

MATEMATIČKI FAKULTET,
UNIVERZITET U BEOGRADU

MASTER RAD

**Predstavljanje matematičkog sadržaja
na Internetu**

MILENA MARIĆ

2011. godina

Predstavljanje matematičkog sadržaja na Internetu

MILENA MARIĆ

Članovi komisije:

dr Srđan VUKMIROVIĆ, mentor

dr Neda BOKAN

dr Milan BOŽIĆ

Sadržaj

Sadržaj	1
Predgovor	3
Uvod	4
1 Klasično i elektronsko učenje	6
1.1 Nedostaci klasičnog vida nastave	6
1.2 Elektronsko učenje	7
1.2.1 Primeri elektronskog učenja	11
2 O tehnologijama za predstavljanje matematičkih dokumenata	12
2.1 pristupi za predstavljanje dokumenata	12
2.1.1 WYSIWYG pristup	12
2.1.2 Eksplicitno obeležavanje teksta	12
2.2 Meta jezici za obeležavanje	13
2.2.1 SGML - <i>Standard Generalized Markup Language</i>	13
2.2.2 XML - <i>eXtensible Markup Language</i>	17
2.3 HTML - Hyper Text Markup Language	20
2.3.1 Istorijat HTML-a	20
2.3.2 Verzije jezika	21
2.3.3 Osnovna struktura HTML dokumenta	22
2.3.4 Tekst.	25
2.3.5 Liste	26
2.3.6 Tabele	28
2.3.7 CSS - Cascading Style Sheets	29
2.4 Predstavljanje matematičkog sadržaja	32
2.4.1 MathML - Mathematical Markup Language	32
2.5 Predstavljanje geometrijskih ilustracija i animacija upotrebom softvera GeoGebra	35
2.5.1 Istorijat GeoGebre	35
2.5.2 Karakteristike GeoGebre	36
2.5.3 Mogućnosti GeoGebre	37
3 Prikaz kolekcije apleta	42
3.1 Motivacija	42
3.2 Ciljevi zbirke apleta	43
3.3 Oblasti zbirke apleta	44
3.4 Metodički koncept zbirke apleta	44

3.5	Primeri načina izlaganja teorijskih sadržaja i elementarnih zadataka	45
3.5.1	Veza krivih i njihovih algebarskih jednačina	45
3.5.2	Izgradnja pojma jednačina prave i njeni različiti oblici	48
3.5.3	Izgradnja pojma elipse	57
3.6	Primeri rešenih zadataka	59
3.6.1	Primer zadatka iz oblasti prave.	59
3.6.2	Primer zadatka iz oblasti elipse	62
4	Evaluacija korišćenja elektronske zbirke apleta	65
4.1	Opis eksperimenta	65
4.2	Rezultati eksperimenta	66
5	Zaključci	67
6	Terminološki rečnik	69
	Bibliografija	71

Predgovor

Koristim ovu priliku da se zahvalim svom mentoru, dr Srđanu Vukmiroviću na savetima, sugestijama i podršci koju sam imala tokom izrade ovog rada.

Zahvaljujem se članovima komisije profesorki dr Nedi Bokan i profesoru dr Milanu Božiću koji su detaljno pročitali rad i svojim sugestijama doprineli njegovom finalnom uobličavanju.

I na kraju, zahvaljujem se svom mužu na strpljenju, razumevanju i bezrezervnoj podršci koju mi pruža svih ovih godina.

Uvod

Svakodnevni proces napredka civilizacije nameće potrebu da se modeli procesa nastave konstantno menjaju. Primena savremenih internet i Veb tehnologija u svakodnevnom procesu nastave postala je neminovnost. Ovaj rad bi trebalo da ukaže na potrebu i mogućnosti integracije raspoloživih Internet i Veb tehnologija, njihovu primenu u procesu nastave i prednosti koju ove tehnologije donose.

U prvom poglavlju ovog rada napravljen je kratak osvrt na trenutnu situaciju u našem sistemu obrazovanja. Dobar deo nastave i danas se odvija isključivo tradicionalnim metodama, informacije su slabo dostupne, a vreme i mesto predavanja stogo definisano. To nas podstiče na razmišljanje da se sadržaj koji se izučava učini interaktivnim, javno dostupnim, prilagođenim za samostalan rad učenika. Svedoci smo da su nam učenici sve manje zainteresovani za sadržaje koji im se nude, tako da je gotovo obaveza svakog nastavnika da traga za različitim nastavnim metodama koje bi motivisale učenike i koje bi dovele do postignuća ishoda predviđenih nastavnim planom i programom.

U drugom poglavlju rada se razmatraju Internet i Veb tehnologije kojima je moguće na što jednostavan, a opet prihvatljiv način predstaviti matematički sadržaj na Internetu. Razmatrane su metode kojima je jednom predstavljen matematički sadržaj kasnije lako prepraviti. Ovde je napravljen osvrt i na dva različita pristupa predstavljanja sadržaja na Internetu, prvi koji vodi računa isključivo o vizuelnom predstavljanju sadržaja i drugi koji pored vizuelnog dela vodi računa i o značenju matematičkog sadržaja. Takođe, razmatraju se metodi za predstavljanje interaktivnih matematičkih sadržaja. Iznose se mogućnosti za postizanje dinamičnosti jedne Internet stranice koja predstavlja matematički sadržaj predviđen nastavnim planom i programom. Velika pažnja se posvećuje interaktivnosti i dinamičnosti Internet strane upravo zato jer je to jedan od načina da se učeniku približi materija, privuče pažnja i probudi interesovanje za samostalan rad.

U trećem poglavlju rada se predstavljaju rezultati primene ovih tehnologija prilikom pravljenja zbirke apleta iz oblasti analitičke geometrije. Prilikom pravljenja zbirke apleta korišćena je zbirka zadataka koja se inače koristi u klasičnoj nastavi, čiji je autor Srđan Ognjanović [12].

U četvrtom poglavlju su prikazani rezultati eksperimenta, kojim se htelo videti koliki je uticaj interaktivnog nastavnog sadržaja na proces učenja i savladavanja gradiva od strane učenika.

Na samom kraju ovog rada nalazi se terminološki rečnik. Kako se u ovom

radu koristi veliki broj termina koji potiču iz engleskog jezika i kako je pojedine od njih teško prevesti, terminološki rečnik bi trebalo da pomogne čitaocu prilikom čitanja ovog rada.

Klasično i elektronsko učenje

1.1 Nedostaci klasičnog vida nastave

Današnji nastavni proces u našem osnovnom i srednjem obrazovanju, nažalost, još uvek počiva na plenarnom obliku predavanja. Učenik ima ulogu pasivnog posmatrača i slušaoca i aktivne nastave gotovo da nema. Iskustvo pokazuje da su učenici velikim delom nezainteresovani za matematičke sadržaje koji im se izlažu i da imaju problem u njihovom savladavanju. Gotovo jedina nastavna sredstva koja se koriste su tabla i kreda, dok je primena računara u procesu nastave matematike sporadična. Do sada je izrađena mala količina nastavnih materijala iz oblasti matematike za srednju školu i upitno je koliko se ovi materijali koriste u našim učionicama. Takođe, većina ponuđenog elektronskog nastavnog sadržaja nije interaktivna i uglavnom ga sačinjavaju skenirani klasični udžbenici i zbirke zadataka ili skenirani rukom ispisani materijali. Postojeće zbirke zadataka uglavnom sadrže samo postavke zadataka uz veoma štura rešenja, najčešće samo numerička krajnja rešenja bez objašnjenja i prigodnih ilustracija. Praksa pokazuje da ovo predstavlja problem kod nekih učenika jer ih demoralise i onemogućava njihov samostalni rad.

Iskustvo iz učionice pokazuje da su inovacije u procesu nastave dobrodošle. Pretpostavlja se da bi se proces nastave mogao unaprediti postojanjem veće količine nastavnog sadržaja u elektronskom obliku. Pri tom je poželjno da ovakav sadržaj bude posebno prilagođen samostalnom radu učenika u elektronskom okruženju. Jedan od načina da se unapredi proces nastave matematike u našem obrazovanju jeste primena informatičkih tehnologija u procesu učenja. Elektronsko učenje je jedan novi vid komunikacije između nastavnika i učenika čija primena u mnogome može da doprinese promeni slike zainteresovanosti učenika za matematičke sadržaje. Dobro osmišljen proces elektronskog učenja može pomoći i kod samog razumevanja matematičkog sadržaja koji se izlaže. Preduslov za elektronsko učenje jeste da postoji nastavni materijal dostupan svima putem Interneta. Matematički sadržaj je specifičan i nije ga jednostavno predstaviti na Veb stranicama. U ovom radu će biti detaljno razrađene metode kako se matematički sadržaj može predstaviti putem Interneta.

1.2 Elektronsko učenje

U ovom poglavlju, biće prikazan pojam elektronskog učenja i specifičnosti elektronskog učenja u nastavi matematike. Tekst je zasnovan na radovima [5], [6], [7], [11] i [8].

Šta je elektronsko učenje? Termin elektronsko učenje koristi se često iako se ne može reći da postoji jedna precizna definicija ovog pojma. Različiti ljudi ga različito definišu. Najčešće se vezuje za učenje na daljinu koje je bazirano na kolekciji elektronskog nastavnog materijala. Ovako organizovano učenje ne zahteva kontak licem u lice. Postoje i druge definicije. Jedna od njih pod elektronskim učenjem podrazumeva bilo kakav oblik učenja poboljšan tehnologijom. Većina ne smatra da je pedagogija sastavni deo elektronskog učenja mada postoje i oni koji ne misle tako. Oni ovaj pojam definišu kao pedagogiju osnanaženu digitalnom tehnologijom. Važno je imati na umu da pojam nije jednoznačno definisan. Ovaj pojam se često koristi i za slične termine učenje na daljinu, distribuirano učenje, e-učenje.

Značenje pojma zavisi i od konteksta u kome se koristi. U preduzećima se često odnosi na strategije kompanije pri organizovanju kurseva za obuku zaposlenih. U poslednje vreme pod elektronskim učenjem na Univerzitetima se smatraju specifični režimi pohađanja kurseva ili programa studija gde studenti nisu obavezni fizički da budu prisutni u kampusima budući da se čitav proces odvija na mreži.

Termin elektronsko učenje se često vezuje za prvu generaciju sistema za podršku u procesu učenja (kao što su LMS, LMSC) koji su podržavali ideju da se u elektronskom okruženju napravi neki vid učionice iz realnog života. Elektronsko učenje je takođe osetilo posledice dotCom Bubble ¹ dešavanja. Mnogi nedostaci su direktno posledica ovog uticaja.

Prednost ovakvog učenja je da ne postoje granice (ni fizičke, ni političke, ni ekonomske). Svi zainteresovani imaju mogućnost pristupa materijalima koje pišu vrhunski stručnjaci uz minimalne troškove. Ovakav vid učenja obezbeđuje udobnost i fleksibilnost. U mnogo slučajeva učenik sam određuje tempo učenja i što je karakteristično nije u obavezi da se fizički pojavljuje u učionici.

Bez obzira kako se pojam elektronskog učenja definiše jasno je da je tehnologija ušla u nastavni proces i da je, prvenstveno u svetu, neki vid elektronskog učenja zastupljen u većini ustanova koje se bave edukacijom. Zanimljiv je podatak da je 2006. godine u Sjedinjenim Američkim Državama (SAD) skoro 3.5 miliona studenata učestvovalo u onlajn učenju na institucijama visokog obrazovanja. Skrenimo pažnju na činjenicu da se neki vid elektronskog učenja sve češće može sresti i u industriji. U svetu je online obrazovanje u velikoj ekspanziji. Institucije koje organizuju ovakav vid nastave vode računa da angažuju dobro obučeno nastavno osoblje koje sprovodi proces. Pod dobro obučanim osobljem se podrazumevaju ljudi koji dobro razumeju sadržaj oblasti koja se prezentuje, kao i da su dobro obučeni za korišćenje sistema koji podržava ovakav vid učenja. Jasno je da ovi nastavnici moraju da znaju da koriste računar i Internet.

Kao i bilo koji vid učenja i elektronsko učenje ima svoju pedagošku dimenziju. Pedagoška znanja se koriste kod definisanja strukture jedinica edukativnih

¹Pojava oko 2000. godine kada je najednom kreiran veliki broj novih firmi zasnovanih na poslovanju preko Interneta, koje su nakon nekoliko godina ugašene

materijala. Pod jedinicom edukativnog materijala podrazumevaju se lekcija, zadatak, pitanje višestrukog izbora, kviz, diskusiona grupa, studija slučaja. Pedagoški pristup kod kreiranja jedinice edukativnog materijala može znatno da poboljša kvalitet edukacije, ali i da uspori sam proces kreiranja. Jasno, kvalitet i brzina kreiranja sadržaja zavise od iskustva onoga ko kreira edukativni materijal.

Istorijat elektronskog učenja Razvoj elektronskog učenja zavisi od razvoja tehnologije. Možemo reći da se pretećom elektronskog učenja smatra učenje na daljinu. Prvobitno su se za učenje koristili štampani materijali, ali je razvoj tehnologije omogućio uvođenje novih medija kao što su slike, slajdovi, film. Popularnost ovakvom učenju donose elektronski mediji radio, televizija, sve do pojave interaktivnih računarskih tehnologija i dinamičkih Veb sajtova. Učenje na daljinu datira još od prve polovine devetnaestog veka. Smatra se da je prvi pionir bio Englez, Isak Pitman. Učitelj po obrazovanju, podučavao je stenografiju davne 1840. godine. Učenici su podučavani da prepisuju kratke pasuse iz Biblije, a materijal su vraćali na ocenjivanje poštom.

Ana Tiknor je godine 1873. osnovala u Bostonu udruženje kojim je želela da pomogne "učenje kod kuće" radi obrazovanja žena svih socijalnih nivoa. Za vreme svog postojanja udruženje je korespondiralo sa više od deset hiljada korisnika. Prvi dopisni kurs zvanično je počeo 1883. godine na Chautauqua koledžu u državi Njujork. Pensilvanijski državni univerzitet je 1898. godine uveo dopisni kurs iz poljoprivrede kao zvaničan akademski program.

U početku je učenje na daljinu bilo organizovano u vidu dopisnih kurseva. U Americi u ovom periodu je bio formiran i Nacionalni savet za učenje kod kuće. Obrazovna institucija je materijale za učenje dostavljala studentima poštom. Kompletna korespondencija između mentora i studenata odvijala se u pisanoj formi, razmenom klasične pošte. Ovakav vid učenja na daljinu egzistirao je sve do pojave nove tehnologije. Bio je to radio.

Novi medij je brzo našao mesto u dopisnim kursevima. Između 1918. i 1946. godine u Sjedinjenim Američkim Državama je savezna vlada dodelila 202 radio licence koledžima, univerzitetima i školama.

Godine 1926. je u Velikoj Britaniji pokrenut "bežični univerzitet" u organizaciji BBC radija. Radio je uveo novu mogućnost u sistem dopisnih kurseva. Predavanja (lekcije) su slušane putem radija. Prve radio stanice su omogućile dvosmernu komunikaciju između mentora i studenata. Koristio se civilni frekvencijski opseg. Dvosmerna veza putem radio stanice je u pojedinim zemljama, recimo Kanada, Australija, SAD, bila jedina opcija za obrazovanje.

Korišćenje radija je bio samo početak za uvođenje televizije u dopisne kurseve. Kasnih pedesetih godina prošlog veka sedamnaest dopisnih programa je koristilo je televiziju kao sredstvo u dopisnim kursevima. Godine 1961. pedeset tri stanice bile su učlanjene u Edukativnu nacionalnu mrežu SAD-a. Prvi televizijski obrazovni program bio je "Izlazak sunca" emitovan u Čikagu. Konceptcija programa bila je bazirana na statičnoj kameri koja je stajala u učionici i snimala predavača.

Kasne sedamdesete donele su televizijsku postprodukciju, pojavljuju se video snimači i video trake. Novi mediji omogućavaju da student dobija obrazovni materijal, odnosno lekcije na video traci. Ovo je bio važan korak za učenje na daljinu. Na Internacionalnoj konferenciji 1972. godine prvi put se pojavljuje

termin *učenje na daljinu*.

Krajem sedamdesetih i početkom osamdesetih godina pojavljuju se prvi personalni računari. Pojava CD-a je takođe dovela do napretka u razvoju učenja na daljinu. U drugoj polovini devedesetih godina prošlog veka dolazi do ekspanzije u razvoju informaciono - komunikacionih tehnologija, a rezultat je brz razvoj Interneta. Učenje na daljinu transformiše se iz papirne forme u elektronsku. Ova promena dovela je do novog naziva ovog vida učenja - *elektronsko učenje*. Lekcije se sada studentu šalju elektronskim putem. Studenti završene testove vraćaju mentorima elektronskom poštom.

U procesu elektronskog učenja i nastavnik i učenik imaju novu ulogu. Između ostalog, uloga nastavnika je: savetovanje, upućivanje, modeliranje, pomaganje, stvaranje stimulativnog okruženja, vaspitanje. Uloga učenika je: istraživanje, diskusija, posmatranje, korišćenje obrazovnih materijala, vizualizacija, kooperacija.

Elektronsko učenje donosi novi pristup učenju koji može biti nezavistan od vremena i prostora, novu ulogu i nastavnika i učenika, nove metode, alate i scenarije učenja, nove metode motivacije i provere znanja učenika.

Razmišljajući o elektronskom učenju naučnik Badrul H. Khan ² rekao je da je elektronsko učenje sinteza nekoliko činilaca: pedagogije, tehnologije, korisničkog interfejsa, vrednovanja, upravljanja, podrške, etike i institucija.

1. *Pedagoška dimenzija elektronskog učenja*: odnosi se na sam proces poučavanja i učenja. usmerena je na analizu sadržaja, analizu korisnika elektronskog učenja, analizu ciljeva, medija i načina oblikovanja nastavnih sadržaja, organizaciju i izbor metoda i strategija. Pod metodama i strategijama u okviru elektronskog učenja Khan podrazumeva: prezentaciju, demonstraciju, vežbanje i ponavljanje, tutorske sisteme, obrazovne igre, simulacije, diskusione grupe, različite načine interakcije, modeliranje, motivacija, saradnički rad....
2. *Tehnološka dimenzija elektronskog učenja*: podrazumeva tehnološke resurse neophodne za realizaciju elektronskog učenja kao što je infrastruktura, programska i tehnička podrška.
3. *Dizajn interfejsa za elektronsko učenje*: podrazumeva dizajn sadržaj, dizajn stranica sa nastavnim sadržajem, navigaciju.
4. *Vrednovanje elektronskog učenja*: podrazumeva vrednovanje učesnika elektronskog učenja, kako učenika, tako i nastavnika i okruženja za elektronsko učenje.
5. *Upravljanje*: podrazumeva organizaciju aktivnosti za održavanje okruženja za elektronsko učenje kao i distribuciju informacija neophodnih za uspešno elektronsko učenje.
6. *Podrška*: uključuje interaktivnu online podršku koja je u funkciji pomoći i stvaranja sigurnog i stimulativnog okruženja.

²Dr Badrul H. Khan je svetski renomirani govornik, autor, edukator i konsultant na polju e-učenja i obrazovne tehnologije. Profesor Kanu se pripisuje fraza "podučavanje putem Veba" i popularizacija ovog koncepta kroz njegovu veoma prodavanu knjigu koja je utrla put novoj oblasti elektronskog učenja.

7. *Etički aspekt elektronskog učenja*: odnosi se na društveni i politički uticaj, kulturne razlike, geografske razlike, razlike među učenicima, dostupnost informacijama, zakonska pitanja i pravila ponašanja.
8. *Dimenzija institucije*: uključuje administrativne poslove, akademske poslove kao i studentske servise.

Klasifikacija elektronskog učenja. Najčešći kriterijumi za klasifikaciju elektronskog učenja su tehnologije isporuke i komunikacija između nastavnika i učenika.

Prema tehnologijama isporuke elektronsko učenje se može klasifikovati na sledeće načine:

1. Multimedijani model
2. Telekomunikacioni model
3. Model fleksibilnog učenja
4. Model inteligentnog fleksibilnog učenja.

Takođe, u zavisnosti od toga da li se komunikacija između nastavnika i učenika odvija u realnom vremenu ili se ne odvija istovremeno, razlikujemo dva modela elektronskog učenja:

1. sinhrono
2. asinhrono.

Bez obzira da li je učenje na daljinu sinhrono ili asinhrono, ključ uspeha leži na sistemskom pristupu koji obezbeđuje uslove za njegov razvoj. Takođe, pedagoški aspekti tehnologije koja se koristi i interakcija između učenika i predavača su ključni. Vođenje nastave na daljinu je veoma odgovoran i zahtevan posao, uloga nastavnika nikada nije bila dinamičnija, ni složenija.

Elektronsko učenje donosi određene prednosti kako nastavnicima tako i učenicima:

1. Digitalni obrazovni resursi ili resursi elektronskog učenja omogućavaju učenicima individualni rad tj. učenici mogu napredovati u skladu sa svojim predznanjima i interesovanjima.
2. Elektronski nastavni resursi motivišu učenike, njihova interesovanja su veća.
3. Korespodencija putem elektronske pošte pozitivno se odražava na rečnik i pismenost, stil izražavanja učenika.

Elektronsko učenje donosi određene prednosti i nastavnicima:

1. Nastavna postignuća su veća upotrebom tehnologija elektronskog učenja, sadržaji mogu biti mnogo kreativniji.
2. Interaktivne tehnologije motivišu i nastavnike i učenike.
3. Individualne potrebe učenika se podržavaju.

4. Veliki izbor resursa omogućava odgovor na različite zahteve i potrebe.
5. Multimedijalni resursi omogućavaju nastavniku da bira različite metode poučavanja kao i mogućnost uvođenja novih.
6. Mogućnost evaluacije svakog učenika. U računarskim učionicama možemo izvoditi testiranje učenika primenom interaktivnih testova sa automatskom evaluacijom.

