

Matematički fakultet
Univerzitet u Beogradu

MASTER RAD

Percepcija kretanja tela relativističkim
brzinama

Divna Stamenković

Beograd
2011. godina

Percepcija kretanja tela relativističkim brzinama

Divna Stamenković

Članovi komisije:

dr Žarko Mijajlović, mentor

dr Milan Božić

mr Bojan Novaković

SADRŽAJ:

ISTORIJSKI UVOD	6
Njutnova/Galilejeva relativnost.....	7
Sukob sa elektromagnetizmom, teorija etra i Michelson-Morley eksperiment	10
SPECIJALNA TEORIJA RELATIVNOSTI.....	12
Postulati STR.....	14
1. Princip relativnosti	14
2. Princip invarijantnosti brzine svetlosti	14
Prostor – vreme	15
Prostor Minkovskog	16
Skalarni proizvod Minkovskog	17
Standardna baza	17
Grafici u prostor-vremenu	18
Lokalno ravno prostor-vreme.....	19
Posledice STR.....	19
Dilatacija vremena	19
Paradoks blizanaca.....	21
Sinhronizacija vremena	22
Kontrakcija dužine	23
Paradoks: Pilot i ambar	24
Interval	24
Istovremenost	25
Kauzalnost	25
Slaganje brzina.....	26
Lorentcove transformacije	27
OGRANIČENJA ONOGA ŠTO OPAŽAMO I ONOGA ŠTO SAZNAJEMO U RELATIVISTIČKOJ FIZICI	31
Sličnosti između LTT efekta i SRT.....	33
Percepcija brzine	34
Dilatacija vremena	35
Kontrakcija dužine	36
LTT efekti za objekte koji se približavaju posmatraču	36

Kontrakcija vremena i ekspanzija dužine	37
Paradoks blizanaca	39
Superluminalnost i uzročnost.....	40
Percepcija brzine	41
Dilatacija vremena	43
Kontrakcija dužine	44
ZAKLJUČAK	45
LITERATURA:	48

ISTORIJSKI UVOD

Od kada je nastao, čovek posmatra nebo i istražuje ono što vidi. Ima li smisla u pojavama koje se dešavaju na nebu?

Do pre nekoliko vekova ljudi su verovali da Zemlja miruje u centru Vasiona, a Sunce, Mesec, zvezde i ostale planete kruže oko nas. Osnovna lekcija koju je čovečanstvo naučilo je da su ta drevna shvatanja, zasnovana samo na našoj percepciji bila pogrešna. Zemlja ne zauzima posebno mesto u Vasioni. Živimo na jednoj sasvim običnoj planeti, jednoj od osam koje kruže oko tipične zvezde koju nazivamo Sunce. A ta zvezda, naše Sunce, samo je jedna među milijardama drugih zvezda rasutih po našoj Galaksiji. Čak i cela naša Galaksija nije ništa posebno. Samo jedan pogled kroz najmoćnije teleskope otkriva milione sličnih galaksija rasutih beskonačnim dubinama Vasiona.

Do početka XX veka smisao prostora oko nas bio je potpuno nezavistan od pojma vremena. Ali, šta su uopšte to prostor i vreme? Ljudi ove pojmove koriste svakog dana, ali retko ko se zapita šta oni zapravo predstavljaju, koje je njihovo pravo fizičko značenje. Svima je dobro poznato da sve što se dešava, dešava se negde u prostoru i u nekom vremenskom trenutku. Kroz prostor se krećemo, on je postojao pre nas, i nastaviće da postoji posle nas. Isto tako je i sa vremenom, ono neprekidno teče.

Na prvi pogled deluje da prostor i vreme nemaju mnogo toga zajedničkog, ali da li je stvarno tako? Do početka XX veka smatralo se da je tako, ali tada dolazi do velike promene u shvatanju ovih fundamentalnih pojmova prirode. Najveći umova moderne fizike sve su promenili uvodeći u fiziku uveo jedan novi pojam koje je objedinio prostor i vreme. Taj novi pojam bio je prostor-vreme. Uvođenjem ovog novog pojma svet oko nas prilično menja svoj izgled. U stvari, svet je ostao isti, promenilo se samo naše vidjenje njega.

Istovremeno, pojavljuju se mnogo pitanja na koje treba dati odgovore: Da li se svet sastoji samo od 4 nama poznate dimenzije ili ih možda ima više? Postoji li mogućnost da putujemo unazad kroz vreme? Koliko je verovati onome što stvarno vidimo?

Njutnova/Galilejeva relativnost

U doba Aristotela¹, a i vekovima kasnije, Aristotelovi zakoni bili su neprikosnoveni do te mere da niko nije ni sumnjao u njihovu ispravnost niti smatrao da bi ih trebalo eksperimentalno proveriti. I sam Aristotel je smatrao da se do zakona prirode dolazi samo razmišljanjem. Njegovi zakoni bili su odraz svakodnevnog iskustva o kretanju, npr. *“Teža tela padaju brže nego lakša”*, ili *“Ako na telo ne deluje nikakva sila, ono miruje”*. U doba renesanse među ljudima se javlja sumnja da neke od Aristotelovih ideja nisu dovoljno dobre i da bi ih trebalo eksperimentalno proveriti. Tiho Brahe², danski astronom, uporno proučava kretanja planeta i zvezda. Tehnologija koju je on koristio bila je zaista jednostavna, ali on pažljivije posmatra nebo nego iko pre njega. Put dalje vodi do Keplera koji daje tri zakona o kretanju planeta, uključujući i ideju da se planete kreću po eliptičnim putanjama.

Mnogo vekova posle Aristotela, italijanski naučnik Galileo Galilej³ sumnja u ispravnost njegovog učenja i proverava njegove zakone fizike i time čini preokret u shvatanju fizičkih pojava. Dao je veliki doprinos matematici, fizici i astronomiji. Njegova najveća otkrića su između ostalih i otkriće prvog astronomskog durbina-teleskopa, a zahvaljujući tome i otkriće Jupiterovih satelita. Nama su ipak najznačajniji njegovi zakoni kretanja i *princip relativnosti* koji kaže da nema apsolutnog kretanja ni mirovanja i, da bismo utvrdili da li se neko telo kreće ili ne, potreban nam je neki spoljni referentni sistem u odnosu na koji mi to utvrđujemo. Ovaj princip zapravo kaže da su zakoni fizike isti u svim inercijalnim sistemima.

Klasične zakone mehanike formulisao je Isak Njutn⁴ u svom delu *Matematički principi filozofije prirode*⁵, 1687. Ovim delom on postavlja i osnovu za razvoj drugih fizičkih teorija. Centralno mesto ove knjige pripada Njutnovom zakonu gravitacije i njegovim zakonima kretanja. Prema ovoj teoriji, kretanje čestice mora da se opisuje u odnosu na neki inercijalni sistem u kome se nalazi čestica, sistem na koji ne utiču spoljne sile, tj.

¹ Aristotle, 384 BC – 322 BC starogrčki filozof

² Tycho Brahe, 1546 – 1601. danski astronom

³ Galileo Galilei, 1564 - 1642. italijanski fizičar, matematičar, astronom i filozof

⁴ Isaac Newton, 1642 – 1727. engleski fizičar, matematičar, astronom i filozof

⁵ *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, 1687.

onaj koji se kreće pravolinijski konstantnom brzinom. Dva inercijalna sistema se jedan u odnosu na drugi kreću konstantnom brzinom. Vreme u ovim sistemima je apsolutno.

Njutnovi zakoni opisuju vezu između kretanja tela i sila koje deluju na telo. Oni glase:

1. *Zakon inercije*: Telo ostaje u stanju mirovanja ili se kreće konstantnom brzinom ako na njega ne deluje nijedna sila, ili ako je rezultat svih sila koje deluju na telo jednak nuli.

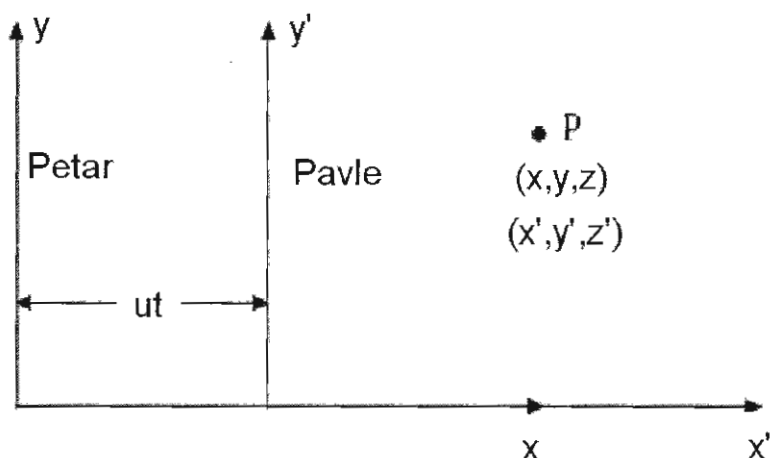
2. *Zakon sile*: $F = ma$, F - sila koja deluje na telo, m - masa tela, a - ubrzanje

3. *Zakon akcije i reakcije*: Za svaku silu akcije koja deluje na telo, postoji i sila reakcije. Sila reakcije je istog intenziteta i pravca kao sila akcije, ali suprotnog smera.

Njutnovi zakoni važe jedino u inercijalnim sistemima. To su oni sistemi koji miruju ili se kreću ravnomerno u odnosu na neki drugi sistem. Na Zemlji se pak ne može postaviti inercijalni sistem, tj. sistem reference koji je vezan za Zemlju je samo približno inercijalan, s obzirom da Zemlja rotira, može da se primeti da u njoj postoji dodatna sila (Koriolisova) koja komplikuje opisivanje kretanja tela u odnosu na Zemlju.

Primer kako izgleda Njutnova mehanika u svakodnevnom zivotu:

Posmatrajmo Petra koji miruje i Pavla koji prolazi pored njega brzinom u . Neka je S Petrov referentni sistem, a S' Pavlov. Oni mere udaljenost od neke fiksne tačke P .



Vidimo da važi:

$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

Ove formule poznate su kao *Galilejeve transformacije* i one povezuju dva referentna sistema.

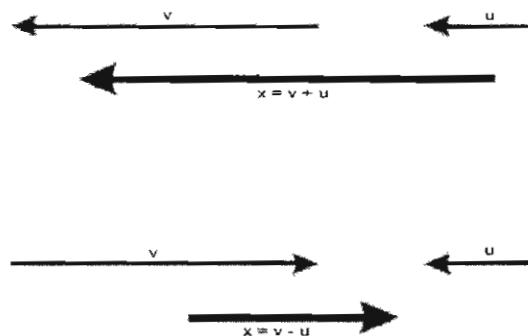
Vidimo kako se udaljenost Pavla od tačke P smanjuje s vremenom. Šta se dešava sa brzinama? Kako se one transformišu iz jednog sistema u drugi ako posmatramo neki pokretni događaj? Npr. pretpostavimo da Petar još uvek miruje i da ptica proleće iznad njega brzinom v . Njegova udaljenost od ptice se menja i obeležićemo je sa x , prema tome

$$v = \frac{dx}{dt}$$

Ako diferenciramo jednačinu $x' = x - ut$, dobićemo da, prema Pavlu, ptica leti brzinom

$$v' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - u = v - u$$

Vidimo da u zavisnosti od toga iz kog sistema reference merimo brzinu ptice, dobijamo različite vrednosti. Generalno:



Ovo je poznato kao *klasični zakon o sabiranju brzina*.

