ВИДОЈЕ Ж. ВЕСЕЛИНОВИЋ
в. д. шефа дирекције Д. х. банке
хонор. наставник Економско-комерцијалне
високе школе

ТРГОВАЧКА РАЧУНИЦА

БЕОГРАД, 1940

Штампарија „ГЛОБУС" • Београд
Космајска ул. 28 • Телефон 22-7-94

Предговор

У овој књизи показао сам како се на најлакши начин врше поједине рачунске радње. Сваку формулу извео сам и доказао тако да ће свако ко има основна знања из Алгебре моћи лако схватити. Где је било потребно показао сам како се поједине рачунске радње могу радити на више начина. Поред математичких формула показао сам како се поједине рачунске радње практично изводе. У почетку књиге показао сам како се основне рачунске радње могу упростити и до резултата доћи много брже ако се ослободимо за рад непотребних навика стечених у претходном школовању. Ово је неопходно потребно за доброг рачунџију. У доцнијим излагањима показао сам како се најбрже долази до резултата употребом олакшица при рачунању.

Да би књига била што потпунија и да би што боље послужила оним који су упућени да се њом служе додао сам примере за вежбу уз поједине партије и на крају збирку комбинованих задатака. Ова збирка комбинованих задатака одлично ће послужити да се на њима понови целокупно градиво.

Сваку примедбу примам са захвалношћу и имаћу је у виду при каснијем издању.

Београд, марта 1940 год.

Писац

ТРГОВАЧКА РАЧУНИЦА

Увод

Трговачка рачуница је грана Примењене математике, која учи како се најбрже и са најмање умног напора решавају поједини рачунски задаци из области трговине и осталих привредних грана, а које имају везе са трговином. Примена Трговачке рачунице је велика, јер је она потребна не само трговцима, као што би се из наслова могло извести, него и свим осталим друштвеним сталежима: занатлијама, земљорадницима, сточарима, воћарима, баштованима, банкарима итд. Знање рачунице потребно је свакој особи, али је у првом реду потребно оним лицима која своју егзистенцију заснивају на исправном рачунању, као што су: трговци, банкари, банкарски чиновници, чиновници привредних предузећа, рентијери и финансијери. Рентијерима и финансијерима потребно је не само да знају рачунати приходе на уложена средства, него да помоћу рачуна проуче рентабилност нових пласмана. При просуђивању да ли ће се један посао обавити или не финансијер, а исто тако и трговац, нема много времена за размишљање; потребно је донети брзо одлуку. Разуме се да у овом случају треба брзо прорачунати да ли ће посао донети користи или не. Најмања грешка у рачунању може бити кобна за предузеће. Према томе из свега овога излази да се мора рачунати и брзо и тачно.

Да би се постигла што већа брзина у раду, а при том грешке свеле на минимум, потребно је при раду избегавати све што је сувишно. На тај начин неће се мозак замарати непотребним, рад ће бити обављен за краће време, а вероватноћа да ће се погрешити при раду тежиће нули. При том што се буде више вежбало постизаће се све већа брзина у рачунању. Сем тога код појединих рачунских радњи потребно је знати начин како ће се најбрже доћи до резултата. Колика је корист од знања олакшица код појединих рачунских радњи види се из следећих примера:

1). Ако треба да се израчуна зарада 25% на роби која је коштала 16400.— дин. онда ће се та зарада најбрже израчунати ако се цена коштања робе подели са 4: дакле зарада је:

$$16400 : 4 = 4100 \text{ дин.}$$

Без знања напред наведеног начина зарада би се израчунала на следећи начин:

$$\frac{16400 \cdot 25}{100} = 164 \cdot 25,$$

што када се измножи да је 4100 дин.

Очевидно је да је овај други начин дужи него први, јер у првоме се цена коштања дели само са 4, а другом множи са 25 и дели са 100, или, што је исто, дели са 100, па количник 164 множи са 25.

2). Ако треба наћи интерес 4% за 90 дана на 18450 дин., онда ће се тај интерес најбрже израчунати ако се капитал — овде 18450 — на који се рачуна интерес подели са 100; дакле интерес је 184,50 дин.

Када се не зна ова олакшица интерес се рачуна на следећи начин:

$$и = \frac{18450 \cdot 90 \cdot 4}{36000} = \frac{28450 \cdot 360}{36000} = \frac{18450}{100} = 184{,}50$$

Разлика је очигледна у корист првог начина.

3). Ако неки број треба помножити са $33^1/_3$, онда се то најбрже постиже када се тај број подели са 3 и количник помножи са 100, па према томе ако од неког броја треба наћи $33^1/_3$%, онда ће се то најбрже постићи ако се тај број подели са 3.

Пошто је, као што се види из наведених примера, знање олакшица при рачунању врло корисно то ћемо их проучити код сваке врсте рачуна посебно. При том проучавању поћићемо од основних рачунских радњи: сабирања, одузимања, множења и дељења, како целих тако и десетних (децималних) и обичних разломака.

Основне рачунске радње

Чл. 1. Олакшице при сабирању. Ако се бројеви, које треба сабрати, пишу у једном вертикалном стубу, онда при писању треба увек тако потписивати да све цифре, које имају исту месну вредност, дођу у исти вертикални стубац. Тако нпр. када се имају сабрати цели бројеви, онда треба све цифре које су по месној вредности јединице да буду потписане једна испод друге у једном потпуно вертикалном стубцу, исто тако десетице, стотине и тако даље. Код децималних разломака треба још да се напишу у једном вертикалном стубцу десети, у другом стоти итд.

При сабирању треба једном сабрати идући од доле на више, и при контроли да ли је добро сабрано од горе на ниже, или обратно, први пут од горе на ниже, а други пут од доле на више. При томе да би се што брже сабрало треба везивати

све оне цифре чији је збир 10 и њима додавати остале цифре без изговарања ових цифара већ само добивеног збира (разуме се не гласно), а ако има таквих цифара које се понављају, онда те цифре треба помножити и њима додавати остале цифре. Када се добро извежба онда се везују не само оне цифре које су једна до друге у стубцу него и оне које су растављене неком другом цифром, али се све ово постиже дугим и истрајним вежбањем.

Како се врши сабирање види се из следећих примера:

$$1)\quad \begin{array}{r} 1728 \\ 6342 \\ 5739 \\ 91393 \\ +\underline{54562} \\ 159764 \end{array}$$

Идући од доле на више изговарало би се: 5; 14; 24, јер су $2 + 8 = 10$, а дотле је збир 14. Четворка се запише на месту јединице, а два се даље сабира са десетицама. Пошто у другом ступцу 6 и 4 чине десет, то се одмах то сматра сабрано и дода му се 2, па се даље сабирају остале цифре, дакле 21 $(12 + 9)$; 24 $(21 + 3)$; 26 $(24 + 2)$. Сада се 6 запише, а 2 сабира са стотинама. Пошто 2 и 5 чине збир 7, а 3 и 7 јављају се по два пута то отуд одмах излази збир 27. Ово се могло добити на следећи начин: $5 + 2 = 7$, дакле $3 \cdot 7 = 21$, и $2 \cdot 3 = 6$; $21 + 6 = 27$. Овде се седам напише на месту стотина, а 2 се сабира са хиљадама. Пошто су 4 и 6 десет то се одмах на 12 додају остале цифре; дакле 13 $(12 + 1)$; 18 $(13 + 5)$; 19 $(18 + 1)$. Овде се 9 запише на месту хиљада, а 1 се сабира са десетицама хиљада

$$2)\quad \begin{array}{r} 4328 \\ 4356 \\ 4367 \\ 4384 \\ +\underline{5362} \\ 22797 \end{array}$$

Пошто су $2 + 8 = 10$ и $4 + 6 = 10$ то први стубац има збир 27. Пошто су у ступцу десетица $2 + 8 = 10$, а $2 \cdot 6 = 12$ то ове четири цифре чине 22. Додајући томе 2 из збира цифара јединица и 5 добија се 29. У ступцу стотина су $5 \cdot 3 = 15$ и када се дода 2 из збира десетица добија се 17. У ступцу хиљада су $4 \cdot 4 = 16$, што са 1 из збира стотина и 5 чини 22.

Разуме се да ово нису јединa правила. Треба се вежбати, па ће се у току рада наћи и друге олакшице за сабирање.

Када се сабира већи низ бројева, онда је добро испод стуба цифара потписивати овлаш ону цифру која даје при сабирању број јединица наредне више групе. Ово је добро ради контроле.

Све што је речено за сабирање целих бројева важи и за десетне разломке, али само стим додатком да се у збиру ставља десетна запета чим се саберу десетни делови и напишу у збиру; дакле пре него што се почну сабирати јединице.

Чл. 2. Олакшице при одузимању. Најбрже и најсигурније одузима се ако се израчунава колико треба додати уманитељу да се добије умањеник. Нпр.: ако од 4326 (умањеник) треба одузети 2942 (уманитељ), онда ће се остатак најбрже и најсигурније наћи ако се израчуна колико треба додати броју 2942 (уманитељу) да се добије 4326 (умањеник). Одузимање као и сабирање почиње се од најниже цифре по месној вредности (код целих од цифре јединица, а код децималних од најнижег децимала). При томе се поступа на следећи начин: Изговара се прво цифра уманитељева и иза те цифра која би требала да се сабере са цифром уманитељевом да би се добила цифра умањеникова. Овде 2 и 4 јесу 6.

Када је цифра уманитељева већа од цифре умањеникове, као што је у овом примеру случај код цифара десетица, онда се допуна врши до броја увећаног за 10; дакле овде 4 и 8 јесу 12 (10 + 2). У овом случају код одузимања наредних цифара цифра уманитељева повећава се за један (овде 9 + 1 = 10) и тражи допуна до цифре умањеникове као до броја који је добијен повећањем те цифре за 10 (овде до 13); дакле 10 и 3 јесу 13.

Цео рад изгледао би:

$$\begin{array}{r} 4326 \\ -\,2942 \\ \hline 1384 \end{array}$$

Изговарало би се (разуме се не на глас већ у себи): 2 и 4 јесу 6; 4 и 8 јесу 12; 10 (9 + 1) и 3 јесу 13; 3 (2 + 1) и 1 јесу 4.

У остатку се пишу оне цифре које се изговарају после „и", а „јесу" не изговара се, већ само 2 и 4 = 6, итд.

Када више бројева треба одузимати од једнога броја, онда се ови бројеви које треба одузимати сабирају и збир одузима одмах од броја који служи као умањеник Н. пр.

$$\begin{array}{r} 43286 \\ -\,3562 \\ -\,4392 \\ -\,6549 \\ -\,3921 \\ \hline 24862 \end{array}$$

Изговара се: 14 и 2 јесу 16; 3 (2 + 1; 1 од 16) — 16 — 22 и 6 јесу 28; 11 (9 и 2; 2 од 28) — 24 и 8 јесу 32; 6 (3 + 3; 3 од 32) — 16 — 19 и 4 јесу 23; 2 (од 23) и 2 јесу 4.

Код одузимања десетних разломака важи све што је речено за целе бројеве, а у погледу десетне запете оно што је речено код сабирања десетних разломака.

Чл. 3. Олакшице при множењу. При множењу треба увек имати у виду следеће:

1) Узимати увек за множитељ онај број (чинитељ) који има мање цифара различитих од нуле не водећи при том рачуна да ли је тај број испред или иза множеника. Нпр. када треба помножити 6428 са 324000 узеће се за множитељ 324000, јер он има три цифре различите од нуле, док број 6428 има четири. Добит је у томе што ако се за множеник узме 324000 има да се сабирају три броја, а ако се узме обрнуто, онда четири броја.

2) Када у множенику или множитељу или и у множенику и у множитељу има на крају нула, онда се множе бројеви одбивши те нуле, па се у производу допише онолико нула колико их има и у множенику и у множитељу. Нпр. 6400 · 3200 множи се као 64 са 32, а у добивеном производу допишу се четири нуле (две из множеника и две из множитеља).

3) Са 10, 100, 1000, 10000 итд. цео број множи се када му се допишу 1, 2, 3, 4, итд. нуле, а десетни разломак када се десетна запета помакне удесно за 1, 2, 3, 4, итд. места.

Нпр. $326 \cdot 10 = 3260$; $45{,}56 \cdot 10 = 455{,}6$
$732 \cdot 100 = 73200$; $7{,}3 \cdot 100 = 730$
$1326 \cdot 1000 = 1326000$; $14{,}5624 \cdot 1000 = 14562{,}4$
$186 \cdot 10000 = 1860000$; $5{,}324 \cdot 10000 = 53240$ итд.

4) Треба додавати наредном производу десетице добивене множењем претходног места или што је још боље изговарати одмах готове производе.

Нпр. $\begin{array}{l} \underline{32758 \cdot 7} \\ 229306 \end{array}$

Изговара се: $7 \cdot 8 = 5\underline{6}$
$7 \cdot 5 = 35$; $4\underline{0}$ $(35 + 5)$
$7 \cdot 7 = 49$; $5\underline{3}$ $(49 + 4)$
$7 \cdot 2 = 14$; $1\underline{9}$ $(14 + 5)$
$7 \cdot 3 = 21$; $\underline{22}$ $(21 + 1)$

Треба изговарати само: 56, 40, 19 и 22.

Цифре подвучене пишу се у резултату, а неподвучене додају следећем производу. Не треба при раду нарочито наглашавати која се пише, а која сабира са следећим производом, јер се то разуме, а наглашавање би само замарало и доводило до забуне.

5) Када је множитељ двоцифрен или вишецифрен број множи се или идући с десна у лево или с лева у десно. Само се при томе мора водити рачуна о томе да се код множења са наредном цифром множитељевом резултат потписује померен за једну цифру у лево, ако се при множењу иде с десна у лево, или у десно, ако се при множењу иде с лева у десно.

Нпр. $\begin{array}{r} \underline{52624 \cdot 326} \\ 315744 \\ 105248 \\ 157872 \\ \hline 17155424 \end{array}$ или $\begin{array}{l} \underline{52624 \cdot 326} \\ 157872 \\ 105248 \\ 315744 \\ \hline 17155424 \end{array}$

6) Када у множитељу има цифра један онда сам множеник треба сматрати као производ са том јединицом, јер се на тај начин уштеди писање једног реда.

Нпр.

а) $4562 \cdot 321$
9124
13686
1464402

б) $9728 \cdot 136$
29184
58368
1323008

в) $5428 \cdot 318$
16284
43424
1726104

г) $5428 \cdot 318$
43424
16284
1726104

7) Ако се множитељ може да растави на просте чинитеље, онда се производ добија када се множеник помножи прво једним чинитељем, па добивени производ другим и тако се ради свима чинитељима. Растављањем на чинитеље има смисла радити само у том случају ако је то лакше.

Нпр. $3426 \cdot 63$ $(63 = 9 \cdot 7)$ Прво помножити са 9, па добивени производ са 7; дакле:

$3426 \cdot 63$
30834 (са 9)
215838 (са 7)

или прво са 7 па са 9
$3426 \cdot 63$
23982 (са 7)
215838 (са 9)

Резултат је исти, а то и мора бити.

8) Када је производ извесних бројева са којима треба множити неки број подеснији за множење него када би се сваким појединачно множило, онда је боље ове међу собом измножити, па тек тада множити множеник тим производом.

Нпр. $6428 \cdot 16 \cdot 5 \cdot 6 = 6428 \cdot 480$
$7329 \cdot 8 \cdot 25 \cdot 9 = 7329 \cdot 1800$

9) Са 11 се множи на тај начин да се множенику с десне и с лебе стране замисле дописане по једна нула, па се онда идући с десна у лево сабирају по две цифре множитељеве (рачунајући овде и замишљене нуле) све дотле док се не саберу и последње две.

Нпр. а) $4328 \cdot 11$
47608

Рад је: $0 + 8 = 8$; $8 + 2 = 10$; $3(2 + 1) + 3 = 6$; $3 + 4 = 7$; $4 + 0 = 9$

б) $89756 \cdot 11$
987316

Рад је: $0 + 6 = 6$; $6 + 5 = 11$; $6 + 7 = 13$; $8 + 9 = 17$; $10 + 8 = 18$; $9 + 0 = 9$

10) Са 111 множи се када се замисле додате по две нуле испред и позади множеника па се сабирају, почев с десна у лево, по 3 цифре, све дотле док се не саберу и последње три цифре.

Нпр. $6484 \cdot 111$
719724

Рад је: $0 + 0 + 4 = 4$; $0 + 4 + 8 = 12$; $5(4 + 1) + 8 + 4 = 17$; $9(8 + 1) + 4 + 6 = 19$; $5(4 + 1) + 6 + 0 = 11$; $7(6 + 1) + 0 + 0 = 7$

Како ће се множити са 1111, 11111 итд.?

11) Са 25 множи се када се множеник помножи са 100 (целим се додају две нуле, а децималним разломцима помери запета два места у десно), па производ подели са 4.

Нпр.

а) $64824 \cdot 25 = \frac{6482400}{4} = 1620600.$—

Практично се замисле дописане две нуле и одмах изврши дељење; дакле:

б) $64824 \cdot 25 = 1620600$
$452{,}645 \cdot 25 = 11316{,}125$

Замишљена је запета после 4 и вршено дељење са 4.

12) Са 125 множи се када се множеник помножи са 1000 и производ подели са 8.

Нпр.

а) $18464 \cdot 125 = 18464000 : 8 = 2308000$

Практично се ради на следећи начин: Замисле се дописане три нуле па се тако добивени број подели са 8.

б) $4{,}864 \cdot 125 = 608$

Десетна запета помакнута у десно за три места и тако добивени производ подељен са 8.

Са 125 множи се и на следећи начин: Помножи се множеник са 100 и добивени производ подели са 4, па тако добивени производи саберу.

Нпр.

а) $18464 \cdot 125$
1846400
461600
2308000

Практично: $18464 \cdot 125$
461600
2308000

б) $\begin{array}{r} \underline{4{,}864 \cdot 125} \\ 486{,}4 \\ \underline{121{,}6} \\ 608{,}0 \end{array}$ Практично: $\begin{array}{r} 4{,}864 \cdot 125 \\ \underline{1\ 21{,}6} \\ 608{,}0 \end{array}$

13) Када множитељ има цифре такве да се једна у другој садржи тј. да је једна цифра дељива са другом, онда се множеник прво множи са мањом цифром, па добивени производ са количином између ове цифре којом би множеник требало множити.

Нпр.

а) $\begin{array}{r} \underline{4562 \cdot 39} \\ 13686 \\ \underline{41058} \\ 177918 \end{array}$ Прво је множено са 3 па производ 13686 опет са 3, јер се цифра 3 садржи у цифри 9 три пута.

б) $\begin{array}{r} \underline{7358 \cdot 248} \\ 14716 \\ 29432 \\ \underline{58864} \\ 1824784 \end{array}$ Прво је 7358 помножено са 2, па је добивени производ 14716 помножен са 2 и тако добивени производ 29432 множен са 2, јер се 2 садржи у 4, а исто тако 4 у 8 два пута.

14) Ако су множеник и множитељ исти број, а на месту јединица (или ако је разломак на најнижем месту по месној вредности тј. идући с десна у лево на првом месту) има 5, онда се производ добива када се број без ове петице помножи са бројем увећаним за 1 и том броју допише с десне стране 25.

Нпр. $45 \cdot 45 = 4(4+1) \cdot 100 + 25 = 2000 + 25 = 2025$
$75 \cdot 75 = 7(7+1) \cdot 100 + 25 = 5625$
$135 \cdot 135 = 13 \cdot 14 \cdot 100 + 25 = 18225$
$605 \cdot 605 = 60 \cdot 61 \cdot 100 + 25 = 366025$

15) Бројеви од 11 и 19 множе се међу собом када се са множеником сабере цифра јединица множитељева, па тај збир помножи са 10 и сабере са њим производ цифара на месту јединица у множенику и множитељу.

Нпр. $12 \cdot 13 = (12 + 3) \cdot 10 + 2 \cdot 3 = 150 + 6 = 156$
$14 \cdot 15 = (14 + 5) \cdot 10 + 4 \cdot 5 = 190 + 20 = 210$
$18 \cdot 19 = (18 + 9) \cdot 10 + 8 \cdot 9 = 270 + 72 = 342$

или $12 \cdot 13 = (13 + 2) \cdot 10 + 2 \cdot 3 = 150 + 6 = 156$
$14 \cdot 15 = (15 + 4) \cdot 10 + 4 \cdot 5 = 190 + 21 = 210$
$18 \cdot 19 = (19 + 8) \cdot 10 + 8 \cdot 9 = 270 + 72 = 342$

16) Са бројевима који се мало разликују од декадне јединице (100, 1000, 10000 , итд.) множи се ако се множеник пом-

ножи са допуном до декадне јединице и производ потпише испод множеника, померен у десно за онолико места колико декадна јединица, којој је множитељ близак, има нула, и од множеника одузме (замишља се да је множеник помножен са декадном јединицом блиском множитељу, али се нуле не пишу).

Нпр.

а) $\begin{array}{r} 4326 : 99\,(100 - 1) \\ \underline{4326} \\ 428274 \end{array}$ б) $\begin{array}{r} 6823 : 998\,(1000 - 2) \\ \underline{13646} \\ 6809354 \end{array}$ в) $\begin{array}{r} 7569 : 97\,(100 - 3) \\ \underline{22707} \\ 734193 \end{array}$

17) Када се у множитељу једна група цифара садржи у другој групи, онда се множеник прво помножи са оном групом која се садржи у другој, па добивени производ помножи са количником између ове две групе цифара. При томе треба водити рачуна колико ће се места померити у десно или у лево због сабирања овако добивених производа.

Нпр. а) $\begin{array}{r} \underline{7424 \cdot 427} \\ 51968 \\ \underline{311808} \\ 3170048 \end{array}$ (7 се садржи у 42 и то 6 пута. Зато се прво множи са 7, па добивени производ са 6 и нови производ помери у лево за једно место).

б) $\begin{array}{r} \underline{3527 \cdot 428} \\ 14108 \\ \underline{98756} \\ 1509556 \end{array}$ (4 се садржи у 28 седам пута. Зато се прво помножи са 4, па добивени производ са 7 и нови производ помера у десно за два места).

18) Двоцифрени бројеви множе се на следећи начин: За јединице се помноже јединице, за десетице збир производа јединица множеника и десетица множитеља и производа десетица множеника и јединица множитеља а овом се збиру додају десетице добивене множењем јединица. За стотине се помноже десетице множеника и множитеља и овом производу додају стотине добивене израчунавањем десетица.

Нпр. $\begin{array}{r} 78 \\ \underline{56} \\ 4368 \end{array}$ Јединице: $6 \cdot 8 = 4\underline{8}$
Десетице: $6 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + 4 = 42 + 40 + 4 = 8\underline{6}$
Стотине: $7 \cdot 5 + 8 = 35 + 8 = \underline{43}$

Подвучене цифре пишу се у резултату, а неподвучене додају се наредној групи.

19) Када је множитељ производ неког броја и 25, онда се множи или прво са 25, па добивени производ са бројем којим треба помножити 25 да се добије множитељ или обратно. Ово исто важи и за случај када је множитељ производ неког броја и 125.

Нпр. а)	7564 · 75	(75 = 3 · 25)
	189100	Помножено 7564 са 25
	567300	„ 189100 „ 3
Или:	7564 · 75	
	22692	Помножено 7564 са 3
	567300	„ 22692 са 25
б)	8642 · 625	(625 = 5 · 125)
	1080250	Помножено 8642 са 125
	5401250	„ 1080250 са 5
Или:	8642 · 625	
	43210	Помножено 8642 са 5
	5401250	„ 43210 са 125

20) Ако је множитељ део стотина или хиљада, онда се множење врши на тај начин да се множеник помножи том стотином, односно хиљадом, а добивени производ подели бројем који казује који је део множитељ те стотине односно хиљаде, са којом је множено.

Нпр. а)	8473 · 75	(75 = 300 : 4)
	2541900	Помножимо 8473 са 300
	635475	Подељено 2541900 са 4
б)	3452 · 175	(175 = 700 : 4)
	2416400	Помножено 3452 са 700
	604100	Подељено 2416400 са 4.

21) Некада је множитељ згодно раставити на сабирке којим се лако множи, у том случају треба множитељ раставити на те сабирке и њима измножити и добивене производе сабрати.

Нпр. а)	6429 · 175	(175 = 100 + 50 + 25)
	642900	Помножено са 100
	321450	„ „ 50 — полов. пред. броја
	160725	„ „ 25 — „ „ „
	1125075	
б)	7356 · 12,5	(12,5 = 10 + 2,5)
	73560	Помножено са 10
	18390	„ „ 2,5 (четвртина предњег производа)
	91950	Помножено са 12,5

22) Када је множитељ број који је мањи за један део декадне јединице (100, 1000 итд.), онда се помножи декадном јединицом и од тога одузме онај део овог производа који део фали множитељу до декадне јединице.

Нпр. а)	4964 · 75	(75 = 100 — 25)
	496400	Помножено са 100
—	124100	$^1/_4$ од претходног броја, јер је 25 = 100 : 4
	372300	
б)	673 · 875	(875 = 1000 — 125)
	673000	Помножено са 1000
	84125	$^1/_8$ од предњег броја, јер је 1000 : 8 = 125
	588875	

Чл. 4. Контрола множења помоћу деветичног остатка. Ради проверавања исправности резултата могло би се извршити дељење производа са множитељем, па ако се при томе добије за количник множеник, онда је множење добро, али то је заметан и тежак посао. Много је лакше још једном помножити или извршити пробу помоћу деветичног остатка.

Проба множења помоћу деветичног остатка обавља се на следећи начин. Саберу се цифре множеника, па се саберу цифре добивеног збира цифара и то се продужава све дотле док се не добије једноцифрени број. То се исто уради и са цифрама множитеља. Овако добивени једноцифрени бројеви помноже се и добивеног производа цифре сабирају све дотле док се не добије једноцифрен број. Ако је множење добро, онда овај једноцифрени број мора бити једнак једноцифреном броју добивеном сабирањем цифара производа.

Нпр. 6425 · 7521
12850
32125
44975
48322425

Збир цифара множеника је: 6 + 4 + 2 + 5 = 17; 1 + 7 = 8
Збир цифара множитеља је: 7 + 5 + 2 + 1 = 15; 1 + 5 = 6
Збир цифара производа је: 4 + 8 + 3 + 2 + 2 + 4 + 2 + 5 = 30; 3 + 0 = 3.

Производ једноцифрених бројева збира цифара множеники и множитеља је: 8 · 6 = 48; 4 + 8 = 12; 1 + 2 = 3.

Резултат је добар, јер је деветични остатак у производу 3, а код производа деветичних остатака у множенику и множитељу такође 3.

Много је бржа контрола ако се цифре чији је збир 9 не сабирају, а чим се добије збир двеју цифара двоцифрен број да се саберу цифре овако добивеног броја, па да се сабирање осталих цифара продужи.

На тај начин у множенику би одмах имали деветични остатак 8, а у множитељу 6. У производу, пошто је $3+2+2+2=9$, а $4+5=9$, треба сабрати још само 4 и 8, а то је 12; одакле опет излази деветични остатак 3.

Примедба. Када се приликом сабирања цифара добије крајњи збир 9 то значи да је деветични остатак нула. С друге стране то опет значи да је тај број дељив са 9 без остатка, јер деветични остатак нам показује колико цифара остају неподељени ако се тај број дели са 9.

Чл. 5. **Дељивост бројева.** За брзо рачунање важно је да се добро зна, поред таблице множења, и осталих олакшица још и дељивост бројева. Ево основних правила за дељивост бројевима са којима се најчешће срећемо.

1) Са 2 је дељив сваки број, који на најнижем месту има парну цифру (0, 2, 4, 6, 8); нпр. 3286; 42; 54; 64; 28; 120; 422; 12; 68.

2) Са 3 је дељив сваки број чији је збир цифара дељив са 3; нпр, 324; 42; 3; 621; 81; 96.

3) Са 4 је дељив број чије су две цифре, идући с десна у лево, узете као двоцифрен број дељиве са 4 без остатка нпр. 3264; 8348, јер су 64 и 48 дељиви са 4.

4) Са 5 је дељив онај број који идући с десна у лево на првом месту има за цифру 0 или 5; нпр. 7320; 62,5; 42,85; 6235

5) Са 6 је дељив онај број који је дељив са 2 и са 3 нпр. 4224; 7218; 6354.

6) Са 8 је дељив онај број чије су три крајње цифре идући с десна у лево, узете као троцифрен број дељиве са 8 нпр. 3648, јер је 648 дељиво са 8; 85328; 165424.

7) Са 9 је дељив онај број чији је збир цифара дељив са 9; нпр. 9144; 6327; 1006002; 27018.

8) Са десет је дељив онај број који има нулу за цифру јединицу; нпр. 320; 6400; 530; са 100 онај број који има нулу за цифру јединица и десетица; нпр. 6500; 8300; 1200; са 1000 онај број који за цифру стотина, десетица и јединица има нулу нпр. 14000; 63000. Према томе опште правило за дељивост неког броја са декадном јединицом вишег реда јесте да тај број идући с десна у лево, има толико нула колико и дотична декадна јединица (10 — једну; 100 — две; 1000 — три; 10000 — четири).

9) Са једанаест је дељив број ако му је разлика збира цифара на парним и непарним местима нула или је дељива са 11; нпр. 693, јер је $6+3-9=0$; 70719, јер је $7+7+9-(0+1)=23-1=22$, а $22:11=2$;

10) Са 25 је дељив онај број чије су две крајње цифре идући с десна у лево, узете као двоцифрен број дељиве са 25 н.пр. 325, 750, 8675; 400; 16000;

11) Са 125 је дељив онај број чије су три крајње цифре, идући с десна у лево, узете као троцифрен број, дељиве са 125; нпр. 73125; 16250; 7625; 41875; 92375.

Чл. 6 **Олакшице при дељењу.** 1) Када се дели једноцифреним бројем не треба писати остатак већ само количник.

2) Код деобе са двоцифреним и вишецифреним бројевима писати само остатак, а не и делимичне производе.

Нпр. $42564 : 12 = 3547$
65
56
84

3) Са 10, 100, 10000 и итд. дели се када се десетна запета помери у лево за онолико нула колико их има декадна јединица.

Нпр. $642 : 10 = 64,2$
$3250 : 100 = 32,5$
$163,42 : 1000 = 0,16342$

4) Када се делитељ може раставити на чинитеље, онда се дели прво једним, па онда добивени количник другим чинитељем.

Нпр. $6324 : 24$ $(24 = 6 \cdot 4)$
1054 Када се 6324 подели са 6
263,5 Када се 1054 подели са 4

5) Са 25 дели се када се дељеник помножи са 4, па производ подели са 100, а са 125 када се дељеник помножи са 8 а производ подели са 1000.

Нпр. $16480 : 25 = 659,20$
$83964 : 125 = 671,712$

6) Када делитељ има нуле на крају онда и дељеник и делитељ треба поделити са оном декадном јединицом, која има толико нула колико их има делитељ идући с десна у лево, али само једну до друге, дакле треба померити запету и у дељенику и делитељу за онолико места колико делитељ има нула, па делити тако добивене бројеве.

Нпр. $6328 : 300 = 63,28 : 3 = 21,09333\ldots$
$43286 : 35000 = 43,286 : 35 = 1,236$
82
128
236
26

7) Када је делитељ број нешто мало мањи од декадне јединице, онда се остатак добија ако се вишку преко целе декадне јединице из дељеника дода производ из цифре у количнику и допуне до декадне јединице.

Нпр. 64326 : 99 = 649, 75

492 . . . 43 + 6 · 1 = 43 + 6 = 49
966 . . . 92 + 4 · 1 = 92 + 4 = 96
740 . . 66 + 9 · 1 = 66 + 9 = 75
570 . . 50 + 7 · 1 = 57
75

48973 : 97 = 504, 87

473 . . 5 · 3 — 11 (500 — 489) = 15 — 11 = 4
850 . . 73 + 4 · 3 = 73 + 12 = 85
740 . . 50 + 8 · 3 = 50 + 24 = 74
61 . . 40 + 7 · 3 = 40 + 21 = 61

Чл. 7 Контрола дељења помоћу деветичних остатака. Контрола дељења помоћу деветичних остатака врши се на следећи начин: Нађу се деветични остатци дељеника, делитеља, количника и остатка. Потом се нађе производ деветичних остатака делитеља и количника и деветичном остатку овога производа дода деветични остатак остатка при дељењу. Овако добивени деветични остатак мора, ако је добро дељење, бити једнак деветичном остатку дељеника

Нпр. а) 52975 : 163 = 325

407
815

Деветични остатак дељеника	1
Деветични остатак делитеља	1
Деветични остатак количника	1
Деветични остатак остатка	0

Производ деветичних остатака делитеља и количника 1 · 1 = 1, па, је према томе, и деветични остетак 1. Када се овом дода деветични остатак остатка — овде 0 — добија се 1. Пошто је и деветични остатак дељеника 1, то је дељење добро.

б) 140536 : 328 = 428

933
2776
152

Деветични остатак дељеника	1
Деветични остатак делитеља	4
Деветични остатак количника	5
Деветични остатак остатка	8

Производ деветичних остатака делитеља и количника је 4 · 5 = 20, па је деветични остатак 2. Овај деветични остатак увећан са деветичним остатком остатка при дељењу чини 10 (2 + 8), а деветични остатак овог броја је 1; дакле исти као и код дељеника. Према томе дељење је добро.

Примери за вежбу. — Користећи олакшице извршити назначене рачунске радње:

1)	2)	3)
4256	132064	400339
3294	7397	1932
5426	8723	92388
17929	+ 15976	12983
+ 8973	?	+ 391
?		?

4)	5)	6)
4728	172000	326483
— 396	— 58964	— 12300
?	?	?

7) 72845 · 26 = ?,	8) 128765 · 125 = ?,
9) 7564 · 49 = ?,	10) 17932 · 99 = ?,
11) 412785 · 998 = ?,	12) 70485 · 9980 = ?,
13) 245786 · 11000 = ?,	14) 72904 · 217 = ?,
15) 56708 · 32100 = ?,	16) 279640 · 2500 = ?,
17) 47982 · 11100 = ?,	18) 98670 · 9700 = ?,
19) 42345 : 5 = ?,	20) 42786 : 24 = ?,
21) 828426 : 99 = ?,	22) 326400 : 25 = ?,
23) 726493 : 125 = ?,	24) 726418 : 1200 = ?,
25) 92486 : 1003 = ?,	26) 562328 : 102 = ?,
27) 982006 : 998 = ?,	28) 426834 : 375 = ?,
29) 326842 : 375 = ?,	30) 423864 : 75 = ?,
31) 3692864 · 75 = ?,	32) 92384 · 285 = ?,
33) 17 · 18 = ?,	34) 35 · 35 = ?,
35) 155 · 155 = ?,	36) 465 · 465 = ?,

Чл. 8. Претварање обичних разломака у десетне и периодичне. Обичан разломак претвара се у десетни деобом бројоца са имениоцем.

Нпр. а) $\frac{1}{2} = 1 : 2 = 0,5$

$\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0,25$

$\frac{1}{5} = 1 : 5 = 0,2$

$\frac{1}{25} = 1 : 25 = 0,04$

$$\frac{24}{25} = 24 : 25 = 0{,}96$$

$$\frac{7}{32} = 7 : 32 = 0{,}21875$$

$$\frac{107}{125} = 107 : 125 = 0{,}856$$

$$\frac{151}{160} = 151 : 160 = 0{,}94375$$

Ово су примери код којих се делење свршило без остатка. Именитељи у овим примерима су 2 или њени степени (4,32), 5 или њени степени (25, 125) или производи степена 2 и 5 (160).

Из овога се изводи закључак да када је код обичног разломка именилац 2 или њени степени (4, 8, 16, итд.), 5 или њени степени (25, 125 итд.) или производи степена 2 и 5 (10, 20, 160 итд.) да ће се при деоби броиоца имениоцем дељења свршити без остатка.

б) $\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0{,}333 \ldots\ldots = 0{,}\dot{3}$ (тачка изнад цифре, односно цифара, означава да се те цифре понављају)

$$\frac{7}{9} = 7 : 9 = 0{,}777 \ldots\ldots = 0{,}\dot{7}$$

$$\frac{17}{27} = 17 : 27 = 0{,}629629 \ldots\ldots = 0{,}\dot{6}\dot{2}\dot{9}$$

Именитељи у овим примерима су 3 и степени од 3, а у резултату су добивене цифре које се понављају одмах после десетне запете. Овакви разломци су чисти периодични разломци па се отуд изводи закључак да ће се при претварању обичног разломка у десетни добити чист периодичан разломак када је именитељ 3 или степен од 3 (9, 27, 81 итд.).

в) $\frac{1}{6} = 1 : 6 = 0{,}1666 \ldots\ldots\ldots = 0{,}1\dot{6}$

$$\frac{13}{18} = 13 : 18 = 0{,}7222 \ldots = 0{,}7\dot{2}$$

$$\frac{35}{36} = 35 : 36 = 0{,}97222 \ldots\ldots\ldots = 0{,}97\dot{2}$$

$$\frac{11}{15} = 11 : 15 = 0{,}7333 \ldots\ldots\ldots\ldots = 0{,}7\dot{3}$$

$$\frac{71}{75} = 71 : 75 = 0{,}94666 \ldots\ldots\ldots = 0{,}94\dot{6}$$

Именитељи у овим примерима су производи степена 2 и 3 (6, 18, 36) и 3 и 5 (15, 75), а резултат при претварању обичних разломака у десетне јесте нечист периодичан разломак. Отуда излази закључак, да ће се при претварању обичног разломка у десетни добити нечист периодичан разломак када је именитељ производ степена 3 и 2 или 3 и 5.

Предњи примери били су прави разломци. Сем правих разломака постоје још две врсте: привидни и мешовити. Привидан је разломак онај код кога је броилац дељив имениоцем. То је у ствари цео број претворен у разломак. Мешовити разломак је онај код кога је бројитељ већи од именитеља, али бројитељ није дељив именитељем без остатка.

Нпр. $\frac{64}{8} = 64 : 8 = 8$ привидан разломак

$\frac{70}{8} = 70 : 8 = 8{,}75$ мешовит разломак

Чл. 9. Претварање десетних разломака у обичне. Десетни разломак претвара се у обичан када се за броилац напишу децимали, а за именилац она декадна јединица која има толико нула колико разломак има децимала.

Нпр. $0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$$0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$0{,}323 = \frac{323}{1000}$$

$$0{,}047 = \frac{47}{1000}$$

Чл. 10. Претварање чисто периодичних раломака у обичне. Чист периодичан разломак претвара се у обичан ако се за броилац напишу цифре које се понављају, а за именилац онолико деветки колико има цифара које се понављају.

Нпр. $0{,}\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$$0{,}\dot{2}\dot{7} = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$$

$$0{,}\dot{0}\dot{1}\dot{6}\dot{2} = \frac{162}{9999} = \frac{18}{1111}$$

Чл. 11. Претварање нечисто периодичних разломака у обичне. Нечист периодичан разломак претвара се у обичан ако се за бројилац напишу све цифре (како група претпериодних, тако и група периодних цифара) као број умањен за број од претпериодних цифара, а за именилац број, који има онолико деветки колико има периодичних цифара и онолико нула колико има претпериодних цифара.

Нпр.
$$0{,}7\dot{3} = \frac{73-7}{90} = \frac{66}{90} = \frac{11}{15}$$
$$0{,}94\dot{6} = \frac{946-94}{900} = \frac{852}{900} = \frac{71}{75}$$
$$0{,}4\dot{2}\dot{3} = \frac{423-4}{990} = \frac{419}{990}$$

Чл. 12. Скраћивање и проширивање обичних разломака. Разломак не мења своју вредност ако му се једним истим бројем помножи и бројилац и именилац, а исто тако ако се и бројилац и именилац подели једним истим бројем.

Када су и у бројиоцу и у имениоцу цели бројеви, онда се скраћивање врши дељењем и бројиоца и имениоца једним истим бројем. Међутим када је било бројилац, било именилац разломак, било и бројилац и именилац, онда се скраћивање, у извесним случајевима, врши множењем и бројиоца и имениоца.

Нпр. $\frac{64}{128} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ (Прво дељено са 8, па потом опет са 8)

$\frac{123}{342} = \frac{41}{114}$ (скраћено са 3)

$\frac{13{,}5}{54} = \frac{27}{108} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ (Прво помножено са 2, па резултат дељен прво са 9 а потом са 3)

или $\frac{13{,}5}{54} = \frac{54}{54 \cdot 4} = \frac{1}{4}$ (Прво множено са 4, па резултат дељен са 54)

Примери за вежбу. — Претворити у десетне или периодичне разломке:

1) $\frac{5}{6} = ?$, 2) $\frac{6}{7} = ?$, 3) $\frac{7}{25} = ?$, 4) $\frac{196}{197} = ?$, 5) $\frac{63}{64} = ?$,

6) $\frac{11}{12} = ?$, 7) $\frac{12}{17} = ?$, 8) $\frac{17}{23} = ?$, 9) $\frac{152}{233} = ?$, 10) $\frac{101}{103} = ?$

Десетне и периодичне разломке претворити у обичне:

1) $0{,}25 = ?$, 2) $0{,}136 = ?$, 3) $0{,}456 = ?$, 4) $0{,}\dot{3} = ?$, 5) $0{,}\dot{3}\dot{6} = ?$,

6) $0{,}3\dot{2} = ?$, 7) $0{,}0\dot{6} = ?$, 8) $0{,}1\dot{3}\dot{2} = ?$, 9) $0{,}56\dot{3} = ?$

Примедба.— Нађене резултате проверити обрнутом радњом.

Чл. 13. Сабирање обичних разломака. Разломци са истим имениоцем имају за збир у броиоцу збир броилаца појединих сабирака, а за именилац именилац разломака који се сабирају.

Нпр. $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{1+2+3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4+1}{9} = \frac{5}{9}$

$\frac{5}{12} + \frac{11}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

Разломци са разним имениоцима морају се претходно довести на заједнички именилац. За заједнички именилац узима се најмањи заједнички садржатељ.

