

UNIVERZITET U BEOGRADU
MATEMATIČKI FAKULTET

Majda Smole

Modeliranje rasta supermasivnih crnih rupa na crvenom pomaku
 $z = 7$

master rad

Beograd, 2013

Sadržaj

1 Uvod	3
1.1 Mehanizmi formiranja prvih crnih rupa	3
1.1.1 Zvezde Populacije III	3
1.1.2 Direktan kolaps	5
1.1.3 Kolaps jata	7
1.2 Parametri akrecije gasa	8
1.2.1 Edingtonov odnos	8
1.2.2 Radijativna efikasnost	10
1.2.3 Vreme trajanja akrecije	11
2 Metod	13
2.1 Milenijum II simulacija	13
2.2 "Drvo sudara"	14
2.3 Početne mase crnih rupa i izbor parametara	15
3 Rezultati	17
4 Diskusija	22
5 Zaključak	23
6 Zahvalnice	24
7 Literatura	25

Sažetak

Široko je prihvaćeno da se supermasivne crne rupe nalaze u centrima masivnih galaksija i kvazara. Pretpostavlja se da nastaju kombinacijom akrecije gasa i sudara sa drugim masivnim crnim rupama. Međutim, neke supermasivne crne rupe su detektovane u vrlo ranom Univerzumu (~ 800 miliona godina). U ovom radu koristimo "drvo sudara" haloa tamne materije iz numeričke kosmološke simulacije da utvrdimo da li supermasivne crne rupe mogu de se formiraju tako rano poznatim mehanizmima rasta.

Našli smo da supermasivna crna rupa od $10^9 M_\odot$ može da se formira na crvenom pomaku $z = 6.2$ ukoliko ima početnu masu $100M_\odot$ i akretuje na Edingtonovom odnosu $f_{\text{Edd}} = 2.9$, odnosno na crvenom pomaku $z = 7.3$ za istu početnu masu i Edingtonov odnos $f_{\text{Edd}} = 3.2$. Naši rezultati su u skladu sa prethodno dobijenim rezultatima da je najrealniji scenario za formiranje supermasivnih crnih rupa onaj u kome one imaju početnu masu $10^5 - 10^6 M_\odot$ jer u tom slučaju nije potrebna akrecija iznad Edingtonovog limita. Mi smo ustanovili da i sa početnom masom od $100M_\odot$ može da se formira ista supermasivna crna rupa uz Edingtonov odnos $f_{\text{Edd}} \sim 3$, što je i dalje teško ostvarljivo, ali je verovatnije nego sto se prethodno mislilo pogotovo u svetu novih posmatranja kvazara kod kojih je detektovana super-Edingtonova akrecija sličnih vrednosti.

1 Uvod

Postojanje supermasivnih crnih rupa predloženo je ranih šezdesetih godina posle otkrića prvih kvazara (Schmidt 1963), a definitivno je potvrđeno kada je otkrivena supermasivna crna rupa u Mlečnom putu, Sagittarius A* (Balick & Brown 1974), čija je masa $4.2 \times 10^6 M_\odot$ (Ghez et al. 2008). Nedugo potom usledila su slična otkrića i u mnogim drugim galaksijama. Danas je poznato da se supermasivne crne rupe, sa masama između $10^6 M_\odot$ i $10^{10} M_\odot$, nalaze u centrima svih posmatranih masivnih eliptičnih galaksija i spiralnih galaksija sa centralnim ovalom (Kormendy & Douglas 1995).

One rastu i evoluiraju zajedno sa galaksijom u kojoj se nalaze. Tokom evolucije galaksija crne rupe prolaze kroz mirne i aktivne periode (Bower et al. 2006, Croton et al. 2006). Brza akrecija gasa na crnu rupu, do koje može da dođe prilikom sudara galaksija, manifestuje se kao aktivno galaktičko jezgro ili kvazar (Rees 1984, Alexander et al. 2005). Posmatranja kvazara na $z \sim 6$ u čijim centrima se nalaze crne rupe sa masama $\sim 10^9 M_\odot$ pokazuju da su crne rupe morale da se formiraju rano i da rastu brzo (Fan et al. 2005). Primer za takve crne rupe je kvazar od $2 \times 10^9 M_\odot$ na crvenom pomaku $z = 7.1$ (Mortlock et al. 2011). Međutim, mehanizam njihovog rasta nije potpuno razjašnjen.

Osnovna ideja ovog rada je da se proveri pod kojim uslovima početne crne rupe iz različitih modela mogu da formiraju supermasivnu crnu rupu sa masom većom od $10^9 M_\odot$ na crvenom pomaku $z > 6$. Mi smo koristili podatke iz Milenijum (Millennium) II simulacije (Boylan-Kolchin et al. 2009) da ispitamo pod kojim uslovima može da se formira takva crna rupa.

1.1 Mehanizmi formiranja prvih crnih rupa

Postoje tri osnovna mehanizma formiranja prvih crnih rupa (Volonteri & Bellovary 2012): zvezde Populacije III, direktni kolaps gasa u crnu rupu i kolaps jata zvezda. Razlikuju se u početnim masama crnih rupa i crvenom pomaku početka formiranja. Takođe, moguća je i kombinacija ovih mehanizama.

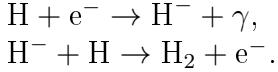
1.1.1 Zvezde Populacije III

Zvezde Populacije III su prve zvezde koje su počele da se formiraju na crvenom pomaku $z \sim 20$. One su započele rejonizaciju Univerzuma, obogatile su gas težim elementima i moguće je da su crne rupe koje su nastale na kraju njihove evolucije porasle do supermasivnih crnih rupa koje se posmatraju u prvih milijardu godina posle Velikog praska (Madau & Rees 2001, Heger et al. 2003, Islam et al. 2003, Wise & Abel 2005).

Zvezde se formiraju iz obalaka gasa koji kolapsira. Oblaci gasa kolapsiraju kada se dovoljna količina hladnog gasa akumulira u centru haloa tamne materije. Gas se hlađi u radijativnim procesima kada se sudarno ekscitovani atomi, joni ili molekuli radijativno deekscituju i pretvore deo kinetičke energije u zračenje. Što je gas bogatiji težim elemen-

tima, hlađenje je efikasnije i brže jer je gubitak energije kroz emisiju fotona veći. Brže hlađenje dovodi do fragmentacije oblaka gasa i do formiranja većeg broja manjih zvezda.

Međutim, u ranom Univerzumu gas se sastojao jedino od vodonika u molekulskom obliku i male količine helijuma i litijuma, tako da oblaci nisu mogli da se efikasno hlađe i prve zvezde su mogle da budu veoma masivne. U primordijalnom gasu, molekuli vodonika dovode do inicijalnog hlađenja i kolapsa oblaka gasa. Hlađenje je preko rotaciono-vibracionih prelaza H_2 molekula koji nastaje u reakcijama:



Numeričke simulacije su pokazale da se zvezde Populacije III formiraju u haloima tamne materije sa virijalnom temperaturom 1000 K i masom $10^6 M_\odot$ (Volker et al. 2009).

Kritična masa iznad koje dolazi do kolapsa oblaka gasa je Džinsova masa i ona zavisi od temperature i gustine gase kao (Volker et al. 2009):

$$M_J = 500 M_\odot \frac{T}{200}^{2/3} \frac{n}{10^4}^{-1/2}, \quad (1)$$

za atomski gas gustine $n[\text{cm}^{-3}]$, na temperaturi $T[\text{K}]$.

Prvo se formira proto-zvezda sa masom $\sim 0.01 M_\odot$, radijusom $\sim 5 \times 10^{11}\text{cm}$, gustinom $\sim 10^{21}\text{cm}^{-3}$ i temperaturom 20000 K . Posle formiranja, proto-zvezda je okružena oblacom gase mase $\sim 10^3 M_\odot$ i nastavlja brzo da raste akrecijom. Tipična stopa akrecije je $10^{-3} - 10^{-2} M_\odot$ godišnje. Konačna masa i evolucija zvezde zavisi od početne mase oblaka koji je kolapsirao i od mase gase koji učestvuje u akreciji. UV zračenje sa proto-zvezde utiče na akreciju i u nekim slučajevima može da zaustavi akreciju i dalji rast proto-zvezde. Glavni efekti koji smanjuju akreciju su fotodisocijacija H_2 molekula u gasu koji se akreduje, Lajman α pritisak zračenja i širenje HII regiona koju nastaju zbog velikog fluksa ionizujućeg zračenja. Gas se akretuje na proto-zvezdu preko akpcionog diska. Disk je izložen UV zračenju i može da se dogodi da ispari pod uticajem dejstva UV fotona. Tada se zaustavlja akrecija (Yoshida et al. 2012).

Konačna masa zvezde Populacije III može da bude u intervalu $60 - 300 M_\odot$ (Volker et al. 2009), a po nekim autorima i do $1000 M_\odot$ (Hirano et al. 2013).

Zvezde Populacije III sa masom $25 M_\odot \leq M_* \leq 140 M_\odot$ i $M_* \geq 260 M_\odot$ završavaju život kao crne rupe, dok zvezde sa masom $140 - 260 M_\odot$ eksplodiraju kao parno-nestabilne (pair-instability) supernove i ne ostavljaju ostatak.

Međutim, neke simulacije pokazuju da zvezde Populacije III možda nisu bile toliko masivne (Turk et al. 2009, Clark et al. 2011, Stacy et al. 2012). Ukoliko dođe do fragmentacije, zvezde se formiraju kao binarni sistemi ili u grupama sa masom $10 - 100 M_\odot$, a zvezde sa masama preko $260 M_\odot$ se retko formiraju (Volonteri & Bellovary 2012). Sa druge strane, radovi poput (O'Shea & Norman 2008, Hirano et al. 2013), pokazuju da se zvezde Populacije III formiraju usamljene, tj. jedna zvezda po halou. Uglavnom se pretpostavlja da od zvezda Populacije III nastaju crne rupe od $\sim 100 M_\odot$ (Greene 2012).

U ovom radu mi usvajamo standardni model zvezda Populacije III po kome se one formiraju izolovane u mini-haloima tamne materije i formiraju crnu rupu mase $100 M_\odot$.

1.1.2 Direktan kolaps

Drugi mogući mehanizam formiranja prvih crnih rupa je direktan kolaps gasa u crnu rupu u uslovima koji su postojali u ranom Univerzumu (Loeb & Rasio 1994, Eisenstein & Loeb 1995, Oh & Haiman 2002). Početne mase crnih rupa koje nastaju direktnim kolapsom variraju u zavisnosti od modela, ali su tipične vrednosti $\sim 10^4 - 10^6 M_\odot$.

