

Д. И. САХАРОВ

И. С. КОСМИНОВ

ЗБИРКА ЗАДАТАКА
ИЗ ФИЗИКЕ

Наша Рига

BEOGRAD

Д. И. САХАРОВ И И. С. КОСМИНКОВ

ЗБИРКА ЗАДАТАКА ИЗ ФИЗИКЕ

ДЕВЕТО ИЗДАЊЕ

Национална библиотека

БЕОГРАД, 1968.

Наслов оригинала

Д. И. Сахаров и И. С. Косминков

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Издание 7—е, исправленное

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР

Москва — 1956

Решением Ректора Университета у Београду бр. 1389/2 од 8. VI. 1960 год
а на основу закључка Комисије за универзитетске уџбенике од 6. VI. 1960 год.
штампано за потребе студената Природно-математичког факултета.

С руског превели:

Божидар Жижич и
Живојин Николић

асистенти Природно-математичког факултета

За издавача Драгослав М. Јоковић, уредник Гордана Николић,
технички уредник Ђорђе Поповић

Štampa: ROTAPRINT POGON NOVOSADSKOG UNIVERZITETA

Предговор I-вом издању
Упозорење корисницима

САДРЖАЈ

Страна

1

3

Глава I. МЕХАНИКА

§ 1. Кинематика	7
§ 2. Кретање тела под утицајем Земљине теже. Кретање по стрмој равни	14
§ 3. Динамика транслаторног кретања	17
§ 4. Динамика обртног кретања	25
§ 5. Закон универзалне гравитације	34
§ 6. Статика Тежиште.	36
§ 7. Отпорност и еластичност материјала	41
§ 8. Динамика осцилаторног кретања. Клатна	45
§ 9. Кретање течности и гасова	50

Глава II. МОЛЕКУЛАРНА ФИЗИКА

§ 10. Ширење чврстих и течних тела при загревању	55
§ 11. Особине идеалних гасова	56
§ 12. Први принцип термодинамике у примени на идеалне гасове	60
§ 13. Кинетичка теорија гасова	65
§ 14. Реални гасови. Критично стање	68
§ 15. Молекуларне силе у течностима	70
§ 16. Особине паре. Влажност ваздуха	74
§ 17. Особине раствора	76
§ 18. Други принцип термодинамике	77
§ 19. Превођење топлоте	81

Глава III. ЕЛЕКТРИЦИТЕТ

§ 20. Узајамно дејство наелектрисања	83
§ 21. Потенцијал	87
§ 22. Проводници у електричном пољу	92
§ 23. Диелектрици у електричном пољу	94
§ 24. Електрични капацитет	95
§ 25. Омов закон	100
§ 26. Разграната кола	105
§ 27. Снага и рад струје	109
§ 28. Електронске појаве у металима	112
§ 29. Електрична струја у гасовима	115
§ 30. Појаве у електролитима	118
§ 31. Магнетизам	120
§ 32. Рад при померању струје у магнетном пољу и електромагнетна индукција	130

§ 33. Назименичне струје	138
§ 34. Електричне осцилације	145

Глава IV. ТАЛАСНИ ПРОЦЕСИ

§ 35. Таласи	148
§ 36. Звучне појаве	152

Глава V. ОПТИКА. АТОМИСТИКА

§ 37. Закоии осветљења	156
§ 38. Огледала, призме и сочива	159
§ 39. Таласла природа светлости	169
§ 40. Квантне појаве у оптици	179
§ 41. Закоии зрачења	181
§ 42. Појаве у атомском језгру	184
Одговори	187
Таблице	252

ПРЕДГОВОР ПРВОМ ИЗДАЊУ

Овај уџбеник је намењен студентима физичко-математичких факултета у СССР-у. Имајући у виду потребе будућих предавача физике, аутори су тежили да их задовоље на следећи начин:

- 1) Осим задатака, дат је знатан број питања, како једноставних тако и доста сложених, на којима студент треба озбиљно да се замисли.
- 2) Дат је низ задатака са техничким садржајем.
- 3) Низ питања и задатака посвећени су теорији апарата, који постоје у физичким кабинетима средњих школа.

4) Бирајући задатке, аутори су унели поред задатака за увежбавање и теже задатке, али који проширују и продубљују разумевање физике. Аутори сматрају да је корисно ако, решавајући неке задатке, студент буде морао да консултује уџбенике, да пита наставника итд.

Иаки задаци означени су са O , средње тешки знаком Θ , и тежи — ознаком Φ .

Главу I саставили су И. С. Косминков и Д. И. Сахаров, остале главе састављао је И. Д. Сахаров.

Аутори

ПРЕДГОВОР VII-ом ИЗДАЊУ

У овом издању унјашене су исправке и допуне. У неколико је повећан број задатака, чији се садржај односи на техничке објекте.

Д. Сахаров

УПОЗОРЕЊЕ КОРИСНИЦИМА

1. Прво је потребно упознати таблице, које се налазе на крају књиге пошто је решавање многих задатака немогуће без коришћења таблица. Исто тако, неопходно је упознати уводе на почетку сваког одељка, који садрже преглед појмова и веза потребних за решавање задатака у датом и каснијим одељцима.

2. Схвативши смисао задатка треба утврдити да ли су наведени сви подаци неопходни за његово решавање; подаци, који недостају, могу се наћи у таблицама на крају књиге.

3. Затим треба тачно размотрити све упрошћавајуће претпоставке, које је неопходно учинити да би се решио дати задатак. На пример, прорачунавајући кретање пушчаног зрна, које продире у даску, узима се да је кретање равномерно успорено, ма да је не сумњиво да је оно у ствари знатно компликованије.

Ове упрошћавајуће претпоставке наведене су делимично у самом тексту а делимично морају да буду формулисана уз одговор, као на пример: „Посматрајући Земљу као хомогену куглу, налазимо ...“ итд.

4. Задатке треба решавати у општем облику, користећи стандардне ознаке за физичке величине (таблица XXXIV).

5. Нашавши одговор у облику неке формуле, која изражава трајану величину у функцији заданих величина, треба прво покушати да се провери исправност добивене формуле, не гледајући одговоре на крају књиге, следећим поступцима:

а) Проверити једнакост димензија појединих чланова добивене формуле. Разлика у димензијама претставља очигледан доказ за неисправност решења. У колико у формули фигурише експоненцијална функција, димензије изложивоца морају да буду једнаке нули.

б) Проверити исправност добијене формуле на поједине случајеве, код којих је решење познато из теорије или из раније решених задатака. На пример, нека је за брзину падања тела на Земљу баченог са висине h са почетном брзином v_0 , нађена формула

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}.$$

Ако је $v_0 = 0$, формула ће добити познати из теорије облик за брзине тела, која падају без почетне брзине: $v = \sqrt{2gh}$. Ако је висина падања врло мала, онда ће брзина тела v , очигледно бити приближно једнака почетној брзини, што се такође добија из наведене формуле, ако ставимо $h = 0$.

в) Понекад се из услова задатка види да формула која изражава одговор мора бити симетрична у односу на податке задатка, тј. одговор се не мора изменити, ако променимо место подацима. На пример, галвански елемент чији је спољашњи отпор кола једнак $R_1 = 0,2 \Omega$ даје струју $I_1 = 2 \text{ A}$, а при спољашњем отпору једнаком $R_2 = 1,5 \Omega$ даје струју $I_2 = 0,7 \text{ A}$. Колика је електромоторна сила елемента? Очигледно је да је редослед огледа означених индексима 1 и 2, произвољан и може се изводити обрнутим редом. Дакле, решавајући задатак, добићемо формулу ЕМС елемента као функцију I_1, I_2, R_1 и R_2 .

$$\mathcal{E} = \frac{I_1 I_2 (R_1 - R_2)}{I_2 - I_1}$$

Ова формула је симетрична у односу на величине, означене индексима 1 и 2 иако се свуда где стоји индекс 1 стави индекс 2, и обрратно, формула се неће променити. Претпоставимо да је неко, решавајући овај или неки други задатак, у којем по смислу услова можемо мењати редослед података, да је добио формулу у којој индекси не могу мењати места. Такав резултат претстављао би као знак да се у решавању задатка поткрала нека погрешка. Само после провере димензија формуле и проверавања на појединим случајевима, треба упоредити добијену формулу са одговором.

6 Неопходно је имати у виду, да решење задатка мора бити основано. Тако, на пример, при решавању задатка 8—7 треба показати зашто у овом случају можемо да применимо формулу за математичко клатно, мада место материјалне тачке осцилује цео сандук.

Исто тако, је потребна основа за квалитативна питања. На пример, потпун одговор на питање 32—6 б) је такво. Посматрајмо рад ΔA када је померања магнета толико мало да се јачина струје I у току тог померања може сматрати константном. Како се на рачун овога рада издваја нека количина топлоте, можемо написати: $\Delta A = I^2 R \Delta t = I \Delta q R$. Пошто Δq за одређену промену магнетног флукса не зависи од брзине те промене, зато је ΔA пропорционално I . При брзом померању магнета I , а дакле, и ΔA су већи него при спором. Ово важи за свако, и најмање померање магнета. Дакле, укупан рад при брзом кретању магнета је већи него при спором.

7. Пре него што се приступи нумеричком рачунању, треба прерачунати све податке у један систем јединица. Прерачунавање електричних и магнетних величина олакшава се коришћењем таблица V, 4. Наведимо примере коришћења таблица 4.

1) Наћи силу узајамног дејства два наелектрисања од по 10 CGSE, која се налазе у вакууму на растојању 5 cm.

$$F = \frac{q^2}{e r^2}$$

а) Систем CGSE:

$$q = 10 \text{ CGSE}$$

$$e = 1 \text{ CGSE}$$

$$r = 5 \text{ cm.}$$

$$F = \frac{10^2}{1 \cdot 5} \text{ din.} \approx 4 \text{ din.}$$

б) Практични систем:

$$q = \frac{10}{3 \cdot 10^9} \text{ C}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ прак. јед. ; } r = 5 \text{ cm}$$

$$F = \frac{10^3 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{9 \cdot 10^{18} \cdot 25} \text{ gros din.} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ gros din.} = 4 \text{ din.}$$

2) Одговор задатка 32—17 је:

$$q = \frac{\mu \mathcal{E}^2}{\rho^2 l}$$

а) Систем CGSM:

$$\mu = 1 \text{ CGSM}$$

$$\mathcal{E} = 2 \cdot 10^8 \text{ CGSM}$$

$$S = 0,02 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-6} \cdot 10^9 \text{ CGSM}$$

$$l = 20 \text{ cm,}$$

$$q = \frac{1 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 0,02^2}{1,7^2 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{18} \cdot 20} \text{ CGSM} = 1,38 \cdot 10^{-3} \text{ CGSM,}$$

б) Практични систем:

$$\mu = 10^{-19} \text{ практ. јед.}$$

$$\mathcal{E} = 2 \text{ V.}$$

$$S = 0,02 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ cm}$$

$$l = 20 \text{ cm}$$

$$q = \frac{10^{-19} \cdot 2 \cdot 0,02^2}{1,7^2 \cdot 10^{-12} \cdot 20} \text{ C} = 1,38 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

3. Колика је брзина светлости у средњи чиија је електрична пропустљивост 4 CGSE и магнетна пропустљивост 1 CGSM?

а) Систем CGSE:

$$\varepsilon = 4 \text{ CGSE}$$

$$\mu = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \text{ CGSE.}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \frac{1}{9 \cdot 10^{20}}}} \frac{\text{cm.}}{\text{sec.}} = 1,5 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm.}}{\text{sec}}$$

6) Систем CGSM:

$$g = \frac{4}{9 \cdot 10^{30}} \text{ CGSM}$$

$$\mu = 1 \text{ CGSM}; \quad \nu = 1,5 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

в) Практични систем:

$$g = \frac{4}{9 \cdot 10^{11}} \text{ прак. јед.}$$

$$\mu = \frac{1}{10^9} \text{ прак. јед.}$$

$$\nu = 1,5 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

8. Приступајући израчунавањима треба узети у обзир степен тачности података задатка, одредити број места које треба израчунати у задатку (већину задатка треба рачунати са две или три децимале тачности). При рачунању треба користити логаритмар или логаритамске таблице.

Глава I

МЕХАНИКА

§ 1. Кинематика

1) Пређени пут покретне тачке је дужина отсечка на њеној путањи између почетног и крајњег положаја тачке.

2) Брзина тачке:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt},$$

убрзање:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}.$$

3) Брзина v и пут s , пређен за време t при једнакопроменљивом кретању, везани су следећим односима:

$$v = v_0 + at; \quad s = v_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad v^2 - v_0^2 = 2as,$$

где је v_0 — почетна брзина. Кад је $a=0$ добија се једначина једнаког кретања: $s = vt$.

4) Ако из неке тачке повучемо векторе брзина покретне тачке у разним тренуцима кретања, крајеви ових вектора распоређени су по кривој, која се назива ходографом брзине. При кретању тачке по трајекторији, крај вектора брзине креће се по ходографу, при чему је брзина кретања краја вектора брзине по ходографу једнака убрзању тачке при кретању по трајекторији.

5) При криволиниском кретању

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2},$$

где је a_t — тангенцијално убрзање; a_n — нормално (центрипетално) убрзање; a — укупно убрзање.

6) Просто хармониско кретање одређује се једначином:

$$s = A \sin(\omega t + \varphi) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right),$$

где је A — максимално удаљење тачке осцилује, од њеног равнотежног положаја; T — периода осциловања и φ — почетна фаза.

7) Брзина и убрзање при хармоничком осцилаторном кретању изражени су једначинама:

$$v = A \omega \cos(\omega t + \varphi);$$

$$a = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s.$$

8) Слагањем два хармоничка кретања истога смера и једнаких периода добија се хармоничко кретање са амплитудом:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}.$$

9) Брзина сложеног кретања одређује се по правилу паралелограма.

10) При трансляторном кретању чврстог тела брзина и убрзање свих тачака тела једнаки су у сваком тренутку времена.

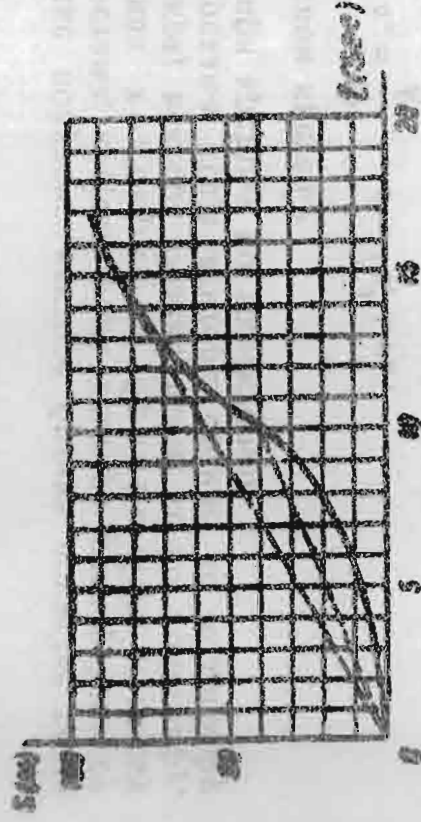
11) Ротационо (обртно) кретање чврстог тела карактерише се угловном брзином $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ и угловним убрзањем $\epsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$. Угловна брзина и угловно убрзање су векторске величине и сабирају се по правилу паралелограма.

12) Већа тангенцијалне брзине и убрзања тачке обртног тела са угловном брзином и убрзањем дата је изразима:

$$v = \omega R = \frac{2\pi R}{T}; \quad a = \epsilon R,$$

где је R — растојање дате тачке од осе; а T — период обртања.

О 1—1. На слици 1—1 показан је графикон пута у зависности од времена за кретање трамвајских кола у поласку.



Сл. 1—1

а) Како је кретање кола у различитим моментима времена?

б) У ком тренутку је брзина кола највећа?

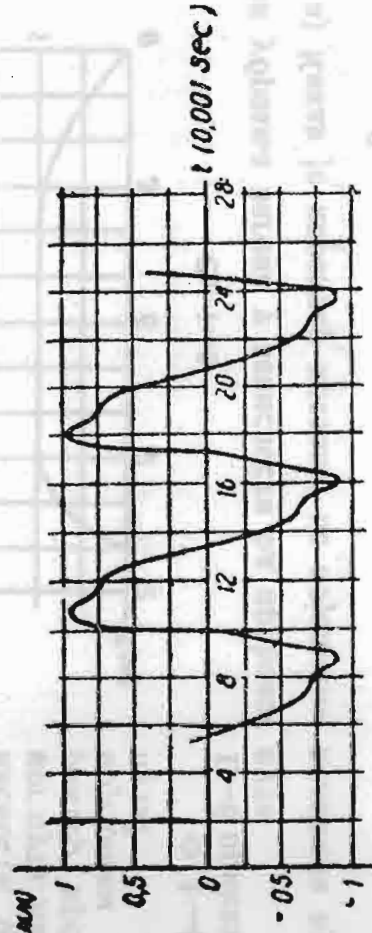
в) У ком тренутку кретање кола убрзаног прелази у успоредно?

г) Шта показују непрекидани линије?

д) Колика је средња брзина за првих 10 секунди? за првих 17 секунди?

О 1—2. На слици 1—2 приказан је графикон кретања звучне клавирске жице.

а) У ком се тренутку жица креће највећом а у ком најмањом брзином?

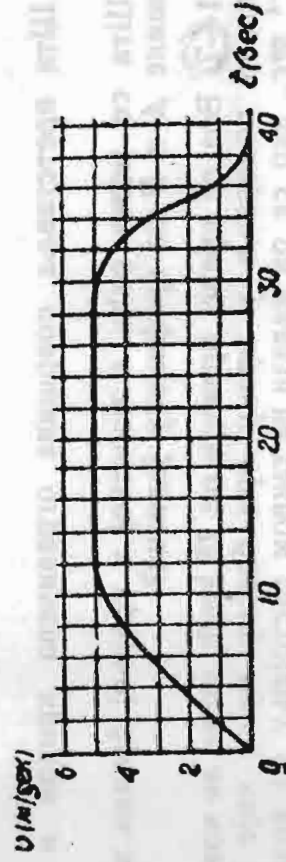


Сл. 1—2

б) У ком се тренутку жица креће са највећим а у ком са најмањим убрзањем?

О 1—3. На слици 1—3 приказан је графикон брзине кретања аутомобила.

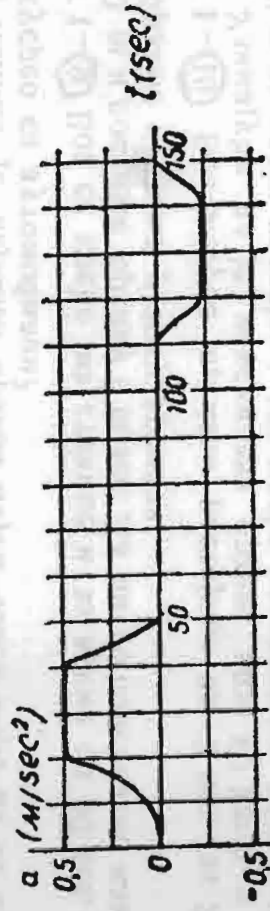
а) Како је кретање аутомобила у разним тренуцима времена?



Сл. 1—3

б) Шта претставља површина, ограничена кривом и апсцисном осом?

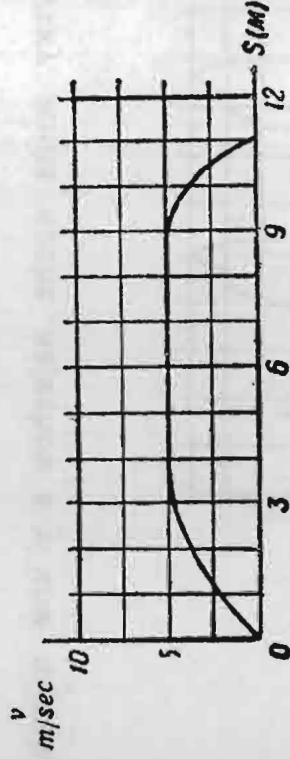
О 1—4. Постоје прибори који могу записати графикон који показује како се мења убрзање вагона у покрету.



Сл. 1—4

а) У којим тренуцима је кретање вагона било убрзано, у којим успорено и у којим равномерно, према приказаном графикону на сл. 1—4?

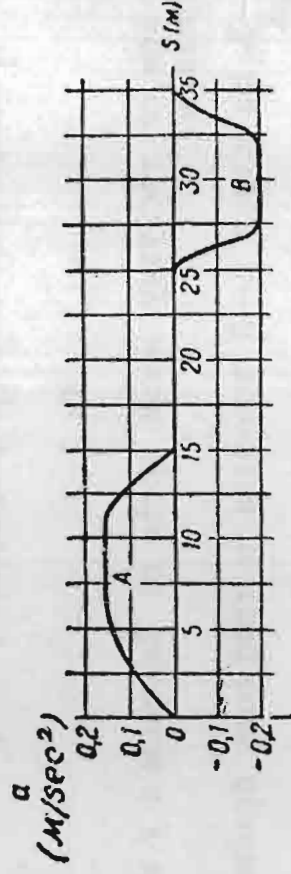
6) Приближно нацртати графикон брзине која одговара графикону 1—4, претпостављајући да је за $t=0$, и $v=0$.



○ 1—5. На сл. 1—5 приказан је графикон брзине у зависности од пређеног пута. Какав је карактер кретања на појединим деловима пута?

Сл. 1—5

фигон убрзања вагона у зависности од пређеног пута.
а) Какав је карактер кретања на појединим деловима пута?



Сл. 1—6

б) Шта претставља површина ограничена кривом и апсисном осом?

в) Шта се може рећи о почетној и крајњој брзини вагона, ако су површине A и B на графикону једнаке?

○ 1—7) Воз се креће брзином од 75 km/h, може ли човек да примети његово померање у мраку при блеску муње чије је трајање $\approx 2 \cdot 10^{-4}$ sec., ако се он налази на таквом растојању од воза, на којем још може да примети померање од 1 cm.

○ 1—8) а) Човек се налази на растојању $h = 50$ m од правог пута, по коме му се приближава аутомобил брзином $v_1 = 10$ m/sec. У ком правцу мора човек да иде, да би се сусрео са аутомобилом, ако се аутомобил налази на растојању $a = 200$ m од човека и ако се човек креће брзином $v_2 = 3$ m/sec?

б) Колика је најмања брзина којом човек мора да се креће, да би се сусрео са аутомобилом?

○ 1—9) Воз се креће из станице и за време од 50 sec. прелази пут 200 m и постиже брзину 6 m/sec. Да ли се повећавало или смањивало убрзање кретања у току времена.

○ 1—10) Воз метроа прелази растојање од 2 km. за 2 min. и 20 sec. Узимајући да је максимална брзина воза 60 km/h и да се у почетку и на крају растојања воз креће константним убрзањем једнаким по апсолутној вредности, одредити ова убрзања.

$$100 = a \cdot 200$$

$$a = \frac{100}{200} = 0.5$$

$$s = \frac{at^2}{2}$$

$$v = at$$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{60}{50} = 1.2$$

$$d = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2d}{t^2} = \frac{2d}{\frac{d}{g}} = \frac{2d}{d} g = 2g$$

11

Ø 1—11. Посматрач, који стоји у тренутку поласка електричног воза поред његовог предњег краја, приметио је да је први вагон прошао поред њега за време $t = 4$ sec. Колико ће се времена кретати поред њега n -ти (7-ми) вагон? Кретање воза сматрати једнакоубрзаним.

Ø 1—12. Посматрач, који стоји на платформи, приметио је да је први вагон електричног воза, приближавајући се станици, прошао поред њега, за време од 4 sec., а други за време од 5 sec. После овог предњи крај воза зауставио се на растојању 75 m. од посматрача. Сматрајући да је кретање воза једнакоуспорено, одредити његово убрзање.

* — Ø 1—13. Куглица се креће одоздо навише по стрмој равни. На растојању 30 cm. од почетка стрме равни куглица се нађе два пута: после прве и после друге секунде од почетка кретања. Наћи почетну брзину и убрзање кретања куглице. Убрзање сматрати константним.

Ø 1—14. Фењер, који се налази на растојању $R_0 = 3$ m. од вертикалног зида, баца на зид светлу мрљу. Фењер се равномерно обрће око вертикалне осе. Број обртаја фењера у секунду једнак је $n = 0,5$ sec⁻¹. За време обртања фењера светла мрља се креће по зиду по хоризонталној правој. Наћи брзину светле мрље, после времена $t = 0,1$ sec. од тренутка када је светлосни зрак био нормалан на зид.

Ø 1—15. Брод А дугачак је 65 m. а брод В 40 m. Ако бродови А и В плове реком у истом правцу и ако брод А прстиже брод В, интервал времена од момента када се чело брода А поравна са крмом брода В до момента када се крма брода А поравна са чело брода В, једнак је 70 sec. Ако се бродови крећу један у сусрет другом, интервал времена од момента када се чело брода А поравна са чело брода В, до момента када се крма брода А поравна са крмом брода В, једнак је 14 sec. Колике су брзине бродова у мирној води?

* — Ø 1—16. а) Колики је однос времена да чамац оде до одређеног места узводно и врати се низводно по текућој реци, од времена када би се кретао по истом путу, али у мирној води? Брзина кретања чамца у односу на воду у оба случаја износи $v_2 = 5$ km/h; брзина тока реке $v_1 = 2$ km/h.

б) Какав ће бити одговор, ако је $v_1 \geq v_2$?

Ø 1—17. Брод плови праволинијски и равномерно брзином $v_1 = 25$ km/h. Моторни чамац му се приближава спреда нормално на његов курс кретања брзином $v_2 = 49$ km/h. Какво изгледа кретање чамца за посматрача са брода?

Ø 1—18. Којом брзином мора летети и који курс мора држати авион, да би за време $t = 1$ h прелетео у правцу севера пут $s = 200$ km., ако за време лета дува северисточни ветар под углом $\alpha = 35^\circ$ у односу на меридијан, брзином $v_2 = 30$ km/h?

Ø 1—19. Два острва А и В леже у средини реке на растојању $s = 0,5$ km. једно од другог у правцу тока реке, чија је брзина $v_1 = 2,5$ km/h. На обали према острву А у правцу нормалном на ток реке, налази се пристаниште на растојању $s = 0,5$ km. од острва А. Веслач пређе чамцем једанпут са острва А на острво В и обратно, а

други пут са острва A на пристаниште и обратно. Брзина чамца у мирној води износи v_2 .

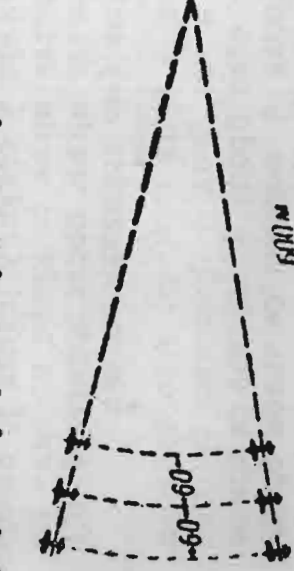
- Под којим условом ће веслач моћи да изврши прво путовање?
- Под којим условом ће он моћи да пређе са острва на пристаниште нормално на ток реке?
- Који курс у претходном случају он мора да држи, ако је $v_2 = 5 \text{ km/h}$.

г) Да ли му је потребно једнако време за ове две вожње?

д) При којој брзини v_2 ће прва од ових вожњи захтевати два пута веће време од друге?

○ 1—20. Какав облик имају ходографи брзина следећих кретања: једнаког праволиниског кретања? једнаког убрзаног праволиниског кретања? једнаког кружног кретања? једнакоубрзаног кружног кретања?

— ○ 1—21. Воз се креће по кривини чији је радиус 400 m. Тангенцијално убрзање воза је $0,2 \text{ m/sec}^2$. Одредити његово нормално и укупно убрзање у моменту када је његова брзина једнака 10 m/sec .



Сл. 1—7

○ 1—22. Три авиона лете по кругу на растојању 60 m један од другог (сл. 1—7). Средњи авион лети брзином 360 km/h , крећући се по луку круга чији је радиус 600 m. Одредити убрзање сваког авиона.

○ 1—23. Точак са 12 подједнако удаљених паоца за време обртања фотографишемо са експонирањем од $0,04 \text{ sec}$. На снимку се види да се сваки паоц померио за то време за половину угла између ма која два суседна паоца. Наћи угловну брзину обртања.

○ 1—24. Авион лети брзином од 360 km/h .

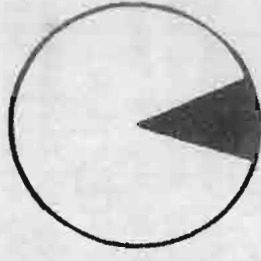
а) На којој географској ширини његова посада може видети да је Сунце непомично на небу?

б) Шта ће приметити посада ако авион лети према полу?

○ 1—25. а) Круг (сл. 1—8) са црним сектором (централни угао је 40°) обрће се око осе која пролази кроз центар круга нормално на његову раван, окрећући се са $\omega = 1500 \text{ ob/min}$. Шта ће се видети на кругу, ако га у замраченој соби осветљавамо светлошћу која трепери 100 пута у секунди, при чему је трајање сваког светлосног блеска једнако $\tau = 0,003 \text{ sec}$. (неонска лампа, која ради на наизменичну струју)? Обратити пажњу да површина осветљена светлошћу, која трепери учестаније од 10 пута у секунди, изгледа утолико светлија, уколико су дужи временски размази у току којих је осветљена.

б) Решити овај задатак за $\omega = 1470 \text{ ob/min}$.

○ 1—26. Који правац има угловно убрзање у следећим случајевима: а) ако се тело окреће око вертикалне осе у смеру казаљке



Сл. 1—8

360
25
7200
5000

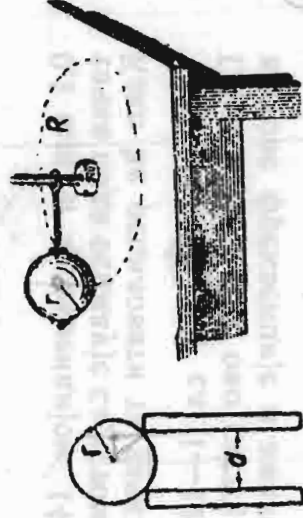
на сату са растућом угловном брзином? б) ако се оса обртања скрене а величина угловне брзине остане непромењена?

Ø 1-27. Точак се обрће брзином $\omega = 1500$ об/мин. При кочењу обрће се равномерно успорено и заустави се за $t = 30$ сек. Наћи угловну убрзање ϵ и број обртаја N од момента почетка кочења до заустављања.

Ø 1-28. Неко тело почиње да се обрће са константним угловним убрзањем $\epsilon = 0,04$ сек⁻². После колико времена од почетка обртања ће укупно убрзање ма које тачке тела бити усмерено под углом $\alpha = 76^\circ$ у односу на правац брзине те тачке?

Ø 1-29. Какав је однос између брзине кретања центра кугле која се котрља и угловне брзине кугле, ако занемаримо клизање у случају да се кугла котрља по двема паралелно постављеним шинама, чије је узајамно растојање d (сл. 1-9)?

Ø 1-30. Кугла, радиуса $r = 16$ см, насађена је на хоризонталну осовину, и котрља се по равној површини брзином $v = 60$ см/сек. опи-
сујући круг радиуса $R = 30$ см. (сл. 1-10). Одредити укупну угловну брзину кугле и њен нагиб према хоризонту.



Сл. 1-9

Сл. 1-10

Ø 1-31. Колика је фреквенција, амплитуда и почетна фаза осциловања претстављеног једначином (у CGS систему):

$$s = \sin(440t + 1)?$$

— Ø 1-32. Који део периоде је потребан да тело које осцилује хармониски пређе: а) пут од равнотежног положаја до максималног удаљења? б) прву његову половину? в) другу његову половину?

Ø 1-33. Одредити средњу (од једног максималног до другог максималног положаја) и максималну брзину краја гране звучне виљушке ако јој је амплитуда 0,2 mm, а фреквенција 500 Hz.



Сл. 1-11

Ø 1-34. Средина жице осцилује са фреквенцијом од 200 Hz. и са амплитудом од 3 mm. Наћи највећу вредност убрзања.

Ø 1-35. Код многих машина (компресора, шмркова за воду итд.) сусрећемо механизам, који је шематски претстављен на сл. 1-11. Под којим условом кретање тачке А можемо сматрати хармониским, ако се тачка В равномерно креће по кругу?

Ø 1-36. Два хармониска осциловања истог правца и смера са истом периодом осциловања имају амплитуде $A_1 = 5$ cm и $A_2 = 7$ cm, и слажу се у једно хармониско кретање, чија је амплитуда $A = 9$ cm.

$$1; 25 \cdot 360 = x; 40$$

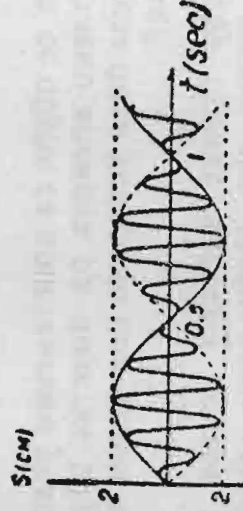
$$\frac{25 \cdot 360}{40} = 25 \cdot 9 = 225$$

$$100 \cdot 150 \cdot 0,04$$

Одредити фазну разлику ових двају компонентних осцилаторних кретања.

○ 1—37. Нацртати графикон кретања које настаје као резултат слагања два хармониска осциловања са периодама 0,02 sec, и 0,03 sec.

Амплитуда првог осциловања је два пута већа од другог. Узети да су у почетном моменту фазе осциловања 0 и π . Одредити периоду тако добијеног хармониског осциловања.



Сл. 1—12

○ 1—38. У просторији су постављена два електромотора. Када ради један од мотора, нека тачка пода осцилује са амплитудом од 0,1 m и фреквенцијом 1410 min⁻¹. Када ради други мотор иста тачка пода осцилује са истом амплитудом и фреквенцијом од 1440 min⁻¹. Како ће осциловати та тачка ако оба мотора раде истовремено?

○ 1—39. На сл. 1—12 дат је графикон сложеног осциловања. Познато је да се оно састоји од два синусоидална осциловања. Наћи њихове фреквенције и амплитуде.

§ 2. Слободно падање и хиџи

Кретање по стрмој равни

1) Убрзање тела која се налазе само под дејством земљине теже управљено је вертикално наниже. Са довољном тачношћу, осим у специјалним случајевима, можемо узети за вредност земљиног убрзања $g = 980 \text{ cm/sec}^2$.

2) Ако занемаримо отпор ваздуха, максимална висина и домет тела, баченог под углом α према хоризонту, и са почетном брзином v_0 , дати су једначинама:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad \text{и} \quad s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

3) Убрзање тела, која клизе без трења по стрмој равни једнако је:

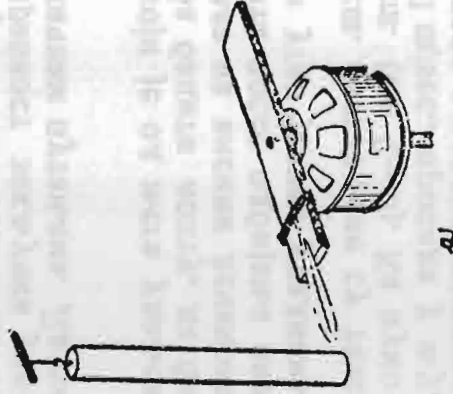
$$a = g \sin \alpha$$

У свим задацима овог параграфа занемарен је отпор ваздуха.

○ 2—1. Која су упрошћења допуштена у елементарној теорији слободног падања тела и кретања тела бачених у пољу земљине теже?

○ 2—2. С које висине у безваздушном простору треба да пустимо тело да би добило, при паду на Земљу брзину: а) 72 km/h (брзина воза) б) 1 cm/min. (брзина таложења прашине у ваздуху).

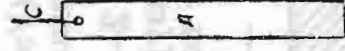
○ 2—3. На слици 2—1 претстављен је уређај за одређивање убрзања тела која слободно падају. Уређај је намењен школским лабораторијама. Поред кичице покрашене бојом (или птичијег пера), коју обрће електромотор, пада цилиндар обавијен хартијом, када му се прекине конач, којим је везан за ослонац. Кичица обележава на цилиндру зарезе (повлаке) као што је показано на сл. 2—1 б.



Сл. 2—1

а) Зашто су зарези нагнута према основи цилиндра?

б) Одредити убрзање g за ове податке: растојања између зареза су: 23, 40, 56, 74, 91, 110, 126 и 143 mm. Мотор се обрће са 1440 об./min.



Сл. 2—2

— ○ 2—4. Камен је бачен вертикално у вис са почетном брзином $v_0 = 15 \text{ m/sec}$. После колико времена ће он бити на висини: а) $h_1 = 10 \text{ m}$? б) $h_2 = 12 \text{ m}$?

○ 2—5. Лењир А (сл. 2—2) дужине 25 cm обешен је помоћу конца С о зид. Испод лењира налази се у зиду мали отвор В. На којој се висини над отвором (h) мора налазити доња ивица лењира, да би послепрегоревања конца лењир, падајући на ниже, покривао отвор В 0,1 sec

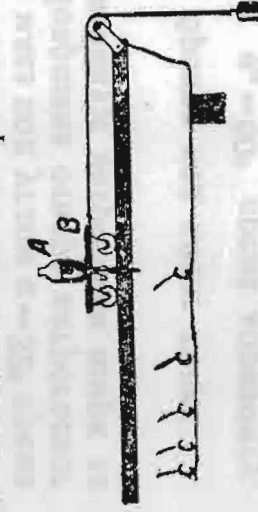
○ 2—6. На сл. 2—3 приказана је у природној величини крива линија коју је уписао шиљак причвршћен на једној грани звучне виљушке, на награвљеној стакленој плочи, која је слободно падала поред њега. Одредити фреквенцију звучне виљушке?



Сл. 2—3

— ○ 2—7. Којом почетном брзином v_0 треба бацити тело вертикално наниже са висине $h = 40 \text{ m}$, да би оно пало на земљу: а) за $\tau = 1 \text{ sec}$ раније него у случају слободног падања? б) за $\tau = 1 \text{ sec}$ касније?

— ○ 2—8. Два тела бачена су вертикално на више из исте тачке и са истом почетном брзином $v_0 = 24,5 \text{ m/sec}$, у временском размаку $\tau = 0,5 \text{ sec}$. а) После колико времена од момента бацања другог тела и на којој висини h ће се они сударити?



Сл. 2—4

б) Какав је физички смисао решења, ако је $\tau \geq \frac{2v_0}{g}$.

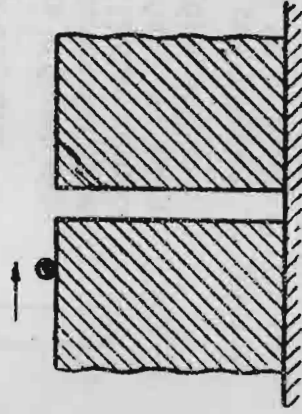
○ 2—9. Камен је бачен хоризонтално са висине $h = 2 \text{ m}$. Од земљом и пао је на растојању $s = 7 \text{ m}$. Наћи његову почетну брзину v_0 и крајњу v ?

○ 2—10. На сл. 2—4 приказан је школски оглед који служи за илустрацију другог закона кретања. Из пипете А, која је постављена

на покретна колица B , падају капљице у истим размацима времена. Трагови капљица CC су удаљени један од другог на растојањима која образују аритметичку прогресију. Ово се узима као доказ да се колица крећу једнако убрзано. Проверити исправност закључка узимајући у обзир да капљице падају по параболичним путањама. Дали је то

2—11. Дечак баца лопту према зиду који је од њега удаљен брзином од 16 m/sec . У ком правцу треба бацити лопту, да би изиша тачка њене путање после одбијања била на висини дечакове главе? (Узети да је судар еластичан, тј. да лопта после одбијања има исту брзину као и пре њега, и да је одбојни угао једнак упадном).

О 2—12. Две челичне плоче високе 40 cm . постављене су тако да образују вертикалну пукотину ширине 2 cm . (сл. 2—5). Ка пукотини се котрља челична куглица брзином од 1 m/sec , пропада у њу, неколико пута удара о зидове пукотине и пада на под. Правац кретања куглице пре него што упадне у пукотину, нормалан је на пукотину. Дијаметар куглице је $0,6 \text{ cm}$. Ударе куглице о зидове пукотине можемо сматрати еластичним, а њено тражење са зидовима занемарљиво малим. Колико ће пута куглица ударити о зидове пре него што падне на под?



Сл. 2—5

О 2—13. Под којим углом према хоризонту треба бацити тело да би му висина пењања била једнака домету?

О 2—14. а) На спортском такмичењу бачен је диск $53,1 \text{ m}$. Којом минималном брзином треба бацити диск, да би прелетео ово растојање, ако је $g = 981,5 \text{ cm/sec}^2$? Отпор ваздуха занемарити. Претпоставити да се место бацања и пада диска налазе на истој висини.

б) Шта бисмо добили при истој брзини и истом углу бацања на екватору, где земљино убрзање износи $g = 978 \text{ cm/sec}^2$?

О 2—15. Које бројне податке, који карактеришу рекорде бацања диска, треба узети, да би се на основу њих одредила почетна брзина диска, која управо и карактерише спортисту?

О 2—16. Из ватрогасног шмрка бије млаз под углом $\alpha = 32^\circ$ према хоризонту пада на растојање $s = 12 \text{ m}$. Површина отвора ватрогасног шмрка једнака је $s = 1 \text{ cm}^2$. Колико воде избацује ватрогасни шмрк за $t = 1 \text{ min}$?

О 2—17. Какав облик има ходограф брзине код косог хица?

О 2—18. Тело је бачено под углом $\alpha_0 = 60^\circ$ према хоризонту, брзином $v_0 = 20 \text{ m/sec}$.

а) Под којим ће се углом α према хоризонту кретати тело после $1,5 \text{ sec}$. и после $2,5 \text{ sec}$. од почетка кретања?

б) После колико времена и на којој висини ће се оно кретати под углом $\alpha = 45^\circ$ у односу на хоризонт?

○ 2—19. Два су тела једновременно бачена под различитим углом према хоризонту и са различитим брзинама. Показати, да је за време кретања њихова релативна брзина константна по правцу и величини.

○ 2—20. За које углове између почетне брзине и хоризонта, камен бачен по убациој путањи стиже на циљ после два пута већег ($l=2$) интервала времена него за положену путању са истом почетном брзином.

○ 2—21. Камен бачен са висине $h=2,1$ m над површином Земље, под углом $\alpha=45^\circ$ према хоризонту, пао је на земљу на растојању $s=42$ m од места бацања, мереног дуж хоризонтале. Коликом је брзином бачен камен, колико је времена летео и до које се максималне висине попео?

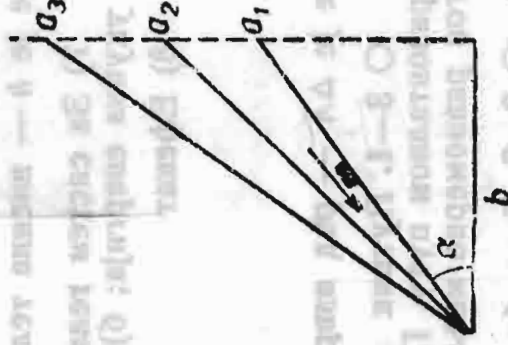
○ 2—22. Еластична куглица пада на стрму раван, прелетевши висину $h=20$ cm. На ком ће растојању од места пада она по други пут ударити о стрму раван? Угао стрме равни према хоризонту износи $\alpha=37^\circ$.

○ 2—23. Камен је бачен брзином $v_0=20$ m/sec. под углом $\alpha=60^\circ$ према хоризонту. Одредити радиус кривине R његове путање: а) у највишој тачки путање; б) у моменту пада на Земљу.

○ 2—24. Залеђено брдо, високо 3 m, има нагибну страну дужине 20 m. Одредити брзину коју добијају санке спуштајући се низ брдо и време спуштања. Трење занемарити.

○ 2—25. Неколико стрмих равни ($a_1, a_2, \dots$, итд.) имају заједничку основу $b=30$ cm (сл. 2—6). а) Колики мора бити угао α нагиба стрме равни према хоризонту, да би време спуштања низ њу било једнако $t=0,4$ sec. (трење занемарити)? б) Под којим ће нагибним углом време спуштања бити најмање?

○ 2—26. Доказати теорему: ако из неке тачке A неколико тешких тачака једновремено почињу да клизе по жљебовима који су постављени у различитим правцима под дејством Земљине теже, онда ће се у ма ком моменту кретања оне налазити на површини једне исте сфере. Отпор ваздуха и трење занемарити.



Сл. 2—6

§ 3. Динамика транслаторног кретања

1) Други закон кретања

$$F - ma = 0$$

или

$$F \Delta t = \Delta (mv),$$

где је F — резултанта свих сила које дејствују на тело масе m ; a — убрзање; t — интервал времена у току којег дејствује сила F ; mv — производ масе и брзине (количина кретања).

2) Тело масе m , које се креће транслаторно брзином v , има кинетичку енергију:

$$E = \frac{mv^2}{2}.$$

3) Рад A неке силе F на путу s једнак је $A = Fs \cos(Fs)$.

4) При кретању једног тела по површини другог јавља се сила трења, која је једнака $f = \mu N$, где је N — сила нормалног притиска на површину; а μ — коефицијент трења. При решвању задатака сматрати да μ не зависи од брзине.

5) Ако је тело масе m прешло неки пут под дејством силе и променило своју брзину од v_1 до v_2 , рад силе биће једнак:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

6) Потенцијална енергија издигнутог тела над земљином површином (ако смаграмо да је гравитационо поље хомогено) изражава се:

$$P = mgh,$$

где је h — висина тела над Земљом; g — гравитационо убрзање.

7) За систем тела, на који не дејствују спољашње силе, величине:

а) укупна енергија; б) укупна количина кретања, су сталне.

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = F \cdot v,$$

где је ΔA — рад извршен за време Δt .

○ 3—1. Путник се вози у вагону са замраченим прозорима по хоризонталном путу. Према којим знацима он може да примети: а) да вагон равномерно мења своју брзину? б) да вагон мења своје убрзање?

○ 3—2. Како би се промениле јединице механичких величина, ако би уместо сантиметра, грама и секунде узели јединице n -пута веће?

○ 3—3. а) Куршум масе $m = 10$ gr., који лети брзином $v = 200$ m/sec погађа даску и зарива се у њу $l = 4$ cm дубоко. Одредити средњу силу отпора F даске и време t кретања куршума у дасци, рачунајући да је кретање куршума у дасци једнакоуспорено.

б) Шта ће се десити, ако опалимо у даску истог материјала дебљине 2 cm? Колику ће количину кретања добити даска?

○ 3—4. Колики рад треба извршити да би воз масе $m = 800$ тона:

а) повећао брзину од $v_1 = 36$ km/h до $v_2 = 54$ km/h?

б) зауставио се при брзини од $v_0 = 72$ km/h?

○ 3—5. Челична куглица пада на хоризонталну површину стола са висине од 25,6 cm и отскочивши од ње подиже се на висину 19,6 cm. Маса куглице је 10 gr. Коју количину кретања куглица предаје столу при удару?

○ 3—6. При опаљењу пушке притисак гасова који се шире врши рад од 13.300 J; трајање опаљења је $1,47 \cdot 10^{-3}$ sec; зрно масе 9,6 gr. излеће са брзином од 880 m/sec. Одредити укупни и корисни ефекат опаљења.

○ 3—7. Колико пута треба повећати корисни ефекат мотора који покреће чамац, да бисмо му повећали брзину два пута. Посматрајмо два случаја: а) да је брзина чамца мала и да се отпор воде може сматрати да је пропорционалан брзини; б) брзина чамца је велика па је отпор воде пропорционалан квадрату брзине.

○ 3—8. Локомотива вуче воз, чија је укупна маса 2.000 тона. Узимајући да је снага локомотиве константна и једнака 1800 kw, и да је коефицијент вуче 0,005, одредити:

а) убрзање воза у моменту када је брзина воза 4 m/sec. и када је 12 m/sec; б) максималну брзину воза.

○ 3—9. Нагиб једног дела пута једнак је 0,05. Слуштајући се по нагибу при искљученом мотору аутомобил се креће равномерно брзином од 60 km/h. Колика мора бити снага аутомобила, да би се он кретао на истом таквом успону са истом брзином? Маса аутомобила је 1,5 тона.

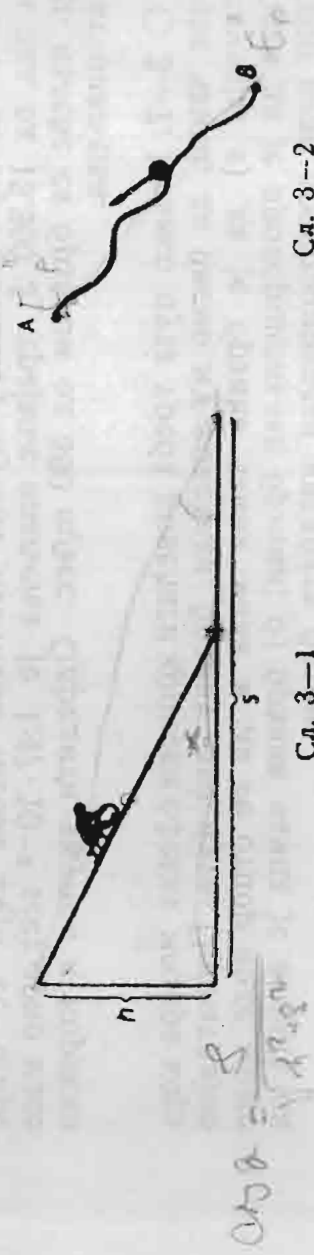
○ 3—10. Аутомобил се креће узбрдо са малим нагибом са сталном брзином $v_1 = 5$ m/sec. Ако се он креће низбрдо са истом снагом мотора, постиже брзину $v_2 = 20$ m/sec. Израчунати брзину коју ће имати за исту снагу мотора при кретању по хоризонталном путу. Претпоставити да вучна сила не зависи од брзине.

○ 3—11. Клизач се креће равномерно по хоризонталном путу, а затим по престанку дејства силе прелази до заустављања пут $s = 60$ m, за време $t = 25$ sec. Маса клизача $m = 50$ kg. Рачунајући да је кретање по престанку дејства силе једнако успорено, одредити: а) коефицијент трења и б) снагу, коју клизач утроши за време равномерног кретања.

○ 3—12. Камен масе $m = 50$ gr. бачен је под углом према хоризонту са висине $h = 20$ m. над површином Земље, са почетном брзином $v_0 = 18$ m/sec. и пада на Земљу брзином $v = 24$ m/sec. Наћи рад за савлађивање отпора ваздуха.

○ 3—13. Камен чија је маса $m = 200$ gr. бачен је са хоризонталне површине под углом према хоризонту и пада награв на њу, на растојању $s = 5$ m. после $t = 1,2$ sec. Наћи рад бацања. Отпор ваздуха занемарити.

3-14. Са брда високог h метара спуштају се саонице и за-
уостављају се s метара далеко од пројекције врха брда на хори-
зонталну раван (сл. 3-1). Доказати да је коефицијент трења $\mu = h/s$.

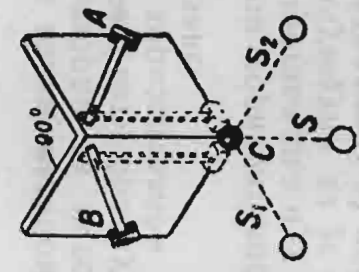


Сл. 3-1

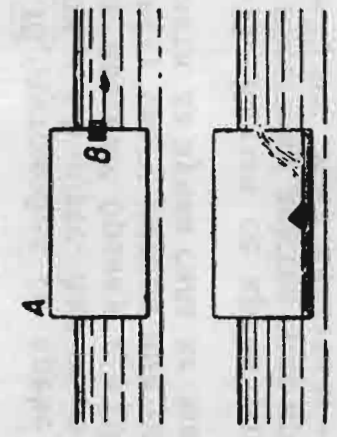
Сл. 3-2

3-15. Тело се лагано уздиже из тачке B (сл. 3-2) у тачку A по кривој линији. Показати, да рад подизања не зависи од облика пута, ако је коефицијент трења у свим тачкама пута исти.

3-16. На сл. 3-3 приказан је школски прибор за демонстра-
цију слагања количина кретања која прими куглица C при ударима
чекића A и B . Показати, да је пређени пут куглице C по хоризонтал-
ној равни при једновременом удару чекића A и B једнак збиру пу-
тева, које би прешла куглица при истим ударима чекића A и B поје-
диначно: $s = s_1 + s_2$



Сл. 3-3



Сл. 3-4

3-17. Брод плови низ реку. Да ли то мења у ма којој мери
количину воде коју река приноси мору?

3-18. У води плови метални суд A , који има на једном зиду
отвор, затворен чепом B (сл. 3-4). Како ће се кретати суд, ако чеп
излети из отвора а суд се почне пунити водом?

3-19. Тег виси о концу; за њега је одоздо привезан нешто
јачи конец. Ако доњи конец вучемо наниже, повећавајући силу ње-
говог затезања врло лагано, онда се прекине горњи конец. Ако пак
доњи конец наглим трајајем повучемо наниже, тада ће горњи конец
остати цео, а доњи ће се прекинути. Објаснити оглед. У ком случају је
прекид доњег конца вероватнији: ако је горњи конец дужи од доњег
или обратно?

О 3—20. Када струна осцилује, мења јој се брзина у току целог времена. Услед овога мења јој се такође и количина кретања. Како ово ускладити са законом о одржању количине кретања?

О 3—21. а) Да ли је, строго узевши, тачно тврђење да у безваздушном простору тела која падају, имају у односу на површину Земље исто убрзање независно од њихове масе?

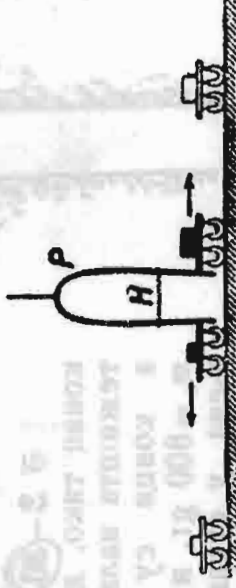
б) У неким уџбеницима указује се да убрзање Месеца у односу на Земљу износи

$$a = g \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2,$$

где је g убрзање слободног падања у близини површине Земље, R_1 — радијус Земље и R_2 — растојање између центара Земље и Месеца. Наћи релативну грешку коју чинимо при оваквом тврђењу.

О 3—22. Риболовац масе 70 kgг налази се у чамцу, који је непокретан у односу на језеро. Риболовац пређе по чамцу ка његовом челу 4 m и заустави се. За које се растојање риболовац померио при овом у односу на дно језера, ако је маса чамца заједно са риболовцем једнака 200 kgг? Трење чамца о воду занемарити.

О 3—23. На сл. 3—5 приказан је школски оглед, који илуструје трећи закон кретања. Између двоја количца постављена је лагана, савијена опруга P . При прегореву нити H опруга одгурне количца у разним правцима. Како се односе растојања, која прелазе ова количца до потпуног заустављања, ако се маса левих количца односи према маси десних као 1:3?



Сл. 3—5

О 3—24. Ракета, која је била у почетку непокретна, избацује равномерно млазом гасове брзином $v_1 = 300$ m/sec. (у односу на ракету), за 1 секунду избацује се маса гаса $m_1 = 90$ gr. Почетна маса ракете $m_2 = 270$ gr.

а) Кроз колико ће времена, од момента пуштања, ракета да постигне брзину $v_2 = 40$ m/sec?

б) Колику ће брзину да постигне ракета, ако је маса њеног пушења $m_0 = 180$ gr.? Занемарити отпор ваздуха.

О 3—25. Две кугле, чије су масе $m_1 = 10$ kgг. и $m_2 = 4$ kgг. крећу се у сусрет једна другој и после централног судара заустављају се. Брзина веће кугле пре судара била је $v_1 = 50$ cm/sec.

а) Наћи брзину мање кугле пре судара.

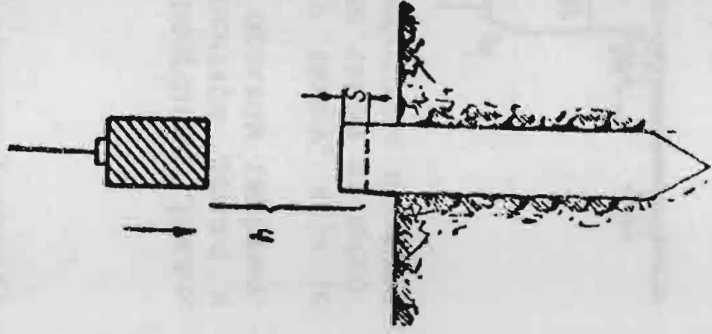
б) Шта би се десило да су кугле биле еластичне?

О 3—26. Доказати, да количина топлоте произведена при нееластичном судару куглица зависи само од релативне брзине куглица и њихових маса.

⊗ 3—27. Маљ масе 1,5 t. удара по усијаном телу које лежи на наковњу и деформише га. Маса наковња заједно са усијаним телом износи 20 t. Одредити коефицијент корисног дејства при удару маља, рачунајући да је удар нееластичан.

Примедба. Смаграти рад који се утроши за деформацију усијаног тела као користан, а рад трешења фундамента као некористан.

○ 3—28. Помоћу маља забија се клин тежине 70 kGg. Тело маља тешко је 400 kGg. При удару тело маља се спушта за $h = 1,5$ m, укључујући и кретање заједно са клином, који се при удару забија за $s = 4$ mm (сл. 3—6). Колика је сила отпора земљишта при кретању клина, ако је удар тела маља о клин потпуно нееластичан (тело маља не отскаче)?



Сл. 3—6

○ 3—29. Две кугле једнаких маса и једнаких дијаметара, једна од идеално еластичног материјала, а друга од идеално нееластичног материјала — крећу се у сусрет једна другој једнаким брзинама v . Претпостављајући да су им деформације при судару исте, наћи њихове брзине после судара.

⊗ 3—30. Две челичне кугле обешене су о конац тако, да им се при њиховом додиривању тежишта налазе за 1 m. ниже од тачке вешања, а конци су вертикални. Њихове масе су: $m_1 = 800$ g. и $m_2 = 200$ g. Мања од њих је отклонена у страну тако, да јој је угао отклоне конца $\alpha = 90^\circ$, а затим је пуштена. Узимајући да су кугле потпуно еластичне, одредити: а) до које ће се висине оне подићи после судара? б) шта ће се десити ако на исти начин отклонимо већу куглу? в) при ком односу маса су им једнаке висине, до којих се оне подигну после судара?

⊗ 3—31. Три једнаке еластичне кугле висе, додиривајући једна другу, о три паралелна конца једнаких дужина. Једну од куглица отклонимо у правцу нормалном на праву која спаја центре двеју других куглица и отпустимо је при чему она добија брзину v . Колике су брзине куглица после судара?

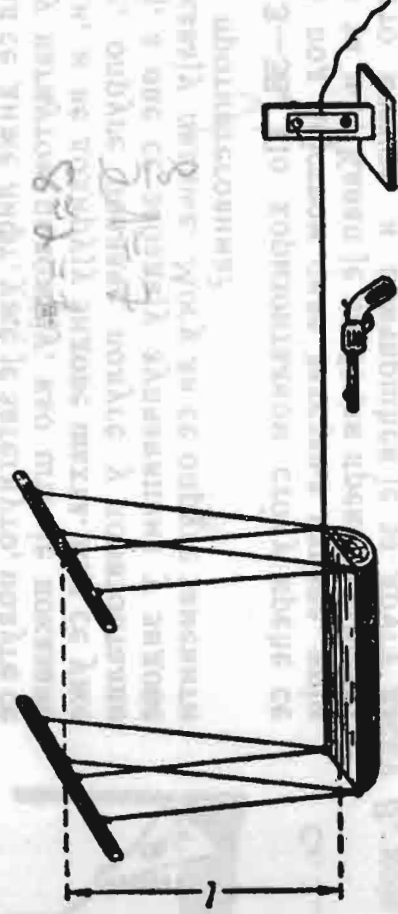
⊗ 3—32. Молекул гаса креће се великом брзином и судара се са другим молекулом истог гаса, чија је брзина занемарљиво маља. После судара молекули се крећу у различитим правцима. Доказати, да је угао између правца брзина молекула после судара једнак 90° , ако је судар био еластичан (тј. да се унутрашње стање молекула после судара није променило) и мањи од 90° , ако је судар био нееластичан (тј. да се енергија, која зависи од унутрашњег стања молекула, код једног од њих повећала).

○ 3—33. На слици 3—7 приказан је шематски прибор за одређивање брзине куршума тзв, балистичком методом. На ужадима висипепаница са равном горњом површином (или сандук са песком). За пепаницу је привезан дугачки канал, чији је слободни крај провучен

$$A = \frac{mv^2}{2} = mgh = F_{06} \cdot s$$

23

испод картона, који је причвршћен за дрвени вертикални статив тако, да се канап налази у хоризонталном положају. Растојање од горње површине цепанице до тачке ослоња познато је и нека износи l . У бок цепанице гађа се из револвера: цепаница скрене и повуче канап

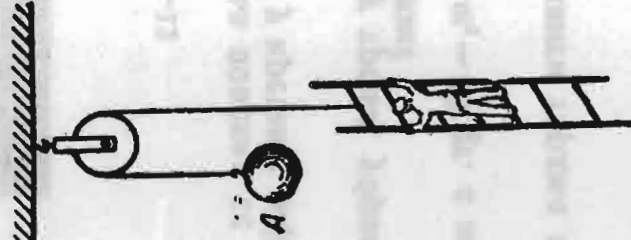


Сл. 3—7

испод картона за дужину s , знатно мању од растојања l . Узимајући у обзир да је маса куршума m_1 , у односу на масу цепанице m_2 , мала, доказати да се брзина куршума може израчунати по формули:

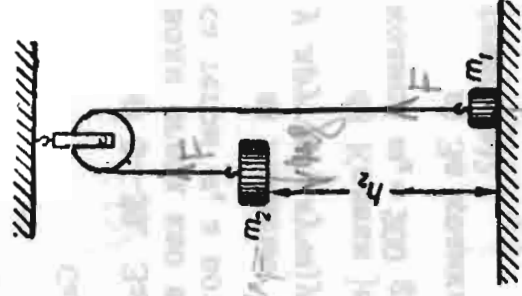
$$v = \frac{m_2 s}{m_1} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

○ 3—34. Лествице заједно са човеком који се налази на њима (сл. 3—8) уравнотежене су противтегом A на ужету пребаченом преко котура. Маса човека и лествица су једнаке, док је маса котура знатно мања од њих. Шта ће се десити, ако се човек пење и спушта по лествицама?



Сл 3—8

○ 3—35. Тег, масе од 1 kg. обешен о динамометар, подиже се најпре убрзано, затим равномерно и најзад успорено, после се на исти начин спушта. Апсолутна величина убрзања је у свим случајевима константна и једнака $0,5 \text{ m/sec.}^2$. Колико показује динамометар у различитим моментима кретања?



Сл. 3—9

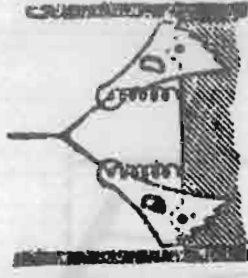
○ 3—36. Преко котура занемарљиво мале масе, који се обрће око хоризонталне осовине без трења, пребачен је конач за чије крајеве су привезана два тег m_1 и m_2 ,

при чему је тег m_2 за l пута ($l=2$) већи од тег m_1 . Тег m_2 подижемо толико да тег m_1 додирне под (сл. 3—9) и отпустимо га. На коју висину ће се подићи тег m_1 после удара тег m_2 о под, ако је висина тег m_2 била $h_2=30 \text{ cm.}$

$$m_2 g h_2 = m_1 g h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{m_2 h_2}{m_1}$$

Ø 3—37. Лифт у шахту креће се између дрвених усмерилача, који образују вертикалне зидове шахта. Он виси о ужсту, које је причвршћено за две полуге DD , чије се тачке ослоња налазе на поклопцу кабине (сл. 3—10).

Кад се диже лифт, уже је затегнуто, полуге се налазе у нагнутом положају, као што је показано на слици, и не додирују зидове шахта. Кад се уже прекине, опруге повлаче полуге у хоризонтални положај, а оне се забадају зупчаницима у зидове и задржавају падање. Могу ли се опруге заменити тешким противтеговима?



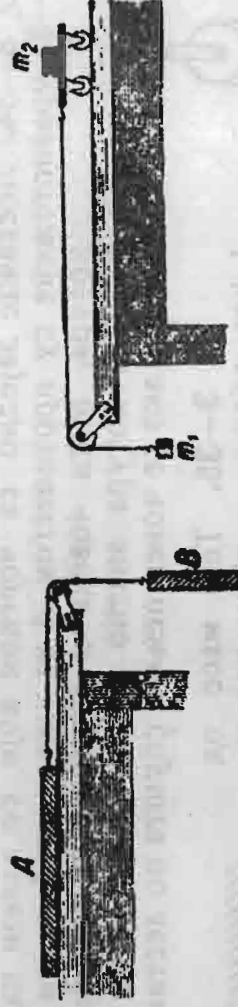
Сл. 3—10

Ø 3—38. По хоризонталном столу креће се даска A под дејством силе затезања канапа, који је везан за њу. Канап је пребачен преко, учвршћеног за сто котура, и причвршћен је за другу даску B , која пада на ниже (сл. 3—11).

а) Одредити силу затезања конца F , ако је маса даске A m , $= 200$ г. а маса даске B $m_2 = 300$ г., а коефицијент трења $\mu = 0,25$. Маса котура је занемарљиво мала.

б) Како ће бити решење, ако даске промене места?

в) Одредити силу која дејствује на осовину котура у случајевима а) и б).



Сл. 3—11

Ø 3—39. За илустрацију другог закона кретања понекад се изводи оглед као на (сл. 3—12). Колица m , доводе се у кретање најпре са тегом m_1 , а потом тегом n пута ($n=2$) већим.

а) Можемо ли утврдити да, при занемаривању трења, убрзање у другом случају мора бити n пута веће него у првом?

б) Колики је однос убрзања, ако је маса тега $m_1 = 30$ г. а маса колица $m_2 = 200$ г., а коефицијент трења $\mu = 0,1$?

в) За колики коефицијент трења ће се обистинити тврђа под тачком а)?

Ø 3—40. Одредити убрзање са којим се креће навиже тег m , на уређају приказаном на слици 3—13. Трење масе котура и еластичност канапа занемарити. Испитати следеће специфичне случајеве:

а) $m_1 = m_2$;

б) $2m_1 = m_2$

Сл. 3—12

в) $m_1 \ll m_2$ (много је мање)

г) $m_1 \gg m_2$ (много је веће)

Ø 3—41. Имамо стрму раван, којој можемо мењати нагиб при сталној основи (сл. 2—6).

а) При ком нагибу према хоризонту α , ће бити време спуштања плоче низ стрму раван најмање, ако је коефицијент трења $\mu = 0,25$ (упоредити са зада-тком 2—25)?

б) Колики је коефицијент трења, ако су времена спуштања, при нагибу стрме равни за $\alpha_1 = 60^\circ$ и $\alpha_2 = 45^\circ$ једнака?

⊕ 3—42. Залеђено брдо нагнуто је према хоризонту за угао $\alpha = 10^\circ$. По њему се креће камен одоздо навише и за време од $t = 3$ sec. он пређе растојање $s = 12$ m а затим се клиже на доле. Колико ће времена t_1 трајати клизање камена наниже? Одредити коефицијент трења.

Ø 3—43. У вагону, који се креће узбрдо по пруги чији је нагиб $\alpha = 10^\circ$ према хоризонту са убрзањем $a = 0,3$ m/sec², виси о концу тег масе $m = 200$ г. Наћи правац и силу затезања концa.

⊕ 3—44. По стрмој равни, која заклапа угао α са хоризонтом, клизи даска на којој се налази гредица. Одредити убрзање даске a_1 и убрзање гредице a_2 , ако су коефицијенти трења између даске и стрме равни и између гредице и даске једнаки μ_1 и μ_2 . Испитати следеће случајеве (узети да је маса гредице једнака маси даске):

а) $\lg \alpha > \mu_1 = \mu$; б) $\lg \alpha > \mu_1 > \mu_2$; в) $\lg \alpha > \mu_2 > \mu_1$;

г) $\mu_2 > \lg \alpha > \mu_1$; д) $\mu_1 > \lg \alpha > \mu_2$.

○ 3—45. Каква је разлика кретања тела, баченог у ваздуху од кретања тела, баченог са истом брзином и истим углом према хоризонту у вакууму, у следећем смислу: а) да ли су им једнаке висине пењања; б) да ли им је једнако време пењања; в) да ли су им једнаке брзине у највишим тачкама путање; г) да ли су им једнака међусобно времена пењања и падања и ако нису, које је веће; д) у којој тачки путање је брзина тела најмања.

§ 4. Динамика обртног кретања

1) Тачка се креће равномерно по кругу у односу на неки инерцијални систем, ако на њу дејствује резултујућа сила управљена ка центру круга и једнака $m\omega^2 R$, где је m маса, ω — угловна брзина и R — радијус круга. Овај се однос може применити и на чврсто тело, које се обрће око осе, ако под R подразумевамо растојање од тежишта до осе обртања. Ако претпоставимо да се и координатни систем обрће око исте осе и са истом угловном брзином као и обртно тело, то ће у односу на тај координатни систем тело мировати и важиће однос:

$\Sigma F = m \omega^2 R = 0$. Израз $m \omega^2 R$ претставља центрифугалну силу инерције.

2) Тело које се обрће око осе под дејством обртног момента M креће се са угловним убрзањем $\varepsilon = M/J$, где је J моменат инерције тела у односу на осу обртања.

3) Кинетичка енергија обртног тела једнака је $J \omega^2/2$.

4) Рад при константном обртном моменту M једнак је $A = M \varphi$, где је φ угао скретања.

5) Ефекат при обртању тела једнак је $P = M \omega$.

6) За систем тела, на који не дејствују спољашњи обртни моменти, важи закон одржања збира момената количине кретања.

7) Моменти инерције неких правилних хомогених тела:

а) За тачку масе m , ако се налази на растојању r од осе обртања, $J = mr^2$.

б) За цев са танким и округлим зидовима у односу на осу која се поклапа са осом цеви, $J = \pi r^2$.

в) За танак штап дужине l у односу на осу нормалну на штап а која пролази кроз један крај штапа, $J = ml^2/3$.

г) За округли диск (или цилиндер) у односу на осу, нормалну на раван диска, која пролази кроз његов центар, $J = \pi r^2/2$.

д) За куглу у односу на осу, која се поклапа са њеним дијаметром, $J = 0,4 \pi r^2$.

8) Однос између момената инерције тела у односу на осу која пролази кроз тежиште (J_0), и момента инерције тела у односу на осу паралелну њој, али удаљеној за растојање b од ње (J), је:

$$J = J_0 + mb^2.$$

9) Ако за координатни систем узмемо систем који се обрће у односу на неки непокретни координатни систем са угловном брзином ω , тада ће на масу која се креће у односу на обртни систем са брзином v , дејствовати у нормалном правцу на брзину сила која је једнака

$$F = 2m \cdot v \omega \sin \varphi,$$

где је φ — угао између ω и v .

10) Сила трења при котрљању округлог тела по равной површини износи $F = Nk/r$, где је N — сила којом притискује тело на површину; k — коефицијент грења котрљања; r — радиус тела.

11) Ако на жироскоп, који се слободно обрће угловном брзином око своје материјалне осе (осе у односу на коју је највећи момент инерције J), дејствује обртни моменат M , који је нормалан на осу жироскопа, оса жироскопа ће се у овом случају обртати угловном брзином, датом следећим изразом:

$$\omega' = \frac{M}{I''}.$$

○ 4—1. Куглицу масе 100 gr. привезану за крај чии други крај држимо у руци приморамо да се креће у вертикалној равни по кругу радиуса 30 cm.

а) Колика је сила затезања конца у моменту када куглица пролази кроз највиши положај, ако се она креће брзином од 210 cm/sec?

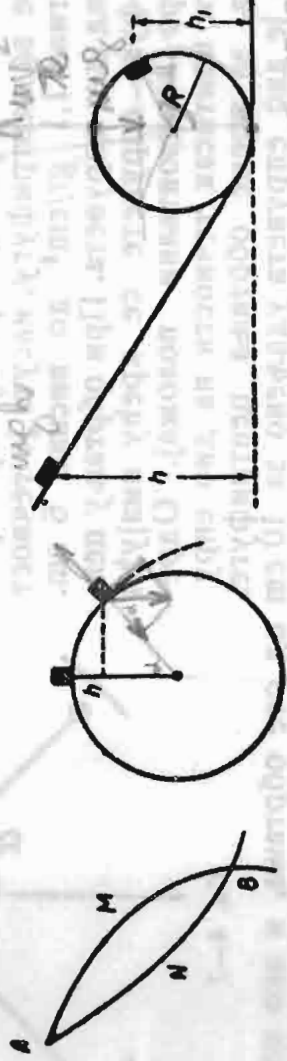
б) Колика је сила затезања конца, када куглица пролази кроз најнижи положај?

○ 4—2. Тело масе од 1 gr. у близини екватора тешко је 978,0 дина. Ако узмемо да је екваторијални полупречник Земље једнак 6378 km., коликом силом Земља привлачи ово тело?

○ 4—3. Колика би била тежина једног грама на екватору, када би се Земља обртала 10 пута брже?

○ 4—4. Коју хоризонталну брзину би требало саопштити куршуму, да би облетео Земљу паралелно њеној површини, под претпоставком да нема атмосфере? Колика би била периода обртања куршума око Земље?

○ 4—5. Тело клизи из тачке A у тачку B једанпут по луку AMB , а други пут ANB (слика 4—1). Коефицијент трења у оба случаја је исти. У ком случају ће брзина тела у тачки B бити већа?



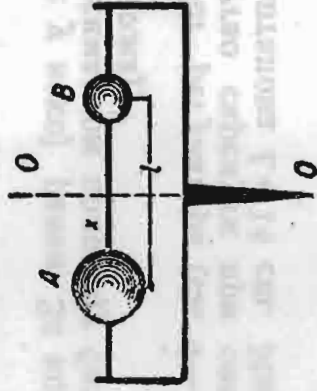
Сл. 4—1

Сл. 4—2

Сл. 4—3

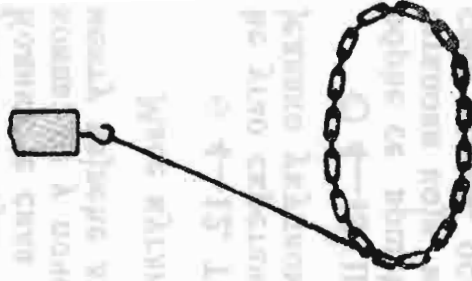
○ 4—6. Мало тело клизи са врха лопте наниже (сл. 4—2). Са које висине h од врха ће се одвојити тело, од површине лопте и полетети на ниже? Трење занемарити.

○ 4—7. а) Мало тело клизи низ стрму равну која прелази у мртву петљу чији је радиус R (сл. 4—3). Са које ће висине h , пасти тело, ако му је почетна висина једнака h ? Трење занемарити. б) Колика треба да буде висина h , да би тело начинило потпуну петљу у вертикалној равни, не падајући наниже?



Сл. 4—4

○ 4—8. На слици 4—4 приказан је уређај за објашњење зависности центрифугалне силе од масе и растојања од осе обртања. Кугле A и B имају дијаметре 3 cm и 2 cm. Канал који везује кугле дугачак је 1—10,5 cm. На ком растојању

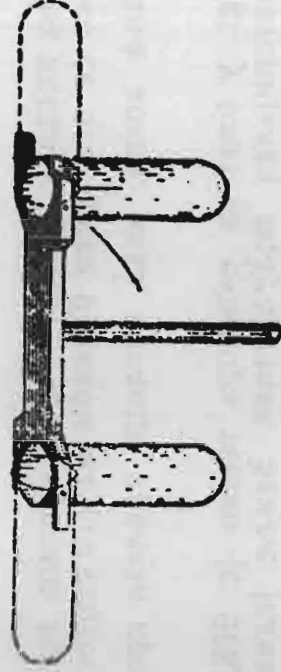


Сл. 4—5

и растојања од осе обртања. Кугле A и B имају дијаметре 3 cm и 2 cm. Канал који везује кугле дугачак је 1—10,5 cm. На ком растојању

х од осе OO мора бити центар кугле A , да би се при обртању целокупног уређаја кугле налазиле на сталном растојању од осе? Кугле

су направљене од истог материјала. Запремину канала пробушеног унутар кугли можемо занемарити.



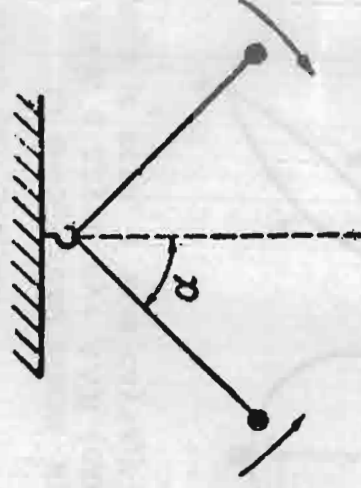
Сл. 4—6

⊕ 4—9. Ако, вежемо крајеве металног ланчића између себе а ланчић вежемо за канап и окрећемо канап (помоћу центрифугалне машине) онда ће ланчић узети облик сличан кругу, који се налази у равни нормалној на осу обртања.

а) Да ли је облик ланчића равна крива?

б) Узимајући да ланчић има облик хоризонталног круга, одредити силу затезања дуж ланчића F , ако је његова маса $m = 100$ г. а дужина $l = 75$ см., а ланчић се окреће са $n = 8$ обртаја у секунди.

⊕ 4—10. На слици 4—6 у упршеном облику приказана је центрифуга. У епрувете, које су причвршћене за центрифугу, насута је течност густине $1,1$ г/см³ до висине 6 см. изнад дна епрувета. При обртању центрифуге епрувете се крећу имајући скоро хоризонтални положај. Одредити притисак течности на дно епрувета, за време обртања центрифуге, ако је дно епрувета удаљено за 10 см од осе обртања, и ако центрифуга чини 20 об./сек.



Сл. 4—7

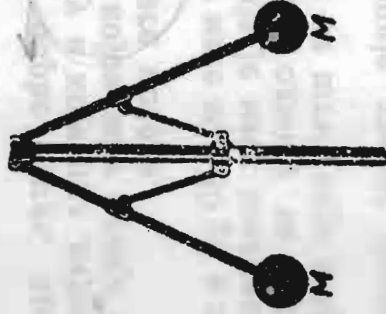
⊗ 4—11. Еластичне куглице, обешене о кон^це једнаких дужина о клин (сл. 4—7) отклоњене су у супротне стране од вертикале за угао α и пуштене. Куглице се сударају и отскачу једна од друге. Колика је сила која дејствује на клин: а) при крајњим положајима конца; б) у почетном и завршном моменту судара куглица; в) у моменту највеће деформације куглица.

Масе куглица су једнаке међусобно (m).

⊗ 4—12. Тег обешен о конач, осцилује у некој равни. За који ће угао скретања укупно убрзање тега у максималном положају бити једнако укупном убрзању у равнотежном положају?

⊗ 4—13. Школски модел центрифугалног регулатора (сл. 4—8) обрће се вршећи 3 об./сек. За колики ће угао скренути при овом штапови који носе куглице MM ? Дужина штапова $L = 14$ см. Масе свих делова, осим куглица, занемарити.

Ø 4—14. а) Којом максималном брзином може возити моторциклиста по хоризонталној равни описујући лук радијуса $R=90$ m ако је коефицијент трења између гума и земље $\mu=0,4$?



Сл. 4—8



Сл. 4—9

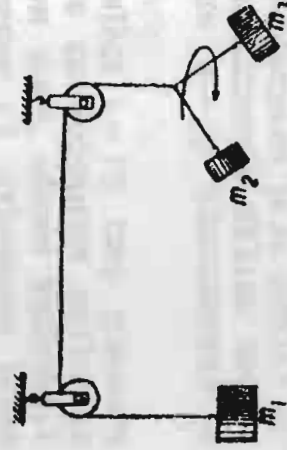
б) За колики се угао α моторциклиста мора нагнути према вертикалном правцу?

○ 4—15. Једна од циркуских атракција је и возња моторцикла по вертикалним зидовима цилиндричне грађевине (сл. 4—9).

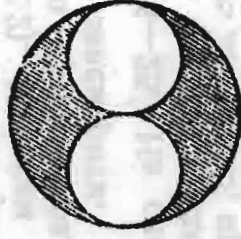
а) Одредити минималну брзину, којом моторциклиста мора возити по вертикалном зиду, ако је дијаметар грађевине $d=18$ m, а тежиште моторцикла и човека удаљено за $h=1$ m од места додира точкава и зида. Коефицијент трења точкава о зидове једнак је $\mu=0,4$.

б) Под којим углом α је нагнут моторциклиста према хоризонту, ако је његова брзина једнака 20 m/sec?

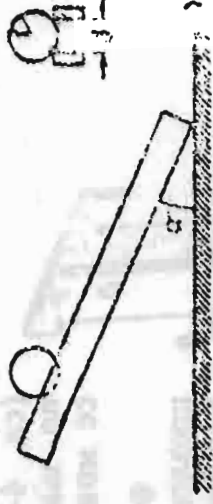
○ 4—16. Мали тег је привезан за конач чиији је други крај причвршћен за таваницу. Услед удара тег се креће по кругу, чија је раван удаљена од таванице за $h=1,5$ m. Колики број обртаја чини тег у секунди?



Сл. 4—10



Сл. 4—11



Сл. 4—12

○ 4—17. Преко два когура (сл. 4—10) пребачен је конач, за који су привезани, с једне стране, тег m_1 , а с друге две теге, m_2 и m_3 , као што је показано на слици, при чему је $m_1 = m_2 + m_3$.

Тегови m_1 и m_2 обрћу се око вертикалне осе. а) Да ли је при том систем тегова уравнотежен? б) Да ли ће систем тегова бити у равнотежи, ако се тег m_1 креће по кругу?

○ 4—18. Мотор снаге од 0,1 kW обрће струг, при чему се дрвени ваљак, који се обрађује на стругу и који има дијаметар 6 cm, обрће чинећи 600 об/min. Одредити силу којом нож одваја струготину узимајући да је снага струга 80% од снаге мотора.

○ 4—19. Две мале куглице, чије су масе $m_1 = 40$ gr. и $m_2 = 120$ gr., спојене су штапом дужине $l = 20$ cm., чија је маса занемарљиво мала. Одредити моменат инерције овог система у односу на осу, која пролази кроз тежиште система а нормална је на штап који спаја куглице.

○ 4—20. Одредити моменат инерције танког штапа дужине l и масе m у односу на следеће осе: а) која пролази кроз средину штапа и захвата са њим угао α ; б) која је паралелна штапу и удаљена од њега за растојање a ; в) која је нормална на штап и удаљена од његове средине за растојање b .

○ 4—21. Одредити моменат инерције бакарног диска са два кружна изреза (сл. 4—11) у односу на осу која пролази кроз центар диска а нормална је на његову раван. Дебљина диска $b = 4$ mm; радиус диска $R = 5$ cm.

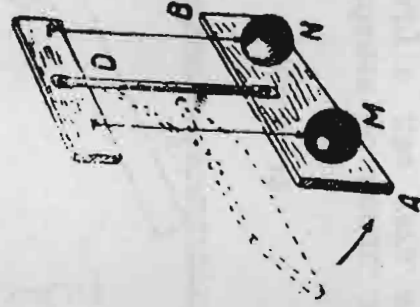
○ 4—22. Угловна брзина мења се само у том случају, ако моменти сила, који дејствују на тело, нису уравнотежени. Показати, који моменти сила дејствују у следећим случајевима:

а) Точак вагона, за време убрзавања воза, повећава своју брзину.

б) Кугла се котрља успорено по хоризонталној равни.

○ 4—23. Одредити убрзање којим се крећу по стрмој равни, нагнутој под углом α према хоризонту, центри маса следећих тела: а) даске која клизи са занемарљиво малим трењем; б) пунога цилиндра који се котрља са занемарљиво малим трењем котрљања; в) даске, постављене на два цилиндра. Маса даске је једнака маси сваког од цилиндара.

○ 4—24. Два чврста лењира постављена су паралелно један другome на растојању $d = 2$ cm. под углом $\alpha = 5^\circ$ према хоризонту (сл. 4—12). Коликим ће се убрзањем котрљати по њима куглица радијуса $r = 1,5$ cm? Клизање се може занемарити. *vidi 4-23*



○ 4—25. На слици 4—13 претстављен је школски прибор за демонстрацију другог закона динамике. Даска АВ, причвршћена је за опругу D; отклањајући је уназад и пуштајући је, даска удара кугле M и N. Кугла чија је маса мања одлети са већом брзином. Пожељно је, да силе које дејствују у моменту удара о кугле M и N буду по могућству истог интензитета. Да би ово остварио, конструктор је узео даску великог момента инерције и опругу са великим торзионим моментом K,

Сл. 4—13

а кугле је наместио на саме крајеве даске. Да ли је правилно поступио?

⊖ 4-26. Ако штап, који лежи на глатком столу, ударимо у неку његову тачку A , (сл. 4-14) у хоризонталном правцу, показати:

а) да ће у моменту удара штап почети да се обрће око вертикалне осе, која пролази кроз тачку O , и ако је трење занемарљиво мало, важиће однос:

$$s_1 s_2 = J_c / m,$$

где је m — маса штапа, J_c — моменат инерције штапа у односу на осу која пролази кроз тежиште штапа (C), s_1 и s_2 — растојања тачака A и O од C .

б) Шта ће бити ако ударимо штап у тачку O ?

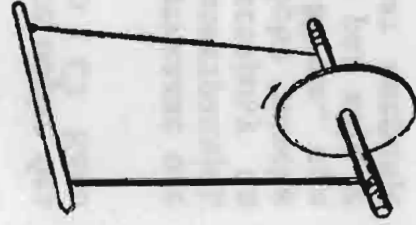
в) Где ће пролазити оса обртања, ако, ударимо по самом крају штапа?

⊖ 4-27. Маса диска је $m = 0,5 \text{ kg}$; његов дијаметар $d = 40 \text{ cm}$. Диск се обрће вршећи $n = 1500 \text{ ob./min}$. При кочењу се он заустави за време $t = 20 \text{ sec}$. Одредити моменат кочења диска M .

⊖ 4-28. Колики рад треба извршити да бисмо повећали фреквенцију обртања замајца, масе $m = 0,5 \text{ тона}$ рачунајући да је она распоређена по ободу са дијаметром $d = 1,5 \text{ m}$, од 0 до 120 min^{-1} ? Трење занемарити.

⊖ 4-29. а) Вертикални стуб висок $h = 5 \text{ m}$, пресечен у основи, пада на Земљу? Одредити линеарну брзину његовог врха у моменту удара о Земљу?

б) Која ће тачка стуба имати у сваком моменту, при његовом падању, исту брзину, коју би имало тело падајући са исте висине као и дата тачка?



Сл. 4-15

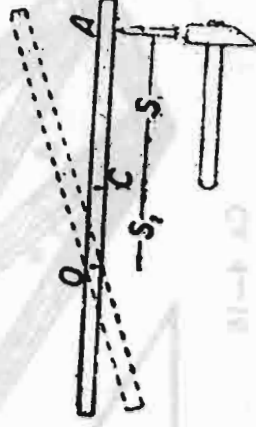
⊖ 4-30. Масивни точак учвршћен је на осовину одржавајући се помоћу два конца, причвршћена, као што је показано на слици 4-15.

Оса обртања тачка је хоризонтална. Конци се постепено размотавају са осовине, а точак се спушта.

а) Одредити силу затезања F оба конца, ако је маса тачка заједно са осовином $m = 1000 \text{ g}$, моменат инерције у односу на ову осу $J = 25 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ и радиус осовине $r = 5 \text{ mm}$.

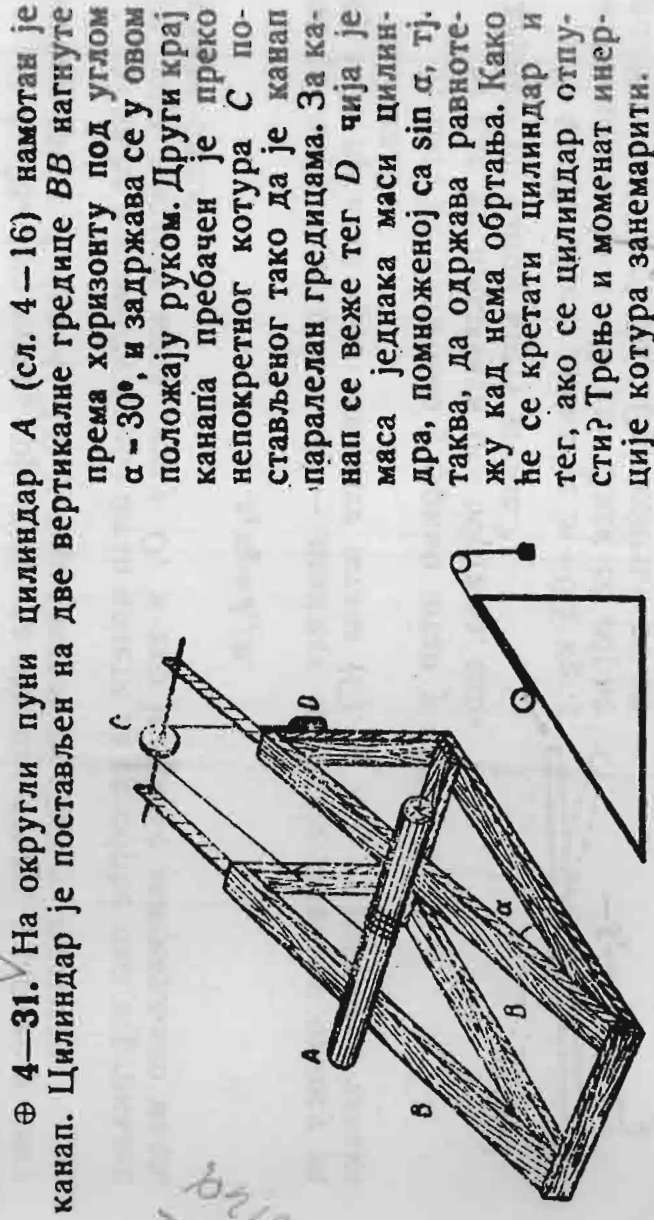
б) Одредити силу затезања F оба конца, када точак, спустивши се до краја, и продужавајући да се обрће по инерцији намотавајући конце на осовину; почне да се диже.

в) Претпоставимо да се даска, за коју су причвршћени конци који одржавају уређај, подиже навише остајући увек у хоризонтал



Сл. 4-14

ном положају тако, да је точак на истој висини. Колика је сила зате-
зања сваког конца?



Сл. 4—16

⊕ 4—32. Штап занемар-

љиво мале масе, дужине l , има на крајевима две ку-
глице m_1 и m_2 ($m_1 > m_2$) и може се обртати око осе која пролази кроз
средину штапа а нормална је на штап. Штап доводимо у хоризонта-
лан положај и отпуштамо га. Одредити: а) угловно убрзање и силу при-
тиска на осовину у почетном моменту кретања штапа; б) угловну
брзину и силу притиска на осовину у моменту пролажења кроз рав-
нотежни положај.

⊕ 4—33. Дрвени штап масе $m = 1000$ г и дужине $l = 40$ см може
се обртати око осе, која пролази кроз његову средину нормално на
штап. У крај штапа удара куршум масе $m_1 = 10$ г, који лети нормално
на осу и на штап брзином $v = 200$ м/сек. Одредити угловну брзину
коју ће добити штап, ако се куршум заустави у њему.