Нпр. а) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{1}{12}$

За имениоце 4, 8 и 12 треба наћи најмањи заједнички садржатељ. Ови се бројеви напишу у хоризонталном реду, па се прво гледа да ли се неки не садржи у коме од већих бројева и ако се садржи он се прецрта, јер што буде садржатељ за тај у коме се он садржи без остатка биће и за њега. Овде се 4 садржи у 8 (овде и у 12, али је довољно да се садржи у једном), па га за то треба прецртати. Сада се повуче вертикална црта поред 12 и гледа да ли су 8 и 12 дељиви са једним истим бројем (обично се почиње од 2), па ако су дељиви тај се број напише десно од црте и њиме ови бројеви поделе. То се продужава све дотле док су два броја дељива са једним бројем, а кад више нису онда се изнад њих подвуче линија и измноже сви бројеви који су испод и десно од црте. Резултат ће бити најмањи заједнички садржатељ. Дакле:

$$\begin{array}{r|l} \cancel{4},8,12 & 2 \\ 4,\ 6 & 2 \\ \hline 2,\ 3 & \end{array}$$

Најмањи садржатељ је $= 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 24$

Сада се најмањи заједнички садржатељ, који је заједнички именитељ, дели сваким именитељем и количник множи бројитељем. Овде је:

$$\frac{1}{4}+\frac{3}{8}+\frac{1}{12}=\frac{6+9+2}{24}=\frac{17}{24}$$

б) $$\frac{7}{15}+\frac{2}{45}+\frac{31}{60}=\frac{12\cdot7+4\cdot2+3\cdot31}{180}=\frac{84+8+93}{180}=\frac{185}{180}=\frac{37}{36}=1\frac{1}{36}$$

$$\begin{array}{r|l} \cancel{15},45,60 & 3 \\ 15,20 & 5 \\ \hline 3\ \ 4 & \end{array}$$

Садржатељ је $3\cdot4\cdot5\cdot3=180$

Када треба сабирати мешовите разломке онда се прво саберу цели а потом разломци.

Нпр. $6\frac{1}{2}+3\frac{2}{5}=9+\frac{5+4}{10}=9\frac{9}{10}=9{,}9$

$$7\frac{3}{4}+8\frac{5}{6}=15+\frac{9+10}{12}=15+\frac{19}{12}=15+1\frac{7}{12}=16\frac{7}{12}$$

Ако треба сабирати десетне и обичне разломке, онда треба претворити или десетне у обичне или обичне у десетне, па сабирати.

Нпр. $3\frac{1}{2}+4{,}5=3{,}5+4{,}5=8$ или $3\frac{1}{2}+4\frac{1}{2}=8$

$$6\frac{2}{3}+5\frac{1}{4}+0{,}27=6{,}666\ldots+5{,}25+0{,}27=12{,}1866\ldots=12{,}18\dot{6}=$$

$$=12\frac{186-18}{900}=12\frac{168}{900}=12\frac{28}{150}=12\frac{14}{75}$$

или:

$$6\frac{2}{3}+5\frac{1}{4}+\frac{27}{100}=11+\frac{200+75+81}{300}=11+\frac{356}{300}=11+\frac{89}{75}=12\frac{14}{75}$$

Чл. 14. Одузимање обичних разломака. Разломци са истим именитељем одузимају се када се бројитељи одузму а заједнички именитељ потпише.

Нпр. $\frac{4}{5}-\frac{2}{5}=\frac{2}{5}$

$$\frac{3}{19}-\frac{1}{19}=\frac{2}{19}$$

Разломци са разним именитељима доводе се прво на заједнички именитељ, па одузимају.

Нпр. $\frac{5}{6}-\frac{1}{4}=\frac{10-3}{12}=\frac{7}{12}$

Код мешовитих разломака прво се одузимају цели па онда разломци.

Нпр.

$$6\frac{1}{2}-2\frac{1}{3}=4+\frac{3-2}{6}=4+\frac{1}{6}=4\frac{1}{6}$$

$$5\frac{1}{4}-4=1\frac{1}{4}$$

$$7\frac{1}{2}-3\frac{3}{4}=4+\frac{2-3}{4}=4-\frac{1}{4}=3\frac{3}{4}$$

$$3-\frac{1}{8}=2\frac{7}{8}$$

$$5{,}5-2\frac{1}{3}=3+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=3+\frac{3-2}{6}=3+\frac{1}{6}=3\frac{1}{6}$$

Чл. 15. Множење обичних разломака. Обичан разломак множи се обичним разломком кад се помножи бројилац бројиоцем, а именилац имениоцем.

Нпр. $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{7}=\frac{4\cdot3}{5\cdot7}=\frac{12}{35}$

$$\frac{6}{11}\cdot\frac{2}{5}=\frac{12}{55}$$

Када се множе мешовити бројеви, онда се они претходно претворе у неправе разломке, па множе као разломак разломком.

Ако је, било множеник, било множитељ цео број, онда се тај број сматра као разломак који има за именилац јединицу, па се према томе множи цео број разломком или разломак целим када се за бројилац производа узме производ целога броја и бројиоца разломка, а за именилац именилац разломка.

Нпр.

$$6\frac{1}{2}\cdot3\frac{2}{3}=\frac{6\cdot2+1}{2}\cdot\frac{3\cdot3+2}{3}=\frac{13}{2}\cdot\frac{11}{3}=\frac{13\cdot11}{2\cdot3}=\frac{143}{6}=23\frac{5}{6}$$

$$5\frac{1}{3}\cdot4=\frac{5\cdot3+1}{3}\cdot4=\frac{16}{3}\cdot4=\frac{16\cdot4}{3}=\frac{64}{3}=21\frac{1}{3}$$

$$16\cdot\frac{2}{5}=\frac{16\cdot2}{5}=\frac{32}{5}=6\frac{2}{5}$$

$\frac{4}{7}\cdot0{,}25=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{7}$ (скраћено са 4)

При множењу разломка разломком треба скраћивати св што се може скратити још пре множења.

Нпр. $\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{10}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ (Скраћено 5 и 10 са 5, а 3 и 6 са 3)

$\frac{14}{15}\cdot\frac{3}{7}=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{1}=\frac{2}{5}$ (Скраћено 14 и 7 са 7, а 3 и 15 са 3)

$\frac{16}{21}\cdot\frac{3}{26}=\frac{8\cdot 1}{7\cdot 13}=\frac{8}{91}$ (Скраћено 16 и 26 са 2, а и 21 са 3)

Чл. 16. Дељење обичних разломака. Обичан разлома дели се обичним разломком када се подели бројилац бројиоцем а именилац имениоцем, ако је дељење могуће без остатка, ил када се дељеник помножи реципрочном вредношћу делитеља

Нпр. $\frac{4}{15}:\frac{2}{5}=\frac{4:2}{15:5}=\frac{2}{3}$

$\frac{16}{19}:\frac{7}{8}=\frac{16}{19}\cdot\frac{8}{7}=\frac{128}{133}$

$\frac{15}{26}:\frac{5}{13}=\frac{15}{26}\cdot\frac{13}{5}=\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{1}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$

$6\frac{1}{2}:5\frac{3}{4}=\frac{13}{2}\cdot\frac{4}{23}=\frac{13}{1}\cdot\frac{2}{23}=\frac{26}{23}=1\frac{3}{23}$

$4\frac{5}{6}:3{,}75=\frac{29}{6}:3\frac{3}{4}=\frac{29}{6}\cdot\frac{4}{15}=\frac{29}{3}\cdot\frac{2}{15}=\frac{58}{45}=1\frac{13}{45}$

$5:2\frac{5}{6}=5\cdot\frac{6}{17}=\frac{30}{17}=1\frac{13}{17}$

$4\frac{5}{7}:8=\frac{33}{7}\cdot\frac{1}{8}=\frac{33}{56}$

$0{,}125:3\frac{4}{5}=\frac{1}{8}\cdot\frac{5}{19}=\frac{5}{152}$

Примери за вежбу:

$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{7}{9}=?,$ 2) $3\frac{1}{2}+5\frac{3}{9}+6\frac{5}{6}+8\frac{7}{9}=?,$

3) $5\frac{5}{9}+6\frac{4}{9}=?,$ 4) $\frac{7}{8}+\frac{5}{6}-\frac{2}{3}+\frac{4}{5}-1\frac{1}{2}=?,$

5) $5\frac{1}{2}-3\frac{1}{2}=?,$ 6) $4-2\frac{3}{7}=?,$

7) $15\frac{3}{7}-\frac{3}{5}=?,$ 8) $256\frac{1}{3}-12\frac{1}{13}=?,$

9) $\frac{2}{11}+\frac{3}{14}-\frac{4}{5}+\frac{5}{9}=?,$ 10) $\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{7}=?,$

11) $\frac{15}{17}\cdot\frac{4}{5}=?,$ 12) $3\frac{1}{2}\cdot 5\frac{3}{4}=?,$

13) $7\frac{5}{6}\cdot\frac{2}{3}=?,$ 14) $\frac{3}{122}\cdot 5\frac{1}{2}=?,$

15) $3\frac{1}{2}\left(2\frac{1}{2}+5\frac{3}{4}\right)+5\frac{3}{7}\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{2}\right)=?,$ 16) $28\frac{1}{2}:3\frac{5}{6}=?,$

17) $\frac{3}{22}:\frac{3}{11}=?,$ 18) $28\frac{5}{6}:\left(3\frac{5}{6}-2\frac{1}{2}\right)=?,$

19) $\left(16\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\right):3\frac{5}{16}=?,$ 20) $\left(23\frac{5}{9}-\frac{3}{5}\right):4\frac{8}{9}=?,$

Чл. 17. Множење десетних разломака на одређен број децимала. Када треба помножити два десетна разломка множење се врши тако као да се множи цео број целим бројем, па се у резултату (производу) одвоји онолико десетних места колико има укупно у множенику и множитељу. Нпр. Ако треба помножити 64,243 са 3,284 множење ће се извршити као да се множи 64243 са 3284, а у резултату ће се одвојити 6 места (3 у множенику + 3 у множитељу). Међутим у пракси је некад потребно да се има мање децимала него што би се добило обичним множењем. Ако се у предњем примеру изврши обично множење, цео рад би изгледао:

```
64,243 · 3,284
192729
 128486
  513944
   256972
210,974012
```

Ако се жели у резултату имати свега три децимала, онда би цео рад изгледао овако:

```
64,243 · 3,284
 4,823
192729
 12849
  5139
   257
210,974
```

Поступак при множењу на одређен број децимала је сл деђи: Прво се треба одлучити који ће од бројева бити мн женик, а који множитељ. За резултат је сасвим свеједно кој ће бити множеник, а који множитељ, али с обзиром на то д нам је циљ да имамо што пре резултат, за множитељ се узим онај број који има мање цифре, или има мање цифара ил има више нула. Када се одлучи који ће број бити множите онда се цифра јединица множитељева потпише испод оног д цимала множениковог на колико децимала се жели помножит Тако у предњем примеру цифра јединица (3) множитељег потписана је испод хиљадитих делова множеникових, јер се овом случају множи на три децимала, а хиљадити леже н трећем месту. Пошто се потпише цифра јединица множит љева, потпишу се и остале цифре множитељеве, али обрнути редом тј. децимали множитељеви лево, а цифре десетица, ст тина итд. десно од цифре јединица.

Када се изврши потписивање приступа се множењу и т на следећи начин: Множи се идући с десна у лево. Ако десн од прве цифре испод које лежи највиша цифра множитељег има још нека цифра различита од нуле, онда се та цифра п множи са највишом цифром множитељевом за поправку, п се онда множи цифра изнад те и том производу додаје п правка. У нашем примеру десно од 3 нема никакве цифр зато се одмах помножи 3 са 3 и продужи све дотле док се с 3 не помножи број 64243.

Пошто се измножи са првом цифром, множи се са друго на исти начин.

Дакле прво прва цифра која је десно помножи се за п правку, па онда даље продужава множење; само се сада пр потписивању не помера у лево за једно место, већ се све цифр идући с десна у лево, почињу писати у истом вертикално стубцу. — Овде пошто 2 лежи испод 4, а десно од 4 је 3, т се прво помножи 2 са 3 за поправку, а потом се множи са цифра 4 и дода поправка 1, множење се наставља све дотл док се са 2 не измножи цео број 6424.

Рад се продужава све дотле док се не измножи свим ци фрама множитељевим (ако при потписивању цифре множит љеве нису прошле у лево испод цифара множеникових) ил док се не помножи са цифром множитељевом која је при по писивању дошла за једно место у лево од највише цифре мн женикове.

После свршеног множења изврши се сабирање и у резу тату одвоји онолико места на колико је децимала множено.

Следећи примери показују све случајеве који могу на ступити:

1) 425,3245 · 31,4568 (на два децимала)
865,413
1275973
43532
17013
2127
255
34
13379,34

2) 425,3245 · 31,4668 (на 3 децимала)
865413
12759735
425325
170130
21266
2552
340
13379,348

3) 48,65724 · 0,56324 (на 2 децимала)
2365
2433
292
14
1
27,40

4) 326,4856 · 0,0430567 (на 4 децимала)
765034
130594
9794
163
19
2
14,0572

5) 6,324856 · 13004,56 (на 4 децимала)
6540031
632485600
189745680
252994
31624
3794
82251,9692

6) 0,045678 · 3,2548 (на 4 децимала)
4523
1370
91
23
2
0,1486

7) 0,056789 · 0,01324 (на 5 децимала)
231
57
17
1
0,00075

Поправке се рачунају тако да се производ 5 и више о 5 све до 14 рачуна као 1, од 15 до 24 као 2, од 25 до 34 ка 3 итд. Када је производ мањи од 5 нема поправке.

Чл. 18. Дељење десетних разломака на одређен брс децимала. Десетни разломак дели се десетним разломком, ка се претходно и дељеник и делитељ помноже оном вишом дє кадном јединицом која има толико нула, колико делитељ им децимала, па онда изврши дељење стављајући у количник запету чим се при дељењу остатку допишу десетни делови, ил ако ових нема, онда нула. Овај поступак је врло заметан, нарочито у случају када је делитељ велики број. Постоји начи којим се брже и лакше може извршити дељење на унапре одређен број децимала у количнику. То се ради на следећ начин:

Прво се одреди колико ће цифра целих имати колични а ако неће имати целих, онда на коме ће се децималном мест јавити прва цифра различита од нуле. Када се одреди колик ће цифара свега имати количник (број цифара целих виш број децимала или број децимала мање број децимала који с одређени унапред тиме што је утврђено да ће се на тим ме стима, у количнику налазити нуле), одвоји се у делитељу то лико места идући с лева у десно. У дељенику ће се одвојити то лико места ако се делитељ садржи у толико цифара дељеникових а ако не, онда једна више (обично се гледа на прве две или тр цифре дељеникове и делитељеве). Ако се прве две цифре деље никове садрже у прве две делитељеве, онда и у дељенику и у де литељу одваја се по толико цифара колико има у количнику, ак се не садрже, онда у дељенику једна више. Рећи је случај д се за ово морају употребити три цифре дељеникове и дели тељеве.

Пошто се овако одвоје цифре (обично једном вертикалнон цртом), приступа се дељењу као целог броја целим бројем. С првом цифром количника множи се прва одбачена цифра з

поправку, а узете цифре множе се и резултати одузимају од одвојених цифара дељеникових. Остатак се дели са делитељем, пошто се делитељу, идући с десна на лево, одбаци једна цифра. Другом цифром количника прво се помножи одбачена цифра за поправку и та поправка дода производу прве неодбачене цифре идући с десна у лево. Рад се продужава све дотле док се не подели и последњом цифром делитељевом.

Број цифара целих у количнику одређује се на следећи начин: Гледа се где би дошла цифра јединица делитељева када би се делитељ потписао испод дељеника тако да се делитељ може одузети од дељеника. На ком месту би дошла цифра јединица делитељева, рачунајући према цифрама дељениковим, на том ће се месту у количнику јавити прва цифра различита од нуле. Нпр. Ако би цифра јединица дошла испод хиљада, онда би се у количнику јавиле хиљаде (а разуме се после њих следују стотине, десетице, јединице, десети, стоти итд.), а ако би дошла испод стотих, онда количник као прву цифру различиту од нуле имаће на месту стотих, па ће, према томе, на месту јединица и на месту десетих бити нула.

Нпр. 1) 64,32 | 864 : 3,564 | 78 = 18,04 (на 2 децимала)
28 67
16
2

Објашњење: Пошто би се 35 могло одузети од 64 и пошто би 3 (цифра јединица делитељева) дошла испод 6 (цифре десетица дељеникове), то количник има прву цифру на месту десетица. Према томе количник има 2 цифре целих и 2 децимала тј. укупно 4 цифре. Пошто се 35 може одузети од 64 тј. пошто се 3564 садржи у 6432, то је и у дељенику и у делитељу одвојено по 4 цифре. Првом цифром количника 1 множена је прва одбачена цифра делитељева 7 и добивена поправка 1. Ова поправка додата је производу из 1 и 4 и то одузето од 12 (јер није могло од 2) и продужено множење осталих цифара делитељевих одузимајући добивене производе од дељеника. Остатак 2867 дељен је са 356 (јер је 4 одбачено) и добивено 8. Са 8 је прво множено 4 ради поправке и даље рађено као и са првом цифром количника. Нови остатак 16 није дељив са 35, па се зато у количнику стави 0, а остатак 16 дели са 3 и добија 4 у количнику а 2 у остатку, јер је $3 \cdot 4 + 2 = 14$ (2 је добивено као поправка производа $4 \cdot 5 = 20$).

Количник у нашем примеру је 18,05, јер је остатак већи од половине прве цифре делитељеве, па се услед тога последњи децимал може поправити за 1.

2) 356,4 | 328 : 16,43 | 56 = 21,69 (на два децимала)
= 21,70 (са поправком)
277
113
15
1

3) 6,32|845 : 123,|4785 = 0,0512 (на 4 децимала)
15 0,0513 (са поправком)
3
1

4) 75,843|2 : 85,32|485 = 0,8888 (на 4 децимала)
7584 = 0,8889 (са поправком)
758
76
8

5) 123,432|5 : 0,16785| = 735,37 (на 2 децимала)
5937 = 735,38 (са поправком)
901
62
12
1

6) 3,5642|8 : 0,034286|7 = 103,95 (на 2 децимала)
1355 = 103,96 (са поправком)
327
19
2

7) 4,50|36489 : 178|7396 = 0,0252 (на 4 децимала)
93 0,0253 (са поправком)
4
1

Примедба. — Код множења, а исто тако и код дељења, н унапред одређени број децимала последњи децимал није уве исти као када би се множило и делило обично или множил и делило помоћу машине, али та су одступања тако мала д не долазе у обзир. Ради тога ће се увек радити на један де цимал више него што треба.

Примери за вежбу:

1) 42,6436 · 3,256 (2) = ?,
2) 326,4328 · 0,3264 (3) = ?,
3) 72,56784 · 123,456 (1) = ?,
4) 5624,4564 · 0,012486 (2) = ?,
5) 0,456784 · 21,6432 (3) = ?,
6) 3564,56 · 0,056784 (3) = ?,
7) 123,4756 : 1,32567 (2) = ?,
8) 4,56787 : 32,6456 (3) = ?,
9) 728,64567 : 0,05643 (1) = ?,
10) 326,46864 : 246,32 (4) = ?,
11) 5000 : 1,243678 (2) = ?,
12) 12000 : 9,3264567 (4) = ?

Примедба. — Број у загради означава на колико деци мала треба множити или делити.

Чл. 19. Претварање јединица више врсте у јединице ниже врсте и обратно. Јединице више врсте претварају се у јединице ниже врсте множењем броја јединица више врсте са бројем колико има јединица ниже врсте у једној јединици више врсте. Напротив јединице ниже врсте претварају се у јединице више врсте када се број јединица ниже врсте подели са бројем колико има јединица ниже врсте у једној јединици више врсте.

Тако нпр. динари се претварају у паре када се број динара помножи са 100, јер један динар има 100 пара, а паре се претварају у динаре, када се број пара подели са 100.

Исто тако метри се претварају у десиметре множењем са 10, јер један метар има 10 десиметра (дм), у сантиметре множењем са 100, јер један метар има 100 сантиметра (см), а у милиметре множењем са 1000, јер један метар има 1000 милиметра (мм). Напротив ако се милиметри претварају у метре резултат ће се добити дељењем броја милиметра са 1000.

Према томе:

120 м. = 120 · 10 дм. = 1200 дм. = 1200 · 10 см. = 12000 см. = 12000 · 10 мм. = 120.000 мм.

24000 мм. = 24000 : 1000 = 24 м.
24000 мм. = 24000 : 100 = 240 дм.
24000 мм. = 24000 : 10 = 2400 см.

Овде су до сада узимани примери где је деоба јединица више врсте на јединице ниже врсте вршена по декадном бројном систему — 1 динар = 100 пара; 1 м. = 10 дм.; 1 дм. = 10 см.; 1 см. = 10 мм. Међутим има и таквих јединица које нису подељене на ниже јединице по декадном бројном систему. Тако нпр. дан је подељен на 24 часа, час на 60 минута, а минут на 60 секунада.

Према томе ако известан број дана треба претворити у часове, онда се помножи број дана са 24, а ако треба број часова изразити у данима, онда број часова треба делити са 24.

Када је познат број дана, па се тражи да се израчуна колико је то минута, онда се број дана множи са 24, па тако добивени производ са 60, или се прво измножи 24 са 60 тј. израчуна колико један дан има минута, па тим бројем помножи број дана.

У случају плаћања рада дан није 24 часа него онолико часова колико је радник обавезан да ради у току 24 часа тј. у току једног дана. Тако ако је радно време 9 часова, онда се дан за плаћање зараде рачуна у 9 часова. Ако је плаћање по часу, онда ће се број часова проведених на раду добити множењем броја дана са 9, а не са 24.

Јединице новца скоро свих држава подељене су на 100 једнаких делова. Од држава које чине изузетак најважнија је Енглеска. Њена јединица новца фунта штерлинга (£) дели се на 20 шилинга (sh), а шилинг на 12 пенса (d).

Према томе да се фунте штерлинзи претворе у шилинге треба их множити са 20, а да се шилинзи претворе у пенсе треба их множити са 12.

Како се врше ова претварања види се из следећих примера:

1) У фуната штерлинга 182,, 16,, 8 колико има пенса?.

Прво треба 182 помножити са 20 и том производу додати 16. На тај начин добија се колико има шилинга у 182 фунте штерлинга и 16 шилинга. Дакле: $182 \cdot 20 + 16 = 3656$ sh. Затим 3656 треба помножити са 12 и том производу додати 8 пенса. На тај начин добиће се колико има пенса у £ 182,,16,,8.

Дакле:
$$\begin{array}{r} 3656 \cdot 12 \\ 7312 \\ 8 \\ \hline 43880 \end{array}$$
пенса тј. £ 182,,16,,8 = d 43880.

2) У d 87760 колико има £, sh i d?

Број пенса треба поделити са 12. Количник ће бити број шилинга, а остатак број пенса. Дакле:

$$\begin{array}{l} 87760 : 12 = 7313 \text{ sh} \\ \;\;37 \\ \;\;\;16 \\ \;\;\;\;40 \\ \;\;\;\;\;4 \text{ d} \end{array}$$

Број шилинга треба поделити са 20. Количник ће бити фунте штерлинзи, а остатак шилинзи. Дакле.

$$\begin{array}{l} 7313 : 20 = 365 \text{ £} \\ 131 \\ \;\;113 \\ \;\;\;13 \text{ sh} \end{array}$$

Према томе је; d 87760 = £ 365,, 13,, 4.

3) у 14 sh колико има пенса?.

Пенсе ћемо добити када 14 помножимо са 12. Овде је:

$$14 \cdot 12 = 168 \text{ d}$$

Чл. 20. **Претварање шилинга и пенса у децималне делове фунте штерлинга.** Некад је у пракси потребно да се шилинзи и пенси изразе као децимални делови фунте штерлинга. То се обично изражава у хиљадитим деловима фунте штерлинга.

Шилинзи се претварају у фунте штерлинге деобом са 20. Али пошто је $20 = \frac{100}{5} = \frac{1000}{50}$, то излази да место деобом шилинга са 20 претварање се може извршити ако се број шилинга

помножи са 50 и резултат подели са 1000, или помножи са 5 па резултат подели са 100. Нпр. у 15 sh колико има фунти штерлинга?

$$15 : 20 = \text{£}\ 0{,}75$$

или

$$15 \cdot \frac{5}{100} = 0{,}75$$

Пенси се претварају у £ деобом са 240 ($12 \cdot 20 = 240$) Нпр. 8 d колико је фунти штерлинга?.

$$8 : 240 = 1 : 30 = 0{,}033.$$

И пенси се могу претворити у фунте штерлинге множењем са $4^1/_6$, јер је $240 = \frac{1000}{4^1/_6}$

Пошто је:

$1 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ мање од половине,

$2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$ мање од половине,

$3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$ половина,

$4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$ више од половине,

$5 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ више од половине,

$6 \cdot \frac{1}{6} = 1$ једно цело,

$7 \cdot \frac{1}{6} = 1\frac{1}{6}$ више од један а мање од $1^1/_2$,

$8 \cdot \frac{1}{6} = 1\frac{2}{6}$ више од један а мање од $1^1/_2$,

$9 \cdot \frac{1}{6} = 1\frac{3}{6}$ један и по,

$10 \cdot \frac{1}{6} = 1\frac{4}{6}$ више од $1^1/_2$,

$11 \cdot \frac{1}{6} = 1\frac{5}{6}$ више од $1^1/_2$.

то отуд излази да када се пенси претварају у фунте штерлинге онда број пенса треба множити са 4 и том производу, ако су

1 или 2 пенса не треба додавати ништа, а ако су од 3—8 пенса онда производу додавати 1, а како су од 9—11 пенса производу додавати 2. Ово су хиљадити делови фунте штерлинга.

Према томе је:

пенса		фунте штерлинга	
1	1·4 = 4	0,004	
2	2·4 = 8	0,008	
3	3·4 = 12	0,013	(+1)
4	4·4 = 16	0,017	(+1)
5	5·4 = 20	0,021	(+1)
6	6·4 = 24	0,025	(+1)
7	7·4 = 28	0,029	(+1)
8	8·4 = 32	0,033	(+1)
9	9·4 = 36	0,038	(+2)
10	10·4 = 40	0,042	(+2)
11	11·4 = 44	0,046	(+2)

Чл. 21. Претварање децималних делова фунте штерлинга у шилинге и пенсе. Претварање децималних делова фунте штерлинга у шилинге и пенсе врши се на два начина: множењем и дељењем.

Пошто једна фунта штерлинга има 20 шилинга, то, да би се видело колико у децималним деловима фунте штерлинга има шилинга, треба децимале фунте штерлинга помножити са 20, а да би се децимали шилинга претворили у пенсе треба их помножити са 12. Према томе у 0,564 фунти штерлинга биће:

0,564 · 20 = 11,28 шилинга.

У 0,28 шилинга биће:

0,28 · 12
56
3,36 пенса.

Према томе биће:

£ 0,564 = £ —,, 11,, 3

Дељењем ово претварање врши се на тај начин што се прво децимали фунте штерлинга, рачунајући их као цео број, поделе са 50, а затим остатак са 4. Први количник су шилинзи, а други пенси; дакле:

564 : 50 = 11 шилинга
14 : 4 = 3 пенса
2

Ево још неколико примера:

1) £ 7,324 = £ 7,, 6,, 6

Множењем:

0,324 · 20
6,480 шилинга
0,48 · 12
96
5,76 пенса. Заокружено 6 пенса.

Дељењем:

324 : 50 = 6 шилинга
24 : 4 = 6 пенса

2) £ 0,964 = £ —,, 19,, 3

Множењем:

0,964 · 20
19,28 шилинга
0,28 · 12
56
3,36 пенса

Дељењем:

964 : 50 = 19 шилинга
464
14 : 4 = 3 пенса
2

Чл. 22. Рачунање са именованим бројевима. Када је поред броја означено и име врсте, односно јединице, онда је то именован број. Именовани бројеви могу се сабирати, одузимати, множити и делити. Код сабирања, одузимања и множења почиње се од најниже јединице, па иде ка вишој, а код дељења обрнуто.

1. Сабирање именованих бројева. Промет благајнице на страни улаза кретао се једног дана као што следује:

£ 183,, 16,, 4
„ 54,, 8,, 7
„ 32,, 15,, 11
„ 4,, 3,, 5
£ 275,, 4,, 3 Збир стране улаз у благајни.

Објашњење рада: Прво су сабрани пенси и њихов збир 27 подељен са 12. Остатак 3 записан на месту пенса, а количник 2 сабран са шилинзима. На тај начин добивен је збир 44, па је овај збир подељен са 20. Остатак 4 записан је на месту шилинга, а количник 2 сабран са фунтама. На тај начин добивен је збир промета на страни улаза благајне од £ 275,, 4,, 3.

У ову групу долазе и следећи случајеви:

1). Неко је позајмио новац 15 октобра 1930 год., а вратио га после 2 год. 3 месеца и 20 дана. Ког датума (године, месеца и дана) је вратио дуг?

Задатак ће бити решен ако се са 1930 год. 10 месеци и 15 дана саберу 2 год. 3 месеца и 20 дана; дакле:

	1930 год.	10 мес.	15 дана
+	2 „	3 „	20 „
	1933 год.	2 мес.	5 дана

Дуг је враћен 5 фебруара 1933 год.

Објашњење рада: Прво су сабрани дани и њихов збир подељен са 30. Остатак 5 записан је на месту дана, а количник 1 сабран са месецима, па је тако добивен збир месеца 14 подељен са 12. Остатак 2 записан је на месту месеца, а количник 1 сабран са годинама. На тај начин добивен је датум враћања дуга. Тај датум се чита из резултата: 5-тог дана 2-ог месеца 1933 год., дакле 5/2 — 1933 год.

2) Чиновник је пошао на пут 22 марта у 8 часова и 20 минута, а вратио се после 3 дана, 16 часова и 30 минута. Ког се дана, сата и минута чиновник вратио с пута?

	22 дана	8 часова	20 минута
+	3 „	16 „	30 „
	26 дана	— часова	50 минута

Чиновник се вратио 26 марта у 0 часова 50 минута.

Објашњење рада: Сабрани су минути, и пошто им збир није 60 минута нити већи од 60 то је збир 50 записан у рубрици за минуте. Потом су сабрани часови и збир часова 24 подељен са 24. Остатак је нула, а количник 1 сабран са данима. На тај начин добивено је 26 дана тј. 26 марта у 0 часова и 50 минута.

2. Одузимање именованих бројева. Укупан промет благајне једног дана био је на страни улаза £ 126,, 14 , 8, а на страни излаза £ 102,, 16,, 10. Колико је тог дана више примљено него што је издато?

	£ 126,, 14,, 8	укупно примање — улаз у Благајну·
—	„ 102,, 16,, 10	укупно издавање — излаз из Благајне.
	£ 23,, 17,, 10	Више примљено него што је издато.

Објашњење рада: 10 пенса није могуће одузети од 8 пенса. Зато се сматра да је 1 шилинг претворен у пенсе, па у умањенику има $12 + 8 = 20$ пенса. Зато $20 - 10 = 10$ пенса у остатку. Сада се одузимају шилинзи. Ово се може извршити на тај начин да се одузме 16 од 13 или 17 од 14, али пошто ни једно ни друго није могуће, то се замишља да је једна фунта стерлинга претворена у шилинге. На тај начин у умањенику имамо 34 шилинга. па када се одузме 17 добија се у остатку 17. Затим се 103 одузме од 126 и на тај начин добије остатак.

Овамо спадају још и следећи задатци:

1) Неко је рођен 24 марта 1901 год. Израчунати колико је стар на дан 15 новембра 1937 год.

	1937 год.	11 месеци	15 дана	— Датум када се тражи старост
—	1901 „	3 „	24 „	— „ рођења
	36 год.	7 месеци	21 дан	

Објашњење рада: Од 45 $(30 + 15)$ одузети су дани умамитељеви. Затим су од 11 месеци умањеникових одузета 4 месеца уманитељева (или од 10 одузета 3). И најзад су одузета године. На тај начин добивен је одговор да је на дан 15/11-1937 год. лице рођено 24/3-1901 год. старо 36 година 7 месеци и 21 дан.

2) Један службеник пошао је на пут 16/4 у 8 часова и 50 минута а вратио се 15/5 у 10 часова и 45 минута. Сваки дан проведен на путу плаћа се и то првих 15 дана по 140 дин., а других 15 дана за $^1/_4$ мање. Започети дан ако прелази 12 часова рачуна се као цео дан, а ако није прешао 12 часова рачуна се као пола дана. Колико је исплаћено овом службенику на име дневница?.

	5 месеци	15 дана	10 часова	45 минути	— Повратак
—	4 „	16 „	8 „	50 „	— Полазак
	— месеца	29 дана	1 час	55 минута	— Време проведено

на путу.

За дневнице се рачуна 29,5 дана. Од овога се плаћају 15 по 140 дин., а 14,5 по $(140 - \frac{140}{4}) = 105$ дин.; дакле:

$15 \cdot 140 =$	2100 дин.
$14{,}5 \cdot 105 =$	1522.50 дин.
Свега	3622,50

3) Од пољопривредног имања чија је површина 16 ха, 50 а и 80 кв. м продано је 8 ха, 40 а и 90 кв. м. Колико је остало?.

	16 ха 50 а 80 кв. м.	Укупна површина
—	8 ха 40 а 90 кв. м.	Продата „
	8 ха 9 а 90 кв. м.	Остатак

Пошто један хектар (ха) има 100 ара (а) а 1 ар има 100 квадратних метара (кв.м.) то су прво одузети метри $180 - 90 = 90$, затим ари $49 - 40 = 9$, јер је 1 ар претворен у квадратне метре при одузимању кв.м.. а затим хектари.

3. Множење именованих бројева. Како се множе именовани бројеви видеће се на следећим примерима.

1) Један банкар има у своме портфељу 5 једнаких меница од којих свака гласи на по £ 163,, 18,, 8. Колико укупно има у свих 5 меница?.

$$\begin{array}{l} \underline{£\ 163,,\ 18,,\ 8 \cdot 5} \\ £\ 819,,\ 13,,\ 8 \quad \text{— Свих пет меница.} \end{array}$$

Објашњење рада: Прво су пенси множени са 5, па је тако добивен производ 40 подељен са 12 Остатак 4 писан је на месту пенса, а количник 3 додат производу шилинга и петице; дакле $18 \cdot 5 + 3 = 93$. Затим је 93 подељено са 20, па је остатак 13 писан у колони за шилинге, а количник 4 додат производу фунти штерлинга и 5; дакле $163 \cdot 5 + 4 = 819$.

2) На једном послу радили су три радника 8 дана и 10 часова радећи дневно по 12 часова. Колико би дана и часова радио један радник исти посао радећи дневно по 12 часова?

Број дана и часова колико су укупно радили 3 радника треба помножити са 3. Дакле:

$$\begin{array}{l} \underline{8 \text{ дана } 10 \text{ часова} \times 3} \\ 26 \text{ дана } \ 6 \text{ часова радиће 1 радник.} \end{array}$$

Објашњење рада: Прво су часови помножени са 3, па је тако добивени производ 30 подељен са 12, јер је радни дан 12 часова. Остатак 6 писан је у стубцу за часове, а количник 2 додат производу броја дана и 3; дакле $8 \cdot 3 + 2 = 26$ дана. На тај начин израчунато је да би један радник радећи дневно по 12 часова свршио посао за 26 дана и 6 часова.

3) Пет млинова имају исти капацитет. Сваки од њих самеље извесну количину жита за 10 дана и 5 часова радећи непрекидно дан и ноћ. За колико би дана само један млин самлео количину коју самељу свих пет млинова за 10 дана и 5 часова ако ради непрекидно?

Број дана и часова колико ради сваки млин треба помножити са бројем млинова. Дакле:

$$\begin{array}{l} \underline{10 \text{ дана } 5 \text{ часова } \times 5} \\ 51 \text{ дан } \ 1 \text{ час} \end{array}$$

Објашњење рада: Прво су часови помножени са 5, па је производ 25 подељен са 24, јер млинови раде непрекидно, па је дан 24 часа. Остатак 1 напише се у колони за часове, а количник 1 дода се производу дана и 5. Дакле $10 \cdot 5 + 1 = 51$ дан.

Према томе један млин самлеће за 51 дан и 1 час исту количину хране коју самељу свих 5 млинова за 10 дана и 5 часова.

4. Дељење именованих бројева. Из следећих примера види се како се деле именовани бројеви.

1) Трговац је купио робе за £ 632,, 14,, 5 и хоће да свом повериоцу изда 5 једнаких меница. На коју ће суму гласити свака од ових меница?

Резултат ће се добити деобом са 5. Дакле:

$$£\ 632,,\ 14,,\ 5 : 5 = £\ 126,,\ 10,,\ 10\tfrac{3}{5}$$

Резултат показује да ће од пет меница две менице гласити на по £ 126,, 10,, 10, а три на по £ 126,, 10,, 11.

Објашњење рада: Прво су 632 фунте штерлинга подељене са 5. Количник 126 показује на колико ће фунти штерлинга гласити свака меница. Остатак од 2 фунте штерлинга претворен је у шилинге и сабран са 14 шилинга, па је тако добивен резултат 54 подељен са 5. Количник 10 казује на колико шилинга треба да гласи свака меница. Остатак од 4 шилинга претворен је у пенсе и резултату додато 5 пенса. Тако добивени резултат од 53 подељен је са 5. Количник 10 казује на колико пенса треба да гласи свака меница. Али пошто су остала 3 пенса неподељена то отуд излази да ће 2 менице гласити на по 10 пенса, а 3 на по 11 пенса.

2) Један радник; радећи дневно по 9 часова, сврши посао за 100 дана и 8 часова. За колико ће дана и часова свршити овај посао 4 радника, ако дневно ради по 8 часова?.

Овде прво треба израчунати колико је потребно утрошити часова да се посао обави. Пошто је један радник радио 100 дана и 8 часова, а радио свега 9 часова дневно, то је он утрошио

$$100 \cdot 9 + 8 = 908 \text{ часова.}$$

Пошто је сада условљено време 8 часова, то 908 треба поделити са 8 да би се видело колико треба дана да ради један радник радећи дневно по 8 часова. Када се дељење изврши добија се у количнику 113 а у остатку 4, што значи да толико дана и часова мора радити један радник да би посао био свршен. Пошто је условљено да посао врше четири радника, то сада овај број треба поделити са 4. Дакле:

$$113 \text{ дана } 4 \text{ часа} : 4 = 28 \text{ дана } 3 \text{ часа.}$$

Објашњење рада:

$$\begin{array}{l} \underline{113} : 4 = 28 \text{ дан } (8 + 4) : 4 = 12 : 4 = 3 \text{ часа} \\ \ \ 1 \end{array}$$

3) Једно имање од 346 ха 40 а и 60 кв. м. подељено је на 4 једнаке парцеле. Колика је свака од ових парцела?

Овде је

$$346 \text{ ха } 40 \text{ а } 60 \text{ кв. м.} : 4 = 86 \text{ ха } 60 \text{ а } 15 \text{ кв. м.}$$

Објашњење рада: Прво су 346 ха подељени са 4. Количник 86 даје хектаре. Остатак од 2 ха претворен је у аре и резултат сабран са 40 ара, па тако добивени збир 240 подељен са 4. Количник 60 су ари, а остатка нема. Потом су 60 кв. м. подељени са 4 па је добивен број кв. м. 15.

Примери за вежбу.

1) £ 326„ 18„ 4 колико је d?,
2) £ 427„ 15„ 11 колико је £ у децималима?,
3) £ 3,564 колико је £, sh и d?,
4) d 32564 колико је £, sh и d?,
5) d 56724 колико је £ изражено у децималима фунте штерлинга?,

6)
```
    £ 326„  14„   8
    „   3„  15„   9
    „  13„  16„  10
  + „ 133„  10„   4
  -----------------
            ?
```

7)
```
    £ 426„   5„  6
  — „ 137„   9„  8
  ---------------
          ?
```

8) £ 728„ 15„ 4 · 7 = ?

9) £ 564„ 18„ 5 : 5 = ?, 10) £ 728„ — „ 4 : 8 = ?

11) Постоје 20 млинова истог капацитета. Ови млинови самељу за 5 дана радећи непрекидно 12000 хектолитара жита. Колико ће дана радити 10 од ових млинова да самељу 4000 хектолитара ако раде по 8 часова дневно?

12) Један догађај почео је 18/3—1939 год. у 15 часова и 20 минута, завршен је 26/5—1939 год. у 20 часова и 40 минута. Колико је трајао догађај?

13) Цена једног хектара пољопривредног имања је 12000 дин. Колико ће се платити за 14 хектара, 15 ари и 20 кв. метара?

14) Један радник ради дневно по 8 часова и заради дневно 24 дин. Колико ће зарадити за 15 дана ако ради дневно по 10 часова, а радни час му се плаћа као и када је радио по 8 часова дневно?

Чл. 23. Размере и сразмере (пропорције)

а) Размере. Под размером два броја **а** и **б** разуме се престава колико се пута **б** садржи у **а**. Количник а : б или $\frac{а}{б}$ чита се: а према б или: а има се према б. Дељеник **а** зове се први члан а делитељ **б** други члан размере. Бројна вредност размере тј. резултат извршеног дељења зове се количник размере.

За размере важи следеће:

1) Први и други члан размере морају бити неименовани или истоимени бројеви. Према томе ако су разноимени морају се довести на истоимене бројеве;

2) Две су размере једнаке када су им количници једнаки;

3) Количник размере не мења се када се први и други члан размере помножи или подели истим бројем;

Применом правила под 3) може се свака размера упростити. То упрошћавање може бити двојако: а) може се преставити целим бројевима када су њени чланови разломци и б) може се скратити када су јој чланови цели бројеви а при том дељиви истим бројем.

Нпр. 1) $\frac{4}{9}:\frac{5}{6}$, може се упростити множењем са 18.

На тај начин добија се:

$$\frac{4}{9}\cdot 18:\frac{5}{6}\cdot 18 = 4\cdot 2 : 5\cdot 3 = 8 : 15$$

Дакле $\frac{4}{9}:\frac{5}{6}$ има исти количник као и 8 : 15.

2) 16 : 20 може се упростити ако се подели са 4. На тај начин добија се: 4 : 5.

Поред напред наведених правила важно је још и следеће:

Када се у две или више размера сви први чланови помноже међусобно, а тако исто и сви други, добивени производи чине размеру која има за количник производ количника размера чији су чланови измножени. Овако добивена размера зове се сложена размера.