Vidimo i da je ubrzanje isto u oba sistema,

$$a' = \frac{dv'}{dt'} = \frac{dv}{dt} = a$$

tj. da važi Njutnov zakon $F = ma$.

Ovakva teorija održala se sve do XIX veka, kada su električni i magnetni efekti počeli detaljno i teorijski da se izučavaju.

Sukob sa elektromagnetizmom, teorija etra i Michelson-Morley eksperiment

Osnovu klasične mehanike čine Njutnovi zakoni. Oni su vladali neprikosnoveno više od 200 godina. Međutim, poteškoće nastaju sredinom XIX veka kada na scenu stupaju nova dostignuća u elektromagnetizmu. Maksvelovi ⁶ zakoni dobro su opisivali električne i magnetne efekte. Problem je bio u tome što oni, za razliku od Njutnovih zakona, nisu bili invarijantni u odnosu na Galilejeve transformacije - princip relativnosti izgleda da nije vazio za njih. Nešto nije funkcionisalo.

U suštini, konflikt je nastao jer su Maxwell-ovi zakoni predviđali konstantnu brzinu svetlosti, što se protivilo klasičnom shvatanju fizike. Zvuk ima svojstvo da se kreće kroz vazduh konstantnom brzinom, nezavisno od brzine kretanja izvora. Vratimo se na naš primer, i pretpostavimo da Petar još uvek stoji a Pavle paraglajdira iznad njega brzinom od 30 m/s u odnosu na vazduh. Zvuk motora prolazi pored Petra brzinom od 330 m/s. Brzina zvuka koju meri Pavle je u skladu sa Galilejevim transformacijama

$$v' = v - u = 300 \text{ m/s}$$

Tako, Pavle može da izmeri ovu brzinu i da zaključi da se kreće brzinom od 30m/s u odnosu na vazduh.

⁶ James Maxwell, 1831 – 1879. škotski fizičar i matematičar

Zamislamo sada da je Pavle u raketi koja se kreće brzinom od $2 \cdot 10^8$ m/s, i svetlost koja prolazi pored njega brzinom od $3 \cdot 10^8$ m/s. Ako Pavle izmeri brzinu svetlosti, da li će uspeti da izmeri i brzinu kojom se kreće raketa? Njutnovi zakoni, koristeći Galilejeve transformacije, pokazivali bi da Pavle vidi kako svetlost pored njega prolazi brzinom od $3 \cdot 10^8$ m/s - $2 \cdot 10^8$ m/s = $1 \cdot 10^8$ m/s. Međutim, Maxwell-ovi zakoni predviđali su da će svetlost proći pored Pavla brzinom od $3 \cdot 10^8$ m/s, bez obzira na njegovu brzinu.

S obzirom da su Njutnovi zakoni vladali od 1870, a Maxwell-ovi zakoni tek oko dvadesetak godina, prva pretpostavka je bila da je potrebno modifikovati Maxwell-ove zakone. Prvi zaključak je bio da, kao što je zvuku potrebna sredina za prostiranje - a brzina je bila konstantna u zavisnosti od sredine, da je tako i svetlosti bio potreban medijum. Tako dolazimo do teorije etra. Prema njoj, etar je postojao svuda gde su svetlosni talasi putovali, ispunjavao je sav vasioni prostor i trebalo bi da bude jedina stvar koja se ne kreće. Mnogi naučnici su se tokom XIX veka bavili etrom, izučavajući njegova potencijalna svojstva i pokušavajući da dokažu njegovo postojanje. Plank⁷, Michelson⁸, Morley⁹, nudili su različite eksperimente za dokazivanje postojanja etra. Smatralo se da se svi elektromagnetni fenomeni prostiru kroz ovaj medijum. On bi morao da ima neka čudna svojstva: da bude nevidljiv, bez mase, da ispunjava ceo prostor, da ne usporava tela pri kretanju kroz njega.

Podstaknut Maxwell-ovim idejama, Michelson započinje eksperiment i 1881. objavljuje da je hipoteza o postojanju etra pogrešna. Lorenc piše 1886. kritiku Michelson-ovog eksperimenta i odbacuje ga kao sumnjivog. Najpoznatiji eksperiment koji je trebalo da dokazuje postojanje etra bio je *Michelson-Morley* - jev, izveden 1887. Zapravo je trebalo pokazati da materija u kretanju vuče etar i da bi bilo moguće odrediti apsolutnu brzinu Zemlje u odnosu na etar. Ali, eksperiment nije uspeo i bilo je jasno da je potrebno preispitati klasičnu fiziku. Michelson i Morley ponavljaju ovaj eksperiment više puta sve do 1929. Situacija u nauci postala je prilično konfuzna. Razrešenje je stiglo u obliku specijalne teorije relativnosti.

⁷ Max Planck, 1858 – 1947. nemački fizičar

⁸ Albert Michelson, 1852 – 1931. američki fizičar

⁹ Edward Morley, 1838 – 1923. američki naučnik

SPECIJALNA TEORIJA RELATIVNOSTI

Specijalna teorija relativnosti nastala je u radovima Lorenca ¹⁰, Poenkarea ¹¹, Ajnštajna ¹² i Minkovskog¹³. Prvi značajniji članak koji se odnosio na specijalnu relativnost objavljen je pre 1900. Bio je to Poenkareov *La mesure du temps*, 1898. Poenkare je 1904. bio jako blizu zasnivanja specijalne relativnosti. On prvi uvodi moderan pristup principu relativnosti. Govori o tome da mi nemamo direktnu intuiciju o jednakosti dva vremenska intervala i ukazuje na to da posmatrači u različitim sistemima imaju svoje lokalno vreme. Ukazao je i na to da definitivno nije moguće govoriti o apsolutnom kretanju. Poenkare je bio konstantni interpretator Lorencove teorije. Posle odbacivanja teorije etra, Lorenc predstavlja novu teoriju čija je posledica bila da je brzina svetlosti nezavisna od svog izvora. Dalje, on izvodi jednačine transformacije i uspeva da objasni pojave vezane za svetlost: zvezdanu aberaciju, Doplerov efekat i predviđa kontrakciju dužine u nekim sistemima. Poenkare u potpunosti opisuje grupu transformacija (Poenkareova grupa) u odnosu na koju su Maxwell-ove jednačine elektrodinamike invarijantne.

1905. je ključna godina za definisanje konačne teorije relativnosti. Te godine i Ajnštajn objavljuje svoju teoriju. Njegov rad bio je osobit po drugačijem pristupu. On nije objavljen kao pokušaj da se objasne eksperimentalni rezultati, već zbog svoje lepote i jednostavnosti.

Ajnštajnova teorija relativnosti šokirala je svet. Princip relativnosti, jednostavna ideja koja je osnova Ajnštajnovе teorije, bila je poznata još u doba Galileja. Galilejev princip relativnosti govorio je o tome da su sva kretanja relativna. Dopunjen principom o konstantnosti brzine svetlosti u vakuumu za sve inercijalne sisteme, naizgled suprotstavljena dva postulata, dovela su do revolucije u svetu fizike. Primenjena na objekte koji se kreću ekstremno velikim brzinama, STR ima posledice koje su nama čudne samo zato što su van našeg svakodnevnog iskustva. Kontrakcija dužine ili dilatacija vremena deluju zbunjujuće jer pretpostavljamo da bi dužina bilo kog tela

¹⁰ Hendrik Lorentz, 1853 – 1928. holandski fizičar

¹¹ Henri Poincare, 1854 – 1912. francuski matematičar i teorijski fizičar

¹² Albert Einstein, 1879 – 1955.

¹³ Hermann Minkowski, 1864 – 1909. nemački matematičar

trebalo da bude konstantna, ili da je vreme apsolutno za sve posmatrače. Za svakodnevne potrebe, ove korekcije dužine i vremena su zaista zanemarljive, ali za mnoge čestice koje se kreću brzinama bliskim brzini svetlosti, činjenica da vreme ne protiče isto za sve posmatrače je i eksperimentalno potvrđena.

Ajnštajnova teorija relativnosti ima reputaciju izrazito komplikovane teorije, te s toga i vrlo teške za razumevanje. Ali ona to zapravo nije. Bilo je potrebno samo da čovečanstvo promeni svoja viđenja prostora, ali i vremena, koje je do tada smatrano apsolutnim i nezavisnim od prostora. Zapravo, najznačajnija stvar bilo je ujedinjenje prostora i vremena u jedinstven entitet prostor-vreme, tj. uvođenje četvorodimenzionog prostora.

Albert Ajnštajn jedan je od najvećih fizičara i mislilaca ikad. Objavio je mnogo radova. Čak su mnogi od njih bili pogrešni. Ispravljao ih je i uporno objavljivao. Ovo se dešavalo tako često da je i sam pravio šale na svoj račun: "Genije je osoba koja pravi najveći mogući broj grešaka za najkraće moguće vreme." 1905. objavljuje tri značajna rada: prvi govori o tome da se materija sastoji od atoma i molekula, drugi pokazuje invarijantnost brzine svetlosti, a treći rad je bio osnova kvantne teorije. Svaki od ovih radova je bio vredan Nobelove nagrade, a Ajnštajn ju je dobio za ovaj poslednji. Specijalnu teoriju relativnosti formulisao je iste godine u članku „*O elektrodinamici pokretnih tela*“¹⁴ i ona se odnosi samo na specijalan slučaj uniformnog kretanja. Kako je Henri Poincaré još 1895. godine nazvao diskusiju o invarijantnosti tačke gledišta *teorijom relativnosti*, taj je naziv uveliko bio uobičajen 1905. Ajnštajn nije želeo da se njegova teorija ovako nazove, želeo je da to bude *teorija invarijantnosti*.

1906. objavljuje i čuvenu formulu $E = mc^2$. Posle mnogobrojnih otkrića, 1915. i 1916. objavljuje i svoje najveće dostignuće: Opštu teoriju relativnosti ili teoriju gravitacije. Iako je Ajnštajn bio jedan od osnivača kvantne teorije, kasnije se okrenuo protiv nje.

¹⁴ On the Electrodynamics of Moving Bodies

Postulati STR

1. Princip relativnosti

Zakoni fizike su isti u svim inercijalnim sistemima reference, tj. važenje nekog zakona ne zavisi od izbora inercijalnog sistema.

Priroda Univerzuma ne sme da se menja u zavisnosti od inercijalnog sistema. Svaki fizički zakon treba da daje matematički iste rezultate za svaki inercijalni sistem. Ovaj postulat uopštava Galilejev princip relativnosti sa mehaničkih na sve fizičke zakone u referentnim sistemima koji se, jedni u odnosu na druge, kreću konstantnim brzinama. Nema privilegovanih sistema. Svako kretanje je relativno i ne možemo govoriti o apsolutnom kretanju, već samo o kretanju u odnosu na nešto.

2. Princip invarijantnosti brzine svetlosti

Brzina svetlosti ¹⁵ je konstantna u svim inercijalnim sistemima u vakuumu.

Brzina svetlosti u vakuumu ista je u svim inercijalnim sistemima, u svim smerovima i ne zavisi od relativne brzine izvora svetlosti i posmatrača. Drugi postulat je u određenom smislu povezan sa prvim. Naime, ako brzina svetlosti ne bi bila ista u svim sistemima reference, onda bi njeno merenje moglo da se iskoristi za pravljenje razlika između sistema, tj. onda sistemi ne bi bili ravnopravni što je u kontradikciji sa prvim postulatom.