1.2.1 Primeri elektronskog učenja

Elektronsko učenje je oblast koja je kod nas relativno slabo razvijena. Postoje razni pokušaji da se određeni nastavni materijali učine dostupnim putem Interneta, međutim, nije svaki vid postavljanja nastavnog sadržaja na Internet elektronsko učenje. Ipak trebalo bi pohvaliti svaki vid modernizacije procesa nastave i svaki pokušaj uvođenja novih medija. Svakako, nije tačno da u Srbiji ne postoji elektronski vid učenja. Na Fakultetu organizacionih nauka u Beogradu organizovano je elektronsko učenje korišćenjem softvera *Moodle*. Na Matematičkom fakultetu u Beogradu napravljena je Elektronska zbirka zadataka iz analitičke geometrije za fakultet [13]. Takođe, napravljen je su i dve elektronske knjige iz nacrtne geometrije [1], čiji je autor Marko Ljucović i elektronska knjiga [9], čiji je autor Maja Đorđević.

Kolega Bojan Radusinović napravio je kolekciju 3d slika za osmi razred osnovne škole [10].

Određeni vid elektronskog učenja je i *Baza znanja* koju svake godine uvećava Zavod za unapređivanje obrazovanja i vaspitanja, raspisujući konkurs *Kreativni čas*.

Ono što bi trebalo istaći jeste postojanje velikog broja nastavnih sadržaja na Internetu na kojima rade kolege iz Hrvatske. Izdvojimo rad Šime Šujića koji je napravio bogatu kolekciju *Prilozi nastave matematike* i koja se može videti na adresi [14].

2

O tehnologijama za predstavljanje matematičkih dokumenata

2.1 pristupi za predstavljanje dokumenata

Prilikom pisanja ovog poglavlja korišćena je literatura [2] i [3].

U današnjem dobu računara, izdvajaju se dva paradigmatična pristupa za pripremu teksta — (i) WYSIWYG pristup i (ii) korišćenje jezika za obeležavanje. U nastavku će ukratko biti opisana oba pristupa. Naglasak će biti stavljen na eksplicitno obeležavanje teksta korišćenjem jezika za obeležavanja zbog mnogobrojnih prednosti koje ovaj pristup donosi.

2.1.1 WYSIWYG pristup

Alati zasnovani na WYSIWYG pristupu zahtevaju od korisnika da tekst uredi u obliku koji je spreman za konačno prikazivanje na ciljnom medijumu (npr. štampanje na papiru). Tekst se uređuje oslanjajući se direktno na njegovu grafičku prezentaciju, najčešće korišćenjem miša i sličnih elemenata grafičkog korisničkog okruženja. Tipični primeri ovakvih alata su alati za kancelarijsko poslovanje (npr. Microsoft Office, OpenOffice.org).

2.1.2 Eksplicitno obeležavanje teksta

Tehnika obeležavanja teksta seže još iz perioda pre postojanja računara, kada su ljudi pre štampanja teksta, ručno, na rukopisu označavali na koji način bi pojedini delovi trebalo da budu odštampani (npr. kojom vrstom i veličinom slova). Slična tehnika se koristi i danas, u eri računara, i tekst se dodatno obeležava informacijama koje ga opisuju.

Tehnika eksplicitnog obeležavanja strukture dokumenata olakšava njihovu automatsku obradu. Obeleženi dokumenti postaju uskladištene informacije koje je moguće automatski obrađivati korišćenjem raznovrsnim računarskih aplikacijama, ali i prikazivati u obliku pogodnom za čitanje od strane čoveka.

Ovaj pristup na svom značaju dobija kada se izvrši jasno i eksplicitno razdvajanje obelažavanja *logičke strukture* i obeležavanja *grafičke strukture* dokumenta. Logička struktura dokumenta podrazumava njegovu organizaciju

na manje jedinice (npr. poglavlja, sekcije, pasuse), kao i označavanje njegovih istaknutih delova (npr. primeri, citati, definicije i teoreme). Grafička struktura dokumenta podrazumeva definisanje njegove konačne vizuelne prezentacije. Na primer, ona određuje vrstu i veličinu slova kojima se određeni delovi teksta predstavljaju, prored koji se koristi, raspored delova dokumenta na papiru ili ekranu, boju delova dokumenta i slično. Razdvajanje logičke strukture dokumenata od njihove grafičke prezentacije daje mogućnost da se uz minimalan trud istim podacima pridruže sasvim različiti vizuelni prikazi.

Prilikom eksplicitnog obeležavanja teksta, koriste se jezici za obeležavanje teksta (eng. *markup languages*). To su veštački jezici u kojima se korišćenjem posebnih *anotacija* opisuje logička struktura teksta ili njegov grafički izgled. Razlikujemo *objektne jezike* koji definišu konkretne anotacije koje se mogu koristiti prilikom obeležavanja, kao i *meta jezike* koji služe za opis objektnih jezika.

2.2 Meta jezici za obeležavanje

Meta jezici su jezici koji pružaju formalni okvir u kome je moguće definisati različite konkretne objektne jezike za obeležavanje dokumenata. Meta jezici omogućuju definisanje elemenata kojima se vrši označavanje teksta i definisanje međusobnog odnosa takvih elemenata. Najpoznatiji meta jezici su *SGML* i *XML* i o njima će biti reči u nastavku.

2.2.1 SGML - *Standard Generalized Markup Language*

Standardni opšti jezik za obeležavanje (*Standard Generalized Markup Language*) je meta jezik za obeležavanje standardizovan od strane međunarodne organizacije za standarde (pod oznakom „ISO 8879:1986 SGML”). Jezik je razvijen za potrebe kreiranja mašinski čitljivih dokumenata u velikim projektima industrije, državne uprave, vojske itd. Osnovna motivacija prilikom standardizovanja ovog jezika je bila da se obezbedi trajnost dokumentima i njihova nezavisnost od aplikacija kojima su kreirani. Informacije skladištene u okviru SGML dokumenta postaju nezavisne od platforme tj. od softvera i hardvera. Pretečom jezika SGML smatra se jezik GML (Generalized Markup Language) nastao u kompaniji IBM 1960-tih. Jedna od značajnijih primena jezika SGML je bila izrada drugog, elektronskog, izdanja „Oksfordskog rečnika engleskog jezika (OED)”. Fragment ovog rečnika je prikazan na Slici 2.1.

Može se reći da je najznačajnija primena jezika SGML došla sa objektnim jezikom HTML čije su prve verzije definisane upravo u okviru jezika SGML. Jezik HTML služi za obeležavanje hipertekstualnih dokumenata i postao je standardni jezik za obeležavanje dokumenata na Vebu. Svaki jezik za obeležavanje koji je definisan u SGML-u naziva se i *SGML aplikacija*. Tako i za jezik HTML kažemo da je SGML aplikacija.

Osnovne konstrukcije SGML-a

Ovde će biti prikazano nekoliko primera SGML dokumenata i na njima opisano nekoliko osnovnih pojmova jezika SGML.

SGML se koristi da bi se obeležila struktura dokumenata određenog tipa. Tako, na primer, zbirka zadataka sadrži nekoliko zadataka, pri čemu su za



Slika 2.1: Fragment oksfordskog rečnika obeležen SMGL elementima.

svaki zadatak dati tekst i rešenje. SGML uvodi oznake kojima se obeležavaju elementi dokumenta.

```

<!DOCTYPE zbirka SYSTEM "zbirka.dtd">
<zbirka autor="Milena">
  <naslov>EZZIAG
  <zadatak>
    <tekst>Odrediti jednačinu...
    <resenje>Neka je...
  </zadatak>
  <zadatak>
    <tekst>Odrediti uslov...
    <resenje>Uočimo...
  </zadatak>
</zbirka>

```

Navedimo i primer jednog jednostavnog HTML dokumenta:

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/strict.dtd">
<html>
  <head>
    <title>Moj prvi HTML dokument</title>
  </head>
  <body>
    <p>Zdravo svete! 
    <p>Copyright (&copy;) Milena
  </body>
</html>

```

U oba primera, sadržaj dokumenta je obeležen oznakama koje određuju njegovu strukturu. Dokumenti se sastoje od međusobno ugnježđenih *elemenata*.

Za obeležavanje elemenata se koriste *tagovi* (*etikete*) oblika `<ime-elementa>` i `</ime-elementa>` (na primer `<zadatak>` i `</zadatak>` ili `<body>` i `</body>`). Elementi sadrže tekst, druge elemente ili kombinaciju i jednog i drugog. Elementi mogu biti dodatno okarakterisani *atributima* oblika `ime-atributa="vrednost-atributa"` (na primer `autor = "Milena"`). U okviru teksta mogu se pojaviti i *karakterski entiteti* oblika `&ime-entiteta;` (na primer `©`) koji označavaju određene karaktere.

Sadržaj i značenje elemenata nije propisano meta jezikom već svaki objektni jezik definisan u okviru SGML-a definiše sopstveni skup tagova koje koristi za obeležavanje i definiše njihovo značenje kao i moguće međusobne odnose. Svakom dokumentu, pridružen je njegov tip. Tip dokumenta određuje sintaksu dokumenta tj. određuje koji elementi, atributi i entiteti se mogu javiti u okviru dokumenta i kakav je njihov međusobni odnos. Posebni programi koje nazivamo *SGML parserima* ili *SGML validatorima* mogu da ispituju da li je dokument u skladu sa svojim tipom tj. da li zadovoljava sva sintakсна pravila propisana odgovarajućim tipom. Pripadnost određenom tipu dokumenta, izražava se deklaracijom `<!DOCTYPE>` koja se navodi na početku samog dokumenta. U okviru ove deklaracije, pored informacija o imenu tipa dokumenta, organizaciji koja ga je kreirala i slično, nalazi se obično uputnica na *definiciju tipa dokumenta* (eng. *Document type definition* — *DTD*).

U prvom primeru tip dokumenta je definisan datotekom `zbirka.dtd`, dok je u drugom primeru tip dokumenata definisan datotekom `http://www.w3.org/TR/html4/strict.dtd`. Oznaka `PUBLIC` u drugom primeru ukazuje na to da je tip dokumenta javan i dostupan. Ove datoteke definišu elemente od kojih se grade konkretni dokumenti. Tako, tip dokumenta zbirke uvodi elemente `zbirka`, `naslov`, `zadatak`, `tekst` i `rešenje` i zahteva da se zbirka sastoji od naslova i nekoliko zadataka, da se svaki zadatak sastoji od teksta i rešenja. Takođe, u okviru ove definicije tipa dokumenta, specifikovano je da zbirka ima atribut `autor` kao i šta sve može biti vrednost ovog atributa.

Dakle, korišćenje SGML-a podrazumeva kreiranje sopstvenih ili korišćenje javnih tipova dokumenata i obeležavanje dokumenata u skladu sa njihovim željenim tipom.

Elementi, etikete, atributi i entiteti

Elementi i etikete. Već smo spomenuli da su osnovna gradivna jedinica SGML dokumenata *elementi*. Ovde ćemo se malo detaljnije upoznati sa elementima i tagovima tj. etiketama. Elementi su obično označeni *etiketama* (eng. *tag*). Razlikuju se *otvarajući tagovi* (eng. *opening tag*) koje označavaju početak elementa i koji su oblika `<ime-elementa>` i *zatvarajući tagovi* (eng. *closing tag*) koji označavaju kraj elementa i koji su oblika `</ime-elementa>`. Elementi nisu isto što i tagovi. Element sačinjava početni tag, završni tag i sav sadržaj (tekst i drugi elementi) koji se nalaze između njih. Ime elementa se navodi i početnom i završnom tagu. Imena elemenata dozvoljeno je pisati i malim i velikim slovima i ne pravi se razlika između velikih i malih slova.

Na primer, element `ul` jezika (tipa dokumenta) `HTML`, služi da označi neku listu nabrojanih stavki, i u primeru koji sledi njegov sadržaj čine tri elementa `li`, čiji su sadržaji niske `Lista 1`, `Lista 2` i `Lista 3`:

```
<ul>
```

```
<li>Lista 1</li>
<li>Lista 2</li>
<li>Lista 3</li>
</ul>
```

Kod nekih SGML elemenata moguće je izostaviti završne tagove, dok je kod nekih čak moguće izostaviti i početne. Na primer, u jeziku HTML, elementi `p` služe da označe pasuse. Pasusi ne zahtevaju navođenje završnog taga `</p>`. Početak novog pasusa `<p>` implicitno označava kraj prethodnog, slično kao i oznaka kraja okružujućeg elementa `</body>`.

```
<body>
  <p>Zdravo svima!
  <p>Copyright (&copy;) Milena
</body>
```

Neki SGML elementi nemaju svoj sadržaj. Npr. HTML element koji označava prelazak u novi red `br`. Kod praznih elemenata najčešće je zabranjeno navoditi završni tag.

Svi elementi koji se mogu koristiti u okviru jednog dokumenta se navode u okviru DTD - a. Za svaki element se navodi da li je obavezno korišćenje etiketa i precizno se opisuje njegov dozvoljeni i nedozvoljeni sadržaj.

Atributi. Atributi sadrže dodatne informacije o SGML elementima. Atributi imaju svoj naziv i vrednost. Naziv atributa je razdvojen od vrednosti znakom jednakosti. Vrednost atributa mora biti navedena u okviru dvostrukih (") ili jednostrukih navodnika ('). U okviru dvostrukih navodnika moguće je korišćenje jednostrukih i obratno. Ponekad navodnici, kod vrednosti atributa, mogu biti izostavljeni. Atributi elementa se navode u okviru njegove početne etikete. Na primer, atribut `href` elementa `a` jezika HTML određuje određište hiperveze:

```
<a href="http://www.ats.edu.rs">Skola</a>
```

Imena atributa su nezavisna od veličine slova, dok vrednosti nekada zavise, a nekada ne zavise od veličine slova.

Entiteti. SGML daje mogućnost imenovanja delova sadržaja na portabilan način. Zamena entiteta se vrši kada se dokumenti analiziraju odgovarajućim parserom. Na primer, moguće je deklarirati entitet pod imenom `ezziag` koji se zamenjuje tekстом `Elektronska zbirka zadataka iz analitičke geometrije`, i zatim se u okviru ovog dokumenta na ime zbirke pozivati korišćenjem *reference na entitet*. Reference počinju sa znakom `&` i završavaju se sa `;` i moguće ih je navoditi u okviru teksta dokumenta. Tako, ako se negde u okviru dokumenta javi sadržaj:

Ovde se opisuje tehnologije kojima je pisana "&ezziag;".

ovim je u stvari kodiran tekst:

Ovde se opisuje tehnoligije kojima je pisana Elektronska zbirka

zadataka iz analitičke geometrije.

Takođe, moguće je koristiti i tzv. *parametarske entitete*. Reference na parametarske entitete počinju sa znakom % i završavaju se sa ;. Parametarski entiteti se mogu koristiti samo u okviru DTD dokumenta.

Na primer, u jeziku HTML:

- "<" označava karakter <.
- """ označava karakter " .
- "њ" i "њ" označavaju ćirilično malo slovo nj.

Komentari. U okviru SGML dokumenata moguće je navoditi i komentare, i to na sledeći način:

```
<!-- Ovo je jedan komentar -->
<!-- Ovo je komentar,
      koji ne staje u jedan red -->
```

Definicije tipa dokumenta (DTD) Svaki element i atribut u okviru neke SGML aplikacije se definiše u okviru definicije tipa dokumenta (DTD).

2.2.2 XML - *eXtensible Markup Language*

SGML je zamišljen kao izrazito opšti jezik koji omućava kodiranje veoma raznorodnih dokumenata. Formalizam DTD omogućava korisnicima da na jezgrovit način iskažu širok spektar sintaksnih pravila za određeni tip dokumenata. Kako bi ovo bilo moguće postići, SGML je dizajniran kao veoma kompleksan jezik sa mnoštvom različitih sintaksnih konstrukcija. Kako bi se autorima dokumenata pomoglo, dopušten je veliki broj višeznačnosti i proizvoljnosti (npr. mogućnost izostavljanja etiketa u okviru elemenata). Sa druge strane, sve ovo otežava rad sa SGML dokumentima i čini izradu alata koji obrađuju SGML dokumente veoma komplikovanim.

eXtensible Markup Language (skr. *XML*) je meta jezik za obeležavanje koji je nastao sredinom 1990-tih kao rezultat potrebe za postojanjem jezika za obeležavanje veoma sličnog jeziku SGML, a koji bi bio jednostavniji za parsiranje (rasčlanjavanje) i obradu. Ovaj jezik je iz SGML-a izbacio proizvoljnosti tako da se pisanjem dokumenata u ovom jeziku moraju poštovati mnogo striktnija pravila. Svaki ispravan XML dokument je ujedno i ispravan SGML dokument. Osnovni ciljevi koji su vodili dizajn jezika XML su:

- XML će biti korišćen na Internetu.
- XML će podržavati veliki broj aplikacija.
- XML će biti kompatibilan sa jezikom SGML.
- Biće jednostavno pisati programe koji procesiraju XML dokumente.
- XML neće sadržati opcione i proizvoljne delove.
- XML dokumenti moraju biti čitljivi i jasni za ljude.

- XML će biti brzo razvijen.
- Dizajn jezika XML će biti formalan i koncizan.
- XML dokumente će biti jednostavno kreirati.
- Jezgovitost u XML deklaracijama nije naročito značajna.

S obzirom na oštriju sintaksu XML dokumenata, XML je vremenom postao jezik za zapisivanje raznovrsnih struktuiranih i polustruktuiranih informacija i došlo je do razvoja specijalnih baza podataka koje su zasnovane na skladištenju informacija u XML dokumentima i korišćenju specijalizovanih jezika (na primer, XPath, XQuery) za pretraživanje.

Ispravnost dokumenata - dobro formirani i validni dokumenti.

Navedimo neka opšta sintaksna pravila koje uvodi XML, naglašavajući pri tom razlike između jezika SGML i XML:

- Svi elementi u jeziku XML moraju sadržati i početnu i završnu etiketu, što nije slučaj u jeziku SGML.
- U jeziku XML, ukoliko elementi nemaju sadržaj, umesto početne i završne etikete moguće je koristiti specijalnu vrstu etiketa kojima se obeležavaju prazni elementi. Na primer, umesto `<br></br>`, moguće je pisati `<br />`. U jeziku SGML prazni elementi često ne smeju imati završnu etiketu.
- XML razlikuje velika i mala slova i imena XML elemenata se obično pišu malim slovom, dok SGML nije osetljiv na veličinu slova.
- Isto kao u jeziku SGML, i u jeziku XML etikete moraju biti zatvarane u obratnom redosledu od otvaranja. Svi elementi moraju biti dobro ugnježđeni i nije dozvoljeno njihovo preplitanje. Na primer, nije dopušteno pisati:

```
<b><i>Tekst</b></i>
```

- Svaki XML dokument mora imati sadržaj napisan u okviru jednog elementa elementa koji se nalazi na najvišem nivou i koji se naziva *koreni element* (eng. *root element*). Na primer, u okviru svakog HTML dokumenta, ceo sadržaj se nalazi u okviru elementa `html`:

```
<html>
  Neki sadraj....
</html>.
```

SGML dokumente nije neophodno pisati u okviru jednog elementa koji se nalazi na najvišem nivou.

- U jeziku XML, nije dozvoljeno izostavljanje vrednosti atributa, kao ni izostavljanje navodnika prilikom navođenja vrednosti atributa, što je dozvoljeno u jeziku SGML.

- U okviru XML dokumenta (isto kao i u okviru SGML dokumenta) karakteri `<` i `&` imaju specijalno značenje i nije ih dozvoljeno koristiti osim za označavanje etiketa i referenci entiteta. Umesto njih potrebno je koristiti reference entiteta `<` i `&`. Karakteri `>`, `"` i `'` nisu zabranjeni, ali je umesto njih preporučljivo koristiti `>`, `"` i `'`. Ovo su jedini predefinisani entiteti jezika XML.

S obzirom na kompleksnost i striktnost opšte sintakse koju svaki XML dokument mora da zadovolji, dokumenti koji poštuju ove sintaksne zahteve smatraju se ispravnim (u slabom smislu te reči) i za njih se kaže da su *dobro formirani*.

Na primer, dokument narednog sadržaja se može smatrati ispravnim HTML 4.01 dokumentom jer poštuje sva pravila sintakse jezika SGML (u kome je jezik HTML 4.01 definisan).