Za direktan kolaps gasa u crnu rupu neophodno je da se gas neefikasno hlađi kako bi se izbegla fragmentacija i formiranje zvezda. Hlađenje je neefikasno ukoliko je gas bez metala. Pored toga, H_2 molekuli takođe mogu da hlađe gas, tako da je potrebno Lajman-Vernerovo zračenje koje dovodi do njihove disocijacije. Lajman-Vernerovo zračenje je UV zračenje na energijama $11.2\text{eV} < h\nu < 13.6\text{eV}$ koje potiče od prvih zvezda.

Kolaps se dešava u haloima sa virijalnom temperaturom od $T_{\text{vir}} \sim 10^4\text{K}$ i masom $10^7 - 10^9 M_\odot$ na crvenom pomaku $10 < z < 20$. Ukoliko je u takvima haloima sprečeno formiranje H_2 molekula, gas teži da se kondenzuje u centru i ne fragmentiše se.

Barioni u halou kolapsiraju i formiraju disk u centru. Hlađenje je preko atomskog vodonika i disk je gotovo izotermalan sa temperaturom od nekoliko hiljada kelvina. Disk je uravnotežen rotacijom i može da zadrži dalji kolaps dok se ne dostigne dovoljna gustina da se formira crna rupa. Da bi disk kolapsirao mora da dođe do dodatnih nestabilnosti.

Potrebno je da gas u halou tamne materije brzo izgubi moment impulsa. Globalne dinamičke nestabilnosti, kao što je "prečka unutar prečke" ("bars within bars") nestabilnost, mogu da dovedu do kretanja gasa ka centru haloa (Shlosman et al 1989). Alternativno, neki autori smatraju da sudari haloa uporedive mase kanališu gas ka centru. U tom slučaju turbulencija može da spreči fragmentaciju i nije potrebno da gas bude bez metala (Mayer et al. 2010, Bonoli et al. 2012).

Stabilnost diska zavisi od parametra spina haloa, λ_{spin} , i količine barionske materije koja završi u disku, m_d . Deo ukupne mase haloa koji se zadržao u disku je m_f , a $m_a = m_d - m_f$ je akretovana masa.

Parametar spina je mera momenta impulsa haloa:

$$\lambda_{\text{spin}} = J | E |^{1/2} / GM^{5/2} \quad (2)$$

gde je J moment impulsa haloa, E totalna energija haloa, G gravitaciona konstanta, a M masa haloa.

Do nestabilnosti dolazi kada parametar spina padne ispod neke granične vrednosti koja zavisi od m_d .

Lokalne dinamičke nestabilnosti se opisuju Tumreovim (Toomre) parametrom. On se može zapisati kao (Lodato & Natarajan 2006):

$$Q = \frac{8}{m_d} \lambda_{\text{spin}} \frac{j_d}{m_d} \left(\frac{T_{\text{gas}}}{T_{\text{vir}}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1-m_a/m_d} \right)^2. \quad (3)$$

Akretovana masa, m_a , dobija se iz uslova da je $Q = Q_c$, gde je Q_c kritična vrednost iznad koje je disk gravitaciono stabilan. Odatle sledi:

$$\frac{m_a}{m_d} = 1 - \sqrt{\frac{8\lambda_{\text{spin}}}{m_d Q_c} \frac{j_d}{m_d} \left(\frac{T_{\text{gas}}}{T_{\text{vir}}} \right)^{1/2}}. \quad (4)$$

Dakle, ukupna masa koja može biti koncentrisana u sredini diska zavisi od osobina haloa, tj. od spina haloa, vrednosti m_d , odnosa temperature gasa i virijalne temperature i od granične vrednosti Q_c . Manje vrednosti spina ili veće vrednosti virijalne temperature dovode do veće koncentracije mase u centru (Lodato & Natarajan 2006).

Akrecija traje sve dok gas može da izrači oslobođenu vezivnu energiju. Unutar određenog radijusa zračenje je zarobljeno i gas pravi oblak koji je uravnotežen pritiskom zračenja. To je kvazi-zvezda. Uslov da je zračenje zarobljeno je

$$L(r, t) > L_{\text{Edd}}(t)(1 + \frac{p_{\text{gas}}}{p_{\text{rad}}})^{-1} \quad (5)$$

gde su p_{gas} i p_{rad} pritisak gasa i pritisak zračenja za kvazi-zvezdu, a L_{Edd} je Edingtonova luminoznost (poglavlje 1.4), (Begelman et al. 2006).

Nuklearne reakcije započinju kada temperatura u jezgu dostigne $T \sim 10^6 - 10^7$ K. Kako materija pada na kvazi-zvezdu jezgro se sažima dok temperatura ne dostigne 10^9 K. Hlađenje termalnim neutrinima dovodi do kolapsa jezgra i formira se crna rupa mase $\leq 20M_{\odot}$ okružena masivnim gasnim omotačem koja može brzo da raste akrecijom gasa iz omotača na super-Edingtonovom limitu koji je određen za masu omotača, a ne za masu crne rupe, i pritom se ne narušava kriterijum luminoznosti. Takav objekat ima luminoznost uporedivu sa jezgrom aktivne galaksije. Po završetku akrecije ostaje crna rupa sa masom od $\sim 10^4 - 10^6 M_{\odot}$ (Volonteri & Belkovary 2012). Akrecija može ranije da bude zaustavljena ako se gas potroši ili ako se formiraju zvezde.

U radu Begelman (et al.) 2006 predložen je model po kome se pre crne rupe formira supermasivna zvezda. Potreban je brz upad gase, preko M_{\odot} godišnje. Gas koji kolapsira formira kvazistatičnu supermasivnu zvezdu sa masom $10^6 M_{\odot}$ koja je uravnotežena zračenjem. Ona sagoreva vodonik oko milion godina, a potom dolazi do kolapsa.

U manjim haloima sa virijalnom temperaturom manjom od 10^4 K formiraju se zvezde Populacije III. Moguće je da su zvezde Populacije III prethodnici direktnog kolapsa. Disocijacija H_2 molekula od strane male količine zvezda Populacije III bi sprečila fragmentaciju. Ipak, pošto se zahteva da gas bude bez metala, direktan kolaps je morao da se dešava u ranom Univerumu jer bi u suprotnom zvezde obogatile gas metalima.

Alternativni model direktnog kolapsa predviđa da sudari halo mogu da kanališu gas ka centru (Mayer et al. 2010). Takav model ne zahteva da gas bude bez metala kako bi se izbeglo formiranje zvezda.

Sudari mogu da dovedu gas do centra haloa brzinom od $10 - 100 M_{\odot}$ godišnje. Gas formira disk u centru bez obzira na visoku stopu formiranja zvezda. Ne dolazi do fragmentacije zbog visokog termalnog pritiska i pritiska turbulencije.

Gas koji stigne do centralnih $2 - 3$ pc formira oblak koji je uravnotežen pritiskom zračenja i rotira. Gustina u oblaku raste kako on dobija na masi dok ne kolapsira. Oblak sadrži oko 13% mase diska, $\sim 2.6 \times 10^8 M_{\odot}$. Gas kolapsira i formira crnu rupu mnogo pre nego što bi mogao da formira zvezde, tako da nije potrebno da gas bude bez metala. Visoka temperatura u oblaku, $T > 10^7$ K, sprečava formiranje zvezda (Mayer et al. 2010).

U radu Bonoli (et al.) 2012 je predložen model po kome do direktnog kolapsa gasa u crnu rupu dolazi prilikom velikih sudara halo bogatih gasom ukoliko je minimalna masa haloa koja ostaje posle sudara $10^{11} M_{\odot}$ i ukoliko halo pre sudara nisu imali crnu rupu veću od $10^6 M_{\odot}$. Sudar je veliki ukoliko je minimalan odnos masa haloa 0.3. Ukoliko je

taj odnos manji sudari ne mogu da dovedu dovoljno gasa u centar haloa. Zahteva se da haloi pre sudara nisu imali crnu rupu veću od $10^6 M_\odot$ jer bi takva crna rupa akretovala gas i stabilizovala disk zračenjem.

Ukoliko su ovi kriterijumi zadovoljeni, u centru haloa se formira oblak gasa okružen diskom. Oblak kolapsira u supermasivnu zvezdu od koje nastaje crna rupa sa masom $\sim 10^5 M_\odot$. Crna rupa nastavlja da akretuje gas iz diska.

Ovi modeli pokazuju da direktni kolaps ne mora da bude ograničen samo na haloe na visokom crvenom pomaku, jer ne zahtevaju gas bez metala kakav je postojao samo u ranom Univerzumu.

Direktni kolaps predstavlja alternativan način formiranja crnih rupa koje odmah po formiranju imaju veliku masu i lakše mogu da dostignu $10^9 M_\odot$ u prvih milijardu godina posle Velikog praska.

1.1.3 Kolaps jata

Treći mogući mehanizam formiranja početnih crnih rupa je kolaps jata zvezda. Mnoge galaksije koje u centru imaju masivnu crnu rupu, imaju i centralno jato zvezda. Centralno jato pri određenim uslovima kolapsira i ostavlja masivnu crnu rupu.

Do kolapsa jata može da dođe na dva načina.

1) U radu Devecchi & Volonteri 2009 predložen je model jata zvezda koji se sastoji od zvezda Populacije II, kod kojih je metaličnost i dalje mala, $10^{-5} - 10^{-4}$ metaličnosti Sunca. Gusto jato zvezda se formira ukoliko se u protagalaktičkom disku gas kreće ka centru, a pritom ne dolazi do fragmentacije i formiranja zvezda duž celog diska. Tipična masa takvog jata je $10^5 M_\odot$. Jata kolapsiraju za ~ 3 miliona godina, a sudari zvezda dovode do formiranja veoma masivne zvezde koja formira crnu rupu od $\sim 10^3 M_\odot$, na crvenom pomaku $z \sim 10 - 20$.