Svi eksperimenti pokazuju da je brzina svetlosti ista za sve posmatrača, bez obzira na to kako se oni kreću u odnosu na izvor svetlosti ali i nezavisna od brzine izvora svetlosti. Brzina svetlosti je idealan standard za merenje. Eksperimenti i teorija pokazuju da nijedan objekat ne može da dostigne brzinu svetlosti. Brzina svetlosti je ujedno i najveća moguća brzina u prirodi.

¹⁵ U daljem tekstu naziv "brzina svetlosti" odnosiće se uvek na brzinu svetlosti u vakuumu. Brzina svetlosti u vazduhu je čak manja od one u vakuumu, ali razlika je toliko mala da možemo da zanemarimo razliku između vazduha i vakuuma.

$$c = 299\,792\,458\text{ m / s}$$

Svetlost je neodvojiva od preciznog opisivanja kretanja i merenja. Da bismo zaključili da li je linija kretanja prava ili nije, moramo da gledamo duž nje, drugim rečima, koristimo svetlost za definisanje pravolinijskog kretanja. Kako ispitujemo da li je površ ravna ili nije? Opet, gledamo duž nje koristeći svetlost. Kako opisujemo kretanje? Kako precizno merimo dužinu i vreme? Uz pomoć svetlosti. Nekada je to bila svetlost koja je dolazila sa Sunca, a danas je to svetlost iz atoma cezijuma.

Koristeći ova dva postulata, Ajnštajn je mogao da izračuna na koji način ono što posmatrač vidi zavisi od njegove relativne brzine. Potom je mogao i da izgradi teoriju fizike koja je predviđala ekvivalentnost mase i energije.

Prostor – vreme

1908. Minkovski postavlja matematički okvir za STR u kome Lorencove transformacije dobijaju puni smisao i time je zasnivanje specijalne teorije relativnosti završeno.

Prostor - vreme je model koji kombinuje prostor i vreme u jedan kontinuum. Prostor-vreme se interpretira kao spoj trodimenzionog prostora i jednodimenzionog vremena. Prema sadašnjem shvatanju Univerzum ima tri prostorne i jednu vremensku koordinatu. Kombinujući prostor i vreme u jednu neraskidivu celinu, fizičari su znatno pojednostavili broj fizičkih teorija koje bi opisivale naš Univerzum.

U klasičnoj mehanici euklidski prostor je bio dovoljan za opisivanje prostora jer je vreme bilo univerzalno, nezavisno od kretanja posmatrača. Međutim, u relativističkom kontekstu vreme ne može da se odvoji od trodimenzionog prostora jer naše merenje vremena koje protiče na objektu koji posmatramo zavisi od brzine objekata u odnosu na nas.

Dok neki vide prostor-vreme kao posledicu Ajnštajnovе relativnosti, prostor sa ovakvim osobinama je bio poznat i pre formulisanja specijalne teorije relativnosti i bio je poznat pod nazivom prostor Minkovskog. Prostor-vreme specijalne teorije relativnosti je u stvari prostor Minkovskog.

Prostor Minkovskog

Prostor Minkovskog je matematička postavka u okviru koje se Ajnštajnova teorija relativnosti uobičajeno formuliše. Prostor Minkovskog je umnogome sličan sa $\mathbb{E}^4$ ali postoje i značajne razlike. Algebarski, prostor $\mathbb{E}^4$ se tretira slično kao i 3-dim prostor $\mathbb{E}^3$. Standardnim koordinatama x , y i z potrebno je dodati samo još jednu koordinatu w . Udaljenost s između tačaka (x, y, z, w) i (x', y', z', w') u $\mathbb{E}^4$ data je formulom:

$$s^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 + (w - w')^2$$

možemo pisati i (dx, dy, dz, dw) za razliku $(x', y', z', w') - (x, y, z, w)$

pa dobijamo
$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + dw^2$$

Geometrija u prostoru Minkovskog je jako slična ovoj, razlika je u signaturi koja za ovaj prostor ima oblik $(+, -, -, -)$ ili $(-, +, +, +)$ u zavisnosti od konvencije, pa će metrika¹⁶ prostor-vremena izgledati:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Iz oblika metrike možemo zaključiti da li ona odgovara prostoru koji je ravan ili zakrivljen. Kako uz diferencijale stoje konstante, prostor specijalne teorije relativnosti je ravan. Ali, obzirom da ova metrika može da bude i negativna, ona nije euklidska već se naziva *pseudoeuklidska*.

Formalno, prostor Minkovskog je 4-dimenzionalni realni vektorski prostor sa nedegenerisanom simetričnom bilinearnom formom i signaturom $(-, +, +, +)$. Drugim rečima, prostor Minkovskog je pseudo-euklidski prostor. Elementi ovog prostora su događaji ili 4 - vektori. Često se označava sa M ili M^4 .

¹⁶ Metrika je funkcija koja definiše udaljenost između elemenata nekog skupa.

Skalarni proizvod Minkovskog

Skalarni proizvod je sličan kao u euklidskom prostoru, ali se koristi da opiše drugačiju geometriju, geometriju relativiteta.

Skalarni proizvod Minkovskog je preslikavanje $\eta: M \times M \rightarrow \mathcal{R}$ koje zadovoljava sledeće uslove:

1. bilinearno $\eta(au + v, w) = a\eta(u, w) + \eta(v, w), \forall a \in \mathcal{R}, u, v, w \in M$
2. simetrično $\eta(u, v) = \eta(v, u)$ za svako $u, v \in M$
3. ako je $\eta(u, v) = 0 \forall v \in M$, onda $u = 0$.
4. bilinearna forma η ima signaturu $(+, -, -, -)$ ili $(-, +, +, +)$.

Standardna baza

Standardna baza u prostoru Minkovskog sastoji se od četiri ortogonalna vektora (e_0, e_1, e_2, e_3)

tako da je $-(e_0)^2 = (e_1)^2 = (e_2)^2 = (e_3)^2 = 1$.

Ovo se može drugačije zapisati kao

$$\langle e_\alpha, e_\beta \rangle = \eta_{\alpha\beta}$$

gde $\alpha, \beta \in \{0, 1, 2, 3\}$, a η dijagonalna matrica, $\eta = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$.

Skalarni proizvod dva vektora v i w dat je sa

$$\langle v, w \rangle = \eta_{\alpha\beta} v^\alpha w^\beta = -v^0 w^0 + v^1 w^1 + v^2 w^2 + v^3 w^3$$

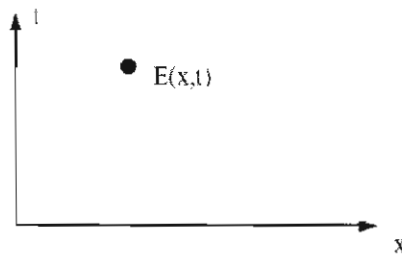
Metriku sada možemo skraćeno zapisati kao

$$ds^2 = \sum_{\alpha, \beta} \eta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$$

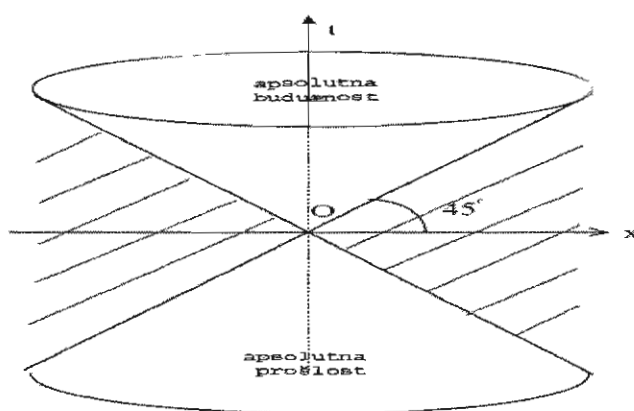
gde su $\{x^0, x^1, x^2, x^3\} = \{ct, x, y, z\}$, $\alpha, \beta \in \{0, 1, 2, 3\}$.

Grafici u prostor-vremenu

Kako je reč o četvorodimenzionalnom prostoru, nemoguće je predstaviti sve četiri ose međusobno pod pravim uglom, ali ako bismo posmatrali kretanje samo duž x -ose, onda ose y i z i ne moramo da prikazujemo. Onda se prostor-vreme često predstavlja jednostavnim dijagramom.



Svaku tačku $E(x, t)$ na dijagramu identifikujemo sa *događajem* koji ima svoje vreme i mesto u prostoru. Svaka linija na ovakvom grafiku naziva se *svetska linija*. Vertikalna linija predstavlja objekat koji miruje. Objekat sa brzinom v predstavljen je linijom pod uglom α u odnosu na x - osu, gde je $v = ctg \alpha$. Svetska linija svetlosnog zraka je linija sa nagibom od 45° . Vidimo da nijedan objekat ne može da ima svetsku liniju za $\alpha < 45^\circ$. Sve svetske linije mogućih događaja nalaze se između dve svetske linije svetlosti, tj. između $x = \pm ct$. Ako ih zarotiramo oko ct -ose dobijamo tzv. *svetlosni konus* (slika). Sve tačke koje se nalaze u konusu u pozitivnom delu vremenske ose pripadaju apsolutnoj budućnosti, a one koje se nalaze u njenom negativnom delu apsolutnoj prošlosti.



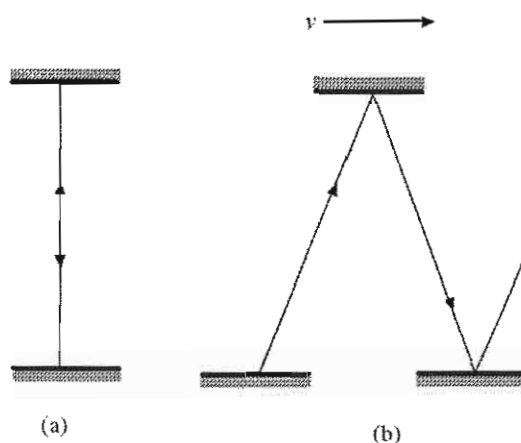
Lokalno ravno prostor-vreme

Striktno govoreći, prostor Minkovskog dobro opisuje samo sisteme bez značajnog uticaja gravitacije. U slučaju slabog dejstva gravitacije, prostor-vreme je ravno ne samo lokalno nego i globalno, kao prostor Minkovskog. U oblasti značajnijeg uticaja gravitacije, prostor-vreme je zakrivljeno i STR nije dovoljna za opisivanje prosora, i pomoć se mora potražiti u okviru Opšte teorije relativnosti. Međutim, i u ovakvim okolnostima prostor Minkovskog i dalje daje dobar opis za infinitezimalnu oblast oko neke tačke. Još apstraktnije, možemo reći da u slučaju dejstva gravitacije prostor-vreme opisuje zakrivljena 4-dimenzionalna mnogostrukost za koju je u svakoj tački tangenta ravan u stvari prostor Minkovskog. Ovim, struktura prostora Minkovskog je i dalje esencijalna u opisivanju opšte teorije relativnosti.

Posledice STR

Dilatacija vremena

Zamislamo „svetlosni sat“ u kome se svetlost naizmenično odbija između dva ogledala na razdaljini l . Svaki put kad svetlost dotakne jedno ogledalo, sat otkuca „tik“.