```
<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/strict.dtd">
<HTML>
  <HEAD>
    <title>Moj prvi HTML dokument</title>
  </HEAD>
  <BODY>
    <p>Zdravo svete! <img src=zdravo.gif alt=zdravo>
    <p>Copyright (&copy;) Milena
  </body>
</html>
```

Ipak, dokument prethodnog sadržaja se ne može smatrati dobro formiranim XML dokumentom jer narušava mnoga opšta pravila sintakse jezika XML. Na primer, nedostaju završne etikete elemenata `<p>` i `<img>` i mešana su velika i mala slova.

Naredni sadržaj predstavlja dobro formirani dokument koji odgovara prethodnom, a koji je opisan u jeziku XHTML (definisanom u okviru jezika XML):

```
<?xml version="1.0" encoding="utf-8" ?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Strict//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-strict.dtd">
<html>
  <head>
    <title>Moj prvi HTML dokument</title>
  </head>
  <body>
    <p>Zdravo svete!  </p>
    <p>Copyright (&copy;) Milena</p>
  </body>
</html>
```

Pored ovih opštih pravila, isto kao i u jeziku SGML, svakom pojedinačnom tipu dokumenta je pridružena njegova specifična sintaksa kojom su propisani elementi, atributi i entiteti od kojih se dokument sastoji. Jezik XML zadržava koncept *definicije tipa dokumenta (DTD)* za specifikovanje tipova dokumenta, ali uvodi i alternativni način da se ovo uradi korišćenjem *XML*

sheme (eng. *XML schema*). Dokumenti koji su dobro formirani i koji dodatno poštuju sva sintakсна pravila svog tipa dokumenta smatraju se ispravnim (u jakom smislu te reči) i za njih se kaže da su *validni* (eng. *valid*).

Primer ispravne stranice opisane u jeziku HTML 4.01 koji definisan u okviru SGML:

```
<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/strict.dtd">
<HTML>
  <HEAD>
    <title>Primer validnog dokumenta</title>
  </HEAD>
  <BODY>
    <p>Evo dobro napisanog dokumenta!
    <img src=dokument.gif alt="Validan dokument">
    <p>Copyright (&copy;) Milena
  </body>
</html>
```

Primer ispravne stranice opisane u jeziku XHTML koji je definisan u okviru jezika XML:

```
<?xml version="1.0" encoding="utf-8" ?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Strict//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-strict.dtd">
<html>
  <head>
    <title>Primer ispravne stranice</title>
  </head>
  <body>
    <p>Zdravo svete!  </p>
    <p>Copyright (&copy;) Milena</p>
  </body>
</html>
```

2.3 HTML - Hyper Text Markup Language

2.3.1 Istorijat HTML-a

Autor HTML-a je fizičar Tim Berners-Li ¹ iz CERN-a (Centar za visokoenergetsku fiziku, Švajcarska). Jezik je počeo da se razvija 1989. godine na osnovama SGML-a, budući da se do tada u CERN-u već koristio SGML.

¹Tim Berners Li rođen je 8. juna 1955. godine u Londonu. Smatra se izumiteljem World Wide Web-a (www), takođe je osnivač i jedan je od čelnika World Wide Web Consortium-a.

Krajem 1980-ih, tokom svojih studija na univerzitetu CERN, Ženeva u Švajcarskoj, Tim Berners-Lee je kombinovanjem različitih tehnika usavršio ovo što danas zovemo World Wide Web, sistem koji omogućava linkovanje, pregledanje i sortiranje svih mogućih informacija preko kompjutera povezanih telefonskom mrežom. Zbog toga, on se danas naziva ocem Interneta.

Za svoje zasluge, ovaj Britanac koji sada živi u SAD-u, odlikovan je i nagrađen plemićkom titulom od strane britanske kraljevske kuće.

Namera mu je bila da se obezbedi medijum koji će omogućiti naučnicima da publikuju i pretražuju 24 časa na dan. Ključne ideje koje Berners-Li koristi su da se dokumenti razmenjuju putem Interneta i da se dokumenti predstavljaju kao hipertekst, tj. tekst koji sadrži veze (uputnice, linkove) ka drugim dokumentima i koji omogućava izuzetno jednostavnu navigaciju između velikog broja dokumenata. Ovim se značajno povećava dostupnost informacija. Godine 1990. Berners-Li sa nekolicinom svojih kolega predlaže postojeću infrastrukturu Interneta kao platformu za razmenu ovih dokumenata i kreira prototip klijentskog i serverskog softvera i definiše prvu verziju HTTP protokola za njihovu komunikaciju. Iako je ovaj predlog bio odbijen od starne CERN-a, ovo se smatra početkom Veba

Rad na HTML-u se nastavlja i 1993. godine i tada je objavljena prava formalna HTML specifikacija. Popularnost Veba i HTML-a se nastavlja i tokom 1990. godine i tada velike softverske kompanije proizvode svoje brauzere (Microsoft Internet Explorer i Netscape Navigator). Kako tehnologija prikaza sve više napreduje i kako su grafička korisnička okruženja sve rasprostranjenija autori teže kreiranju dokumenata sa bogatim elementima grafičke prezentacije i pod tim pritiskom proizvođači brauzera proširuju ad hoc smišljenim elementima HTML. Ovi elementi služe isključivo za definisanje vizuelne prezentacije i prilično opterećuju logičku strukturu. Počinje velika tržišna utrka koja vodi do naglog i nekontrolisanog razvoja HTML-a i to van uticaja zvaničnih standardizovanih institucija. U cilju kanalsanja daljeg razvoja Veb-a i koordinisanja neprofitnih proizvođača softvera, 1994. godine Tim Berners-Li formira neprofitnu organizaciju World Wide Web Consortium (W3C) koja okuplja nekoliko stotina, pre svega akademskih, stručnjaka, i koja preuzima kontrolu nad Veb tehnologijama. Danas se W3C smatra jedinim relevantnim telom za razvoj Veb-a, a njihove preporuke se smatraju standardima.

2.3.2 Verzije jezika

Kvalitetni dokumenti se mogu kreirati isključivo ukoliko se autori pridržavaju standarda. Autori bi sve vreme trebalo da imaju na umu da će njihovi dokumenti biti tumačeni korišćenjem različitih alata u različitim okruženjima i na različitim uređajima. Zato, kontrolu napisanog dokumenta ne bi trebalo vršiti samo na proverenom i omiljenom brauzeru već se preporučuje da se za svaki napisani dokument proveri saglasnost sa standardom putem validacije.

Standardi. U ovom trenutku su aktuelna dva HTML standarda. Standard HTML 4.01 i predstavlja definiciju tekuće verzije jezika HTML u SGML okviru. Standard je usvojen 1999. godine kao W3C preporuka, a 2000. godine biva usvojen i kao ISO standard. Budući da jezik XML ima svoje prednosti nad jezikom SGML, godine 1999. se pojavljuje jezik XHTML 1.0 koji predstavlja reformulaciju jezika HTML 4.01 kao XML aplikacije. Izuzev opštih sintaksnih razlika koje potiču iz odnosa jezika SGML i XML, nema značajnijih razlika između jezika HTML 4.01 i jezika XHTML 1.0.

Veliki broj novih jezika za obeležavanje se definišu kao XML aplikacije (npr. MathML, SVG, SMIL, itd.). Kako bi se sadržaji opisani u ovim jezicima mogli uključiti u HTML dokumente neophodno je da HTML dokumenti budu opisani u okviru XML-a. Trebalo bi naglasiti da nisu svi brauzeri, pogotovo oni stariji, u stanju da obrađuju XML.

Tipovi dokumenata. Pomenuto je već kako je sredinom 1990. godine pod pritiskom tržišta industrija softvera je jezik HTML proširila nizom elemenata koji isključivo služe za definisanje grafičke prezentacije dokumenata. Međutim, od verzije HTML 4.0 rešeno je da se pokuša sa ispravljanjem ovako loših rešenja i uvedeno je potpuno razdvajanje opisa logičke strukture i vizuelne prezentacije dokumenta.

Za opis prezentacije dokumenta koriste se stilski listovi (eng. style-sheets) tj. uveden je zaseban jezik CSS. Odlučeno je da se elementi i atributi koji se odnose na opis prezentacije dokumenta uklone iz jezika HTML. Međutim kako veliki broj već postojećih dokumenata koriste ove elemente odlučeno je da se ovo izbacivanje radi postepeno. Za početak ovi elementi su proglašeni zastarelim. Uvedena su dva različita tipa dokumenata (DTD): striktni (eng. strict) i prelazni (eng. transitional). Striktni dokumenti poštuju mnogo strožija pravila i ne dozvoljavaju mogućnost korišćenja spornih elemenata. Prelazni tip dokumenta formulisan je tako da su pravila znatno blaža i dokumenti mogu i dalje da drže sporne elemente.

2.3.3 Osnovna struktura HTML dokumenta

Započnimo pregled XHTML-a minimalnim primerom ispravnog dokumenta.

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Strict//EN"
  "http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-strict.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" xml:lang="sr" lang="sr">
  <head>
    <title>Prvi primer</title>
  </head>
  <body>
    <p>Dobrodoli na stranicu nae zbirke
      <a href="http://www.ats.edu.rs/~milena/ezziag/">EZZIAG</a>.
    </p>
  </body>
</html>
```

Prvi red sadrži XML deklaraciju. S obzirom da ona nije obavezna, a u skladu sa savetima za kompatibilnost sa starijim verzijama HTML-a, preporučuje se njeno izostavljanje. Nakon ovoga, naveden je DTD i nakon toga element koreni html. Svaki HTML dokument se sastoji iz dva dela: zaglavlja (eng. header) i tela (eng. body). Tako element html mora da sadrži obavezno elemente head i body.

Atributi elementa html mogu da budu samo oni koji se odnose na internacionalizaciju (lang, xml:lang i dir), jedinstveni identifikator id.

Generički atributi Neki atributi mogu da budu pridruženi velikom spektru elemenata.

id - dodeljuje jedinstveneno ime elementu. Ovo ime bi trebalo da bude jedinstveno na nivou celog dokumenta. U narednom primeru, dva pasusa imaju jedinstvene identifikatore:

```
<p id="milenin_pasus">Ovo je moj pasus.</p>
<p id="anin_pasus">Ovo je Anin pasus.</p>
```

Identifikatori elemenata se koriste: kao selektori prilikom korišćenja CSS-a, preko kojih je moguće dodeliti poseban izgled ovom specifičnom elementu, kao dolazna sidra u okviru veza. Na primer:

```
<a href='strana.html#milenin_pasus'>Moj pasus</a>
```

Takođe identifikatori elemenata se mogu koristiti kao način da se iz nekog skripta pristupi ovom elementu. Naredni JavaScript kod sakriva nečiji pasus :

```
document.getElementById('neciji-pasus').style='display : none'
```

class - dodeljuje jednu ili više klasa dokumentu. U slučaju da se kroz ovaj atribut navodi više klasa, one se razdvajaju razmacima. Više različitih elemenata u okviru istog dokumenta mogu da pripadaju istoj klasi. Korisnik je taj koji definiše klasu. U narednom primeru, pasusu je dodeljena klasa siva.

```
<p class='siva'>Ovo je sivi pasus.</p>
```

Klase se obično koriste na sledeće načine: kao selektori prilikom korišćenja CSS-a. Na ovaj način je moguće dodeliti poseban grafički izgled grupi elemenata grupisanih u istu klasu. Tako je npr. moguće je postaviti crvena boju svim elementima u dokumentu koje pripadaju klasi siva.

```
siva {color: red}.
```

style - dodeljuje informacije o grafičkom izgledu (tj. stilu) elementa. Ove informacije se navode u podrazumevanom jeziku stilskih listova, a to je obično CSS. Na primer, u sledećem pasusu se postavlja boja teksta na crvenu:

```
<p style="color: red">Neki tekst, tra - la - la...</p>
```

Teško je modifikovati, održavati dokument kod koga su informacije o grafičkom izgledu date u okviru atributa **style**, isprepletane samim sadržajem dokumenta. Zato se ne preporučuje često korišćenje style atributa. Umesto toga, poželjno je elemente obeležiti identifikatorima ili klasama a informacije o grafičkom izgledu postavljati u zasebnim sekcijama ili zasebnim spoljašnjim dokumentim

title - za razliku od elementa title kojim se zadaje naslov celog dokumenta, atribut title daje dodatne informacije o elementu u okviru koga je postavljen. Npr. narednoj vezi je dat naslov:

```
<a href="ezziag.html"
  title="Stranica elektronske zbirke zadataka">EZZIAG</a>
```

Brauzeri obično ove informacije ili ignorišu ili ih prikazuju kao oblačiće kada se mišem dođe do elementa sa naslovom. Postoje takođe i atributi: **lang**, koji označava jezik na kome je napisan sadržaj elementa, **dir**, koji označava smer ispisa teksta (ltr s leva na desno ili rtl s desna na levo). Koristi se uglavnom kod jezika koji se pišu s desna na levo (npr. hebrejski, arapski, ...).

Zaglavlje dokumenta. Zaglavlje HTML dokumenta predstavljeno je elementom head. U okviru zaglavlja, navode se informacije o dokumentu, kao što su naslov, ključne reči, ime autora itd. Ove informacije mogu biti korisne pretraživačkim mašinama i drugom softveru koji se bavi obradom i arhiviranjem dokumenata. Brauzeri obično ne prikazuju direktno sadržaj zaglavlja, ali koriste ovaj sadržaj posredno i informacije navedene u zaglavlju ponekad diktiraju način prikazivanja tela dokumenta. Sadržaj zaglavlja je tačno jednom naveden element title, opciono naveden element base, proizvoljno kombinovani sa elementima script, style, meta, link i object.

U nastavku će detaljno biti opisani elementi koji se navode u okviru zaglavlja.

title - Element title se koristi za navođenje naslova dokumenta. Naslov je obavezan deo zaglavlja. Autori bi trebalo da koriste element title kako bi čitaoci na osnovu njega mogli da identifikuju potencijalni sadržaj dokumenta. Npr. umesto kratkog i neinformativnog naslova Zbirka, bolje je koristiti informativniji naslov Elektronska zbirka zadataka iz analitičke geometrije.

meta - Metainformacije su informacije o samom dokumentu (i ne smatraju se delom samog dokumenta). Ove informacije mogu da uključe informacije o autoru, datumu i načinu kreiranja dokumenta i slično. U okviru samog dokumenta, metainformacije se navode korišćenjem meta elementa.

style - Element style, koji se navodi u zaglavlju dokumenta, služi da uključi informacije u grafičkom izgledu (tj. o vizuelnoj prezentaciji) dokumenta.

link - HTML dokumenti su retko zasebni i obično su deo većih kolekcija dokumenata (npr. svako poglavlje neke elektronske zbirke se nalazi u okviru zasebne HTML stranice). Element link se koristi da se u zaglavlju pojedinačnog dokumenta opiše njegov odnos sa drugim dokumentima i time na neki način cela kolekcija dokumenata poveže u jedinstvenu celinu. Ove informacije koriste uglavnom pretraživačke mašine, ali ih mogu koristiti i brauzeri.

Telo dokumenta. Telo dokumenta predstavlja sadržaj dokumenta koji različiti brauzeri mogu predstaviti na različite načine. Pregledači Veba prikazuju telo u centralnom prozoru ekrana, ispisujući tekst, iscrtavajući slike, prikazujući veze i slično. Brauzeri za osobe sa oštećenim vidom izgovaraju korisnicima sadržaj tela dokumenta. Telo dokumenta je predstavljeno elementom body.

Blok i linijski elementi. U okvir tela dokumenta, moguće je postaviti veliki broj različitih HTML elemenata. Elemente možemo podeliti na elemente nivoa bloka (eng. block level elements) i na linijske elemente (eng. inline elements). Razlika između ove dve vrste elemenata se primećuje u nekoliko aspekata:

- Blok elemenati mogu da sadrže druge blok elemente, tekst i linijske elemente, dok linijski elementi mogu da sadrže samo tekst i linijske elemente. Blok elementi, dakle označavaju veće strukture.
- Blok elementi se prilikom prikazivanja formatiraju drugačije od linijskih. Blok elementi obično automatski započinju nov red i prostiru se od početka do kraja širine prozora. Linijski elementi ne započinju nove redove (već su umetnuti u tekući red) i ne šire se do kraja prozora.

Elementi za grupisanje. Jezik HTML definiše dva elementa kojima se ne pridaje nikakva istaknuta semantika već isključivo služe za grupisanje drugih elemenata i predstavljaju generički mehanizam za nametanje strukture dokumentima. Ovo su element span koji je linijski element i element div koji je element nivoa bloka. Ovi elementi mogu da imaju isključivo generičke atribute.

Korišćenje elemenata za grupisanje obično ide uz korišćenje atributa id i class i korišćenje CSS-a za opis grafičke prezentacije. Element div, uz mogućnost njegovog pozicioniranja kroz CSS, postaje veoma korišćen u savremenom Veb

dizajnu za određivanje i opisivanje strukture Veb stranice i sve više zamenjuje tabele koje su se nekada koristile za to.

Naglasimo još, da je u slučaju da postoji odgovaraju i element sa specifičnom semantikom, uvek poželjnije koristiti njega nego generički element za grupisanje. Npr. HTML definiše element `address` za predstavljanje adresa i njega je uvek poželjnije koristiti nego npr. `<div class='address'>`.

Naslovi. Naslovi obično ukratko opisuju temu poglavlja koje sledi. Korisnički agenti mogu iskoristiti informacije date kroz naslove, na primer, za automatsko generisanje sadržaja dokumenta. Postoji šest nivoa naslova pri čemu element `h1` označava naslove najvišeg nivoa, dok `h6` označava naslove najnižeg nivoa. Naslovi su blok elementi i obično se prikazuju centrirano, većm simbolima od ostatka teksta. Obično veličina teksta opada sa snižavanjem nivoa naslova.

2.3.4 Tekst.

Osnovni gradivni element svih dokumenata je tekst. Iako tekst ne može da bude direktno deo tela HTML dokumenta (podsetimo se, telo mora da se sastoji od niza elemenata nivoa bloka), on može biti sadržaj većine kako linijskih, tako i blok elemenata.

Beline, formatiranje teksta i preformatirani tekst. HTML dopušta korišćenje belina (eng. white space characters) prilikom kreiranja dokumenata.

Pod belinama se standardno podrazumevaju razmaci, tabulatori, i prelasci u novi red. Međutim, uobičajeno ponašanje korisničkih agenata je da u većni slučajeva ignoriše beline prilikom prikazivanja teksta. Naime, beline se koriste kako bi se odredile granice reči, a reči se raspoređuju i prikazuju korišćenjem za to specijalizovanih algoritama. Ovo znači da raspored teksta u izvornom kodu HTML dokumenta ne će direktno uticati na raspored prilikom prikazivanja.

U nekim slučajevima, ipak, poželjno je da se očuva i korisnicima prikaže tačan raspored teksta i belina (eng. indentation) iz izvornog HTML koda (na primer, želi se prikazati neki programski kod). Kako bi se ovo postiglo, HTML uvodi poseban element `pre`. Element `pre` je element nivoa bloka, a njegov sadržaj može sačinjavati tekst i linijski elementi, osim elemenata `img`, `object`, `big`, `small`, `sub` i `sup`.

Pasusi i linije. Prilikom kreiranja dokumenata autori obično svoje misli grupišu u pasuse (eng. paragraph). Jezik HTML definiše element `p` kojim se predstavljaju pasusi. Pasusi su elementi nivoa bloka koji mogu da sadrže isključivo tekst i linijske elemente. Pasusi ne mogu da imaju druge attribute osim generičkih. Napomenimo da su ranije verzije definisale attribute poput npr. `align` za način poravnavanja teksta, ali se ovo smatra zastarelim i preporučuje se upotreba CSS-a. Raspored reči i linija u okviru pasusa obično određuju korisnički agenti. Ipak, ukoliko korisnik na nekom mestu želi da eksplicitno označi prelazak u novu liniju, ovo može da uradi korišćenjem elementa `br`. Element `br` je praznog sadržaja, tako da se u okviru XHTML obično navodi kao `<br />` i od atributa može da sadrži samo generičke attribute `id`, `class`, `title` i `style`.

Oznake strukture delova deksta. Naredni elementi koji se u HTML standardima nazivaju elementi fraza (eng. phrase elements) služe da naglase vrstu i prirodu određenih delova i fraza u tekstu. Navedimo neke primere: `em` - označava istaknut tekst, `strong` - označava naročito istaknut tekst, `dfn` - označava definicije nekog termina (koji je sadržan u okviru samog elementa), itd.

Često je u okviru dokumenata potrebno citirati određeni tekst. U tu svrhu, HTML uvodi elemente `blockquote`, koji služi za citiranje većih delova teksta i `q`, koji služi za navođenje kraćih citata.

Oznake stila slova. Za razliku od ranije navedenih elemenata fraza koji služe da označe logičku strukturu teksta i ulogu neke fraze u okviru dokumenta, naredni elementi služe da se direktno odredi grafička prezentacija nekih delova teksta. Iako ovi elementi nisu još zvanično dobili status zastarelih elemenata (eng. deprecated), njihova intenzivna upotreba se ne preporučuje.

Svi ovi elementi su linijski elementi i samim tim mogu da sadrže isključivo tekst i druge linijske elemente. Osim generičkih atributa, ne mogu da sadrže druge atribute.

2.3.5 Liste

Liste se u dokumentima koriste kada treba da se izrazi neko nabrojanje stavki. Jezik HTML podržava tri tipa lista:

- **Nenumerisane liste** (eng. unordered lists), predstavljene elementom `ul`,
- **Numerisane liste** (eng. ordered lists), predstavljene elementom `ol`,
- **Definicione liste** (eng. definition lists), predstavljene elementom `dl`.

Nenumerisana lista Kod kojim se opisuje nenumerisana lista je sledeći:

```
<ul>
<li>Odrediti koordinate ortocentra</li>
<li>Odrediti koordinate centra opisane kružnice</li>
<li>Odrediti koordinate centra upisane kružnice</li>
</ul>
```

Nenumerisana lista izgleda ovako:

- Odrediti koordinate ortocentra
- Odrediti koordinate centra opisane kružnice
- Odrediti koordinate centra upisane kružnice

Numerisana lista Kod kojim se opisuje numerisana lista je sledeći:

```
<ol>
<ol>Odrediti koordinate ortocentra</ol>
<ol>Odrediti koordinate centra opisane kružnice</ol>
<ol>Odrediti koordinate centra upisane kružnice</ol>
</ol>
```

Numerisana lista izgleda ovako:

1. Odrediti koordinate ortocentra
2. Odrediti koordinate centra opisane kružnice
3. Odrediti koordinate centra upisane kružnice

Veze. Ono što jezik HTML razlikuje od ostalih jezika za kreiranje strukturiranih dokumenata i pripremu dokumenata za štampu je mogućnost kreiranja veza, tj. kreiranja hipertekstualnih dokumenata. Veze (eng. links) povezuju dva resursa na Vebu. Krajevi veza se ponekad nazivaju sidra (eng. anchors) pri čemu se razlikuju polazna i dolazna sidra. Veza kreće od polaznog sidra (obično istaknutu frazu u okviru HTML dokumenta) i ukazuje ka dolaznom sidru (koje može biti drugi HTML dokument, slika, video isečak, itd). Sidra se kreiraju elementom **a**. Najčešći oblik korišćenja elementa **a** je uz navođenje samo atributa **href** čime se omogućava kreiranje veze ka drugom resursu na Vebu. Na primer:

```
<p>Primer veze: <a href="http://www.ats.edu.rs">Ats</a></p>
```

Ovim se kreira veza ka dokumentu na adresi *http://www.ats.edu.rs* pri čemu se u polaznom dokumentu kreira aktivno sidro koje prikazuje tekst *Ats*.