⊕ 4—34. Како се мења угловна брзина тела, које се обрће без
трења око неке осе, ако се температура повиси од 0° до t C? Како
се мења при овом кинетичка енергија тела?

⊕ 4—35. На столици, која се може обртати око вертикалне осе
(најчешће се употребљава у физичким кабинетима за демонстрације),
стоји човек, који држи у испруженим рукама на растојању од
 $l_1 = 150$ см једне од друге, два тега. Столица се обрће чинећи
 $n_1 = 1$ об./сек. Човек приближава тегове до растојања $l_2 = 80$ см, при
чему се број обртаја повећа до $n_2 = 1,5$ об./сек. Одредити рад који је
учинио човек, ако сваки тег има масу $m = 2$ кг. Моменат инерције
човека у односу на осу столице сматрати константним.

⊕ 4—36. Хоризонтални диск обрће се око вертикалне осе са
угловном брзином ω_1 ; његов моменат инерције у односу на осу обрта-
ња је J_1 . На њега пада други диск, који има у односу на исту осу
моменат инерције J_2 и угловну брзину ω_2 . Површине дискова су па-
ралелне, а њихови центри су на истој вертикалној линији. Доња по-

вршина диска, који пада, снабдевана је уређајем који се припаја за горњу површину доњег диска, причвршћујући дискове у једну пелину

- а) Наћи угловну брзину ω добијеног система.
- б) За колико се промени укупна кинетичка енергија оба диска после пада другог диска?
- в) Чиме се објашњава промена укупне кинетичке енергије дискова?

⊕ 4—37. Диск A обрће се са занемарљиво малим трећем окосе која пролази кроз његов центар нормално на његову површину, а учвршћена је за сто. Њега додирује такав исти диск B , чију осовину држимо у руци. При овоме се угловна брзина диска A смањује, а диска B повећава у супротном правцу, при чему се збир њихових момената количина кретања смањује. Како се ово усклађује са законом о одржању момената количине кретања?

⊕ 4—38. Одредити укупну кинетичку енергију при котрљању, без клизања, са брзином v по равnoj површини:

- а) цилиндра, који има масу m ;
- б) кугле, која има масу m ;
- в) колича, чија је маса без тоčkова једнака m , која имају четири точка у облику диска, а сваки од њих има масу $m/4$.

⊕ 4—39. Тела поменута у зад. 4—38 котрљају се без клизања по стрмој равни, која је нагнута према хоризонту за угао $\alpha = 30^\circ$. Колики је интервал времена за који ће они прећи пут $l = 98$ cm?

⊕ 4—40. Куглица, дијаметра $d = 6$ cm, котрља се по поду и заустави се за $t = 2$ sec, прешавши растојање $s = 70$ cm. Одредити коефицијенат трења котрљања, сматрајући га константним.

⊕ 4—41. Куглица лежи на хоризонталној плочици. Плочица се помера са убрзањем a . Коефицијенат статичког трења клизања је μ , а коефицијенат трења котрљања је k .

- а) Под којим условом ће се кретати куглица заједно са плочицом са убрзањем a ?
- б) Под којим условом ће се куглица котрљати по плочици без клизања?

⊕ 4—42. Нагнимо плочицу и на њу ставимо куглицу. Под којим ће се нагибним углом куглица котрљати без клизања, ако је $\mu = 0,25$?

○ 4—43. Дијаметар лежишта осовине железничког вагона је 27 cm, дијаметар точка 180 cm. Коефицијенат трења осовине у лежишту је 0,01 (када је добро подмазана), коефицијенат трења котрљања тоčkова по шинама је 0,05 cm. Одредити рад померања вагона тежине 50 тона на путу од једног километра.

⊕ 4—44. Кугла радијуса r , котрља се низ стрму раван и описује „мртву петљу“, радијуса R . Занемарујући трење котрљања и отпор ваздуха наћи најмању висину h центра кугле над центром петље, при којој је ово могуће.

○ 4—45. Котрљање цилиндра по равни можемо сматрати као обртање око тренутне осе, која се поклапа са оном изводницом цилиндра која додирује раван. Следи ли из овога да на сваку тачку цилиндра при котрљању дејствује центрипетална сила усмерена ка тренутној оси и да услед овога цилиндар који се котрља врши мањи притисак на раван него у миру?

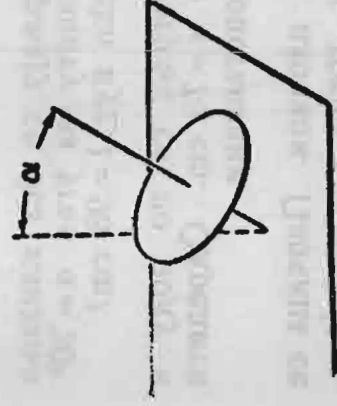
○ 4—46. Хоризонтално постављена шипка обрће се око вертикалне осе, вршећи $\omega = 1$ об./сек. Дуж ње клизи муф, брзином $v = 50$ cm/sec. чија је маса $m = 100$ gr. Одредити хоризонталну компоненту силе која дејствује на муф.

○ 4—47. Одредити хоризонталну компоненту силе, којом локомотива, масе 1000 тона, притискује железничке шине, ако се она креће по хоризонталном делу пута на географској ширини од 50° брзином од 15 m/sec.

○ 4—48. Претпоставимо да се бициклиста вози по хоризонталној равни, која се обрће око вертикалне осе са таквим правцем и брзином, да је бициклиста у односу на земљу непокретан. Треба ли он да се нагне према правцу осе обртне равни? (Земљу рачунати као инерцијални систем.)

○ 4—49. Пожарни шмрк је метална цев дужине 1—30 cm. Шмрк, који избацује млаз воде под углом $\varphi = 45^\circ$ према хоризонту, равномерно скрене за време $t = 1,5$ sec. за угао $\alpha = 40^\circ$ око вертикалне осе, која пролази кроз један од крајева шмрка.

Одредити обртни моменат, ако је шмрк избацио за ово време $m = 5$ kg. воде.



Сл. 4—17

○ 4—50. Зашто метални новац који се котрља по поду скреће на ону страну на коју се нагнуо?

○ 4—51. Чигра, која се састоји од тешког диска, чија површина износи 30 cm² и танког лаког шипка, који пролази кроз центар диска а нормалан је на његову ос, обрће се 10 пута у секунди (сл. 4—17).

Доњи део шипка је дугачак 2 cm. Колика је фреквенција обртања осе чигре око вертикалне осе, ако са њом захвата угао $\alpha = 20^\circ$?

§ 5. Закон универзалне гравитације

1) Закон универзалне гравитације за две материјалне тачке гласи:

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

где је F — сила привлачења између материјалних тачака, чије су масе m_1 и m_2 ; γ — гравитациона константа и r — растојање између тачака.

2) Хомогени сферни слој или сфера привлаче спољашњу материјалну тачку као да је њихова маса сконцентрисана у центру. Сферни слој не привлачи материјалну тачку која се налази у њему.

3) Планете се окрећу око Сунца по Кеплеровим законима (приближно); ови закони важе и за кретање сателита око планета.

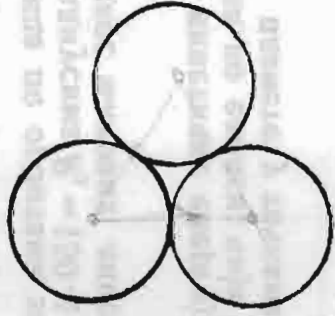
○ 5—1. Коликом силом Сунце привлачи масу од $m = 1 \text{ gt}$ која се налази на површини Земље?

○ 5—2. Тело, које се налази на површини Земље, бива привлачено и од Земље и од Сунца. У оној тачки на површини Земље, за коју се Сунце налази у зениту, ове силе имају супротан смер. А у оној тачки за коју се Сунце налази у надиру, ове силе имају исти смер. Треба ли из овога закључити, да преко дана тела падају спорије, него преко ноћи, у том месту на површини Земље?

○ 5—3. Одредити силе којима дејствују једна на другу, услед привлачења:

а) две оловне кугле, чији дијаметри износе по 1 m а које се додирују;

б) три такве кугле, које се додирују као што је показано на слици 5—1.



Сл. 5—1



Сл. 5—2

○ 5—4. Две чврсте кугле, чије су густине D_1 и D_2 , налазе се загнурене у течност густине D_0 даље од граница течности. При којим условима ће се кугле привлачити, а при којим одбијати?

○ 5—5. Куглица, масе m_1 , налази се на растојању a од танког хомогеног штапа чија је дужина l а маса m_2 (сл. 5—2). Одредити силу узајамног дејства куглице и штапа.

○ 5—6. Занемарујући промене тежине услед обртања Земље и Месеца, израчунати колико би био тежак човек на површини Месеца, који је на површини Земље тежак 72 kG .

○ 5—7. а) Нацртати графикон који показује промену јачине гравитационог поља у пољу Земље, од њеног центра до растојања које је удаљено за 5 земљиних радијуса. По апсцисној оси наносит растојања (радијус Земље узети за јединицу); а по ординати јачину гравитационог поља. Узети Земљу као хомогену куглу. Шта претставља површина ограничена графиконом и апсцисном осом?

б) Како ће се променити графикон, ако узмемо у обзир да се густина Земље повећава приближавањем ка њеном центру.

○ 5—8. У хомогеној кугли се налази сферна шупљина. Показати да је гравитационо поље унутар шупљине хомогено. Знајући густину

материјала кугле и растојање између центара кугле и шупљине (1), наћи убрзање тела, које се креће у шупљини.

⊕ 5—9. а) Тежиште брода, који истискује 10.000 тона, је за $h=5$ м. изнад тежишта њиме истиснуте воде. За колико се маса брода разликује од масе њиме истиснуте воде?

б) Колика је резултујућа сила, којом дејствују један на други два оваква брода, који се налазе на растојању од 1 км?

⊙ 5—10. Где се налази тачка, у којој се силе привлачења ка Земљи и ка Месецу уравнотежавају?

⊕ 5—11. а) Којом брзином пада на Земљу метеорит, ако му је далек од Земље брзина мала у односу на Земљу? б) Да ли ће остати у чврстом стању гвоздени метеорит, ако се за његово загревање троши 50% ослобођене топлоте при паду метеорита?

⊙ 5—12. До ког би се растојања од Земље удаљило тело, бачено вертикално навише брзином $v_0=5$ км/сек., под претпоставком да нема ваздуха? Маса тела је занемарљиво мала у односу на масу Земље.

⊙ 5—13. Две планете се окрећу око Сунца по орбитама, за које приближно можемо узети да су кругови, са радиусима $R_1=150 \cdot 10^6$ км. (Земља) и $R_2=108 \cdot 10^6$ км. (Венера). Наћи однос њихових линеарних брзина v_1 и v_2 .

⊕ 5—14. Колики је збир потенцијалне и кинетичке енергије планете, чија је маса m , која се окреће око Сунца по елипси; чија је велика полуоса једнака a ? Посматрати положај планете у тачкама њене орбите са најмањом и највећом кривином.

Упутство: Најмањи и највећи радиуси кривина елипсе једнаки су b^2/a и a^3/b ; где су a и b полуосе елипсе.

⊕ 5—15. За које би време пало тело на Сунце са растојања једнаког радиусу Земљине орбите?

§ 6. Статика. Техинште

1) Паралелограм и паралелолипед сила.

2) Положај тежишта система материјалних тачака одређује се следећим једначинама:

$$x_0 = \frac{\sum mx}{\sum m}; \quad y_0 = \frac{\sum my}{\sum m}; \quad z_0 = \frac{\sum mz}{\sum m}$$

или у случају тела са непрекидно распооређеним масама:

$$x_0 = \frac{\int x dm}{m}; \quad y_0 = \frac{\int y dm}{m}; \quad z_0 = \frac{\int z dm}{m};$$

где је m — маса тела.

3) Чврсто тело се налази у равнотежи када су

а) $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum F_z = 0$;

б) и збир свих момената сила у односу на ма коју осу узету на телу или ван њега једнак нули.

У ствари важиће следеће једначине:

$$\sum M_x = 0; \quad \sum M_y = 0; \quad \sum M_z = 0,$$

где су M_x , M_y и M_z — обртни моменти у односу на осе X , Y , Z .

Исте једначине важе при равномерном праволинијском кретању тела. Могу се користити ове једначине и при убрзаном кретању ако додамо силама које стварно дејствују, силе инерције.

4) Потенцијална енергија система тачака, који се налази у гравитационом пољу, једнака је $m \cdot g \cdot h$, где је m — укупна маса свих тачака; h — висина тежишта система. Систем тела тежи да заузме такав положај при коме ће му тежиште заузимати најнижи положај.

О 6—1. Одредити резултанту:

а) три силе: 9 kGg, 8 kGg и 12 kGg, које заклапају прав угао једна са другом.

б) три силе, свака по 10 kGg, које захватају угао од 60° међусобом.

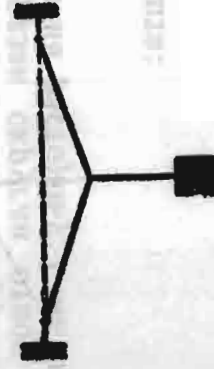
О 6—2. Колики је угао између две силе, ако су:

а) силе једнаке међусобно, а њихова резултанта једнака свакој од њих?

б) силе су једнаке међусобно, а резултанта је за 1,5 пута већа од сваке од њих?

в) ако је резултанта једнака једној од њих, а два пута већа од друге?

О 6—3. Између два клина разапет је канат дужине 1,7 м. Растајање између клинова једнако је 1,5 м. О канат је обешен тег тежине 200 Gg (сл. 6—1). Одредити силу затезања каната, занемарујући истезање каната при оптерећењу.



Сл. 6—1



Сл. 6—2

О 6—4. Кугла тежине $P = 5 \text{ kGg}$, ослања се на две равни, које захватају угао, при чему лева равна захвата са хоризонтом угао $\alpha = 35^\circ$, а десна — угао $\beta = 20^\circ$ (сл. 6—2). Одредити силе са којима кугла притискује на поменуте равни.

О 6—5. На сваку греду крова (АС и СВ, сл. 6—3) дејствује тежина крова и греде, од 80 kGg. Греде су везане ужетом ЕН, чија је дужина 1,5 пута мања од растојања између ослонаца греда (АВ) и 1,2 пута већа од дужине греде (АС). Силе тежине можемо рачунати да дејствују у средини греда. Колике су силе које затежу уже?



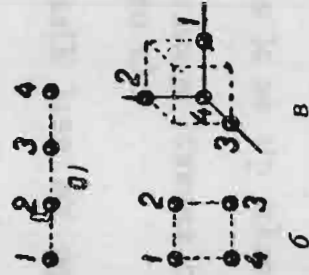
Сл. 6—3

О 6—6. Одредити положај тежишта система који се састоји од четири куглице, чије су масе 1 gr, 2 gr, 3 gr и 4 gr, у следећим случајевима (сл. 6—4, а, б, в):

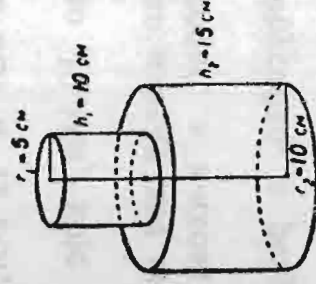
- а) када су куглице распоређене по једној правој;
- б) када су куглице распоређене по теменима квадрата;
- в) када су куглице распоређене у четири суседна темена коцке.

У сва три случаја растојање између суседних куглица је једнако 10 cm.

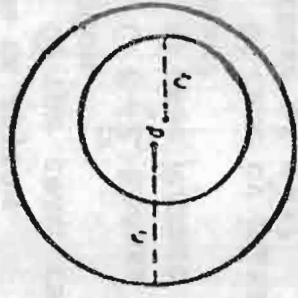
⊖ 6—7. а) Одредити положај тежишта двојног хомогеног цилиндра, чије су димензије дате на сл. 6—5.



Сл. 6—4



Сл. 6—5



Сл. 6—6

б) Одредити положај тежишта плочице, која има облик осног пресека тела, приказаног на сл. 6—5.

⊗ 6—8. Одредити положај тежишта танког и округлог диска, чији је радијус $r_1 = 5$ dm, из кога је изрезан округли отвор радијуса $r_2 = 3$ dm, при чему центар отвора лежи на растојању 1 dm од центра диска (сл. 6—6).

⊕ 6—9. Одредити положаје тежишта:

- а) пуног конуса;
- б) шупљег конуса;
- в) половине кружног диска;
- г) пуне полулопте;
- д) шупље полусферне чаше.

⊖ 6—10. а) Показати да се тежиште система креће константном брзином, ако на систем не дејствују спољашње силе.

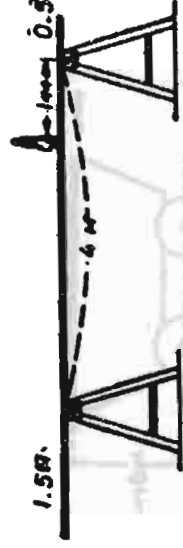
б) Показати, да се при дејству спољних сила тежиште система креће са убрзањем одређеним односима:

$$\Sigma F_x = ma_x; \quad \Sigma F_y = ma_y; \quad \Sigma F_z = ma_z,$$

где је m — укупна маса свих тачака система.

О 6—11. Три радника носе металну плочу у облику разно-страног троугла, држећи је за темена. Доказати, да на сваког од њих долази исти терет.

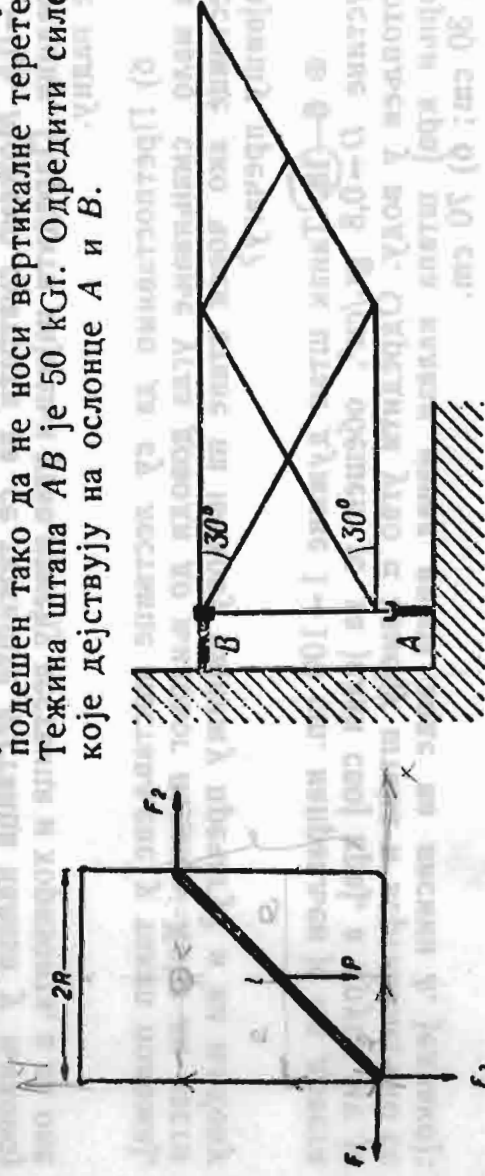
О 6—12. На дасци, која је постављена на ногаре, стоји човек тежак 60 kGg. Тежина даске је 80 kGg. Димензије су дате на сл. 6—7. Одредити силе које дејствују на ослонце.



Сл. 6—7

О 6—13. У глатку цилиндричну чашу спуштен је штапић дужине $l = 15$ cm и тежине $P = 30$ Gg, као што је показано на сл. 6—8. Којим силама дејствује штапић на дно и зидове чаше, ако је радијус дна $R = 7$ cm? Трење занемарити.

О 6—14. Носач од гвоздених штапова истог попречног пресека направљен је као што је показано на слици 6—9. Ослонац B је подешен тако да не носи вертикалне терете. Тежина штапа AB је 50 kGg. Одредити силе које дејствују на ослонце A и B .



Сл. 6—8

Сл. 6—9

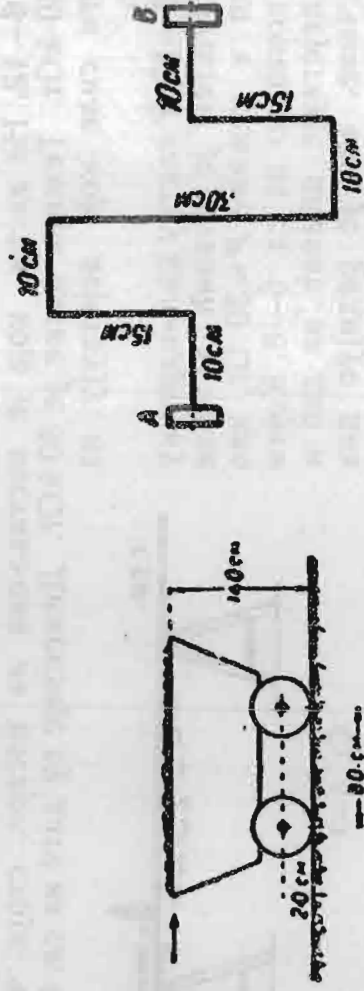
О 6—15. Натоварени вагончић налази се на хоризонталним шинама (сл. 6—10). Растојање између његових осовина је 80 cm. Осовине се налазе на висини 20 cm од шина. Ако се вагончић не креће, онда су силе притиска на леву и десну осовину вагончића 100 kGg. и 90 kGg.

а) На вагончић дејствује сила од 4 kGg. на висини 140 cm. од шина, услед које се вагончић равномерно креће у правцу силе (с лева на десно). Колике су силе притиска на осовине у случају кад се вагончић креће?

б) Колике су силе притиска на осовине, у случају да се вагончић креће под дејством исте силе, са убрзањем од $0,1$ m/sec². и ако се тежиште вагончића налази на висини 61 cm. од шина?

О 6—16. Модел коленасте осовине направљен је од гвоздене шипке дијаметра 1 cm., као што је показано на слици 6—11., обрће се у лежиштима A и B са фреквенцијом обртања од 5 sec⁻¹. Одредити силе притиска осовине у ослонцима: а) у тренутку када су колена осовине у вертикалном положају; б) када су колена осовине у хоризонталном положају.

а) 6—17. Уза зид стоје лествице. Коефицијенат трења између лествица и зида $\mu_1 = 0,4$; коефицијенат трења између лествица и земље



Сл. 6—10

Сл. 6—11

$\mu_2 = 0,5$. Можемо сматрати да се тежиште лествица налази у њиховој средини. Одредити најмањи угао између лествица и хоризонта, а да оне не падну.

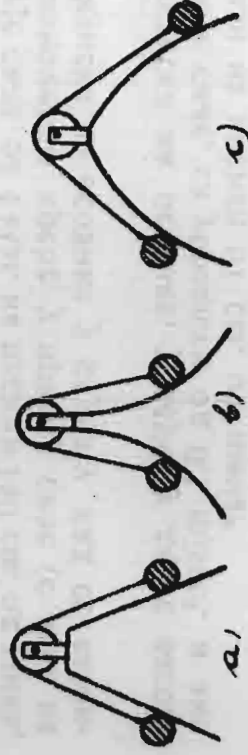
б) Претпоставимо да су лествице постављене у такав положај, да мало смањивање угла доводи до њиховог падања. Хоће ли пасти лествице ако човек стане на њихову најнижу пречагу? и на њихову највишу пречагу?

⊕ 6—18. Танак штап дужине $l = 100$ cm. направљен је од дрвета густине $D = 0,8$ g./cm³, обешен је за један свој крај, а други му је потопљен у воду. Одредити угао α између штапа и вертикале, ако се горњи крај штапа налази изнад нивоа воде на висини h , једнакој:

а) 30 cm; б) 70 cm.

⊖ 6—19. Колики рад треба извршити да бисмо окренули на другу страну: а) пуну гвоздену коцку тешку 200 kG; б) шупљу коцку, до половине напуњене водом? Тежина коцке је мала према тежини воде у њој. Ивица коцке је 1 m.

⊖ 6—20. Сандук у облику коцке померен је за неко растојање L ; једанпут вучењем по поду а други пут претумбавањем (тј. пре-



Сл. 6—12

вртањем преко ивица). Коефицијенат трења сандука о под при клизању је μ ; трење при претумбавању се може занемарити. За које ће μ рад померања сандука зучењем по поду бити једнак раду померања сандука претумбавањем?

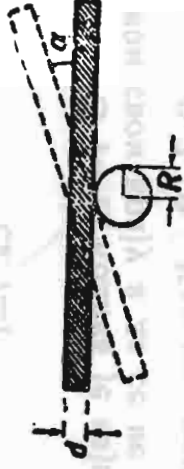
○ 6—21. У којим од случајева, приказаних на сл. 6—12 ће систем, од две куглице повезане каналом пребаченим преко когура, бити у стабилној равнотежи?

⊕ 6—22. Даска дебљине d постављена је на округли цилиндер радиуса R ; тако да јој се тежиште налази изнад осе цилиндра (сл. 6—13).

Показати да се даска налази у стабилном положају све док угао нагиба α задовољава услове:

$$\operatorname{tg} \alpha < \mu; \quad \operatorname{tg} \alpha/2 < \frac{\alpha}{d} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2R}{d}},$$

где је μ — коефицијент трења даске о цилиндер. Показати да се даска, за $d \ll 2R$ не може уравнотежити на цилиндру.



Сл. 6—13

§ 7. Отпорност и еластичност материјала

1) Сила прекидања:

$$F = p_m \cdot S,$$

где је p_m — напон прекидања; а S — попречни пресек.

2) Релативно издужење или сабијање дато је односом:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{p}{E},$$

где је p — напон; E — модуло еластичности прве врсте.

3) Релативна промена запремине при истезању дата је односом:

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 - 2\mu) \frac{p}{E},$$

где је μ — однос релативног сабијања према релативном издужењу датог примерка,

4) Релативна промена запремине при свестраном сабијању је:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{p}{K},$$

где је K модуло свестраног сабијања.

5) Потенцијална енергија еластично-деформисаног тела је:

$$P = \frac{F \cdot \Delta l}{2},$$

где је F — еластична сила.

6) а) Густина енергије у издуженом или сабијеном штапу износи:

$$W = p^2/2E;$$

б) у свестрано сабијеном телу $W = -p^2/2K$.

7) Угао торзије цилиндра (сл. 7—1) износи:



Сл. 7—1

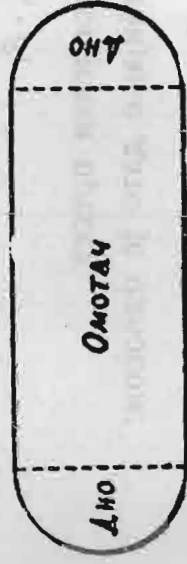
$$\alpha = \frac{2l}{\pi r^4 G} M,$$

где је M — обртни момент, који изазива торзију, l и r — дужина и радијус цилиндра, а G — модуло торзије.

О 7—1. Колика је највећа дужина оловне жице, која виси о једном свом крају а да се не прекине под дејством сопствене тежине?

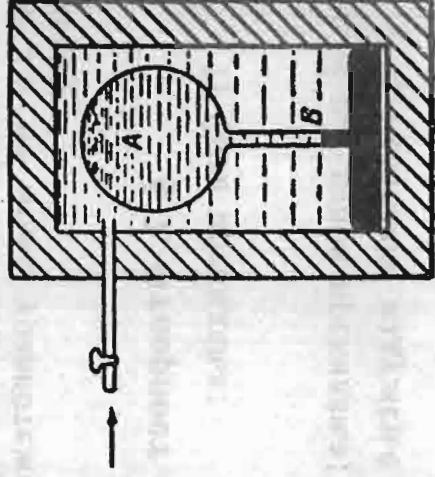
О 7—2. Колики унутрашњи притисак може да издржи:

а) стаклена цев, чији је спољашњи и унутрашњи дијаметар $d_1 = 8 \text{ mm}$ и $d_2 = 7 \text{ mm}$?



Сл. 7—2

б) стаклени сферни балон спољашњег и унутрашњег дијаметра $d_1 = 182 \text{ mm}$ и $d_2 = 180 \text{ mm}$?



Сл. 7—3

О 7—3. Показати, да се у котлу, који се састоји из цилиндричног дела и два полусферична дна (сл. 7—2), добија једнака отпорност цилиндричног дела и дна, ако направимо дна двоструко тања.

О 7—4. Хоризонтални гвоздени штап дужине $l = 150 \text{ cm}$ обрће се око вертикалне осе, која пролази кроз његову средину. За колики број обртаја у секунди ће се он раскинути?

О 7—5. Челична жица, дијаметра 1 mm , дугачка је 5 m , кад на њој виси тег тежине 20 kG . За колико ће се истегнути жица, ако тег повећамо за још 10 kG ?

О 7—6. Између два чврста ослоња затегнута је челична жица дијаметра 1 mm и дужине 2 m . За колико ће се померити средина жице, ако о њу обесимо тег тежак 300 G ? При рачунању сматрати ослоње непомичним при вешању тега.

О 7—7. Бакарни штап дужине 2 m , чији је дијаметар 3 cm , премешта се из хоризонталног у вертикални положај и ослања се на под. При овоме дијаметар његовог доњег дела постаје нешто већи. Да ли се може измерити ова промена, ако се користи направа, која допушта мерење са тачношћу до $0,001 \text{ mm}$?

О 7—8. Дугачка гвоздена цев има унутрашњи дијаметар $d = 30 \text{ cm}$, а дебљину зидова $b = 0,5 \text{ cm}$. За колико се повећава попречни пресек

канала цеви, ако се разлика притиска унутра и ван цеви повећава од нуле до $p = 50 \text{ kGr/cm}^2$? Промену дебљине зидова при истезању занемарити.

⊙ 7-9. На којој је дубини густина слатке воде за 1‰ већа од густине близу слободне површине?

⊙ 7-10. Цев, описана у задатку 7-8, дужине 2 km постављена је хоризонтално. Крајеви цеви су затворени. Цев је напуњена водом, при чему је разлика притисака воде и спољашњег ваздуха 50 kGr/cm . Колика ће запремина воде истећи из цеви, ако се по горњој линији њеног зида образује пукотина?

⊙ 7-11. На слици 7-3 је претстављен пиезометар — апарат за мерење модула стишљивости течности. При повећању притиска течности, у којој се налази стаклени суд A , жива се подиже у уској цеви B . Како се може измерити модул стишљивости течности, која се налази у суду A ? Колика је релативна грешка која настаје, ако не узмемо у обзир скупљање стакла под дејством укупног притиска, ако је модул стишљивости течности коју испитујемо око 300 kGr/mm^2 ?

⊙ 7-12. Челични замајца обрће се чинећи $n = 30 \text{ ob./min}$. Средњи дијаметар његовог обода једнак је $d = 1.5 \text{ m}$. Одредити повећање дијаметра замајца, занемарујући дејства паоца.

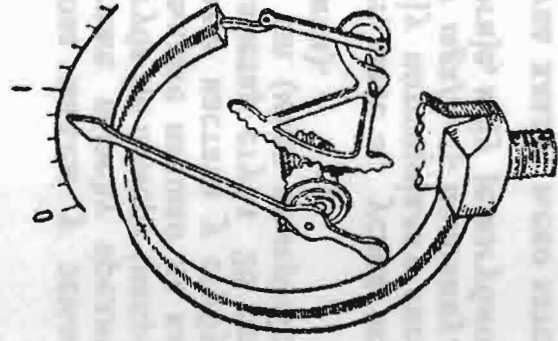
⊙ 7-13. На две супротне стране хомогене коцке дејствују две једнаке силе супротног смера које растежу коцку. Ако се ове стране удаље једна од друге за растојање Δl , остале четири стране ће се приближити за растојање $\mu \cdot \Delta l$. Претпоставимо да су силе које су дејствовале на прве две стране нестале, а да на остале четири стране дејствују по пар једнаких сабијајућих сила, таквих да стране остају на ранијем растојању (тј. приближене за $\mu \Delta l$). Да ли облик коцке остаје исти као што је био пре дејства растежућих сила?

⊙ 7-14. Челична жица дужине $l = 4 \text{ m}$, са дијаметром $d = 2 \text{ mm}$, истеже се силом $F = 100 \text{ kGr}$. За колико се промени при овоме:

а) њена запремина?

б) површина њеног омотача?

⊙ 7-15. На слици 7-4 приказан је један тип од многих типова манометра за високе притиске. За резервоар, у коме



Сл. 7-4

треба мерити притисак спаја се шупља савијена метална цев овалног пресека. Дуж осовина пресека цеви је нормална на раван у којој је сз-

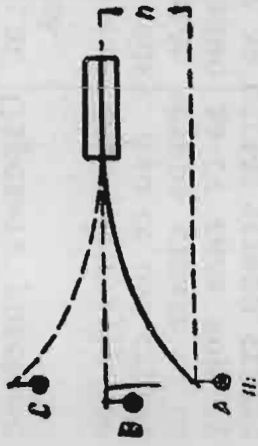
вијена цев. При повећању притиска радијус лука, по коме је савијена цев, повећава се и казаљка, учвршћена за крај цеви, скреће. Оглед показује, да се цев са овалним пресеком, код кога се правац дуж осе поклапа са равни цеви, при повећању притиска не исправља, него се савија још јаче. Цев са кружним пресеком при повећању притиска скоро не мења своју кривину. Како да се објасне појаве у цевима са овалним пресеком а како са кружним пресеком?

Примедба. Узети у обзир да је повећање запремине шупљине цеви са овалним пресеком повезано са приближавањем њеног облика кружном пресеку.

О 7—16. Одредити енергију, која зависи од присуства силе затезања у следећим случајевима:

- а) код жице наведене у задатку 7—5, при затежућој сили од 30 kGг,
- б) при обешеној оловној жици, наведеној у задатку 7—1. Узети да је дијаметар жице 1 mm.

О 7—17. Челична опруга K (сл. 7—5) учвршћена је на једном крају и оптерећена на другом крају тегом m . Колики рад треба извршити да бисмо подигли тег из положаја B , а колики да бисмо подигли тег из положаја B у положај C ?



Сл. 7—5

О 7—18. Теретни вагон масе 31 t, креће се по слепом колосеку брзином 40 cm/sec, и налеће својим одбојницима на препреку. Одбојници се знатно сабијају а препрека се скоро не деформише. Опруга сваког од одбојника скупи се под дејством силе од 1 t, за 7 mm. Удар вагона се може сматрати потпуно еластичним. За колико се сабију опруге одбојника у посматраном случају?

О 7—19. Код забијања дрвених стубова маљем у земљиште (сл. 3—6) у стубу настаје напон који достиже највећу вредност у случају ако се при удару маља доњи крај стуба не помера (на пример, ако је стуб пробијајући се кроз меко земљиште наишао на камену подлогу). Одредити највећи напон који може настати у стубу при следећим подацима: маса маља 180 kgг., дијаметар стуба 26 cm, дужина стуба 6 m; маљ пада са висине од 45 cm (мало померање горњег краја стуба при удару се може занемарити).

О 7—20. На учвршћеној жици виси тег, масе m , услед чега се жица издужи за x . При овоме тег смањи своју потенцијалну енергију за mgx , а жица добије потенцијалну енергију $mgx/2$, тј. половину. Шта бива са другом половином потенцијалне енергије, коју је изгубио тег?

О 7—21. Кад се затегнута челична струна хлади, њено затезање, а према томе и енергија која зависи од затезања, се повећавају. На рачун чега се дешава ово повећање енергије?

О 7—22. Тег је обешен о гумену нит, која је дугачка $l = 80$ cm, у незатегнутом стању. Тег отклонимо за угао 90° не затежући нит,

и отпустимо га. Кад нит прође кроз вертикални положај, има дужину $l_1 = 100$ см. Одредити брзину тега у том моменту.

Примедба: Пошто је нит у моменту пролаза кроз равнотежни положај најдужа, што значи да се у том моменту не мења, можемо узети да је радиус кривине путање тега, при пролазу кроз равнотежни положај, једнак дужини нити.

○ 7—23. Челична осовина дужине 150 см и дијаметра 2 см предаје, обрћући се са фреквенцијом 20 sec^{-1} , снагу 4,5 kW. Колики је угао торзије осовине?

§ 8. Динамика осцилаторног кретања. Клатна

1) Периода транслаторног хармониског осциловања одређује се једначином:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

где је k — коефицијент квази — еластичне силе, која је једнака односу повратне силе F и величине померања s ; $k = -F/s$.

2) Периода ротационих хармониских осцилација одређује се једначином:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}},$$

где J — моменат инерције тела које осцилује у односу на осу осциловања; D — однос повратног момента силе, који тежи да врати тело у равнотежни положај, и угла заокретања; $D = -M/\alpha$.

3) Периода осциловања клатна за мале амплитуде одређује се једначином:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

где је g — гравитационо убрзање; l — дужина математичког клатна; за физичко клатно l — је редукована дужина, која је једнака

$$l = J / mb$$

где је J — моменат инерције физичког клатна у односу на тачку вешања, m — маса физичког клатна; b — растојање од тежишта до тачке вешања.

4) Једначина амортизованих осцилација гласи:

$$s = Ae^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi),$$

узаstopне амплитуде чине прогресију са количником $e^{-\alpha t}$; величине $V = \alpha T$ назива се логаритамски декремент амортизовања; $\alpha = r/2m$ где је r — коефицијенат пропорционалности у једначини $F = -rv$. (F — сила трења; v — брзина; m — маса осцилаторног тела). При решавању задатака од 8—24 до 8—29 сматрати да у овим сличајевима горња формула важи.

5) Код амортизованих осцилација периода се одређује по једначини:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m - r^2/4m^2}},$$

6) Амплитуда принудних осцилација дата је:

$$A = \frac{B}{\sqrt{r^2\omega^2 + m^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2}},$$

где је B — максимална вредност силе која изазива осциловање;

$\omega = 2\pi f$ и $\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{k/c}$, f и f_0 — су фреквенције осцилаторне силе и сопствене осцилације система, кад нема амортизовања.

О 8—1. О спиралну опругу обешен је одоздо терет, чија је маса знатно већа од масе опруге. При овом се опруга издужила за 4 см. Колика ће бити фреквенција осциловања терета, ако му се саопшти удар у вертикалном правцу?

О 8—2. Узимајући да је кретање клипа код мотора са унутрашњим сагоревањем, хармониско осциловање (види задатак 1—35), одредити силу којом дејствује клип на радилицу, када се он налази у мртвој тачки. Маса клипа износи 1,2 kg; а радилица чини 200 обртаја у минути; ход клипа је 12 см.

⊕ 8—3. На горњу грану хоризонтално постављене звучне виљушке (сл. 8—1) посут је ситан песак. Помоћу споја доводимо звучну виљушку у осциловање. Фреквенција осциловања звучне виљушке износи 500 Hz.



Сл. 8—1

а) Колика је амплитуда осциловања на оном месту гране звучне виљушке, где делићи песка не поскакују?

б) Колика је амплитуда осциловања на оном месту, где делићи песка поскакују за висину од 3 mm (у односу на мирни положај звучне виљушке)?

О 8—4. О две једнаке спиралне опруге обешена су два тега, чије се масе односе као 4:1. Тегови су добили ударе у вертикалном правцу и осцилују са једнаким амплитудама. Како се односе: а) периоде њихових осцилација? б) енергија осцилација?

О 8—5. Горњи крај челичне жице дијаметра 0,5 mm, и дужине 80 cm је учвршћен. За доњи крај жице причвршћена је кугла тежине 2 kg и дијаметра 10 cm. Ако куглу заокренемо око вертикалне осе за мали угао и отпустимо је, она ће вршити обртне осцилације. Одредити периоду осциловања кугле.

О 8—6. Куглица је обешена о дугачку нит. Једанпут је подигнемо вертикално до тачке вешања, а другипут је изведемо из равнотежног положаја као клатно за мали угао. У којем од ових случајева ће се куглица брже враћати у равнотежни положај, када је отпустимо?

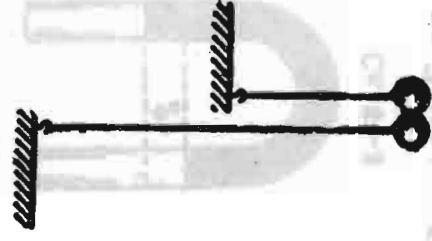
⊖ 8—7. Одредити периоду осциловања цепанице, која је обешена о 8 канапа, једнаке дужине, $l = 80$ см, као што је показано на сл. 3—7. Суседни канапи захватају углове од $\varphi = 49^\circ$. Амплитуда осциловања је мала.

○ 8—8. Две мале еластичне куглице обешене су о нитима, дужине 50 см и 100 см. Тачке вешања су распоређене тако, да се куглице у миру додирују (сл. 8—2). Једну од куглица изведемо из равнотежног положаја за мали угао и пустимо је услед чега се куглице почињу да сударају и отскакују. Колико пута ће се оне сударити за 30 секунди?

⊖ 8—9. Клатно у облику тега, који је обешен о конач дужине $l = 50$ см, осцилује у авионској кабини. Колика је периода његовог осциловања:

- а) ако се авион креће равномерно
- б) ако се авион креће хоризонтално са убрзањем $a = 2,5 \text{ m/sec}^2$
- в) ако авион планира на доле под углом $\alpha = 15^\circ$ према хоризонту? Чеони отпор авиона занемарити.

Сл. 8—2



⊖ 8—10. Клатно се састоји од бакарне жице дијаметра $d_1 = 0,1 \text{ mm}$ и бакарне куглице, дијаметра $d_2 = 3 \text{ cm}$. За колико ће се процената повећати периода осциловања, ако бакарну куглицу заменимо оловном, истог дијаметра? Амплитуду сматрати малом.

○ 8—11. Клатно се састоји од врло лаког штана, на коме су причвршћена два једнака тега, један на растојању 30 см од осе осциловања, а други на растојању од 15 см од осе. Колика је редуквана дужина таквог клатна? Колика је периода осциловања?

○ 8—12. а) Одредити периоду осциловања хомогене кугле око хоризонталне осе, која пролази кроз тачку, која је удаљена од центра кугле за растојање 0,3 радијуса кугле. Радијус кугле је 6 см.

б) Колика ће бити периода осциловања, ако поставимо осу под углом од 80° према хоризонту?

⊖ 8—13. Танка правоугаона плочица може да осцилује око хоризонталне осе, која лежи у њеној равни а нормална је на једну од њених страна, чија је дужина једнака l .

а) Колика је периода осциловања, ако се оса поклапа са горњом страном плочице?

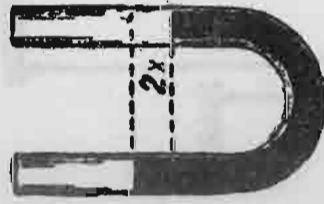
б) При ком ће растојању осе од горње стране плочице периода бити најмања? Колика је та периода?

в) При ком ће растојању осе од горње стране плочице редуквана дужина клатна бити једнака са дужином плочице?

⊖ 8—14. Кугла, чији је радијус $r = 5 \text{ cm}$, обешена је о канп дужине $l = 10 \text{ cm}$. Одредити грешку, коју чинимо узимајући је за математичко клатно са дужином $l_1 = l + r = 15 \text{ cm}$,

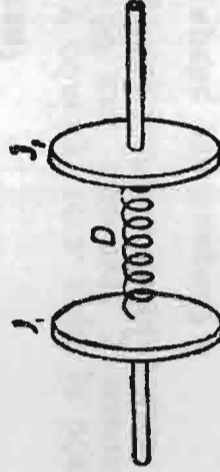
⊕ 8—15. Неко тело осцилује око осе са периодом $T_1 = 0,5$ sec. Ако се на њега причврсти тег масе $m = 50$ gr. на растојању $l = 10$ cm. испод осе, оно ће осциловати са периодом $T = 0,6$ sec. Наћи момент инерције тела у односу на осу осциловања.

⊕ 8—16. Одредити периоду осциловања масе $m = 121$ gr. живе, која се налази у U-цеви (сл. 8—3). Попречни пресек канала цевии $S = 0,3$ cm².



Сл. 8—3

⊕ 8—17. Куглица осцилује на дну сферне чаше. Претпостављајући да те осцилације можемо сматрати синусоидалним, одредити им периоду.



Сл. 8—4

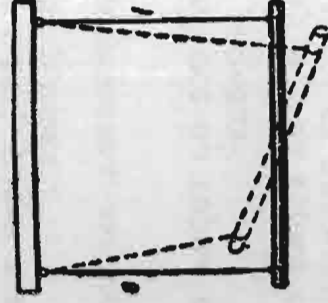
⊕ 8—18. Претпоставимо да је по једном од дијаметара Земље избушен канал.

Узимајући Земљу за хомогену куглу густине $D = 5,5$ gr/cm³: а) показати, да тело које пада без трења у том каналу, врши хармониско осцилаторно кретање; б) наћи време τ кретања тела од површине Земље до њеног центра.

⊕ 8—19. Два диска могу да се обрћу око осовина, које су прођу једна друга (сл. 8—4). Моменти инерције дискова у односу на ову осу су J_1 и J_2 . Дискови су повезани опругом, чији је коефицијент торзије D . а) Одредити периоду, којом ће осциловати дискови, ако их заокренемо у супротним правцима, уврћући при том опругу и отпуштајући је.

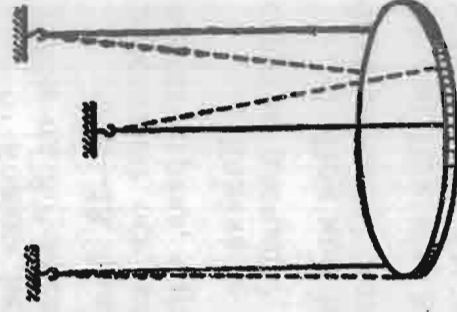
б) За колико ће се променити периода, ако је један од дискова (на пример други) учвршћен?

⊕ 8—20. Танак штап обешен је о два паралелна канапа дужине $l = 120$ cm. (сл. 8—5). Штап врши торзионе осцилације малих амплитуда, при чему његово тежиште остаје на једној вертикалној правој? Одредити периоду осциловања.



Сл. 8—5

⊕ 8—21. Одредити периоду торзионих осцилација танког диска, обешеног о три паралелна канапа једнаке дужине (сл. 8—6).



Сл. 8—6

⊕ 8—22. О челичној жици, дужине $l = 6$ m и попречног пресека $S = 0,5$ mm², виши метална кугла масе $m = 2$ kg. Ако куглу подигнемо за неку висину h и затим је пустимо, она ће почети да осцилује у вертикалном правцу.

- а) Какав је карактер ових осцилација за различите висине h ?
- б) За које амплитуде ће осциловање бити синусодално?
- в) Одредити периоду синусодалних осцилација.

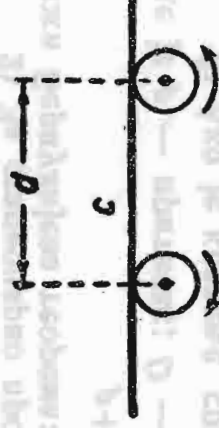
○ 8—23. Два котура брзо се обрћу у супротним правцима, као што је показано на слици 8—7. Растојање између осовина котура је $d = 10$ cm; коефицијенти трења између котура и штапа једнак је $\mu = 0,25$. Ако на котурове поставимо штап тако да му тежиште (C) буде ближе једном од котура, штап ће почети да се креће час десно, час лево.

а) Показати, да су те осцилације синусодалне и одредити им периоду.

б) Зашто при лаганом окретању осцилације могу бити и несинусодалне?

○ 8—24. Почетна амплитуда осциловања клатна једнака је $A_0 = 3$ cm. После $t = 10$ sec. она је једнака $A_1 = 1$ cm. После колико времена ће амплитуда осциловања бити једнака $A_2 = 0,3$ cm?

○ 8—25. Три узастопна крајња положаја галванометарска казаљке која осцилује показивали су подеоке $\eta_1 = 20,0$, $\eta_2 = 5,6$ и $\eta_3 = 12,8$. Рачунајући да је декремент опадања сталан, одредити поделак, који одговара равнотежном положају казаљке.



Сл. 8—7

○ 8—26. Колики је логаритамски декремент постепеног опадања осцилација клатна, дужине 0,8 m, ако је његова почетна амплитуда 5° , а кроз 5 минута амплитуда му је једнака $0^\circ,5$?

○ 8—27. После колико времена ће се енергија осциловања звучне виљушке, са фреквенцијом $f = 600$ Hz, смањити за $\eta = 1.000.000$ пута, ако је логаритамски декремент опадања $\theta = 0,0008$?

○ 8—28. Колика је укупна дужина путева s , које пређе напред и назад тачка, која осцилује до потпуног заустављања, ако јој је почетна амплитуда $A = 1$ mm, а логаритамски декремент $\theta = 0,002$?

○ 8—29. а) Амплитуда амортизованих осцилација се смањује у току једне периоде за три пута. За колико је процената периода осциловања већа од периоде, кад не би било узрока који изазивају амортизацију?

б) За који ће фазни угао померање бити максимално?

в) За који ће фазни угао брзина бити максимална?

г) Нацртати приближно графикон померања и брзина овах осцилација.

○ 8—30. При којој ће брзини воза опруге његових вагона нарочито јако осциловати под дејством удара точкава о спојнице шина, ако је дужина шина 12,5 m а оптерећење по опрузи 5,5 тона, и ако се опруга спушта за 16 mm при оптерећењу од 1 тоне?

⊕ 8—31. Челична струна је затегнута испред полова електромагнета, напаяног наизменичном струјом. Затезање струне се повећава, при чему за фреквенцију $f_0 = 100 \text{ Hz}$ амплитуда осциловања изазвана дејством електромагнета достиже максимум, једнак $A_0 = 5 \text{ mm}$. Ако фреквенцију осциловања струне повећамо до 101 Hz амплитуда ће се смањити на $A = 2 \text{ mm}$. За које ће се време амплитуда осциловања струне смањити од 5 mm на 2 mm , ако је електромагнет удаљен? Узети, да се максимум постиже при изједначавању сопствене и прибудне фреквенције.

§ 9. Кретање течности и гасова

1) Брзина истицања течности из малог отвора у широком суду дата је једначином:

$$v = \sqrt{2gh},$$

где је g — гравитационо убрзање; h — дубина отвора у односу на ниво воде у суду.

2) За стационарно протичање течности (нестишљиве и без трења) важи Бернулијева теорема:

$$p + Dv^2/2 + Dgh = \text{const}$$

где је p — притисак; D — густина течности; v — брзина протичања.

3) Ако је кретање средине, која оптиче чврсто тело и које се креће у тој средини са константном брзином v , ламиларно, онда се чеони отпор изражава формулом:

$$F = -k\eta \cdot b \cdot v.$$

Где је η — вискозност средине, b — величина која карактерише линеарне димензије тела, k — бездимензионална величина, која зависи од облика тела и једнака за сва слична геометријска тела. Негативан знак показује да је F супротног смера од v . У случају кугле, ако узмемо да је b једнако радијусу кугле r , $k = 6\pi$, F се изражава Штоксовом формулом:

$$F = -6\pi\eta r v.$$

При ламиларном току течности кроз округлу цев чији је унутрашњи радијус r , запремина течности, која протекне за време t , износи

$$v = \frac{\pi r^4 \cdot t}{8l\eta} \Delta P$$

где је ΔP — разлика притисака између тачака, које су удаљене на оси цеви за растојање l . (Паузелова формула).

5) Ако је кретање средине, која оптиче чврсто тело, турбулентно, формула из 3) се не може применити. У овом случају, ако брзине нису сувише велике, чеони отпор можемо израчунати из једначине:

$$F = -C_x S v^2 D.$$

Где је S — највећа површина попречног пресека тела у правцу нормалном на правац брзине v ; D — густина средине; C_x — бездимензионални коефицијент, који зависи од облика тела.

б) Карактер кретања средине одређује се тзв. Рејнолдсовим бројем, тј. бездимензионалним бројем $Re = \frac{b \cdot v \cdot D}{\mu}$ где је b — величина која карактерише линеарне размере протока средине. За мале вредности Re кретање средине је ламиларно, а за велике турбулентно. У случају кугле, прелаз од ламиларног кретања ка турбулентном дешава се за вредности Re око 0,5, ако за израчунавање Re уместо b узмемо дијаметар кугле. При повећању брзине тока течности кроз цев прелаз од ламиларног тока у турбулентни дешава се за Re око 3000, ако је b узето за дијаметар цеви.

7) При решавању првих 9 — задатака овог параграфа можемо вискозност средине занемарити.

○ 9—1. У центру дна цилиндричног ведрa налази се мали отвор, кроз који истиче вода. Ниво воде у ведру је 30 см изнад дна. Коликом брзином истиче вода кроз отвор у следећим случајевима:

- а) кад је ведро непокретно;
- б) кад се ведро креће са убрзањем од 120 cm/sec^2 , најпре навише а затим наниже;
- в) кад се ведро равномерно подиже;
- г) када се ведро креће у хоризонталном правцу са убрзањем 120 cm/sec^2 .

○ 9—2. Буре се равномерним млазом пуни водом и то за сваку секунду протиче $q = 150 \text{ cm}^3/\text{sec}$ воде. На дну буре налази се отвор попречног пресека $S = 0,5 \text{ cm}^2$. На ком ће се нивоу вода одржавати у бурету?

○ 9—3. На хоризонталном столу стоји суд, на чијем је вертикалном зиду начињено неколико отвора један изнад другог. Суд је напуњен водом и из отвора бију млазеви воде:

а) Показати, да сви млазеви ударају о сто са једнаким брзинама.
б) Показати, да два млаза ударају у исту тачку стола, ако су растојања једног од отвора, од нивоа течности у суду, и другог од површине стола једнака.

в) На ком месту у зиду суда треба начинити отвор, да би млаз воде из њега имао највећи домет, на хоризонталном столу од суда?
○ 9—4. Цилиндрични суд висине $H = 70 \text{ cm}$ и попречног пресека дна $S = 600 \text{ cm}^2$, напуњен је водом. На дну суда начињен је отвор попречног пресека $S_1 = 1 \text{ cm}^2$.

- а) Како се креће ниво воде у суду?
- б) Колико је потребно времена да се суд потпуно испразни?
- в) Колико је потребно времена да се суд испразни за половину?
- г) Да ли се повећава или смањује време пражњења суда, ако суд врши осцилације у вертикалном правцу?

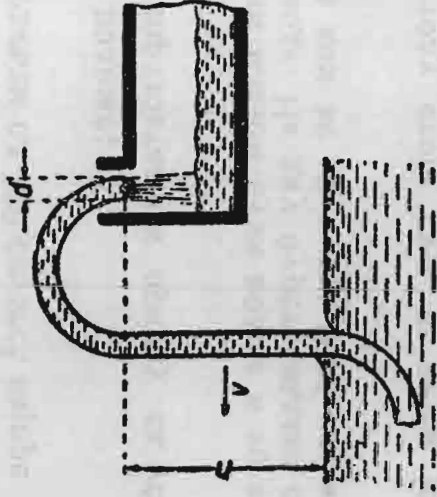
Ø 9—5. Попречни пресек клипа у шприцу (штрцаљки) сл. 9—1 је $S_1 = 1,2 \text{ cm}^2$, а пресек отвора је $S_2 = 1 \text{ mm}^2$. За колико ће време изтећи вода из шприца, ако дејствујемо на клип силом $F = 0,5 \text{ kG}$ и ако је ход клипа $l = 4 \text{ cm}$?

Ø 9—6. Да бисмо избегли неопходно заустављање воза за попуњавања залиха воде у локомотиви, понекада се употребљава следећи начин. Између шина ископа се

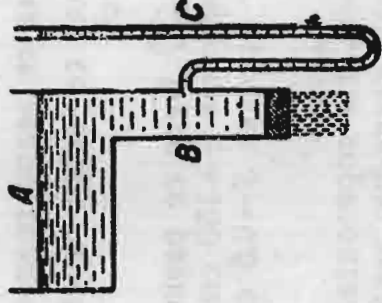


Сл. 9—1

дугачки јарак напуњен водом. У тај јарак са локомотиве се спусти цев савијена, као што је показано на сл. 9—2. Вода се подиже у цеви и прелива се у резервоар локомотиве. Зашто се ово дешава? Којом брзином и треба да се креће воз, да би се вода подигла на висину $h = 3,5 \text{ m}$ и да би се у интервалу времена, за који воз пређе пут $l = 1 \text{ km}$, у резервоар налило 3 m^3 воде? Дијаметар цеви једнак је $d = 10 \text{ cm}$.



Сл. 9—2



Сл. 9—3

Ø 9—7. Врло широки цилиндрични суд A има на дну отвор, који се продужава у вертикалну цев B . За цев је спојен манометар C , (сл. 9—3). Доњи крај цеви га ворен је запущачем тако да су нивои течности у суду и манометру једнаки.

- Који ће положај имати ниво у манометру, ако извадимо запущач, пуштајући течност да истиче? Унутрашње трење занемарити.
- Какав ће бити одговор, ако се цев B сужава наниже?
- Како утиче на ниво течности у манометру унутрашње трење у течности?

Ø 9—8. а) Из ватрогасног шмрка бије млаз воде, који даје $q = 60 \text{ lit/min}$. Колика је површина попречног пресека млаза S_1 , на висини $h = 2 \text{ m}$ над крајем шмрка, ако је та површина у његовој близини једнака $S_0 = 1,5 \text{ cm}^2$?

б) За колико је притисак воде у цреву шмрка већи од атмосферског притиска, на месту које је 3 m ниже од краја шмрка, ако је пресек канала црева 10 cm^2 ?

⊕ 9—9. За мерење количине гаса, који протекне кроз гасне инсталације, употребљава се прибор који је шематски приказан на слици 9—4. О брзини протицања гаса се суди по разлици притисака у тачкама А и В прибора. Одредити масу гаса, који протекне за 1 сат при следећим условима: унутрашњи дијаметар цеви, које спроводе гас, је $d_1 = 50$ mm; унутрашњи дијаметар најужег дела цеви $d_2 = 40$ mm; разлика притисака у тачкама А и В једнака је $p = 12$ mm H₂O; густина гаса $D = 0,0014$ g/cm³. При рачунању занемарити трење и промену густине гаса са смањењем притиска.



Сл. 9—4

○ 9—10. Хоће ли се приближавати површини Земље капљица воде, чији је дијаметар 0,01 mm, ако се она налази у струји ваздуха који се уздиже брзином $v = 2$ cm/sec? Кретање ваздуха при падању капљице у датом случају је ламинарно.

⊗ 9—11. а) Узимајући да за кретање куглица масла у млеку важи закон $F = -6\pi\eta r$, одредити њихову брзину за време стварања павлаке. Узети да је коефицијент унутрашњег трења при кретању куглица дијаметра $2r$ у млеку исти као и у чистој води при 15 °C. Густина раствора је 1,034 g/cm³; густина масла је 0,94 g/cm³.

б) Одредити исту брзину, у случају ако се млеко окреће у сепаратору на растојању $r = 5$ cm од осе обртања, вршећи $n = 6000$ об/мин. Занемарити вертикалну компоненту брзине кретања капљица млека.

Примедба. У оба случаја можемо применити формуле које важе за линеарно кретање.

⊕ 9—12. У високи суд напуњен рицинусовим уљем, при температури од 20° C, бацају се мале оловне куглице разних дијаметара. Спустивши се на неку дубину куглице ће се кретати равномерно, јер силе које на њих дејствују уравнотежавају се.

а) Одредити Рејнолдсов број за кретање куглице дијаметра 0,1 mm, претпостављајући да је кретање уља при спуштању куглице ламиларно. Објаснити, да ли је ова претпоставка исправна.

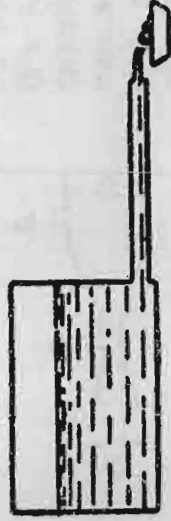
б) Колики је максимални дијаметар куглице, при којем, кад пустимо куглицу, кретање уља остаје још ламиларно?

○ 9—13. Показати да је коефицијент C_x у формули за чеони отпор код турбулентног кретања, једнак односу количине кретања, коју проток предаје телу, према количини кретања коју би телу за исто време предао проток попречног пресека једнаког највећој површини попречног пресека тела, ако би се после сусрета са телом кретао у правцу нормалном на брзину, коју је имао до сусрета.

⊕ 9—14. Куршум од олова у облику куглице дијаметра 5 mm креће се у ваздуху брзином 300 m/sec.

а) Узимајући да је густина ваздуха једнака 0,0012 g/cm³ одредити Рејнолдсов број. б) Којим убрзањем се креће куршум при овој брзини (убрзање слободног падања занемарити)?

○ 9—15. а) Колика је максимална брзина тока воде кроз цев унутрашњег дијаметра 2 см, а при којој је ток још ламинаран?



Са. 9—5

б) Колика је разлика притисака између две тачке унутар цеви чије је међусобно растојање 200 м?

○ 9—16. Широки суд при дну има хоризонталну капиларну цев, која се састоји из два пресека (слика 9—5). Дужина прве, шире цеви износи 20 см, а унутрашњи дијаметар јој је 1 мм; дужина друге, уже цеви је 2 см и унутрашњи дијаметар јој је 0,5 мм. У суд је наливен глицерин, чији је ниво 10 см изнад капилара. Колика ће запремина глицерина истећи из капилара за 1 минут?

МОЛЕКУЛАРНА ФИЗИКА

§ 10. Ширење чврстих и течних тела при загревању

1) Промена дужине и запремине:

$$\Delta l = l - l_0 = \alpha l_0 \Delta t; \quad V = V_0 - V_0 = \beta V_0 \Delta t,$$

где је l_0 почетна дужина; V_0 — почетна запремина; α и β — коефицијенти линеарног и запреминског ширења; Δt — промена температуре.

2) За чврста изотропна тела $\beta = 3\alpha$.

3) Густина на температури t :

$$D_t = \frac{D_0}{1 + \beta t}$$

где је D_0 густина на 0°C .

○ 10—1. Две греде различитих запремина, од истог материјала, које имају различите температуре, спојене су својим странама, причему топлија предаје извесну количину топлоте хладнијој. Нема размене топлоте са околним телима. Да ли се при томе мења заједничка запремина и заједничка дужина греда?

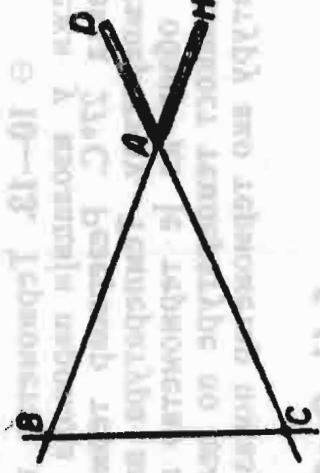
○ 10—2. Може ли да се примети повећање пречника месинганог цилиндра услед загревања, ако се мерење врши микрометром с тачношћу до 0,01 mm. на температури 5°C и 35°C ? На температури од 5°C мерење је дало 20,45 mm.

○ 10—3. На 0°C цинкана шипка има дужину 200 mm, а бакарна 201 mm. Њихове попречне размере једнаке су на 0°C .

а) На којој су температури једнаке њихове дужине?

б) На којој су температури једнаке њихове запремине?

○ 10—4. Две шипке једнаке дужине (сл. 10—1), AB и AC , начињене од метала коефицијента ширења α , спојене су шаркама у тачкама A , B и C међу собом и са шипком BC начињеном од метала коефицијента линеарног ширења α_1 . На крајеве шипки натакнуте су, као што је показано на слици 10—1, цеви AD и AN исте дужине, које су од истог материјала као и шипка



Сл. 10—1

ВС. Какав мора да буде однос између α_1 и α_2 , ако је потребно да растојање DN остане непромењено при промени температуре?

○ 10—5. Хладна метална кугла стављена је у врућу воду, а иста таква врућа кугла стављена је у хладну воду. Какве су деформације спољних и унутрашњих слојева кугли?

○ 10—6. Челична жица пречника $d = 1$ mm затегнута је на температури $t_1 = 20^\circ\text{C}$ силом $F = 10$ kGg, и њени крајеви учвршћени. Жица се хлади до температуре $t_2 = 20^\circ\text{C}$.

а) Колико је затезање у охлађеној жици ако њена дужина остаје непромењена? (Занемарити промену модула еластичности 1-ве врсте при хлађењу жице)?

б) Како ће се променити количина топлоте која се предаје при хлађењу, због тога што су крајеви жице учвршћени?

○ 10—7. Сат са месинганим клатном ради тачно на 0°C . За колико ће он изостати у току 24 часа ако се температура повиси до $t = +20^\circ\text{C}$.

○ 10—8. Формула за израчунавање издужења гвоздене шипке у области од 0°C до 750°C има облик:

$$\Delta l = l_0 (117 \cdot 10^{-7} t + 4,7 \cdot 10^{-9} t^2),$$

где је l_0 — дужина на 0°C . Колики је средњи коефицијент ширења при загревању од 0°C до 75°C ? од 0°C до 750°C ?

○ 10—9. Спојни судови напуњени су течношћу. Температура у једном од њих повишава се, у другом остаје непромењена. Мења ли се при томе ниво течности у другом суду?

○ 10—10. На којој је температури густина живе $13,48$ g/cm³ ако је на 0°C једнака $13,57$ g/cm³?

○ 10—11. Стаклени суд тежак је $P_0 = 53$ Gg. Исти тај суд напуњен живом, на 0°C тежак је $P_1 = 1384$ Gg. Кад се тај суд загреје до $t = 40^\circ\text{C}$, део живе истекне и суд је онда тежак $P_2 = 1376$ Gg. Колики је коефицијент запреминског ширења стакла β_2 ?

○ 10—12. При читању барометарског стања обично се узима поправка због ширења скала и промене густине живе у поређењу с 0°C . Какво би било барометарско стање на 0°C , ако је оно на 30°C једнако $758,2$ mm? Барометарска скала је од месинга.

○ 10—13. Термометар који се налази на пароводу делимично лежи у изолацији паровода тако да се споља виде подеони скале изнад 27°C . Резервоар термометра у додиру је с паром и има њену температуру. Температура ваздуха у просторији је 30°C . Узимајући у обзир да је термометар градуисан под условима који обезбеђују једнакост температуре по целој дужини термометра, одредити температуру ако термометар показује 170°C .

§ 11. Особине идеалних гасова

1) Однос између универзалне и специфичне гасне константе и молекулске тежине гаса μ :

$$R = \mu R$$

2) Карактеристична једначина идеалних гасова:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

или

$$p \cdot \nu \cdot \mu = RT,$$

где је p – притисак, V – запремина а ν – специфична запремина гаса, m – маса гаса, T – апсолутна температура гаса.

3) Притисак смеше гасова једнак је збиру парцијалних притисака гасова од којих се састоји смеша.

4) При решавању задатака треба узимати да је апсолутни притисак гасова у балонима за 1 kGg/cm^2 већи од показивања манометра.

○ 11–1. Колико ходова треба да направи клип пумпе који при сваком ходу захвата 40 cm^3 ваздуха, да би се напумпала празна гума бицикла толико да површина њеног додира с путом буде 60 cm^2 ? Оптерећење на точак је 35 kGg . Запремина гуме: 2000 cm^3 . Узети да је атмосферски притисак 1 kGg/cm^2 . Занемарити чврстину гуме.

○ 11–2. а) Два балона међусобно су спојени једном цеви са славином. У првом се налази гас под притиском $p_1 = 760 \text{ mm Hg}$; притисак гаса у другом балону занемарљиво је мали ($p_2 = 0$). Запремина првог балона је $V_1 = 2 \text{ l}$, а другог $V_2 = 7 \text{ l}$. Колики притисак ће да се успостави у балонима ако се отвори славина? Температура је константна.

б) Решити исти задатак под условом да је притисак гаса у другом балону $p_2 = 400 \text{ mm Hg}$.

⊕ 11–3. У живин барометар упао је мехурић ваздуха, услед чега барометар показује притисак мањи од правог. При његовом упоређивању са исправним барометром показало се да при притиску од 768 mm Hg барометар показује 748 mm Hg , при чему је растојање од нивоа живе до горњег краја цеви 80 mm .

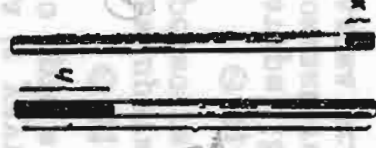
Колики је прави притисак ако барометар показује 734 mm Hg (температура ваздуха је иста)?

⊕ 11–4. У стакленој цеви која је затопљена с једног краја и чија је дужина 70 cm налази се стуб ваздуха затворен одозго стубом живе висине $h = 20 \text{ cm}$, који долази до краја цеви (сл. 11–1). Цев се пажљиво изокрене при чему се део живе излије.

а) Колика је висина живиног стуба који остане у цеви ако атмосферски притисак одговара притиску живиног стуба висине $H = 75 \text{ cm}$?

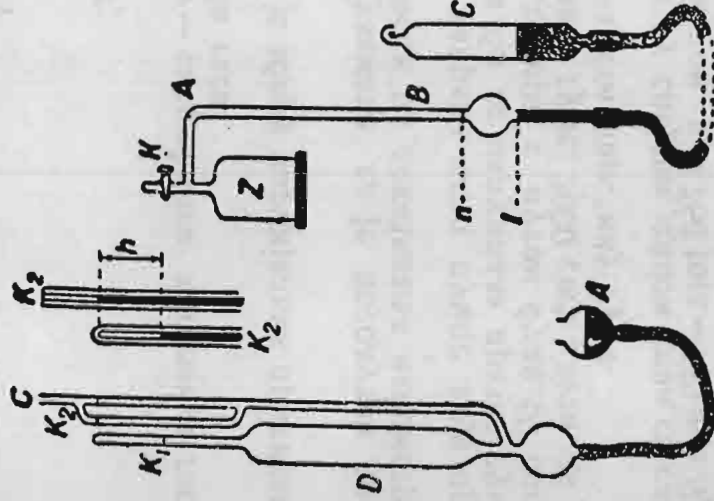
б) Под каквим условима ће жива потпуно изићи из цеви?

⊕ 11–5. На слици 11–2 претстављен је манометар за мале притиске. Цев C спаја инструмент с резервоаром који се испитује. При подизању суда A жива која се у њему налази долази до суда D , одвајајући при томе гас који се у њему налази од испитиваног резервоара. При даљем подизању жива улази у једнаке капиларе K_1



Сл. 11–1

и K_2 . Колики је притисак у суду који се испитује, при следећим подацима: запремина суда D износи 130 cm^3 ; унутрашњи пречник капилара је $1,1 \text{ mm}$; разлика нивоа у капиларима је 23 mm ; ниво живе у капилари K_2 поклапа се с крајем капиларе K_1 ?



Сл. 11—2

○ 11—6. На слици 11—3 претстављена је справа за мерење запремине — волуменометар. Помоћу њега извршена су следећа мерења:

1) Отварањем славине K спојена је цев AB и суд Z са атмосферским ваздухом. Затим је цев C доведена у такав положај да жива стоји на нивоу 1.

2) При затвореној славини K полако се дигне цев C за толико да жива достигне ниво $л$. Разлика нивоа живе у цевима C и B износи $h_1 = 18,5 \text{ cm}$.

3) При отвореној славини K , у суд Z стављено је 72 gr зрна ражи. Жива је доведена на ниво 1 и поново затворена славина K .

Сл. 11—3

4) Цев C подигнута је толико да се жива дигла до нивоа $л$ и измерена је разлика нивоа живе у цевима $h_2 = 30,5 \text{ cm}$.

На основу тих мерења одредити густину D ражи ако је познато да је унутрашња запремина суда заједно са запремином канала цеви до црте $л$ једнака $V = 152 \text{ cm}^3$.

○ 11—7. Извесна количина гаса при загревању за 1°C под сталним притиском промени своју запремину за $1/300$ део од првобитне вредности. Под којим условима је то могуће?

○ 11—8. Манометар на балону са сабијеним гасом на температури 18°C показује притисак од 84 kGr/cm^2 . Колики ће притисак показивати ако се температура снизи до -23°C ? Промена запремине балона услед хлађења може да се занемари.

○ 11—9. Гас под притиском од 745 mm Hg и на температури 20°C има запремину 164 cm^3 . Колика је запремина те исте масе гаса под нормалним условима?

○ 11—10. Компресор захвата при сваком ходу клипа 4 l ваздуха на атмосферском притиску и температури -3°C и сабија га у резервоар запремине $1,5 \text{ m}^3$. Температура ваздуха у резервоару је око 45°C . Колико ходова треба да направи клип компресора да би се притисак у резервоару повећао на 2 kGr/cm^2 ?

○ 11—11. Балон запремине 20 l напуњен је сабијеним ваздухом. На температури 20°C манометар показује притисак 120 kGr/cm^2 . Колика запремина воде може да се истисне из цистерне подморнице ваздухом из тог балона ако се истискивање врши на дубини од 30 m и темпе-

ратури 5°C ? Узети да је притисак воденог стуба висине 10 m једнак 1 kG/cm^2 ; атмосферски притисак је 1 kG/cm^2 .

О 11—12. Израчунати специфичне гасне константе угљендиоксида и водене паре (изразити их у erg/gr. степен).

О 11—13. Израчунати притисак 4 kg кисеоника који је затворен у суд запремине 2 m^3 на температури 29°C .

О 11—14. Наћи густину кисеоника при притиску 100 kG/cm^2 и температури 28°C .

О 11—15. Наћи специфичну запремину азота на температури 27°C и притиску $0,5 \text{ kG/cm}^2$.

О 11—16. Израчунати масу кисеоника који се налази у балону запремине 10 l, ако на температури -13°C манометар на балону показује притисак 90 kG/cm^2 .

О 11—17. Из балона са сабијеним водоником чија је запремина 10 l истиче гас услед неисправности вентила. На температури 7°C манометар је показивао 50 kG/cm^2 . После неког времена, на температури 17°C , манометар показује исти притисак. Колико је гаса истекло?

О 11—18. Кроз цев гасовода иде угљендиоксид под притиском $p = 4 \text{ kG/cm}^2$ на температури $t = 7^{\circ}\text{C}$. Којом брзином се креће гас у цеви ако за $\tau = 10 \text{ min.}$ протекне $m = 2 \text{ kG}$ угљендиоксида кад је површина пресека цеви $S = 5 \text{ cm}^2$?

О 11—19. Кроз цев пречника 3 cm тече ваздух чији је притисак 50 at. а температура 0°C . При којој брзини ће ток ваздуха прећи из ламинарног у турбулентни?

(Примедба : Вискозност гасова не зависи од притиска.)

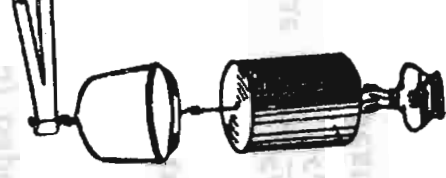
О 11—20. При подизању аеростата његов балон је у почетку напуњен до $1/8-1/10$ максималне запремине. При дизању балон се испрва шири а затим ширење престаје и водоник почиње да истиче из њега кроз вентил. При томе притисак и температура водоника у балону и ваздуха споља остају приближно једнаки међусобом.

а) Показати да сила потиска остаје константна кад водоник не истиче из балона и да се постепено смањује кад водоник почне да истиче.

б) Колико је водоника истекло из аеростата кад се при непромењеној запремини балона потисак смањио за 27 kG ?

О 11—21. О тас хидростатичке ваге обешен је суд, дном окренут навише, и вага је уравнотежена. Запремина суда је $0,5 \text{ l}$. Ваздух у суду који је имао собну температуру 17°C загрева се пламеником до температуре 87°C . Да ли ће се покварити равнотежа ваге ако је њена осетљивост $0,05 \text{ gr.}$ Притисак је нормални.

О 11—22. Претпоставимо да температура ваздуха у атмосфери тако зависи од висине да његова густина остаје иста у свим слојевима атмосфере. На ком растојању по вертикали разлика температура износи 1°C ?



Сл. 11—4

○ 11—23. Наћи молекулску тежину гаса чије особине одговарају смеси $m_1 = 160$ gr кисеоника и $m_2 = 120$ gr азота.

○ 11—24. Одредити густину смеси $m_1 = 4$ gr водоника и $m_2 = 32$ gr кисеоника на температури $t = 7^\circ \text{C}$, и притиску $p = 700$ mm Hg.

○ 11—25. Специфична гасна константа смеси водоника и кисеоника једнака је $120 \text{ kG} \cdot \text{m} / \text{kg} \cdot \text{step}$. Кад се смеша запали добија се водена пара и остатак једнога од гасова. Наћи специфичну гасну константу нове смеси.

○ 11—26. Гас, који се добија при сагоревању нафте у отсуству ваздуха има следећи тежински састав: $\text{CO}_2 - 21,4\%$; $\text{H}_2\text{O} - 6,8\%$; $\text{N}_2 - 71,8\%$. Одредити његову специфичну гасну константу.

§ 12. Први принцип термодинамике у примени на идеалне гасове

1) Први принцип термодинамике:

$$dU = -pdV + dQ$$

где је dU промена унутрашње енергије гаса; pdV рад против спољашњег притиска; dQ количина примљене топлоте.

2) Прираштај унутрашње енергије идеалног гаса:

$$dU = m c_v dT.$$

3) Веза између специфичних топлота идеалног гаса:

$$c_p = c_v + \frac{R}{\mu}.$$

4) Рад при изотермном процесу:

$$A = Q = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{m}{\mu} R T \ln \frac{p_1}{p_2}$$

5) Барометарска формула:

$$h = \frac{RT}{\mu g} \ln \frac{p_0}{p}$$

6) Једначина адијабатског процеса:

$$p V^\kappa = \text{const},$$

где је $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$,

7) Једначина политропског процеса

$$p V^n = \text{const}.$$

8) Рад гаса при политропском процесу:

$$A = \frac{1}{n-1} (p_1 V_1 - p_2 V_2)$$

Ø 12—1. Узевши да је однос специфичних топлота двоатомских гасова $\kappa=1,4$, израчунати специфичне топлоте: а) кисеоника; б) азота.

⊖ 12—2. Колике су специфичне топлоте c_p и c_p смеше $m_1 = 2$ gr угљендиоксида и $m_2 = 3$ gr азота?

⊖ 12-3. Наћи однос $x = c_p/c_v$ за смешу од 3 мола аргона и 5 мола кисеоника.

е 12-4. Балон запремине 10 l у коме се налази кисеоник под притиском од 80 kGr/cm^2 загрева се од температуре 7°C до $15,5^\circ \text{C}$. Колику количину топлоте гас узима при томе?

О 12-5. Суд који садржи извесну количину азота на температури $t_1 = 15^\circ\text{C}$ креће се брзином $v = 100 \text{ m/sec}$. Колика ће бити температура t_2 гаса у суду кад се он нагло заустави, уколико може да се занемари преношење топлоте на зидове суда?

12-6. У соби величине 90 m^3 замењује се ваздух потпуно у току 2 сата. Колика је количина топлоте потребна за загревање собе у току 24 сата, ако у соби температура ваздуха треба да буде 18°C а спољашњи ваздух има температуру -5°C ? Узети да је средња густина ваздуха $1,25 \text{ g/l}$.

○ 12—7. Турбогенератор снаге 300 kW хлади се струјом ваздуха. Колике запремине ваздуха треба да улазе у генератор и да излазе из њега у току 1 сек., ако је коефицијент корисног дејства генератора 94%; температура ваздуха који излази из генератора не сме да прелази 50°C, температура у машинској сали је 20°C, притисак ваздуха износи 750 mm/Hg.

⊖ 12—8. У цилиндру керосинског мотора врши се брзо сагоревање смеше. Колика се добија температура t_2 и притисак p_2 при сагоревању, ако је запремина простора у коме се врши сагоревање $V = 10$ л; притисак пре паљења је $p_1 = 5 \text{ kG/cm}^2$; температура $t_1 = 210^\circ \text{C}$; количина керосина у смеси $m = 0,9$ gr; специфична топлота производња сагоревања $C_v = 0,17 \text{ kcal/gr} \cdot \text{step}$; специфична гасна константа смеше $B = 0,0028 \text{ l} \cdot \text{at/gr} \cdot \text{step}$; топлотна моћ керосина износи 10.000 kcal/gr .

Упутство. Загревање при експлозији сматрати за изохорни процес, занемарујући промену запремине за време експлозије.

Ø 12—9. 200 g азота загрева се од 20°C до 100°C при сталном притиску. Колика се количина топлоте троши при томе? Колики спољашњи рад врши гас?

○ 12—10. Почетни притисак гаса има вредност $p_0 = 120$ at, а запремина $V_0 = 1$ l. Колики су притисци гаса при запреминама

$$V_1=2\text{ l, } V_2=3\text{ l, } V_3=4\text{ l, } V_4=5\text{ l;}$$

а) ако се гас шири аднјабатски?

б) ако се гас шири изотермски?

Претставити промену притиска гаса на V, p дијаграму.

Учинити то исто за једноатомски гас.

○ 12—11. Колика се количина топлоте ослобађа при изотермском сабијању 3 l ваздуха ($p = 760 \text{ mm Hg}$) до запремине од 0.5 l?

○ 12—12. Колики је експонент политропе ако је процес који се изводи с гасом близак: а) адијабатском процесу; б) изотермском процесу; в) изобарном процесу; г) изохорном процесу?

○ 12—13. а) Показати да је при политропском процесу специфична топлота гаса једнака:

$$c = \frac{R(n-\kappa)}{\mu(\kappa-1)(n-1)}$$

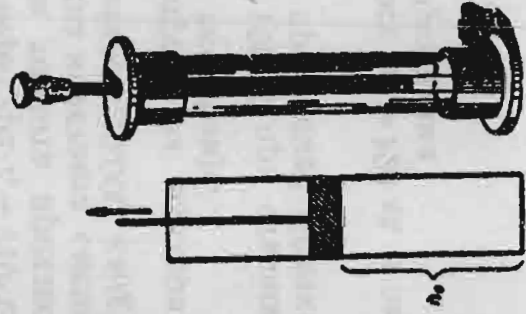
б) При којим политропским процесима гас, загревајући се, врши позитиван спољашњи рад;

в) Код којих политропских процеса гас, загревајући се, одаје топлоту околини?

⊕ 12—14. На почетку неког политропског процеса притисак и запремина одређене масе кисеоника били су једнаки 2,3 l и 1 at, а на крају процеса 4,1 l и 0,5 at. Температура у почетку процеса била је 26°С. Одредити: а) експонент политропе; б) рад ширења кисеоника; в) количину топлоте коју је кисеоник добио од средине; г) промену унутрашње енергије кисеоника.

○ 12—15. Покретање једног типа торпеда у води врши се постојућом компримованог ваздуха који се налази у резервоару торпеда (тако да се може сматрати да се температура ваздуха не мења. Колики ће рад извршити гас у мотору ако је запремина резервоара $V=5$ l, а притисак у њему мења се од $p_0=100$ kGr/cm² до $p_1=1$ kGr/cm²?

⊕ 12—16. У цилиндру, у затвореном простору под клипом, налази се ваздух (сл. 12—1). Колики рад треба извршити да би се подигао клип на $h_1=10$ cm, ако је почетна висина ваздушног стуба $h_0=15$ cm и ако је спољашњи притисак $p_0=760$ mm? Површина пресека клипа износи $S=10$ cm². Тежина клипа може да се занемари. Температура је стална.



Сл. 12—1 Сл. 12—2

⊕ 12—17. 1 kgf ваздуха температуре 20°С при почетном притиску 1 kGr/cm² сабија се, при чему се добија крајњи притисак од 10 kGr/cm². Израчунати рад који се врши при сабијању ваздуха, ако се:

а) сабијање врши при сталној температури;

б) сабијање врши адијабатски.

○ 12—18. Справа, претстављена на слици 12—2 (ваздушни упаљач), служи за приказивање загревања ваздуха при адијабатском сабијању. Израчунати температуру ваздуха у упаљачу при нагом смањењу запремине за 10 пута, када је почетна температура 15°С.

⊕ 12—19. 8 gr кисеоника на температури 27°С заузима запремину 0,41 l. Израчунати рад гаса у следећим случајевима:

а) гас се шири адијабатски до запремине 4,1 l;

б) гас се шири изотермски до запремине 4,1 л, а затим се хлади при сталној запремини до исте температуре која је добијена по завршетку адијабатског ширења.

Ø 12—20. У четворотактном Дизеловом мотору, ваздух који је усисан у запремину од 10 л, подвргава се 12-тострукој компресији. Претпостављајући да је компресија адијабатска, одредити крајњи притисак, крајњу температуру и рад при сабијању, ако су почетни притисак и температура 1 ат и 10° С.

Ø 12—21. У цилиндру затвореном са оба краја и напуњеном ваздухом налази се клип, који дели простор у цилиндру на два једнака дела (сл. 12—3). Притисак ваздуха са обе стране клипа има вредност $p_0 = 1 \text{ ат}$. Клип се помери из положаја равнотеже за незнатно растојање и почне да осцилује при чему се може сматрати да су процеси у гасу адијабатски. Одредити период овог осциловања ако је маса клипа $m = 1,5 \text{ кг}$; растојање од клипа до зида $l = 20 \text{ см}$ и површина клипа $S = 100 \text{ см}^2$. Трење је занемарљиво.



Сл. 12—3

О 12—22. Како се мења унутрашња енергија масе $m = 100 \text{ г}$ кисеоника при загревању од $t_1 = 10^\circ \text{ С}$ до $t_2 = 60^\circ \text{ С}$, ако се загревање врши:

а) пре сталној запремини; б) при сталном притиску; в) услед адијабатског сабијања?

Ø 12—23. Показати да је за једноатомске гасове производ pV приближно једнак $2/3$ унутрашње енергије гаса, а за двоатомске гасове $2/5$ од унутрашње енергије гаса.

Ø 12—24. Колика је промена унутрашње енергије масе азота, која има при нормалном притиску запремину $V_1 = 10 \text{ л}$, при ширењу до запремине $V_2 = 12 \text{ л}$: а) при сталном притиску? б) адијабатски?

О 12—25. Притисак ваздуха на морском нивоу је $p_0 = 750 \text{ mm Hg}$, а на врху планине 590 mm Hg. Колика је висина планине, ако је температура ваздуха $t = 5^\circ \text{ С}$?

Ø 12—26. Извесна маса сувог ваздуха подиже се у атмосфери.

а) Претпоставимо да се ширење ваздуха при дизању врши изотермно. Показати да ова претпоставка доводи до барометарске формуле следећег облика:

$$h = \frac{c_p T_0}{g} \cdot \frac{\chi - 1}{\chi} \cdot \ln \frac{p_0}{p}$$

где су T_0 и p_0 — температура и притисак на површини земље а p притисак на висини h .

б) Претпоставимо да се ширење ваздуха при дизању врши адијабатски. Показати да ово доводи до барометарске формуле облика:

$$h = \frac{c_p T_0}{g} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]$$

в) Израчунати, полазећи од прве и друге претпоставке, на којој ће висини притисак ваздуха бити два пута мањи него на површини земље. Температура на површини Земље је 14°C .

О 12—27. Нацртати приближне графике изохорног, изобарног, адијабатског и изотермског процеса на дијаграмима:

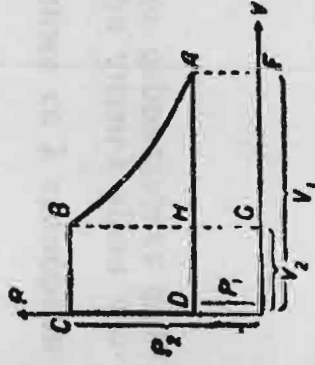
а) T, p ; б) T, V ; в) T, U ; г) V, U .

⊕ 12—28. Балони са зидовима који не проводе топлоту, чије су запремине V_1 и V_2 , садрже два гаса који имају притиске p_1 и p_2 и температуре T_1 и T_2 . Балони су спојени преко цеви са славином. Кад се славина отвори гасови се помешају и успостави се заједнички притисак p и температура T . Показати да у случају када су односи $\frac{c_p}{c_v}$ за оба гаса једнаки важе релације:

$$p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$T = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{\frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2}}$$

⊖ 12—29. На слици 12—4 приказан је „теориски“ дијаграм рада компресора двоструког дејства (при експерименталним испитивањима добијају се заобљени углови). Део AB одговара изотермском сабијању ваздуха; BC — потискивању ваздуха у резервоар (притисак остаје сталан); CD — тренутном смањењу притиска у цилиндру компресора при затварању излазног вентила и отварању улазног; DA — увлачењу ваздуха под притиском од једне атмосфере. Показати да је рад компресора за један обрт једнак раду при изотермском процесу и да је претстављен површином $ABGF$.



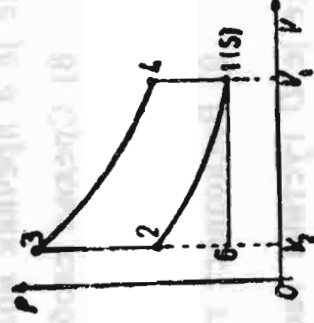
Сл. 12—4

⊖ 12—30. Компресор треба да даје 50 m^3 компримованог ваздуха на сат, под притиском од 8 kGr/cm^2 . Компресор се хлади текућом водом, тако да се процес компримовања може сматрати изотермским.

а) Колику снагу треба да има мотор компресора ако је коефицијент корисног дејства компресора 60% ?

б) Колика је количина текуће воде потребна, ако се њена температура у уређају за хлађење компресора повишава од 11°C до 17°C ? Узети да је спољашњи притисак 1 kGr/cm^2 .

⊕ 12—31. Мотор са унутрашњим сагоревањем ради по циклусу. чији је теориски дијаграм претстављен на слици 12—5. Процес 1—2 је компресија смеше; 2—3 — експлозија; 3—4 — радни ход; 4—5 — опадање притиска при отварању издувног вентила; 5—6 — испуштање искоришћених гасова; 6—1 — усисивање смеше. Узимајући у обзир да се процеси 1—2 и 3—4 могу сматрати адијабатским и да процеси 2—3 и 4—5 могу бити замењени изохорним процесима, израчунати максимални коефицијент корисног дејства, ако је познато да је $V_1/V_2 = 4$; c_p за смешу и производе сагоревања има вредност 1,3.



Сл. 12—5

§ 13. Кинетичка теорија гасова

- 1) Средња квадратска брзина и средња брзина корпускула

$$c = \sqrt{\frac{\sum v^2}{w}}; \quad u = \frac{\sum v}{w}$$

где је v — брзина корпускуле, w — њихов број.

- 2) Болцманова константа: $k = \frac{R}{N}$

где је R гасна константа а N Авогадров број.

- 3) Притисак гаса:

$$p = \frac{1}{3} n m c^2 = n k T$$

где је m маса молекула а n број молекула у 1 cm^3

- 4) Средња квадратска брзина молекула гаса и партикула:

$$c = \sqrt{\frac{3 R T}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 k T}{m}}$$

- 5) Максвелов закон о расподели гасних молекула по интервалима брзина:

$$\Delta n = n \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{v^2}{\rho^3} \cdot e^{-\frac{v^2}{\rho^2}} \Delta v$$

где је ρ највероватнија брзина; $\rho = \sqrt{\frac{2 R T}{\mu}}$.

- 6) Средња брзина при Максвеловој расподели:

$$u = \sqrt{\frac{8 R T}{\pi \mu}}$$

7) Број судара једног молекула за 1 sec:

$$z = \sqrt{2} \pi \sigma^2 \cdot n u$$

где је σ пречник молекула.

8) Средња слободна дужина пута:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n}$$

9) Вискозност гаса:

$$\eta = 0,49 D \lambda n$$

где је D густина гаса.

10) Број молекула v који удара у 1 sec у површину од 1 cm² која се налази у гасу:

$$v = \frac{n \cdot u}{4}$$

Ø 13—1. У суду се налази гас под притиском од 0,01 mm Hg на температури 7°C. Колико се молекула налази у 1 cm³ гаса?

