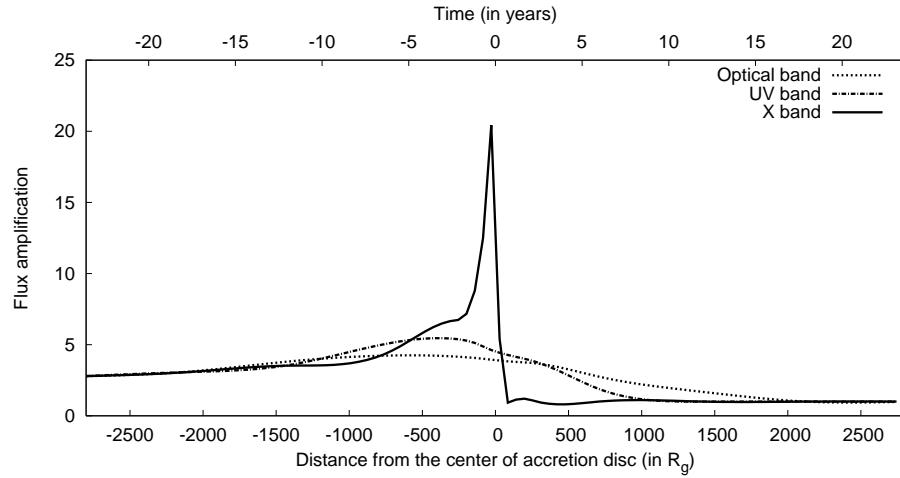
Квазар	$z_s$	$z_d$	$t_{caustic}$ (god.)
HS 0818+1227	3.115	0.39	0.357
RXJ 0911.4+0551	2.800	0.77	0.610
LBQS 1009-0252	2.740	0.88	0.673
HE 1104-1805	2.303	0.73	0.574
PG 1115+080	1.720	0.31	0.282
HE 2149-2745	2.033	0.50	0.422
Q 2237+0305	1.695	0.04	0.041

#### 5.4.4 Временске скале промена у континууму

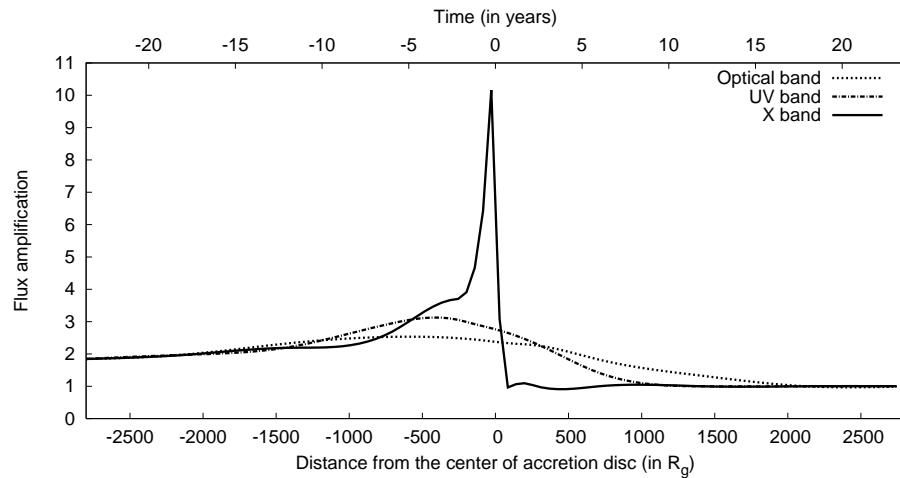
У циљу анализе временских скала гравитационих микросочива, извршене су нумеричке симулације преласка каустика са параметрима  $A_0 = 1$ ,  $\beta = 1$ ,  $\kappa = +1$  и са две различите вредности за „специфични радијус“, преко емисионих области за оптичко (3500-7000 Å), UV (1000-3500 Å) и X зрачење (1.24-12.4 Å, тј. 1-10 keV) акреционог диска у правцу  $Y = -X$ . За унутрашњи и спољашњи радијус оптичке емисионе области су узете следеће вредности:  $R_{in} = 100 R_g$ ,  $R_{out} = 2000 R_g$ , за UV емисиону област је  $R_{in} = 100 R_g$ ,  $R_{out} = 1000 R_g$ , а за емисиону област X зрачења:  $R_{in} = R_{ms}$ ,  $R_{out} = 80 R_g$ . Одговарајући резултати за промене укупног флукса континуума у сва три домена су дати на Сликама 44-46. На Слици 47. су приказани одговарајући резултати за разне положаје центра акреционог диска дуж правца  $Y = -X$  на делу мапе гравитационих микросочива у случају лика A квазара QSO 2237+0305 (квадрат на Слици 9). Са Слици 44-47. се може лако уочити да су промене континуума X-зрачења увек најбрже и са највећим амплитудама, што је било и за очекивати, с обзиром да је одговарајућа емисиона област најкомапктнија.