Zamislimo da imamo par ovih satova i da jedan damo prijatelju koji putuje raketom, a drugi zadržimo mi na Zemlji. Dok naš prijatelj leti okolo, mi posmatramo kako se svetlost na njegovom satu odbija od ogledala. I dok će putniku u raketi izgledati da se svetlost kreće vertikalno na njegovom satu, kao uostalom i nama u našem na Zemlji (slika a), nama izgleda da svetlost na njegovom satu zapravo skreće pod nekim uglom i da pravi „cik-cak“ kretanje (slika b). Njutnova mehanika bi nam rekla da u drugom slučaju svetlost putuje brže u pokretnom satu, pošto prelazi veću dužinu puta za isto vreme kao i časovnik na Zemlji.

Između dva „tik-a“, naš sat pokazuje da svetlost pređe put dužine l za vreme

$$t = l/c$$

a da svetlost sata u raketi prevali put

$$\sqrt{l^2 + v^2 t'^2}$$

i to za neko vreme

$$t' = \frac{\sqrt{l^2 + v^2 t'^2}}{c}$$

Zamenimo $l = tc$ i dobijamo

$$t' = \frac{\sqrt{c^2 t^2 + v^2 t'^2}}{c}$$

$$\Rightarrow t'^2 = t^2 + \frac{v^2}{c^2} t'^2$$

$$\Rightarrow t^2 = (1 - \frac{v^2}{c^2}) t'^2$$

i konačno

$$t = t' \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Šta zaključujemo? Ako je našem satu na zemlji potrebno vreme t da otkuca „tik“, satu u raketi potrebno je vreme $t' = t / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ - koje je uvek veće od t , da otkuca „tik“. Drugim rečima, čini se da pokretni sat radi sporije za faktor $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ tj. da vreme u pokretnim sistemima teče sporije. Ali, ne samo da se nama čini da njegov sat radi sporije, već se isto tako i njemu čini da naš sat otkucava sporije i to iz potpuno istog razloga. Ovaj relativistički efekat naziva se *dilatacija vremena*. Vreme mereno u sopstvenom sistemu naziva se *sopstveno vreme*.

Paradoks blizanaca

Jedna od posledica dilatacije vremena je takozvani *paradoks blizanaca*. Pretpostavimo da jedan od dva brata blizanca odlazi na putovanje do neke daleke planete i natrag, a drugi ostaje na Zemlji. Neka je kosmički brod kojim putuje, sposoban da se kreće brzinom od $0,95c$ u odnosu na sistem reference vezan za Zemlju. Nakon što je blizanac stigao na Planetu X, krenuo je odmah nazad ka Zemlji istom brzinom. Kada je došao na Zemlju, bio je šokiran činjenicom da je njegov brat ostareo 42 godine, a da je on u međuvremenu ostareo svega 13 godina.

Sada se možemo malo poigrati pojmom relativnost i zapitati se koji se blizanac u stvari kretao i da li je uopšte logično da je neki od njih više ostareo. Razlog je taj što, gledano iz sistema reference blizanca koji je ostao na Zemlji, on je mirovao a njegov brat je putovao i to prilično velikom brzinom. Iz perspektive pak onoga koji je bio u kosmičkom brodu, kosmički brod je bio u stanju mirovanja a Zemlja se, najpre udaljavala od broda 6,5 godina a potom mu se približavala jednakom brzinom narednih 6,5 godina. Čini se

da bi trebalo da dodjemo do zaključka da ne bi trebalo da bude razlike u njihovim godinama.

Da bi razrešili paradoks, podsetimo se da se specijalna teorija relativnosti odnosi na pojave i procese koji se odvijaju u inercijalnim sistemima reference, odnosno onima koji se kreću jedan u odnosu na drugi uniformno. Da li su sistemi vezani za Zemlju i brod sve vreme inercijalni i da li su stoga potuno ravnopravni? Dublja analiza pokazuje da to nije tako i da nema simetrije u opisivanju protoka vremena u ovim sistemima. Osim toga, blizanac koji je otputovao brodom, da bi dostigao brzinu od $0,95c$ morao je da se ubrzava i usporava brod što znači da on nije sve vreme bio u inercijalnom sistemu reference, pa je primena specijalne teorije relativnosti vezano za njegov sistem reference neosnovana. Dakle, zaključak je da je blizanac u brodu u neinercijalnom sistemu reference. To znači da jedino brat blizanac koji je ostao na Zemlji ima pravo da primenjuje formulu za dilataciju vremena, pa paradoksa u stvari nema.

Da nije sve u domenu misaonih eksperimenata, govore i eksperimentalni dokazi dilatacije vremena. Jedan od najpoznatijih primera je elementarna čestica *muon*. Ova čestica stvara se u visokim slojevima atmosfere i raspada se u proseku za oko $2,2 \cdot 10^{-6}$ s. Čak i da se ova čestica kreće brzinom bliskoj brzini svetlosti, ona ne bi trebalo da putuje više od 600 metara. Ali, s obzirom da se čestica kreće jako velikom brzinom, njeno sopstveno vreme, tj. vreme u sistemu koji se kreće zajedno sa česticom, protiče sporije u odnosu na naš sistem reference na Zemlji, ova čestica se detektuje na površini Zemlje.

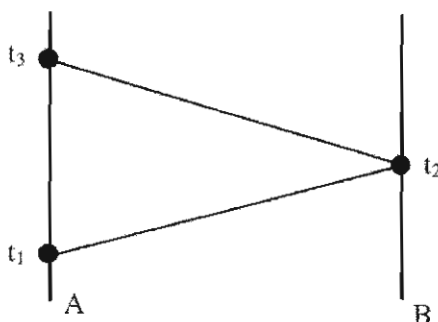
Sinhronizacija vremena

Napomenimo još i to da iako je vreme relativno, ostaje pretpostavka da ono protiče na isti način. Vreme je predstavljeno realnom pravom. Pre svakog merenja vremena u različitim tačkama prostora, potrebno je sinhronizovati časovnike. Postoje 2 metode za sinhronizaciju:

- Sinhronizacijom pomoću infinitezimalnog pomeranja kada dva časovnika jedan pored drugog razdvajamo infinitezimalno malom brzinom tako da može da se zanemari dilatacija vremena.

- Poenkareova sinhronizacija odnosi se na slanje svetlosnog zraka sa jednog sata na drugi. Pretpostavimo da smo u trenutku t_1 sa časovnika A poslali svetlosni zrak do časovnika B i nazad. Kada zrak dođe do B, očitavamo vreme t_2 , a kada se vrati natrag do A, vreme t_3 . Časovnici će biti sinhronizovani ako važi

$$t_2 = \frac{1}{2}(t_1 + t_3)$$



Kontrakcija dužine

Kontrakcija dužine je fizički efekat smanjenja dužine tela koja se kreću od ili ka posmatraču. Ovaj efekat opaža se tek pri brzinama koje su bliske brzini svetlosti, a kako su skoro sve brzine poznate na Zemlji zanemarljivo male prema toj brzini, kontrakciju dužine je nemoguće opaziti u svakodnevnom životu. Na primer, ako bi se avion kretao brzinom od 1200km/h u odnosu na posmatrača, može se izračunati da će se on skratiti otprilike za prečnik jednog atomskog jezgra gledano sa Zemlje.

Može se pokazati da je dužina tela u sopstvenom sistemu uvek veća nego u sistemu u odnosu na koji se to telo kreće, i to za isti onaj faktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

za koji i vreme sporije protiče u sistemu koji se kreće u odnosu na naš sistem iz kog posmatramo telo. Iz ovoga proističu mnogi paradoksi.

Paradoks: Pilot i ambar

Zamislamo pilota koji vozi avion brzinom koja je bliska brzini svetlosti i uleće u ambar koji je kraći od aviona. Farmer koji to gleda sa strane zaključuje da avion može u potpunosti da se zatvori unutra (bar na kratko). Očigledno, kako se avion kreće jako brzo, farmer vidi avion znatno kraćim nego što on zapravo jeste, što je posledica kontrakcije dužine. Međutim, sa stanovišta pilota, ambar je taj kome se skraćuje dužina i avion ne može da stane unutra.

Interval

Kada je reč o telima koja se kreću velikim brzinama, videli smo da ni dužine ni vremenski intervali nisu invarijantni. Postavlja se pitanje postoji li u ovom slučaju neka veličina koja je invarijantna, tj. neka koja ne zavisi iz kog inercijalnog sistema se određuje. Pokazuje se da izraz

$$s^2 = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

ostaje invarijantan pri prelazu iz jednog sistema u drugi. Poslednja tri člana predstavljaju kvadrat udaljenosti od koordinatnog početka do tačke u kojoj se događaj dešava, a prvi član predstavlja kvadrat rastojanja koju pređe svetlost za određeno vreme. Ovaj izraz predstavlja *kvadrat invarijantnog intervala*, i on je isti u svim inercijalnim referentnim sistemima. Ovaj izraz može u okviru STR da bude pozitivan, negativan i nula.

1° Za $s^2 > 0$: Ovo je takozvani *vremenski* tip intervala, s obzirom da dominira njegov prvi član. Ovda spada npr. i slučaj u kome se događaji dešavaju na istom mestu u prostoru, tj. $x = 0, t \neq 0$.

2° Za $s^2 < 0$: S obzirom na dominaciju prostornog dela, ovi intervali se nazivaju *prostorni*. Ovaj slučaj sadrži događaje za koje je $t = 0, x \neq 0$ tj. koji su istovremeni ali udaljeni od početka.

3° Za $s^2 = 0$: Ovakvi intervali se nazivaju *svetlosni*. Ukoliko su dva događaja razdvojena svetlosnim tipom intervala, ne postoji inercijalni sistem u kojem se oni dešavaju na istom mestu ili istovremeno.

Istovremenost

Vreme nije apsolutno. Događaji koji su istovremeni za jednog posmatrača, nisu i za drugog. Na primer, zamislimo da na sredini svemirskog broda čovek emituje svetlosni signal koji dopire do oba kraja svemirskog broda u isto vreme. Čovek na Zemlji će, međutim, videti da se kraj svemirskog broda kreće ka signalu, dok se prednji deo udaljava od njega i zaključiti da će signal najpre stići do kraja broda, a potom do početka. Ako sada zamislimo da neka druga raketa pretiče ovu, sa njene tačke gledišta prva raketa se kreće unazad i u tom slučaju prednji deo broda se kreće ka signalu pa će samim tim svetlosni signal najpre doći do prednjeg deo. Pitanje da li su događaji stvarno istovremeni nema smisla jer bi odgovarati na to pitanje značilo da je izabran neki privilegovani sistem reference. Bilo koji sistem reference može da se koristi za opisivanje događaja i privilegovani referentni sistem ne postoji. Istovremenost je relativna stvar.

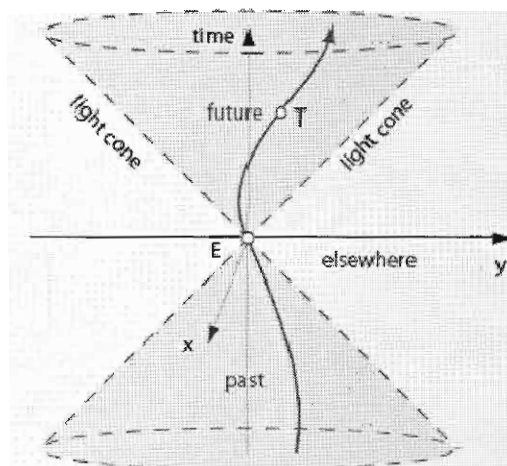
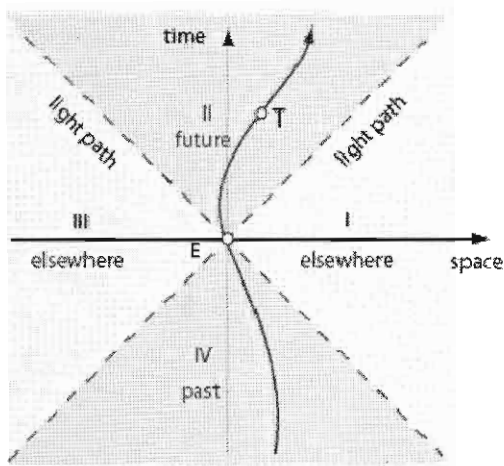
Kauzalnost

Princip kauzalnosti kaže da ako je događaj A uzrokovao događaj B, onda se A desio pre B. Međutim, u STR ovo ima zanimljive posledice.

