UDC 52(082) YU ISSN 0373-3742

PUBLIKACIJE ASTRONOMSKE OPSERVATORIJE U BEOGRADU
PUBLICATIONS DE L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE DE BELGRADE

Sv. 48 No. 48

ISTRAŽIVANJA U ASTRONOMIJI I

RESEARCHES IN ASTRONOMY I

Edited by O. Atanacković–Vukmanović and M.S.Dimitrijević

BEOGRAD
1995

PUBL. OBS. ASTRON. BELGRADE No. 48, 1–202 BELGRADE MARS 1995

PUBLICATIONS DE L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE DE BELGRADE

FOUNDED IN 1947

EDITORIAL BOARD:

Dr Milan S. DIMITRIJEVIĆ, Editor-in-chief (Astronomical Observatory, Belgrade)
Dr Olga ATANACKOVIĆ-VUKMANOVIĆ, Editor (Astronomical Observatory, Belgrade)
Dr Zoran KNEŽEVIĆ (Astronomical Observatory, Belgrade)
Dr Andrea MILANI (Università di Pisa, Pisa)
Dr Jelena MILOGRADOV-TURIN (Faculty of Sciences, Belgrade)
Dr Slobodan NINKOVIĆ (Astronomical Observatory, Belgrade)
Mr Vojislava PROTIĆ-BENIŠEK (Astronomical Observatory, Belgrade)
Dr Sofija SADŽAKOV (Astronomical Observatory, Belgrade)
Dr Sylvie SAHAL-BRÉCHOT (Obervatoire de Paris, Paris)
Dr Ištvan VINCE (Astronomical Observatory, Belgrade)
Dr Vladis VUJNOVIĆ (Institute of Physics of the University, Zagreb)

Published and copyright © by Astronomical Observatory, Volgina 7, 11050 Beograd, Yugoslavia

Director of the Astronomical Observatory: M. S. Dimitrijević

The publication of this issue is financially supported by the Ministry of Sciences and Technology of Serbia

Number of copies / tiraž: 500

Printed by / štampa: „Služba za obavljanje stručno tehničkih i drugih poslova za potrebe saveznih organa", Novi Beograd, Omladinskih brigada 1

Предговор

Астрономија је наука, која је и у данашње време сачувала чар авантуре, ретка наука која и аматеру омогућава да дође и до највећих открића. Сетимо се Вилијема Хершела, оргуљаша у цркви у енглеском граду Бату, који је телескопом што га је сам конструисао открио планету Уран, прву планету која није била позната старим народима. Сетимо се и бројних аматера откривача нових комета. Велики интерес за астрономију подстиче и утицај њених достигнућа на развој других наука, што је довело до настанка и развоја астрофизике, астрохемије, астробиологије... Осим тога присуствујемо њеном експлозивном и револуционарном развоју. Космички бродови са Земље посетили су све планете Сунчевог система осим Плутона а стално смо сведоци нових и атрактивних космичких мисија па није чудно што у астрономским друштвима број аматера далеко надмашује број професионалаца.

Наша земља активно учествује у савременим астрономским истраживањима и научним трагањима, те доприноси развоју астрономије, као општељудске науке чији су резултати намењени целом човечанству. Да би се резултати астрономских истраживања приближили астрономима, студентима, колегама из других наука, аматерима и свима које астрономија и њени резултати интересују, покренуо сам 1989. циклус предавања под насловом "Савремена истраживања у астрономији" који је прерастао у редовну праксу, значајну за научну атмосферу на Астрономској опсерваторији и за развој младих истраживача. Моја замисао је била да сваки од предавача напише своје предавање и да на тај начин путем зборника овакве врсте стално попуњавамо празнину у литератури и омогућавамо боље информисање јавности и научни развој младих. Међутим, текстове припремљене за штампу успео сам да добијем само од појединих предавача. Мада је већина прилога у овом

зборнику изложена у оквиру поменутог циклуса предавања на Астрономској опсерваторији, има и текстова који су писани специјално за овај зборник или су укључени у њега пошто одговарају по концепцији.