Нпр.
$$\begin{array}{l} 4 : 2 = 2 \\ 6 : 3 = 2 \\ 15 : 5 = 3 \\ \hline 4\cdot 6\cdot 15 : 2\cdot 3\cdot 5 = 2\cdot 2\cdot 3 = 12 \end{array} \qquad \begin{array}{l} а : б \\ в : г \\ д : ђ \\ \hline а\cdot в\cdot д : бгђ \end{array}$$

b) Сразмере (пропорције). Две размере са истим количником када се вежу знаком једнакости чине пропорцију.

Нпр. 6 : 2 = 3, 15 : 5 = 3. Зато је:
6 : 2 = 15 : 5

Кад је а : б = д и в : г = д онда је а : б = в : г

Бројеви а и в (6 и 15) зову се први, а б и г (2 и 5) други чланови сразмере.

Бројеви а и г (6 и 5) зову се спољни, а б и в (2 и 15) унутрашњи чланови пропорције (сразмере).

За сразмере важе следећа правила:

1) Производ спољашних чланова једнак је производу унутрашњих чланова; дакле:

$$аг = бв; \ (6\cdot 5 = 2\cdot 15)$$

2). Пропорција остаје пропорција ако се један спољашњи и један унутрашњи члан помножи или подели истим бројем.

Нпр. пропорција

$$4 : 2 = 2 : 1$$

остаће и даље пропорција ако јој се помноже са **а** један спољашни и један унутрашњи члан без обзира да ли су они на истој или на супротној страни знака једнакости. Исто тако и ако се подели. Дакле:

$$4a : 2 = 2a : 1 \qquad \frac{4}{a} : \frac{2}{a} = 2 : 1$$
$$4a : 2a = 2 : 1 \qquad \frac{4}{a} : 2 = \frac{2}{a} : 1$$
$$4 : 2 = 2a : a \qquad 4 : \frac{2}{a} = 2 : \frac{1}{a}$$
$$4 : 2a = 2 : a \qquad 4 : 2 = \frac{2}{a} : \frac{1}{a}$$

3) Када више размера имају исти количник, онда се њихови први чланови имају међусобно као њихови други чланови.

Нпр. пошто је:

$$4 : 2 = 2$$
$$18 : 9 = 2$$
$$24 : 12 = 2, \text{ т. ј. } \frac{4}{2} = \frac{18}{9} = \frac{24}{12};$$

то је:

$$4 : 18 : 24 = 2 : 9 : 12$$

4) Збир или разлика чланова леве размере има се према збиру или разлици чланова десне размере као што се имају по реду чланови леве према члановима десне размере.

Нпр. из пропорције

$$4 : 18 : 24 = 2 : 9 : 12$$

следује:

1) $(4+18+24):(2+9+12) = 4 : 2 = 18 : 9 = 24 : 12$

2) $(4+18-24):(2+9-12) = 4 : 2 = 18 : 9 = 24 : 12$

3) $(4-18+24):(2-9+12) = 4 : 2 = 18 : 9 = 24 : 12$

4) $(4-18-25):(2-9-12) = 4 : 2 = 18 : 9 = 24 : 12$

5) Више пропорција могу се сложити у једну, јер се производи првих чланова леве имају према производима других чланова леве као што се имају производи првих чланова десне према производима других чланова десне.

Нпр. Од пропорција:

$$6 : 3 = 2 : 1$$
$$3 : 2 = 6 : 4$$
$$4 : 2 = 8 : 4$$

добива се пропорција:

$$6 \cdot 3 \cdot 4 : 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 6 \cdot 8 : 1 \cdot 4 \cdot 4$$

т. ј.

$$72 : 12 = 96 : 16$$

c) Претварање више пропорција у једну продужну. Пропорције:

$$1)\ а : б = 1 : 4$$
$$б : в = 3 : 5$$
$$в : г = 2 : 3$$

претварају се у једну продужну на следећи начин: Гледа се да се добију три пропорције у којим ће **а** бити први члан леве размере. То се постиже на тај начин да се измноже а) прва и друга пропорција, б) прва, друга и трећа пропорција. На тај начин, пошто прва има **а** за први члан, добиће се следеће три пропорције:

$$а : б = 1 : 4 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (I)$$
$$а : в = 3 : 20 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (II)$$
$$а : г = 6 : 60 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (III)$$

Сада треба у пропорцијама (I) до (III) измножити десне размере са количником између најмањег заједничког садржатеља за прве чланове десне размере и првог члана десне размере. Овде је најмањи заједнички садржатељ 6 па зато треба множити десну страну: прве пропорције са $6 : 1 = 6$; друге са $6 : 3 = 2$; треће са $6 : 6 = 1$. На тај начин добива се:

$$а : б = 6 : 24 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (Ia)$$
$$а : в = 6 : 40 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (IIa)$$
$$а : г = 6 : 60 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (IIIa)$$

Одавде следује:

$$а : б : в : г = 6 : 24 : 40 : 60$$

Чл. 24. Правило тројно. Када су у задатку познате три количине од којих су две истог имена или се могу свести помоћу претворника на исто име, па се тражи да се из њихових односа израчуна четврта количина са именом треће количине, онда се такав задатак може решити помоћу пропорције у којој ће један члан бити непозната количина, а остала три члана пропорције биће три познате количине. Код ових задатака постоје два става: условни и упитни. Тако у задатку „Колико динара стају 12 кгр. када 6 кгр. стају 36 дин.?" условни је став „6 кгр. стају 36 дин.", а упитни „Колико дин. стају 12 кгр.?".

Ако у условном ставу постоје свега две количине, а у упитном једна, па се тражи четврта, онда се задатак решава помоћу простог правила тројног. Међутим када у упитном и условном ставу има 3 или више од три количине, а у упитном једна мања него у условном, задатак се решава помоћу сложеног правила тројног. При томе треба увек имати на уму да мора постојати у упитном и условном ставу по једна количина истог имена. Непозната количина из упитног става мора имати исто име као и количина из условног става која нема пара са члановима из упитног става.

Сви задаци не могу се решавати помоћу правила тројног, већ само они код којих важи пропорционалност увећавања или умањивања. Тако нпр. напред наведени пример може се решити помоћу правила тројног, јер ако се број килограма помножи са неким бројем онда се и коштање добива ако се коштање броја килограма пре множења помножи са тим истим бројем. Пошто 6 кгр. стају 36 дин., то ако се број кгр. (6) помножи са 5, добиће се 30 кгр., а цена ових тридесет килограма добиће се када се 36 помножи такође са 5; дакле 180 динара. Ово се може проверити на следећи начин. Израчуна се цена коштања једног килограма. па се тако добивена цена помножи са 30. Овде је цена 1 кгр. = 36 : 6 = 6 дин. Зато 30 · 6 = 180 дин.; дакле као и на напред наведени начин.

У овом примеру са увећавањем броја килограма увећава се коштање робе. Према томе овде важи однос: *Што више килограма платиће се и више дин., а што мање килограма платиће се и мање динара.* Број килограма и одговарајућа цена коштања управо (директно) су пропорционални.

Исто тако ако 32 радника сврше посао за 48 дана, 16 радника (половина) свршиће овај посао за 96 (48 · 2) дана, а 64 радника за 24 дана. Дакле ако се број радника удвостручи број радних дана се преполови и обратно.

У овом примеру важи однос: *Што више радника радиће мање дана, а што мање радника радиће више дана.* Овде су број радника и број дана колико је потребно да се један посао сврши индиректно (обрнуто) пропорционални.

Међутим има задатака који се не могу решити помоћу правила тројног. Тако напр. ако је **б** цена дијаманта од **а** карата, онда дијамант од 2а карата неће бити 2б већ ће коштати више. Исто тако ако је к цена једне парне локомобиле од X коњских снага, онда машина од истог материјала и исте фабрике од 2X коњских снага неће коштати 2к динара већ нешто мање.

1. Просто правило тројно.

а) Са директним размерама. 1) За 3 кгр. неке робе плаћено је 24 дин. Колико дин. стају 18 кгр.?

Прво се у хоризонталном реду напише условни, па испод њега упитни став. При томе се потписује тако да дођу динари испод динара а кгр. испод кгр. Дакле:

Дин.: 24	кгр. 3	(условни став)
„ x	„ 18	(упитни „)

Потом се непозната количина (x) упореди са њој одговарајућом количином из условног става (овде 24). На тај начин добива се лева размера пропорције код које је први члан непозната количина (x). Ова се размера има као што се има количина из упитног става (18) према одговарајућој количини из условног става (3), јер су ове две размере директно (управно) пропорционалне.

Код директно (управно) пропорционалних размера важи правило: *Ако је први члан леве размере из упитног става, онда и први члан десне размере мора бити из упитног става.* Према томе: *Ако је први члан леве размере из условног става, онда мора бити и први члан десне размере из условног става.*

У нашем примеру је:

$$x : 24 = 18 : 3$$

Одавде, на основу правила да је производ спољашних чланова пропорције, једнак производу унутрашњих чланова пропорције, добива се:

$$x = \frac{24 \cdot 18}{3} = 8 \cdot 18 = 144 \text{ дин.}$$

2) За 36 метара материје плаћено је 720 динара. Колико метара исте материје може се добити за 1440 дин.?

36 мет.	720 дин.	(Условни став)
x „	1440 „	(Упитни став)

Одавде следује пропорција:

$$x : 36 = 1440 : 720$$

А одавде:

$$x = \frac{36 \cdot 1440}{720} = 72 \text{ метра.}$$

3) За 7 дана 45 људи потроше за храну 3150 динара. Колико ће динара потрошити за исто време 180 људи, када се за сваког човека рачуна иста цена и иста количина хране?

Пошто је број дана у оба случаја исти то он и не утиче на рачун, већ само број људи и цена. Овде је:

45 људи	3150 дин.	(Условни став)
180 људи	x „	(Упитни став)

Одавде следује пропорција.

$$x : 3150 = 180 : 45$$

А из ње:

$$x = \frac{3150 \cdot 180}{45} = 3150 \cdot 4 = 12600 \text{ дин.}$$

б) Са индиректним размерама. 1) 12 људи сврше посао за 36 дана. Колико ће људи свршити овај посао за 72 дана?

И овде, као и код директних размера, треба прво у хоризонталном реду написати условни став, па испод њега упитни, водећи при том рачуна да се у истом ступцу потпишу количине са истим именом.

При постављању пропорције овде важи следеће правило: *Ако је први члан леве размере из упитног става, онда је први члан десне размере из условног и обратно.*

Овде је:

12 људи	36 дана	(условни став)
x људи	72 дана	(упитни став)

Одавде следује пропорција:

$$x : 12 = 36 : 72$$

Из ове пропорције добива се:

$$x = \frac{12 \cdot 36}{72} = 6 \text{ људи}$$

2) 4 радника сврше посао за 48 дана. Колико ће дана радити исти посао 16 радника?

4 радника	48 дана	(условни став)
16 радника	x дана	(упитни став)

Одавде следује пропорција:

$$x : 48 = 4 : 16$$

Из ње се добива:

$$x = \frac{48 \cdot 4}{16} = 12 \text{ дана}$$

3) Једна количина хране траје 10 дана за 120 војника. Колико се дана могу хранити истом количином хране 30 војника?

10 дана	120 војника	(условни став)
x дана	30 војника	(упитни став)

Одавде пропорција:

$$x : 10 = 120 : 30$$

А из ње:

$$x = \frac{10 \cdot 120}{30} = 40 \text{ дана.}$$

2) *Сложено правило тројно.* Овде могу бити три случаја: 1) све су размере директне; 2) све су размере индиректне; и 3) размера има и директних и индиректних.

И овде, као и код простог правила тројног, да би се одредило да ли су две количине директно или индиректно сразмерне, питање се управља увек у односу на непознату количину.

1) *Све су размере директне.* За израду једног друма дужине 500 м. ширине 6 м. и дебљине насипа 40 см. плаћено је 50.000 дин. Колико ће се динара платити за друм дужине 800 м., ширине 5 м. а висине насипа 30 см, када се за кубик насипа у оба случаја плаћа иста цена?.

Овде је:

дужина 500 м.,	ширина 6 м.,	висина насипа 40 см.,	цена 50000 д.	(условни став)
„ 800 „	„ 5 „	„ „ 30 „	„ x „	(упитни став)

Пошто за већу дужину насипа треба више платити, а за мању ширину и мању висину насипа треба мање платити (што више — то више; што мање — то мање) то су овде све директне размере, па зато мора остајати следећа сразмера;

$$\begin{aligned} x : 50000 &= 800 : 500 \\ &= 5 : 6 \\ &= 30 : 40 \end{aligned}$$

А одавде:

$$x : 50000 = 800 \cdot 5 \cdot 30 : 500 \cdot 6 \cdot 40$$

Из ове пропорције добива се:

$$x = \frac{50000 \cdot 800 \cdot 5 \cdot 30}{500 \cdot 6 \cdot 40} = 50000 \text{ дин.}$$

Дакле и овај део пута платиће се исто, јер оба пута имају исту израђену кубатуру.

2) *Све су размере индиректне.* Један посао сврше 4 радника, радећи дневно по 10 часова, за 10 дана. Колико је радника потребно да раде овај исти посао 5 дана по 8 часова дневно?.

Овде је:

4 радника	10 часова дневно	10 дана	(Условни став)
x „	8 „ „	5 „	(Упитни став)

Овде су све обрнуте размере, јер што мање часова дневно раде радници мораће радити више радника, а што мање дана требаће више радника. Зато следује пропорција:

$$x : 4 = 10 : 8$$
$$= 10 : 5$$

Одавде:

$$x : 4 = 10 \cdot 10 : 8 \cdot 5$$

А из ове пропорције:

$$x = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10}{8 \cdot 5} = 10 \text{ радника.}$$

3) *Размера има и директних и индиректних.* Друм од 400 м. дужине и 4 м. ширине сврше 10 радника за 18 дана, радећи дневно по 8 часова. Колико је радника потребно за друм од 1200 м. дужине и 5 м. ширине, да посао буде готов за 36 дана, а да радници раде 6 часова дневно?.

Овде је:

400 м. 4 м. 10 радника 18 дана 8 часова дневно (Условни став)
1200 м. 5 м. x радника 36 дана 6 часова дневно (Упитни став)

Пошто за већу дужину и већу ширину друма треба више радника то су прве две размере директне, а друге две, пошто за више радних дана треба мање радника, а код мањег броја часова рада дневно треба више радника, индиректне.

Према томе овде важи пропорција:

$$x : 10 = 1200 : 400$$
$$= 5 : 4$$
$$= 18 : 36$$
$$= 8 : 6$$
$$x : 10 = 1200 \cdot 5 \cdot 18 \cdot 8 : 400 \cdot 4 \cdot 36 \cdot 6$$

А одавде:

$$x = \frac{1200 \cdot 5 \cdot 18 \cdot 8 \cdot 10}{400 \cdot 4 \cdot 36 \cdot 6} = 25 \text{ радника}$$

Проба. — У првом случају израђено је 1600 квад. мет. ($400 \cdot 4$), а утрошено 1440 ($10 \cdot 18 \cdot 8$) часова рада. За 1 час израђено је $\frac{10}{9}$ кв. м. (1600 : 1440).

У другом случају површина коју треба изградити јесте 6000 кв. метара ($1200 \cdot 5$), а број часова рада 5400 ($25 \cdot 36 \cdot 6$). Према томе и овде се за 1 час израђује $\frac{10}{9}$ кв. м. (6000 : 5400).

Примери за вежбу. 1) 25 кгр. робе плаћени су 125— дин. Колико се кгр. исте робе може добити за 5000— дин.?

2) За 50 дана радећи дневно по 8 часова сврше један посао 25 радника. За колико би дана свршили тај посао 30 радника ако раде а) 10 часова дневно, б) 6 часова дневно?

3) Колико се метара платна може купити за 4200— дин. када је цена 200.— дин. за 30 метара?

4) Један шанац дужине 400 мет., ширине 3 метра и дубине 2 метра радили су 20 радника 10 дана по 8 часова дневно. Колико ће дужинских метара шанца (када је исти терен) израдити 60 радника за 20 дана ако се ради дневно по 10 часова а ширина шанца је 4 метра и дубина 2,5 метра?

5) За једну греду дужине 3,5 метара, ширине 40 см и дебљине (висине) 30 см плаћено је 400.— дин. Колико ће се дин. платити за греду дужине 4,25 метара, ширине 0,50 метара и дебљине (висине) 40 см када је цена по кубику иста као и за прву греду?

6) За 40 дана радећи дневно по 10 часова 20 радника зарадили су 5000.— дин. Колико је зарадила група радника од 50 радника радећи дневно по 8 часова за 30 дана када се обема групама плаћа радни час подједнако?

7) Колико ће се динара платити за 15 метара платна када се за 400 дин. добије 80 метара?

8) За 4,5 хектара плаћено је 60000— дин. Колико ће се дин. платити за 2,5 хектара када је цена по хектару иста?

Чл. 25. Јединице новца и њихови делови

Југославија: 1 динар (Дин., дин., дн., Дн.) = 100 пара (п).
Француска: 1 франак (Fr, frs) = 100 сантима (c).
Италија: 1 лира (Lit) = 100 чентезима (č).
Швајцарска: 1 франак (Sfr, sfrs) = 100 сантима (c).
Грчка: 1 драхма (Dr) = 100 лептона.
Румунија: 1 леи (leu) = 100 бани.
Бугарска: 1 лев (lev) = 100 стотинки.
Енглеска: 1 фунта штерлинга (£) = 20 шилинга (sh) = 240 пенса (d); 1 шилинг = 12 пенса; 1 пенс = 4 дарсинга.
Сједињене америчке државе: 1 долар ($) = 100 цента (c).
Финска: 1 марка (M) = 100 пениа.
Шпанија: 1 пезет (Pa) = 100 центавоса; 5 пезета = 1 пезо (Po).
Шведска, Норвешка и Данска: 1 круна (Kr) = 100 ера.
Чешка и Словачка: 1 круна (Kč, Ks) = 100 халера.
Мађарска: 1 пенг (Png) = 100 филира.
Пољска: 1 злот (Zl.) = 100 гроша.
Холандија: 1 холандска форинта (Hfl) = 100 ценса.
Немачка: 1 марка (RM) = 100 пфенига.
Русија: 1 рубља (Ro) = 100 копејки. Рачунска јединица: 1 червонец = 10 рубаља.
Португалија: 1 ескудо (Ese) = 1000 центавоса.
Естонија: 1 естонска круна (EK) = 100 фента.
Литванија: 1 литас (L) = 100 центаса.

Летонија: 1 лат (Lt) = 100 сандима.
Турска: 1 турска лира (Ltque) = 100 гроша.
Аргентина: 1 пезо (Pes) = 100 центавоса; 1 аргентино = 5 пезо.
Бразилија: 1 монреј (M) = 100 пенса.
Британска Индија: 1 рупија (Rp) = 16 анаса; 1 анас = 12 пиеса.
Египат: 1 египатска лира = 100 пиастера.
Јапан: 1 јен = 100 сена.
Кина: 1 таел = 100 кандарина; 1 кандарин = 10 кеша.
Аустралија: Исти новац као и Енглеска.
Албанија: 1 франак = 100 лека.
Белгија: 1 франак = 100 сантима; 1 белга = 5 франака.
Чиле: 1 пезо = 100 центавоса.

Чл. 26. **Јединице за мере.** Данас у свету постоје за дужину, површину, тежину и течност две врсте мера: једне се деле на ниже јединице по декадном бројном систему, а друге по неким свакој држави својственим узансима. И ако је већина држава увела јединице које се деле по декадном систему ипак су код великог броја, и то за привреду важних држава, старе јединице мера, а код неких, и ако су званично уведене декадне јединице, још увек се у приватном саобраћају, а некад и у званичном, употребљавају старе мере. Према томе треба их проучити. Државе, које овде нису наведене или су увеле декадни систем мера или за нас немају тако велики значај.

1) Декадне јединице мера су: а) *За дужину:* 1 метар (m) = 10 десиметара (dm) = 100 сантиметара (cm) = 1000 милиметара (mm). Већа јединица је километар (Km) = 1000 метара; а још већа је миријаметар (Mm) = 10 километара.

б) *За површину:* 1 квадратни метар (m^2) = 100 dm^2 = 10000 cm^2 = 1000000 mm^2. Веће јединице су: Хектар (Ha) = 100 ара (a) = 10000 m^2; 1 a = 100 m^2; Квадратни километар (Km^2) = 100 Ha

в) *За запремину:* 1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000000 cm^3 = 1000000000 mm^3
1 dm^3 = 1000 cm^3 = 1000000 mm^3
1 cm^3 = 1000 mm^3

г) *За течност:* 1 литар (l) = запремини кубног десиметра.
1 l = 10 dl = 100 cl/Десилитар (dl), сантилитар (cl)/.
1 dl = 10 cl.

Веће јединице су: Декалитар (Dl) = 10 l
1 Hl = 100 l.

д) *За тежину:* 1 килограм (Кгр, Kgr) = 10 декаграма (Dgr) = 100 хектограма (Hgr) = 1000 грама (gr, гр).

Мање јединице од грама су: десиграм (dgr), сантиграм (cgr), и милиграм (mgr); 1 gr = 10 dgr = 100 cgr = 1000 mgr.

Веће јединице од килограма јесу: 1 метрична цента (квинтал) = 100 килограма; 1 тона (t) = 10 квинтала (q) = 1000 кгр; 1 вагон = 10 t = 100 q = 10000 кгр.

2) Друге јединице проучићемо код следећих држава:

1) Енглеска

а) *За дужину:* 1 јарда (Y) = 3 стопе = 36 инча = 0,914 м.
1 стопа = 12 инча = 144 линије
1 енглеска миља = 1760 јарди = 1609,34 м.
1 морска миља = 1855 м.

б) За *површину:* 1 квадратна јарда = 9 кв. стопа

в) За *запремину:* 1 куб. јарда = 27 куб. стопа

г) За *запремину лађа:* 1 режисер тона = 100 куб. стопа = 2,8315 $м^3$.

д) За *тежину:* Постоје две врсте мера за тежину. Једне су за трговачку робу а друге за племените метале.

1. За *трговачку робу:* 1 паунд (фунта) = 12 унција (oz) = 453,593 грама.
1 унција = 16 драма (dr)
1 тона (et) = 20 хундерведа (cwt) = *1016 кгр.*
1 cwt = 4 квартера (qr)
1 qr = 28 паунда (фунти)

2) За *племените метале:* 1 трои фунта (паунд) = 12 троионца = 373,242 гр.
1 троионца = 20 пенивејса = = 31,103496 гр.
1 пенивејс = 24 грена
1 карат = 4 грена

ђ) За *течност:* 1 галон (империал галон) = 8 пјантса = 4,543 литра
1 пјантс = 4 гилса
1 хогсхед = 63 галона = 286,25 литара
1 пајт = 126 галона = 572,50 литара

е) За *жито:* 1 бушел = 8 галона = 36,35 литара
1 империал квартер = 8 бушела = 290,78 литара

2) Уједињене Америчке државе

а) За *тежину и дужину:* Као и у Енглеској, али поред ових постоје још и: 1 центал (cti) = 100 америчких фунти = 45,359 кгр. јер је 1 америчка фунта = 1 енглеској фунти = 453,593 гр.

1 америчка тона = 2000 америчких фунти (Енглеска тона има 2240 енглеских фунти).

б) За *течност:* 1 амерички галон = 8 пајнтса = 3,785 литара.
1 пајнтс = 4 гилса.

в) За *жито:* амерички бушел = 35,238 литара.

Примедба: рачуна се 6 амер. галона = 5 енгл. галона и 33 амер. бушела = 32 енгл. бушела.

3) Немачка:

Поред мера са децималном поделом употребљавају се још и следеће:

а) За *тежину:* 1 тона = 20 центара = 2000 фуната
1 центар = 100 фуната
1 фунта = 0,5 кгр.

б) За *број комада:* 12 комада = 1 туце
12 тућета = 144 комада = 1 грос

в) За *хартију:* 1 рис = 10 књига = 1000 табака
1 књига = 10 свезака

4) Русија

а) За *дужину:* 1 врста = 500 сажења = 1066,78 метара
1 сажењ = 7 стопа = 84 ђујма
1 стопа = 12 ђујма = 0,3047 метара
1 сажењ = 3 аршика = 84 ђујма
1 аршик = 28 ђујма
1 аршик = 16 вершока = 0,711 мет.
1 руска миља = 10 врста = 10667,8 метара

б) За *површину:* 1 квадр. врста = 1,138 кв. километара
1 десјачик = 2400 кв. сажења = 109,29 ара

в) За *течност:* 1 бочка = 40 ведара = 491,95 литара
1 ведро = 10 кружека = 12,299 литара
1 кружек = 20 чарока

г) За *жито:* 1 четверт = 8 четверика = 209,907 литара
1 четверик = 8 гарнцев = 26,238 литара
1 ласт = 16 четверт = 3358,5 литара

д) За *тежину:* 1 пуд = 40 фунти = 16,379 кгр.
1 фунта = 32 лота = 96 золотника = 409,512 грама
1 лот = 3 золотника
1 золотник = 96 дољи
1 берковец = 10 пуда = 163,79 кгр.
1 тона = 12 берковеца = 1965,48 кгр.

Остале важније државе увеле су декадни систем мера.

Старе мере у Југославији

а) За *дужину:* 1 хват = 6 стопа = 18 шака = 72 палца = 864 црте = 1,896 м.
1 стопа = 0,316 м.
1 палац = 2,634 см.
1 црта = 2,195 мм.

б) За *површину:* 1 кв. хват = 3,597 кв. м.
1 кв. стопа = 0,099 кв. м.
1 дунум = 1000 кв. м.
1 ралица = 2500 кв. м.
1 дан орања (плуг) = 1600 кв. хвати = 5754,64 кв. м.

в) За *тежину:* 1 ока = 4 литре = 400 драма = 1280 гр.
1 товар = 100 ока

г) За *течност:* 1 аков = 44 оке = 56,3 кгр.

Чл. 27. Верижни рачун. Кад је дат низ односа између количина у виду једначина, па се тражи да се из тих односа нађе однос између једне познате количине и њој одговарајуће друге количине, онда се тај однос може израчунати помоћу верижног правила. При том треба имати на уму да се сви задатци не могу решавати помоћу верижног правила, већ само они где су односи у директној размери.

Верижни рачун добио је своје име по томе што се поједини његови чланови, с обзиром на име, вежу као карике на веригама.

Верижни став почиње се увек са количином која се тражи тј. она се пише прва на левој страни црте. У другом реду на левој страни црте мора доћи количина истог имена као и количина у првом реду на десној страни црте. Верижни став готов је онда када на десној страни црте дође количина са истим именом као и количина са којом је почет став. Ако после тога остане још односа неупотребљених задатак је преодређен, а ако их нема довољно да се став затвори онда је неодређен.

Верижни рачун може бити прост и сложен. Прост је онда када су познате три количине па се тражи четврта, а сложен када се знају 5 и више од 5 па се тражи 6-та, односно 8-ма, 10-та итд., количина.

Из следећих примера видеће се како се решавају задатци помоћу верижног рачуна:

1) 24 кгр. коштају 360 дин. Колико кгр. може се купити за 720 дин.?

Ако се са x обележи број непознатих кгр., онда из предњег задатка следују следеће једначине:

x кгр. = 720 дин.
360 дин. = 24 кгр.

Стави ли се место знака једнакости вертикална црта добива се верижни став

x кгр.	720 дин.
360 дин.	24 кгр.

Пошто количине поређане с леве и десне стране црте нису ништа друго него количине двеју једначина, а знамо да ако се леве стране двеју или више једначина измноже међусобом, а десне исто тако, да ће овако добивени производи бити међу собом једнаки, то одавде следује:

$$x \cdot 360 = 720 \cdot 24$$

тј.

$$x = \frac{720 \cdot 24}{360} = 48 \text{ кгр.}$$

2) 60 м. платна коштају 420 дин. Колико дин. коштају 40 м.?.

x дин.	40 м.
60 м.	420 дин.

А одавде:

$$x = \frac{40 \cdot 420}{60} = 280 \text{ дин.}$$

3) 48 јарди платна плаћено је 91,4 шилинга. Колико динара коштају 96 метара, кад је курс фунте штерлинга 240 дин. (1 јарда = 0,914 м)

x дин.	96 м.
0,914 м.	1 јарда
48 јарди	91,4 шилинга
20 шилинга	1 фунта штерлинга
1 фунта штерл.	240 дин.

Одавде:

$$x = \frac{96 \cdot 91{,}4 \cdot 240}{0{,}914 \cdot 48 \cdot 20} = 2400 \text{ динара.}$$

4) За франака 7200 добије се 1080 кгр. Колико кгр. може се добити за 14400 дин., када је курс франка 150 дин.?

x кгр.	14400 дин.
150 дин.	100 фран.
7200 фран.	1080 кгр.

Одавде:

$$x = \frac{14400 \cdot 100 \cdot 1080}{150 \cdot 7200} = 1440 \text{ кгр.}$$

Примери за вежбу. 1) Колико дин. коштају 250 m платна када је 1 јарда овог платна 4 пенса, а 1 £ 280 дин?

2) За италијанских лира 240 купљено је 60 кгр. робе. Колико ће се динара платити за 4000 кгр. те исте робе када су 100 итал. лира 240 дин?

3) За 10 америчких бушела жита плаћено је 3 долара. Колико би се динара платило за 20 енглеских бушела када је 1 долар 45 дин?

4) За 20 енглеских галона неке течности плаћено је £ 5„ 6„ 4. Колико би се динара платило за 80 америчких галона када је 1 £ 250 дин?

5) За 25 енглеских тона неке робе плаћено је 15000 fr. frs. Колико ће се динара платити за 2 вагона те робе ако су 150 fr. frs. 132 дин?

6) Једна троионца чистог злата плаћа се 220 sh. Колико ће се динара платити за $\frac{1}{2}$ кгр. чистог злата када је 1 £ 260 дин?

7) За 15 пуда робе плаћено је 500 fr. frs. Колико ће се дин. платити за a) 40 пуда, b) 200 кгр. исте робе када су 100 fr. frs. 110 дин?

8) 50 m платна коштају 750 дин. Колико ће се динара платити a) за 40 m, b) за 90 јарди истог платна?

Чл. 28. Процентни и промилни рачун. У пракси, а тако исто и у научним радовима, не изражава се увек зарада, повоћање, умањење, скок или пад цена, итд. у односу на целокупну суму од које се има рачунати зарада, повећање итд., јер некад она није ни позната унапред, већ у односу на 100 или на 1000 јединица ове суме. Број који казује колико се јединица рачуна од сваке 100 зове се *проценат* (долази од „про центум“), а од сваке 1000 зове се *промил* (долази од „про миле“). Он се још зове *процентна*, односно *промилна*, *стопа*. Проценат се обележава знаком %, а промил ‰.

Процентну стопу, а тако исто и промилну, у даљим излагањима обележаваћемо са п; суму од које се има израчунавати процентни, односно промилни, принос зваћемо главница и обележавати са Г; а процентни принос обележаваћемо са П.

Све што буде важило за процентни важи и за промилни рачун, само свуда место 100 треба код промилног рачуна ставити 1000.

Код процентног рачуна могу се јавити, у односу на главницу, три случаја. Може бити позната чиста главница (Г), може бити позната увећана главница са процентним приносом (Г + П), и може бити позната умањена главница са процентним приносом (Г — П). У првом случају имамо процентни рачун *од сто*, у другом *на сто*, а у трећем *у сто*.

Из предњег излагања види се да код процентног рачуна, с обзиром на главницу, могу настати следећа три случаја: 1) позната чиста главница, 2) позната увећана главница и 3) позната умањена главница.

Пошто у процентном рачуну поред 100, односно 1000, као константе појављују се још три количине, то излази да је једна од њих функција оних других двеју. Тако процентни принос функција је главнице и процента; главница је функција процентног приноса и процента; а проценат функција главнице и процентног приноса. Према томе када су две познате трећу је могуће израчунати, па се зато процентни рачун бави: израчунавањем процентног приноса када су познати главница и проценат; главнице када су познати процентни принос и проценат; процента када су познати главница и процентни принос. Проучићемо сваки од ова три случаја.

I Процентни рачун од сто

Као што смо већ видели када је позната чиста главница (Г), онда је то процентни рачун *од сто*.

А) **Изналажење процентног приноса (П).**

1) Израчунати 4% провизију од 7584 дин.

Задатак се може решити помоћу пропорције, односно простог правила тројног, и помоћу верижног рачуна.

а) помоћу пропорције:

4 дин. провизије даје главница од 100 дин. (условни став)
x дин. провизије даје главница од 7584 дин. (упитни став)

Одавде следује:

$$x : 4 = 7584 : 100$$

А из ње:

$$x = \frac{7584 \cdot 4}{100} = 303{,}36 \text{ дин. провизије}$$

б) помоћу верижног рачуна:

x дин. провизије	7584 дин. главнице
100 дин. главнице	4 дин. провизије

$$\text{Одавде: } x = \frac{7584 \cdot 4}{100} = 303{,}36 \text{ дин. провизије}$$

Из овога се види да се процентни принос добива када се главница помножи процентом и производ подели стотином; дакле:

$$П = \frac{Г \cdot п}{100}$$

2) Израчунати $^3/_4\%$ рабат од 16835 дин.

$$П = \frac{16835 \cdot \frac{3}{4}}{100} = 168{,}35 \cdot \tfrac{3}{4} = \frac{505{,}05}{4} = 126{,}26 \text{ дин.}$$

У пракси предњи пример би се решио на следећи начин: Прво би се израчунало колико износи 1% од 16835, а то се добива када се овај број подели са 100. Затим би се тако добивени број поделио са 4, и добивени количник одузео би се од 1%; дакле:

1% од 16835	= 168,35 дин.	
— $^1/_4\%$ од 16835	= 42,09 дин.	= 168,35 : 4
$^3/_4\%$ од 16835	= 126,26 дин.	

3) Наћи $17^1/_2\%$ од 44565,40 дин.

$17^1/_2 = 10 + 5 + 2^1/_2$

10% од 44565,40	= 4456,54 дин.	
5% од 44565,40	= 2228,27 дин.	$(5 = \frac{10}{2}$, зато 5% = 10% : 2)
$2^1/_2\%$ од 44565,40	= 1114,135 дин.	($2^1/_2\%$ = 5% : 2)
$17^1/_2\%$ од 44565,40	= 7798,945	

4) Нођи $^3/_5‰$ од 72864 дин.

1‰ од 72864 = 72,864	
$^1/_5‰$ од 72864 = 14,5728	(72,864 : 5, јер је $^1/_5‰$ = 1‰ : 5)
$^3/_5‰$ од 72864 = 43,7184 дин.	(14,5728 · 3, јер је $\frac{1}{5} \cdot 3 = \frac{3}{5}$)

Примедба. — Предњи задатак могао би се решити на следећи начин: Пошто је $\frac{3}{5}‰ = \frac{6}{10}‰ = 6‱$, то суму од које се тражи принос треба помножити са 6 и производ поделити са 10000. —

5) Наћи 75% од 8436,40 дин.

100% од 8436,40 = 8436,40	
− 25% од 8436,40 = 2109,10	(8436,40 : 4)
75% од 8436,40 = 6327,30 дин.	

6) Наћи 125% од 7386,42

100% од 7386,42 = 7386,42	
+ 25% од 7386,42 = 1846,606	(7386,42 : 4)
125% од 7386,42 = 9233,026	

7) Наћи 200% од 14356,85

100% од 14356,85 = 14356,85	
200% од 14356,85 = 28713,70	(14356,85 · 2)

Дакле 100% принос је сами број; 200% принос је дупла главница, 400% је четворострука главница, 25% четвртина главнице, 50% половина главнице.

Б) **Изналажење главнице** (Г)

1) Каса шконт 3% износи дин. 51.— Од које је суме рачунат каса шконт и са којом је сумом исплаћен рачун?.

Задатак се може решити на два начина: помоћу пропорције и помоћу верижног рачуна.

а) помоћу пропорције:

3 дин. каса шконта даје главница од дин. 100
51 дин. каса шконта даје главница од дин. x

Одавде следује пропорција:

$$x : 100 = 51 : 3$$

А из ње:

$$x = \frac{100 \cdot 51}{3} = 100 \cdot 17 = 1700.\text{— дин.}$$

Каса шконт рачунат је од 1700 дин. а рачун исплаћен са 51 дин. мање, дакле са 1649 дин.

б) помоћу верижног рачуна

x дин. главнице	51 дин. каса шконта
3 дин. каса шконта	100 дин. главнице

Одавде:

$$x = \frac{100 \cdot 51}{3} = 1700.\text{— дин.}$$

Према томе општа формула била би:

$$Г = \frac{100 \cdot П}{п}$$

2) Тара 5% износи 65 кгр. Колика је бруто тежина?.

$$Г = \frac{100 \cdot 65}{5} = 100 \cdot 13 = 1300 \text{ кгр.}$$

3) Куртажа $1/2‰$ износи 35,5 дин. Од које је суме рачуната?

$$Г = \frac{1000 \cdot 35.5}{0,5} = \frac{1000 \cdot 35,5 \cdot 2}{0,5 \cdot 2} = 1000 \cdot 71 = 71000 \text{ дин.}$$

4) Дивиденда по акцији износи 5%, а купон је исплаћен са 25 дин. Колика је номинала акције?.

$$Г = \frac{100 \cdot 25}{5} = 500 \text{ дин.}$$

В) **Изналажење процента** (п)

1) Провизија 826 дин. рачуната је од 16520 дин. Колика је провизија у процентима?

Проценат, као и процентни принос и главница, може се израчунати: помоћу пропорције и помоћу верижног рачуна.

а) помоћу пропорције

826 дин. провизије даје главница од 16520 дин.
x дин. провизије даје главница од 100 дин.

Одавде пропорција:

$$x : 826 = 100 : 16520$$

А из ње:

$$x = \frac{826 \cdot 100}{16520} = 5\%$$

б) помоћу верижног рачуна

x дин. пров.	100 дин. главнице
16520 дин. глав.	826 дин. провизије

Одавде:

$$x = \frac{100 \cdot 826}{16520} = 5\%$$

Општа формула била би:

$$п = \frac{100 \, П}{Г}$$

2) Роба је купљена за 6000 динара, а продана за 7000 дин. Колико је % зарађено?

$$п = \frac{1000 \cdot 100}{6000} = \frac{100}{6} = \frac{50}{3} = 16^2/_3\%$$

3) Обвезнице ратне штете нотиране су на берзи: 1/10 по 420, а 15/10 по 440. Колико % су у скоку?.

$$п = \frac{20 \cdot 100}{420} = \frac{100}{21} = 4\frac{16}{21}\%$$

II. Процентни рачун на сто

Када у задатку није позната чиста главница, већ главница увећана процентним приносом, онда је реч о процентном рачуну *на сто*.

Код процентног рачуна на сто може се израчунавати главница или процентни принос из једне од једначина:

(Г + П) — П = Г. Увећана главница мање процентни принос = чиста главница.

(Г + П) — Г = П. Увећана главница мање чиста главница = процентни принос.

Код процентног рачуна од сто видели смо да између чисте главнице (Г), процентног приноса (П), процента (п) и стотине важи следећи однос: Г : П = 100 : п

У одељку о сразмерама видели смо да важи правило: Збир чланова леве размере има се према збиру чланова десне размере као што се има први члан леве према првом члану десне, други леве према другом десне. На основу тог правила добијамо следеће две пропорције:

$$(Г + П) : (100 + п) = Г : 100$$
$$(Г + П) : (100 + п) = П : п$$

Из прве се добива:

$$Г = \frac{(Г + П).\,100}{100 + п}$$

а из друге:

$$П = \frac{(Г + П)\,п}{100 + п}$$

Следећи примери показују како се решавају задатци када је позната увећана главница.

1) Са 15% зараде трговац је продао извесну количину робе за 7360 дин. Колико га кошта ова роба?.

Овде се тражи главница, а позната је увећана главница и проценат, па је:

$$Г = \frac{7360 \cdot 100}{100+15} = \frac{7360 \cdot 100}{115} = 6400 \text{ дин. цена коштања}$$

7360 дин. продајна цена
960 дин. зарада

Овде је цена коштања израчуната директно. Међутим њу је могуће израчунати и индиректно. Израчунава се прво зарада тј. процентни принос, па се одузме од увећане главнице (овде продајне цене) Дакле:

$$П = \frac{7360 \cdot 15}{115} = 960 \text{ дин. зарада}$$

7360 дин. продајна цена
6400 дин. цена коштања

Код процентног рачуна на сто треба увек извршити пробу да ли су нађени резултати добри. Проба се врши на следећи начин: Нађе се колика је чиста главница и колики је процентни принос, па се од чисте главнице израчуна процентни принос са датом процентном стопом. Ако тако израчунати принос буде исти као што је већ израчунат помоћу формула за рачун на сто, онда су нађене количине добро израчунате, у противном треба пронаћи грешку.

У нашем примеру од 6400 треба наћи 15% и ако тако израчунати процентни принос буде 960 дин. рачун је добар, а ако не, рачун је погрешан. Дакле:

10% од 6400 = 640 дин.
5% од 6400 = 320 дин.
15% од 6400 = 960 дин.

Дакле као што смо и нашли на први начин.

2) са $^1/_2$‰ куртаже купљени ефекти коштају 16328,16 дин. Колико коштају ефекти без куртаже и колика је куртажа?.

$$П = \frac{16328.16 \cdot 0,5}{1000 + 0,5} = \frac{16328,16}{2001} = 8,16 \text{ дин. куртажа}$$

$$П = \frac{16328,16 \cdot 1000}{1000 + 0,5} = \frac{32656320}{2001} = 16320 \text{ дин. коштају ефекти без}$$

куртаже.

Проба: 1‰ од 16320 = 16,32
$^1/_2$‰ од 16310 = 8,16

Дакле као горе.

III. Процентни рачун у сто

Ако је у задатку позната умањена главница и проценат, онда се чиста главница или процентни принос израчунава, када је једна од ове две већ израчуната, из једначина:

(Г — П) + П = Г Умањена главница више процентни принос = чиста главница.

Г — (Г — П) = П Чиста главница мање умањена главница = процентни принос.