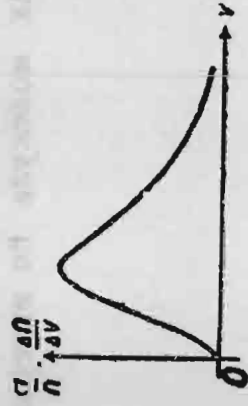
⊖ 13—2. Колики ће се притисак успоставити на температури $t = 0^\circ \text{C}$ у лоптастом суду запремине $V = 100 \text{ cm}^3$, ако се у њему распореде молекули, који су у мономолекулском слоју покривали унутрашњу површину суда, а сваки молекул слоја кисеоника заузимао је површину $S = 9 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$?

⊖ 13—3. Суд, који садржи извесну количину гаса, креће се брзином v . Суд се нагло заустави и сва кинетичка енергија масе гаса претвори се у топлоту. За колико се при томе повећа квадрат средње квадратске брзине молекула гаса: а) у случају једноатомског гаса? б) у случају двоатомског гаса? Какав је физички смисао добијеног резултата?

⊖ 13—4. Одредити средњу квадратску брзину гасних молекула: а) кисеоника на 132°C ; б) хелијума на $0,1^\circ \text{K}$.

○ 13—5. Која температура одговара средњој квадратској брзини молекула угљендиоксида, једнакој 720 km/h ?

○ 13—6. Одредити средњу квадратску брзину капљице воде полупречника $r = 10^{-6} \text{ cm}$, која лебди у ваздуху температуре $t = 17^\circ \text{C}$.



Сл. 13—1

⊖ 13—7. При решавању задатка 12—13 нађено је да је унутрашња енергија идеалног једноатомског гаса једнака $U = \frac{3}{2} pV$,

а двоатомског $\frac{5}{2} pV$. Повезати то са закључцима кинетичке теорије гасова.

○ 13—8. На слици 13—1 дат је график који показује расподелу брзине молекула гаса по Максвеловом закону. По апсцисној оси пренесена је брзина молекула v , а по ординати величина $\frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta n}{\Delta v}$, где је

Δn број молекула који имају брзину у интервалу између v и $v + \Delta v$; n је укупан број молекула у датој запремини.

- а) Шта показује апсциса која одговара максимуму графика?
- б) Одакле се види да је средња брзина већа од највероватније брзине?
- в) Чему је једнака укупна површина ограничена апсцисном осом и графиком?
- г) Како треба изменити апсцисе и ординате графика, које одговарају температури T_1 , да би се добио график расподеле брзина на температури T_2 ? Нацртати приближно график који одговара 4 пута вишој температури.

○ 13—9. Одредити средњу брзину и највероватнију брзину молекула кисеоника на температури 132°C .

○ 13—10. На којој је температури највероватнија брзина молекула хелијума једнака 200 cm/sec ?

○ 13—11. Колика је вероватноћа да неки молекул има брзину тачно једнаку највероватнијој брзини?

○ 13—12. а) Колики проценат молекула има брзину која се разликује од највероватније за 1% ?

б) Исто питање за средњу квадратску брзину.

⊕ 13—13. Показати, да је број молекула, чије се брзине налазе у интервалу између највероватније брзине и брзине која се од ње разликује за одређену величину (на пр. 1 cm/sec), обрнуто пропорционалан $\sqrt{T}$.

⊖ 13—14. Показати да однос између броја молекула који имају брзину мању од највероватније и броја свих молекула, не зависи од температуре.

○ 13—15. Наћи број молекула азота који се налазе под нормалним условима у 1 cm^3 а имају брзине: а) између 99 m/sec и 101 m/sec ; б) између 499 m/sec и 501 m/sec .

○ 13—16. На којој је температури број молекула азота, који имају брзине у интервалу $299\text{--}301 \text{ m/sec}$, једнак броју молекула који имају брзине у интервалу $599\text{--}601 \text{ m/sec}$?

⊖ 13—17. Средња релативна брзина кретања два молекула једнака је $r = u/\sqrt{2}$, где је u средња брзина у односу на зидове суда. Какав закључак може да се изведе одавде о средњој вредности угла између брзина молекула?

○ 13—18. При коме је притиску дужина слободног пута за молекул азота једнака 1 mm , ако је при нормалном притиску једнака $6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$?

○ 13—19. При коме је притиску средња дужина слободног пута молекула водоника једнака $\lambda = 2,5 \text{ cm}$? Температура: $t = 68^\circ \text{C}$.

- 13—20. Наћи просечно време које протекне између два судара молекула кисеоника при притиску $p = 2 \text{ mm Hg}$ на температури $t = 27^\circ\text{C}$.
- 13—21. Одредити број свих судара између молекула, који се десе у току 1 sec у 1 cm^3 азота под нормалним условима.
- 13—22. Како се мењају у зависности од температуре T средња квадратска брзина молекула c , средња дужина слободног пута λ и број судара молекула у секунди z :
- а) код изохорног процеса?
 - б) код изобарног процеса?
- 13—23. Како се мења у зависности од притиска p средња квадратска брзина молекула c , средња дужина слободног пута λ и број судара молекула у секунди z :
- а) код изотермског процеса?
 - б) при адијабатском процесу код двоатомског гаса?
- 13—24. Знајући вискозност кисеоника (таблица XII) одредити слободну дужину пута у њему при нормалним условима.
- 13—25. Колико молекула удара у току 1 sec у 1 cm^2 зида суда, у коме се налази кисеоник на температури 20°C и притиску 750 mm Hg ?
- 13—26. Како се, код двоатомског гаса, мења број удара молекула у 1 cm^2 зида суда у 1 sec, ако се запремина гаса повећа адијабатски за $\gamma = 2$ пута.
- 13—27. Одређивање врло ниских притисака гаса може да се изврши, мерећи количину ω гаса, која истиче кроз веома мали отвор на танком зиду суда за 1 sec. Ако је S површина отвора, онда је:
- $$p = \frac{\omega \sqrt{2\pi RT}}{S \sqrt{\mu}}.$$
- а) Доказати тачност ове формуле.
 - б) Зашто је овај начин дозвољен само при ниским притисцима и за отворе на танком зиду?
- 13—28. Претпостављајући да сваки молекул кисеоника, који падне на површину металног влакна сијалице, бива адсорбован, израчунати колико времена треба за покривање влакна мономолекулским слојем кисеоника, ако је његов притисак једнак $p = 1 \cdot 10^{-6} \text{ mm Hg}$, а температура $t = 27^\circ\text{C}$. Узети да сваки молекул кисеоника заузима на влакну површину $S = 9 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$.

§ 14. Реални гасови. Критично стање

- 1) Ван-дер-Валсова једначина:

$$\left(p + \frac{a}{V_\mu^2}\right) (V_\mu - b) = RT, \text{ или } \left(p + \frac{a}{v_\mu^2}\right) (v_\mu - b) = RT.$$

Константе a и b за различите супстанце дате су у табели XVIII. Константа R може се узети да је једнака универзалној гасној константи. V_{μ} је запремина једног мола гаса а v специфична запремина.

2) Однос између Ван-дер-Валсових констаната и параметара критичног стања (V_k — критична запремина 1 мола гаса):

$$R = \frac{8p_k V_k}{3T_k}; a = 3p_k V_k^2; b = \frac{V_k}{3}.$$

○ 14—1. Какав је физички смисао израза $\left(p + \frac{a}{V^2_{\mu}}\right)$?

○ 14—2. Нацртати на дијаграмима V, p и T, p графике, који одговарају изотермским, изобарним и адијабатским процесима супстанци, чије се особине могу претставити Ван-дер-Валсовом једначином.

○ 14—3. Израчунати, користећи формулу Ван-дер-Валса, притисак масе $m = 1,1$ kg угљендиоксида, који се налази у затвореном балону запремине $V = 20$ l, на температури $t = 13^{\circ}\text{C}$. Упоредити резултат са притиском идеалног гаса под istim условима.

15. ○ 14—4. Израчунати температуру, на којој је притисак кисеоника, који има густину 100 g/l, једнак 70 at. Упоредити са идеалним гасом.

○ 14—5. Запремина азота ($m \sim 1$ gr) повећа се од $V_1 = 0,5$ l на $V_2 = 5$ l. Одредити рад унутрашњих сила.

⊕ 14—6. 1 мол азота изотермски се компримује од запремине под нормалним условима (22,4 l) до 100 пута мање запремине. Израчунати: а) рад гаса при компресији; б) промену унутрашње енергије; в) количину издвојене топлоте.

○ 14—7. Ако је $V_{\mu} \gg b$, Ван-дер-Валсову једначину можемо написати овако:

$$pV_{\mu} = RT + \frac{RTb - a}{V_{\mu}}$$

Користећи ову једначину, размотрити понашање гаса при изотермском процесу: а) у случају, када је $T = \frac{a}{Rb}$; када је $T > \frac{a}{Rb}$; када је $T < \frac{a}{Rb}$; б) како се објашњавају ови резултати? в) Колика треба да буде температура по горњој формули, при којој за угљендиоксид може да се примени Бојл-Мариотов закон?

⊕ 14—8. Показати да за замишљену супстанцу, која се понаша тачно по Ван-дер-Валсовој једначини, важи однос $\frac{a}{R} = \frac{\beta}{V - b}$, где је α коефицијент термичког ширења а β коефицијент стишљивости.

○ 14—9. Какав правац има тангента на Ван-дер-Валсову изотерму, на дијаграму p, V у критичној тачки? Какав је физички смисао тога?

○ 14—10. Наћи критичну густину воде.

○ 14—11. Наћи критични притисак и температуру аргона.

○ 14—12. Наћи константе a и b из Ван-дер-Валсове једначине, за угљендиоксид, на основу његовог критичног притиска $p_k = 73 \text{ ат}$ и температуре $t_k = 31,1^\circ \text{C}$.



Сл. 14—1

○ 14—13. За демонстрацију критичног стања употребљава се Авениусов уређај (сл. 14—1), у коме се врши загревање затопљене цевчице са етил-етром.

а) Који део запремине цевчице треба да заузме етар на температури од 20°C ако хоћемо да на критичној температури цела запремина цевчице буде испуњена етром у критичном стању? Молекулска тежина етра је 74 г. мол^{-1} . Критична температура и притисак износе $193,8^\circ \text{C}$ и $35,6 \text{ ат}$.

б) Како се објашњава чињеница да се ишчежавање мениска може посматрати и пре него што он стигне до врха цевчице?

§ 15. Молекуларне силе у течностима

1) Ако се две течне (или течна и гасовита) средине границе кривом површином са главним полупречницима кривине R_1 и R_2 , при равнотежи постоји разлика притисака у тим срединама:

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

где је σ површински напон.

2) Рад при изотермском повећању површине течности за ΔS :

$$A = \sigma \Delta S.$$

3) Висина подизања течности у капиларним цевима:

$$h = \frac{2 \sigma \cos \theta}{r g D}.$$

Примедба. Ивични угао θ за случајеве квашења претпоставља се да је једнак нули; ивични угао за живу је 138° .

Претпоставља се да је температура у свим задацима 20°C (сем у задатку 15—1).

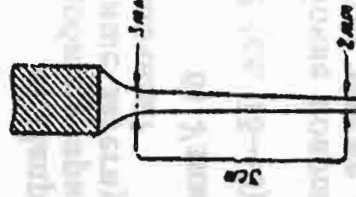
○ 15—1. Колика је густина воде у капљици чији је полупречник једнак 10^{-6} cm а температура $t = 4^\circ \text{C}$?

○ 15—2. Из славине истиче вертикалан млаз воде. Пречник млаза, на дужини од 3 cm , смањи се од 3 mm на 2 mm (сл. 15—1). Колика запремина воде истиче у 1 sec ?

Упутство. При рачуну узети да је површина млаза цилиндрична.

О 15—3. а) Колики рад треба извршити да се издува мехур од сапунице пречника $d=14$ cm, ако је процес дувања изотерман? б) Чему је једнак вишак притиска у унутрашњости мехура?

Ø 15—4. Површински напон на граници вода — уље може се узети да има вредност $\sigma=18$ din/cm. Колики рад треба извршити да би се кап уља масе $m=1$ gr разделила у води на капљице пречника $d=2 \cdot 10^{-4}$ cm, ако је процес дељења капи изотерман? Густина уља је $D=0,9$ gr/cm³.



Сл. 15—1

Ө 15—5. На два једнака левка издувана су два мехура од сапунице. Славина K је затворена (сл. 15—2).

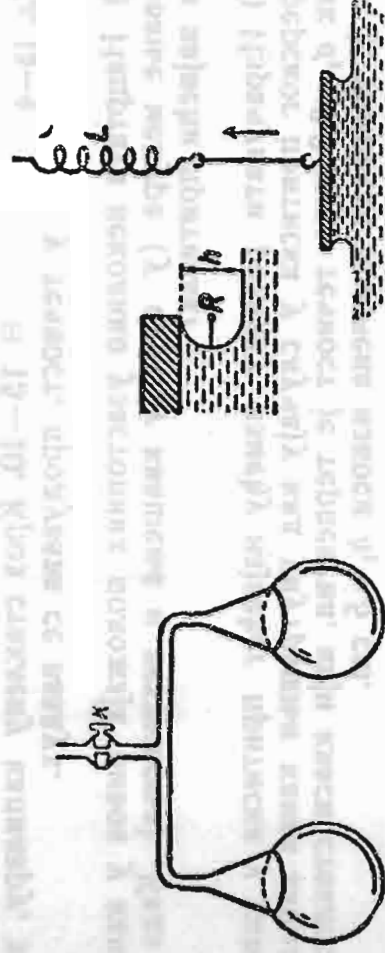
а) Показати да се при једнаким пречницима мехурова успоставља равнотежа, која је стабилна ако сваки мехур има облик полулопте или је мањи од ње, а није стабилна ако мехурови имају облик већи од полулопте.

б) Нека су пречници отвора левкова једнаки 4 cm, и на њима су издувани мехурови са пречницима по 5 cm. Ваздух из једног мехура прелази у други, док се полупречници кривине мехурова не изједначе. Смагарајући да се густина ваздуха при претицању не мења, одредити пречник већег мехура.

Напомена. При решавању узети у обзир да се запремина сегмента лопте израчунава по формули:

$$V = \frac{\pi}{24} [2d^3 \pm \sqrt{d^2 - a^2} (2d^2 + a^2)],$$

где је d пречник лопте и a пречник основе сегмента. Знак „+“ узима се кад је центар лопте у сегменту, а „—“ у супротном случају.



Сл. 15—2,

Сл. 15—3

Ө 15—6. Кап воде равномерно пада кроз ваздух. За колико се полупречник кривине у најнижој тачки њене површине разликује од полупречника кривине у највишој тачки површине ако је растојање између тих тачака $d=2$ mm?

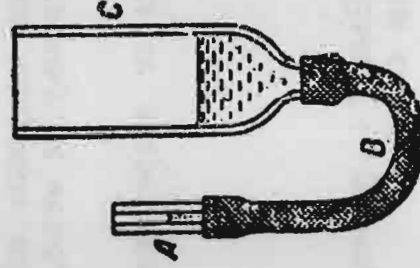
⊕ 15—7. У сито од жице превучене танким слојем парафина може да се наспе вода. На који начин се вода задржава у ситу? Зашто сито пропушта кад се доња страна додирне прстом?

⊕ 15—8. Кружна стаклена плочица додирује воду. Њу нагоре вуче опруга L .

а) Нацртати неколико узастопних облика површине воде, који се добијају при кретању плочице нагоре. У коме је тренутку опруга највише затегнута? Шта ће бити ако се после тога продужи дизање плочице?

б) Узимајући, ради простијег рачуна, да је полупречник кривине R (сл. 15—3) на висини $\frac{h}{2}$ једнак $\frac{h}{2}$, и занемарујући другу кривину бочне површине воде испод плочице, израчунати максималну силу, која затеже опругу L при одвајању од воде плочице са површином пресека $S = 20 \text{ cm}^2$.

⊕ 15—9. Капиларна цев A (сл. 15—4) везана је преко гуменог црева B са широком цеву C . Цев C полако се диже нагоре, при чему течност у цеву A долази до горњег краја, а затим се излива.



Сл. 15—4

а) Нацртати неколико узастопних положаја нивоа течности у цеву A при подизању цеву C (у случају квашења и неквашења). У коме ће тренутку разлика нивоа у цевима C и A бити највећа?

б) Колика је највећа разлика нивоа воде у цевима A и C , ако су цеву од стакла и ако је спољашњи пречник цеву A једнак 0.7 mm .

в) Извести исти рачун за живу ако је пречник унутрашњег канала цеву A једнак 0.55 mm .

⊕ 15—10. Кроз стаклену капилару, замочену у течност, продужава се ваздух.

а) Нацртати неколико узастопних положаја нивоа у капилари и образовање мехура (у случају квашења и неквашења). Када је у капилари највећи притисак?

б) Израчунати разлику између највећег притиска у капилари и атмосферског притиска у случају кад унутрашњи канал капиларе има пречник $d_1 = 0.8 \text{ mm}$; течност је терпентин, који кваси стакло; дубина до које је капилара замочена износи $h_1 = 5 \text{ cm}$.

в) Извести исти рачун за живу (која не кваси стакло). Спољашњи пречник капиларе је $d_2 = 1.2 \text{ mm}$, а дубина до које је капилара замочена у живу $h_2 = 2 \text{ cm}$.

⊙ 15—11. У шпиритус, до занемарљиво мале дубине, замочена је цевчица чији је пречник унутрашњег канала $d = 0.5 \text{ mm}$. Колика је тежина P шпиритуса који је у њу ушао?

О 15—12. Стаклена цев има облик приказан на слици 15—5. Дужина сваког чланка износи 10 см, а унутрашњи полупречник у најужем делу 0,1 mm. Цев је, у вертикалном положају, стављена у суд с водом, а затим се полако, без потресања, подиже. Како ће се при томе мењати ниво воде у цеви.

О 15—13. Две стаклене цевчице ($d_1 = 0,2$ mm и $d_2 = 0,3$ mm) спојене су доњим крајевима преко гумеог црева и напуњене водом ($t = 20^\circ \text{C}$). Под којим је условима ниво воде у цевчицама исти?

О 15—14. У стаклену капилару са каналом пречника $d_1 = 2$ mm стављен је стаклени штапић пречника $d_2 = 1,5$ mm, и то тако, да је размак између штапића и капиларе свуда исти. Одредити висину подизања воде у каналу услед капиларног ефекта.

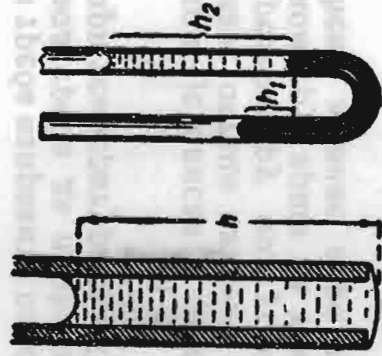
О 15—15. Кад се течност, у капиларној цеви, попење на висину h сила површинског напона

$$F = 2\pi r \sigma \text{ изврши рад } Fh = \frac{4\pi\sigma^2}{Dg}$$

ба течности има вредност $\pi r^2 h Dg \frac{h}{2} = \frac{2\pi\sigma^2}{Dg} \left(\pi r^2 h Dg - \text{тежина поди-$

гнуте течности, $\frac{h}{2}$ — висина њеног тежишта). Према томе, прираштај потенцијалне енергије једнак је половини рада који изврши капиларна сила. На шта је утрошена друга половина?

О 15—16. Капиларна цев унутрашњег полупречника $r = 0,3$ mm напуњена је водом. Део воде вис s доње стране у виду капљице, која се може сматрати за део сфере полупречника $R = 3$ mm (сл. 15—6). Одредити дужину h стуба воде у цеви.



Сл. 15—6

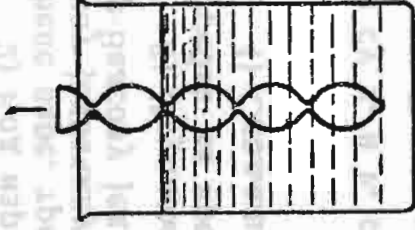
О 15—17. Стаклена капиларна цев, пречника канала $d = 0,2$ mm а дужине $h_0 = 20$ cm, стављена је у вертикалном положају у воду. Горњи крај цеви је затопљен. Колики део x цеви треба да се налази под водом, да би нивои воде у капилари и ван капиларе били једнаки? Притисак ваздуха је $p = 750$ mm Hg.

О 15—18. а) Стаклена капиларна цев пречника канала $d = 1,5$ mm и дужине $l = 20$ cm стављена је у хоризонталном положају у живу тако, да је сав ваздух остао у њој. Колика ће бити дужина l_1 ваздушног стуба у цеви, кад се цев спусти на дубину $h = 10$ cm? Атмосферски притисак је нормалан.

б) Решити исто питање кад је цев спуштена на дубину $h_1 = 0,5$ cm.

О 15—19. У капилару савијену у облику слова U наливене су две течности које се не мешају (на пр. жива и вода, сл. 15—7). Да ли у овом случају важи однос:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{D_2}{D_1}$$



Сл. 15—5

§ 16. Особине паре. Влажност ваздуха

1) Табеле XX и XXI.

2) Код израчунавања, која се односе на притисак и густину засићене паре, треба при малим густинама паре користити карактеристичну једначину за идеалне гасове, а при већим густинама паре Ван-дер-Валсову једначину (в. уводе у § 11 и 14).

3) Укупном топлотом паре назива се количина топлоте, која је потребна за претварање 1 kg воде од 0°C у пару дате температуре.

4) Спољашња топлота испаравања:

$$r = p(v_1 - v_2),$$

где су v_1 и v_2 специфичне запремине паре и течности.

5) Притисак паре у близини сферне површине течности:

$$p = p_0 + \frac{2D_1\sigma}{D_2r}$$

где је p_0 притисак паре у близини равне површине, σ површински напон, D_1 и D_2 густине паре и течности и r полупречник сфере.

6) При решавању задатака из овог параграфа може се узети да је специфична топлота воде на свим температурама једнака 1 $\frac{\text{kal}}{\text{gr. step.}}$ а специфична запремина воде 1 $\text{cm}^3/\text{gr.}$, занемарујући њихове мале промене при промени температуре.

О 16—1. Највећи део Земљине површине прекривен је водом. Зашто, и поред тога, атмосфера није засићена воденом паром?

О 16—2. С коликим унутрашњим пречником треба направити паровод од парног котла до мотора, ако кроз паровод треба да прође за 1 час 400 kg паре под притиском 10 kGr/cm^2 при температури 200°C, ако брзина кретања паре не прелази 40 m/sec ?

О 16—3. Претпоставимо да је манометар, који је описан у задатку 11—5, спојен са резервоаром у коме се налазе остаци ваздуха и засићена живина пара. Колики је притисак у резервоару под условима из задатка 11—5, ако се читање на манометру врши на температури 20°C, којој одговара притисак засићене живине паре од 0,0013 mm Hg?

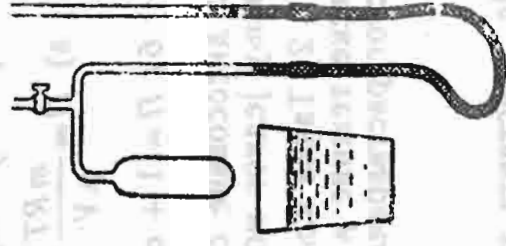
О 16—4. У соби запремине 120 m^3 на температури 15°C релативна влажност износи 60%. Израчунајте масу водене паре у ваздуху у соби.

О 16—5. Колика је густина ваздуха на 29°C и нормалном притиску кад је релативна влажност 70%?

О 16—6. У затвореном суду запремине 2 l налази се 1 gr воде и ваздух. На температури 14°C притисак у суду је 760 mm Hg. Колики ће бити притисак на температурама: а) 93°C? б) 100°C?

У рачуну занемарити промену запремине ваздуха услед испаравања воде.

⊖ 16—7. Резервоар гасног термометра напуњен је ваздухом (сл. 16—1). Притисак гаса у резервоару на 0°C износи 757 mm Hg, а кад се стави у суд са водом износи 840 mm Hg. Израчунати температуру воде: а) претпостављајући да је ваздух сув; б) претпостављајући да ваздух на 15°C има влажност 60%.



Сл. 16—1

⊖ 16—8. У затвореном чврстом металном суду запремине 1000 cm^3 налази се 1 gr воде и пара. Колико у суду има паре, а колико воде ако је температура $17,2^{\circ}\text{C}$? На којој ће температури у суду само бити zasiћена пара? Колико се потроши топлоте при загревању воде и паре од $17,2^{\circ}\text{C}$ до нађене температуре?

⊖ 16—9. У затворени суд запремине 6 l, у коме се налази zasiћена пара под притиском 2 kGr/cm^2 , убризга се извесна количина воде температуре 10°C . Притисак паре у суду спадне на 1 kGr/cm^2 . Колико је воде унето у суд?

⊖ 16—10. Одредити спољашњу топлоту испаравања воде на притиску: а) $0,02\text{ kGr/cm}^2$ и б) 10 kGr/cm^2 .

⊖ 16—11. Одредити промену унутрашње енергије 4 gr шпиритуса при претварању у пару кључањем на нормалном притиску (78°C). Специфична запремина паре шпиритуса износи $607\text{ cm}^3/\text{gr}$. Топлота испаравања шпиритуса је 206 kcal/gr .

⊖ 16—12. У води на дубини од 35 cm налази се мехурић ваздуха пречника 0,1 mm. Атмосферски притисак износи 750 mm Hg. Температура воде је 21°C . Колики је притисак ваздуха у мехурићу?

⊖ 16—13. Кад у течности нема мехурића ваздуха она може да се прегреје донекле изнад тачке кључања. Претпоставимо да је на нормалном атмосферском притиску вода загрејана до 105°C . Висина нивоа воде у односу на дно износи 20 cm. Израчунати пречник мехурића паре у близини дна при коме је притисак паре у мехурићу уравнотежен притиском течности. Да ли је та равнотежа стабилна?

⊖ 16—14. Колики је притисак водене паре поред капљице воде полупречника $5 \cdot 10^{-6}\text{ cm}$ на температури 10°C ?

⊖ 16—15. У 1 m^3 ваздуха који се хлади налази се 8,3 gr водене паре. а) На којој температури почиње кондензација, ако као центри кондензације служе честице прашине, које можемо сматрати куглицама пречника 10^{-5} cm ?

б) На којој ће температури почети кондензација у порозном материјалу, који вода кваси, ако је пречник канала у њему 10^{-5} cm ?

⊖ 16—16. Сматра се да $\gamma = 0,036$ свих молекула паре, који падну на површину воде, бива задржано на њој. Израчунати масу свих молекула, који изиђу у 1 sec са 1 cm^2 воде на 100°C , у zasiћену пару изнад ње.

§ 17. Особине раствора

1) Осмотски притисак m грама супстанце молекулске тежине μ , растворене у запремини V раствора:

$$а) P = \frac{mRT}{\mu \cdot V} \text{ за супстанце које не дисосују;}$$

$$б) P = [1 + \alpha(k-1)] \frac{mRT}{\mu V} \text{ за супстанце које дисосују, где је: } \alpha \text{ део дисосоване супстанце; } k - \text{ број јона који се добијају при дисосовању једног молекула.}$$

2) Тачка кључања раствора, који садржи 1 г супстанце молекулске тежине μ на 100 cm³ растварача, виша је од тачке кључања чистог растварача за

$$\vartheta = \frac{C}{\mu},$$

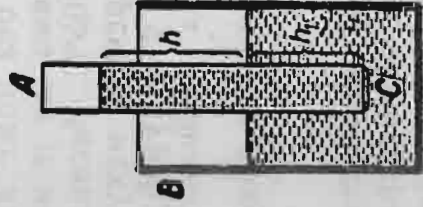
C је константа за дати растварач (за супстанце које у раствору не дисосују).

3) Количина гаса који је растворен у течности, пропорционална је парцијалном притиску тог гаса изнад течности.

○ 17—1. Колики је осмотски притисак 8 гг нафталина ($C_{10}H_8$) раствореног у 110 гг бензола, на температури 27° C? (Нафталин растворен у бензолу не дисосује).

○ 17—2. У 500 cm³ воде растворено је 1,5 гг натријум хлорида. Колики је осмотски притисак у раствору на 0° C, ако се узме да је натријум хлорид потпуно дисосован?

○ 17—3. Коју количину m_1 натријум хлорида ($NaCl$) треба растворити у 100 cm³ воде, да се добије раствор са истим осмотским притиском, који има раствор $m_2 = 0,4$ гг хлорида бакра ($CuCl_2$) раствореног у истој запремини воде и на истој температури? Сматрати да у оба случаја постоји потпуна дисоцијација.



Сл. 17—1

○ 17—4. У цилиндричној цеви A (сл. 17—1) површине пресека 2 cm² налази се раствор шећера ($C_{12}H_{22}O_{11}$). Цев је одоздо затворена мембраном C , која пропушта чисту воду а не пропушта шећер (мембрана од купри фери цијанида). Цев A стављена је у суд B са чистом водом, при чему се мембрана C налази на $h_1 = 3$ cm испод нивоа воде у суду B . При равнотежи ниво раствора у цеви A виши је за $h = 13$ cm од нивоа воде у суду B . Температура је 13° C. Густина раствора мало се разликује од густине воде. Колико је растворено шећера у цеви A ?

○ 17—5. Претпоставимо да се суд B са цеви A (сл. 17—1) налази у простору испуњеном паром растварача. Показати да је притисак паре изнад слабог раствора мањи од притиска паре изнад чистог растварача за величину:

$$\Delta p = P \frac{D_1}{D_2} = p \frac{n_b}{n_p}$$

где је D_1 средња густина паре између нивоа у цеви и суду; D_2 — густина раствора; p притисак паре изнад чистог раствора; n_b и p_p — концентрације (бројеви у 1 cm^3) молекула растворене супстанце и растварача.

○ 17—6. У 500 cm^3 воде растворено је 15 gr шећера. Колики је притисак паре изнад раствора, ако је температура раствора 100°C ? Узети да је густина раствора 1 gr/cm^3 .

○ 17—7. При нормалном атмосферском притиску раствор натријум хлорида у води кључа на температури вишој од 100°C . Колика је температура паре изнад раствора?

○ 17—8. а) У близини 100°C тачка кључања воде повишава се за $0,11^\circ \text{C}$ при повишењу притиска за 3 mm Hg . Одредити константу C за воду.

б) Раствор од 10 gr неке супстанце у 100 gr воде кључа на температури вишој за $0,18^\circ \text{C}$ од тачке кључања чисте воде. Колика је молекуларска тежина те супстанце? Супстанца при растварању не дисосује.

○ 17—9. За колико је тачка кључања раствора $1,5 \text{ gr}$ натријум хлорида у 200 cm^3 воде виша од тачке кључања чисте воде? Сматрати да се натријум хлорид потпуно дисосује.

○ 17—10. Показати, да запремина гаса апсорбованог од стране течности, не зависи од притиска гаса.

○ 17—11. На температури од 20°C литар воде апсорбује 28 cm^3 кисеоника. Колика је маса кисеоника коју је апсорбовао 1 l воде, ако се вода налази у додиру са атмосферским ваздухом на нормалном притиску? Узети да тежина кисеоника сачињава 23% тежине ваздуха.

○ 17—12. Половина балона напуњена је водом, кључањем ослобођеном од ваздуха, а половина азотом под притиском од 760 mm Hg . Колики ће бити притисак у балону кад се успостави равнотежа? Температура је стална и једнака 20°C . Зна се да на тој температури 1 l ваздуха упија 14 cm^3 азота.

§ 18. Други принцип термодинамике

1) Промена ентропије масе m супстанце, чија је специфична топлота константна величина, а промена запремине при загревању од T_1 до T_2 занемарљиво мала:

$$\Delta S = mc \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

2) Промена ентропије при промени агрегатног стања:

$$\Delta S = \frac{\lambda}{T}; \quad \Delta S = \frac{r}{T},$$

где су λ и r специфичне топлоте топљења и испаравања.

3) Промена ентропије у процесима код идеалних гасова:

$$\Delta S = m \left(c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{V_2}{V_1} \right).$$

4) Ципс — Хелмхолцова једначина:

$$\Delta F = \Delta U + T \cdot \frac{dF}{dT},$$

где је F слободна а U унутрашња енергија.

5) Веза између промене притиска p и промене температуре T прелаза супстанце из једног агрегатног стања у друго (v_1 и v_2 — специфичне запремине супстанце у та два стања, r — латентна топлота прелаза из једног у друго стање):

$$\frac{\Delta T}{\Delta p} = \frac{(v_2 - v_1) T}{r}.$$

6) Промена површинског напона са температуром:

$$\frac{\Delta \sigma}{\Delta T} \approx - \frac{\gamma}{T},$$

где је γ количина топлоте коју течност узима из спољашње средине при повећању површине за 1 cm^2 .

7) Теоријски коефицијент корисног дејства Карно-ове топлотне машине:

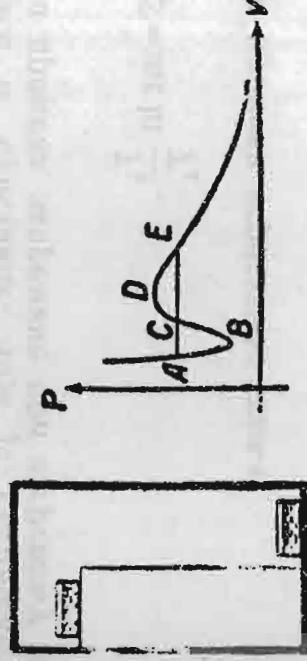
$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где су T_1 и T_2 температуре топлијег и хладнијег резервоара.

8) Болцманова релација:

$$n_2 = n_1 e^{-\frac{A}{kT}},$$

где су n_1 и n_2 концентрације делића који се крећу без реда по запреминама 1 и 2; A је рад при прелазу делића из запремине 1 у запремину 2; k — Болцманова константа.



Сл. 18-1

О 18-1. У затвореном простору налазе се један изнад другог два отворена суда с једном истом течносту (сл. 18-1). Ако су температуре течности у почетном тренутку исте, онда ће се, услед испаравања течности из горњег суда и кондензовања у доњем, течност у доњем суду загревати а у горњем хладити. Да ли је ово у супротности са другим принципом термодинамике?

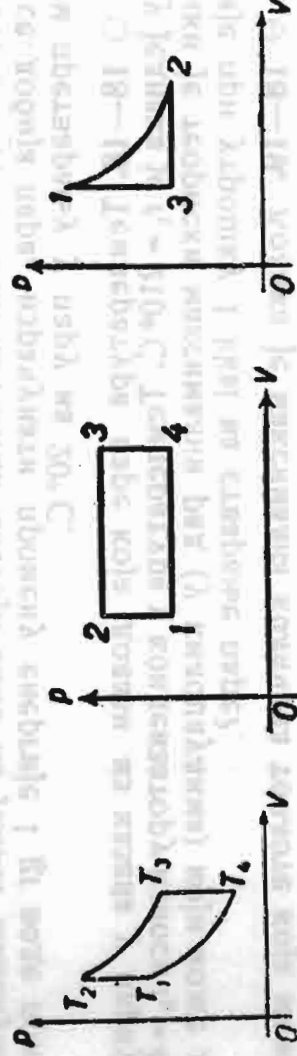
О 18-2. Чему је једнак рад код изотермског повратног циклуса

⊖ 18—3. Показати да су на V, p дијаграму код Ван-дер-Валсове изотерме површине ABC и CDE (сл. 18—2) међусобно једнаке.

⊖ 18—4. Наћи промену ентропије при хлађењу 2 г ваздуха од 40°C до 0°C : а) при сталној запремини; б) при сталном притиску.

⊖ 18—5. Проверити на примеру идеалног гаса да је промена ентропије једнака нули у случају: а) кружног процеса који се састоји од две изохоре и две адијабате (сл. 18—3); б) кружног процеса који се састоји од две изохоре и две изобаре (сл. 18—4); в) кружног процеса који се састоји од изотерме, изобаре и изохоре (сл. 18—5).

○ 18—6. 2 kg воде загреана се од 10°C до 100°C и на 100°C претвара се у пару. Наћи промену ентропије.



Сл. 18—3

Сл. 18—4

Сл. 18 5

⊖ 18—7. Показати да се ентропија повећава у следећим процесима:

а) Топла вода даје топлоту истој маси хладне и њихове температуре се изједначавају.

б) Два једнака суда, изолована од губитака топлоте у околину, садрже једнаке масе идеалног гаса под различитим притисцима. Суди су спојени преко цеви са славинам. Славина се отвара и стања гасова у оба суда постају једнака.

○ 18—8. 200 г гвозђа температуре 100°C стављено је у калориметар, у коме се налази 300 г воде на температури 12°C . Како се мења ентропија система при изједначавању температура?

⊖ 18—9. Мешају се $V_1 = 5\text{ l}$ и $V_2 = 3\text{ l}$ два различита гаса који хемиски не реагују и који имају исту температуру $T = 300^\circ\text{K}$ и притисак $p = 1\text{ ат}$. Одредити промену ентропије при томе.

○ 18—10. У калориметар, чији топлотни капацитет може да се занемари, и који садржи 250 г воде на 23°C , стављено је 27 г леда од 0°C . Одредити промену ентропије по завршетку топљења леда.

⊖ 18—11. Засићена водена пара притиска 14 kG/cm^2 адијабатски се шири до притиска $0,2\text{ kG/cm}^2$. Колики се проценат паре кондензује при томе?

⊖ 18—12. У цилиндру, под клипом, налази се смеша $m_1 = 0,83\text{ г}$ водене паре и $m_2 = 0,17\text{ г}$ капљица магле на $59,7^\circ\text{C}$. Смеша се сабија при чему се добија засићена пара температуре $169,6^\circ\text{C}$. Да ли смеша прима или одаје топлоту у овом процесу?

○ 18—13. Како се мења тачка топљења леда при повећању притиска?

○ 18—14. У близини 100°C тачка кључања воде повишава се за $0,11^{\circ}\text{C}$ при повећању притиска за 3 mm Hg . Израчунати топлоту испаравања воде.

⊕ 18—15. У доњем од судова, поменутих у задатку 18—1, налази се вода на температури $17,2^{\circ}\text{C}$. Одредити разлику температура између горњег и доњег суда ако је разлика њихових нивоа $h = 1 \text{ m}$. Занемарити размену топлоте између судова.

⊖ 18—16. Одредити промену енергије извесне количине воде, која има температуру 20°C , при повећању њене површине за 1 cm^2 .

⊖ 18—17. Претпостављајући, да промена енергије воде при промени њене површине за 1 cm^2 остаје иста све до таквог распршења течности, кад се свака капљица састоји само из једног молекула, тј. кад се добија пара, израчунати промену енергије 1 gr воде при његовом претварању у пару на 20°C .

○ 18—18. Температура паре која долази из казана у парну машину једнака је $t_1 = 210^{\circ}\text{C}$. Температура у кондензатору износи $t_2 = 40^{\circ}\text{C}$. Колики је теориски максимални рад (у килоџулима) који може да се добије при утрошку 1 kkal на стварање паре?

⊖ 18—19. Колика је максимална количина топлоте која може да се одузме из коморе машине за хлађење при утрошку $A = 1 \text{ k. џула}$ рада, ако је температура коморе $t_2 = -10^{\circ}\text{C}$ а температура воде којом се машина хлади $t_1 = 11^{\circ}\text{C}$?

⊖ 18—20. Динамичким загревањем назива се следећи систем загревања. На рачун енергије која се ослобађа приликом сагоревања горива, ради топлотни мотор који покреће машину за хлађење. Машина за хлађење узима топлоту од природног резервоара воде (на пр. од подземне воде) и предаје је води у загревном систему. Истовремено вода загревног система служи за хлађење топлотног мотора. Одредити теориску (не рачунајући губитке) количину топлоте, коју вода даје калориферима, по 1 kg утрошеног горива при следећим условима: калорична вредност горива $H = 5000 \text{ kkal/kg}$; температура у котлу нарне машине $t_1 = 210^{\circ}\text{C}$; температура подземне воде $t_2 = 15^{\circ}\text{C}$; температура воде у загревном систему $t_3 = 60^{\circ}\text{C}$.

⊕ 18—21. а) Полазећи од тога, да је вероватноћа, да се l молекула гаса, који се могу наћи у било којој тачки запремине V_1 , нађу у одређеном моменту у делу те запремине V_2 , једнака $\bar{\omega} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^n$, показати да је промена ентропије идеалног гаса при изотермском ширењу од V_2 до V_1 једнака $\Delta S = k \ln \omega$, где је k Болцманова константа.

б) Показати да исти однос важи и за супстанце, чије се особине могу претставити Ван-дер-Валсовом једначином, при чему се под ω подразумева вероватноћа да се молекули гаса, који се могу наћи у макојој тачки запремине $V_1 - b$, скупе у запремину $V_2 - b$.

⊕ 18—22. а) Показати, да за супстанцу, која се понаша по Ван-дер-Валсовој једначини, важи следећи однос између топлоте испаравања λ и коефицијената топлотног ширења и стишљивости α и β :

$$\lambda = \frac{RT}{\mu} \cdot \ln \frac{\alpha T}{\beta p}.$$

Упутство. Узети у обзир резултате задатака 14—8 и 18—21.

б) Израчунати по овој формули топлоту испаравања живе на 20°C . На овој температури је $p = 1,31 \cdot 10^{-3} \text{ mm Hg}$; $\alpha = 1,82 \cdot 10^{-4} \text{ st}^{-1}$; $\beta = 3,9 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{kGr}$.

е 18—23. Извести барометарску формулу из Болцманове релације.

е 18—24. Помоћу микроскопа, кроз дијафрагму, посматра се Брауново кретање честица гумигута које лебде у води, на температури 17°C . Средње вредности за бројеве честица, које се виде кроз дијафрагму на нивоима који се разликују за $h = 5\mu$, једнаке су $n_1 = 2,0$ и $n_2 = 3,2$. Одредити запремине честица сматрајући да су све једнаке.

§ 19. Провођење топлоте

1) Количина топлоте која прође кроз слој дебљине dx и површине S за време τ :

$$Q = \lambda \frac{dT}{dx} S \tau$$

или, кад је константан градијент $\frac{dT}{dx}$:

$$Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{x} S \tau$$

где је λ коефицијент топлотне проводљивости слоја супстанце.

2) Топлота коју једна средина предаје другој, например гвоздени зид котла води у котлу:

$$Q = \alpha (T_1 - T_2) S \tau$$

где је α коефицијент размене топлоте.

3) Веза између коефицијента температурске проводљивости α , коефицијента топлотне проводљивости λ , специфичне топлоте c и густине D :

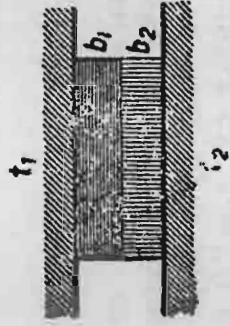
$$\alpha = \frac{\lambda}{cD}$$

О 19—1. Спољна страна зида од цигле дебљине 37 cm (цигла и по) има температуру -15°C , а унутрашња 20°C . Одредити количину топлоте која прође за један дан (24 сата) кроз 1 m^2 зида.

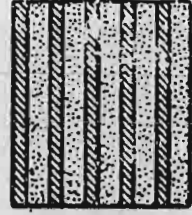
О 19—2. У алуминијумској шерпи кључа вода (на 100°C). Одредити разлику температура између доње и горње површине дна шерпе при овим подацима: дебљина дна 2 mm; површина дна 200 cm^2 ; у шерпи искључа 100 gr воде за 5 мин. Занемарити размену топлоте кроз бочне зидове и путем зрачења.

е 19—3. Између два метална зида, који имају температуре $t_1 = 20^{\circ}\text{C}$ и $t_2 = 30^{\circ}\text{C}$, стегнуте су две плочице: дрвена плочица исечена паралелно влакнима, дебљине $b_1 = 3 \text{ cm}$, и стаклена плочица дебљине $b_2 = 2 \text{ cm}$ (сл. 19—1). Занемарујући мали скок температуре на месту додира метала, дрвета и стакла, одредити температуру површине додира стакла и дрвета.

⊕ 19—4. Бакарна плоча дебљине $b_1 = 6$ mm и гвоздена плоча дебљине $b_2 = 4$ mm стављене су једна преко друге. Одредити коефицијент топлотне проводљивости такве хомогене плоче ($b = 10$ mm), која проводи топлоту у истом степењу као и две дате плоче.



Сл. 19—1



Сл. 19—2

⊕ 19—5. Од наизменично порених плочица различите дебљине и топлотне проводљивости, састављена је коцка (сл. 19—2). Показати да је топлотна проводљивост коцке већа дуж плочица (λ_{II}) него у правцу нормалном на њих (λ_I).

⊕ 19—6. Простор између два хоризонтална равна зида, који имају различите температуре (доњи је хладнији), испуњен је гасом. Како се одражава на расподелу температуре чињеница, да коефицијент топлотне проводљивости гаса расте са повишењем температуре?

⊕ 19—7. Цилиндрични паровод има азбестну облогу као топлотну изолацију. Спољашња површина облоге има температуру $t_1 = 50^\circ \text{C}$, а унутрашња, која налаже на паровод, $t_2 = 120^\circ \text{C}$. Дужина паровода је $l = 65$ m; спољашњи пречник изолационе облоге једнак је $d_1 = 13$ cm а унутрашњи $d_2 = 7$ cm. Одредити количину топлоте коју паровод преда окоolini у току 24 сата.

⊕ 19—8. Ради топлотне изолације, један цилиндар треба да се обложи са два слоја од различитог материјала исте дебљине. Који материјал (са већом или са мањом топлотном проводљивошћу) треба ставити унутра да би се постигла боља изолација?

○ 19—9. Одредити количину топлоте, коју предаје ваздуху површина од $0,5 \text{ m}^2$ гвоздене пећи у току једног сата, ако је температура ваздуха 10°C а температура пећи 200°C .

⊕ 19—10. У ваздуху температуре $t_0 = 20^\circ \text{C}$ налази се гвоздена жица пречника $d = 2$ mm, загрејана до температуре $t_1 = 50^\circ \text{C}$. После колико ће времена температура жице бити $t_2 = 40^\circ \text{C}$?

⊕ 19—11. У ложишту парног котла температура гасова има вредност $t_1 = 1000^\circ \text{C}$, а температура воде у котлу $t_2 = 180^\circ \text{C}$. Гвоздени зидови котла имају дебљину $d_2 = 2$ cm; они су са унутрашње стране покривени слојем котловског каменца дебљине $d_3 = 2$ mm, а са спољашње стране слојем чађи дебљине $d_1 = 1$ mm. Колика количина топлоте прође кроз 1 m^2 површине за 1 сат? Одредити температуре унутрашњих и спољашњих површина слоја чађи, гвозденог зида и слоја каменца. Зрачење гасова у пећи врло је слабо.

○ 19—12. Упоредити температурне проводљивости гвожђа, олова и ваздуха (под нормалним условима). Да ли се поклапа редослед тих величина са редоследом топлотних проводљивости истих материја?

○ 19—13. Ради демонстрација разлике топлотних проводљивости код метала и других материјала, загревају се у врелој води крајеви шипки, начињених од разних метала, покривених слојем парафина, и посматра се где се брже топи парафин. Каква се принципијелна грешка прави у овом огледу?

ЕЛЕКТРИЦИТЕТ

§ 20. Узајамно дејство наелектрисања

1) Кулонов закон: сила F узајамног дејства између тачкастих наелектрисања q_1 и q_2 која се налазе на растојању r , у средини чија је диелектрична константа ϵ :

$$F = \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}$$

2) Јачина поља:

$$E = \frac{F}{q}.$$

3) Веза између јачине и индукције електричног поља:

$$D = E \cdot \epsilon.$$

4) Јачина поља тачкастог наелектрисања и поља око равномерно наелектрисане кугле:

$$E = \frac{q}{\epsilon r^2}.$$

5) Јачина поља наелектрисане танке жице и поља око равномерно наелектрисаног цилиндра на растојању r од његове осе:

$$E = \frac{2\gamma}{\epsilon r}.$$

где је γ — наелектрисање јединице дужине жице или цилиндра.

6) Јачина поља равномерно наелектрисане равни, кад је густина наелектрисања σ :

$$E = \frac{2\pi\sigma}{\epsilon}$$

7) Јачина поља у равном, цилиндричном и сферном кондензатору:

$$E = \frac{4\pi\sigma}{\epsilon}; \quad E = \frac{2\gamma}{\epsilon r}; \quad E = \frac{q}{\epsilon r^2}.$$

8) Јачина поља дипола (сл. 20—1) на растојању $r \gg l$:

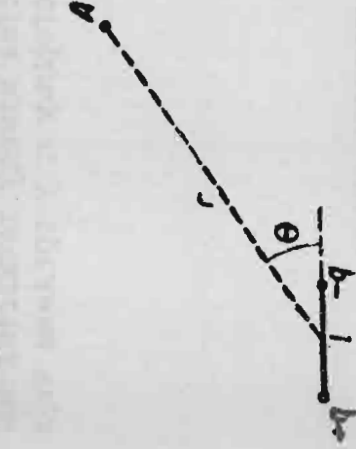
$$E = \frac{p}{r^2} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}$$

где је $p = q \cdot l$ — електрични момент дипола.

9) У свим задацима у којима врста диелектрика који окружује наелектрисања није назначена, а такође и за ваздух, треба узимати $\epsilon = 1$ CGSE.

10) При решавању задатака корисно је имати у виду таблицу V, 4 у којој су дати односи електричних и магнетних јединица за разне системе јединица.

○ 20—1. Два једнака наелектрисања, која се налазе на куглицама чије је међусобно растојање 10 cm, дејствују једно на друго силом од 0,05 Gr. Наћи величину ових наелектрисања.



Сл. 20—1

○ 20—2. Две једнаке капљице воде имају по један електрон вишка, и сила електричног одбијања капљица уравни-тежена је силом њиховог узајамног привлачења услед гравитације. Колики су попречници капљица?

○ 20—3. Две мале кугле од проводника обешене су дугачким неводним нитима о једну кукицу. Куглице су подједнако наелектрисане на растојању 5 cm једна од друге. Шта ће да се деси после разелектрисања једне од куглица?

○ 20—4. Два наелектрисања у празном простору на растојању од 11 cm дејствују једно на друго силом као у терпентину на растојању од 7,4 cm. Одредити диелектричну пропустљивост терпентина.

○ 20—5. Две наелектрисане куглице, обешене о конце једнаке дужине, стављене су у петролеум. Колика мора бити густина атеријала куглица да би угао између конача у ваздуху и у петролеуму био исти?

○ 20—6. Колика је јачина поља у тачки што лежи на средини између два наелектрисања $q_1 = +50$ CGSE и $q_2 = +70$ CGSE, која се налазе у петролеуму на растојању $r = 20$ cm?

○ 20—7. Одредити положај тачке у којој је јачина поља једнака нули у близини два неједнака наелектрисања q_1 и q_2 , која се налазе на растојању l . Расмотрити случајеве: а) истоимених наелектрисања, б) разноимених наелектрисања.

○ 20—8. Наћи јачину поља у центру шестоугаоника стране a , по чијим је угловима распоређено: а) шест једнаких истоимених наелектрисања q ; б) три позитивна и три негативна једнака наелектрисања.

○ 20—9. Два тачкаста наелектрисања $q_1 = +500$ CGSE и $q_2 = -500$ CGSE налазе се на растојању $d = 10$ cm једно од другог. Колика је јачина поља у тачки која се налази на отстојању $r_1 = 20$ cm од једног и $r_2 = 15$ cm од другог наелектрисања?

○ 20—10. Молекул воде може да се сматра као дипол чији је електрични момент једнак $1,85 \cdot 10^{-18}$ CGSE.

а) Узимајући да је овај дипол образован од наелектрисања једнаких наелектрисању једног електрона, наћи дужину дипола.

б) Одредити јачину поља, које ствара дипол на удаљености $3 \cdot 10^{-7}$ cm од средине дипола у тачки која лежи на оси дипола и у тачки која лежи на нормали на оси дипола.

в) Одредити највећу силу међусобног дејства молекула воде и јона водоника који се налази на удаљености $3 \cdot 10^{-7}$ cm од молекула.

г) Одредити силу међусобног дејства два молекула воде, чији су диполи управљени дуж праве што спаја средишта ових молекула. Растојање међу молекулима износи $5 \cdot 10^{-8}$ cm.

Ø 20—11. На којој је удаљености од водониковог јона средња енергија молекула воде, која зависи од његовог правца, једнака средњој енергији трансаторног кретања молекула воде на 20° C? Узети да средња вредност енергије молекула, која зависи од њихове оријентације у пољу, одговара правцу дипола управном на правац поља. За молекул воде $P = 1,85 \cdot 10^{-18}$

○ 20—12. Показати да је јачина поља два иста наелектрисања q , која се налазе на удаљености l у тачки, која лежи на растојању $r \gg l$, иста као и јачина поља тачкастог наелектрисања $2q$.

○ 20—13. Јачина електричног поља земље у близини површине просечно је једнака $-0,0043$ CGSE. Колико би наелектрисање имала земља, уколико би јачина поља дуж целе њене површине имала ту вредност?

Ø 20—14. На растојању $r = 4$ mm од праве жице дужине $l = 150$ cm дуж које је равномерно распоређено наелектрисање $q_1 = 600$ CGSE налази се честица са наелектрисањем $q_2 = -5 \cdot 10^{-7}$ CGSE. Одредити силу која дејствује на честицу. Занемарити неравномерност расподеле наелектрисања на жици услед присуства наелектрисања q_2 .

○ 20—15. Кондензатор, који се састоји од двеју плоча раздвојених слојем ваздуха, наелектрисан је и стављен у суд. Затим се у суд сипа петролеум. Како се према томе мења јачина и индукција електричног поља у следећим случајевима:

а) За време сипања петролеума кондензатор је одвојен од извора напона.

б) За време сипања петролеума кондензатор је спојен са извором константног напона.

Ø 20—16. Две равне плоче с површином $S = 200$ cm², подједнако наелектрисане, привлаче се у петролеуму силом $F = 2,5$ Gr. Растојање између плоча толико је мало да се јачина поља може израчунати по формули за бесконачне равни. Одредити: а) наелектрисања на овим плочама; б) индукцију електричног поља у петролеуму.

○ 20—17. Две једнаке плоче носе подједнака истоимена наелектрисања, при чему је растојање између њих тако мало да се може

сматрати да је јачина поља између њих једнака нули. Како ће се изменити сила међусобног дејства плоча ако се простор између њих испуни течним диелектриком диелектричне пропустљивости ϵ .

○ 20—18. Одредити рад који је потребно утрошити да се удаље на растојање $d=3$ cm две плоче, површине 200 cm², наелектрисане са $q_1=+700$ CGSE и $q_2=-7000$ CGSE.

✎ 20—19. На танкој шипци налази се равномерно распоређено наелектрисање од 600 CGSE. Наћи јачину поља у тачки која је удаљена од крајева штапа за $R=300$ cm, а од средине за $R_0=10$ cm.

✓ ✎ 20—20. Прстен од танке жице полупречника $R=5$ cm равномерно је наелектрисан са $q=50$ CGSE. Одредити: а) јачину поља у центру прстена; б) јачину поља у тачки која лежи на нормали на раван прстена повученој кроз центар прстена, а на удаљености $h=10$ cm од центра; в) максималну јачину поља на овој нормали.

✎ 20—21. Кружна плоча полупречника $a=8$ cm равномерно је наелектрисана с густином $\sigma=5$ CGSE.

а) Наћи јачину поља у тачки која лежи на удаљености $b=6$ cm од плоче, на нормали повученој на ову плочу, што пролази кроз центар плоче.

б) Показати да добијена формула прелази у формулу за јачину поља бескрајне наелектрисане равни ($E=2\pi\sigma$) ако $b\rightarrow 0$ и у формулу за јачину поља тачкастог наелектрисања, ако је $b\gg a$.

✎ 20—22. Раван је равномерно наелектрисана и густина наелектрисања је σ . У средини равни налази се кружни отвор, чији је полупречник мали у поређењу са димензијама равни. Наћи јачину поља у тачки која лежи на нормали на дату раван што пролази кроз центар отвора, на удаљености b од равни.

Упутство. Овај задатак решавати после задатка 20—21.

✎ 20—23. Полусфера је равномерно наелектрисана, при чему се на јединици површине налази наелектрисање σ . Одредити јачину поља у центру полусфере.

○ 20—24. Око металне кугле ($R_1=2$ cm) налази се концентрична метална облога ($R_2=4$ cm). На кугли се налази наелектрисање $q_1=+10$ CGSE, а на облози $q_2=-20$ CGSE. Наћи јачину поља на растојању: а) $R_2=3$ cm и б) $R_4=5$ cm од центра кугле.

✎ 20—25. Раван слој диелектрика ($\epsilon=2$) дебљине $0,5$ cm равномерно је наелектрисан, при чему 1 cm³ слоја има наелектрисање $0,8$ CGSE. а) Колика је јачина поља у средини слоја? б) у унутрашњости слоја на растојању $0,1$ cm од површине? в) изван слоја?

✎ 20—26. Куглица ($R=2$ cm) начињена од диелектрика има наелектрисање запреминске густине $\rho=0,7$ CGSE. Колика је јачина поља на растојању $r=3$ cm од центра куглице?

○ 20—27. Нацртати (приближно) графике који показују како се мења јачина поља у зависности од растојања у следећим случајевима:

- а) Поље двеју равни супротно наелектрисаних (раван кондензатор). По апсциси преносити растојања x од неке тачке лево од кондензатора.
- б) Поље сферног кондензатора с радиусима R_1 и R_2 . Унутрашњост сфера наелектрисана је позитивно. По апсциси преносити растојања r од центра.
- в) Поље наелектрисаног слоја диелектрика са сталном запремином густиниом. Растојања рачунати од неке тачке лево од диелектрика.
- г) Поље наелектрисане кугле од диелектрика са сталном запремином густиниом наелектрисања. По апсциси преносити растојања од центра кугле.

§ 21. Потенцијал

- 1) Рад који се утврди при преношењу наелектрисања из тачке 1 у тачку 2 у електричном пољу:

$$A = q \cdot U,$$

где је U —разлика потенцијала између тачака 1 и 2.

2. Јачина поља као градијент потенцијала:

$$E_n = - \frac{dU}{dn}, \quad U = - \int_1^2 E_n \, dn.$$

- 3) Потенцијал поља тачкастог наелектрисања и поља равномерно наелектрисане кугле:

$$U = \frac{q}{\epsilon R}.$$

Кад постоји више тачкастих наелектрисања:

$$U = \sum \frac{q}{\epsilon R}.$$

- 4) Разлика потенцијала (напон) у равном, цилиндричном и сферном кондензатору:

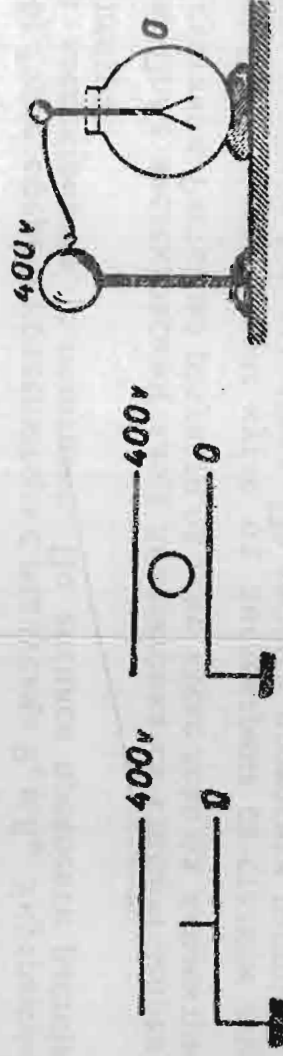
$$U = \frac{4\pi\delta}{\epsilon} d, \quad U = \frac{2\gamma}{\epsilon} \ln \frac{R_2}{R_1};$$

$$U = \frac{q}{\epsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

- 21—1. Нацртаи распоред еквипотенцијалних површина за следећа поља:

- а) Једна проводна раван има шиљак (сл. 21—1) а друга раван лежи паралелно њој.
- б) Између двеју паралелних проводних равни налази се наелектрисана проводна куглица (сл. 21—2).

в) Изолована наелектрисана кугла спојена је проводником са електроскопом (сл. 21—3).



Сл. 21—1

Сл. 21—2

Сл. 21—3

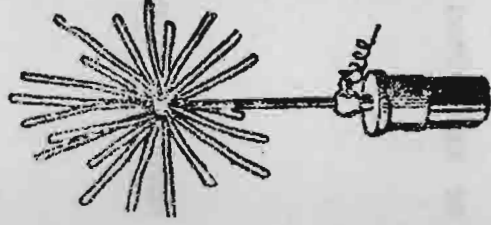
У сваком од ових случајева једно од тела има потенцијал нула (уземљено је), а друго — потенцијал 400 V. Треба нацртати еквивалентнијалне површине које одговарају потенцијалима 100 V, 200 V и 300 V.

О 21—2. а) Да ли могу линије силе електричног поља (у оном делу поља где нема наелектрисања и где јачина поља није једнака нули) да се међусобно пресецају? б) Да се додирују? в) Могу ли да се пресецају или да се додирују еквивалентнијалне површине (које одговарају различитим потенцијалима)?

О 21—3. На основу става да је у електростатичком пољу рад премештања наелектрисања по затвореној путањи једнак нули, дока-зати следеће:

а) Ако су линије силе праве и међусобно паралелне, њихова густина свугде је иста (тј поље је хомогено).

б) Ако линије силе представљају лукове концентричних кругова, јачина поља обрнуто је сразмерна полупречнику круга и не мења се дуж линије силе.



Сл. 21—4

О 21—4. На слици 21—4 претстављен је „јеж“ за извођење огледа из електростатике. Кад је јеж наелектрисан траке од хартије распоређују се као што је показано на слици тј. њихов распоред одговара линијама силе наелектрисане кугле. Међутим, траке од хартије могу се сматрати као проводници, а њихове површине могу се еквивалентнијалне површине. Објаснити суштину појаве.

О 21—5. Енергије партикула изражавају се често у електронволтима (eV). 1 eV одговара раду електричних сила при премештању електрона између тачака чији се потенцијали разликују за 1 V.

Изразити у електронволтима:

а) енергију електрона који се креће брзином 10^8 km/sec;

б) средњу енергију транспортног кретања молекула на 0°C ;

в) разлику средње енергије молекула водене паре и воде на $17,2^\circ\text{C}$;

г) рад потребан за удаљење молекула азота с површине земље у бесконачност.

21-6. Колико електрона садржи наелектрисање честице масе $m = 10^{-11}$ г, ако се она одржава у равнотежи у плочастом кондензатору с растојањем 5 мм између плоча, напуњеном до разлике потенцијала $U = 76,5$ V?

21-7. Између две равне паралелне вертикалне плоче удаљене за $d = 0,5$ cm равномерно пада капљица масе $m = 10^{-9}$ g. Кад се између плоча успостави разлика потенцијала $U = 400$ V капљица пада под углом $\alpha = 7^\circ 25'$ према вертикали. Претпостављајући да је брзина капљице пропорционална сили која на њу дејствује, одредити наелектрисање капљице.

21-8. Две плоче ($S = 2$ dm²) налазе се у петролеуму на међусобној удаљености од 4 mm. Колика је сила којом оне дејствују једна на другу ако су наелектрисане до разлике потенцијала $U = 150$ V?

21-9. У ком случају је сила међусобног дејства двеју наелектрисаних плоча: а) управо сразмерна диелектричној константи средине? б) обрнуто сразмерна диелектричној константи средине?

21-10. Куглица чији је полупречник једнак 1 cm, наелектрисана је са $q = 10$ CGSE. Нацртати у природној величини пресеке екипотенцијалних површина које одговарају потенцијалима 10, 8, 6, 4, и 2 CGSE, с равни која пролази кроз центар куглице.

21-11. Одредити рад електричних сила при преношењу наелектрисања $q = 3$ CGSE: а) из тачке А у тачку В (сл. 21-5), и б) из тачке С у тачку D, ако је $r = 6$ cm, $a = 8$ cm, $q_1 = +10$ CGSE и $q_2 = -10$ CGSE.

в) Иста питања када је $q_1 = q_2 = 10$ CGSE.

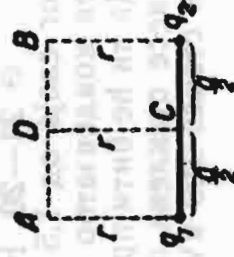
21-12. По теменима правилног шестоугоника стране $a = 5$ cm распоређена су једнака тачкаста наелектрисања $q_1 = 20$ CGSE.

а) Наћи рад електричних сила при преношењу наелектрисања $q_2 = 10$ CGSE из центра шестоугаоника до средине једне од његових страна.

б) Колики је тај рад ако су наелектрисања q_1 по апсолутној вредности међусобно једнака али суседна наелектрисања имају супротне знаке?

21-13. Наћи потенцијал у тачки А, која лежи на оси дипола, под условом да је растојање r знатно веће од дужине дипола l ($r \gg l$).

21-14. Прстен од танке жице полупречника $R = 5$ cm равномерно је наелектрисан са $q = 50$ CGSE. а) Одредити потенцијал тачке, која лежи на нормали повученој на раван прстена, као функцију растојања h тачке од равни прстена. б) Наћи јачину поља као градијент потенцијала. в) Одредити потенцијал и јачину поља у центру прстена за $h = 10$ cm. Упоредити с резултатом задатка 20-20



Сл. 21-5

⊕ 21—15. У задатку 20—21 одредити потенцијал као функцију растојања b и израчунати јачину поља као гредијент потенцијала.

⊕ 21—16. Извести формулу за потенцијал поља наелектрисане проводне сфере посматрајући потенцијал као суму потенцијала наелектрисања на појединим деловима сфере: а) за тачку која лежи на сфери; б) за тачку у сфери; в) за тачку ван сфере.

⊕ 21—17. Нацртати приближно графике зависности потенцијала тачке поља од растојања у свим случајевима задатка 20—27. Потенцијал тачке од које се рачуна растојање узети да је једнак нули.

⊕ 21—18. Изолована куглица пречника 3 см, која се налази на великом растојању од зидова, стола и т. сл., наелектрисана је до потенцијала од 6000 V. Одредити јачину поља: а) у близини површине куглице; б) на одстојању 18,5 см од њене површине.

⊕ 21—19. Разлика потенцијала између два дугачка коаксијална цилиндра ($R_1 = 3$ см и $R_2 = 2$ см), наелектрисана једнаким разноименим наелектрисањима, има вредност $U = 450$ V. Наћи: а) наелектрисање јединице дужине цилиндра; б) густину наелектрисања на сваком цилиндру; в) јачину поља у близини површине унутрашњег цилиндра, на средини између цилиндара и у близини површине спољашњег цилиндра.

⊕ 21—20. На раван ваздушни кондензатор с дебелином ваздушног слоја од 1,5 см доводи се напон од 39 kV. Да ли ће бити пробijen кондензатор ако је гранична јачина поља за ваздух 30 kV/cm? Да ли ће бити пробijen кондензатор када се у њега, паралелно плочама, унесе стаклена плочица дебелине 0,3 см, ако је гранична јачина поља за стакло 100 kV/cm?

⊕ 21—21. Цилиндрични кондензатор има два диелектрика диелектричних констаната ϵ_1 и ϵ_2 с граничним јачинама поља E_1 и E_2 . Да би се најрационалније искористио материјал пожељно је да јачина поља достигне вредност која одговара пробоју у оба диелектрика истовремено. При ком односу полупречника цилиндара је могуће ово?

⊕ 21—22. а) Цилиндрични кондензатор има два слоја диелектрика. Први слој је хартија импрегнирана лаком ($\epsilon_1 = 4$ CGSE), његов унутрашњи полупречник $r_1 = 2$ см, а спољашњи $r_2 = 2,3$ см. Други слој је стакло ($\epsilon_2 = 7$ CGSE, $r_2 = 2,3$ см, $r_3 = 2,5$ см). Куда ће бити пробijen кондензатор, ако се напон постепено повишава: кроз хартију или кроз стакло? При ком ће напону $U_{\max}$ кондензатор бити пробijen? Гранична јачина поља за хартију.

$E_{1,\max} = 120$ kV/cm, а за стакло $E_{2,\max} = 100$ kV/cm.

б) Решити исти задатак за случај обрнутог распореда слојева диелектрика (унутра стакло дебелине 2 mm, споља хартија импрегнирана лаком, дебелине 3 mm).

⊕ 21—23. Између две дугачке паралелне жице затегнуте на растојању $l = 15$ см одржава се разлика потенцијала $U = 1500$ V. Полупречник жица је $r = 1$ mm. Наћи јачину поља: а) у тачки која

лежи у средини између жица; б) у тачки која је удаљена за $R_1 = 30 \text{ cm}$ од једне и $R_2 = 25 \text{ cm}$ од друге жице.

Ø 21—24. Слој диелектрика дебљине $d = 5 \text{ cm}$ равномерно је наелектрисан и запреминска густина наелектрисања износи $\rho = 0,02 \text{ CGSE}$. Наћи разлику потенцијала између површине и средине слоја ($\epsilon = 3 \text{ CGSE}$).

Ө 21—25. У вакууму се налазе два цилиндра A и B , као што је показано на сл. 21—6. Цилиндар B има висок позитиван потенцијал; потенцијал цилиндра A скоро је једнак нули. Кроз цилиндар лете електрони у дивергентном снопу. Како на електроне делује електрично поље између цилиндара A и B ?

Сл. 21—6

Ø 21—26. Електрон се креће у правцу линија силе хомогеног поља чија је јачина $1,2 \text{ V/cm}$. Колико ће растојање прећи у вакууму до потпуног губљења брзине ако је његова почетна брзина 1000 km/sec . Колико ће времена трајати ово кретање?

Ө 21—27. Електрон, чија енергија одговара разлици потенцијала U_0 , доспева у поље цилиндричног кондензатора у вакууму (полупречници цилиндара R_1 и R_2): правац брзине електрона у почетном тренутку управан је на раван која пролази кроз осу цилиндара. При ком напону U између облога кондензатора електрон врши кружно кретање у кондензатору?

Ө 21—28. Узани сноп електрона пролази кроз раван кондензатор у вакууму идући паралелно његовим плочама (сл. 21—7.) и изазива светљење флуоресцентног заклона, који је удаљен од кондензатора за $l = 15 \text{ cm}$. Кад се између плоча кондензатора успостави разлика потенцијала $U = 50 \text{ V}$ светли траг на заклону помери се за $s = 21 \text{ mm}$. Растојање између плоча кондензатора износи $d = 18 \text{ mm}$ а дужина плоча $b = 6 \text{ cm}$. Наћи брзину електрона.

Сл. 21—7

Ø 21—29. Сноп електрона који су стекли брзину под дејством напона $U_1 = 5000 \text{ V}$ улеће у простор између плоча равнот кондензатора у тачки која је подједнако удаљена од плоча. Колики је најмањи напон који треба дати кондензатору да електрони не излете из њега ако су димензије кондензатора следеће: дужина $b = 5 \text{ cm}$, размак између плоча $d = 1 \text{ cm}$?

О 21—30. Електрон који се креће брзином $v_0 = 40.000 \text{ km/sec}$ улеће у простор између двеју плоча. Дужина плоча кондензатора је $b = 6 \text{ cm}$ а размак између плоча $d = 0,5 \text{ cm}$. Кондензатору је даг напон $U = 40 \text{ V}$

Колико ће бити већа брзина електрона после изласка из кондензатора у поређењу с почетном брзином?

§ 22. Проводници у електричном пољу

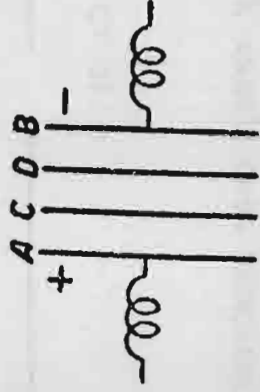
Погледати уводе у §§ 20 и 21.

○ 22—1. У пољу равног кондензатора AB налазе се две паралелне проводне плоче C и D (сл. 22—1). Растојања су следећа:

$$AC = CD = DB = \frac{d}{3}. \text{ Између плоча } A \text{ и } B \text{ по-}$$

стоји у почетку разлика потенцијала U .

а Колика је разлика потенцијала између плоча A и C , C и D , D и B ? Постоје ли наелектрисања на плочама C и D ? Колика је јачина поља између A и C , C и D , D и B ?



Сл. 22—1

б) Иста питања — пошто се плоче C и D споје проводником и опет раздвоје.

в) Иста питања — ако се после манипулација описаних у тачки б), плоче A и B споје проводником и поново раздвоје.

г) Како ће се изменити одговори на питања а) б) в) ако се у прва два случаја плоче A и B одржавају на сталном напону, а у трећем случају у почетку одвоје од извора напона и тек потом споје проводником?

○ 22—2. Метално тело стављено је између плоча напуњеног равног ваздушног кондензатора. На површини тела, услед инфлуенце, створе се позитивна и негативна наелектрисања. После тога у простор између плоча наспе се петролеум. Да ли ће се променити величина индукованих наелектрисања на телу у следећим случајевима: а) наелектрисање кондензатора остаје непромењено? б) напон на кондензатору одржава се сталним?

○ 22—3. Два једнака разноимена тачкаста наелектрисања налазе се на непроменљивом међусобном растојању. Како се мења сила, која дејствује на наелектрисања, и јачина електричног поља, у различитим тачкама у следећим случајевима:

а) Оба наелектрисања опкољена су изолованим танким металним облогама, које се поклапају са еквипотенцијалним површинама.

б) Облоге су спојене проводником.

○ 22—4. Куглица, наелектрисана са $q = 50 \text{ CGSE}$, налази се на одстојању $a = 3 \text{ cm}$ од равног металног зида спојеног са земљом. Колика је сила међусобног дејства?

○ 22—5. Показати да је рад при удаљавању тачкастог наелектрисања од једнаког супротног наелектрисања у бесконачност 4 пута већи од рада при удаљавању истог наелектрисања у бесконачност од бесконачног проводног зида који се налази на истом растојању.

⊗ 22—6. а) Тачкаста наелектрисања $q_1 = +5 \text{ CGSE}$ и $q_2 = +3 \text{ CGSE}$ налазе се на међусобном растојању $d_1 = 4 \text{ cm}$. Између наелектрисања, на подједнаким растојањима од њих, налази се проводна плоча дебљине $d_2 = 2 \text{ cm}$, која је везана за земљу. Површине плоче управне су на праву која спаја наелектрисања. Наћи силу која дејствује на плочу.

б) Како ће се изменити одговор ако се једно од наелектрисања замени једнаким по величини негативним наелектрисањем?

⊗ 22—7. Мали облак с наелектрисањем $q = 20 \text{ C}$ налази се на висини $h = 1 \text{ km}$ изнад земље. Сматрајући земљу проводником, одредити јачину поља створену тим наелектрисањем на растојању $s = 3 \text{ km}$ од места изнад кога се налази наелектрисање. Занемарити кривину земље.

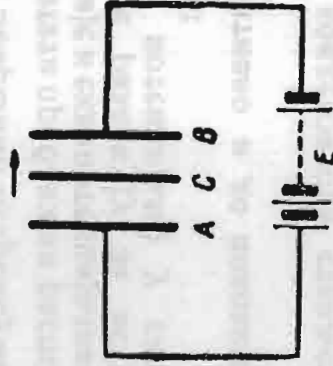
⊗ 22—8. Тачкасто наелектрисање $q = 5 \text{ CGSE}$ налази се на одстојању $a = 3 \text{ cm}$ од металног зида спојеног са земљом. Наћи површинску густину индукованог наелектрисања на зиду: а) у тачки најближој наелектрисању q ; б) у тачки која се налази на растојању $r = 5 \text{ cm}$ од наелектрисања; в) одредити укупну величину наелектрисања индукованог на површини зида.

⊗ 22—9. У уређајима за задржавање прашине пропушта се ваздух кроз металне цеви дуж чијих оса су затегнуте металне жице. Између жице и цеви ствара се јако електрично поље довођењем жице на негативан потенцијал док је цев уземљена.

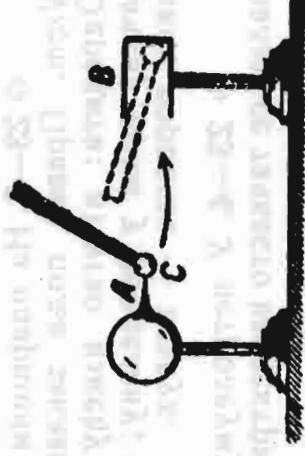
Како ће се понашати честице прашине: а) ненаелектрисане? б) наелектрисане позитивно или негативно?

⊗ 22—10. Кугла са шиљком A и шупаљ цилиндар B (сл. 22—2) постављени су на изолаторске дршке и наелектрисани до истог позитивног потенцијала. Ако се додирује металном куглицом C , постављеном на изолаторску дршку, прво шиљак A а затим унутрашња површина цилиндра B , наелектрисање на кугли A умањиваће се, а на цилиндру B увећаће се. На рачун чија овог система увећаће се. На рачун ког рада се увећава енергија система?

⊗ 22—11. Батерија галванских елемената E напаја уређај приказан на слици 22—3. Између металних плоча A и B



Сл. 22—3



Сл. 22—2

налази се изолована метална плоча C , чија је дебљина знатно мања од растојања AB . Плоча C додирне B , затим се равномерно креће према плочи A и додирне је, а онда се равномерно креће назад према B итд. Интервали времена, у току којих плочица C додирује A и B и супротно се наелектрисава, износе $0,1 \text{ sec}$. Интервали времена у току којих се плочица C креће од A према B и обратно, износе $0,3 \text{ sec}$. Наелектрисање које преноси плочица C једнако је $3 \cdot 10^{-11}$ кулона. Нацртати график струје у колу.

§ 23. Диелектрици у електричном пољу

1) Веза између диелектричне пропустљивости средине ϵ и електричне сусцептибилности k :

$$\epsilon = \epsilon_0 + 4\pi k.$$

ϵ_0 је диелектрична пропустљивост вакуума, за коју је у CGSE систему узето да је јединица.

2) Веза између површинске густине σ , везаних наелектрисања на граници диелектрик — проводник и густине σ слободних наелектрисања на проводнику:

$$\sigma_1 = \sigma \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon}.$$

3) Скок нормалне компоненте јачине поља на граници два диелектрика:

$$E_{1n} - E_{2n} = 4\pi (\sigma_2 - \sigma_1).$$

4) Преламање линија силе на граници између два диелектрика:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}.$$

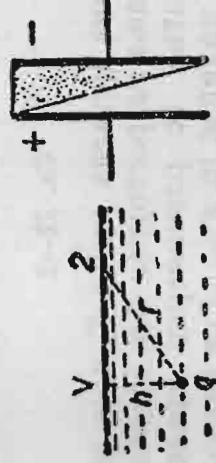
○ 23—1. Наћи електричну сусцептибилност стакла.

○ 23—2. Одредити густину везаних наелектрисања на површини дискусне плочице дебљине 0,2 mm, која служи као изолатор у равном кондензатору наелектрисаном до напона 400 V.

⊕ 23—3. На површини порцелана јачина поља у ваздуху је $E_1 = 200$ V/cm. Правац поља заклапа с нормалом на површину угао $\alpha_1 = 40^\circ$. Одредити: а) угао између правца поља и нормале у порцелану; б) јачину поља у порцелану; в) густину везаних наелектрисања на граници порцелан — ваздух.

⊕ 23—4. У петролеуму на дубини $h = 3$ cm од слободне површине налази се тачкасто наелектрисање $q = +50$ CGSE (сл.23—1). Наћи густину везаних наелектрисања на површини петролеума: а) изнад наелектрисања и б) на растојању $r = 5$ cm од наелектрисања; в) одредити укупну величину везаног наелектрисања на површини петролеума.

⊖ 23—5. Нацртати приближан распоред линија индукције и еквипотенцијалних површина (које се разликују за исту вредност разлике потенцијала) у следећим случајевима:



Сл. 23—1

Сл. 23—2

1) Метална куглица наелектрисана је позитивно и до половине замочена у петролеум.

2) Између двеју плоча напуњеног равног кондензатора стављен је, као што је показано на сл. 23—2, клин од парафина.

○ 23—6. Две хоризонтално постављене плоче наелектрисане су са $q_1 = +2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ и $q_2 = -2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$. Растојање између плоча је тако мало да се поље између њих може сматрати хомогеним. Доња плоча потопљена је у течан диелектрик ($\epsilon = 3 \text{ CGSE}$). Површина плоча износи 300 cm^2 .

а) Наћи силе које делују на горњу и доњу плочу.

б) Објаснити зашто те силе нису једнаке међусобом.

○ 23—7. Доња плоча из претходног задатка стављена је у суд с течним диелектриком. Суд у коме је диелектрик спојен је помоћу цеви с другим судом. Плоче скоро потпуно попуњавају хоризонтални пресек суда. Колика ће бити разлика нивоа течности ако је густина течности $D = 0,85 \text{ gr/cm}^3$?

§ 24. Електрични капацитет

1) Наелектрисање на кондензатору капацитета C при напону U

$$q = CU.$$

2) Капацитет равног, цилиндричног и сферног кондензатора:

$$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}; \quad C = \frac{\epsilon l}{2 \ln \frac{R_2}{R_1}}; \quad C = \frac{\epsilon}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}.$$

Изолована кугла може се сматрати сферним кондензатором код кога $R_2 \rightarrow \infty$.

3) Паралелна и редна веза кондензатора:

$$C = \sum C_i; \quad C' = \frac{1}{\sum \frac{1}{C_i}}.$$

4) Енергија напуњеног кондензатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

5) Густина енергије електричног поља:

$$\rho = \frac{\epsilon E^2}{8\pi}$$

○ 24—1. Постоје диелектрици чија диелектрична пропустљивост зависи од јачине поља (на пример, сељеова со). Постоји ли код кондензатора, у којима ове материје служе као изолаторски слој, пропорционалност између разлике потенцијала и наелектрисања?

○ 24—2. До ког напона треба наелектрисати телефонски кондензатор капацитета $2 \text{ }\mu\text{F}$, да би се на њему налазило исто наелектрисање као на лајденској боци капацитета 90 cm , наелектрисаној до напона $30\,000 \text{ V}$?

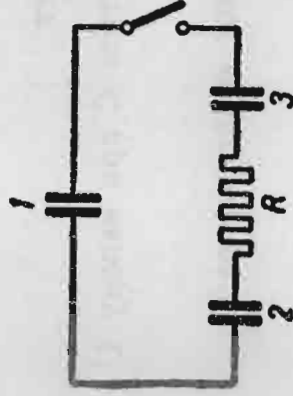
О 24—3. а) Показати да се при малој дебљини изолаторског слоја капацитет сферног кондензатора може израчунати по формули за капацитет равног кондензатора.

б) Извести исти доказ за цилиндрични кондензатор.

О 24—4. Лајденска боца има следеће димензије: спољашњи пречник дна 15 см; висина облога 20 см; дебљина стакла 2 мм. Израчунати њен електрични капацитет (користећи се формулом за раван кондензатор).

О 24—5. Две проводне лоптице споје се и наелектришу а затим се раздвоје на знатно растојање. Имају ли оне при томе једнаке потенцијале?

О 24—6. Три кондензатора капацитета по 1 μF сваки, спојени су као што показује слика 24—1. Кондензатор 1 наелектрисан је до напона 3 V, после чега је затворен прекидач К. Колико наелектрисање протекне при том кроз отпор R? (Претпоставља се да је отпор R толико велики да пражњење није осцилаторно).



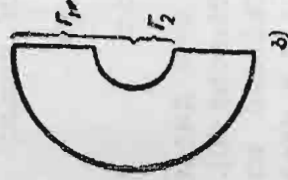
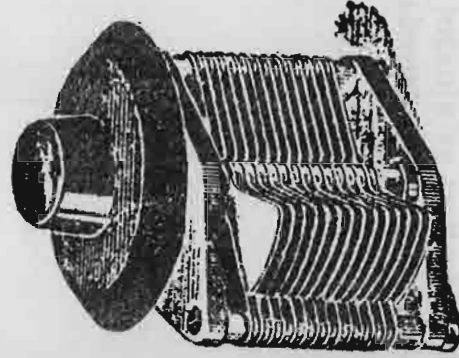
Сл. 24—1

О 24—7. Кондензатор се састоји од три листа станиола површине по 6 cm^2 сваки, раздвојена с два слоја лискуна дебљине по 1 мм. Крајњи листови станиола међусобно су спојени. Колики је капацитет овог кондензатора?

О 24—8. Промена капацитета променљивог кондензатора дата је формулом:

$$\Delta C = \frac{\epsilon \pi (r_1^2 - r_2^2) \alpha}{1440 d}.$$

где је α — број размака између плочица; r_1 и r_2 — полупречници спољашњег и унутрашњег лука који ограничава плочу; α — угао за који се окрену покретне плочице, у степенима; d — растојање између плоча; ϵ — диелектрична пропусљивост изолатора (обично ваздуха). Известите ову формулу.



Сл. 24—2



Сл. 24—3

О 24—9. Услед оштећења променљивог кондензатора (сл. 24—2) с парним бројем ваздушних размака између плоча, све покретне плоче

спустиле су се тако, да се дебљине суседних размака односе као 1:2 (сл. 24—3). Како се променио капацитет у поређењу с првобитним?

○ 24—10. Кондензатор од фолије станиола с диелектриком у облику листа од парафинисане хартије покрије се са друге стране листом исте такве хартије и савије у облику ваљка. Како се при томе промени капацитет кондензатора?

○ 24—11. Плоче равног кондензатора везане су за извор сталног напона од 300 V. Плоче се приближују једна другој брзином 1 mm/sec. Колика је струја кроз проводнике који спајају кондензатор са извором у моменту када се плоче налазе на међусобном одстојању од 2 mm. Површина плоча износи 400 cm².

○ 24—12. Метална кугла потопљена је до половине у петролеум. Колико наелектрисање се налази на њој ако јој је полупречник $R=3$ cm а наелектрисана је до потенцијала $U=1800$ V?

○ 24—13. а) Наћи капацитет кондензатора који се састоји од две куглице пречника $d=2$ cm. Куглице се налазе у ваздуху и растојање између њихових центара износи $l=20$ cm.

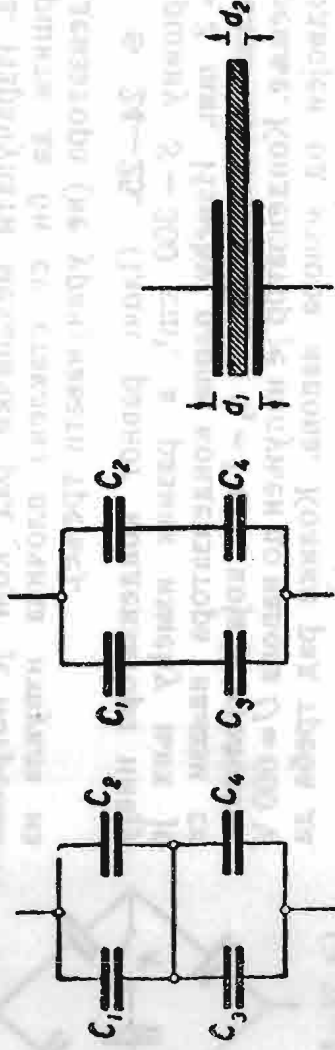
б) Одредити капацитет кондензатора који се састоји од исте куглице и велике проводне плоче на отстојању $l=20$ cm. (Због малог пречника куглица може се узети да су наелектрисања на њиховим површинама распоређена равномерно). Упоредити резултат са капацитетом изоловане кугле.

○ 24—14. Батерија од две на ред спојене лајденске боце ($C_1=300$ cm и $C_2=500$ cm) наелектрисана је до напона $U=1200$ V. Одредити: а) наелектрисање на првој и другој боци; б) наелектрисање на њиховим облогама.

○ 24—15. Пробојни напон за прешпан дебљине 1 mm износи 18000 V. Два кондензатора са изолационим слојем таквог прешпана, један капацитета 1100 cm а други од 400 cm, везана су на ред. Да ли ће овај систем бити пробijen ако му се прикључи напон од 30 000 V?

○ 24—16. а) Колики су капацитети батерија кондензатора везаних по шемама приказаним на сликама 24—4 и 24—5?

б) Показати да су капацитети тих двеју батерија једнаки када је испуњен услов $C_1/C_2=C_3/C_4$.



Сл. 24—4

Сл. 24—5

Сл. 24—6

○ 24—17. У простор између плоча равног ваздушног кондензатора увучен је стаклени кондензатор с већом површином плоча (сл. 24—6).

Одредити капацитет овог система при следећим условима: површина плоча ваздушнoг кондензатора $S_1 = 200 \text{ cm}^2$, а стакленог $S_2 = 400 \text{ cm}^2$; размак између плоча ваздушнoг кондензатора $d_1 = 3 \text{ mm}$, а код стакленог $d_2 = 2 \text{ mm}$. Занемарити дебљину плоча стакленог кондензатора.

○ 24—18. Наћи капацитет равног кондензатора чија је површина плоча $S = 200 \text{ cm}^2$. Између плоча налази се стакло ($d_1 = 1 \text{ mm}$) покривено са обе стране слојем парафина (дебљина сваког слоја $d_2 = 0,2 \text{ mm}$).

○ 24—19. Наћи капацитет кондензатора описаних у задатку 21—22, ако су њихове дужине једнаке 1 m .

○ 24—20. Одредити капацитет кондензатора који се састоји из двеју жица описаних у задатку 21—23 узевши да њихове дужине износе по 1 km .

○ 24—21. Лајденска боца капацитета 2000 cm наелектрисана је до $20\,000 \text{ V}$. Претпостављајући да се при пражњењу 90% њене енергије претвори у топлоту у варници, израчунати ту количину топлоте (у калоријама).

Сл. 24—7

○ 24—22. а) Батерија од n сериски везаних кондензатора KK (сл. 24—7. а и б), без промене наелектрисања на кондензаторима преклопача на паралелну везу. Како ће се при томе променити енергија батерије и колики ће бити рад пражњења ако су: 1) капацитети кондензатора једнаки? 2) различити?

б) Иста питања ако се батерија напуни при паралелној вези па се преклопача на сериску везу.

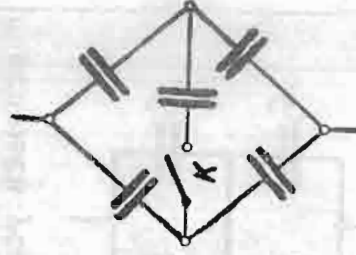
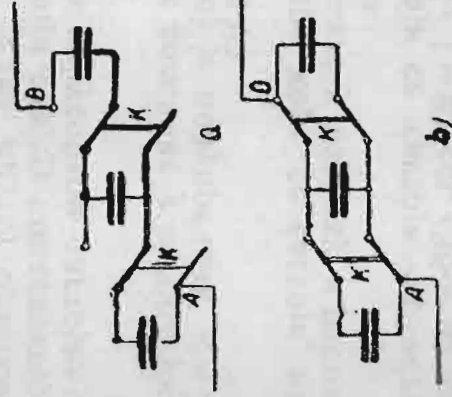
○ 24—23. Дат је систем кондензатора везаних по произвољној шеми у којој се налази и прекидач K (пример такве везе дат је на слици 24—8)! Да ли ће се повећати или смањити капацитет система ако се затвори прекидач K ?

○ 24—24. Раван кондензатор има као изолаторски слој стаклену плочу дебљине $d = 2 \text{ mm}$ и површине $S = 300 \text{ cm}^2$. Кондензатор је напуњен до напона $U = 100 \text{ V}$, па онда одвојен од извора напона. Израчунати механички рад који је потребно извршити да би се стаклена плочица извукла из кондензатора (не урачунавати трење).