Надам се да овај зборник, намењен не само уском кругу специјалиста, него свима онима који се интересују за истраживања у астрономији и то пре свега у нашој земљи, попуњава једну велику празнину у нашој астрономској литератури. Он је значајан и за студенте, јер могу да се упознају са ужим проблемима на којима раде поједини научници и са њиховим резултатима. Значајан је и за научнике, јер им даје могућност да своје резултате приближе онима који на њима могу да се уче и онима који се интересују за развој и достигнућа наше астрономије.

"Велики је грех знати неку истину а не казати је другоме и пустити га да у незнању лута", писао је Ђорђе Станојевић (1858 – 1921) наш први астрофизичар, други директор Астрономске опсерваторије у Београду и популаризатор научних знања у нашој средини. Зато се надам да ће овај зборник покренути наше истраживаче да о својим резултатима пишу за оне који на њима могу да уче и да ово неће остати први и једини зборник овакве врсте.

Милан С. Димитријевић

Foreword

Astronomy is a science which has preserved even to our days the fascination of adventure, being a rare one among the sciences affording the possibility even to amateurs of making the greatest discoveries. Let us remember William Herschel, an organist in the English town Bath, who discovered with the telescope of his own making the planet Uranus, the first among the planets not know to the ancients. Let us remember also the numerous amateurs, discoverers of the new comets. The great interest in astronomy is roused also by the impact of its achievements on the development of other sciences, resulting in the emergence of astrophysics, astrochemistry, astrobiology... Moreover, we are witnessing its explosive and revolutionary progress. The spacecraft sent from the Earth have visited all of the planets of the solar system except Pluto, while new cosmic missions are continuously being expedited. It is therefore no wonder that the number of amateurs in the astronomical societies by far surpasses that of the professionals.

Our country is taking active part in the present-day astronomical researches and scientific explorations at large, thus contributing to the development of astronomy as an universal science, whose results are devoted to the whole humanity. In order to bring closer the results of the astronomical researches to the astronomers, students, colleagues from other sciences, amateurs and all those interested in astronomy and its achievements, I started in 1989 a course of lec-

tures entitled "Current Researches in Astronomy", which in time outgrew into regular praxis, important for the scientific atmosphere at this Observatory and for the training of the young researchers. As envisaged by me, all the authors were to put in writing their lectures, allowing thereby the forming of collections of papers like the present one, aimed at securing a steady filling out of the gap in literature, thus favouring better informing of the general public and the scientific upbringing of the young. However, I managed to procure printing-ready texts from some of the lecturers only. Even though the greater part of the contributions appearing in this volume have been presented at the Observatory in the framework of the course of lectures referred to above, there are texts written specially for this collection or were included in it as being convenient by their conception.

I hope that by the present collection of papers, meant not only for the narrow circle of professionals, but for all those interested in the astonomical researches, primarily in our country, a wide gap in our astronomical literature is filled out. It is important to students as they are offered the possibility of getting acquainted with the specific problems worked on by individual scientists, along with their results. It is of importance to scientists too as they are therewith enabled to bring closer their results to those who might learn by them and to all those interested in the progress and achievements of our astronomy.

"It is a big sin to know some truth and not communicate it to fellow-man, letting him straying in ignorance" wrote George Stanojević (1858 – 1921), our first astrophysicist, the second Director of the Belgrade Observatory and a science popularizer in our milieu. Having this in mind I hope that the present collection of papers will prompt our researchers to write about their results for those who might be attracted by them and that this volume will not be the first and the only of the kind.

Milan S. Dimitrijević

САДРЖАЈ

1. Кнежевић Зоран: *Сопствени елементи малих планета* 7

2. Ерцег Вера: *Инструментске константе рефрактора Цајс 650/10550 mm Београдске опсерваторије* 31

3. Томић Александар: *Теоријско заснивање класичне астрофотографије – проблеми калибрације фотоматеријала у астрономији* 47

4. Дачић Миодраг, Сацаков Софија и Цветковић Зорица: *Одређивање положаја звезда у околини радио-извора* 77

5. Нинковић Слободан: *Звездани системи* 87

6. Сацаков Софија и Шалетић Душан: *Астрометријски значај посматрачких података, добијених помоћу Земљиних вештачких сателита Tycho и Hipparcos* 101

7. Сацаков Софија и Цветковић Зорица: *Међународни програми меридијанских посматрања звезда* 117