Из пропорције:

$$Г : П = 100 : п$$

а на основу правила: Разлика чланова леве размере има се према разлици чланова десне размере као што се има први члан леве према првом члану десне и као што се има други леве према другом десне, добијају се следеће пропорције:

$$(Г - П) : (100 - п) = Г : 100$$
$$(Г - П) : (100 - п) = П : п$$

Из прве се добија:

$$Г = \frac{(Г - П)\,100}{100 - п},$$

а из друге:

$$П = \frac{(Г - П)\,п}{100 - п}$$

Из следећих примера види се како се решавају задаци када је позната умањена главница.

1) Са 15% губитка роба је продана за дин. 6205. Колики је губитак и шта стаје роба?.

$$П = \frac{6205 \cdot 15}{100 - 15} = \frac{6205 \cdot 15}{85} = 1095 \text{ дин. губитак}$$

$$Г = \frac{6205 \cdot 100}{100 - 15} = \frac{620500}{85} = 7300 \text{ дин. кошта роба.}$$

Проба:

$$\begin{array}{r}
10\% \text{ од } 7300 = \ \ 730 \\
5\% \text{ од } 7300 = \ \ 365 \\
\hline
15\% \text{ од } 7300 = 1095
\end{array}$$

Резултат је као што је и нађено, па је, према томе, рачун добар.

2) Хартије су пале 4% и данас се котирају по дин. 211,20. Пошто су биле хартије пре пада и за колико су пале по комаду?

$$Г = \frac{211{,}20 \cdot 100}{100 - 4} = \frac{21120}{96} = 220 \text{ дин. комад пре пада.}$$

$$П = \frac{211{,}20 \cdot 4}{100 - 4} = \frac{211{,}20}{24} = 8{,}80 \text{ дин. пад по комаду.}$$

3) Нето тежина 776 кгр. Тара 3%. Колика је бруто тежина?

$$Г = \frac{776 \cdot 100}{100 - 3} = \frac{77600}{97} = \begin{array}{l} 800 \text{ кгр. бруто тежина} \\ 776 \text{ кгр. нето тежина} \\ \hline 24 \text{ кгр. тара} \end{array}$$

Проба: 3% од 800 = 24 кгр.; као и горе.

4) Тантијема чиновника једне банке смањена је за 2‰ и ове године износи 64670,40. Колико је смањена тантијема и колика је била тантијема пре смањења?.

$$П = \frac{64670{,}4 \cdot 2}{1000 - 2} = \frac{129340{,}80}{998} = 129{,}60 \text{ дин. смањење тантијеме}$$

$$Г = \frac{66670{,}4 \cdot 1000}{1000 - 2} = \frac{64670400}{998} = \begin{array}{l} 64800 \text{ дин. тантијема пре смањења} \\ \hline 64670{,}40 \text{ дин. тантијема после} \end{array}$$

смањења.

IV Претварање процентне стопе у промилну и обратно

На следећем примеру видећемо какав однос постоји између процентне и промилне стопе.

3% од 5000 дин. износи 150 дин. Кад се од 5000 дин. добије 150 дин. на име провизије колико је то ‰?

$$п = \frac{150 \cdot 1000}{5000} = 30‰$$

Одавде видимо следеће:

$$3\% = 30‰$$

Према томе процентна стопа претвара се у промилну када се проценат помножи са 10. Обратно промилна се претвара у процентну ако се подели са 10. Дакле: 4% = 40‰; $^1/_5$% = 2‰: 45‰ = 4,5% итд.

Општа формула је:

$$p\% = 10 \cdot p‰$$
$$p‰ = \frac{p}{10}\,\%$$

Примери за вежбу:

1) Нађи процентни принос $^1/_8$%, $2^1/_2$%, $5^1/_5$%, $12^1/_2$%, $17^1/_2$%, $22^1/_2$%, $33^1/_3$%, 75%, 50%, 70%, 125%, 200%, 400%, 0,35%, 2,25% 3,03%, 11%, $11^1/_2$%, $9^1/_2$%, $7^1/_2$%, $6^1/_2$%, $15^1/_2$%, 111% и 225% од a) 56484,24, b) 728456,30 и c) 624720.—

2) Нађи промилни принос $^1/_2$‰, $^1/_8$‰, 2‰, 5‰, $2^1/_2$‰, $2^3/_4$‰, $5^1/_2$‰, $5^3/_4$‰, 2,7‰, 1,72‰ и 3,2‰ од a) 976840, b) 428700 и c) 2864786,40.

3) Каса шконт $2^1/_2$% износи 15 дин. Од које је суме рачунат?

4) Провизија 2‰ је 400.— дин. На коју је суму рачуната?

5) Хартије су пале 5 дин. по комаду и данас се продају 215— дин. За колико су процената у паду?

6) Роба је поскупила 0,25 дин. по кгр. и данас се продаје по 5,75 дин. кгр. За колико је процената поскупила?

7) Извоз једне земље у 1938 год повећао се у односу на извоз у 1937 за 15 милиона динара. За колико је процената повећан извоз у 1938 год. ако је укупан извоз 1938 год. 1415 милиона динара?

8) Са 25% зараде роба је продата за 16000.— дин. Пошто би требало продати исту толику количину робе да се заради a) 20%, b) 30%, c) $33\frac{1}{3}$%?

9) Једна количина робе продата је са 10% губитка за 18000.— дин., а два пута толика количина са зарадом 24%. Колико је зарађено на свој продатој роби и колико је то у процентима?

10) Један трговац зарадио је на $\frac{1}{4}$ укупне робе на стоваришту 15000.— дин. зарађујући $15\frac{1}{2}$%. Ако остатак робе распрода са 20% зараде колико ће укупно зарадити и колика је зарада у %?

11) Зарада у 1939 год. мања је од зараде у 1938 год. за $\frac{1}{2}$%. Колика је зарада у 1938 када је у 1939 год. дин. 42880.—?

Чл. 29. **Интересни рачун.** Код процентног рачуна нисмо водили рачуна о томе за које је време постигнута зарада, повећање, умањење итд., већ само о томе колика је сума на коју има да се обрачуна зарада, повећање, умањење итд. и колико је то у процентима. Ако се поред тога води рачуна још и о времену, онда је то интересни рачун.

Интерес (И) или како се још зове камата је накнада коју дужник плаћа своме повериоцу за послугу готовине. Интересна стопа (p) је интерес за 100 јединица позајмљеног капитала за 1 годину. Према томе када се каже интерес 5% то значи да дужник плаћа своме повериоцу 5 дин. интереса за годину дана на сваких 100 дин. позајмљеног капитала. Позајмљени новац зове се капитал (К).*)

С обзиром на то да ли је познат чист, увећан или умањен капитал могу се код интересног рачуна појавити три случаја: интересни рачун од сто, интересни рачун на сто и интересни рачун у сто.

Интерес може бити двојак: прост интерес и сложен или интерес на интерес. У првом случају интерес се не додаје капиталу, већ маколико новац стајао под интересом увек се рачуна само на капитал. У другом случају после сваког периода времена (године, полугодине, тромесечја, месеца) интерес се

*) У Трговачкој рачуници узимамо да је капитал у готовом новцу. Међутим у обичном животу капитал може бити и свако друго економско добро. Тако земљорадници позајмљују у житу да о утврђеном року врате позајмљени број кграма жита и да плате камату опет у житу.

додаје капиталу, па се у идућем периоду времена интерес плаћа не само на капитал него још и на овај укапиталисани интерес. Простим интересом бави се Трговачка и банкарска рачуница, а интересом на интерес Политичка рачуница.

Време код интересног рачуна може се јавити у годинама (г), месецима (м) и данима (д), а може бити и у годинама и у месецима и данима, али се најчешће јавља у данима.

I Интересни рачун од сто

Када је познат чист капитал (К) онда имамо интересни рачун од сто. Како се израчунава интерес, капитал, интересна стопа и време проучићемо на примерима.

1. Изналажење интереса

1) Колико ће донети интереса 16000 дин. за 2 године са 6%?

Образац за интерес извешћемо помоћу пропорције.

Капитал од 100 дин. за 1 год. даје интерес 6 дин. (Условни став)
Капитал од 16000 дин. за 2 год. даје интерес x дин. (Упитни став)

Одавде следује пропорција:

$$\begin{array}{l} x : 6 = 16000 : 100 \\ \quad\;\; = 2 \;:\; 1 \\ \hline x : 6 = 16000 \cdot 2 : 100 \end{array}$$

А одавде:

$$x = \frac{16000 \cdot 2 \cdot 6}{100} = 160 \cdot 2 \cdot 6 = 1920 \text{ дин.}$$

Ако се место 16000 стави К, место 2 стави г, а место 6 стави p и место x стави И, онда се добива општа формула:

$$И = \frac{К \cdot p \cdot г}{100}$$

2) Кокико ће донети интереса 5400 дин. за 4 месеца са 5%?

Капитал од 100 дин. за 12 месеци даје интерес 5 дин. (Условни став)
Капитал од 5400 дин. за 4 месеца даје интерес И дин. (Упитни став)

Одавде:

$$\begin{array}{l} И : 5 = 5400 : 100 \\ \quad\;\; = 4 : 12 \\ \hline И : 5 = 5400 \cdot 4 : 100 \cdot 12 \end{array}$$

5) Хартије су пале 5 дин. по комаду и данас се продају 215— дин. За колико су процената у паду?

6) Роба је поскупила 0,25 дин. по кгр. и данас се продаје по 5,75 дин. кгр. За колико је процената поскупила?

7) Извоз једне земље у 1938 год повећао се у односу на извоз у 1937 за 15 милиона динара. За колико је процената повећан извоз у 1938 год. ако је укупан извоз 1938 год. 1415 милиона динара?

8) Са 25% зараде роба је продата за 16000.— дин. Пошто би требало продати исту толику количину робе да се заради a) 20%, b) 30%, c) $33\frac{1}{3}\%$?

9) Једна количина робе продата је са 10% губитка за 18000.— дин., а два пута толика количина са зарадом 24%. Колико је зарађено на свој продатој роби и колико је то у процентима?

10) Један трговац зарадио је на $\frac{1}{4}$ укупне робе на стоваришту 15000.— дин. зарађујући $15\frac{1}{2}\%$. Ако остатак робе распрода са 20% зараде колико ће укупно зарадити и колика је зарада у $\%$?

11) Зарада у 1939 год. мања је од зараде у 1938 год. за $\frac{1}{2}\%$. Колика је зарада у 1938 када је у 1939 год. дин. 42880.—?

Чл. 29. **Интересни рачун.** Код процентног рачуна нисмо водили рачуна о томе за које је време постигнута зарада, повећање, умањење итд., већ само о томе колика је сума на коју има да се обрачуна зарада, повећање, умањење итд. и колико је то у процентима. Ако се поред тога води рачуна још и о времену, онда је то интересни рачун.

Интерес (И) или како се још зове камата је накнада коју дужник плаћа своме повериоцу за послугу готовине. Интересна стопа (р) је интерес за 100 јединица позајмљеног капитала за 1 годину. Према томе када се каже интерес 5% то значи да дужник плаћа своме повериоцу 5 дин. интереса за годину дана на сваких 100 дин. позајмљеног капитала. Позајмљени новац зове се капитал (К).*)

С обзиром на то да ли је познат чист, увећан или умањен капитал могу се код интересног рачуна појавити три случаја: интересни рачун од сто, интересни рачун на сто и интересни рачун у сто.

Интерес може бити двојак: прост интерес и сложен или интерес на интерес. У првом случају интерес се не додаје капиталу, већ маколико новац стајао под интересом увек се рачуна само на капитал. У другом случају после сваког периода времена (године, полугодине, тромесечја, месеца) интерес се додаје капиталу, па се у идућем периоду времена интерес плаћа не само на капитал него још и на овај укапиталисани интерес. Простим интересом бави се Трговачка и банкарска рачуница, а интересом на интерес Политичка рачуница.

*) У Трговачкој рачуници узимамо да је капитал у готовом новцу. Међутим у обичном животу капитал може бити и свако друго економско добро. Тако земљорадници позајмљују у житу да о утврђеном року врате позајмљени број кграма жита и да плате камату опет у житу.

Време код интересног рачуна може се јавити у годинама (г), месецима (м) и данима (д), а може бити и у годинама и у месецима и данима, али се најчешће јавља у данима.

I Интересни рачун од сто

Када је познат чист капитал (К) онда имамо интересни рачун од сто. Како се израчунава интерес, капитал, интересна стопа и време проучићемо на примерима.

1. Изналажење интереса

1) Колико ће донети интереса 16000 дин. за 2 године са 6%?

Образац за интерес извешћемо помоћу пропорције.

Капитал од 100 дин. за 1 год. даје интерес 6 дин. (Условни став)
Капитал од 16000 дин. за 2 год. даје интерес x дин. (Упитни став)

Одавде следује пропорција:

$$\begin{array}{l} x : 6 = 16000 : 100 \\ \quad\;\; = \;\;2 \;\;:\;\; 1 \\ \hline x : 6 = 16000 \cdot 2 : 100 \end{array}$$

А одавде:

$$x = \frac{16000 \cdot 2 \cdot 6}{100} = 160 \cdot 2 \cdot 6 = 1920 \text{ дин.}$$

Ако се место 16000 стави К, место 2 стави г, а место 6 стави р и место x стави И, онда се добива општа формула:

$$И = \frac{К \cdot р \cdot г}{100}$$

2) Кокико ће донети интереса 5400 дин. за 4 месеца са 5%?

Капитал од 100 дин. за 12 месеци даје интерес 5 дин. (Условни став)
Капитал од 5400 дин. за 4 месеца даје интерес И дин. (Упитни став)

Одавде:

$$\begin{array}{l} И : 5 = 5400 : 100 \\ \quad\;\; = \;\;4 : 12 \\ \hline И : 5 = 5400 \cdot 4 : 100 \cdot 12 \end{array}$$

А одавде:

$$И = \frac{5400 \cdot 5 \cdot 4}{1200} = 90 \text{ дин.}$$

Општа формула била би: $И = \frac{К \cdot р \cdot м}{1200}$

3) Колико дају интереса дин. 6400 за 90 дана са 8%?

100 дин. за 360 дана дају 8 дин. интереса. (Условни став)
6400 дин. за 90 дана дају И дин. интереса. (Упитни став)

А одавде:

$$\begin{array}{l} И : 8 = 6400 : 100 \\ \quad\;\; = \;\; 90 : 360 \\ \hline И : 8 = 6400 \cdot 90 : 360 \cdot 100 \end{array}$$

А одавде:

$$И = \frac{6400 \cdot 90 \cdot 8}{36000} = 128 \text{ дин.}$$

Општа формула је: $И = \frac{К \cdot р \cdot д}{36000}$

Ова формула изведена је под претпоставком да се при рачунању интереса година рачуна у 360 дана. Ако се година рачуна у 365 дана предња формула мења се у толико што ће у имениоцу бити 36500; дакле: $И = \frac{К \cdot р \cdot д}{36500}$

2) — Изналажење капитала

Истим путем којим се дошло до формуле за интерес дошло би се и до формуле за капитал. Али капитал се може израчунати из формуле за интерес трансформацијом једначине. Тако добивамо:

$$К = \frac{100 \cdot И}{г \cdot р} \text{ — када је време у годинама,}$$

$$К = \frac{1200 \cdot И}{м \cdot р} \text{ — када је време у месецима,}$$

$$К = \frac{36000 \cdot И}{д \cdot р} \text{ — када је време у данима, а година 360 дана,}$$

$$К = \frac{36500 \cdot И}{д \cdot р} \text{ — када је време у данима, а година 365 дана.}$$

Примери:

1) Који ће капитал за 4 год. са 2% донети на име интереса дин. 800?

$$К = \frac{100 \cdot 800}{4 \cdot 5} = 5 \cdot 800 = 4000 \text{ дин.}$$

2) Који ће капитал за 3 месеца са 8% донети интерес од дин. 164?

$$К = \frac{1200 \cdot 164}{3 \cdot 8} = 100 \cdot 82 = 8200 \text{ дин.}$$

3) Који ће капитал за 90 дана са 12% донети интерес од дин. 760?.

$$К = \frac{36000 \cdot 760}{90 \cdot 12} = 25333{,}33 \text{ дин.}$$

4) Који ће капитал за 2 год. 3 месеца и 20 дана са 6% донети интерес од дин. 830?.

У 2 год. 3 м. и 20 дана има $2 \cdot 360 + 3 \cdot 30 + 20$ дана тј. 830 дана. Зато је:

$$К = \frac{36000 \cdot 830}{830 \cdot 6} = 6000 \text{ дин.}$$

3) Изналажење интересне стопе.

На исти начин као што је израчуната формула за интерес могла би се израчунати формула за интересну стопу, али она се може израчунати и трансформацијом формуле за интерес. На тај начин добива се:

$$р = \frac{100\,И}{К \cdot г} \text{ — када је време у годинама,}$$

$$р = \frac{1200\,И}{К \cdot м} \text{ — када је време у месецима,}$$

$$р = \frac{36000\,И}{К \cdot д} \text{ — када је време у данима, а година 360 дана,}$$

$$р = \frac{36500\,И}{К \cdot д} \text{ — када је време у данима, а година 365 дана.}$$

Примери:

1) Са којом интересном стопом 6200 дин. за 3 год. дају интерес 930 дин.?

$$р = \frac{100 \cdot 930}{6200 \cdot 3} = \frac{310}{62} = 5\%$$

2) Са којом интересном стопом 4500 дин. за 8 месеци донесу интерес од 360 дин.?

$$р = \frac{1200 \cdot 360}{4500 \cdot 8} = 12\%$$

3) Са којом интересном стопом 11200 дин. за 40 дана донесу интерес од 112 дин.?

$$р = \frac{36000 \cdot 112}{11200 \cdot 40} = 9\%$$

4) Изналажење времена.

Истим поступком као и код израчунавања формуле за интерес може се израчунати формула за време, али се исто тако формула за време може добити трансформацијом формуле за интерес. На тај начин добива се:

$$г = \frac{100 \cdot И}{К \cdot р}$$

$$м = \frac{1200 \cdot И}{К \cdot р}$$

$$д = \frac{36000\ И}{К \cdot р}$$ — када се година рачуна у 360 дана,

$$д = \frac{36500\ И}{К \cdot р}$$ — када се година рачуна у 365 дана.

Примери:

1) За колико ће година 7300 дин. са 5% донети интерес од 1460 дин.?

$$г = \frac{1460 \cdot 100}{7300 \cdot 5} = 4 \text{ године.}$$

2) За колико ће месеци 8700 дин. са 6% донети интерес од 261 дин.?

$$м = \frac{261 \cdot 1200}{8700 \cdot 6} = 6 \text{ месеци.}$$

3) За колико ће дана 4350 дин. са 12% донети интерес од 130,5 дин.?

$$д = \frac{36000 \cdot 130{,}5}{4350 \cdot 12} = 90 \text{ дана.}$$

5) Рачунање времена.

У досадашњим примерима време за које се има рачунати интерес било је дато или се израчунавало из осталих количина, али се није водило рачуна о роковима када је новац узет и враћен. Међутим у пракси је најчешћи случај да се зна датум када је узет новац на зајам и када је враћен, па се тражи колики је интерес за овај интервал времена. Овде се не тражи време већ интерес, али да би се интерес израчунао мора се наћи претходно време.

При рачунању времена месец се рачуна или по календару или сваки месец по 30 дана. У Југославији уобичајено је код обичног интереса да се месец рачуна по календару а година у 360 дана, а код интереса на интерес и код интереса на ефекте да се месец рачуна по 30 дана, а година у 360 дана. Енглеска, Сједињене Северне Америчке државе и Португалија рачунају месец по календару, а годину у 365 дана. Остале државе или рачунају као и у Југославији или рачунају месец по 30 дана. Ово ће детаљније бити проучено код појединих врста рачуна у Банкарској рачуници.

У Југославији је уобичајено да се дан узимања новца на зајам не рачуна, а дан враћања зајма да се рачуна за интерес. Резултат би био исти кад би било обрнуто уобичајено тј. да се дан узимања зајма рачуна, а дан враћања зајма не рачуна.

Да не би било грешака при раду мора се добро знати који је месец по реду, како иду месеци један за другим и колико који има дана.

Ако се месец има рачунати по календару означаваћемо у загради са к, а ако се има рачунати по 30 дана онда са 30. Да ли се година има рачунати у 360 или 365 означаваћемо у загради после ознаке за месец са 360, односно 365.

Дакле (30, 360), (к, 365), (к, 360).

Примери:

1) Колико има дана од 8/3 до 19/6 када се месец рачуна по календару, а колико када се рачуна по 30 дана?.

	Месец по календару:	Месец по 30 дана:
у марту	23 дана (31—8)	22 дана (30—8)
у априлу	30 дана	30 дана
у мају	31 дана	30 дана
у јуну	19 дана	19 дана
Свега	103 дана	101 дана

2) Колико има дана од $^{16}/_{7}$ до $^{18}/_{11}$ када се месец рачуна по календару, а колико када се рачуна по 30 дана?.

	Месец по календару:	Месец по 30 дана:
у јулу	15 дана (31 — 16)	14 дана (30 — 16)
у августу	31	30
у септембру	30	30
у октобру	31	30
у новембру	18	18
Свега	125 дана	122 дана.

У примени интересног рачуна могу се јавити и следећи случајеви:

1) Зајам је узет $^8/_3$, а враћен после 103 дана. Ког је датума враћен зајам када се месец рачуна по календару?.

Овде на 8 март треба додати 103 дана. Дакле:

у марту	23 дана	(31 — 8)
у априлу	30 дана	
у мају	31 дан	
у јуну	19 дана	
Свега	103 дана.	

Према томе зајам је враћен $^{19}/_6$.

2) Новац је био под интересом 92 дана. Ког је датума узет на зајам када је враћен $^{11}/_5$, ако се месец рачуна по календару?.

Овде од 11 маја треба се вратити уназад за 92 дана. Дакле:

у мају	11 дана
у априлу	30 дана
у марту	31 дан
у фебруару	20 дана
Свега	92 дана.

Датум узимања новца на зајам јесте $^8/_2$, јер када се од краја фебруара идући у назад одузме 20 добива се 8.

6) Каматни кључеви.

Када је време дато у данима рачунање интереса може се знатно упростити употребом каматних кључева.

Пошто се из једначине:

$$И = \frac{К.\ р.\ д}{36000}$$

после деобе са р и бројиоца и имениоца, добија једначина:

$$И = \frac{К\ д}{\dfrac{36000}{р}}$$

то отуд излази да је:

$$И = \frac{К\ д}{каматни\ кључ},$$

јер се количник $\frac{36000}{р}$ зове каматни кључ.

Према томе каматни кључ није ништа друго него количник између броја 36000 и интересне стопе. Из овога је одмах јасно да све интересне стопе немају цео каматни кључ, јер 36000 није дељиво са свима бројевима који се могу појавити као интересна стопа. За праксу су интересантни само цели каматни кључеви. Другим речима интересантни су само кључеви оних интересних стопа којима је дељиво 36000.

За оне интересне стопе којима 36000 није дељиво служимо се кључевима интересних стопа које имају кључеве. Тако на пр. да се нађе интерес са интересном стопом $5^1/_2\%$ служимо се кључем за интересну стопу 5%. Другим речима нађемо интерес 5%, па од тога интереса узмемо још $^1/_{10}$ и то двоје саберемо. Од интереса 5% узимамо $^1/_{10}$ зато што у 5 целих има 10 половина $(2 \cdot 5 = 10)$, па је исто хоћемо ли од неке суме за одређен број дана рачунати интерес $^1/_2\%$ или ћемо од интереса 5%, израчунатог од исте суме и за исто време, наћи $^1/_{10}$.

Према томе основни кључеви били би:

За 1%	36000	За 8%	4500
За 2%	18000	За 9%	4000
За 3%	12000	За 10%	3600
За 4%	9000	За 12%	3000
За 5%	7200		
За 6%	6000		

Примери:

1) Наћи интерес 5% за 90 дана на 4800 дин.?.

$$И = \frac{4800 . 90}{7200} = 60 \text{ дин.}$$

2) Наћи интерес $6^1/_2\%$ за 80 дана на 5200 дин.?.

6% интерес биће:

$$И = \frac{5200 \cdot 80}{6000} = \frac{52 . 8}{6} = 69{,}33 \text{ дин.}$$

$$^1/_2\% \text{ интерес} = \frac{1}{12} \text{ интереса } 6\% = 69{,}33 : 12 = 5{,}78 \text{ дин.}$$

$$\begin{array}{rl} & 6\% \text{ интерес} = 69{,}33 \\ + & ^1/_2\% \quad " \quad = \ \ 5{,}78 \\ \hline & 6^1/_2\% \text{ интерес} = 75{,}11 \end{array}$$

3) Наћи 11% интерес за 80 дана на 7200 дин.?.

Интерес 10% биће:

$$И = \frac{7200 \cdot 80}{3600} = \frac{72 \cdot 80}{36} = 2 \cdot 80 = 160$$

Интерес $1\% = \frac{1}{10}$ од интереса $10\% = 16$ дин.

$$\begin{array}{rl} 10\% \text{ интерес} = & 160 \text{ дин.} \\ + \; 1\% \text{ интерес} = & 16 \text{ дин.} \\ \hline 11\% \text{ интерес} = & 176 \text{ дин.} \end{array}$$

Интерес 11% може се израчунати и помоћу кључа 12%. Интерес 12% биће:

$$И = \frac{7200 \cdot 80}{3000} = \frac{72 \cdot 8}{3} = 24 \cdot 8 = 192 \text{ дин.}$$

Интерес $1\% = \frac{1}{12}$ од интереса $12\% = 192 : 12 = 16$ дин.

$$\begin{array}{rl} 12\% \text{ интерес} = & 192 \text{ дин.} \\ - \; 1\% \text{ интерес} = & 16 \text{ дин.} \\ \hline 11\% \text{ интерес} = & 176 \text{ дин.} \end{array}$$

4) Наћи $8^3/_4\%$ интерес од 9300 дин. за 135 дана. Интерес 8% биће:

$$И = \frac{9300 \cdot 135}{4500} = \frac{93 \cdot 135}{45} = 93 \cdot 3 = 279 \text{ дин.}$$

$^3/_4\%$ интерес $= \frac{3}{32}$ од интереса $8\% = \frac{3}{32} \cdot 279 = 8{,}718 \quad 3 = 26{,}15$ д.

$$\begin{array}{rl} 8\% \text{ интерес} = & 279 \cdot - \text{ дин.} \\ + \; ^3/_4\% \quad „ \quad = & 26{,}15 \quad „ \\ \hline 8^3/_4\% \text{ интерес} = & 305{,}15 \text{ дин.} \end{array}$$

Интерес се може израчунати и помоћу 9%.

$$И = \frac{9300 \cdot 135}{4000} = \frac{93 \cdot 27}{8} = 313{,}875 \text{ дин.}$$

Пошто је $8^3/_4 = 9 - \frac{1}{4}$ то сад од интереса 9% треба одузети $^1/_4\%$ а то је 36-ти $(4 \cdot 9 = 36)$ део од интереса 9%. Дакле:

$\frac{1}{4}\%$ интереса $= \frac{1}{36}$ од интереса $9\% = 313{,}88 : 36 = 8{,}72$ дин.

$$\begin{array}{rl} 9\% \text{ интерес} = & 313{,}88 \text{ дин.} \\ - \; ^1/_4\% \quad „ \quad = & 8{,}72 \quad „ \\ \hline 8^3/_4\% \text{ интерес} = & 305{,}16 \text{ дин.} \end{array}$$

5) Наћи интерес $7^1/_2\%$ од дин. 34350 за 60 дана.

Овај интерес може се наћи: помоћу 6%, помоћу 8%, помоћу 5% и помоћу 10%.

Интерес 6% је:

$$И = \frac{34350 \cdot 60}{6000} = 343{,}50 \text{ дин.}$$

Пошто се $1^1/_2\%$ садржи у 6 четири пута то је:

$1^1/_2\%$ интерес $= \frac{1}{4}$ од интереса $6\% = 343{,}5 : 4 = 85{,}875$ дин.

$$\begin{array}{rl} 6\% \text{ интерес} = & 343{,}50 \text{ дин.} \\ + \; 1^1/_2\% \quad „ \quad = & 85{,}875 \quad „ \\ \hline 7^1/_2\% \text{ интерес} = & 429{,}375 \text{ дин.} \end{array}$$

Интерес 8%:

$$И = \frac{34350 \cdot 60}{4500} = 458 \text{ дин.}$$

$^1/_2\%$ интерес $= \frac{1}{16}$ од интереса $8\% = 458 : 16 = 28{,}625$ дин.

$$\begin{array}{rl} 8\% \text{ интерес} = & 458.- \text{ дин.} \\ - \; ^1/_2\% \quad „ \quad = & 28{,}625 \quad „ \\ \hline 7^1/_2\% \text{ интерес} = & 429{,}375 \text{ дин.} \end{array}$$

Интерес 5%:

$$И = \frac{34350 \cdot 60}{7200} = 286{,}25 \text{ дин.}$$

$2^1/_2\%$ интерес $= \frac{1}{2}$ од интереса $5\% = 286{,}25 : 2 = 143{,}125$ дин.

$$\begin{array}{rl} 5\% \text{ интерес} = & 286{,}25 \text{ дин.} \\ + \; 2^1/_2\% \quad „ \quad = & 143{,}125 \quad „ \\ \hline 7^1/_2\% \quad „ \quad = & 429{,}375 \text{ дин.} \end{array}$$

Интерес 10%:

$$И = \frac{34350 \cdot 60}{3600} = \frac{3435}{3} = 572{,}50 \text{ дин.}$$

$2^1/_2\%$ интерес $= \frac{1}{4}$ од интереса $10\% = 572{,}50 : 4 = 143{,}125$

$$\begin{array}{rl} 10\% \text{ интерес} = & 572{,}50 \text{ дин.} \\ - \; 2^1/_2\% \text{ интерес} = & 143{,}125 \quad „ \\ \hline 7^1/_2\% \text{ интерес} = & 429{,}375 \text{ дин.} \end{array}$$

7) Каматни бројеви.

Производ из дана и капитала зове се каматни бројеви. Према томе образац за интерес је:

$$И = \frac{\text{каматни бројеви}}{\text{каматни кључ}}$$

Да би се добили што мањи каматни бројеви пракса је усвојила да се производ капитала и дана дели са 100. При томе се 0,50 и више од 0,50 поправља на 1 каматни број, а мање од 0,50 занемарује. На пр. 346,51 узима се као 347, а 346.49 као 346 каматних бројева. Исто тако 4263,50 узима се као 4269 каматних бројева.

Пошто се каматни бројеви скраћују са 100, то се и каматни кључ мора скратити са 100, јер би, у противном, интерес био само стоти део од стварног интереса, пошто је бројилац скраћен са 100, а именилац не.

Примери:

1) Наћи каматне бројеве за 85 дана на 1485,69 дин.

Каматни бројеви биће:

$$\frac{1486 \cdot 85}{100} = 14{,}86 \cdot 85 = 1263{,}10 \text{ тј. } 1263.$$

2) Из каматног броја 16485 наћи $5^1/_2\%$ интерес.

$$\begin{array}{rll} 5\% & \text{интерес} = 16485 : 72 = & 228.96 \\ + \, ^1/_2\% & \text{интерес} = 228.96 : 10 = & 22{,}90 \\ \hline 5^1/_2\% & \text{интерес} & = 251{,}86 \end{array}$$

8. Израчунавање интереса на више сума.

У пракси се јављају и случајеви обрачунавања интереса на више сума са разним роковима а са истом интересном стопом. Време је тада најчешће у данима, али може бити и у годинама и у месецима. Проучићемо свапри случаја:

а) *Време дато у годинама*

Обрачунати $5^3/_4\%$ интерес на следеће суме:

		К. г.
Дин. 6400	за 5 година	32000 = 6400 · 5
„ 8300	за 4 године	33200 = 8300 · 4
„ 5800	за 6 година	34800 = 5800 · 6
		100000

Одавде је:

$$И = \frac{100000 \cdot 5{,}75}{100} = 1000 \cdot 5{,}75 = 5750 \text{ динара.}$$

Објашњење рада: Помножени су капитали са годинама и добивени производи сабрани. Затим је збир ових производа помножен интересном стопом и производ подељен са 100.

б) *Време дато у месецима*

Обрачунати $11^1/_2\%$ интерес на следеће суме:

		К. м.
Дин. 4200	за 3 месеца	12600 = 4200 · 3
„ 8300	за 5 месеци	41500 = 8300 · 5
„ 8500	за 10 месеци	85000 = 8500 · 10
		139100

Одавде је:

$$И = \frac{139100 \cdot 11{,}5}{1200} = \frac{1391 \cdot 11{,}5}{12} = 1333{,}04 \text{ дин.}$$

Објашњење рада: Капитали су помножени са месецима и производи сабрани, а затим овај збир помножен интересном стопом и подељен са 1200.

У овом примеру могли смо прво наћи интерее 12%, па од њега одузети $^1/_{24}$ интереса 12%. Дакле:

$$12\% \text{ интерес} = \frac{139100 \cdot 12}{1200} = 1391 \text{ дин.}$$

$$\begin{array}{lr} -^1/_2\% \text{ интерес} = \frac{1}{24} \cdot 1391 = & 57{,}96 \text{ дин.} \\ \hline 11^1/_2\% \text{ интерес} & 1333{,}04 \text{ дин.} \end{array}$$

в) *Време дато у данима*

1) Обрачунати $8^3/_5\%$ интерес на следеће суме:

Дин. 4500	за 40 дана	каматни бројеви 1800
„ 8320	„ 60 „	„ „ 4992
„ 6450	„ 85 „	„ „ 5483
		Збир каматних бројева 12275

Да се нађе интерес треба збир каматних бројева 12275 поделити са каматним кључем за $8^3/_5\%$, али скраћеним са 100. Пошто за $8^3/_5\%$ не постоји кључ то ћемо интерес наћи помоћу кључа за 8% или 9%.

Интерес 8% био би:

$$И = 12275 : 45 = 272{,}78 \text{ дин.}$$

Пошто су $^3/_5 = \frac{3}{40} \cdot 8$, то је интерес $^3/_5\%= \frac{3}{40}$ од интереса 8%. Дакле:

Интерес $^3/_5\% = \frac{3}{40} \cdot 272{,}78 = 20{,}46$ дин.

Тражени интерес биће:

$$\begin{array}{lrl} 8\% & \text{интерес} = 272{,}78 & \text{дин.} \\ +^3/_5\% & " \quad = 20{,}46 & " \\ \hline 8^3/_5\% & \text{интерес} = 293{,}24 & \text{дин.} \end{array}$$

Интерес 9% био би:

И = 12275 : 40 = 306,875 дин.

Пошто је $8^3/_5 = 9 - \frac{2}{5}$ то ће интерес $^2/_5\%$ бити једнак производу из $\frac{2}{45}$ и интереса 9%. Дакле:

$^2/_5\%$ интерес $= \frac{2}{45} \cdot 306{,}875 = 13{,}64$

Према томе тражени интерес биће:

$$\begin{array}{lrl} 9\% & \text{интерес} = 306{,}88 & \text{дин.} \\ -^2/_5\% & " \quad = 13{,}64 & " \\ \hline 8^3/_5\% & \text{интерес} = 293{,}24 & \text{дин.} \end{array}$$

На оба начина израчунат интерес исти је, а то мора бити јер би у противном значило да је негде у раду учињена грешка

2) Израчунати интерес $7^1/_2\%$ на следеће суме:

Дин.	4800	од 16/5	до 30/6	дана	45	К.бр.	2160
„	5900	од 18/4	до 30/6	дана	73	К.бр.	4307
„	1300	од 15/3	до 30/6	дана	107	К.бр.	1391
						К.бр.	7858

Интерес ћемо израчунати помоћу кључа за 6%

И = 7858 : 60 = 130,97 дин. . . . . . 6% интерес

$+\frac{1}{4} \cdot 130{,}97 = 32{,}74$ дин. . . . . $1^1/_2\%$ интерес

$\phantom{+\frac{1}{4} \cdot 130{,}97 =} 163{,}71$ дин. . . . . $7^1/_2\%$ интерес

9) Израчунавање интереса помоћу процентног рачуна

Пошто се образац за интерес може писати у облику

$$И = \frac{К}{100} \cdot \frac{рд}{360} = \frac{К}{100} \cdot \frac{р}{\frac{360}{д}}$$

то, ако је 360 дељиво са бројем дана за које се тражи интерес, треба интересну стопу поделити са количником $\frac{360}{д}$ и са тако добивеном интересном стопом помножити $\frac{К}{100}$.

Како се у 360

9	садржи	40	пута
18	„	20	„
36	„	10	„
45	„	8	„
60	„	6	„
72	„	5	„
90	„	4	„
120	„	3	„
180	„	2	„

то излази да $\frac{К}{100}$ треба множити:

за 9 дана са $\frac{р}{40}$

за 18 дана са $\frac{р}{20}$

за 36 дана са $\frac{р}{10}$

за 45 дана са $\frac{р}{8}$

за 60 дана са $\frac{р}{6}$

за 72 дана са $\frac{р}{5}$

за 90 дана са $\frac{р}{4}$

за 120 дана са $\frac{р}{3}$

за 180 дана са $\frac{р}{2}$.

Из свега овог излази да ће тражени интерес бити 1% од капитала.

за	9	дана	када је	интересна	стопа	40%
„	18	„	„	„	„	20%
„	36	„	„	„	„	10%
„	45	„	„	„	„	8%
„	60	„	„	„	„	6%

за 72 дана	када је интересна стопа		5%
„ 90 „	„	„ „	4%
„ 120 „	„	„ „	3%
„ 180 „	„	„ „	2%

Ово се може користити и у случају када је дат број даı такав да њиме није дељиво 360. У том случају израчуна (интерес за број дана којим је дељиво 360, па се тако израч натом интересу дода или одузме интерес за број дана који допуна до задатог броја дана.

Примери:

1) Наћи интерес 6% за 60 дана на 43568,42 дин.

Овде је интерес 1% од капитала; дакле 435,6842 дин.

2) Наћи интерес 6% за 66 дана на 14850 дин.

Интерес 6% за 60 дана = 148,50 дин.
„ 6% „ 6 „ = 14,85 „ (148,50 : 10, јер је 60 : 6=1
Интерес 6% за 66 дана = 163,35 дин.

3) Наћи интерес 5% за 90 дана од 16458 дин.

Пошто се 90 садржи у 360 четири пута, то овде треба наћ процентни принос од 16458 дин. са стопом $\frac{5}{4}\% = 1\frac{1}{4}\%$. Други речима: наћи 1% и од тога наћи $\frac{1}{4}$ па то двоје сабрати. Дакл

$1\% = 164,58$ дин.
$+ \frac{1}{4}\% = 41,145$ „
$1\frac{1}{4}\% = 205,725$ дин. Ово је интерес 5% за 90 дана на 16458 ди

4) Наћи интерес 7% за 132 дана на 56488,60 дин.

Пошто је 132 = 120 + 12 то ћемо интерес наћи као да (тражи за 120 дана па добивени резултат поделити са 10 (је је 120 : 12 = 10) и сабрати:

Да се нађе интерес за 120 дана треба 7 поделити са 3, је је $\frac{360}{120} = 3$. Дакле $7 : 3 = 2\frac{1}{3}$

$1\% =$	564,886	
$2\% =$	1129,772	
$+\frac{1}{3}\% =$	188,295	
$2\frac{1}{3}\% =$	1318,067	интерес за 120 дана са 7%
+	131,807	интерес за 12 дана са 7%
	1449,874	интерес за 132 дана са 7%.

5) Наћи интерес $8\frac{1}{2}\%$ за 81 дан на 44800 дин,

Пошто је 81 = 90 — 9, то ћемо наћи интерес за 90 дана, па од тог броја одузети интерес за 9 дана.

$$8\frac{1}{2} : 4 = \frac{17}{8} = 2\frac{1}{8}$$

$1\% =$	448	
$2\% =$	896	
$+\frac{1}{8}\% =$	56	
$2\frac{1}{8}\% =$	952	интерес за 90 дана са $8\frac{1}{2}\%$
$- =$	95,20	интерес за 9 дана са $8\frac{1}{2}\%$
	856,80	интерес за 81 дан са $8\frac{1}{2}\%$

6) Наћи интерес $6\frac{3}{4}\%$ за 68 дана на 18400 дин.

Интерес ћемо израчунати помоћу 60 дана.

$$6\frac{3}{4} : 6 = \frac{27}{24} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$

$1\% =$	184.—	
$+\frac{1}{8}\% =$	23.—	
$1\frac{1}{8}\% =$	207.—	интерес $6\frac{3}{4}\%$ за 60 дана
	20,70	„ „ „ 6 „ (60 : 6 = 10)
	6,90	„ „ „ 2 „ (6 : 2 = 3)
	234,60	интерес $6\frac{3}{4}\%$ за 68 дана

Објашњење: Интерес за 60 дана подељен са 10 и добивен интерес за 6 дана. Интерес за 6 дана подељен са 3 и добивен интерес за 2 дана, јер је 6 : 3 = 2.

10) Израчунавање интереса помоћу промилног рачуна.

Образац за интерес може се писати и у облику:

$$И = \frac{K}{1000} \cdot \frac{pд}{36} = \frac{K}{1000} \cdot \frac{p}{\frac{36}{д}}$$

Пошто се у 36:

2 садржи 18 пута
3 садржи 12 пута
4 садржи 9 пута
6 садржи 6 пута
9 садржи 4 пута

то излази да $\frac{K}{1000}$ треба множити:

за 2 дана са $\frac{p}{18}$, за 3 дана са $\frac{p}{12}$, за 4 дана са $\frac{p}{9}$, за 6 дана са $\frac{p}{6}$

за 9 дана са $\frac{p}{4}$.

Из овога излази да је тражени интерес 1‰ од капитала:

за 2 дана када је интересна стопа 18%
за 3 дана када је интересна стопа 12%
за 4 дана када је интересна стопа 9%
за 6 дана када је интересна стопа 6%
за 9 дана када је интересна стопа 4%

И овде, као и код израчунавања интереса помоћу процентног рачуна, не морају бити дати дани који се садрже у 36 без остатка, као што су 2, 3, 4, 6, 9, 12 и 18, па да се интерес израчуна помоћу промилног рачуна, већ и они који се у 36 не садрже. За већи број дана није потребно јер се помоћу ових множењем или сабирањем може израчунати интерес за макоји број дана.