Razmotrimo ponovo primer iz rakete. U referentnom sistemu rakete svetlosni signal istovremeno udara u prednji i zadnji deo rakete. Iz referentnog sistema na Zemlji, signal najpre udara u zadnji, a iz sistema neke druge rakete koja pretiče ovu, izgleda da signal najpre stiže do prednjeg dela. Zamislimo sada da u trenutku kad svetlosni signal udari u zadnji deo rakete, putnik koji tu stoji prospe kafu, a kada signal udari u prednji deo, pilot npr. razbije času. Da li je moguće da to što je putnik prosuo kafu uzrokovalo pilota da slomi času? Jasno je da ne. Ne postoji uzročno-posledična veza između ova dva događaja. Ako bi jedan događaj izazvao drugi, on mora da se desi prvi viđeno iz svih

referentnih sistema. Drugim rečima, da bi jedan događaj bio uzročnik drugog, mora da bude dovoljno vremena da svetlost prenese tu informaciju do drugog. Nijedna informacija ne može da putuje brže od svetlosti.

Na slici vidimo da događaj E u koordinatnom početku može da bude uzrokovan samo događajima iz IV kvadranta (tj. onim iz prošlosti), a da on sam može uzrokovati samo događaje u II kvadrantu (tj. one buduće).



Događaji u I i III kvadrantu niti utiču, niti je na njih uticao događaj E. Svetlosni konus definiše granice između događaja koji su povezani sa događajem E. Vektor unutar konusa nazvan je *vremenski*; onaj koji se poklapa sa linijom svetlosti *svetlosni*, a onaj van konusa *prostorni*.

Ako su događaji fizički povezani, onda je njihov redosled apsolutno određen. Ako događaji nisu kauzalno povezani, onda redosled događanja, ili njihova istovremenost, zavisi od posmatrača.

Ako bi bilo moguće premašiti brzinu svetlosti, budućnost bi mogla da utiče na prošlost, i uvek bismo mogli da dobijemo na lotou.

Slaganje brzina

Neka se dva voza kreću jedan drugome u susret jednakim brzinama od 50km/h. Njihova relativna brzina bi onda bila 100 km/h. Ako bi se vozovi kretali brzinama približno

bliskim brzini c , njihova relativna brzina bi prema klasičnoj fizici bila bliska brzini od $2c$. STR međutim ovo ne dopušta i čak predviđa da bi njihova relativna brzina bila približno c , jer je brzina svetlosti ista za sve posmatrače. Klasični zakon je zapravo samo granični slučaj relativističkog i on važi za brzine mnogo manje od brzine svetlosti. Ako bi se relativistički zakon primenio u prvom slučaju kada se vozovi kreću brzinom od 50km/h, on bi dao zanemarljivo malu razliku u relativnoj brzini u odnosu na klasični zakon sabiranja brzina.

Za razliku od jednostavne aditivne metode $v_k = v + u$ koja sledi iz Galilejevih transformacija, relativistički zakon o slaganju brzina izgleda ovako:

$$v_r = \frac{v + u}{1 + vu / c^2}$$

Lorencove transformacije

Na osnovu dosadašnjih analiza, jasno je da Galilejeve transformacije koordinata i klasičan zakon o sabiranju brzina koji se dobija na osnovu njih, nisu u skladu sa i eksperimentalno potvrđenom činjenicom o konstantnosti brzine svetlosti. Potrebne su nove transformacije. Posmatraćemo referentni sistem S sa osama x, y, z koji se nalazi u stanju relativnog mirovanja, i sistem S' sa osama x', y', z' koji se kreće brzinom v duž x - ose u odnosu na S . Kako nema kretanja duž osa y i z , imamo $y' = y, z' = z$. Kod određivanja ovih jednačina transformacija, moramo paziti da nam se osobine prostora i vremena ne promene, tj. da oni ostanu homogeni i izotropni.¹⁷ Zato veza između dva sistema mora da bude linearna¹⁸:

$$x' = ax + bt$$

¹⁷ Prostor je homogen i izotropan; za početak referentnog sistema može se uzeti bilo koja tačka i orijentacija osa može biti odabrana proizvoljno. Vreme je linearno uređeno. Svakom trenutku prethodi beskonačna prošlost i sledi beskonačna budućnost.

¹⁸ Zašto linearna? Posmatrajmo tačku $x' = 0$, koja je početak sistema S' . Ona se kreće brzinom $v = dx/dt = -b/a = \text{const}$; ako bi npr. bilo faktora x^2 brzina bi zavisila od pozicije i ne bi bila uniformna.

$$t' = dx + et$$

gde su a, b, d i e koeficijenti koje tražimo.

Dodatne pretpostavke:

- zajednički početak ($x' = 0$ i $x = 0$) za vreme $t = t' = 0$.
- koordinatni početak S (tj. $x = 0$) kreće se brzinom $-v$ gledano iz sistema S' , pa za $x = 0$

$$\begin{aligned} x' &= bt, & t' &= et \\ \Rightarrow \frac{dx'}{dt'} &= \frac{b}{e} = -v \end{aligned}$$

Odakle je $b = -ev$, a s obzirom da je i $b = -av$, imamo da je $e = a$, pa jednačine transformacije postaju:

$$x' = ax - avt$$

$$t' = dx + at.$$

- brzina svetlosti ne zavisi od referentnog sistema, tj. ista je u svim referentnim sistemima, tj. ako je $x = ct$, onda je i $x' = ct'$ pa dobijamo

$$ct' = act - avt$$

$$t' = dct + at$$

Zamenom $t' = dx + at$, $x = ct$ u prvu od jednačina imamo

$$dc^2t + act = act - avt \Rightarrow dc = -av / c$$

Što dalje daje

$$x' = a(x - vt)$$

$$t' = a(t - vx / c^2)$$

Očekujemo da ove jednačine transformacije važe i kada posmatramo sve iz sistema S' , tj. ako zamenimo

$$x \leftrightarrow x'$$

$$t \leftrightarrow t'$$

uz napomenu da se okreće znak, tj. $v \rightarrow -v$

Jednačine postaju
$$x = a(x' + vt')$$

$$t = a(t' + vx' / c^2)$$

Jednačine moraju da važe istovremeno, tj.

$$\begin{aligned} x' &= a[a(x' + vt') - va(t' - vx' / c^2)] \\ &= a^2 x' (1 - v^2 / c^2) \end{aligned}$$

Odakle je
$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = \gamma$$

Ako definišemo $\beta = v / c$

Lorencove transformacije konačno izgledaju:

$$x' = \gamma(x - \beta ct)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$ct' = \gamma(ct - \beta x)$$

Za $\beta \ll 1$ ove jednačine se, prema očekivanju, svode na Galilejeve transformacije. Henri Poincare nazvao je ove veze između koordinatnih sistema *Lorencovim transformacijama prostora i vremena* nakon što ih je Lorenc otkrio 1892. Lorenc je ovo otkrio iz svojih jednačina elektrodinamike koje su čekale da budu otkrivene od 1865. godine kada Maxwell objavljuje svoje jednačine koje opisuju sve električne, magnetne i optičke pojave. Međutim, Ajnštajn je bio prvi koji je shvatio da su i x i x' odnosno t i t' , podjednako validne za opisivanje prostora i vremena.

Lorencove transformacije opisuju prelazak iz jednog inercijalnog sistema u drugi, pokretni. Ova promena gledišta, tj. matrica transformacije, naziva se bust.¹⁹ Bustovi su ključni za teorije relativnosti, i specijalnu i opštu. Uvodeći notaciju $(ct, x, y, z) = (ct, r)$ možemo da generalizujemo Lorencove jednačine transformacije do slučaja kad v nije paralelan sa x – osom, i to bi izgledalo ovako:

$$ct' = \gamma(ct - \beta r)$$

$$r' = r + \frac{(\beta \cdot r)\beta(\gamma - 1)}{\beta^2} - \beta\gamma ct$$

Posmatrajmo npr. tri inercijalna sistema, S_1 , S_2 i S_3 u kojima su sve tri x – ose poravnate. Neka se sistem S_2 kreće brzinom v u pravcu x – ose u odnosu na sistem S_1 , a sistem S_3 kreće brzinom v' takođe u pravcu x' – ose u odnosu na sistem S_2 . Lorencova transformacija iz istema S_1 u sistem S_3 data je kao kompozicija matrica, tj. L_1 i L_2 boostova. Ova kompozicija je opet Lorencova transformacija, ali kompozicija dva busta u opštem slučaju nije bust, već uključuje i rotaciju koordinatnih osa.²⁰ Ako su L_1 i L_2 čisti bustovi, a njihove brzine nisu paralelne, njihova kompozicija uključuje i rotaciju. Ova rotacija poznata je kao Tomasova rotacija (precesija).²¹

¹⁹ Lorentz boost

²⁰ $RL+b$ čine grupu svih izometrija prostora Minkovskog, gde su R – rotacija, L – boost, b – translacija

²¹ Za detaljnije izvođenje videti <http://www.scribd.com/doc/26818237/GOLDSTEIN-Classical-Mechanics>

OGRANIČENJA ONOGA ŠTO OPAŽAMO I ONOGA ŠTO SAZNAJEMO U RELATIVISTIČKOJ FIZICI

Kognitivne neuronauke²² tretiraju vreme i prostor kao mentalne reprezentacije naših senzornih ulaza. Prema ovom viđenju, naša percepcijska stvarnost je samo udaljeno i adekvatno mapiranje fizičkih procesa koje izazivaju senzorni ulazi. Zvuk je mapiranje auditivnih ulaza, a prostor je reprezentacija vizuelnih ulaza. U onome što mi opažamo postoje ograničenja. Ta ograničenja će uticati na našu saznavnu reprezentaciju. A ta reprezentacija je naša stvarnost. Jedno od fizičkih ograničenja naše vizuelne senzacije jeste konačna brzina svetlosti koja se manifestuje kao osobina našeg prostora i vremena. Najbrža „stvar“ koju ljudske oči mogu videti jeste svetlost. Sagledaćemo sada posledice ograničene brzine naše percepcije, tj. brzine svetlosti, i naglašavamo da su one neverovatno slične transformacijama koordinata u specijalnoj relativnosti. S obzirom na ovu opservaciju i pretpostavku da je prostor samo kognitivni model kreiran svetlosnim stimulusima, istražujemo posledice tretiranja STR kao formalizma za opisivanje percepcijskih efekata zbog ograničene brzine svetlosti. Koristeći ovaj okvir pokazujemo da možemo ujediniti i objasniti širok spektar naizgled nepovezanih astrofizičkih i kosmoloških fenomena. Kada identifikujemo ograničenja u našoj percepciji i kognitivnoj reprezentaciji, možemo razumeti posledična ograničenja prostora i vremena, koja će voditi novom razumevanju astrofizike i kosmologije.