8. Димитријевић С. Милан: *О параметрима Штарковог ширења спектралних линија, потребним за истраживање звездане и лабораторијске плазме* 127

9. Челебоновић Владан: *Физика и астрофизика материје под високим притиском: неки резултати и неки проблеми* 139

10. Живковић Александар: *Значај и примена астрономског податка у геодезији* 167

11. Чадеж Владимир: *О применљивости Џинсовог критеријума* 191

CONTENTS

1. Knežević Zoran: *Proper elements of minor planets* 7

2. Erceg Vera: *The instrumental constants of the Zeiss 650/10550 mm refractor of Belgrade Observatory* 31

3. Tomić Aleksandar: *Theoretical foundations of classical astrophotography – problems of calibration of photographic emulsions in astronomy* 47

4. Dačić Miodrag, Sadžakov Sofija and Cvetković Zorica: *Determination of stellar positions in the vicinity of radio sources* 77

5. Ninković Slobodan: *Stellar systems* 87

6. Sadžakov Sofija and Šaletić Dušan: *Astrometric significance of observational data obtained from the Tycho and Hipparcos artificial satellites* 101

7. Sadžakov Sofija and Cvetković Zorica: *International programs of meridian observation of stars* 117

8. Dimitrijević S. Milan: *On spectral line Stark broadening parameters needed for stellar and laboratory plasma investigations* 127

9. Čelebonović Vladan: *Dense matter physics and astrophysics: some results and some problems* 139

10. Živković Aleksandar: *The significance and applications of astronomical data in geodesy* 167

11. Čadež Vladimir: *Applicability of Jeans criterion* 191

Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 7 – 30

СОПСТВЕНИ ЕЛЕМЕНТИ МАЛИХ ПЛАНЕТА

ЗОРАН КНЕЖЕВИЋ

Астрономска опсерваторија, Волгина 7, 11050 Београд

Резиме. У чланку је дат преглед теорија и метода за одређивање сопствених елемената малих планета, који служе као параметри за класификацију малих планета у фамилије. Описана су и упоређена четири решења често коришћена у прошлости, као и пет савремених, чиме је практично у потпуности обухваћен развој и актуелно стање у овој области. Поменуте су и разјашњене неке од уобичајених заблуда и погрешних представа у вези сопствених елемената, њихове дефиниције, намене и примене.

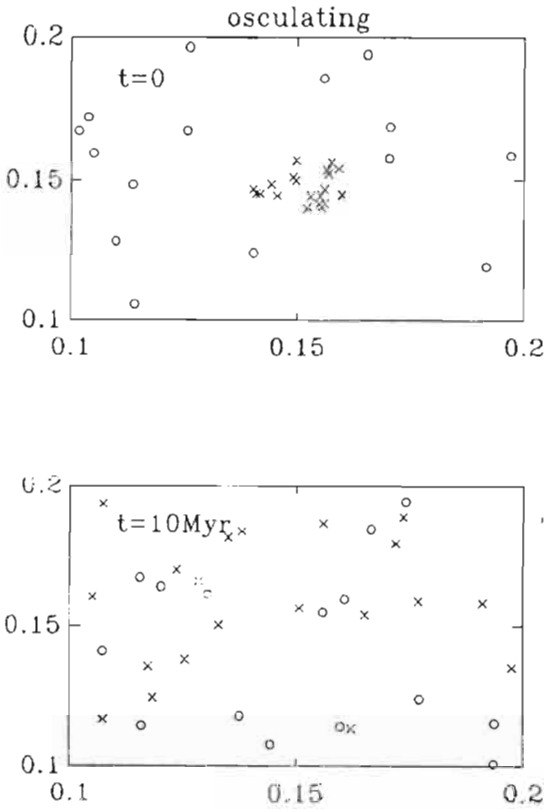
1. Шта су сопствени елементи и за шта се користе?