Поредећи Слику 44. са Сликом 45, може се видети да вредност „специфичног радијуса“ каустика утиче само на интензитет промена укупног флукса континуума у сва три домена зрачења, али не и на одговарајуће временске скале. У оба случаја временске скале промена у континууму X-зрачења се крећу од неколико месеци па до неколико година, док се временске скале за промене у оптичкој и UV области изражавају у деценијама. Важно је истаћи да ови резултати одговарају типичним црвеним помацима микросочива и извора:  $z_D = 0.5$  и  $z_S = 2$ . Међутим, ако се погледају Слике 46. и 47. које се односе на микросочива код QSO 2237+0305A и где су црвени помаци:  $z_D = 0.04$  и  $z_S = 1.69$ , може се видети да су одговарајуће временске скале знатно краће. Уочљиво је да се промене у континууму X-зрачења одвијају у периоду од свега неколико месеци, а и промене континуума у оптичкој и UV области су знатно брже и дешавају се у периоду од неколико година. Одатле се може закључити да временске скале гравитационих микросочива у великој мери зависе од одговарајућих растојања између гравитационих сочива и квазара, па је за објективнију анализу потребно узети њихове реалне вредности.

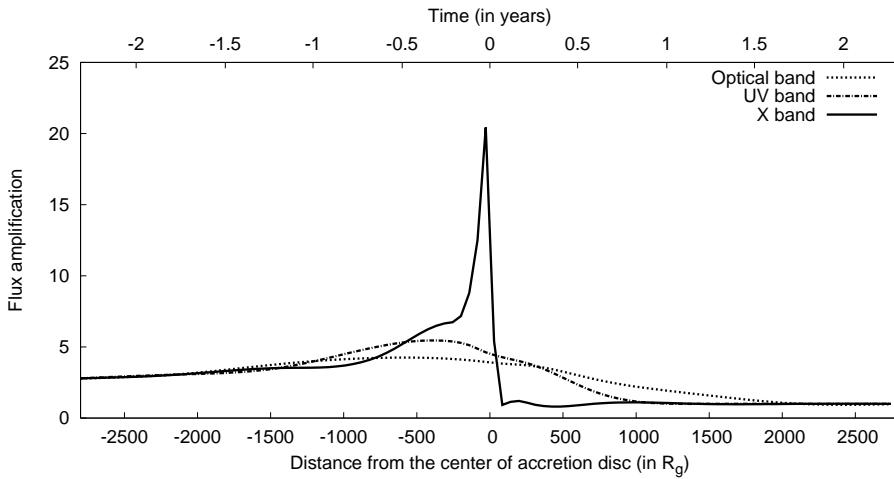
Ако се упореде Слика 46, која одговара каустику са „специфичним радијусом“ од  $9000 R_g$ , са Сликом 47, која одговара делу мапе гравитационих микросочива за QSO 2237+0305A приказаном на Слици 9, види се да су одговарајуће промене континуума у све три области зрачења, приближне по свом трајању. Како се смањивањем вредности за „специфични радијус“ каустика (Слика 45) може добити и приближно поклапање интензитета тих промена, следи закључак да се одређени делови мапе гравитационих микросочива могу на задовољавајући начин апроксимирати знатно једноставнијим микросочивом у облику каустика.