Haloi u kojima se formiraju takve crne rupe su su haloi sa $T_{\text{vir}} > 10^4 \text{K}$. Po ovom modelu, potrebno je da prve zvezde završe svoju evoluciju. UV zračenje sa prvih zvezda je dovelo do disocijacije H_2 molekula, tako da se gas u halou hlađi jedino preko atomskog vodonika. Pored toga, prve zvezde su malo obogatile gas metalima, a metali u malim količinama mogu da hlađe gas jedino ako gustina gase dode do neke kritične vrednosti. Pošto hlađenje dovodi do fragmentacije, a fragmentacija do formiranja zvezda, zvezde mogu da se formiraju samo u blizini centra protagalaksije gde je gustina najveća, a ne u celom disku. Kako metaličnost raste, kritična gustina za fragmentaciju se smanjuje i zvezde se formiraju u celom disku, pa akrecija gase u centar nije više efikasna. Jato zvezda se formira u centru gde je gustina, za datu metaličnost, dospila kritičnu gustinu. Sudari zvezda u gustom jatu dovode do formiranja masivne zvezde, od koje nastaje crna rupa. Kolaps jezgra mora da se desi pre nego što najmasivnije zvezde siđu sa glavnog niza (~ 2.5 miliona godina) jer ekspolzije supernovih dovode do širenja jezgra i produžuju vreme za interakciju. Masa jezgra koje kolapsira je oko 10^{-3} mase celog jata. Kada se formira crna rupa, ona je okružena jatom zvezda i može da nastavi da raste akrecijom.

2) Drugi model kolapsa jata koji ne zavisi od crvenog pomaka ili metaličnosti predložili su Davies (et al.) 2011. Oni su razmatrali jata koja imaju istu masu i radijus kao globularna jata, a sastoje se samo od crnih rupa i zvezda manjih masa koje se nalaze na

glavnom nizu. Usled efekta segregacije mase (Spitzer 1969), masivnije crne rupe tonu ka centru i formiraju jato crnih rupa koje pri daljem kolapsu i usled sudara formira masivnu crnu rupu.

Binarni sistemi crnih rupa koji se nalaze u centru jata proizvode energiju koja sprečava da dođe do potpunog kolapsa jata crnih rupa. Oni elastično interaguju sa trećim telom. Rastojanje između crnih rupa u binarnom sistemu se smanjuje usled interakcija jer se energija predaje trećoj crnoj rupi. To povećava njenu brzinu. Ovaj proces dodaje energiju celom jatu crnih rupa i sprečava njegov kolaps.

Kada se dve galaksije sudare, može da dođe do brzog upada gasa u jato zvezda što menja evoluciju jata. Potrebno je da gas brzo signe do centra umesto da formira zvezde dalje od centra. Masa gasa koji učestvuje u akreciji je približno jednaka ili veća od mase zvezdane komponente jata zvezda. Upad gasa dovodi do velike gustine u centru, brze segregacije mase i brzih interakcija između crnih rupa. Usled interakcija, neke crne rupe će biti izbačene, ali veliki broj ostaje u centru jer jato crnih rupa ima veliku vezivnu energiju. Širi binarni sistemi će se razdvojiti, jer se povećava disprezija brzine, a bliži binarni sistemi će se spojiti. Tako se uklanja energija koja je sprečavala jato crnih rupa da kolapsira. Prilikom kolapsa jata crnih rupa crne rupe se sudaraju i formira se masivna crna rupu od $10^5 M_\odot$, na crvenom pomaku $z > 10$.

1.2 Parametri akrecije gasa

Osnovni parametri od kojih zavisi akrecija gasa na crnu rupu, a samim tim i njen rast su Edingtonov odnos, radijativna efikasnost i vreme trajanja akrecije.

1.2.1 Edingtonov odnos

Edingtonova granica je vrednost luminoznosti pri kojoj je pritisak zračenja jednak gravitacionom pritisku. Akrecija na Edingtonovoj granici nastaje kada je luminoznost izvora jednaka Edingtonovoj luminoznosti.

Edingtonova luminoznost može da se izvede ako se pođe od Ojlerove jednačine u hidrostatickoj ravnoteži:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \Phi = 0 \quad (6)$$

gde je u brzina, p pritisak, ρ gustina, a Φ gravitacioni potencijal. Ako je pritisak zračenja dominantan onda je:

$$-\frac{\nabla p}{\rho} = \frac{\kappa}{c} F_{\text{rad}} \quad (7)$$

gde je F_{rad} fluks zračenja, a κ neprozračnost. Za ionizovani vodonik važi $\kappa = \sigma_t / m_p$. σ_t je Tomsonov poprečni presek za rasejanje elektrona, a m_p masa protona.

Luminoznost izvora površine S je:

$$L = \int_S F_{\text{rad}} \cdot dS = \int_S \frac{c}{\kappa} \nabla \Phi \cdot dS. \quad (8)$$

Ako se dalje pretpostavi da je neprozračnost konstantna, κ može da izade ispred integrala i uz korišćenje Poasonove jednačine i Gausove teoreme sledi:

$$L = \frac{c}{\kappa} \int_S \nabla \Phi \cdot dS = \frac{c}{\kappa} \int_V \nabla^2 \Phi dV = \frac{4\pi G c}{\kappa} \int_V \rho dV = \frac{4\pi G M c}{\kappa}. \quad (9)$$

Za potpuno ionizovani vodonik, Edingtonova luminoznost se može zapisati kao:

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi G M m_p c}{\sigma_t} = \frac{M c^2}{t_{\text{Edd}}} \quad (10)$$

gde je $t_{\text{Edd}} = \frac{\sigma_t c}{4\pi G m_p} = 450$ miliona godina , odnosno:

$$L_{\text{Edd}} [\text{erg/s}] = 1.26 \times 10^{38} M_{\text{bh}} [\text{M}_\odot]. \quad (11)$$

Obično se pretpostavlja da luminoznost crne rupe za vreme akrecije ne može da bude veća od Edingtonove luminoznosti. U slučaju super-Edingtonove akrecije pritisak zračenja je jači od gravitacionog pritiska i materija je odgurnuta od crne rupe, umesto da bude akretovana.

\dot{M}_{in} je stopa priliva materije ka crnoj rupi, a \dot{M} je masa koja ide na povećanje mase crne rupe:

$$dM = (1 - \epsilon) d\dot{M}_{\text{in}} \quad (12)$$

gde je ϵ je radijativna efikasnost (poglavlje 1.5).

Luminoznost crne rupe za vreme akrecije je:

$$L = \epsilon \dot{M}_{\text{in}} c^2 = L_{\text{Edd}} c^2. \quad (13)$$

Edingtonov odnos (f_{edd}) je odnos luminoznosti crne rupe tokom akrecije i Edingtonove luminoznosti za datu masu crne rupe:

$$f_{\text{edd}} = \frac{L}{L_{\text{Edd}}}. \quad (14)$$

Kada luminoznost izvora postane jednaka Edingtonovoj luminoznosti, Edingtonov odnos je jednak jedinici.

Stopa akrecije crne rupe za dat Edingtonov odnos je:

$$\dot{M}_{\text{bh}} = \frac{(1-\epsilon) f_{\text{edd}} L_{\text{Edd}}}{\epsilon c^2}. \quad (15)$$

Integraljenjem se dobija konačna masa crne rupe (M_{bh}) koja je na početku akrecije imala masu M_0 :

$$M_{\text{bh}} = M_0 \times \exp\left[\frac{f_{\text{edd}}(1-\epsilon)}{\epsilon} \frac{t_f - t_i}{t_{\text{Edd}}}\right] \quad (16)$$

gde je t_f i t_i je starost Univerzuma na kraju akrecije i na početku akrecije, redom.

Teorijski je moguće da crna rupa akretuje iznad Edingtonove granice. Edingtonova granica je zasnovana na pretpostavci da je polje zračenja sferno simetrično i da u akrecionom

disku nema nehomogenosti u gustini. U tom slučaju je debljina diska proporcionalna lokalnom fluksu zračenja. Ukoliko luminoznost pređe Edingtonov limit, disk se širi i dolazi do gubitka mase.

Međutim, u akrecionom disku postoje nehomogenosti u gustini na malim skalama koje nastaju zbog tkz. "foton-mehur" ("photon-bubble") nestabilnosti (Arons 1992, Gammie 1998) koja se javlja kada se magnetohidrodinamički talasi prostiru pod pravim uglom na pravac prostiranja zračenja. U tom slučaju više zračenja može da prođe kroz oblasti sa manjom gustinom, bez da se akrecioni disk proširi (Begelman 2002).

U radu Shen & Kelly 2012 je iz SDSS DR7¹ baze podataka uzet uzorak od 58 hiljada kvazara sa ciljem da se odredi Edingtonov odnos. Našli su da je najveći posmatrani Edingtonov odnos $f_{\text{edd}} \sim 3$, što je pokazalo da kvazari, bar u nekom trenutku svoje evolucije, mogu da akretuju iznad Edingtonove granice.

1.2.2 Radijativna efikasnost

Crne rupe se karakterišu sa dva parametra, masom i spinom koji je mera momenta impulsa crne rupe:

$$a = cJ_h/GM_{\text{bh}}^2 \quad (17)$$

gde je J_h moment impulsa crne rupe.

Na spin utiču razni fizički procesi. Crna rupa koja se formira gravitacionim kolapsom masivne zvezde koja rotira će i sama rotirati. Akrecijom materije sa konstantnim momentom imuplsa se povećava spin. To je "koherentna akrecija". Međutim, kada akrecioni disk nije u ekvatorijalnoj ravni crne rupe, tj. kada je moment impulsa akrecionog diska pod uglom u odnosu na moment impulsa crne rupe, to dovodi do smanjenja spina. Ako se akrecija dešava u kratkim nekoherentnim epizodama, "haotična akrecija", kada je akrecija materije koja rotira u istom i u suprotnom smeru jednakovjerovatna, tada crna rupa ima mali spin. To je zato što akrecija materije koja rotira u suprotnom smeru više smanjuje spin nego što ga povećava akrecija materija koja rotira u istom smeru.

Sudari crnih rupa takođe utiču na spin. Sudari dve crne rupe uporedive mase mogu da povećaju spin, dok mali sudari smanjuju spin (Volonteri 2007, Volonteri 2010).

Radijativna efikasnost je efikasnost pretvaranja mase mirovanja u energiju tokom akrecije i ona zavisi od spina.

Iz jednačine (16) sledi da za datu početnu vrednost mase crne rupe, M_0 , što je veća radijativna efikasnost, potrebno je više vremena da crna rupa dostigne određenu masu.