Ukoliko korisnik aktivira sidro (najčešće klikanjem mišem), brauzer učitava stranu sa adrese *http://www.ats.edu.rs*. Često se uz samu vezu navodi i atribut **title** koji imenuje objekat na koji se ukazuje i koji brauzeri obično prikazuju u okviru oblačića koji iskače kada se mišem pređe preko sidra.

Uključivanje slika korišćenjem **img elementa.** Za uključivanje slika u dokumente moguće je koristiti i specifični **img** element. Sadržaj elementa **img** mora biti prazan. Obavezni atributi prilikom korišćenja ovog elementa su: **src** - adresa slike. Adresa se zadaje bilo apsolutno, bilo relativno.

alt - alternativni tekst. Ovaj atribut je značajan u slučaju da korisnički agent iz nekog razloga nije u stanju da prikaže sliku. U tom slučaju, korisniku se prikazuje ovde naveden tekst. Sličnu ulogu ima i generički **title** atribut tako da je poželjno i njega navoditi. Na primer:

```
<p>

Jedna moja slika.
</p>
```

Osim navedenih, element **img** može da sadrži i sledeće attribute:

longdesc - duži opis slike. Ovaj opis brauzeri obično ne prikazuju eksplicitno.

width, height - širina i visina slike (najčešće u pikselima ili procentima elementa koji sadrži sliku. Ukoliko su vrednosti ovako navedene različite od prirodne dimenzije slike brauzeri proširuju ili sakupljaju sliku.

2.3.6 Tabele

HTML tabele omogućavaju grupisanje podataka u vrste i kolone ćelija. Tabela može se pridružiti naslov (korišćenjem elementa `caption`) kojim se ukratko opisuje svrha tabele. Takođe, moguće je zadati i duži opis tabele (korišćenjem atributa `summary`). Vrste tabele se mogu grupisati u zaglavlje (eng. header) tabele, podnožje, tabele i sekcije u telu tabele (korišćenjem `thead`, `tfoot` i `tbody` elemenata). Brauzeri koriste ovakvo grupisanje vrsta tabele na različite načine.

Takođe, moguće je grupisati i kolone tabele (korišćenjem `colgroup` i `col` elemenata). Svim kolonama u okviru grupe je moguće istovremeno menjati osobine.

Ćelije tabele su ili naslovne ćelije (označene elementom `th`) ili ćelije koje sadrže obične podatke (označene elementom `td`). Ćelije mogu da se prostiru i kroz više vrsta i/ili kolona. Svakoj ćeliji sa podacima je moguće pridružiti informaciju o tome koja naslovna ćelija odgovara tim podacima čime se omogućuje da specifični korisnički agenti (npr. audio agenti za slabovide, brauzeri za male ekrane) na odgovarajući način prikažu podatke.

Tabele su često korišćene za raspoređivanje sadržaja na stranici (eng. layout). U novije vreme preporučuje se raspoređivanje sadržaja korišćenjem stilskih listova (CSS). Opišimo sada detaljno elemente koji se koriste za opis tabele. Opis cele tabele je predstavljen elementom **table**.

Sadržaj elementa `table` čine redom opcioni element `caption` koji predstavlja opis tabele, opcioni niz elemenata `col` ili opcioni niz elemenata `colgroup` kojim se opisuje grupisanje kolona, opcioni elementi `thead` i `tfoot` kojima se opisuju zaglavlje i podnožje tabele, neprazan niz `tbody` elemenata ili neprazan niz `tr` elemenata kojima se opisuju telo tabele, odnosno vrste koje sačinjavaju telo tabele. Osim generičkih, element `table` može imati i sledeće atribute: **summary** - duži opis tabele. Moguće je koristiti i atribut za opis vizuelne prezentacije tabele. Alternativni, preporučeni način da se opiše vizuelna prezentacija tabele je korišćenje stilskih listova (CSS). **width** - širina tabele.

cellpadding - margine sadržaja ćelije, tj. prostor (u pikselima) između okvira ćelije i njenog sadržaja.

cellspacing - razmak između susednih ćelija. Pored ovih, narednim atributima je moguće opisati okvir tabele: **border** - širina okvira u pikselima.

frame - određuje se koje stranice spoljašnjeg pravougaonog okvira koji uokviruje tabelu će biti prikazane.

none: linije mreže ne će biti prikazane

groups: linije će biti prikazane samo između grupa, kolona (opisanih kroz `colgroup` i `col`) i grupa vrsta (opisanih kroz `thead`, `tfoot` i `tbody`),

rows: linije će biti prikazane samo između vrsta tabele

cols: linije će biti prikazane samo između kolona tabele

all: linije će biti prikazane između svih vrsta i kolona

Naslov tabele. Naslov tabele se zadaje elementom **caption**, čiji sadržaj čine isključivo linijski elementi, a koji ne može da ima drugih atributa osim generičkih.

Najviše jedan element `caption` se može navesti isključivo neposredno nakon etikete `<table>`.

Vrste i ćelije tabele. Vrste tabele se opisuju elementom **tr**. Sadržaj ovog elementa je neprazan niz ćelija tabele (opisanih kroz elemente **th** ili **td**). Element **tr** može imati samo generičke atribute ili atribute za poravnavanje sadržaja ćelija koje sadrži.

Sadržaj ćelija može biti bilo kakav niz blok ili linijskih elemenata. Osim generičkih atributa i već opisanih atributa za poravnavanje sadržaja, ćelije tabele mogu da budu okarakterisane i sledećim atributima.

rowspan, colspan - ovim atributima se definiše da ćelija treba da se prostire kroz više vrsta i/ili kolona. Na primer:

```
<table width="100" border="1">
<tr> <td rowspan="2">A</td> <td colspan="2">B</td> </tr>
<tr> <td>C</td> <td rowspan="2">D</td> </tr>
<tr> <td colspan="2">E</td> </tr>
</table>
```

Pored ovih moguće je navesti i naredne, ređe korišćene atribute. **headers, scope** - logički povezuju ćelije sa podacima i njima odgovarajuće naslovne ćelije. Ovakve veze se obično koriste u slučaju specijalizovanih korisničkih agenata. Na primer, audio agenti prilikom čitanja sadržaja ćelije obično čitaju i odgovarajuću naslovnu ćeliju. Atribut **headers** se navodi u okviru običnih ćelija i sadrži listu jedinstvenih identifikatora (id) njoj odgovarajućih naslovnih ćelija. Atribut **scope** se navodi u okviru naslovnih ćelija i opisuje na koje ćelije se ta naslovna ćelija odnosi. Dopuštene vrednosti su:

- row:** naslovna ćelija za ostatak vrste
- col:** naslovna ćelija za ostatak kolone
- rowgroup:** naslovna ćelija za ostatak grupe vrsta
- colgroup:** naslovna ćelija za ostatak grupe kolona.

2.3.7 CSS - Cascading Style Sheets

HTML je u početku bio napravljen tako da bude jezik za označavanje strukture dokumenta a ne način da se opiše dizajn jedne Veb stranice. Ovakvo ograničenje HTML - a rešavalo se korišćenjem tabela i drugih mogućnosti. Međutim, vremenom se javila potreba za postojanjem jezika koji ima mogućnost redefinisavanja grafičke prezentacije Veb stranica. Odgovor na ovaj problem dao je W3C Konzorcijum u vidu CSS jezika. Suština CSS - a je u tome da daje mogućnost onima koji kreiraju Internet stranice da im daju određeni grafički identitet, koji je kasnije moguće jednostavno promeniti. Pored estetskog, postojanje jednog ovakvog jezika u mnogome olakšava održavanje Veb stranice. Samo jednim dokumentom moguće je kontrolisati format teksta na čitavom sajtu, a same promene je izuzetno lako izvršiti.

Cascading Style Sheets je je standard koji se odnosi na nekoliko metoda primenjivanja elementa stila na HTML stranice. Ovde se pod stilom podrazumeva element dizajna bilo koje vrste kao što je font, pozadina, tekst, boje linkova, kontrola margina ili položaj objekata na stranici.

Postoji nekoliko metoda kojima se CSS može primeniti na HTML dokument. To su sledeće metode:

Inline Ovaj metod omogućava da se opiše stil bilo kom HTML tagu. Korišćenje ove metode pruža nam kontrolu bilo kog dela HTML stranice. Primer:

```
<p style="background: blue; color: white">
  Plava pozadina i bela slova.</p>
```

Interni Ovaj metoda nam omogućava kontrolu HTML stranice u potpunosti.

U okviru odeljka `<head></head>` između tagova `<style></style>` se navodi opis stilova koje želimo da primenimo na stranice u čijem okviru `<head>` smo ovo naveli. Opisanim ovako utičemo na celu HTML stranicu. Primer:

```
<head>
<style type="text/css">
hr {color:sienna;}
p {margin-left:20px;}
body {background-image:url("images/pozadina.jpg");}
</style>
</head>
```

Eksterni Ova metoda je koristan alat ukoliko želite da utičete na ceo sajt, a ne na samo jednu Veb stranicu. Da bi se ova metoda primenila kreira se jedan dokument sa .css ekstenzijom i u okviru njega su opisani stilovi koje želimo da primenimo na ceo sajt.

Primer koda koji bi trebalo da stoji u zaglavlju stranice koju želimo grafički da uredimo tako da ima recimo osobine koje su opisane u fajlu `zbirka.css`:

```
<head>
<link rel="stylesheet" type="text/css" href="zbirka.css" />
</head>
```

U zasebnom fajlu `zbirka.css` moglo bi recimo da se nađe:

```
table {
margin-bottom : 5px;
}

td {
font-size : 11pt;
}

input {
font-size : 10pt;
text-align : center;
}

.zeleni {
background : #336699;
```

```
color : #FFFFFF;
}
```

Prilikom pisanja CSS dokumenta neophodno je držati se određenih pravila, sintakse. CSS je sačinjen od specifičnih delova:

1. Selektor je element koji će primiti atribute koje dodeljujete. To može biti tag kao što je `<p>` ili `<h1>`.
2. Parametar definiše selektor. Na primer, ako imate paragraf koji će biti selektor možete uključiti parametar koji će definisati taj selektor. Parametri podrazumevaju stvari kao što su margine, fontovi, pozadine.
3. Vrednost definiše parametar. Recimo da imamo naslov prvog reda, `h1`, kao selektor i stavimo familiju fontova, `font-family` kao parametar. Vrednost ovog parametra je zapravo font koji definišemo, recimo Arial, Trebuchet MS, ...
4. Deklaracija je kombinovanje parametara i vrednosti.
5. Pravilo je kombinacija selektora i deklaracije.

Termin kaskadni se koristi zbog mnogo stilova koji se mogu koristiti u jednoj HTML stranici. Brauzer prati redosled - kaskadu - dok interpretira informacije o stilu. Ovo znači da se može koristiti i tri tipa stila i brauzer će prikazati sva tri tipa, eksterni, interni i inline stil i to bas tim redom. Čak iako se definiše glavni stil na čitav sajt moguće je kontrolisati aspekte pojedinih stranica korišćenjem internog stila, odnosno pojedine delove stranice korišćenjem inline stila.

Drugi aspekt kaskade je nasleđivanje. Ovo znači da, ukoliko se drugačije ne kaže, određeni stil se nasleđuje u svim aspektima HTML stranice na koje može da utiče. Na primer, ako definišemo određenu boju teksta u tagu `<p>` svi tagovi u okviru ovog paragrafa imaće istu boju, ukoliko se drugačije ne kaže.

Preporučuje se da se kod sajta i opis stila međusobno razdvajaju, preciznije rečeno da se prilikom kreiranja sajta koristi treća eksterna metoda. Postoji nekoliko razloga za to:

1. pregledniji dokument
2. jednostavnije, brže i sigurnije održavanje i HTML i CSS dokumenta
3. jednostavnija promena namene Veb dokumenta u zavisnosti od potrebe Veb brauzera.

Id i class selektori U cilju definisanja grafičkog izgleda Veb stranice mogu se koristiti dve vrste selektora: Id i class. Id selektor se koristi da opiše jedinstven element koji se nalazi u HTML stranici.

Primer:

```
#.zadatak
{
```

```
text-align:center;
color:red;
}
```

Selektor class koristi se za opisivanje grupe od nekoliko HTML elemenata. Primer:

```
.center {text-align:center;}
```

2.4 Predstavljanje matematičkog sadržaja

2.4.1 MathML - Mathematical Markup Language

Problem kodiranja matematičkog sadržaja primerenih za računarusku i elektronsku komunikaciju stariji je od postojanja Veba. Kada je Veb postao dostupan širokom krugu ljudi kao jedna velika riznica podataka, trebalo je naći načina da se i matematički sadržaji stave na Veb kako bi i oni bili javno dostupni. Jezik HTML nije nudio velike mogućnosti za predstavljanje matematičkog sadržaja. HTML podržava samo predstavljanje eksponenata, indeksa i osnovnih računskih operacija, dok naprednija matematička notacija nije podržana. U početku je matematički sadržaj na Internetu bio predstavljan kroz dokumente u kome su se matematičke formule i simboli predstavljali preko slika u JPEG ili GIF formatu što je bilo komplikovano za ažuriranje, indeksiranje i samim tim i za pretraživanje.

W3C konzorcijum je prepoznao ovaj problem i želeo je da napravi standard koji bi doveo do lakše razmene matematičkih sadržaja. U okviru W3C konzorcijuma oformljena je W3C Math Working Group koja je početku radila na proširivanju mogućnosti samog HTML-a za podržavanje matematičkog sadržaja. Rad ove grupe počinje 1994. godine sa verzijom HTML 3.0. Oslušivanjem potreba onih kojima je MathML bio namenjen došlo se do zaključka da je MathML najbolje koncipirati tako da zadovoljava sledeće:

1. da kodira matematički sadržaj kako za učenje tako i za naučnu komunikaciju na svim nivoima,
2. da predstavi oba aspekta matematičkih sadržaja i samu notaciju, ali i značenje,
3. mogućnost konvertovanja u i iz ostalih matematičkih formata, kako sintakso tako i semantički. Izlazni format bi trebalo da ima:
 - a) grafički prikaz,
 - b) ulazak za sisteme za računarsku algebru (engl. computer algebra systems),
 - c) mogućnost da se prilagodi za čitanje slabovidnih osoba,
 - d) mogućnost da se prilagodi ostalim jezicima za pisanje, matematičkog sadržaja (npr. $\text{\LaTeX}$ -u),
 - e) mogućnost da se sadržaj opisan MathML-om lepo štampa.

Prebacivanjem sadržaja iz jednog u drugi sistem dolazi do gubljenja informacija.

Uloga MathML-a na Vebu. MathML je dizajniran tako da bude fleksibilan, proširiv, upotrebljiv za interakciju sa drugim softverom i da ima mogućnost proizvodnje visokokvalitetnog predstavljanja na različitim medijima. Bilo koji jezik za obeležavanje koji nastoji da ispuni sve ovo mora da bude kompleksan.

Sa druge strane, bitno je napraviti jednostavan sistem za postavljanje matematičkog sadržaja na Web kako bi ga koristio veliki broj ljudi. U isto vreme, oni koji koriste $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ -a (odnosno $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ -a), najviše bi voleli da se direktno korišćenjem $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ -a tekst može staviti na Veb. Jasno je da bi idealan sistem za postavljanje matematike na Veb bio onaj koji može da koristi veliki broj ljudi, ali koji podržava i ostale jezike za obeležavanje kao što je recimo $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$.

Postoje različiti načini da se matematičke formule i simboli umetnu u jednu Veb stranicu, međutim preporučeni standard konzorcijuma W3C je MathML. Prednosti ovakvog načina zapisivanja matematičkog teksta je mogućnost da se sadržaj web stranice u jednom trenutku lako može izmeniti. Ukoliko bi se ovakav način predstavljanja matematičkog teksta postao opšte prihvatljiv, čemu se i teži, komunikacija između različitih softvera bila bi mnogo lakša. Postoje dve različite vrste MathML-a čija se razlika ogleda u načinu zapisivanja matematičkog sadržaja, tačnije ka čemu su orjentisani logičkoj strukturi ili grafičkom izgledu sadržaja.

1. Content MathML - vodi računa o značenju zapisanog matematičkog sadržaja
2. Presentation MathML - vodi računa o grafičkom izgledu sadržaja

Današnji pregledači Veba su opremljeni za pregled MathML standarda. Može se dogoditi da Mozilla traži instalaciju dodatnih fontova što je jednostavno i brzo izvodljivo. Internet Explorer će zahtevati da se instalira Math-Player. Ovde je reč o zgodnom dodatku koji formulu može da uveća kao u zadacima u ovoj zbirci što estetski zbirku čini dopadljivijom. MathML je jezik za obeležavanje koji je sličan HTML-u. Nije neophodno učiti da detaljno jer postoje konverteri koji formule koje zapisujemo psedudo jezikom sličnim $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ -u prevode formule i simbole u MathML format.

Na sledećem primeru MathML-a možemo videti razliku između Content MathML-a i Presentation MathML-a. Jednačina koju ćemo prezapisati je:

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

Prvo ćemo je prezapisati korišćenjem Presentation MathML-a, a zatim korišćenjem Content MathML-a.

Tagovi Presentation MathML-a obično počinju sa "m", slovo "o" se koristi za oznaku operacije, slovo "i" za označavanje imena promenljive, slovo "n" za broj, itd. Tag "mrow" označava početak jedne horizontalne celine.

```
<mrow>
  <mrow>
    <msup> <mi>x</mi> <mn>2</mn> </msup> <mo>+</mo>
    <mrow>
      <mn>4</mn>
```

```

        <mo>&InvisibleTimes;</mo>
        <mi>x</mi>
    </mrow>
    <mo>+</mo>
    <mn>4</mn>
</mrow>
    <mo>=</mo>
    <mn>0</mn>
</mrow>

```

Prethodnim tagovima je predstavljena jedna jednakost koja počinje promenljivom x , a zatim se malo iznad x nalazi broj 2:

```

    <msup> <mi>x</mi> <mn>2</mn> </msup> <mo>+</mo>

```

iza koje će stajati znak "plus".

Celina koja se zatim nadovezuje je množenje broja 4 i promenljive x :

```

    <mrow>
        <mn>4</mn>
        <mo>&InvisibleTimes;</mo>
        <mi>x</mi>
    </mrow>

```

nakon ovoga dolazi znak za sabiranje i broj 4.

```

    <mo>+</mo>
    <mn>4</mn>.

```

Ovim se završava levi deo ove nejednakosti, tako da je sledeći znak koji se pojavljuje upravo znak jednakosti:

```

    <mo>=</mo>

```

dok se sa desne strane znaka jednako nalazi nula.

```

    <mn>0</mn>.

```

Tagovi Content MathML-a su recimo "times", "power of", itd:

```

    <apply>
        <plus/>
        <apply>
            <power/>
            <ci>x</ci>
            <cn>2</cn>
        </apply>
        <apply>
            <times/>
            <cn>4</cn>
            <ci>x</ci>
        </apply>
    <cn>4</cn>
</apply>

```

Objasnjemo sledeći kod: Tag `<plus/>` se primenjuje na sledeće celine:

1. `<apply>`
 `<power/>`
 `<ci>x</ci>`
 `<cn>2</cn>`
 `</apply>`
2. `<apply>`
 `<times/>`
 `<cn>4</cn>`
 `<ci>x</ci>`
 `</apply>`
3. `<cn>4</cn>`

1. *Objasnjeno prve celine:*

Tag `<apply/>` znači da se na naredne napisane tagove primenjuje stepenovanje koje je naznačeno tagom `<power/>`.

Kako je prvo navedeno `<ci>x</ci>`, a nakon toga `<ci>2</ci>` jasno je da se promenljiva x stepenuje brojem 2.

2. *Objasnjeno druge celine:*

Tag `<apply/>` znači da se na naredne napisane tagove primenjuje množenje koje je naznačeno tagom `<times/>`.

Elementi na koje se primenjuje množenje su broj `<cn>4</cn>` i promenljiva `<ci>x</ci>`.

3. *Objasnjeno treće celine:*

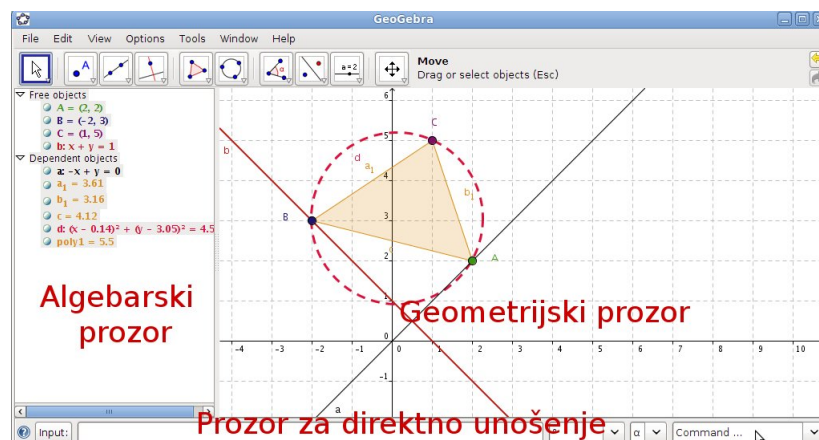
U trećoj celini se nalazi samo broj 4 (`<cn>4</cn>`).

2.5 Predstavljanje geometrijskih ilustracija i animacija upotrebom softvera GeoGebra

2.5.1 Istorijat GeoGebre

Program GeoGebra je matematički softver koji povezuje geometriju, algebru i analizu. Počeo je da se razvija kao master rad Markusa Hohenwartera. Markus Hohenwarter sa timom svojih ljudi radi i dalje na razvijanju ovog programa sada na Florida Atlantic univerzitetu. U najavi je verzija GeoGebre koja bi podržavala 3D animacije.