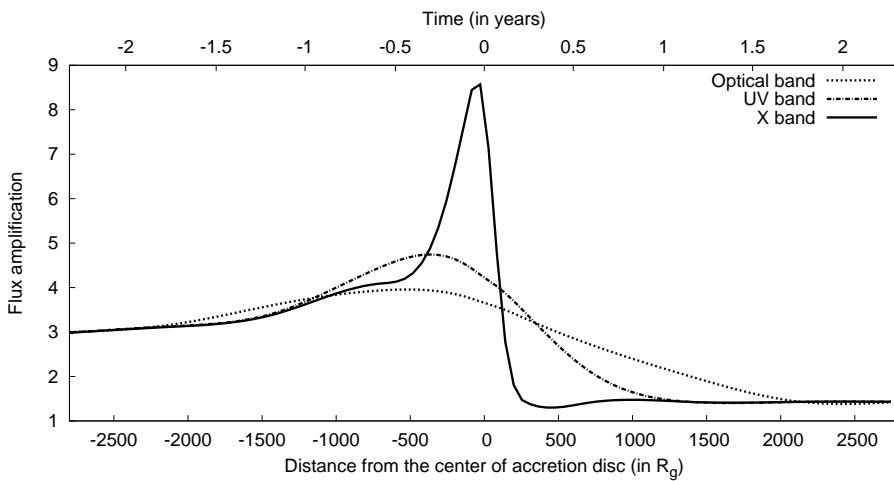
*Слика 44:* Промене укупног нормализованог флукса континуума у оптичкој ( $3500\text{-}7000 \text{ \AA}$ ), UV ( $1000\text{-}3500 \text{ \AA}$ ) и X ( $1.24\text{-}12.4 \text{ \AA}$ , тј.  $1\text{-}10 \text{ keV}$ ) области услед преласка каустика преко акреционог диска дуж правца  $Y = -X$ , у случају Шварцшилдове метрике. Временска скала одговара типичним првеним помаџима микросочива и извора:  $z_D = 0.5$  и  $z_S = 2$ . Параметри каустика су:  $A_0 = 1$ ,  $\beta = 1$ ,  $\kappa = +1$ , а његов „специфични радијус“ износи  $9000 R_g$ . Маса извора је  $10^8 M_\odot$ , радијуси његове оптичке емисионе области су:  $R_{in} = 100 R_g$ ,  $R_{out} = 2000 R_g$ , радијуси UV емисионе области:  $R_{in} = 100 R_g$ ,  $R_{out} = 1000 R_g$ , а радијуси X емисионе области:  $R_{in} = R_{ms}$ ,  $R_{out} = 80 R_g$ .



*Слика 45:* Исто као на Слици 44, али када „специфични радијус каустика“ износи  $2000 R_g$ .



Слика 46: Исто као на Слици 44, али у случају када временска скала одговара  $z_D = 0.04$  и  $z_S = 1.69$ , тј. у случају квазара Q2237+0305 (видети Табелу 5).



Слика 47: Исто као на Слици 46, али у случају дела мапе гравитационих микросочива за лик А квазара Q2237+0305, лоцираног у  $X = -40529.5537 R_g$ ,  $Y = 52147.4345 R_g$  (квадрат на Слици 9).

## 6 Закључак

У овом раду је испитан утицај каустика и тачкастог гравитационог микросочива на промене у профилу и флуку Fe  $\text{K}\alpha$  линије помоћу одговарајућих нумеричких симулација. Најважнији резултати тих симулација су:

1. Микросочива са веома малим пројектованим Ајнштанијевим радијусом могу да проузрокују деформације профила Fe  $\text{K}\alpha$  спектралне линије, као и значајно појачање њеног флука.
2. Промене у флуку и облику линије не зависе само од параметара микросочива и његовог положаја, већ и од параметара акреционог диска.
3. Утицај микросочива на Fe  $\text{K}\alpha$  линију јако зависи од инклинације и емисивности акреционог диска.
4. Утицај микросочива у области X-зрачења је два или чак три реда величине већи него у области оптичког и UV-зрачења (Popović et al. 2001a), што је узроковано компактношћу емисионе области X-зрачења.
5. Прелаз микросочива преко акреционог диска ствара асиметрију у профилу Fe  $\text{K}\alpha$  линије тако што изазива јако појачање њеног „плавог“ пика.
6. Ефекти гравитационих микросочива се донекле разликују у случају Керове и Шварцшилдове метрике, при чему је амплитуда појачања већа у првом случају али не захвата толико „плави“ део линије као у другом случају.

Користећи нумеричке симулације, извршено је и моделовање необичног профила Fe  $\text{K}\alpha$  линије код квазара Mrk 205 који се види кроз спољашњи диск галаксије NGC 4319. На основу добијених резултата следи да:

1. Мали објекти (реда величине  $0.001M_{\odot}$ ) у склопу NGC 4319 могу да изазову значајне промене Fe  $\text{K}\alpha$  линије код Mrk 205.
2. Необичан профил Fe  $\text{K}\alpha$  линије код Mrk 205 може се моделовати емисијом акреционог диска која је деформисана под утицајем гравитационих микросочива из NGC 4319. Мада и други ефекти могу довести до таквог профила, ефекат гравитационих микросочива не може бити искључен.