○ 24—25. Плоче равног кондензатора имају површину $S = 300 \text{ cm}^2$, а размак између њих је $d_1 = 3 \text{ mm}$. Између плоча кондензатора налази се метална плочица дебљине $d_2 = 1 \text{ mm}$, која је изолована од земље. Кондензатор је напуњен до напона $U = 600 \text{ V}$ и одвојен од извора напона. Колики рад треба да се изврши да би се извукла плочица?

○ 24—26. У чему се састоји разлика у следећим случајевима:

а) Капацитет кондензатора се смањује (размицањем плоча или извлачењем диелектрика) а величина наелектрисања остаје иста (тј. смањење капацитета врши се при искљученом извору струје)



Сл. 24—8

б) Врши се смањење капацитета кондензатора при сталном напону (тј. при неискљученом извору струје).

⊖ 24—27. Унутрашња облога напуњене лајденске боце споји се са унутрашњом облогом ненапуњене боце, при чему се наелектрисање расподељује подједнако на обе боце. Показати да се енергија наелектрисања смањује на половину и објаснити ово.

○ 24—28. Ваздушни кондензатор наелектрише се до неког потенцијала и у наелектрисаном стању залије петролеумом, при чему се енергија кондензатора смањи в пута. Куд нестаје део енергије?

○ 24—29. Диелектрична пропустљивост материјала приметно се мења при повишењу температуре (обично опада). Претпоставимо да се напуњени кондензатор хлади, услед чега се његова електрична енергија мења (на пример, опада). Где ишчежава енергија.

⊖ 24—30. Две лајденске боце ($C_1 = 600 \text{ cm}$ и $C_2 = 900 \text{ cm}$) везане су у серију. Батерија се наелектрише до напона $U = 12\,000 \text{ V}$. Затим се боце, без пражњења, вежу паралелно. Одредити рад пражњења при овом спајању.

⊖ 24—31. Два једнака ваздушна кондензатора ($C = 800 \text{ cm}$) наелектрисана су до напона $U = 900 \text{ V}$. Један од кондензатора потопи се у наелектрисаном стању у петролеум и после тога кондензатори се споје паралелно. Израчунати рад пражњења, које се дешава том приликом.

⊖ 24—32. Једна лајденска боца ($C_1 = 600 \text{ cm}$) наелектрисана је до напона $U_1 = 3000 \text{ V}$, а друга ($C_2 = 1000 \text{ cm}$) — до напона $U_2 = 4200 \text{ V}$. Наћи рад пражњења при спајању њихових унутрашњих облога.

⊕ 24—33. Капацитет кондензатора, претстављеног на слици 24—2, мења се у границама од $C_1 = 700 \text{ cm}$ ($\alpha = 0$) до $C_2 = 20 \text{ cm}$ ($\alpha = \pi$). Наћи обртни момент електричних сила у тренутку када је угао $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Рассмотрити два случая:

а) Обртање осовине кондензатора врши се пошто је кондензатор при $\alpha = 0$ наелектрисан до $U = 200 \text{ V}$ и одвојен од извора струје.

б) Обртање осовине кондензатора врши се при укљученом извору струје ($U = 200 \text{ V}$).

⊖ 24—34. Батерија од $n = 5$ сериски везаних лајденских боца, свака капацитета $C = 400 \text{ cm}$, одржава се под сталним напоном $U = 60\,000 \text{ V}$. Једна од боца бива пробита. Одредити: а) промену енергије батерије боца; б) рад пражњења; в) рад извора струје.

⊕ 24—35. Наелектрисање q равномерно је распоређено по запремини кугле, чији је полупречник R . Израчунати:

а) енергију електричног поља у кугли;

б) енергију поља ван кугле;

в) енергију поља у целом простору.

г) промену енергије при дељењу кугле на две једнаке наелектрисане кугле.

§ 25. Омов закон

- 2) Веза између наелектрисања q , јачине струје I и времена τ :

$$I = \frac{dq}{d\tau}.$$

Када се јачина струје не мења у току времена:

$$I = \frac{q}{\tau}.$$

- 2) Израз за густину струје j :

$$j = \frac{\Delta I}{\Delta S},$$

где је ΔI — јачина струје која тече управно на део пресека проводника ΔS . Када је густина струје иста по целом пресеку S проводника —

$$j = \frac{I}{S}.$$

- 3) Отпор проводника дужине l са константним пресеком S :

$$R = \frac{\rho l}{S}.$$

где је ρ — специфични отпор материјала.

Да би се израчунао отпор тела променљивог пресека мора се прибегнути интеграцији.

- 4) Зависност специфичног отпора од температуре t :

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

где је α — температурски коефицијент оптпора.

- 5) Омов закон

$$I = \frac{U + \Sigma \mathcal{E}}{\Sigma R},$$

где је U — напон на крајевима дела кола које садржи електромоторне силе чији је збир $\Sigma \mathcal{E}$; ΣR — укупан отпор дела кола. За цело коло $U = 0$.

- 6) Веза између јачине поља E и густине струје j :

$$j = gE,$$

где је $g = \frac{1}{\rho}$ — специфична проводљивост.

- 7) Претпоставља се да се галвански елементи, поменути у задатцима § 25—27, не поларизују.

○ 25—1. Колика се количина електрицитета преноси у следећим случајевима: а) јачина струје равномерно расте од нуле до 3 А у току 10 sec; б) јачина струје опада од 18 А до нуле, при чему за сваких 0,01 sec она спадне на половину.

○ 25—2. Колика је густина струје у влакну сијалице ако је јачина струје 0,125 А а пречник влакна 0,019 mm?

○ 25—3. У електронској цеви струја тече од металног цилиндра ка усијаном влакну, које је затегнуто по његовој оси. Израчунати гуштину струје у близини влакна и у близини цилиндра при следећим условима: јачина струје 3 mA; дужина влакна и цилиндра 2,5 cm; пречник влакна 0,02 mm; пречник цилиндра 1 cm.

○ 25—4. Потребно је направити реостат од 0,3 Ω. Материјал је никелинска трака дебљине 0,5 mm и ширине 10 mm. Колику дужину траке треба узети?

○ 25—5. Дат је калем бакарне жице попречног пресека 0,1 mm. Укупна маса жице износи 0,3 kg. Израчунати отпор жице.

○ 25—6. Претпоставимо да се у неограниченој средини, чији је специфични отпор $\rho = 10^{-4} \Omega \text{ cm}$, налази метална кугла пречника $d = 10 \text{ cm}$. Колики је отпор система кугла — неограничена средина? (Такав је приближно отпор уземљења, изведен у облику кугле истог пречника, закопане у земљу с наведеним специфичним отпором).

○ 25—7. Да ли треба код израчунавања отпора при температурама које се разликују од 0°С узимати у обзир промену њихових геометријских димензија при загревању?

○ 25—8. Волфрам има позитиван а угаљ — негативан температурски коефицијент. Каква је разлика између сијалица с волфрамовим и угљеним влакном: а) у погледу промене јачине струје при укључењу? б) у погледу расподеле густине струје у усијаном влакну?

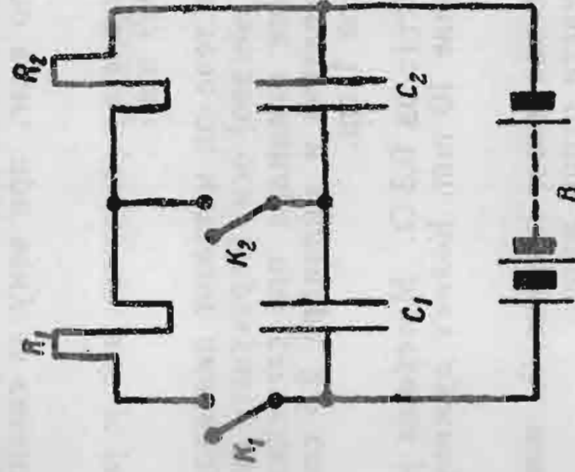
○ 25—9. Намотај електромагнета у динамомашини направљен је од бакарне жице и, на температури $t_1 = 10^\circ \text{C}$, има отпор $R_1 = 14,2 \Omega$. После рада отпор намотаја повећао се до $R_2 = 16,5 \Omega$. Колика је температура намотаја?

○ 25—10. Наћи температурски коефицијент проводника, који се састоји од алуминијумске жице, отпора $R_1 = 3 \Omega$ и гвоздене жице отпора $R_2 = ? \Omega$. Жице су везане у серију.

○ 25—11. угљена шипка везана је сериски са гвозденим шипком исте дебљине. При каквом односу њихових дужина отпор овакве комбинације не зависи од температуре?

○ 25—12. Покретни калем волтметра је од бакра а баластни отпор од манганина, чији специфични отпор скоро не зависи од температуре. Опруга, која се противи окретању калема, направљена је од фосфорне бронзе. Температурски коефицијент модула еластичности фосфорне бронзе има вредност $\beta = -0,0004 \text{ grad}^{-1}$. При ком односу између отпора калема R_1 и допунског отпора R_2 показивање волтметра не зависи од температуре?

О 25—13. У колу представљеном на шеми (сл. 25—1), капацитет кондензатора C_1 два пута је већи од капацитета кондензатора C_2 , а отпор R_1 три пута је већи од отпора R_2 . Отпор батерије B може да се занемари, а њена електромоторна сила износи 60 V. Наћи напоне на кондензаторима у следећим случајевима: а) прекидачи K_1 и K_2 су затворени; б) прекидач K_1 затворен, K_2 отворен; в) прекидач K_1 отворен, K_2 затворен.

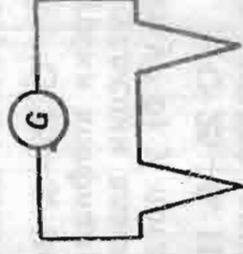


Сл. 25—1

О 25—14. Батерија од 50 сериски везаних елемената даје струју кроз спољашње коло, које се састоји из гвозденог проводника дужине 20 km, с попречним пресеком 3 mm^2 , и неког уређаја чији је отпор 90Ω . ЕМС и унутрашњи отпор сваког од елемената износи 1,4 V и $0,4 \Omega$. Израчунати јачину струје

О 25—15. При крају пуњења једне батерије акумулатора струјом јачине 3 A, волтметар везан за њене крајеве показивао је напон 4,25 V. У почетку пражњења исте батерије струјом јачине 4 A волтметар је показивао напон 3,9 V. Струја коју троши волтметар занемарљива је. Одредити ЕМС и унутрашњи отпор батерије.

О 25—16. Галвански елемент даје кроз коло, са спољашњим отпором од 4Ω , струју јачине 0,2 A. Ако је спољашњи отпор 7Ω елемент даје струју од 0,14 A. Колику ће струју дати елемент када се кратко споји?



4 споз 2 споз

Сл. 25—2

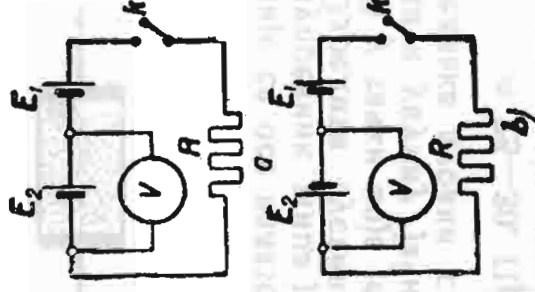
О 25—17. Термоелемент, који се састоји из споја бакар—константан, даје електромоторну силу $\mathcal{E} = 0,04 \text{ mV/}^\circ\text{C}$. При мерењу разлике температура термоелемент се веже за галванометар G (сл. 25—2). Одредити разлику температура спојева термоелемента при овим подацима: отпор термоелемента и доводних жица има вредност $R_1 = 40 \Omega$; отпор галванометра $R_2 = 320 \Omega$; јачина струје кроз галванометар $I = 7,8 \cdot 10^{-8} \text{ A}$.

О 25—18. Галвански елемент чија ЕМС $\mathcal{E}_1$ и унутрашњи отпор r_1 даје струју кроз спољашњи део кола отпора R . Да би се повећала јачина струје, сериски са елементом везан је други елемент, који има ЕМС $\mathcal{E}_2$ и унутрашњи отпор r_2 . Одредити услове при којима ће циљ бити постигнут.

О 25—19. Колики напон може да се прикључи на калем, који има $w = 1000$ навојака бакарног проводника, ако је дозвољена густина струје $j = A/\text{mm}^2$ а средњи пречник навојака $d = 6 \text{ cm}$?

О 25—20. Ако се волтметар веже сериски са отпором $R = 10000 \Omega$, под напоном $U_0 = 120 \text{ V}$ показује $U_1 = 50 \text{ V}$. Кад се веже сериски с непознатим отпором R_x , при истом напону показује $U_2 = 10 \text{ V}$. Наћи непознати отпор.

Ø 25—21. Два елемента са ЕМС $\mathcal{E}_1 = 1,8 \text{ V}$ и $\mathcal{E}_2 = 1,4 \text{ V}$ и волтметар, који има нулу на средњини скале, повезани су по шеми приказаној на слици 25—3, а. Волтметар показује напон $U_1 = 0,6 \text{ V}$, при чему његова казалька скреће на исту страну на коју скреће при отвореном спољашњем колу. Отпори свих проводника и струја кроз волтметар, занемарљиви су. Шта ће показивати волтметар U_2 кад се све веже по шеми претстављеној на слици 25—3, б.



Сл. 25—3

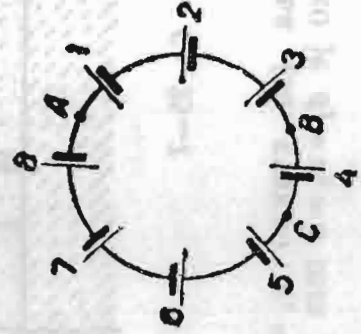
25—22. Неколико једнаких галванских елемената повезано је, као што је показано на шеми (сл. 25—4), помоћу проводника чији су отпори занемарљиво мали.

а) Колика је разлика потенцијала између тачака А и В или између тачака С и А?

б) Исто питање када ЕМС елемената нису једнаке, а унутрашњи отпори пропорционални су ЕМС.

в) Како ће се променити одговор на питање „а“ ако се елементи истоименим половима окрену један према другом?

25—23. Колика се наелектрисања налазе на равним електродама, стављеним у раствор бакар сулфата, ако тече струја $I = 0,5 \text{ A}$ и ако је специфични отпор раствора $\rho = 50 \text{ } \Omega \text{ cm}$? Узети да је диелектрична константа раствора $\epsilon = 81 \text{ CGSE}$.



Сл. 25—4

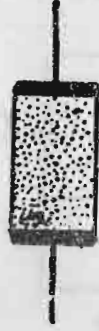
○ 25—24. Линије силе електричног поља у проводницима поклапају се са струјним линијама. Како да се ово усклади са чињеницом, да се у танком слоју електролита (на пример у равnoj кивети), струјне линије налазе у њему, иако као електроде служе две мале лопте, а линије силе двају разноимених наелектрисања иду у свим правцима?

○ 25—25. У ваздуху изнад површине воде налазе се два разноимена наелектрисања. Та два наелектрисања стварају у некој тачки А испод површине воде јачину поља E . Вода има извесну проводљивост g . Проводљивост ваздуха може да се занемари. Да ли ће у тачки А густина струје бити $j = Eg$?

○ 25—26. Простор између две једнаке равне плоче, које се налазе на знатном растојању једна од друге, испуњен је диелектриком који има приметну електричну проводљивост (на пример шкриљац, сл. 25—5). Проводљивост околног ваздуха може да се занемари. Како утиче проводљивост шкриљца на распоред линија силе, ако се плоче дуже времена држе под знатним напоном?

○ 25—27. Струја тече кроз проводник чији је облик приказан на слици 25—6. Да ли је иста јачина поља на местима са уским и широким пресеком? Чиме се то објашњава?

○ 25—28. Како су распоређене линије силе у савијеној стакленој цеви са електролитом кроз који тече струја? Како иду линије силе кроз проводник који је завезан у чвор?



Сл. 25—5



Сл. 26—6

⊕ 25—29. (Претходно решити задатке 21—23.) Кроз раствор бакар сулфата ($\rho = 40 \Omega \text{ cm}$) струја тече између две бакарне жице чије се осе налазе паралелно једна другој, на отстојању $l = 13 \text{ cm}$. Попречник жица је $d = 4 \text{ mm}$. Између жица одржава се напон $U = 12 \text{ V}$. Одредити густину струје: а) у средини растојања између жица; б) у тачки која је од оса обеју жица удаљена за $R = 10 \text{ cm}$; в) одредити укупну јачину струје узимајући да је дужина жице $l = 15 \text{ cm}$ једнака дубини слоја раствора и да су димензије суда врло велике

⊕ 25—30. Претпоставимо да се изнад и испод неког неограниченог слоја налазе средине, чији су отпори много већи него специфични отпор слоја (на пример, слој се састоји од влажне земље, испод које се налази лед, а одозго је ваздух). У слој је забоден метални цилиндар (сл. 25—7). Колики је отпор система цилиндар — слој?

⊕ 25—31. Изолаторски слој плочасти кондензатора састоји се из два слоја дебљине d_1 и d_2 с диелектричним константама ϵ_1 и ϵ_2 . Диелектрици имају специфичне отпоре ρ_1 и ρ_2 . Напон на кондензатору је константан.

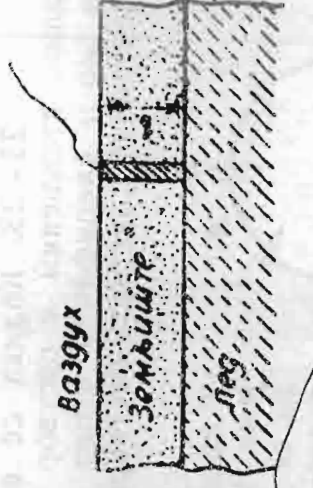
а) Показати да, у стационарном стању; у случају када је $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \neq \frac{\rho_2}{\rho_1}$, на граници између диелектрика мора да постоје слободна наелектрисања.

б) Израчунати величину тих наелектрисања (за стакло $\rho_1 = 2 \cdot 10^{13} \Omega \cdot \text{cm}$; за петролеум $\rho_2 = 5 \cdot 10^{14} \Omega \cdot \text{cm}$), ако је $d_1 = d_2 = 3 \text{ mm}$ и ако је напон на кондензатору $U = 15000 \text{ V}$.

в) Објаснити зашто се, код кондензатора чији је изолатор слојевит, јавља заостало наелектрисање (наелектрисање које се појављује после извесног времена по пражњењу кондензатора).

○ 25—32. За кондензатора ($C = 10 \mu\text{F}$) везује се акумулатор чија је ЕМС $\mathcal{E} = 2 \text{ V}$, преко отпора $R = 1000 \Omega$. После ког времена ће кондензатор бити напуњен до напона $U = 1,98 \text{ V}$? Унутрашњи отпор акумулатора занемарљив је.

⊕ 25—33. Плочасти кондензатор с диелектриком од парафинисане хартије ($\epsilon = 2$ CGSE) после $t = 10 \text{ min}$ задржао је наелектрисање q , које износи 0,1 његовог првобитног наелектрисања q_0 . Претпостављајући да је сво изгубљено наелектрисање протекло кроз парафинисану хартију, израчунати њен специфични отпор.



Сл. 25—7

§ 26. Разграната кола

1) Отпор код паралелно везаних проводника:

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$$

2) Кирхофова правила:

а) за збир јачина струја у чвору:

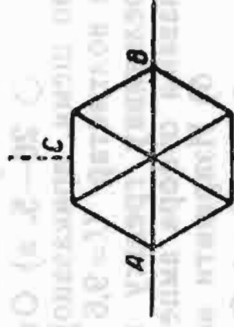
$$\sum I = 0;$$

б) за збир производа из јачина струја и отпора делова кола и збир електромоторних сила при обиласку контуре:

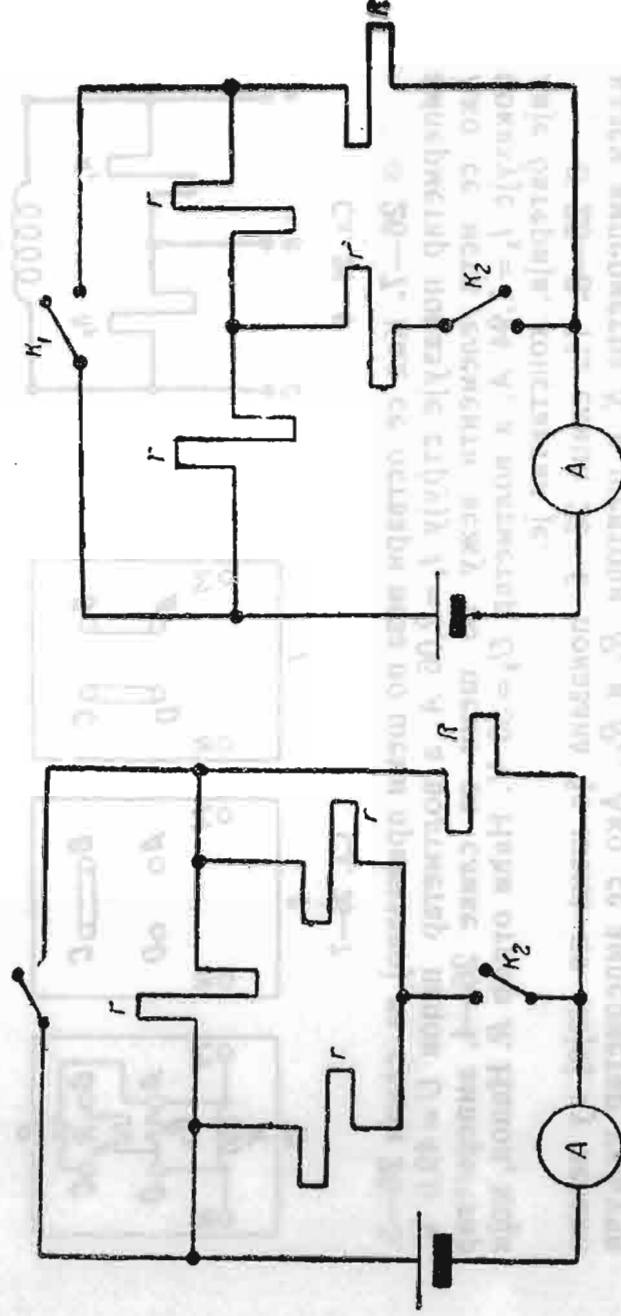
$$\sum \mathcal{E} = \sum IR.$$

○ 26—1. Потрошач има 20 сијалица са отпором по $48\ \Omega$ и 100 сијалица са отпором $288\ \Omega$. Сијалице су везане паралелно. Одредити отпор потрошача.

○ 26—2. Одредити електрични отпор мреже, приказане на слици 26 1, ако r — отпор сваке гране мреже једнак $1\ \Omega$. Размотрити два



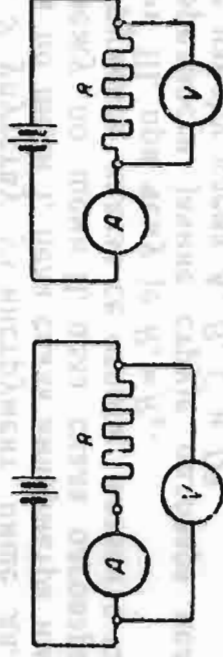
Сл. 26—1



Сл. 26—2

Сл. 26—3

случаја: а) струја тече од тачке А према тачки В; б) струја тече од тачке С према тачки D.



Сл. 26—4

Сл. 26—5

○ 26—3. Треба да се изаберу за шеме, приказане на сликама 26—2 и 26—3, такви отпори R , да при затвореном прекидачу K_1 и отвореном прекидачу K_2 , амперметар показује исту струју као и при затвореном прекидачу K_2 и отвореном прекидачу K_1 . Отпори извора струје и амперметра занемарљиви су.

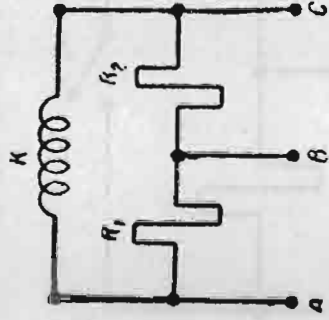
○ 26—4. Уз галванометар, чији је отпор $R_g = 290 \Omega$, везан је шент који смањује осетљивост галванометра за $n = 10$ пута. Колики отпор треба да се стави у серију с галванометром, па да укупан отпор остане непромењен?

○ 26—5. а) Отпор R мери се помоћу волтметра и амперметра по шеми, приказаној на слици 26—4. Амперметар показује $I = 0,32 \text{ A}$, а волтметар $U = 9,6 \text{ V}$. Отпор амперметра износи $R_A = 0,03 \Omega$. Наћи релативну грешку која се прави при одређивању отпора без урачунавања отпора амперметра.

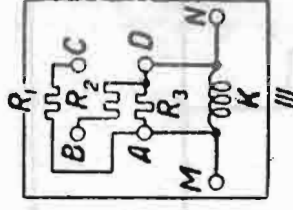
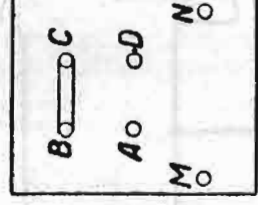
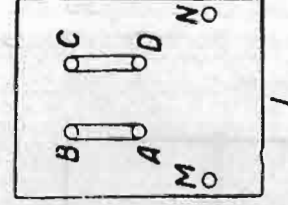
б) Извршити исти рачун за $I = 7 \text{ A}$ и $U = 2,1 \text{ V}$.

○ 26—6. а) Отпор R мери се помоћу полтметра и амперметра по шеми, приказаној на слици 26—5. Амперметар A показује $I = 2,40 \text{ A}$, а волтметар V показује $U = 7,20 \text{ V}$. Отпор волтметра има вредност $R_V = 1000 \Omega$. Одредити релативну грешку која се чини кад се отпор израчунава без узимања у обзир струје која тече кроз волтметар.

б) Извршити исти рачун за $I = 24 \text{ mA}$ и $U = 7,20 \text{ V}$.



Сл. 26—6



Сл. 26—7

⊕ 26—7. Кад се оствари веза по шеми приказаној на слици 26—5, амперметар показује струју $I_1 = 2,06 \text{ A}$, а волтметар напон $U = 49,6 \text{ V}$. Ако се исти елементи вежу по шеми са слике 26—4, амперметар показује $I_2 = 1,94 \text{ A}$, а волтметар $U_2 = 50 \text{ V}$. Наћи отпор R . Напон, који даје батерија, константан је.

⊕ 26—8. На слици 26—6 показана је шема по којој су везани калем амперметра K и шентови R_1 и R_2 . Ако се амперметар укључи у коло преко калема A и B , вредност једног подеока скале амперметра износи $0,1 \text{ A}$. Кад се користе клеме A и C , један поделак има вредност $0,02 \text{ A}$. Колика је вредност подеока ако се користе клеме B и C ?

⊕ 26—9. На кутији амперметра, поред клема M и N за прикључивање у мрежу, постоје и 4 клеме, распоређене као што је показано на слици 26—7. У упутству уз инструмент пише да, када се клеме вежу спојницама по шеми I, цела скала амперметра има вредност 3 A ; ако се клеме вежу по шеми II, цела скала одговара $1,5 \text{ A}$. У унутрашњости инструмента налазе се отпори, везани с калемом инструмента K по шеми III, при чему је $R_1 = R_2$.

а) Којој вредности јачине струје одговара цела скала ако се уклоне спојнице између клема A , B , C и D ?

б) Колики би требало да буде износ n између отпора R_1 и R_2 , да би цела скала вредела $1,2 \text{ A}$ кад се спојнице уклоне?

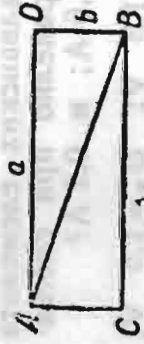
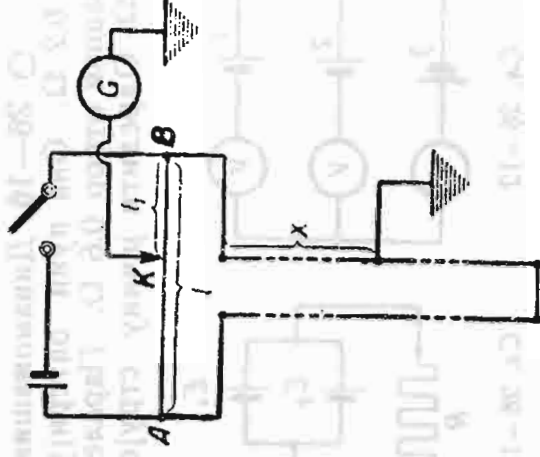
е 26—10. Да би се одредило место где је један од проводника двожишног кабла, услед повреде, добио везу са земљом, може да се употреби веза чија је шема претстављена на слици 26—8. АВ је жица по којој се може премештати контакт К. Наћи место повреде кабла ако галванометар не скреће кад се контакт К налази на отстојању $l_1 = 41$ cm од краја В. Дужина жице (реокорда) је $l = 100$ cm; дужина кабла $L = 7,8$ km.

е 26—11. а) Чему је једнак отпор жичане фигуре облика правоугаоника са странама а и б и дијагоналом, ако струја тече од тачке А према тачки В (сл. 26—9)? Отпор јединице дужине жице једнак је γ .

б) Исто питање, ако струја тече од С ка Д.

е 26—12. Човек, стојећи на земљи, додирује огољено место једног од проводника линије, међу чијим проводницима влада напон $U = 600$ V. Колика је јачина струје кроз тело човека ако он додирује један од проводника при следећим условима: отпор човечијег тела (углавном коже на месту додира) када је кожа сува цени се да износи око $R = 50\,000 \Omega$; отпор изолатије између проводника који је додирнут и земље једнак је $R_1 = 500\,000 \Omega$; отпор изолатије између другог проводника и земље износи $R_2 = 400\,000 \Omega$; отпор земље може да се занемари.

Сл. 26—8



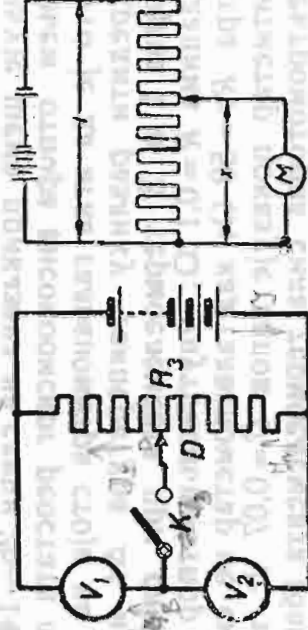
Сл. 26—9

е 26—13. Ради мерења отпора изолатије код проводника који се налази под напонам мере се помоћу волтметра, са великим унутрашњим отпором, напони: 1) између првог и другог проводника (U_1); 2) између првог проводника и земље (U_2). Колики су отпори изолатије првог и другог проводника у односу на земљу, R_1 и R_2 при следећим подацима: $R = 20000 \Omega$; $U = 120$ V; $U_1 = 8$ V; $U_2 = 10$ V?

е 26—14. Два волтметра са унутрашњим отпорима $R_1 = 6000 \Omega$ и $R_2 = 4000 \Omega$ везана су сериски. Паралелно њима везан је отпор $R_3 = 10000 \Omega$. На овај систем прикључен је напон $U = 180$ V (сл. 26—10).

а) Шта показују волтметри кад је прекидач К отворен? б) Шта показују волтметри кад је прекидач К затворен а контакт Д везан са средњом отпора R_3 ?

в) Контакт Д помера се док се показивања волтметара не изједначе. На које делове R_1' и R_3' контакт Д дели отпор R_3 ?

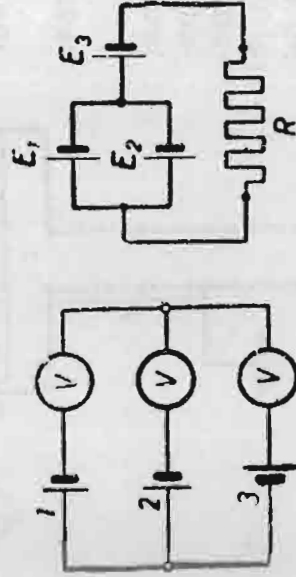


Сл. 26—10

Сл. 26—11

⊕ 26—15. На слици 26—11 претстављена је шема потенциометра, помоћу кога се може мењати напон U_1 , који се доводи на уређај M . На потенциометар је доведен напон U . Претпостављајући да је отпор уређаја M једнак r а отпор потенциометра R , одредити U_1 као функцију одстојања x клизача потенциометра од једног његовог краја. Испитати случајеве: а) $x=0$; б) $x=l$; в) $x=\frac{l}{2}$; г) $r \gg R$; д) $r \ll R$.

○ 26—16. Динамомашина даје $EMC=12\text{ V}$. Њен унутрашњи отпор је $0,2\ \Omega$. Она пуни батерију акумулатора чија је $EMC=10\text{ V}$ унутрашњи отпор $0,6\ \Omega$. Паралелно батерији везана је сијалица отпора $3\ \Omega$. Одредити јачину струје у батерији акумулатора и у сијалици.



Сл. 26—12

○ 26—17. Три галванска елемента чије су $EMC\ 1,3\text{ V}$; $1,4\text{ V}$ и $1,5\text{ V}$ а унутрашњи отпор сваког по $0,3\ \Omega$, везани су паралелно један другом и прикључени за спољашњи отпор од $0,6\ \Omega$. Наћи јачину струје у сваком од елемената.

○ 26—18. Три галванска елемента и три волтметра везана су по шеми дајој на слици 26—12. EMC галванских елемената су: $\mathcal{E}_1=1\text{ V}$; $\mathcal{E}_2=2\text{ V}$; $\mathcal{E}_3=1,5\text{ V}$. Отпори волтметра имају вредности: $R_1=2000\ \Omega$, $R_2=3000\ \Omega$, $R_3=4000\ \Omega$. Отпори елемената су занемарљиви.

Сл. 26—13

а) Колика су показивања волтметра?

б) Колика је напон између чворова шеме?

○ 26—19. Колики су унутрашњи отпори галванских елемената чије су $EMC\ 1,6\text{ V}$; $1,4\text{ V}$ и $1,1\text{ V}$ ако везани паралелно при спољашњем отпору од $1\ \Omega$ дају јачине струје $0,8\text{ A}$; $0,6\text{ A}$; и $0,2\text{ A}$?

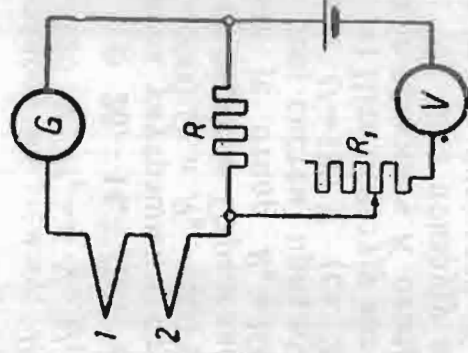
○ 26—20. Три галванска елемента ($\mathcal{E}_1=1,3\text{ V}$; $\mathcal{E}_2=1,5\text{ V}$; $\mathcal{E}_3=2\text{ V}$; $r_1=r_2=r_3=0,2\ \Omega$) везана су као што је показано на слици 26—13. Отпор R има вредност $0,55\ \Omega$. Одредити јачине струја I_1 , I_2 и I_3 кроз елементе.

○ 26—21. За мерење разлике температуре помоћу термоелемента понекад се примењује шема приказана на слици 26—14. Мењањем отпора високоомског реостата постигнуто је да игла галванометра стоји на нули. Одредити разлику температура Δt између спојева 1 и 2 термоелемента при следећим подацима $R=0,1\ \Omega$; унутрашњи отпор волтметра $R_V=50\ \Omega$; кад галванометар не скреће, волтметар показује напон $U=0,07\text{ V}$; термоелектромоторна сила термоелемента (бакар — константан)

$$e = 4,4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{V}}{\text{step}}.$$

Сл. 26—14

⊕ 26—22. Батерија од $N=400$ елемената, сваки са $EMC\ \mathcal{E}=2\text{ V}$ и унутрашњим отпором $r=0,1\ \Omega$, треба да даје струју кроз споља-



шњи отпор $R = 10 \Omega$. Треба саставити мешовиту батерију од таквог броја n_1 паралелних група, које садрже по n_2 сериски везаних елемената, да би се добила максимална јачина струје. Одредити бројеве n_1 и n_2 , јачину струје у отпору R и у сваком елементу.

⑥ 26—23. Два галванска елемента са ЕМС $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ и унутрашњим отпорима r_1 и r_2 везана су паралелно и дају струју I кроз спољашње коло, чији је отпор R .

а) Одредити јачине струја кроз елементе I_1 и I_2 , и јачину струје I , као функције $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, r_1 , r_2 и R .

б) Одредити унутрашњи отпор r и ЕМС елемента, $\mathcal{E}$, еквивалентног дагој батерији. Расмотрити случајеве: 1) када је $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$ и 2) када је $r_1 = r_2$.

в) Одредити јачине струја кроз елементе кад је батерија кратко спојена.

г) Наћи услове при којима други елемент неће радити.

д) При коме су отпору R јачине струја у елементима једнаке? Да ли је то увек могуће?

е) Колике ће бити јачине струја кад се други елеменат укључи у супротном смеру.

§ 27. Снага и рад струје

1) Рад, који врше електричне силе у делу кола, чији крајеви имају разлику потенцијала U , при јачини струје I , у току времена τ :

$$A = \int_0^\tau U \cdot I \, d\tau.$$

Када су I и U константни, тада је

$$A = UI\tau.$$

2) Снага струје:

$$P = UI.$$

3) Ако на посматраном делу кола не постоје ЕМС, рад је изражен у виду ослобађања топлоте.

4) Количина топлоте која се издваја у делу кола са отпором R , кроз који пролази струја I , за време τ , независно од присуства ЕМС на посматраном делу, једнака је:

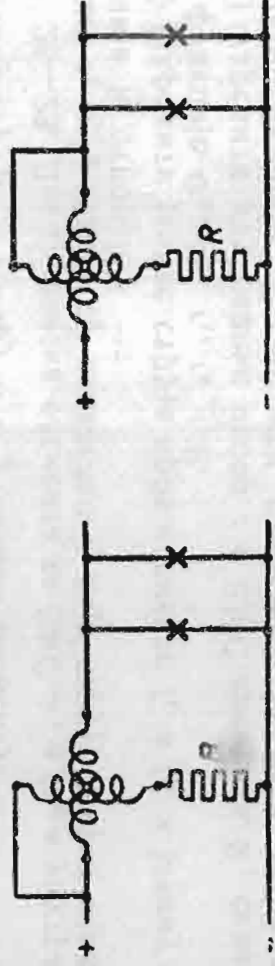
$$Q = I^2 R \tau.$$

5) Количина топлоте која се издваја у 1 cm^2 проводника са специфичним отпором ρ , при густини струје i , једнака је:

$$q = i^2 \rho \tau,$$

○ 27—1. На сликама 27—1 и 27—2 приказана су два начина укључивања ватметра. Показати да је у првом случају показивање ватметра веће од вредности која се мери за величину снаге што се троши у калему од дебље жице, а у другом — за величину снаге која се троши у калему од тање жице.

○ 27-2. Колико сијалица снаге по $P=300\text{ W}$ предвиђених за напон $U=110\text{ V}$ може да се постави у згради, ако је вод од главне линије до зграде направљен од бакарне жице укупне дужине $l=100\text{ m}$



Сл. 27-1

Сл. 27-2

и попречног пресека $S=9\text{ mm}^2$, а напон у главној линији одржава се на $U_0=122\text{ V}$?

○ 27-3. Колики пресек треба да има бакарни проводник да би се од њега могао направити вод од електричне централе, укупне дужине $l=500\text{ m}$, преко кога ће се потрошачу преносити снага $P=6\text{ kW}$? Напон у центрالي је $U=130\text{ V}$; дозвољен је губитак од $p=7\%$ напона.

○ 27-4. Израчунати количину бакра m , потребну да се направи вод укупне дужине $l=5\text{ km}$. Напон у центрالي је $U_0=240\text{ V}$, а снага која се преноси потрошачу $P=60\text{ kW}$. У воду је дозвољен губитак напона од $p=8\%$.

○ 27-5. а) Батерија се састоји од $n=5$ елемената везаних сериски. Сваки елемент има ЕМС $\mathcal{E}=1,4\text{ V}$, а унутрашњи отпор $r=0,3\ \Omega$. При којој јачини струје корисна снага батерије износи 8 W ?

б) Колика је највећа корисна снага батерије?

○ 27-6. Вод од електричне централе до потрошача направљен је од бакарне жице попречног пресека $2,5\text{ mm}^2$. Укупна дужина вода износи 49 m . Напон у централи једнак је 120 V . Потрошач намерава да направи електричну пећ снаге 600 W . Колики мора да буде отпор пећи?

○ 27-7. Одредити рад струје у делу кола који не садржи ЕМС а има отпор $R=12\ \Omega$ ако се јачина струје равномерно повећава од $I_1=2\text{ A}$ до $I_2=10\text{ A}$ у току времена $\tau=5\text{ sec}$.

○ 27-8. Одредити рад електричних сила и количину топлоте, издвојене за 1 sec (и једно и друго изразити у џаулима), у следећим случајевима:

а) у проводнику, кроз који тече струја јачине 1 A ; напон између крајева проводника износи 2 V ;

б) у акумулатору, који се пуни струјом од 1 A ; напон на половима акумулатора једнак је 2 V , а ЕМС акумулатора $1,3\text{ V}$;

в) у батерији акумулатора, која даје јачину струје од 1 A преко спољашњег отпора; напон на акумулатору је 2 V ; ЕМС акумулатора износи $1,3\text{ V}$.

27—9. Батерија акумулатора, која има ЕМС $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$, пуни се под напонем $U = 12,5 \text{ V}$ при јачини струје $I_1 = 3 \text{ A}$. Сматрајући да је унутрашњи отпор исти и при пуњењу и при пражњењу и да акумулатор даје $\eta_0 = 70\%$ наелектрисања које је кроз њега прошло у току пуњења, одредити коефицијент корисног дејства η акумулатора: а) при пражњењу струјом јачине $I_2 = 3 \text{ A}$; б) при пражњењу струјом јачине $I_3 = 0,3 \text{ A}$.

27—10. Кроз проводник, чији је отпор $R = 6 \Omega$, протекло је наелектрисање $q = 30 \text{ C}$. Наћи количину топлоте издвојену у проводнику у следећим случајевима:

- а) кроз проводник је протичала константна струја у току $\tau = 24 \text{ sec}$;
- б) јачина струје опадала је равномерно до нуле у току $\tau = 24 \text{ sec}$;
- в) јачина струје у проводнику опадала је равномерно до нуле на такав начин, што се за сваких 24 sec смањивала за два пута.

27—11. Отпор спирале електричног чајника је $R = 16 \Omega$. Одредити време τ за које ће прокључати у њему $m = 600 \text{ g}$ воде, која има почетну температуру $t_1 = 10^\circ \text{ C}$, ако је коефицијент корисног дејства $\eta = 60\%$, а напон мреже $U = 120 \text{ V}$.

27—12. Колико навојака никелинске жице треба да се намота на порцелански цилиндар пречника $d = 1,5 \text{ cm}$, да би се направио грејач за воду у коме у току $\tau = 10 \text{ min}$ прокључа $m = 120 \text{ g}$ воде почетне температуре $t_0 = 10^\circ \text{ C}$; узети да је коефицијент корисног дејства $\eta = 60\%$. Пречник жице је $d_1 = 0,2 \text{ mm}$, напон $U = 100 \text{ V}$.

27—13. Електрични чајник има две спирале за загревање. Кад се укључи једна, вода прокључа за 10 min ; кад се укључи друга, вода прокључа за 20 min . После колико времена ће вода прокључати ако се укључе обе спирале: а) сериски? б) паралелно? Напон, коефицијент корисног дејства чајника, количина воде и почетна температура, сматрати да су исти у свим случајевима.

27—14. Кад је напон у мрежи $U_1 = 120 \text{ V}$, вода у електричном чајнику прокључа за $\tau_1 = 20 \text{ min}$. Ако је напон мреже $U_2 = 110 \text{ V}$ иста количина воде при истој почетној температури прокључа за $\tau_2 = 28 \text{ min}$. Претпостављајући ради упрошћења да је количина топлоте која се изгуби из чајника у околни простор пропорционална трајању загревања, израчунати после ког ће времена τ_3 прокључати вода у чајнику кад је напон у мрежи $U_3 = 100 \text{ V}$.

27—15. Полови галванског елемента, чији је унутрашњи отпор r , спојени су прво жицом отпора R_1 , па после жицом отпора R_2 . У каквом односу морају бити R_1 , R_2 и r да би били испуњени следећи услови:

- а) у отпорима R_1 и R_2 треба да се из одређено време издвоје исте количине топлоте;
- б) у мањем отпору треба да се издвоји више топлоте.

27—16. Струја тече од бакарне цеви полупречника $r = 2 \text{ mm}$ према бакарној цеви полупречника $R = 4 \text{ cm}$ кроз раван алуминиумски листић дебљине $d = 0,1 \text{ mm}$ (сл. 27—3). Колика се количина топлоте



Сл. 27—3

издваја у алуминиумском листићу у току $t=0,5$ sec ако је јачина струје $I=5$ A?

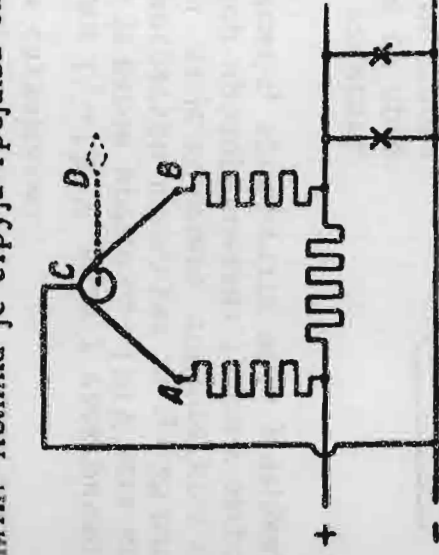
⊕ 27—17. а) На крајеве оловне жице дужине $l=5$ cm и пречника $d=0,2$ mm прикључује се напон $U=100$ V. Колики ће интервал времена проћи до тренутка кад жица почне да се топи? Тачка топљења олова је $t=327^\circ$ C. Занемарити губитак топлоте у околни простор. Узети да је почетна температура жице једнака 0° C. Занемарити промену специфичне топлоте олова при загревању.

б) Колики ће временски интервал протећи до почетка топљења жице, кад кроз њу тече струја $I=50$ A?

⊕ 27—18. У топљивом осигурачу, оловна жица пречника $d_1=1$ mm топи се при трајној струји која није мања од $I_1=8$ A. Израчунати при којој ће се јачини струје I_2 истопити жица пречника $d_2=2$ mm. Сматрати да је жица довољно дугачка (да би могло да се занемари хлађење на местима где је жица стегнута). Узети да је количина топлоте коју жица губи пропорционална површини жице.

⊕ 27—19. Електрична вакуумска сијалица снаге $P_1=50$ W предвиђена за напон $U_1=120$ V, има влакно пречника попречног пресека $d_1=0,044$ mm и дужине $l_1=612$ mm. Израчунати колики пречник d_2 и колику дужину l_2 треба да има влакно сијалице снаге $P_2=15$ W, предвиђене за напон $U_2=220$ V. Занемарити губитак топлоте кроз кукице које придржавају влакно; сматрати да је температура влакна у оба случаја иста; рачунати да је влакно као кружни цилиндар.

⊕ 27—20. За усијавање нити једне врсте електронске цеви потребан је напон од 3,8 V, при чему струја има вредност 0,65 A. Услед испаравања материјала нити њен пречник се смањо за 10%. Колики напон је потребан да би се одржала пређашња температура нити? Колика је струја грејања сада?



Сл. 27—4

⊕ 27—21. Сматрајући: 1) да је хлађење загрејане жице у ваздуху пропорционално разлици температура жице и ваздуха ($t_{\text{ж}}$ — $t_{\text{в}}$); 2) да је промена отпора жице с температуром занемарљива, — показати да је издужење жице која се загрева струјом пропорционално квадрату јачине струје.

⊕ 27—22. На слици 27—4 представљена је шема топлотног ватметра. Танка жица AB која се загрева струјом, пребачена је преко котура C, кога нагоре вуче опруга (опруга није представљена на слици). Показати да је скрећање казаљке D пропорционално снази струје P.

§ 28. Електронске појаве у металима

1) Код решавања задатака у овом параграфу користи се схватање да се извештан део електрона слободно креће у металу и да се на тај део могу применити релације из кинетичке теорије гасова. Треба

имати на уму да су сви резултати добијени на овај начин само прва апроксимација стварних појава.

2) Између два метала A и B , који имају заједничку температуру T и спојени су међусобом непосредно или преко других метала, постоји разлика потенцијала $\mathcal{E}_{AB}$, која зависи од природе метала и њихове заједничке температуре, а не зависи од природе и температуре метала преко којих су спојени (контактна ЕМС).

3) Између два места истог метала која се разликују у температури, постоји разлика потенцијала $\mathcal{E}_{T_1 T_2}$ која зависи од природе метала и разлике температура, а не зависи од расподеле температуре у осталим деловима метала:

$$\mathcal{E}_{T_1 T_2} = s(T_1 - T_2),$$

где је s коефицијент пропорционалности (Томсонов ефекат).

4) Кад кроз коло прође наелектрисање q , поред Џаулове топлоте на контактима различитих метала и између пресека проводника који се разликују у температури, издваја се или апсорбује количина топлоте једнака $\mathcal{E} \cdot q$, где је $\mathcal{E}$ одговарајућа ЕМС.

5) Кад постоји разлика температура између места на којима су метали спојени, ЕМС није једнака нули и кроз коло тече струја.

6) Густина струје термоелектронске емисије у вакууму (Дешманова формула)

$$j = AT^2 e^{-\frac{\phi_e}{kT}},$$

где је A константа, ϕ_e излазни рад електрона, k Болцманова константа и T температура.

○ 28—1. Одредити количину кретања електрона (p) која одговара струји $I = 400$ А у правом проводнику дужине $l = 10$ km.

○ 28—2. Сматрајући да на један атом бакра долази по један слободни електрон, наћи средњу брзину уређеног кретања електрона у бакарном проводнику при густини струје $j = 5$ А/mm².

○ 28—3. а) Претпостављајући да је број слободних електрона у бакру једнак броју атома, одредити збир сила које делују на све слободне електроне у бакарном проводнику пресека 1 mm², ако се проводник налази под напоном $0,1$ V.

б) Наћи средњу брзину кретања електрона у проводнику, кад је при поменутим условима дужина проводника једнака 1 m (упоредити с резултатом задатка 28—2).

○ 28—4. Претпостављајући да се слободни електрони крећу од осе обртања према периферији дотле, док центрифугална сила инерције не буде уравнотежена електричном силом, израчунати разлику потенцијала између центра и периферије диска који се обрће. Пречник диска је 5 cm, а број обртаја у минути 1200 .

○ 28—5. Калем металне жице окреће се брзо око своје осе. Крајеви калема спојени су с балистичким галванометром. Кад се калем нагло укочи, галванометар скрене.

а) Показати да су наелектрисање q које прође кроз галванометар, линеарна брзина кретања жице од које се састоји калем (v), дужина жице l и отпор R (калема, веза и галванометра) везани са наелектрисањем e и месом m електрона релацијом:

$$\frac{e}{m} = \frac{v \cdot l}{Rq}.$$

б) Израчунати наелектрисање електрона, узимајући његову масу као познату, ако су у једном експерименту мерења дала следеће резултате:

$$v = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}; l = 4 \cdot 10^4 \text{ cm}; R = 40 \Omega; q = 3 \cdot 10^{-9} \text{ C};$$

⊕ 28—6. Полазећи од претпоставки поменутих у првој тачки увода у овај параграф, објаснити зашто је разлика потенцијала између метала A и B који су директно спојени, једнака разлици потенцијала између истих метала кад су они спојени преко метала C .

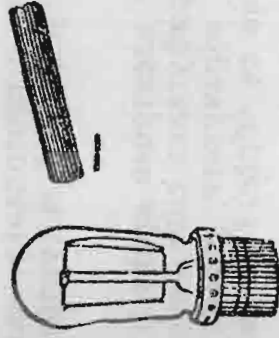
⊕ 28—7. а) Узимајући да за мале разлике температуре, ЕМС која зависи од разлике температуре у металу може да се израчуна слично контактної ЕМС, помоћу Болцманове релације, показати да је ЕМС термоспрега AB која одговара разлици температуре спојева од 1°C (термоелектромоторна сила) једнака:

$$\mathcal{E} = \frac{k}{e} \ln \frac{n_A}{n_B}$$

где су n_A и n_B концентрације слободних електрона у металима A и B .

б) За спрег бакар — платина и никал — платина термо — ЕМС једнаке су: $7,6 \frac{\mu\text{V}}{\text{step}}$ и $15 \frac{\mu\text{V}}{\text{step}}$. Оценити на основу ових података колики је однос концентрација слободних електрона у овим металима. Може ли се рачунати да на један атом ових метала долази по један слободан електрон?

⊖ 28—8. Колико је највеће (теориски) наелектрисање које протекуће кроз термоспрег бакар — платина, кад топлији спој апсорбује 1 калорију? Температура топлијег споја износи 100°C , хладнијег 0°C , а ЕМС је једнака $0,76 \text{ mV}$.



○ 28—9. Наелектрисана честица прашине може бити уравнотежена у електричном пољу; међутим, сила теже делује на све честице прашине а електрично поље — само на оне које имају вишак електрона. На који начин се ове силе уравниотежавају?

○ 28—10. Кад се негативно наелектрисан штапић принесе усијаном влакну електричне сијалице, влакно бива привучено (сл. 28—1). Кад се примакне позитивно наелектрисан штапић влакно се не покрене него бива привучено тек када се позитивно наелектрисање удаљи. Ако је усијање сијалице врло слабо и позитивно наелектрисање подједнако

Сл. 28—1

привлаче влакно. Ако је усијање сијалице врло јако влакно остаје у миру при примцању било кога наелектрисања.

Објаснити ове појаве узимајући у обзир појаву термоелектронске емисије, а такође и чињеницу да у сијалици постоји мала количина гаса.

○ 28—11. Како ће се променити струја засићења у електронској цеви с волфрамовом катодом кад се температура грејања повиси од 2000° K на 2020° K?

○ 28—12. Одредити јачину струје засићења у електронској цеви са волфрамовом катодом при следећим подацима: дужина и пречник нити катоде 3 cm и 0,1 mm; температура катоде 2700° K; константа А за волфрам једнака је $60,2 \text{ A/cm}^2 \cdot \text{step}^2$.

§ 29. Електрична струја у гасовима

1) Рад јонизације:

$$A = \varphi e,$$

где је φ јонизациони потенцијал.

2) Везе између брзина јона v и u , покретљивости јона k_+ и k_- и јачине поља:

$$v = k_+ \cdot E; u = k_- \cdot E.$$

3) Густина струје кад је концентрација јона n (не постоји засићење):

$$j = en (k_+ + k_-) E.$$

4) Густина струје засићења између равних електрода које се налазе на међусобном одстојању d :

$$j = eqd,$$

где је q број парова јона које ствара јонизатор у 1 cm^3 у 1 sec .

5) Број парова јона што се рекомбинују у току 1 sec у 1 cm^3 гаса слободног од честица прашине:

$$\Delta n = \alpha n^2,$$

где је α коефицијент рекомбинације. Кад у ваздуху има честица прашине, дима и сл. рекомбинација се у знатној мери врши на њима. У том случају број парова јона који се рекомбинују у 1 sec може се сматрати да је пропорционалан n :

$$\Delta n = \beta n.$$

6) Средње трајање постојања јона:

$$\tau = \frac{n}{q}.$$

○ 29—1. На којој је температури средња енергија атома кисеоника довољна за њихову јонизацију?

○ 29—2. Ако молекули гаса бивају јонизовани ударима јона чија је маса m практично једнака маси молекула, јонизација је могућа ако је релативна брзина јона и молекула:

$$v \geq 2 \sqrt{\frac{\varphi_e}{m}}$$

Кад се јонизација врши ударима електрона услов за јонизацију је:

$$v \geq \sqrt{\frac{2\varphi_e}{m_e}},$$

где је m_e маса електрона. Објаснити зашто је то тако.

⊕ 29—3. Узмимо да се дужина слободног пута електрона може израчунати на исти начин као и дужина слободног пута молекула гаса, при чему може да се занемари пречник електрона поред пречника молекула и брзина гасних молекула у поређењу са брзином електрона. Колика је јачина поља потребна за јонизовање азота под нормалним условима?

⊕ 29—4. На растојању $l = 2 \cdot 10^{-9}$ cm поред електрона пролеће α — делић са брзином $v = 20000$ km/sec. Почетна брзина електрона може се узети да је једнака нули.

а) Зашто се трајекторија α — делића може сматрати правом линијом?

б) Зашто је брзина електрона, добијена као резултат узајамног дејства са α — делићем, уперена нормално према брзини v ?

в) Колики је импулс који је добио електрон?

г) Колика је промена његове кинетичке енергије?

д) Да ли је та енергија довољна за јонизовање молекула ки-сеоника?

⊕ 29—5. Претпоставимо да се у гасу крећу два јона око заједничког тежишта, при чему је њихова заједничка кинетичка енергија једнака средњој енергији трансляторног кретања молекула околног гаса. Колико је растојање b између јона, на 0°C ?

⊕ 29—6. а) Показати да је у слабир пољима покретљивост јона управо пропорционална дужини слободног пута λ а обрнуто пропорционална квадратном корену из апсолутне температуре гаса.

Претпоставити: 1) да је средња брзина јона једнака средњој брзини топлотног кретања молекула; 2) да после судара јон губи сву брзину уређеног кретања.

б) Колика је покретљивост позитивних јона азота на 100°C и притиску 100 mm Hg?

○ 29—7. Ваздух, затворен између двеју плоча површине 300 cm^2 које се налазе на растојању 2 cm једна од друге, јонизује се рентгенским зрацима. При напону 150 V, који је знатно мањи од напона засићења, између плоча тече струја јачине $4 \cdot 10^{-6}$ A. Израчунати концентрацију јона између плоча.

○ 29—8. Концентрација јона која условљава проводљивост атмосферског ваздуха просечно је једнака 700 cm^{-3} . Средња јачина земљиног електричног поља износи 130 V/m . Наћи густину струје провођења у атмосфери.

○ 29—9. Између две плоче кондензатора јонизује се ваздух. Струја засићења између плоча износи $2 \cdot 10^{-10} \text{ A}$. Површина плоча једнака је 100 cm^2 а растојање између њих $0,5 \text{ cm}$. Одредити број парова јона, који се образују у 1 cm^3 за 1 sec .

○ 29—10. Може се сматрати да се јони који се сударе увек рекомбинују. Колико се пута повећа број судара јонова ваздуха услед међусобног привлачења, у поређењу са неоелектрисаним молекулама на температури 17°C ? Узети да је пречник молекула ваздуха једнак $\sigma = 3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$, а коефицијент рекомбинације $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$. Специфична гасна константа за ваздух има вредност $B = 2,88 \cdot 10^6 \frac{\text{erg}}{\text{gr. step}}$.

○ 29—11. Број парова јона која се стварају у 1 cm^3 за 1 sec узима се да је једнак: изнад океана даље од копна, 1 (дејство космичког зрачења); изнад копна, просечно око 8 (дејство космичких зракова и радиоактивних материја у ваздуху и земљи). Израчунати концентрацију јона изнад океана и изнад копна. Ваздух изнад океана смањен се да нема прашине; узети да је $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 \cdot \text{sec}^{-1}$. Ваздух изнад копна загађен је прашином; може се сматрати да β износи 10^{-3} sec^{-1} .

○ 29—12. Колики пут, у вертикалном правцу, успевају да прођу позитивни и негативни јони у ваздуху изнад копна, ако је јачина електричног поља земље једнака 130 V/m ?

○ 29—13. Број парова јона у 1 cm^3 ваздуха при јонизацији рентгенским зрацима једнак је $n_0 = 10^6 \text{ cm}^{-3}$. После ког времена од тренутка престанка дејства јонизатора број јона бива смањен на $n = 10^4 \text{ cm}^{-3}$:

а) кад је ваздух чист ($\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 \cdot \text{sec}^{-1}$)?

б) кад у ваздуху има прашине ($\beta = 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$)?

Занемарити присуство других јонизатора.

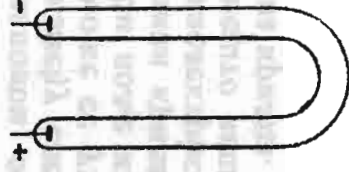
○ 29—14. Гас се јонизује између две равне електроде. У близини електрода нема рекомбинације, пошто сви јони који се ту створе стижу на електроде пре него што стигну да се рекомбинују. Полазећи од тога:

а) показати да формула $i = en(k_+ + k_-) \frac{U}{d}$ прелази

у формулу за густину струје засићења $i = eqd$, чим буде достигнута толика брзина јона да не може да дође до рекомбинације нигде у простору између електрода;

б) израчунати при ком напону треба да се добије струја засићења, ако је растојање између електрода $d = 3 \text{ cm}$, а $q = 10^7 \text{ sec}^{-1} \text{ cm}^{-3}$. У ваздуху нема прашине ($\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 \cdot \text{sec}^{-1}$).

○ 29—15. Кроз савијену цев са високим вакуумом електрони лете од катодe према аноди по трајекторијама које су савијене као и цев. Како се то објашњава?



Сл. 29—1

⊖ 29—16. Кад се пропушта електрична струја кроз стаклену цев из које се постепено извлачи ваздух, може се видети да при релативно високим притисцима пражњење тече по уском светлом каналу, а при ниским притисцима по целом пресеку канала цеви. Зашто је то тако?



Сл. 29—2

○ 29—17. На слици 29—2 претстављена је расподела потенцијала у леви у којој се врши тивно пражњење (шматски). У којој је области између електрода јачина поља највећа? Где је она једнака нули? У којим областима постоје просторна наелектрисања?

⊖ 29—18. Кроз евакуисану цев тече струја и електрони удаљају у аноду предајући јој извесну количину кретања. Дали то значи да је резултантна сила која дејствује на аноду, различита од нуле?

⊕ 29—19. На слици 29—3

претстављена је вртешка са лискунским крилцима, у катодној цеви, смештена на стакленом постољу. Кад у току рада цеви на крилца вртешке пада сноп електрона, она се брзо окреће. Силе које делују на крилца бивају задржани и предају крилцима своју количину кретања; 2) крилца вртешке у горњем положају наелектришу се електронима који на њих падају и због слабе проводљивости дискуна и стакла не разелектришу се одмах. Услед тога на крилца делује сила, једнака производу из наелектрисања на њима и јачине поља у коме се налазе.



Сл. 29—3

Израчунати обе силе што дејствују на крилца и одредити која од њих има већу вредност при следећим подацима. Цев ради под напонем од 18.000 V. Јачина струје једнака је 20 μ A, а растојање између електрода 30 cm. Јачина поља на месту где се налазе крилца може се узети да износи 0,001 од јачине поља која би постојала кад би поље између електрода било хомогено (реално, јачина поља у близини крилаца вероватно има већу вредност). Трајање дејства поља на наелектрисана крилца узети да износи 0,001 sec (реално, вероватно нешто више). Сматрати да сви електрони што полазе са катоде падају на крилца.

§ 30. Појаве у електролитима

1) Фарадејев закон за масу m супстанце издвојене на електроди при проласку кроз раствор наелектрисања q :

$$m = \frac{A}{z} \cdot \frac{q}{F},$$

где је A атомска (или молекулска) тежина супстанце; z — валентност F — Фарадејев број.

2) Специфична проводљивост електролита:

$$g = zen \alpha (k_+ + k_-),$$

где је ze наелектрисање јона, n — концентрација молекула растворене супстанце; α коефицијент дисоцијације, k_+ и k_- покретљивости јона

3) Електролитички потенцијал метала (разлика потенцијала између метала и раствора његових јона, у који је замочен) израчунава се по следећој формули:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + 0,058 \frac{lgc}{z},$$

Формула се односи на собну температуру. Овде је $\mathcal{E}_0$ нормални електролитички потенцијал, тј. разлика потенцијала између метала и нормалног раствора (1 мол на 1 л); c претставља концентрацију јона метала изражену у деловима нормалне концентрације; z је валентност.

4) Ципс — Хелмхолцова једначина (§18) примењена на разлику потенцијала између електроде и електролита (полуелемент) или између две електроде замочене у електролит (елемент):

$$\mathcal{E} = \frac{H}{F \cdot z} + T \frac{d\mathcal{E}}{dT},$$

где је H укупан износ количине топлоте издвојене при реакцији у елементу (или полуелементу) на 1 мол јона.

○ 30—1. Да ли се јони у електролитима крећу по линијама силе електричног поља? На шта се мисли, кад се каже да се струјне линије у електролитима поклапају са линијама силе поља?

○ 30—2. Никловање металног предмета површине 120 cm² трајало је 5 сати при јачини струје од 0,3 А? Валентност никла једнака је 2. Одредити дебљину никленог слоја.

○ 30—3. Колико се цинка потроши у Данијеловом елементу за 20 min рада при струји од 0,5 А? Валенца цинка има вредност 2. Узети да је принос струје једнак 100%.

○ 30—4. Колика ће се количина воде разложити при електролизи раствора сумпорне киселине у току $t = 10$ min, ако је јачина струје I једнака 0,8 А?

○ 30—5. Одредити коефицијент дисоцијације воденог раствора калијум хлорида (KCl) концентрације $c = 0,1$ gr/cm³. Специфични отпор овог раствора на 18°C има вредност $\rho = 7,26$ Ω · cm.

○ 30—6. Коефицијент дисоцијације воденог раствора, који садржи 0,064 gr азотне киселине у 1 cm³, једнак је 0,824. Колика је специфична проводљивост тога раствора на 0°C?

○ 30—7. Одредити дијаметар куглице која има исто наелектрисање као и јон сребра, и креће се у раствору соли сребра ($t = 15^\circ \text{C}$) од аноде према катоди истом брзином као и јон сребра. Узети да на ту куглицу може да се примени формула $F = -6 \pi \eta r v$ (в. § 9).

⊕ 30--8. Претпостављајући да се на носиоце наелектрисања у металу и електролиту може применити Болцманова релација (§ 18), извести формулу дату у тачки 3) увода у овај параграф.

○ 30--9. Разлика потенцијала на граници Zn -- нормални раствор Zn^{++} на собној температури износи $-0,52$ V. Колики је потенцијал између цинка и раствора, који има $0,15$ gr $ZnCl_2$ у 100 cm³ воде? Узети да је дисоцијација $ZnCl_2$ потпуна.

○ 30--10. Разлика потенцијала на граници Cu -- нормални раствор Cu^{++} , на собној температури, има вредност $+0,26$ V. Холика треба да буде концентрација јона Cu^{++} у раствору да би разлика потенцијала на граници Cu -- раствор који садржи јоне Cu^{++} била једнака нули?

⊕ 30--11. Елемент се састоји из цинкане електроде у раствору који има у 1 l $0,1$ мола јона Zn^{++} , и бакарне електроде у раствору који садржи у 1 l $0,5$ мола јона Cu^{++} . Раствори су раздвојени порозном преградом. Скок потенцијала на граници раствора је незнатан. Електролитички потенцијали цинка и бакра измерени у односу на стандардну (каломелову) электроду имају вредности:

$$E_{Zn} = -1,040 \text{ V}; \quad E_{Cu} = +0,061 \text{ V}.$$

Одредити електромоторну силу овог елемента.

⊕ 30--12. Израчунати моларну топлоту прелаза у раствор јона талијума. Разлика потенцијала између талијума и раствора који садржи мол јона талијума (Tl^+) у 1 l на температури $25^\circ C$, износи $E = -0,0576$ V, а промена ове разлике потенцијала при промени температуре једнака је $-0,00121$ V/step.

§ 31. Магнетизам

1) Магнетни момент калема који има w навојака с површином S кроз који тече струја I :

$$p = wS / S = \mu w_1 / S I,$$

где је $w_1 = \frac{w}{l}$ -- број навојака по јединици дужине (густина навојака) а μ магнетна пропустљивост средине.

2) Магнетни момент танког магнета:

$$p = ml,$$

где је l дужина а m -- величина која зависи од степена намагнетисања и од површине пресека магнета (магнетна маса).

3) Обртни момент што делује на калем (или на магнет) магнетног момента p , који се налази у магнетном пољу чија јачина H , заклапа угао α са његовом осом:

$$M = Hp \sin \alpha.$$

4) Веза између јачине земљиног магнетног поља H и његове хоризонталне компоненте H_H :

$$H_H = H \cos i,$$

где је i угао иклинације.

5) Јачина поља што га ствара елемент Δl проводника кроз који тече струја I , у тачки која лежи на растојању r :

$$\Delta H = \frac{\Delta I I \sin(I, r)}{r^2}.$$

6) Јачина поља коју ствара коначан отсечак l правoliniског проводника кроз који тече струја I , у тачки на растојању a од отсечка (сл. 31—1):

$$H = \frac{1}{a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

У случају кад је отсечак правoliniског проводника врло дугачак, за тачке близу његове средине израз у загради мало се разликује од 2. У том случају може да се узме да је:

$$H = \frac{2I}{a}.$$

7) Јачина магнетног поља у центру кружног лука дужине L :

$$H = \frac{IL}{R^2},$$

где је R полупречник круга. За цео круг биће:

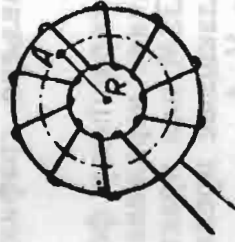
$$H = \frac{2\pi I}{R}.$$

8) Јачина поља у унутрашњости дугачког правог соленоида у тачкама које су близу његове средине:

$$H = \frac{4\pi w l}{l}.$$

9) Јачина поља у прстенастом соленоиду на растојању R од његове осе (сл. 31—2):

$$H = \frac{2\pi I}{R}.$$



Сл. 31—2

10) Циркулација јачине поља при обиласку око струја $I_1, I_2, \dots$ итд.:

$$\oint H dS = 4\pi (I_1 + I_2 + \dots).$$

11) Веза између индукције B , магнетне пропустљивости μ и јачине поља H :

$$B = \mu H.$$

12) Сила која дејствује у магнетном пољу на отсечак Δl право линиског проводника кроз који тече струја I :

$$F = B \cdot \Delta l \cdot I \cdot \sin(B, I).$$



Сл. 31—1

13) Сила што дејствује на наелектрисање q које се креће брзином v кроз магнетно поље:

$$F = Bqv \sin(B, v).$$

14) Сила што дејствује у нехомогеном магнетном пољу на кратки соленоид (или магнет) чија оса има правац поља:

$$F = -p \frac{\Delta H}{\Delta R}.$$

15) Сила узајамног дејства паралелних проводника дужине l кроз које теку струје I_1 и I_2 , кад се проводници налазе на међусобном растојању r ($r \ll l$):

$$F = \frac{2I_1 I_2 l \mu}{r}.$$

16) Магнетни флуks који пролази кроз равну површину:

$$\Phi = BS \cos(B, S).$$

17) Магнетни флуks у језгру са различитим магнетним пропустљивостима и различитим процесима на разним деловима магнетног кола:

$$\Phi = \frac{4\pi w l}{\sum \mu S}.$$

18) Када је дужина калема знатно већа од његовог пречника:

$$\Phi = \frac{4\pi w l \mu S}{l} = \frac{4\pi p}{l}.$$

19) Носећа сила магнета:

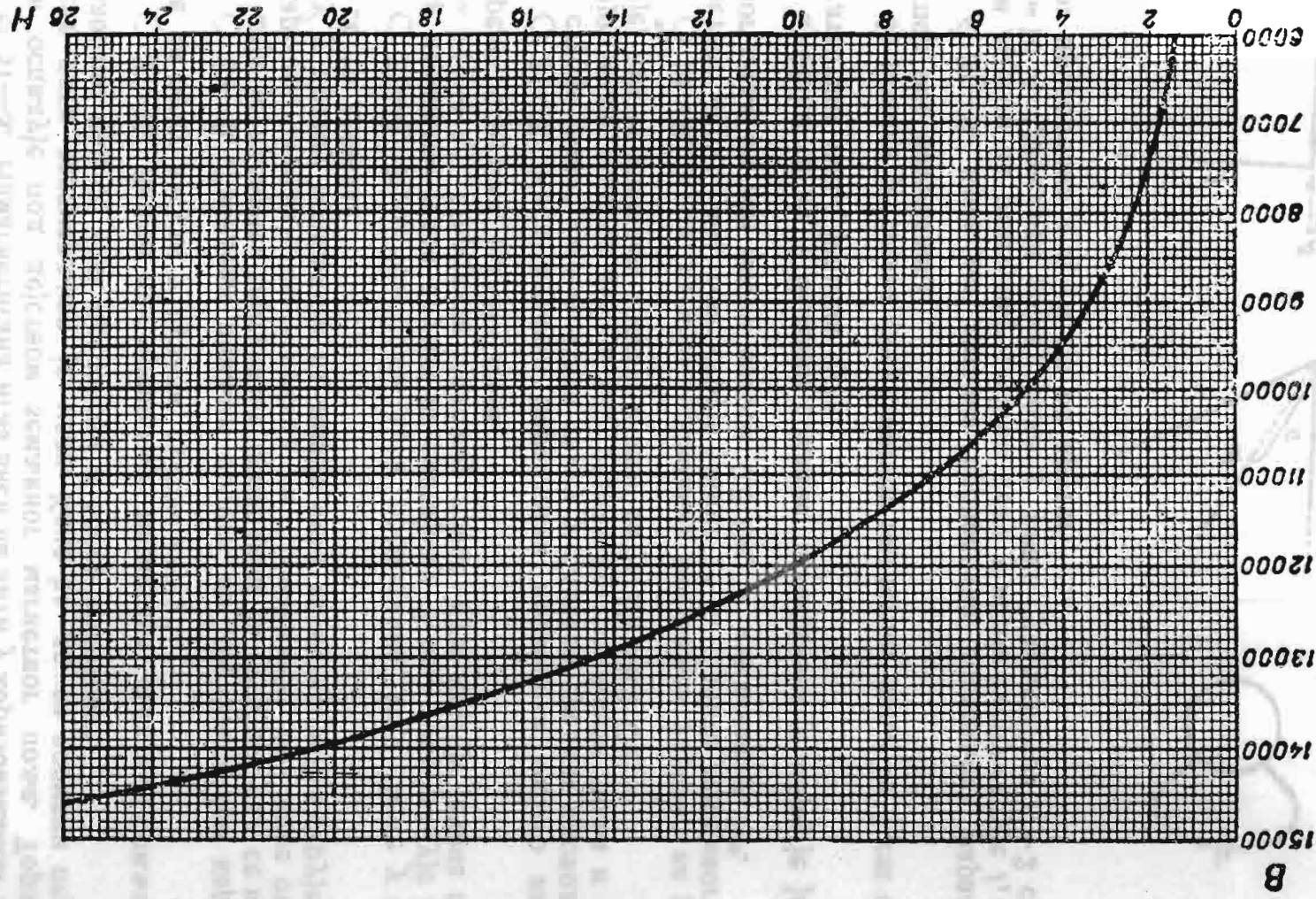
$$F = \frac{B^2 S}{8\pi}.$$

20) У свим задацима где се говори о гвзденом језгру, претпоставља се да су магнетне особине гвожђа представљене графиком на слици 31—3.

21) Да би се избегла збрка око јединица, при коришћењу формула из овог и следећих параграфа треба све величине изражавати у било ком али истом систему јединица: CGSE, CGSM или практичном. У истом систему добиће се и резултат. За олакшање прелаза из једног система у други може да послужи таблица V, 4.

○ 31—1. Оса соленоида који има 400 навојака пречника по 4 cm лежи хоризонтално у равни магнетног меридијана. Кроз соленоид тече струја јачине 6 A. Наћи обртни момент који делује на калем ако је јачина земљиног магнетног поља једнака 0,5 Oe, а инклинација 70°

○ 31—2. Период малих осцилација око вертикалне осе мале магнетне игле у земљиним магнетним пољу износи 0,7 sec. Период осциловања исте игле у унутрашњости соленоида кроз који тече струја једнак је 0,1 sec. Пригушење осцилација мало је у оба случаја.



Сл. 31-3

Хоризонтална компонента земљиног магнетног поља има вредност 0,18 Ое. Одредити јачину поља у соленоиду.

○ 31—3. Намагнетисана игла виси на нити у хоризонталном правцу и осцилује под дејством земљиног магнетног поља. Торзиони момент нити занемарљиво је мали. Како ће да се промени период осциловања кад се игла преполови и обеси половина?

○ 31—4. Зашто при прављењу магнетних спектра опиљци не треба да буду насути у сувише густом слоју?

○ 31—5. Гвоздени опиљци посути по хоризонталном картону кроз који је провучен вертикалан проводник са струјом, кад се куцка по картону, скупљају се у правцу ка проводнику; при томе они се крећу у правцу нормалном на линије силе магнетног поља струје. Зашто се то дешава?

○ 31—6. Кроз три права дуга проводника, који леже у истој равни паралелно један другом на растојању 3 см, теку струје $I_1 = I_2$ и $I_3 = -(I_1 + I_2)$. Одредити положај праве дуж које је јачина поља, створеног струјама, једнака нули.

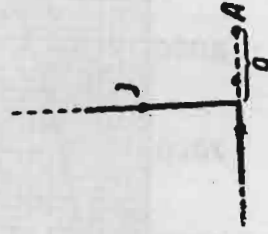
○ 31—7. Кроз дугачак вертикалан проводник одозго надолетече струја јачине $I = 4$ А. Наћи тачку у близини средине проводника у којој поље, које се добија као резултанта земљиног поља и поља струје, има вертикалан правац. Узети да је $H_N = 0,2$ Ое.

○ 31—8. Кроз дугачак проводник постављен управно на раван магнетног меридијана тече струја јачине 15 А. Јачина земљиног магнетног поља на том месту износи 0,5 Ое, а инклинација 70° .

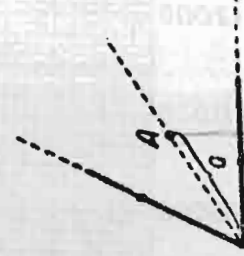
а) Наћи тачку у близини средине проводника у којој је јачина резултантног поља једнака нули.

б) Колика је јачина резултантног магнетног поља на 5 см изнад и испод осе проводника.

○ 31—9. Кроз два дугачка проводника постављена паралелно један другом на растојању $d = 5$ см теку у истом смеру струје $I_1 = 5$ А и $I_2 = 10$ А. Одредити јачину поља у тачки удаљеној за $r_1 = 2$ см од првог проводника и $r_2 = 5$ см од другог.



Сл. 31—4



Сл. 31—5



Сл. 31—6

○ 31—10. Кроз дугачак проводник савијен под правим углом, као што је показано на слици. 31—4, тече струја јачине 20 А. Наћи јачицу магнетног поља у тачки А, ако је $a = 2$ см.

31—11. Струја $I = 30$ А тече кроз дугачак проводник савијен под углом $\alpha = 56^\circ$ (сл. 31—5). Одредити јачину поља у тачки А која се налази на симетралу угла на растојању $a = 5$ cm од темена.

31—12. Струја $I = 6$ А, тече кроз проводник савијен у облику правоугаоника са странама $a = 16$ cm и $b = 30$ cm. Одредити јачину магнетног поља у центру правоугаоника.

31—13. Струја $I = 5$ А тече кроз проводник савијен у облику правилног троугла са страном $a = 30$ cm. Наћи јачину магнетног поља створеног струјом у тачки која претставља врх правилног тетраедра чија је основа овај троугао.

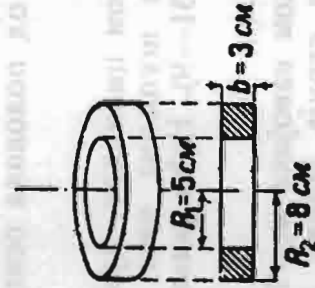
31—14. Кроз проводник савијен у облику прстена полупречника $R = 11$ cm тече струја $I = 14$ А. Наћи јачину магнетног поља: а) у центру прстена; б) у тачки која лежи на нормали на раван прстена, подигнутој из центра, на растојању $a = 10$ cm од центра.

31—15. У две тачке жичаног прстена доводи се струја преко проводника који иду радијално и који су спојени са врло удаљеним извором струје (31—6). Колика је јачина поља у центру прстена?

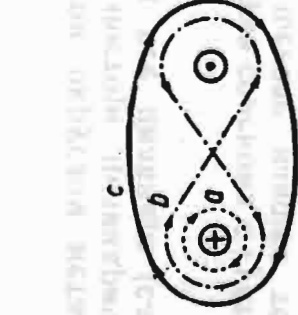
31—16. Кроз дугачак прав соленоид који има 35 навојака на 1 cm дужине тече струја јачине 2 А. Одредити јачину поља: а) у соленоиду близу његове средине; б) у центру једне од његових основа.

31—17. Пречник навојака соленоида већи је за $n = 4$ пута од дужине његове осе. Број навојака на јединицу дужине: $w_1 = 200$ cm⁻¹. Кроз навојке соленоида тече струја $I = 0,1$ А. Израчунати јачину магнетног поља: а) на средини осе соленоида; б) у центру једне од његових основа.

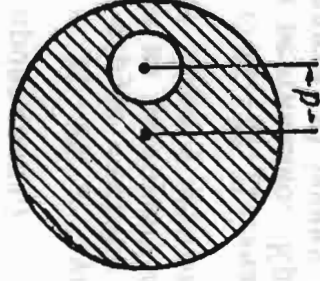
31—18. Одредити јачину магнетног поља које потиче од соленоида с магнетним моментом $p = 60$ CGSM, на растојању $a = 50$ cm које је доста велико у поређењу с пречником соленоида и његовом дужином.



Сл. 31—7



Сл. 31—8



Сл. 31—9

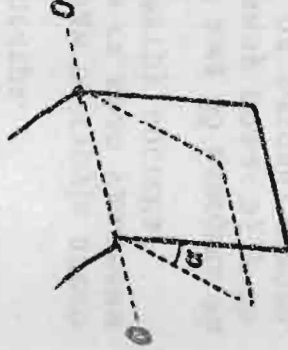
31—19. Прстенасти соленоид, са дрвеним језгром у облику прстена правоуглог пресека чије су димензије показане на слици 31—7, има $w = 500$ навојака. Наћи магнетни флукс кад кроз намотај тече струја $I = 2,5$ А.

○ 31—20. Неки испитивачи земљиног магнетног поља налазе да циркулација јачине магнетног поља по затвореним кривим на површини земље (на пример, по упоредницима) није једнака нули. Какав закључак следује из тога што је у некој области циркулација по њеној контури у правцу казаљке на сату позитивна?

○ 31—21. Одредити циркулацију јачине магнетног поља у случајевима претстављеним на слици 31—8 ако је јачина струје у оба проводника 8 А.

○ 31—22. Кроз шупљу металну цев тече струја. Показати да је: а) јачина поља у цеви једнака нули; б) јачина поља ван цеви иста као и јачина поља које потиче од струје што тече кроз танак проводник који се поклапа са осом цеви.

○ 31—23. Каква је структура магнетног поља: а) у случају описаном у задатку 27—16; б) у случају кад се негативна наелектрисања налазе на прстену који се скупља, у чијем центру стоји позитивно наелектрисање; в) у случају кад се негативна наелектрисања налазе на сфери која се шири, а у центру сфере налази се позитивно наелектрисање.



Сл. 31—10

○ 31—24. Струја $I = 20$ А иде кроз шупљу цев с танким зидовима радијуса $R_2 = 5$ см, а враћа се кроз масиван проводник радијуса $R_1 = 1$ mm који иде дуж осе цеви. Чему је једнак магнетни флуks овог система. Занемарити магнетно поље у металу.

⊕ 31—25. Кроз бакарни проводник, чији је пресек круг ($R = 2$ см), тече струја $I = 500$ А.

а) Одредити јачину магнетног поља у проводнику у тачки која лежи на одстојању $r = 0,5$ см од осе проводника.

б) Одредити магнетни флуks у проводнику ако је његова дужина једнака 3 м. (Мисли се на флуks кроз једну од половина осног пресека проводника.)

✓ 31—26. У дугачком округлом металном цилиндру, дуж кога тече струја густине j , постоји цилиндрична шупљина чија се оса налази на растојању d од осе цилиндра (сл. 31—9). Наћи јачину магнетног поља у шупљини.

○ 31—27. Дугачак прав соленоид с густином навојака $n_1 = 10$ cm⁻¹ стоји вертикално. Кроз његове навојке тече струја јачине $I = 5$ А. Одредити: а) јачину поља у соленоиду близу његове средине; б) хоризонталну компоненту поља струје ван соленоида на растојању $a = 4$ см од осе; в) како иду линије силе кроз соленоид изван соленоида? Да ли су оне затворене?

✓ 31—28. Бакарни проводник пресека $S = 2$ mm², савијен у облику три стране квадрата, може да се обрће око хоризонталне осе, као што је приказано на слици 31—10. Проводник се налази у хомогеном

магнетном пољу управљеном вертикално. Кад кроз проводник тече струја $I = 10 \text{ A}$ он скреће из положаја равнотеже за угао $\alpha = 15^\circ$. Одредити индукцију поља.

○ 31—29. Прстен пречника $d = 10 \text{ cm}$ направљен је од оловне жице попречног пресека $S = 0,7 \text{ mm}^2$. Кроз прстен протиче струја, услед чега се температура жице повисила до температуре блиске тачки топљења. Отпорност олова на кидање на тој температури има вредност $\rho_0 = 0,2 \text{ kG/mm}^2$. Хоће ли се раскинути прстен ако се стави у магнетно поље индукције $B = 10\,000 \text{ Ga}$ (раван прстена нормална је на правац поља)?

○ 31—30. Шине електричне централе претстављају паралелне бакарне шипке дужине 3 m , које се налазе на међусобном растојању од 50 cm . При кратком споју кроз њих може да потекне струја од $10\,000 \text{ A}$.

- Колика је сила узајамног дејства између шина при томе?
- Да ли ће се изменити одговор ако се шине направе не од бакра него од гвожђа?

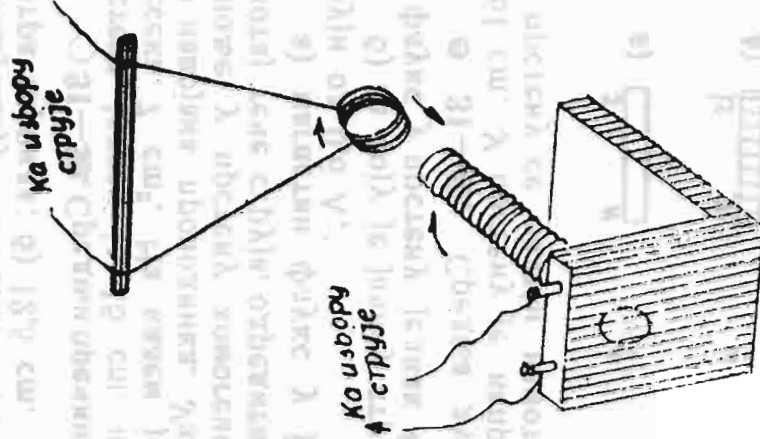
○ 31—31. Два калема магнетних момената $p_1 = 80 \text{ CGSM}$ и $p_2 = 120 \text{ CGSM}$ постављена су тако да њихове осе леже на истој правој. Растојање између њих, $R = 100 \text{ cm}$, велико је у поређењу са пречницима и дужинама калемова. Наћи силу њиховог узајамног дејства.

○ 31—32. На слици 31—11 претстављен је демонстрациони оглед узајамног дејства струја. Ако кроз калемове теку струје истих смерова и поклапају се смерови магнетних поља у њима. Калем већег пречника навући ће се преко калема мањег пречника. За оглед се узимају калемови чији се пречници не разликују много, а калем с мањим пречником знатно је дужи од другог.

а) Како ће тећи оглед ако је пречник покретног калема неколико пута већи од пречника непокретног калема?

б) Ако се мањи непокретни калем направи краћи, а покретни дужи?

в) Може ли сличан оглед да се изведе са два стална магнета, ако се један магнет узме у облику обле дугачке шипке а други у облику кратке цеви, с таквим унутрашњим пречником, да цев може да се навуче преко првог магнета?

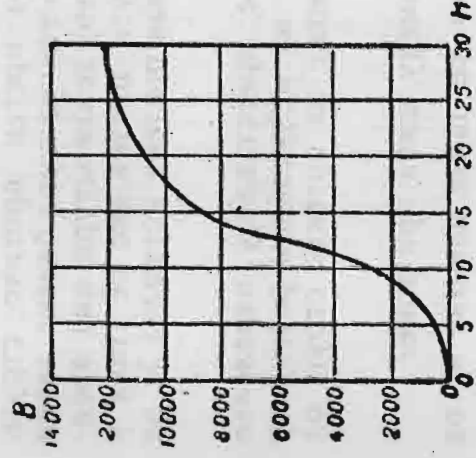


Сл. 31—11

○ 31—33. На слици 31—12 претстављена је крива зависности B од H за једну врсту гвожђа. Нацртати, тачку по тачку, криву зависности $\mu = \frac{B}{H}$ од H за исту врсту гвожђа.

○ 31—34. Крива магнетисања гвожђа асимптотски се приближује правој (сл. 31—13). Шта претставља величина OB_0 ?

○ 31—35. Како се према графику (сл. 31—12) могу одредити вредности B и H које одговарају максимуму μ ?



Сл. 31—12

○ 31—36. Испред магнета SN постављен је калем који има исте геометријске размере као и магнет (сл. 31—14, а). Кроз калем се пропушта струја I_1 , таквог смера и јачине да поље у тачки A , која се налази на подједнаком удаљењу од калема и магнета, бива поништено. Затим се калем навлачи на магнет (сл. 31—14, б) и кроз њега пропушта струја I_2 , таква да поље у тачки A поново постаје једнако нули. Да ли струје I_1 и I_2 треба да буду међусобно једнаке?

○ 31—37. Између полова електромагнета налази се гвоздена куглица (сл. 31—15). Јели исти распоред линија силе око куглице при разним јачинама струје у намотају електромагнета?

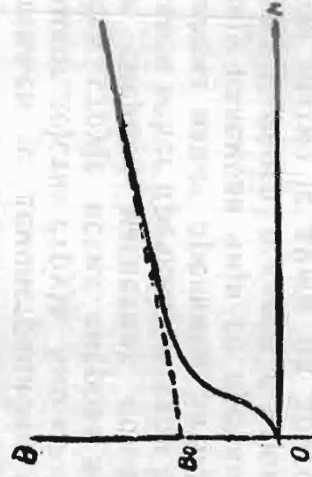
○ 31—38. На гвозденом прстену (тороиду) налази се намотај од 1000 навојака. Кроз намотај тече струја од 1 А. Одредити јачину и индукцију магнетног поља у тороиду на растојању: а) 10 cm од центра тороида; б) 12,5 cm.

○ 31—39. Средњи пречник гвозденог прстена једнак је 15 cm, а површина пресека 7 cm^2 . На калем је намотано 500 навојака проводника. Узимајући да је поље у прстену хомогено, кад кроз намотај тече струја, одредити:

а) магнетни флуks у језгру, при струји од 0,6 А;

б) за коју је јачину струје магнетни флуks у прстену једнак 84 000 Max.