Veliki broj ljudi širom sveta koristi GeoGebra u nastavi matematike u osnovnim i srednjim školama. Prošlog leta održana je i prva međunarodna konferencija *First International GeoGebra Conference 2009* u Austriji sa temom Primena GeoGebre u nastavi matematike. GeoGebra je popularna i kod nas. Profesori Novosadskog Univerziteta Đorđe i Dragoslav Herceg rade na popularizaciji ovog softvera u Srbiji. Nedavno je u Novom Sadu otvoren i GeoGebra Institut.



Slika 2.2: Izgled jednog GeoGebra prozora.

2.5.2 Karakteristike GeoGebre

Glavna karakteristika GeoGebre je dualnost. Naime, kada startujemo ovu aplikaciju pojaviće se prozor na kome dominiraju dva, nazovimo ih podprozora. Jedan je geometrijski prozor, koji se često naziva i prostor za crtanje, a drugi je algebarski prozor. Ako bolje pogledamo sliku koja reprezentuje GeoGebre, videćemo da pri dnu nalazi malo veće polje za unos. Ovo se naziva prozor za direktan unos.

Pomenuta dualnost GeoGebre ogleda se u tome da se za svaki objekat koji je mišem unet u geometrijski prozor automatski u algebarskom prozoru pojavljuje jednačina. I obratno, svaki unos ili izmena u algebarskom prozoru rezultira pojavom novog objekta u geometrijskom prozoru.

Geometrijski unos

Ovde ćemo objasniti kako se koristi miš u kreiranju i izmeni objekata u programu GeoGebra. Odabrati ili selektovati objekat znači preći preko njega mišem. U geometrijskom prozoru prikazani su razni nacrtani matematički objekti (tačke, vektori, duži...). Kada se mišem pređe preko konkretnog objekta u geometrijskom prozoru, algebarska jednačina tog objekta će se sa leve strane prikazati intenzivnijim fontom, a sam objekat postaje istaknut. Geometrijski prozor često nazivamo i tablom za crtanje. Objekte koji se nalaze na tabli za crtanje lako je menjati korišćenjem miša. Desnim klikom na željeni objekat dobijamo mogućnost da ga izmenimo. Moguće je menjanje debljine, vrste linije, boje, oznake, imena, brisanje, itd.

Lepo svojstvo GeoGebre je što objekti mogu biti vidljivi i nevidljivi, takođe, objekti koji su kreirani da se pomeraju mogu za sobom ostavljati trag. Ova opcija je korišćena u radu kod mehaničke konstrukcije elipse. Takođe, možete koristiti opciju opis konstrukcije. Opis konstrukcije je zapravo tabela koja prikazuje sve konstrukcijske korake. Može se gotova konstrukcija vraćati korak po korak sve dok se do samog početka. Ovo se postiže korišćenjem Trake za korake konstrukcije, koja se nalazi na dnu prozora. Moguće je ubaciti konstrukcijski

korak, mera na osnovu koje unapred zadajemo koliko koraka želimo unapred ili unazad i koliko precizno. Koracima je moguće zameniti redosled.

U geometrijskom prozoru prikazane su nacrtane tačke, vektori, duži, mnogouglovi, grafici funkcija, prave i krive drugog reda. Kada mišem prelazimo preko nekog objekta javlja se njegov opis u žutom okviru, a sam objekat je istaknut.

Algebarski unos

Vrednost, koordinate i jednačine zavisnih i nezavisnih promenljivih prikazane su u algebarskom prozoru koji se nalazi na levoj strani. Nezavisni objekti ne zavise od bilo ni od čega i mogu se menjati po želji. Jasno je da su zavisni objekti zavisni od nezavisnih. Unošenje jednačina i druga algebarska zadavanja se rade preko prozora za unos u dnu GeoGebrinog prozora. Svaki put kada se nešto unese trebalo bi pritisnuti Enter kako bi se to što je uneto i prikazalo na geometrijskom prozoru.

Direktan unos

Prozor za direktan unos služi za direktno unošenje objekata preko njihovih algebarskih jednačina. Upotrebom ovakvog vida unosa objekata moguće je brzo i jednostavno kreirati i neke jako komplikovane konstrukcije. U GeoGebri moguće je raditi sa brojevima, vektorima, uglovima, tačkama, dužima, pravama i krivama drugog reda. Sve ove objekte moguće je uneti preko koordinata i jednačina. U GeoGebri moguće je koristiti indekse u nazivu objekata.

Za unos decimalnih brojeva koristi se tačka, ne zarez. npr. 5.53. Takođe mogu se koristiti konstante ϕ i Ojlerova konstanta e , tako što se mogu naći u padajućem meniju desno od algebarskog prozora za unos. Uglove je moguće zadati u stepenima ili radijanima. Napomenimo da program GeoGebra sva interna proračunavanja izvodi u radijanima i sama oznaka za stepen je čisto kozmetičke prirode.

Tačke i vektori mogu se upisivati u Dekartovim ili polarnim koordinatama.

Pravu zadajemo preko jednačine sa dve nepoznate x i y ili u parametarskom obliku. Prilikom rada na ovoj zbirici korišćeno je zadavanje prave kao jednačine sa dve promenljive. Oznaka prave mora se zadati na početku, pre unošenja same jednačine i tako unetu oznaku prave odvajamo dvema tačkama od jednačine.

Koordinatne ose moguće je koristiti u naredbama pozivanjem njihovih imena xOs , odnosno yOs .

2.5.3 Mogućnosti GeoGebre

GeoGebra je dinamički geometrijski sistem pomoću koga je moguće praviti konstrukcije sa tačkama, vektorima, dužima, polupravama, pravama, mnogouglovima, konusnim presecima kao i sa funkcijama. Uz pomoć ovog softvera moguće je naći izvode i integrale funkcija. Opišimo ukratko rad sa svakim od navedenih objekata.

Tačka

Nova tačka se pravi klikom na geometrijski prozor. Klikom na duž, pravu, pligon, konusni presek ili funkciju kreiramo tačku na tom objektu. Biranjem opcije *preseka dva objekta* a zatim klikom na određena dva objekta dobijamo presečnu tačku ova dva objekta.

Vektor

Postoj dve opcije za zadavanje vektora i to su vektor određen dvema tačkama i vektor iz tačke. Biranjem opcije vektor određen dvema tačkama u meniju a zatim označavanjem dve tačke u geometrijskom prozoru konstruišemo vektor koji je određen dvema odabranim tačkama. Vektor iz tačke se konstruiše biranjem opcije vektor iz tačke u meniju a zatim biranjem neke tačke npr. A u prozoru za geometrijski unos i zatim nekog konkretnog vektora $\overrightarrow{u}$ koji je takođe u prozoru za geometrijski unos. Rezultat je tačka B za koju važi

$$B = A + \overrightarrow{u}$$

i vektor čija je početna tačka A i krajnja tačka B .

Duž

Biranjem opcije duž između dve tačke i klikom na neke dve tačke A i B u geometrijskom prozoru konstruišemo duž AB . U algebarskom prozoru se prikazuje dužina tako konstruisane duži. Moguće je takođe konstruisati i duž zadate dužine iz neke konkretne tačke. Biranjem opcije duž zadate dužine iz tačke i klikom na tačku u geometrijskom prozoru, a zatim unošenjem dužine duži konstruisaće se duž sa početkom u zadatoj tački i zadatom dužinom. Drugi kraj duži moguće je pomerati.

Poluprava

Poluprava kroz dve tačke se konstruiše biranjem opcije poluprava kroz dve tačke u meniju i klikom na dve tačke u geometrijskom prozoru kroz koje želimo da prolazi poluprava. U algebarskom prozoru za ovako konstruisanu polupravu pojavice se jednačina.

Prava

Prava kroz dve tačke se konstruiše slično kao i prava. Odabere se u meniju poluprava kroz dve tačke a potom se označe dve tačke u geometrijskom prozoru. U algebarskom prozoru naći će se jednačina ovako konstruisane prave.

Paralela

Prava paralelna nekoj konkretnoj pravoj koja prolazi kroz odgovarajuću tačku konstruiše se biranjem opcije paralela u meniju a zatim klikom na tačku kroz koju želimo da prava prolazi i na pravu sa kojom želimo da prava bude paralelna. U algebarskom prozoru će se naći jednačina ovako zadate prave.

Normala

Prava koja je normalna na konkretnu pravu u geometrijskom prozoru, a koja prolazi kroz zadatu tačku konstruiše se biranjem opcije normala u meniju a potom klikom na postojeću tačku i pravu u geometrijskom prozoru.

Tangenta

Tangenta iz tačke na neku krivu drugog reda konstruiše se tako što se u meniju odabere opcija tangenta i nakon klika na tačku iz koje želimo da konstruišemo tangentu i krivu drugog reda dobijamo tražene tangente. U algebarskom prozoru naći će se jednačine dobijenih tangenti.

Konusni preseki

Kružnica određena centrom i jednom tačkom

Moguće je konstruisati kružnicu određenu centrom i jednom tačkom biranjem ove opcije u meniju, a zatim klikom na tačku za koju želimo da je centar kružnice i potom tačku za koju želimo da se nalazi na kružnici.

Krug određen centrom i poluprečnikom

Izborom opcije krug određena centrom i poluprečnikom iz menija može se konstruisati ovako zadata kružnica. Nakon odabira ove opcije u meniju klikom na tačku za koju želimo da bude centar pojaviće se prozor za unošenje dužine poluprečnika. U algebarskom prozoru pojaviće se jednačina ovako konstruisane kružnice.

Konusni presek kroz pet tačaka

Moguće je konstruisati konusni presek kojisadrži pet tačaka. Biranjem ove opcije u meniju a potom klikom na konkretnih pet tačaka dobijamo konusni presek koji ih sadrži. U algebarskom prozoru će se naći jednačina ovog konusnog preseka.

Interaktivne Veb stranice. Konstrukcije napravljene u GeoGebri moguće je eksportovati u HTML stranice. Svi zadaci ove zbirke napravljeni su korišćenjem ove opcije. Naime, aplet napravljen u GeoGebri korišćenjem opcije *File-Export-Dynamic Worksheet at Webpage* postaje deo jedne HTML stranice.

GeoGebrine aplete moguće je umetati i ručno navođenjem sledećeg koda:

```
<applet id="primer" code="geogebra.GeoGebraApplet"
      codebase="." archive="../../../geogebra/geogebra.jar"
      mayscript="true" width="395" height="300">
  <param name="filename" value="ime_apleta.ggb"/>
  <param name="framePossible" value="false"/>
  <param name="showResetIcon" value="true"/>
  <param name="enableRightClick" value="false"/>
  <param name="showMenuBar" value="false"/>
  <param name="showToolBar" value="false"/>
  <param name="showToolBarHelp" value="false"/>
```

```

<param name="showAlgebraInput" value="false"/>
GeoGebra applet nije bilo mogue pokrenuti.
Molimo Vas da instalirate Javu 1.4.2 (ili noviju)
(<a href="http://java.sun.com/getjava">
    Ovde moete preuzeti najnoviju verziju Jave
</a>).
</applet>

```

GeoGebra i JavaScript. Za postizanje dinamičnosti HTML stranice moguće je koristiti već gotov JavaScript API pisan upravo u cilju postizanja interaktivnosti stranica koje u sebi sadrže GeoGebra aplete. Tvorci GeoGebre napravili su skup funkcija namenjenih jeziku JavaScript (JavaScript API) kako bi korisnici GeoGebre mogli njihovim korišćenjem da komuniciraju između GeoGebra apleta i delova stranice.

U okviru stranica ove zbirke korišćen je GeoGebra API za postizanje interaktivnosti. Ovako kreirane stranice upravo daju na značaju ovoj zbirci jer je interaktivnost to što je razlikuje od zbirke u pisanom obliku. Mogućnost sagledavanja postojećeg problema u zavisnosti od promene parametara daje učeniku mogućnost šireg sagledavanja problema. Nije se u svakom primeru insistiralo na unošenju interaktivnosti po svaku cenu, ali u onim primerima u kojima interaktivnost prati metodičko izlaganje uz rešenje je priložen i odgovarajući applet.

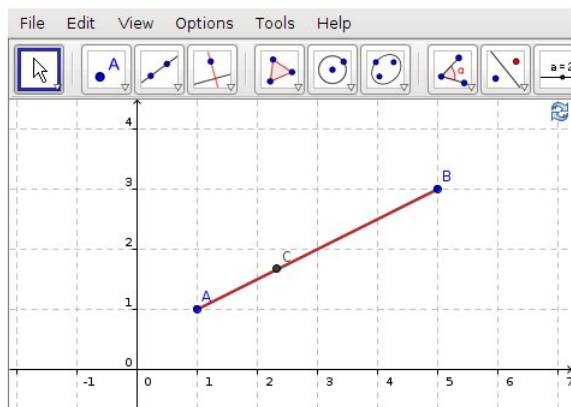
Na narednoj slici vidimo deo zadatka gde se sa desne strane nalaze polja za unos koordinata krajeva duži koju bi trebalo podeliti u odgovarajućoj razmeri. Ova vežba je osmišljena u cilju demonstriranja formule:

$$\begin{aligned}
 x_C &= \frac{nx_A + mx_B}{m + n} \\
 y_C &= \frac{ny_A + my_B}{m + n},
 \end{aligned}$$

gde su koordinate tačaka $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ i $C(x_C, y_C)$.

Podela duži

Uneti koordinate tačke A i koordinate tačke B. Takođe unesite i razmeru $m : n$ u kojoj želite da bude podeljena duž AB.



Ax	1	Ay	1	Ucrtaj
Bx	5	By	3	Ucrtaj
m		n		Ucrtaj

3

Prikaz kolekcije apleta

Centralni deo ovog master rada predstavlja kolekcija zadataka i apleta iz analitičke geometrije za srednju školu [15]. Kolekcija je nastala u cilju poboljšanja nastavnog procesa i osnova za pravljenje ove elektronske zbirke bili su postojeći udžbenici [12]. Prilikom kreiranja zbirke apleta korišćene su Internet i Veb tehnologije koje su opisane u prethodnim poglavljima. Za prikaz matematičkog sadržaja MathML koji smo predstavili u poglavlju 2.4, za čiju integraciju u Veb prezentaciju je bio neophodan HTML opisan u poglavlju 2.3, odnosno XML o kome je bilo detaljnije reči u poglavlju 2.2.2. Za predstavljanje apleta korišćen je softver GeoGebra koji je opisan u poglavlju 2.5, a interaktivnost Veb stranice i apleta postignuta je pomoću JavaScript-a.

3.1 Motivacija

Glavni motiv za nastanak zbirke zadataka i apleta jeste da se učenici zainteresuju za materiju analitičke geometrije. Zbirka bi trebalo pozitivno da utiče na motivaciju, razumevanje i razvijanje samostalnosti u procesu učenja kod učenika.

Ovaj materijal bi trebalo da učeniku ponudi novi metod i strategiju učenja, interaktivnost i detaljno uradjene zadatke potkrepljene preciznim crtežima i animacijama. Vizualizacija apstraktnih pojmova, struktuirana, slikovita i matematički precizno i korektno zapisana rešenja, mogu pomoći učeniku da prati tok rešavanja zadataka. Akcenat ove zbirke nije na brojnosti zadataka, nego na bogatstvu detalja priloženih uz svaki zadatak. Vreme predviđeno za rad u školi nije uvek dovoljno za potpuno savladavanje neke oblasti. Ovo je pokušaj da se učenicima ponudi udobna, pametna zbirka za samostalan rad, dostupna putem Interneta, zbirka se lako pretražuje i koristiti kao podsetnik.

Prednost elektronske zbirke zadataka i apleta u odnosu na klasičnu - papirnu je u zanimljivosti, vizualizaciji i interaktivnosti, što dovodi do veće motivacije i utiče na bolji učinak.

3.2 Ciljevi zbirke apleta

Struktura jednog tridesetočlanog odeljenja je veoma različita. Nastavni plan i program isti je za sve. Iskustvo u učionici je pokazalo da nemaju sva deca isto informatičko opšte obrazovanje, takođe i sama matematička pismenost nije na istom nivou kod sve dece. Zato je ideja bila da se napravi elektronska zbirka prihvatljiva većini. Na samom predavaču je da odmeri, proceni i u svakom trenutku bude spreman za određene izbore načina izlaganja materije u učionici.

Ciljevi

1. Jedan od ciljeva ove zbirke jeste da dà predavaču osnovu, elementarni nastavni materijal na osnovu koga može da izgradi svoje predavanje, osmisli domaći zadatak, organizuje čas sistematizacije gradiva, ali i izvrši trenutni presek znanja učenika korišćenjem testova.
Jasno, ovo nije zbirka apleta koja je dovoljna za potpunu organizaciju nastave matematike iz oblasti analitičke geometrije, ali je dobra osnova za to.
2. Ovom zbirkom apleta želimo da skrenemo pažnju nastavnicima da nam je na dohvat ruke jednostavan, ali prilično koristan paket za dinamičku geometriju, GeoGebra, koji doprinosi kvalitetu nastave, bogatstvu primera i povećava zainteresovanost kod većine učenika.
3. Pravljenjem ove zbirke apleta ukazano je i na niz Internet i Veb tehnologija koje se mogu koristiti prilikom postavljanja matematičkog sadržaja na Veb.
Apleti su namenjeni prvenstveno učenicima, ali i kolegama kao baza za pripremu časa.
4. Cilj nam je bio da ovo elektronsko izdanje bude razumljivo većini. Da većina učenika može iz ponuđenog materijala da razume i vidi šta je to npr. prava i kakvi to oblici prave postoje i čime su određeni različiti oblici, kao i kako promena određenih parametara dovodi do promene položaja same prave.
5. Još jedan od ciljeva ove zbirke je usmeriti učenika da prouči teorijski deo gradiva pre nego što pređe na rešavanje zadataka. Praksa je, nazalost, pokazala da se matematika u srednjim školama prezentuje isključivo kroz zadatke. Teoriji se ne daje puno šanse. Iz tog razloga je koncept ove zbirke, pročitaj teoriju, posluži se apletima, razumi pročitano, zatim reši jednostavne primere (ili samostalno, ili pročitaj ponuđena rešenja) i tek onda kreni na složenije probleme.
6. Podstaci učenika na samostalan rad, samostalno istraživanje, korišćenje računara u nastavi i Interneta kao izvora informacija.
Mogućnost da pristupe zadacima i testovima od kuće kao i mogućnost da od kuće komuniciraju sa predavačem i učenici sami između sebe je jedan od načina da se motivišu na produktivni rad.
7. Dobro organizovan pregled gradiva analitičke geometrije za srednju školu.

8. Motivisati učenike za rad upućujući ih na materijal dostupan preko Interneta. Izvući učenike za trenutak iz učionice i smestiti ih u virtuelnu učionicu, u kojoj se pomoću ovog nastavnog materijala sami moći da se lako snađu i ovladaju gradivom.
9. Popularizacija Interneta i računara u nastavi matematike.
10. Naučiti učenika da bude istrajan, uporan u samom procesu učenja.

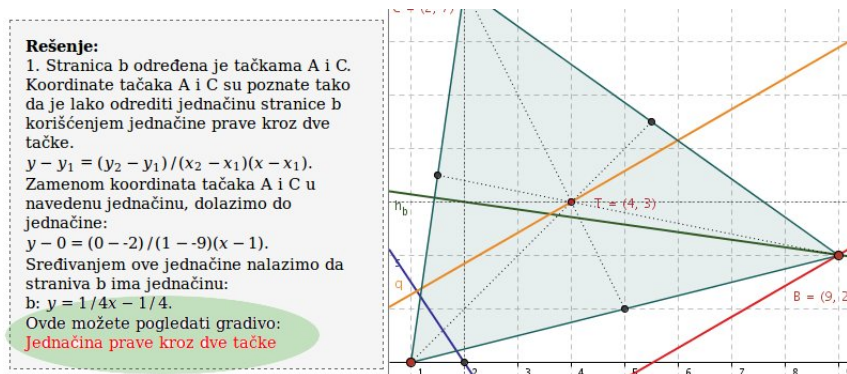
3.3 Oblasti zbirke apleta

Oblasti koje su zastupljene u ovoj zbirci direktno prate nastani plan i program Analitičke geometrije za srednje škole:

1. Tačka, prava
2. Kružnica
3. Elipsa
4. Hiperbola
5. Parabola

3.4 Metodički koncept zbirke apleta

Osnovni koncept elektronske zbirke zadataka i apleta je objediniti teoriju i zadatke. Ovo je ostvareno korišćenjem linkova koji iz zadatka usmeravaju kao teorijskom delu oblasti koja se primenjuje na tom konkretnom mestu u zadatku.



Povezanost zadatka i teorije u zbirci.

Još jedan od koncepata je da se učenicima izlaže gradivo od jednostavnijih, konkretnih primera ka potrebnim matematičkim apstrakcijama. Uz to, određeni pojmovi se više puta ponavljaju, uz manje varijacije kako bi ih učenik sagledao iz više različitih uglova. Ovo se može videti na primeru izvođenja jednog oblika jednačine prave iz drugog. U praksi tradicionalne nastave pokazalo se da ovaj pristup daje dobre rezultate. Zbirka je uradjena tako da se nakon

nekoliko novih predjenih zadataka učenik uvek može vratiti na određene delove predjenog gradiva kako bi se aktivno koristilo stečeno znanje.

Vizuelni momenat može biti ključan kod spoznaje novog gradiva. Jedan od koncepata bio je i da se vizuelni izgled zbirke nosi neku poruku. Ovde se misli na različite boje koje su korišćene prilikom pravljenja određenih pasusa. Nakon kratkog korišćenja elektronske zbirke učenik će brzo shvatiti da su zeleni pasusi namenjeni za teorijski deo, narandžasti za postavljanje problema, plavi za rešenje problema. Mišljenja smo da je bitno ponuditi učeniku nastavni materijal lak za pretragu, ali i za brzo snalaženje.