Анализиран је такође и могући утицај гравитационих микросочива на квазаре са вишеструким ликовима и закључено је да:

1. Чак и објекти веома малих маса могу изазвати посматране ефекте гравитационих микросочива на Fe K $\alpha$  линију код квазара са вишеструким ликовима.
2. У случају квазара J0414+0534 и H 1413+117, мерени експрес у Fe K $\alpha$  линији може бити објашњен дејством микросочива са масом од једне сунчеве масе.

Ради провере могућности за практичну детекцију ефеката гравитационих микросочива од стране звезда из халоа и балца АГЈ, извршена је одговарајућа симулација и поређење добијених резултата са посматрањима галаксије NGC 3516. Закључено је да:

1. Значајне промене у линији гвожђа могу изазвати и микросочива са звезданим масама која су лоцирана у халоу и балцу самих АГЈ.

У циљу дискусије посматраних појачања Fe K $\alpha$  линије код три квазара са вишеструким ликовима, при чему није уочено одговарајуће појачање континуума X-зрачења, извршене су симулације ефекта гравитационих микросочива од стране касутика и мапе микросочива. Најважнији резултати, добијени помоћу тих симулација су:

1. Микросочива могу изазвати значајно појачање, како Fe K $\alpha$  линије, тако и континуума X-зрачења. Као последица тога, одсуство појачања континуума код квазара код којих је посматран утицај микросочива на Fe K $\alpha$  линију, може бити повезан са структуром акреционог диска.
2. Повећање спољашњег радијуса емисионе области Fe K $\alpha$  линије не мења значајно добијене резултате. То је условљено радијалном зависношћу емисивности диска, која је сконцентрисана у унутрашњем делу диска, близу црне рупе.
3. Раздвајање еmitера X-зрачења у посебне емисионе области континуума и Fe K $\alpha$  линије, омогућава репродуковање посматраних појачања Fe K $\alpha$  линије, при чему не долази до одговарајућих појачања континуума. У случају када се емисиона област Fe K $\alpha$  линије налази у унутрашњем делу акреционог диска, а емисиона област континуума у спољашњем прстену, добија се значајно појачање линије, док су промене континуума постепене и веома слабе.

4. Анализиран је и реалистичнији случај мапе гравитационих микросочива, генерисане од стране случајно распоређених микросочива мале масе. У случају раздвојених емисионих области континуума X-зрачење и Fe  $\text{K}\alpha$  линије, успешно је репродуковано непостојање корелације између појачања континуума и линије код посматраних квазара са вишеструким ликовима.
5. Испитани су и хроматски ефекти гравитационих микросочива на континуум X-зрачења и утврђено је да зависност појачања од таласне дужине може изазвати (чак и у случају микросочива мале масе) хроматске промене у континууму од око 30% у посматраном енергетском опсегу од 0.1 keV до 10 keV.

У сврху анализе доприноса микросочива променљивости X-зрачења код квазара се великим црвеним помацима, израчуната је оптичка дебљина за микросочива лоцирана у халоу и балцу галаксије домаћина, а такође и у случају њихове космоловашке расподеле. Из тих прорачуна може се закључити следеће:

1. Оптичка дебљина за микросочива лоцирана у халоу и балцу галаксије домаћина је  $\sim 10^{-4}$ , што је у сагласности са ранијим резултатима презентованим у раду Popović et al. (2003a). Ова микросочива дају врло мали допринос променљивости X-зрачења код квазара.
2. Оптичка дебљина за космоловашки распоређена микросочива износи  $\sim 10^{-2} - 0.1$  и може значајно да допринесе променљивости X-зрачења код квазара се великим црвеним помацима. Вредност  $\tau \sim 0.1$  одговара случају када тамна материја формира компактна космоловашки распоређена микросочива.
3. Оптичка дебљина за космоловашки распоређене дефлекторе ( $\tau_L^p$ ) је значајна за  $z > 2$  и тада наставља да расте спорије. То показује да је допринос микросочива променљивости X-зрачења код квазара са црвеним помацима  $z > 2$  значајан, а такође и да тај допринос може бити скоро константан у случају квазара са великим црвеним помацима. Ови резултати су у складу са чињеницом да АГЈ са истом луминозношћу X-зрачења показују много већу променљивост на црвеним помацима  $z > 2$  (Manners et al. 2002).