Naša stvarnost je mentalna slika koju kreiraju naši mozgovi na osnovu informacija koje dobijamo preko čula. Ljudi vjeruju da njihove misli, tj. slike koje imaju u glavi, tj. mentalne reprezentacije potpuno odgovaraju stvarima. Ono što mi vidimo, čujemo ili mirišemo, razlikuje se od onoga što je izazvalo to viđenje, zvuk ili miris. Razlika između kognitivne reprezentacije i njenih uzroka nije odmah očigledna kada razmatramo naše primarno čulo viđenja. Ali možemo proceniti razliku tako što ćemo „pogledati“ olfaktorno i auditivno čulo jer možemo koristiti naše kognitivne modele zasnovane na viđenju da bismo razumeli kako rade „niža“ čula. Mirisi za koje možemo smatrati da su osobina vazduha koji udišemo su u stvari mentalne reprezentacije hemijskih znakova koje naš

²² Nauke koje se bave osnovama saznanja u mozgu

nos oseća. Slično tome, zvuk nije suštinsko svojstvo vibrirajućeg tela, već mehanizam kojim naš mozak reprezentuje pritisak talasa u vazduhu koji osećaju naše uši. Iako se fizički uzroci mogu identifikovati kada se radi o olfaktornim i auditivnim lancima, oni se ne mogu lako raspoznati za vizuelne procese.

Prostor je percepcijsko iskustvo kao i zvuk. Poređenja između auditivnog i vizuelnog modela mogu biti korisna u razumevanju ograničenja i njihovih reprezentacija u mozgu. Jedno ograničenje predstavlja ulazne granice senzornog organa. Na primer, uši su osetljive na frekvenciju između 20Hz i 20 kHz, a oči su ograničene na vidljivi deo spektra. Drugo ograničenje koje može postojati je neadekvatna reprezentacija ulaza. Brzina čulnog modaliteta takođe ima određene efekte, kao što je vremenski jaz između opažanja određenih događaja ili registrovanja odgovarajućeg zvuka. Za vizuelnu percepciju, posledica ograničene brzine svetlosti se naziva *Light Travel Time (LTT) efekat*.²³ LTT nudi jednu moguću interpretaciju opservabilnog superluminalnog kretanja određenih nebeskih tela: npr. kada se objekat približava posmatraču pod oštrim uglom, zbog LTT može se činiti da se kreće znatno brže nego što se stvarno kreće.

Druge posledice LTT efekta u našoj percepciji su neverovatno slične transformaciji koordinata u STR. Ove posledice uključuju očiglednu kontrakciju dužine objekta u pravcu njegovog kretanja ako se objekat udaljava, kao i efekat dilatacije vremena. Štaviše, objekat koji se udaljava nikad ne može izgledati kao da se kreće brže od brzine svetlosti, čak iako je njegova prava brzina superluminalna²⁴. Iako je STR ne zabranjuje eksplicitno, superluminalnost je shvaćena kao da vodi do vremenskog putovanja i, posledično, do kršenja principa kauzalnosti. Očigledno kršenje kauzalnosti jedna je od posledica LTT kada se superluminarni objekat približava posmatraču. Svi ovi LTT efekti su neverovatno slični efektima predviđenim SRT i trenutno su uzeti kao potvrda da se prostor i vreme pokoravaju SRT.

Jednom kada prihvatimo da je stvarnost kako je vide neuronauke mentalna reprezentacija naših senzornih ulaza, moći ćemo da razumemo zašto brzina svetlosti igra tako značajnu ulogu u našim fizičkim teorijama. Fizičke teorije su opisi stvarnosti.

²³ Dalje u tekstu LTT efekat

²⁴ Brzina veća od brzine svetlosti

Stvarnost je kreirana tako što smo „čitali“ ono što nam naša čula govore, naročito oči. Ona rade brzinom svetlosti. Univerzum onako kako ga vidimo je samo kognitivni model kreiran fotonima koji padaju na našu mrežnjaču ili na foto-senzore Hubble-ovog teleskopa. Zbog ograničenih brzina nosača ovih informacija (odnosno fotona) naša percepcija je iskrivljena na takav način koji nam odaje utisak da se prostor i vreme pokoravaju STR. Oni to čine, ali prostor i vreme nisu apsolutna stvarnost. „Prostor i vreme su modeli pomoću kojih razmišljamo, a ne uslovi u kojima živimo“, kao što je sam Ajnštajn rekao. Tretirajući našu percipiranu stvarnost kao mentalnu reprezentaciju naših vizuelnih ulaza, videćemo da čudni efekti koordinatnih transformacija STR mogu biti shvaćeni kao manifestacije ograničene brzine naših čula u našem prostoru i vremenu.

Sličnosti između LTT efekta i SRT

Transformacija koordinatna izvedena u Ajnštajnovom radu je, delom, manifestacija LTT efekta i posledica nametanja konstantne brzine svetlosti svim inercijalnim sistemima. Međutim, u trenutnoj interpretaciji LTT-a, koordinatna transformacija se smatra osnovnim svojstvom prostora i vremena. Jedna poteškoća koja proizilazi iz ovakve formulacije jeste da definicija relativne brzine između dva inicijalna sistema postaje dvosmislena. Ako bi to bila brzina pokretnog referentnog sistema koju meri posmatrač, onda bi opservabilna superluminalna brzina bila narušavanje STR. Ako je to brzina koju treba dedukovati razmatrajući LTT efekat, onda moramo pridodati i *ad-hoc* pretpostavku da je superluminalnost zabranjena. Ove poteškoće sugerišu da bi bilo bolje razdvojiti LTT efekat od ostatka STR.

U ovoj sekciji posmatraćemo prostor i vreme kao kognitivne modele koje je kreirao mozak i ilustrovati da STR odgovara kognitivnom modelu. Apsolutna stvarnost ne mora se povinuje restrikcijama SRT. Konkretno, objekti nisu ograničeni na subluminalne brzine²⁵, čak iako nam se u našoj percepciji prostora i vremena može činiti da su oni ograničeni na subluminalne brzine. Ako razdvojimo LTT efekat od ostatka STR-a, možemo razumeti mnogo fenomena.

²⁵ Brzine manje od brzine svetlosti

STR zahteva linearnu koordinatnu transformaciju između koordinatnih sistema koji se kreću jedan u odnosu na drugi. Možemo tragati za poreklom linearnosti u skrivenoj pretpostavci o prirodi prostora i vremena koje su postavljene u STR, kao što je to rekao Ajnštajn: „Na prvom mestu jasno je da jednačina mora biti linearna zbog svojstava homogenosti koja pripisujemo prostoru i vremenu.“ Zbog ove pretpostavke o linearnosti, originalno izvođenje transformacije jednačina ignoriše asimetričnost između objekata koji se približavaju i udaljavaju i koncentriše se na ove druge. I približavajući i udaljavajući objekat mogu se opisati kao dva koordinatna sistema koja se uvek udaljavaju jedan od drugog. Za razliku od STR, razmatranja zasnovana na LTT efektu rezultiraju suštinski različitim setom transformacija za objekte koji se približavaju posmatraču od onih koji se od njega udaljavaju. Generalno, transformacije zavise od ugla između brzine objekta i posmatračeve linije gledanja. S obzirom na to da jednačine transformacije koje su zasnovane na LTT efektu asimetrično tretiraju približavanje i udaljavanje objekata, videćemo da one daju prirodno rešenje, na primer, za paradoks blizanaca.

Percepcija brzine

Videćemo kako se percepcija brzine oblikuje prema LTT efektu. Kao što je napomenuto ranije, jednačine transformacije STR razmatraju samo objekte koji se udaljavaju od posmatrača. Iz tog razloga, prvo razmatramo objekte koji se udaljavaju od posmatrača brzinom $\beta = v/c$, gde je c brzina svetlosti. Prividna brzina ²⁶ objekta β_0 zavisi od stvarne brzine β :

$$\beta_0 = \beta / (1 + \beta) , \quad \lim_{\beta \rightarrow \infty} \beta_0 = 1$$

Tako, zbog LTT efekta, beskonačna stvarna brzina postaje mapirana na prividnu brzinu $\beta_0 = 1$. Drugim rečima, ne može se primetiti da se neki objekat kreće brže od brzine svetlosti, što je u potpunosti u skladu sa STR. Fizički, ovo ograničenje brzine doprinosi mapiranju c do ∞ , što je najočiglednije u njegovim posledicama. Na primer, potrebna je neograničena količina energije da bi se ubrzao jedan objekat do brzine $\beta_0 = 1$. Zahtev

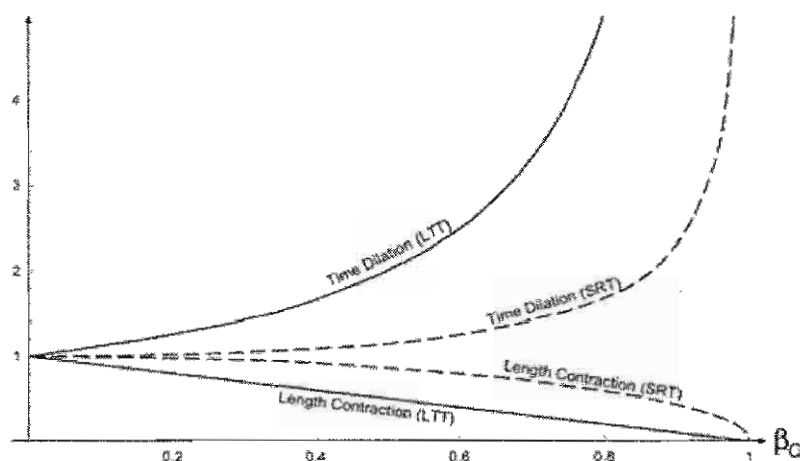
²⁶ Brzina koju vidi posmatrač iz referentnog sistema

za neograničenom energijom može se videti i kroz to kako se relativistička masa menja sa brzinom, dostižući ∞ za $\beta_{0o} = 1$. Tako, za objekte koji se udaljavaju od posmatrača, efekti LTT su skoro identični posledicama STR, kada se govori o percepciji brzine.

Dilatacija vremena

LTT efekat utiče na način na koji se percipira vreme objekata koji se kreću. Zamislite objekat koji se udaljava od posmatrača konstantnom brzinom. Kako odmiče, fotonima koje emituje objekat treba sve više i više da dođu do posmatrača jer su emitovani sa sve veće i veće udaljenosti. Ovaj protok vremena ostavlja posmatraču iluziju da vreme teče sporije za objekte koji se kreću. Može se pokazati²⁷ da je za objekat koji se udaljava od posmatrača, opservabilni vremenski interval Δt_o povezan sa stvarnim vremenskim intervalom Δt na sledeći način:

$$\Delta t_o / \Delta t = 1 / (1 - \beta_{0o})$$



Poređenje između LTT efekta i predviđanja SRT. Na x osi je očigledna brzina, a na y osi relativna dilatacija vremena i kontrakcija dužine

²⁷ Izvođenje dato na stranama 43 - 44.

Vidimo da dilatacija zbog LTT ima veću magnitudu nego ona predviđena u STR. Međutim, variranje je slično, obe dilatacije vremena teže ∞ kada opservabilna brzina teži c .