Премда се за постојање фамилија малих планета зна већ више од 75 година, све до недавно било је врло мало важних достигнућа и напретка када су сопствени елементи, који служе као параметри за класификацију малих планета у фамилије, у питању. То је разумљиво ако се има у виду да унапредити сопствене елементе заправо значи унапредити теорију кретања малих планета, што, међутим, није баш тако једноставан задатак. Најважнији резултати постигнути у прошлости свакако су они које су остварили Хирајама (Hirayama 1918, 1923), Брауер (Brouwer 1951), Вилијамс (Williams 1969, 1979) и Козаи (Kozai 1979). С друге стране, нова знања о улози и значају малих планета за изучавање историје Сунчевог система у целини довела су до повећаног интереса нарочито за проблеме сударне еволуције прстена малих планета, а посебно за фамилије које представљају продукте судара међу малим планетама. Нови посматрачки и теоријски резултати, као и драматично повећане перформансе лако доступних рачунара, створили су услове за појаву низа нових

доприноса, од којих су несумњиво најважније дали Милани и Кнежевић (Milani and Knežević 1990, 1992, 1994), Леметр и Морбидели (Lemaitre and Morbidelli 1994), Милани (1993), Шубарт (Schubart 1982, 1991) и Морбидели (1993).

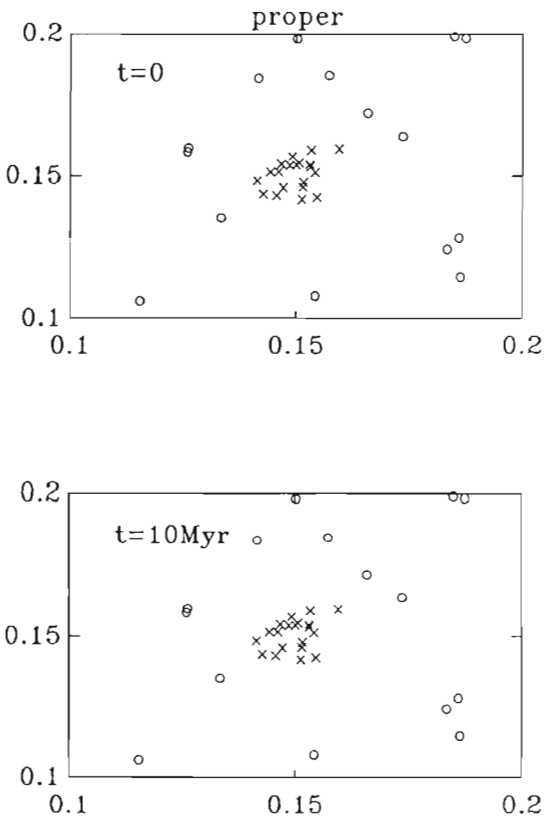
Заједничка карактеристика прошлих резултата је да су сви они били изведени на основу теорија кретања малих планета само првог реда у односу на поремећајну масу, да нису били високе тачности и да чак то колико су нетачни није уопште било познато. Упркос томе, сопствени елементи су у свим тим случајевима рачунати за све мале планете познате у датом тренутку, са изузетком резонантних. Заједничка карактеристика нових резултата је, с друге стране, да су теорије и методе које су коришћене за њихово извођење веома унапређене и усавршене у односу на оне коришћене раније, али да су у исто време постале и далеко комплексније и компликованије. Нађена је могућност посредне оцене тачности изведених сопствених елемената, а са нарастајућим разумевањем проблема и потешкоћа које се сусрећу при њиховом израчунавању јавља се и тренд специјализације процедура и метода у смислу њихове прилагођености за израчунавање сопствених елемената само одређених група и/или субпопулација малих планета. Тако су нпр. нумерички метод Миланија и нумеричко-графички метод Шубарта развијени да би се одредили сопствени елементи, или прецизније сопствени параметри (види касније), за Тројанце, односно за мале планете групе Хилда; аналитичка теорија Миланија и Кнежевића посебно је погодна за мале планете са путањама малих до средњих ексцентричности и нагиба; семианалитичка теорија Леметр и Морбиделија даје најбоље резултате за објекте чије путање имају високе ексцентричности и нагибе; слична теорија Морбиделија развијена је посебно за мале планете које се налазе унутар или у непосредној близини најважнијих секуларних резонанци.