На основу претходно добијених резултата који показују да код квазара са вишеструким ликовима постоји значајна вероватноћа за промене про-

фила и интензитета Fe K $\alpha$  линије услед утицаја гравитационих микросочива, израчунате су емпириске расподеле квазара-могућих макросочива и квазара-посматраних макросочива, на основу узорака из каталога квазара Veron & Veron (2003) и CASTLES базе гравитационих сочива. Затим је извршена анализа односа броја квазара-сочива и квазара-извора у функцији црвеног помака. Добијени су следећи резултати:

1. Највећи број квазара-извора се налази на црвеним помацима  $z_Q = 1.5 - 2$ , док расподела квазара-сочива има два максимума: већи на  $z_Q = 1.5 - 2$  и мањи на  $z_Q = 2.5 - 3$ .
2. Оптичка дебљина за квазаре-сочива је сразмерна односу броја квазара-сочива и квазара-извора, на основу чега је могуће извести одређене закључке о космоловском моделу.

Да би се испитало трајање утицаја гравитационих микросочива на зрачење акреционог диска АГЈ, дате су дефиниције за три њихове временске скале: временску скалу тачкастог микросочива, време преласка каустика и време каустика. Извршене су и одговарајуће нумеричке симулације преласка каустика преко емисионих области за оптичко, UV и X-зрачење у континууму, на основу којих су добијени следећи резултати:

1. Промене континуума X-зрачења су најбрже (реда величине неколико месеци) и имају највеће амплитуде, док су промене континуума оптичког и UV зрачења слабије и знатно спорије (реда величине неколико година).
2. Вредност „специфичног радијуса“ каустика утиче само на интензитет промена у континууму, али не и на одговарајуће временске скале.
3. Временске скале гравитационих микросочива у великој мери зависе од њихових црвених помака као и од црвених помака извора, па је за објективну анализу потребно узимати реалне, а не типичне вредности за црвене помаке (видети Сл. 44 - 47).

Као што се може видети из горе побројаних резултата, гравитациони микросочива имају велики значај за изучавање унутрашњих области АГЈ, као и структуре и зрачења њихових акреционих дискова. Поред тога, она представљају важан метод за детекцију тамне материје, а чињеница да њихова оптичка дебљина зависи од космоловских параметара указује да се на

основу анализе посматрања гравитационих микросочива могу извести закључци о самом моделу свемира. Овде су, више као илустрација, у парagraфима §5.3.3 и §5.3.5 дати само неки прелиминарни резултати везани за детекцију тамне материје и тестирање космоловских модела на основу анализе оптичке дебљине гравитационих микросочива. Имајући у виду значај и актуелност ове теме, у будућности ће нарочита пажња бити усмерена ка њеном детаљнијем изучавању.



## ЛИТЕРАТУРА

- [1] \*\*\*, *Active Galaxies and Quasars*: <http://www.astr.ua.edu/keel/agn>.
- [2] \*\*\*, *Castles Gravitational Lens Data Base*:  
<http://cfa-www.harvard.edu/castles/>.
- [3] Abajas, C., Mediavilla, E.G., Muñoz, J.A., Popović, L. Č., Oscoz A. 2002, *Astrophys. J.*, **576**, 640.
- [4] Abajas, C., Mediavilla, E.G., Gil-Merino, R., Muñoz, J.A., Popović, L. Č., & Oscoz A. 2004, IAU Symposium 225, *Impact of Gravitational Lensing on Cosmology*, 19 - 23 July, Lausanne, Switzerland.
- [5] Arp, A. 1998, *Quasars, Red-shifts and Controversies*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- [6] Bahcall, J.N., Jannuzi, B.T., Schneider, D.P., Harig, G.F., Jenkins, E.B. 1992, *Astrophys. J.*, **398**, 495.
- [7] Balbi, A. 2001, in Cosmology and particle physics, ed. R. Durrer et al., *AIP Conference Proceedings*, **555**, 107.
- [8] Ballantyne, D.R., Fabian, A.C. 2005, *Astrophys. J.*, **622**, L97.
- [9] Bao, G., Hadrava, P., Ostgaard, E. 1994, *Astrophys. J.*, **435**, 55.
- [10] Bennett, C. L., Halpern, M., Hinshaw, G., et al. 2003, *Astrophys. J. Suppl.*, **148**. 1.
- [11] Bian, W. H. & Zhao, Y. H. 2003, *Chin. J. Astron. Astrophys.*, **3**, 119.
- [12] Bian, W., Zhao, Y. 2002, *Chin. J. Astron. Astrophys.*, **395**, 465.
- [13] Bond, J. R. et al. 2001, in Cosmology and particle physics, ed. R. Durrer et al., *AIP Conference Proceedings*, **555**, 263.
- [14] Bowen, D.V., Blades, J.C. 1993, *Astrophys. J.*, **403**, L55.
- [15] Bridle, S.L., Lahav, O., Ostriker, J.P. & Steinhardt, P.J. 2003, *Science*, **299**, 1532.
- [16] Bromley, B. C., Chen, K., Miller, W. A. 1997, *Astrophys. J.*, **475**, 57.
- [17] Bullock, J.S., Kolatt, T.S., Sigad, Y. et al. 2001, *MNRAS*, **321**, 559.