Примери:

1. Нађи интерес 9% за 5 дана на 64800.— дин.

$$\begin{array}{llll} & \text{Интерес } 9\% \text{ за } 4 \text{ дана} = 64.80 \text{ дин.} & (1‰) \\ + & \quad\text{„}\quad 9\% \text{ за } 1 \text{ дан} = 16{,}20 \text{ „} & (64.8:4) \\ \hline & \text{Интерес } 9\% \text{ за } 5 \text{ дана} = 81.\text{— дин.} & \end{array}$$

2. Нађи интерес за 7 дана на 58600.— дин.

$$\begin{array}{ll} \text{Интерес } 12\% \text{ за } 3 \text{ дана} = 58{,}6 \text{ дин.} & (1‰) \\ \hline \text{Интерес } 12\% \text{ за } 6 \text{ дана} = 117{,}2 \text{ дин.} & (1‰ \cdot 2 = 2‰) \\ \quad\text{„}\quad 12\% \text{ за } 1 \text{ дан} = 19{,}53 \text{ „} & (\tfrac{1}{3}‰ = 117.2:6) \\ \hline \text{Интерес } 12\% \text{ за } 7 \text{ дана} = 136{,}73 \text{ дин.} & \end{array}$$

3. Нађи интерес 7% за 4 дана на 42580.— дин.

$$\begin{array}{lll} & \text{Интерес } 4 \text{ дана са } 9\% = 42{,}58 \text{ дин.} & (1‰) \\ - & \quad\text{„}\quad 4 \text{ дана са } 2\% = 9.46 \text{ „} & (\tfrac{2}{9}‰) \\ \hline & \text{Интерес } 4 \text{ дана са } 7\% = 33{,}12 \text{ дин.} & (\tfrac{7}{9}‰) \end{array}$$

4. Нађи интерес 8% за 15 дана на 486400.— дин.

$$\begin{array}{lll} & \text{Интерес } 4\% \text{ за } 9 \text{ дана} = 486{,}40 \text{ дин.} & (1‰) \\ & \quad\text{„}\quad 4\% \text{ за } 3 \text{ „} = 162{,}13 \text{ „} & (\tfrac{1}{3}‰) \\ + & \quad\text{„}\quad 4\% \text{ за } 3 \text{ „} = 162.13 \text{ „} & \text{„} \\ \hline & \text{Интерес } 4\% \text{ за } 15 \text{ дана} = 810.66 \text{ дин.} & \\ \hline & \text{Интерес } 8\% \text{ за } 15 \text{ дана} = 1621.32 \text{ дин.} & (= 810{,}66 \cdot 2) \end{array}$$

5. Нађи интерес $7\frac{1}{2}\%$ за 14 дана на 32800.— дин.

$$\begin{array}{lll} & \text{Интерес } 6\% \text{ за } 6 \text{ дана} = 32{,}80 \text{ дин.} & (1‰) \\ + & \quad\text{„}\quad 1\tfrac{1}{2}\% \text{ „ } 6 \text{ „} = 8{,}20 \text{ „} & (\tfrac{1}{4}‰) \\ \hline & \text{Интерес } 7\tfrac{1}{2}\% \text{ за } 6 \text{ дана} = 41.\text{— дин.} & \\ \hline & \text{Интерес } 7\tfrac{1}{2}\% \text{ за } 12 \text{ дана} = 82.\text{— дин.} & (41 \cdot 2) \\ + & \quad\text{„}\quad 7\tfrac{1}{2}\% \text{ „ } 2 \text{ „} = 13{,}66 \text{ „} & (41:3) \\ \hline & \text{Интерес } 7\tfrac{1}{2}\% \text{ за } 14 \text{ дана} = 95{,}66 \text{ дин.} & \end{array}$$

11. Израчунавање интереса када се година рачуна у 365 дана.

Када се година рачуна у 365 дана образац за интерес добива у имениоцу 36500 место 36000.—; дакле:

$$И = \frac{К \cdot д \cdot p}{36500}$$

Према томе каматни кључ је количник из 36500 и интересне стопе. Овде су три основна кључа и помоћу њих се рачуна интерес за све остале интересне стопе на начин показан код рачунања интереса када се година рачуна у 360 дана. Ти кључеви су:

за $2\frac{1}{2}\%$	14600
за 5%	7300
за 10%	3650

Како се интерес рачуна видећемо на следећим примерима:

1. Нађи интерес 3% на дин. 7300.— за 80 дана.

Интерес $2\frac{1}{2}\%$ биће:

$$И = \frac{7300 \cdot 80}{14600} = 40.\text{— дин.}$$

Интерес $\frac{1}{2}\% = \frac{1}{5}$ од интереса $2\frac{1}{2}\%$; дакле:

$$\frac{1}{5} \cdot 40 = 8 \text{ дин.}$$

$$\begin{array}{ll} & 2\tfrac{1}{2}\% \text{ интерес} = 40 \text{ дин.} \\ + & \tfrac{1}{2}\% \quad\text{„}\quad = 8 \text{ дин.} \\ \hline & 3\% \text{ интерес} = 48 \text{ дин.} \end{array}$$

Помоћу обрасца:

$$И = \frac{7300 \cdot 80 \cdot 3}{36500} = 48 \text{ дин.}$$

2. Нађи интерес $2^0/_0$ од 14600.— дин. за 70 дана.

$$\begin{array}{lll}
2^1/_2{}^0/_0 \text{ интерес} & = \dfrac{14600 \cdot 70}{14600} & = 70 \text{ дин.} \\
- \; ^1/_2{}^0/_0 \quad " & = \dfrac{1}{5} \cdot 70 & = 14 \text{ дин.} \\
\hline
2^0/_0 \text{ интерес} & & = 56 \text{ дин.}
\end{array}$$

3. Нађи интерес $4^0/_0$ од дин. 18300.— за 75 дана.

$$\begin{array}{lll}
5^0/_0 \text{ интерес} & = \dfrac{18300 \cdot 75}{7300} & = 188{,}01 \text{ дин.} \\
- \; 1^0/_0 \quad " & = \dfrac{1}{5} \cdot 188{,}01 & = 37{,}60 \quad " \\
\hline
4^0/_0 \text{ интерес} & & = 150{,}41 \text{ дин.}
\end{array}$$

4. Нађи интерес $5^1/_2\%$ од дин. 14600 за 84 дана.

$$\begin{array}{lll}
5^0/_0 \text{ интерес} & = \dfrac{14600 \cdot 84}{7300} & = 168.\text{— дин.} \\
+ \; ^1/_2{}^0/_0 \quad " & = \dfrac{1}{10} \cdot 168 & = 16{,}80 \text{ дин.} \\
\hline
5^1/_2{}^0/_0 \text{ интерес} & & = 184{,}80 \text{ дин.}
\end{array}$$

5. Нађи интерес $6^1/_2{}^0/_0$ од 29200 дин, за 32 дана.

$$\begin{array}{lll}
5^0/_0 \text{ интерес} & = \dfrac{29200 \cdot 32}{7300} & = 168.\text{— дин.} \\
+ \; 1^0/_0 \quad " & = \dfrac{1}{5} \cdot 128 & = 25{,}60 \quad " \\
+ \; ^1/_2{}^0/_0 \quad " & = \dfrac{1}{2} \cdot 25{,}60 & = 12{,}80 \quad " \\
\hline
6^1/_2{}^0/_0 \text{ интерес} & & = 166{,}40 \text{ дин.}
\end{array}$$

6. Нађи интерес $7^3/_4{}^0/_0$ од 8200 дин. за 146 дана.

$$\begin{array}{lll}
5^0/_0 \text{ интерес} & = \dfrac{8200 \cdot 146}{7300} & = 164.\text{— дин.} \\
+ \; 2^1/_2{}^0/_0 \quad " & = \dfrac{1}{2} \cdot 164 & = 82.\text{—} \quad " \\
+ \; ^1/_4{}^0/_0 \quad " & = \dfrac{1}{10} \cdot 82 & = 8{,}20 \quad " \\
\hline
7^3/_4{}^0/_0 \text{ интерес} & & = 254{,}20 \text{ дин.}
\end{array}$$

7. Нађи интерес $10^2/_3{}^0/_0$ од 12000.— за 73 дана.

$$\begin{array}{llll}
10^0/_0 \text{ интерес} & = \dfrac{12000 \cdot 73}{3650} & = 240 \text{ дин.} & \\
+ \; ^2/_3{}^0/_0 \quad " & = \dfrac{1}{15} \cdot 240 & = 16 \quad " & \left(\dfrac{2}{10 \cdot 3} = \dfrac{1}{15}\right) \\
\hline
10^2/_3{}^0/_0 \text{ интерес} & & = 256 \text{ дин.} &
\end{array}$$

Или:

$$\begin{array}{lll}
10^0/_0 \text{ интерес} & & = 240 \text{ дин.} \\
+ \; 1^0/_0 \quad " & & = 24 \quad " \\
\hline
11^0/_0 \text{ интерес} & & = 264 \text{ дин.} \\
- \; ^1/_3{}^0/_0 \quad " & = \dfrac{1}{3} \cdot 24 = & 8 \text{ дин.} \\
\hline
10^2/_3{}^0/_0 \text{ интерес} & & = 256 \text{ дин.}
\end{array}$$

12. Израчунавање интереса када се година рачуна у 365 дана помоћу каматних кључева када се година рачуна у 360 дана.

Интерес када се година рачуна у 365 дана може се рачунати и помоћу кључева за рачунање године у 360 дана. То се ради на следећи начин: Израчуна се интерес као да се година рачуна у 360 дана, па се од тако добивеног интереса нађе 73 део, јер се 5 у 365 садржи 73 пута, па се тако добивени количник одузме од интереса када се година рачуна у 360 дана,

Примери:

1. Нађи $5^0/_0$ интерес на 14600.— дин. за 72 дана.

$$\text{Интерес } 5^0/_0 \text{ (за рачун. год. у 360 дана)} = \frac{14600 \cdot 72}{7200} = 146 \text{ д.}$$

$$146 : 73 = 2 \text{ дин.}$$

Према томе интерес $5^0/_0$ када се година рачуна у 365 дана биће:

$$\begin{array}{ll}
5^0/_0 \text{ интерес (360)} & = 146 \text{ дин.} \\
- \; 146 : 73 & = 2 \quad " \\
\hline
5^0/_0 \text{ интерес (365)} & = 144 \text{ дии.}
\end{array}$$

Проба:

$$5^0/_0 \text{ интерес (365)} = \frac{14600 \cdot 72}{7300} = 144 \text{ дин.}$$

2. Нађи $8^0/_0$ интерес за 146 дана на 8000 дин.

$$\begin{array}{lll}
8^0/_0 \text{ интерес (360)} & = \dfrac{8000 \cdot 146}{4500} & = 259{,}56 \text{ дин.} \\
- \; 259.56 : 73 & & = 3{,}56 \text{ дин.} \\
\hline
8^0/_0 \text{ интерес (365)} & & = 256.\text{— дин.}
\end{array}$$

Проба:

$$\begin{array}{lll}
5^0/_0 \text{ интерес (365)} & = \dfrac{8000 \cdot 146}{7300} & = 160 \text{ дин.} \\
+ \; 2^1/_2{}^0/_0 \quad " & = {}^1/_2 \cdot 160 & = 80 \text{ дин.} \\
+ \; ^1/_2{}^0/_0 \quad " & = {}^1/_{10} \cdot 160 & = 16 \text{ дин.} \\
\hline
8^0/_0 \text{ интерес (365)} & & = 256 \text{ дин.}
\end{array}$$

Из ова два примера види се како се израчунава интерес при рачунању године у 365 дана помоћу интересних кључева када се година рачуна у 360 дана.

13. Изналажење капитала, времена и интересне стопе када се година рачуна у 365 дана.

Из обрасца за интерес добива се: $К = \frac{36500 \cdot И}{р \cdot д}$,

$$д = \frac{36500 \cdot И}{К \cdot р}, \qquad р = \frac{36500 \cdot И}{К \cdot д}$$

Примери:

1) Који ће капитал од 16/2 — 30/4 (к, 365) са 5% донети интерес 185.— дин.

Од 16/2 — 30/4 има 73 дана (када се месец рачуна по календару).

$$К = \frac{36500 \cdot 185}{5 \cdot 73} = \frac{36500 \cdot 185}{365} = 18500. - \text{ дин.}$$

2) За које ће време 9250 дин. са 10% донети интерес 370 дин.?

$$д = \frac{36500 \cdot 370}{10 \cdot 9250} = \frac{365 \cdot 370}{925} = 146 \text{ дана.}$$

3) Са којом ће интересном стопом 37000 за 146 дана донети интерес 925 дин.?

$$р = \frac{36500 \cdot 925}{37000 \cdot 146} = \frac{73 \cdot 925}{74 \cdot 146} = \frac{925}{148} = 6\frac{37}{148}\,\% = 6\frac{1}{4}\,\%.$$

II Интересни рачун на сто

Ако је познат капитал увећан интересом на капитал онда се израчунавање интереса или капитала врши *интересним рачуном на сто*. Интересна стопа и време не рачунају се интересним рачуном на сто већ увек интересним рачуном од сто.

С обзиром на дато време и овде, као и код рачуна од сто, јављаће се у рачуну 100, 1200, 36000 или 36500, према томе да ли је време дато у годинама, месецима или данима, као и према томе да ли се година рачуна у 360 или 365 дана.

Из пропорције за интерес код интересног рачуна од сто када је време дато у годинама, дакле из:

$$К : И = 100 : рг$$

добивају се, на основу познатог правила: да се збир чланова леве размере има према збиру чланова десне размере, као што се има први члан леве према првом члану десне или као други члан леве према другом члану десне размере, следеће две пропорције:

$$(К + И) : (100 + р \cdot г) = К : 100; \quad К = \frac{(К + И) \cdot 100}{100 + рг}$$

$$(К + И) : (100 + р \cdot г) = И : рг; \quad И = \frac{(К + И) \cdot рг}{100 + рг}$$

Ако је време дато у месецима, онда би на основу предњег правила из пропорције:

$$К : И = 1200 : рм$$

следовале следеће пропорције:

$$(К + И) : (1200 + рм) = К : 1200; \quad К = \frac{(К + И) \cdot 1200}{1200 + рм}$$

$$(К + И) : (1200 + рм) = И : рм; \quad И = \frac{(К + И)\ рм}{(1200 + рм)}$$

Када је време дато у данима добивају се из пропорције:

$$К : И = 36000 : рд$$

следеће две:

$$(К + И) : (36000 + рд) = К : 36000; \quad К = \frac{(К + И) \cdot 36000}{36000 + рд}$$

$$(К + И) : (36000 + рд) = И : рд; \quad И = \frac{(К + И) \cdot рд}{36000 + рд}$$

Ако се година рачуна у 365 а не у 360 дана тада у предњим пропорцијама треба ставити 36500 место 36000.

Примери:

1) Заједно са 5% интереса за 2 године дужник је вратио дин. 1100.— Колико је платио на име интереса, и колики је дуг?.

Овде је: К + И = 1100.—, р = 5%, г = 2, па је зато:

$$И = \frac{1100 \cdot 5 \cdot 2}{100 + 5 \cdot 2} = \frac{1100 \cdot 100}{110} = 100 \text{ дин.}$$

К + И	= 1100 дин.
К	= 1000 дин.

Или:

$$К = \frac{1100 \cdot 100}{100 + 5 \cdot 2} = \frac{1100 \cdot 100}{110} = 1000 \text{ дин.}$$

К + И	= 1100 дин.
И	= 100 дин.

На оба начина дошли смо до резултата да је интерес 100, а зајам (капитал) 1000 дин.

Ако се задатак реши на оба начина и оба дају исти резултат то је доказ да је рађено добро. Али није препоручљиво да се задатак решава на оба начина већ само на један. Обично се израчунава интерес, пошто је то мањи број, и помоћу њега и увећаног капитала одузимањем добива чист капитал. Контрола исправности рада врши се на тај начин што се израчунава интерес на чист капитал интересним рачуном од сто. Ако овако израчунати интерес буде исти као и интерес израчунат рачуном на сто онда је задатак добро решен, а у противном мора се тражити грешка.

У овом примеру треба на 1000 дин. интересним рачуном од сто наћи $5^0/_0$ интерес за 2 године, па ако тај интерес буде 100 дин. онда је рачун добар, а ако није 100, већ већи или мањи, онда је рачун погрешан. Дакле,

$$И = \frac{1000 \cdot 5 \cdot 2}{100} = 10 \cdot 10 = 100 \text{ дин. Рачун је тачан.}$$

2) Заједно са $6^0/_0$ интереса за 3 месеца дужник је вратио дин. 4872.— Колико је платио на име интереса?

Овде је: $К + И = 4872.—$, $р = 6^0/_0$, $м = 3$ месеца.

$$И = \frac{4872 \cdot 6 \cdot 3}{1200 + 6 \cdot 3} = \frac{4872 \cdot 3}{200 + 3} = 14616 : 203 = 72 \text{ дин.}$$

$$\begin{array}{lr} К + И & = 4872 \text{ дин.} \\ \hline К & = 4800 \text{ дин.} \end{array}$$

Проба:

$$И = \frac{4800 \cdot 6 \cdot 3}{1200} = 72 \text{ дин. Рачун је тачан.}$$

3) Заједно са $6^0/_0$ интереса за 120 дана дужник је вратио 4080.— дин. Колики је дуг а колики интерес?

Овде је: $К + И = 4080$, $р = 6^0/_0$, $д = 120$

$$И = \frac{4080 \cdot 6 \cdot 120}{36000 + 6 \cdot 120} = \frac{4080 \cdot 2}{100 + 2} = 8160 : 102 = 80 \text{ дин.}$$

$$\begin{array}{r} К + И = 4080 \text{ дин.} \\ \hline К = 4000 \text{ дин.} \end{array}$$

Проба:

$$И = \frac{4000 \cdot 120}{6000} = 80 \text{ дин. Рачун је тачан.}$$

Примедба: У предњем примеру могао би се интерес рачунати помоћу каматног кључа за $6^0/_0$, али треба имати у виду да се кључ може употребити само онда када за интересну стопу постоји кључ, а никако кључ неке друге помоћне интересне стопе. Овде би било:

$$И = \frac{4080 \cdot 120}{6000 + 120} = \frac{4080 \cdot 2}{100 + 2} = 8160 : 102 = 80 \text{ дин.}$$

Али да је интересна стопа $6^1/_2{}^0/_0$ онда не бисмо смели тражити интерес прво за $6^0/_0$, па онда узети $\frac{1}{12}$ тог интереса већ би интерес морали израчунати из обрасца:

$$И = \frac{(К + И) \cdot р \cdot д}{36000 + рд}$$

где би р заменили са $6^1/_2{}^0/_0$. Дакле било би:

$$И = \frac{4080 \cdot 120 \cdot 6{,}5}{36000 + 120 \cdot 6{,}5} = 86{,}53 \text{ дин.,}$$

а не: $80 + \frac{80}{12} = 86{,}67$ дин.

4) Заједно са интересом $5^0/_0$ од 15/2 до 29/4 (к,365) дужник је вратио 4545.— дин. Колики је дуг, а колики интерес?

Овде је: $К + И = 4545.—$, $р = 5^0/_0$, $д = 73$ (од 15/2—20/4).

$$И = \frac{4545 \cdot 5 \cdot 73}{36500 + 5 \cdot 73} = \frac{4545 \cdot 73}{7300 + 73} = 4545 : 101 = 45 \text{ дин.}$$

$$\begin{array}{lr} К + И & = 4545 \text{ дин.} \\ \hline К & = 4500 \text{ дин.} \end{array}$$

Проба:

$$И = \frac{4500 \cdot 73}{7300} = 45 \text{ дин. Рачун је добар.}$$

III Интересни рачун у сто

Када је познат капитал умањен интересом на капитал израчунавање интереса или капитала врши се *интересним рачуном у сто.* Интересна стопа и време израчунавају се увек интересним рачуном од сто.

И овде као и код рачуна од сто и на сто јављаће се у рачуну 100, 1200, 36000 и 36500, према томе да ли је време дато у годинама или данима и да ли се година рачуна у 360 или 365 дана.

Из пропорције за интерес код интересног рачуна од сто када је време дато у годинама, дакле из:

$$К : И = 100 : рг$$

добивају се, на основу познатог правила: да се разлика чланова леве размере има према разлици чланова десне размере као што се имају први члан леве према првом члану десне или као други члан леве према другом члану десне размере, следеће две пропорције:

$$(К-И):(100-рг)=К:100;\ К=\frac{(К-И)\,100}{100-рг}$$

$$(К-И):(100-рг)=И:рг;\ И=\frac{(К-И)\,рг}{100-рг}$$

Када је време дато у месецима, тада се, на основу предњег правила, из пропорције:

$$К:И=1200:рм$$

добивају следеће две:

$$(К-И):(1200-рм)=К:1200;\ К=\frac{(К-И)\,1200}{1200-рм}$$

$$(К-И):(1200-рм)=И:рм;\ И=\frac{(К-И)\,рм}{1200-рм}$$

На исти начин из пропорције:

$$К:И=36000:рд$$

добивају се следеће две:

$$(К-И):(36000-рд)=К:36000;\ К=\frac{(К-И)\,36000}{36000-рд}$$

$$(К-И):(36000-рд)=И:рд;\ И=\frac{(К-И)\,рд}{36000-рд}$$

Ако се година рачуна у 365 дана онда би се у овим пропорцијама ставило 36500 на место 36000.

Примери:

1) По одбитку 8% интереса за 3 године дужник је примио 5320 дин. Колико ће вратити после 3 године и колико је платио на име интереса?

Овде је: $К-И=5320,\ р=8\%,\ г=3$

$$И=\frac{5320\cdot 8\cdot 3}{100-8\cdot 3}=\frac{31920}{25-6}=31920:19=1680\ \text{дин.}$$

$$\begin{array}{ll} К-И & =5320\ \text{„} \\ \hline К & =7000\ \text{дин.} \end{array}$$

Проба:

$$И=\frac{7000\cdot 8\cdot 3}{100}=70\cdot 24=1680.-\ \text{дин.}$$

Пошто је интерес израчунат рачуном од сто исти као и резултат у сто то значи да је рад добар.

Овде смо могли одмах израчунати капитал, па помоћу њега наћи интерес. Дакле:

$$К=\frac{5320\cdot 100}{100-8\cdot 3}=\frac{5320\cdot 25}{25-6}=133000:19=7000.-\ \text{дин.}$$

$$\begin{array}{ll} К-И & =5320.-\ \text{„} \\ \hline И & =1680.-\ \text{дин.} \end{array}$$

2) По одбитку 5% интереса за 2 месеца дужник прима дин. 4462,50. Колико је платио на име интереса и колико ће вратити после 2 месеца?.

Овде је: $К-И=4462.50,\ р=5\%,\ м=2$

$$И=\frac{4462{,}50\cdot 2\cdot 5}{1200-2\cdot 5}=\frac{4462{,}5}{119}=37{,}50\ \text{дин.}$$

$$\begin{array}{ll} К-И & =4462{,}50\ \text{„} \\ \hline К & =4500.-\ \text{дин.} \end{array}$$

Или:

$$К=\frac{4462.50\cdot 1200}{1200-2\cdot 5}=\frac{4462{,}50\cdot 120}{120-1}=535500:119=4500.-\ \text{дин.}$$

$$\begin{array}{ll} К-И & =4462{,}50\ \text{„} \\ \hline И & =37{,}50\ \text{дин.} \end{array}$$

Проба:

$$И=\frac{4500\cdot 2\cdot 5}{1200}=\frac{450}{12}=\frac{75}{2}=37{,}50\ \text{дин.}$$

Рачун је тачан, јер је интерес израчунат рачуном од сто исти као и рачуном у сто.

3) По одбитку интереса за 90 дана са 8% дужник је примио 8820.— Колики је дуг а колики интерес?.

Овде је $К-И=8820,\ р=8\%,\ д=90.$

$$И=\frac{8820\cdot 8\cdot 90}{36000-8\cdot 90}=\frac{8820\cdot 90}{4500-90}=\frac{8820}{50-1}=8820:49=180.-\ \text{дин.}$$

$$\begin{array}{ll} К-И & =8820.-\ \text{„} \\ \hline К & =9000.-\ \text{дин.} \end{array}$$

Проба:

$$И=\frac{9000\cdot 90}{4500}=90\cdot 2=180.$$ Пошто је интерес исти рачун је тачан.

4) По одбитку 10% интереса за 35 дана дужник прима дин. 14460. Колики је дуг а колики интерес када се година рачуна у 365 дана?.

Ово је: $К-И=14460,\ р=10\%,\ д=35$

$$И=\frac{14460\cdot 10\cdot 35}{36500-10\cdot 35}=101220:723=140.-\ \text{дин.}$$

$$\begin{array}{ll} К-И & =14460.-\ \text{„} \\ \hline И & =14600.-\ \text{дин.} \end{array}$$

Проба:

$$И = \frac{14600 \cdot 35}{3650} = \frac{1460 \cdot 35}{365} = 4 \cdot 35 = 140.\text{— дин.}$$

Примери за вежбу.

1) Наћи интарес 3%, $3\frac{1}{2}\%$, $3\frac{1}{4}\%$, $3\frac{3}{5}\%$, $7\frac{1}{2}\%$, 6%, $11\frac{1}{2}\%$ $4\frac{1}{2}\%$, $5\frac{3}{4}\%$ на дин. 42860,90 од 17/4 до 28/9 (к, 360).

2) Наћи интерес у примеру 1) када се рачуна а) (30,360 б) (к, 365).

3) Наћи интерес на 45728,70 са 12% за 4 године 3 месец и 20 дана.

4) Наћи интерес на 52678,80 са $7\frac{1}{2}\%$ за 7 месеци и 15 дан

5) „ „ „ 24786,75 „ $6\frac{3}{4}\%$ „ 5 год. и 7 месец

6) „ „ „ 428786,54 од $^{4}/_{7}$ — $^{15}/_{12}$ (к, 360) са $7\frac{3}{4}\%$.

7) „ „ „ 72864,80 „ $^{15}/_{12}$ — 1938 — $^{15}/_{6}$ — 1939 (к, 360) са $5\frac{5}{8}\%$.

8) Наћи интерес са $8\frac{5}{8}\%$ на следеће суме

$$\left.\begin{array}{llll} \text{дин.} & 42865{,}50 & \text{од} & ^{15}/_{4} — ^{16}/_{7} \\ „ & 35786{,}45 & „ & ^{18}/_{4} — ^{16}/_{7} \\ „ & 142978{,}90 & „ & ^{25}/_{4} — ^{16}/_{7} \end{array}\right\} \text{(к, 360) и (к, 365).}$$

9) Који ће капитал за 4 године са $5\frac{1}{2}\%$ донети интере 520.— дин.?

10) Који ће капитал за 6 месеци са $8\frac{3}{4}\%$ донети интере 1425.— дин.?

11) Који ће капитал за 90 дана са 6% донети интере 720.— дин.?

12) Који ће капитал од $^{16}/_{7}$ — $^{18}/_{8}$ (к, 360) са 8% донет интерес 450.— дин.?

13) Који ће капитал од $^{28}/_{4}$ — $^{17}/_{9}$ (к, 365) са 5% донет интерес 950.— дин.?

14) Који ће капитал од $^{30}/_{4}$ — $^{28}/_{10}$ (30,360) са $4\frac{1}{2}\%$ донет интерес 1280.— дин.?

15) Са којом ће интересном стопом дин. 45680.— за 4 го донети интерес 15860.—?

16) Са којом ће интересном стопом дин. 65786,40 за 5 ме донети интерес 1200.—?

17) Са којом ће интересном стопом дин. 124864,60 за 12 дана донети интерес 5600.—?

18) Са којом ће интересном стопом дин. 72000.— од $^{5}/_{6}$ — $^{7}/_{9}$ (к, 360) донети интерес дин. 2400.—?

19) Са којом ће интересном стопом дин. 56800.— од $^{25}/_{7}$ — $^{18}/_{12}$ (к, 365) донети интерес дин. 2400.—?

20) Са којом ће интересном стопом дин. 64600.— од $^{16}/_{7}$ — $^{17}/_{10}$ (30,360) донети интерес дин. 5600.—?

21) За које ће време дин. 56400.— са 4% донети интерес дин. 1560.—?

22) За које ће време дин. 36780.— са $5\frac{1}{2}\%$ донети интерес дин. 3400.—?

23) За које ће време дин. 40000.— са $7\frac{3}{5}\%$ донети интерес дин. 6500.—?

24) $^{25}/_{5}$ узето је на зајам дин. 42000.— са 6%. Када је враћен дуг ако је плаћено на име интереса 840.— дин? Месец се рачуна а) по календару, b) по 30 дана а година у оба случаја 360 дана.

25) Заједно са интересом 8% дужник је $^{18}/_{4}$ вратио главни дуг дин. 50000.— и интерес 1250.— када је узет зајам ако се месец и година рачунају а) (к, 360), b) (30,360), c) (к, 365)?

26) Заједно са интересом 8% за 4 године дужник је вратио дин. 5400.—. Колики је дуг а колики интерес?

27) Заједно са интересом 6% за 4 месеца дужних је вратио дин. 6800.—. Колико је платио на име интереса?

28) По одбитку интереса $5\frac{1}{2}\%$ за 90 дана дужник је примио дин. 12400.—. Колики је дуг?

29) Дужник је по одбитку $5\frac{1}{2}\%$ интереса од $^{24}/_{2}$ — $^{15}/_{5}$ (к, 360) примио дин. 24000.—. Колико је платио на име интереса?

30) Заједно са интересом $3\frac{1}{2}\%$ од $^{15}/_{6}$ — $^{18}/_{10}$ (30,360) дужник је вратио дин. 345000.—. Колико је платио интереса?

Чл. 30 Просечна вредност. Када су познате више разних вредности једне исте јединице у разним местима или у истом месту а у различито време па се збир тих вредности подели бројем сабраних вредности добива се просечна вредност или аритметичка средина.

Примери:

1) Цена извесне робе по килограму кретала се у току 4 дана и то: $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$ и 6 дин. Шта је просечна цена?.

Просечна цена је: $\frac{4{,}50 + 5 + 5{,}50 + 6}{4} = \frac{21}{4} = 5{,}25$ дин.

2) Цена пшеници у току једног дана била је: 160, 180, 170 и 150 дин. Шта је просечна цена пшенице тога дана?.

Просечна цена је: $\frac{160 + 180 + 170 + 150}{4} = \frac{660}{4} = 165.$— дин

3) Зарада једног предузећа у току 5 година била је 20%, 30%, 25%, 40% и 15% од уложеног капитала у предузеће. Колика је просечна годишња зарада за овај период?.

Просечна зарада је: $\frac{20+30+25+40+15}{5} = \frac{130}{5} = 26$

Чл. 31 Средња вредност. Ако су познате више разни вредности за две или више група различитих по величин јединица па се тражи средња вредност сваке јединице тих груг онда се каже да се изналази средња вредност или средња цен коштања.

Средња вредност добива се када се збир производа једи ница сваке групе и њима одговарајућих вредности подели збиром јединица свих група.

Примери:

1) Трговац је купио 100 комада ратне штете по 380 ди 200 комада ратне штете по 400 дин. и 300 комада ратне ште по 420 дин. Шта просечно кошта један комад ратне штете

100	комада	по 380	укупно коштају:	$100 \cdot 380 =$	38000.—	ди
200	„	„ 400	„ „	: $200 \cdot 400 =$	80000.—	„
300	„	„ 420	„ „	: $300 \cdot 420 =$	126000.—	„
600	комада	укупно коштају			$=$ 244000.—	ди

1 комад кошта $244000 : 600 = 406{,}67$ дин.

2) 200 кгр. кукуруза плаћени су по 85 дин., 400 кгр. п 87 дин., 300 кгр. по 86 дин. и 600 кгр. по 88 дин. Шта пр сечно коштају 100 кгр.?.

200	кгр.	по 85	коштају:	$2 \cdot 85 =$	160.—	дин.
400	„	„ 87	„	: $4 \cdot 87 =$	348.—	„
300	„	„ 86	„	: $3 \cdot 86 =$	258.—	„
600	„	„ 88	„	: $6 \cdot 88 =$	528.—	„
1500					1304.—	дин.

100 кгр. коштају $1304 : 15 = 86{,}866 = 86{,}87$

3) Трговац је продао платно и то: 300 м. по 12 дин., 35 м. по 12,5 дин. и 150 м. по 14 дин. По којој је просечној цен продавао платно?

300 м.	по 12,	$=$	3600.—	дин.
350 м.	по 12,5	$=$	4375.—	„
150 м.	по 14	$=$	2100.—	„
800 м.	коштају		10075.—	дин.

1 м. кошта $10075 : 800 = 12{,}59375$ дин.

4) Трговац је купио пшенице и то:

80	кгр. по	160.—	дин.
45	„ „	150.—	„
320	„ „	155.—	„

Шта просечно коштају 100 кгр. и колико је % зарадио када је купљену пшеницу продао за дин. 829,80?

80 кгр.	по 160	$=$	дин.	128.—
45 „	„ 150	$=$	„	67.50
320 „	„ 155	$=$	„	496.—
445 кгр.	коштају		Дин.	691,50

100 кгр. коштају $691{,}50 \cdot 100 : 445 = 155{,}395$ дин.

Продајна цена	829,80	дин.
Куповна цена	691,50	„
Зарада	138,30	дин.

Зарада у процентима износи:

$$п = \frac{138{,}30 \cdot 100}{691{,}50} = \frac{276{,}60 \cdot 100}{1383} = 27660 : 1383 = 20\%$$

Примери за вежбу.

1. Трговац је купио жито: 4000 кгр. à 165.—, 5000 кгр. à 167.— и 11000 кгр. à 164.—, а продао је по 180— дин. Израчунати: а) шта просечно коштају 100 кгр. и б) колико је % зарађено на овом послу.

2. Један банкар куповао је ратну штету: 420 ком. à 435, 320 ком. à 440.— и 150 ком. à 436.— Пошто треба да прода комад да би зарадио 20%?

3. Трговац има кафу: 400 кгр. à 30.— дин., 300 кгр. à 32.— дин. и 200 кгр. à 36. Хоће да помеша кафу и да продаје тако да добије исто толико као да је продавао непомешано. Пошто ће продавати кафу?

4. Пошто треба да продаје кафу из примера 3. да заради $2\frac{1}{2}\%$ више ако помеша него када би продавао непомешану?

5. У току 5 година биле су добити једне банке: 4 мил., 5,5 мил., 5,25 мил., 6 мил. и 4,75 мил. Колика је просечна годишња зарада за сваку годину овог петогодишњег раздобља?

6. Цена једне врсте робе у току 6 дана била је 4,75, 4,80, 4,95, 4,65, 4,90 и 4,80 која је просечна дневна цена за ових 6 дана?

Чл. 32. Друштвени рачун. Ако неку суму новаца, или неке друге вредности, треба разделити на више група према унапред утврђеним условима или да се пронађу услови под којим се деоба има извршити, онда је то задатак поделе, или како се обично каже, друштвеног рачуна.

Овде могу бити два случаја: Деоба зависи само од једне врсте услова или од две врсте услова. У првом случају имамо прост друштвени рачун, а у другом сложен друштвени рачун. Тако на пр. ако ортаци деле добит сразмерно уложеном капиталу, без обзира на време које су заједно радили, онда је случај простог друштвеног рачуна, а ако се деоба има изı шити сразмерно уложеном капиталу и времену проведеном раду, онда је то сложен друштвени рачун.

I. Прост друштвени рачун

На примерима проучићемо основне случајеве који се мс јавити код друштвеног рачуна.

1. Дин. 100000.— поделити на 5 лица тако да свако ли добије исту суму.

Ово је најпростији случај друштвеног рачуна. Суму кı се дели треба поделити са бројем лица. Дакле:

$$100000 : 5 = 20000.\text{— дин. добива свако лице.}$$

Уопште ако је сума К а број лица n свако ће добити

$$K : n$$

2. Дин. 66000 поделити на три лица тако да свако следе добије по 2000 дин. више од претходног.

Ако прво лице добије x дин., онда друго добива x + 2(дин., а треће x + 4000 дин. Ово укупно чини 66000.— дин. Дак:

Прво добива	x	дин.
Друго „	x + 2000	„
Треће „	x + 4000	„
Сватри лица добивају	3 x + 6000 = 66000	д

Из једначине: $3x + 6000 = 66000$

добива се:

$$3x = 66000 - 6000 = 60000,$$

а одавде:

$$x = 60000 : 3 = 20000$$

Према томе добива:

прво лице:	20000 дин.
друго „ :	22000 „
треће „ :	24000 „
укупно:	66000 дин.

Практично се ради тако да се прво саберу вишкови одузму од суме за деобу и остатак подели са бројем лица. таj начин нађе се сума која припада првом лицу. Вишкı појединих лица сабрани са овом сумом дају припадајући ı осталих лица.

Општа математичка формула била би:

$$nx + a = K$$

одакле се добива:

$$x = \frac{K - a}{n}$$

Овде К означава суму која се има поделити на n лица, x суму коју прима прво лице, а *a* суму коју треба исплатити на остатак од n — 1 лице да би остатак свих n лица делили на једнаке делове.

У нашем примеру $K = 66000$, $n = 3$, $a = 6000$.

$$x = \frac{66000 - 6000}{3} = 20000$$

3. Дин. 54000.— поделити на 4 лица тако да друго добије 3000 дин. више него прво, треће 2000 дин. више него друго, а четврто 1000 дин. више него треће.

Прво добива	x	дин.	т.ј. 10000	дин.
друго „	x + 3000	„	„ 13000	„
треће „	x + 5000	„	„ 15000	„
четврто „	x + 6000	„	„ 16000	„
	4 x + 14000 = 54000	дин.	54000	дин.

$$4x + 14000 = 54000; \quad x = 40000 : 4 = 10000 \text{ дин.}$$

Општа једначина била би:

$$nx + a = K; \quad x = \frac{K - a}{n}$$

Где К, x, n и a означава исто што и у примеру 2.

4. Дин. 45000 поделити на три лица тако да свако следеће добије по 4000 дин. мање од претходног.

Прво лице добива	x	дин.
друго „ „	x — 4000	„
треће „ „	x — 8000	„
Сватри лица добијају	3 x — 12000 = 45000	дин.

Из једначине:

$$3x - 12000 = 45000$$

добива се:

$$3x = 45000 + 12000,$$

а одавде:

$$x = \frac{57000}{3} = 19000 \text{ дин.}$$

Према томе:

Прво лице добива	19000 дин.
Друго лице добива	15000 „
Треће лице добива	11000 „
Сватри лица добивају	45000 дин.

Општа једначина била би:

$$nx = K + b,$$

где n означава на колико се лица дели сума од K дин., x колико добива прво лице, a b суму свих умањења у односу на прво лице тј. суму коју треба сабрати са сумом за деобу да би сва лица добила исту суму као и прво лице.

У овом примеру је: $K = 45000$, $b = 12000$, $n = 3$, $x = 19000$.

5. Дин. 16250 поделити на 4 лица тако да свако следеће добије један и по пута толики колико претходно.

Ако прво добива x дин., онда друго добива $1{,}5x$, треће $1{,}5^2x$ и четврто $1{,}5^3x$. Према томе сви укупно добивају:

$$x + 1{,}5x + 1{,}5^2x + 1{,}5^3x = 16250$$

Пошто је лева страна једначине геометријска прогресија чији је први члан x, а количник 1,5, то излази да је:

$$\frac{x\,(1{,}5^4 - 1)}{1{,}5 - 1} = 16250$$

А одавде:

$$8{,}125x = 16250$$

Из ове једначине излази:

$$x = 16250 : 8{,}125 = 2000.—$$

Према томе:

Прво лице добива:		2000.— дин.
Друго „ „	$1{,}5 \cdot 2000 =$	3000.— „
Треће „ „	$1{,}5 \cdot 3000 =$	4500.— „
Четврто „ „	$1{,}5 \cdot 4500 =$	6750.— „
	Свега	16250.— дин.

6. Дин. 18200.— поделити на 3 лица тако да свако следеће добије 20% више од претходног.

Прво лице добива x дин.

Друго лице добива $x + \frac{x \cdot 20}{100} = 1{,}2x$ „

Треће лице добива $1{,}2x + \frac{1{,}20x \cdot 20}{100} = 1{,}2^2x$ дин.

Сватри лица добивају: $x + 1{,}2x + 1{,}2^2x$, па је:

$$x + 1{,}2x + 1{,}2^2x = 18200$$

Одавде је:

$$\frac{x\,(1{,}2^3 - 1)}{1{,}2 - 1} = 18200$$

А одавде добива се:

$$x = 18200 : 3{,}64 = 5000.—$$

Према томе добива:

Прво лице		5000.— дин.
Друго „	$5000 \cdot 1{,}2 =$	6000.— „
Треће „	$6000 \cdot 1{,}2 =$	7200.— „
Сватри лица добивају		18200.— дин.

7. Дин. 32500.— поделити на 3 лица тако да се њихови делови имају као 3 : 2 : 5

Ако се делови ових лица обележе са x, y и z онда мора постојати пропорција:

$$x : y : z = 3 : 2 : 5$$

Из ове пропорције, на основу правила: да се збир чланова леве размере има према збиру чланова десне размере као што се има први члан леве, према првом десне, други леве према другом десне добивају се следеће три пропорције:

$$\frac{x + y + z}{3 + 2 + 5} = \frac{x}{3}$$

$$\frac{x + y + z}{3 + 2 + 5} = \frac{y}{2}$$

$$\frac{x + y + z}{3 + 2 + 5} = \frac{z}{5}$$

Пошто је:

$$x + y + z = 32500$$

то следује:

$\frac{x}{3} = \frac{32500}{10}$, а одавде: $x = 3250 \cdot 3 = 9750$ дин.

$\frac{y}{2} = \frac{32500}{10}$, а одавде: $y = 3250 \cdot 2 = 6500$ дин.

$\frac{z}{5} = \frac{32500}{10}$, а одавде: $z = 3250 \cdot 5 = 16250$ дин.

$x + y + z = 32500$ дин.

Из овога се изводи следеће практично упутство: Саберу се сразмерни бројеви (3,2 и 5) и њиховим збиром подели сума за поделу (32500). Добивени количник (3250) помножи се са сразмерним бројевима.

8. Дин. 9400.— поделити у размери $\frac{3}{2}:\frac{5}{6}:\frac{4}{5}$.