Vrednosti radijativne efikasnosti idu od 0.057 za Švarcšildove crne rupe do 0.42 za brzo rotirajuće Kerove crne rupe. Švarcšildova crna rupa je najjednostavniji prikaz crne rupe koja nema spin i okarakterisana je jedino masom. Kerove crne rupe su crne rupe koje rotiraju, ali nemaju nanelektrisanje. Prethodno navedene vrednosti radijativne efikasnosti su očekivane vrednosti za akreciju kroz geometrijski tanak disk, gde je visina diska zanemarljiva u odnosu na radijus diska. Radijativna efikasnost u takvom disku je:

¹eng. The Sloan Digital Sky Survey, Data Release 7

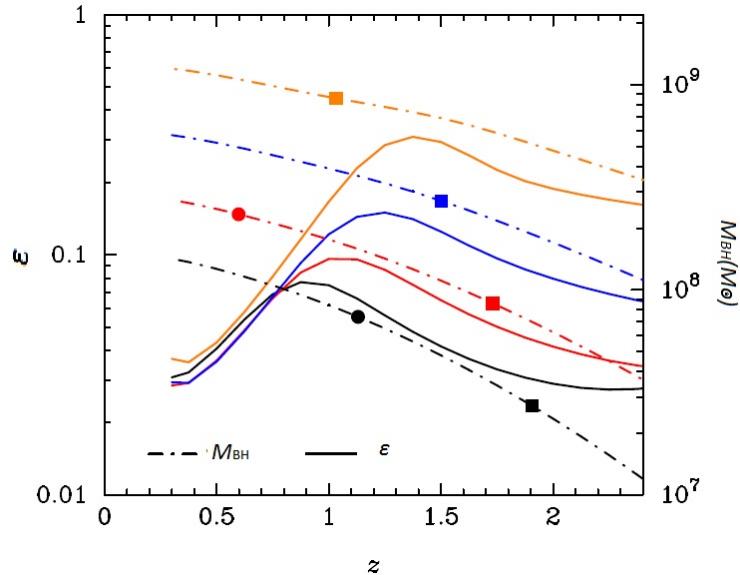
$$\epsilon = 1 - E/M_{\text{bh}}c^2 \quad (18)$$

gde je E vezivna energija po jedinici mase čestice na najstabilnijoj kružnoj orbiti. Lokacija najstabilnije kružne orbite zavisi jedino od spina crne rupe i menja se za faktor 6 između nerotirajuće i maksimalno rotirajuće crne rupe. Što je lokacija najstabilnije kružne orbite bliža horizontu, to je veća radijativna efikasnost.

Soltan 1982 je primetio da se srednja vrednost radijativne efikasnosti za kvazare može proceniti ako se uporedi ukupna luminoznost kvazara po jedinici zapremine u celom Univerzumu, tj. ukupna masa gasa koji je učestvovao u akreciji, sa ukupnom masom supermasivnih crnih rupa po jedinici zapremine u lokalnom Univerzumu. To je Soltanov argument. Noviji radovi bazirani na Soltanovom argumentu su pokazali da je srednja vrednost radijativne efikasnosti $\epsilon \geq 0.1$ (Elvis et al. 2002, Davis & Laor 2011, Yu 2002).

Neki autori su našli da se radijativna efikasnost menja sa crvenim pomakom (Wang et al. 2009, Li et al. 2012) i da raste sa masom crne rupe koja akretuje (Davis & Laor 2011, Shankar et al. 2011, Li et al. 2012).

Na Slici 1 je prikazana radijativna efikasnost kao funkcija crvenog pomaka. Slika je preuzeta iz rada Li (et al.) 2012.



Slika 1: Masa crne rupe (isprekidana linija) i radijativna efikasnost (puna linija) kao funkcija crvenog pomaka, preuzeta iz rada Li (et al.) 2012.

1.2.3 Vreme trajanja akrecije

Vreme života kvazara, odnosno vreme trajanja akrecije je jedan od osnovnih parametara za razumevanja evolucije kvazara i rasta crnih rupa. Ako je vreme trajanja akrecije dugačko to bi značilo da je samo mali broj galaksija prošao kroz fazu kvazara, a ukoliko je

kratko onda je većina galaksija prošla kroz tu fazu. Dosadašnje vrednosti variraju između 10^6 i 10^8 godina i dobijaju se iz posmatranja.

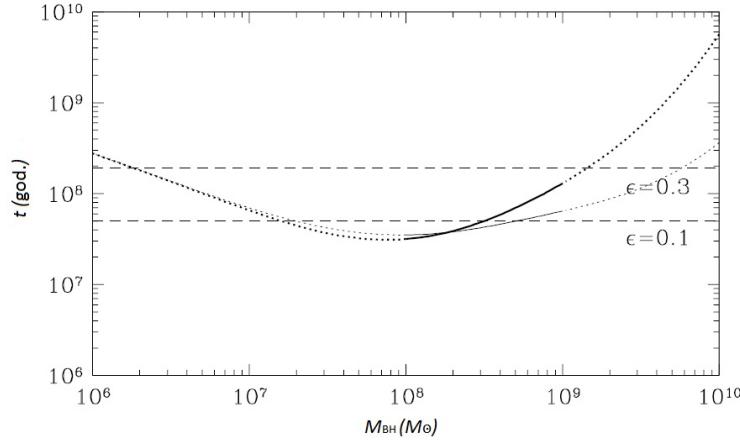
Vreme života kvazara može da se proceni na više načina. Upotrebljava se tzv. Soltanov argument po kome ukupna masa akretovane materije tokom života kvazara mora biti manja ili jednaka masi crnih rupa u lokalnom Univerzumu. Ovaj metod najviše zavisi od vrednosti radijativne efikasnosti.

Salpeterovo vreme je logaritamska skala rasta crne rupe, tj. vreme koje je potrebno da crna rupa koja akreduje na Edingtonovoj granici svoju masu poveća za faktor e:

$$t_s = M/\dot{M} = 4.5 \times 10^7 \left(\frac{\epsilon}{0.1}\right) \left(\frac{L}{L_{\text{Edd}}}\right)^{-1}. \quad (19)$$

Obično se uzimaju vrednosti $\epsilon = 0.1$ i $L/L_{\text{Edd}} = 1$. Posmatranja uglavnom pokazuju da je vreme života kvazara uporedivo sa Salpeterovim vremenom. Ako je vreme akrecije kraće od Salpeterovog vremena onda su kvazari bili česti u prošlosti. Vreme akrecije zavisi od radijativne efikasnosti, Edingtonovog odnosa i mase crne rupe (Martini 2003).

U radu Yu & Tremaine 2002 je pokazano da je vreme trajanja akrecije funkcija mase crne rupe (Slika 2). Autori su našli su da je srednje vreme akrecije $t_Q = 3 - 13 \times 10^7$ godina za $\epsilon = 0.1 - 0.3$ i $10^8 < M_{\text{BH}} < 10^9 M_\odot$.



Slika 2: Srednje vreme života kvazara kao funkcija mase crne rupe, preuzeto iz rada Yu & Tremaine 2002. Dve linije predstavljaju računato vreme trajanja akrecije za dve vrednosti radijativne efikasnosti. Puni delovi linije predstavljaju mase crnih rupa procenjene iz posmatranja, a isprekidane linije su ekstrapolirane vrednosti. Horizontalne linije su Salpeterovo vreme za $\epsilon = 0.1$ i $\epsilon = 0.3$.

2 Metod

U ovom radu se proverava pod kojim uslovima početne crne rupe iz različitih modela mogu da formiraju supermasivnu crnu rupu sa masom većom od $10^9 M_\odot$ na crvenom pomaku $z > 6$. Za to smo koristili Milenijum II simulaciju iz koje smo preuzeeli podatke o osobinama haloa tamne materije i njihovoj evoluciji, što nam je dalje poslužilo da napravimo "drvo sudara". "Drvo sudara" prati istoriju sudara haloa od crvenog pomaka $z = 19.9$, kada su zabeleženi prvi sudari, pa do crvenog pomaka $z = 6.2$.

Pretpostavili smo da se u svakom halou tamne materije na početnom crvenom pomaku nalazi po jedna crna rupa određene početne mase. Dalje smo pratili kako se haloji sudaraju a samim tim i njihove centralne crne rupe.

Posebno smo razmatrali male i velike sudare haloja. Sudar je veliki ukoliko je $\frac{M_{\text{halo1}}}{M_{\text{halo2}}} \geq 0.3$, za $M_{\text{halo1}} < M_{\text{halo2}}$, gde su M_{halo1} i M_{halo2} mase haloja koji su se sudarili. U slučaju malih sudara, masa crne rupe raste spajanjem dve crne rupe i sabiranjem njihovih masa, a u slučaju velikih sudara uračunali smo i akreciju. Prilikom akrecije, masa crne rupe raste po jednačini (16).

2.1 Milenijum II simulacija

Milenijum II simulacija (Boylan-Kolchin et al. 2009) je simulacija problema N-tela, koja simulira evoluciju haloja tamne materije. Ona prati 2163^3 čestica u simulacionoj kutiji veličine $L = 100h^{-1}$ Mpc. Svaka čestica ima masu $6.885 \times 10^6 M_\odot$. Na takvoj rezoluciji haloji u kojima se nalaze patuljaste galaksije predstavljene su sa 20 čestica, galaksije poput Mlečnog puta sa stotinama hiljada čestica, a haloji bogatih jata galaksija imaju preko 50 miliona čestica. U Milenijum II simulaciji je korišćena Λ CDM kosmologija sa parametrima:

$$\Omega_{\text{tot}} = 1.0, \Omega_m = 0.25, \Omega_b = 0.045, \Omega_\Lambda = 0.75, h = 0.73, \sigma_8 = 0.9, n_s = 1,$$

gde je h Hablova konstanta na crvenom pomaku $z=0$, u jedinicama $100 \text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$, σ_8 je amplituda korena srednje kvadratne vrednosti linearnih fluktuačija mase u sferama dijametra 8Mpc na crvenom pomaku $z = 0$, a n_s je spektralni indeks za primordijalni stepeni zakon. Početni uslovi za Milenijum II simulaciju su postavljeni na crvenom pomaku $z = 127$.

Milenijum II simulacija koristi GADGET-3 kod. Simulacija je puštena na IBM Power-6 računaru u Max-Planck računarskom centru u Nemačkoj. Za celu simulaciju je bilo potrebno 1.4 miliona CPU² sati, a za simulaciju od crvenog pomaka $z = 127$ do $z = 6$ bilo je potrebno 10% ukupnog CPU vremena.