Може се учинити помало необичним да чак и данас има доста конфузије око саме дефиниције сопствених елемената. То је наравно у највећој мери последица чињенице да се сопствени елементи добијају помоћу разних теорија и да зато они не могу увек и у потпуности да се уклопе у један исти оквир; штавише, у пракси се понекад користе и разни други параметри, који у датим случајевима можда боље одговарају специфичној динамичкој ситуацији или моделу, него сами класични сопствени елементи. Константност у времену је она суштинска особина свих тих разних параметара која их чини "сопственим" у смислу имплицираном у оригиналном концепту. Чак су и разне постојеће дефиниције сопствених елемената изведених на основу класичне чисто аналитичке теорије секуларних поремећаја понекад оптерећене и замагљене непотребним техничким појединостима или чак нетачним детаљима, односно, насупрот томе, непрецизним и претераним поједностављењима. Тако нпр. може се у литератури наћи да су "сопствени елементи први интеграли једначина кретања", што је нетачно једноставно зато што се, као што је добро познато, такви интеграли уопште не могу одредити. Тачнија, али и понешто компликована дефиниција била би да "постоји такав поједностављени систем диференцијалних једначина кретања (ниво поједностављења се при том одређује избором онога што се може сматрати 'занемарљивим поремећајима')



Слика 1. Фамилија малих планета (крстићи) на позадини осталих малих планета (кружићи). На y-оси је оскулаторни синус нагиба, а на x-оси оскулаторна ексцентричност путање. Горња слика даје ситуацију у иницијалном тренутку, одмах након одвајања фрагмената од родитељског тела ($t = 0$), док се доња односи на ситуацију неких 10 милиона година касније (слика преузета из Knežević 1994a)

за који се могу одредити три прва интеграла, које онда зовемо сопствена велика полуоса, сопствена ексцентричност и сопствени нагиб; поврх тога, наравно, имамо и три сопствена угла и њихове фреквенције". Коначно, као нека врста радне дефиниције често се користи једноставна констатација да су сопствени елементи "елементи ослобођени свих кратко- и дуго-периодичних поремећаја и зато константни у времену". У пракси се то своди на елементе ослобођене *скоро* свих поремећаја и отуд *приближно* константних у времену.



Слика 2. Фамилија малих планета (крстићи) на позадини осталих малих планета (кружићи). На y-оси је сопствени синус нагиба, а на x-оси сопствена ексцентричност путање. Горња слика даје ситуацију у иницијалном тренутку, одмах након одвајања фрагмената од родитељског тела ($t = 0$), док се доња односи на ситуацију неких 10 милиона година касније (слика преузета из Knežević 1994a).

Сопствени елементи малих планета користе се првенствено за идентификацију фамилија малих планета, али су се у последње време почели користити и за изучавање динамичке структуре прстена малих планета (коју одређују локације најважнијих резонанци у средњем кретању и секуларних резонанци у фазном простору елемената кретања), као и за изучавање кретања тела која се налазе у секуларним резонанцама или у њиховој непосредној близини (ради проучавања механизма транспорта метеорита до Земље, напр.). Што се коришћења сопствених елемената за идентификацију фамилија тиче,

поменимо да се чак и данас понекад јављају недоумице око тога зашто се баш сопствени елементи користе у ту сврху, а не, рецимо, оскулаторни, када се најпроминентније фамилије могу лако уочити и у фазном простору оскулаторних елемената као изразите концентрације на фону осталих малих планета. Одговор на ово питање може се лако разумети помоћу слика 1 и 2. Ми не знамо старост било које од фамилија малих планета, нити оскулаторне елементе било којег родитељског тела у тренутку његовог распада и формирања фамилије, али знамо да у почетном тренутку, одмах након одвајања фрагмената од родитељског тела ($t = 0$), већи део фрагмената остаје релативно близу родитељског тела, формирајући тако једну изразито збијену концентрацију у фазном простору оскулаторних елемената; отуда би, дакле, у почетном тренутку, свака, па и мања фамилија била лако идентификована, а њени чланови јасно одвојени од осталих малих планета у пољу. Премда би и у фазном простору сопствених елемената имали сличну изразиту концентрацију, очигледно не би било никакве потребе за коришћење сопствених елемената за идентификацију фамилија у том тренутку. Познато је из теорије кретања малих планета, међутим, да се услед поремећаја свака иницијална концентрација у фазном простору оскулаторних елемената већ након неколико милиона година разиђе и оспе у таквој мери, да се фамилије које се састоје од мањег броја фрагмената више уопште не могу препознати, док код већих фамилија долази до стапања њихових рубних области са позадином и непоуздане идентификације чланова фамилије у тим областима. Пошто су, по дефиницији, сопствени елементи константе по времену, растур чланова фамилије у њиховом фазном простору требало би да је сасвим мали и у далеко дужим временским интервалима. Постојеће процене старости фамилија указују да је већина њих вероватно стара од неколико десетина до неколико стотина милиона година, па се отуд оне могу поуздано и прецизно идентификовати једино уз коришћење сопствених елемената као параметара за класификацију.