Да би се ослободили имениоца ове размере треба за имениоце 2,6 и 5 наћи најмањи заједнички садржатељ, па њиме помножити сваки члан размере. Овде је најмањи заједнички садржатељ 30, па је:

$$\frac{3}{2}\cdot 30 = 45$$

$$\frac{5}{6}\cdot 30 = 25$$

$$\frac{4}{5}\cdot 30 = 24$$

Према томе дељење се има извршити у размери 45 : 25 : 24

Даљи поступак је као и у примеру 7. Дакле:

$$9400 : (45 + 25 + 24) = 100.—$$

Прво лице добива:	45 · 100 = 4500.—	дин.
Друго лице добива:	25 · 100 = 2500.—	„
Треће лице добива:	24 · 100 = 2400.—	„
Сватри лица добивају:	9400.—	дин.

9. Два ортака уложили су у заједничку радњу А дин. 40000.— и Б. дин. 60000.— Колико сваки добива од добити 15000.— ако добит деле сразмерно улозима и колика је добит сваког изражена у процентима?

Ако је x добитак ортака А а у добитак ортака Б, онда мора постојати пропорција:

$$x : y = 2 : 3$$

Пошто је $x + y = 15000$
то следује:

$$\frac{x}{2} = \frac{15000}{5}, \text{ а одавде } x = 3000\cdot 2 = 6000 \text{ дин.}$$

$$\frac{y}{3} = \frac{15000}{5}, \text{ „ „ } y = 3000\cdot 3 = 9000 \text{ дин.}$$

Практично се ради на следећи начин: Потпишу се улози ортака један испод другог и скрате ако је то могуће. Затим овако скраћени бројеви саберу и њиховим збиром подели сума која претставља добитак (или губитак, јер се и губитак дели сразмерно уложеном капиталу). Добивеним количником множе се деони бројеви добивени скраћивањем улога ортака.

Дакле:

А	40000	2 · 3000 = 6000.— дин.
Б	60000	3 · 3000 = 9000.— „
		5 · 3000 = 15000.— дин.

$$15000 : 5 = 3000$$

Објашњење рада: Улози ортака подељени су са 20000 и тако добивени бројеви 2 и 3 сабрани, па са њиховим збиром 5 подељено 15000.— и добивеним количником 3000.— помножени деони бројеви 2 и 3 и на тај начин добивени бројеви 6000.— и 9000.—

Деони (размерни) бројеви претстављају процентни принос за ортаке. Овде је 2 процентни принос за ортака А, а 3 за ортака Б. Њихов збир је главница. Према томе добит ортака А изражена у процентима износи:

$$\frac{2\cdot 100}{5} = 40\%,$$

а добит ортака Б:

$$\frac{3\cdot 100}{5} = 60\%$$

Проба: $\dfrac{15000\cdot 40}{100} = 6000$

$$\frac{15000\cdot 60}{100} = 9000.—$$

10. Од добити 18800 добили су ортак А 9000 дин. ортак Б 5000 дин. и ортак В 4800 дин. Колико је сваки ортак уложио у радњу када се добит дели сразмерно улозима а укупан капитал ортака износи 94000 дин.?

Овај се задатак решава као и задатак у примеру 9. Дакле:

А	9000	45 · 1000 = 45000
Б	5000	25 · 1000 = 25000
В	4800	24 · 1000 = 24000
		94 · 1000 = 94000

$$94000 : 94 = 1000$$

Објашњење рада: Прво су добитци ортака скраћени са 200, а затим тако добивени бројеви (45, 25 и 24) сабрани и њиховим збиром подељен укупни капитал ортака. На тај начин добивена је 1000 којом су множени деони бројеви 45, 25 и 24 и добивене суме које су ортаци уложили у радњу т. ј. делови капитала који припадају појединим ортацима.

Збир деоних бројева казује нам на колико се једнаких делова може поделити друштвени капитал, а поједини деони бројеви казују колико је тих једнаких делова уложио сваки ортак. Количник укупног друштвеног капитала и збира деоних бројева показује колики је један део тог капитала (Овде је 1000).

11. Од добити 15000 дин. А је добио $\frac{1}{2}$, Б $\frac{1}{3}$ а В остатак. Колико је сваки добио?

Овај се задатак може решити на два начина. Први начин је: узме се $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$ од 15000, па се то сабере и одузме од 15000. Дакле:

А добива:	$\frac{1}{2} \cdot 15000 =$	7500 дин.
Б „ :	$\frac{1}{3} \cdot 15000 =$	5000 дин.
В „ :	$15000 - 12500 =$	2500 дин.
	Свега	15000 дин.

Други начин је: Саберу се $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$ и нађе допуна до 1. Дакле:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$$

Ово значи да од сваких 6 дин.добити А и Б добивају 5, а В 1 дин. Пошто је 5 постало сабирањем 3 и 2 то значи да од сваких 6 дин. добива А дин. 3, Б дин. 2 и В дин. 1.

Да би се нашло од 15000 дин. колико добивају сваки од ортака треба 15000 поделити са 6, па добивени количник 2500 множити са 3, 2 и 1. На тај начин добиће се добитци појединих ортака.

Према томе добиће:

А	$2500 \cdot 3 =$	7500.— дин.
Б	$2500 \cdot 2 =$	5000.— „
В	$2500 \cdot 1 =$	2500.— „
Свега	$2500 \cdot 6 =$	15000.— дин.

12. Од неке добити А је добио $\frac{1}{4}$, Б $\frac{3}{5}$ а В остатак од 4500.— дин. Колико је сваки ортак добио и колика је добит?.

$$\frac{1}{4}+\frac{3}{5}=\frac{5+12}{20}=\frac{17}{20}$$

Ово значи да од сваких 20 дин. добити А добива 5, Б 12 а В 3 (20—17) дин.

Пошто од 20 једнаких делова добити В добива 3 дела а његова добит износи 4500 дин. то отуд излази да је један двадесети део добити једнак:

$$4500 : 3 = 1500 \text{ дин.}$$

Према томе добива:

А	$5 \cdot 1500 =$	7500.— дин.
Б	$12 \cdot 1500 =$	18000.— „
В	$3 \cdot 1500 =$	4500.— „
Свега	$20 \cdot 1500 =$	30000.— дин.

13. Наследство од дин. 380000.— поделити на три наследника тако да се њихови делови имају обрнуто сразмерно годинама старости. Старост наследника је 20, 16 и 8 година.

Ако део наслеђа наследника старог 20 година обележимо са x, наследника старог 16 година са y, а наследника старог 8 година са z, онда морају постојати следеће пропорције:

$$x : y = 16 : 20$$
$$x : z = 8 : 20$$

Пошто се десна страна размера прве пропорције подели са 2 добива се:

$$x : y = 8 : 10$$
$$x : z = 8 : 20$$

А одавде следује продужна пропорција:

$$x : y : z = 8 : 10 : 20$$

Или после скраћивања са 2:

$$x : y : z = 4 : 5 : 10$$

Из ове пропорције, на основу познатих правила, а пошто је:

$$x + y + z = 380000$$

следује:

$\frac{x}{4}=\frac{380000}{19}$, а одавде $x = 20000 \cdot 4 = 80000$.— дин.

$\frac{y}{5}=\frac{380000}{19}$, а одавде $y = 20000 \cdot 5 = 100000$.— „

$\frac{z}{10}=\frac{380000}{19}$, а одавде $= 20000 \cdot 10 = 200000$.— „

$20000 \cdot 19 = 380000$.— дин.

Проба:

$$80000 : 100000 = 16 : 20$$
$$80000 : 200000 = 8 : 20$$
$$100000 : 200000 = 8 : 16$$

До продужне пропорције:

$$x : y : z = 4 : 5 : 10$$

можемо доћи брже на следећи начин. Ставе се за чланове десне размере пропорције реципрочне вредности година старости, па се потом множењем ослободи разломка. Овде:

$$x : y : z = \frac{1}{20} : \frac{1}{16} : \frac{1}{8}$$

Када се десна размера помножи са најмањим заједничким садржатељем 80 добива се

$$x : y : z = 4 : 5 : 10$$

14. Дин. 33000.— поделити на 4 лица тако да кад А добије 2 дин., да Б добије 3 дин., када Б добија 1 дин. да В добије 3 дин. и када А добија 4 дин. да Г добије 5 дин.

Ако се делови појединих лица обележе почетним словом њиховог имена, онда из услова у задатку излазе следеће пропорције:

$$А : Б = 2 : 3$$
$$Б : В = 1 : 3$$
$$А : Г = 4 : 5$$

Ако се прва и трећа пропорција оставе непромењене а прва и друга помноже добијају се следеће три пропорције:

$$А : Б = 2 : 3$$
$$А : В = 2 : 9$$
$$А : Г = 4 : 5$$

После множења десних размера прве и друге пропорције са 2, да би код све три пропорције први члан десних размера био исти, пошто је и први члан левих размера исти, добива се:

$$А : Б = 4 : 6$$
$$А : В = 4 : 18$$
$$А : Г = 4 : 5$$

Из ове три добива се следећа продужна пропорција:

$$А : Б : В : Г = 4 : 6 : 18 : 5$$

Одавде, а пошто је $А + Б + В + Г = 33000.$—, следује:

$$\frac{А}{4} = \frac{33000}{33}, \text{ а одавде } А = 1000 \cdot 4 = 4000.\text{— дин.}$$

пренос 4000.— дин.

пренето 4000.— дин.

$$\frac{Б}{6} = \frac{33000}{33}, \text{ а одавде } Б = 1000 \cdot 6 = 6000.\text{— дин.}$$

$$\frac{В}{18} = \frac{33000}{33}, \text{ а одавде } В = 1000 \cdot 18 = 18000.\text{— „}$$

$$\frac{Г}{5} = \frac{33000}{33}, \text{ а одавде } Г = 1000 \cdot 5 = 5000.\text{— „}$$

$$1000 \cdot 33 = 33000.\text{— дин.}$$

15. За четворицу оштећених пожаром прикупљено је прилога дин. 44100.— Колико ће сваком припасти, када је пре пожара вредела имовина лица А дин. 40000.—, лица Б дин. 50000.—, лице В дин. 60000 и лица Г дин. 30000.—, а пожар је оштетио А са дин. 20000.—, Б са дин. 30000, В са дин. 10000 и Г са дин. 25000.— ?.

Овде прво треба израчунати који је део изгубило свако од ова четири лица.

А је изгубио: $\frac{20000}{40000} = \frac{1}{2}$

Б „ „ $\frac{30000}{50000} = \frac{3}{5}$

В „ „ $\frac{10000}{60000} = \frac{1}{6}$

Г „ „ $\frac{25000}{30000} = \frac{5}{6}$

Ако се сад за именитеља 2, 5 и 6 нађе најмањи заједнички садржатељ и њиме помножи сваки од ових разломака добиће се сразмерни бројеви: 15, 18, 5 и 25. Ово значи да од сваких 63 дин. прилога добива А 15, Б 18, В 5 и Г 25 дин.

Да бисмо нашли колико сваком припада од 44100 дин. треба овај број поделити са 63 и количник 700 помножити са напред нађеним размерним бројевима. Дакле добива:

А $15 \cdot 700 = 10500$ дин.
Б $18 \cdot 700 = 12600$ „
В $5 \cdot 700 = 3500$ „
Г $25 \cdot 700 = 17500$ „

$63 \cdot 700 = 44100$ дин.

16. Дин. 6200.— поделити на три лица тако да Б добије 500 дин. више а В 300 дин. мање него А.

А добива x дин.
Б „ $x + 500$ „
В „ $x - 300$ „

$$3x + 500 - 300 = 6200$$

тј.

$$3x = 6000$$
$$x = 2000$$

Према томе добива.

А	дин.	2000.—
Б	„	2500.—
В	„	1700.—
Свега	Дин.	4200.—

II Сложен друштвени рачун

1. У заједничку радњу уложила су три ортака дин. 500000 и то А дин. 100000, Б дин. 150000 и В дин. 250000. Колико припада од добити 34000.— сваком ортаку када су уговорили да добит деле сразмерно улозима и времену проведеном у раду а када је радио А 6, Б 10 и В 12 месеци?

Ако се са А, Б и В обележе делови добити који припадају ортацима А, Б и В, онда мора постојати пропорција:

$$А : Б : В = 100000 : 150000 : 250000$$
$$= \quad 6 : \quad 10 : \quad 12$$

тј.

$$А : Б : В = 2 : 3 : 5 \qquad (\text{Скраћено са } 50000)$$
$$= 3 : 5 : 6 \qquad \text{„} \quad \text{„} \quad 2$$
$$А : Б : В = 6 : 15 : 30$$

тј.после скраћивања са 3.

$$А : Б : В = 2 : 5 : 10$$

Одавде следује:

$$\frac{А+Б+В}{2+5+10} = \frac{А}{2} \text{ тј. } \frac{А}{2} = \frac{34000}{17} = 2000$$

$$= \frac{Б}{5} \text{ тј. } \frac{Б}{5} = \frac{34000}{17} = 2000$$

$$= \frac{В}{10} \text{ тј. } \frac{В}{10} = \frac{34000}{17} = 2000$$

А одавде је:

$$А = 2000 \cdot 2 = 4000.—$$
$$Б = 2000 \cdot 5 = 10000.—$$
$$В = 2000 \cdot 10 = 20000.—$$
$$2000 \cdot 17 = 34000.—$$

2. Три групе радника зарадиле су дин. 56700.— Колико свакој групи припада када је прва група радила са 8 радника 16 дана по 10 часова дневно, друга група са 10 радника 20 дана по 8 часова дневно, а трећа са 12 радника 16 дана по 6 часова и када се радни час плаћа једнако свакој групи?

Овде прво треба израчунати колико је часова радила свака група. То ће се постићи множењем броја радника, дана и часова дневног рада. Према томе радила је:

Прва група		$8 \cdot 16 \cdot 10 = 1280$	часова
друга	„	$10 \cdot 20 \cdot 8 = 1600$	„
трећа	„	$12 \cdot 16 \cdot 6 = 1152$	часа.

Пошто се делови зараде појединих група имају као број часова рада то се ови часови рада могу скратити. После скраћивања добивају се деони бројеви 20, 25 и 18. Ово значи да од сваких 63 дин. зараде припада:

првој групи	радника	дин.	20.—
другој	„	„	25.—
трећој	„	„	18.—

Зараду од 56700 треба поделити са 63 и количник 900 множити са деоним (размерним) бројевима 20, 25 и 18. На тај начин налази се да од зараде дин. 56700 припада:

првој групи	радника	$: 900 \cdot 20 = 18000.—$	дин.
другој „	„	$: 900 \cdot 25 = 22500.—$	„
трећој „	„	$: 900 \cdot 18 = 16200.—$	„
		$900 \cdot 63 = 56700.—$	дин.

3. У примеру 2. друга група радника има плаћен час за 10% а трећа за 20% боље него прва. Колико свакој групи припада од зарађених 56700.— дин.?

Ако се цена за један радни час прве групе радника обележи са x, онда ће цена за радни час друге групе радника бити:

$$x + \frac{x \cdot 10}{100} = 1{,}1x, \text{ а треће групе радника: } x + \frac{x \cdot 20}{100} = 1{,}2x.$$

Према томе од зараде ће добити:

Прва група	радника:	$8 \cdot 16 \cdot 10 \cdot x = 1280x$	дин.
друга „	„	$: 10 \cdot 20 \cdot 8 \cdot 1{,}1x = 1600 \cdot 1{,}1x$	дин.
трећа „	„	$: 12 \cdot 16 \cdot 6 \cdot 1{,}2x = 1125 \cdot 1{,}2x$	„

Из ових бројева види се да се овај задатак може решити тако као да је радни час ових група исто плаћен, а да су часови утрошеног рада увећани код друге групе са 10%, а код треће групе са 20%.

Према томе и код овог задатка треба наћи деоне (размерне) бројеве као да се радни час плаћа свим групама подједнако, па тако добивене деоне бројеве увећати одговарајућим процентом. Овде су:

код прве групе радника:	20 ; 200	$(20 \cdot 10 = 200)$
„ дурге „ „	$25 . 1{,}1 = 27{,}5$; 275	$(27{,}5 \cdot 10 = 275)$
„ треће „ „	$18 \cdot 1{,}2 = 21{,}6$; 216	$(21{,}6 \cdot 10 = 216)$

Када се овако добивени бројеви (200, 276 и 216) саберу, п њиховим збиром подели 56700 дин. добиће се број којим треб множити размерне бројеве да се нађе колико од зараде припада свакој групи радника.

Прва група добива:	$82,055 \cdot 200 = 16411.—$	дин.
друга „ „	$82,055 \cdot 275 = 22565,12$	„
трећа „ „	$82,055 \cdot 216 = 17723,88$	„
	$82,055 \cdot 691 = 56700.—$	дин.

4. На једном послу радиле су две групе радника и зарадиле дин. 90000.— Колико свакој групи припада када се радни час друге групе плаћа скупље за $\frac{1}{3}$ него што се плаћа радни час прве групе?.

Прва група радила је 50 дана са 15 радника и 5 камион по 8 часова дневно, а друга 40 дана са 20 радника и 10 камион по 10 часова дневно.

Рад једног камиона плаћа се као рад 10 радника.

Овде су поједине групе утрошиле радних часова:

прва група: $(15 + 5 \cdot 10) \cdot 50 \cdot 8 = 65 \cdot 50 \cdot 8 = 26000$ часова.

друга „ $(20 + 10 \cdot 10) \cdot 40 \cdot 10 = 120 \cdot 40 \cdot 10 = 48000$ часов

Према томе размерни бројеви ових двеју група јесу 13 и 24 ако се обема групама плаћа радни час истом ценом. Али пошто се другој групи радни час плаћа увећан за $\frac{1}{3}$ цене прве групе то отуд излази да размерни број друге групе треба помножити са $1\frac{1}{2}$. На тај начин добивају се размерни бројеви 13 и 32.

Збиром ова два броја треба поделити 90.000.— и добивеним количником од 2000.— дин. помножити размерне бројеве. На тај начин добива се:

зарада прве групе радника:	$2000 \cdot 13 = 26000.—$	дин.
„ друге „ „ :	$2000 \cdot 32 = 64000.—$	„
зарада обе групе радника	$2000 \cdot 45 = 90000.—$	дин.

5. Потребно је да се самељу 634 хектолитра жита. Колико ће се хектолитара дати свакоме од следећа три млина па да за исто време буде самлевено жито. Први млин меље 10 хектолитара за $1\frac{1}{2}$ час, други 15 хектолитара за 3 часа, а трећи 12 хектолитара за $3^1/_2$ часа.

Овде прво треба израчунати колико сваки од млинова самеље за један час.

Први самеље $10 : \frac{3}{2} = \frac{20}{3}$ хектолитара за 1 час.

други самеље $15 : 3 = 5$ „ „ 1 „

трећи „ $12 : \frac{7}{2} = \frac{20}{7}$ „ „ 1 „

Да би се ослободили разломка у овим размерним бројевима треба сваки од ових бројева помножити најмањим заједничким садржатељем имениоца 3 и 7 тј. са 21. Другим речима израчунати колико сваки од ових млинова меље за 21 час. На тај начин добива се да мељу:

Први млин	$\frac{20}{3} \cdot 21 = 140$	хектолитара	за 21 час
други „	$5 \cdot 21 = 105$	„	„ 21 „
трећи „	$\frac{24}{7} \cdot 21 = 72$	„	„ 21 „
Сви млинови	317	хектолитара	за 21 час.

Број хектолитара који се имају самлети код сватри млина треба поделити са 317 и тако добивеним количником 2, који казује колико пута по 21 час морају млети млинови, множити бројеве 140, 105 и 72.

Добивени производи биће број хектолитара жита које треба да самеље сваки поједини млин за 42 часа. Дакле:

Први млин:	$140 \cdot 2 = 280$	хектолитара
други „	$105 \cdot 2 = 210$	„
трећи „	$72 \cdot 2 = 144$	„
Сватри млина:	$317 \cdot 2 = 634$	хектолитара

Време рада од 42 часа добивено је кад је 21 помножено са $\frac{634}{317} = 2$, јер сви млинови самељу 634 хектолитра за време 2 пута по 21 час.

Примери за вежбу.

1) Три ортака уложили су у заједничку радњу и то: А дин. 40000.—, В дин. 60000.— и С дин. 100000.— Уговором о ортаклуку предвиђено је да се 30% од чисте добити баца у фонд за покриће дубиоза, а остатак да се дели сразмерно уложеном капиталу. Колико припада сваком ортаку, а колико иде у фонд дубиозе од добити 35000.— дин?

2) Улози ортака су: А дин. 40000.—, В дин. 100000.— и С дин. 120000.— Радили су А 10 месеци, В, 6 месеци и С 8 месеци. Добит се дели сразмерно уложеном капиталу и времену проведеним у раду. Колико сваком припада од добити дин. 50000.—?

3) Добит од 56000.— дин. треба да се подели на три лица тако да А добије $\frac{1}{4}$, В $\frac{1}{5}$, а С остатак. Колико је свако добио?

4) Од извесне добити A је добио $\frac{2}{5}$, B $\frac{1}{4}$, a C остатак од дин. 450.— Која је добит дељена и колико су добили A и I

5) Зарада од 4000.— дин. треба да се подели на 4 груı радника сразмерно броју радника, дана и часова рада.

I група	10 радника	5 дана	à 10 часова	
II „	5 „	4 „	„ 8	„
III „	8 „	6 „	„ 7	„
IV „	12 „	4 „	„ 10	„

6) Наслеђе од 250000.— дин. дели се на 4 наследниı управо сразмерно годинама старости наследника. Старост на ледника је 40, 44, 50 и 52 године. Колико сваком припада?

7) Ако се наслеђе у задатку 6) дели обрнуто сразмерı годинама старости колико сваком припада?

8) Дин. 45000.— поделити на 4 лица тако да кад A доби 2 дин. да B добије 3 дин., када B добије 1 дин. да C добије дин. и када A добије 3 дин. да D добије 1 дин.

9) Три групе радника радиле су на једном послу. Радı час друге групе плаћа се 10% више него прве, а треће 20' више него друге. Колико свакој групи припада од зараде 15000.· дин. када су радиле:

I група са	6 радника	10 дана	à 8 часова	
II „	„ 10 „	4 „	„ 10	„
III „	„ 12 „	8 „	„ 6	„

10) Три млина имају капацитете: I 4 Hl за 2,5 часа, II Hl за 2 часа и III 6 Hl за $1^3/_4$ часа. Треба да се самеље 400 I Колико треба дати свакоме млину да би истовремено пуштен у рад истовремено завршили посао и колико ће часова сваı млин радити?

11) Добит од дин. 40000.— поделити на 5 лица тако ı свако следеће добије: a) по 3000 више, b) по 2000 мање (претходног.

12) Добит од дин. 50000.— поделити на 4 лица тако ı свако следеће добије за $^1/_4$ добитка првог лица више од лиı испред њега.

13) Три ортака уложила су у заједничку радњу 400.000.· дин. Радили су A 12 месеци, B 8 месеци и C 10 месеци, добили су на име добитка A дин. 40000.—, B дин. 30000.— и дин. 80000.— Колико је сваки уложио када се добит дели сраı мерно уложеним капиталу и времену проведеном у раду?

14) Дин. 15000.— поделити на 3 наследника обрнуто сраı мерно годинама старости. Старост наследника је: 4, 8 и 12 го,

Чл. 33 Рачун мешања. Рачун мешања или рачун смес решава задатке који се могу сврстати у следеће две категс

рије: 1) Познате су цене и количине робе које се имају мешати, па се тражи цена коштања овако помешане робе, и 2) познате су цене робе, које се имају мешати, и цена робе која се жели постићи мешањем, па се тражи у којој размери треба мешати робу.

Први случај није ништа друго него израчунавање средње вредности робе, па га овде нећемо проучавати, пошто смо то учинили у ранијим предавањима, већ ћемо проучити само други случај.

Код изналажења размерних бројева мешања важи правило: *Трговац за помешану робу треба да добије исто толико колико би добио да је продавао робу непомешану по одговарајућим ценама.*

Како се израчунавају размерни бројеви мешања проучићемо на примерима.

1. Трговац има кафу од 40 и од 50 дин. кгр., па хоће мешањем да добије кафу од 43 дин. У којој размери треба да врши мешање па да при томе ништа не заради више него што би зарадио када би продавао кафу немешану, али исто тако и да не изгуби?

Ако се размерни бројеви обележе са x за кафу од 40 и са y за кафу од 50 онда, на основу напред наведеног правила, добива се следећа једначина:

$$40x + 50y = 43\,(x + y),$$

која се трансформује у:

$$(50 - 43)\,y = (43 - 40)\,x$$

Из ове једначине следује пропорција:

$$x : y = (50 - 43) : (43 - 40)$$

тј.

$$x : y = 7 : 3$$

Из ове пропорције видимо да од кафе чија је цена 40 дин. — јефтиније кафе — треба узети 7 кгр. (цена скупље кафе мање средња цена тј. 50 — 43 = 7), а од кафе чија је цена 50.— дин. — скупље кафе — 3 кгр. (средња цена мање цена јефтиније кафе тј. 43 — 40 = 3). На тај начин добива се 10 кгр. мешавине, која се продаје по 43 дин. и добива 430 дин. Када се ових 10 кгр. не би помешали него би се продавала свака врста по својој цени добило би се:

за 7 кгр. по 40 за 1 кгр.	дин.	280.—
„ 3 „ „ 50 „ 1 „	„	150.—
За 10 кгр. укупно	дин.	430.—

што је доказ да је рачун добро извршен.

До ових размерних бројева може се доћи и на следећи начин:

$$\begin{array}{cc|l} 40 & & 50 - 43 = 7 \\ & 43 & \\ 50 & & 43 - 40 = 3 \end{array}$$

Према мањој цени пише се разлика веће и средње це
а према већој цени пише се разлика средње и мање це
Добивени бројеви ако се могу скратити скрате се.

2. Трговац има две врсте пиринча. Једну врсту продаје 7 дин., а другу по 9 дин. Ако од пиринча по 7 дин. узме кгр. колико мора узети од 9 дин. да би добио мешавину 7,75 дин.?.

Овде прво треба наћи у којој размери треба мешати две врсте пиринча. Ти размерни бројеви су:

7		9 — 7,75 = 1,25; после множења са 4 добија се = 5
	7,75	
9		7,75 — 7 = 0,75; „ „ „ 4 „ „ = 3

Мешање треба извршити у размери 5 : 3 тј. 5 кгр. од д 7 и 3 кгр. од дин. 9.

Проба:

$$\begin{aligned} 5 \cdot 7 &= 35.\text{— дин.} \\ 3 \cdot 9 &= 27.\text{— „} \\ \hline 8 \cdot 7{,}75 &= 62.\text{— дин.} \end{aligned}$$

Пошто је од пиринча чија је цена 7 дин. узето свега кгр. а од сваких 8 кгр. узима се овог истог пиринча 5 кгр., отуд излази да ових 125 кгр. чине $\frac{5}{8}$ укупне мешавине и да пиринач чија је цена 9 дин., долазе $\frac{3}{8}$. Према томе $\frac{1}{8}$ ме вине добива се дељењем броја 125 са 5 а $\frac{3}{8}$ множењем овог количника са 3. Дакле

$\frac{1}{8}$ од укупне мешавине $= 125 : 5 = 25$ кгр.

$\frac{3}{8}$ „ „ „ $= 25 \cdot 3 = 75$ кгр.

Проба;

125 кгр.	по 7	= 875.—	дин.
75 „	„ 9	= 675.—	„
200 кгр.	по 7,75	= 1550.—	дин.

3. Трговац има пасуљ од 3, 4 и 5 дин. па хоће мешан да добије пасуљ од 3,5 дин. У којој размери треба да вр мешање?

Ако се размерни бројеви обележе са x за робу од 3 ди са y за робу од 4 дин. и са z за робу од 5 дин. онда ће стојати једначина:

$$3x + 4y + 5z = 3{,}5\,(x + y + z)$$

Из ове једначине, после извршених трансформација и скраћивања, добива се једначина:

$$x = y + 3z$$

Ово је једна неодређена једначина са три непознате и она може имати бескрајно много решења. Та решења добиће се ако се x сматра као функција независно променљивих y и z. Дајући све могуће вредности целе и позитивне независно променљивим y и z добиће се одговарајуће вредности за x. Тако добивени спрегови вредности за x, y и z размерни су бројеви мешања ове три врсте робе.

Према томе овде x, y, и z могу узети следеће вредности:

x	y	z	мешав.	Проба:
4	1	1	6	$4 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 6 \cdot 3{,}5$; $21 = 21$
7	1	2	10	$7 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 10 \cdot 3{,}5$; $35 = 35$
10	1	3	14	$10 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 14 \cdot 3{,}5$; $49 = 49$
5	2	1	8	$5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 8 \cdot 3{,}5$; $28 = 28$
6	3	1	10	$6 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 10 \cdot 3{,}5$; $35 = 35$
7	4	1	12	$7 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 12 \cdot 3{,}5$; $42 = 42$
7	3	2	14	$9 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 14 \cdot 3{,}5$; $49 = 49$
итд.				итд.

Из досадашњег излагања види се да се две количине робе могу узимати у којима се жели размерама, а да количина треће робе зависи од резултата смене у предњој једначини. Овде смо за функцију узели x а за независно променљиве y и z, али смо исто тако могли узети за функцију y или z а за независно променљиве остале две непознате.

Пошто функција зависи од независно променљивих количина то ћемо за функцију узимати размерни број оне робе за коју нам је свеједно да ли ће се при мешавини употребити у већој или мањој количини, а за независно променљиве размерне бројеве оних врста робе које желимо мање или више употребљавати при мешавини. При томе за независно променљиве треба узимати само такве целе вредности за које ће и функција бити цела.

Предњи, па према томе и сваки други, пример могао би се решити још на један начин, али који даје само једно од бескрајно много могућих решења. Тај начин је следећи:

3		$(4 - 3{,}5) + (5 - 3{,}5) = 0{,}5 + 1{,}5 = 2$	
	3,5		
4		$3{,}5 - 3 = 0{,}5$	$= 0{,}5$
5		$3{,}5 - 3 = 0{,}5$	$= 0{,}5$

После множења ових бројева са 2 добивају се бројеви који кажу да треба мешање вршити у размери 4 : 1 : 1 тј. да треба узимати:

4 кгр. од пасуља чија је цена 3 дин.,
1 „ „ „ „ „ „ 4 „ , и
1 „ „ „ „ „ „ 5 „ .

Када се погледа напред наведена табела види се да је о
прво решење из табеле.

Размерни бројеви по другом начину израчунавају се к
што следује. Пошто је једна цена нижа а две више од це
коју треба да има мешавина то робу ниже цене треба меша
посебно са сваком од више цене и добивене размерне броје
за нижу цену код сваке мешавине са вишом ценом сабра

Овде ако се меша пасуљ од 3 са пасуљом од 4 дин. да
се добила мешавина од 3,5 дин. треба мешање вршити у р
мери 1 : 1 тј. узимати по 1 кгр. пасуља од 3 и 4 дин. и до
вати 2 кгр. мешавине од 3,5 дин. Исто тако ако се меш
пасуљ од 3 и 5 да се добије мешавина од 3,5 дин. треба меша
вршити у размери 3 : 1 тј. узимати 3 кгр. пасуља од 3 дин
1 кгр. пасуља од 5 дин. На тај начин добива се 4 кгр. меш
вине од 3,5 дин. Према томе треба мешање вршити у разме
(1 + 3) : 1 : 1 тј. узимати 4 кгр. од пасуља чија је цена 3 ді
1 кгр. чија је цена 4 и 1 кгр. чија је цена 5 дин.

4. Трговац има четири врсте жита. У којој размери тр
да врши мешање да би добио мешавину од 150 дин. за 100 к
када су цене жита 120, 130, 145 и 160 дин. за 100 кгр.?

Ако размерне бројеве обележимо са x за 120, са y за 1
са z за 145, и са t за 160, онда ће важити једначина:

$$120\,x + 130\,y + 145\,z + 160\,t = 150\,(x + y + z + t)$$

Одавде после трансформације ове једначине следује:

$$t = 3\,x + 2\,y + \frac{z}{2}$$

Према томе мешање се може вршити у следећој разме

x	y	z	t	мешавина
1	1	2	6	10
1	2	2	8	13
2	1	2	8	13
2	2	2	11	17
1	1	4	7	13
1	2	4	9	16

итд.

Проба:

$$1 \cdot 1,2 + 1 \cdot 1,3 + 2 \cdot 1,45 + 6 \cdot 1,6 = 10 \cdot 1,5\,;\ 15 =$$
$$1 \cdot 1,2 + 2 \cdot 1,3 + 2 \cdot 1,45 + 8 \cdot 1,6 = 13 \cdot 1,5\,;\ 19,5 =$$

итд.

На други начин дошли би до размерних бројева као
примеру 3. Дакле:

120		160 — 150 = 10
130		160 — 150 = 10
145	150	160 — 150 = 10
160		(150 — 120) + (150 — 130) + (150 — 145) = 55
		мешавина

5. Трговац има робу од 12, 14, 16 и 20 дин. па хоће мешањем да добије 480 кгр., али да га та мешавина кошта 15 дин. килограм. У којој размери треба да врши мешање и по колико кгр. треба да узме од сваке врсте робе, да би добио тражену мешавину:

Овде мора постојати једначина:

$$12\,x + 14\,y + 16\,z + 20\,t = 15\,(x + y + z + t)$$

где x, y, z и t означавају размерне бројеве за мешање робе од 12, 14, 16 и 20 дин.

Из ове једначине следује:

$$z = 3\,x + y - 5\,t$$

Размера мешавине робе биће:

x	y	z	t	мешавина
1	3	1	1	6
2	2	1	3	8
5	1	3	1	10
1	5	1	3	10

итд.

Проба:

$$1 \cdot 12 + 3 \cdot 14 + 1 \cdot 20 + 1 \cdot 16 = 6 \cdot 15\,;\ 90 = 90$$
$$2 \cdot 12 + 2 \cdot 14 + 1 \cdot 20 + 3 \cdot 16 = 8 \cdot 15\,;\ 120 = 120$$
$$5 \cdot 12 + 1 \cdot 14 + 3 \cdot 20 + 1 \cdot 16 = 10 \cdot 15\,;\ 150 = 150$$
$$1 \cdot 12 + 5 \cdot 14 + 1 \cdot 20 + 3 \cdot 16 = 10 \cdot 15\,;\ 150 = 150$$

итд.

На други начин дошло би се до размерних бројева на следећи начин:

12		20 — 15 = 5
14	15	16 — 15 = 1
16		15 — 14 = 1
20		15 — 12 = 3
мешавина		10

или

12		16 — 15 = 1
14	15	20 — 15 = 5
16		15 — 12 = 3
20		15 — 14 = 1
мешавина		10

Да би сада израчунали колико од сваке врсте робе треба узети да се добије мешавина од 480 кгр., а да јој цена буде 15 дин. треба се претходно одлучити коју ћемо размеру узети. Када се одлучимо коју ћемо размеру узети онда се збиром размерних бројева подели 480 кгр. и добивени количник множи размерним бројевима. Према томе у нашем примеру било би:

цена	12	14	16	20	15	
количина	80	240	80	80	480	480 : 6 = 80
	120	120	180	60	480	480 : 8 = 60
	240	48	48	144	480	480 : 10 = 48
	48	240	144	48	480	480 : 10 = 48

6. Трговац има робу од 6, 12, 18, 24 и 32 дин. Хоће да мешањем добије робу од 20 дин. У којој размери треба да врши мешање?.

Овде мора постојати једначина:

$$6x + 12y + 18z + 24t + 32v = 20(x + y + z + t + v)$$

где x, y, z, t и v означавају размерне бројеве за робу од 6, 12, 18, 24 и 32 дин.

Одавде се добива:

$$z = 2t + 6v - 7x - 4y$$

Размерни бројеви били би:

x	y	z	t	v	мешавина
1	1	5	2	2	11
1	1	1	3	1	7
6	6	2	1	11	26
6	2	2	5	7	22
2	2	6	11	1	22

итд.

Проба:

$$1 \cdot 6 + 1 \cdot 12 + 5 \cdot 18 + 2 \cdot 24 + 2 \cdot 32 = 11 \cdot 20$$

$$1 \cdot 6 + 1 \cdot 12 + 1 \cdot 18 + 3 \cdot 24 + 1 \cdot 32 = 7 \cdot 20$$

итд

На други начин дошло би се до размерних бројева ако се упореде једна нижа и једна виша и две ниже са једном вишом ценом од средње. Могу бити 6 случајева. Ево једног од њих.

6	20	32 — 20 = 12	Скраћено са 2 даје	6
12		32 — 20 = 12		6
18		24 — 20 = 4		2
24		20 — 18 = 2		1
32		(20 — 6) + (20 — 12) = 22		11
				26

На исти начин ради се када се врши мешање робе са још више разних цена.

Примери за вежбу.

1) Трговац има две врсте кафе од 40 и 45, у којој размери треба да меша да би добио мешавину од 42 и колико треба да узме од сваке врсте да би добио мешавину од 200 кгр.?

2) У којој размери треба мешати пиринач од 8, 9 и 11 дин. да се добије мешавина од a) 10, b) 8,5, c) 9,5?

3) У којој размери треба мешати робу од 30, 40, 35 и 32 да се добије мешавина од a) 33, b) 36, c) 31 и колико треба узети од сваке врсте робе ако се од робе 30 узме 50 кгр.?

4) У којој размери треба мешати робу од 16, 18, 20, 22 и 24 да се добије мешавина од a) 17, b) 19, c) 21, d) 23?

5) Када се од робе чија је цена 15 дин. за кгр. узме 20 кгр. колико се кгр. мора узети од робе чија је цена 17 дин. за кгр. да се добије мешавина од 15,5 дин. за кгр.?

6) Цена робе је 20 и 25 дин. за кгр. израчунати колико је узето од сваке врсте робе када се за мешавину од 200 кгр. продајући по 23 дин. кгр. добије исто толико као када би се свака врста посебно продавала по 20 и 25 дин.

7) У примеру под 6) израчунати колико је узето од сваке врсте робе када се мешавина од 200 кгр. прода по 23,46 дин. кгр. и при тој продаји добије 2% више него када би се продавала роба неизмешана по 20 и 25 дин.

Чл. 34 Рачун злата и сребра. Хемијски чисто злато, а исто тако и сребро, нема отпорност за саобраћај па се зато за израду новца, накита и осталих предмета од злата, односно сребра, врши легирање овог племенитог метала са неким другим који легури даје тврдину. Најобичније се ово легирање врши са бакром. Тежину која казује колико је тешка једна легура зваћемо укупна тежина или тежина легуре, а тежину чистог метала зваћемо чиста тежина. Однос између племенитог метала у легури и укупне тежине зове се чистоћа или финоћа легуре и изражава се увек у виду правог разломка чији именилац може бити: код злата 1000, 24 и 96, а код сребра 1000, 240 и 96. Ако се финоћа изражава у разломку чији је именилац 1000, онда се то обичније означава у ‰. Тако на пр. ако нека легура има у сваких 1000 делова легуре 800 делова злата то се означава са 800‰.

Изражавање финоће уобичајено је скоро у свим државама у промилима. Изузетак од овога чини Енглеска а до 1888 г. и Русија. Данас се и у Енглеској финоћа злата и сребра изражава у ‰, али пошто има велики број златног и сребрног новца, као и златних и сребрних предмета чија је финоћа изражена по старом начину то ћемо овде проучити и тај начин изражавања финоће злата и сребра.

У Енглеској се финоћа злата изражава у каратима по једној старој подели јединице тежине на 24 карата, а карат на 4 грена. Према томе ако је злато финоће 21 то значи да у сваких 24 карата легуре има чистог злата 21 карат а 3 карата неплеменитог метала (бакра). Финоћа сребра изражава се у 240— тинама. Тако на пр. ако је финоћа сребра 220 то значи да у сваких 240 пенивејса (пошто једна троифунта има 240 пенивејса) легуре има чистог сребра 220 пенивејса и 20 пенивејса неплеменитог метала. Међутим ако је по Енглеском начину финоћа сребра 210 и 12 то значи да у сваких 240 пенивејса легуре има чистог сребра 210 пенивејса и 12 грена (пошто се 1 пенивејс дели на 24 грена), а 29 пенивејса и 12 грена неплеменитог метала.

Енглески златни новац има финоћу 22 карата, а сребрни 222 пенивејса. Злато финоће 22 карата и сребро финоће 222 пенивејса зове се стандард злато и стандард сребро. У Енглеској није уобичајено да се каже колико карата чистог злата има легура злата или колико пенивејса чистог сребра има легура сребра, већ за колико је карата и грена боље или лошије злато од стандард злата или за колико је пенивејса и грена боље или лошије сребро од стандард сребра. Злато и сребро које се разликује од стандард злата или стандард сребра зове се злато репорта, односно сребро репорта.

Ако злато или сребро има финоћу бољу од стандарда онда се то обележава са B (Better) или са M (More), а ако је лошије од стандарда са W (Worse).

Како се изражава злато репорта у 24 — тинама, а сребро у 240 — тинама види се из следећих примера.

1) Које је финоће злато репорта B 1 „ 1?.

Стандард злато 22 катата 0 грена
B +1 карат 1 грен

Злато репорта B 1 „ 1 = 23 карата 1 грен = $23\frac{1}{4}/24$

2) Које је финоће злато репорта W 1 „ 3?.

Стандард злато 22 карата 0 грена
W —1 „ 3 грена

Злато репорта W1 „ 3 = 20 карат 1 грен = $20\frac{1}{4}/24$.

3) Које је финоће сребро репорта B 12„ 6?

Стандард сребро 222 пенивејса 0 грена
B + 12 „ 6 „

Сребро репорта B 12„ 6 = 234 пенивејса 6 грена = $234\frac{1}{4}/240$.

4) Сребро репорта W 6„ 18 које је финоће?

Стандард сребро 222 пенивејса 0 грена
W — 6 „ 18 „

Сребро репорта W 6„ 18 = 215 пенивејса 6 грена = $215\frac{1}{4}/240$.

*

Руси су раније изражавали финоћу злата и сребра у 96-тинама. Тако нпр. злато финоће 80 по руском начину значи да у 96 делова легуре има чистог злата 80 делова. Исти начин је и за сребро. Тако ако је сребро финоће 75 то значи да у 96 делова легуре има 75 делова сребра.

а) Претварање израза за финоћу

Како се један израз за финоћу претвара у други показаћемо на неколико примера:

1) Злато финоће B 1„ 3 изразити: а) у ‰, б) по руском начину.