Učenicima se nude i elektronski testovi koji imaju za cilj proveru stečenog znanja, nakon svake pređene oblasti. Mišljenja smo da je i rešavanje testova način usvajanja novog gradiva i utvrđivanja već postojećeg. Dobro urađen test znači da je učenik valjano savladao gradivo, ali i test koji nije dobro urađen može pomoći pri učenju. Moguće je učiti i na osnovu svojih pogrešaka i uočavanja istih. Test je koncipiran tako da je nakon svakog zadatka ponuđeno pet odgovora od kojih je samo jedan tačan. Pored svakog ponuđenog odgovora nalazi se polje koje učenik obeleži ako smatra da je odgovor pored tog polja tačan. Rešavanje testa nije vremenski ograničeno. Nakon rešavanja testa učenik odmah može da vidi koliko dobro je uradio. Naime, postoji dugme "Pokaži rezultat" koje bi učenik trebalo da klikne po završetku testa. Tada će se na ekranu, ispod zadataka pojaviti koji put učenik radi ovaj test i koliko je poena osvojio pri rešavanju testa. Svaki zadatak nosi po jedan poen, tako da je maksimalan broj osvojenih poena jednak broju zadataka na testu. Učeniku se daje mogućnost da na kraju pogleda i statistiku vezane za izradu testa. Odnosno, biće mu prikazan grafik na kome vidi kakvi su postignuća na testu nakon svakog pokušaja, broj pokušaja i procenat tačno urađenih zadataka.

3.5 Primeri načina izlaganja teorijskih sadržaja i elementarnih zadataka

U ovom poglavlju će biti opisano nekoliko delova zbirke iz kojih se može videti način na koji su u zbirci izloženi teorijski sadržaji. Prilikom izlaganja teorije navođen je i jedan broj elementarnih zadataka čiji je cilj postepeni uvod u teoriju koja se nakon toga izlaže.

Prilikom izlaganja primera koji slede delimično će u samom tekstu biti izlagano gradivo koje je obrađeno u samoj zbirci dok će neki delove biti ilustrovani i grafički.

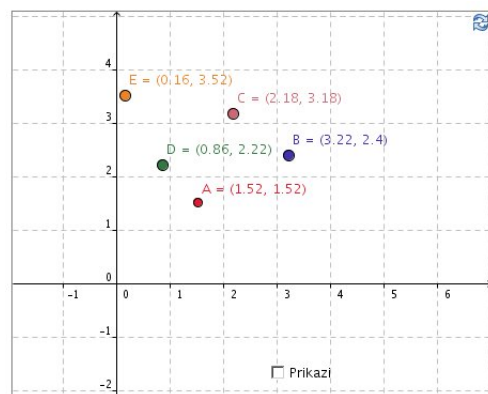
3.5.1 Veza krivih i njihovih algebarskih jednačina

Opišimo poglavlje zbirke koje uvodi vezu između geometrijskih krivih i njihovih algebarskih jednačina. Na samom početku kroz nekoliko primera učenicima je prezentovana činjenica da geometrijskim krivama odgovaraju algebarske relacije, koje njihove pripadajuće tačke zadovoljavaju. Na kraju je ta veza eksplicirana.

Naredna dva uvodna primera data su kako bi se učenicima pokazalo da geometrijski oblici kakve oni znaju imaju svoju algebarsku jednačinu koja ih opisuje.

Primer 3.5.1 *Na apletu je dato pet slobodnih tačaka. (Slobodne su one tačke*

koje se mogu pomerati mišem). Postaviti svaku tačku tako da joj ordinata bude za jedan veće od apscise.



Aplet sa pet slobodnih tačaka.

Očekujemo da će nakon tri postavljene tačke po zadatom kriterijumu učenik uvideti šta je geometrijsko mesto ovih tačaka. Ovaj primer demonstrira vezu između koordinata tačaka koje pripadaju jednoj pravoj.

Ono što je cilj ovog primera jeste da učenik zaključi da sve tačke imaju istu linearnu vezu između svoje apscise i ordinate pripadaju jednoj pravoj. Dakle, akcenat je na jednačini koja povezuje apscisu i ordinatu. Zato se dalje od učenika traži da u kućici predviđenoj za to upiše jednačinu koja povezuje apscisu i ordinatu slobodnih tačaka. Takođe predviđeno je da učenik može da proveriti da li je veza između koordinata koje je ponudio tačna ili nije.

Postaviti datih pet tačaka apleta tako da ordinata svake tačke bude za jedan veća od apscise.

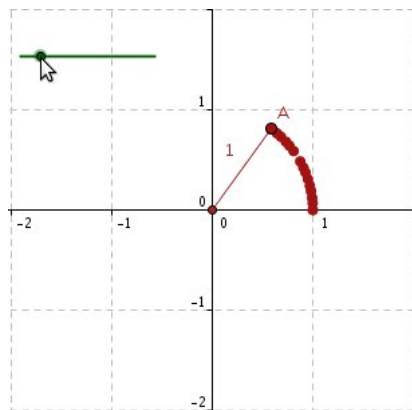
Zapišite vezu između koordinata ovako postavljenih tačaka:

Proveri!

Deo apleta za proveru rešenja.

Ukoliko je učenik dao tačan odgovor upućuje se na deo apleta "Prikaži" koji kada se aktivira prikazuje pravu koja je geometrijsko mesto tačaka koje ispunjavaju zadati kriterijum.

Primer 3.5.2 Odrediti skup tačaka koji su na rastojanju 1 od koordinatnog početka.



Jedinična kružnica

Tačka A na slici ima to svojstvo da je za 1 udaljena od koordinatnog početka. Aplet koji je stavljen pred učenike napravljen je tako da je moguće pomerati tačku A . Prilikom pomeranja tačka A ostavlja vidljiv trag za sobom. Prednost ovakvog apleta je da se učenicima vizualizuju sve tačke koje imaju zajedničko svojstvo. Dakle, tačke koje su od koordinatnog početka udaljene za 1 zadovoljavaju jednačinu jedinične kružnice: $x^2 + y^2 = 1$.

Cilj nam je dalje da učeniku jasno istaknemo vezu između jednačine geometrijskog mesta tačaka, (u ovom slučaju prave tj. kružnice) i konkretne tačke koja pripada, ili ne pripada, pravoj tj. kružnici. Zato navodimo sledeću algebarsku definiciju geometrijskog objekta:

Definicija 3.5.1 Neka je $F(x, y)$ polinom promenljive x i y i neka je

$$F(x, y) = 0$$

odgovarajuća algebarska jednačina. Ovom jednačinom je definisan jedan određen skup tačaka (x, y) u ravni. To je skup:

$$S = \{(x, y) : F(x, y) = 0\} \quad (3.1)$$

odnosno rečima, to je skup svih tačaka (x, y) za koje važi (3.1), ili kako se češće kaže koje zadovoljavaju (3.1).

Narednom rečenicom još jednom podvlačimo vezu između jednačine krive i tačaka koje joj pripadaju: Tačka čije su koordinate (x, y) pripada krivoj l ako i samo ako njene koordinate zadovoljavaju jednačinu krive l .

Jednačina prave u Dekartovom koordinatnom sistemu

Neka je $F(x, y)$ polinom promenljive x i y i neka je $F(x, y) = 0$ odgovarajuća algebarska jednačina. Ovom jednačinom je definisan jedan određen skup tačaka (x, y) u ravni. To je skup: $S = \{(x, y) : F(x, y) = 0\}$ (*)
odnosno rečima, to je skup svih tačaka (x, y) za koje važi (*), ili kako se češće kaže koje zadovoljavaju (*).

Jednačina krive u Dekartovom koordinatnom sistemu.

3.5.2 Izgradnja pojma jednačina prave i njeni različiti oblici

U nastavku će biti opisan jedan segment zbirke koji se odnosi na različite oblike jednačine prave.

Vektorski oblik jednačine prave. Kako u postojećim udzbenicima obično se ne uspostavlja veza između sintetički uvedenog pojma prave, koji se najčešće uvodi u I razredu, i pojma prave u analitičkoj geometriji, koji se obrađuje u kasnijim godinama srednje škole, polazna osnova koja se najčešće daje učenicima bez dokaza je sledeće tvrđenje:

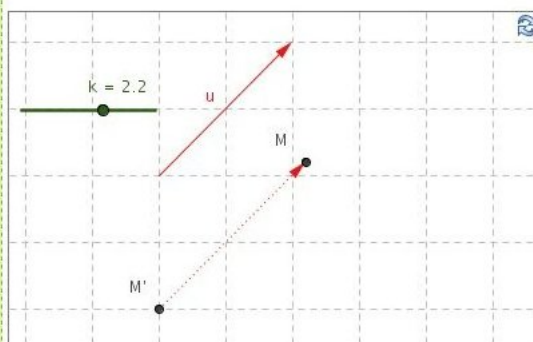
Teorema 3.5.1 *Neka je u Euklidskoj ravni data tačka M_0 i vektor $\vec{u}$, tačka M pripada pravoj l koja sadrži tačku M_0 i paralelna je vektoru $\vec{u}$ ako i samo akos postoji broj k takav da je $\overrightarrow{MM_0} = k\vec{u}$.*

Ovim tvrđenjem se suštinski uspostavlja veza između ranije sintetički uvedenog pojma prave i affine definicije prave kao afinog prostora dimenzije jedan. Izvođenje analitičkih jednačina prave ovde je započeto upravo od ovog tvrđenja takođe datog bez dokaza. Kako bi se ilustrovala i ispratila afina definicija prave napravljen je aplet koji učenicima omogućava da na tačku M_0 nadovežu različite umnoške fiksnog vektora $\vec{u}$ i odrede geometrijsko mesto tako dobijenih tačaka M .

Različiti oblici jednačine prave

Vektorski oblik jednačine prave

Neka su u ravni dati tačka M' i vektor $\vec{u}$. Posmatrajmo sve vektore koji su umnožci vektora $\vec{u}$ i sve tačke koje se dobijaju nadovezivanjem nekog od ovih vektora na tačku M' . Skup ovako dobijenih tačaka obrazuje pravu l u ovoj ravni. Dakle, svaka tačka M prave l zadovoljava da je $\overrightarrow{MM'}$ kolinearan sa vektorom $\vec{u}$ tj.
 $\overrightarrow{MM'} = k \vec{u}$
 ili drugačije



Vektorski oblik jednačine prave.

Aplet učenicima omogućava da pomeranjem slajdera menjaju vrednost parametra k u intervalu $[-5, 5]$ pri čemu im se na ekranu prikazuje tačka $M = M_0 + \vec{u}$. Za tačku M je predviđena mogućnost ostavljanja traga čime učenici dobijaju mogućnost da vide da je geometrijsko mesto ovako određenih tačaka M zapravo prava.

Parametarski oblik jednačine prave. Iz vektorskog oblika jednačine prave može se vrlo lako izvesti parametarski oblik jednačine prave. Zamenom koordinata tačke M' i vektora $\vec{u}$ u jednačinu:

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'} + k\vec{u}$$

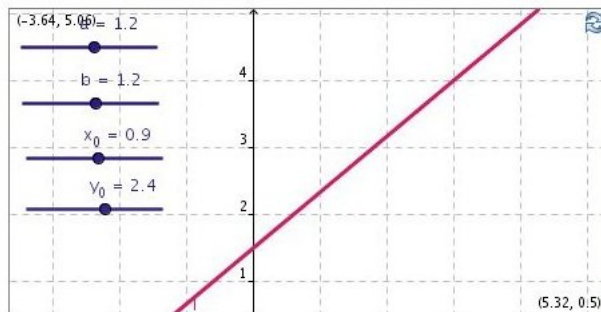
dolazimo do parametarskog oblika jednačine prave:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + ka, \\y &= y_0 + kb.\end{aligned}$$

Učenicima je ponuđen i aplet koji demonstrira kako položaj prave u koordinatnom sistemu zavisi od parametara a , b , x_0 i y_0 . Za ova četiri parametra ponuđena su četiri različita slajdera pomoću kojih je moguće menjanje parametara. Na apletu se nalazi ucrtan vektor čije su koordinate $\vec{u}(a, b)$ i tačka $M(x_0, y_0)$. Predstavljena je i prava koja je određena ovim parametrima.

Menjajući parametre učenici su u mogućnosti da prate kako njihova promena utiče na položaj prave. Dok se slajderi pomeraju posmatrač je u prilici da vidi da svo vreme tačka M pripada pravoj i da je sama prava paralelna vektoru $\vec{u}$. Menjanjem jednog od parametara x_0 ili y_0 jasno se vidi da se menjaju koordinate tačke M , odnosno da se prava pomera po x osi kada se menja parametar x_0 , tj. po y osi kada se menja parametar y_0 . Jasno, menjanjem parametara a i b vide se promene vektora $\vec{u}$, ali i prave koja je paralelna ovom vektoru.

Parametarski oblik jednačine prave



Parametarski oblik jednačine prave.

Na kraju ovog pasusa izvedena je još jedna veza između promenljive x i y iz jednačina:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + ka, \\y &= y_0 + kb.\end{aligned}$$

Iz obe jednačine je izraženo k :

$$\begin{aligned}k &= \frac{x - x_0}{a}, \\k &= \frac{y - y_0}{b},\end{aligned}$$

a zatim su izjednačene desne strane:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}.$$

Kao posledica prethodnog pasusa izvedena je veza između promenljive x i y preko parametra k , tako da su učenici upoznati i sa jednačinom prave koja je određena tačkom $M_0(x_0, y_0)$ i vektorom $\vec{u}(a, b)$. Na kraju ovog pasusa učenicima je skrenuta pažnja da jednačina prave u prostoru izgleda slično.

Izloženo gradivo se ilustruje jednostavnim primerom koji se kasnije može sresti i kao međukorak u nekim složenijim zadacima.

Uz zadatak:

Primer 3.5.3 *Odrediti jednačinu prave l koja je određena tačkom $M(-3, 2)$ i vektorom pravca $\vec{u}(-1, 4)$.*

Priloženo je rešenje zadatka:

Primer:

Odrediti jednačinu prave koja je određena tačkom $M(-3, 2)$ i vektorom $\vec{u}(-1, 4)$.

rešenje zadatka

Rešenje:

Iskoristićemo uslov zadatka da tačka M pripada pravoj i da je vektor sa koordinatama $(-1, 4)$ vektor pravca prave. U prethodnom pasusu smo dali parametarski oblik jednačine prave koji ćemo sada primeniti:

$$(x - x_1)/a = (y - y_1)/b.$$

U ovu jednačinu ćemo zameniti konkretne vrednosti date uslovom zadatka:

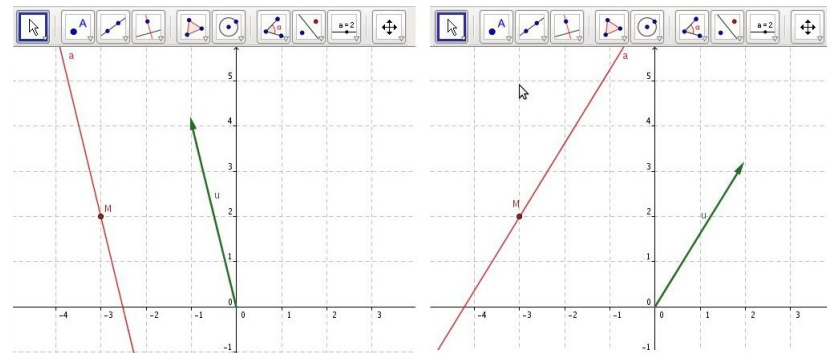
$$(x + 3)/-1 = (y - 2)/4.$$

Množenjem ove jednačine sa 4 i izražavanjem promenljive y dolazimo do jednačine:

$$y = -4x - 10.$$

Zatvori

Pored rešenja zadatka dat je i aplet.

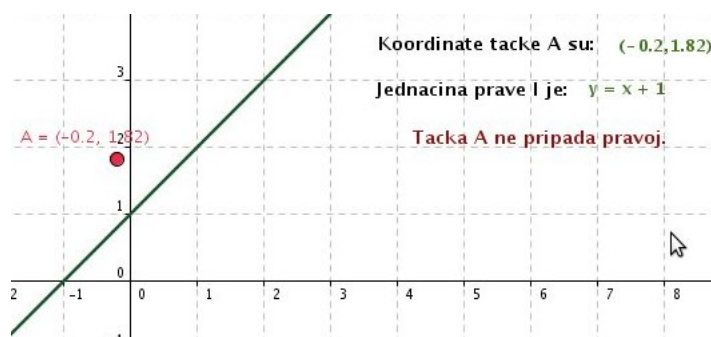


Ovaj jednostavan aplet predstavlja rezultat rešenja prethodnog zadatka. Na samom apletu su ucrtane tačka M i vektor $\vec{u}$ a sa strane se nalazi dugme kojim je moguće ucrtati pravu koja se tražila u zadatku. Takođe, ovim apletom je moguće pratiti promenu položaja prave u zavisnosti od toga kako se menja vektor pravca vektora $\vec{u}$. Ovo se postiže pomeranjem vrha vektora $\vec{u}$ pomoću miša. Evidentno je da se suština ovog apleta ne razlikuje od prethodnog i

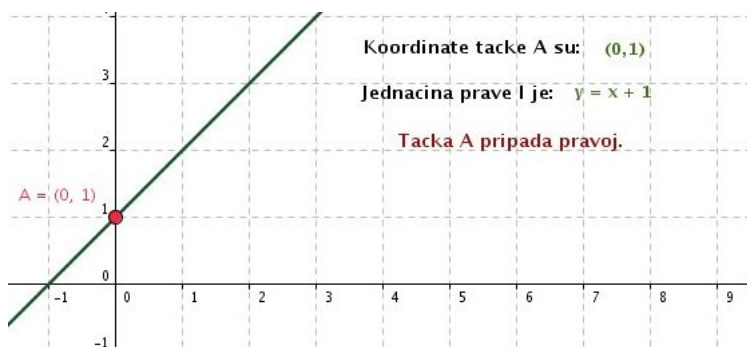
ciljano je ponovljen kako bi na početku učenicima veza između vektora pravca prave i same prave bila vizuelno što upečatljivija.

Gradivo sagledano iz više uglova i nakon nekoliko ponavljanja lakše se usvaja, zato navodimo sledeći aplet. Ovaj aplet ima u sebi fiksiranu jednu pravu i jednu slobodnu tačku A . Kako bi učenicima bilo zgodno da prate šta se dešava prilikom pomeranja tačke A na ovom apletu je dato da se ispisuju koordinate tačke A . Zato svako pomeranje tačke A kao posledicu u gornjem desnom uglu ostavlja ispisane nove koordinate ove tačke.

Ono što je još zanimljivo na samom apletu jeste da se pri svakom pomeranju u pozadini vrši provera da li tačka A pripada ili ne pripada datoj pravoj. Kao rezultat se ispisuje rečenica koja potvrđuje ili negira pripadanje tačke A zadatoj pravoj l .



Tačka ne pripada pravoj.



Tačka pripada pravoj.

Sledećim zadatkom želimo da učenicima još jednom istaknemo svojstvo tačke koja pripada pravoj.

Primer 3.5.4 Proveriti da li tačke $A(-3, 2)$ i $B(3, 4)$ pripadaju pravoj $2x - 3y + 6 = 0$.

Proveriti da li tačke $A(-3,2)$ i $B(3,4)$ pripadaju pravoj $l: 2x-3y+6=0$.

rešenje zadatka

Tačka A pripada pravoj.

Tačno ☐ Netačno ☐

Proveri!

Tačka B pripada pravoj.

Tačno ☐ Netačno ☐

Proveri!

Tekst zadatka.

Ovaj zadatak se ciljano stavlja pred učenike odmah nakon pasusa koji definiše kada tačka pripada nekom geometrijskom mestu tačaka. Iako je zadatak jednostavan, učeniku nudimo dve mogućnosti:

1. Prva opcija je da samostalno uradi zadatak i i time proveriti da li je uspešno usvojio znanje kada tačka pripada pravoj. Kada učenik sam uradi zadatak ima mogućnost da proveriti i za tačku A i tačku B da li je tačno odgovorio. Nakon ovoga, učenik ima mogućnost da pogleda rešenje koje mu mi nudimo i uporedi svoj rad sa ponuđenim radom.
2. Druga opcija je da učenik odmah pogleda ponuđeno rešenje. Ovim bi učenik preskočio samostalni rad, ali je ipak u mogućnosti da vidi rešenje.

rešenje zadatka

Rešenje:

Zamenom $x=-3$ i $y=2$ u levoj strani jednačine prave l nalazimo da je

$$2 \times -3 - 3 \times 2 + 6 = -6$$

Jasno, kako je

$$-6 \neq 0$$

tačka A ne pripada pravoj l jer koordinate tačke A ne zadovoljavaju jednačinu prave l .

Analogno ćemo uraditi i sa koordinatama tačke B . Zamenom $x=3$ i $y=4$ dobijamo:

$$2 \times 3 - 3 \times 4 + 6 = -6$$

Kako u ovom slučaju koordinate zadovoljavaju jednačinu prave, tačka B pripada pravoj l .

Zatvori

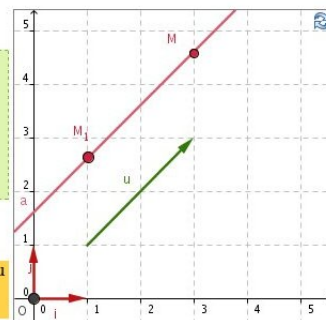
Rešenje zadatka.

Opšti oblik jednačine prave. Naredno čemu će se posvetiti pažnja je opšti oblik jednačine prave:

Opšti oblik jednačine prave

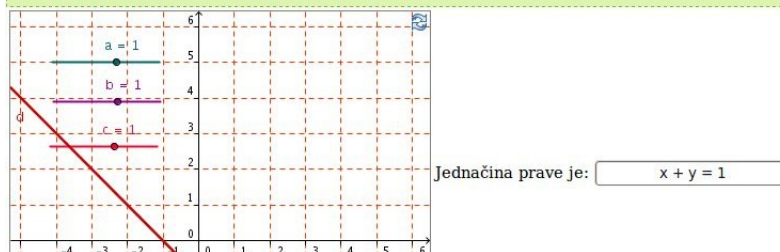
Definišimo prvo vektor pravca prave. Svaki vektor u paralelan pravoj l predstavlja vektor pravca prave l . Ako je vektor u , vektor pravca prave l tada je i svaki drugi vektor kolinearan sa vektorom u vektor pravca prave l . Takođe ovi vektori su vektori pravca i svake druge prave paralelne pravoj l .