- [18] Burbidge, G. 1996, *Astron. Astrophys.*, **309**, 9.
- [19] Burbidge, G., Hoyle, F. 1996, *Astron. Astrophys.*, **309**, 335.
- [20] Burles, S., Nollett, K. & Turner, M.S. 2001, *Astrophys. J.*, **576**, L1.
- [21] Carter, B. 1968, *Phys. Rev.*, **174**, 1559.
- [22] Čadež, A., Fanton, C., Calvani, M. 1998, *New Astron.*, **3**, 647.
- [23] Chang, K., Refsdal, S. 1984, *Astron. Astrophys.*, **132**, 168.
- [24] Chartas, G., Agol, E., Eracleous, M., Garmire, G., Bautz, M. W., Morgan, N. D. 2002a, *Astrophys. J.*, **568**, 509.
- [25] Chartas, G., Brandt, W.N., Gallagher, S.M. & Garmire, G.P. 2002b, *Astrophys. J.*, **579**, 169.
- [26] Chartas, G., Eracleous, M., Agol, E., Gallagher, S. C. 2004, *Astrophys. J.*, **606**, 78.
- [27] Czerny, B., Nikolajuk, M., Piasecki, M., Kuraszkiewicz, J. 2001, *MNRAS*, **325**, 865.
- [28] Dai, X., Chartas, G., Agol, E., Bautz, M. W., & Garmire, G.P. 2003, *Astrophys. J.*, **589**, 100.
- [29] Dai, X., Chartas, G., Eracleous, M., Garmire, G.P. 2004, *Astrophys. J.*, **605**, 45.
- [30] Dovčiak, M., Karas, V., Yaqoob, T. 2004, *Astrophys. J.*, **153**, 205.
- [31] Fabian, Rees, M. J., Stella, L., White, N. E. 1989, *MNRAS*, **238**, 729.
- [32] Fabian, A. C., Iwasawa, K., Reynolds, C. S., Young, A. J. 2000, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, **Vol. 112, №. 775**, 1145.
- [33] Fabian, A. C., Vaughan S. 2003, *MNRAS*, **340**, L28.
- [34] Fanton, C., Calvani, M., Felice, F., Čadež, A. 1997, *Publ. Astron. Soc. Japan*, **49**, 159.
- [35] Ferrarese, L. 2002, *Astrophys. J.*, **578**, 90.

- [36] Freedman, W.L., Madore, B.F., Gibson, B.K. et al. 2001, *Astrophys. J.*, **553**, 47.
- [37] Fukugita, M. & Turner, E.L. 1991, *MNRAS*, **253**, 99.
- [38] Gott, J.R. 1981, *Astrophys. J.*, **243**, 140.
- [39] Grogin, N. A., Narayan, R. 1996, *Astrophys. J.*, **464**, 92.
- [40] Hawking, S. 1988, *A Brief History of Time*, Bantam Books, New York.
- [41] Hogg, D.W. 2000, *Distance measures in cosmology*, astro-ph/9905116.
- [42] Irwin, M. J., Webster, R.L., Hewett, P.C. et al. 1989, *Astron. J.*, **98**.
- [43] Iwashawa, K., Fabian, A.C., Young, A.J. Inoue, H., Matsumoto, C. 1999, *MNRAS*, **306**, L19.
- [44] Jovanović, P. 2005, *Mem. S.A.It.*, prihvaćeno za objavljivanje.
- [45] Jovanović, P., Popović, L. Č. 2004, *22nd Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases, August 23–27, 2004, National Park Tara, Bajina Bašta, Serbia and Montenegro, Contributed Papers & Abstracts of Invited Lectures, Topical Invited Lectures and Progress Reports*, 537-540.
- [46] Kayser, R., Refsdal, S., & Stabell, R. 1986, *A&A*, **166**, 36.
- [47] Klypin, A. A., Zhao, H. & Somerville, R.S. 2002, *Astrophys. J.*, **573**, 597.
- [48] Krolik, J. H. 1999, *Active Galactic Nuclei*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- [49] Lahav, O. 2002, astro-ph/0208297.
- [50] Ландау Л. Д., Лифшиц, Е. М. 1988, *Теоретическая физика в десяти томах - Том II Теория поля*, издание седьмое, исправленное, Москва «Наука».
- [51] Manners, J., Almaini, O. & Lawrence, A. 2002, *MNRAS*, **330**, 390.
- [52] Martin, E. 2000, *Astrophys. J.*, **545**, 63.
- [53] McLure, R.J. & Dunlop, J.S. 2002, *MNRAS*, **331**, 795.