а) *у ‰*

Злато репорта B 1„ 3 = $23^3/_4/24$

Из верижног става:

x делова чистог злата	1000 делова легуре
24 дела легуре	$23^3/_4$ дела чистог злата

$$x = \frac{24^3/_4 \cdot 1000}{24} = 989\frac{7}{12}‰$$

б) *по руском начину*

Из верижног става:

x делова чистог злата	96 делова легуре
24 дела легуре	$23^3/_4$ дела чистог злата

следује:

$$x = \frac{96 \cdot 23^3/_4}{24} = 95/96$$

2) Злато финоће 750‰ изразити по енглеском и руском начину изражавања.

а) *По енглеском начину*

Из верижног става:

x делова чистог злата	24 дела легуре
1000 делова легуре	750 делова чистог злата

следује:

$$x = \frac{24 \cdot 750}{1000} = 18$$

Стандард злато 22 карата
— Злато репорта 18 „
Злато репорта W 4 карата

б) *По руском начину*

Из верижног става:

x делова чистог злата	96 делова легуре
1000 делова легуре	750 делова чистог злата

следује:

$$x = \frac{96 \cdot 750}{1000} = 72/96$$

3) Сребро финоће 76.8 изражено по руском начину изразити у $^0/_{00}$ и по енглеском начину.

а) *у* $^0/_{00}$

Из верижног става:

x делова чистог сребра	1000 делова легуре
96 делова легуре	76,8 делова чистог сребра

$$x = \frac{1000 \cdot 76{,}8}{96} = 800\ ^0/_{00}$$

б) *По енглеском начину*

Из верижног става:

x делова чистог сребра	240 делова легуре
96 делова легуре	76,8 делова чистог сребра

следује:

$$x = \frac{240 \cdot 76.8}{96} = 192/240$$

Стандард сребро	222	пенивеjса
— Сребро репорта	192	„
Сребро репорта W	30	пенивеjса

4) Стандард злато изразити по руском начину и у $^0/_{00}$.

а) *по руском начину*

x делова чистог злата	96 делова легуре
24 дела легуре	22 дела чистог злата

добива се:

$$x = \frac{96 \cdot 22}{24} = 88/96$$

б) *у* $^0/_{00}$

Из верижног става:

x делова чистог злата	1000 делова легуре
24 дела легуре	22 дела чистог злата

следује:

$$x = \frac{1000 \cdot 22}{24} = 916\ ^2/_3\ ^0/_{00}$$

b) Одређивање тежине чистог племенитог метала.

Када је позната укупна тежина легуре и финоћа онда се тежина чистог племенитог метала одређује из верижног става.

Како се то ради показаћемо на примерима.

1) Златна полуга финоће $900^0/_{00}$ тешка је 5 кгр. Колико кгр. чистог злата има ова полуга?.

Из верижног става:

x кгр. чистог злата	5 кгр. легуре
1000 кгр. легуре	900 кгр. чистог злата

следује:

$$x = \frac{5 \cdot 900}{1000} = 4{,}5 \text{ кгр.}$$

2) Сребрн предмет тежак је 180 грама а финоће је B 8,, —. Колико грама чистог сребра има овај предмет?.

Из верижног става:

x грама чистог сребра	180 грама легуре
240 грама легуре	230 (222 + 8) грама чистог сребра

следује:

$$x = \frac{180 \cdot 230}{240} = 172{,}5 \text{ грама.}$$

3) Колико грама чистог злата има у златном предмету финоће $900^0/_{00}$ а тежине 12 унција?.

Из верижног става:

x гр. чистог злата	12 унције легуре
1000 унција легуре	900 унција чистог злата
1 унција чистог зл.	31,1035 гр. чистог злата

следује:

$$x = \frac{12 \cdot 900 \cdot 31{,}1035}{1000} = 12 \cdot 9 \cdot 3{,}11035 = 335{,}918 \text{ гр.}$$

c) Одређивање тежине легуре

Када је позната тежина чистог племенитог метала и финоћа онда се тежина легуре одређује из верижног става као што показују следећи примери.

1) Предмет од сребра има чистог сребра 96 грама а сребро је финоће $800^0/_{00}$. Колико је тежак овај предмет?.

Из верижног става:

x грама легуре	96 грама чистог сребра
800 грама чистог сребра	1000 грама легуре

следује:

$$x = \frac{96 \cdot 1000}{800} = 120 \text{ грама.}$$

2) Предмет од злата финоће W 2„ — има чистог злата 3(грама. Колико је тежак овај предмет?

Из верижног става:

x грама легуре	30 грама чистог злата
20 грама чистог злата	24 грама легуре

добива се:

$$x = \frac{30 \cdot 24}{20} = 36 \text{ грама.}$$

3) У златном предмету финоће 80/96 има бакра 8 грама Колико је тежак овај предмет?.

Из верижног става:

x грама легуре	8 грама бакра
16 грама бакра (96—80)	96 грама легуре

добива се:

$$x = \frac{8 \cdot 96}{16} = 48 \text{ грама.}$$

d) Одређивање финоће легуре

Како се одређује финоћа легуре види се из следећи: примера:

1) Златан предмет има чистог злата 7,35 грама а тежак ј 8,75 гр. Које је финоће: a) у ‰, b) по руском и c) по енглеско: начину?.

a)

x гр. чистог злата	1000 грама легуре
8,75 грама легуре	7,35 грама чистог злата

$$x = \frac{7{,}35 \cdot 1000}{8{,}75} = 840 \text{ ‰}$$

b)

x грама чистог злата	96 грама легуре
8,75 грама легуре	7,35 грама чистог злата

$$x = \frac{96 \cdot 7{,}35}{8{,}75} = 80{,}64/96$$

c)

x грама чистог злата	24 грама легуре
8,75 грама легуре	7,35 грама чистог злата

$$x = \frac{24 \cdot 7{,}35}{8{,}75} = 20{,}16/24$$

2) Које је финоће легура за коју је употребљено: 30 грама злата финоће 900‰, 40 грама злата финоће 700‰ и 20 грама чистог злата?

у 30	гр. зл. финоће	900‰	има чистог злата	27.—	грама
„ 40	„ „ „	700‰	„ „ „	28.—	„
„ 20	„ „ „	1000‰	„ „ „	20.—	„
у 90	гр. зл. легуре финоће	x	има чистог злата	75.—	грама

x грама чистог злата	1000 грама легуре
90 грама легуре	75 грама чистог злата

$$x = \frac{1000 \cdot 75}{90} = 833\tfrac{1}{3}\text{‰}$$

3) Које је финоће легура за коју је употребљено: 40 гр. сребра финоће 800‰, 100 гр. сребра финоће 750‰, 50 гр. сребра финоће 600‰ и 10 грама бакра?

у 40	гр. сребра финоће	800	има чистог сребра	32	грама
„ 100	„ „ „	750	„ „ „	75	„
„ 50	„ „ „	600	„ „ „	30	„
„ 10	„ бакра „	0	„ „ „	—	„
у 200	гр. легуре финоће	x	има чистог сребра	137	грама

x грама чистог сребра	1000 грама легуре
200 грама легуре	137 грама чистог сребра

$$x = \frac{137 \cdot 1000}{200} = 685\text{‰}$$

e) Израчунавање броја комада кованог новца

1) Колико се сребрних 10 динарки финоће 750‰ може исковати из 2,400 кгр. чистог сребра када је једна десетодинарка тешка 16 грама?.

Овај се задатак може решити на више начина.

По првом начину израчуна се колико један комад има грама чистог сребра, па се тако добивеним бројем подели 2400 грама. Дакле:

x гр. чистог сребра	16 грама легуре
1000 грама легуре	750 грама чистог сребра

$$x = \frac{16 \cdot 750}{1000} = 12 \text{ грама}$$

Према томе број комада биће:

$$2400 : 12 = 200$$

По другом начину израчуна се колика је легура фино
750°/₀₀ па се тако добивена сума грама легуре подели са т
жином једног комада. Овде би се укупна тежина легуре доби
из верижног става:

x гр. легуре финоће 750	2400 грама чистог сребра
750 грама чистог сребра	1000 „ легуре финоће 750

$$x = \frac{2400 \cdot 1000}{750} = 3200 \text{ грама}$$

Према томе број комада биће:

$$3200 : 16 = 200.$$

По трећем начину израчунавање би се вршило из верижн
става:

x комада сребр. 10 динарки	2400 грама чистог сребра
750 грама чистог сребра	1000 „ ср. финоће 750
16 „ финоће 750	1 комад

$$x = \frac{2400 \cdot 1000}{750 \cdot 16} = 200 \text{ комада.}$$

2) Колико се златника од 20 дин. финоће 800°/₀₀ може и
ковати из 15 кгр. злата финоће 700°/₀₀ када је један златн
тежак 10 грама?.

Овде треба наћи колико ће бити тешка легура од 15 кı
злата финоће 700°/₀₀ када се претвори у финоћу 800°/₀₀. То
израчунава на тај начин што се прво израчуна колико кı
чистог злата има у 15 кгр. легуре финоће 700°/₀₀, а затим
нађе колико ће бити тешка легура чија је финоћа 800°/₀₀. Дакл

x кгр. чистод злата	15 кгр. легуре финоће 700
1000 „ легуре	700 „ чистог злата

$$x = \frac{15 \cdot 7}{10} = 10{,}5 \text{ кгр. чистог злата}$$

x кгр. легуре финоће 800	10,5 кгр. чистог злата
800 „ чистог злата	1000 „ легуре

$$x = \frac{105}{8} = 13{,}125 \text{ кгр.}$$

Број комада биће:

$$13125 : 10 = 1312{,}5 \text{ комада.}$$

До истог резултата дошли бисмо да смо 10,5 кгр. чист
злата поделили бројем који казује колико кгр. чистог зла
има у 1 комаду. Овде:

$$10{,}5 : 0{,}008 = 10500 : 8 = 1312{,}5 \text{ комада}$$

3) Колико се комада сребрних 20-динарки финоће 750°/₀₀ може исковати из: 10 кгр. сребра финоће 800°/₀₀, 5 кгр. чистог сребра и 15 кгр. сребра финоће 600°/₀₀, када је један комад тежак 20 грама?

Овде треба израчунати колико грама има чистог сребра у овом сребру из кога ће се ковати новац, па тако добивени број грама чистог сребра поделити бројем грама чистог сребра садржаног у једном комаду 20-то динарке.

у 10 кгр.	сребра	финоће	800	има	чистог	сребра	8000	грама
„ 5 „	„	„	1000	„	„	„	5000	„
„ 15 „	„	„	600	„	„	„	9000	„
у 30 кгр.	легуре	финоће	x	има	чистог	сребра	22000	грама
у 20 грама	легуре	финоће	750	има	„	„	15	„

Према томе број комада биће:

$$22000 : 15 = 1466^2/_3 \text{ комада.}$$

До истог решења дошли би када би нашли колико ће бити тешка легура финоћа 750°/₀₀ у којој има чистог сребра 22000 грама па тако добивени производ поделити са 20. Дакле:

$$\left(22000 + \frac{22000}{3}\right) : 20 = 29333{,}3 : 20 = 1466\frac{2}{3}$$

Чл. 35 **Ажија и дисажија.** Број који нам каже колико се јединица новца у сребру плаћа више за ту исту јединицу у злату зове се ажија на злато. Тако на пр. ако се за један златник од 20 дин. плаћа 240 дин. у сребру онда је ажија по једном златнику 220 дин., а по једном зл. дин. износи 11 дин.

Дисажија је број који казује колико се мање јединица у сребру плаћа за једну јединицу у злату. Тако на пр. ако је златник 19,5 дин. у сребру дисажија је по златнику 0,50 дин., а по једном златном динару 0,025 дин.

Ажија и дисажија изражава се у процентима.

1) Наполеондор кошта 280 дин. Колика је ажија у процентима?

x дин. ажије	100 динара у злату
20 дин. у злату	260 дин. ажије (280 — 20)

$$x = \frac{100 \cdot 260}{20} = 5 \cdot 260 = 1300\%$$

2) Дуг од 1000 дин. у злату исплаћен је са 1035 дин. у сребру. Колика је ажија у %?

Овде је на 1000 дин. ажија 35 дин. Према томе проценат ажије добива се из верижног става:

x дин. ажије	100 дин. у злату
1000 дин. у злату	35 дин. ажије

$$x = \frac{100 \cdot 35}{1000} = 3,5\,\%$$

3) Ажија је 800%, шта стаје један златник од 20 златни динара?

x дин. у сребру	20 зл. динара (1 златник)
100 зл. динара	900 дин. у сребру (800 + 1(

$$x = \frac{20 \cdot 900}{100} = 180 \text{ дин. у сребру.}$$

4) Дисажија 2%, шта стају 15 златника од 20 дин.?

x дин. у сребру	15 златника
1 златник	20 зл. динара
100 зл. динара	98 дин. у сребру (100 — 2)

$$x = \frac{15 \cdot 20 \cdot 98}{100} = 3 \cdot 98 = 294 \text{ дин.}$$

5) 20 наполеондора плаћени су 380 дин. Колика је ди ажија у %?

x дин. дисажије	100 зл. динара
20 зл. динара	1 наполеондор
20 наполеондора	20 дин. дисажије (400 — 380)

$$x = \frac{100 \cdot 20}{20 \cdot 20} = 5\,\%$$

6) Царина износи 16000.— дин. у злату. Ажија је 1200(Колико ће се сребрних динара платити на име царине?

x дин. у сребру	16000 дин. у злату
100 дин. у злату	1300 дин. у сребру (1200 + 10

$$x = \frac{16000 \cdot 1300}{100} = 16000 \cdot 13 = 208000.\text{— дин. у сребру.}$$

Примери за вежбу.

1) Златар има 50 гр. злата финоће 800‰, 60 гр. злата ф ноће 700‰ и 40 гр. злата финоће 650‰. Израчунати: a) ко би финоће била легура ако се све три врсте легирају, b) које (финоће била легура ако се дода још 10 гр. бакра, c) коли се комада златног новца тежине 10 гр. а финоће 750‰ мо: исковати из овог злата.

2) Када се од злата финоће 750‰ узме 20 гр. колико мора узети од злата финоће 900‰ да би легура имала ф ноћу 750‰?

3) Златна шипка тешка је 240 гр. а финоће је W 4,,. Израчунати колико ће за њу платити када је 1 кгр. чист(злата 36000.— fr. frs à 100 fr. frs су 120.— дин.

4) Царина је зл. дин. 15000.—. Израчунати колико ће се важећих динара платити царина када је ажија 1200%?

5) Ажија је 15%. Колико ће се динара платити за 15 златника?

6) Златник од 20 дин. плаћа се 380.— дин. Израчунати колика је ажија у %?

7) Дисажија је a) 0,25%, b) 2%. Израчунати колико ће се платити за 50 златника.

8) Сребро финоће B 5,, — изразити по руском начину и у ‰.

9) Финоћу злата 700‰ израчунати по руском и енглеском начину.

10) Финоћу сребра 80/96 израчунати по енглеском и у ‰.

Примена основних радњи

чл. 36. Термински рачун.

Задатак терминског рачуна је изналажење средњег рока плаћања свих сума које би требало платити о разним роковима. Тај рок мора бити такав да када се на све капитале посебно израчуна интерес, па тако израчунати интереси саберу, мора тај збир интереса бити исти као и интерес израчунат на збир капитала за израчунато средње време. Разуме се да се при израчунавању интереса за сваки капитал рачуна са њему одговарајућом интересном стопом, па према томе и за збир капитала са средњом интересном стопом. Ова стопа може бити задата а може се и израчунавати из услова предвиђених задатком.

Према томе ако се има платити: K_1 дин. са $p_1\%$ после $д_1$ дана, K_2 дин. са $p_2\%$ после $д_2$ дана, K_3 дин. са $p_3\%$ после $д_3$ дана, итд. а ако је средње тражено време д и средња стопа p важиће једначина:

$$\frac{K_1\, p_1\, д_1}{36000} + \frac{K_2\, p_2\, д_2}{36000} + \frac{K_3\, p_3\, д_3}{36000} + \ldots + \frac{K_n\, p_n\, д_n}{36000} =$$

$$= \frac{(K_1 + K_2 + K_3 + \ldots + K_n)\, pд}{36000}$$

тј.

$$K_1\, p_1\, д_1 + K_2\, p_2\, д_2 + K_3\, p_3\, д_3 + \ldots + K_n\, p_n\, д_n =$$

$$= (K_1 + K_2 + K_3 + \ldots + K_n)\, pд \quad . \; . \; . \; . \; (1)$$

Једначина (1) је општа једначина за израчунавање средњег рока. Она је истовремено и једначина када су капитали, интересне стопе и време различити за сваку рату.

Код терминског рачуна могу се јавити следећи случајеви:

1) Једнаки капитали (рате) и интересне стопе

$$К_1 = К_2 = К_3 = \ldots = К_n = К$$

$$р_1 = р_2 = р_3 = \ldots = р_n = р$$

Из једначине (1) добива се после скраћивања са К и р

$$д_1 + д_2 + д_3 + \ldots + д_n = nд$$

$$д = \frac{д_1 + д_2 + д_3 + \ldots + д_n}{n} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Примери:

1) Дин. 20000 треба платитити у 4 једнаке рате и т
после 15, 30, 40 и 75 дана. После колико дана могу се плати
свих 20000 дин. одједном?

$$д = \frac{15 + 30 + 40 + 75}{4} = \frac{160}{4} = 40 \text{ дана}$$

Проба са 9%

$$\frac{5000 \cdot 15}{4000} = 18{,}75$$

$$\frac{5000 \cdot 30}{4000} = 37{,}50$$

$$\frac{5000 \cdot 40}{4000} = 50.—$$

$$\frac{5000 \cdot 75}{4000} = 93{,}75$$

$$\frac{20000 \cdot 40}{4000} = 200.—$$

Напомена. — Проба се може в
шити са којом се хоће интересно
стопом, јер величина интересне сто
не утиче на одређивање времена, в
само на висину интереса.

2) Дин. 15000 треба платити у 3 једнаке рате и то: 15/
16/6 и 20/7. Када се могу платити свих 15000 дин.?

Један од ових рокова треба узети за полазни и израч
нати до осталих рокова колико има дана. Може се узети кој
се хоће, али је најбоље узети најранији. Овде је ако се месе
рачуна по календару:

15/5	дана	0
16/6	дана	32
20/7	дана	66

Средњи рок = 98 : 32 = 32 $^2/_3$ дана тј. заокругљено 33 дан
од 15/5. Према томе може се платити свих 15000 дин. 17/
(15/5 + 33 дана = 17/6).

2) Капитали (рате) једнаки, а интересне стопе нису једнаке

$$К_1 = К_2 = К_3 = \ldots = К_n = К$$
$$р_1 \neq р_2 \neq р_3 \neq \ldots \neq р_n \neq р$$

Из једначине (1) добива се:

$$р_1д_1 + р_2д_2 + р_3д_3 + \ldots\ldots + р_n д_n = nрд$$

А одавде следује:

$$д = \frac{р_1д_1 + р_2д_2 + р_3д_3 + \ldots\ldots + р_n д_n}{nр} \quad \ldots\ldots (3)$$

Средње време из једначине (3) могуће је добити само у том случају ако је позната и средња интересна стопа р. Та ће стопа под претпоставком да је $д_1 = д_2 = д_3 \ldots = д_n = д$ бити

$$р = \frac{р_1 + р_2 + р_3 + \ldots + р_n}{n} \quad \ldots\ldots (4),$$

али то не мора увек бити. Варирањем ове стопе вариpaће и средњи рок плаћања.

Пример. — Неко треба да плати 12000,— дин. у три једнаке рате и то: прву после 3 месеца са 5%, другу после 5 месеци са 6% и трећу после 8 месеци са 7%. После колико месеци може се платити ова сума одједном са 5$^1/_2$%, а после колико са средњом интересном стопом?.

$$м = \frac{3 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 8 \cdot 7}{3 \cdot 5{,}5} = \frac{101}{16{,}5} = \frac{202}{33} = 6\frac{4}{33} \text{ месеца.}$$

Из једначине (4) добива се средња стопа:

$$р = \frac{5 + 6 + 7}{3} = \frac{18}{3} = 6\%$$

Зато је:

$$м = \frac{101}{3 \cdot 6} = \frac{101}{18} = 5\frac{11}{18} \text{ месеца.}$$

Што важи за месеце важи и за случај када је време дато у данима или годинама, јер једначина (3), а тако исто и једначине (1) и (2) важе и за време дато у данима, годинама или месецима. Треба у њима место дана ставити месеце, ако су у задатку дати месеци, односно године, ако су у задатку дате године.

3) *Неједнаки капитали (рате) а једнаке интересне стопе*

$$К_1 \neq К_2 \neq К_3 \neq \ldots \neq К_n \neq К$$
$$р_1 = р_2 = р_3 = \ldots = р_n = р$$

Из једначине (1) добива се:

$\text{К}_1\text{д}_1 + \text{К}_2\text{д}_2 + \text{К}_3\text{д}_3 + \ldots\ldots + \text{К}_n\text{д}_n = (\text{К}_1 + \text{К}_2 + \text{К}_3 + \ldots\ldots + \text{К}_n)$

А одавде:

$$\text{д} = \frac{\text{К}_1\text{д}_1 + \text{К}_2\text{д}_2 + \text{К}_3\text{д}_3 + \ldots + \text{К}_n\text{д}_n}{\text{К}_1 + \text{К}_2 + \text{К}_3 + \ldots\ldots + \text{К}_n} \ldots\ldots (5)$$

Из једначине (5) видимо да се средњи рок плаћања добиј када се збир каматних бројева подели са збиром капитал или уопште збир производа капитала и времена збиром капи тала. При томе треба увек имати на уму да код свих позициј мора бити време дато у истим јединицама (дани, недеље, м сеци, године) као и то да ако је производ капитала и времен скраћиван са 100, да се и збир капитала мора скратити са 10 јер би се у противном добио стоти део количника.

Примери: 1) Комисионар треба да одобри своме ком тенту следеће позиције: дин. 4000 са роком 5 месеци, дин. 6000.- са роком 8 месеци и дин. 10000.— са роком 12 месеци, Са који роком може одобрити свих 20000.— дин.?.

Дин.	4000	са	роком	5	месеци	— $\text{К}_1\text{м}_1 =$ 20000
„	6000	„	„	8	„	— $\text{К}_2\text{м}_2 =$ 48000
„	10000	„	„	12	„	— $\text{К}_3\text{м}_3 =$ 120000
Дин.	20000	са	роком	x	месеци	188000

$$x = \frac{188000}{2000} = 9{,}4 \text{ месеци} = 9 \text{ месеци и } 12 \text{ дана.}$$

2) Неко треба да плати: 8/2, дин. 5000, 15/3 дин. 4200 и 25 дин. 25000. Када може да плати светри суме одједном?.

Дин.	5000	8/2	дана	0	Кбр	0
„	4200	15/3	„	35	„	1470
„	25000	25/3	„	45	„	11250
Дин.	34200	?	дана	?	Кбр	12720

$$\text{д} = \frac{12720}{342} = 37{,}1; \text{ заокругљено } 37 \text{ дана}$$

Напомена: Овде је за полазну тачку узета најрани валута. Резултат ће бити исти ако узмемо и неку другу о овде датих валута. Само у том случају позиције чије су валу пре валуте узете за полазну тачку имаће негативне дане негативне каматне бројеве, а позиције са каснијом валутс позитивне дане и позитивне каматне бројеве. За полазну тачі може се узети и неки датум ранији, али је најекономични ако се узме најранија валута, јер у том случају код једі позиције нема дана ни каматних бројева а код осталих су дан и каматни бројеви позитивни, па нема салдирања каматні бројева већ се јавља само обично сабирање.

4) *Неједнаки капитали (рате) и неједнаке интересне стопе*

Из једначине (1) добива се;

$$\text{д} = \frac{\text{К}_1\text{р}_1\text{д}_1 + \text{К}_2\text{р}_2\text{д}_2 + \ldots + \text{К}_n\text{р}_n\text{д}_n}{(\text{К}_1 + \text{К}_2 + \ldots\ldots + \text{К}_n)\,\text{р}} \ldots\ldots (6)$$

Ако се претпостави да је исто време онда се из једначине (1) добива средња стопа:

$$\text{р} = \frac{\text{К}_1\text{р}_1 + \text{К}_2\text{р}_2 + \ldots + \text{К}_n\text{р}_n}{\text{К}_1 + \text{К}_2 + \ldots + \text{К}_n} \ldots\ldots\ldots (7)$$

Примери: 1) Неко треба да плати: 4000 дин. после 2 год. са 3%, дин. 6000 после 3 године са 4% и дин. 10000 после 5 год. са 2%. После колико година и са којом средњом интересном стопом могу се платити свих 20000 дин. одједном?.

	К				Кр.	Крг.
Дин.	4000	2	год.	3%	12000	24000
„	6000	3	„	4%	24000	72000
„	10000	5	„	2%	20000	100000
Дин.	20000				56000	196000

Из једначине (7) добива се:

$$\text{р} = \frac{56000}{20000} = 2{,}8\%$$

А из једначине (6) следује:

$$\text{г} = \frac{196000}{20000 \cdot 2{,}8} = \frac{196000}{56000} = 3\frac{1}{2} \text{ године} = 3 \text{ године и } 6 \text{ месеци.}$$

2) Ако је у примеру 1) задана средња стопа 3% или 2,5% онда би средњи рок био:

За 3%

$$\text{г} = \frac{196000}{20000 \cdot 3} = 3\frac{4}{15} \text{ године} = 3 \text{ год. } 3 \text{ месеца и } 6 \text{ дана.}$$

За 2, 5%

$$\text{г} = \frac{196000}{20000 \cdot 2{,}5} = 3\frac{23}{25} \text{ година} = 3 \text{ године } 11 \text{ месеци и } 1 \text{ дан.}$$

3) Треба платити: 18/4 дин. 5000 са 4%, 15/5 дин. 6000 са 5% и 16/6 дин. 4000 са 6%. Када се могу платити све суме одједном и са којом средњом интересном стопом?.

	К		р	д	Кр	Крд
Дин.	5000	18/4	4%	0	20000	—
„	6000	15/5	5%	27	30000	810000
„	4000	16/6	6%	59	24000	1416000
Дин.	15000				74000	2226000

$$р = \frac{74000}{15000} = 4\frac{14}{15}\,\%$$

д = 2226000 : 74000 = 30,1 или заокругљено 31 дан.

Рок је 18/4 + 31 дан = 19/5 са $4\,\frac{14}{15}\,\%$

Примедба: — Да је заједничка стопа 5% онда би било д = 2226000 : 15000 · 5 = 29,68 или заокругљено 30 дана, а рс 18/4 + 30 = 18/5.

Исто тако са 4% било би:

д = 2226000 : 15000 · 4 = 37,10 или заокругљено 37 дана, а рс 18/4 + 37 дана = 27/5.

Чл. 37 Изналажење рока салда дуговања. У предњи примерима изналажен је рок када би дужник могао платит одједном више сума које би требало да плати о различити роковима. Међутим, у пракси се дешава да се дужник не пр држава уговорних рокова нити висине уговорених рата ве их плаћа у мањим ратама и о другим роковима. Питање сада како ће се наћи рок салда дуговања па да не буде ошт ћен интересом ни дужник ни поверилац.

Треба наћи интерес (или каматне бројеве) на суме ко је требало платити и наћи интерес (или каматне бројеве) н суме које су већ плаћене, а затим салдирати капитале међ собом а интересе међу собом. Пошто се то сврши наћи за ко ће време салдо капитала дати салдо интереса (или каматни бројева).

Примери: 1) Требало је платити: Дин. 4000 после 3 го, дин. 6000 после 2 год. и дин. 9000 после 6 година, а плаће је дин. 2000 после 2 год. и дин. 10000 после 5 година. Пос колико година треба платити остатак? (интерес рачунати 4%

Дин.	4000.—	год.	3	инт.	дин.	480.—
„	5000.—	„	4	„	„	800.—
„	9000.—	„	5	„	„	1800.—
Дин.	18000.—			инт.	дин.	3080.—

Дин.	2000.—	год.	2	инт.	дин.	160.
„	10000.—	„	5	„	„	2000.
„	6000.—	„	x	„	„	920.
Дин.	18000.—			инт.	дин.	3080.

Пошто је салдо капитала 6000 дин. а интерес 4% на ов салдо износи 920 дин. то овај салдо треба платити после:

$$\frac{920 \cdot 100}{6000 \cdot 4}\ \text{год.} = 3\frac{5}{6}\ \text{год.} = 3\ \text{године и}\ 10\ \text{месеци.}$$

2) Неко је требао да плати: 15/6 Дин. 20000 и 18/7 дин. 40000 а платио је: 18/5 дин. 4000 и 5/7 дин. 20000. Када може платити салдо ако се интерес рачуна 9% (Месец по календару а година 360 дана).

Дин.	20000	15/6	дана	28	кбр.	5600
„	40000	18/7	„	61	„	24400
Дин.	60000				Кбр.	30000

Дин.	4000	18/5	дана	—	кбр	—
„	20000	5/7	„	48	„	9600
„	36000	?	„	?	„	20400
Дин.	60000				Кбр.	30000

Пошто су каматни бројеви скраћени са 100 то салдо капитала 36000 треба поделити са 100 и са тако добивеним бројем 360 делити салдо каматних бројева. Добивени количник биће број дана од 18/5. који је датум овде узет као полазна тачка, до рока када треба платити салдо па да не буду оштећени интересом ни дужник ни поверилац.

Овде је:

20400 : 360 = 56 $^2/_3$ дана. Заокругљено 57 дана.

Рок салда је 18/5 + 57 дана = 14/7

Примедба: — Када је иста интересна стопа онда она ништа не утиче на резултат, па у том случају не треба рачунати интерес већ каматне бројеве.

Примери за вежбу.

1. Дин. 15000 — треба платити у 3 једнаке рате и то: 1/3, 15/4 и 20/6. Када се могу платити 15000 - дин. одједном?

2. Дин. 60000.— треба платити у 4 једнаке рате и то: 15/6 са 4%, 18/7 са 5%, 16/8 са 3% и 24/9 са 6%. Када се могу платити свих 60000.— дин. одједном са интересном стопом: а) $5^1/_2\%$ б) $4\,^1/_2\%$?

3. Комисионар 18/5 треба да одобри комитенту следеће позиције: дин. 16000— V^a 6/6, дин. 14000 — V^a 16/7 и дин. 20000.— V^a 18/8. Са којом заједничком валутом може одобрити све три суме?

4. Неко дугује да плати: 18/5 дин. 4000.— са 6%, 24/6 дин. 3000.— са 5% и 20/7 дин. 7000.— са 4%. Када би могао платити свe три суме са просечном интересном стопом, а када са интересним стопом 5%?

5. Неко је требао да плати: Дин. 20000.— 14/7, дин. 60000— 18/8 и дин. 200000.— 19/10, а платио је: дин. 40000.— 11/8 и дин. 60000.— 12/9. Када треба да плати салдо?

6. Треба да плати: Дин. 5000.— после 4 месеца, дин. 10000.— после 6 месеци и дин. 25000.— после 8 месеци. Израчунати после колико месеци може се платити салдо ако се плати дин. 2000.— после 4 месеца и дин. 12000.— после 7 месеци.

Чл. 38. Калкулација робе. Калкулација робе, с обзиром на циљ, двојака је. Ако се израчунава шта кошта роба кад је приспела у магацин купчев каже се да се врши калкулација коштања робе, а кад се израчунава пошто трговац треба да продаје робу да би на њој постигао извесну добит каже се да се врши калкулација продајне цене робе. Обе калкулације су важне за трговца.

С обзиром на порекло робе калкулација је двојака. Једна је за робу купљену у земљи а друга је за робу купљену у иностранству. Принципи су за обе исти, али друга је у толико сложенија што се врши прерачунавање стране монете у домаћу а некад и прерачунавање страних јединица мера у домаће.

С обзиром на број артикала калкулација је проста и сложена. Проста је калкулација онда када се израчунава цена коштања само једног артикла, а сложена када се врши калкулација двају или више заједно набављених артикала. Овде ћемо прво проучити просту а затим сложену калкулацију робе како набављане у земљи тако и у иностранству.

I Проста калкулација

1) Проста калкулација коштања робе купљене у земљи

Трговац из Ваљева купио је у Београду 200 литара маслиновог уља по 16 дин. литар и платио је за подвоз од Београда до Ваљева дин. 250 и за превоз у Ваљеву 50 дин. Шта га кошта литар уља у радњи?

Прорачунавање цене коштања може се извршити помоћу следеће три методе: *директне, процентне и паритетне.*

а) *Директна метода.*

Директном методом цена коштања израчунава се на тај начин што се прво израчуна колико укупно са трошковима кошта купљена роба, па се затим тако добивен износ подели бројем јединица робе — овде са 200 литара. Добивени количник биће цена коштања јединице купљене робе — овде једног литра маслиновог уља.

Дакле:

200 литара маслин. уља по 16	дин.	3200.—
подвоз Београд — Ваљево	„	250.—
превоз у Ваљеву	„	50.—
200 лит. маслин. уља коштају у Ваљеву	Дин.	3500.—
1 „ „ „ кошта „ „	„	3500 : 200 = 17,50 дин.

б) *Процентна метода.*

Процентном методом израчунава се цена коштања на следећи начин: Израчунају се трошкови и нађе се колики су трошкови у процентима од фактурне вредности робе, па се тим процентом увећа фактурна вредност јединице робе.

Овде је фактурна вредност робе 3200 дин. а трошкови 300 дин. Према томе трошкови у процентима износе:

$$п = \frac{300 \cdot 100}{3200} = 9{,}375\%$$

Ово значи да фактурну цену јединице робе треба увећати са процентним прирносом 9,375%. Дакле:

$$16 + \frac{16 \cdot 9{,}375}{100} = 16 + 1{,}50 = 17{,}50 \text{ цена коштања 1 лит. маслин. уља.}$$

в) *Паритетна метода*

Паритетном методом израчунава се цена коштања када се као и по директној нађе прво укупно коштање робе, па се тај износ подели фактурном вредношћу робе, а добивени количник помножи са фактурном ценом коштања јединице робе.

Овде је укупно коштање 3500 дин., фактурна цена коштања све робе 3200 дин., а фактурна цена јединице робе 16 дин. Зато 1 лит. уља кошта:

$$\frac{3500}{3200} \cdot 16 = 17{,}50 \text{ дин.}$$

2) Проста калкулација коштања робе купљене у иностранству

Трговац из Београда купио је из Енглеске 1000 јарди платна по 3 пенса. За превоз до границе платио је 400 француских франака, а за превоз од границе до магацина у Београду, за царину, за осигурање, за трошарину и остале трошкове платио је дин. 2000.—. Шта кошта метар овога платна у Београду, када је курс фунте штерлинга 240 дин., а курс француског франка 180 дин.?.

а) *Директна метода*

1000 јарди платна по 3 пенса = £ 12„ 10„ — по 240 дин.				3000.—
подвоз до границе 400 фран. франака по 180 дин.		720		
остали трошкови	„	2000	„	2720.—
1000 јарди платна коштају у Београду			Дин.	5720.—
1 јарда „ кошта „ „			дин.	5720 : 1000 = 5,72 дин.
1 метар платна кошта у Београду			„	5,72 : 0,914 = 6,26 „

б) *Процентна метода*

фактурна цена коштања је 3000 дин. Трошкови су 2720 дин. Према томе трошкови су изражени у процентима:

$$\frac{2720 \cdot 100}{3000} = 272 : 3 = 90^{2}/_{3}\%$$

Једна јарда кошта 3 пенса, а то чини $\frac{3}{240} \cdot 240 = 3$ дин.

Када се ова фактурна цена повећа са $90\,^{2}/_{3}\%$ процентним приносом на ову цену добиће се коштање једне јарде платна у Београду. Дакле:

$$3 + 3 \cdot \frac{90^{2}/_{3}}{100} = 3 + 2{,}72 = 5{,}72 \text{ дин. кошта једна јарда.}$$

в) *Паритетна метода*

Пошто 1000 јарди коштају у фактури 3000 пенса, а све укупно кошта у Београду 5720 динара излази да један пенс у фактури кошта у Београду:

$$5720 : 3000 = 1{,}90666 \text{ дин.}$$

Како једна јарда кошта 3 пенса излази да једна јарда кошта у Београду: $1{,}90666 \cdot 3 = 5{,}71998$ тј. 5,72 дин.

1 метар кошта $5{,}72 : 0{,}914 = 6{,}26$ дин.

*

У досадашњим примерима роба је куповaна за готово. У пракси је чест случај да се купљена роба плаћа после 2,3 или више месеци, а трошкови се плаћају одмах. У том случају треба од фактурне цене одбити каса шконт да би смо добили цену коштања у готову. Напротив ако желимо израчунати цену коштања са валутом 2,3 итд. месеци треба трошковима рачуном у сто додати каса шконт.

Пример: Трговац из Београда купио је у Марсељу 10000 кгр. кафе по 15 фр. франака килограм. Плаћање после 4 мемесеца са 3% каса шконта. На име свих трошкова исплатио је 40.000 динара. Израчунати шта кошта кгр. за готово, а шта после 4 месеца када је курс фр. франка 180 дин.

10000 кгр. кафе по 15 фр. фр. = фр. фр. 150000 по 180 =	Дин. 270000
валута 4 месеца	
— 3% каса шконт	„ 8100
Валута данас (за готово)	Дин. 261900
+ трошкови	„ 40000
10000 кгр. кафе коштају - валута данас (за готово)	Дин. 301900

1 кгр. кафе кошта $301900 : 10000 = 30{,}19$ дин.
Валута данас (за готово).

Каса шконт је израчунат од 270000 рачуном од сто.

Ако би се рачунала цена коштања после 4 месеци рачун би изгледао:

Фактурна цена	Дин. 270000	Валута 4 месеца
— трошкови	„ 40000	Валута данас
+ 3% каса шконт на трошкове	„ 1237,11	
10000 кгр. кафе коштају	Дин. 311237,11	Валута 4 месеца

1 кгр. кафе кошта $311237{,}11 : 10000 = 31{,}1237$ Валута 4 месеца.

Ако се од цене за 4 месеца одбије 3% каса шконт, израчунат рачуном од сто, добиће се цена за готово. Обрнуто, ако се на цену за готово израчуна 3% каса шконт рачуном у сто и тај каса шконт сабере са ценом за готово добиће се цена за 4 месеца. Дакле:

$$31{,}1237 - 0{,}31237 \cdot 3 = 30{,}19 \text{ дин.}$$

$$30{,}19 + \frac{30{,}19 \cdot 3}{97} = 31{,}1237 \text{ дин.}$$

II Сложена калкулација

Сложена калкулација, исто као и проста, може бити за робу купљену у земљи и за робу купљену у иностранству. Како се врши сложена калкулација, како робе купљене у земљи тако и робе купљене у иностранству, видећемо из следећих примера.

а) Роба купљена у земљи

1) Трговац из Новог Сада купио је у Љубљани 1000 комада кожа за ђонове прима, нето килограма 2100 по 425 дин. за 100 кгр. и 2000 комада кожа за ђонове секунда, нето килограма 4300 по 375 дин. за 100 кгр. Каса шконт 4%, а роба платива после 6 месеци. За превоз робе и трошарину плаћено је укупно 2000 дин. Колико стају 100 кгр. сваке врсте кожа валута 6 месеци и за готово када су сви трошкови рачунати по тежини?

	Кожа прима	Кожа секунда
	2100 кгр.	4300 кгр.
Фактурна цена коштања вал. 6 м.	Дин. 8925.—	Дин. 16125.—
+ Трошкови дин. 2000.—		
+ 4% к. ш. „ 83,33 дин. 2083,33	„ 683,59	„ 1399,74
Укупно коштање валута 6 месеци	Дин. 9608,59	Дин. 17524,74
100 кгр. коштају валута 6 месеци	Дин. 457,55	Дин. 407,55
— 4% каса шконт	„ 18,30	„ 16,30
100 кгр. коштају валута данас (за г.)	Дин. 439,35	Дин. 391,25

Фактурна цена добивена је када је број килограма по дељен са 100 и добивени количник помножен са ценом коже Каса шконт од 83,33 израчунат је на 2000 дин. рачуном у сто дакле:

$$\frac{2000 \cdot 4}{96} = 83,33$$

Трошкови за кожу прима добивени су множењем $\frac{2083.33}{2100+430}$ са 2100, а за кожу секунда множењем $\frac{2083.33}{2100+4300}$ са 4300. Дакл укупне трошкове треба поделити укупним бројем килограм да би се нашло колико трошкова пада на 1 кгр. робе, па так добивени број помножити бројем килограма сваке врсте робе

Цена за 100 кгр. робе добива се када се укупна цена коштања помножи са 100 и производ подели бројем кгр. Кас шконт 18,30 и 16,30 нађен је рачуном од сто са 4% од цен коштања робе валута 6 месеци и одузет. На тај начин нађен је цена коштања 100 кгр. плативих у готовом тј. данас (на да калкулације, односно примања робе).

2) Трговац из Београда купио је у Загребу: 500 метар американа по 4 дин. и 700 мет. ланеног платна по 10 дин Плаћање после 3 месеца или за готово са 3% шконта. З превоз, порез и трошарину плаћено је дин. 2400. Шта кошт метар американа а шта ланеног платна за готово и на 3 месеца када су сви трошкови рачунати по фактурној вредност робе?

	Американ 500 метара	Ланено платно 700 метар
Фактурна вредност валута 3 месеца	Дин. 2000.—	Дин. 7000.—
— 3% каса шконт	„ 60.—	„ 210.—
Фактурна цена коштања за готово	Дин. 1940.—	Дин. 6790.—
Трошкови	„ 533,33	„ 1866,6
Укупно коштање за готово	Дин. 2473,33	Дин. 8656,6
1 метар за готово кошта	Дин. 4,947	Дин. 12,3
+ 3% каса шконт	„ 0,153	„ 0,3
1 метар валута 3 месеца	Дин. 5,10	Дин. 12,7

Трошкови су распоређени на следећи начин: Укупн трошкови 2400 дин. дељени су у размери 2 : 7 (2000 : 7000 посл скраћивања са 1000). Дакле 2400 подељено је са 9 а добивен количник множен са 2 и са 7. На тај начин израчунато је д трошкови износе:

а) За американ:

$$\frac{2400}{9} \cdot 2 = 533,33 \text{ дин.}$$

б) За ланено платно:

$$\frac{2400}{9} \cdot 7 = 1866,67 \text{ дин.}$$

Цена коштања једног метра американа добивена је дељењем укупне суме коштања и броја метара (2473,33 : 500 = 4,947). Исто тако и цена коштања 1 метра ланеног платна (8656,67 : 700 = 12,37).