Svaka prava u Dekartovom koordinatnom sistemu ima jednačinu **$Ax + By + C = 0$** u kojoj je bar jedan od koeficijenata a i b različit od nule.



Uticaj koeficijenata u implicitnoj jednačini prave

Ovde bi trebalo ispitati uticaj koeficijenata a , b , c u implicitnoj jednačini prave na položaj prave. Vrednost koeficijenata moguće je menjati pomoću kizača na apletu.
 $ax + by + c = 0$.

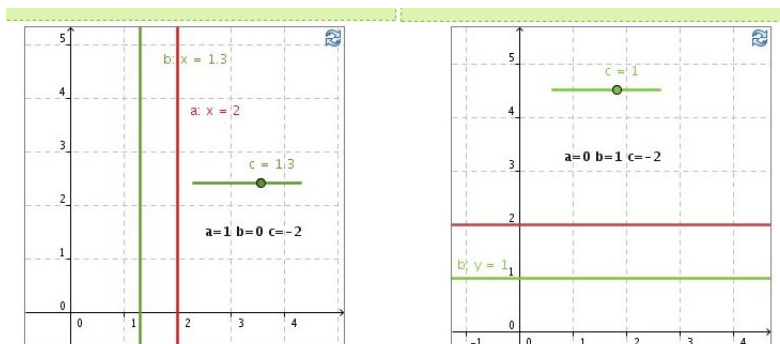


Slika 3.1: Uticaj koeficijenata u implicitnom obliku prave na položaj prave.

Opšti oblik jednačine prave.

Svaki od koeficijenata koji se nalaze u implicitnom obliku jednačine prave imaju uticaj na položaj prave u koordinatnom sistemu. Cilj nam je da učenicima demonstriramo zavisnost položaja prave od promene koeficijenata a , b i c . Najbolji način za vizualizaciju je aplet.

U zbirci je dat detaljan opis izvođenja ovog oblika prave. Kao posledice navodimo neke od graničnih slučajeva kada je neki od koeficijenata jednačine prave jednak nuli. Ove posledice smo vizualizovali apletima:



Granični slučajevi.

Primer 3.5.5 Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačke $A(1, -1)$ i $B(2, 3)$.

Kod ovog zadatka dato je samo algebarsko rešenje. Iz priloženog rešenja vidi se jasno da se zadatak rešava tako što se koordinate tačaka uvrste u opšti oblik jednačine prave i time se dobije sistem od dve jednačine sa tri nepoznate. Nepoznate su koeficijenti A , B i C . Iz ove dve jednačine izrazili smo dva koeficijenta A i B preko trećeg koeficijenta C .

$$\begin{aligned} A &= -\frac{4C}{5}, \\ B &= \frac{C}{5}. \end{aligned}$$

EksPLICITNI oblik jednačine prave. Sledeće sa čime ćemo se upoznati je eksplicitni oblik jednačine prave. Učenici se na početku podsete na opšti oblik jednačine prave:

$$Ax + By + C = 0$$

i uz pretpostavku da je $B \neq 0$ deljenjem ove jednakosti dolazimo do:

$$\frac{A}{B}x + y + \frac{C}{B} = 0.$$

Zatim ovako dobijenu jednačinu prezapišemo na sledeći način:

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}.$$

U ovoj jednačini preoznačimo $k = -\frac{A}{B}$ i $n = -\frac{C}{B}$. Nakon ovoga jednačina je sada oblika:

$$y = kx + n.$$

Oblik jednačine koji smo sada dobili eksplicitni oblik jednačine prave.

Ovaj deo zbirke može se videti na slici koja sledi:

EksPLICITNI oblik jednačine prave

Iz implicitnog oblika jednačine prave
 $ax + by + c = 0$ nekada nije lako odrediti koordinate tačaka prave, zato nam je jednostavnije
 da iz ovog oblika predemo u oblik gde nam je izraženo y . Najjednostavnije je pretpostaviti da je
 koeficijent b različit od nule i podeliti celu jednačinu sa b :
 $ax + by + c = 0 : b$
 Posledica ovoga je:
 $y = -(a/b)x - c/b$.
 Kako bismo lakše koristili ovaj oblik jednačine uvešćemo nove oznake za konstante pored
 promenljive x i za slobodnu konstantu.
 $k = -(a/b)$ i $n = -(c/b)$.
 Ovakvim prezapisivanjem dolazimo do eksplicitnog oblika jednačine prave:
 $y = kx + n$.
 K nazivamo koeficijentom pravca prave, a n odsečkom na y osi.

EksPLICITNI oblik jednačine prave.

Bitno je da u ovom trenutku učenici razumeju kako od k i n zavisi položaj prave. Zato smo pred učenike postavili aplet koji omogućava menjanje parametra k i parametra n kako bi demonstrirali zavisnost položaja prave od ovih parametara.

Ključno mesto je fokusirati se na $\triangle OM'M$ i izraziti tangens ugla α iz njega. Dakle:

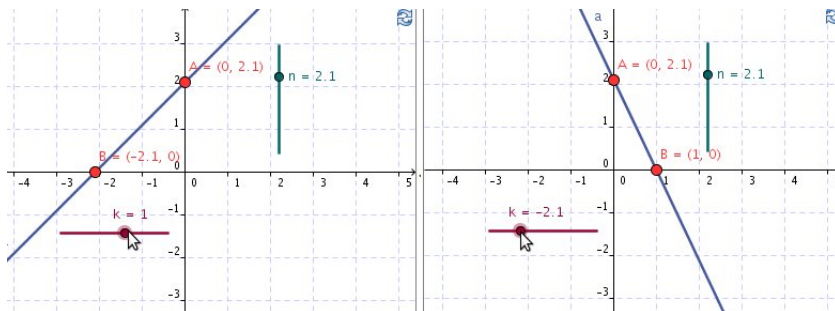
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{MM'}{OM'},$$

odnosno:

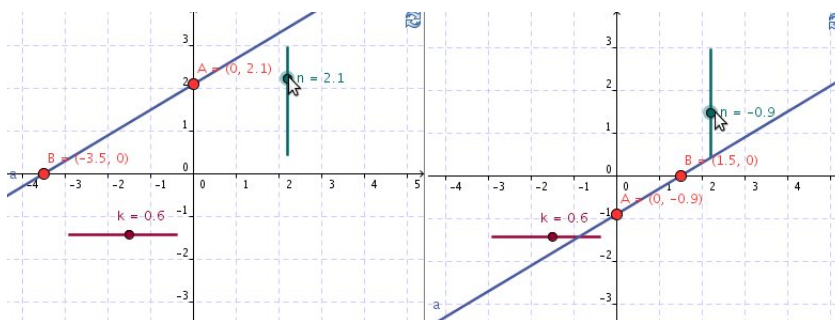
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k}{1} = k,$$

iz čega se jasno vidi da je k tangens ugla α .

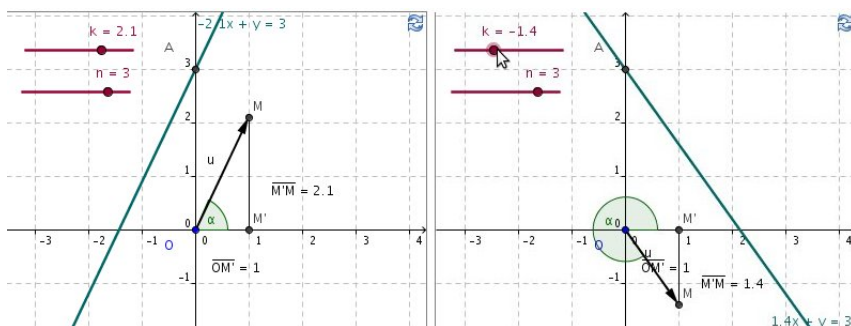
Ovo je predstavljen i apletom.



Slika 3.2: Zavisnost položaja pravca od parametra k.



Slika 3.3: Zavisnost položaja pravca od parametra n.



Koeficijent pravca pravca je tangens ugla koji prava zaklapa sa x - osom.

Jednačina pravca određena tačkom i koeficijentom pravca Nakon ovoga učenici su upoznati sa jednačinom pravca određene tačkom i koeficijentom pravca.

Kod izvođenja ovog oblika pravca korišćena je jednačina pravca koja je određena tačkom i vektorom pravca, tj.

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b},$$

gde su a i b koordinate vektora $\vec{u}$, odnosno x_0 i y_0 koordinate tačke M .

Kada prethodnu jednačinu pomnožimo sa b dolazimo do jednačine oblika:

$$y - y_0 = \frac{b}{a}(x - x_0),$$

što je zapravo oblik jednačine prave određene tačkom i koeficijentom pravca.

Jednačina prave određena dvema tačkama Često se u zbirkama javlja zadatak ili deo zadatka u kome je potrebno odrediti jednačinu prave koja je određena dvema tačkama čije su nam koordinate poznate. Zato je učenicima predstavljen ovaj oblik jednačine prave i način kako se došlo do same jednačine. Motiv koji se ponavlja u ovoj oblasti jeste sama definicija prave izložena na početku ovog poglavlja elektronske zbirke, tj. da je prava tačka plus vektor pravca.

Tačke koje su nam poznate svojim koordinatama su $A(x_a, y_a)$ i $B(x_b, y_b)$. Uzmimo da je tačka M tačka koja pripada pravoj određenom tačkama A i B, čije koordinate znamo. Odredimo vektor pravca ove prave:

$$\overrightarrow{AB} = (x_b - x_a, y_b - y_a).$$

Tačka M pripada pravoj određenom tačkama A i B akko su vektori $\overrightarrow{MA}$ i $\overrightarrow{AB}$ kolinearni. Odnosno:

$$\begin{aligned} x &= x_a + k(x_b - x_a), \\ y &= y_a + k(y_b - y_a). \end{aligned}$$

Odavde ćemo da izrazimo parametar k a onda da izjednačimo strane:

$$\begin{aligned} k &= \frac{x - x_a}{x_b - x_a}, \\ k &= \frac{y - y_a}{y_b - y_a}. \end{aligned}$$

Iz prethodne dve jednačine dolazimo do:

$$\frac{y - y_a}{x_b - x_a} = \frac{x - x_a}{y_b - y_a}.$$

Nakon kratkog sređivanja ova jednačina je oblika:

$$y - y_a = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}(x - x_a).$$

Ovakav oblik jednačine naziva se jednačina prave kroz dve tačke.

Segmentni oblik jednačine prave U narednom koraku učenike bi trebalo upoznati sa tim da je prava u koordinatnom početku određena veličinom odsečaka na x , odnosno y -osi. Neka je p veličina odsečka na x -osi, a q veličina odsečka na y -osi. U cilju nalaženja jednačine prave koja je određena odsečcima na osima, uzmimo da je $M(x, y)$ tačka koja pripada pravoj čiju jednačinu tražimo. Tačke $M_1(p, 0)$ i $M_2(0, q)$ su tačke koje takođe pripadaju pravoj. Zamenimo u jednačinu:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

pomenute poznate koordinate tačaka dobijamo:

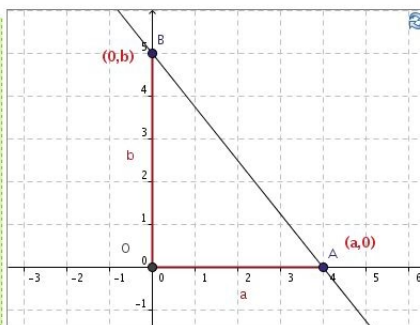
$$y - 0 = \frac{q - 0}{0 - p}(x - p).$$

Segmentni oblik jednačine prave

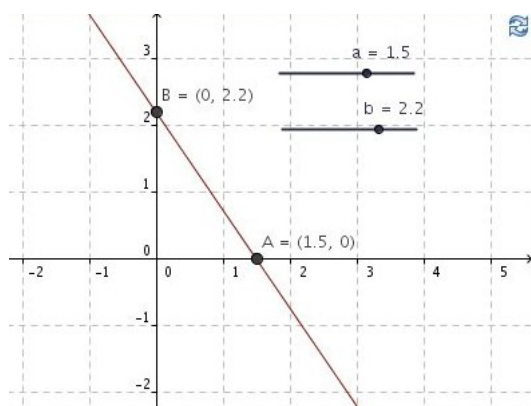
Prava je u koordinatnom sistemu određena veličinom odsečaka (segmenata) koje odseca na koordinatnim osama. Prilikom izvođenja jednačine prave koristićemo sliku.

Na slici sa desne strane se vidi da je segment na x osi označen sa a , a da je segment na y osi označen sa b .

Kako bismo odredili jednačinu prave l uspostavimo vezu između odsečaka a i b i koordinata proizvoljne tačke M koja pripada pravoj l .



Slika 3.4: Segmentni oblik jednačine prave.



Slika 3.5: Aplet segmentnog oblika jednačine prave.

Oдавde se dobija jednačina

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1,$$

koja predstavlja segmentni oblik jednačine prave.

Nakon ovog pasusa pred učenicima je aplet koji im demonstrira kako jednačina prave zavisi od parametra p i q . Na samom apleta se nalaze dva slajdera čijim se pomeranjem može menjati veličina odsečaka p i q . Pomeranjem slajdera p vidi se da se menja dužina odsečka na x - osi tj. prava se pomera po ovoj osi. Analogno, pomeranjem parametra q menja se odsečak na y - osi, odnosno prava se pomera duž ove ose. Pored slajdera na apletu se nalazi jednačina prave koja se prilikom svakog pomeranja jednog od apleta ispisuje ponovo, tako da se u svakom trenutku može videti kako zapravo jednačina izgleda.

3.5.3 Izgradnja pojma elipse

Slično kao što je izgrađen pojam prave u zbirci, uvedena je jednačina elipse u kanonskom položaju. Na ovom mestu neće biti detaljno opisivano samo uvođenje, već će biti prikazano samo nekoliko najinteresantnijih apleta direktno



Elipsa - "mehanička" konstrukcija

Šta je elipsa? Elipsa je skup svih tačaka ravni koje imaju svojstvo da im je zbir rastojanja od dve fiksirane tačke uvek jednak.

Pokušajmo apletom, koji se nalazi sa leve strane simulirati konstrukciju elipse pomoću dva eksera i končića. Jednačina ove elipse je: $(x - k)^2/a^2 + (y - h)^2/b^2 = 1$

Dužina konca data je na vrhu apleta u obliku crvenog slajdera. Pomeranjem crvene tačke na slajderu možete menjati dužinu konca.

Ako je veza između dužine konca i velike poluose: $2a=d$, kolika je dužina velike poluose elipse za ovako izbranu dužinu konca? Proveri!

Slika 3.6: Mehanička konstrukcija elipse.

Elipsa - preko tačaka do jednačine

Neka su žiže elipse tačke x ose i neka je koordinatni početak na sredini, između žiža. Ukoliko tačke ravni zadovoljavaju uslov da je zbir njihovih rastojanja od žiža konstantan i jednak $2a$, povežite li njihove koordinate možda neka jednačina?

U apletu slobodne tačke možete pomerati vertikalno. Postavite ih tako da zbir njihovih rastojanja od žiže bude 20.

Odaberite proizvoljnih pet tačaka, tako pomerenih, i pomoću dugmeta nacrtajte elipsu. Kao rezultat bi trebalo da dobijete elipsu, čije se mala i velika osa nalaze na x i z osi. Ukoliko niste dobili ovo kao rezultat, proverite jeste li dobro odabrali tačke.

Dobijena jednačina elipse ima parametar a: Proveri!
koja je vrednost parametra b: Proveri!

Uporedite imenilac prvog razlomka sa velikom poluosom elipse!

Uporedite imenilac drugog razlomka sa malom poluosom elipse!

Input:

Milena Marić. Created with CoolCobras

Slika 3.7: Elipsa - od tačke do jednačine.

preuzetih iz zbirke. U okviru zbirke, obrađena su i određena svojstva elipse koja učenicima mogu biti od koristi prilikom rešavanja konkretnog problema.

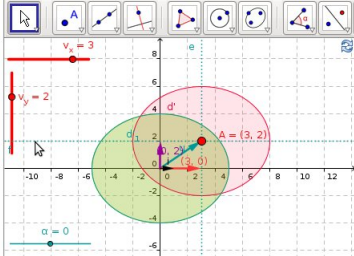
Učenici se upoznaju sa sledećim svojstvima elipse:

1. Mehanička konstrukcija elipse
2. Elipsa - od tačaka do jednačine
3. Izometrijske transformacije elipse

Sva nabrojana svojstva koja su ilustrovana apletima neće biti detaljno opisana u okviru ovog rada. Cilj njihovog izlaganja u okviru same elektronske zbirke jeste da se učenici detaljno upoznaju sa pojmom elipsa i da usvoje potrebna znanja za rešavanje zadataka. Neka od izloženih svojstava će biti neophodna za rešavanje zadatka koji sledi.

 **Elipsa - pomeranje**

Elipsa koja je data ovim apletom ima centar u koordinatnom početku, mala i velika poluosa joj se nalaze na koordinatnim osama. Međutim, elipsa može da bude i translirana ili rotirana. Tom prilikom se čuvaju osobine elipse, ali se jednačia elipse menja. Naš zadatak je da sledećim apletom uočimo kako.



U apletu nalazi se elipsa čije se mala i velika poluosa nalaze na koordinatnim osama. Odrediti jednačinu ove elipse ako je velika poluosa dužine 5, a mala 4.
Jednačina ove elipse je oblika: $(x - k)^2 / a^2 + (y - h)^2 / b^2 = 1$
Uneti vrednosti za k i h .
Proveriti da li su unete vrednosti tačne [Proveri!](#)

Odrediti parametre a, b, k i h za jednačinu translirane elipse iz apleta.
Uneti vrednosti za a i b .
Uneti vrednosti za k i h .

Slika 3.8: Izometrijske transformacije elipse.

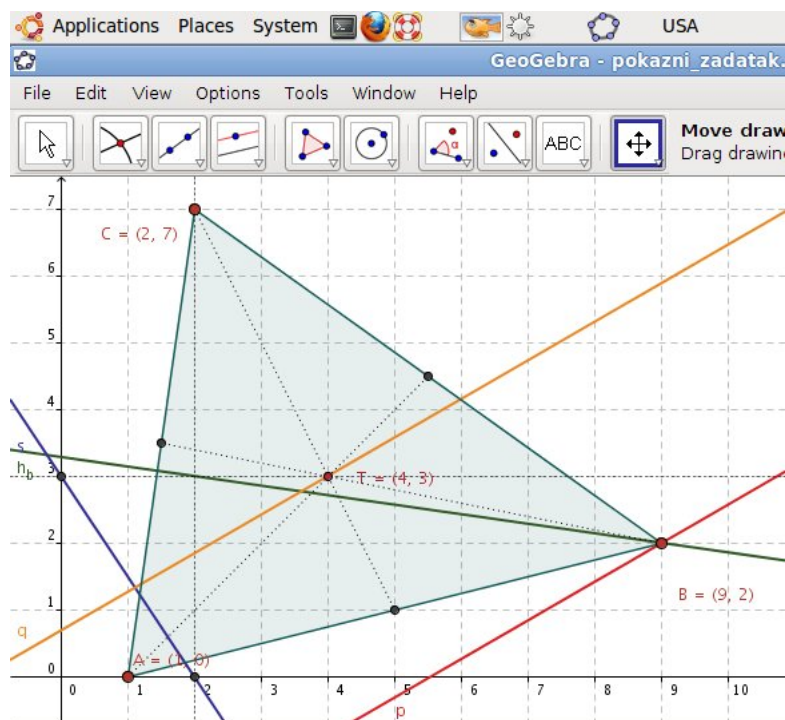
3.6 Primeri rešenih zadataka

3.6.1 Primer zadatka iz oblasti prave.

Sledeći zadatak je primer zadatka koji obuhvata gotovo svo gradivo koje izloženo u prethodnim poglavljljima. Ovaj zadatak je dobar primer za rekapitulaciju predene oblasti. Takođe može poslužiti učeniku i kao vid podsetnika. Naime, kroz četiri iteracije zadataka prolazimo kroz sve oblike jednačine prave i na početku svakog dela zadatka naglašavamo učeniku suštinu teorijskog dela ove oblasti koji se primenjuje u tom delu zadatku.

Primer 3.6.1 Data su temena trougla $\triangle ABC$ svojim koordinatama $A(1, 0)$, $B(9, 2)$ i $C(2, 7)$. Odrediti:

1. Jednačinu stranice b trougla $\triangle ABC$.
2. Jednačinu visine iz temena B trougla $\triangle ABC$.
3. Jednačinu prave l koja sadrži teme B i sa x -osom zaklapa ugao $\alpha = \frac{\pi}{6}$.
4. Jednačinu prave čiji su segmenti određeni presekom prave koja sadrži tačku C i paralelna je sa y - osom i presekom prave koja sadrži tačku T i paralelna je sa x -osom.
5. Jednačinu prave koja je određena težištem trougla T i vektorom pravca prave l .



Slika zadatka iz primera 3.6.1.

1. U prvom delu zadatka se traži da se odredi jednačina prave kroz dve tačke. Data su temena trougla, $A(1, 0)$ i $C(2, 4)$. U ponuđenom rešenju za ovaj zadatak učeniku se naglašava da se koristi oblik jednačine:

$$y - y_a = \frac{y_c - y_a}{x_c - x_a}(x - x_a).$$

Rešenje:

1. Stranica b određena je tačkama A i C. Koordinate tačaka A i C su poznate tako da je lako odrediti jednačinu stranice b korišćenjem jednačine prave kroz dve tačke.