Kontrakcija dužine

Dužina objekta koji se kreće takođe se čini drugačijom zbog LTT efekta. Može se pokazati²⁸ da je opservabilna dužina d_0 povezana sa stvarnom dužinom d na sledeći način

$$d_0/d = 1 - \beta_0$$

za objekte koji se udaljavaju od posmatrača opservabilnom brzinom β_0 . Jednačina je takođe prikazana na slici iznad. Vidimo i da su LTT efekti "jači" od onih predviđenih u STR.

Slika ilustruje da se o obe dilatacije vremena i o Lorencovoj kontrakciji može razmišljati kao o LTT efektima. Dok su stvarne magnitude LTT efekta veće nego što to STR predviđa, njihova kvalitativna zavisnost od brzine je skoro identična. Ova sličnost nije iznenađujuća jer je transformacija koordinatna u STR je delimično zasnovana na LTT efektima.

LTT efekti za objekte koji se približavaju posmatraču

Važna karakteristika LTT efekata jeste da su asimetrični u svojoj zavisnosti od brzine; β i β_0 pojavljuju se sa različitim stepenima. Generalno, uvodi se ugao θ između brzine objekta i posmatračeve linije gledanja. U STR, sa druge strane, β se skoro uvek pojavljuje kao β^2 . STR tretira efekat kretanja kao linearnu koordinatnu transformaciju, zanemarujući ugao. Tako, u STR, efekat je isti bez obzira da li se objekat približava ili udaljava od posmatrača. Asimetrija u LTT efektu, sa druge strane, pruža ubedljiva objašnjenja očiglednim paradoksima: paradoksu blizanaca, opservabilno

²⁸ Izvođenje dato na stranama 44 - 45.

superluminarno kretanje, narušavanje kauzalnosti zbog superluminarnog kretanja, itd. U isto vreme, asimetrija otežava potpuno izmirenje LTT efekta i STR-a.

Kontrakcija vremena i ekspanzija dužine

Asimetrične posledice LTT efekta uključuju očiglednu kontrakciju vremena i ekspanziju dužine. Kada se objekat približava posmatraču, vreme u sistemu objekta za posmatrača izgleda kao da ubrzano teče. Ovaj efekat je lako razumeti, jer kako se objekat približava posmatraču, fotoni se emituju sa sve kraće i kraće distance i potrebno je manje i manje vremena da stignu do posmatrača stvarajući tako iluziju o ubrzanom protoku vremena. Iz istog razloga, objekti koji se kreću izgledaju izduženi duž pravca kretanja jer lete u pravcu posmatrača.²⁹ Ako je Δt_0 vreme koje meri posmatrač, a Δt stvarno vreme, onda:

$$\Delta t_0 / \Delta t = 1 / (1 + \beta_0)$$

Slično tome, objekat čija je prava dužina d se pojavljuje u izduženom obliku d_0 :

$$d_0 / d = 1 + \beta_0$$

Obratite pažnju da su STR izrazi za dilataciju vremena i kontrakciju dužine geometrijsko shvatanje LTT efekta za udaljavajuće i približavajuće koordinatne sisteme. U našim proračunima zasnovanim na LTT, razmatrali smo samo jednosmerno kretanje svetlosti (smer od objekta ka posmatraču).

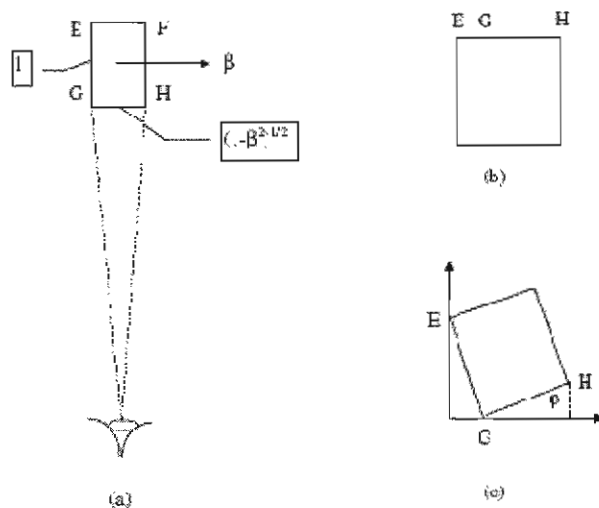
Razmotrimo par primera:

1° Posmatrajmo kocku koja prolazi pored nas brzinom bliskom brzini svetlosti. Naravno, njena dužina se smanjuje i ovo može da se izmeri na primer postavljanjem niza časovnika koji miruju i koji su sinhronizovani i koji svi očitavaju isto vreme u trenutku

²⁹ Na stranama 43 - 45. možete videti matematičke detalje o tome kako LTT efekti rezultiraju očiglednom kontrakcijom vremena i ekspanzijom dužine.

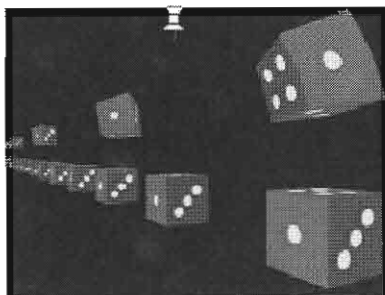
kada teme kocke prođe pored njih. Na ovaj način, nedostaci u putovanju svetlosti od jednog do drugog temena kocke su otklonjeni.

Međutim, naš vizuelni aparat ne funkcioniše tako. Naše oči su usmerene u svakom trenutku na jedno mesto i registruju samo svetlost koja dolazi u isto vreme. Stoga, ono što mi vidimo može znatno da se razlikuje od onoga što pokazuju časovnici.



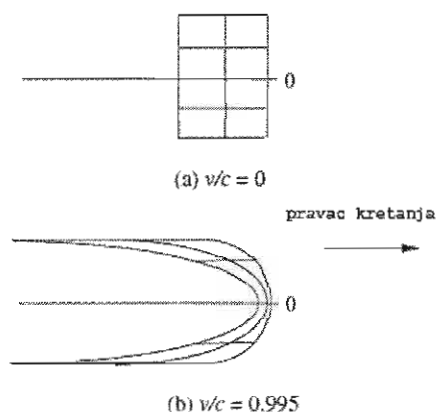
(a) kocka prolazi pored posmatrača viđena iz laboratorijskog sistema; (b) kako je posmatrač vidi; (c) kako posmatrač opisuje ono što vidi

Kada se kocka približava posmatraču, fotoni sa najbližih temena dolaze istovremeno, i posmatrač vidi kontrakciju dužine donje ivice. Međutim, može se desiti da svetlosni zrak koji dolazi sa jednog od zadnjih temena (teme E na slici) može stići do oka u isto vreme. Posmatrač tada vidi u isto vreme i zadnji deo kocke, tj. njemu se čini da kocka rotira.



2° Ima i komplikovanijih primera. Štap koji se približava svojim vrhom ka posmatraču činiće se dužim, uprkos Lorencovoj kontrakciji koju predviđaju merenja, jer svetlosti koja putuje sa kraja štapa treba vremena da "sustigne" svetlost emitovanu sa početka štapa.

3° Evo kako bi na primer izgledala ravna mreža koja bi prolazila pored posmatrača relativističkom brzinom:



Paradoks blizanaca

Paradoks blizanaca koristi se simetrijom u koordinatnim transformacijama. Kao što znamo, u ovom paradoksu jedan blizanac putuje daleko do neke druge planete, dostižući brzine bliske brzini c . Drugi blizanac ostaje na Zemlji. Kada se blizanac koji je putovao vrati (ponovo ubrzavajući skoro do c na putu nazad) biće znatno mlađi nego blizanac koji je ostao na Zemlji zbog dilatacije vremena. Ali u referentnom okviru onog blizanca koji putuje drugi blizanac (onaj koji je ostao na Zemlji) se u stvari kreće brzinom približnom c . Tako, dilataciju vremena treba primeniti na onoga koji ostaje. Ovaj paradoks se obično objašnjava time da blizanac koji putuje oseća ogromna usporenja i ubrzanja a njegov referentni sistem nije inercijalni.

U LTT dilatacija vremena je asimetrična. Dilatacija vremena koju primećujemo u jednom smeru (dok se blizanac udaljava), kompenzovana je potpuno istom količinom kontrakcije vremena u suprotnom smeru (dok se blizanac vraća). Tako, svakom od ovih

blizanaca onaj drugi blizanac izgleda kao onaj koji uživa prednosti vremenske dilatacije i stari sporije. Ali ova dilatacija se dešava tokom putovanja jedino kada blizanci idu jedan od drugog. Na njegovom putu nazad, blizanac koji putuje će videti drugog blizanca kako stari znatno brže. U isto vreme, blizancu koji je ostao na Zemlji će se činiti da blizanac koji se vraća nazad stari znatno brže. Kada se opet sastanu, neće biti nikakve razlike u godinama.

Superluminalnost i kauzalnost

Iako se smatra da superluminalnost vodi do mogućnosti putovanja kroz vreme i narušavanja kauzalnosti, STR ne govori eksplicitno o tome. Ajnštajn je rekao da „naša razmatranja postaju beznačajna“ za superluminalne brzine. U svakom slučaju, videli smo da za objekat koji se udaljava, njegova brzina koju mi merimo nikada ne može biti superluminalna. STR razmatra samo referentne sisteme koji se udaljavaju. U našem izvođenju LTT efekta na kontrakciju dužine i dilataciju vremena ne postavljamo uslov da je $\beta < 1$.

Koristeći jednačinu za dilataciju vremena $\Delta t_0 / \Delta t = 1 - \beta \cos \theta$, gde je θ ugao između brzine objekta i pravca pod kojim gledamo objekat, za objekat koji nam se približava direktno, $\theta = 0$.

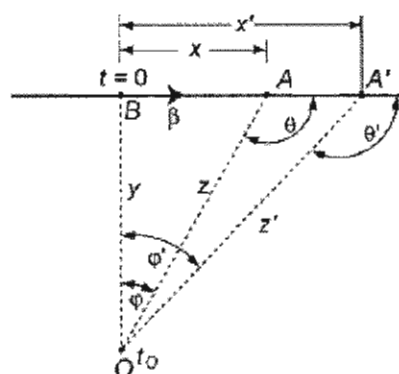
$$\Delta t_0 / \Delta t = 1 - \beta$$

Tako, ako se objekat kreće prema posmatraču brzinom manjom od brzine svetlosti ($0 < \beta < 1$), vremenski intervali se čine kraćim i kraćim. Kada brzina približavanja prevaziđe c , vreme očigledno teče unazad. Ovo je zbog toga što foton koji je emitovan sa određene tačke duž putanje dostigne posmatrača *pre* fotona koji je emitovan ranije i sa veće udaljenosti. Red kojim fotoni koje emituje objekat stižu do posmatrača je preokrenut. Ovaj zaokret toka vremena će dovesti do kršenja kauzalnosti. Kršenje kauzalnosti je samo LTT efekat (poput video snimka koji ide unazad), a ne fundamentalno svojstvo prostora i vremena (kao što se trenutno veruje). Obratimo pažnju, međutim, da astrofizičko kršenje uzročnosti ne mora biti očigledno. Na primer,

zamislite kataklizmičnu eksploziju zvezde i vatru koja sledi. Ovaj scenario igran unazad bio bi zgrušavanje vatre i nastanak zvezde. Mogli bismo ga posmatrati kao gomilanje materije oko nevidljivog masivnog objekta ili kao rođenje zvezde, umesto kao događaj koji prikazuje kršenje uzročnosti.