За свођење фактурне цене са валуте 3 месеца на валуту за готово 3% каса шконт рачунат је рачуном од сто $\left(\frac{2000 \cdot 3}{100} = 60; \frac{7000 \cdot 3}{100} = 210.\right)$ А свођење цене коштања јединице (1 метра) валута за готово на цену коштања 3 месеца каса шконт 3% рачунат је рачуном у сто (4,947 · 3 : 97 = 0,153; 12,37 · 3 : 97 = 0,38).

3) Трговац из Београда купио је у Сплиту валута 4 месеца 1000 кгр. кафе по 30 дин, и 2000 кгр. пиринча по 4 дин. Осигурање 3‰. Превоз 4000 дин. Провизија посреднику 2%. Каса шконт 3%. Трошарина за кафу 500 дин. за 100 кгр., а за пиринач 150 дин. за 100 кгр. Кантарина 150 дин. Шта кошта кгр. кафе а шта кошта кгр. пиринча за готово и за 4 месеца?

а) *Трошкови по тежини:*

превоз	Дин. 4000.—
кантарина	„ 150.—
укупно	Дин. 4150.—

Од овога трошка пада на:

а) кафу $\frac{4150}{3000} \cdot 1000 = \frac{4150 \cdot 1}{3} =$ 1383,33 дин.

b) пиринач $\frac{4150 \cdot 2000}{3000} = \frac{4150 \cdot 2}{3} = 2766.67$ „

4150.— дин.

б) *Трошкови по вредности:*

3‰ осигурање	од дин.	38000	Дин. 114.—
2% провизије	„ „	38000	„ 760.—
		Укупно	Дин. 874.—

Од ових трошкова терети се:

а) кафа са $\frac{874 \cdot 30000}{38000} = 690$ дин.

б) пиринач са $\frac{874 \cdot 8000}{38000} = 184$ „

874 дин.

в) *Посебни трошкови*:

трошарина:

за кафу	1000 кгр. по 500 дин. за 100 кгр.	Дин.	5000.—
„ пиринач	2000 „ „ 150 „ „ 100 „	„	3000.—
		Укупно Дин.	8000.—

Прорачун:

	Кафа 1000 кгр.	Пиринач 2000 кгр
Фактур. износ валута 4 месеца	Дин. 30000.—	Дин. 8000.—
— 3% сконта	„ 900.—	„ 240.—
Фактурна цена за готово ..	Дин. 29100.—	Дин. 7760.—
Трошак по тежини	„ 1383,33	„ 2766,67
„ „ вредности	„ 690.—	„ 184.—
Посебни трошак	„ 5000.—	„ 3000.—
Укупно коштање за готово .	Дин. 36173,33	„ 13710,67
1 кгр. за готово кошта ...	Дин. 36,17	Дин. 6,855
+ 3% сконто	„ 1,12	„ 0,212
1 кгр. валута 4 месеца кошта	Дин. 37,29	Дин. 7,067

б) Роба купљена у иностранству

Сложена калкулација робе купљене у иностранству иста је као и робе купљене у земљи само овде још има и прорачунавање стране валуте (монете) на коју гласи фактура у домаћу монету по курсу по коме је могуће набавити девизу за измирење (исплату) фактуре.

Пример. — Трговац из Скопља купио је у Солуну 90 сандука прима сувог грожђа Бруто 2810 кгр. Тара 310 кгр. по 600 драхми за 100 кгр. и 50 врећа секунда сувог грожђа 2550 кгр. бруто по 520 драхми бруто за нето. Цена је 6 месеци или са 4% каса шконта за готово. Осигурање $2^1/_2$‰. Подвоз 5360 дин. Провизија посреднику 3%. Царина за прима грожђе по одбитку 8% паринске таре 10 дин. у злату за 100 кгр., а царина за секунда грожђе по одбитку 2% паринске таре по 9 зл. дин. за 100 кг. Ажија на злато 1200%. Шта стаје килограм посебно сваке врсте када је фактура подмирена девизом по 65 дин. за 100 драхми?.

Роба кошта по фактури:

90 сандука Iа сувог грожђа

Бруто 2810 кгр.
Тара 310 „
Нето 2500 кгр. по 600 драхми за 100 кгр. = Др. 15.000.—
Пренос Др. 15.000.—

Пренето Др. 15000.—

50 врећа IIа сувог грожђа
2550 кгр. по 520 драхми за 100 кгр. бруто за нето „ 13260.—
Валута 6 месеци Др. 28260.—

+ осигурање $2^1/_2$‰	„ 70,65
+ провизија 3%	„ 847,80
+ 4% сконто на осигурање и провизију	„ 38,27
Валута 6 месеци Дин.	29216,72

Распоред трошкова

а) *Трошкови по тежини*

Од трошкова по тежини имамо само подвоз дин. 5360.— Од ових трошкова пада на:

а) Грожђе Iа: $\frac{5360}{5360} \cdot 2810 =$ Дин. 2810.—

в) Грожђе IIа: $\frac{5360}{5360} \cdot 2550 =$ „ 2550.—

Свега Дин. 5360.—

б) *Трошкови по вредности*

Провизија драхми 847,80
осигурање „ 70,65
Драхми 918,45 по 65 = Дин. 596,99

Од ових трошкова пада на:

а) Грожђе Iа: $\frac{596{,}99 \cdot 15000}{28260} =$ Дин. 316,86

б) Грожђе IIа: $\frac{596{,}99 \cdot 13260}{28260} =$ „ 280,13

Свега Дин. 596,99

в) *Посебни трошкови*

а) За Iа суво грожђе

Царина од бруто 2810 кгр.
— 8% тара 225 „
2585 кгр. по 10 зл. дин. за 100 кгр. = зл. Дин. 258,50
+ ажија 1200% „ 3102
Дин. 3360,50

б) За IIа суво грожђе

Царина од бруто	2550 кгр.		
— 2% тара	51 „		
	2499 кгр. по 9 зл.	дин. за 100 кгр	
		= зл. Дин.	224,91
	+ ажија 1200%	„	2698,92
		Дин.	2923,83

Прорачун:

	Iа грожђе: Нето 2500 кгр.	IIа грожђе: 2550 кгр.
Коштање по фактури валута 6 месеци	Дин. 9750.—	Дин. 8619.—
— 4% сконта	„ 390.—	„ 344,76
	Дин. 9360.—	Дин. 8274,24
Трошак по тежини . . .	„ 2810.—	„ 2550,—
„ „ вредности . . .	„ 316,86	„ 280,13
Посебни трошкови	„ 3360,50	„ 2923,83
Укупно коштање за готово	Дин. 15847,36	Дин. 14028.20
1 кгр. кошта за готово . .	Дин. 6,34	Дин. 5,57
+ 4% сконта	„ 0.26	„ 0,23
1 кгр. кошта валута 6 месеци	Дин. 6,60	Дин. 5,80

III Продајна калкулација

У досадашњим примерима рачунато је шта трговца кошта роба док дође у његову радњу, односно магацин. Овде ћемо сада видети како се калкулише продајна цена.

Да би трговац пронашао пошто ће продавати јединицу робе (килограм, метар, литар) треба да на цену коштања дода: зараду, режију и камату на уложени капитал у робу.

Тако на пр. ако трговца један килограм кошта 45.— дин., а он жели да на овој роби заради 20%, и да покрије режију са 2% и камату на уложени новац 3%, онда ће се 1 кгр. ове робе продавти:

	Цена коштања		Дин. 45.—
+ 20% зарада	дин. 9.—		
+ 2% режије	„ 0,90		
+ 3% интерес	„ 1,35		„ 10.25
		По	Дин. 55,25

Ако је цена коштања 45.— дин. за готово онда ће и продајна цена бити за готово. Исто тако ако је цена коштања на кредит (1, 2, 3 итд. месеци) биће и продајна цена на кредит са истим тим бројем месеци.

Међутим некад је потребно продајну цену за готово изразити са доцнијим роком тј. на кредит, и обратно. Ако се има цена за готово па се жели наћи цена на кредит онда се на продајну цену за готово нађе каса шконт рачуном у сто и тако добивени сконто сабере. Ако се има продајна цена на кредит па се жели наћи продајна цена за готово онда се од продајне цене на кредит нађе сконто рачуном од сто и тако нађени сконто одузме од продајне цене на кредит.

Тако ако је у предњем примеру продајна цена за готово па се жели наћи продајна цена на кредит 3 месеца са 2% сконта треба на 55,25 наћи 2% сконто рачуном у сто и тако нађени сконто сабрати; Дакле:

За готово	Дин. 55,25
+ 2% сконто	„ 1,13
Цена на кредит 3 месеца	Дин. 55,38

Ако се сада жели обрнуто онда је:

Цена на кредит 3 месеца	Дин. 56,38
— 2% сконто	„ 1,13
Цена за готово	Дин. 55,25

Задатци

1) Трговац је купио робе за 100.000.— дин., па је од ове робе продао 1/4 са зарадом 20%, 1/5 са зарадом 15%, 3/10 са зарадом 5% а остатак са губитком 6%. Колико је укупно зарађено на целокупној роби и колика је просечна зарада у %?

2) Трговца роба кошта 200.000.— дин. 2/5 ове робе продао је са зарадом 15%, а 1/4 са зарадом 10%. Када је сву робу распродао добит је износила: а) 20.000.—; в) 16.000.— дин. Колико је процената просечно зарађено и колико је % зарађено на остатку робе?

3) Са зарадом 20% трговац је продао један део робе за Дин. 48.000.—, а други део са 10% зараде за 11.000.— дин. Када је распродао сву робу зарада је износила на светри партије: a) 14.400 дин., b) 18.000 дин., c) 10.000 дин. d) 8000 дин. Колико је коштала трећа партија робе, а колико укупно сва роба, када је просечно на роби зарађено 10% и колико је % зарађено или изгубљено на трећој партији робе?

4) Неко је позајмио 300000 дин. са 6% год., па је овај новац дао на зајам са 8%. После две године дужник А, коме је позајмљено 100.000.— дин., престао је да плаћа, а осталим смањен је интерес на 7%. На крају треће године, од дана када је дужник А престао да плаћа, сви дужници исплатили су дут са интересом, а дужник А исплатио је поред главног дуга на име интереса 4.000.— дин. Израчунати:

а) са колико је $^0/_0$ годишње лежао новац код дужника А за последње 3 године;

в) са колико је $^0/_0$ био пласиран новац код свих дужника за последње 3 године; и

с) са колико је $^0/_0$ годишње лежао новац код свих дужника за свих 5 година.

(Рачунати прост интерес.)

5) Неко је позајмио са $6^0/_0$ годишње: 1/5 дин. 40000, 18/(Дин. 5000 и 16/7 Дин. 10000. Коју је суму позајмио 20/7 када је од свих сума на дан 31/8 добио на име интереса Дин. 200((к, 360)?

6) Заједно са интересом $8^0/_0$ за време од 1/5 до 30/7 дужник је вратио Дин. 4080. Која је сума позајмљена? Колико ће поверилац зарадити ако је исти новац позајмио са $6^0/_0$ при плаћању интереса унапред? (к, 360).

7) Један посредник позајмио је од капиталисте извесну суму новаца и по одбитку $4^0/_0$ интереса од 1/6 до 30/8 (к, 360) примио је Дин. 198000. Овај новац одмах је пласирао за исто време и то: $^1/_4$ по $6^0/_0$; $^1/_4$ по $6\frac{1}{2}{}^0/_0$. а остатак по $6\frac{1}{4}{}^0/_0$. Интерес је одмах наплатио. Колико је зарадио на овом послу?

8) Н. Н. је основао радњу 1/4 1936 год. и уложио 10000(дин. После 2 месеца примио је за ортака М. М. са капиталом 150000 дин. Уговорили су да од добити у првој години први ортак добије $5^0/_0$, а остатак да поделе сразмерно уложеном капиталу и времену проведеном у раду. После 2 месеца приме ортака Р. Р. који уложи 200000 дин. Према новом уговору пошто се из укупне добити постигнуте у току 1936 год. издвоји $5^0/_0$ за ортака Н. Н. треба да се издвоји од остатка $2^0/_0$ за ортака Н. Н. и $3^0/_0$ за ортака М. М., а остатак да се подели сразмерно унетом капиталу и времену проведеном у раду. У доцнијим годинама да се добит дели сразмерно уложеном капиталу. Добит у 1936 год. била је Дин. 120000, а у 1937 год. Дин 200000. Колико припада сваком ортаку од добити из 1936 а колико од добити из 1937 г. када се уложени капитал не повећава добитком?

9) Трговац је купио робе за Фр. фр. 200.000 $V^{\underline{a}}$ 6 месеци — каса шконт $4^0/_0$ — и пошто је додао на име трошкова Дин. 20000 калкулисао је рачунајући Фр. фр. по 150 дин. и добит $25^0/_0$. Међутим кода је дошао рок плаћања Фр. франак је куповао по курсу а) 160, в) 140. Колико је $^0/_0$ зарађивао у случају под а) а колико у случају под в)?

10) Наслеђе од 600.000.— дин. у готову треба да се подели на 4 наследника обрнуто сразмерно годинама старости. Услед спора око наслеђа новац је лежао под интересом $6^0/_0$ 6 месеци и 15 дана. Колико припада сваком наследнику ако је старост наследника 20, 18, 12 и 8 година?

11) Да ли би неки наследник био оштећен ако би се деоба наслеђа из задатка 10) вршила 4 године касније а за деобу узимале године старости у моменту деобе?

12) Дужник је требао да плати 8/5 Дин 5000, 15/5 Дин. 7000 и 25/7 Дин. 12000 а платио је: 14/5 Дин. 6000 и 14/6 Дин. 8000. Када треба да плати остатак па да не буде оштећен ни дужник ни поверилац?

13) Трговац је купио 1000 фунти робе по 11,5 пенса за фунту V^a 6 месеци. Израчунати колико динара кошта 1 кгр. робе за готово, а колико на кредит 3 м. Каса шконт за 6 месеци $4^0/_0$ а за 3 месеца $2^1/_2{}^0/_0$. Курс фунте штерлинга 240 дин., а трошкови износе $15^0/_0$ од фактурне цене робе рачунато у £. Израчунати колико ће трговац зарадити на овој роби, ако при исплати фактуре фунту штерлинга плаћа 220 дин.?

14) Цена 1 кгр. чистог злата износи фран. франака 36000. Колико динара треба платити за 55 кгр. злата финоће $800^0/_{00}$ када је курс фр. франка 140?

15) Купљено је 1000 кгр. робе по 2,5 лире за кгр. V^a 4 м. При калкулацији лира је рачуната по 230 дин. Трошкови: подвоз, превоз и осигурање износе 3000 дин., а царина 40 златних динара за 100 кгр. Ажија на злато за царину рачуна се $1300^0/_0$. Општинска трошарина 20 дин. од 100 кгр. Израчунати шта кошта 1 кгр. V^a за готово, а шта валута 3 м., када је каса шконт за 4 м. $3^0/_0$, а за 3 м. $2^0/_0$. И израчунати пошто ће се продавати килограм за готово, а пошто V^a 3 м. да се постигне бруто зарада од $30^0/_0$.

Израчунати колико ће трговац а) зарадити в) изгубити ако фактуру измири по курсу: а) 210, в) 240.

16) Једна заоставштина треба да се подели тако да се прво издвоји $15^0/_0$ за добротворне сврхе, а од остатка да се половина подели на 4 лица у размери 4 : 5 : 7 : 10, а друга половина на три лица обрнуто сразмерно годинама старости. Старост ових лица је А 40, В 30 и С 20 год. Колика је заоставштина када је лице С добило 60000 дин.? Колико је свако лице добило, а колико је дато на добротворне сврхе?

17) Једну трећину робе трговац је продао са зарадом $20^0/_0$, а остатак са зарадом $25^0/_0$ за 12500. Шта кошта роба и колико је укупно зарадио?

18) Израчунати интересе $6^1/_2{}^0/_0$ на следеће суме:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Дин.} & 52496{,}80 & 18/3 - 30/6 \\ „ & 63760{,}40 & 14/4 - 30/6 \\ „ & 43890{,}75 & 15/5 - 30/6 \end{array}\right\} (\text{к}, 360)$$

19) Н. Н. дугује следеће суме:

Дин.	120060.—	од	5/2
„	260090.—	„	18/3
„	380089,40	„	2/4

До 15/5, закључно, плаћао је интерес 9% а од 16/5 плаћа 8%. Колико је платио на име интереса до 30/6, закључно (к, 360)?

20) Тантијема у 1937 г. већа је од тантијеме у 1936 г. за 15%. Колика је била тантијема у 1936 год. када $33^1/_3$% од тантијеме у 1937 год. износи а) дин. 9960.—; b) дин. 29880.—?

21) Власник куће има месечну кирију 1400 дин. и на ово плаћа на име порезе 6%. Када је пореза повећана на 8% повећао је кирију за толико колико је било потребно да и даље има чист приход као и када је плаћао порезу 6%. За колико је динара повећао кирију и колико је то повећање за годину дана?

22) Са 20% губитка трговац је продао робу за 16000 дин. Са колико % зараде треба да прода три пута толику количину робе да покрије губитак и да заради 8000 дин.?

23) Колико се килограма злата финоће 900‰ може купити за 12000000 дин. кад је цена злату у Паризу 32695,40 фр. фр. за 1 килограм чистог злата, а курс франка 125 динара?

24) Трговац је 2/5 робе продао са 20% зараде за Дин. 30720. Када је сву робу распродао зарадио је укупно Дин. 9600. Колико је % зарађено: а) на целокупној роби, b) на остатку од 3/5 робе, и пошто би требало продати количину од 4/5 ове робе да би се зарадило $12^1/_2$%?

25) Неко је узео на зајам са $4^1/_2$% 8/5 дин. 15000, 16/5 дин. 25000 и 5/6 дин. 40000, а дао је на зајам са $7^1/_2$% 17/5 дин. 30000 и 7/6 дин. 50000. На дан 31/8 наплатио је сва своја потраживања а исто тако платио дугове. Колико је зарадио на овом послу када је поред плаћеног интереса имао и трошкова 300 дин.? (к. 360).

26) Комисионар 18/10 треба да одобри комитенту следеће позиције:

Дин. 56960.— V^a^ 6/11
„ 159400.— „ 16/11 и
„ 395896,80 „ 20/11.

Са којом заједничком скаденцијом може одобрити све три суме?

27) По одбитку интереса 6% од 15/4 до 14/7 дужник је примио Дин. 23935,50. Колико је дужан и колико ће зарадити ако је примљени новац дао под интерес 25/4 а новац био под интересом 9% до 14/7 када поред интереса има још и трошкова Динара 50.—?

28) Н. Н. је оставио наслеђе од Дин. 285000 да се подели на следећи начин: Од 1/3 наслеђа образује се фонд из чијег ће се прихода награђивати сиромашни ученици, а остатак да се подели на четири наследника обрнуто сразмерно годинама старости. Старост наследника је 40, 30, 20 и 15 година. Колико припада сваком наследнику, а колико фонду?

29) За једно имање власник је добио две понуде: Први понуђач даје Дин. 150.000.— али да плати после 3 месеца, а Други понуђач даје Дин. 100.000.— после 4 месеца и Дин. 55.600.— после 10 месеци. Која је понуда повољнија, ако се новац може пласирати са 8%?

30) Трговац је купио пшенице: 15690 кгр. à 140, 24570 кгр. à 150 и 30800 кгр. à 155. Шта коштају просечно 100 кгр. и колико је % зарађено ако је продато: 38000 кгр. à 160 а остатак à 165 дин.?

31) Трговац има две врсте кукуруза: од 110.— дин. и од 120.— дин. за 100 кгр. Колико треба да узме од сваке врсте да би добио мешавину од 2 вагона по 117.— дин. и колико ће % зарадити ако овако мешани кукуруз прода по 120 дин.?

32) По правилима једне банке добит се дели на следећи начин: Прво се од укупне добити издвоји 5% за тантијему управи и чиновницима, а затим од остатка 30% за резервни фонд. Од новог остатка даје се акционарима 6% на номинални капитал, а ако буде претека овај се дели на два једнака дела и половина даје резервном фонду, а друга половина акционарима. Дивиденда по акцији треба да буде заокругљена на десетице на ниже. Вишак се додаје фонду за дивиденду. Колика ће бити дивиденда по акцији у 1937 год. када је добит Дин. 560000, а акцијски капитал 2000000 дин. подељен на 2000 акција?

33) Заједно са 8% интереса за 90 дана дужник је вратио Дин. 16000. Колики је дуг а колики интерес?

34) Дато је на зајам са 6%: 18/5 дин. 160000.—, 16/6 дин. 309000.— и 25/7 дин. 410799,80. Почевши од 1/10 интерес је 4%. Израчунати колики је интерес закључно са 30/9, а колики закључно са 31/12 када се месец рачуна а) по календару b) по 30 дана а година у 360 дана.

35) Трговац је купио пшенице: 300 кгр. à 150, 200 кгр. à 145 и 500 кгр. à 152. Шта просечно коштају 100 кгр. и пошто треба да продаје 100 кгр. пшенице да би зарадио 20%?

36) У заједничку радњу уложили су: А Дин. 1000 В дин. 200000 и С Дин. 150000. Колико је сваки ортак добио од добити Дин. 90000 у 1938 год., а колико у 1937 год., када је добио у у 1937 год. мања за 20% од добити у 1938 год. Добит се дели сразмерно уложеном капиталу.

37) Трговац је четвртину купљене робе продао са 20%, половину са 15%, а остатак са 10% зараде за 27500.— дин. Колико је укупно зарадио на роби и колика је зарада у процентима?

38) Килограм робе плаћен је 2.— fr. frs. Колико Динара кошта 1 кгр. када је курс fr. frs. 132.— дин.?

39) Фактурна цена робе је 5 талијанских лира за кгр. Израчунати шта кошта 1 кгр. у динарима када је купљено 200

кгр. ове робе за коју је на име свих трошкова исплаћено Дин. 1200.—, а курс лире 320.— дин.

40) Колико се јарди платна може купити за 1500 дин. када 1 јарда кошта 4 пенса, а курс фунте штерлинга 280.—?

41) Неки капиталиста могао је дати на зајам 14/1 са интересом 6% Дин. 600000, али их није дао, већ је ових 600000 дин. дао на зајам и то: 24/1 Дин. 100000 са 7%, 28/2 Дин. 400000 са $7^1/_2$% и 5/3 Дин. 100000 са $6^1/_2$%. Израчунати колико је изгубио на интересу закључно са 5/3. (к, 360).

42) Извоз једне земље у 1936 г. био је једнако распоређен по тромесечјима. У првом тромесечју 1937 г. извоз је, у односу на прво тромесечје 1936 г., порастао за 15 милиона, што у процентима износи 6%. Израчунати за колико се милиона повећао извоз у следећа три тромесечја када је укупни годишњи пораст извоза у 1937, у односу на 1936 г., 5%?

43) Житарски трговац купио је пшенице: 300 кгр. à 145; 400 кгр. à 150 и 300 кгр. à 152, а продао је половину по 150, а другу половину по 160 динара. Израчунати:

а) шта просечно коштају 100 кгр.;

б) колико је процената зарађено на овом послу;

в) пошто је просечно продато 100 кгр.

44) Од једне суме добије А $^1/_4$, В $^1/_8$, С $^1/_5$ и D остатак од Дин. 170000. Која је сума дељена и колико сваком припада ако се дели сума умањена за 22% у размери $^1/_2 : {}^2/_3 : {}^4/_5 : {}^3/_8$?

45) За 250 фр. фр. купљено је 15 кгр. робе. Израчунати: а) колико динара треба платити за 240 кгр. када је курс фр. фр. 130 дин.; б) колико се килограма може купити за 4000 фр. фр.; в) колико се килограма може купити за 10.400 дин. када је курс фр. фр. 130 динара?

46) За градњу једне фабрике утрошено је: 1/2 Дин. 300000, 4/4 дин. 400000 и 15/6 Дин. 1300000. Фабрика је потпуно довршена 1/7. Израчунати шта кошта 30/6 када се на напред утрошене суме плаћа интерес 8%. (к, 360).

47) Златар је купио 300 гр. злата финоће 800, 200 гр. злата финоће 700 и 400 гр. злата финоће 900. Цена злату је 34000 фр. фр. за 1 кгр. чистог злата, а курс фр. фр. у Београду 126.

Израчунати:

а) колико динара кошта купљено злато;

б) колика је финоћа ако се купљено злато легира;

в) колико просечно у динарима кошта 1 кгр. легуре.

48) Нека количина робе продата је са 3% губитка и при продаји изгубљено 3000 дин. Са колико % зараде продата је три пута толика количина када је на укупно продатој роби (са губитком и зарадом) зарађено 10%?

49) Требало је да се плати: Дин. 40000 5/4, Дин. 80000 16/5 и Дин. 90000 17/6, а плаћено је Динара 100000 18/4. Када се има платити остатак па да не буду оштећени ни дужник ни поверилац? (к, 360).

50) Четири ортака деле добит од Дин. 140000 у размери 2 : 3 : 4 : 5. После извршене деобе ортак са највећим делом умре и тестаментом остави да остала три ортака поделе његов део обрнуто сразмерно њиховим годинама старости, али пошто се претходно двадесетина да на добротворне сврхе. Преживели ортаци су стари 24, 28 и 36 година. Колико сваки ортак добија при првој, а колико при другој деоби?

51) Наслеђе од Дин. 154000 подељено је на 4 наследника обрнуто сразмерно годинама старости. Старост наследника је 40, 32, 24 и 16 година. После 4 године умро је најстарији наследник и оставио наслеђе увећано за 20% да га поделе остала 3 наследника управо сразмерно годинама старости. Израчунати:

а) колико је сваки наследник добио при првој деоби; и

б) колико је сваки наследник добио при другој деоби.

52) По одбитку интереса 6% за 90 дана дужник је примио Дин. 13790. Колико ће примити ако позајми два пута толику суму са 8% за 45 дана?

53) За градњу куће узет је зајам од Дин. 400000 са 9%. Зајам је подигнут у 4 једнаке рате и то 1/5, 1/6, 1/9 и 1/11. Интерес на дан усељавања у кућу урачунава се у главницу и отплата врши из кирије. Кућа је издата од 1/11 по 6000 дин. месечно. За порез и остале дажбине рачуна се 15% од кирије. Израчунати: а) колики је дуг на дан 1/11 заједно са интересом; и б) колики је месечни вишак нето кирије изнад месечне камате на дуг (к, 360).

54) Златар има 150 гр. злата фин. 800‰, 200 гр. злата фин. 600‰ и 350 гр. злата финоће 750‰. Ако се овом злату дода 100 грама бакра које ће финоће бити легура?

55) Купљено је у Марсељу 20000 кгр. кафе à 23 фр. фр. килограм. На име подвоза до Београда плаћено је Дин. 14000 и фр. фр. 12000. Царина 10 златних динара на 100 кгр. На царину се плаћа ажија 1300%. Осигурање 2‰ од фактурне вредности. Израчунати шта кошта килограм у Београду када је куповина извршена за готово и када је франак плаћен по курсу 135 дин.

56) Једна кућа доноси месечно кирију од Дин. 14000. На кирију се плаћа порез 6%, а на овај порез специјални порез 1%. За одржавање куће троши се $2^1/_2$% од кирије. Израчунати колико процената нето носи годишње новац уложен у ову кућу када кућа кошта Дин. 1536192.

57) Н. Н. је узео на зајам Дин. 500000 18/4 са 6%, па је од овог новца дао на зајам: 18/4 Дин. 100000 са 9%, 5/5 Дин. 200000 са 8%, а остатак 15/5 са 9%. Од 1/8 на сав новац дат на зајам наплаћује интерес 8%. Колика је разлика на дан 31/8 између плаћеног и наплаћеног интереса? (к, 360).

58) Са губитком 20% роба је продана за 12000 дин. Ако се пет пута толико робе прода са зарадом 25% колико ће се процената зарадити на свој продатој роби?

59) Трговац из Београда купио је на Сушаку 15000 кгр. кафе à 32 дин, килограм. Платио је подвоз до Београда Дин. 15000. Трошарина 400 дин. на 100 кгр. Порез на пословни промет $2^1/_2$% на фактурну цену. Роба је платива 4 месеца или за готово са 3% каса шконта. Израчунати шта кошта килограм за готово, а шта на кредит 4 месеца.

60) Три ортака уложили су у заједничку радњу А Дин. 200000, Б Дин. 250000 и В Дин. 150000. Радили су А 4, Б 6 и В 10 месеци. Добит, по одбитку 15% за пословођу, деле сразмерно уложеном капиталу и времену проведеном у раду. Колико је сваки добио када је део добити пословође Динара 13411,76? (Суму за поделу заокруглити).

61) Један трговац купио је ратне штете: 450 комада à 480 дин., 320 комада à 425 дин. и 1250 комада à 444 дин., а продао је: 920 комада à 483 дин., 205 комада à 473 дин., а остатак à 472 дин. Израчунати:

a) шта просечно кошта комад;

b) пошто је просечно продат комад; и

c) колико је % зарађено на овом послу.

62) У заједничку радњу уложили су: А Дин. 200000, В Дин. 400000 и С Дин. 250000. Према уговору 15% од добити даје се пословођи и особљу, а остатак се дели сразмерно уложеном капиталу. Колико је добио сваки ортак у пословној 1936 год. када је добит у 1937 год. већа од добити у пословној 1936 год. за 20% и када је добит у 1937 години Дин. 120000?

63) Неко је узео на зајам 1937 год. са 5% и то: 1/3 Дин. 40000, 8/4 Дин. 60000 и 16/4 Дин. 100000, па је овај новац дао под интерес са 9% и то: 2/3 Дин. 30000, 4/3 Дин. 10000, 9/4 Дин. 60000 и 20/4 Дин. 100000. Колико ће зарадити на интересу до 30/6, а колико до 31/12 1937 године, када се месец рачуна по календару, а година у 360 дана?

64) Трговац из Београда купио је за готово од трговца из Марсеља 5000 кгр. робе а 4,5 франка за килограм. За подвоз и остале трошкове издао је 7500 динара. Царину је платио 7 зл. динара за 100 кгр. робе рачунајући 1300% на име ажије на царину. На име општинске трошарине платио је 16 дин. за 100 кгр. робе. Фактуру је измирио по курсу 134 дин. за 100 франака. Израчунати:

a) шта кошта 1 кгр. за готово;

b) пошто треба продавати 1 кгр. за готово да се постигне бруто зарада 25%; и

c) колико % трговац зарађује ако ову робу продаје по 10 дин. кгр. за готово.

65) Цена злату у Паризу је 36000 фр. за 1 кгр. чистог злата. Париски банкар купио је за рачун банкара из Београда 80 кгр. злата финоће 800, 15 кгр. злата финоће 900 и 7 кгр. злата финоће 850. Београдски банкар исплатио је ову куповину злата по курсу 132 за 100 франака. Колико је исплатио?

66) Неко је дао на зајам са 9%: 8/6 Дин. 100000, 15/6 Дин. 400000 и 18/6 Дин. 300000. Од 1/10 интерес је смањен на 8%. Колико ће изнети интерес на све ове суме до 31/12 исте године када се месец рачуна по календару, а година у 360 дана?

67) Неко је требао да плати: 18/4 Дин. 400000, 15/6 Дин. 300000 и 20/6 Дин. 800000, а знамо да је платио: 14/5 Дин. 300000 и 16/6 Дин. 200000. Када је платио остатак?

68) У заједничку радњу уложили су: А Дин. 400000, В Дин. 600000 и С Дин. 500000. Ортак А радио је 8 месеци, ортак В 9 месеци, а ортак С 12 месеци. Добит се дели сразмерно уложеном капиталу и времену проведеном у раду. Колика је добит када је ортак С. добио дин. 45000 и колико су добили остали ортаци?

69) Са 15% зараде трговац је једну количину робе продао за Дин. 23000, а другу количину робе са 10% губитка за Дин. 12000. Израчунати:

a) колико је % зарадио на целокупној роби; и

b) Пошто треба да прода исту количину робе колико износе обе продате количине да би на целокупно распродатој роби по светри партије зарадио 12%?

70) Купљено је у Енглеској 1000 јарди платна à 5 пенса. Шта кошта 1 метар у Београду за готово, када је куповина извршена за готово а фунте штерлинзи куповане по 230 дин. Трошкови 1000 дин. царина 150 златних динара са ажијом 1300%. Израчунати:

a) Пошто треба да продаје метар да би зарадио бруто $33^1/_3$%;

b) Колико % трговац зарађује ако ово платно продаје по 12 динара метар?

71) При грађењу једне куће исплаћено је: 1/6 Дин. 100.000, 15/6 Дин. 200.000, и 18/7 Дин. 300.000. Кућа је завршена 31/8, а од 1/9 издата под кирију. За кућу сем напред наведене три исплате није било никаквих других издатака. Израчунати:

a) шта кошта кућа 31/8 када се на уложени новац плаћа камата 8%, (к, 360); и б) колико процената носи ова кућа на име годишњег чистог прихода, када је месечна кирија дин. 8.000 а пореза 12% од кирије.

72) Цена злату у Паризу је 37.000. фр. франака за 1 кгр чистог злата. Израчунати колико је фр. франака плаћено за 8 кгр. злата финоће 800.

73) Добит једне ортачке радње у 1937 години била је мања за 12% од добити у 1936 год. Колика је била добит у 1936 год. када је у 1937 год. Дин. 35.200. Колико је сваки ортак добио у 1936 г., а колико у 1937 г., када добит деле сразмерно уложеном капиталу, а улози су: ортака А дин. 60.000, ортака Б Дин. 80.000 и ортака В Дин. 20.000?

74) Трговац је купио робе за Дин. 300.000, па је продао: $^1/_3$ са 15% зараде, $^1/_6$ са 5% зараде и $^1/_5$ са 20% зараде а остатак за Дин. 100.000. Израчунати:

а) колико је укупно зарадио; и

б) колико је процената просечно зарадио.

75) Требало је да се плати: 1/5 Дин. 40.000, 1/6 Дин. 20.000 и 15/9 Дин. 140.000, а исплаћено је: 15/5 Дин. 60.000 и 1/7 Дин. 80.000. Када треба платити остатак па да не буду оштећени ни дужник ни поверилац (интерес 6%)?

76) Један трговац купио је ратне штете: 450 комада à 480 дин., 320 комада à 452 дин. и 1250 комада à 444 дин., а продао је: 920 комада à 483 дин., 205 комада à 473 дин., а остатак à 472 дин. Израчунати: а) шта просечно кошта комад; b) пошто је просечно продат комад; и c) колико је % зарађено на овом послу.

77) У једну радњу уложили су: А дин. 200000., В дин. 400000 и С дин. 250000. Према уговору о ортаклуку 15% од добити даје се пословођи и особљу а остатак деле ортаци сразмерно уложеном капиталу. Колико је добио сваки ортак у пословној 1936 год. када је добит у 1937 год. дин. 120000, а већа је за 20% од добити у 1936 год.?

78) Неко је узео на зајам са 5%: 1/3 дин. 40000, 8/4 дин. 60000 и 16/4 дин. 100000, па је овај новац дао под интерес са 9%: 2/3 дин. 30000, 4/3 дин. 10000, 9/4 дин. 60000 и 20/4 дин. 100000. Колико ће зарадити интереса до 30/6 а колико до 31/12 ако се месец рачуна по календару, а година у 360 дана?

79) Купљено је Марсељу за готово 5000 кгр. робе à 4,5 fr. frs за кгр. Подвоз и остали трошкови дин. 7500. Царина 7 зл. динара од 100 кгр. робе. Ажија за царину 1200%. Општинска трошарина 16 дин. од 100 кгр. Шта кошта килограм робе у Београду када је фрактура исплаћена по курсу 132 дин. за 100 fr. frs?

80) Цена злату је 35000 fr. frs за 1 кгр. чистог злата. Колико ће се динара платити за: 8 кгр. злата финоће 800‰, 15 кгр. злата финоће 900‰ и 7 кгр. злата финоће 850‰ када је курс fr. frs 132 дин.?

81) За градњу једне пијаце општина је исплатила: 1/3 дин. 40000, 15/5 дин. 160000. Пијаца је отворена 1/8 исте године. Израчунати: а) шта кошта пијаца заједно са интересом 6% на уложени новац до 31/7; b) Колико % носи пијаца када је њен просечни месечни принос 4042,66 дин. Месец по календару а годину у 360 дана.

82) Трговац је купио пшеницу: 400 кгр. à 165, 320 кгр. à 160 и 80 кгр. à 170, па је сву купљену пшеницу продао за дин. 1469,60. Израчунати: а) шта коштају 100 кгр., b) Пошто је продао 100 кгр., и c) колико је % зарадио на овом послу.

83) Дин. 733500 треба поделити на четири лица тако да се добитци имају као $^1/_2 : ^2/_3 : ^3/_4 : ^4/_5$.

84) Трговац је купио извесну количину робе, па је од те $^1/_4$ продао са 20% зараде за дин. 12000, половину је продао за дин. 23000, а остатак са 12% зараде. Израчунати колико је % зарадио на свој продатој роби.

85) Заједно са 10% интереса за 72 дана дужник је вратио дин. 14280. Колико би вратио да је позајмио два пута толику суму за 120 дана али са 12%?

86) Неко је $^1/_4$ свог капитала дао под интерес и после 90 дана добио на име интереса 6% дин. 225. Израчунати колико ће примити ако остатак капитала да под интерес са $7^1/_2$% за 102 дана. (к, 360).

87) Златар је легирао 40 гр. злата финоће 800, 60 гр. злата финоће 700 и 20 гр. бакра. Израчунати које је финоће легура, и колко динара кошта ово злато када се 1 кгр. чистог злата продаје 42000.— фр. франака, а курс фр. франка је 120.

88) Три групе радника радиле су на једном послу. Прва група радила је са 20 радника 15 дана по 6 часова дневно. Друга група са 25 радника 12 дана по 8 часова дневно. Трећа група са 30 радника 9 дана по 10 часова дневно. Радни час плаћа се другој групи за 1/50, а трећој за 1/5 више него првој. Укупна зарада је дин. 64000.— Израчунати колико припада свакој групи.

89) Неко је уложио са 9% следеће суме:

Дин. 40000.—	18/3
„ 42000.—	28/4
„ 36000.—	8/5

Колико ће добити на име интереса 30/6. (к, 360) и који ће капита донети тај интерес од 16/2 до 30/6 (30,360)?

90) Трговац је продао са 10% зараде један део своје робе за дин. 19800.—. Затим је продао $1^1/_2$ пута толику количину робе

са зарадом 15% и два пута толико робе колико са 10% и зараде са зарадом 20%. Израчунати: a) колико је укупно дао робе, b) колико је свега зарадио, c) колико је % зар и d) пошто би требао да прода још робе за 36000.— дин штања да би зарада била 20% на свој продатој роби.

91) Једно акционарско друштво има капитал 4 мил динара. $^1/_5$ капитала доноси 16% годишње. $^2/_5$ доносе 11 остатак даје годишњи укупни приход дин. 200000.—. Изр нати: а) колика је дивиденда по једној акцији када је д денда 6% на номинални капитал, а номинала једне ак 500 дин; б) колико % носи цео друштвени капитал.

92) Један капиталист може да пласира новац у кућу му даје на 300000 дин. годишњи приход од дин. 30000. П 14%. Израчунати да ли му је ово рентабилније или да н да под интерес са 9% годишње, ако се на ренту плаћа поре

93) Неко је обавезан да плати: Дин. 40000 15/5, дин. 6 18/6 и дин. 100000 17/7. Са повериоцем се споразумео да дуг исплати о једном року. Наћи тај рок када је интерес (к, 360).

94) Јарди 480 платна плаћени су 2400 d. Порез, цар осигурање и остали трошкови износе 1200.— дин. Израчу колико динара кошта 1 јарда, а колико 1 метар, када је фунте штерлинга 280.— дин.

95) Неко је дао на зајам дин. 50000.— 15/3 са 8% и 150000.— 18/4. са 9%, 20|5 смањио је интерес дужницима на али да се ово смањење рачуна почевши са 21|5. Колик добити на име интереса 30|6? (к, 360).

96) Трговац је купио 240 кгр. алкохолног пића à 5 кгр. На куповну цену додао је 10% на име трошкова, тако добивену цену коштања 20% зараде. По тако добив цени продавао је литар. Колико је % зарадио ако је сп фична тежина алкохола 0,950?

97) Један грађевински плац има лице 14 метара, а ду му је 36 метара. Плац је правоугаоног облика. Колик власник добити на зајам, када на плацу постоји кућа од 14 и када се цени, 1 m² под кућом 1200 дин. а 1 m² плаца (р најући ту и онај део под кућом) 25 метара дубине по 180 а осталих 11 дубинских метара по 150 дин., а на зајам се дс 45% од процењене вредности?

98) Магацин дужине 14 метара и ширине 10 метара н њен је житом до висине од 1,35 метара. Израчунати ко вреди ово жито када је цена 185,50 дин., а хектолита тежина 85.

99) Трговац је купио робу. На куповну цену додао на име зараде и режије, па по тој цени продао робу. Од д вене цене одвојио је 10% за режију, а остатак поново ул у робу. Купљену робу продавао је са 30% зараде и дс

пошто је извршио распродају, 150000.— дин. Израчунати: а) колика је прва куповина, б) колико је зарадио на обе куповине.

100) Трговац је 14/8 позајмио дин. 200000 са 6% за 14/11. Интерес је платио унапред (к, 360). Добивени новац уложио је у робу и купљену робу продао: 25/8 $^1/_8$ са зарадом 20%, 14/9 $^1/_4$ са зарадом 15% и 15/10 остакак са зарадом 18%. Добивени новац од продате робе по одбитку 5% улагао је на интерес са 4%. 14/11 подигао је из штедионице колико је потребно да исплати дуг, а остатак му је лежао у штедионици до 31/12. Колико је 1/1 примио из штедионице када штедионица рачуна месец по 30 дана а годину у 360 дана и када се на камату рачуна порез 8%?

Садржај