Haloji tamne materije u simulaciji su identifikovani uz pomoć FOF³ algoritma (Springel et al. 2001). U svakom halou su izdvojeni podhaloji korišćenjem algoritma SUBFIND⁴ (Springel et al. 2001). Kao podhalo se karakteriše svaka gravitaciono vezana struktura

²eng. central processing unit

³eng. friends-of-friends

⁴eng. subhalo finder

sa najmanje 20 čestica.

Evolucija haloa tamne materije je napravljena na nivou podhaloa. Svaki podhalo može da ima najviše jedan "podhalo potomak". "Podhalo potomak" se traži tako što se zahteva da sve čestice nekog podhaloa pripadaju jednom podhalou na sledećem snimku. Ukoliko se desi da se čestice jednog podhaloa nađu u više podhaloa tada se računa njihova vezivna energija i "podhalo potomak" je onaj halo sa najvećom vezivnom energijom.

Na taj način je povezano približno 590 miliona podhaloa.

Za svaki podhalo su dati podaci o crvenom pomaku, broju čestica, koordinatama, sopstvenoj brzini, disperziji brzine, spinu i informacije o "podhalou potomku". Podacima se pristupa preko SQL⁵ pretrage.

2.2 "Drvo sudara"

Iz Milenijum II simulacije smo izdvojili sve haloe koji na crvenom pomaku $z = 6.2$ imaju masu veću od $10^{11} M_{\odot}$. Zatim smo našli koji su njihovi "haloi preci", tj. koji haloi su se na prethodnom snimku sudarili da bi formirali te haloe. Haloi su se sudarili ako imaju isti "halo potomak". Taj postupak smo ponavljali sve do crvenog pomaka $z = 19.9$ gde su zabeleženi prvi sudari. Tako smo našli sve haloe koji su učestvovali u formiranju izdvojenih haloa. Sledeći korak je bio da izračunamo koliko je svaki od tih haloa na $z = 6.2$ imao ukupno malih i velikih sudara od početnog crvenog pomaka. Pritom smo vodili računa da ne pratimo samo sudare glavnog, odnosno najmasivnijeg haloa, već da uračunamo sudare koje je svaki halo imao od trenutka formiranja. Sortirali smo haloe po ukupnom broju velikih sudara i za prvih 89 haloa smo napravili "drvo sudara". "Drvo sudara" ima strukturu predstavljenu u Tabeli 1. Isti postupak smo ponovili i za najmasivnije haloje na crvenom pomaku $z = 7.3$. Takav način izdvajanja podataka je bio neophodan zbog velikog broja haloa koji imaju malu masu, pa kao takvi nisu verovatni kandidati za pronalaženje supermasivne crne rupe od $10^9 M_{\odot}$, a znatno bi otežali analizu.

Podaci o identifikatoru haloa, crvenom pomaku, broju čestica, koordinatama i identifikatoru "haloa potomka" su preuzeti iz Milenijum II simulacije, dok su ostali podaci računati. Ukupan broj haloa koji ulazi u "drvo sudara" je predstavljen sa i (70868 haloa), a j je broj haloa koji se sudara i formira jedan halo na sledećem snimku.

U Milenijum II simulaciji snimci su pravljeni sa razmakom od $\Delta z \sim 1$. Zbog toga je čest slučaj da veliki broj haloa ima isti "halo potomak" (do 186 haloa, j). Zbog toga smo sudare organizovali na sledeći način. Ukoliko dva ili više haloa imaju isti "halo potomak" znamo da su se sudarili. Prvo smo pronašli koji je od tih haloa najmasivniji i njega smo označili kao $\text{prev_id}[i]$, sa brojem čestica $\text{prev_np}[i,0]$. Zatim smo na osnovu comoving koordinata ($x[i], y[i], z[i]$) računali udaljenost ostalih haloa sa istim "haloem potomkom" do tog najmasivnijeg, sortirali ih po udaljenosti i prepostavili da se tim redom sudaraju. Posle svakog sudara masa novog haloa je $\text{prev_np}[i,j]$. Prilikom svakog sudara smo računali odnos masa haloa i tako sudare delili na male i velike. Sudar je veliki ukoliko je odnos masa veći od 0.3. Identifikator haloa sa kojim je najmasivniji halo imao sudar smo zapisivali u promenljivu $\text{major_id}[i,j]$, odnosno $\text{minor_id}[i,j]$, a broj čestica i odnos masa haloa u promenljive $\text{major_np}[i,j]$ i $\text{major_ratio}[i,j]$, odnosno $\text{minor_np}[i,j]$

⁵eng. Structured Query Language

i minor_ratio[i,j].

Tabela 1. "Drvo sudara"

Podaci o halou	Opis podataka	Izvor podataka
haloid[i]	identifikator haloa, jedinstven u celoj simulaciji	
redshift[i]	crveni pomak na kom se halo nalazi	
np[i]	broj čestica u halou	
x[i]		MIIS
y[i]		
z[i]	kopokretne koordinate haloa	
descendantid[i]	identifikator "haloa potomka"	
prev_id[i]	identifikator najmasivnijeg "haloa pretka"	
prev_np[i,j]	broj čestica u najmasivnijem "halou pretku"	
major_id[i,j]	identifikator haloa sa kojim je dati halo imao veliki sudar	
major_np[i,j]	broj čestica u halou sa kojim je dati halo imao veliki sudar	
major_ratio[i,j]	odnos masa haloa koji su imali veliki sudar	
minor_id[i,j]	identifikator haloa sa kojim je dati halo imao mali sudar	
minor_np[i,j]	broj čestica u halou sa kojim je dati halo imao mali sudar	
minor_ratio[i,j]	odnos masa haloa koji su imali mali sudar	

Sledeći korak je bio da računamo masu crne rupe u haloima. Uzeli smo da svaki novonastali halo ima u centru crnu rupu sa nekom početnom masom. Crna rupa može da raste u sudarima i akrecijom. Ukoliko je sudar mali, mase crnih rupa se sabiraju. U slučaju velikih sudara uključuje se i akrecija. Akrecija se računa po jednačini (16). Vreme trajanja akrecije je preuzeto iz rada Yu & Tremaine 2002, ali ako se pre isteka tog vremena dogodi novi veliki sudar, akrecija se prekida, mase crnih rupa se sabiraju i nastavlja se nova akrecija.

Nakon što izaberemo vrednosti početnih parametara, pratimo rast crnih rupa kroz "drvo sudara". Ovaj pristup se zove semi-analitička simulacija zato što "drvo sudara" potiče iz numeričke simulacije, fizički procesi iz analitičkih formula, a modeliranje parametara rasta iz teorijskih i posmatračkih radova. Za svaki izbor vrednosti početnih parametara puštamo jednu semi-analitičku simulaciju gde za granični uslov postavljamo da konačna masa crne rupe mora da bude $> 10^9 M_\odot$.

2.3 Početne mase crnih rupa i izbor parametara

Iz jednačine (16) se vidi da konačna masa crne rupe zavisi od početne mase crne rupe (poglavlja 1.1.1, 1.1.2 i 1.1.3), Edingtonovog odnosa (poglavlje 1.2.1), radijativne efikasnosti (poglavlje 1.2.2) i vremena trajanja akrecije (poglavlje 1.2.3).

Za radijativnu efikasnost smo izabrali vrednost $\epsilon = 0.1$ kao tipičnu i najčešće korišćenu. Takođe, radovi bazirani na Soltanovom agrumentu pokazuju da je srednja vrednost

radijativne efikasnosti $\epsilon \geq 0.1$ (Elvis et al. 2002, Yu & Tremaine 2002, Davis & Laor 2011).

Vreme trajanja akrecije smo preuzezeli iz rada Yu & Tremaine 2002 gde je prikazano kako srednje vreme trajanja akrecije zavisi od mase crne rupe za radijativnu efikasnost $\epsilon = 0.1$ i $\epsilon = 0.3$ (Slika 2). Na Slici 2 se vidi da je za manje masivne crne rupe, tj. one sa masom $< 10^7 M_\odot$, vreme trajanja akrecije duže od Salpeterovog vremena za radijativnu efikasnost $\epsilon = 0.1$. Upravo takve crne rupe se nalaze u većini haloa tamne materije na visokom crvenom pomaku.

Na Slici 3 smo početnu masu crne rupe i Edingtonov odnos uzeli kao slobodne parametre, pri fiksiranoj vrednosti za radijativnu efikasnost $\epsilon = 0.1$ i vremenom trajanja akrecije preuzetim iz rada Yu & Tremaine 2002.

3 Rezultati

U ovom radu proveravamo pod kojim uslovima se mogu formirati supermasivne crne rupe koje su posmatrane u ranom Univerzumu. Za to smo koristili "drvo sudara" haloa tamne materije iz numeričke kosmološke simulacije. Posmatrali smo uticaj sudara i akrecije na rast crnih rupa.

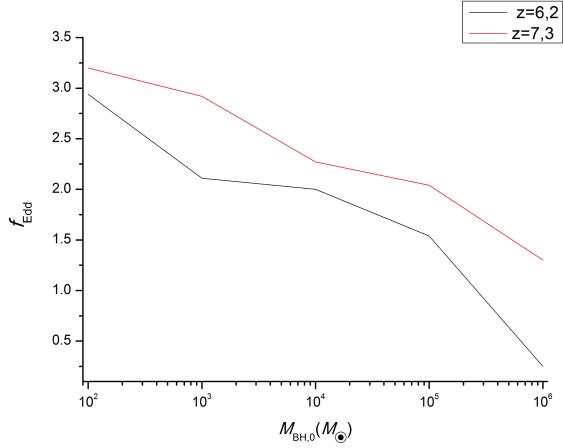
Svaka tačka na Slici 3 predstavlja rezultat jedne semi-analitičke simulacije koja proizvodi supermasivnu crnu rupu sa masom $> 10^9 M_\odot$ za kombinaciju parametara Edingtonovog odnosa i početne mase crne rupe. Slika 3 prikazuje Edingtonov odnos kao funkciju početnih masa crnih rupa. Ispitali smo za koje vrednosti ovih parametara može da se formira supermasivna crna rupa sa masom $> 10^9 M_\odot$ na crvenom pomaku $z = 7.3$, odnosno $z = 6.2$. Vrednost radijativne efikasnosti je fiksirana na $\epsilon = 0.1$, a vreme trajanja akrecije je preuzeto iz rada Yu & Tremaine 2002.