Percepcija brzine

U ovom delu pokazujemo kako je opažanje brzine iskrivljeno zbog LTT efekta. Pokazaćemo da je brzina kada se objekat od nas udaljava, u našoj percepciji ograničena do brzine svetlosti.



Na slici vidimo je posmatrač u tački O. Objekat prolazi pored posmatrača velikom brzinom $v = \beta c$ duž horizontalne linije BAA' . Ne umanjujući opštost, možemo pretpostaviti da je u trenutku $t = 0$ objekat u B. U trenutku t on je u tački A. Foton emitovan u trenutku $t = 0$ stiže do posmatrača u trenutku $t = t_0$ a foton emitovan iz tačke A' (u trenutku $t = t'$) dolazi do posmatrača u trenutku $t = t'_0$. Ugao između brzine objekta u tački A i pravca pod kojim posmatrač gleda je θ . Prema Pitagorinoj teoremi, imamo:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$x'^2 + y^2 = z'^2$$

odakle sledi

$$-\frac{x+x'}{z+z'} = \frac{z-z'}{x-x'}$$

Ako pretpostavimo da se x i z (u vremenu t) odnose slično kao x' i z' (u vremenu t'), možemo pisati

$$-\cos \theta = \sin \varphi = \frac{x}{z} \approx \frac{x + x'}{z + z'} = \frac{z' - z}{x' - x}$$

Definišemo stvarnu brzinu objekta kao

$$v = \beta c = (x' - x) / (t' - t)$$

Međutim, brzina koju posmatrač detektuje zavisiće od toga kada on vidi objekat u tačkama A i A' , pa on meri:

$$v' = \beta_0 c = (x' - x) / (t'_0 - t_0)$$

Imamo i

$$t_0 = t + z / c, \quad t'_0 = t' + z' / c$$

$$\Rightarrow t'_0 - t_0 = t' - t + (z' - z) / c$$

Stoga

$$\beta / \beta_0 = (t'_0 - t_0) / (t' - t)$$

$$\beta / \beta_0 = 1 + (z' - z) / c(t' - t)$$

$$\beta / \beta_0 = 1 - \cos \theta (x - x') / c(t' - t)$$

$$\beta / \beta_0 = 1 - \beta \cos \theta$$

Što daje

$$\beta_0 = \beta / (1 - \beta \cos \theta)$$

$$\beta = \beta_0 / (1 + \beta_0 \cos \theta)$$

i

$$\beta_0 / \beta = 1 / (1 - \beta \cos \theta)$$

$$\beta_0 / \beta = 1 + \beta_0 \cos \theta$$

$$\beta_0 / \beta = \sqrt{(1 + \beta_0 \cos \theta) / (1 - \beta \cos \theta)}$$

LTT efekat modulira način na koji mi percipiramo vreme na objektu koji se kreće. Pokazali smo da vreme na objektu koji se udaljava, mi percipiramo kao dilataciju, u skladu sa STR.

Vidimo da za $\theta = \pi$, tj. za objekat koji se od posmatrača udaljava, imamo:

$$\beta_0 = \beta / (1 + \beta)$$

$$\lim_{\beta \rightarrow \pm\infty} \beta_0 = 1$$

Stoga, posmatrač nikada ne može da izmeri da se objekat koji se udaljava kreće brzinom većom od brzine svetlosti.

Dilatacija vremena

Sa slike vidimo i da je vreme potrebno objektu da stigne od tačke A do tačke A' dato sa

$$\Delta t = t' - t$$

A posmatrač ovo vreme meri kao

$$\Delta t_0 = t'_0 - t_0$$

Koristeći formule za stvarnu brzinu objekta i onu kako je meri posmatrač, imamo:

$$\Delta t_0 / \Delta t = \beta / \beta_0$$

$$\Delta t_0 / \Delta t = 1 - \beta \cos \theta$$

$$\Delta t_0 / \Delta t = 1 / (1 + \beta_0 \cos \theta)$$

Za objekte koji se udaljavaju od posmatrača, tj. kad je $\theta = \pi$, jednačina postaje:

$$\Delta t_0 / \Delta t = 1 / (1 - \beta_0)$$

A za objekte koji se približavaju posmatraču, tj. za $\theta = 0$, imamo:

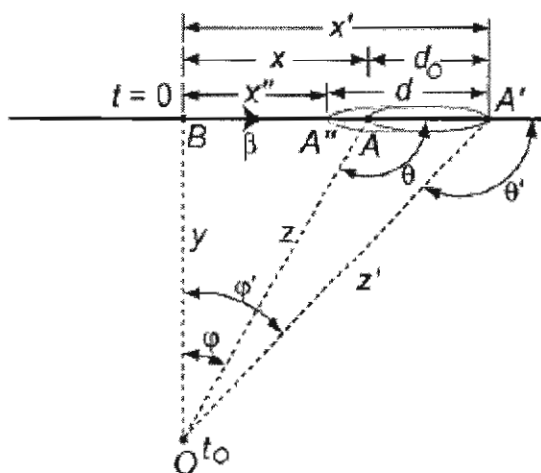
$$\Delta t_0 / \Delta t = 1 / (1 + \beta_0)$$

odakle vidimo da LTT daje kontrakciju vremena, a ne dilataciju kao u STR.

Kontrakcija dužine

Ovde ćemo pokazati šta daje LTT za dužinu objekta koji se kreće, merenu od strane posmatrača. U suštini, objekat koji se udaljava prikazuje se kraćim, isto kao što predviđa STR, ali objekat koji se približava deluje duži nego što jeste, posmatraču.

Na slici imamo štap stvarne dužine d (dužina merena u sistemu koji miruje, sopstvena dužina). Dužina koju opaža posmatrač biće udaljenost između početka i kraja štapa sa kojih fotoni stižu istovremeno. Na slici, ta dužina je označena kao d_0 . Foton emitovan sa početka štapa u x' dolazi do tačke O u trenutku t_0 . U isto vreme, foton emitovan s kraja štapa kada je on u poziciji x stiže do posmatrača u tački O. Međutim, kada je početak štapa u x' , kraj štapa je u $x'' = x' - d$, zbog kretanja.



Neka je brzina štapa v i vreme počinjemo da merimo od trenutka kada štap prođe tačku B. Možemo da pišemo:

$$t_0 = x/v + z/c$$

$$t_0 = x''/v + z'/c$$

$$t_0 = (x' - d)/v + z' / c$$

Koristeći da je $d_0 = x' - x$, možemo da zapišemo kao

$$(z' - z)/c = (x - x' + d) / v$$

$$(z' - z)/c = (d - d_0) / v$$

Aproksimacija za $\cos \theta$ dobijena ranije još uvek važi, pa imamo da je

$$-\cos \theta = (z' - z)/d_0$$

$$-d_0 \cos \theta = (d - d_0) / \beta$$

ili

$$d_0/d = 1 / (1 - \beta \cos \theta)$$

$$d_0/d = 1 + \beta_0 \cos \theta$$

$$d_0/d = \beta_0 / \beta$$

Za objekat koji se udaljava od posmatrača, tj. za koji je $\theta = \pi$, jednačina postaje

$$d_0/d = 1 - \beta_0$$

Za objekat koji se približava posmatraču, tj. za koji je $\theta = 0$, jednačina postaje

$$d_0/d = 1 + \beta_0$$

što znači da posmatraču izgleda kao da se dužina objekta povećava kada mu se objekat približava.

ZAKLJUČAK

Krenuli smo sa uvidom u kognitivne neuronauke o prirodi stvarnosti. Stvarnost je pogodna reprezentacija koju naši umovi stvaraju iz naših čula. Ova reprezentacija, iako pogodna, je jedno neverovatno daleko iskustveno odslikavanje trenutnih fizičkih procesa koji obezbeđuju informacije našim čulima. Štaviše, ograničenja u doživljaju i percepciji vode do merljivih i predvidljivih manifestacija realnosti koju percipiramo. Jedno tako fundamentalno ograničenje našeg opažanja jeste brzina svetlosti i odgovarajuće manifestacije toga, LTT efekti. Zbog toga što su prostor i vreme delovi stvarnosti kreirane od svetlosnih ulaza do naših očiju, neke od njihovih osobina su manifestacije LTT efekata, naročito efekata na našu percepciju kretanja. Apsolutna, fizička stvarnost ne pokorava se svojstvima pripisanim prostoru i vremenu onako kako ih opažamo. Pokazali smo da su LTT efekti kvalitativno isti onim u STR, naglašavajući da STR jedino razmatra referentne sisteme objekata koji se udaljavaju jedni od drugih. Ova sličnost nije iznenađujuća zbog toga što je transformacija koordinata u STR delom zasnovana na LTT efektima, a delom na pretpostavci da se svetlost kreće istom brzinom u odnosu na sve referentne sisteme. Ali za razliku od STR, LTT efekti su asimetrični. Ova asimetrija obezbeđuje rešenje za paradoks blizanaca i interpretaciju pretpostavljenog kršenja uzročnosti zbog superluminalnosti. Štaviše, percepcija superluminalnosti je oblikovana LTT efektima. LTT efekte treba razmatrati kao fundamentalna ograničenja našeg opažanja pre nego odgovarajuća objašnjenja pojedinačnih fenomena.

Neko može biti u iskušenju da kaže da se STR odnosi na „stvaran“ prostor i vreme, a ne na naše opažanje. Ovaj argument vodi pitanju šta je stvarno. Stvarnost nije ništa drugo do kognitivni model koji su kreirali naši umovi počevši od senzornih ulaza, od čega su najznačajniji vizuelni ulazi. Prostor sam po sebi je deo ovog kognitivnog modela. Svojstva prostora su mapirana ograničenjima naše percepcije. Mi nemamo pristup stvarnosti izvan naše percepcije. Izbor prihvatanja naše percepcije kao istinite slike stvarnosti i redefinisanja prostora i vremena kao što je opisano u STR, je zaista filozofski izbor. Alternativa koja je prezentovana ovde zasnovana je na viđenju moderne neuronauke da je realnost samo kognitivni model izgrađen nad čulnim informacijama. Prihvatanje ove alternative svodi nas na nagađanje prirode apsolutne stvarnosti i poređenje njenih predviđanja sa našom percepcijom. Ona može pojednostaviti i

objasniti neke teorije u fizici i objasniti neke zagonetne fenomene u našem Univerzumu. Međutim ova opcija je samo još jedno filozofsko stanovište prema nesaznatljivoj apsolutnoj stvarnosti.

LITERATURA:

- Special Relativity, Philip Harris, University of Sussex, internet
http://poincare.matf.bg.ac.rs/~zarkom/Book_Relativity_Special_Relativity_Philip_Harris_crop.pdf
- GALILEAN ELECTRODYNAMICS, Constraints of Perception and Cognition in Relativistic Physics, Manoj Thulasidas, Neural Signal Processing Lab, Institute for Infocomm Research, National University of Singapore, 2008.
- Motion Mountain – The adventure of physics, Vol.II, Christoph Schiller, 2010.
- Predavanja prof. Žarka Mijajlovića, Matematički fakultet, 2011.
- http://tesla.pmf.ni.ac.rs/f_odeljenje/ucenicki%20folder/ucenici2008/meh.pdf
- Classical Mechanics, Goldstein, Poole, Safko, 2002.
- Ajnštajn za početnike, Milošević Milan:
<http://static.astronomija.co.rs/teorije/relativnost/teorije/ajnstajn.htm>
- www.wikipedia.org.
- www.google.com