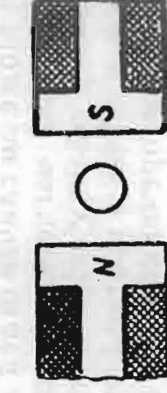
○ 31—40. Средња дужина гвозденог прстена има вредност $l = 61 \text{ cm}$. У прстену је направљен прорез од $l_1 = 1 \text{ cm}$ (сл. 31—16). На прстену се налази намотај са $w = 1000$ навојака. Кад кроз намотај



Сл. 31—13



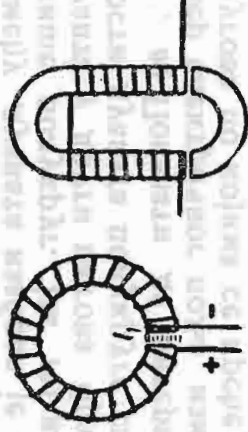
Сл. 31—14



Сл. 31—15

пролази струја $I = 1,5 \text{ A}$ индукција поља у прорезу износи $B = 1800 \text{ Ga}$. Одредити μ гвожђа при овим условима узевши да је површина пресека магнетног флуksа у прорезу за $k = 1,1$ пута већа од површине пресека прстена.

⊙ 31—41. Два једнака гвоздена прстена ($d = 10 \text{ cm}$) имају намотаје од по $w = 100$ навoja сваки. На једном од прстенова постоји попречни прорез дужине $d_1 = 1 \text{ mm}$. Кроз намотај прстена без прореза тече струја $I_1 = 2 \text{ A}$. Колику струју I_2 треба пропустити кроз намотај другог прстена да би у њему била створена иста индукција као у првом? Сматраги да су попречни пресеци флукса индукције и у гвозђу и у ваздуху исти.



Сл. 31—16

Сл. 31—17

⊙ 31—42. Укупна дужина линија силе у електромагнету једнака је 36 cm а дебелина ваздушних међупростора по 2 mm (сл. 31—17). Површина попречног пресека магнетног флукса свуда износи 2 cm^2 . Намотај електромагнета има 294 навојка. За струју од 3 A носећа сила магнета једнака је 16 kG .

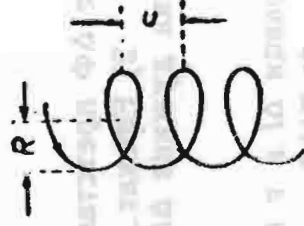
Наћи колики су при овим условима: а) индукција; б) магнетна пропустљивост гвозђа.



Сл. 31—18

⊙ 31—43. Који од електромагнета претстављених на слици 31—18 има већу носећу силу, када је магнетни флукс једнак у оба случаја?

⊙ 31—44. Трајекторија електронског снопа који се креће у магнетном пољу у вакууму ($B = 70 \text{ Ga}$) претставља кружни лук полупречника $R = 3 \text{ cm}$. Одредити брзину и енергију електрона.



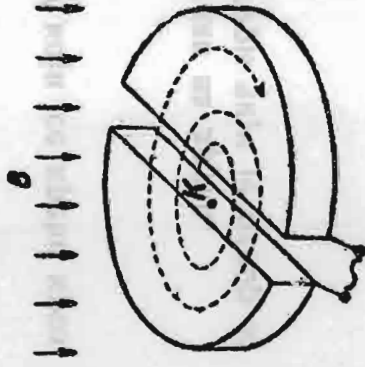
Сл. 31—19

⊙ 31—45. Електрон се креће у магнетном пољу индукције $B = 20 \text{ Ga}$ по спирали чији је радијус $R = 2 \text{ cm}$ а корак $h = 5 \text{ cm}$ (сл. 31—19). Одредити брзину електрона.

⊙ 31—46. Хомогено електрично ($E = 3 \text{ V/cm}$) и магнетно ($B = 1 \text{ Ga}$) поље имају правце међусобно нормалне. Какав мора да буде правац и величина брзине електрона да би његова путања била права линија?

⊙ 31—47. Колико је нормално и тангенцијално убрзање електрона који се креће у електричном и магнетном пољу чији се правци поклапају:

а) Кад је брзина електрона управљена дуж поља? б) Кад је брзина електрона управљена нормално на поља?



Сл. 31—20

⊙ 31—48. Циклотрон је тип уређаја за добијање брзих наелектрисаних партикула и састоји се од ниске цилиндричне металне кутије (сл. 31—20) пресечене на две половине (дуанти). Дуанти се налазе у вакууму. Између њих се ствара електрично поље чији се смер мења у извесним интервалима времена. У близини центра једног од дуаната налази се извор јона К. Дуанти леже у хомогеном магнетном пољу чији је правац и смер показан на слици стрелицама.

Јон, кад дође у простор између дуаната, добија убрзање услед дејства електричног поља. У унутрашњости дуанта он се креће под дејством магнетног поља по кружном луку и поново улеће у простор између дуаната. Интервал времена после ког се мења знак напона између дуаната изабран је тако да јон у дуанту може да стигне да опише полукруг. На тај начин при сваком преласку јона из једног дуанта у други његова брзина се увећава, и он описује у унутрашњости дуаната полукруге све већег пречника.

а) Показати да интервали времена после којих треба мењати смер електричног поља између дуаната не зависи од радијуса полукругова по којима се креће јон, и зато треба да остану непромењени за све време кретања јона.

б) Одредити индукцију магнетног поља која је потребна да би се протону дала енергија $W = 4 \text{ MeV}$, ако је највећи радијус полукруга у дуанту једнак $R = 60 \text{ cm}$.

в) Наћи време у току кога протон достиже поменуту енергију. Његова почетна брзина је мала. У тренуцима прелаза протона из једног дуанта у други, напон између дуаната износи $U = 20000 \text{ V}$. Размак између дуаната је $d = 1 \text{ cm}$. Узети да је поље између дуаната хомогено.

§ 32. Рад при померању струје у магнетном пољу и електромагнетна индукција

1) Рад при померању проводника кроз који тече струја I :

$$\Delta A = I \Delta \Phi,$$

где $\Delta \Phi$ претставља број пресечених магнетних линија силе.

2) Ефекат при кретању брзином v кроз магнетно поље проводника дужине Δl кроз који тече струја I :

$$P = BI \cdot \Delta l \cdot v \cdot \sin(B, v).$$

Правци Δl и v претпоставља се да су узајамно нормални.

3) ЕМС индукције у контури кроз коју пролази флукс Φ :

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

4) ЕМС индукције у проводнику дужине l који се креће кроз магнетно поље брзином v :

$$\mathcal{E} = B \cdot l \cdot v \cdot \sin(B, v).$$

Претпоставља се да су правци v и l нормални један на други.

5) Наелектрисање што се индукује у контури чији је отпор R при промени флукса кроз њу за $\Delta \Phi$:

$$q = - \frac{\Delta \Phi}{R}.$$

6) Индуктивност соленоида с бројем навојака w :

$$L = \frac{\Phi w}{I}$$

7) Индуктивност правог соленоида једнака је:

$$L = k \frac{4\pi n^2 \mu S}{l},$$

где l претставља дужину соленоида, S површину коју ограничава сваки навојак соленоида (може се сматрати да је она приближно једнака површини пресека језгра), n број навојака, μ магнетну пропустљивост средине (приближно, под μ може се подразумевати магнетна пропустљивост језгра које се налази у соленоиду); k је фактор без димензија чија вредност зависи од односа пречника соленоида према његовој дужини (в. задатак 32—26). Кад је $l \gg d$ може се узети да је k једнако јединици. Код прстенастог соленоида чији је пречник знатно већи од пречника навојака, за израчунавање индуктивности може да се примени иста формула, подразумевајући под l средњу дужину магнетних линија силе у соленоиду.

8) Ако се у колу налазе два калема чије су индуктивности L_1 и L_2 , а узајамна индуктивност има вредност M , укупна индуктивност система једнака је:

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M.$$

Знак $+$ узима се онда кад магнетна поља калемова појачавају једно друго.

9) Јачина струје у колу, у коме се налази стална ЕМС, омски отпор R и индуктивност L , после времена t од затварања кола:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right).$$

10) Јачина струје у колу после времена t по престанку дејства ЕМС:

$$I = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}},$$

где је I_0 јачина струје у моменту престанка дејства ЕМС.

11) Густина енергије магнетног поља:

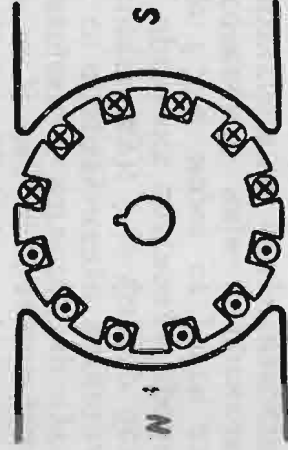
$$\frac{W}{V} = \frac{BH}{8\pi}.$$

12) Енергија магнетног поља струје:

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

○ 32—1. Оса калема који има $n = 1000$ навојака, пречника $d = 10$ см, лежи хоризонтално у правцу земљиног магнетног меридијана. Кроз калем тече струја $I = 0,5$ А. Хоризонтална компонента земљиног магнетизма износи $H_H = 0,2$ Ое. Колики рад треба да се изврши да би се калем окренуо за 180° ?

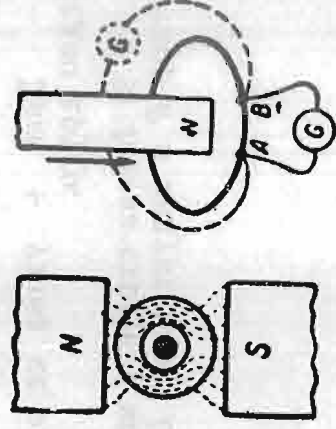
○ 32—2. На слици 32—1 шематски је приказан пресек анкера двополног мотора једносмерне струје. Кружићи показују пресеке активних (тј. оних који при обртању ротора пресецају магнетне линије силе) проводника намотаја анкера. Струја што улази у намотај анкера



Сл. 32—1

грана се у њему на два једнака дела, који теку кроз паралелне гране намотаја. Конструкција анкера је таква, да кроз све проводнике који се у ма ком моменту налазе поред једног од полова, струја тече у једном смеру, а кроз проводнике који се налазе поред другог пола — у супротном смеру. Одредити механичку снагу мотора при следећим подацима: анкер има $z = 240$ активних проводника; јачина струје која улази у мотор $I = 15$ А; магнетни флуks кроз анкер износи $\Phi = 800\,000$ Мах; мотор има $n = 1450$ обртаја за минут.

○ 32—3. Бакарни проводник налази се у гвозденом омотачу, као што је претстављено на слици 32—2, и зато је магнетно поље у шупљини гвозденог омотача слабије од спољашњег. Како је то изражено на електромоторној сили индукције: а) при кретању проводника заједно са гвозденим омотачем кроз магнетно поље? б) Кад се магнетно поље појачава или слаби при непокретном проводнику?



Сл. 32—2

Сл. 32—3

○ 32—4. У калем, затворен преко галванометра, увлачи се магнет и игла галванометра скреће. Затим се галванометар замени реостатом чији је отпор једнак отпору галванометра, и опет се увлачи магнет са истом брзином. Јесу ли једнаке јачине индикованих струја у оба случаја?

○ 32—5. У један кратко спојен калем стављен је други, кроз који тече струја из акумулатора. У други калем увлачи се гвоздено језгро услед чега се у првом калему индукује струја, која га загрева. На рачун ког рада се врши загревање?

○ 32—6. У кратко спојен калем увлачи се магнет, једном брзо а други пут споро. а) Да ли се и први и други пут индукује исто наелектрисање у калему? б) Врши ли сила руке, која увлачи калем, оба пута једнаке радове?

○ 32—7. Магнет се увлачи у метални прстен изазивајући у њему индиковану струју. а) Чему је једнака разлика потенцијала између две тачке на прстену? б) Шта ће показати галванометар везан једним истим проводницима за тачке А и В прстена: онако као што је означено непрекидном линијом, и као што је претстављено тачкастом линијом на слици 32—3?

○ 32—8. Шта се дешава с прстеном од диелектрика кад се у ега увлачи магнет?

○ 32—9. Претпоставимо да се у прстен од суперпроводника увлачи магнет. Како ће при томе да се промени магнетни флуks што пролази кроз прстен?

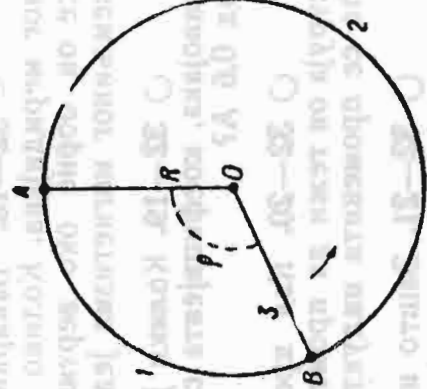
○ 32—10. а) Хоризонтална метална шипка окреће се око вертикалне осе, правећи $\varphi = 2$ обртаја у секунди. Оса пролази кроз тачку на шипци која се налази на удаљењу $\frac{1}{k} = \frac{1}{3}$ од једног краја шипке.

Дужина шипке је $l = 60$ cm. Наћи разлику потенцијала између крајева шипке ако је вертикална компонента земљиног магнетног поља једнака $H = 0,5$ Oe.

б) Коликим бројем обртаја би требало да се обрће шипка да би центрифугални ефекат (в. задатак 28—4) уравнио електромагнетну индукцију (тј. да би разлика потенцијала, између крајева шипке која се обрће, била једнака нули)?

32—11. Жичани прстен ($R = 10$ cm)

налази се у непроменљивом хомогеном магнетном пољу ($B = 100$ Ga), нормалном на површину прстена. Прстен је спојен са својим центром двама жицама (сл. 32—4). Једна од жица (OA) је непокретна, а друга (OB) се окреће око центра с константном угловном брзином $\omega = 4$ sec⁻¹, услед чега и кроз праве жице и кроз прстен тече индуктована струја. Отпор жице дужине 1 cm износи $\gamma = 10^{-2}$ Ω. Магнетно поље индуктоване струје мало је у поређењу с пољем које врши индукцију. Одредити јачине струја у правим жицама и у деловима прстена при следећим претпоставкама: а) $\varphi = 0$; б) $\varphi = \pi$; в) $\varphi = 2\pi$.



Сл. 32—4

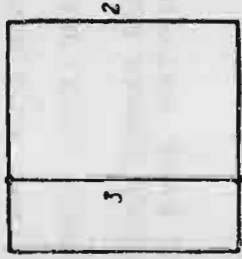
/ 32—12. У калему без гвозденог језгра, који има $w = 1000$ навојака, дијаметар пресека $d = 10$ cm и дужину $l = 50$ cm, јачина струје равномерно се повећава за $\Delta I = 0,1$ A за $\Delta t = 1$ sec (помоћу реостата). На калем је навучен прстен од бакарне жице пресека $S = 2$ mm². Сматрајући да су магнетни флуксеве који пролазе кроз калем и прстен у сваком тренутку међусобно једнаки, наћи јачину струје у прстену.

○ 32—13. Затворена контура у облику рама с површином од 50 cm² равномерно се обрће у магнетном пољу (200 Ga) правећи 14 обртаја у секунди. Наћи максималну ЕМС у контури.

○ 32—14. Жичана фигура у облику квадрата с пречком направљеном од исте жице (сл. 32—5), налази се у хомогеном променљивом магнетном пољу, услед чега кроз жице тече индуктована струја. Магнетно поље индуктоване струје мало је у поређењу с променама спољашњег магнетног поља. У ком случају струја издваја већу количину топлоте: кад је пречка померена ближе једној од страна или кад се она налази на средини квадрата?

○ 32—15. Одредити напон под којим се налази намотај анкера мотора описаног у задатку 32—2, ако је отпор намотаја једнак $0,8 \Omega$.

○ 32—16. Перманентни магнет чији магнетни момент има вредност 6000 CGSM а дужина му је 20 cm , увлачи се у калем. Пречник основе калема једнак је 5 cm , а намотај му је од бакарне жице пресека $0,5 \text{ mm}^2$. Колико наелектрисање прође кроз намотај кад се у калем увуче магнет?



Сл. 32—5

○ 32—17. На дрвени ваљак чија је дужина $l = 20 \text{ cm}$ знатно већа од његовог пречника намотана су два бакарна намотаја с пресеком жице $S = 2 \text{ mm}^2$. Један намотај је кратко спојен. Колико се наелектрисање индукује у њему, кад се други намотај прикључи на акумулатор електромоторне силе $\mathcal{E} = 2 \text{ V}$ и малог унутрашњег отпора?

○ 32—18. Бакарни обруч масе $m = 5 \text{ kg}$ стоји у равни магнетног меридијана. Колико ће наелектрисање да се индукује у њему кад се он обрне око вертикалне осе за 90° ? Хоризонтална компонента земљиног магнетизма једнака је $H_H = 0,2 \text{ Oe}$.

○ 32—19. Колики је магнетни флуks који ствара калем од 1000 навојака, коефицијента самоиндукције 5 H , кад кроз њега тече струја од $0,6 \text{ A}$?

○ 32—20. Кад кроз калем тече струја, услед узајамног дејства струја он тежи да промени своје уздужне и попречне димензије. Како ће се променити индуктивност калема ако се димензије промене?

○ 32—21. Зашто индуктивност калема много зависи од магнетних особина језгра које се налази у њему, а мало зависи од магнетних особина тела око калема?

○ 32—22. Колико навојака треба намотати на картонски цилиндар дужине $l = 60 \text{ cm}$ и пречника $d = 5 \text{ cm}$ да би се добио калем индуктивности $L = 6 \cdot 10^{-3} \text{ H}$?

○ 32—23. На дрвеном ваљку налази се намотај од бакарне жице масе $m = 50 \text{ gr}$. Размак између крајњих навојака износи $l = 60 \text{ cm}$ и много је већи од пречника ваљка. Отпор намотаја је $R = 30 \Omega$. Колика је његова индуктивност?

○ 32—24. а) Два калема чије су индуктивности $L_1 = 5 \text{ mH}$ и $L_2 = 3 \text{ mH}$, везана су сериски и постављена тако да се њихова магнетна поља узајамно појачавају. Нађено је да је индуктивност тог система $L = 11 \text{ mH}$. Колика је узајамна индуктивност калемова?

б) Колика ће бити индуктивност овог система калемова, кад се, не мењајући њихове положаје, промени смер струје код једног калема?

○ 32—25. У курсевима радиотехнике даје се следећа формула за израчунавање узајамне индуктивности два коаксијална калема:

$$M = 19,74 \frac{d^2 w_1 w_2}{l} \left(\frac{l+b}{r_1} - \frac{b}{r_2} \right),$$

где су w_1 и w_2 бројеви навојака на калемовима, а значење других ознака види се из слике 32—6. Извести ову формулу.

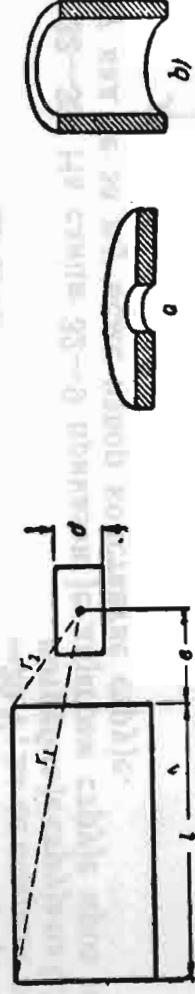
⇒ 32—26. Коефицијент k у формули за израчунавање индуктивности калема (в. увод, т. 7) за једнослојни калем има вредности наведене у табели:

пречник дужина	0,00	0,02	0,1	0,2	0,33	0,5	1	2	5	10	100
k	1,00	0,992	0,959	0,920	0,872	0,818	0,688	0,526	0,320	0,203	0,035

а) Зашто је код дугачких калемова коефицијент k већи него код кратких истог пречника?

б) Одредити коефицијент самоиндукције калема који се састоји из једног слоја навојака на дрвеном ваљку дужине 10 см и пречника 5 см. Навојци су густо прибијени један уз други а пречник жице заједно са изолацијом износи 0,5 mm.

в) Одредити индуктивност прстена пречника 10 см, начињеног од жице дебљине 1 mm.



Сл. 32—6

г) Користећи табелу одредити коефицијент узајамне индукције два једнака калема, чији је пречник једнак њиховој дужини. Навојци калемова прилежу један уз други и везани су сериски и то тако да се њихова поља узајамно појачавају. Индуктивност сваког калема износи 10 mH.

д) Колика је узајамна индуктивност ових калемова ако су они растављени на одстојање једнако њиховој дужини?

⇒ 32—27. а) Одредити индуктивност калема са затвореним магнетним колом (прстенасти соленоид) при следећим подацима: број навојака $w = 1000$; површина пресека језгра $S = 25 \text{ cm}^2$; средњи пречник прстена $d = 20 \text{ cm}$; јачина струје $I = 1 \text{ A}$. Магнетне особине гвожђа претстављене су кривом на слици 31—3. б) Исто питање кад је јачина струје $I_1 = 0,1 \text{ A}$.

⇒ 32—28. Какве су разлике у зависности коефицијента самоиндукције од јачине струје код прстенастих соленоида с гвозденим језгрима у виду шупљих цилиндара, чији су пресеци дати на слици 32—7.

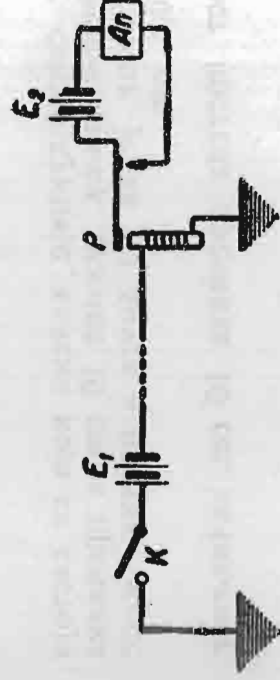
Сл. 32—7

⊖ 32—29. Језгро соленоида је прстен који се састоји од два прстена чији су пресеци S_1 и S_2 и магнетне пропустљивости μ_1 и μ_2 . Средња дужина линија силе у прстену је l , а број навојака w . Одредити индуктивност соленоида.

○ 32—30. Одредити коефицијент самоиндукције петље од два проводника. Дужина петље је $l = 1500$ m, пречник проводника $d = 1$ mm и растојање између оса проводника $a = 2$ cm. Магнетно поље у самим проводницима може да се занемари.

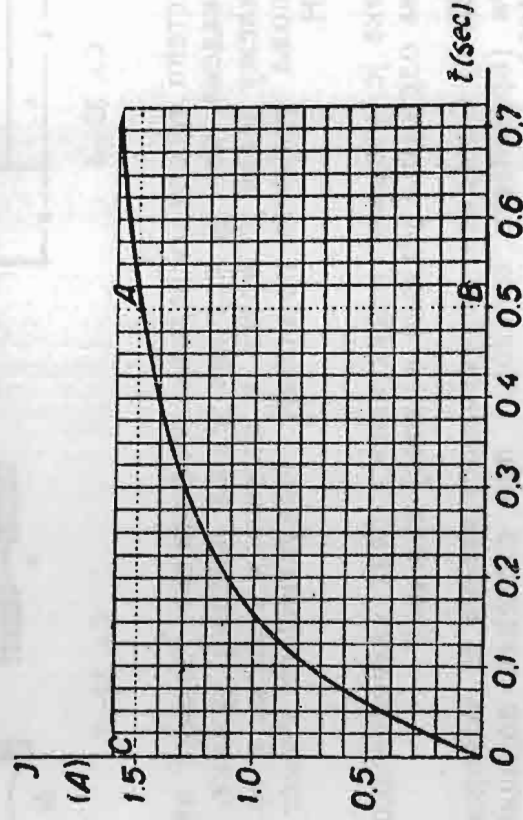
⊖ 32—31. На калем чији је отпор $R = 10 \Omega$ и индуктивност $L = 58$ mH прикључује се напон. После ког времена струја у калему достиже јачину једнаку половини максималне струје?

○ 32—32. На слици 32—8 претстављена је шема телеграфа. Апарат $АП$ на станици ради помоћу батерије E_2 . Батерија се укључује



Сл. 32—8

⊖ 32—33. На слици 32—9 приказан је дијаграм струје кроз пригушницу кад се за њу веже извор константне струје.



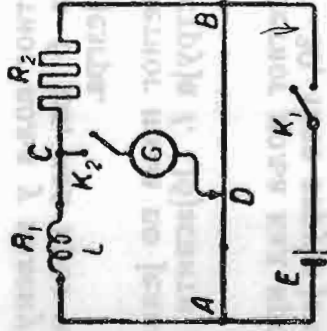
Сл. 32—9

- а) Чему су једнаке површине $OABO$ и $OACO$?
- б) Користећи дијаграм одредити индукцију магнетног поља, која постоји у језгру кроз $0,5$ sec по укључењу струје, ако су познати следећи подаци: намотај пригушнице састоји се од бакарног прово дника с површином пресека $S = 1$ mm², пречник језгра је $d = 5$ cm; отпор свих делова кола, сем пригушнице, може да се занемари.

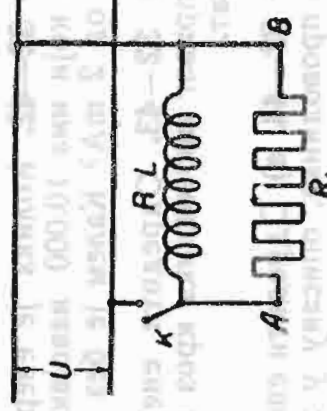
⊖ 32—34. На слици 32—10 претстављена је шема Витстоновог моста; мери се омски отпор пригушнице чија је индуктивност $L_1 = 0,1$ Н. Прекидачи K_1 и K_2 направљени су у облику двоструког тастера тако да се при притиску дугмета прво затвара прекидач K_1 па онда K_2 . Померањем клизача D по жици AB постигнуто је да при постепеном притискивању дугмета дуплог тастера галванометар не скреће.

а) У ком смеру ће потећи струја кроз мост DC ако се дугме нагло притисне?

б) Колика је разлика потенцијала између тачака C и D кроз $t = 0,001$ sec од затварања прекидача K_1 , ако је отпор пригушнице $R_1 = 120 \Omega$, отпор $R_2 = 80 \Omega$, ЕМС извора струје $\mathcal{E} = 1,4$ V? Унутрашњи отпор извора струје, отпор веза и индуктивност свих делова кола, изузев пригушнице, може да се занемари.



Сл. 32—10



Сл. 32—11

32—35. Пригушница с коефицијентом самоиндукције $L = 6$ Н и омским отпором $R = 200 \Omega$ и неиндуктивни отпор $R_1 = 1000 \Omega$ везани су паралелно за линију у којој влада напон $U = 120$ V (сл. 32—11). Колики ће напон U_1 бити између тачака A и B кроз $0,001$ sec после отварања прекидача K ?

⊖ 32—36. Калем без гвозденог језгра има $w = 10,000$ навојака пречника $d = 7$ cm. Дужина калема износи 50 cm. Намотај се састоји из бакарног проводника ($S = 0,1$ mm²). После колико времена од везивања калема за батерију акумулатора струја достиже јачину $I = 0,99 I_0$ где је I_0 максимална јачина струје?

⊖ 32—37. Објаснити трансформације енергије које се дешавају у следећим процесима:

а) Магнетна игла скреће крај проводника кроз који је пуштена струја.

б) Електромагнет привлачи котву.

в) Котва се удаљава од електромагнета кроз чији намотај гече струја.

г) Перманентни магнет привлачи парче гвозђа.

⊖ 32—38. Наћи магнетну енергију у гвозденом језгру запремине 400 cm³, ако је индукција једнака 12.000 Ga.

⊖ 32—39. Одредити енергију магнетног поља у случају описаном у задатку 31—24.

○ 32—40. Постоје два калема једнаке дужине, са једнаким бројем навојака; један калем може да уђе у други. Ако кроз оба калема теку једнаке струје, густина енергије магнетног поља иста је у оба калема. Ставимо мањи калем у већи тако да им се магнетна поља поклапају. Густина енергија магнетног поља у мањем калему порашће четвороструко (а не двоструко). На рачун чега енергија двоструко порасте?

Кад се унутрашњи калем обрне магнетна енергија биће једнака нули. Шта је било са њом?

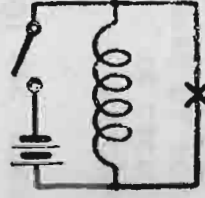
○ 32—41. Намотај електромагнета има отпор $R = 10 \Omega$ а индуктивност $L = 0,2 \text{ H}$ и налази се под константним напоном. У току ког интервала времена t ће се у намотају ослободити количина топлоте једнака енергији магнетног поља у језгру?

○ 32—42. Колика је енергија магнетног поља у калему дужине 50 cm , који има 10.000 навојака пречника 6 cm , кад кроз њега тече струја од 2 mA ? Калем је без гвозденог језгра.

○ 32—43. Одредити енергију магнетног поља по јединици дужине правог проводника кроз који тече струја I . Објаснити добијени резултат.

○ 32—44. а) Одредити енергију магнетног поља кад кроз петљу од два проводника, описану у задатку 32—30, тече струја јачине 8 A .
б) Решити исти задатак претпостављајући да је проводник бесконачно танак.

○ 32—45. За демонстрирање појаве самоиндукције при прекидању кола употребљава се следећи уређај (сл. 32—12). Паралелно пригушници с великим коефицијентом самоиндукције везана је сијалица од 120 V . Струју кроз пригушницу и сијалицу даје батерија акумulatora од $4\text{--}6 \text{ V}$. При томе се влакно сијалице врло слабо загреје. Кад се прекине струја кроз пригушницу сијалица тренутно засветли. Одредити температуру влакна при овим условима: индуктивност пригушнице $L = 0,03 \text{ H}$; јачина струје кроз пригушницу $I = 5 \text{ A}$; влакно сијалице је од волфрама а његова дужина износи $l = 43 \text{ cm}$; пречник влакна $d = 0,019 \text{ mm}$, почетна температура $t_1 = 100^\circ \text{ C}$. Рачун извести на основу претпоставке да се целокупна магнетна енергија пригушнице троши на загревање влакна сијалице.



Сл. 32—12

§ 33. Наизменичне струје

1) Ефективна вредност јачине струје и напона:

$$I_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt; \quad U_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt,$$

где је T период струје, а i и u — тренутне вредности јачине струје и напона. У тексту задатака, где нема посебних напомена, ефективне вредности струје и напона означене су словима I и U без индекса.

2) За синусоидну струју:

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U_{\text{eff}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

где су I_m и U_m амплитуде јачине струје и напона.

3) Средње вредности јачине струје и напона:

$$I_{\text{med}} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i dt; \quad U_{\text{med}} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} u dt.$$

4) За синусоидну струју:

$$I_{\text{med}} = \frac{2}{\pi} I_m; \quad U_{\text{med}} = \frac{2}{\pi} U_m.$$

5) Омов закон за синусоидну струју:

$$I = \frac{U}{z},$$

где су I и U ефективне вредности (или пак амплитуде).

6) Привидни отпор дела кола у коме се налазе, сериски везани, омски отпор R , индуктивност L , и капацитет C :

$$z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

где је $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ — кружна фреквенца.

7) Ефекат струје кад је фазна разлика φ :

$$P = I_{\text{eff}} U_{\text{eff}} \cos \varphi.$$

8) Активни отпор:

$$R_A = \frac{P}{I_{\text{eff}}^2} = z \cos \varphi.$$

R_A је једнако омском отпору R кад нема губитака на загревање гвозденог језгра услед хистерезиса и Фуколових струја на загревање диелектрика у променљивом електричном пољу и т.д. Кад постоје ови губици онда је $R_A > R$.

При високим фреквенцама, поред овога, R_A се повећава услед повећања густине струје у површинским слојевима на рачун смањења у унутрашњим слојевима.

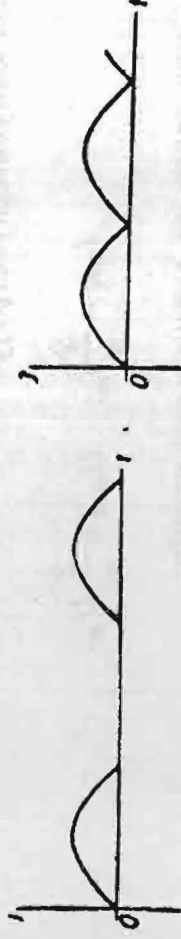
9) Сила узајамног дејства струја, које теку кроз проводнике дужине l , кад проводници стоје паралелно, на растојању b један од другог:

$$F = \frac{2 \mu I_1 I_2 l \cos \varphi}{b}$$

10) Решавање задатака из наизменичних струја, при серијској или паралелној вези елемената, знатно се олакшава цртањем векторских дијаграма напона и струја.

○ 33—1. Ефективна јачина струје синусоидног облика једнака је 7 А. Наћи максималну и средњу јачину струје.

○ 33—2. Синусоидна струја исправља се помоћу механичког исправљача, који пропушта једну половину периода (сл. 33—1). Наћи



Сл. 33—1

Сл. 33—2

максималну јачину струје, ако та струја издваја из раствора CuSO_4 200 mg бакра за 10 min.

○ 33—3. а) Акумулатор чији је капацитет $q = 20 \text{ Ah}$, пуни се исправљеном синусоидном струјом чији је график приказан на слици 33—2. Топлотни амперметар укључен у коло показује струју $I = 1,5 \text{ A}$. Колико времена треба да се пуни акумулатор? У рачуну узети да на пуњење иде 100% протекле струје.

б) Колико времена треба да се пуни акумулатор ако график исправљене струје има облик претстављен на слици 33—1, а топлотни амперметар показује исту вредност као малопре.

○ 33—4. Кад се повећава напон под којим се налази нека лампа, под напоном од 80 V она засветли. Ако се затим смањује напон, лампа се гаси при напону од 70 V. Лампа се прикључује на мрежу наизменичне струје преко потенциометра и повећава се напон.

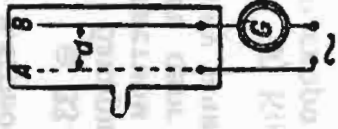
а) При ком ће ефективном напону лампа да засветли?

б) Који део од укупног времена светљења лампе претставља трајање светљења сваке од електрода, ако се лампа налази под ефективним напоном од 120 V?

в) Топлотни амперметар, везан с лампом сериски, показује јачину струје 20 mA кад је напон 120 V. Претпостављајући да за сво време док лампа светли њен отпор остаје сталан, одредити амплитуду струје.

○ 33—5. На слици 33—3 претстављена је шема уређаја за један од начина мерења покретљивости јона. У простор између две електроде А и Б, кроз мрежасту электроду А продиру јони истог знака

(например, негативни јони са усијане металне жице). Електроде A и B налазе се под наизменичним (синусоидним) напонем, чија амплитуда може да се мења. Повећањем напона наизменичне струје треба постићи да јони стигну до електроде B . Галванометар G тада почиње да скреће.



При мерењу покретљивости негативних кисеоникових јона, у уређају у коме је растојање између електрода $d=1$ cm, добија се скретање галванометра при ефектном напону не мањем од $U=61,5$ V. Израчунати покретљивост јона ако је учестаност наизменичне струје $f=50$ Hz.

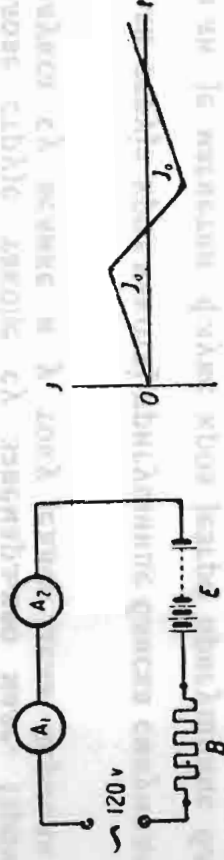
☐ 33—6. Батерија акумулатора са ЕМС $\mathcal{E}=40$ V прикључена је за мрежу наизменичне струје ($U=120$ V) преко отпора $R=80 \Omega$ (сл. 33—4). A_1 је амперметар са покретним калемом, а A_2 топлотни.

Сл. 33—3

а) Колику јачину струје показују инструменти A_1 и A_2 ?

б) Колика се количина топлоте ослободи у отпору R за 10 sec? У рачуну занемарити све отпоре изузев R .

☐ 33—7. Одредити односе између миксималне, средње и ефективне вредности јачине струје, која се мења по закону претстављеном графички на слици 33—5.



Сл. 33—4

Сл. 33—5

☐ 33—8. Генератори наизменичне струје дају обично ЕМС, која претставља збир ЕМС основне учестаности и неколико знатно слабијих ЕМС учестаности 3,5 и тако даље пута веће од основне учестаности. Одредити ефективни напон кад постоје два синусоидна напона: а) учестаности $f_1=50$ Hz и амплитуде $U_{o1}=170$ V; б) учестаности $f_2=150$ Hz и амплитуде $U_{o2}=20$ V.

☐ 33—9. При ком ће напону кроз намотај пригушнице, која има омски отпор 35Ω и индуктивност $0,1$ H, тећи струја јачине 3 A? Учестаност је $f=50$ Hz.

☐ 33—10. Коликог капацитета треба да се узме кондензатор да би његова капацитивна проводљивост била еквивалентна проводљивости реостата са отпором $R=500 \Omega$, ако је фреквенца једнака: а) $f_1=50$ Hz? б) $f_2=50.000$ Hz?

☐ 33—11. У калему са омским отпором 10Ω кад је фреквенца 50 Hz добија се фазна разлика између струје и напона од 60° . Одредити индуктивност калема.

✓ 33—12. На картонски цилиндар дужине $l=50$ см и пречника $d_2=6$ см намотано је $w=500$ навојака бакарне жице пречника $d_1=0,5$ mm. За коју је фреквенцу f привидни отпор овог калема за $n=2$ пута већи од његовог омског отпора?

⊕ 33—13. а) Прстен чији је пречник $d_1=10$ см, направљен је од бакарне жице пречника $d_2=1$ mm. Прстен се обрће у хомогеном магнетном пољу ($B=10$ Ga), с бројем обртаја $n=14$ sec⁻¹. Индуктивност овог прстена је $L=350$ см (в. задатак 32—26). Одредити ефективну јачину струје у прстену.

б) Колика би била јачина струје у прстену кад би његов отпор био скоро једнак нули (супрапроводник)?

⊙ 33—14. На дрвени прстен пречника $d=30$ см чији попречни пресек има облик круга, намотана је бакарна жица масе $m=2$ kg. Овај калем прикључи се прво на мрежу једносмерне струје, а затим на мрежу наизменичне струје ($f=50$ Hz), при чему је ефективни напон једнак напону једносмерне струје. У ком ће случају тећи јача струја? Колико пута?

○ 33—15. Намотај пригушнице, занемарљивог омског отпора и знатне индуктивности, налази се под напонам који се мења у току времена по синусном закону. Хистерезис у гвозденом језгру пригушнице слабо је изражен и може да се занемари.

Фуколове струје такође су занемарљиво мале. Промене магнетног флукса су велике и у току једног дела периода постоји засићење.

а) Је ли струја кроз намотај пригушнице блиска синусној?

б) Да ли је магнетни флукс кроз језгро пригушнице близак синусоидном?

⊕ 33—16. На напон са две компоненте описане у задатку 33—8 прикључују се једно за другим: а) омски отпор од $10\ \Omega$; б) пригушница индуктивности $L=0,5$ H и занемарљивог омског отпора; в) кондензатор ($C=20\ \mu F$). Наћи ефективну јачину струје у сва три случаја; г) одредити релативну грешку која се чини ако се узме да је напон у мрежи синусоидни.

✓ ○ 33—17. а) Нацртати векторске дијаграме напона и струје за случајеве претстављене на шемама са слике 33—6.

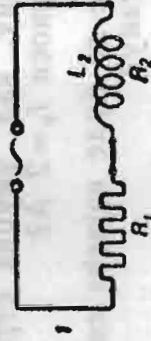
б) Нацртати векторске дијаграме струја и напона за случајеве претстављене на шемама са слике 33—7.

✓ 33—18. Колика ће струја потећи кроз кондензатор ($C=20\ \mu F$) и сериски везан с њим неиндуктивни отпор ($R=150\ \Omega$) ако се на њих доведе напон $U=110$ V; $f=50$ Hz)? Колики је напон на сваком од њих?

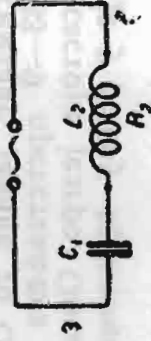
✓ 33—19. Кроз пригушницу и кондензатор ($C=10\ \mu F$), који су сериски везани, тече струја $I=1$ A. Учестаност је $f=50$ Hz. Омски

отпор пригушнице $R = 120 \Omega$. Укупан напон $U = 120 \text{ V}$. Наћи индуктивност пригушнице.

✓ 33—20. За мрежу наизменичне струје ($U = 120 \text{ V}$; $f = 50 \text{ Hz}$) везан су паралелно кондензатор ($C = 20 \mu\text{F}$) и пригушница ($R = 100 \Omega$; $L = 0,5 \text{ H}$). Одредити јачину струје у кондензатору, пригушници и укупну.



✓ 33—21. Паралелно спојени реостат ($R_1 = 60 \Omega$) и пригушница ($R_2 = 20 \Omega$; $L = 0,05 \text{ H}$) прикључени су на мрежу наизменичне струје ($f = 50 \text{ Hz}$). Кроз пригушницу тече струја $I_2 = 4 \text{ A}$. Колика струја I_1 иде кроз реостат и колика струја долази из мреже?

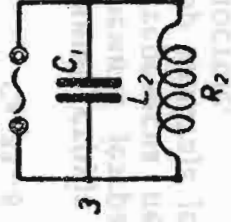


Сл. 33—6

✓ 33—22. Како је коефицијент самоиндукције једнак $0,1 \text{ H}$ а ом-

ски отпор 2Ω , везан је сериски с кондензатором. Овај систем спојен је са извором наизменичне струје.

Сл. 33—7



а) Колики треба да буде капацитет кондензатора да би при фреквенци од 50 Hz кроз калем текла најјача струја?

б) Кондензатор не може да издржи напон већи од 400 V . Колики максимални напон може да се доведе на овај систем без опасности да кондензатор буде пробит?

✓ 33—23. Мерни иструменти на разводној табли генератора наизменичне струје показују јачину струје 540 A , напон 235 V и снагу 108 kW . Колика је фазна разлика φ ?

✓ 33—24. Наћи губитке снаге у воду од линије до потрошача при следећим подацима: достављена снага $P = 100 \text{ W}$; напон у централној $U = 220 \text{ V}$; отпор вода $R = 0,01 \Omega$; фазна разлика $\varphi = 37^\circ$.

✓ 33—25. Пригушница, везана сериски с неиндуктивним отпором $R = 20 \Omega$, прикључена је на мрежу напона $U = 120 \text{ V}$ ($f = 50 \text{ Hz}$). При том је напон на пригушници $U_2 = 91 \text{ V}$, а на отпору R напон $U_1 = 44 \text{ V}$. Колике снаге (P_1 и P_2) троше пригушница и отпор?

✓ 33—26. Пригушница и неиндуктивни отпор $R = 50 \Omega$ прикључени су паралелно на мрежу синусоидне струје. Кроз пригушницу тече струја $I_1 = 2,8 \text{ A}$, кроз отпор струја $I_2 = 2,5 \text{ A}$; из мреже се узима струја $I = 4,5 \text{ A}$. Одреди снагу коју троши пригушница (P_1) и отпор (R_2).

⊖ 33—27. Омски отпор пригушнице је $R = 14 \Omega$, активни $R_A = 17 \Omega$, привидни $z = 40 \Omega$. Одредити губитке снаге у гвозденом језгру пригушнице, ако је напон, под којим се она налази, једнак $U = 120 \text{ V}$.

⊖ 33—28. На линију наизменичне струје, у којој влада напон $U = 120 \text{ V}$ ($f = 50 \text{ Hz}$), преко пригушнице (Dr) индуктивности $L = 0,05 \text{ H}$ и активног отпора $R_0 = 1 \Omega$, прикључена је мрежа за осветљење једног стана (сл. 33—8).

а) Колики је напон U_1 на сијалицама у стану, кад укупна струја која се троши износи $I_0 = 2 \text{ A}$?



Сл. 33—8

б) Колика може да буде највећа снага искоришћена у стану?

в) Колику ће снагу трошити пригушница ако се у стану направи кратак спој?

⊖ 33—29. Кроз намотај пригушнице тече наизменична струја, чија ефективна јачина износи 2 A ($f = 50 \text{ Hz}$). У језгру пригушнице ствара магнетно поље максималне јачине 10 Oe . Запремина језгра износи 500 cm^3 . На слици 33—9 претстављена је „хистерезисна петља“ за гвожђе из кога се састоји језгро. Омски отпор намотаја једнак је $0,7 \Omega$. Фуколове струје у језгру практично не постоје.

а) Израчунати снагу која се троши на загревање гвозденог језгра услед хистерезиса.

б) Наћи активни отпор пригушнице.

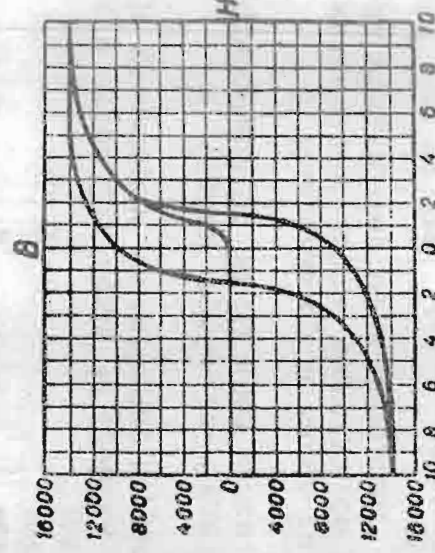
• ○ 33—30. У раствор сулфата бакра ($\rho = 40 \Omega \cdot \text{cm}$) потопљене су две бакарне плоче. Диелектрична константа може се узети да је једнака $\epsilon = 80 \text{ CGSE}$. За коју су фреквенцу f капацитивна и омска проводљивост међусобно једнаке?

⊕ 33—31. Диелектрик диелектричне константе $\epsilon = 2,8 \text{ CGSE}$ употребљен је као изолатор у кондензатору. Кондензатор, кад се налази под напонам, троши извесну снагу, и за фреквенцу $f = 50 \text{ Hz}$ фактор снаге је $\cos \varphi = 0,1$. Наћи специфични отпор диелектрика.

✓ ○ 33—32. Кроз два паралелна проводника теку струје од 5 A и 15 A , исте учестаности, а фазна разлика између њих износи 60° . Коликом силом се међусобно привлаче делови проводника дужине 1 m , ако је растојање између њих 3 cm ?

⊖ 33—33. Кроз два паралелна проводника теку струје чије су фреквенце 500 Hz и 503 Hz . Какво је њихово узајамно дејство?

○ 33—34. Колики терет може да одржи електромагнет који се напаја наизменичном струјом, ако је максимална индукција $B_0 = 10,000 \text{ Ga}$



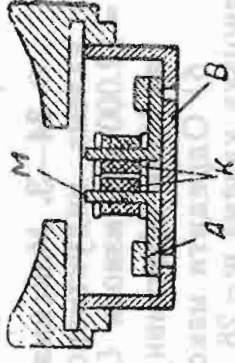
Сл. 33—9

а додирна површина $S = 2 \text{ cm}^2$? Претпоставити да се индукција мења по закону $B = B_0 \sin \omega t$.

⊕ 33—35. На слици 33—10 претстављен је пресек телефона: M је мембрана, K намотај, A перманентни магнет и B полни наставци од меког гвожђа.

а) С каквим циљем се у конструкцију телефона уноси перманентни магнет?

б) Колика је амплитуда силе која дејствује на мембрану, кад кроз намотај пролази струја $I = I_0 \sin \omega t$, при следећим подацима: амплитуда струје $I_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ A}$; индукција у ваздушном међупростору кад у намотају нема струје $B_0 = 800 \text{ Ga}$; пресек сваког од полних наставка има површину $S = 15 \text{ mm}^2$; број навојака у намотају $w = 400$; дужина ваздушног међупростора $l = 0,2 \text{ mm}$.



Сл. 33—10

У рачуну занемарити магнетни отпор свих делова магнетног кола сем ваздушних, и узети у обзир да је индукција перманентног магнета знатно већа од индукције створене струјом у језгру калема.

⊙ 33—36. Примарни намотај трансформатора који смањује напон налази се под напонем $U_1 = 120 \text{ V}$ и узима струју $I_1 = 0,5 \text{ A}$. Секундарни намотај даје за сијалицу струју $I_2 = 3 \text{ A}$, при напону $U_2 = 10 \text{ V}$. Коефицијент корисног дејства је $\eta = 0,7$. Наћи фазну разлику у примарном намотају.

§ 34. Електричне осцилације

1) Период слободних осцилација у контури у којој се налазе капацитет C , индуктивност L и отпор R :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}},$$

или када је:

$$\frac{1}{LC} \gg \frac{R^2}{4L^2}$$

$$T = 2\pi \sqrt{LC}.$$

2) Јачина струје код пригушених осцилација:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sin \omega t,$$

где је $\omega = 2\pi f$.

3) Логаритамски декремент пригушења:

$$\delta = \frac{R}{2L} T.$$

⊙ 34—1. Осцилаторно коло састоји се из калема индуктивности $0,07 \text{ H}$ и плочастог кондензатора с површином облога од $0,45 \text{ m}^2$, раз-

двојених напарафинисаном хартијом дебљине 0,1 mm. Наћи период осциловања. Отпор је занемарљиво мали.

○ 34—2. У којим се тренуцима енергија у осцилаторном колу расподељује на капацитет и индуктивитет подједнако? Отпор је занемарљив.

○ 34—3. Максимални напон у осцилаторном колу, које се састоји из калема индуктивности $L = 5000$ cm и кондензатора капацитета $C = 12.000$ cm, износи $U_0 = 1,2$ V. Отпор је занемарљив.

а) Наћи ефективну јачину струје у колу.

б) Одредити максималну вредност магнетног флукса, ако је број навојака калема $w = 28$.

○ 34—4. Колика је енергија кондензатора у осцилаторном колу у тренутку максимума струје у калему у следећим случајевима: а) отпор је занемарљиво мали; б) отпор има вредност R ?

○ 34—5. Коло се састоји из калема чија је индуктивност 30 000 cm а отпор 1 Ω и кондензатора капацитета 2000 cm. Колику снагу треба да узима коло да би се у њему одржавале неамортизоване осцилације, код којих је максимални напон на кондензатору једнак 0,5 V?

○ 34—6. Батерија, која се састоји од два кондензатора капацитета по 2 μF сваки, празни се преко калема ($L = 1$ mH; $R = 50 \Omega$).

Хоће ли се јавити осцилације ако су кондензатори везани: а) паралелно? б) сериски?

○ 34—7. Показати да је при малом пригушењу логаритамски декремент једнак односу количине топлоте издвојене у току једног полупериода, и укупне енергије осциловања.

○ 34—8. Показати да је логаритамски декремент пригушења једнак логаритму односа наелектрисања, које је протекло у току полувине периода у једном смеру, према одговарајућем наелектрисању у следећем периоду.

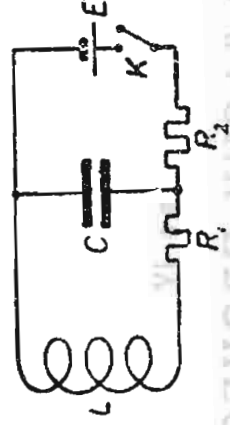
○ 34—9. Како ће да се промени логаритамски декремент пригушења, кад се, не мењајући дужину калема у колу, повећа његов број навојака n пута (сматрати да пречник навојака остаје непромењен)?

○ 34—10. Колика је релативна грешка која се прави кад се користи формула $T = 2\pi\sqrt{LC}$ за израчунавање периода осциловања кола, које се састоји из капацитета $C = 5000$ cm, и калема, направљеног од бакарне жице пресека $S = 0,2$ cm². Дужина калема је $l = 50$ cm. Пречник калема мали је у поређењу с његовом дужином.

○ 34—11. Одредити логаритамски декремент пригушења кола са капацитетом $C = 2000$ cm и индуктивношћу $L = 150 000$ cm, ако је за одржавање непригушених осцилација у овом колу, с максималним напонем $U_m = 0,9$ V, потребна снага $P = 10$ μW .

○ 34—12. У колу које се састоји из калема и кондензатора променљивог капацитета, производе се принудне осцилације. Ако се капацитет промени за 0,01 капацитета који одговара максимуму осцилација, јачина струје у колу опадне за $n = 1,5$ пута. Наћи логаритамски декремент пригушења.

е 34—13. У колу састављеном према шеми на слици 34—1, сви отпори сем $R_1 = 1 \, \Omega$ и $R_2 = 50 \, \Omega$, занемарљиво су мали. Индуктивност калема је $L = 0,1 \text{ H}$, капацитет кондензатора $C = 1 \, \mu\text{F}$ и ЕМС елемента $\mathcal{E} = 1,4 \text{ V}$. Прекидач K се затвори и, пошто се струја у калему L успостави, отвори се.



Сл. 34—1

- а) Колика је почетна енергија осцилација које се јављају у колу LC после отварања прекидача K ?
- б) Колика је енергија осцилација после $0,2 \text{ sec}$ од отварања прекидача.

ТАЛАСНИ ПРОЦЕСИ

§ 35. Таласи

- 1) Однос таласне дужине λ , брзине таласа c и фреквенције осциловања f дат је изразом:

$$\lambda = \frac{c}{f}.$$

- 2) Брзина распрострања лонгитудиналних таласа у танким штаповима је:

$$c = \sqrt{\frac{E}{D}}.$$

E —је моду еластичности прве врсте (Јунг), D —густина.

- 3) Брзина лонгитудиналних таласа у неограниченој еластичној средини је:

$$c = \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

K —моду контракције.

- 4) Брзина трансверзалних таласа у неограниченој еластичној средини дата је изразом:

$$c = \sqrt{\frac{G}{D}}.$$

G —је моду смицања.

- 5) Брзина трансферзалних таласа затегнуте жице дата је изразом:

$$c = \sqrt{\frac{F}{S \cdot D}},$$

где је F —сила која затеже жицу, S —површина попречног пресека жице. Формула важи у случају када је напрезање изазвано смицањем мало у односу на напрезање изазвано силом затезања.

- 6) Брзина лонгитудиналних таласа у гасовима дата је изразом:

$$c = \sqrt{\frac{p_x}{D}},$$

где је κ —однос специфичних топлота гаса $\frac{c_p}{c_v}$.

7) Веза између амплитуде притиска код лонгитудиналних таласа Δp , брзине таласа и амплитуде таласне брзине v_0 дата је изразом:

$$\Delta p = v_0 D \cdot c,$$

где је D —средња густина средине. Производ Dc назива се таласним (акустичним) отпором средине.

8) Флукс енергије у таласном пољу кроз 1 cm^2 површине, постављене нормално на брзину таласа за 1 sec (вектор Умова) износи:

$$S = \Delta p \cdot v,$$

где је Δp —таласни притисак (разлика између притиска у таласном пољу и притиска у тој истој средини, када не постоји таласни процес), v —је таласна брзина.

9) Интензитет лонгитудиналних таласа дат је изразом:

$$I = S_{\text{сред.}} = \frac{(\Delta p_0)^2}{2 D \cdot c}.$$

10) Слабење таласа дата је изразом:

$$I = I_0 e^{-\beta x},$$

где је β —кофицијент слабења а I и I_0 интензитети равних таласа у почетку и на крају растојања x .

11) Брзина електромагнетних таласа у средини са електричном пропустљивости ϵ и магнетном пропустљивости μ дата је изразом:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}.$$

12) Вектор Пойнтинг—Умова дата је изразом:

$$S = \frac{E \cdot H}{4 \pi}$$

○ 35—1. Брзина лонгитудиналних таласа у челичном штапу једнака је 5100 m/sec . Одредити модул еластичности 1 -ве врсте у челику.

○ 35—2. Колика је брзина лонгитудиналних таласа у живи?

○ 35—3. При повишењу температуре од 20°C на 100°C брзина лонгитудиналних таласа у бакарном штапу смањи се за $7,4\%$ од брзине при 20°C . Колики је средњи коефицијент модула еластичности прве врсте у овом температурском интервалу?

○ 35—4. Зашто су у неограниченом чврстом телу немогући таласи, чији правац осциловања захвата са правцем распростирања таласа угао различит од нула степени (лонгитудинални таласи) и од 90° (трансверзални таласи)?

○ 35—5. Брзина распростирања лонгитудиналних таласа у земљиној кори је $c_1 = 14 \text{ km/sec}$; а брзина трансверзалних таласа је $c_2 = 7,5 \text{ km/sec}$. Одредити угаоно растојање од центра земљотреса A (хипоцен-

ж) Растојање између два трбуха у Лехеровом систему у случају жица стављених у алкохол износи 40 cm. Колика је фреквенција осциловања?

○ 35—19. Зрачење антене пољске радиостанице има снагу 50 W. Колика је средња јачина електричног поља при пријему на надземној антени на растојању од 80 km?

Примедба. Узети у обзир да је интензитет зрачења у правцу нормалном на антену 3 пута већи него у случају ако би зрачење било исто у свим правцима.

§ 36. Звучне појаве

1) Ниво осећаја звука дат је изразом:

$$L = \lg \frac{I}{I_0} = 2 \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_0},$$

где су индексом 0 обележене величине, које одговарају прагу осећаја звука за дату фреквенцију.

2) Фреквенција основног тона цви дужине l је:

$$a) \text{ отворене } f = \frac{c}{2l}; \quad б) \text{ затворене } f = \frac{c}{4l}.$$

3) Фреквенција основног тона затегнуте жице је:

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{ml}}.$$

где је m — маса жице; F — сила затезања жице.

4) Доплер-ов принцип. Привидна фреквенција је дата изразима:

а) у случају кретања извора звука, чија је фреквенција f , брзином v :

$$f' = f \frac{1}{1 \pm \frac{v}{c}},$$

где је c — брзина звука.

б) У случају кретања посматрача:

$$f'' = f \left(1 \pm \frac{v}{c} \right).$$

○ 36—1. Који део средње брзине молекула ваздуха сачињава максимална акустична брзина молекула код равних таласа:

а) амплитуда притиска $\Delta p_1 = 9000 \text{ din/cm}^2$ (јак звук који изазива бол у ушима);

б) $\Delta p_2 = 9 \cdot 10^{-8} \text{ din/cm}^2$ (једва чујни звук). Притисак ваздуха је нормалан.

○ 36—2. Колика је амплитуда осциловања звучног таласа у ваздуху при говору средње јачине (максимални притисак је око 9 din/cm^2) и фреквенције 400 Hz? Притисак је нормалан а температура ваздуха је 20°C .

○ 36—3. У ваздуху на температури 27°C и при нормалном притиску шири се звучни талас, чији је максимални притисак 9000 din/cm^2 (јак звук који изазива бол у ушима). Одредити температуру у месту максималног притиска.

○ 36—4. Понекада се на великим растојањима чује глас, али се речи не могу разумети. Чиме се ово објашњава?

○ 36—5. Два звука разликују се по нивоу осећаја за 1 db . Колики је: а) однос њихових интензитета? б) однос амплитуда притисака?

○ 36—6. При амплитуди притиска од 1 din/cm^2 ниво осећаја звука једнак је 60 db . Колика је амплитуда притиска за звук исте те фреквенције на прагу чујности?

○ 36—7. Звук се простире по цевима дужине $l = 50 \text{ m}$. Средњи коефицијенат апсорпције можемо узети да је $\beta = 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$. Колики је ниво осећаја звука на крају цеви, ако је у почетку једнак $L_1 = 60 \text{ db}$?

○ 36—8. На растојању 10 m од звучног извора, чије су димензије мале, ниво осећаја звука једнак је 20 db . Занемарујући слабљење звука, израчунати:

а) ниво осећаја на растојању 5 m ,

б) на ком се растојању не чује звук?

○ 36—9. Посматрач, који се налази на растојању $r_1 = 10 \text{ m}$ од звучне виљушке, приметио је ишчезавање звука звучне виљушке за $\tau = 20 \text{ sec}$ раније од посматрача који се налази на растојању $r_2 = 1 \text{ m}$. Одредити коефицијенат слабљења поменутог звучног извора.

○ 36—10. На сл.

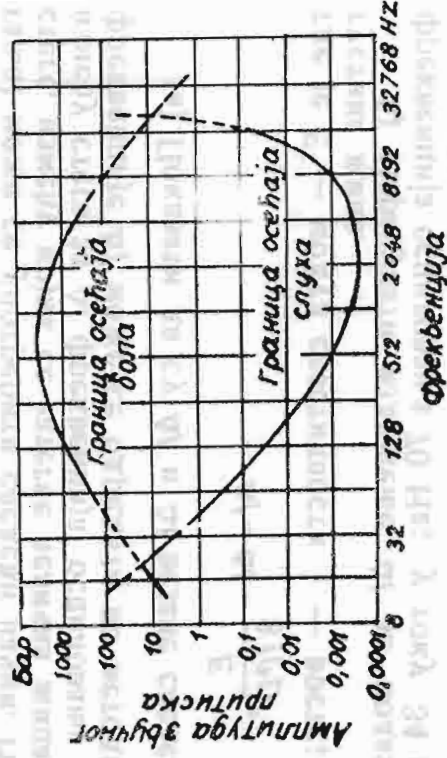
36—1 дат је дијаграм који показује својства човечјег слуха (амплитуда притиска дата је у din/cm^2). Користећи дијаграм одредити:

а) интензитет звука доње границе слуха (праг чујности) и горње границе слуха (осећај бола) за фреквенције 256 Hz и 2048 Hz ;

б) ниво осећаја звука за амплитуду притиска од 1 din/cm^2 за фреквенције 32 Hz и 2048 Hz ;

в) ниво осећаја звука звучног извора, који има снагу од 10 m вати (човечији говор) и фреквенцију 256 Hz на растојању 5 m ;

г) снагу звучног извора при нивоу осећаја звука за 50 децибела на растојању 10 m (фреквенција 1024 Hz).



Сл. 36—1

ОПТИКА, АТОМИСТИКА

§ 37. Закони осветљења

1) Јачина осветљења E за јачину светлости I на растојању r од тачкастог извора светлости при упадном углу α дата је једначином:

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}.$$

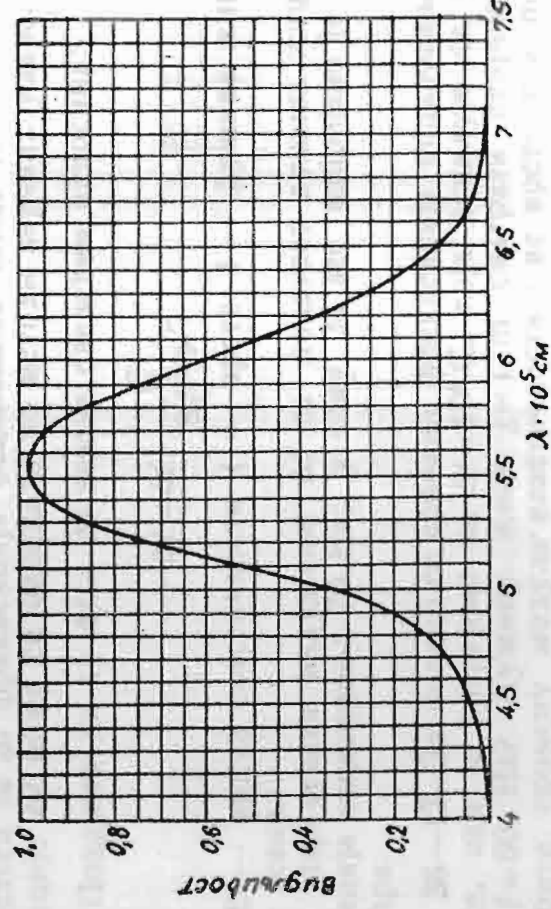
2) Веза између светлосног флукса F и средње јачине светлости I_{sr} је дата једначином:

$$F = 4\pi I_{sr}.$$

3) Осветљај R и сјајност B извора светлости дати су изразима:

$$R = \frac{\Delta F}{\Delta S}; \quad B = \frac{\Delta I}{\Delta S},$$

где је F — укупни светлосни флукс, кога зрачи површина ΔS ; ΔI — јачина светлости коју зрачи површина ΔS у нормалном правцу на њу. Ако тело зрачи по Ламбертовом закону (јачина светлости је пропорционална косинусу угла између правца зрачења и нормале) тада је $R = \pi B$.



Сл. 37—1

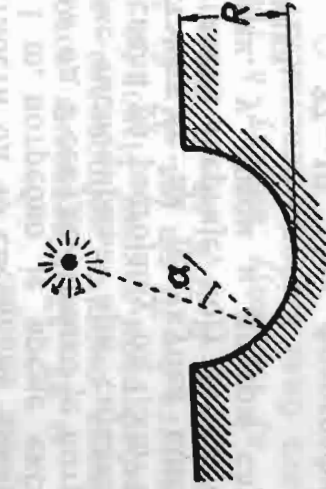
4) Светлосни флукс од једног лумена монохроматске светлости чија је таласна дужина 555 нм, има снагу 0,0016 W.

○ 37—1. На слици 37—1 приказана је крива видљивости, која даје осетљивост нормалног ока на светлост разних таласних дужина.

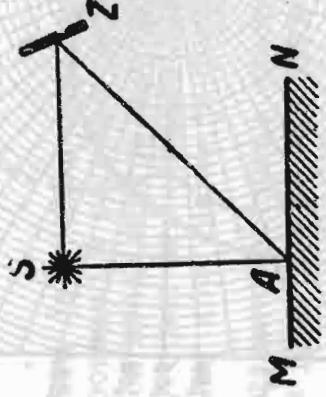
Колика је снага светлосног флуksа од 1 lm монохроматске светлости таласне дужине: а) 610 nm; б) 520 nm.

○ 37—2. Одредити јачину осветљења на растојању 4 m од извора светлости, ако је јачина светлости једнака 180 свећа и ако зраци падају под углом од 37°.

○ 37—3. Изнад полусфере налази се тачкасти извор светлости (1—50 свећа) на висини једнакој дијаметру полусфере (сл. 37—2).



Сл. 37—2



Сл. 37—3

Одредити јачину осветљења у тачки површине полусфере, на коју зраци падају под углом $\alpha = 35^\circ$. Радијус полусфере једнак је $R = 1$ m.

○ 37—4. Тачкасти извор светлости S осветљава површину MN (сл. 37—3). Колико ће се променити јачина осветљења у тачки A , у коју зраци од S падају на површину нормално, ако са стране S (светлосног извора) на растојање једнако растојању осветљене површине од S ставимо огледало Z , које одбија светлост у A ? Коефицијент одбијања узети да је 1.

○ 37—5. Светлосни рефлектор је постављен на висину од 15 m над тргом којег осветљава. У некој тачки трга јачина осветљења хоризонталне равни је 10 lx, а највећа јачина осветљења вертикалне равни је 20 lx. Одредити светлосну јачину рефлектора у правцу те тачке.

○ 37—6. Изнад хоризонталне површине MN постављени су на висини од 2 m и на растојање од 1 m један од другог два светлосна извора, који дају светлосни флуks по 300 lm сваки. Одредити јачину осветљења на површини MN : а) у тачкама испод светлосних извора; б) на средини растојања између њих.

○ 37—7. На слици 37—4 приказана је крива расподеле јачине светлости „хипотетичне“ сијалице, која даје светлосни флуks од 1000 lm, а снабдевена је светиоником (прибором за расподелу светлости) предодређеним за осветљење улица и великих радионица. У светионику је сијалица, која даје светлосни флуks од 3050 lm (200 W). Светионик је обешен на висини од 5 m изнад земље. Одредити јачину осветљења калдрме:

- а) у тачки A која се налази испод светионика;
- б) у тачки B која је удаљена 7 m од тачке A ;
- в) иста питања само за сијалицу без светионика (тачкаста линија);

2) Закон преламања светлости

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

где су α и β углови упадни и преломни; n — индекс преламања за дату таласну дужину светлости.

У задацима § 38 (изузимајући задатке 38—58, 38—59, 38—60) а такође и у табели XXXI узет је у обзир средњи индекс преламања видљиве светлости.

3) Веза између минималног угла скретања код призме e_0 и преломног угла призме ϑ дата је изразом:

$$\sin \frac{e_0 + \vartheta}{2} = n \sin \frac{\vartheta}{2}.$$

4) Скретање зрака кроз призму за мали преломни угао дата је изразом:

$$e = \vartheta (n - 1).$$

5) При пролазу параксијалног снопа светлости кроз сферну површину која дели средине са индексима преламања n_1 и n_2 , важи следећи однос:

$$n_1 \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{R} \right) = n_2 \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{R} \right),$$

где су x_1 и x_2 растојања спрегнутих тачака од сферне површине, R — њен радијус. Овде се и даље позитивним рачунају растојања отчитана у правцу простирања светлости.

6) Једначина танког сочива је:

$$-\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = D,$$

где су R_1 и R_2 радијуси сферних површина, које ограничавају сочиво, D — оптичка моћ сочива, f — жижна даљина.

7) Оптичка моћ система од два центрирана сочива, чије су оптичке моћи D_1 и D_2 , дата је изразом:

$$D = D_1 + D_2 - \Delta \cdot D_1 \cdot D_2 = -\delta \cdot D_1 \cdot D_2,$$

где је Δ — растојање од друге главне равни првог сочива до прве главне равни другог сочива; δ — оптички интервал система (растојање између друге жиже првог сочива и прве жиже другог сочива; код расипних сочива прва жижа лежи позади сочива, а друга — испред). У случају два танка сочива, која су постављена једно уз другог, ова формула даје:

$$D = D_1 + D_2.$$

8) Светлосна моћ објектива је:

$$C = D \cdot d,$$

где је d — дијаметар улазног отвора.

9) Увећање лупе:

$$N = D \cdot L,$$

где је L — даљина јасног вида (0,25 m).

10) Увећање микроскопа:

$$N = -\delta D_1 \cdot D_2 \cdot L,$$

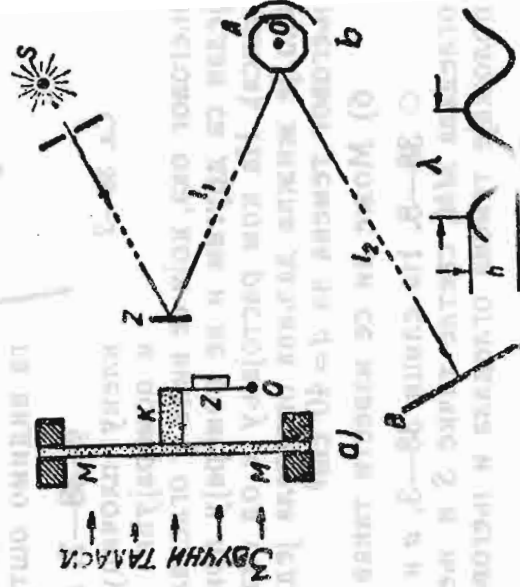
где је δ — оптички интервал микроскопа; D_1 и D_2 — оптичке моћи објектива и окулара.

11) Увећање телескопских система (овде се имају у виду инструменти код којих се други фокус објектива поклапа са првим фокусом окулара) износи:

$$N = -D_2/D_1.$$

○ 38—1. У Лебедевом прибору (сл. 38—1, а) који служи за демонстрацију звучних кривих, мембрана MM осцилује под дејством звучних таласа. Помоћу ножице K мембрана преноси осцилације на огледалце Z , и приморава га да се окреће око хоризонталне осе O (нормалној на раван цртежа).

Зрак од светлосног извора S (сл. 38—1, б) одбија сенајпре од огледалца Z , а затим од мале призме A са странама од огледала, која се окреће око вертикалне осе O , и пада на заклон BB . Захваљујући задржавању светлосног утиска, посматрач види на заклону светлу таласасту криву на тамној подлози.



Сл. 38—1

Одредити амплитуду осциловања средњег дела мембране x и фреквенцију (основну) осциловања под овим условима: у близини оног места заклона на коме зрак пада нормално на њега, растојање између суседних трбуха звучне криве једнако је $\lambda = 31$ cm; ширина криве (види сл. 38—1, б) $h = 10$ cm; растојање од осе O до ножице K једнако је $d = 5$ mm; растојање од призме A до заклона BB једнако је $l_2 = 2,5$ m; број обртаја призме је $n = 6 \text{ sec}^{-1}$, а растојање од огледала Z до призме A $l_1 = 1$ m.

○ 38—2. Мали предмет постављен је између два равна огледала, која су постављена под углом $\alpha = 32^\circ$, на растојању $r = 10$ cm: пресечне линије огледала ближе једном од огледала.

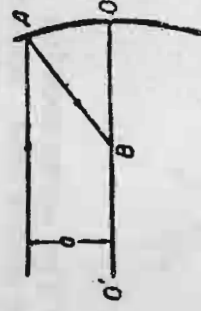
а) На ком растојању x један од другог се налазе први имагинарни ликови предмета у огледалима?

б) Како ће се поставити средина отсечка праве, која спаја два lika предмета, ако је предмет померен за $l = 2$ cm, тако да његово растојање од линије пресека огледала остане непромењено?

○ 38—3. Зрак светлости пада на једно од огледала, која заклапају диједарски угао $\alpha = 20^\circ$, паралелно равни, која дели угао на пола, под правим углом према линији пресека огледала. Како зрак иде даље? Колики ће му бити интензитет, када излази из диједарског угла, ако је његов почетни интензитет $I_0 = 10$ свећа и ако при сваком одбијању губи $r = 0,5$ од интензитета?

○ 38—4. Предмет висок 5 cm налази се на растојању 12 cm од темена издубљеног огледала, чија је жижна даљина једнака 10 cm. Одредити положај и величину lika.

○ 38—5. Светлосни зрак пада на издубљено сферно огледало чији је радиус кривине R , паралелно оптичкој оси OO' на растојању a од ње (сл. 38—2) и после одбијања пресеца оптичку осу OO' у тачки B . Наћи однос између a и R , при коме је релативна грешка, коју чинимо, узимајући $OB = 0,5 R$, једнака 1% .



Сл. 38—2

○ 38—6. Издубљено сферно огледало, чији је радиус отвора — истог реда величине као и радиус сфере, даје на заклону нејасан стваран лик. Због чега при посматрању овог lika у огледалу га видимо оштрим (мада изобличеним)?

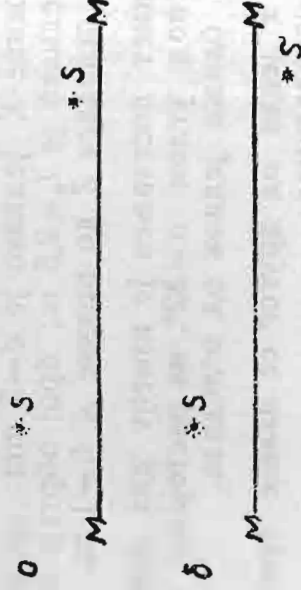
○ 38—7. а) Посматрач гледа кроз танку стаклену плочицу свој лик у испупченом огледалу и померајући плочицу добија се да се ликови његовог ока, који се виде у огледалу и у стакленој плочици, поклапају један са другим и не померају при померању главе (не постоји паралакса). На ком растојању x од ока посматрача је постављена плочица, ако је жижна даљина огледала једнака $f = -10$ cm, а око удаљено од његовог темена за $d = 40$ cm?

б) Може ли се извести такав оглед са издубљеним огледалом?

○ 38—8. На слици 38—3, а и б, показани су положаји осе сверног огледала MM , светле тачке S и њеног lika S' . Наћи конструкцијом положаје темена огледала и његовог центра за оба случаја.

○ 38—9. Колики је гранични угао при падању зрака на линију стакло—вода?

○ 38—10. Посматрач који гледа одозго кроз празан савлени левак, који се налази у води (сл. 38—4) не види предмет K , који је



Сл. 38—3

Сл. 38—4

постављен испод левка. Ако склонимо прст даје се могућност води да уђе унутар левка, предмет K ће се тада видети. Објаснити ову појаву.

⊖ 38—11. Зраци, који полазе са ма које тачке предмета који се налази у води, пролазе кроз равну границу између воде и ваздуха.

а) Доказати, да се продужеци праваца преломљених зракова у води не секу у једној тачки.

б) Да ли се секу у једној тачки продужеци зракова, који полазе из тачке и прошавши кроз планпаралелну плочу?

в) Зашто, и поред овога, кад гледамо дно базена видимо га јасно?

⊕ 38—12. Посматрач гледа предмет који лежи на дну базена. Њему се чини да се предмет налази на дубини $h=1$ m, на растојању $l=5$ m од његовог ока по правој линији. Очи посматрача се налазе на истој висини, наиме на висини $H=1,5$ m изнад површином воде. На којој дубини h_0 лежи предмет?

⊕ 38—13. Човек посматра свој лик у огледалу, које је постављено на дно суда напуњено водом. На ком растојању од ока се налази имагинарни лик овог ока у огледалу, ако се око налази на висини $h_1=5$ cm од нивоа воде, а огледало на растојању $h_2=8$ cm испод нивоа воде?

⊖ 38—14. Кроз воду путују два паралелна зрака 1 и 2 (сл. 38—5). Зрак 1 непосредно прелази у ваздух а зрак 2 пролази кроз хоризонталну планпаралелну плочицу од стакла.

а) Хоће ли бити зраци 1 и 2 паралелни по преласку у ваздух?

б) Да ли ће у ваздух прећи зрак 2, ако се зрак 1 тотално рефлектује?

⊖ 38—15. Зрак пада на равну стаклену плочицу дебљине 3 cm под углом 70° . Одредити скретање зрака унутар плочице.

⊖ 38—16. Оглед показује, да се при окретању призме добија један минимум скретања светлосног зрака. Полазећи од својства рефракције светлосних зракова, треба показати да минимум скретања постоји у случају симетричног положаја (према бисектрици преломног угла призме) упадног и преломног зрака код призме.

⊖ 38—17. При посматрању предмета кроз призму најбоља оштрина се добија при минимуму скретања зракова. Зашто?

⊖ 38—18. Ако прислонимо призму на око, видећемо кроз њу праве линије, паралелне ивици призме у облику лука. Објаснити појаву.

⊖ 38—19. Колики је преломни угао стаклене призме, чији је угао минималног скретања једнак преломном углу?

⊕ 38—20. Пуна стаклена равнострана призма налази се у води. Одредити угао максималног скретања. Објаснити решење цртежом.

⊖ 38—21. Ако имамо две једнаке призме са преломним угловима α , које дају угао минималног скретања ϵ_0 . Како треба да их поставимо да би зрак пролазећи кроз призме у свакој од њих скренуо за ϵ_0 ?



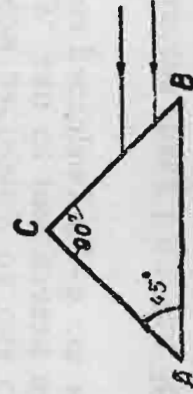
Сл. 38—5

38—22. Призма, чији је преломни угао 50° даје угао мини малног скретања 35° . Колики ће бити угао минималног скретања, ако ову призму ставимо у воду?

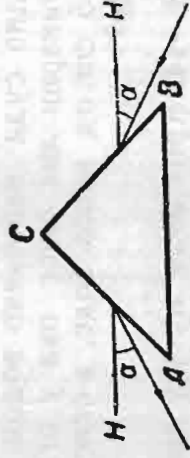
38—23. За добијање пројекција огледа, помоћу пројекционог апарата, у правом α не у изврнутом облику, употребљавају се призме, чији је угао преламања 90° .

а) Нацртати, како иду кроз призму и ван ње два зрака који су ишли до уласка у призму паралелно страни AB (сл. 38—6). Да ли ће се променити растојање између зракова? Да ли су једнаке дужине првог и другог зрака кроз призму?

б) Показати, да зрак који је ишао до призме под углом α према равни AB , после проласка кроз призму образује са равни AB угао $-\alpha$ (сл. 38—7).



Сл. 38—6



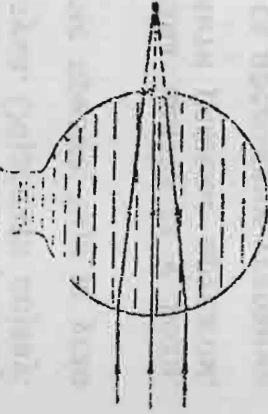
Сл. 38—7

38—24. Под којим условима зрак, који пада на прву страну стаклене призме у равни нормалној на ивицу преломног угла ϑ , пролази кроз другу страну? Расматрати случајеве: а) $\vartheta \geq 2\beta_0$ (β_0 је гранични угао за стакло); б) $\vartheta = \beta_0$; в) $\vartheta < \beta_0$. Објаснити одговоре цртежима.

38—25. Хало, тј. светли кругови око Сунца (или Месеца) који се виде у хладним данима, јавља се као резултат преламања светлости кроз кристале леда, уздигнутих у ваздуху а који имају облик шестостраних призама. Угаони радиуси кругова 22° и 46° одговарају угловима минималног скретања зракова, који полазе са Сунца. Које стране ледених призама образују преломне углове, који одговарају овим круговима?

38—26. У којим границама можемо мењати угао скретања, који може дати стаклена призма преломног угла $\vartheta = 60^\circ$?

38—27. На сферну боцу танких зидова напуњену течношћу пада сноп паралелних светлосних зракова. Дијаметар попречног пресека снопа је знатно мањи од дијаметра боце.



Сл. 38—8

Са друге стране боце светлосни сноп осветљава кружић чији је дијаметар два пута мањи од дијаметра снопа који пада на боцу (сл. 38—8). Колики је индекс преламања течности у боци?

38—28. Колика је жижна даљина танког двогубоискупљеног сочива, начињеног од стакла, ако су радиуси његових површина једнаки $R_1 = R_2 = 13 \text{ cm}$?

38—29. На слици 38—9 приказани су пресеци два несиметрична стаклена сочива. Одредити им оптичке моћи, ако су за прво сочиво

$d_1 = 40$ mm, $b_1 = 5$ mm, $c_1 = 3$ mm, а за друго сочиво: $d_2 = 40$ mm, $b_2 = 1,5$ mm, $c_2 = 3$ mm. Сочива сматрати танким.

○ 38—30. Оптичка моћ танког стакленог сочива у ваздуху је 5,5 диоптрија. Колика је оптичка моћ тог истог сочива када се налази у води?

○ 38—31. Танко стаклено сочиво има оптичку моћ +5 диоптрија. То исто сочиво потопљено у течност, дејствује као сочиво оптичке моћи од -1 диоптрије. Одредити индекс преламања течности.

○ 38—32. Танко равно издубљено сочиво спуштено је у воду у хоризонталном положају са издубљеном површином на доле, тако да је простор испод њега испуњен ваздухом (сл. 38—10). Радијус издубљене површине износи $R = 15$ cm. Колика је жижна даљина (f) оваког система?

○ 38—33. Хоризонтално постављено издубљено огледало напуњено је водом (сл. 38—11). Радијус огледала је $R = 60$ cm. Колика је



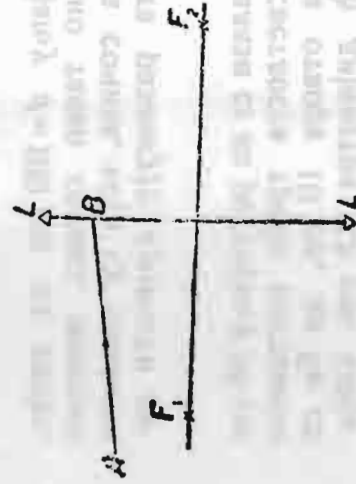
Сл. 38—10



Сл. 38—11

жижна даљина таквог система? Највећа дубина воде у огледалу је мала у односу на радиус сфере.

○ 38—34. На слици 38—12 приказани су положаји танког сабирног сочива LL и његових жижа F_1 и F_2 . Наћи конструисањем ход произвољног зрака AB после пролаза кроз сочиво.



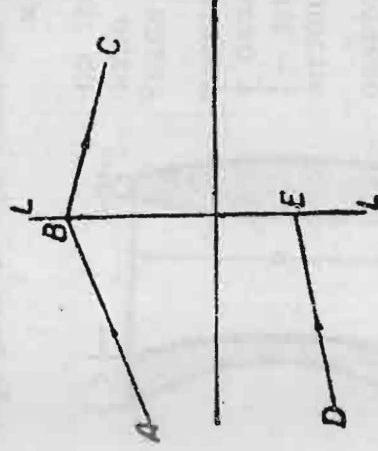
Сл. 38—12



Сл. 38—13

○ 38—35. На слици 38—13 а и б, показани су положаји оптичке осе MM танког сочива, светле тачке S и њеног lika S' . Наћи конструисањем положаје центра сочива и његових жижа за оба случаја.

○ 38—36. На слици 38—14 приказани су положаји оптичке осе танког сочива LL и ход зрака ABC који пролази кроз сочиво. Наћи конструкцијом ход произвољног зрака DE кроз сочиво.



Сл. 38—14

⊗ 38—37. Да бисмо одредили положај лика тачке S_1 , која лежи на главној оптичкој оси танког сабирног сочива, учинићемо следеће конструкције: из оптичког центра сочива O повуцимо нормалу на осу и нанесимо на њу жижну даљину сочива $OA = f$ (сл. 38—15). Затим из тачке O повуцимо праву OK под углом од 45° према оси. Из тачке B , која је пресек продужетка S_1A и праве OK , повуцимо нормалу на осу. Оваквог конструкција: а) за тачке исправност које леже између жиже и сочива.

○ 38—38. Дијапозитив има димензије $8 \times 8 \text{ cm}^2$. Одредити оптичку моћ сабирног сочива, које може служити као објектив пројекционог апарата, ако лик дијапозитива на заклону има димензије $2 \times 2 \text{ cm}^2$. Растојање од објектива до заклоне је 4 m .

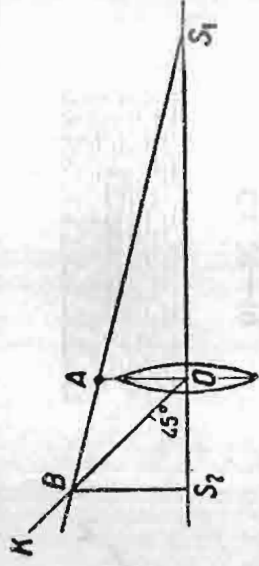
⊖ 38—39. Лик предмета на мат стаклу фотоапарата на растојању 15 m висок је $60,6 \text{ mm}$, а на растојању од 9 m висок је $101,6 \text{ mm}$. Наћи жижну даљину објектива.

⊗ 38—40. Предмет се налази на растојању 90 cm од заклоне. Између предмета и заклоне помера се сочиво, при чему се у једном положају сочива на заклону добија увећан лик, а у другом умањен. Колика је жижна даљина сочива, ако су линеарне димензије првог лика 4 пута веће од димензија другог?

⊖ 38—41. Заклон се налази на растојању $d = 100 \text{ cm}$ од свеће. Стављајући између свеће и заклоне сабирно танко сочиво, можемо добити лик свеће на заклону за 2 положаја сочива, који су удаљени за растојање $b = 20 \text{ cm}$. За колико се пута разликују сјајности ликова свеће?

⊕ 38—42. Тачкасти извор светлости налази се на растојању 95 cm од заклоне. На ком растојању од извора светлости треба поставити сочиво жижне даљине $+16 \text{ cm}$ и дијаметра отвора 10 cm , да би се добио на заклону сјајно осветљен кружић дијаметра $2,5 \text{ cm}$. Објаснити одговор цртежом.

⊖ 38—43. Сунчани зраци падају нормално на заклон и осветљавају га са 10.000 lx . Испред екрана поставе се: а) сочиво оптичке моћи $+5$ диоптрија на растојање 60 cm ; б) сочиво оптичке моћи



Сл. 38—15

—2 диоптрије на растојање 20 см. Одредити у оба случаја средњу јачину осветљења заклона у сенци од сочива и у светлом кругу око сенке. Губитке светлости у сочивима занемарити.

○ 38—44. Сунчеви зраци осветљавају хартију. Колико ће се променити јачина осветљења хартије, ако на њој помоћу сочива оптичке моћи од 4 диоптрије и дијаметра отвора 6 см, добијемо лик Сунца?

○ 38—45. Фотограф снима човека у белом оделу. Колика је јачина осветљења фотоплоче у апарату, на месту где се налази лик човека, при следећим условима. Јачина осветљености човека једнака је 1000 lx (облачан дан). Коefицијент одбијања беле материје једнак је 0,8. Светлосна јачина објектива фотографског апарата је 1:4,5. Губитак светлости у објективу износи 10%.

○ 38—46. При којим условима је оптичка моћ центрiranог система од два сочива позитивна, при којим негативна, а при којим је једнака нули? Размотрити случајеве:

- а) оба сочива сабирна;
- б) прво је сабирно, а друго расипно сочиво;
- в) прво је расипно, а друго сабирно;
- г) оба сочива расипна.

Објаснити резултате цртањем хода зракова.

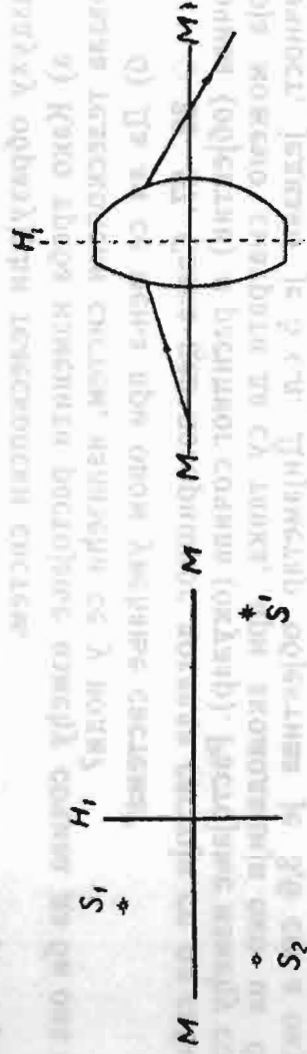
○ 38—47. Како треба поставити два танка сочива оптичких моћи од +5 диоптрија, да би оптичка моћ система била једнака 8 диоптрија?

○ 38—48. Светлосни зраци пролазе кроз сабирно сочиво ($D = +5$ диоптрија), одбијају се од равнoг огледала, које се налази иза сочива, и поново пролазе кроз сочиво. Колика је оптичка моћ таквог система, ако је одбијајућа површина огледала удаљена од друге главне равни сочива M за 6 см?

○ 38—49. На слици 38—16 приказана је оптичка оса MM и прва жижа F_1 дебелог сабирног сочива, а такође и две спрегнуте тачке S и S' . Наћи конструкцијом положаје главних равни и друге жиже сочива.



Сл. 38—16.



Сл. 38—17

Сл. 38—18

○ 38—50. На слици 38—17 приказана је оптичка оса дебелог сабирног сочива MM , прва главна равна H_1 и две спрегнуте тачке S_1 и S_2 . Конструисати тачку, спрегнуту са произвољном тачком S_2 .

○ 38—51. На слици 38—18 приказан је положај оптичке осе MM дебелог сочина, његове прве главне равни H_1 и ход некога зрака до и после сочива. Наћи конструисањем жиже сочива.

○ 38—52. а) Колика је жижна даљина луле, чије је увећање 2,5 пута?

б) Колико увећање даје ова лупа, ако је посматрач намери не- посредно близу ока и посматра кроз њу лик своје зенице у равном огледалу?

○ 38—53. Микроскопу су додати објективи и окулари следећих података:

Објективи.

№	жижна даљина	бројна апертура
1	18 mm	0,20
2	4,3 mm	0,65

Окулари.

№	жижна даљина
A	36 mm
B	17 mm

а) Ако утврдимо тубус микроскопа на механичку дужину од 16 cm, то при објективу № 1 и окулару А микроскоп даје увећање 56 пута, а при објективу № 2 и окулару В — 600 пута. Израчунати код оба случаја оптичке интервале микроскопа. Зашто они нису једнаки међу собом?

б) Колико ће бити увећања микроскопа са истим објективима и окуларима, ако је механичка дужина тубуса утврђена на 18 cm?