Sa Slike 3 se vidi da ukoliko je početna masa crne rupe $100M_\odot$, što odgovara zvezdama Populacije III, potrebno je da crne rupe akretuju na Edingtonovom odnosu $f_{\text{Edd}} = 2.9$ da bi na crvenom pomaku $z = 6.2$ formirale supermasivnu crnu rupu sa masom $> 10^9 M_\odot$ (crna linija). Na osnovu rada Shen & Kelly 2012 takva vrednost za Edingtonov odnos je moguća. Oni su na osnovu posmatranja kvazara utvrdili da je najveća vrednost za Edingtonov odnos $f_{\text{Edd}} \sim 3$.

Sa druge strane, na crvenom pomaku $z = 7.3$ (crvena linija) potreban je Edingtonov odnos $f_{\text{Edd}} = 3.2$, što malo prelazi dozvoljenu vrednost. Međutim, sa Slike 1, preuzete iz rada Li 2012, se vidi da bi se ekstrapolacijom do visokog crvenog pomaka dobilo da radijativna efikasnost, za crne rupe sa masom $< 10^8 M_\odot$, može da bude manja od 0.1. To bi verovatno spustilo vrednost Edingtonovog odnosa za crveni pomak $z = 7.3$ do posmatranih vrednosti.

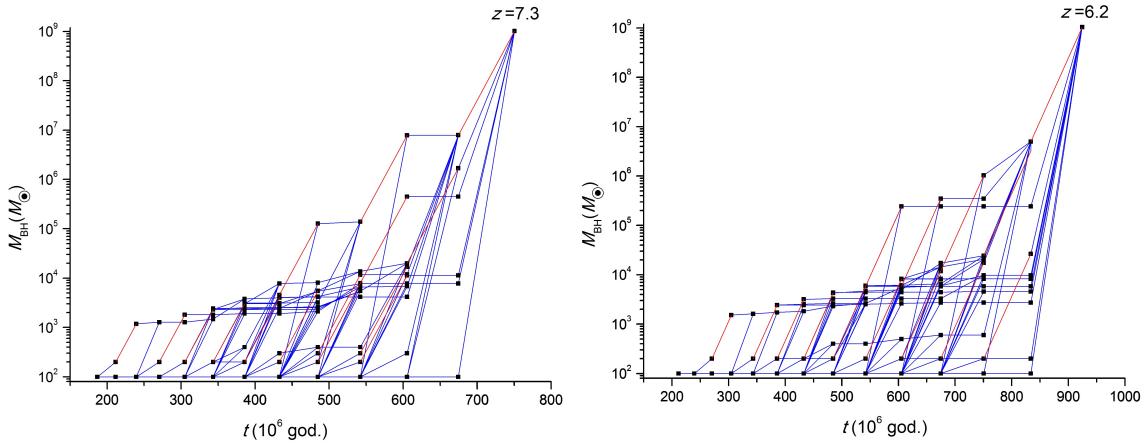
Takođe, sa Slike 3 se vidi da su naši rezultati konzistentni sa prethodnim radovima koji su pokazali da je za početnu masu crne rupe od $10^5 - 10^6 M_\odot$, koja odgovara modelu direktnog kolapsa, dovoljan Edingtonov odnos $f_{\text{Edd}} \sim 1$ da bi se proizvela supermasivna crna rupa.

U daljoj analizi smo se koncentrisali na dva haloa koji imaju najmasivniju crnu rupu na crvenom pomaku $z = 7.3$ i $z = 6.2$. Za početne mase crnih rupa smo uzeli $100M_\odot$, radijativna efikasnost je $\epsilon = 0.1$, a Edingtonov odnos je $f_{\text{Edd}} = 3.2$ i $f_{\text{Edd}} = 2.9$, za $z = 7.3$ i $z = 6.2$ (Slika 3).



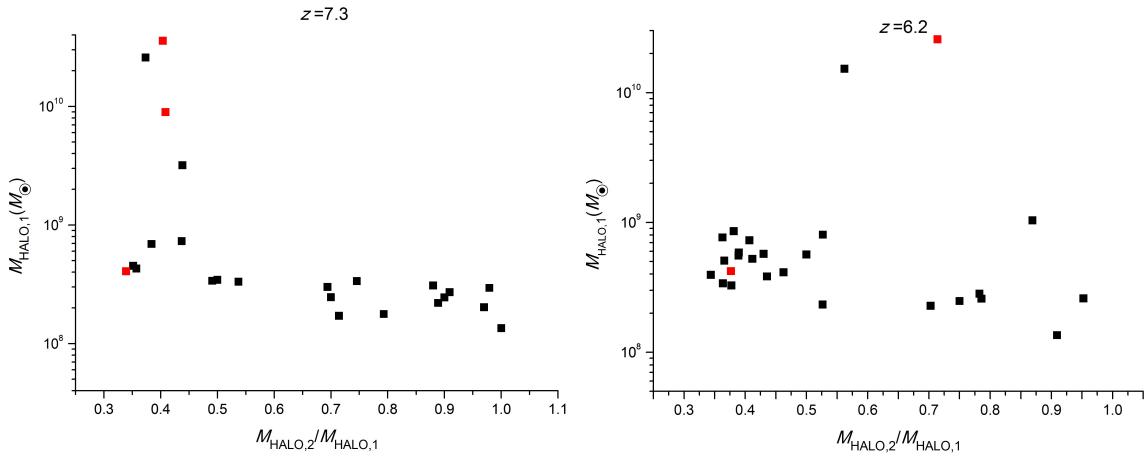
Slika 3: Edingtonov odnos kao funkcija početnih masa crnih rupa. Prikazana je potrebna vrednost Edingtonovog odnosa, za različite početne mase crnih rupa, da se na crvenom pomaku $z = 6.2$ (crna linija), odnosno $z = 7.3$ (crvena linija) formira supermasivna crna rupa sa masom $> 10^9 M_\odot$, uz $\epsilon = 0.1$.

Izdvojili smo sve haloje koji su učestvovali u njihovom formiranju. Na Slici 4 je prikazana masa crne rupe kao funkcija starosti Univerzuma, tj. vremena proteklog od Velikog praska. Crne tačke predstavljaju haloje u kojima se nalazi crna rupa date mase. Plave linije prate kako crna rupa raste u malim sudarima i povezuju crne rupe koje su se sudarile sa crnom rupom koja se formira. Crvene linije prikazuju rast crne rupe usled akrecije. Može se videti da crne rupe najviše mase dobijaju posle velikih sudara, tj. akrecijom. Na pojedinim mestima se akrecija odvija paralelno, u haloima koji evoluiraju nezavisno jedni od drugih i tek kasnije se spajaju u jednu crnu rupu. Svi halozi završavaju u jednoj tački koja predstavlja najmasivniju crnu rupu na datom crvenom pomaku.



Slika 4: Masa crne rupe kao funkcija starosti Univerzuma. Na slici je prikazan rast crne rupe usled sudara i akrecije za najmasivniju crnu rupu na crvenom pomaku $z = 7.3$ i $z = 6.2$, uz $M_0 = 100 M_\odot$, $\epsilon = 0.1$, $f_{\text{Edd}} = 3.2$, odnosno $f_{\text{Edd}} = 2.9$. Plavim linijama je prikazan rast usled malih sudara, a crvenim linijama rast usled akrecije.

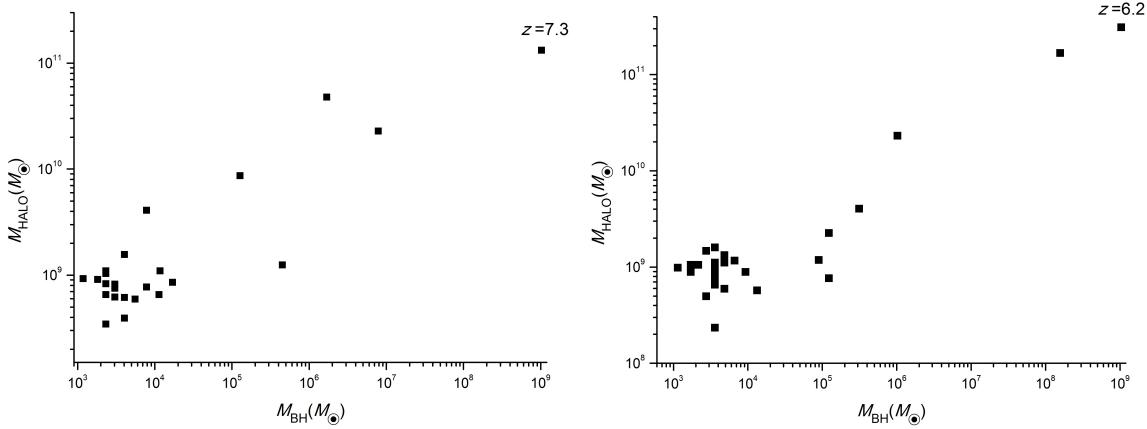
Na Slici 5 je prikazana masa masivnijeg haloa u slučaju velikog sudara, kao funkcija odnosa masa ta dva haloa. Crvene tačke predstavljaju velike sudare kroz koji prolazi glavni halo, a crne tačke su veliki sudari haloa koji će se tek kasnije sudsariti sa glavnim. Ova slika pokazuje da pored akrecije koja se odvija u glavnom halou, postoji veliki broj haloa koji akretuju paralelno sa glavnim i u trenutku sudara sa glavnim haloem oni u centru već imaju masivnu crnu rupu, a ne samo crnu rupu sa početnom masom $100M_{\odot}$. Ovakav pristup povećava uticaj sudara, a smanjuje uticaj akrecije. Prethodni radovi su zanemarivali mogućnost paralelne akrecije usled čega je Edingtonov odnos neophodan za rast supermasivne crne rupe u tim radovima prelazio $f_{\text{Edd}} = 10$. Mi smo paralelnom akrecijom spustili Edingtonov odnos na $f_{\text{Edd}} \sim 3$.



Slika 5: Masa masivnijeg haloa u slučaju velikog sudara, kao funkcija odnosa masa ta dva haloa. Crvene tačke predstavljaju velike sudare glavnog haloa, a crne tačke su veliki sudari haloa koji će se tek sudsariti sa glavnim. Ova slika pokazuje uticaj paralelne akrecije.