- [54] Mitchell, J.L., Keeton, C.R., Frieman, J.A., Sheth, R.K. 2005, *Astrophys.J.*, **622**, 81.
- [55] Nandra K., George I. M., Mushotzky R. F., Turner T. J. & Yaqoob T. 1997, *Astrophys. J.*, **477**, 602.
- [56] Nandra, K., George, I. M., Mushotzky, R. F., Turner, T. J., Yaqoob, T. 1999, *Astrophys. J.*, **523**, 17.
- [57] Narayan R., Bartelmann M. 1999, Formation of Structure in the Universe (Eds. A. Dekler, J.P. Ostriker), Cambridge University Press, 360.
- [58] Navarro, J.F., Frenk, C.S. & White, S.D.M. 1995, *MNRAS*, **275**, 56.
- [59] Navarro, J.F., Frenk, C.S. & White, S.D.M. 1996, *MNRAS*, **462**, 563.
- [60] Navarro, J.F., Frenk, C.S. & White, S.D.M. 1997, *MNRAS*, **490**, 493.
- [61] Novikov, I.D., Thorn, K.S 1973, Black Holes (Eds. C. De Witt, B. De Witt), Gordon & Breach, 344.
- [62] O'Meara, J.M., Tytler, D., Kirkman, D., et al. 2001, *Astrophys. J.*, **552**, 718.
- [63] Oshima, T., Mitsuda, K., Ota, N., Yonehara, A., Hattori, M., Mihara, T. & Sekimoto, Y. 2001, *Astrophys. J.*, **551**, 929.
- [64] Oshima, T., Mitsuda, K., Fujimoto R., Iyomoto N., Futamoto K., et al. 2002, *Astrophys. J.*, **563**, L103.
- [65] Padovani, P., Burg R., Edelson R.A. 1990, *Astrophys. J.*, **353**, 438.
- [66] Page, K.L., Reeves, J.N., O'Brien, P.T., Turner, M.J.L., Worrall, D.M. 2004, *MNRAS*, **353**, 133.
- [67] Parodi, B.R., Saha, A., Sandage, A. & Tammann, G.A. 2000, *Astrophys. J.*, **540**, 634.
- [68] Peebles, P.J.E. 2002, astro-ph/0208037.
- [69] Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G. et al. 1999, *Astrophys. J.*, **517**, 565.
- [70] Popović, L.Č., Chartas, G. 2005, *MNRAS*, **357**, 135.

- [71] Popović, L.Č., Mediavilla, E.G., Muñoz J., Dimitrijević, M.S., Jovanović, P. 2001a, *Serb. Astron. J.*, **164**, 73. (takodje, predstavljeno na "GLITP Workshop on Gravitational Lens Monitoring", 4 - 6. June 2001, La laguna, Tenerife, Spain).
- [72] Popović, L.Č., Mediavilla, E.G., Muñoz J. 2001b, *Astron. Astrophys.*, **378**, 295.
- [73] Popović, L.Č., Jovanović, P. 2002, *Publ. Astron. Obs. Belgrade*, **73**, 215.
- [74] Popović, L.Č., Jovanović, P., Bon, E., Dimitrijević, M.S. 2002, *Publ. Astron. Obs. Belgrade*, **73**, 49.
- [75] Popović, L. Č., Mediavilla, E. G., Jovanović, P., & Muñoz, J. A. 2003a, *Astron. Astrophys.*, **398**, 975.
- [76] Popović, L. Č., Jovanović, P., Mediavilla, E. G., & Muñoz, J. A. 2003b, *Astron. Astrophys. Trans.*, **19**, 177.
- [77] Popović, L.Č., Jovanović, P., Mediavilla, E.G., Zakharov, A.F., Abajas, C., Muñoz, J. A., Chartas, G. 2005, *Astrophys. J.*, prihvaćeno za objavljivanje, astro-ph/0510271.
- [78] Reeves, J.N., Turner, M.J.L., Pounds, K.A., O'Brien, P.T., Boller, Th., Ferrando, P., Kendziorra, E., Vercellone, S. 2001, *Astron. Astrophys.*, **365**, L134.
- [79] Schade, D.J., Boyle, B.J. & Letawsky, M. 2000a, *MNRAS*, **194**, 987.
- [80] Schade, D.J., Boyle, B.J. & Letawsky, M. 2000b, *MNRAS*, **315**, 498.
- [81] Schneider, P., & Weiss, A. 1987, *Astron. Astrophys.*, **171**, 49.
- [82] Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A. 1973, *Astron. Astrophys.*, **24**, 337.
- [83] Shalyapin, V., N., Goicoechea, L., J., Alcalde, D., Mediavilla E., Muñoz J.A., Gil-Merino, R. 2002, *Astrophys. J.*, **579**, 127.
- [84] Shapiro, S.L., & Teukolosky,, S.A. 1983, Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars: Physics of Compact Objects, John Wiley & Sons, New York.
- [85] Shields, G.A., Gebhard, K., Salviander, S. et al. 2003, *Astrophys. J.*, **583**, 124.