○ 38—54. Жижна даљина објектива једног од рефрактометра у Пулкову износи 14,1 m. Колико је увећање овог рефрактора, при коришћењу окулара жижне даљине од 2,5 cm?

○ 38—55. Растојање између два танка сочива који сачињавају телескопски систем, износи 12 cm а увећање им је једнако —5. Колика ће бити оптичка моћ система истих сочива, ако се поставе једно уз друго?

○ 38—56. Два стаклена сочива налазе се на неком растојању у ваздуху образујући телескопски систем.

а) Како треба изменити растојање између сочива да би она обра- зовала телескопски систем, налазећи се у води?

б) Да ли се мења при овом увећање система?

○ 38—57. Свака цев позоришног догледа састоји се од сабирног сочива (објектив) и расипног сочива (окулар). Растојање између сочива, која можемо сматрати да су танка, при акомодацији око на беско- начност, једнако је 5 c.m. Дијаметар објектива је 3,6 cm а окулара 1,2 cm. Увећање догледа је 2,5 гута.

а) Шта ће се добити, ако посматрамо кроз објектив догледа обрнувши окулар према објекту?

б) Колике су оптичке моћи објектива и окулара?

в) Шта више ограничава снап зракова који пролазе кроз доглед — оквир објектива или окулара?

○ 38—58. На заклону је добијен непрекидан спектар (помоћу пукотине, која је осветљена електричним луком, објектива и призме). Шта ће се добити ако се ширина пукотине постепено повећава?

○ 38—59. Шта види посматрач који посматра кроз стаклену призму црну црту на белој хартији? Ово цртежом објаснити.

○ 38—60. Помоћу објектива и стаклене призме преломног угла од 60° на заклону је добијен обојен лик пукотине (спектар). Колика је ширина спектра при овим условима: зраци падају на призму под углом од 49° ; заклон се налази на растојању 3 m од објектива; индекс преламања стакла за крајње црвене и љубичасте зраке једнак је $1,505$ и $1,525$? Ширину пукотине можемо занемарити.

○ 38—61. Индекс преламања стакла за крајње црвене зраке спектра једнак је $n_1 = 1,510$, а за крајње љубичаста $n_2 = 1,531$. Одредити растојање између жижа за црвене и љубичасте зраке двоуглобиспуп-ченог сочива радијуса кривине $R_1 = R_2 = 15\text{ cm}$.

§ 39. Таласна природа светлости

1) Растојање x између пруга интерференције на заклону, који се налази на растојању l од два кохерентна светлосна извора, који су удаљени један од другог за растојање d , при услову да је l много веће од d , једнако је:

$$x = \lambda \frac{l}{d},$$

где је λ — таласна дужина светлости.

2) Сматра се да светлосни извор коначних димензија (на пример, пукотина иза које се налази светлосни извор), даје на заклону погодну за посматрање интерференциону слику, ако су интерференционе слике, које су образоване са крајњих тачака извора, померене једна према другој мање од $0,5$ растојања између интерференционих пруга. На основу овога за посматрање интерференционе слике неопходно је испуњавање следећих услова: линеарне димензије светлосног извора (на пример ширина пукотине b) мора да задовољава однос:

$$b < \frac{\lambda}{4 \sin u},$$

где је u — половина угла отвора снопа зракова, који полазе са ма које тачке извора а учествују у стварању интерференционе слике.

3) Број таласних дужина које се садрже у путној разлици зракова, одбијених од две површине танке плочице под углом α око које се налази са обе стране иста средина једнак је:

$$\nu = \frac{2d}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{1}{2}.$$

4) Односи углова скретања φ од нормале за главне максимуме, које даје дифракциона решетка при нормалном падању светлости на решетку су:

$$c \cdot \sin \varphi = k\lambda \quad (k=0; 1; 2; \dots),$$

где је k — ред спектра, c — константа решетке. Ако зраци падају на решетку под углом α онда важи однос:

$$c (\sin \varphi - \sin \alpha) = k\lambda.$$

5) Брег — Вулфов закон за одбијање Рентгенових зракова од кристала гласи:

$$k\lambda = 2d \sin \Theta,$$

где је λ — таласна дужина; k — ред спектра; d — константа кристалне решетке; Θ — угао између правца одбијеног зрака и стране кристала.

6) Моћ разлагања дифракционе решетке је:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где је N — општи број зареза дифракционе решетке.

7) Моћ разлагања оптичког прибора одређена је односом:

$$d > \frac{\lambda}{2n \sin u},$$

где је d — најмање растојање између два зареза на објекту, која се разликују при посматрању кроз прибор; n — индекс преламања средине која испуњава простор од објекта до прибора; u — полуугао отвора зракова, који полазе са тачака објекта и падају на прибор.

8) Потпуна поларизација светлости, одбијене од диелектрика дешава се при упадном углу Φ , који задовољава однос:

$$\operatorname{tg} \Phi = n.$$

9) Интензитет светлости I , који пролази кроз поларизатор и анализатор, чије равни поларизације захватају угао α је:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где је I_0 — интензитет поларизоване светлости, која пада на анализатор.

10) Угао обртања равни поларизације износи:

$$\varphi = \alpha \cdot d,$$

где је α — константа обртања, која зависи од природематерије и таласне дужине светлости; d — дужина светлосног зрака у материји. За растворе угао обртања се одређује односом:

$$\varphi = [\alpha] d \cdot c,$$

где је $[\alpha]$ —константа обртања; d —дужина пута светлости у раствору и c —концентрација активне материје (број грама активне материје у 1 cm³ раствора).

11) Веза групне (u) и фазне (v) брзине светлости дата је односом:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

⊖ 39—1. Таласна дужина црвене светлости у води једнака је таласној дужини зелене светлости у ваздуху. Вода је осветљена црвеном светлошћу. Коју боју види при овој светлости човек, отворивши очи у води?

⊖ 39—2. Светлосни зрак прелази од тачке A у једној средини до тачке B у другој средини, при чему се у тачки C равној граници ових средина прелама. Показати да се у путу ACB садржи мањи број таласних дужина, него на путу из тачке A у тачку B , пролазећи преко ма које друге тачке D на граници између средина.

⊖ 39—3. При добијању интерференције помоћу Френелових огледала на делу заклона који се налази према средини растојања између имагинарних светлосних извора добија се светла пруга. При добијању интерференције помоћу једног огледала интерферишу зраци, који иду од светлосног извора S и од његовог lika S_1 у огледалу (сл. 39—1). При овом се на заклону AB према средини растојања између S и S_1 добија тамна пруга. Чиме се објашњава ова разлика?

⊖ 39—4. Угао између Френелових огледала једнак је $\alpha = 10'$. На огледала пада светлост са пукотине, која се налази на растојању $r = 10$ cm од линије пресека огледала. Таласна дужина светлости једнака је $\lambda = 0,6 \mu$. Одбијена светлост од огледала даје интерференциону слику на заклону удаљеном за растојање $L = 270$ cm од огледала.

а) Колико је растојање између интерференционих пруга на заклону?

б) Шта ће се десити са интерференционом сликом на заклону, ако се пукотина помери за 2 mm у оном правцу у коме се њено растојање од линије пресека огледала не промени?

в) Шта ће се десити са сликом на заклону, ако се растојање пукотине од линије пресека огледала удвостручи?

г) Показати правилност односа 2):

$$b < \frac{\lambda}{4 \sin u}$$

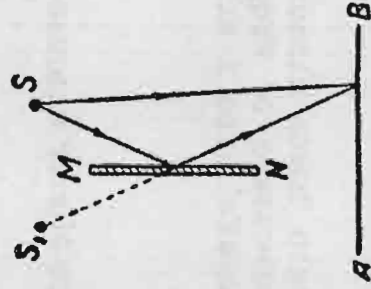
као услова видљивости интерференционе слике, добијене помоћу Френелових огледала.

д) Одредити највећу ширину пукотине, при којој се интерференциона слика може још посматрати.

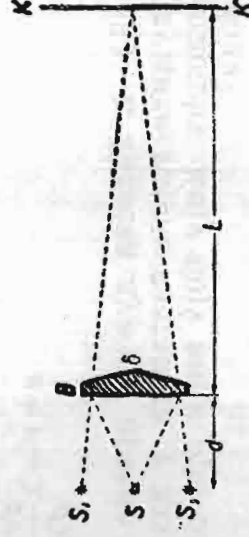
е) Колико је могуће видети интерференционих пруга на заклону?

Напомена. Претходно треба решити задатак 38—2.

⊖ 39—5. На сл. 39—2 приказана је схема огледа са Френеловом биризмом. Зраци од светлосног извора S (осветљена пукотина) пролазе кроз биризму B и дају на заклону KK интерференциону слику.

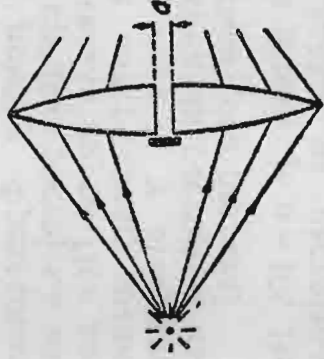


Сл. 39—1



Сл. 39—2

Колики је тупи угао δ биризме, ако при растојању $d = 50$ cm од пукоetine до биризме и при растојању $L = 450$ cm од биризме до заклоне интерференционе пруге натриумове светлости ($\lambda = 590$ nm) су удаљене једна од друге за $x = 1,1$ mm? Индекс преламања дате врсте стакла (лаки флинт) за $\lambda = 690$ nm једнак је $n = 1,578$.



Сл. 39—3

⊖ 39—6. Зраци од светлосног извора (усијане нити) пролазе кроз расечено на две половине сочиво. При овом се на заклону добијају интерференционе пруге.

а) Објаснити њихово порекло.

б) Одредити растојање између тамних интерференционих пруга при овим подацима: нити се налази на растојању $a = 20$ cm од расеченог сочива; жијна даљина сочива је $f = 10$ cm; половине сочива су размакнуте за растојање $d = 1$ mm; заклон се налази на растојању $l = 450$ cm од сочива; таласна дужина је $\lambda = 500$ nm.

в) Шта ће се видети ако се на пут зракова поставе полазачи који поларизују светлост која је прошла кроз две половине сочива у узајамно нормалним правцима?

г) Колики треба да буде дијаметар нити да би се добила интерференциона слика?

⊖ 39—7. а) Колика је дебљина опне сапунског мехура, ако се посматрана у одбијеној светлости показује као зелена ($\lambda = 500$ nm), и када је угао између нормале и зрака виђења једнак $\alpha = 35^\circ$? Индекс преламања сапунице узети $n = 1,33$.

б) У којој ће се боји показати опна мехура, ако се посматра под углом $\alpha = 0^\circ$?

⊖ 39—8. а) На лику натриумовог пламена ($\lambda = 589$ nm) посматраног кроз вертикалну сапунску опну виде се тамне хоризонталне пруге при чему се, ако се око посматрача налази на нивоу опне, на висини $h = 3$ cm виде $N = 6$ пруга. Индекс преламања сапунице је $n = 1,33$. Колики је угао између површина опни?

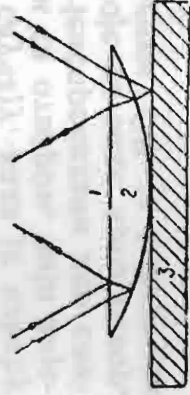
б) Колика је максимална дебелина dm опне, кроз коју се може посматрати интерференциона слика, ако су око посматрача, пламен и опна постављени у једној вертикалној равни, а светлост пада на опну под углом $\alpha = 45^\circ$. Пламен је удаљен од посматраног места опне за растојање $a = 30$ cm, висина пламена $b = 3$ cm.

⊖ 39—9. Између крајева две шлифоване стаклене плочице стављено је парче цигарет-папира (сл. 39—4). Два супротна краја плочица се сасвим додирују. Одредити број N интерференционих пруга, које се виде на јединици дужине плочица, ако се лик натриумовог пламена ($\lambda = 589$ nm) посматра као што је показано на слици. Дебелина цигарет-папира је $d = 0,05$ mm; дужина плочица је $l = 10$ cm; упадни угао зракова је $\alpha = 60^\circ$.



Сл. 39—4

⊖ 39—10. На слици 39—5 показан је распоред сочива и плочице код огледа за посматрање Њутоних прстенова у одбијеној светлости. Светлост се може одбити од следећих површина: од горње површине сочива (1), од испупчене доње површине сочива (2) и од равне површине тамног стакла (3). Зашто се при решавању појаве узима у обзир могућност интерференције зракова, одбијених од прве и друге површине?



Сл. 39—5

⊖ 39—11. а) Сабирно сочиво постављено је на равну стаклену плочицу, при чему услед падања прашице између сочива и плочице нема додира (сл. 39—6). Дијаметри 5-ог и 6-ог тамног Њутоновог прстена посматраних у одбијеној натриумовој светлости $\lambda = 589$ nm, једнаки су $0,72$ mm и $0,84$ mm. Одредити радиус кривине површине сочива и растојање између сочива и плочице.



Сл. 39—6

б) Колики ће бити дијаметар ових тамних Њутоних прстенова, ако је простор између сочива и равне плочице напуњен водом?

⊖ 39—12. Стаклено симетрично двогубо испупчено сочиво стављено је са истим таквим двогубо издубљеним сочивом при чему обијени систем има оптичку моћ $D = 0,25$ диоптрија. Међу сочивима некој тачки постоји додир, око кога се види у одбијеној светлости интерференциона слика. Одредити радиус петог тамног прстена ($k = 5$) ако је таласна дужина $0,6$ μ .

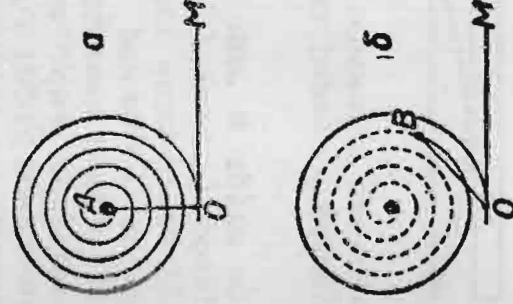
⊖ 39—13. Посматрач обрачунава ширину 10 Њутоних прстенова удаљених од њиховог центра. Та ширина износи $0,7$ mm. Ширина следећих 10 прстена износи $0,4$ mm. Посматрање се врши у одбијеној светлости таласне дужине 589 nm. Одредити радиус кривине површине сочива.

⊖ 39—14. а) Какав ће бити облик интерференционих пруга, ако цилиндрично сабирно сочиво поставимо на равну стаклену плочицу?

б) Какав ће бити облик интерференционих пруга, ако ставимо два цилиндрична сабирна сочива, тако да њихове изводнице заклапају прав угао?

○ 39—15. Натриумов спектар састоји се од две линије таласних дужина $\lambda_1 = 589,00$ nm и $\lambda_2 = 589,59$ nm. Који је по реду тамни Њутнов прстен који одговара једној од ових линија који се поклапа са следећим по реду тамним прстеном који одговара другој линији? Посматрање се врши у одбијеној светлости.

○ 39—16. На слици 39—7, а приказан је дијаграм амплитуда осциловања које су стигле од светле тачке S до неке тачке K . Свака половина навојка спирале одговара једној Френеловој зони. Права OM показује фазу осциловања, које је дошло од светле тачке до тачке K по правој. Отсечак OA показује амплитуду осциловања, које је дошло до тачке K при потпуном отсуству препрека између S и K . На сл. 39—7, б показан је дијаграм који одговара случају, када је између светлосног извора и тачке K постављен заклон са отвором, чији дијаметар одговара 2,4 првих Френелових зона. Неиспрекидани део спирале одговара зонама, које се виде кроз отвор, а испрекидани — покривеним. OB је амплитуда осциловања у тачки K .



Сл. 39—7

а) Нацртати сличне дијаграме за случајеве, када препрека покрива све Френелове зоне, осим: 1) прву Френелову зону; 2) две прве зоне; 3) три и по првих зона. (Спиралу треба приближно репродуковати).

б) Показати да је при отсуству препрека интензитет светлости (јачина осветљења) у тачки K приближно за 4 пута мања од интензитета светлости, која је прошла кроз отвор, који пропушта само прву Френелову зону.

в) Показати да је интензитет светлости која је прошла кроз отвор, који пропушта само половину прве зоне приближно два пута већи од интензитета при потпуном отсуству препреке.

г) Нацртати дијаграм који одговара случају када су прве 1,5 зоне заклоњене округлим диском.

д) Нацртати дијаграм који одговара случају када светлост пролази кроз прстенасти отвор, који открива трећу и четврту зону.

е) Нацртати дијаграм који одговара случају када су 3-ћа и 4-та зона заклоњене непрозрачним прстеном.

○ 39—17. Тачкасти извор светлости S зрачи светлост таласне дужине $\lambda = 5500$ Å и осветљава заклон постављен на растојање $l = 11$ m од S . Између светлосног извора и заклона на растојању $a = 5$ m од заклона постављен је ширм са кружним отвором чији је дијаметар $d = 4,2$ mm. Да ли је јачина осветљења у центру добијене дифракционе слике већа или мања него она која би се добила ако се ширм уклони.

○ 39—18. Каква је улога сочива код огледа са дифракционом решетком?

○ 39—19. Светлосни зраци падају нормално на страну стаклене дифракционе решетке, на коју су нанесени зарези, а с друге стране решетке врши се посматрање добијеног спектра и мерење таласних дужина. Зраци се дифрактују у стаклу, пролазећи кроз стаклену плочу и излазе у ваздух. Следи ли одавде да је измерена таласна дужина у стаклу?



Сл. 39—8

○ 39—20. На сл. 39—8 шематски је приказан пресек стаклене дифракционе решетке на коју су нанесени зарези у виду каналића *bbb*. Која је улога светлости која пролази кроз неогребена места *aaa*, а која кроз каналиће *bbb*?

○ 39—21. На дифракциону решетку нормално пада светлост од натриумовог пламена ($\lambda = 589$ нм). При овом за спектар трећег реда добија се угао скретања од $10^{\circ}11'$. Колика је таласна дужина, за коју је угао скретања другог реда $6^{\circ}16'$?

○ 39—22. а) На дифракциону решетку која има 50 зареза на 1 нм, пада нормално паралелни сноп беле светлости. Колика је разлика углова скретања краја првог и почетка другог спектра? Таласне дужине крајњих црвених и крајњих љубичастих таласа узети да су 760 нм и 400 нм.

б) Колика је разлика углова скретања краја друг и почетка првог спектра?

○ 39—23. На решетку са константом $s = 0,006$ нм пада монохроматична светлост. Угао између спектра 1-вог и 2-гог реда једнак је $4^{\circ}36'$. Одредити таласну дужину светлости.

○ 39—24. Одредити највиши ред натриумовог спектра ($\lambda = 590$ нм) који се може добити помоћу дифракционе решетке која има 500 зареза на 1 нм? а) При нормалном падању светлости на решетку? б) Ако светлост пада под углом од 30° ?

○ 39—25. Ако се посматра кроз дифракциону решетку на удаљену сијалицу, може се видети дифракциона слика. Објаснити све појаве које се посматрају, ако се решетка постави испред ока и: а) окреће око осе која пролази кроз њену средину а нормална је на раван решетке; б) помера трансляторно нормално на правац око — сијалица као и дуж те праве; в) окреће око осе која пролази кроз раван решетке а паралелна је са зарезима на решетци; г) окреће око осе која пролази кроз раван решетке а нормална је на зарезе решетке.

○ 39—26. Две оптичке средине које имају индексе преламања n_1 и n_2 границе се равном површином на коју су нанесени зарези који образују дифракциону решетку са константом s . Показати да при таласној дужини, која задовољава однос

$$\lambda > (n_1 + n_2)s,$$

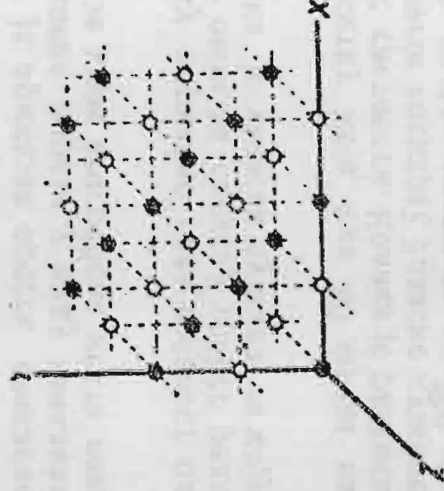
светлосни зраци пролазе кроз такву нарезану површину као и кроз глатку.

○ 39—27. На стаклену плочу су нанесени на обе стране зарези, који образују дифракциону решетку. На плочу пада нормално мо-

нохроматична светлост. Чиме се разликује дејство на светлост овакве плочице у односу на стаклену плочицу исте дебљине, на коју су зарези нанешени само са једне стране? Расмотрити два случаја:

- а) дебљина плочице је знатно већа од константе решетке;
- б) дебљина плочице једнака је константи решетке.

⊖ 39—28. Рентгенски зраци са палатијумове антикатоде падају на страну (100) кристала натријумхлорида и одбијају се под углом од $5^{\circ}9'$. а) Одредити таласну дужину упадног зрачења, знајући да решетка натријумхлорида има облик показан на слици 39—9, на којој бели кружићи одговарају позитивним јонима натријума, а црни — хлора. (Страна 100 је паралелна равни YZ).



Сл. 39—9

б) Под којим углом треба да буде одбијање првог реда за страну (110)? (Ова страна паралелна је осима X и Y).

в) За страну (111) (тј. за страну која отсеца од оса X , Y и Z једнаке отсечке) одбијање се добија под углом $5^{\circ}2'$ при чему је прво и треће одбијање слабо а друго и четврто јако. Објаснити ово.

○ 39—29. Колика треба да буде дужина дифракционе решетке која има 50 зареза на 1 mm да би у спектру другог реда разложила две натријумове линије 5800 Å и 5896 Å?

○ 39—30. Човек посматра дифракциони спектар помоћу решетке која је намештена испред његовог ока. Дужина решетке превазилази дијаметар зенице ока. Како се мења моћ разлагања решетке при њеном окретању око осе која се поклапа са зарезима?

○ 39—31. Дијаметар зенице човечјег ока може се мењати од 2 до 8 mm. Чиме се објашњава да се максимум оштрине вида налази при дијамеру зенице од 3—4 mm?

○ 39—32. Нормално човечије око може да види на растојању од 10 m раздвојена два паралелна зареза на белој хартији, који су удаљени један од другог за 3 mm. При оштром виду растојање између одвојено видљивих зареза смањује се до 2 mm. Одговарају ли ови подаци раздвојној способности ока израчунатој по формули

$$b > \frac{\lambda}{2 \sin u}.$$

При рачунању узети да је дијаметар зенице једнак 3 mm, а таласна дужина светлости 6000 Å.

○ 39—33. Претпоставимо, да је дијаметар зенице при посматрању кроз призматични доглед, који 8-пута увећава, једнак 5 mm. Колики треба да буде дијаметар оквира објектива да би повећање раздвојне

моћи добијене коришћењем догледа у односу на „ненаоружано“ око било такође 8-пута?

○ **39—34.** Најмањи видни угао при којем нормално око види одвојено два зареза једнак је $1'$.

а) Колико је најмање растојање које може разликовати нормално око на растојању јаснога вида (25 cm)?

б) Колико је најмање растојање између два зареза могуће разликовати, ако се користи микроскоп са објективима описаним у задатку 38—53? Таласна дужина светлости једнака је $5500 \text{ \AA}$.

в) Колико се пута увећава при овом раздвојна моћ у односу на „ненаоружано“ око које посматра на даљини јасног вида (25 cm)?

○ **39—35.** Одредити коефицијенат преламања у следећим случајевима:

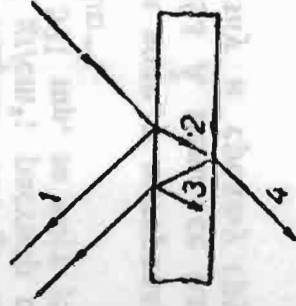
а) За непровидни емајл чији је угао тоталне поларизације при одбијању једнак 58° .

б) За прозрачне материје чији је угао тоталне поларизације (при падању светлости споља) једнак граничном углу (најмањем углу, при којем се добија тотална рефлексија).

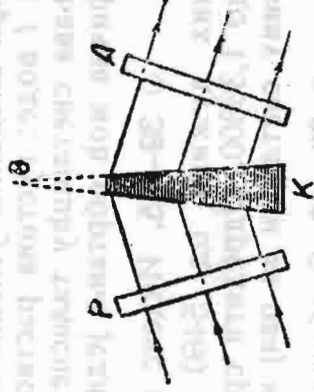
○ **39—36.** Наћи угао тоталне поларизације при одбијању од границе стакло—вода.

○ **39—37.** Колики мора бити преломни угао стаклене призме да би упадни и преломни углови зрака из призме били углови тоталне поларизације? Колики је при овом преломном углу угао минималног скретања?

○ **39—38.** Природни светлосни зрак пада на планпаралелну стаклену плочицу. Упадни угао једнак је углу тоталне поларизације. При овом упадном углу на стакло интензитет одбијеног зрака сачињава око 0,1 од интензитета упадне природне светлости. Одредити интензитет природних и поларизованих светлосних зракова обележених на слици 39—10, узимајући интензитет упадног зрака за јединицу. Апсорпцију светлости у плочици занемарити.



Сл. 39—10



Сл. 39—11

○ **39—39.** Светлосни зрак пада на танку плочицу дајући појаву интерференције. Нека је упадни угао светлости угао потпуне поларизације. Како се ово одражава на интерференционе појаве?

○ 39—40. Нека је апсорпција светлости у Николовој призми таква, да највећа јачина поларизоване светлости, која пролази кроз Николову призму износи 90% поларизоване светлости која пада на њу:

а) Колико пута ослаби јачина природне светлости пролазећи кроз две Николове призме, чије равни поларизације заклапају угао од 63° ?

б) Колико пута ослаби јачина светлости, ако осим две Николове призме поменутих под условом а), светлост пролази још кроз једну Николову призму чији се правац равни поларизације поклапа са првом Николовом призмом?

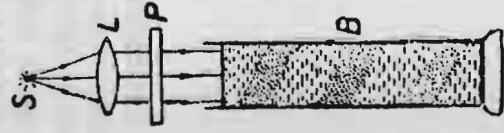
○ 39—41. а) Два слога стаклених плочица коришћени као поларизатори при паралелним равнима поларизације, пропуштају $n=16$ пута више светлости него при укштеним равнима. Одредити степен поларизације p (однос интензитета поларизоване светлости према укупном интензитету пропуштене светлости) кога даје сваки стог појединачно.

б) Колики ће бити степен поларизације p , ако се број стаклених плочица у сваком слогу удвостручи?

○ 39—42. Одредити дебљину кварцне плочице за коју је угао обртања поларизационе равни светлости таласне дужине 509 nm једнак 180° . Константа обртања кварца за ову таласну дужину износи $29^\circ, 7 \text{ nm}^{-1}$.

○ 39—43. Монохроматична светлост ($\lambda = 4047 \text{ \AA}$) пролази кроз полароид P (сл. 39—11) и пада на кварцну плочицу K , која има облик клина, чији је угао између страна $\Theta = 7^\circ 48'$. Правац оптичке осе у кварцу показан је шрафирањем. Зраци светлости прелазе у кварцу путеве реда величине неколико mm . Константа обртања за поменуту таласну дужину у кварцу износи $48^\circ, 9 \text{ nm}^{-1}$. Какву слику види посматрач, који посматра кроз полароид A ?

○ 39—44. На сл. 39—12 показана је шема демонстрационог огледа познатог руског физичара Н. А. Умова. Светлост од извора S пролази кроз поларизатор (полароид) P , а затим иде одозго на ниже кроз мало замућени раствор шећера, који се налази у суду B . У суду се види тамна спирална трака.



а) Објаснити појаву.

б) Колика је дужина корака тамне спирале у раствору при следећим условима: раствор садржи 650 gr шећера у 1 l воде; густина раствора је $1,32 \text{ gr/cm}^3$; раствор се осветљава светлошћу таласне дужине 521 nm , за коју је специфична моћ обртања једнака 87° dm^{-1} .

○ 39—45. Индекс преламања воде у интервалу таласних дужина од 5460 $\text{\AA}$ до 5893 $\text{\AA}$ мења се од 1,33447 до 1,33300. Одредити средњу фазну и средњу групну брзину светлости за овај интервал.

Сл. 39—12

○ 39—46. С обзиром да групна брзина не може бити ни једнака нули ни супротног смера од фазне брзине, испитати полазећи од ове претпоставке да ли су могући следећи односи фазне брзине и таласне дужине: а) $v = k\lambda$; б) $v = k\lambda^2$; в) $v = c + k\lambda$, где

је $c > 0$; г) $v = k\sqrt{\lambda}$; д) $v = \frac{k}{\sqrt{\lambda}}$; у свим случајевима k је константно.

§ 40. Квантне појаве у оптици

1) Енергија фотона:

$$e = h\nu,$$

где је h Планкова константа а ν фреквенца.

2) Ајнштајнова релација за спољашњи фотоэффект:

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - \varphi,$$

где је φ рад избацивања електрона из тела, а m и v маса и брзина избаченог електрона.

3) Светлосни притисак:

$$p = \frac{I}{c} (1 + r)$$

где I претставља интензитет светлости, r коефицијент рефлексии с брзину светлости.

4) Кретању партикуле брзином v одговара таласни процес. при чему је таласна дужина:

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

где је m маса партикуле.

5) Комптонов ефекат:

$$\lambda_{\varphi} = \lambda_0 + \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\varphi}{2},$$

где је λ_0 таласна дужина зрака који пада на слабо везани електрон, а λ_{φ} таласна дужина зрака расејаног под углом φ у односу на почетни правац.

○ 40—1. Одредити енергију фотона: а) за црну светлост ($\lambda = 600$ nm), б) за тврде рентгенске зраке ($\lambda = 1$ Å); в) на којој је температури средња енергија топлотног кретања молекула једнака енергији наведених фотона?

○ 40—2. Сијалица цевне лампе троши снагу око 1 W. Сматрајући да се ова снага растура у свим правцима у виду зрачења и да је таласна дужина која одговара средњој фреквенци једнака 1 μ , одредити број фотона који падају на 1 cm² површине постављене нормално према зрацима на растојању од 10 km, у току 1 sec.

○ 40—3. Одредити највећу таласну дужину која може да изазове фотоэффект на: а) платини; б) цезиуму.

○ 40—4. Наћи највећу брзину електрона који излеће из цезиума при осветљавању светлошћу таласне дужине 400 nm.

○ 40—5. Селенски фотоелемент има струјну осетљивост 200 $\frac{\mu A}{lm}$.

Узимајући да је ово осетљивост фотоелемента кад се он осветљава

монохроматичном светлошћу таласне дужине $5550 \text{ \AA}$, израчунати колико фотона долази на један електрон у фотобструји.

Напомена. Узети у обзир тачку 4) увода у § 37.

○ 40—6. Најмања таласна дужина рентгенских зракова добијених из рентгенске цеви која ради под напоном U , израчунава се по формули: $\lambda_0 = \frac{A}{U}$, где је A константа која зависи од избора јединица.

Одредити вредност A под условом да је λ изражено у ангстремима а U у киловолтима.

○ 40—7. Зрачење из рентгенске цеви пада на кристал калцита (CaCO_3). Најмањи угао између равни кристала и снопа зракова под којим може да се запази рефлексација износи $2^\circ 36'$. Константа решетке калцита једнака је $3,04 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$.

Под којим напоном ради рентгенска цев?

○ 40—8. а) Одредити притисак Сунчевих зракова на површину црног тела које се налази на истом растојању од Сунца као и Земља. Упадни угао једнак је нули. Соларна константа (интензитет Сунчевог зрачења ван атмосфере) износи $1,94 \text{ kcal/cm}^2 \cdot \text{min}$.

б) Наћи светлосни притисак на црно тело које се налази близу површине Сунца.

в) Извести исте рачуне за тело које одбија све зраке.

○ 40—9. Део зида балона електричне сијалице, који претставља сферу радијуса 4 cm , посребрен је. Сијалица троши снагу 50 W , од чега се 90% троши на зрачење. Шта је веће: притисак гаса у балону (10^{-8} mm Hg) или светлосни притисак на зидове?

○ 40—10. Светлост пада на равну плочу под углом $\alpha \neq 0$. У ком смеру ће плоча бити одбијена: а) кад њена површина упија сву светлост? б) кад површина као огледало одбија светлост?

○ 40—11. У вакууму виси метална плочица, с једне стране с јна ($r=1$), с друге — зацрњена ($r=0$). Она је осветљена јаком светлошћу која пада нормално. Наћи однос сила што на њу дејствују кад је осветљена сјајна и црна страна.

○ 40—12. Полазећи од формуле за светлосни притисак на црно тело $p = \frac{I}{c}$, показати да је количина кретања једног фотона једнака $\frac{h\nu}{c}$.

○ 40—13. Одредити таласне дужине за таласе који одговарају:

а) кретању α -партикуле брзином 5000 km/sec ;

б) кретању молекула кисеоника на температури 27°C (при средњој брзини).

○ 40—14. Електрони који падају на алуминиумски листић дају дифракциону слику, при чему је углозно скретање спектра првог реда једнако 1° . Константа решетке алуминиума износи $4,05 \text{ \AA}$. Колика је брзина електрона?

⊖ **40—15.** У електронском микроскопу електрони се убрзавају разликом потенцијала од 90 kV. Колика може да буде апертура микроскопа ако треба да се посматра објекат чији детаљи имају димензије око 1 μm ?

○ **40—16.** На слабо везани електрон пада рентгенски фотон и расејава се под правим углом. Одредити промену таласне дужине.

○ **40—17.** Одредити енергију W што добије електрон кад на њега делује фотон коме одговара таласна дужина $\lambda_0 = 1 \text{ \AA}$, ако је расејање извршено у смеру који је супротан почетном.

⊖ **40—18.** Године 1913 Н. Бор је предложио модел атома водоника који је одиграо улогу прве скице савремене теорије изградње атома. Према тој теорији атом водоника састоји се из позитивно наелектрисаног језгра (протон) око кога се по кругу окреће електрон. Кретање електрона је стабилно само по оним орбитама за које је момент количине кретања једнак целом умношку Планкове константе подељене са 2π :

$$mvr = n \frac{h}{2\pi},$$

где је $n = 1; 2; 3$ и т. д.; m — маса електрона; v — његова брзина; r — радиус орбите. Свакој орбити одговара одређени ниво енергије атома, тако да, кад атом апсорбује енергију или је емитује, електрон прелази с једне орбите на другу.

а) Показати да је наведени услов за стабилност кретања електрона еквивалентан захтеву да се у електронску орбиту уклапа цео број стојећих таласа, чија дужина одговара кретању електрона.

б) Наћи радиус орбите електрона који одговара најмањем енергиском стању атома водоника.

в) Одредити рад јонизације атома водоника, тј. рад за потпуно удаљавање електрона са прве орбите.

г) Одредити таласну дужину зрака из емисионог спектра атома водоника, λ_n , који бива емитован при преласку електрона са орбите с бројем $k = 4$ на орбиту с бројем $n = 2$. Колика је промена брзине атома водоника кад он емитује ту линију?

д) Одредити таласну дужину линије из емисионог спектра јонизованог хелиума, која одговара прелазу електрона са орбите са бројем $k = 4$ на орбиту с бројем $n = 2$.

§ 41. Закони зрачења

1) Однос између $\Delta i_\nu \cdot \Delta i_\nu$ — снаге израчене са јединице површине у интервалу фреквенце између ν и $\nu + \Delta\nu$, код ма ког тела које има апсорпциони коефицијент A за тај интервал фреквенце, и ΔJ_ν — снаге израчене с јединице површине апсолутно црног тела у истом интервалу (Кирхофов закон):

$$\Delta i_\nu = A \cdot \Delta J_\nu$$

2) Укупна снага зрачења са јединице површине апсолутно црног тела које има температуру T (Стефанов закон):

$$J = \delta T^4.$$

3) Планкова формула за функцију расподеле зрачења апсолутно црног тела по интервалима фреквенце:

$$E_\nu = \frac{\Delta J_\nu}{\Delta \nu} = \frac{2 \pi h \nu^3}{c^2 (e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)}.$$

4) Веза између температуре и таласне дужине која одговара максимуму функције расподеле по интервалима таласних дужина:

$$\lambda_0 T = C.$$

○ 41—1. Средња вредност енергије коју губи 1 cm^2 површине земље у току 1 min услед зрачења, узима се да износи $0,13 \text{ kcal}$. Колику температуру треба да има црно тело које зрачи исту количину енергије?

○ 41—2. Температура влакна електричне сијалице која се напаја наизменичном струјом, осцилује. Разлика између највише и најниже температуре волфрамовог влакна сијалице (15 W , 120 V), при наизменичној струји (50 Hz), износи 80°C . За колико пута се промени укупна снага зрачења услед осциловања температуре, ако је средња вредност температуре једнака 2300°K ? Сматрати да волфрам зрачи као црно тело.

○ 41—3. Муфл — пећ троши снагу $P = 0,5 \text{ kW}$. Температура њене унутрашње површине кад је отворен отвор чији је пречник $d = 5 \text{ cm}$, износи 700°C . Који део од снаге коју пећ троши бива растурен кроз зидове?

○ 41—4. При раду радио цеви врши се загревање аноде услед бомбардовања електронима. Расипање енергије врши се углавном у виду зрачења, док је расипање путем топлотне проводљивости занемарљиво. Одредити дозвољену јачину анодне струје у цеви која ради под напонам од 400 V . Анода је од никла и има облик цилиндра дужине 4 cm и пречника 1 cm . Узети да је дозвољено загревање аноде до 1000°K . Познато је да на тој температури никал зрачи $0,2$ од снаге зрачења апсолутно црног тела.

○ 41—5. У складу са дефиницијом светлосних јединица, 1 lm претставља светлосни флуks који зрачи апсолутно црно тело с површине $0,5305 \text{ m}^2$ на температури очвршћавања платине (2042°K). Колики је коефицијент корисног дејства оваког извора зрачења?

○ 41—6. Решетка ложшта пећи површине 2 m^2 окружена је гвозденим зидовима. Температура угља на решетци износи 1300°K , а температура зидова 600°K . Може да се узме да су коефицијенти апсорпције угља и оксида гвожђа једнаки $0,9$. Израчунати количину топлоте коју решетка зрачењем предаје зидовима у току 1 сата.

○ 41—7. Интензивност сунчевог зрачења у близини земље ван атмосфере (соларна константа) износи $I = 1,94 \text{ kcal/cm}^2 \cdot \text{min}$. Сматрати

да Сунце зрачи као апсолутно црно тело одредити температуру његове површине.

⊕ **41—8.** Сунчеви зраци скупљају се помоћу сочива светлосне моћи $\frac{d}{f} = 0,5$ на мали отвор ка комори чији су зидови изнутра закривљени а споља сјајни (сл. 41—1). Пречник отвора мањи је од пречника лика Сунца. Занемарујући губитке енергије при проласку сунчевих зракова кроз атмосферу и сочиво, а такође и количину топлоте која пролази кроз зидове коморе, наћи температуру T у комори. Узети да температура површине сунца износи $T_s = 6000^\circ \text{K}$.

⊙ **41—9.** У сунчевом систему на истом отстојању R од Сунца као и Земља, налази се честица сферног облика. Сматрајући да Сунце зрачи као апсолутно црно тело с температуром $T_s = 6000^\circ \text{K}$, и да је температура честице иста у свим његовим деловима, одредити њену температуру, полазећи од следећих претпоставки:

а) честица има особине сивог тела;

б) честица апсорбује и емитује само зраке таласне дужине која је блиска $\lambda = 5000 \text{ \AA}$;

в) честица апсорбује и емитује само зраке таласне дужине која је блиска $\lambda = 5 \text{ \mu}$.

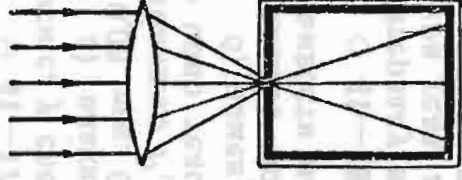
⊕ **41—10.** Пролазећи кроз апхел Земља се налази за $3,3\%$ даље од Сунца него кад пролази кроз перихел. Узимајући да је Земља сиво тело чија је средња температура 288°K , одредити разлику температуре које Земља има у апхелу и перихелу.

⊕ **41—11.** Наћи пречник сферне космичке честице, код које су привлачење према Сунцу и светлосни притисак у међусобној равнотежи. Честица је од гвозђа. Узети да је температура Сунца једнака $T_c = 6000^\circ \text{K}$.

⊕ **41—12.** У електричној сијалици волфрамово влакно пречника $d = 0,05 \text{ mm}$ загрева се при раду сијалице до $T_1 = 2700^\circ \text{K}$. После ког времена од искључења струје температура влакна опада на $T_2 = 600^\circ \text{K}$? У рачуну узети да влакно емитује као сиво тело с коефицијентом апсорпције $A = 0,3$. Занемарити све остале узроке губитка топлоте.

⊙ **41—13.** Око масивне кугле која проводи топлоту налази се друга, шупља. Унутрашња површина спољне кугле и површина унутрашње кугле емитују као апсолутно црна тела; коефицијент апсорпције спољне површине друге кугле једнак је нули. Ако су температуре обеју кугли међусобно једнаке, друга кугла емитује више енергије него прва, пошто је код ње већа површина која емитује. Како ово може да се усклади са другим принципом термодинамике?

⊙ **41—14.** У сунчевом спектру максимум функције расподеле одговара таласној дужини од 475 nm . Сматрајући Сунце апсолутно црним телом одредити температуру његове површине.



Сл. 41—1

○ 41—15. У ком случају електрична сијалица даје више светлости: кад ради са једносмерном или са наизменичном струјом чији је ефективни напон једнак напону једносмерне струје?

○ 41—16. Како би се променила укупна количина енергије коју емитује Сунце, ако би се један део његове површине мало охладио а други за исто толико загрејао?

○ 41—17. Одредити таласну дужину која одговара максимуму емисије, у следећим случајевима:

а) влакно софитне* сијалице има дужину $l = 10$ cm и пречник $d = 0,03$ mm. Снага коју троши сијалица је $P = 25$ W; од ње се губи приближно $P_1 = 2$ W услед провођења топлоте. Узети да влакно зрачи као црно тело;

б) поменута лампа стављена је у црни метални цилиндар, чија спољашња површина износи 150 cm². Губитак услед топлотне проводљивости може се сматрати да је исти као у првом случају.

○ 41—18. Показати да је снага зрачења апсолутно црног тела у интервалу врло великих таласних дужина пропорционална температури тела, а у интервалу који одговара максимуму зрачења пропорционална петом степену температуре.

○ 41—19. Показати да су закон померања максимума зрачења $\lambda_m T = C$ и Стефанов закон зрачења последице Планкове формуле.

○ 41—20. На закљону је добијен спектар позитивног кратера Волтиног лука чија је температура 4000°K . Одредити однос x између снаге зрачења која пада на део екрана, који одговара таласним дужинама од 695 nm до 705 nm (црвени део спектра) и од 395 nm до 405 nm (љубичасти део). Сматрати да кратер емитује као црно тело. Апсорпција у стаклу и у ваздуху иста је и за црвене и за љубичасте зраке.

○ 41—21. а) Одредити снагу зрачења 1 cm² црног тела за таласне дужине које се разликују од таласне дужине што одговара максимуму зрачења за не више од 1% . Температура је $T = 2000^\circ\text{K}$.

б) Наћи однос ове снаге према укупној снази зрачења.

§ 42. Појаве у атомском језгру

1) Број радиоактивних атома који се распадну у интервалу времена Δt пропорционалан је броју постојећих атома и дужини интервала времена:

$$\Delta n = -\lambda n \cdot \Delta t = -\frac{\ln 2}{T} n \cdot \Delta t,$$

где је λ константа распадања, а T период полураспада.

2) Ако се количина елемента „оца“ и елемента „сина“ не мења у току времена (радиоактивна равнотежа), важи релација:

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2.$$

*) Софитном сијалицом назива се електрична сијалица у којој влакно има облик праве линије која иде дуж осе цилиндричног балона.

3) Промена енергије W која одговара промени масе за величину m :

$$W = mc^2,$$

где је c брзина светлости.

○ 42—1. Услед радиоактивног распадања ${}_{82}\text{U}^{238}$ претвара се у ${}_{82}\text{Pb}^{206}$. Колико је он при томе претрпео α -распада а колико β -распада?

○ 42—2. У ком се интервалу времена од 10^7 атома актиниума распадне један атом?

○ 42—3. Одредити средњи живот атома радиума A .

⊕ 42—4. Честица која има у себи радиума налази се на растојању $1,2 \text{ cm}$ од флуоресцентног екрана. Која количина радиума се налази у њој, ако се у току једног минута на површини екрана од $0,02 \text{ cm}^2$ појави 47 сцинтилација? Производи распадања радиума одстрањују се врло брзо помоћу пумпе.

○ 42—5. Натриум ${}_{11}\text{Na}^{23}$ бомбардује се деутеронима и претвара се у радиоактивни изотоп натриума ${}_{11}\text{Na}^{24}$ с периодом полураспада од 15,5 часова. Који ће део од првобитне количине радиоактивног натриума остати после 24 сата, ако се прекине бомбардовање деутеронима?

○ 42—6. Одредити однос количине радиума према количини урана код старих минерала.

⊕ 42—7. На слици 42—1 приказана је шема претварања Ra у RaD . Колико α — делића испушта у једној секунди смеша $m = 1 \text{ mg}$ радиума са свим производима распадања, приказаним на шеми, ако је успостављена радиоактивна равнотежа?

⊖ 42—8. Наћи запремину 1 кирија радона под нормалним условима.

⊖ 42—9. Мерења показују да јонизациона струја засићења у присуству $k = 1$ миликирија радона у ваздуху износи $I = 0,92 \text{ pA}$. Колико јонова производи у ваздуху сваки α -делић који емитије радон?

○ 42—10. Наћи енергију која одговара маси електрона у миру (сопствена енергија електрона).

○ 42—11. Наћи енергију везе (разлику енергије сложене партикуле и збира енергија компонената партикуле): а) за деутерон; б) за α — делић.

○ 42—12. Кад се литиум бомбардује протонима врши се реакција претстављена једначином:



Оглед показује да се понекад код ове реакције јављају два α — делића, која се разилазе под углом γ скоро једнаким 180° . Какав треба да се изведе закључак из тога што је угао γ близак 180° ? Колика је брзина α — делића?

⊕ 42—13. Мета која садржи деутериум („тешки лед“) бомбардује се деутеронима енергије $E_1 = 0,6 \text{ MeV}$, при чему деутериум испушта неутроне.

- а) Написати једначину нуклеарне реакције која се при том дешава.
- б) Израчунати енергију E , неутрона коју испушта деутериум у правцу нормалном на брзину деутерона.

⊕ 42—14. Кад се неутронима врши бомбардовање атома неких тешких елемената, врши се цепање њихових језгара на два дела, приближно једнака по масама, која се разлећу с великим брзинама. Даље, ти делови, пошто избаце неутроне и претрпе β — трансмутације, претварају се у језгра атома са средњим атомским бројевима. Узевши као пример да се као резултат цепања урановог изотопа (${}_{92}\text{U}^{235}$) стварају језгра рубидиума (${}_{37}\text{Rb}^{85}$) и цезиум (${}_{55}\text{Cs}^{138}$), проценити енергију која се при том ослобађа:

- а) према промени енергије електричног поља' посматрајући језгра атома као сфере с равномерно расподељеним запреминским наелектрисањем (в. задатак 24—35); полупречници језгара могу да се одреде по емпириској формули:

$$R = (1,7 + 1,2 \sqrt[3]{A}) \cdot 10^{-13} \text{ cm},$$

где је A атомска тежина елемента;

- б) према промени везивне енергије (в. задатак 42—11). Познато је да је, код језгара атома с масеним бројевима од 30 до 200, енергија везе по једном делићу (протону и неутрону) константна (8,5 MeV). Код језгара атома с масеним бројем већим од 200 енергија везе по једном делићу опада и код урана достиже вредност од 6 MeV;

- в) узевши да је средња енергија која се ослобађа при цепању једног атома ${}_{92}\text{U}^{235}$ једнака 200 MeV, одредити количину угља калоричне моћи 7000 kcal/kg, која је еквивалентна енергији што се издвоји при цепању 1 kg урана.

ОДГОВОРИ

- 1—1. д) 4 m/sec и 5,4 m/sec.
 1—3. Површина претставља пређени пут.
 1—5. Од 0° до 3,3 m кретање је убрзано, од 3,3 m до 8 m кретање је равномерно, а цаље је успорено.
 1—6. б) Површина, ограничена кривом и апсцисном осом претставља половину разлике квадрата брзина које одговарају крајњем и почетном моменту кретања.
 в) Почетна и крајња брзина су једнаке.

1—7. Не.
 1—8. а) Означимо угао између правца у којем се види аутомобил и по коме треба да се креће човек са α . Нека човек дође до неке тачке пута за τ_2 sec, а аутомобил ће стићи у ту исту тачку за τ_1 sec. Користећи се сликом 1, лако је наћи да је:

$$\sin \alpha = \frac{h \cdot v_1 \cdot \tau_1}{a \cdot v_2 \cdot \tau_2}$$

Дат је услов $\tau_1 > \tau_2$. Према томе

$$\sin \alpha \geq \frac{h v_1}{a v_2}$$

одакле $56^\circ,5 < \alpha < 123^\circ,5$.

б) 2,5 m/sec.

1—9. Смањило се.

1—10. $+0,83 \text{ m/sec}^2$ и $-0,83 \text{ m/sec}^2$.

1—11. $\tau_n = \tau_1 (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}) = 0,8 \text{ sec}$.

1—12. $-0,25 \text{ m/sec}^2$.

1—13. -30 cm/sec^2 ; 45 cm/sec .

1—14. Означимр пут, који успе да пређе спот за време t , са s , тада имамо:

$$s = R_0 \lg 2 \pi n t.$$

$$\text{Одавде} \quad \Delta S = R_0 \lg 2 \pi n (t + \Delta t) - R_0 \lg 2 \pi n t = \frac{R_0 \sin 2 \pi n \cdot \Delta t}{\cos 2 \pi n t \cdot \cos 2 \pi n (t + \Delta t)}$$

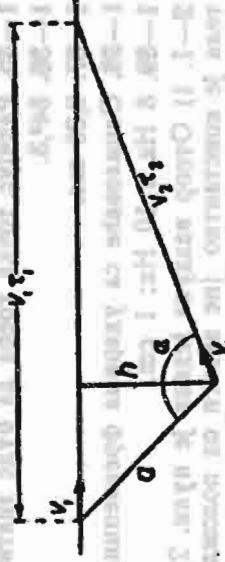
$$\text{и} \quad v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{R_0 \cdot 2 \pi n}{\cos^2 2 \pi n t} = 10,4 \text{ m/sec}.$$

1—15. 4,5 m/sec и 3,5 m/sec.

1—16. По реци је потребно више времена за $\frac{v_2^2}{v_2^2 - v_1^2} = 1,19$ пута.

1—17. Чини се да се чамац приближава под углом $\alpha = 58^\circ$ према курсу брода.

1—18. 225 km/h ; $4^\circ,4$ према меридијану.



- 1-19. а) и б) $v_2 > v_1$.
 в) Супротно току под углом 60° .
 г) Прво захтева више времена за 2,14 min.
- д) За $v_2 = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} v_1$? $v = 2,9 \text{ km/h}$.
- 1-20. а) тачка; права; круг; Архимедова спирала.
 1-21. $0,25 \text{ m/sec}^2$; $0,32 \text{ m/sec}^2$.
 1-22. $18,3 \text{ m/sec}^2$; $16,7 \text{ m/sec}^2$; $15,0 \text{ m/sec}^2$.
 1-23. $\omega = 6,5 \text{ sec}^{-1}$.
- 1-24. а) Авион треба да лети по упореднику са истока на запад, на географској ширини $77^\circ 32'$. б) Посада авиона приметитће да се Сунце привидно креће са запада на исток.
- 1-25. а) На кругу ће се видети четири непокретна тамна сектора, сваки око 67° .
 б) Приметићемо као да се сектори обрћу на супротну страну од обртања диска, при $n = 0,5 \text{ sec}^{-1}$.
- 1-26. а) Вертикална наниже; б) нормално на осу.
- 1-27. $e = -5,24 \text{ sec}^{-2}$; $N = 375$.
- 1-28. Кроз 10 sec.
- 1-29. $v = \omega \sqrt{r^2 - \frac{d^2}{4}}$.
- 1-30. $\omega = v \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2}} = 4,25 \text{ sec}^{-1}$; $\text{tg } \alpha = \frac{r}{R}$; $\alpha = 28^\circ$.
- 1-31. $A = 1 \text{ cm}$; $f = 70 \text{ Hz}$; почетна фаза 57° .
- 1-32. $T/4$; $T/12$; $T/6$.
- 1-33. $v_{\text{max}} = 63 \text{ cm/sec}$; $v_{\text{sr}} = 4 \text{ A/f} = 40 \text{ cm/sec}$.
- 1-34. $a = 4,7 \text{ km/sec}^2$.
- 1-35. Радијус точка треба да буде знатно мањи од дужине клипљаче l .
- 1-36. $84^\circ 3'$.
- 1-37. $0,06 \text{ sec}$.
- 1-38. Осциловаће са ударима фреквенције $0,5 \text{ sec}^{-1}$; и амплитуде 2 mm .
- 1-39. 8 Hz и 10 Hz ; 1 cm .
- 2-1. 1) Отпор ваздуха једнак је нули. 2) Убрзање земљине теже у границама кретања тела је константно (не зависи од положаја на Земљиној кугли и од висине над површином Земље). 3) Површина Земље је хоризонтална раван. 4) Земља се не обрће.
- 2-2. а) $20,4 \text{ m}$; б) $1,4 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$;
 2-3. б) $g = 987 \text{ cm/sec}^2$; грешка је мања од 1% .
- 2-4. $t = \frac{v_0 \mp \sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g}$.
- Горњи знак пред кореном одговара кретању навише а доњи — наниже.
- а) $t_1 = 0,98 \text{ sec}$; $t_2 = 2,1 \text{ sec}$; б) немогућно.
- 2-5. $20,6 \text{ cm}$.
- 2-6. Меримо ли растојања између максимума криве, на пример по доњим врховима десна, са тачношћу од $0,5 \text{ mm}$, наћи ћемо да она износе $8,0 \text{ mm}$; $7,5 \text{ mm}$; $6,5 \text{ mm}$; 6 mm ; $5,5 \text{ mm}$; $4,5 \text{ mm}$; 4 mm . Средња вредност разлике Δl између њих износи $0,67 \text{ mm}$. А како је ова разлика једнака gT^2 , то је

$$f = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = 121 \text{ Hz}.$$

$$2-7. \text{ а) } v_0 = \frac{g\tau(\sqrt{8gh - g\tau})}{\sqrt{8gh - 2g\tau}} = 12,4 \text{ m/sec}; \text{ б) } v_0 = -8,5 \text{ m/sec}.$$

$$2-8. t = \frac{2v_0 - g\tau}{2g} = 2,25 \text{ sec}; h = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g\tau^2}{8} = 30,3 \text{ m.}$$

$$2-9. v_0 = s\sqrt{\frac{g}{2h}} \approx 11 \text{ m/sec}; v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \approx 12,6 \text{ m/sec.}$$

2-10. Правилно.

$$2-11. \alpha_1 = 25^\circ; \alpha_2 = 65^\circ.$$

$$2-12. 20 \text{ пута.}$$

$$2-13. 75^\circ$$

2-14. а) Минимална брзина за дато растојање одговара најпогоднијем углу бачања* $\alpha = 45^\circ$ и једнака је 22,83 m/sec. б) На екватору при овој почетној брзини и $\alpha = 45^\circ$ добило би се растојање 53,3 m.

2-15. Треба прибавити: 1) висину, на којој је диск био бачен; 2) тачну вредност g за место такмичења; 3) угао под којим је диск бачен.

$$2-16. \text{ Запремина воде } V = S \cdot t \sqrt{\frac{sg}{\sin 2\alpha}} = 69 \text{ l.}$$

2-17. Вертикална права.

$$2-18. a) \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0 \sin \alpha_0 - gt}{v_0 \cos \alpha_0}; \alpha_1 = 14^\circ 7'; \alpha_2 = -35^\circ 7';$$

$$б) t = 0,7 \text{ sec}; h = 10 \text{ m.}$$

$$2-20. 63^\circ 26' \text{ и } 26^\circ 34'.$$

$$2-21. v_0 = \frac{s}{2 \cos \alpha} \sqrt{\frac{2g}{s \cdot \operatorname{tg} \alpha + h}} = 19,8 \text{ m/sec}; r = \sqrt{\frac{2(h + s \cdot \operatorname{tg} \alpha)}{g}} = 3 \text{ sec.}$$

$$h_{\max} = \frac{(2h + s \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2}{4(h + s \cdot \operatorname{tg} \alpha)} = 12,1 \text{ m.}$$

$$2-22. s = 8 \cdot h \sin \alpha = 96 \text{ cm.}$$

$$2-23. R_1 = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = 10,2 \text{ m}; R_2 = \frac{v_0^2}{g \cos \alpha} = 82 \text{ m.}$$

$$2-24. 7,7 \text{ m/sec}; 5,2 \text{ sec.}$$

$$2-25. a) \sin 2\alpha = \frac{4 \cdot b}{gt^2}; \alpha_1 = 24^\circ 58'; \alpha_2 = 65^\circ 2'; б) 45^\circ.$$

2-26. Кроз тачку А (сл. 2) повучимо вертикалну праву АВ и круг пречника АВ. Сфера ће се добити обртањем фигуре око АВ, а доказ теореме произилази из тога да тешкој тачки треба једнако време да пређе путеве АВ и АС.

У ствари слободно падање по АВ дешава се за време $t_1 = \sqrt{\frac{2AB}{g}}$, а падање по тетиви $AC = AB \cos \alpha$ дешава се са убрзањем $g \cos \alpha$ и треба му време $t_2 = \sqrt{\frac{2AC}{g \cos \alpha}} = t_1$.

3-2. Јединице брзине, силе и снаге остаће непромењене. Јединице убрзања и притиска умањиле би се, прва за n -пута, а друга за n^2 пута. Јединица енергије увећала би се n пута.

$$3-3. a) t = 4 \cdot 10^{-4} \text{ sec}; F = 5 \text{ n.}$$

$$б) \text{ Куршум пробија даску и излеће из ње брзином } 141 \text{ m/sec}; 5,9 \times 10^4 \text{ gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

$$3-4. a) 5 \cdot 10^4 \text{ kJ.}$$

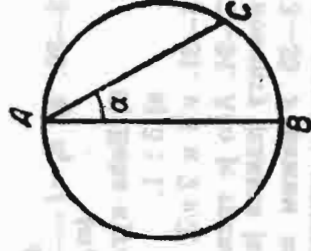
$$б) 16 \cdot 10^4 \text{ kJ.}$$

$$3-5. +200 \text{ gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

$$3-6. 90 \text{ kW и } 25,3 \text{ kW.}$$

$$3-7. a) 4 \text{ пута; б) 8 пута.}$$

$$3-8. a) 0,176 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-2}; 0,026 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-2}; б) 66,0 \text{ km/h.}$$



Сл. 2

3-9. 24,5 kW.

3-10. $v_0 = 2 \cos \alpha \frac{v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}$. Како је угао скретања мали, то је $v_0 = 8 \text{ m/sec}$.

3-11. $\mu = 2 \text{ s/gt}^2 = 0,02$; $P = 4 \text{ ms}^2/\text{t}^2 = 46 \text{ W}$.

3-12. $A = 3,5 \text{ J}$.

3-13. $A = \frac{m}{2} \left(\frac{g^3 t^3}{4} + \frac{s^2}{t^2} \right) = 5,2 \text{ J}$.

3-17. Не, пошто количина кретања коју прими вода, одбачена пропслером пароброда уназад, при равномерном кретању, тачно одговара количини кретања коју прима вода повучена телом пароброда унапред.

3-18. У почетном моменту суд се окрене налево; затим услед отпора воде ово се кретање прекида.

3-20. Треба посматрати кретање струне заједно са кретањем тела инструмента, на коме је затегнута струна.

3-21. Не. 6) 1,23%.

3-22. 2,6 m.

3-23. Лева прелазе 9—пута веће растојање.

3-24. Препоставимо, да је од момента пуштања ракете већ прошло време t . За интервал од t до $t+dt$ избаци се гаса $m_1 dt$; $m_1 dt \cdot v_1 = -(m_2 - m_1 t) dv$. Отуда је

$$t = \frac{m_2}{m_1} \left(1 - e^{-\frac{v_1}{v}} \right).$$

а) Узимајући у обзир да су v и v_1 супротних смерова, имамо $t = 0,375 \text{ sec}$.

6) Стављајући $m_1 t = m_0$, имамо $v = v_1 \ln \frac{m_2}{m_2 - m_0}$ (формула Циолковског); $v = 330 \text{ m/sec}$.

3-25. а) $v_2 = -125 \text{ cm/sec}$; 6) -50 cm/sec и 125 cm/sec .

3-26. Рад сабијања једнак је:

$$E - E_1 = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \cdot (v_1 - v_2)^2,$$

где је $v_1 - v_2$ релативна брзина кретања куглица.

3-27. 93%.

3-28. 127 t.

3-29. Куглице отскачу једна од друге са брзинама $\frac{v}{\sqrt{2}}$.

3-30. а) $h_1 = l \frac{4m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} = 16 \text{ cm}$; $h_2 = l \frac{(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2} = 36 \text{ cm}$.

6) Већа кугла подићи ће се на 36 cm, мања ће начинити пун обрт.

в) 3 : 1.

3-31. $v/3$ и $2v/3$.

3-34. Ако је трење занемарљиво мало, брзина човека у односу на Земљу у сваком моменту једнака је једној четвртини брзине у односу на лествице.

3-35. У нижим положајима издизања и спуштања 1,051 kGr. У средњим положајима издизања и спуштања 1 kGr. У горњим положајима издизања и спуштања 0,949 kGr.

3-36. $h_1 = h_2 \frac{2n}{n+1} = 40 \text{ cm}$.

3-37. Не.

3-38. а) $F = g \frac{m_1 m_2 (1 + \mu)}{m_1 + m_2} = 150 \text{ Gr}$;

6) не мења се; в) 212 Gr.

3-39. а) Не; 6) $\mu = \frac{(n \cdot m_1 - \mu m_2)(m_1 + m_2)}{(nm_1 + m_2)(m_1 - m_2 \mu)} = 3,54$; в) $\mu = \frac{n \cdot m_1^2}{m_2[(n+1)m_1 + m_2]} = 0,031$.

$$3-40. a = g \frac{2(m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2};$$

$$a) 0,4 \text{ g}; b) 0; в) -2 \text{ g}; r) \text{ g}.$$

$$3-41. a) \operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{1}{\mu}; \alpha_0 = 52^\circ;$$

$$b) \mu = 0,27.$$

$$3-42. t_1 = t \sqrt{\frac{s}{g l^2 \sin \alpha - s}} = 5,7 \text{ sec}; \mu = 0,1.$$

3-43. Канат је затегнут под углом $1^\circ 40'$ према вертикали:

$$F = m \sqrt{g^2 + a^2} + 2 ag \sin \alpha = 201 \text{ Gr}.$$

$$3-44. a_1 = g \left[\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha + \frac{m_2}{m_1} \cos \alpha (\mu_2 - \mu_1) \right]; a_2 = g (\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha).$$

$$a) a_1 = a_2; b) a_1 < a_2; в) и г) a_1 = a_2; д) a_1 = 0, a_2 \neq 0.$$

3-45. д) При урачунавању отпора ваздуха најмању брзину има тело после пролаза кроз максималну висину (темс) путање.

$$4-1. a) 50 \text{ Gr}; б) 650 \text{ Gr}.$$

$$4-2. a) 981,4 \text{ din}.$$

$$4-3. \text{ Око } 640 \text{ din}.$$

$$4-4. v = \sqrt{Rg} \approx 7,900 \text{ m/sec}; T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 1,4 \text{ h}.$$

4-5. При кретању по кривој AMB .

$$4-6. h = R/3.$$

$$4-7. a) h_1 = \frac{2h + R}{3}, b) h \geq 2,5 R.$$

$$4-8. x = 2,4 \text{ cm}.$$

4-9. а) Добити се крива у простору.

б) За решење треба одредити векторски збир сила, које дејствују на појединим елементима једне половине ланца. Овај збир је једнак двострукој траженој сили: $F = m\eta^2 = 480.000 \text{ din}.$

$$4-10. 550 \text{ mm Hg}.$$

$$4-11. a) F = 2 \text{ mg} \cos^2 \alpha; б) F = 2 \cdot \text{mg} (3 - 2 \cos \alpha); в) F = 2 \text{ mg}.$$

$$4-12. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1/2; \alpha = 53^\circ, 1.$$

$$4-13. \cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 n^2 l}; \alpha = 78^\circ, 6.$$

$$4-14. a) v = \sqrt{R\mu g} = 19 \text{ m/sec}; б) \operatorname{tg} \alpha = \mu; \alpha = 21^\circ, 8.$$

$$4-15. v = \sqrt{\frac{(0,5 d - h)g}{\mu}} = 14 \text{ m/sec}; \alpha = 11^\circ.$$

$$4-16. n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g/h} = 0,4 \text{ sec}^{-1}.$$

$$4-17. a) \text{ Да. } б) \text{ Не}.$$

$$4-18. 4,3 \text{ kGg}.$$

$$4-19. J = \frac{l^2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} = 12.000 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2.$$

$$4-20. a) \frac{m l^2 \sin^2 \alpha}{12}; б) m \left(b^2 + \frac{l^2}{12} \right)$$

$$4-21. J = \frac{5\pi b R^4 D}{16} = 2.180 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2.$$

$$4-23. a) g \cdot \sin \alpha; б) 0,67 g \cdot \sin \alpha; в) 1,14 g \cdot \sin \alpha.$$

$$4-24. a = 5g \cdot \sin \alpha = \frac{4r^2 - d^2}{28r^2 - 5d^2} = 49,7 \text{ cm/sec}^2.$$

4-25. Услов једнакости сила F_1 и F_2 које дејствују на куглице M и N је:

$$m(a - \varepsilon r_1) = m_2(a + \varepsilon r).$$

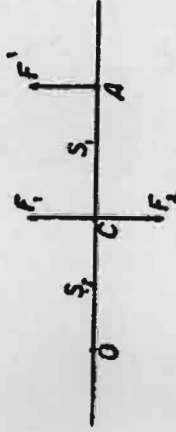
где су m_1 и m_2 масе куглица, r_1 и r_2 њихова растојања од осе обртања (опруге); a — убрзање које би имале куглице када не би било обртања; ε — угаоно убрзање. Ако означимо угао обртања са α , моменат инерције даске са J , имаћемо:

$$\varepsilon = \frac{(F_1 r_1 - F_2 r_2 - K\alpha)}{J} = \frac{(m_1 r_1 - m_2 r_2) a - K\alpha}{J + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2}$$

Елиминацијом ε , добићемо услов једнакости сила у облику:

$$(m_1 - m_2)Ja + m_1 m_2 a (r_2^2 - r_1^2) + K\alpha (m_1 r_1 + m_2 r_2) = 0.$$

Овај услов биће испуњен тим боље што су J и K мањи за $r_1 = r_2$. Дакле, конструктор, који је узео даску са великим J и K , неправилно је урадио.



Сл. 3

4-26. а) Замислимо у тачки C две једнаке али супротно оријентисане силе $F_1 = F_2 = F$ (сл. 3). Сила F_1 изазива транслаторно кретање штапа са убрзањем $a = F/m$. Пар сила F и F_2 изазивају обртање са угаоним убрзањем $\varepsilon = F S_1 / J_C$ око осе, која пролази кроз центар маса C . Услед обртања штапа тачка O ће се кретати линеарним убрзањем $\varepsilon S_2 = F S_1 S_2 / J_C$. Ако је тачка O у миру, онда је:

$$\frac{F \cdot S_1 S_2}{J_C} = \frac{F}{m},$$

одакле је

$$S_1 S_2 = J_C / m.$$

б) Окреће се око тачке A .

в) $S_2 = l/6$, где је l = дужина штапа.

$$4-27. M = 7,8 \cdot 10^5 \text{ din} \cdot \text{cm}.$$

$$4-28. A = \frac{\pi^2 m d^3 n^3}{2} = 22,2 \text{ kJ}.$$

$$4-29. а) v = \sqrt{3gh} = 12,2 \text{ m/sec}.$$

б) Тачка која се налази на висини једнакој $2/3$ од висине стуба. Овај резултат објашњава зашто се лопти завршетак димњака или трулог дреног стуба.

$$4-30. а) F = \frac{m(g-a)}{2}, \text{ где је } a \text{ убрзање којим се прибор отпушта,}$$

$$\alpha = \varepsilon r = \frac{m(g-a)r}{J} \cdot r;$$

одакле је:

$$a = \frac{migr^2}{mr^2 + J}; \quad F = \frac{mgJ}{2(mr^2 + J)} = 495 \text{ Gr}.$$

б) При подизању, сила затезања ће бити иста; в) 500 Gr.

4-31. Оса цилиндра ће се спуштати са убрзањем 196 cm/sec^2 ; а тег ће се спуштати са убрзањем од 392 cm/sec^2 .

$$4-32. а) \varepsilon = g \frac{2(m_1 - m_2)}{l(m_1 + m_2)}; \quad F = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g;$$

$$б) \omega = 2 \sqrt{\frac{(m_1 - m_2)g}{(m_1 + m_2)l}}; \quad F = g \frac{3(m_1^2 + m_2^2) - 2m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

$$4-33. \omega = \frac{6 m_1 v}{(m+3m_1)l} = 29 \text{ sec}^{-1}$$

4-34. $\omega = \omega_0 \frac{1}{(1+\alpha)^2}$, где α коэффициент линейного расширения. Кинетическая энергия не уменьшается за величину $\approx J_0 \omega_0^2 \alpha l$.

$$4-35. A = \pi^2 m (I_1^2 - I_2^2) n_1 n_2 = 4,9 \text{ кГм}.$$

$$4-36. a) \omega = \frac{J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2}{J_1 + J_2};$$

$$b) \text{ энергия не уменьшается за величину } \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} \cdot \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2}$$

4-37. Треба рассмотреть диски A и B совместно с системой тела, за которые с ними приняты оси.

$$4-38. a) 0,75 \text{ мс}^{-2}; b) 0,7 \text{ мс}^{-2}; в) 1,25 \text{ мс}^{-2}.$$

$$4-39. a) t = \sqrt{\frac{3l}{g \sin \alpha}} = 0,77 \text{ сек};$$

$$b) 0,75 \text{ сек}; в) 0,71 \text{ сек}.$$

$$4-40. k = 1,4 \text{ дж/г}^2 = 0,15 \text{ см}.$$

4-41. а) Момент вращения куглы $je \cdot r = mar$; момент который кочи вращения куглы je mgk . При данных условиях $mar < mgk$ и $a < gk/r$.

б) При катящейся куглице $a = a_1 + \epsilon r$, где je a_1 — линейное ускорение куглы, ϵ — угловое ускорение. Поскольку je $\epsilon = M/J$; $M = ma_1 r - mgk$; $J = 0,4 \text{ мг}^2$;

$$\epsilon r = 2,5 \left(a_1 - \frac{gk}{r} \right);$$

$a = 3,5 a_1 - 2,5 gk/r$. За указанные углы $ma_1 < mg$. Дакле, $a < g \left(3,5 \mu - 2,5 \frac{k}{r} \right)$. Практично, како je $\mu \gg k/r$, $a < 3,5 \mu g$.

$$4-42. \text{ При } \tan \alpha < 3,5 \mu - 2,5 k/r; \alpha < 41^\circ.$$

$$4-43. 10^5 \text{ кГм}.$$

$$4-44. h = 1,7 (R - r).$$

$$4-45. He$$

$$4-46. 64 \text{ Гг}.$$

$$4-47. 1,7 \text{ тона}.$$

$$4-48. He.$$

4-49. Сила которая действует на элемент дуги je Δx , je $\Delta F = 2 \Delta x SD \nu \sin \varphi$, je ΔF je (сл. 4):

$$\Delta F = 2 \Delta x SD \nu \sin \varphi,$$

где je S — сечение дуги; D — плотность дуги; ν — скорость куглы.

$$\text{Како } je \nu = m/SDt \text{ и } \omega = \alpha/t, \text{ то } je: \Delta F = \frac{2 \Delta x \cdot x \cdot m \alpha \sin^2 \varphi}{t^2}$$

Тогда обртно момент:

$$\Delta M = \Delta F \cdot x \cdot \sin \varphi = \frac{2 \Delta x m \alpha \sin^2 \varphi}{t^2}. \text{ Умножи обртно момент: } M = \frac{I^2 m \alpha \sin^2 \varphi}{t^2} =$$

$$= 7 \cdot 10^5 \text{ дж} \cdot \text{см}.$$

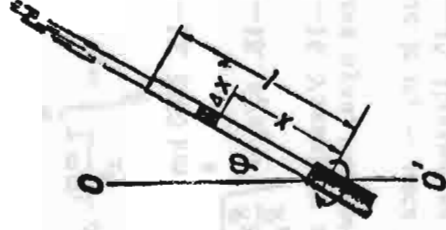
$$4-51. 0,04 \text{ сек}^{-1}.$$

$$5-1. 0,59 \text{ дун-а}.$$

$$5-2. He,$$

$$5-3. a) 234 \text{ дун-а}; б) 405 \text{ дун-а}.$$

5-4. Куглы не притягиваются, ако je : а) $D_1 > D_0$ и $D_2 > D_0$; б) $D_1 < D_0$ и $D_2 < D_0$. Куглы не притягиваются, ако je $D_1 > D_0 > D_2$ или $D_1 < D_0 < D_2$.



Сл. 4

$$5-5. F = \frac{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}{a(a+l)}.$$

5-6. Око 12 kG.

5-7. а) Види сл. 5.

5-8. $4/3 \gamma \pi D^2$.

5-9. а) Јачина поља привлачења на месту где се налази тежиште брода, мања је од јачине на месту где се налази тежиште истиснуте воде за $\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \approx 1 - \frac{2h}{r}$ (R —радијус Земље).

Зато је маса брода већа од масе истиснуте воде m за величину $\Delta m = m \cdot 2h/R = 16 \text{ kg}$.

б) Можемо сматрати бродове и њима истиснуту масу воде као тачкасте масе. Резултујућа сила ће бити једнака разлици сила којом се привлаче бродови и сила којом се привлаче њима истиснуте масе воде. Маса бродова веће су од маса воде, али је растојање између тежишта бродова такође веће од растојања између тежишта истиснуте воде. Ове две околности компензују једна другу, и резултујућа сила је једнака нули.

5-10. 38.400 km од центра Месеца.

5-11. а) Сила привлачења масе m_1 , која се налази на растојању x од центра Земље, једнака је $\gamma m m_1/x^2$, где је m —маса Земље. Рад земљине теже на путу dx износи $dA =$

$$\frac{\gamma m m_1}{x^2} dx, \text{ а на путу од бесконачно уда-$$

љене тачке до површине Земље износи

$$A = \int_R^{\infty} \frac{\gamma m m_1}{x^2} dx = \frac{\gamma m m_1}{R} = 0,5 m_1 v^2; \quad v = \sqrt{\frac{2 \gamma m}{R}} = v = 11,1 \text{ km/sec}; \quad б) \text{ не.}$$

5-12. 1600 km.

$$5-13. v_1/v_2 = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = 0,85.$$

5-14. Узимајући да је потенцијална енергија тела, која су бесконачно удаљена, једнака нули, имаћемо:

$$W = -\gamma \cdot m \cdot m_c/2a,$$

где је m_c — маса Сунца.

5-15. Паданье на Сунце можемо разматрати као гранични случај обртања око Сунца по веома издуженој елипси, чија велика оса није много већа од радиуса a Земљине путање. Такву елипсу би описало тело око општег тежишта, постављено у простору на растојање a од центра и добијајући једновремено малу брзину v у правцу нормалном на праву која спаја ово тело са центром. У граничном случају за $v=0$, велика оса елипсе једнака је a (елипса се претвара у праву). Обртање по таквој елипси врши

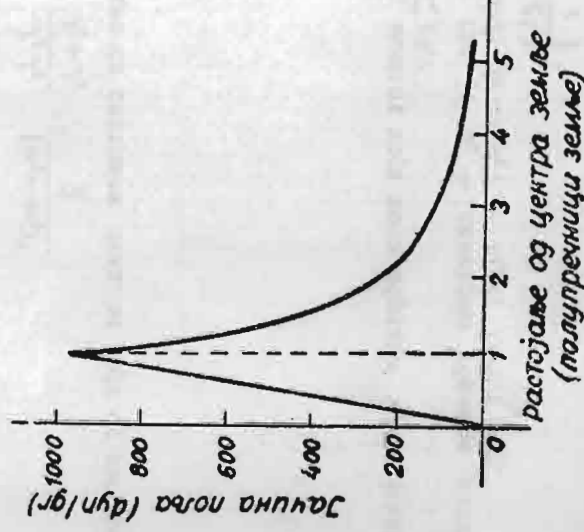
се за време $\tau = T \sqrt{\frac{(0,5a)^3}{a^3}} = T \sqrt{0,125}$, где је T — период обртања Земље око

Сунца. Трајање падања тела на Сунце било би $\frac{\tau}{2} = \frac{T \sqrt{0,125}}{2} = 64,6$ дана (дан и ноћ)

(у ствари било би мање јер Сунце није тачка и падање би било могуће само до негових површине).

6-1. а) 17 kG; б) 24,5 kG.

6-2. а) 120° ; б) $82^\circ, 49'$; в) $104^\circ, 29'$.



Сл. 5

6—3. 212 Gr.

$$6-4. F_1 = \frac{P \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = 2,1 \text{ kGr}; F_2 = 3,5 \text{ kGr}.$$

6—5. 1,240 kGr.

6—6. а) Центар куглице 3.

б) Ако се оса X упери у правцу линије 4—3, а оса Y у правцу линије 4—1, онда је $x_0 = 5 \text{ cm}$; $y_0 = 3 \text{ cm}$.

в) Ако је оса X уперена по линији 4—1, оса Y по линији 4—3, а оса Z по линији 4—2, онда је $x_0 = 1 \text{ cm}$; $y_0 = 3 \text{ cm}$; $z_0 = 2 \text{ cm}$.

6—7. а) На заједничкој оси цилиндара, на растојању 9,3 cm од доњег базиса; б) на растојању 10,6 cm.

6—8. Тежиште се налази на растојању 0,56 dm од центра диска.

6—9. а) На оси конуса на висини једнакој 1/4 висине конуса.

б) На висини 1/3 висине конуса.

в) На растојању $4R/3\pi$ од центра.

г) На растојању $3R/8$ од центра.

д) На растојању $R/2$ од центра.

6—12. 67 kGr; 75 kGr.

$$6-13. F_1 = \frac{P \cdot R}{\sqrt{R^2 - 4R^2}} = 39 \text{ Gr}.$$

6—14. На ослонац A дејствује сила под углом према хоризонту од 1,130 kGr. На ослонац B дејствује сила у хоризонталном правцу од 915 kGr.

6—15. а) 94 kGr; 96 kGr; б) 95 kGr.

6—16. а) 808 Gr и — 195 Gr; б) 538 Gr.

6—17. а) На основу услова равнотеже можемо написати, користећи се ознакама са сл. 6:

$$F_1 l \sin \varphi - P \frac{l}{2} \cos \varphi + \mu_1 F_1 l \cos \varphi = 0;$$

$$\mu_1 F_1 + F_2 - P = 0; \mu_2 F_2 - F_1 = 0.$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1 - \mu_1 \mu_2}{2 \mu_2} = 0,8; \varphi = 38^\circ 40'.$$

Отуда:

б) Ако се тежиште система човек — лествице налази за x близу доњем крају лествице, то ће:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\left(\frac{l}{2} - x \right) - \mu_1 \mu_2 \left(\frac{l}{2} + x \right)}{\mu_2 l},$$

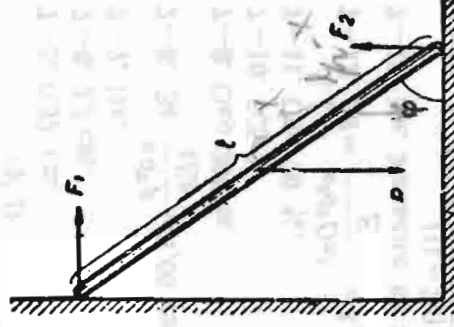
одакле се види да је $\varphi_1 < \varphi$. Према томе, ако човек стане на прву пречагу, лествице неће пасти. Оне ће пасти, када човек пређе преко њене средине.

$$6-18. \text{ а) } \cos \alpha = \frac{h}{l} \sqrt{\frac{D_0}{D_0 - D}}; \alpha = 48^\circ; \text{ б) } \alpha = 0.$$

$$6-19. \text{ а) } A = \frac{\sqrt{2} - 1}{2} g \sqrt[3]{\frac{m^4}{D}} = 12,2 \text{ kGm}; \text{ б) } 110 \text{ kGm}.$$

6—20. При вучењу рад је једнак $A_1 = m g \mu L$, где је m — маса сандука. При прегумбавању сандука врши се превртање $\mu = L/a$ пута (a — ивица сандука). Рад за једно превртање једнак је $m g a \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \right) = 0,207 m g a$. За n превртања рад ће бити једнак $A_2 = 0,207 m g L$. Радови A_1 и A_2 биће једнаки за $\mu = 0,207$.

6—21. У случају „б“.



Сл. 6

6-22. Први услов изражава захтев да даска не клизи са цилиндра. Други услов изражава захтев да се тежиште даске при њеном нагибању не подигне.

7-1. $l = \frac{\rho_m}{Dg} = 177 \text{ m}$, где је ρ_m — кидажући терет.

7-2. а) $p = \frac{\rho_m (d_1 - d_2)}{d_2} = 43 \frac{\text{kGr}}{\text{cm}^2}$;

б) $p \approx \frac{2\rho_m (d_1 - d_2)}{d_2} = 6,7 \frac{\text{kGr}}{\text{cm}^2}$.

7-4. $n = \frac{\sqrt{2\rho_m}}{\sqrt[4]{D}} = 82,5 \text{ sec}^{-1}$.

7-5. 0,32 cm.

7-6. 2,7 cm.

7-7. He.

7-8. 3а $\frac{\pi d^3 p}{4Eb} = 1,06 \text{ cm}^2$.

7-9. Око 200 m.

7-10. 505 l.

7-11. Око 10 %.

7-12. $\Delta d = \frac{\pi^2 d^3 D n^2}{E} = 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$.

7-13. He. Удаљење ће бити једнако $2\mu^3 \Delta l$.

7-14. а) $\Delta V = \frac{l(1-2\mu)F}{E} = 8 \text{ mm}^3$;

б) $\Delta S = \frac{4l(1-\mu)F}{Ed} = 0,28 \text{ cm}^2$.

7-16. а) 0,14 kGr · m; б) $\Pi = \frac{\rho^3 m \cdot \pi \cdot d^3}{24 E \cdot D \cdot g} = 0,5 \text{ J}$.

7-17. $A_1 = m \cdot g \cdot h/2$; $A_2 = 3A_1$.

7-18. 4,2 cm.

7-19. 71 kGr/cm².

7-22. $v = \sqrt{\frac{g(l+l_1)l}{2l_1-l}} = 383 \text{ cm/sec}$.

7-23. 20,5.

8-1. 2,5 sec⁻¹.

8-2. 3,2 kGr.

8-3. а) $A < 10^{-4} \text{ cm}$; б) $A = \frac{g}{\omega} \sqrt{\frac{2h}{g} - \frac{1}{\omega^2}} = 7,7 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$.

8-4. а) 2:1; б) 1:1.

8-5. 11,5 sec.

8-6. У првом за 1,11 пута брже.

8-7. $T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos 0,5\varphi}{g}} = 1,7 \text{ sec}$.

8-8. 35 пута.

8-9. а) 1,419 sec; б) $T = 2\pi \sqrt[4]{\frac{l^3}{g+a^2}} = 1,405 \text{ sec}$;

в) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \cos \alpha}} = 1,444 \text{ sec}$.

8-10. $\frac{T - T_0}{T_0} = \frac{d_2^3 (D_2 - D_1)}{3d_1^2 E} = 0,018\%$.

где је D_1 и E — густина и моду еластичности 1-ве врсте за бакар, D_2 густина олова.

8—11. 25 см; 1 sec.

8—12. а) 0,63 sec; б) 1,5 sec.

8—13. а) $2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g}}$; б) 0,211; $2\pi \sqrt{\frac{l}{gV3}}$; в) $\pm \frac{l}{V6}$.

8—14. $\frac{T_1 - T}{T} = 2,2\%$.

8—15. Примењујући формулу физичког клатна, имамо

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m_0 g s}}; \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J + ml^2}{g(m_0 s + ml)}}.$$

где је m_0 — маса тела а s — растојање од осе до тежишта. Елиминишући из ових једначина производ $m_0 s$, налазимо:

$$J = \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \cdot \frac{ml}{4\pi^2} \quad (4\pi^2 l - T_2^2 g) = 1.200 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2.$$

8—16. $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2SDg}} = 0,77 \text{ sec}.$

8—17. $T = 2\pi \sqrt{\frac{1,4(R-r)}{g}},$

где је R —радиус чаше, r —радиус куглице.

8—18. Сила привлачења једнака је $F = -\gamma mm/x^2$; где је x —растојање тела од центра Земље; m_1 —маса кугле чији је радиус x . Узимајући да је густина Земље D константна величина, имаћемо:

$$m_1 = \frac{4}{3} \pi x^3 D; \quad F = -\frac{4\pi\gamma Dm}{3} \cdot x; \quad \tau = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma \cdot D}} = 21 \text{ min}$$

8—19. а) $T = \frac{2\pi}{\sqrt{D\left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2}\right)}}$;

б) периода осциловања смањује се за $\sqrt{\frac{J_1 + J_2}{J_2}}$ пута.

8—20. а) При скретању за мали угао φ штап се окреће за угао α , при чему је $\varphi = \frac{d}{2} \alpha$ где је d —дужина штапа; $\frac{\varphi}{\alpha} = \frac{d}{2}$.

Повратни моменат једнак је $M = mg \sin \varphi \cdot d/2$;

$$D = \frac{M}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{mg}{2} \sin \varphi \approx \frac{dmg}{2} \cdot \frac{\varphi}{\alpha} = \frac{d^2 mg}{4l}.$$

Моменат инерције $J = md^3/12$. Отуда је:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{3g}} = 1,27 \text{ sec}.$$

б) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}.$

8—21. Осциловање куглице је синусоидално за мале вредности h .

б). $A < \frac{mgl}{ES} = 0,12 \text{ cm}; \quad \text{в)} T = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{ES}} = 0,07 \text{ sec}.$

8—23. При скретању штапа на страну, резултанта сила трења има супротан смер померању x тежишта од средине растајања између когура и једнака је:

$$F = -\frac{2mg\mu x}{d};$$

$$T = \pi \sqrt{\frac{2d}{\mu g}} = 0,9 \text{ sec.}$$

$$8-24. t_2 = t_1 \frac{\lg A_0 - \lg A_2}{\lg A_0 - \lg A_1} = 21 \text{ sec.}$$

$$8-25. n_0 = \frac{n_1 n_2 - n_2^2}{n_1 + n_2 - 2n_2} = 10,4.$$

$$8-26. \Theta = \ln \frac{A_0}{A} \cdot \frac{2\pi}{t} \sqrt{\frac{t}{g}} = 0,014.$$

$$8-27. t = \frac{\ln \sqrt{n}}{\Theta \cdot f} = 14 \text{ sec.}$$

$$8-28. s = \frac{A}{1 - f^{-0,2}} = 1 \text{ m.}$$

$$8-29. \text{ а) } 1,53\%; \text{ б) } \lg \omega t = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{2\pi}{\ln 3}; \text{ в) } \omega t = 160^\circ 12'.$$

$$8-30. 21 \text{ m/sec.}$$

$$8-31. t = \frac{\sqrt{A_0^2 f_0^2 - A^2 f^2}}{\pi A (f^2 - f_0^2)} \cdot \ln \frac{A_0}{A}.$$

иля, како се у нашем примеру f и f_0 мало разликују једна од друге,

$$t \approx \frac{\sqrt{A_0^2 - A^2}}{2\pi A (f - f_0)} \ln \frac{A_0}{A} = 0,33 \text{ sec.}$$

$$9-1. \text{ а) } 242 \text{ cm/sec; б) } 242 \text{ cm/sec; в) } 257 \text{ cm/sec и } 227 \text{ cm/sec; г) } 242 \text{ cm/sec.}$$

$$9-2. h = \frac{q^2}{2gS^2} = 46 \text{ cm.}$$

9—3. в) На половини растојања од површине стола до нивоа воде у суду.

9—4. а) Једнакоуспорено.

б) Брзина спуштања нивоа воде једнака је:

$$v = \frac{S_1}{S} \sqrt{2gh}.$$

Средња брзина нивоа за време пражњења једнака је:

$$v_{sr} = \frac{S_1}{2S} \sqrt{2gH}.$$

Време потпуног пражњења суда износи:

$$t = \frac{H}{v_{sr}} = \frac{S}{S_1} \sqrt{\frac{2H}{g}} = 227 \text{ sec.}$$

в) 162 sec; г) повећава се.

9-5. Узимајући да је шприц у хоризонталном положају и да трење можемо занемарити, имаћемо:

$$t = \frac{l}{S_2} \sqrt{\frac{S_1(S_1^2 - S_2^2)D}{2F}}$$

Занемарујући S_2^2 према S_1^2 , добијамо:

$$t = \frac{l S_1}{S_2} \sqrt{\frac{S_1 D}{2F}} = 0,53 \text{ sec.}$$

$$9-6. v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{16V^2}{\pi^2 P^2 d^4}}} = 32 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

9-7. а) На нивоу доњег краја цеви B ;

б) пиво ће бити виши од доњег краја цеви B ,

в) исто.

$$9-8. \text{ а) } S_1 = \frac{S_0 q}{\sqrt{q^2 - 2ghS_0^2}} = 4,4 \text{ cm}^2; \text{ б) } 0,52 \text{ kGr/cm}^2$$

$$9-9. m = \pi d_1^2 d_2^2 t \sqrt{\frac{\rho D}{8(d_1^4 - d_2^4)}} = 107 \text{ kgf.}$$

9-10. Капљица ће се уздизати јер брзина њеног падања у мирном ваздуху износи $0,3 \text{ cm/sec}$.

9-11. а) $\approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm/sec}$; б) $\approx 4 \cdot 10^{-2} \text{ cm/sec}$.

9-12. а) $Re = 9,8 \cdot 10^{-5}$; правилно; б) $1,7 \text{ mm}$.

9-14. а) 10^6 ; б) 72.000 cm/sec^2 .

9-15. а) $16,5 \text{ cm/sec}$; б) $0,03 \frac{\text{kGr}}{\text{cm}^2}$.

9-16. 150 mm^3 .

10-1. Запремина се неће променити; дужина ће да се повећа, ако хладнија греда има мању површину пресека који је паралелан додирној површини.

10-2. Може.

10-3. а) 420°C ; б) 139°C .

10-4. Услов је $2\alpha_2 = \alpha_1$ (на пример, алуминиум и гвозђе).

$$10-6. \text{ а) } F_1 = F + \frac{\alpha(t_1 - t_2) E \pi d^2}{4} = 17,5 \text{ kG.}$$

б) Користећи формулу за густину енергије у растегнутом телу (§ 7), добија се да је релативна промена количине издвојене топлоте једнака:

$$\frac{\alpha^2(t_2 - t_1) E - \frac{8F}{\pi \alpha^2}}{2 Dc} = -5,8 \cdot 10^{-4},$$

тј. занемарљиво мала.