Na Slici 6 je prikazana masa haloa kao funkcija mase crne rupe u njegovom centru. Ukoliko se prepostavi kosmološki odnos tamne i vidljive materije, barionska materija čini oko 10% tamne materije. Drugim rečima, 10% mase haloa je količina gasa koju crna rupa može da akretuje. Na ovoj slici se vidi da crne rupe imaju dovoljan rezervoar gasa za akreciju i da masa crne rupe nikada ne prelazi 1% mase haloa.

Pored toga, naši rezultati su u skladu sa posmatranjima Remco (et al.) 2012. U tom radu je posmatrana sočivasta galaksija NGC 1277 sa veoma masivnom crnom rupom u centru. Masa galaksije je $1.2 \times 10^{11} M_{\odot}$ a u njoj se nalazi crna rupa sa masom $1.7 \times 10^{10} M_{\odot}$ što cini 59% mase centralnog ovala. Na Slici 6 se vidi da se supermasivne crne rupe sa masom $10^9 M_{\odot}$ nalaze u haloima mase $1.3 \times 10^{11} M_{\odot}$ i $3.1 \times 10^{11} M_{\odot}$. Pored galaksije NGC 1277, postoji još sočivastih galaksija sa sličnim karakteristikama i pretpostavlja se da i one imaju slične supermasivne crne rupe u centru.

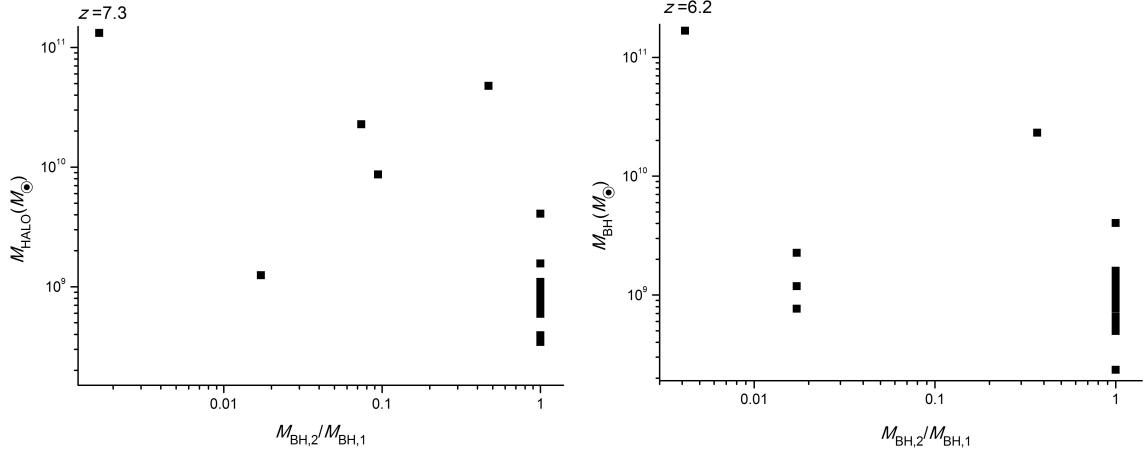


Slika 6: Masa haloa kao funkcija mase crne rupe u njegovom centru. Crne rupe imaju dovoljan rezervoar gasa za akreciju i masa crne rupe nikada ne prelazi 1% mase haloa.

Prilikom sudara crnih rupa proizvode se gravitacioni talasi koji odnose deo impulsu binarnog sistema i mogu da pomere njegov centar mase. Jačina uzmaka uzrokovanih gravitacionim zračenjem zavisi od odnosa masa crnih rupa koje su se sudsile, vrednosti spina i njegove orijentacije u odnosu na orijentaciju orbite crnih rupa, kao i od ekcentričnosti orbite (Campanelli et al. 2007, Schnittman & Buonanno 2007, Baker et al 2007).

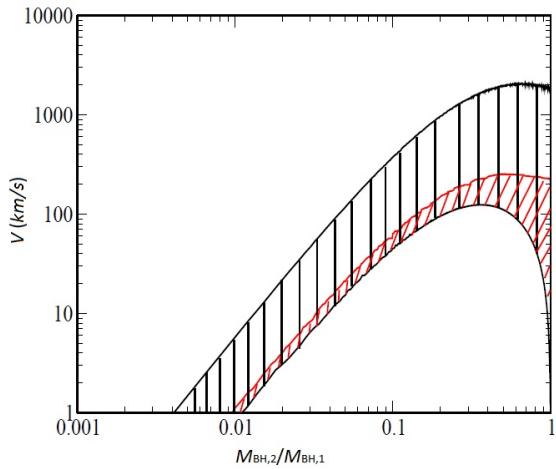
Uzmak uzrokovani gravitacionim zračenjem može da izbací novonastalu crnu rupu iz haloa u kome se nalazi, ukoliko crne rupe prilikom sudara dobiju brzinu koja je veća od brzine oslobađanja haloa (tj. najmanje brzine koju je potrebno predati objektu da bi napustio dano gravitaciono polje). Brzine koje crne rupe dobijaju usled ovog uzmaka mogu da idu i do $\sim 4000 \text{ km/s}$ (Herrmann et al. 2007, Gonzalez et al. 2007a, Gonzalez et al. 2007b, Campanelli et al. 2007, Schnittman & Buonanno 2007, Koppitz et al. 2007). Međutim, čak i tipične vrednosti od $\sim 200 \text{ km/s}$ mogu da izbace crnu rupu iz galaksija manjih masa (Micic et al. 2011). Na visokom crvenom pomaku haloji tamne materije generalno imaju manje mase, pa samim tim i manje brzine oslobađanja, tako da crne rupe sa brzinom $\geq 150 \text{ km/s}$ mogu da napuste i najmasivnije haloje na crvenom pomaku $z \geq 11$ (Merritt et al. 2004, Micic et al. 2006). Ovaj efekat usporava rast crnih rupa.

Na Slici 7 je predstavljena masa haloa kao funkcija odnosa masa crnih rupa u slučaju velikog sudara. Sa te slike se vidi da problem sa našim metodom može da bude uzmak uzrokovani emisijom gravitacionih talasa koji prati sudare crnih rupa. Crne rupe koje imaju jednake mase se nalaze u haloima sa malom masom (Slika 7, desno) i lako se može dogoditi da budu izbačene iz haloa.



Slika 7: Masa haloa kao funkcija odnosa masa crnih rupa u slučaju velikog sudara. Slika pokazuje da sudari crnih rupa sa odnosom masa ~ 1 mogu da ugroze rast supermasivnih crnih rupa zato što se odigravaju u haloima male mase, dok su sudari u haloima velike mase bezbedni.

Na Slici 8, preuzetoj iz rada Micic (et al.) 2011, prikazana je zavisnost brzine koju crna rupa dobije nakon sudara kao funkcija odnosa masa crnih rupa koje su se sudarile. Sa slike se vidi da ukoliko je odnos masa crnih rupa veći od ~ 0.2 , uzmak uzrokovani gravitacionim zračenjem je $\sim 100 \text{ km/s}$. To može biti dovoljno da izbací crne rupe iz haloa male mase. Za crne rupe sa odnosom masa < 0.2 vrednost ovog uzmaka daleko manja, a sa Slike 7 se vidi da se takve crne rupe nalaze u haloima velikih masa koji će ih svojim gravitacionim potencijalom zadržati.



Slika 8: Raspodela uzmaka uzrokovanih emisijom gravitacionih talasa kao funkcija odnosa masa crnih rupa koje su se sudarile za dva različita modela izbora parametra spina, predstavljena crvenom i crnom linijom. Slika je preuzeta iz rada Micic (et al.) 2011.

4 Diskusija

U ovom radu smo ispitali pod kojim uslovima mogu da se formiraju supermasivne crne rupe u prvih milijardu godina posle Velikog praska. Na osnovu podataka o osobinama i evoluciji haloa tamne materije preuzetih iz kosmološke simulacije Milenijum II napravili smo "drvo sudara" koje nam je omogućilo da pratimo sudare haloa i rast crnih rupa u njihovom centru. Crne rupe rastu sudsarima sa drugim crnim rupama i akrecijom. Sudare haloa smo pratili do crvenog pomaka $z = 6.2$. Kako akrecija najviše doprinosi rastu crnih rupa, koncentrisali smo se na haloe koji u svojoj istoriji imaju najveći broj velikih sudara.

Potvrdili smo prethodne rezultate da su masivna semena crnih rupa, koja nastaju u direktnom kolapsu gasa i imaju početnu masu $10^5 - 10^6 M_\odot$, najrealniji kandidati za formiranje supermasivnih crnih rupa na visokom crvenom pomaku (Li et al. 2007, Matteo et al. 2012, Johnson et al. 2013).

Međutim, ako se uzme u obzir akrecija koja se odvija paralelno sa akrecijom u glavnom halou (Slika 5), može se pokazati da crne rupe sa početnom masom $100 M_\odot$ takođe mogu da formiraju supermasivnu crnu rupu na crvenom pomaku $z \geq 6$ ukoliko akretuju na Edingtonovom odnosu $f_{\text{Edd}} \sim 3$. Prethodni radovi su zanemarivali paralelnu akreciju, te je stoga Edingtonov odnos, neophodan za rast supermasivne crne rupe, u tim radovima prelazio $f_{\text{Edd}} = 10$ (Johnson et al. 2013).

Posmatranja pokazuju da Edingtonov odnos može da bude 3, pa čak i 10 (Collin & Kawaguchi 2004), međutim pitanje je koliko dugo se može održati super-Edingtonova akrecija.

Mi smo preuzeli model iz rada Yu & Tremaine 2002, po kome vreme trajanja akrecije zavisi od mase crne rupe koja akretuje i prelazi Salpeterovo vreme u slučaju crnih rupa sa masom $< 10^7 M_\odot$ (Slika 2). Međutim, neki autori smatraju da je vreme akrecije daleko kraće od Salpeterovog vremena, pa je pitanje da li bi i crne rupe sa početnim masama $10^5 - 10^6 M_\odot$ mogle da formiraju supermasivnu crnu rupu od $10^9 M_\odot$ do crvenog pomaka $z \geq 6$. U radu Richstone (et al.) 1998 uporeden je broj kvazara na crvenom pomaku $z \approx 3$ sa brojem supermasivnih crnih rupa danas i na osnovu toga je dobijeno da je vreme trajanja akrecije $\sim 10^6$ godina.