$y - y_1 = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)(x - x_1)$.

Zamenom koordinata tačaka A i C u navedenu jednačinu, dolazimo do jednačine:

$y - 0 = (0 - 2) / (1 - 9)(x - 1)$.

Sređivanjem ove jednačine nalazimo da stranica b ima jednačinu:

b: $y = 1/4x - 1/4$.

Ovde možete pogledati gradivo:

[Jednačina prave kroz dve tačke](#)

Povezanost zadatka i teorije u zbirci.

Na umetnutoj slici se vidi da postoji link odavde ka teorijskom delu: Oblik jednačine prave određene dvema tačkama. Zamenom poznatih koordinata dolazimo do jednačine:

$$4x - y - 3 = 0.$$

2. U drugom delu zadatka se pozivamo na jednačinu prave koja je određena koeficijentom pravca i tačkom. U samoj elektronskoj zbirci dat je ovaj oblik jednačine:

$$y = kx + n.$$

I ovde postoji link ka teorijskom delu: Oblik jednačine prave određen koeficijentom pravca prave i tačkom. Jasno, učenicima je ponovljeno da je koeficijent pravca k zapravo tangens ugla α što je opet jedan vid podsećanja pređenog gradiva. Dakle:

$$k = \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Zamenom, dolazimo do jednačine:

$$x - 2y - 4 = 0.$$

3. U trećem delu zadatka neophodno je prvo odrediti koordinate težišta trougla. Kako je težište tačka u kojoj se seku težišne duži trougla, jasno je da je neophodno odrediti jednačine težišnih duži, recimo t_a i t_b . Koordinate tačke T dobijamo rešavanjem sistema jednačina:

$$\begin{aligned} t_a : 2x - 3y - 2 &= 0, \\ t_b : 4x + 9y - 24 &= 0. \end{aligned}$$

Tako da su koordinate težišta $T(3, \frac{4}{3})$. Sada je preostalo još da odredimo jednačinu prave koja sadrži tačku T i čiji je vektor pravca jednak vektoru pravca prave l . Traženi vektor je $\vec{u}(2, -1)$ i koordinate tačke su nam poznate tako da je tražena jednačina:

$$15x + 25.98y - 10.36 = 0.$$

4. I na kraju, odredimo jednačine pravih koje odsecaju segmente prave koju tražimo na osama. Prava paralelna x -osi ima jednačinu:

$$y = \frac{4}{3},$$

dok prava paralelna y -osi ima jednačinu:

$$x = 2.$$

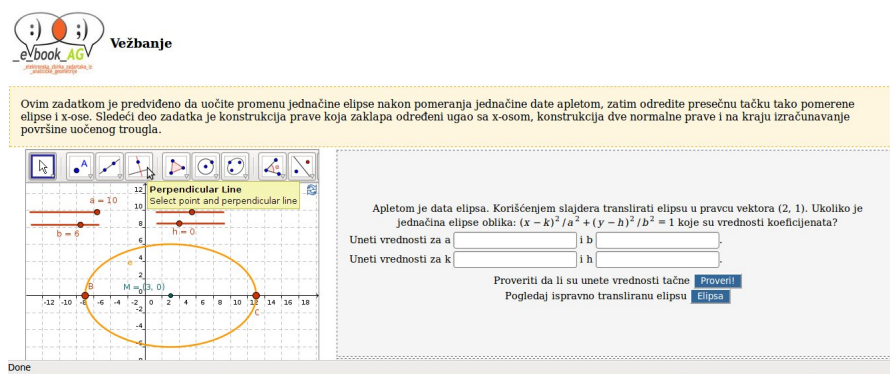
Zamenom odsečaka u jednačinu:

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1,$$

nalazimo da je tražena jednačina:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{\frac{4}{3}} = 1.$$

Kao i u prethodnim delovima postoji veza ovog dela zadatka sa teorijskim delom zbirke koji govori o segmentnom obliku prave.



Slika 3.9: Ilustracija opisanog zadatka.

3.6.2 Primer zadatka iz oblasti elipse

U okviru ovog zadatka predviđeno je da se uoči promena jednačine elipse u zavisnosti od promene parametara koji ulaze u sastav jednačine, zatim da se odrede koordinate presečnih tačaka elipse i apscise, kao i da se nađe jednačina prave koja prolazi kroz zadatu tačku i sa apscisom zaklapa zadati ugao i na kraju trebalo bi odrediti površinu trougla čija su temena data koordinatama.

Formulacija zadatka data je u narandžastom pasusu. Sve vreme kroz zadatak nas vodi aplet koji se nalazi odmah ispod formulacije zadatka sa leve strane.

Plavi pasusi su namenjeni za deo zadatka koji predstavlja rešenje. Možemo primetiti da postoje dve nijanse plave boje. Svetlija plava boja je namenjena za deo rešenja koje bi učenik trebalo samostalno da uradi. Pretpostavljamo da neki učenici mogu sami da dođu do rešenja zadatka i njima je namenjeno dugme "Proveri" koje im omogućava da potvrde tačnost svog rezona.

Za one učenike koji nisu sigurni ili ne znaju da reše samostalno zadatak data su tamno plava polja u kojima je priloženo rešenje.

1. Korišćenjem slajdera translirati elipsu u pravcu vektora (2,1). Odrediti parametre a, b, k i h. Jednačina elipse je data u obliku:

$$\frac{(x-k)^2}{a^2} + \frac{(y-h)^2}{b^2} = 1$$

- a) U svetlo plavom polju od učenika se očekuje da u odgovarajuća polja unese odgovarajuće parametre a, b, k i h. Provera se vrši tako što učenik može da klikne na dugme "Proveri".
- b) U tamno plavom polju priloženo je ovakvo obrazloženje: Jednačina elipse koja je prikazana na apletu je:

$$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{(\frac{10}{2})^2} = 1.$$

Translacijom ove elipse u pravcu vektora (2,1) menja se centar elipse, tj. parametri k i h. Tako da je jednačina translirane elipse:

$$\frac{(x-2)^2}{10^2} + \frac{(y-1)^2}{(\frac{10}{2})^2} = 1.$$

2. Odrediti koordinate presečnih tačaka translirane elipse i x-ose.

a) U svetlo plavom polju učenicima je samo ponuđeno dugme za ucrtavanje ovih tačaka u aplet. Aplet je tako napravljen da kada se pojave presečne tačke budu predstavljene svojim koordinatama što omogućava učeniku da proveriti da li je dobro izračunao tražene koordinate.

b) U tamno plavom polju dato je sledeće rešenje:

Presečne tačke translirane elipse i x-ose odredićemo kada u jednačinu elipse zamenimo

$$y = 0.$$

Menjanjem ovoga, dolazimo do jednačine:

$$\frac{x^2}{100} + \frac{(0 - 1)^2}{(\frac{10}{2})^2} = 1.$$

Sređivanjem dolazimo do jednačine:

$$(x - 2)^2 = 96.$$

Rešavanjem ove kvadratne jednačine nalazimo da je:

$$x_1 = 2 + 4\sqrt{6}$$

i

$$x_2 = 2 - 4\sqrt{6}.$$

Odakle sledi da su koordinate presečnih tačaka: $M_1(2 + 4\sqrt{6}, 0)$ i $M_2(2 - 4\sqrt{6}, 0)$.

3. Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačku C i koja sa x-osom zaklapa ugao od 45° .

a) U svetlo plavom polju učenicima se nudi prostor da upišu jednačinu koju su izračunali i provere da li je rezultat tačan. Ovde je postavljen brojač koji broji koliko puta je učenik unosio odgovor i koliko je poena osvojio. Za tačan odgovor dobije se 5 poena, a za netačan -5.

b) U tamno plavom polju urađen je zadatak korak po korak. Prava čiju jednačinu tražimo sa x-osom zaklapa ugao od 45° tako da je koeficijent pravca tražene prave

$$k = \operatorname{tg} 45^\circ = 1.$$

Sada ćemo iskoristiti jednačinu prave koja sadrži tačke čije su koordinate poznate i čiji je koeficijent pravca poznat:

$$y - y_0 = k(x - x_0),$$

odnosno:

$$y - 0 = 1(x - 10),$$

odakle, nakon sređivanja nalazimo da je jednačina tražene prave

$$y = x - 10.$$

4. Odrediti površinu trougla čija su temena tačka sa koordinatama (2,2), tačka C i presečna tačka prave koja prolazi kroz tačku C i normalna je na pravu l i y-ose.

- a) U svetlo plavom polju je data opcija da se tražena temena ucrtaju u aplet koji prati ovaj zadatak, a onda je napravljen formular koji računa površinu trougla. Na učeniku je da sračuna koordinate temena koja nisu data.
- b) U tamno plavom polju zadatak je rešen korak po korak. Za početak određena je jednačina prave koja prolazi kroz teme C i koja je normalna na pravu l . Kako je prava čiju jednačinu tražimo normalna na pravu l važiće sledeće:

$$k_l k_n = -1.$$

Tako da odavde možemo da odredimo koeficijent pravca prave koju tražimo:

$$k_n = -1.$$

Iskoristićemo sada istu jednačinu kao kada smo tražili jednačinu prave l .

$$y - y_0 = k(x - x_0).$$

Zamenom koeficijenta i poznatih koordinata tačke C nalazimo da je:

$$y - 0 = -1(x - 10).$$

Sređivanjem jednačine dolazimo do:

$$y = -x + 10.$$

Tačka u kojoj ova prava seče y-osu ima y koordinatu $y = -1 \cdot 0 + 10$, odnosno $y = 10$, a koordinate tačke su $N(0, 10)$. Površinu trougla ćemo odrediti korišćenjem formule:

$$P = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \end{vmatrix}$$

U okviru stranice ovog zadatka na kraju je napravljena forma za izračunavanje površine trougla kada su poznate koordinate sva tri temena. Ovako napravljena forma olakšava izračunavanje, doprinosi interaktivnosti i vizuelno je napravljena u obliku same formule pomoću koje se računa površina trougla kako bi i vizuelno učenici lakše zapamtili.

Učitati trougao koji je određen tačkom (2, 2), tačkom C i presečnom tačkom normale i y-ose. [Trougao!](#)

Unošenjem koordinata temena na odgovarajuća mesta determinante odrediti površinu osenčenog trougla na apletu.

$P = 1/2 \begin{vmatrix} \text{1} & \text{2} & \text{1} \\ \text{2} & \text{2} & \text{1} \\ \text{0} & \text{10} & \text{1} \end{vmatrix}$

[Izračunaj!](#)

Milena Marić, Created with GeoGebra

Forma za izračunavanje površine trougla.

4

Evaluacija korišćenja elektronske zbirke apleta

4.1 Opis eksperimenta

Budući da uslovi nisu dozvoljavali rad sa većim brojem odeljenja istog razreda za ovaj eksperiment je uzeto samo jedno odeljenje. Ovako napravljena elektronska zbirka apleta prezentovana je odeljenju drugog razreda Arhitektonsko tehničke škole. Učenici ovog odeljenja su podeljeni na grupu koja je nastavnu temu Krive drugog reda pratila isključivo slušanjem klasične nastave - grupa A i na drugu grupu koja je slušala i klasičanu nastavu i koristila elektronsku zbirku apleta za savladavanje nove materije - grupa B. Grupa B je aplete koristila u samostalnom radu kod kuće. Učenici su na grupu A i grupu B podeljeni vrlo jednostavno, prva polovina prozivnika postala je grupa A, a druga polovina prozivnika grupa B. Grupa B je nakon svake nove nastavne jedinice dobila uputstvo na koji deo zbirke apleta bi trebalo obratiti pažnju. Učenicima je ostavljeno da samostalno procene u kojoj će meri koristiti aplete.

Cilj ovog praktičnog dela rada bio je da se putem pismene provere znanja uporede rezultati savladavanja materije učenika obe grupe. Takođe, jedan od razloga sprovođenja ovog eksperimenta bio je da se prati uticaj novog vida nastavnog materijala na motivisanost kod učenika.

Tokom procesa nastave praćena je aktivnost na času obe grupe. Učenici grupe B bili su zainteresovaniji za sudelovanje u toku časa. Pozivali su se na viđene aplete i interesovali za naredne oblasti. Nekolicina učenika grupe B, na svoju inicijativu, instalirala je i počela da koristi paket GeoGebra. Ovi učenici su tražili i pomoć prilikom izučavanja samog softvera. Takođe bili su zainteresovani da i sami naprave neke aplete.

Nakon obrađene nastavne teme Krive drugog reda obe grupe su testirane. Svi učenici su radili isti test. Na testu su bili dati zadaci prosečne težine. Broj zadataka na testu bio je deset a vreme predviđeno za izradu 60 minuta. Za svaki zadatak bili su ponuđeni odgovori. Učenik se opredeljivao za jedan od pet odgovora. Samo jedan ponuđen odgovor bio je tačan. Učenici su uz test prilagali i postupak kojim su dolazili do rešenja. Primer zadatka sa testa:

5. Naći jednačine stranica trougla ABC ako je data koordinata temena A($-4, 2$) i jednačine dveju pravih kojima pripadaju težišne duži tog trougla: $3x - 2y + 2 = 0$ i $3x + 5y - 12 = 0$.
- $2x + y - 8 = 0$, $x - 3y + 10 = 0$ i $x + 4y - 4 = 0$,
 - $2x + y + 8 = 0$, $x - 3y + 11 = 0$ i $x + 4y - 4 = 0$,
 - $x + 3y + 8 = 0$, $x - 3y + 10 = 0$ i $x + 4y - 14 = 0$,
 - $2x + y - 8 = 0$, $4x - 3y - 1 = 0$ i $7x + y + 3 = 0$,
 - $2x + 2y - 3 = 0$, $x - 3y + 10 = 0$ i $2x + 5y + 4 = 0$.

4.2 Rezultati eksperimenta

Nakon obrade rezultata došlo se do sledećeg: Srednja ocena u grupi A bila je 3.32, a srednja ocena u grupi B bila je 3.55.

Dobijeni rezultat uporedili smo sa prosečnom ocenom grupe A i grupe B na kraju prvog polugodišta kao i sa prosečnim ocenama koje su učenici ovih grupa postigli nakon obrađene nastavne teme :

Tabela 4.1: Prosek ocena

Oblast	Grupa A	Grupa B
1. razred	4.08	3.95
Stepenovanje, korenovanje	3.25	3.95
Kvadratna j-na, funkcija, nejednačina	2.72	2.81
Krive drugog reda	3.32	3.55

5

Zaključci

Prirodno je da savremena nastava matematike prati razvoj tehnologije, te se nastoji u obrazovni proces uvesti nova nastavna sredstva kako bismo učenicima približili matematiku, kako bismo ih motivisali na rad, poboljšali razumijevanje, otkrivanje i usvajanje matematičkih pojmova, pojava i zakonitosti. Kao što su tokom prošlih godina u nastavni proces kao pomagala ušli grafoskopi, magnetofoni i dr., tako smo danas svedoci sve češćeg učenja i podučavanja uz pomoć računara.

Jezik matematike je pun karakterističnih simbola i kao takav veliki je izazov za zapisivanje i stavljanje matematičkih sadržaja na Internet. Cilj uvođenja novina jeste da se različiti matematički sadržaji mogu naći upravo putem Interneta i biti dostupni učenicima u bilo koje doba. Metode predstavljanja matematičkog teksta koje su opisane u ovom radu pomogle su nam prilikom pravljenja ove zbirke zadataka u delu kod ispisivanja tekstova i rešenja zadataka. Materijal napravljen korišćenjem ovih metoda je lako čitljiv učenicima, a nastavnicima lak za ažuriranje. Prednost ovakog materijala je u tome što se ovako zapisan matematički tekst može prebacivati u različite matematičke softvere i ne gubiti na značenju prilikom ovih prebacivanja.

Na osnovu eksperimenta pomenutog u prethodnom poglavlju možemo zaključiti da je svaki vid modernizacije nastavnog procesa podsticajan za rad učenika. Primetimo da razlika u proseku ocena nije velika, ali se na osnovu aktivnosti na času stiče utisak da je grupa B obradila nastavnu temu sa više razumevanja i da je njihovo znanje dugoročnije. Ovakvim pristupom smo akcenat sa nastavnika preneli na učenika i time ga stavili u situaciju da donekle sam utiče na izgled nastavnog procesa. Postojanje baze apleta koja je napravljena korišćenjem raspoloživih kompjuterskih tehnologija osnova za motivisanje učenika na samostalan rad. Na osnovu aktivnosti na času videli smo da samostalan rad pozitivno utiče kod usvajanja novog gradiva i razumevanja.

Ovakav vid nastave iziskuje motivisanog nastavnika i nastavnika koji je spreman da se permanentno usavršava kako bi išao u korak sa tehnologijama koje ne stalno razvijaju. Takođe, očekuje se da je nastavnik uvek spreman da pomogne učeniku tokom rada na zbirci apleta.

Kako je ovaj eksperiment izveden sa malim brojem učenika cilj nam je da ga ponovimo na većoj populaciji kada nam to uslovi dozvole. Kao još jedan od ciljeva za dalji rad navodimo ideju da se postojeća baza apleta razvija, dopu-

njuje novim zadacima i novim pogodnostima za korisnike kao što su određene statistike koje će svaki korisnik moći da prati za sebe: broj posećivanja strana određene oblasti, broj tačno odrađenih primera, rezultate na online testovima.



Terminološki rečnik

B

Blockquote – oznaka za citat

Body – telo dokumenta

C

CSS (Cascading Style Sheets) – Stilski listovi

D

Distance learning – učenje na daljinu

Definition list – definicione liste

DTD (Document type definition) – Definicija tipa dokumenata

dot-com Bubble – Pojava oko 2000. godine kada je najednom kreiran veliki broj novih firmi zasnovanih na poslovanju preko Interneta, koje su nakon nekoliko godina ugašene

E

E-learning - elektronsko učenje

F

Footer - Podnožje

G

GIF (Graphics Interchange Format)- format za zapis slika

H

Header - Zaglavlje

HTML (HyperText Markup Language) - Jezik za obeležavanje hiper teksta

L

LMS, LMSC (Learning management system) - Sistem za upravljanje učenjem

M

Markup languages - jezik za obeležavanje

MathML (Mathematical Markup Language) - Jezik za obeležavanje matematičkog sadržaja

Microsoft Office - Vlasnički paket softvera za kancelarijsko poslovanje kompanije Microsoft

O

Open Office - Slobodni paket softvera za kancelarijsko poslovanje

Ordered list - numerisane liste

S

SGML (Standardized General Markup Language) - Standardizovani opšti jezik za obeležavanje

SVG (Scalable Vector Graphics) - Jezik za opis vektorske grafike i njeno integrisanje u Veb stranice

SMIL (The Synchronized Multimedia Integration Language) - Jezik za integraciju multimedijalnih sadržaja u Veb stranicu

I

Indentation - nazublјivanje

J

JavaScript - programski jezik

JPEG (Joint Photographic Experts Group) - format za zapis slika

JavaScript API (JavaScript Application Programming Interface) - Interfejs za programere namenjen za komunikaciju (u ovom slučaju sa GeoGebra apletima)

U

Unordered list - nenumerisane liste

W

WYSIWYG (What You See Is What You Get) - pristup: Šta vidiš, to i dobiješ

Well formed - dobro formirani

White space characters - karakteri belina

World Wide Web Consortium (W3C) - Organizacija koja se bavi standardizovanjem Veba

X

XHTML (EXtensible HyperText Markup Language) - Proširivi jezik za obeležavanje hiper teksta

XML (eXtensible Markup Language) - Proširivi jezik za obeležavanje

Bibliografija

- [1] Descriptive geometry mini e-book, <http://poincare.matf.bg.ac.rs/~daad/people/MarkoLjucovic/index.html>, *Maematički fakultet*, Beograd, 2008.
- [2] Filip Marić. Uvod u Veb i Internet tehnologije - skripta *Matematički fakultet*, Beograd, 2010.
- [3] HTML 4.0 Specification. <http://www.w3.org/TR/1998/REC-html40-19980424/>
- [4] Hugh E. William i David Lane Web aplikacije i baze podataka *Mikro knjiga*, Beograd, 2002.
- [5] Miroslava Ristić. Izbor softverske platforme za e-učenje *Monografska bibliografija Didaktičko metodički aspekti promena u osnovnoškolskom obrazovanju*, Učiteljski fakultet Beograd, 2006.
- [6] Miroslava Ristić. Komunikacija u procesu učenja na daljinu *Zbornik radova, Razvijanje komunikacionih kompetencija nastavnika i učenika*, Pedagoški fakultet Jagodina, 2007.
- [7] Miroslava Ristić. Virtuelna stvarnost u obrazovnim i procesima obuke *Obrazovna tehnologija*, Učiteljski fakultet Beograd, 2003.
- [8] Metodika i komunikacija elektronskog obrazovanja. <http://www.carnet.hr/referalni/obrazovni/mkod/komunikacija/vjestine.html>
- [9] Metoda traga i nedogleda - elektronska knjiga <http://alas.matf.bg.ac.rs/~mr04208/ng/>, *Maematički fakultet*, Beograd, 2008.
- [10] Stereometrija za osmi razred <http://www.ivangundulic.edu.rs/doc/StereometrijaZaOsmi/index.html>, *Osnovna škola „Ivan Gundulić”*, Beograd, 2008.
- [11] Željko Stanković. Razvoj tehnologije učenja na daljinu *Nastava i obrazovanje*, Pedagoško društvo Srbije, 2009.
- [12] Žarko. Ivanović, Srđan Ognjanović MATEMATIKA, Zbirka zadataka i testova za III razred gimnazija i tehničkih škola *Krug*, Beograd, 2004.

- [13] Elektonska zbirka zadataka za fakultet, <http://codd.matf.bg.ac.rs/angeom>, *Maematički fakultet*, Beograd, 2008.
- [14] Udruga za unapređenje nastave matematike, <http://public.carnet.hr/~ssuljic/>
- [15] Zbirka apleta iz analitičke geometrije, <http://alas.matf.bg.ac.rs/~mm97045/agi>