10-7. За 16 sec .

10-8. а) $1,21 \cdot 10^{-5} \text{ step}^{-1}$;

б) $1,52 \cdot 10^{-5} \text{ step}^{-1}$.

10-9. Ако је први суд при врху шири, ниво течности у другом суду се смањује, а обрнуто. Кад суд има цилиндричан облик, ниво остаје непромењен.

10-10. Око 47°C .

$$10-11. \beta_2 = \frac{P_2 - P_1 + \beta_1 t (P_2 - P_0)}{(P_1 - P_0)^{1/2}} = 2,86 \cdot 10^{-5} \text{ stepen}^{-1},$$

где је β_1 коефицијент запреминског шарења живе.

$$10-12. 754,6 \text{ mm.}$$

$$10-13. 173^\circ \text{C.}$$

$$11-1. 79.$$

$$11-2. \rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}; \text{ а) } \rho = 169 \text{ mm Hg; б) } \rho = 480 \text{ mm Hg.}$$

$$11-3. 751 \text{ mm Hg.}$$

$$11-4. \text{ а) } x = \frac{H+l}{2} - \frac{l}{2} \sqrt{(H+l)^2 - 4h(H+h-l)} = 3,5 \text{ cm.}$$

Решење са знаком + испред корена одбачено је зато што се по њему добија да је дужина живиног стуба већа од дужине цеви.

$$\text{б) Када је } l-h \geq H.$$

$$11-5. \rho = 3,9 \cdot 10^{-8} \text{ mm Hg.}$$

$$11-6. D = \frac{\pi h_2}{V(h_2 - h_1)} = 1,2 \text{ gr/cm}^2.$$

$$11-7. \text{ Ако се изабере као почетна запремина дате масе гаса њена запремина на } 27^\circ \text{C}$$

$$11-8. 72 \text{ kGr/cm}^2.$$

$$11-9. 150 \text{ cm}^3. \quad 11-10. 637. \quad 11-11. 554 \text{ l.} \quad 11-12. 0,189 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{gr} \cdot \text{step}}; 0,461 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{gr} \cdot \text{step}}.$$

$$11-13. 1,6 \text{ kGr/cm}^2. \quad 11-14. 125 \text{ gr/l.} \quad 11-15. 1,82 \text{ l/gr.} \quad 11-16. 1,320 \text{ gr.}$$

$$11-17. 1,48 \text{ gr.} \quad 11-18. u = \frac{mRT}{\mu S\tau} = 0,9 \text{ m/sec.} \quad 11-19. 3 \text{ cm/sec.} \quad 11-20. \text{ а) Сила}$$

потиска је:

$$F = -(m_1 - m_2)g = -m_1 g \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right),$$

где је m_1 маса водоника а m_2 маса истиснутог ваздуха. Међутим $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$, уколико се може сматрати да су притисак, температура и запремина ваздуха и водоника међусобно једнаки. Док m_1 остаје непромењено (гас не истиче из балона), сила F је константна.

$$\text{б) } 2 \text{ kg.}$$

$$11-21. \text{ Равнотежа ће да се покаже.}$$

$$11-22. 29,3 \text{ m.}$$

$$11-23. \mu = \frac{\frac{m_1 + m_2}{m_1} + \frac{m_2}{m_2}}{\frac{\mu_1}{\mu_1} + \frac{\mu_2}{\mu_2}} = 30,2 \text{ gr/gr} \cdot \text{mol.}$$

$$11-24. D = \frac{(m_1 + m_2)p}{RT \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right)} = 0,48 \text{ gr/l.}$$

$$11-25. 100 \text{ kGrm/kg} \cdot \text{step.} \quad 11-26. 29 \text{ kGrm/kg} \cdot \text{step.}$$

$$12-1. \text{ а) } c_p = 0,217 \text{ kal/gr} \cdot \text{step; } c_v = 0,155 \text{ kal/gr} \cdot \text{step,}$$

$$\text{б) } c_p = 0,248 \text{ kal/gr} \cdot \text{step; } c_v = 0,177 \text{ kal/gr} \cdot \text{step.}$$

$$12-2. c_v = \frac{c_{v1} m_1 + c_{v2} m_2}{m_1 + m_2} = 0,169 \frac{\text{kal}}{\text{gr} \cdot \text{step}}; \quad c_p = 0,230 \frac{\text{kal}}{\text{gr} \cdot \text{step.}}$$

$$12-3. x = 1,47.$$

$$12-4. 1.400 \text{ kal.}$$

$$12-5. t_2 = t_1 + \frac{v^2}{2 c_v} = 22^\circ \text{C.}$$

$$12-6. 7.540 \text{ kkal.}$$

$$12-7. \text{ Око } 5 \text{ m}^3 \text{ и } 5,5 \text{ m}^3.$$

$$12-8. \text{ Одредимо, прво, масу производа сагоревања:}$$

$$m = \frac{\rho V}{\rho_0} = 35,8 \text{ gr.}$$

При сагоревању издваја се количина топлоте

$$Q = 0,9 \cdot 10.000 \text{ kal}$$

и добија се температура:

$$t_2 = t_1 + \frac{Q}{mc_p} = 1.690^\circ \text{C}$$

При томе се ствара притисак:

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = 20,3 \text{ kG. cm}^2.$$

12-9. $Q = 3.980 \text{ kal}$; $\Delta U = 2.830 \text{ kal}$; $A = 4.810 \text{ J}$.

12-11. 130 kal.

12-12. а) ∞ ; б) 1; в) 0; г) ∞ .

12-13. б) кал. је $n < 1$; в) кал је $1 < n < \infty$.

12-14. а) 1,2; б) 127 J; в) 63,5 J; г) -63,5 J.

12-15. $A = p_0 V \ln \frac{p_0}{p} = 2.230 \text{ J} \cdot \text{at}$.

12-16. $A = p_0 S \left(h_1 - h_0 \ln \frac{h_0 + h_1}{h_0} \right) = 2,37 \text{ J}$.

12-17. а) 193 kJ; б) 195 kJ.

12-18. 450°C .

12-19. а) 938 J; б) 1436 kJ. Разлика се објашњава тиме што се у другом случају ширење врши под већим средњим притиском него у првом случају.

2-20. $p = 32,4 \text{ at}$; $t = 491^\circ \text{C}$; $A = 4300 \text{ J}$.

12-21. $\tau = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{2Sp_0 x}} = 0,05 \text{ sec}$.

12-22. У свим случајевима промена унутрашње енергије једнака је:

$$\Delta U = c_v m (t_2 - t_1) = 775 \text{ kal.}$$

12-23. $c_v = \frac{R}{\mu(x-1)}$.

Опавде је унутрашња енергија идеалног гаса:

$$U = mc_v T = \frac{mRT}{\mu(x-1)} = \frac{pV}{x-1}.$$

За једноатомски гас

$$x = 1,667 = \frac{5}{3}; pV = \frac{2}{3} U.$$

За двоатомски гас

$$x = 1,4 = \frac{7}{5}; pV = \frac{2}{5} U.$$

12-24. а) $\Delta t =$

$$= \frac{p(V_2 - V_1)}{x-1} = 11 \text{ kal.}$$

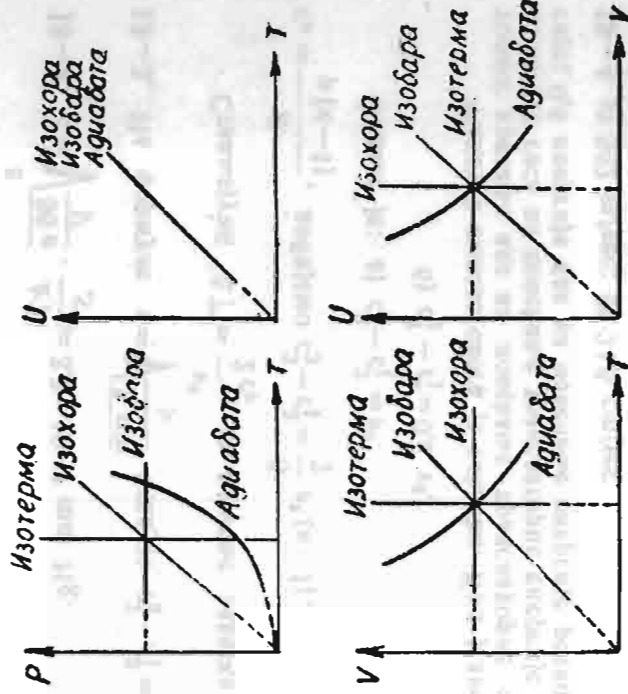
Сл. 7

$$б) \Delta U = - \frac{p_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{x-1} \right]}{x-1} = -42,5 \text{ kal.}$$

12-25. 1.950 m.

12-26. 5.900 m и 5.350 m.

12-27. В. слику 7.



12—28. Применимо релацију $pV=(\kappa-1)U$ на гасове пре и после мешања: $p_1 V_1 = (\kappa-1)U_1$; $p_2 V_2 = (\kappa-1)U_2$; $p(V_1 + V_2) = (\kappa-1)U$. Пошто зидови не проводе топлоту, имамо $U = U_1 + U_2$; одакле је:

$$p(V_1 + V_2) = p_1 V_1 + p_2 V_2.$$

12—29. Рад компресора у току једног циклуса претстављен је збиром површина $ABGF$ и $BCOG$ кад се одузме површина $ADOF$ која претставља рад при кретању клипа на зад. Пошто је $\square BCOG = p_2 V_2 = p_1 V_1 = \square ADOF$, имамо

$$\square ABGF + \square BCOG - \square ADOF = \square ABGF.$$

12—30. а) 37,8 kW; б) 3.250 kgf/h.

12—31. Изведимо рачун за један грам гаса: $\eta = \frac{A}{Q_1}$ Рад A једнак је разлици радова двају адијабатских процеса; узимамо да је количина топлоте Q_1 једнака количини топлоте потребној за загревање гаса од T_2 до T_3 :

$$\eta = \frac{c_v(T_3 - T_4) + c_v(T_1 - T_2)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

На основу једначине адијабате:

$$T_3 V_2^{\kappa-1} = T_4 V_1^{\kappa-1}; \quad T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1};$$

одакле је:

$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Према томе:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = 0,34.$$

13—1. $3,5 \cdot 10^{14}$.

13—2. $p = \sqrt[3]{\frac{36\pi}{V} \cdot \frac{kT}{S}} = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ mm Hg}.$

13—3. Из формуле $c = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ следује $c_2^2 - c_1^2 = \frac{3R\Delta T}{\mu}$

Стављајући $\Delta T = \frac{v^2}{2c_v}$ (в. решење задатка 12—5) и узимајући у обзир да је

$$c_v = \frac{R}{\mu(\kappa-1)}, \text{ добијамо } c_2^2 - c_1^2 = \frac{3}{2} v^2 (\kappa-1),$$

Одакле је: а) $c_2^2 - c_1^2 = v^2$

$$\text{б) } c_2^2 - c_1^2 = 0,6 v^2.$$

Физички смисао овога је следећи. Код једноатомског гаса сва енергија транслаторног кретања иде на повећање транслаторне енергије кретања молекула. Код двоатомског гаса на повећање транслаторне енергије кретања молекула троши се 0,6 енергије; 0,4 енергије иде на повећање енергије ротационог кретања молекула.

13—4. а) 562 m/sec; б) 24,5 cm/sec.

13—5. $-203^\circ \text{C}.$

13—6. $c = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{kT}{\pi Dr^2}} = 169 \text{ cm/sec}.$

13—7. Из кинетичке теорије гасова следује да је $U = \frac{3}{2} pV$. Код овог извођења узето је у обзир само транслаторно кретање молекула. То значи да гас сматрамо једноатомским, пошто се појмови „енергија топлотног кретања молекула гаса“ и „енергија транслаторног кретања молекула гаса“ поклапају једино у случају једноатомског гаса.

13—8. а) Највероватнију брзину.

б) То, се види из несиметричног облика криве; ордината тачке што одговара брзини која је већа од највероватније, већа је од ординате тачке која одговара брзини мањој од највероватније за исту величину.

в) Јединици.

г) Треба променити апсцисе за $\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$ пута, а ординате за $\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$ пута.

13—9. а) $u=518$ m/sec; $\rho=459$ m/sec.

13—10. $9,6^\circ$ К.

13—11. Нули.

13—12. $\frac{\Delta n}{n} = \frac{4}{e\sqrt{\pi}} \cdot 0,02 = 1,66\%$; б) $1,85\%$.

13—13. Стављајући $v=\rho = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$

$$\text{имамо} \quad \Delta n = \frac{n\sqrt{8\mu} \cdot \Delta v}{e\sqrt{R \cdot \pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} = \frac{A}{\sqrt{T}},$$

где је A константна величина.

13—14. По Максвеловом закону, број молекула чија је брзина мања од највероватније једнак је:

$$n_1 = n \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 x^2 e^{-x^2} \cdot dx,$$

где је $x = \frac{v}{\rho}$. Према томе, $\frac{n_1}{n}$ не зависи од T .

13—15. а) $1,75 \cdot 10^{16}$ cm $^{-3}$;

б) $1,01 \cdot 10^{17}$ cm $^{-3}$.

13—16. 55° С.

13—17. Релативна брзина два тела је геометричка разлика њихових апсолутних брзина. Из чињенице, да је $r=u\sqrt{2}$, следује закључак да средња вредност угла између њих износи 90° . То је, природно, у вези с чињеницом да се овај угао мења у границама од 0 до 180° .

13—18. $4,6 \cdot 10^{-2}$ mm Hg.

13—19. $p = \frac{kT}{\sqrt{2} \sigma^2 \lambda p} = 6 \cdot 10^{-3}$ mm Hg.

13—20. $\tau = \frac{\sqrt{R \mu T}}{4\sqrt{\pi \sigma^2 N p}} = 9,3 \cdot 10^{-8}$ sec.

13—21. $1,4 \cdot 10^{29}$.

13—22. а) c и z пропорционални су $T^{\frac{1}{2}}$; $\lambda = \text{const}$;

б) c је пропорционално $T^{\frac{1}{2}}$; z је пропорционално $T^{-\frac{1}{2}}$; λ је пропорционално T^{-1} .

13—23. а) $c = \text{const}$; λ пропорционално p^{-1} ; z пропорционално p ;

б) c је пропорционално p ; λ пропорционално $p^{-\frac{1}{7}}$; z пропорционално $p^{\frac{6}{7}}$

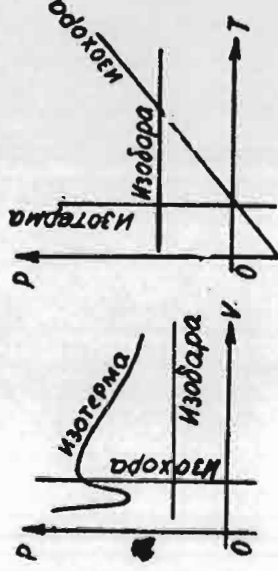
13—24. $\lambda = \frac{\eta}{0,49 p} \sqrt{\frac{\pi RT}{8 \mu}} = 6,5 \cdot 10^{-6}$ cm.

$$13-25. v = \rho \sqrt{\frac{N}{2kT\pi\eta}} = 2,7 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

$$\frac{x+1}{2}$$

13-26. Смањиће се за $\gamma^2 = 2,3$ пута.

13-27. б) На високим притисцима и кад сулови имају дебеле зидове не могу да се занемаре судари молекула у каналу отвора.



$$13-28. \tau = \frac{\sqrt{2\pi R \mu T}}{NpS} = 0,31 \text{ sec.}$$

14-1. $p + \frac{a}{V^2}$ претставља притисак који би постојао кад би се сви молекули гаса налазили у запремини $V-b$ а не би, се међусобно привлачили.

14-2. В. слику 8.

14-3. а) Према Van-der-Vals-овој једначини $p=25 \text{ at.}$

Сл. 8

Према једначини стања идеалних гасова $p=29 \text{ at}$

14-4. $21^\circ \text{ C}; 0^\circ \text{ C.}$

$$14-5. A = \frac{am^2}{\mu^2} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = -0,3 \text{ J.}$$

$$14-6. A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = RT \ln \frac{V_2-b}{V_1-b} + a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = -101,5 \text{ l} \cdot \text{at.}$$

$$Q = +107,5 \text{ l} \cdot \text{at.}$$

$$\Delta U = -6 \text{ l} \cdot \text{at.}$$

14-7. 1.040° K.

14-8. Да би се то доказало треба израчунати:

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{p=\text{const}} \text{ и } \beta = -\frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{T=\text{const}}$$

и наћи однос $\frac{\alpha}{\beta}$.

14-9. Паралелан је V -оси. У близини критичне тачке великим променама густине одговарају мале промене притиска.

$$14-10. D_k = \frac{\mu}{3b} = 0,2 \text{ gr/cm}^2.$$

$$14-11. I_k \approx 53 \text{ at}; T_k = 157^\circ \text{ K.}$$

$$14-12. a = 3,6 \text{ l}^2 \cdot \text{at/mol}^2; b = 0,043 \cdot \text{l/mol.}$$

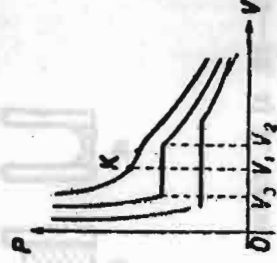
14-13. а) Маса етра која има критичну запремину V_0 једнака је:

$$m = \frac{\mu}{V_k} V_0 = \frac{8 \mu p_k}{3 R T_k} V_0.$$

Њена запремина на $t=20^\circ \text{ C}$ (маса паре етра изнад течности може да се занемари) износи:

$$V = \frac{m}{D} = \frac{8 \mu p_k V_0}{3 R T_k D}; \text{ одакле, } \frac{V}{V_0} = 0,26.$$

б) Ако би температура етра дуж целе цеви била иста, критично стање могло би се посматрати само у том случају, ако би критична запремина употребљене масе етра била једнака запремини шупљине цеви. Кад би количина била мања, сва течност би се испарила пре него што се добије критично стање. Кад је количина већа, сва цев би била испуњена течношћу пре него што се достигне критично стање. То се види на дијаграму (сл. 9). Кад је $V=V_1$ може да се посматра критично стање; када је $V=V_2$ сва течност ће да испари; кад је $V=V_3$ сва запремина биће испуњена течношћу. Ипак, ако је температура виша при врху ваздушног купатила у коме се врши загревање цеви, мениск може да нишчезе и пре него што достигне горњи крај цеви.



Сл. 9

15—1. Око 1,007 gr/cm³.

15—2. 10,5 cm³/sec.

15—3. а) 50.000 erga; 23 dina/cm².

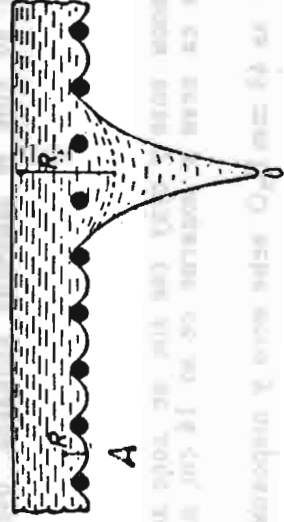
15—4. Занемарујемо површину првобитне капи у поређењу са збиром површина свих малих капи.

$$A = \frac{6 \pi \sigma}{d \cdot D} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ J.}$$

15—5. б) 6 cm.

$$15—6. \Delta R \approx \frac{D \cdot g \cdot d^3}{8 \sigma} = 0,14 \text{ mm.}$$

15—7. На слици 10 црни кружићи представљају пресеке жица сита. У случају равногеге, у течности у близини тачке А притисак износи $p_0 + Dgh$ (p_0 — атмосферски притисак). Разлика притисака унутра и ван



течности (Dgh) једнака је $\frac{2\sigma}{R}$, где је R полупречник кривине у близини тачке А. Ако се, додиром прстом, добије површина (показана на слици тачкастом линијом, десно; $R_1 > R$) с већим полупречником кривине, равнотежа се квари и течност почиње да истиче, као што је приказано на слици. Сем тога површински напон течности може да се смањи услед тога што се течност задрља прстом.

Сл. 10

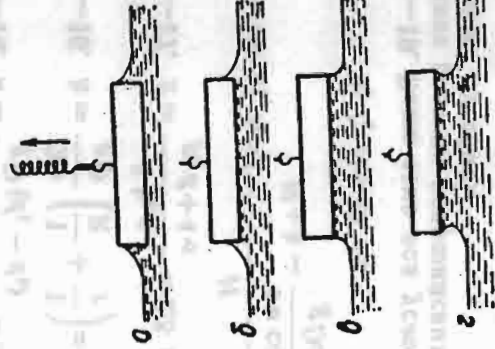
15—8. а) Облик кривих површина течности на слици 11 задовољава однос $\frac{\sigma}{R} = Dgh$, где је R — радиус кривине, а h висина посматране тачке изнад површине течности; на слици 11 г показан је положај плочице који одговара максималном затезању опруге.

б) На основу претпоставки наведених у задатку, имамо: $\frac{2\sigma}{h} = Dg \frac{h}{2}$, одакле је:

$$h = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{Dg}}$$

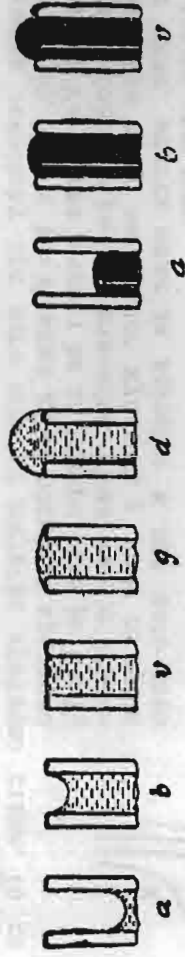
Пошто је површина воде у положају „g“ (сл. 11) управљена дуж површине плочице и резултантна сила површинског напона која делује на плочицу једнака нули, сила што дејствује на плочицу једнака је тежини стуба изнад ње:

$$F = Sh Dg = 2 S \sqrt{\sigma Dg} = 10.500 \text{ dina.}$$



Сл. 11

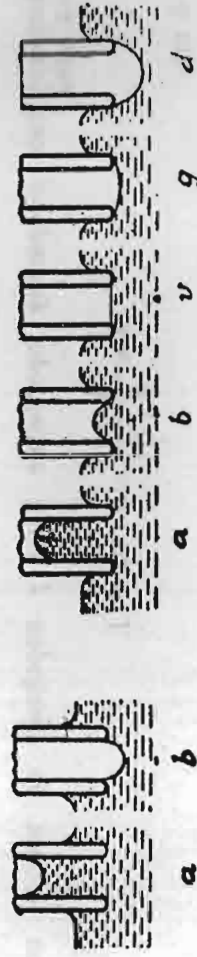
15—9. а) В. слике 12 и 13. Положај „d“ на слици 12 и „v“ на слици 13 одговарају највећој разлици нивоа у цевима. б) 41 mm; в) 27 mm.



Сл. 12

Сл. 13

15—10. а) В. слике 14 и 15. Положај „b“ на слици 14 и „d“ на слици 15 одговарају највећем притиску ваздуха у капилари.



Сл. 14

Сл. 15

$$б) p_1 = Dgh_1 + \frac{4\sigma}{d_1} = 5.500 \text{ din/cm}^2.$$

Полупречник мехурића у поређењу с дужином до које је замочена капилара, очевидно, може да се занемари.

$$в) 43\,000 \text{ din/cm}^2.$$

$$15—11. P = \pi \sigma d = 3,5 \text{ dina}.$$

15—12. Ниво воде у цеви поклапаће се са нивоом воде у суду све док не дође до уског места. А онда се ниво воде диже заједно са цеви и подигне се до 14 cm, па снадне до следећег уског места, итд.

15—13. Кад је притисак ваздуха у уском краку за 48 mm H₂O већи него у широком

$$15—14. h = \frac{4\sigma}{gD(d_1 - d_2)} = 5,7 \text{ cm}.$$

$$15—16. h = \frac{2\sigma}{gD} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right) = 5,2 \text{ cm}.$$

$$15—17. x = \frac{4h_0\sigma}{p_0d + 4\sigma} = 2,8 \text{ mm}.$$

$$15—18. а) l_1 = l \frac{H}{H + h - \frac{4\sigma \cos \theta}{gDd}} = 17,8 \text{ cm};$$

$$б) l_1 = l = 20 \text{ cm}.$$

15—19. Важи само под условом кад је површински напон на граници између течности једнак разлици површинских напона течности на граници течност — пара (за сваку течност посебно).

16—1. Засићење ваздуха паром јавља се кад постоји равнотежа (топлотна и механичка), које у атмосфери нема.

$$16—2. 2,7 \text{ cm}.$$

$$16—3. 0,0052 \text{ mm Hg}.$$

$$16—4. 922 \text{ г}.$$

16—5. 1,14 кгр/м³.

16—6. а) Притисак паре може да се одреди помоћу табеле XXI; притисак ваздуха пропорционалан је апсолутној температури.

Укупан притисак $p_1 = 1540$ mm Hg.

б) Пошто на температури од 100°С пара није засићена, њен притисак може да се израчуна коришћењем карактеристичне једначине стања идеалних гасова.

Укупан притисак има вредност $p_2 = 1620$ mm Hg.

16—7. а) 29,9°С; б) 28,9°С.

16—8. Користећи табеле XX и XXI наћићемо да маса паре износи 0,015 gr. Укупна топлота 1 gr смесе паре и воде са 17,2°С једнака је 26 cal. Из исте табеле види се да пара постаје звићена приближно на 116°С. Укупна топлота 1 gr паре једнака је 646 cal. Према томе троши се 620 cal.

16—9. 19,9 gr. 16—10. а) 32 cal/gr; б) 46 cal/gr. 16—11. 765 cal.

16—12. 768 mm Hg.

16—13. 0,013 mm. Равнотежа је нестабилна. Мањи мехурови нестају а већи се нагло повећавају и дижу.

16—14. Стављајући $\sigma_{10} = 71,5$ din/cm, налазимо $p = 9,41$ mm Hg.

16—15. а) $t_1 = 7,67^\circ\text{C}$; б) $t_2 = 8,33^\circ\text{C}$.

16—16. $m = \gamma p \sqrt{\frac{\mu}{2\pi RT}} = 0,35$ gr.

17—1. $P = 12$ at.

17—2. $P = 2,3$ at.

17—3. Означајући број јонова, који се добијају при дисоцијацији 1 молекула NaCl и 1 молекула CuCl_2 , респективно са k_1 и k_2 , имамо:

$$m_1 = \frac{k_2 m_2 \mu_1}{\mu_2 k_1} = 0,26 \text{ gr.}$$

17—4. 3,7 mgr.

17—6. На основу решења претходног задатка

$$\Delta p = \frac{D_1 m RT}{D_2 \mu v} = 1,2 \text{ mm Hg.}$$

Према томе притисак водене паре износи 758,8 mm Hg.

17—7. Ако зидови суда у коме кључа раствор, и друга тела с којима пара што се издваја из раствора долази у додир, имају температуру једнаку температури раствора или вишу, и пара има температуру раствора. Кад зидови суда или термометар који је стављен у раствор имају нижу температуру, пара ће на њима да се кондензује докле, док се они не загреју до температуре која одговара температури засићене паре на postoјећем атмосферском притиску. На тај начин, кад нема термометра, температура паре једнака је температури раствора који кључа. У присуству термометра пара се кондензује и њена температура на нормалном атмосферском притиску једнака је 100°С.

17—8. а) На основу онога што је речено у тексту задатка

$$\theta = \frac{0,11}{3} \Delta p,$$

где је Δp изражено у mm Hg.

Али

$$\Delta p = \frac{D_1 P}{D_2} = \frac{D_1 m RT}{\mu^2 V D_2},$$

где је $m = 1$ gr; $V = 100$ cm³. Одавде је:

$$C = \mu \theta = 5,1 \text{ step} \cdot \text{gr} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

б) $\mu = 283$ gr/mol.

- 17—9. в) на $0,13^{\circ}\text{C}$.
 17—11. $7,76 \cdot 10^{-3} \text{ gr}$.
 17—12. 750 mm Hg .
 18—2. Нули.
 18—4. а) $-0,0476 \text{ cal/step}$; б) $-0,0664 \text{ cal/step}$.
 18—6. 3450 cal/step .
 18—7. То се види из следећег:

а) температура смеше је $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$;

$$\Delta S = m \ln \frac{T}{T_1} + m \ln \frac{T}{T_2} = m \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2} > 0$$

пошто је $(T_1 + T_2)^2 > 4 T_1 T_2$.

б) Унутрашња енергија гаса у судовима пре мешања: $\frac{p_1 V}{x-1}$ и $\frac{p_2 V}{x-1}$; после мешања: $2 \frac{p V}{x-1}$,

где је x однос специфичних топлота.

Отуда, пошто не постоји размена топлоте са околним телима:

$$p = \frac{p_1 + p_2}{2}$$

На тај начин:

$$\Delta S = m \left(c_v \ln \frac{p}{p_1} + c_v \ln \frac{p}{p_2} \right) = m c_v \ln \frac{(p_1 + p_2)^2}{4 p_1 p_2} > 0.$$

18—8. $+0,78 \text{ cal/step}$.

$$18-9. \Delta S = \frac{p}{T} \left[V_1 \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1} + V_2 \ln \frac{V_1 + V_2}{V_2} \right] = 0,43 \text{ cal/step.}$$

и $+0,53 \text{ cal/step}$.

18—11. Означимо проценат кондензоване водене паре са x , апсолутну температуру и латентну топлоту испаравања при 14 kGr/cm^2 са T_1 , и r_1 , а при $0,2 \text{ kGr/cm}^2$ са T_2 и r_2 . У том случају:

$$S_2 - S_1 = \frac{r_2}{T_2} - \frac{r_1}{T_1} - c \ln \frac{T_1}{T_2} - x \frac{r_2}{T_2}.$$

У адијабатском процесу је $S_2 - S_1 = 0$.

$$\text{Одатле: } x = \frac{\frac{r_2}{T_2} - \frac{r_1}{T_1} - c \ln \frac{T_1}{T_2}}{\frac{r_2}{T_2}} = 21\%.$$

18—12. Критериум представља величина промене ентропије. У датом случају

$$\Delta S = (m_1 + m_2) \left(\frac{r_2}{T_2} - c \ln \frac{T_1}{T_2} \right) - m_1 \frac{r_1}{T_1} = -0,016 \text{ cal/step.}$$

Процес није адијабатски. Негативан знак испред ΔS показује да је извесна количина топлоте предата околним телима.

18—13. $-0,00756 \text{ step/at}$.

18—14. Око 542 cal/gr .

18—15. Стављајући, пошто је h мало, $\Delta p = D_2 g h$, имамо:

$$\Delta T = \frac{g h T \left(1 - \frac{D_2}{D_1} \right)}{r}$$

или пошто је $\frac{D_2}{D_1} \ll 1$:

$$\Delta T = \frac{ghT}{r} = 0,0012^\circ \text{C}.$$

18—19. а) Користећи Ципс Хелмхолцову релацију имамо:

$$\delta - \beta T = 114 \text{ erg/cm}^2;$$

$$18—17. r = \pi d^2 \frac{N}{\mu} (\sigma - \beta T) = 195 \text{ kcal/gr.}$$

Експеримент даје око 550 kcal/gr. Неслагање се објашњава неправилношћу примене на одвојене молекуле појмова који се односе на скупове молекула.

$$18—18. 1,47 \text{ kJ.}$$

$$18—19. Q = A \frac{T_2}{T_2 - T_1} = 3 \text{ kcal.}$$

18—20. Прво, вода у загревном систему, пошто служи као тело за хлађење код мотора, добија $H \frac{T_3}{T_1}$ топлоте. Друго, иста вода претставља топлије тело у машини за

хлађење и зато добија $H \frac{T_1 - T_3}{T_1} \cdot \frac{T_3}{T_3 - T_2}$ топлоте. При сагоревању 1 kg горива она добија укупно

$$H \frac{T_3 (T_1 - T_2)}{T_1 (T_3 - T_2)} = 14,900 \text{ kcal/kg.}$$

18—21. а) Посматрајмо промену запремине 1 мола гаса:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = R \ln \frac{V_2}{V_1} = k \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^N = k \ln w.$$

б) Из Van-der-Vaalsove једначине следеће:

$$Q = RT \ln \frac{V_2 - b}{V_1 - b} \quad (\text{в. задатак 14—6}).$$

Одавде се добија тражени резултат.

18—22. б) 66 kcal/gr. Експеримент даје око 70 kcal/gr.

$$18—24. V = \frac{kT \ln \frac{n_2}{n_1}}{gh(D - D_0)} = 1,9 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^3,$$

где су D и D_0 густине гумигута и воде.

$$19—1. 1360 \text{ kcal.}$$

$$19—2. 0,36^\circ \text{C.}$$

$$19—3. t = \frac{\frac{\lambda_1}{b_1} t_1 + \frac{\lambda_2}{b_2} t_2}{\frac{\lambda_1}{b_1} + \frac{\lambda_2}{b_2}} = 28,6^\circ \text{C.}$$

$$19—4. \lambda = \frac{b}{\frac{b_1}{b_2} + \frac{b_2}{\lambda_2}} = 0,285 \frac{\text{kcal}}{\text{cm} \cdot \text{sec} \cdot \text{stepen}}.$$

19—5. Узмимо да је ивица коцке једнака 1 см. Означимо број парова плочице и њихове дебљине са n , b_1 и b_2 . Тада је

$$n(b_1 + b_2) = 1; \lambda_{\perp} = \frac{1}{n\left(\frac{b_1}{\lambda_1} + \frac{b_2}{\lambda_2}\right)}; \lambda_{\parallel} = n(b_1\lambda_1 + b_2\lambda_2);$$

$$\frac{\lambda_{\parallel}}{\lambda_{\perp}} = n^2 \left[b_1^2 + b_2^2 + b_1b_2 \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{\lambda_1\lambda_2} \right] > 1$$

пошто је

$$\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{\lambda_1\lambda_2} > 2$$

19—6. Градијент у близини горњег зида је мањи.

$$19-7. Q = \frac{2\pi\lambda\tau(t_3 - t_1)l}{\ln \frac{d_1}{d_2}} = 200.000 \text{ kkal.}$$

19—8. С мањом топлотном проводљивости.

19—9. 1030 kkal. Уствари пећ одаје већу количину топлоте. Њутнов закон сувише је нетачан за овако велике разлике температуре.

19—10. Користећи релацију $dQ = \alpha S(t - t_0)d\tau$ и узимајући да је температура жице иста по целом њеном пресеку, имамо:

$$dQ = -cm dt.$$

$$\text{Стављајући} \quad m = \frac{\pi d^2}{4} l D; \quad S = \pi l d,$$

$$\text{добивамо: } \frac{dt}{t - t_0} = -\frac{4\alpha}{cdD} d\tau; \quad \tau = \frac{cDd}{4\alpha} \ln \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} = 58 \text{ sec.}$$

19—11. а) Кроз све површине и слојеве у јединици времена прође иста количина топлоте:

$$Q = \alpha_1 S(t_1 - t_2) = \lambda_1 S \frac{t_2 - t_3}{d_1} = \lambda_2 S \frac{t_3 - t_4}{d_2} = \lambda_3 S \frac{t_4 - t_5}{d_3} = \alpha_2 S(t_5 - t_6).$$

$$\text{Одакле се добија } Q = \frac{S(t_1 - t_6)}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_2}} = 12.000 \text{ kkal.}$$

6) Температура слоја чађи 400—200° C; гвозђа 200—195° C; каменца 195—183° C.

19—12. Код посматраних материјала не поклапају се редоследи температурских и топлотних проводљивости.

20—1. 70 CGSE.

20—2. 0,076 mm.

20—3. Куглице ће да се додирну, а затим се одбију и зауставе на растојању од 3,15 cm.

20—4. 2,2 CGSE.

20—5. 1,6 gr/cm³.

20—6. 0,1 CGSE.

20—7. Растојање од наелектрисања q_1 износи

$$x = l - \frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1} \pm \sqrt{q_2}}.$$

Знак „-“ одговара разноименим наелектрисањима, знак „+“ истоименим.

20—8. а) 0; б) 0; $\frac{2q}{\epsilon a^2}$ или $\frac{4q}{\epsilon a^2}$ у зависности од распореда наелектрисања.

20—9. $E = \frac{q}{\epsilon r_1^2 r_2^2} \sqrt{(r_1 - r_2)(r_1^3 - r_2^3)} + d^2 r_1 r_2 = 1,28 \text{ CGSE.}$

20—10. а) $3,9 \cdot 10^{-9} \text{ cm}$; б) 137 CGSE и 68 CGSE; в) $6,6 \cdot 10^{-8} \text{ dina}$; г) $33 \cdot 10^{-7} \text{ dina}$.

20—11. $r = \sqrt{\frac{2qp}{3kT}} = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$ (q — наелектрисање јона; k — Болцманова константа).

20—13. $5,8 \cdot 10^5 \text{ C.}$

20—14. $F = \frac{2q_1 q_2}{\epsilon l r} = 10^{-5} \text{ dina.}$

20—15. а) Индукција ће остати без промене, а јачина поља смањити се 2 пута.

б) Индукција се увећава 2 пута, а јачина поља се не мења.

20—16. $q = \sqrt{\frac{\epsilon SF}{2\pi}} = 395 \text{ CGSE}$; $D = 24,8 \text{ CGSE.}$

20—17. Неће се променити.

20—18. $A = \frac{2\pi q^2 d}{\epsilon S} = 46.200 \text{ erg.}$

20—19. $E = \frac{q}{\epsilon R R_0} = 0,2 \text{ CGSE.}$

20—20. а) 0; б) $E = \frac{qh}{\epsilon \sqrt{R^2 + h^2}} = 0,358 \text{ CGSE.}$

в) Поље има максималну јачину у тачки која се налази на растојању од прстена једнаком

$$R_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}; E_{\max} = 0,77 \text{ CGSE.}$$

20—21. а) Полазимо од решења претходног задатка. Делимо плочницу на низ бесконачно танких прстенова (сл. 16). Наелектрисање на прстену с радиусом x износи:

$$\gamma = \sigma \cdot 2\pi x \cdot dx.$$

$$dE = \frac{2\pi\sigma \cdot \delta x \, dx}{\epsilon (x^2 + b^2)^{3/2}};$$

$$E = \frac{2\pi\sigma}{\epsilon} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}} \right) = 12,57 \text{ CGSE.}$$

Тада је

б) Кад $b \rightarrow 0$, други члан у загради једнак је нули и

$$E = \frac{2\pi\sigma}{\epsilon}$$

в) Ако је $a \ll b$ онда је

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}} \approx 1 - \frac{a^2}{2b^2}.$$

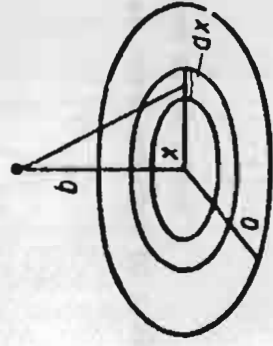
При том је

$$E = \frac{q}{\epsilon b^3}.$$

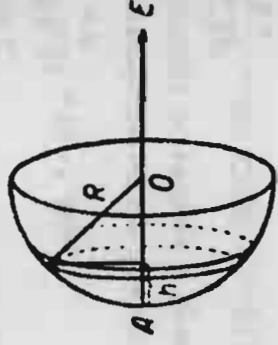
20—22. Решење се лако добија као последица решења задатка 20—21:

$$E = \frac{2\pi\sigma}{\epsilon \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}}.$$

20—23. Делимо полусферу на низ бесконачно уских прстенова (сл. 17). Површина сваког прстена је $2\pi R \cdot dh$. Наелектрисање на прстену износи $\sigma \cdot 2\pi R dh$. Из разлога симетрије јасно је, да је поље уперено дуж линије ОА. Према томе, јачина поља створеног наелектрисањем на прстену једнака је:



Сл. 16



Сл. 17

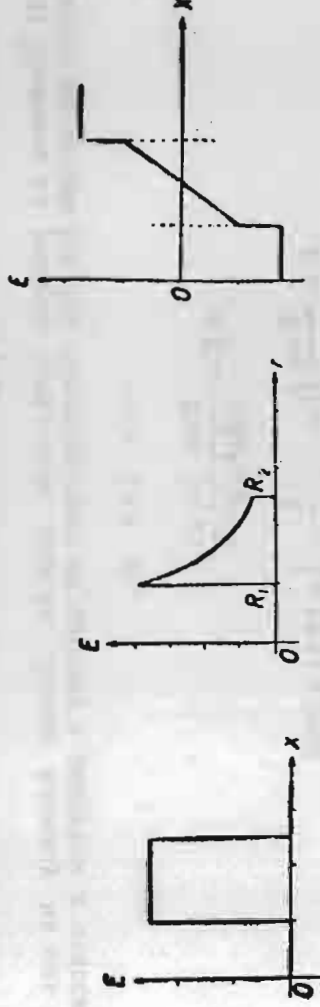
метрије јасно је, да је поље уперено дуж линије ОА. Према томе, јачина поља створеног наелектрисањем на прстену једнака је:

$$dE = \frac{\sigma \cdot 2\pi R \cdot dh}{\epsilon R^3} \cdot \frac{R-h}{R}$$

Одакле:

$$E = \int_0^R \frac{2\pi\sigma (R-h) dh}{\epsilon R^2} = \frac{\pi\sigma}{\epsilon}.$$

20—24. а) 1,1 CGSE; б) $-0,4$ CGSE. 20—25. а) 0; б) 0,75 CGSE; в) 2,51 CGSE.



Сл. 18

Сл. 19

Сл. 20

20—26. $E = \frac{4\pi R^3 \rho}{\epsilon r^3 \epsilon} = 2,6$ CGSE.

20—27. В. слике 18, 19, 20 и 21.

21—2. а) Не, јер је правац поља у свим тачкама потпуно одређен. б) Не, јер би међусобно додиривање двеју линија силе значило бесконачну јачину поља у датој тачки. в) Не могу.

21—5. а) 2,84 eV; б) $3,53 \cdot 10^{-2}$ eV; в) 0,434 eV; г) 18,1 eV.

21—6. 40 електрона.

21—7. $q = \frac{mgdtg \alpha \epsilon}{U} = -4,8 \cdot 10^{-8}$ CGSE.

21-8. $F = \frac{U^2 \epsilon S}{8 \pi d^2} = 25 \text{ dina.}$

21-9. а) Кад је сталан напон између плоча.
б) При сталном наелектрисању.

21-11. а) $A_1 = q \frac{(q_1 - q_2) (\sqrt{r^2 + a^2} - r)}{\epsilon r \sqrt{r^2 + a^2}} = 4 \text{ erga;}$

$A_3 = 0; \text{ б) } A_3 = 0; A_4 = 6,7 \text{ erga.}$

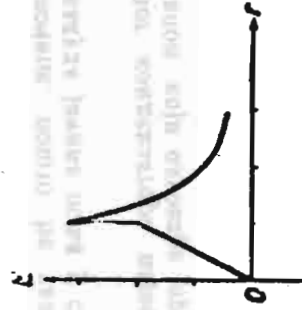
21-12. а) 24,8 erga; б) нула.

21-13. $\frac{P}{\epsilon r^2}.$

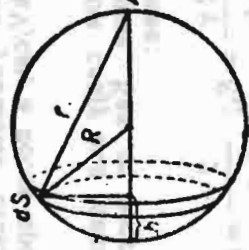
21-14. а) $J = \frac{q}{\epsilon \sqrt{R^2 + h^2}}; \text{ б) } U_1 = 10 \text{ CGSE; } U_3 = 4,47 \text{ CGSE.}$

21-15. $U = 2 \pi \delta (\sqrt{a^2 + b^2} - b) e^{-1}.$

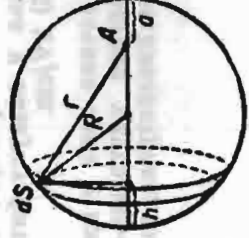
21-16. а) Наелектрисање на појасу dS (сл. 22) једнако је $\delta \cdot 2 \pi R \cdot dh.$



Сл. 21



Сл. 22



Сл. 23

Потенцијал у тачки А поља тог наелектрисања једнак је:

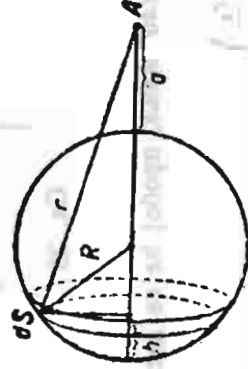
$$\frac{\delta \cdot 2 \pi R dh}{\epsilon \sqrt{2R(2R-h)}},$$

одавде следеће $U = \int_0^{2R} \frac{\sigma \pi \sqrt{2R} dh}{\epsilon \sqrt{2R-h}} = \frac{q}{\epsilon R}.$

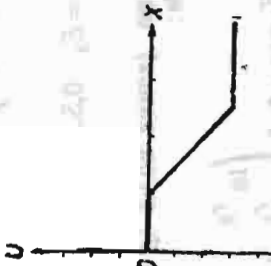
б) В. Слику 23.

$$U = \int_0^{2R} \frac{\sigma \cdot 2 \pi R \cdot dh}{\epsilon \sqrt{2h(a-R) + (a-2R)^2}} = \frac{q}{\epsilon R}.$$

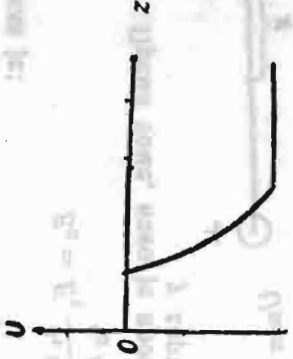
в) В. слику 24.



Сл. 24



Сл. 25



Сл. 26

$$U = \int_0^{2R} \frac{\sigma \cdot 2 \pi R \cdot dh}{\epsilon \sqrt{(2R+a)^2 - 2(R+a)h}} = \frac{q}{\epsilon(R+a)}.$$

21—17. В. слике 25, 26, 27 и 28.

21—18. а) 4000 V/cm; б) 22,5 V/cm.

21—19. а) Нека је унутрашњи цилиндар наелектрисан негативно.

$$U = - \int_0^R EdR = - \frac{R_2}{R_1} \frac{2\gamma \ln \frac{R_2}{R_1}}{\epsilon}$$

Одавде:

$$\gamma = \frac{\epsilon U}{2 \ln \frac{R_2}{R_1}} = 0,623 \text{ CGSE};$$

Сл. 27

б) $\sigma_1 = 0,033 \text{ CGSE}$; $\sigma_2 = 0,0099 \text{ CGSE}$;

$$\text{в) } E = \frac{U}{R \ln \frac{R_2}{R_1}}; 125 \text{ V/cm}; 57,5 \text{ V/cm}; 37,4 \text{ V/cm}.$$

21—20. Биће пробит јев само после уношења стаклене плочнице, пошто ће тада јачина поља у ваздуху бити 31,4 kV/cm, а после пробоја ваздуха јачина поља у стаклу биће 130 kV/cm.

21—21. Јачина поља у изолаторском слоју код цилиндричног кондензатора највећа је поред његове унутрашње површине. Кад се достигне напон који одговара пробоју код датог диелектрика, имамо услове:

$$\frac{2\gamma}{r_1 \epsilon_1} = E_1; \quad -\frac{2\gamma}{r_2 \epsilon_2} = E_2,$$

где су r_1 и r_2 унутрашњи полупречници цилиндара диелектрика. Одавде:

$$E_1 r_1 \epsilon_1 = E_2 r_2 \epsilon_2.$$

21—22. а) Максимална јачина поља у хартији једнака је:

$$E_1 = \frac{U}{\epsilon_1 r_1 \left(\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{r_1} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_2}}{\epsilon_2} \right)};$$

а у стаклу:

$$E_2 = \frac{U}{\epsilon_2 r_2 \left(\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\epsilon_1} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_2}}{\epsilon_2} \right)}.$$

Одавде је:

$$E_2 = E_1 \frac{\epsilon_1 r_1}{\epsilon_2 r_2} = E_1 \cdot 0,5.$$

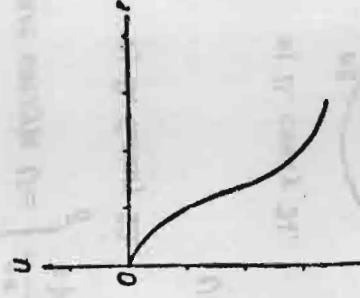
Према томе, иако је пробојна јачина поља за стакло мања, пробој ће се десити у хартији:



$$U_{\max} = E_{1\max} \cdot \epsilon_1 r_1 \left(\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\epsilon_1} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_2}}{\epsilon_2} \right) = 45 \text{ kV}. \quad \text{б) } U_{\max} = 48 \text{ kV}.$$

Сл. 29

21—23. Јачина поља на растојању x од осе негативно наелектрисане жице на линији



Сл. 28

која спаја осе (сл. 29) једнака је:

$$E = -\frac{2\gamma}{ex} - \frac{2\gamma}{e(l-x)}.$$

$$U = -\int_r^{l-r} E dr = \frac{4\gamma}{e} \ln \frac{l-r}{r}.$$

а) $E = \frac{2U}{l \cdot \ln \frac{l-r}{r}} = 40 \text{ V/cm}.$

б) Векторским сабирањем добијамо:

$$E = \frac{U \cdot l}{2 R_1 R_2 \ln \frac{l-r}{r}} = 3 \text{ V/cm}.$$

21-24. $U = \frac{\pi r d^2}{2\epsilon} = 79 \text{ V}.$

21-26. $2,37 \text{ cm}; 4,74 \cdot 10^{-8} \text{ sec}.$

21-27. $U = 2 U_0 \ln \frac{R_2}{R_1}.$

21-28. $v = \sqrt{\frac{eUb}{dms} \left(\frac{b}{2} + l \right)} = 1,58 \cdot 10^8 \text{ cm/sec}.$

21-29. $U_2 = \frac{2 d^2 U_1}{b^2} = 400 \text{ V}.$

21-30. Под дејством поља у кондензатору електрон пређе пут $s = \frac{eUb^2}{2dmv_0^2}$; рад сила

електричног поља једнак је $\frac{eU}{d} s = \frac{e^3 U^3 b^2}{2 d^2 m v_0^2}$. Он је једнак разлици енергија елек-

трона $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$; може да се узме, пошто је мали прираштај $v - v_0$, да та разлика

износи $(v - v_0) v_0 m$.

Одавде.

$$v - v_0 = \frac{e^2 U^3 b^2}{2 d^2 m^3 v_0^3} = 5,7 \cdot 10^6 \text{ cm/sec}.$$

22-1. а) Разлика потенцијала је једна иста и једнака $\frac{U}{3}$. Не постоје.

Јачина поља је иста и једнака $\frac{U}{d}$.

б) Између А и С и између В и D разлика потенцијала је $\frac{U}{3}$.

Између С и D разлика потенцијала једнака је нули. На плочама С и D негативна и позитивна наелектрисања исте су величине као и на плочама А и В. Јачина поља између А и С, и између В и D једнака је $\frac{U}{d}$, а између С и D једнака је нули.



в) Разлика потенцијала и јачина поља између А и С, и између В и D имају вредност $\frac{U}{9}$ и $\frac{U}{3d}$; између С и D те величине су респективно $\frac{2U}{9}$ и $-\frac{2U}{3D}$.

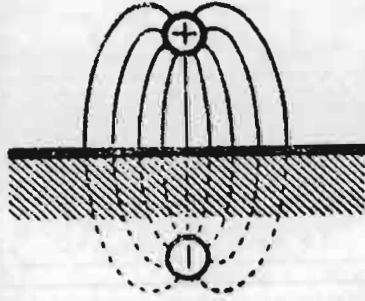
г) а) Одговори су као претходни. б) Између А и С, и између D и В разлика потенцијала износи $\frac{U}{2}$; између С и D једнака је нули. Јачина поља између А и С, и између D и В једнака је $\frac{3U}{2d}$; између С и D равна је нули. в) Разлика потенцијала и јачина поља између С и D има вредност $-\frac{U}{3}$ и $-\frac{U}{d}$.

22—2. а) Индукована наелектрисања остају без промене. б) Повећавају се 2 пута.

22—3. а) Силе које дејствују на наелектрисања неће се променити; неће да се промени ни јачина поља ни у једној тачки простора.

б) Јачина поља између облога једнака је нули. Јачина поља у осталом простору и силе остају непромењене.

22—4. Распоред линија силе у случају куглице и зида спојеног са земљом исти је као у случају две разноимено наелектрисане куглице које се налазе на двоструком растојању (сл. 30).



Сл. 30

$$F = \frac{q^2}{4 \epsilon a^2} = 69 \text{ dina.}$$

22—5. То следује из резултата претходног задатка.

$$22-6. \text{ а) } F = \frac{q_1^2 - q_2^2}{\epsilon (d_1 - d_2)^2} = 4 \text{ dina.}$$

$$22-7. E = \frac{2qh}{\epsilon \sqrt{(h^2 + s^2)^2}} = 114 \text{ V/cm.}$$

22—8. а) Јачина поља у тој тачки једнака је $\frac{q}{\epsilon a^2}$. У проводнику она је једнака нули.

Према томе:

б) Из истих разлога:

$$\sigma = -\frac{qa}{2\pi r^2} = -0,019 \text{ CGSE.}$$

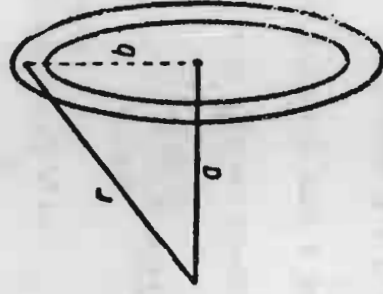
в) Посматрајмо (сл. 31) бесконачно узак прстен с радиусом b . Његова је површина $dS = 2\pi b \cdot db$. Наелектрисање на њему има вредност:

$$dq' = \sigma dS = -\frac{q \cdot ab \cdot db}{\sqrt{(a^2 + b^2)^3}}.$$

Укупно наелектрисање на целом зиду је:

$$q' = -\frac{qa}{2} \int_0^\infty \frac{2b \cdot db}{\sqrt{(a^2 + b^2)^3}} = -q = -5 \text{ CGSE.}$$

Сл. 31



22—9. Честице, наелектрисане позитивно, и ненаелектрисане честице у свим условима кретаће се ка жици. Негативно наелектрисане честице кретаће се ка цеви ако се налазе далеко од жице, а ако се налазе ближе од неког одређеног отстојања кретаће се ка жици.

22—10. При удаљавању куглице од шиља врши се рад, пошто куглица бива привлачена од стране шиља, без обзира на наелектрисање које на њој постоји.

22—11. Видети слику 32.

23—1. 0,48 CGSE.

23—2. $1,06 \cdot 10^{-8} \text{ C/cm}^2$.

23—3. а) $\alpha_2 = 78^\circ 46'$; б) $E_2 = 141 \text{ V/cm}$;

в) $\sigma_1 = \frac{\epsilon_0 E_1 \cos \alpha_1 (\epsilon_2 - \epsilon_1)}{4 \pi \epsilon_2} = 0,034 \text{ CGSE}$;

овде су ϵ_2 и α_1 диелектричне пропустљивости порцелана и ваздуха.

23—4. а) Услов једнакости индукције у ваздуху и у петролеуму даје;

$$\left(\frac{q}{h^2} - 2 \pi \sigma_1 \right) \epsilon = \left(\frac{q}{h^2} + 2 \pi \sigma_1 \right) \epsilon_0;$$

где ϵ_0 и ϵ претстављају диелектричне пропустљивости ваздуха и петролеума. Одавде је:

$$\sigma_1 = \frac{q}{2 \pi h^2} \cdot \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + \epsilon_0} = 0,29 \text{ CGSE};$$

$$\text{б) } \sigma_1 = \frac{qh}{2 \pi r^3} \cdot \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + \epsilon_0} = 0,064 \text{ CGSE};$$

в) в. одговор на задатак 22—8:

$$q_1 = q \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + \epsilon_0} = 17 \text{ CGSE}.$$

23—6. На горњу плочу делује сила:

$$F_1 = 7,5 \cdot 10^3 \text{ dina}.$$

На доњу плочу делује сила:

$$F_2 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ dina}.$$

Разлика се објашњава тиме што се горња и доња плоча, поред тога, налазе у узајамном дејству с привидним наелектрисањем на површини диелектрика.

$$23-7. \quad h = \frac{2 \pi q^2 (\epsilon - \epsilon_0)}{S^2 D g \epsilon \epsilon_0} = 0,02 \text{ cm}.$$

24—2. 15 V.

24—3. а) Трансформишимо формулу за капацитет сферног кондензатора на следећи начин:

$$C = \frac{\epsilon 4 \pi R_1 R_2}{4 \pi (R_2 - R_1)}.$$

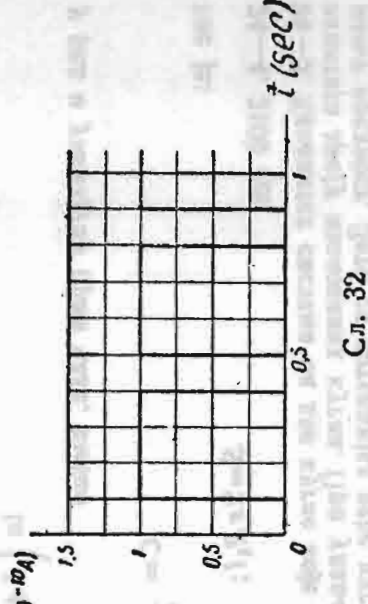
Стављајући приближно

$$4 \pi R_1 R_2 = 4 \pi R_1^2 = S; \quad R_2 - R_1 = d,$$

имамо:

$$C = \frac{\epsilon S}{4 \pi d}.$$

$$\text{б) } C = \frac{\epsilon l}{2 \ln \frac{R_2}{R_1}} = \frac{\epsilon l}{2 \ln \left(1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1} \right)}.$$



Сл. 32

Развијајући

$$\ln \left(1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1} \right)$$

у ред и узимајући први члан, имамо

$$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d},$$

где је:

$$S = 2\pi R_1 l; \quad d = R_2 - R_1.$$

24—4. 3100 см.

24—5. Капацитет система од две кугле које се додирују, очевидно, мањи је од збира капацитета двеју изолованих кугли. При удаљавању кугли капацитет веће повећава се за мању вредност. Зато се потенцијал веће кугле смањује за мању вредност.

24—6. 10^{-8} С.

24—7. 670 см.

24—9. Повећао се за 12,5%.

24—10. Увећа се скоро два пута.

24—11. $2,6 \cdot 10^{-8}$ А.

24—12. $q = \frac{R}{2} (\epsilon + \epsilon_0) U = 27 \text{ CGSE}.$

24—13. а) $C = \frac{\epsilon_0 d (2l - d)}{8 (l - d)} = 0,257 \text{ см};$ б) $C = \frac{\epsilon_0 d (4l - d)}{4(2l - d)} = 0,51 \text{ см}.$

24—14. $U_1 = 7500 \text{ В}; \quad U_2 = 4500 \text{ В}; \quad q = 2,5 \text{ мС}.$

24—15. Хоће.

24—16. а) $C = \frac{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}; \quad C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_3} + \frac{C_3 C_4}{C_2 + C_4}.$

б) Ставимо $C_3 = k C_1; \quad C_4 = k C_2;$

$$C = \frac{(C_1 + C_2)^2 k}{(C_1 + C_2)(1 + k)} = \frac{(C_1 + C_2) k}{1 + k};$$

$$C' = \frac{k C_1^2}{C_1(1 + k)} + \frac{k C_2^2}{C_2(1 + k)} = \frac{(C_1 + C_2) k}{1 + k} = C.$$

24—17. Систем претставља три сериски везана кондензатора. Означавајући са $\cdot$ дебелину првог, имамо:

олазде:

$$\frac{1}{C} = \frac{4\pi x}{\epsilon_0 S_1} + \frac{4\pi d_2}{\epsilon S_2} + \frac{4\pi (d_1 - d_2 - x)}{\epsilon_0 S_1};$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S_1 S_2}{4\pi [(d_1 - d_2) \epsilon S_2 + \epsilon_0 d_2 S_1]} = 139 \text{ см}$$

24—18. $C = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 S}{4\pi (\epsilon_2 d_1 + 2\epsilon_1 d_2)} = 464 \text{ см}.$

24—19. $C_1 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 l}{2 \left(\epsilon_1 \ln \frac{r_3}{r_2} + \epsilon_2 \ln \frac{r_2}{r_1} \right)} = 1070 \text{ см};$

$C_2 = 1100 \text{ см}.$

24—20. 5000 см.

24—21. 0,096 кал.

24—22. а) Кад су кондензатори једнаки нема прелажења наелектрисања, и енергија система остаје непромењена.

То може да се покаже још и овако: при преласку са сериске на паралелну везу напон се смањује n пута, а капацитет се повећава n^2 пута. Према томе енергија остаје без промене.

У случају различитих капацитета кондензатора при превезивању се врши претицање наелектрисања, тј. делимично пражњење. Енергија система, а такође и рад пражњења батерије смањује се.

б) Енергија система остаје непромењена. Ипак ако се споје крајње облоге кондензатора батерије, извршиће се само делимично пражњење батерије, пошто ће средњи кондензатори остати делимично напуњени.

24—23. Ако при затварању прекидача K дође до претицања наелектрисања, енергија система се смањује; одавде следује да се његов капацитет повећао. Уколико нема претицања капацитет је остао непромењен.

$$24-24. A = \frac{e S U^2 (\varepsilon - \varepsilon_0)}{8 \pi d \varepsilon_0} = 279 \text{ erga.}$$

$$24-25. A = \frac{e S U^2 d_2}{8 \pi (d_1 - d_2)^2} = 119 \text{ erga.}$$

24—26. а) Промена енергије је позитивна и врши се на рачун механичког рада при размицању плоча или при извлачењу изолатора.

б) Промена енергије је негативна. Врши се позитиван механички рад и дво-струки негативан рад у извору струје.

24—30. Енергија батерије у случају сериске везе:

$$W_1 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{U^2}{2}.$$

При паралелној вези енергија батерије једнака је;

$$W_2 = \frac{2 C_1^2 C_2^2}{(C_1 + C_2)^3} U^2.$$

Рад пражњења:

$$A = W_1 - W_2 = \frac{C_1 C_2 U^2 (C_1 - C_2)^2}{2 (C_1 + C_2)^3} = 11.520 \text{ erga.}$$

$$24-31. A = \frac{C U^2 (\varepsilon - \varepsilon_0)^2}{2 \varepsilon (\varepsilon + \varepsilon_0)} = 600 \text{ erga.}$$

$$24-32. A = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (U_1 - U_2)^2 = 108.000 \text{ erga.}$$

$$24-33. \text{ а) } M = \frac{2 (C_1 - C_2) U^2}{\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)^2} = 180 \text{ din-cm;}$$

$$\text{ б) } M = \frac{(C_1 - C_2) U^2}{2 \pi} = 48 \text{ din-cm.}$$

24—34. Капацитет батерије пре и после пробоја:

$$\frac{C}{n} \text{ и } \frac{C}{n-1}.$$

Енергија:

$$\frac{CU^3}{2n} \text{ и } \frac{CU^3}{2(n-1)}$$

Промена енергије:

$$\text{а) } \Delta W = \frac{CU^3}{2} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \right) = \frac{CU^3}{2n(n-1)} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

$$\text{б) } A_1 = \frac{CU^3}{2n(n-1)} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

$$\text{в) } A_2 = \frac{CU^3}{n(n-1)} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

24–35. а) Јачина поља у унутрашњости кугле на растојању r од центра једнака је:

$$E_1 = \frac{qr}{\epsilon_0 R^3};$$

а енергија:

$$W_1 = \int_0^R \frac{E^2 \epsilon_0}{8\pi} \cdot 4\pi r^2 \cdot dr = \frac{q^2}{10\epsilon_0 R}.$$

б) Јачина поља ван кугле:

$$E_2 = \frac{q}{\epsilon_0 R^2};$$

ошакле:

$$W_2 = \frac{q^2}{\epsilon_0 2R}.$$

$$\text{в) } W = \frac{3}{5} \frac{q^2}{R \epsilon_0}.$$

$$\text{г) } \Delta W = 0,222 \frac{q^2}{R \epsilon_0}.$$

25–1. а) 15 С; б) 0,26 С.

25–2. 44.000 А/см².25–3. $3,8 \cdot 10^{-4}$ А/см² и 0,19 А/см².

25–4. 2,5 м.

25–5. 57 Ω.

$$\text{25–6. } R = \frac{\rho}{2\pi d} = 160 \text{ } \Omega.$$

25–7. Не треба.

25–8. а) У волфрамовом влакну јачина струје при укључењу знатно је већа него касније. У угљеном — обрнуто.

б) У волфрамовом влакну густина струје мања је у средини него на периферији, код угљеног — супротно.

$$\text{25–9. } t_2 = \frac{R_2(1 + \alpha t_1) - R_1}{\alpha R_1} = 44^\circ \text{ C.}$$

$$\text{25–10. } \alpha = \frac{\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2}{R_1 + R_2} = 0,0049 \text{ stepen}^{-1}.$$

25–11. Угљена шипка треба да буде 14 пута дужа.

25—12. Да температура не би утицала на показивање волтметра, јачина струје од које зависи обртни момент што делује на кретни калем мора да се мења сразмерно промени еластичности опруге. Температурски коефицијент промене манганинског отпора и отпора калемова једнак је:

$$\alpha = \alpha_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Компензација ће се постићи под условом да је $\frac{1}{1+\alpha t} = 1 + \beta t$, што може да се замени односом $\alpha = -\beta$ пошто је β мало; одавде је

$$\alpha_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -\beta; R_2 = 9 R_1.$$

25—13. а) 45 V и 15 V; б) 20 V и 40 V; в) 60 V и 0.

25—14. 77 m A.

25—15. 4,1 V и 0,05 Ω .

25—16. 0,47 A.

25—17. $\Delta t = \frac{I(R_1 + R_2)}{e} = 0,7^\circ \text{C}.$

25—18. Јачина струје при кратком споју другог елемента треба да буде већа од јачине струје коју даје први елемент кад је затворен преко отпора R:

$$\frac{\mathcal{E}_2}{r_2} > \frac{\mathcal{E}_1}{R + r_1}.$$

25—19. $U = j_0 \pi d \rho w = 6,4 \text{ V}.$

25—20. $R_x = R \frac{(U_0 - U_2) U_1}{(U_0 - U_1) U_2} = 78.600 \Omega.$

25—21. $U_2 = \frac{U_1(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) - 2 \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2} = -1,5 \text{ V}.$

25—22. а) Нула; б) нула; в) разлика потенцијала између проводника између којих се налази непаран број елемената једнака је $\mathcal{E}_1$, а између којих се налази паран број елемената једнака је нули.

25—23. $q = \frac{I \rho e}{4 \pi} = 1,8 \cdot 10^{-10} \text{ C}.$

25—24. На границама слоја електролита стварају се наелектрисања која мењају поље.

25—25. Биће све до момента, док се на површини воде не створе наелектрисања која потпуно неутралишу поље у њој.

25—26. Поље у шкриљцу је хомогено.

25—28. Лигије силе прате све кривине цеви или проводника. То је произведено присуством наелектрисања на зидовима цеви (или на изолацији проводника).

25—29. а) $i_1 = \frac{2U}{l \cdot \rho \cdot \ln \frac{l-r}{r}} = 0,013 \text{ A/cm}^2$; б) $i_2 = \frac{U l}{2 R^2 \rho \ln \frac{l-r}{r}} = 0,0057 \text{ A/cm}^2$;

$$\text{в) } l = \frac{U \cdot l \cdot \pi}{\rho \cdot \ln \frac{l-r}{r}} = 4,1 \text{ A}.$$

25—30. Отпор је бесконачно велики.

25—31. а) То се види из следећег разматрања. На основу Омовог закона (који може

да се примени јер су мале густине струје које се при том добијају) у случајевима диелектрика добијају се јачине поља E_1 и E_2 , чији се однос $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ разликује од односа јачина поља у слојевитом кондензатору $\frac{E'_1}{E'_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$, ако је $\frac{\rho_1}{\rho_2} \neq \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$.

Услед тога, равнотежно стање успоставиће се једино онда, кад на границама између диелектрика буду постојала таква наелектрисања, за која важи однос:

$$\frac{E'_1}{E'_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

Очигледно, кад постоји проводљивост, и при услову $\frac{\rho_1}{\rho_2} \neq \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$, капацитет кондензатора је већи него кад нема проводљивости.

б) Величина ових наелектрисања може да се израчуна овако. Ако је U укупан напон на кондензатору, по Омовом закону је:

$$E_1 = \frac{U\rho_1}{\rho_1 d_1 + \rho_2 d_2}; \quad E_2 = \frac{U\rho_2}{\rho_1 d_1 + \rho_2 d_2}.$$

С друге стране, кад постоји равнотежа

$$E_1 = \frac{4\pi\sigma_1}{\epsilon_1} \quad \text{и} \quad E_2 = \frac{4\pi\sigma_2}{\epsilon_2},$$

где су σ_1 и σ_2 густине слободних наелектрисања на границама диелектрика

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \frac{11}{4\pi} (\epsilon_1 E_1 - \epsilon_2 E_2) = \frac{U}{4\pi} \cdot \frac{\rho_1 \epsilon_1 - \rho_2 \epsilon_2}{\rho_1 d_1 + \rho_2 d_2} = 22 \text{ CGSE.}$$

в) При пражњењу спољашња наелектрисања на облогама кондензатора распоредују се тако, да на облогама остају истоимена наелектрисања, чији је збир једнак πS (али која, у општем случају нису међусобно једнака). Добијају се у неку руку као два сериски везана кондензатора, напуњена супротно, тако да се њихове супротне облоге (тј. облоге слојевитог кондензатора) налазе на истом потенцијалу. Пошто се један од кондензатора празни брже од другог, јавља се разлика потенцијала између облога слојевитог кондензатора и постоји могућност за пражњење.

$$25-32. t = CR \ln \frac{C}{C-U} = 0,046 \text{ sec.}$$

$$25-33. \rho = \frac{4\pi t}{e \ln \frac{q_0}{q}} = 1,47 \cdot 10^{18} \text{ cm.}$$

$$26-1. 1,3 \Omega.$$

$$26-2. \text{ а) } 0,8 \Omega; \text{ б) } 1 \Omega.$$

$$26-3. \text{ а) } R_1 = r\sqrt{3}; \text{ б) } R_2 = \frac{r}{\sqrt{3}}.$$

$$26-4. R = \frac{R_g(n-1)}{n} = 261 \Omega.$$

$$26-5. \text{ а) } x = \frac{IR_A}{U-IR_A} = +0,1\%; \text{ б) } +11\%.$$

$$26-6. \text{ а) } y = -\frac{U}{R_v I} = -0,3\%; \text{ б) } -30\%.$$

$$26-7. R = \frac{U_2}{I_2} - \frac{U_3 - U_1}{I_1} = 25,6 \, \Omega.$$

$$26-8. 0,025 \, \text{A}.$$

$$26-9. \text{a)} 1 \, \text{A}; \text{б)} 3,73. \quad 26-10. x = 2L \frac{I_1}{I} = 6,40 \, \text{km}.$$

$$26-11. \text{a)} \gamma \frac{(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{a+b+2\sqrt{a^2+b^2}}; \quad \text{б)} \gamma \frac{2ab+(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{a+b+2\sqrt{a^2+b^2}}.$$

$$26-12. I = \frac{U \cdot R_1}{R_2 R_1 + R (R_2 + R_1)} = 1,2 \cdot 10^{-3} \, \text{A}.$$

$$26-13. R_1 = \frac{R (U - U_1 - U_2)}{U_2} = 204.000 \, \Omega;$$

$$R_2 = \frac{R (U - U_1 - U_2)}{U_1} = 255.000 \, \Omega.$$

$$26-14. \text{a)} U_1 = 108 \, \text{V}; \quad U_2 = 72 \, \text{V};$$

$$\text{б)} U_1 = U \frac{R_1 (R_2 + 2R_2)}{(R_2 + R_1) R_2 + 4R_1 R_2} = 99 \, \text{V};$$

$$U_2 = 81 \, \text{V};$$

$$\text{в)} R'_2 = 4000 \, \Omega; \quad R''_2 = 6000 \, \Omega.$$

$$26-15. U_1 = U \frac{xrl}{Rxl + rl^2 - Rx^2};$$

$$\text{a)} U_1 = 0; \quad \text{б)} U_1 = U; \quad \text{в)} U_1 = U \frac{2r}{R+4r} < \frac{1}{2} U;$$

г) U_1 је пропорционално x ;

д) U_1 је блиско нули ако је $x < l$, а постаје једнако U кад је $x = l$.

$$26-16. 1,59 \, \text{A} \text{ и } 3,65 \, \text{A}.$$

$$26-17. I = \frac{1}{3} \, \text{A}; \quad I_2 = \frac{2}{3} \, \text{A}; \quad I = 1 \, \text{A}.$$

$$26-18. \text{a)} U_1 = 0,27 \, \text{V}; \quad U_2 = 1,27 \, \text{V}; \quad U_3 = 2,23 \, \text{V}; \quad \text{б)} 0,73 \, \text{V}.$$

$$26-19. r_1 = 0,5 \, \Omega; \quad r_2 = 0,33 \, \Omega; \quad r_3 = 0,5 \, \Omega.$$

$$26-20. I_1 = 1,5 \, \text{A}; \quad I_2 = 2,5 \, \text{A}; \quad I_3 = 4 \, \text{A}. \quad 26-21. \Delta t = \frac{RU}{R_v e} = 3,2^\circ \text{C}.$$

26-22. Јачина струје је једнака:

$$I = \frac{\frac{U}{R} \frac{n_2}{N}}{R + r \frac{n_2}{N}}.$$

За максималну вредност I :

$$n_2 = \sqrt{\frac{R}{r} N} = 200; \quad n_1 = \sqrt{\frac{r}{R} N} = 2.$$

Укупна јачина струје

$$I = \frac{U \sqrt{N}}{2\sqrt{Rr}} = 20 \, \text{A}.$$

Јачина струје кроз поједине елементе:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{2r} = 10 \text{ A.}$$

$$26-23. \text{ а) } I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + R(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}; \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 + R(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)};$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 + \mathcal{E}_1 r_2}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}.$$

$$\text{б) } r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}; \quad \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2}.$$

$$\text{в) } I_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1}; \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}.$$

г). струје су исте, као и при кратком споју појединих елемената.

д) Други елемент не даје струју: 1) кад $r_2 \rightarrow \infty$. У том случају први елемент даје струју:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + R} = I.$$

$$2) \text{ Кад је } \mathcal{E}_2 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + R} \cdot R.$$

То значи да је $\mathcal{E}_2$ једнако паду напона у спољашњем делу кола.

$$\text{д) } R = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1}{2(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)}.$$

Могуће је у следећим случајевима: 1) кад је $\frac{\mathcal{E}_1}{r_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$.

$$2) \text{ Када је } \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} \geq \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} \text{ и } \mathcal{E}_2 \geq \mathcal{E}_1.$$

$$\text{е) } I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + R(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}; \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 - R(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)};$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}.$$

Ако је $\frac{\mathcal{E}_1}{r_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$, струја I не постоји.

$$27-2. \quad n = \frac{U(U_0 - U)S}{I \rho P} = 23.$$

$$27-3. \quad S = \frac{\rho I P}{U_0^2 p (1-p)} = 0,46 \text{ cm}^2.$$

$$27-4. \quad m = \frac{D^2 \rho P}{U_0^2 p (1-p)} = 54 \text{ m.}$$

$$27-5. \text{ а) } I = \frac{n \mathcal{E} + \sqrt{n^2 \mathcal{E}^2 - 4 P n r}}{2 n}; \quad I_1 = 2 \frac{2}{3} \text{ A}; \quad I_2 = 2 \text{ A.}$$

$$\text{б) } P_{\max} = \frac{n \mathcal{E}^2}{4 r} = 8 \frac{1}{6} \text{ W.}$$

$$27-6. \quad 23,3 \text{ } \Omega.$$

27-7. $A = \frac{1}{3} \tau R (I_1^2 + I_2^2 + I_1 I_2) = 2480 \text{ J.}$

27-8. а) $+ 2 \text{ J; } + 2 \text{ J;}$

б) $+ 2 \text{ J; } + 0,7 \text{ J; в) } - 2 \text{ J; } + 0,6 \text{ J.}$

27-9. а) $\eta = \eta_0 \frac{\Theta (I_1 + I_2) - U I_2}{U I_1} = 64\% \quad \text{б) } 67\%.$

27-10. а) $A_1 = \frac{q^2 R}{\tau} = 54 \text{ kal;}$

б) $A_2 = \frac{4 q^2 R}{3 \tau} = 72 \text{ kal;}$

в) $A_3 = \frac{\ln 2 \cdot q^2 \cdot R}{2 \tau} = 19 \text{ kal.}$

27-11. $\tau = \frac{Rmc(t_2 - t_1)}{U^2 \eta} = 7 \text{ min,}$

где τ и t_2 специфична топлота и точка кључања воде.

27-12. $n = \frac{0,25 U^2 d^2 \eta \tau}{\rho dmc(t_1 - t_0)} = 133,$

где τ и t_1 специфична топлота и точка кључања воде.

27-13. а) $30 \text{ min; } \text{б) } 6 \text{ min. и } 40 \text{ sec.}$

27-14. На основу претпоставке наведене у задатку, може да се напише:

$$\frac{U_1^2}{R} \tau_1 - k \tau_1 = \frac{U_2^2}{R} \tau_2 - k \tau_2 = \frac{U_3^2}{R} \tau_3 - k \tau_3;$$

одакле је:

$$\tau_3 = \tau_1 \tau_2 \frac{U_1^2 - U_2^2}{U_3^2 (\tau_2 - \tau_1) + U_1^2 \tau_1 - U_2^2 \tau_2} = 44 \text{ min.}$$

27-15. а) $R_1 R_2 = r^2;$

б) $R_1 R_2 > r^2.$

27-16. $Q = \frac{l^2}{2 \pi d} \rho \tau \ln \frac{R}{r} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kal.}$

27-17. а) $\tau = \frac{D l^2 c t \rho_0 (1 + 0,5 \alpha t)}{U^2} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ sec,}$

где је $\rho_0 (1 + 0,5 \alpha t)$ средња специфични отпор олова при промени температуре од 0°C до његове тачке топења t ; D и c су густина и специфична топлота олова.

б) $\tau = \frac{\pi^2 d^4 D c \ln(1 + \alpha t)}{16 l^2 \rho \alpha} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ sec.}$

27-18. Гранична јачина струје за дати осигурач одређује се из услова да температура у стационарном режиму треба да буде једнака температури топења. Количина топлоте коју жица губи за 1 sec једнака је:

$$Q = S \cdot f(t),$$

где функција $f(t)$ претставља зависност губљења топлоте од температуре. У стационарном стању за прву жицу имамо:

$$\frac{l_1^2 \rho (1 + \alpha t) l \cdot 4}{\pi d_1^2} = \pi l d_1 \cdot f(t).$$

За другу жицу:

$$\frac{I_2^2 \rho (1 + \alpha t) l \cdot 4}{\pi d_2^2} = \pi l d_2 \cdot f(t).$$

Олаваде:

$$\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{d_1^3}{d_2^3}; \quad I_2 = I_1 \sqrt{\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3} = 23 \text{ A.}$$

27—19. Ради једнакости температура влакана, њихове бочне површине треба да буду пропорционалне снагама сијалица. Полазећи одатле, добијамо;

$$d_2 = d_1 \sqrt[3]{\frac{P_2^2 U_1^2}{P_1^2 U_2^2}} = 0,0131 \text{ mm}; \quad I_2 = I_1 \sqrt[3]{\frac{P_2 U_2^2}{P_1 U_1^2}} = 614 \text{ mm.}$$

27—20. Да би температура остала иста као претходна, снага треба да се промени за $\frac{d_2}{d_1}$ пута. Одатле:

$$U_2 = U_1 \sqrt{\frac{d_1}{d_2}} = 4 \text{ V}; \quad I_2 = I_1 \sqrt{\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3} = 0,55 \text{ A.}$$

27—21. У стационарном стању количина топлоте коју струја ослободи за 1 сес једнака је количини топлоте предате ваздуху.

$$I^2 R = k S (t_1 - t_0).$$

где k претставља коефицијент хлађења.

Даље:

$$\Delta l = l_0 \alpha (t_1 - t_0),$$

где је α коефицијент ширења.

Одатле је:

$$I^2 R = \frac{k S \Delta l}{l_0 \alpha}; \quad \frac{\Delta l}{l_0} = k_1 I^2,$$

где је k_1 коефицијент пропорционалности, чија је вредност

$$k_1 = \frac{4 \alpha \rho}{\pi^2 d^3 k};$$

обрнуто пропорционална кубу пречника жице.

27—22. Кроз грану ЕС тече струја I_1 , пропорционална напону U ; $I_1 = k_1 U$. Кроз грану АС тече струја $I_2 = k_2 I$ (пропорционална струји оптерећења) минус струја $\frac{I_1}{2}$, т. ј.

$I_2 = \frac{I_1}{2}$. Кроз грану СВ тече струја $I_2 + \frac{I_1}{2}$. Издужење дела АС једнако је $c \left(I_2 - \frac{I_1}{2} \right)$,

где је c коефицијент сразмерности, који зависи од материјала и димензија жице (в. претходни задатак). Издужење дела СВ једнако је $c \left(I_2 + \frac{I_1}{2} \right)$. Разлика издужења која условљава скретање казаљке износи:

$$2 c I_1 I_2 = 2 c k_1 k_2 I U = k P.$$

28—1. $I = \frac{Ne v}{l}$ где је N укупан број слободних електрона у проводнику а v брзина њиховог уређеног кретања. Одавде:

$$p = \frac{I l m}{e} = 2,3 \text{ gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

28—2. $v = \frac{j n}{Ne D} + 0,037 \text{ cm/sec.}$

28—3. а) 138 kG; б) 0,044 cm/sec.

28—4. $2,8 \cdot 10^{-11} \text{ V.}$

28—5. 6) $4,55 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE.}$ Нетачност резултата објашњава се тешкоћом да се избегну све грешке при мерењу.

28—6. Означимо са n_A , n_B и n_C концентрације слободних електрона у металима A , B и C , а разлике потенцијала при њиховом непосредном додиру са ϕ_{AB} , ϕ_{AC} и ϕ_{CB} . Претпостављајући да се на електроне може применити Болцманова релација, и узимајући у обзир да је рад при прелазу електрона из једног метала у други једнак респективно $\phi_{AB} \cdot e$, $\phi_{AC} \cdot e$ и $\phi_{CB} \cdot e$, имамо:

$$\frac{\phi_{AB} \cdot e}{kT} = \ln \frac{n_B}{n_A};$$

$$\frac{\phi_{AC} \cdot e}{kT} = \ln \frac{n_C}{n_A};$$

$$\frac{\phi_{CB} \cdot e}{kT} = \ln \frac{n_B}{n_C};$$

одакле је:

$$\phi_{AB} = \phi_{AC} + \phi_{CB}.$$

28—7. а) Из претпоставке наведене у тексту задатка следеће, да може да се узме да су EMS које зависе од разлике температуре у металима A и B , при малим разликама температуре, једнаке респективно:

$$s_A \Delta T = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{A2}}{n_{A1}};$$

$$s_B \Delta T = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{B2}}{n_{B1}};$$

где се индекси 1 и 2 односе на топли и хладни спој и где је $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$.

Збир EMS код термоспрега, кад је разлика температура спојева мала, једнак је:

$$e \Delta T = \Delta T \frac{k}{e} \ln \frac{n_A}{n_B} + \frac{kT}{e} \Delta \ln \frac{n_A}{n_B} + \Delta T (s_B - s_A).$$

Али

$$\Delta \ln \frac{n_A}{n_B} = \ln \frac{n_{A1}}{n_{B1}} - \ln \frac{n_{A2}}{n_{B2}} = \ln \frac{n_{A1}}{n_{A2}} - \ln \frac{n_{B1}}{n_{B2}}.$$

Према томе:

$$\frac{kT}{e} \Delta \ln \frac{n_A}{n_B} = \frac{kT}{e} (s_A - s_B).$$

Одавде:

$$\varepsilon = \frac{k}{e} \ln \frac{n_A}{n_B};$$

$$6) \frac{n_{Cu}}{n_{Pt}} = 1,09; \quad \frac{n_{Ni}}{n_{Pt}} = 0,84.$$

Реципрочна вредност односа атомских запремина за случај $Cu-Pt$ једнака је 1,23, а у случају $Ni-Pt$ једнака је 1,36. Ово показује да се за ове метале не може сматрати да на један атом долази један слободни електрон.

28--8. Највећи (теориски) рад термоспрега износи:

$$A = Q \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Наелектрисање које протекне једнако је:

$$q = \frac{A}{\mathcal{E}} = \frac{Q(T_1 - T_2)}{\mathcal{E} T_1} = 1480 \text{ C}.$$

28--10. При приближавању позитивног наелектрисања према њему се крећу електрони, које испушта усијано влакно. Падајући на зид балона они стварају у зиду балона поље које неутралише спољашње поље и влакно остаје у миру. После удаљавања позитивног наелектрисања влакно бива привлачено од стране наелектрисања на зиду суда.

Кад је слабо загрејано, влакно испушта сувише мало електрона.

При јачем усјању, електрони који лете од једне електроде према другој јонизују остатке гаса у балону. Захваљујући присуству јонова, запремина балона претвара се у проводник, и зато нема електричног поља у њему.

28--11. Повећање се за 33 %.

28--12. 0,15 A.

29--1. За једноструку јонизацију на 105000° K , за двоструку на 376000° K .

29--2. Ако се узме да је брзина молекула пре удара једнака нули и означи заједничка брзина молекула и јона са v_1 , изједначавајући рад јонизације са разликом енергија, имамо:

$$\frac{mv^2}{2} - mv_1^2 = q\mathcal{E}.$$

Пошто је

$$mv = 2mv_1,$$

то је

$$v = 2\sqrt{\frac{q\mathcal{E}}{m}}.$$

У случају удара електрона, пошто је његова маса m_e мала, $v_1 = 0$; одатле $v = \sqrt{\frac{2q\mathcal{E}}{m_e}}.$

29--3. Под претпоставкама наведеним у тексту задатка добија се да је дужина слободног пута електрона једнака:

$$\lambda = \frac{4}{\pi \sigma^2 n}.$$

У том случају је:

$$E = \frac{q \cdot \pi \sigma^2 n}{4} = 300000 \text{ V/cm}.$$

29--4. а) Зато што је маса α -делића много пута већа од масе електрона.

б) Пошто је брзина α -делића огромна, за време његовог проласка електрон успева само незнатно да се помери. Зато је компонента брзине коју електрон добије у правцу v скоро једнака нули.

в) Тражени импулс једнак је $y = \int_{-\infty}^{\infty} F dt$, где је F пројекција силе која дејствује на електрон у правцу његовог кретања.

Пошто је наелектрисање α -делића једнако $q=2e$ то је

$$F = \frac{2e^2}{r^2} \cos^2 \alpha.$$

Починмо да рачунамо време од тренутка кад се α -делић налази у тачки А (сл. 33). Тада је

$$vt = l \cdot \operatorname{tg} \alpha; \quad dt = \frac{ld \alpha}{v \cos^2 \alpha}.$$

Одавде:

$$y = \frac{4e^2}{l \cdot v} = 23 \cdot 10^{-20} \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sec}}.$$

$$\text{г) } W = \frac{y^2}{2m} = 2,90 \cdot 10^{-11} \text{ erga}.$$

д) Могућа је једнострука јонизација.

29--5. Ако је ω углавна брзина ротације јонава, m_1 и m_2 њихове масе, њихове енергије једнаке су (сл. 34):



$$\frac{1}{2} m_1 \omega^2 x^2 \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} m_2 \omega^2 (b-x)^2.$$

По услову је:

$$\frac{1}{2} m_1 \omega^2 x^2 + \frac{1}{2} m_2 \omega^2 (b-x)^2 = \frac{3}{2} kT.$$

Сл. 34

Центрифугалне силе имају вредности:

$$m_1 \omega^2 x = m_2 \omega^2 (b-x) = \frac{e^2}{b^2},$$

где је e наелектрисање јона. Одавде:

$$b = \frac{e^2}{3kT} \sim 2 \cdot 10^{-6} \text{ cm}.$$

29--6. а) Убрзање које поље E даје јону износи $\frac{eE}{m}$. Средња брзина у току времена

$\tau = \frac{\lambda}{v}$ (v - брзина топлотног кретања) између два судара једнака је:

$$\frac{eE}{2m} \tau = \frac{eE\lambda}{2mv};$$

с друге стране та брзина је једнака $k+E$; одавде:

$$k + \frac{e\lambda}{2mv},$$

v је пропорционално $\sqrt{T}$; према томе, k пропорционално је са $\frac{\lambda}{\sqrt{T}}$.

$$\text{б) } 29 \frac{\text{cm}^2}{V \cdot \text{sec}}.$$

$$29-7. \quad 3,4 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}. \quad 29-8. \quad 4,78 \frac{\mu A}{\text{cm}^2}. \quad 29-9. \quad 2,5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}.$$

$$29-10. \quad \frac{\alpha}{2\sigma^2 \sqrt{BT_k}} = 17.000 \text{ пута.}$$

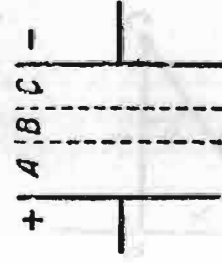
$$29-11. \text{ Изнад оксана } n=790 \text{ cm}^{-1}; \text{ изнад копна } n=800 \text{ cm}^{-1}$$

$$29-12. \text{ 178 cm и 248 cm.}$$

$$29-13. \text{ а) } t = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} \right) = 62 \text{ sec; б) } t = \frac{1}{\beta} \ln \frac{n_0}{n} = 460 \text{ sec.}$$

29-14. а) Ширина зоне А, из које сви јони што се образују доспевају на аноду (сл. 35), једнака је:

$$\frac{U}{d} \tau k_+ = \frac{Un}{dq} k_+;$$



ширина зоне С износи:

$$\frac{Un}{dq} k_-.$$

У средњој зони рекомбинација постоји.

Кад се постигне засићење, зоне В нестаје и заједничка ширина зона А и С постаје једнака d.

Сл. 35

Одатле:

$$\frac{U}{d} = \frac{qd}{n(k_+ + k_-)}.$$

Стављајући ово у формулу

$$j = en(k_+ + k_-) \frac{U}{d},$$

имамо:

$$j = eqd,$$

што је и требало да се докаже.

$$б) U_0 = \frac{d^2 q}{n(k_+ + k_-)} = \frac{d^2 \sqrt{q\alpha}}{k_+ + k_-} = 11 \text{ V.}$$

Овај резултат је нетачан зато што нисмо узели у обзир утицај просторних наслектрисања и чињеницу да је $\tau = \frac{n}{q}$ само средње трајање постојања јона. Реално, засићење се добија при већим напонима, него што то следује из добијене формуле.

29-16. Ток јонова скупља се уз своју осу докле док се губитак топлоте из њега услед топлотне проводљивости не изједначи са количином топлоте коју ослобађа струја. При ниским притисцима електрична проводљивост је велика, и пресек тока при коме се то постиже, такође је велики.