Sa Slike 7 se vidi da problem sa našim metodom može da bude i uzmak uzrokovani emitovanjem gravitacionog zračenja jer se crne rupe jednakih masa nalaze u haloima koji imaju male mase i njihov gravitacioni potencijal verovatno nije dovoljan da ih zadrži.

Sa druge strane, mi smo koristili model u kom smo pretpostavili da se u svakom novonastalom halou nalazila crna rupa sa istom početnom masom od $100 M_\odot$. Međutim, mala je verovatnoća da crne rupe koje se sudsaraju imaju jednake mase. Crne rupe imaju neku početnu funkciju mase, pa je verovatnije da su početne mase u rasponu od $10 M_\odot$ do $200 M_\odot$. Takva raspodela početnih masa bi znatno smanjila problem uzmaka uzrokovanoj emisijom gravitacionih talasa.

5 Zaključak

Potvrdili smo da su crne rupe sa početnim masama $10^5 - 10^6 M_\odot$ najverovatniji kandidati za formiranje supermasivnih crnih rupa na crvenom pomaku $z > 6$. Međutim, pokazali smo i da crne rupe koje nastaju od zvezda Populacije III takođe mogu da formiraju iste supermasivne crne rupe, ukoliko se uzme u obzir mogućnost paralelne akrecije. Za to je potrebna super-Edingtonova akrecija, ali na Edingtonovom odnosu koji odgovara posmatranjima.

Konzervativne procene parametara akrecije gasa su $\epsilon = 0.1$ i vreme trajanja akrecije jednako dinamičkom vremenu \sim milion godina. Sa tim parametrima ni jedan mehanizam ne bi bio u stanju da formira supermasivnu crnu rupu, ne samo u prvi milijardu godina posle Velikog praska, nego ni danas. To pokazuje da postoji još mnogo toga nedovršenog u fizičkim teorijama koje opisuju kolaps i akreciju gasa što bi u budućnosti trebalo značajno unaprediti.

U budućem radu planiramo da primenimo sličan model, ali uz korišćenje nove simulacije sa boljom rezolucijom i sa manjim razmacima između snimaka, kako bismo izbegli slučaj da se između dva snimka dogodi više od jednog velikog sudara. Takođe, planiramo da uračunamo efekat uzmaka uzrokovanih gravitacionim zračenjem i da uvedemo početnu funkciju mase crnih rupa.

6 Zahvalnice

Najpre želim da se zahvalim mom mentoru Miroslavu Mićiću na savetima, idejama, uloženom trudu i pomoći tokom izrade ovog rada. Zahvaljujem se Dejanu Uroseviću i Luki Popoviću na sugestijama i pomoći pri pisanja ovog rada. Takođe, želim da se zahvalim Nemanji Martinoviću na korisnim savetima i diskusijama. Zahvaljujem se i Gerardu Lemsonu koji mi je omogućio pristup podacima iz Milenijum II simulacije.

7 Literatura

- Alexander D. M., Smail I., Bauer F. E., Chapman S. C., Blain A. W., Brandt W. N., Ivison R. J., 2005, Nature, 434, 738
- Arons J., 1992, ApJ, 388, 561
- Balick B., Brown R. L., 1974, ApJ, 194, 265
- Baker J.G., Boggs W.D., Centrella J., Kelly B.J., McWilliams S.T., Miller M.C., James R. van Meter, 2007, ApJ, 668, 1140
- Begelman M.C., Volonteri M., Rees M.J., 2006, MNRAS, 370, 289
- Begelman M.C., 2002, ApJ, 568, L97
- Bonoli S., Mayer L., Callegari S., 2012, arXiv:1211.3752
- Bower R. G., Benson A. J., Malbon R., Helly J. C., Frenk C. S., Baugh C. M., Col S., Lacey C. G., 2006, MNRAS, 370, 645
- Boylan-Kolchin M., Springel V., White S. D. M., Jenkins A., Lemson G., 2009, MNRAS, 398, 1150
- Campanelli M., Lousto C., Zlochower Y., Merritt D., 2007, ApJ, 659, L5
- Clark P.C., Glover S.C.O., Smith R.J., Greif T.H., Klessen R.S., Volker B., 2011, Science, 331, 1040
- Collin S., Kawaguchi T., 2004, A&A , 426, 797
- Croton D.J., Springel V., White S.D.M., G. De Lucia, Frenk C. S., Gao L., Jenkins A., Kauffmann G., Navarro J. F., Yoshida N., 2006, MNRAS, 365, 11
- Davies M.B., Miller M.C., Bellovary J. M., 2011, ApJ, 740, L42
- Davis S.W., Laor A, 2011, ApJ, 728, 98
- Devecchi B. Volonteri M., 2009, ApJ, 694, 302
- Eisenstein D. J., Loeb A., 1995, ApJ, 443, 11
- Elvis M., G. Risaliti G., Zamorani G., 2002, ApJ, 565, L75
- Fan X., Narayanan V.K., Lupton R.H., Strauss M.A., Knapp G.R., Becker R.H., White R.L., Pentericci L., Leggett S.K., Haiman Z., Gunn J.E., Ivezić Z., Schneider D.P., Anderson S.F., Brinkmann J., Bahcall N.A., Connolly A.J., Csabai I., Doi M., Fukugita M., Geballe T., Grebel E.K., Harbeck D., Hennessy G., Lamb D. Q., Miknaitis G., Munn J.A., Nichol R., Okamura S., Pier J.R., Prada F., Richards G.T., Szalay A., York D.G., 2001, ApJ, 122, 2833
- Herrmann F., Hinder I., Shoemaker D., Laguna P., 2007, ApJ, 661, 430
- Gammie C.F., 1998, MNRAS 297, 929
- Ghez A. M., Salim S., Weinberg N. N., Lu J. R., Do T., Dunn J. K., Matthews K., Morris M. R., Yelda S., Becklin E. E., Kremenek T., Milosavljevic M., Naiman J., 2008, ApJ, 689, 1044
- Gonzalez J.A., Sperhake U., Bruegmann B., Hannam M., Husa S., 2007, Phys.Rev.Lett., 98w1101G
- Gonzalez J.A., Hannam M., Sperhake U., Bruegmann B., Husa S., 2007, Phys.Rev.Lett., 98i1101G
- Greene J. E., 2012, Nature Communications, 3, 1304
- Heger A., Fryer C. L., Woosley S. E., Langer N., Hartmann D. H., 2003, ApJ, 591, 288
- Hirano S., Hosokawa T., Yoshida N., Umeda H., Omukai K., Chiaki G., Yorke H.W., 2013, submitted to The Astrophysical Journal, arXiv:1308.4456

- Islam R.R., Taylor J.E., Silk J., 2003, MNRAS, 340, 647
 Johnson J.L., Whalen D.J., Li H., Holz D.E. 2013, ApJ, 771, 116
 Koppitz M, Pollney D., Reisswig C., Rezzolla L., Thornburg J., Diener P., Schnetter E., 2007, Phys.Rev.Lett., 99, 1163
 Kormendy J., Douglas R., 1995, ARA&A, 33, 581
 Li Y., Wang J., Ho L.C., 2012, ApJ, 749, 187
 Li, Y., et al. 2007, ApJ, 665, 187
 Lodato G., Natarajan P., 2006, MNRAS, 371, 1813
 Loeb A., Rasio F.A., 1994, ApJ, 432, 52
 Madau P., Rees M.J., 2001, ApJ, 551, L27
 Martini P., 2003, arXiv:0304009
 Mayer L., Kazantzidis S., Escala A., Callegari S., 2010, Nature, 466, 1082
 Merritt D., Milosavljević M., Favata M., Hughes S.A., Holz D.E., 2004, ApJ, 607, L9
 Micic M., Holley-Bockelmann K., Sigurdsson S., 2011, MNRAS, 414, 1127
 Micic M., Abel T., Sigurdsson S., 2006, MNRAS, MNRAS, 372, 1540
 Mortlock D.J., Warren S.J., Venemans B.P., Patel M., Hewett P.C., McMahon R.G., Simpson C., Theuns T., Gonzales-Solares E.A., Adamson A., Dye S., Hambly N.C., Hirst P., Irwin M.J., Kuiper E., Lawrence A., Rottgering H.J.A., 2011, Nature, 474, 616
 Oh S.P., Haiman Z., 2002, ApJ, 569, 558
 O'Shea B. W., Norman M.L., 2008, ApJ, 654, 66
 Rees M. J., 1984, ARA&A, 471, 506
 Remco C. E. van den Bosch, Karl Gebhardt, Kayhan Gültekin, Glenn van de Ven, Arjen van der Wel , Jonelle L. Walsh, 2012, Nature, 491, 729
 Richstone D., Ajhar E. A., Bender R., Bower G., Dressler A., Faber S. M., Filippenko A. V., Gebhardt K., Green R., Ho L. C., Kormendy J., Lauer T. R., Magorrian J., Tremaine S., 1998, Nature, 385, 14
 Schmidt M., 1963, Nature, 197, 1040
 Schnittman J.D. and Buonanno A., 2007, ApJ, 662, L63
 Shankar F., Weinberg D.H., Miralda-Escud'e J., 2011, MNRAS, 428, 421
 Shen Y., Kelly B.C., 2012, ApJ, 746, 169
 Shlosman I., Juhan F., Begelman M. C., 1989, Nature, 338, 45
 Soltan A., 1982, MNRAS, 200, 115
 Spitzer L. Jr., 1969, ApJ, 158, L139
 Springel V., White S. D. M., Tormen G., Kauffmann G., 2001, MNRAS, 328, 726
 Stacy A., Pawlik A. H., Volker B., Loeb A., 2012, MNRAS, 421, 894
 Turk MJ, Abel T, O'Shea B., 2009, Science, 325, 601
 Volker Bromm, Naoki Yoshida, Lars Hernquist, Christopher F. McKee, 2009, Nature, 459, 49
 Volonteri M., Bellovary J., 2012, Rep. Prog. Phys. 75, 4901
 Volonteri M., 2007, arXiv:0709.1722v2
 Volonteri M., 2010, arXiv:1002.3827
 Wang J., Hu C., Li Y., Chen Y., King A.R., Marconi A., Ho L.C., Yan C., Staubert R., Zhang S., 2009, ApJ, 697, L141
 Wise J.H., Abel T., 2005, ApJ, 629, 615

Yoshida N., Hosokawa T., Omukai K., 2012, Progress of Theoretical and Experimental Physics, 10.1093/ptep/pts022
Yu Q., Tremaine S., 2002, MNRAS, 335, 965