- [86] Spergel, D.N., Verde, L., Peiris, H.V. et al. 2003, accepted in *Astrophys. J. Suppl.*, **148**, 175.
- [87] Stompor, R., Abroe, M., Ade, P. et al. 2001, *Astrophys. J.*, **561**, L7.
- [88] Straumann, N. 1984, General Relativity and Relativistic Astrophysics, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- [89] Tammann, G.A. & Reindl, B. 2002a, *Astrophys Suppl. Ser.*, **280**, 165.
- [90] Tammann, G.A. & Reindl, B. 2002b, *Baltic Astronomy*, **11**, 297.
- [91] Tanaka, Y., Nandra, K., Fabian, A. C., Inoue, H., Otani, C., Dotani, T., Hayashida, K., Iwasawa, K., Kii, T., Kunieda, H., Makino, F., Matsuoka, M. : 1995, *Nature*, **375**, 659.
- [92] Treyer, M. & Wambsganss, J. 2004, *Astron. Astrophys.*, **416**, 19.
- [93] Turner, E.L., Ostriker, J.P. & Gott, J.R. 1984, *Astrophys. J.*, **284**, 1.
- [94] Turner, E.L. 1990, *Astrophys. J.*, **365**, L43.
- [95] Turner, M.S. 2002, *Astrophys. J.*, **576**, L101.
- [96] Urry, C. M., Padovani, P. 1995, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, **Vol. 107, No. 715**, 803.
- [97] Vaughan, S., Edelson, R. 2001, *Astrophys. J.*, **548**, 694.
- [98] Veron-Cetty, M. P., Veron, P. 2003, A catalogue of quasars and active nuclei 11th edition, *Astron. Astrophys.*, **412**, 399.
- [99] Walsh, D., Carswell, R.F. & Weymann, R.J. 1979, *Nature*, **279**, 381.
- [100] Wambsganss, J. 2001, in Microlensing 2000: A new Era of Microlensing Astrophysics, ed. J. W. Menzies and P. D. Sackett, *ASP Conf. Series*, **239**, 351.
- [101] Wambsganss, J., Paczynski, B., 1991, *Astrophys. J.*, **102**, 86.
- [102] Wambsganss, J., Paczynski, B., & Katz, N. 1990a, *Astrophys. J.*, **352**, 407.
- [103] Wambsganss, J., Schneider, P., & Paczynski, B., 1990b, *Astrophys. J.*, **358**, L33.

- [104] Wang, Y.-M, Ho, L. C., Staubert, R. 2003, *Astron. Astrophys.*, **409**, 887.
- [105] Wang, Y., Stebbins, A. & Turner, E.L. 1996, *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 2875.
- [106] Wyithe, J.S.B. & Turner, E.L. 2002a, *Astrophys. J.*, **567**, 18.
- [107] Wyithe, J.S.B. & Turner, E.L. 2002b, *Astrophys. J.*, **575**, 650.
- [108] Wyithe, J.S.B., Webster, R.L. Turner, E.L., Agol, E. 2000, *MNRAS*, **318**, 1105.
- [109] Захаров, А. Ф. 1997, *Гравитационные линзы и микролинзы*, Янус-К, Москва.
- [110] Захаров, А. Ф., Сажин, М. В. 1998, *Гравитационное микролинзирование*, Успехи физических наук, Российская Академия Наук, **168**, 1041.
- [111] Zakharov, F., Popović, L. Č., Jovanović, P. 2004, *Astron. Astrophys.*, **420**, 881.
- [112] Zakharov, F., Popović, L. Č., Jovanović, P. 2004b, *Proceedings of IAU Symp. No. 225*, 363.
- [113] Žycki, P. T. 2004, *MNRAS*, **351**, 1180.