29-18. Резултујућа сила једнака је нули, пошто електрони, повећавајући брзину привлаче себи аноду.

$$29-19. F_1 = I \sqrt{\frac{2U \cdot m}{e}} = 0,0045 \text{ dina; } F_2 = 0,12 \text{ dina.}$$

Уствари, због претпоставки које су наведене у тексту задатка, F_2 је још веће. Овај рачун показује да основни узрок обртања вртешки лежи у дејству електричног поља, што постоји у цеви, на наслектрисања која се налазе на крилима вртешке.

$$30-2. \text{ 15,5 } \mu.$$

$$30-3. \text{ 0,203 gr.}$$

$$30-4. m = \frac{\mu l t}{2F} = 0,045 \text{ gr, где је } \mu \text{ молекулска тежина воде.}$$

$$30-5. \alpha = \frac{1}{en(k_+ + k_-) \rho}$$

Број молекула соли у 1 cm³ раствора је $\mu = \frac{Nc}{\mu}$, где је μ молекулска тежина; N —

—Авогадров број. Тако је

$$\alpha = \frac{\mu}{Fc(k_+ + k_-)\rho} = 0,77.$$

30—6. 0,313 ($\Omega \cdot \text{cm}$)⁻¹.

30—7. $d = \frac{ez}{3\pi\eta k_+} 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ cm}.$

30—8. 1) Уведимо следеће ознаке: H — молярна топлота растварања датог метала у електролиту; n_1 — концентрација носилаца позитивних наелектрисања у металу n_2 — број јона метала у нормалном раствору.

Болцманова релација изгледаће овако:

$$-\frac{A}{kT} = \ln \frac{cn_2}{n_1}.$$

Али рад A при прелазу једног јона у раствор једнак је $\frac{H}{N} ze \mathcal{E}$, где је ze наелектрисање јона. Одавде, узимајући у обзир да је $eN = F$, имамо:

$$\mathcal{E} = \frac{N}{Fz} + \frac{RT}{Fz} \ln \frac{n_2}{n_1} + \frac{RT}{Fz} \ln c = \mathcal{E}_0 + \frac{RT}{Fz} \ln c.$$

Стављајући $T = 239^\circ \text{ K}$, добијамо:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \frac{0,058 \lg c}{z}.$$

30—9. $-0,58 \text{ V}$. 30—10. $4 \cdot 10^{-23}$ нормалне концентрације.

30—11. EMS елемента једнака је разлици апсолутних електролитичких потенцијала електрода, која је једнака разлици њихових потенцијала у односу на неку трећу електроду.

$$\mathcal{E} = 1,121 \text{ V}.$$

30—12. 7000 kcal/mol.

31—1. 1420 dп. cm.

31—2. 8,8 Oe.

31—3. Смањће се два пута.

31—6. Ако се проводник, кроз које пролази струја I , налази у средини, решење не постоји. Ако се тај проводник налази с краја, тражена права налази се на растојању од 1 cm од средњег проводника.

31—7. Источно, на растојању од 4 cm.

31—8. а) На 2,1 cm испод проводника и 5,6 cm јужно;

б) 0,9 Oe и 0,63 Oe.

31—9. 0,7 Oe.

31—10. 1 Oe.

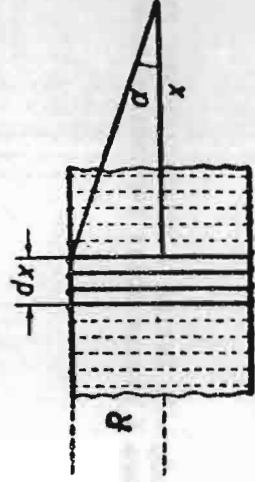
31—11. $H = \frac{2I \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}}{a} = 4,8 \text{ Oe}$. 31—12. $H = \frac{8I\sqrt{a^2 + b^2}}{ab} = 0,34 \text{ Oe}$.

31—13. $H = \frac{2I}{a\sqrt{3}} = 0,019 \text{ Oe}$.

31—14. а) 0,8 Oe; б) $H = \frac{2\pi I \cdot R^2}{\sqrt{(a^2 + R^2)^3}} = 0,32 \text{ Oe}$.

31—15. Нули. 31—16. 4) 88 Oe; 6) 44 Oe.

31—17. При решавању згодно је искористити одговор на задатак 31—14 б. Имајући на уму да је на делу дужине dx (сл. 36) јачина струје једнака $Iw_1 dx$ и узевши, ради упростијења рачуна,



$$\frac{R}{\sqrt{x^2 + R^2}} = \sin \alpha \quad \text{и} \quad x = R \operatorname{ctg} \alpha,$$

добивамо за случај а):

$$H = \frac{4 \pi w_1 l}{\sqrt{1 + \pi^2}} = 6,1 \text{ Oe.}$$

и за случај б):

$$H = \frac{4 \pi w_1 l}{\sqrt{4 + \pi^2}} = 5,6 \text{ Oe.}$$

Сл. 36

31—18. Решење се лако добија из одговора на задатак 31—14 б), ако се узме у обзир да је $a \gg R$:

$$H = \frac{2 p}{a^3} = 0,001 \text{ Oe.}$$

31—19. $\Phi = 2 / \mu b l w. \ln \frac{R_2}{R_1} = 352 \text{ M.}$

31—20. Чињеница да циркулација јачине земљног магнетног поља није једнака нули доказ је постојања вертикалних електричних струја у атмосфери. За оне области код којих је циркулација при обиласку у смеру кретања казаљке на сату позитивна, збир струја што теку одозго надолу већи је од збира струја које теку одоздо нагоре.

31—21. а) 10 Oe-см; б) 20 Oe-см; в) нула.

31—22. За доказ треба се користити теоремом о циркулацији јачине поља.

31—23. У случају в) не постоји магнетно поље.

31—24. $\Phi = 2 / \mu l \ln \frac{R_2}{R_1} = 31.300 \text{ M.}$

31—25. а) $H = \frac{2 I r}{R^2} = 12,5 \text{ Oe};$

б) $\Phi = \mu I l = 15.000 \text{ M.}$

31—26. $H = 2 \pi j d.$

31—27. а) 63 Oe;

б) користећи релацију $\cdot 10^\circ$ из увода, имамо:

$$H = 0,25 \text{ Oe.}$$

31—28. $B = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha S D g}{l} = 93,5 \text{ G.}$

31—29. Неће да се раскине. За раскидање потребна је индукција:

$$B = \frac{2 S p_0}{l d} = 40.000 \text{ G.}$$

31—30. а) 12 kG; б) He.

31—31. $F = \frac{6 \pi p_1 p_2}{R^4} = 0,00058 \text{ dina.}$

31—34. Намагнетисање при засићењу, помножено са 4π .

31—35. Тражене вредности B и H одређене су тачком додира тангенте повучене из координатног почетка на криву магнетизовања. У датом случају $B = 8800 \text{ G}; H = 15 \text{ Oe.}$

31—36. $I_2 < I_1$. Разлика је уколико већа уколико је већа коерцитивна сила.

31—37. При повећању јачине струје линије силе испрва се у сас већем степену концентришу у куглици, а затим се опет разилазе.

31—38. Прво одређујемо H ; затим помоћу графика 1. и слици 31—3 налазимо B .
а) $H=20$ Ое; $B=13900$ Г; б) $H=16$ Ое; $B=13300$ Г.

31—39. а) Прво израчунамо H за јачину струје 0,6 А; затим помоћу графика на слици 31—3 налазимо B .

$$\Phi=80.000 \text{ М;}$$

$$б) 0,75 \text{ А.}$$

$$31-40. \mu = \frac{B(l-l_1)k}{4\pi w l - \mu_1} = 1400 \text{ CGSM,}$$

где је μ_1 магнетна пропустљивост ваздуха, коју треба узети да је једнака 1.

31—41. Налазимо H у првом прстену;

$$H = \frac{4 w l_1}{d} = 8 \text{ Ое.}$$

Помоћу криве на слици 31—3 налазимо: $B=11.400$ Г;

$$I_0 = \frac{(\pi d - d_1) H \mu_1 + B d_1}{4 \pi w_1 \mu_1} = 11 \text{ А.}$$

Овде је μ_1 магнетна пропустљивост ваздуха.

31—42. а) $B=9930$ Г; б) $\mu=502$ CGSM. 31—43. Десни.

$$31-44. v = \frac{B e R}{m} = 3,7 \cdot 10^8 \text{ cm/sec; } W=3900 \text{ eV.}$$

$$31-45. v = \frac{eB}{2\pi m} \cdot \sqrt{h^2 + 4\pi^2 R^2} = 7,6 \cdot 10^8 \text{ cm/sec.}$$

31—46. Брзина електрона треба да буде управљена нормално на површину у којој леже вектори E и B , и једнака је $v = \frac{E}{B} = 3 \cdot 10^8 \text{ cm/sec.}$

$$31-47. а) a_n = 0; a_t = \frac{eE}{m} \cdot б) a_t = 0; a_n = \frac{e}{m} \sqrt{B^2 v^2 + E^2}.$$

$$31-48. б) B = \frac{\sqrt{2 W m}}{e R} = 4800 \text{ Г;}$$

$$t = \frac{\sqrt{2 W m}}{2 e U} (\pi R + 2 d) = 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ sec.}$$

$$32-1. A = \frac{\mu_0 H_N w \pi d^2 l}{2} = 1570 \text{ erga,}$$

где је μ_0 магнетна пропустљивост ваздуха.

$$32-2. P = I \Phi n z = 696 \text{ W.}$$

32—3. Никако.

32—4. У другом случају струја је јача.

32—5. На рачун рада акумулатора.

32—6. а) Да; б) у првом случају већи.

32—7. Скретање галванометра веће је у случају везе по тачкастој линији.

32—8. Диелектрик се поларизује.

32—9. Магнетни флуks се не мења.

$$32-10. а) U = \pi \cdot B^2 \rho \frac{k-2}{k} = 38 \text{ pV.}$$

$$б) \rho = \frac{B \cdot e}{2\pi \cdot m} = 1,4 \cdot 10^8 \text{ sec}^{-1}.$$

- 32-11. а) $I_1 = 10^{-3} \text{ A}$; $I_2 = 0$; $I_3 = 10^{-3} \text{ A}$;
 б) $I_1 = I_2 = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ A}$; $I_3 = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ A}$;
 в) $I_1 = 0$; $I_2 = I_3 = 10^{-3} \text{ A}$.

32-12. Јачина струје у прстену:

$$I_1 = \frac{\mu \pi d w S}{\rho l} \frac{\Delta I}{\Delta l} = -7,4 \cdot 10^{-4} \text{ A},$$

где је μ магнетна пропустљивост ваздуха.

32-13. $8,8 \cdot 10^{-3} \text{ V}$.

32-14. У првом случају $\frac{8}{7}$ пута више него у другом.

32-15. $58,4 \text{ V}$.

32-16. $0,007 \text{ C}$.

32-17. $q = \frac{\mu \oint S^2}{\rho^3 l} = 1,38 \cdot 10^{-3} \text{ C}$.

32-18. $q = \frac{H_N \mu_0 m}{4\pi \pi D} 0,053 \text{ C}$, где је μ_0 магнетна пропустљивост ваздуха, а D густина бабра.

32-19. $3 \cdot 10^5 \text{ M}$.

32-20. Повећање се.

32-22. $w = \frac{1}{\pi d} \sqrt{\frac{lL}{\mu}} = 1200$ навојака.

32-23. $L = \frac{mRp}{D \cdot \rho \cdot l} = 16,5 \text{ mH}$.

32-24. а) $M = 0,5 (L - L_1 - L_2) = 1,5 \text{ mH}$; б) $L' = 2L_1 + 2L_2 - L = 5 \text{ mH}$.

32-26. б) $0,81 \text{ mH}$; в) око 350 cm ; г) $1,9 \text{ mH}$; д) $0,23 \text{ mH}$.

32-27. а) Нађимо, прво, H :

$$H = \frac{4wI}{d} = 20 \text{ Oe}.$$

Затим помоћу криве магнетизовања (сл. 31-3) налазимо B и одређујемо L :

$$L = 3,5 \text{ H};$$

б) $18,5 \text{ H}$.

32-28. Код соленида, чије је језгро приказано десно, јачина поља иста је скоро по целом пресеку. Због тога се његова индуктивност мења у зависности од јачине струје по истом закону као и μ (постоји оштар максимум L).

Код соленида чије је језгро претстављено лево, јачина поља у ближим деловима знатно је већа него у даљим. Због тога је максимум индуктивности мање истакнут.

32-29. $L = \frac{4\pi w^2 (S_1 \mu_1 + S_2 \mu_2)}{l}$

32-30. $L = 4l \mu \ln \frac{2a-d}{d} = 2,2 \text{ mH}$.

32-31. $t = \frac{L}{R} \ln 2 = 0,004 \text{ sec}$.

32-32. Коло у локалној станици затвориће се после $0,012 \text{ sec}$.

32-33. а) Површина $OABO$ једнака је количини електриитета q , а је протекла кроз

пригушницу за време од 0.5 sec. Површина ОСАО једнака је $\frac{\Phi_w}{R}$, где је Φ магнетни флуks кроз језгро пригушнице w број навојака пригушнице и R отпор њеног намотаја.

б) Означимо површину ОСАО словом σ

$$B = \frac{4\pi p}{Sd}$$

Избројавши број квадрата на слици, који сачињавају површину ОСАО, налазимо да је $\sigma = 0,21$ С. Одатле $B = 2860$ G.

$$32-34. \text{ б) } U = \frac{\mathcal{E} \cdot K_2 \cdot e}{K_1 + R_2} - \frac{R_1 + R_2}{L} t = 0,076 \text{ V. } \frac{1}{2} U = \frac{1}{2} \cdot 0,152 = 0,076$$

$$32-35. U_1 = U \frac{R_1}{R} e^{-\frac{R+R_1}{L} t} \quad t = 491 \text{ V.}$$

$$32-36. t = \frac{\ln \frac{I_0}{I_0 - I} \cdot S \pi d w \mu_0}{\rho l} = 0,012 \text{ sec.}$$

где је μ_0 магнетна пропустљивост ваздуха.

$$32-38. 0,191 \text{ J.}$$

$$32-39. W = \mu I^2 \cdot \ln \frac{R_2}{R_1} = 31300 \text{ erga.}$$

$$32-41. \tau = \frac{L}{2R} = 0,01 \text{ sec.}$$

$$32-42. 14,2 \text{ erga.}$$

32-43. Енергија је бескојно велика. Бескојачно права струја претставља гранични случај коначне праве струје. Добијени резултат истиче његову неостварљивост.

$$32-44. \text{ а) } 0,07 \text{ J; б) бескојачно.}$$

$$32-45. t_2 = t_1 + \frac{2 I^2 L}{D \pi d^2 c} = 1150^\circ \text{ C.}$$

$$33-1. I_0 = 9,9 \text{ A; } I_{\text{med}} = 6,3 \text{ A.}$$

$$33-2. 3,2 \text{ A;}$$

$$33-3. \text{ а) } \frac{q \pi}{2 I \sqrt{2}} = 15 \text{ часова. б) } \frac{q \pi}{2 I} = 21 \text{ час.}$$

$$33-4. \text{ а) } 57 \text{ V;}$$

б) време t_1 , које протекне од момента кад је напон једнак нули до момента паљења може да се израчуна из релације:

$$U_{\text{palj.}} = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \cdot \sin \frac{2 \pi t_1}{T}.$$

На сличан начин може да се одреди и момент гашења t_2 . Трајање светљења сваке од електрода износи 28,5% времена рада лампе.

в) Узимајући да је отпор лампе R константан, имамо:

$$I^2 R = \frac{T}{2} \int_{t_1}^{t_2} R I_0^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot dt.$$

Одатле.

$$I_0 = 30 \text{ mA.}$$

33—5. Брзина којом се креће јон:

$$v = k \frac{U_0}{d} \sin \omega t,$$

где је k покретљивост. Пут, који он пређе у току полупериода;

$$s = k \frac{U_0 T}{\pi d}.$$

Уколико јони стигну до електроде B , онда је $s = d$. Одатле:

$$k = \frac{\pi d^2 f}{U \sqrt{2}} = 1,8 \text{ cm}^2/\text{sec. V.}$$

33—6. а) Амперметар A_1 показује $I_1 = 0,5 \text{ A}$. Амперметар A_2 показује

$$I_2 = \frac{1}{R} \sqrt{U^2 + \mathcal{E}^2} = 1,6 \text{ A};$$

б) 490 kal.

$$33-7. I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{3}}; \quad I_{\text{med}} = \frac{I_0}{2}.$$

33—8. Означавајући тражени напон са U , на основу тачке „1“ увода имамо:

$$U^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (U_{01} \sin 2\pi f_1 t + U_{02} \sin 6\pi f_1 t)^2 dt.$$

Одатле:

$$U = \sqrt{\frac{U_{01}^2 + U_{02}^2}{2}} = 121 \text{ V.}$$

33—9. 141 V.

33—10. а) 6,4 μF ; б) 0,0064 μF . 33—11. 0,055 H.

$$33-12. f = \frac{2 \sqrt{n^2 - 1} \rho l}{\pi^2 d_1^2 d_2 \mu w} = 1270 \text{ Hz.}$$

33—13. а) Ефективна EMS у навојку једнака је:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot B \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot 2\pi n.$$

Јачина струје:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{z} = \frac{B \pi^2 d_1^2 n}{\sqrt{8(R^2 + \omega^2 L^2)}}.$$

где је $R = \frac{4 \rho d_1}{d_2^2} = 6,8 \cdot 10^{-3} \Omega$, а $\omega L = 3,08 \cdot 10^{-5} \Omega$.Пошто је $\omega L \ll R$, занемарујући $\omega^2 L^2$ поред R^2 , имамо:

$$I = \frac{\sqrt{2} \cdot B \pi^2 d_1 \cdot d_2^2 n}{16 \rho} = 0,072 \text{ A};$$

$$б) I = \frac{\sqrt{2} \cdot B \pi \cdot d_1^2}{8 L} = 16 \text{ A}$$

независно од брзине обраћања.

33—14. Омски отпор намотаја има вредност:

$$R = \frac{\rho m}{DS^2}.$$

где је D густина бакра, а S површина пресека жиче. Једносмерна струја при напону U једнака је:

$$I_1 = \frac{UDS^2}{\rho m}.$$

Индуктивност може да се изрази на следећи начин:

$$L = \frac{\mu m^2}{D^2 S^2 \pi d}.$$

Наизменична струја једнака је:

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{\frac{\rho^2 m^2}{D^2 S^4} + 4 f^2 \frac{\pi^4 \mu^2}{D^4 S^4 d^2}}}.$$

Одглас:

$$\frac{I_1}{I_2} = \sqrt{1 + \frac{4 \pi^2 f^2 \mu^2}{D^2 \rho^2 d^2}} = 1,1.$$

33—15. а) Није; б) јесте.

33—16. а) $I = 12,1$ A;

$$б) I = \frac{1}{\sqrt{2} \omega L} \sqrt{U_{01}^2 + \frac{U_{02}^2}{9}} = 0,77 \text{ A};$$

$$з) I = \frac{\omega C}{\sqrt{2}} \sqrt{U_{01}^2 + 9 U_{02}^2} = 0,8 \text{ A};$$

г) у првом случају грешка је једнака нули; у другом $+0,6\%$; у трећем -5% .

33—18. $I = 0,5$ A; напон на кондензатору је 80 V, на отпору 75 V.

33—19. 1,013 H.

33—20. $I_1 = 0,75$ A; $I_2 = 0,64$ A;

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2 I_1 I_2 \sin \varphi_2} = 0,4 \text{ A}.$$

33—21. $I_1 = 1,7$ A; $I = 5,44$ A.

33—22. а) 100 μ F; б) 25 V.

33—23. 31,7°.

$$33—24. Q = \frac{P^2 R}{U^2 \cos^2 \varphi} = 3,2 \text{ kW}.$$

$$33—25. P_1 = \frac{U^2}{R} = 97 \text{ W}; P = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2R} = 105 \text{ W}.$$

$$33—26. P_1 = \frac{(I^2 - I_1^2 - I_2^2)R}{2} = 154 \text{ W}; P_2 = 312 \text{ W}.$$

$$33—27. P_{Fe} = \frac{U^2 (R_A - R)}{Z^2} = 27 \text{ W}.$$

$$33—28. а) U_1 = \sqrt{U^2 - P L^2 \omega^2} - I R_0 = 114 \text{ V}.$$

Снага коју троши мрежа стана (укључујући и пригушницу) износи

$$P = \frac{U^2 (R + R_0)}{(R + R_0)^2 + L^2 \omega^2},$$

где је R отпор целе мреже изузев пригушнице. Одатле:

$$R_{\max} = \frac{U^2}{2L\omega} = 460 \text{ W}.$$

в) При кратком споју $P_{kr} = 58 \text{ W}$.

33—29. а) Број квадратића које обухвата хистерезисна петља износи, приближно, 43.

Према томе:

$$P \approx 17,2 \text{ W};$$

б) 5Ω .

$$33—30. f = \frac{2}{\rho e} = 5,6 \cdot 10^8 \text{ Hz}.$$

33—31. Означимо капацитетну струју са I_C , а струју провођења са I_R :

$$I_C = U\omega C; \quad I_R = \frac{U}{R}.$$

Укупна струја:

$$I = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}.$$

Снага:

$$\frac{U^2}{R} UI \cos \varphi = U^2 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2} \cdot \cos \varphi,$$

Стављајући

$$R = \frac{\rho d}{S}; \quad C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}; \quad \omega = 2\pi f,$$

добивамо:

$$\rho = \frac{2}{\epsilon f} \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi}} = 1,28 \cdot 10^{11} \Omega \text{ см}.$$

33—32. $F = 25 \text{ dina}$.

33—33. Струје једна на другу дејствују силом која се мења по синусном закону с фреквенцом 3 Hz.

$$33—34. F = \frac{B_0^2 S}{16 \pi} = 4,06 \text{ kG},$$

где је μ пропустљивост ваздуха.

33—35. Сила којом мембрана бива привлачена од стране полова једнака је:

$$F = \frac{S}{4\pi\epsilon} (B_0 + B)^2 \approx \frac{S}{4\pi\epsilon} (B_0^2 + 2BB_0).$$

Нас интересује променљива компонента, пошто она назива осциловање мембране:

$$F_1 = \frac{S \cdot B \cdot B_0}{2 \pi \epsilon}.$$

Занемарујући све магнетне отпоре сем отпора ваздушнoг међупростора, имамо:

$$B = \frac{4 \pi \omega I \mu}{2l}.$$

Одатле следује за амплитуду силе F_1

$$F_{a1} = \frac{SB_0 \omega I_0}{l} = 48 \text{ dina.}$$

33—36. $\varphi_1 = 44,4^\circ$.

34—1. $4,7 \cdot 10^{-6} \text{ sec.}$

34—2. Када је $t = (2n+1) \frac{T}{g}$, рачунајући од тренутка кад је напон једнак нули; $n=0$; 1; 2; ...

34—3. а) $I = U_0 \sqrt{\frac{C}{2L}} = 44 \text{ mA}$; б) $\Phi_{\max} \approx 1,1 \text{ M.}$

34—4. а) Једнака нули;

$$\text{б) } \frac{I_0^2 R^2 C}{2}$$

34—5. Под претпоставком да се снага коју коло узима троши на Џауову топлоту:

$$P = RI^2 = \frac{RCU_0^2}{2L} = 10^{-5} \text{ W.}$$

34—6. а) Неће; б) хоће.

34—7. Количина топлоте издвојена у току полупериода једнака је:

$$Q = \frac{1}{2} RI_0^2 \frac{T}{2}.$$

Енергија осциловања износи:

$$W = \frac{1}{2} LI_0^2;$$

$$\frac{Q}{W} = \frac{RT}{2L} = \delta.$$

34—9. Неће се променити.

$$34-10. \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \sqrt{1 - \frac{\rho^2 Cl}{4S^2 \mu}} = 2,5 \cdot 10^{-5}.$$

$$34-11. \delta = \frac{2\pi P}{U^2} \sqrt{\frac{L}{C}} = 0,02.$$

$$34-12. \delta = \frac{\pi\beta}{\sqrt{n^2 - 1} (1 + \beta)} = 0,028.$$

$$34-13. \text{ а) } W = \frac{E^2 (L + CR_1^2)}{2(R_1 + R_2)^2} = 380 \text{ erga.}$$

б) 51 erg.

35—1. 20.700 kGr/mm².

35—2. 1340 m/sec.

35—3. $-1,9 \cdot 10^{-3} \text{ grad}^{-1}$.

35—4. Услед тога што су брзине распрострања лонгитудиналних и трансверзалних таласа различите.

$$35-5. \varphi = 2 \arcsin \frac{\Delta t}{2R \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right)} = 13^\circ 25'.$$

35—6. 31,4 sec.

35—7. 1,42.

35—8. Брзина звука је мања од средње брзине молекула једноатомног гаса за 1,236 пута; за двоатомне за 1,349 пута.

$$35-9. \text{ а) } 41 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}; \text{ б) } 24 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}; \text{ в) } 3,9 \cdot 10^6 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}; \text{ г) } 1,45 \cdot 10^6 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}.$$

$$35-12. \text{ а) } 0,52 \text{ erg}; \text{ б) } 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ erg/cm}^2; 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ erg/cm}^2.$$

$$35-13. 1,24 \text{ W}.$$

$$35-14. 8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}.$$

$$35-16. 11,3 \text{ km}.$$

$$35-17. 2,1 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}.$$

$$35-18. \text{ а) He; ж) } 7,4 \text{ Hz}.$$

$$35-19. 8,4 \cdot 10^{-6} \text{ V/cm}.$$

$$36-1. \text{ а) } 4,7 \cdot 10^{-3}; \text{ б) } 4,7 \cdot 10^{-2}.$$

$$36-2. 8,7 \cdot 10^{-5} \text{ cm}.$$

$$36-3. 27^{\circ}, 76 \text{ C}.$$

36-4. Јасноћа речи везана је за присуство виших фреквенција. Коefицијент апсорпције у ваздуху за високе фреквенције већи је него за ниске, и зато више фреквенције ослабе у већој мери од нижих.

$$36-5. \text{ а) } 1,26; \text{ б) } 1,12.$$

$$36-6. 0,001 \text{ din/cm}^2.$$

$$36-7. L_2 = L_1 - \beta l \cdot \lg l = 57,8 \text{ db}.$$

$$36-8. \text{ а) } 26 \text{ db; б) } 100 \text{ m}.$$

$$36-9. \alpha \approx \frac{\ln(r_2/r_1)}{r} = 0,12 \text{ sec}^{-1}.$$

36-10. а) 1) Фреквенција 256 Hz; праг чујности: амплитуда притиска $\Delta p_1 = 0,005 \text{ din/cm}^2$; интензитет звука $I_1 = 3 \cdot 10^{-7} \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{sec}$; горња граница: $\Delta p_2 = 2000 \text{ din} \cdot \text{cm}^2$; $I_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{sec}$;

2) Фреквенција 2048 Hz; $\Delta p_1 = 0,0003 \text{ din/cm}^2$;

$$I_1 = 1,1 \cdot 10^{-9} \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{sec}; \Delta p_2 = 1600 \text{ din/cm}^2; I_2 = 3 \cdot 10^6 \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{sec};$$

б) Фреквенција од 32 Hz се не чује; фреквенција од 2048 Hz има јачину 70 децибела;

в) Око 20 db; г) око 400 μW .

$$36-11. \text{ а) } 212 \text{ Hz; б) } 106 \text{ Hz}.$$

$$36-12. 20^{\circ} \text{ C}.$$

$$36-13. 398 \text{ Hz}.$$

$$36-14. \text{ а) } 70 \text{ kGr; б) } 7 \text{ kGr}.$$

$$36-15. 17 \text{ kGr}.$$

36-16. Формула за фреквенцију струне даје:

$$\frac{2\Delta f}{f} = \frac{\Delta F}{F} - \frac{\Delta l}{l}.$$

Узимајући

$$\Delta F = ES \frac{\Delta l}{l}.$$

где је E —модул еластичности прве врсте, и обративши пажњу да је $ES \gg \Delta F$, имамо:

$$\Delta f = \frac{f \cdot \Delta l \cdot ES}{2lF} = \frac{E \Delta l}{8f^2 D}.$$

6) $\Delta l = 0,031$ cm.

36-17. $\Delta f = -\frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta t}{8 f^2 D} = -6,4$ Hz,

где је E —модуло еластичности l —ве врсте; α —косинцијенат ширења, D —густина чевка.

36-19. а) Не. б) 2000 Hz,

36-20. 680 Hz.

36-21. а) и б) 72 km/h.

36-22. а) 15/8 sec; б) 17/8 sec.

37-1. а) 0,0032 W/m; б) 0,0023 W/m.

37-2. 9 lx.

37-3. $E = \frac{J}{4 R^2 \cos \alpha} = 15,3$ lx.

37-4. За 1,12 пута.

37-5. 25.000 sv.

37-6. а) 10,2 lx; 10,9 lx.

37-7. а) Око 10 lx;

б) Растојању од 7 m одговара угао према вертикали од $\alpha = 54^\circ, 5$. Из крајев се види да је јачина светлости у том правцу једнака 73 sv. Осветљење око 1,7 lx. в) Око 7,7 lx и 1,3 lx.

37-9. 6 sec.

37-10. 46 sec.

37-12. 30,4 lx.

37-13. $E = \frac{F}{2 \pi a l} = 700$ lx.

37-16. 0,7 sb.

37-17. а) 41 lx; 11,5 lx.

37-18. 530 fot.

37-19. а) $R = F \cdot r / S = 4$ m fot; б) $B = \frac{F \cdot r}{S \pi} = 0,00127$ sb.

37-20. 5%.

37-21. а) 1,27 lx; б) 0,72 lx.

38-1. $x = \frac{h \cdot d}{4 (l_1 + l_2)} = 0,0035$ cm;

$f = \frac{4 \pi n i_2}{\lambda} = 608$ Hz.

38-2. а) $x = 2 r \cdot \sin \alpha = 10,6$ cm.

б) Поставиће се у супротном правцу на растојање

$y = l \cdot \cos \alpha = 1,7$ cm.

38-3. $I = I_0 (1 - r)^\alpha = 0,02$ sv.

38-4. На растојању од 60 cm од врха огледала. Висина је 25 cm.

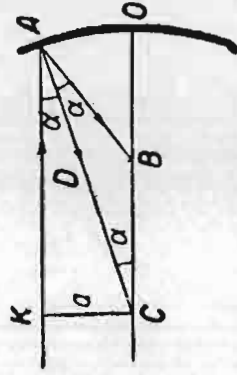
38—5. Из условия: $\frac{R}{2} - BO = \frac{R}{2} \cdot 0,01$ следя: $CB = 0,505 R$; с другой стороны (погляди на сликуну 37):

$$CB = \frac{R^2}{2\sqrt{R^2 - a^2}}; \text{ одакле: } \frac{a}{R} = 0,14.$$

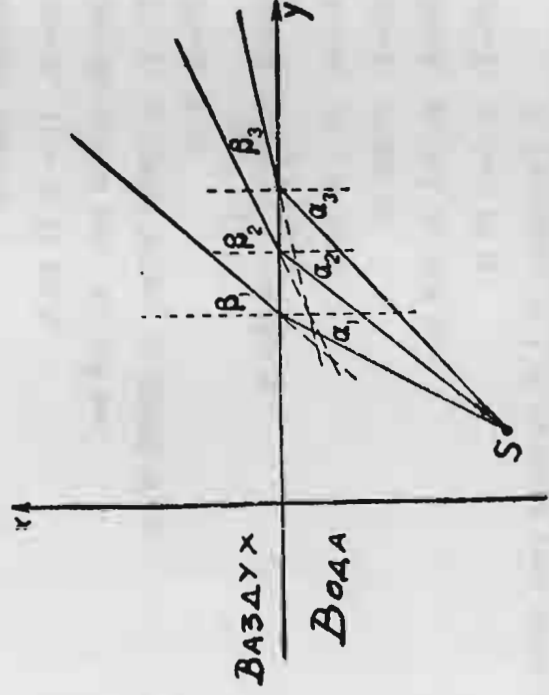
38—6. За одговор се неопходно потсетити да је сноп светлосног зрака који пада у око ограничен зеницом.

$$38—7. а) x = \frac{d(d-2F)}{2(d-F)} = 24 \text{ см.}$$

$$38—9. 61^\circ 18'.$$



Сл. 37



Сл. 38

38—11. а) За доказ узмемо три зрака, који леже у вертикалној равни XY, при чему је оса Y уперена дуж површине воде (сл. 38). Једначине зрака у унутрашњости воде имају облик:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha_1 + b_1; \quad y = x \operatorname{tg} \alpha_2 + b_2; \quad y = x \operatorname{tg} \alpha_3 + b_3.$$

Како они потичу из једне тачке S важиће однос:

$$\begin{vmatrix} 1 & \operatorname{tg} \alpha_1 & b_1 \\ 1 & \operatorname{tg} \alpha_2 & b_2 \\ 1 & \operatorname{tg} \alpha_3 & b_3 \end{vmatrix} = 0$$

Једначине преломљених зракова имаће облик:

$$\begin{aligned} y &= x \cdot \operatorname{tg} \beta_1 + b_1; \\ y &= x \cdot \operatorname{tg} \beta_2 + b_2; \\ y &= x \cdot \operatorname{tg} \beta_3 + b_3; \end{aligned}$$

Како је $\operatorname{tg} \alpha_1 \neq \operatorname{tg} \alpha_2 \neq \operatorname{tg} \alpha_3 \neq \operatorname{tg} \beta_1 \neq \operatorname{tg} \beta_2 \neq \operatorname{tg} \beta_3$ то је

$$\begin{vmatrix} 1 & \operatorname{tg} \beta_1 & b_1 \\ 1 & \operatorname{tg} \beta_2 & b_2 \\ 1 & \operatorname{tg} \beta_3 & b_3 \end{vmatrix} \neq 0$$

Ово значи да преломљени зраци немају заједничке тачке.
б) Не.

38—12. Пошто се очи посматрача налазе на истој висини, то ће се привидни положај предмета налазити на истој вертикали као и његов стварни положај. Узимајући ово у обзир, налазимо:

$$h_0 = h \sqrt{\frac{(n^2 - 1)^2}{(H + h)^2} + 1} = 2 \text{ m.}$$

38-13. $h=2 (h_1+h_2/n)=22$ см.

38-14. а) Да; б) не.

38-15. 2,01 см.

38-19. $81^{\circ}4'$.

38-20. 16° .

38-21. Угао између суседних страна призме мора бити једнак $+\epsilon_0$.

38-22. $10^{\circ}53'$

38-23. а) Зраци излазе из призме паралелно првобитном правцу. Растојање између њих се не мења. Дужине зракова су једнаке у призми.

38-24. а) Ни при једном упадном углу зрак неће проћи.

б) Зрак ће проћи при услову: $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$ где је γ — угао који је показан на сл. 39.

в) Зрак ће проћи при услову: $0 < \gamma < \frac{\pi}{2} + \arcsin n \cdot \sin(\beta_0 - \vartheta)$.

38-25. Код шестостраних призама стране образују међу собом углове од 120° , 60° и 90° . Хало 22° одговара углу 50° , хало 46° — углу 90° . Угао од 120° не даје минимум скретања.

38-26. Угао минимума скретања износи:

$$\epsilon_0 = 38^{\circ}56'.$$

Максимално скретање биће у том случају, кад зрак излази из призме под углом приближно једнаким $\pi/2$ У овом случају упадни угао према првој страни једнак је $\epsilon_{\max} + \vartheta - \frac{\pi}{2}$, а преломни угао $\vartheta - \beta_0$, где је β_0 гранични угао за $n=1,52$ једнак $41^{\circ}8'$. Примењујући закон преламања имамо:

$$n \sin(\vartheta - \beta_0) = \sin\left(\epsilon_{\max} + \vartheta - \frac{\pi}{2}\right),$$

одакле:

$$\epsilon_{\max} = 59^{\circ}26'.$$

38-27. 1,333.

38-28. 12,5 см.

38-29. $D = \frac{8(b-c)}{d^2} (n-1)$; $D_1=5,2$ диоптрија; $D_2=-3,9$ диоптрија.

38-30. 1,48 диоптрија.

38-31. 1,7.

38-32. $f = \frac{n_2 R}{n_1 - 1} = 38,5$ см,

где су n_1 и n_2 — индекси преламања стакла и воде.

38-33. $f = \frac{R}{2n} = 22,5$ см.

38-37. а) За доказ спојнмо тачку А са S_2 . Одавде је лако видети да је $\square S_2 A S_1 = \square B O S_1$.

Из конструкције имамо:

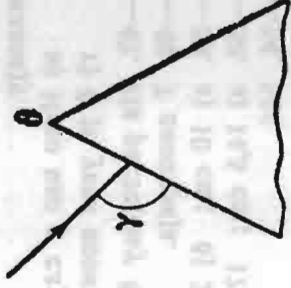
$$\square S_2 A S_1 = \frac{1}{2} (x+y) F; \quad \square B O S_1 = \frac{1}{2} xy;$$

а отуда:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{F}.$$

38-38. 6,5 диоптрија.

38-39. 132 mm.



Сл. 39

38—40. 20 см.

38—41. Мањи лик сјајнији је за $\left(\frac{d+b}{d-b}\right)^2 = 2,25$ пута.

38—42. а) 80 см; б) 19 см; в) 69 см; г) 22 см.

38—43. а) 2.500 lx и 12.500 lx; б) 5000 lx и 15.000 lx.

38—44. 3а 660 пута.

38—45. 36 lx.

38—46. а) $D > 0$, ако је $\delta < 0$ тј. ако је задња жижа F_1'' првог сочива даља од предње жиже F_2' другог сочива; $D < 0$, ако је F_1'' ближа од F_2' ; $D = 0$, ако се F_1'' и F_2' поклапају.

б) $D > 0$, ако је $\delta > 0$ тј. F_1'' лежи ближе F_2' (код расипних сочива предња жижа се налази позади сочива); $D < 0$, ако је F_1'' даље од F_2' ; $D = 0$, ако се F_1'' и F_2' поклапају.

в) Исто као у случају б).

г) δ је увек позитивно, и систем мора имати само негативну оптичку моћ.

38—47. На растојању 8 см.

38—48. 7 диоптрија.

38—52. а) 10 см; б) 2,5.

38—53. а) 14,5 см; 17,5 см; б) 64; 670.

38—54. 564.

38—55. 60 диоптрија.

38—56. Увећава се за 3,7 пута.

38—57. а) Увећање дубина биће једнако 0,4.
б) $D_1 = 12$ диоптрија; $D_2 = 30$ диоптрија.

в) Оквир окулар.

38—60. 9 см.

38—61. 5,8 mm.

39—2. Користећи се ознакама на сл. 40 и означивши са n_1 и n_2 индексе преламања у првој и другој средини, v —број таласа, који се садрже у путу ABD , имамо:

$$v = \frac{n_1 n_1}{\lambda \cos \alpha} + \frac{n_2 n_2}{\lambda \cos \beta};$$

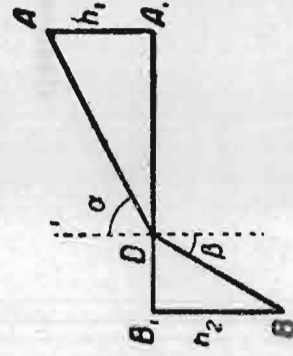
$$n_1 \operatorname{tg} \alpha + n_2 \operatorname{tg} \beta = A_1 B_1;$$

Одавде је лако добити, да се минимум v налази за услов:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Ово значи да се тачка D за услов минимума поклапа са тачком C .

Сл. 40



39—4. а) $x = \frac{\lambda \cdot (L + r \cos \alpha)}{2 r \sin \alpha} = 2,9 \text{ mm};$

б) помериће се за растојање

$$s' = s \frac{L}{r} = 5,4 \text{ cm};$$

в) слика интерференције се неће померити, али ће се растојање између пруга дупло смањити.

г) Користећи одговор на питање под б), добићемо, да је померање интерференционе слике, коју даје леви крај пукотине у односу према слици, коју даје десни крај једнако:

$$s' = b \frac{L}{r},$$

где је b – ширина пукотине. Према услову питања под г) s' је мање од половине растојања између пруга. Отуда:

$$\frac{bL}{r} < \frac{\lambda(L + r \cos \alpha)}{4 \cdot r \cdot \sin \alpha}$$

или, пошто је $r \ll L$ а угао α врло мали, то је:

$$b < \frac{\lambda}{4 \sin \alpha} = \frac{\lambda}{4 \sin u},$$

зато што је код Френелових огледала $u = \alpha$.

д) 0,052 mm.

е) 5.

$$39-5. \delta = \pi - \frac{\lambda(L+d)}{xd(n-1)} = 179^\circ 5'.$$

$$39-6. \text{ б) } x = \lambda \frac{l(a+f) - af}{ad} = 1,1 \text{ mm};$$

в) интерференција се неће видети;

г) мањн од 0,025 mm.

39-7. а) Задатак је неодређен; опна може имати дебљину $k \cdot 104 \text{ nm}$, где је $k=1; 3; 5$ итд.

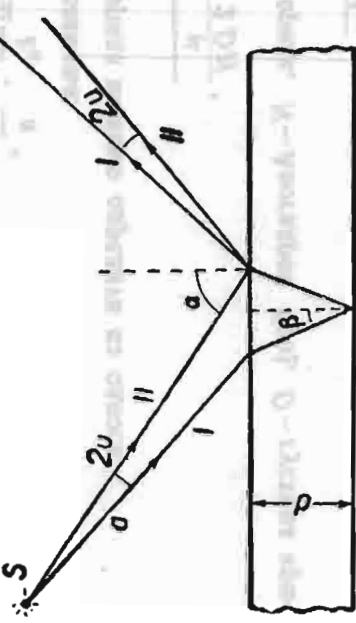
б) Жutoзелене боје; ($\lambda = 553 \text{ nm}$).

39-8. а) Нека је x (сл. 41) једнако:

$$x = h/N.$$

У том случају увећање дебљине опне при прелазу од једне пруге до друге једнако је:

$$\delta = \lambda \varphi = \frac{h \varphi}{N};$$



с друге стране,

$$\delta = \frac{\lambda}{2n};$$

отуда:

$$\varphi = \frac{\lambda N}{2nh} = 9''.$$

б) Очи су фокусиране на опну. Зато се угао отвора $2u$ одређује према слици 42 ($\alpha \gg d$):

$$\sin u = \frac{d \lg \beta \cdot \cos \alpha}{a}.$$

Сл. 42

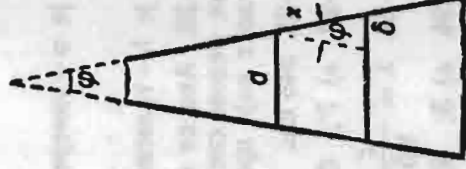
Одавде, користећи се односом 2) у уводном параграфу, налазимо:

$$dm = \frac{a \lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{2b \sin 2\alpha} = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ mm}.$$

$$39-9. N = \frac{2d \cos \alpha}{l \lambda} = 8,5 \text{ cm}^{-1}.$$

39-11. а) 8 cm; $5,6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$; в) 0,62 mm; 0,73 mm.

$$39-12. r = \sqrt{\frac{2k\lambda(n-1)}{D}} = 1,1 \text{ mm}.$$



Сл. 41

39—18. 175 nm.

39—15. 998-ти прстен, одговара λ_2 .

39—17. Како је број Френелових зона једнак:

$$n = \frac{d^2}{4\lambda} \cdot \frac{l}{a(l-a)} = 2,94 \approx 3,$$

то је осветљеност при присуству међузаклона већа него кад га неби било.

39—19. Не. Угао φ' унутар стакла одговара таласној дужини λ' у стаклу:

$$c \cdot \sin \varphi' = k \lambda'.$$

Затим при прелазу зрака из стакла дешава се преламање:

$$\sin \varphi' = \sin \varphi / n,$$

где је φ — измерени угао скретања у ваздуху:

$$c \cdot \sin \varphi = k \lambda' n = k \lambda,$$

где је λ — таласна дужина у ваздуху.

39—20. Ако се форма пресека зареза bbb строго понавља једна за другом, то ће за ниске редове спектра, како светлост која пролази кроз незарезани део решетке, тако и светлост која пролази кроз зарезе bbb , служити за образовање дифракционих спектра.

39—21. 546 nm.

39—22. а) 7'; б) —56'.

$$39—23. \lambda = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sqrt{5-4 \cos \alpha}} = 478 \text{ nm}.$$

39—24. а) 3; б) 5.

39—27. а) Ако је дебљина плочице велика у односу на константу решетке, тада можемо сматрати да на другу решетку падају снопови светлости чија је ширина једнака дужини решетке. У овом случају светлост пролази кроз две решетке, образујући исти дифракциони спектар, као да је светлост прошла кроз плочу са једном решетком.

б) Ако је дебљина плочице једнака константи решетке, тада осим светлости која је прошла у правцу нормале, светлост пролази само у оним правцима који задовољавају однос:

$$c \cdot \cos \varphi = \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{\lambda}{n},$$

где су k_1 и k_2 цели бројеви, n — индекс преламања.

39—28. а) Константу решетке натриум хлорида можемо одредити из односа:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\mu}{2DN}}.$$

где је μ — молекулска тежина натријум хлорида, N — Авогадров број, D — густина кристала. Отуда:

$$\lambda = \frac{\sin \Theta}{k} \sqrt[3]{\frac{4\mu}{ND}} = 0,58 \text{ \AA}.$$

б) За страну (110)

$$d_1 = \frac{d}{\sqrt{2}},$$

одакле:

$$\Theta' = 80,4.$$

39—29. 9,8 nm.

39—30. При повећању упадног угла зракова на решетку (d) моћ разлагања решетке мења се пропорционално са $\frac{1}{\cos \alpha}$, све док пројекција дужине решетке на површини рођњаче ока не постане мања од дијаметра зенице.

39—31. При већем дијаметру зенице оштрина вида смањује се због велике сферне аберијације ока. При малом дијаметру зенице показује се искривљен лик због појаве дифракције.

39—32. Одговара за оштро виђење.

39—33. 4 cm.

39—34. а) $7,3 \cdot 10^{-2}$ mm; б) $1,4 \cdot 10^{-3}$ mm; $4,2 \cdot 10^{-4}$ mm; в) 52 пута; 170 пута.

39—35. а) 1,6; б) 1,272.

39—36. $41^{\circ} 15'$.

39—37. $66^{\circ} 40'$; $46^{\circ} 40'$.

39—38. Зрак 1. Потпуно је поларизован. Његов интензитет је 0,1.

Зрак 2. После првог преламања добија се зрак који садржи 0,8 природне светлости и 0,1 поларизоване.

Зрак 3. Потпуно је поларизован. Интензитет му је $0,8 \cdot 0,10 = 0,08$.

Зрак 4. Делимично поларизован; 0,18 поларизоване светлости и 0,64 природне.

39—40. а) 12 пута; б) 65 пута.

39—41. а) Пре свега, треба приметити, да број n не зависи од апсорпције светлости унутар плочица, пошто је она једнака и за поларизовану и за природну светлост. Зато се коефицијент апсорпције може сматрати да је једнак нули. Ако је кроз слог прошла p поларизоване светлости и $1-p$ природне, то је укупни интензитет до слог био

$2p + 1 - p = 1 + p$. На тај начин, интензитет поларизоване светлости једнак је $\frac{p}{1+p}$ од

почетног, а природне $\frac{1-p}{1+p}$ од почетног. Одавде можемо израчунати да је интензитет

светлости која је прошла кроз два паралелна слог плочица једнак $\frac{1+p^2}{(1+p)^2}$ од почет-

ног, а при укритењу слоговима плочица $\frac{1-p}{(1+p)^2}$.

У том случају:

$$n = \frac{1+p^2}{1-p} \cdot \left(\frac{p}{2} \ln \frac{1+p}{1-p} + \frac{1}{2} \right)$$

Отуда:

$$p = -\frac{n}{2} + \sqrt{\frac{n^2}{4} + n - 1} = 0,89.$$

$$б) \quad p' = \frac{2p}{1+p^2} = 0,994.$$

39—42. 6,06 mm.

39—43. Посматрач види тамне пруге на светлој позадини. Растојање између пруга једнако је 2,7 cm.

39—44. б) 40 cm.

39—45. $2,25 \cdot 10^{10}$ cm sec $^{-1}$; $2,21 \cdot 10^{10}$ cm sec $^{-1}$.

39—46. а) и б) немогуће; в) могуће; г) могуће (на пример, такви су таласи који се простиру по слободној површини течности, а условљени су пољем Земљине теже); д) могуће (на пример, такви су таласи који се простиру по површини течности а условљени су површинским напонем течности).

40—1. а) $3,31 \cdot 10^{-12}$ erga; б) $1,99 \cdot 10^{-8}$ erga; в) 16.000° K и $96.000.000^{\circ}$ K.

40—2. $4 \cdot 10^5$ cm $^{-2}$ · sec $^{-1}$.

40—3. а) 197 mμ (ултраљуб.); б) 653 mμ (црвени део спектра).

40—4. $6,5 \cdot 10^7$ cm/sec.

40—5. 3,6.

40—6. 12,41 kV · A.

40—7. 45 kV.

40—8. а) $4,5 \cdot 10^{-5}$ din/cm 2 ; б) 2,08 din/cm 2 ; в) $9 \cdot 10^{-5}$ din/cm 2 и $4,16$ din/cm 2 .

40—9. Светлосни притисак већи је 11 пута.

40—10. а) У правцу светлости;

б) у правцу нормале.

40—11. Ако је плочина окренута према светлости сјајном страном, на њу делује сила $F_1 = \frac{2IS}{c}$, где је S њена површина.

Ако је плочина окренута према светлости зацрњеном страном, сила светлосног притиска има вредност $F' = \frac{IS}{c}$.

Истовремено и сама плочина зрачи добијену енергију у простор испред себе. Уколико она зрачи по Ламбертовом закону, укупна снага која бива излучена у свим правцима, једнака је:

$$IS = \pi I'S,$$

где је I' интензитет светлости излучене у правцу нормале.

Сабирајући силе емисије, које делују на плочину услед емитовања зрачења у разним правцима, добијамо укупну емисиону силу:

$$F'' = \frac{2IS}{3c}.$$

Резултујућа сила једнака је:

$$F_2 = F' + F'' = \frac{IS}{c} \left(1 + \frac{2}{3} \right).$$

Одатле:

$$\frac{F_1}{F_2} = 1,2.$$

40—13. а) $2 \cdot 10^{-13}$ cm; б) $2,8 \cdot 10^{-9}$ cm.

40—14. $9 \cdot 10^8$ cm/sec.

40—15. 14'.

40—16. 0,0243 A.

$$40—17. \quad W = \frac{2h^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{m \lambda_0 \left(\lambda_0 + \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right)} = 573 \text{ eV}.$$

40—18. б) Центрипеталну силу претставља узајамно дејство између електрона и протона $\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}$, где је r радиус круга по коме се креће електрон а r_1 растојање између електрона и протона. Пошто је маса електрона занемарљиво мала у поређењу с масом протона, имамо:

$$r_1 = r = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 e^2 m} = 5,3 \cdot 10^{-9} \text{ cm}.$$

в) Ако се узме да је потенцијална енергија протона и електрона који је удаљен из атома у бесконачност, једнака нули, потенцијална енергија када је растојање између њих r једнака је:

$$W_p = -\frac{e^2}{r}.$$

Кинетичка енергија има вредност: $W_k = \frac{e^2}{2r}$.

Према томе тражени рад једнак је:

$$A = \frac{e^2}{2r} = 13,58 \text{ eV}.$$

Овај број слаже се скоро сасвим са резултатом који је добијен непосредним мерењем (13,54 eV).

$$г) \quad \lambda_H = \frac{ch^2}{2 \pi^2 e^4 m \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)} = 487 \text{ nm}, \quad \Delta \nu = 81 \text{ cm/sec},$$

што се добро слаже са експерименталним резултатом.

д) Узимајући у обзир да јонизовани атом хелнума има два пута веће внаелектрисање језгра него атом водоника, а исто тако, као и. водоников атом, има један електрон, добијамо:

$$\lambda_{He} = \frac{\lambda_H}{4} = 122 \text{ нм},$$

што се такође добро слаже с резултатом експеримента.

41—1. Око 200° K .

41—2. 1,15 пута.

41—3. Око 80 %.

41—4. 36 mA.

41—5. 0,3 %.

41—6. 240.000 kkal.

41—7. 5750° K .

41—8. Уведимо ознаке: R_c —радиус Сунца, R —расстојање између земље и Сунца, f —жижна даљина сочива, d —пречник отвора сочива. На сочиво пада флуks енергије:

$$\frac{\sigma T_c^4 \cdot R_c^2}{R^2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{1}{4}.$$

Површина lika Сунца једнака је:

$$\pi \left(\frac{R_c \cdot f}{R} \right)^2.$$

У комору, кроз отвор површине S , пада флуks мањи од флуksа који пада на сочиво:

$$\frac{\sigma T_c^4 \cdot R_c^2}{R^2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{s}{4} \cdot \frac{\pi \left(\frac{R_c \cdot f}{R} \right)^2}{\pi \left(\frac{R_c \cdot f}{R} \right)^2} = \sigma T_c^4 \cdot s \cdot \frac{d^2}{4 f^2}.$$

Комора емитује флуks:

$$s \cdot \sigma T^4.$$

Према условима задатка имамо:

$$s \sigma T^4 = \sigma T_c^4 \cdot s \cdot \frac{d^2}{4 f^2},$$

олаваде:

$$T = T_c \cdot \sqrt{\frac{d}{2 f}} = 3000^\circ \text{ K}.$$

41—9. а) Снага Сунчевог зрачења коју честица апсорбује једнака је:

$$P_1 = A \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \sigma T_c^4 \frac{R_c^2}{R^2}.$$

где је d пречник честице, R_c радиус површине Сунца и A коефицијент апсорпције.

Укупна снага зрачења честице једнака је:

$$P_2 = A \cdot \pi d^2 \cdot \sigma T^4.$$

У равнотежном стању.

$$P_1 = P_2$$

и

$$T = T_c \sqrt{\frac{R_c}{2 R}} = 290^\circ \text{ K}.$$

тј. мало се разликује од средње температуре површине Земље.

б) Снага Сунчевог зрачења које апсорбује честица износи:

$$P_1 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{2 \pi h c^2 \Delta \lambda}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda k T_c}} - 1)} \cdot \frac{R_c^2}{R^2}.$$

ТАБЛИЦЕ

1 Логаритми

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0715	0755	4	8	11	15	19	23	27	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1039	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5889	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6607	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6655	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6865	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	4	5	6
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	4	5	6
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

I Логаритми

Наставка

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
60	7782	7789	7795	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	3	4	5	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	3	4	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	3	4	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	3	4	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	3	4	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	3	4	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	3	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	3	3	3	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	2	2	3	4	5
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	2	2	3	4	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	2	2	3	4	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8688	1	1	2	2	2	2	3	4	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	2	2	3	4	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	2	2	3	4	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	2	2	3	4	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	2	2	3	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	2	2	3	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	2	2	3	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	2	2	3	4	5
81	9085	9090	9095	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	2	2	3	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	2	2	3	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	2	2	3	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	2	2	3	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	2	2	3	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	2	2	3	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	2	3	4	5
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	2	3	4	5
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	2	3	4	5
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	2	3	4	5
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	2	3	4	5
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	2	3	4	5
93	9685	9690	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	2	3	4	5
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	2	3	4	5
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	2	3	4	5
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	2	3	4	5
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	2	3	4	5
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	2	3	4	5
99	9966	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	2	3	4	5
100	00000	00043	00087	00130	00173	00217	00260	00303	00346	00389	4	9	13	17	22	26	30	35	39
101	00432	00475	00518	00561	00604	00647	00689	00732	00775	00817	4	9	13	17	22	26	30	34	39
102	00900	00943	00986	01029	01072	01115	01157	01199	01242	01285	4	9	13	17	21	25	30	34	38
103	01284	01326	01368	01410	01452	01494	01536	01578	01620	01662	4	9	13	17	21	25	30	34	38
104	01703	01745	01787	01828	01870	01912	01953	01995	02036	02078	4	9	13	17	21	25	30	34	38
105	02119	02160	02202	02243	02284	02325	02366	02407	02447	02489	4	9	13	17	21	25	30	34	38
106	02531	02572	02612	02653	02694	02735	02776	02816	02857	02898	4	9	13	17	21	25	30	34	38
107	02938	02979	03019	03060	03100	03141	03181	03222	03262	03302	4	9	13	17	21	25	30	34	38
108	03342	03383	03423	03463	03503	03543	03583	03623	03663	03703	4	9	13	17	21	25	30	34	38
109	03743	03782	03822	03862	03902	03941	03981	04021	04060	04100	4	9	13	17	21	25	30	34	38
110	04139	04179	04218	04258	04297	04336	04376	04415	04454	04493	4	9	13	17	21	25	30	34	38
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

II Синусы

	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'
0°	0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157
1	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332
2	0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506
3	0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680
4	0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854
5	0872	0889	0906	0924	0941	0958	0976	0993	1011	1028
6	1045	1063	1080	1097	1115	1132	1149	1167	1184	1201
7	1219	1236	1253	1271	1288	1305	1322	1340	1357	1374
8	1392	1409	1426	1444	1461	1478	1495	1513	1530	1547
9	1564	1582	1599	1616	1633	1650	1668	1685	1702	1719
10	1736	1754	1771	1788	1805	1822	1840	1857	1874	1891
11	1908	1925	1942	1959	1977	1994	2011	2028	2045	2062
12	2079	2096	2113	2130	2147	2164	2181	2198	2215	2233
13	2250	2267	2284	2300	2317	2334	2351	2368	2385	2402
14	2419	2436	2453	2470	2487	2504	2521	2538	2554	2571
15	2588	2605	2622	2639	2656	2672	2689	2706	2723	2740
16	2756	2773	2790	2807	2823	2840	2857	2874	2890	2907
17	2924	2940	2957	2974	2990	3007	3024	3040	3057	3074
18	3090	3107	3123	3140	3156	3173	3190	3206	3223	3239
19	3256	3272	3289	3305	3322	3338	3355	3371	3387	3404
20	3420	3437	3453	3469	3486	3502	3518	3535	3551	3567
21	3584	3600	3616	3633	3649	3665	3681	3697	3714	3730
22	3746	3762	3778	3795	3811	3827	3843	3859	3875	3891
23	3907	3923	3939	3955	3971	3987	4003	4019	4035	4051
24	4067	4083	4099	4115	4131	4147	4163	4179	4195	4210
25	4226	4242	4258	4274	4289	4305	4321	4337	4352	4368
26	4384	4399	4415	4431	4446	4462	4478	4493	4509	4524
27	4540	4555	4571	4586	4602	4617	4633	4648	4664	4679
28	4695	4710	4726	4741	4756	4772	4787	4802	4818	4833
29	4848	4863	4879	4894	4909	4924	4939	4955	4970	4985
30	5000	5015	5030	5045	5060	5075	5090	5105	5120	5135
31	5150	5165	5180	5195	5210	5225	5240	5255	5270	5284
32	5299	5314	5329	5344	5358	5373	5388	5402	5417	5432
33	5446	5461	5476	5490	5505	5519	5534	5548	5563	5577
34	5592	5606	5621	5635	5650	5664	5678	5693	5707	5721
35	5736	5750	5764	5779	5793	5807	5821	5835	5850	5864
36	5878	5892	5906	5920	5934	5948	5962	5976	5990	6004
37	6018	6032	6046	6060	6074	6088	6101	6115	6129	6143
38	6157	6170	6184	6198	6211	6225	6239	6252	6266	6280
39	6293	6307	6320	6334	6347	6361	6374	6388	6401	6414
40	6428	6441	6455	6468	6481	6494	6508	6521	6534	6547
41	6561	6574	6587	6600	6613	6626	6639	6652	6665	6678
42	6691	6704	6717	6730	6743	6756	6769	6782	6794	6807
43	6820	6833	6845	6858	6871	6884	6896	6909	6921	6934
44	6947	6959	6972	6984	6997	7009	7022	7031	7046	7059

	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'
45°	7071	7083	7096	7108	7120	7133	7145	7157	7169	7181
46	7193	7206	7218	7230	7242	7254	7266	7278	7290	7302
47	7314	7325	7337	7349	7361	7373	7385	7396	7408	7420
48	7431	7443	7455	7466	7478	7490	7501	7513	7524	7536
49	7547	7559	7570	7581	7593	7604	7615	7627	7638	7649
50	7660	7672	7683	7694	7705	7716	7727	7738	7749	7760
51	7771	7782	7793	7804	7815	7826	7837	7848	7859	7869
52	7880	7891	7902	7912	7923	7934	7944	7955	7965	7976
53	7986	7997	8007	8018	8028	8039	8049	8059	8070	8080
54	8090	8100	8111	8121	8131	8141	8151	8161	8171	8181
55	8192	8202	8211	8221	8231	8241	8251	8261	8271	8281
56	8290	8300	8310	8320	8329	8339	8348	8358	8368	8377
57	8387	8396	8406	8415	8425	8434	8443	8453	8462	8471
58	8480	8490	8499	8508	8517	8526	8536	8545	8554	8563
59	8572	8581	8590	8599	8607	8616	8625	8634	8643	8652
60	8660	8669	8678	8686	8695	8704	8712	8721	8729	8738
61	8746	8755	8763	8771	8780	8788	8796	8805	8813	8821
62	8829	8838	8846	8854	8862	8870	8878	8886	8894	8902
63	8910	8918	8926	8934	8942	8949	8957	8965	8973	8980
64	8983	8996	9003	9011	9018	9026	9033	9041	9048	9056
65	9063	9070	9078	9085	9092	9100	9107	9114	9121	9128
66	9135	9143	9150	9157	9164	9171	9178	9184	9191	9198
67	9205	9212	9219	9225	9232	9239	9245	9252	9259	9265
68	9272	9278	9285	9291	9298	9304	9311	9317	9323	9330
69	9336	9342	9348	9354	9361	9367	9373	9379	9385	9391
70	9397	9403	9409	9415	9421	9426	9433	9438	9444	9449
71	9455	9461	9466	9472	9478	9483	9489	9494	9500	9505
72	9511	9516	9521	9527	9532	9537	9542	9548	9553	9558
73	9563	9568	9573	9578	9583	9588	9593	9598	9603	9608
74	9613	9617	9622	9627	9632	9636	9641	9646	9650	9655
75	9659	9664	9668	9673	9677	9681	9686	9690	9694	9699
76	9703	9707	9711	9715	9720	9724	9728	9732	9736	9740
77	9744	9748	9751	9755	9759	9763	9767	9770	9774	9778
78	9781	9785	9789	9792	9796	9799	9803	9806	9810	9813
79	9816	9820	9823	9826	9829	9833	9836	9839	9842	9845
80	9848	9851	9854	9857	9860	9863	9866	9869	9871	9874
81	9877	9880	9882	9885	9888	9890	9893	9895	9898	9900
82	9903	9905	9907	9910	9912	9914	9917	9919	9921	9923
83	9925	9928	9930	9932	9934	9936	9938	9940	9942	9943
84	9945	9947	9949	9951	9952	9954	9956	9957	9959	9960
85	9962	9963	9965	9966	9968	9969	9971	9972	9973	9974
86	9976	9977	9978	9979	9980	9981	9982	9983	9984	9985
87	9986	9987	9988	9989	9990	9990	9991	9992	9993	9993
88	9994	9995	9995	9996	9996	9997	9997	9997	9997	9998
89	9998	9999	9999	9999	9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

III Тангенсы

	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'
0'	0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157
1	0175	0192	0219	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332
2	0349	0367	0384	0402	0419	0437	0454	0472	0489	0507
3	0524	0542	0559	0577	0594	0612	0629	0647	0664	0682
4	0699	0717	0734	0752	0769	0787	0805	0822	0840	0857
5	0875	0892	0910	0928	0945	0963	0981	0998	1016	1033
6	1051	1069	1086	1104	1122	1139	1157	1175	1192	1210
7	1228	1246	1263	1281	1299	1317	1334	1352	1370	1388
8	1405	1423	1441	1459	1477	1495	1512	1530	1548	1566
9	1584	1602	1620	1638	1655	1673	1691	1709	1727	1745
10	1763	1781	1799	1817	1835	1853	1871	1890	1908	1926
11	1944	1962	1980	1998	2016	2035	2053	2071	2089	2107
12	2126	2144	2162	2180	2199	2217	2235	2254	2272	2290
13	2309	2327	2345	2364	2382	2401	2419	2438	2456	2475
14	2493	2512	2530	2549	2568	2586	2605	2623	2642	2661
15	2679	2698	2717	2736	2754	2773	2792	2811	2830	2849
16	2867	2886	2905	2924	2943	2962	2981	3000	3019	3038
17	3057	3076	3096	3115	3134	3153	3172	3191	3211	3230
18	3249	3269	3288	3307	3327	3346	3365	3385	3404	3424
19	3443	3463	3482	3502	3522	3541	3561	3581	3600	3620
20	3640	3659	3679	3699	3719	3739	3759	3779	3799	3819
21	3839	3859	3879	3899	3919	3939	3959	3979	4000	4020
22	4040	4061	4081	4101	4122	4142	4163	4183	4204	4224
23	4245	4265	4286	4307	4327	4348	4369	4390	4411	4431
24	4452	4473	4494	4515	4536	4557	4578	4599	4621	4642
25	4663	4684	4706	4727	4748	4770	4791	4813	4834	4856
26	4877	4899	4921	4942	4964	4986	5008	5029	5051	5073
27	5095	5117	5139	5161	5184	5206	5228	5250	5272	5295
28	5317	5340	5362	5384	5407	5430	5452	5475	5498	5520
29	5543	5566	5589	5612	5635	5658	5681	5704	5727	5750
30	5774	5797	5820	5844	5867	5890	5914	5938	5961	5985
31	6009	6032	6056	6080	6104	6128	6152	6176	6200	6224
32	6249	6273	6297	6322	6346	6371	6395	6420	6445	6469
33	6494	6519	6544	6569	6594	6619	6644	6669	6694	6720
34	6745	6771	6796	6822	6847	6873	6899	6924	6950	6976
35	7002	7028	7054	7080	7107	7133	7159	7186	7212	7239
36	7265	7292	7319	7346	7373	7400	7427	7454	7481	7508
37	7536	7563	7590	7618	7646	7673	7701	7729	7757	7785
38	7813	7841	7869	7898	7926	7954	7983	8012	8040	8069
39	8098	8127	8156	8185	8214	8243	8273	8302	8332	8361
40	8391	8421	8451	8481	8511	8541	8571	8601	8632	8662
41	8693	8724	8754	8785	8816	8847	8878	8910	8941	8972
42	9004	9036	9067	9099	9131	9163	9195	9228	9260	9293
43	9325	9358	9391	9424	9457	9490	9523	9556	9590	9623
44	9657	9691	9725	9759	9793	9827	9861	9895	9930	9965

III Тангенс

Наставка

	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'
45°	1.0000	0035	0070	0105	0141	0176	0212	0247	0283	0319
46	1.0355	0392	0428	0464	0501	0538	0575	0612	0649	0686
47	1.0724	0761	0799	0837	0875	0913	0951	0990	1028	1067
48	1.1106	1145	1184	1224	1263	1303	1343	1383	1423	1463
49	1.1504	1544	1585	1626	1667	1708	1750	1792	1833	1875
50	1.1918	1960	2002	2045	2088	2131	2174	2218	2261	2305
51	1.2349	2393	2437	2482	2527	2572	2617	2662	2708	2753
52	1.2799	2846	2892	2938	2985	3032	3079	3127	3175	3222
53	1.3270	3319	3367	3416	3465	3514	3554	3613	3663	3713
54	1.3764	3814	3865	3916	3968	4019	4071	4124	4176	4229
55	1.4281	4335	4388	4442	4496	4550	4605	4659	4715	4770
56	1.4826	4882	4938	4994	5051	5108	5166	5224	5282	5340
57	1.5399	5458	5517	5577	5637	5697	5757	5818	5880	5941
58	1.6003	6066	6128	6191	6255	6319	6383	6447	6512	6577
59	1.6643	6709	6775	6842	6909	6977	7045	7113	7182	7251
60	1.7321	7391	7461	7532	7603	7675	7747	7820	7893	7966
61	1.8040	8115	8190	8265	8341	8418	8495	8572	8650	8728
62	1.8807	8887	8967	9047	9128	9210	9292	9375	9458	9542
63	1.9626	9711	9797	9883	9970	0057	0145	0233	0323	0413
64	2.0503	0594	0686	0778	0872	0965	1060	1155	1251	1348
65	2.144	1543	1642	1742	1842	1943	2045	2148	2251	2355
66	2.2460	2566	2673	2781	2889	2998	3109	3220	3332	3445
67	2.3559	3673	3789	3906	4023	4142	4362	4383	4504	4627
68	2.4751	4876	5002	5129	5257	5386	5517	5649	5782	5916
69	2.6051	6187	6325	6464	6605	6746	6890	7034	7119	7326
70	2.7475	7625	7776	7929	8083	8239	8397	8556	8716	8878
71	2.9042	9208	9375	9544	9714	9887	0061	0237	0415	0595
72	3.0777	0961	1146	1334	1524	1716	1910	2106	2305	2506
73	3.2709	2914	3122	3332	3544	3759	3977	4197	4420	4646
74	3.4874	5105	5339	5576	5816	6059	6305	6554	6806	7062
75	3.7321	7583	7848	8118	8391	8667	8947	9232	9520	9812
76	4.0108	0408	0713	1022	1335	1653	1976	2303	2635	2972
77	4.3315	3662	4015	4373	4737	5107	5483	5864	6252	6646
78	4.7046	7453	7867	8288	8716	9152	9594	0045	0504	0970
79	5.1446	1929	2422	2924	3435	3955	4486	5026	5578	6140
80	5.6713	7297	7894	8502	9124	9758	0405	1066	1742	2432
81	6.3138	3859	4596	5350	6122	6912	7720	8548	9395	0264
82	7.1154	2066	3002	3962	4947	5958	6996	8062	9158	0285
83	8.1443	2636	3863	5126	6427	7769	9152	0579	2052	3572
84	9.5144	9677	9845	1002	1020	1039	1058	1078	1099	1120
85	11.43	1166	1191	1216	1243	1271	1330	1330	1362	1395
86	14.30	1467	1506	1546	1589	1635	1683	1734	1789	1846
87	19.08	1974	2045	2120	2202	2290	2386	2490	2603	2727
88	28.64	30.14	31.82	33.69	35.80	38.19	40.92	44.07	47.74	52.08
89	57.29	63.66	71.62	81.85	95.49	114.6	143.2	191.0	286.5	573.0

IV. Константе које се често употребљавају

	n	$\lg n$
π	3,141593	0,49715
4π	12,56637	1,09921
$\frac{2}{\pi}$	0,63662	1,80388
π^2	9,86960	0,99430
$\sqrt{\pi}$	1,77245	0,24857
$\ln 10$	2,3025	0,33222
$\ln 2$	0,6931	—
$\sqrt[3]{2}$	1,41421	0,15052
$\sqrt[3]{3}$	1,73205	0,23856
10	0,017453 радијана	
$1'$	0,000291	
$1''$	0,000048	
e	2,718282	0,43429

V. Односи међу јединицама

1. Притисак

а) Једна нормална атмосфера (at) = 760 mm Hg = 1,0333 kG/cm² = 1,013 · 10⁶ din/cm²б) 1 mm Hg = 0,001316 at = 1333 din/cm²в) 1 kG/cm² = 735,6 mm Hg.

2. Рад и енергија

а) 1 erg = 10⁻⁷ J = 2,39 · 10⁻⁸ cal = 6,242 · 10¹¹ eV

б) 1 kGr · m = 98066500 erg

в) 1 cal = 4,185 · 10⁷ erg = 2,612 · 10¹² eVг) 1 eV = 1,602 · 10⁻¹² ergд) 1 kW · h = 3,6 · 10¹³ erg = 860 kcalђ) 1 l · at = 101,3 J = 24,1 cal.

3. Топлогна проводљивост

$$1 \frac{\text{m} \cdot \text{čas} \cdot \text{stepen}}{\text{kcal}} = 2,778 \cdot 10^{-8} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{sec} \cdot \text{stepen}} = 1,162 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{cm} \cdot \text{stepen}}.$$

4. Односи између јединица система CGSE, CGSM и Практичног

№	Назив величине	Назив јединице			Односи		
		CGSE	CGSM	Прак.	јед. CGSM према јед. CGSE	прак. јед. према јед. CGSE	прак. јед. према јед. CGSM
1	Дужина	cm	cm	cm	1	1	1
2	Време	sec	sec	sec	1	1	1
3	Маса	gram	gram	—	1	10 ⁷	10 ⁷
4	Сила	din	din	v. din	1	10 ⁷	10 ⁷
5	Рад, енергија	erg	erg	J	1	10 ⁷	10 ⁷
6	Ефекат	erg/sec	erg/sec	vat	1	10 ⁷	10 ⁷
7	Количина електрицитета	—	—	kulon	3 · 10 ¹⁰	3 · 10 ⁹	10 ⁻¹
8	Јачина струје	—	—	amper	3 · 10 ¹⁰	3 · 10 ⁹	10 ⁻¹
9	Разлика потенцијала	—	—	volt	1/3 · 10 ¹⁰	1/300	10 ³
10	Јачина електричног поља	—	—	volt/cm	1/3 · 10 ¹⁰	1/300	10 ³
11	Капацитет	cm	—	farad	9 · 10 ²⁰	9 · 10 ¹¹	10 ⁻⁹
12	Диелектрична пропустљивост	—	—	—	9 · 10 ²⁰	9 · 10 ¹¹	10 ⁻⁹
13	Отпор	—	—	ohm	1/9 · 10 ²⁰	1/9 · 10 ¹¹	10 ⁹
14	Јачина магнетног поља	—	erst	—	3 · 10 ¹⁰	3 · 10 ⁹	10 ⁻¹
15	Магнетни момент . . .	—	—	—	1/3 · 10 ¹⁰	1/300	10 ³
16	Магнетна пропустљивост	—	—	—	1/9 · 10 ²⁰	1/9 · 10 ¹¹	10 ⁹
17	Магнетна индукција . .	—	gaus	—	1/3 · 10 ¹⁰	1/300	10 ³
18	Магнетни флукс . . .	—	maksvet	—	1/3 · 10 ¹⁰	1/300	10 ³
19	Индуктивност	—	cm	henr	1/9 · 10 ²⁰	1/9 · 10 ¹¹	10 ⁹

VI. Основне физичке константе

$$1) \text{ Гравитациона константа: } \gamma = 6,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{cm}^3}{\text{gr} \cdot \text{sec}^2}.$$

2) Убрзање Земљине теже: $g_0 = 980,665 \text{ cm/sec}^2$ (при решавању задатака за убрзање Земљине теже треба узети 980 cm/sec^2 , осим где није специјално наглашено).

3) Број молекула у 1 грамолу (Авогадров број):

$$N = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

4) Број молекула у 1 cm³ гаса при нормалним условима је:

$$n = 2,69 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}.$$

$$5) \text{ Универзална гасна константа } R = 0,0820 \frac{\text{l-at}}{\text{mol} \cdot \text{stepen}} = 0,848 \frac{\text{kGrm}}{\text{mol} \cdot \text{stepen}} = 8,314 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{mol} \cdot \text{stepen}} = 1,986 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{stepen}}.$$

6) Молекулска тежина ваздуха (средња) је 28,9 gr/mol:

7) Болцманова константа:

$$k = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ erg/stepen.}$$

8) Тачка топљења леда је 273,16 K (при решавању задатака узети 273 K).

9) Константа Стефановог закона:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-5} \frac{\text{erg}}{\text{sec} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{stepen}^4}.$$

10) Константа која се јавља код закона померања максимума зрачења:

$$C = 0,290 \text{ cm} \cdot \text{stepen.}$$

11) Наелектрисање електрона:

$$e = 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}$$

(при решавању задатака узимати $4,8 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}$).

12) Маса електрона:

$$m_e = 9,1066 \cdot 10^{-28} \text{ gr}$$

(при решавању задатака $9,1 \cdot 10^{-28} \text{ gr}$)

13) Маса протона $m_p = 1,672 \cdot 10^{-24} \text{ gr}$.

14) Фарадејев број:

$$F = 9,65 \cdot 10^4 \frac{\text{C}}{\text{gr} \cdot \text{ekv.}}$$

15) Планкова константа:

$$h = 6,621 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec.}$$

16) Брзина светлости у вакууму:

$$c = 2,99776 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}$$

(при решавању задатака узети $3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}$).

VII. Атомске тежине

Азот	N	14,008	Литијум	Li	6,94
Алуминијум	Al	26,97	Магнезијум	Mg	24,32
Аргон	Ar	39,944	Бакар	Cu	63,57
Баријум	Ba	137,36	Натријум	Na	22,997
Берилијум	Be	9,02	Неон	Ne	20,183
Бор	B	10,82	Никл	Ni	58,69
Бром	Br	79,916	Калај	Sn	118,70
Бизмут	Bi	209,00	Платина	Pt	195,23
Водоник	H	1,0081	Радијум	Ra	226,05
Волфрам	W	184,00	Жива	Hg	200,61
Хелијум	He	4,004	Олово	Pb	207,22
Гаџе	Fe	55,84	Сумпор	S	32,060
Злато	Au	197,2	Сребро	Ag	107,88
Јод	I	126,92	Угљеник	C	12,00
Калијум	K	38,096	Уран	U	238,14
Калцијум	Ca	40,08	Фосфор	P	31,02
Силицијум	Si	28,08	Хлор	Cl	35,457
Кисеоник	O	16,000	Цинк	Zn	65,38

VIII. Маса елементарних честица изражених у атомским јединицама маса (1/16 масе атома кисеоника)

e	електрон	0,00055	$^1\text{H}^1$	атом водоника	1,00813
n	неутрон	1,00897	$^1\text{H}^2$	атом деутеријума	2,01473
p	протон	1,00758	$^2\text{H}^3$	атом хелијума	3,01703
D	деутерон	2,01418	$^2\text{H}^4$	атом хелијума	4,00389
α	α -честица	4,00279	$^8\text{Li}^7$	атом литијума	7,01818
			$^9\text{Be}^6$	атом берилијума	8,0078

IX. Дијаметри молекула и атома

H_2	$2,3 \cdot 10^{-8}$ cm	H_2O	$2,6 \cdot 10^{-8}$ cm
O_2	$2,9 \cdot 10^{-8}$ cm	He	$1,9 \cdot 10^{-8}$ cm
N_2	$3,1 \cdot 10^{-8}$ cm		

X. Астрономске величине

Средњи радијус Земље	6370 km
Маса Земље	$5,96 \cdot 10^{27}$ gr
Радијус Сунца	696.000 km
Маса Сунца	$1,97 \cdot 10^{33}$ gr
Средње растојање Земље од Сунца	$149 \cdot 10^6$ km
Радијус Месеца	1735 km
Маса Месеца	$7,35 \cdot 10^{25}$ gr
Средње растојање Месеца од Земље	$384 \cdot 10^3$ km

XI. Густине (D)

а) Гасови при нормалним условима

Ваздух	1,293 gr/l	Кисеоник	1,429 gr/l
Угљендиоксид	1,977 gr/l	Водоник	0,08988 gr/l

б) Течности

Бензол	0,88 gr/cm ³	Алкохол	0,79 gr/cm ³
Петролеум	0,80	Жива	13,6
Терпентин	0,85	Етар (20°C)	0,714
Рицинусово уље	0,97	Глицерин	1,21

в) Чврста тела

Бизмут	9,7 gr/cm ³	Бакар	8,9 gr/cm ³
Волфрам	19,0	NaCl	2,17
Гумигут	1,2	Никал	8,8
Гвожђе (челик)	7,8	Олово	11,3
Лед	0,917	Цинк	7,0

XII. Вискозност (η)

Ваздух на 0°C	$1,8 \cdot 10^{-4}$ поаза
Кисеоник на 0°C	$1,92 \cdot 10^{-4}$
Вода на 15°C	0,011
Рицинусово уље на 20°C	10
Глицерин	3,5

XIII. Сила кидања при истезању

Челик	7000 kGr/cm ²
Гвожђе	6000
Бакар	2400
Олово	200
Стакло	300

XIV. Еластичност

Назив материјала	Модуло еластичности прве врсте E	Коэффициент попречне контракције	Модуло смицања	Модуло свестраног сабијања
Челик	20000 kGr/mm ²	0,3	8000 kGr/mm ²	16500 kGr/mm ²
Гвожђе	20000	0,3	8000	—
Бакар	12000	0,35	4500	13500
Олово	1700	0,38	560	—
Стакло	5000	0,2—0,3	—	3000
Дрво	1000	—	—	—
Жива	—	—	—	2500
Вода	—	—	—	200

XV. Коэффицијенат топлотног ширења

а) Линеарно ширење (α)		
Цинк	$29 \cdot 10^{-6}$ stepen $^{-1}$	Месинг $19 \cdot 10^{-6}$ stepen $^{-1}$
Гвожђе (челик)	$12 \cdot 10^{-6}$	Стакло $10 \cdot 10^{-6}$
Бакар	$17 \cdot 10^{-6}$	Алуминијум $24 \cdot 10^{-6}$

б) Вاپремниско ширење (β)

Жива	$0,00018$ stepen $^{-1}$
----------------	--------------------------

XVI. Специфичне гасне константе

Ваздух	$29,27$ m · kGr/kg · stepen
Угљен диоксид	$19,14$ m · kGr/kg · stepen

XVII. Специфичне топлоте

а) Чврста и течна тела

Бизмут	$0,031$ cal/gr · stepen	Бакар	$0,091$ cal/gr · stepen
Волфрам	$0,037$	Олово	$0,032$
Гвожђе (челик)	$0,11$	Алкохол	$0,59$

б) Гасови

	c_p	c_v	$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$
Ваздух	$0,243$ cal/gr · stepen	$0,174$ cal/gr · stepen	$1,40$
Водена пара	$0,435$	$0,330$	$1,32$
Ar	$0,127$	$0,0762$	$1,67$
N_2	$0,249$	$0,177$	$1,41$
O_2	$0,218$	$0,155$	$1,40$
CO_2	$0,2025$	$0,156$	$1,30$

XVIII. Van-der-Vaals-ова константа

Материја	$a \left(\frac{l^2 - at}{mol^2} \right)$	$b (l/mol)$
N_2	$1,35$	$0,04$
Ar	$1,3$	$0,03$
H_2O	$5,47$	$0,03$
CO_2	$3,6$	$0,043$
O_2	$1,35$	$0,03$

XIX. Топлота топљења

Лед $79,6$ cal/gr.

XX. Притисак и густина васићене водене паре

$t^\circ C$	p (y mm Hg)	D (y gr/cm 3)	$t^\circ C$	p (y mm Hg)	D (y gr/cm 3)
-23	0,58	0,66	15	12,79	12,8
0	4,58	4,84	16	13,63	13,6
1	4,93	5,22	17	14,53	14,5
2	5,29	5,60	18	15,48	15,4
3	5,69	5,98	19	16,48	16,3
4	6,10	6,40	20	17,54	17,3
5	6,54	6,84	21	18,65	18,3
6	7,01	7,3	22	19,83	19,4
7	7,51	7,8	23	21,07	20,6
8	8,05	8,3	24	22,38	21,8
9	8,61	8,8	25	23,76	23,0
10	9,21	9,4	26	25,21	24,4
11	9,48	10,0	27	26,74	25,8
12	10,52	10,7	28	28,35	27,2
13	11,73	11,4	29	30,04	28,7
14	11,92	12,1	30	31,82	30,3

XXI. Особине васићене водене паре

Притисак у kGt/cm ²	°C	Специфична запремина паре (у kcal/kgf)	Латентна топлота испаривања (у kcal/kgf)	Укупна топлота испаривања (у kcal/kgf)
0,02	17,2	68,3	586,9	604,1
0,1	45,4	14,96	570,4	617,2
0,2	59,7	7,80	563,7	623,3
0,4	75,4	4,071	554,6	630,0
0,6	85,45	2,785	548,6	634,1
0,8	93,0	2,127	544,1	637,1
0,9	96,2	1,905	542,0	638,3
1	99,1	1,726	540,2	639,4
1,0333	100	1,674	539,7	639,8
1,23	105	1,420	535,4	640,4
1,8	116,3	0,996	529,1	645,8
2	119,6	0,902	526,9	646,9
3	132,9	0,617	517,7	651,2
4	142,9	0,4708	510,4	654,2
5	151,1	0,3818	504,1	656,4
6	158,1	0,3214	498,7	658,2
7	164,2	0,2778	493,7	659,5
8	169,6	0,2448	489,2	660,7
9	174,5	0,2189	485,0	661,7
10	179,0	0,1980	481,1	662,5
12	187,1	0,1663	473,8	663,7
14	194,1	0,1434	467,2	664,6
16	200,4	0,1261	461,2	665,3
18	206,2	0,1125	455,5	665,8
20	211,4	0,1015	450,3	666,2
30	232,8	0,0679	427,5	666,8
40	249,2	0,0506	408,9	666,4

XXII. Коefицијенти топлотне проводљивости (λ)

Ваздух	0,000056	cal cm · sec · stepen
Алуминијум	0,5	"
Бизмут	0,024	"
Гвожђе	0,14	"
Бакар	0,92	"
Олово	0,083	"
Азбест	0,18	k cal m · čas · stepen
Дрво (нормално на влакна)	0,15	"
Опека	0,6	"
Котловски каменац	2	"
Чађ	0,06	"
Стакло	0,6	"

XXIII. Коefицијенти хлађења

Матал-гас	3 · 10 ⁻⁴	cal cm ² · sec · stepen
Чађ-гас	20	k cal m ² · čas · stepen
Метал, покривен каменцом, вода	5000	

XXIV. Површински напон (ζ)

Вода при 20°C		70 dIn/cm*
Сапуњава вода		40 .
Жива		490 .
Терпентин		27 .
Алкохол		22 .

XXV. Специфични отпор (на собној температури) и температурски коефицијенти (ρ и α)

Алуминијум		$2,8 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$	$4,2 \cdot 10^{-3} \text{ stepen}^{-1}$
Гвожђе		$12,0 \cdot 10^{-6} .$	$6,0 \cdot 10^{-3} .$
Бакар		$1,7 \cdot 10^{-6} .$	$5,0 \cdot 10^{-3} .$
Никелин		$4,0 \cdot 10^{-6} .$	—
Нихром		$1,0 \cdot 10^{-4} .$	—
Олово		$22,0 \cdot 10^{-6} .$	$4,2 \cdot 10^{-3} .$
Угљеник		$4,0 \cdot 10^{-3} .$	$-0,8 \cdot 10^{-3} .$

XXVI. Диелектрична пропустљивост (ϵ)

Петролеум			2 CGSE
Алкохол			26 .
Лискун			7 .
Порцелан			6 .
Стакло			7 .
Вода			81 .
Парафин (хартџа)			2 .

XXVII. Покретљивост јона (k)

а) Водени раствори

Ag^+			0,00056 $\frac{\text{cm}^2}{\text{sec} \cdot V}$
K^+			0,00067 .
H^+			0,00324 .
Cl^-			0,00068 .
NO_3^-			0,00064 .

б) Гасови (при нормалним условима)

Ваздух			$k_+ \left(1,37 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec} \cdot V} \right); k_- \left(1,91 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec} \cdot V} \right)$
Азот			$k_+ (1,27 .); k_- (1,84 .)$

XXVIII. Рад јонизације (ϕe)

Кисеоник		Једанпут (13,56 eV);	двапут (48,55 eV)
Азот			(14,47 eV); . (44,05 eV)

XXIX. Излазни рад електрона из метала

Платина			6,3 eV
Цезијум			1,9 eV
Волфрам			4,53 eV

* Површински напон воде на другим температурама може се израчунати, знајући да се при повишењу температуре за 1°C површински напон смањи за $0,15 \frac{\text{dIn}}{\text{cm}}$.

XXX. Браина звука (с)

Ваздух на 0° C	332 m/sec
Вода	1450 m/sec

XXXI. Индекси преламљања (средњи за видљива зрачења) (n)

Стакло	1,52
Вода	1,333
Лед	1,31

XXXII. Период полураспада радиоактивних материја (T)

Уран	$4,4 \cdot 10^9 \text{ год} = 1,4 \cdot 10^{17} \text{ sec.}$
Радијум	$1590 \text{ год} = 5,02 \cdot 10^{10} \text{ sec.}$
Радон	$3,825 \text{ дана} = 3,305 \cdot 10^5 \text{ sec.}$
Активнијум	$13,5 \text{ год} = 4,23 \cdot 10^8 \text{ sec.}$
RaA	185 sec.

XXXIII. Ознаке јединица

Метар	m	Грам (сила)	Gr
Микрон	μ	Секунд	sec
Ангстрем	Å	Минут	min
Литар	l	Ерг	erg
Грам (маса)	gr	Џаул	J
Тона (маса)	t	Килограм-метар	kGm
Дин	dyn	Електронволт	eV
Стем	sn	Калорија	cal
Ват	W	Хенри	H
mm воденог стуба	mm H ₂ O	Максвел	M
mm живиног стуба	mm Hg	Гаус	G
Степен	stepen	Ерстед	Oe
Ом	Ω	Лумен	lm
Ампер	A	Фот	phot
Волт	V	Лукс	lx
Кулон	C	Свеча	sv
Фарад	F	Херц	Hz

Додатак ознакама јединица

Мега (M)	10 ⁶
Кило (k)	10 ³
Деци (d)	10 ⁻¹
Сантн (s)	10 ⁻²
Мили (m)	10 ⁻³
Микро (μ)	10 ⁻⁶
Пико (π) (p)	10 ⁻¹²

XXXIV. Овнаке величина

Дужина	l, a, d	Површински напон	e
Површина	S	Топлота испаравања	r
Запремина	V	Топлотна проводљивост	λ
Ширина	b	Температ. проводљивост	A
Дубина, висина	h	Целзус. темп. скала	t
Дијаметар	d	Аполутна температура	T
Радијус	R, r	Количина топлоте	Q
Тежина (у ваздуху)	P	Унутрашња енергија	U
Убрзање Зем. теже	g	Ентропија	S
Маса	m	Специфична топлота	c
Густина	D	Спец. топл. при сталном прит.	c_p
Специфична запремина	v	Спец. топл. при сталној запр.	c_v
Време	t, τ	Капацитет	C
Дужина пута	s	Електромоторна сила	$\mathcal{E}$
Брзина	v, u	Напон (потенц. разлика)	U
Убрзање	a	Отпор	R, r
Углово померање	φ	Специфични отпор	ρ
Угловна брзина	ω	Проводљивост	G
Угловно убрзање	e	Специф. проводљивост	g
Сила	F	Јачина струје	I, i
Притисак	p	Струјна густина	j
Момент силе	M	Магнетни флукс	Φ
Момент инерције	J	Индукција	B
Момент количине кретања	L	Магнетна пропустљивост	μ
Рад	A	Јачина магнетног поља	H
Енергија	W	Планкова константа	h
Кинетичка енергија	E	Наелектрисања електрона	e
Потенцијална енергија	P	Наелектрисање	q
Ефекат	P	Површ. густина наелектрисања	σ
Таласна дужина	λ	Запр. густина наелектрисања	ρ
Периода	T	Електрична пропустљивост	ϵ
Фреквенција	ν, f	Јачина електричног поља	E
Брзина распр. таласа	c	Индуктивност	L
Модело еласт. 1-врте	E	Узајамна индуктивност	M
Коеф. попреч. контракције	ν	Фазна разлика	ϕ
Коеф. латер. ширења	α	Импеданција	Z
Коеф. запрем. ширења	β	Упадни угао зрака	α
Молекуларска тежина	μ	Преломни угао призма	ϵ
Однос $\frac{c_p}{c_v}$	κ	Жижна даљина сочива (огледала)	f
Универ. гасна конст.	R	Индекс преламања	n
Спец. гас. константа	B	Светлосни флукс	P
Коефици. корисног дејства	η	Јачина светлости	I

$$\sqrt{\frac{1}{IX} - 1} \times \sqrt{\frac{4}{XI} - XX} \left| \frac{5}{XX} - \sqrt{XX} \right|$$