2. Ранији резултати

К. Хирајама (1918) је открио фамилије малих планета изучавајући расподеле малих планета у ($p = \tan i \sin \Omega$, $q = \tan i \cos \Omega$) и ($u = e \sin \varpi$, $v = e \cos \varpi$) равнима тзв. несингуларних елемената кретања (e означава ексцентричност путање, i њен нагиб, док су Ω и ϖ лонгитуда узлазног чвора, односно лонгитуда перихела путање, респективно). Наносећи на график парове вредности (p, q), односо (u, v), које су припадале истим уским интервалима по средњем дневном кретању (n), он је нашао да положаји једног броја малих планета у тим равнима леже врло приближно на кружницама чији су центри померени у односу на координатни почетак и приближно се поклапају са одговарајућим положајима Јупитера у тим равнима. У том свом пионирском раду Хирајама је користио оскулаторне елементе да би израчунао положаје у поменутим равнима за неких 709 малих планета познатих у то време. Он је, наравно, одмах схватио значење тих расподела и устврдио, на основу теорије секуларних поремећаја кретања

малих планета, да се ради о телима међу којима мора да постоји физичка повезаност. Иако није одмах употребио технички термин "сопствени", он је очигледно користио концепт сопствених елемената када је показао да радијуси нађених кружница представљају константе интеграције у решењима једначина кретања које описују секуларне промене путања малих планета. Хирајама је зато нађене групе и назвао "фамилије", чак предпостављајући да су оне настале распадом неке веће мале планете на већи број мањих фрагмената.

Тек у својим каснијим радовима (нпр. Hirayama 1923) он експлицитно говори о сопственим елементима, рачуна их и користи за класификацију малих планета у фамилије. Истовремено узима у обзир и већи број поремећајних планета и изводи сопствене елементе за укупно 950 малих планета. Последњу листу сопствених елемената Хирајама публикује у свом раду из 1928 године (Hirayama 1928).

Следећи важан допринос дао је тек Брауер (1951), који је користио класично Лагранжево аналитичко решење из линеарне теорије секуларних поремећаја, да би израчунао сопствене елементе за укупно 1527 малих планета. Најзначајније Брауерово унапређење у односу на Хирајамине резултате односи се на тзв. принудне поремећаје (поремећајне ефекте који се јављају услед тога што су путање великих планета ексцентричне и нагнуте у односу на инваријабилну раван), или "индуковане осцилације" како их је звао Брауер. Ови чланови израчунати су из теорије кретања великих планета Брауера и Ван Веркома (Brouwer and Van Woerkom 1950) у којој су, у поређењу са старом теоријом Стоквела коју је користио Хирајама, коришћене поправљене вредности планетарних маса и где су узети у обзир главни поремећајни чланови другог реда по маси (тзв. "велика неједнакост" Јупитера и Сатурна). Ово последње побољшање је од посебне важности јер је омогућило одређивање знатно тачније вредности за једну од основних фреквенција планетског система, наиме, ону Сатурновог перихела.

Један од најзначајнијих продора у области изучавања кретања малих планета и одређивања њихових сопствених елемената начинио је Вилијамс (1969). Он је развио семианалитичку теорију секуларних поремећаја кретања малих планета у којој се не користи развој функције поремећаја у ред по степенима ексцентричности и нагиба путања малих планета. Вилијамсова теорија је заснована на Гаусовој методи осредњавања краткопериодичних поремећаја, али се издвајање и одређивање индивидуалних дугопериодичних чланова врши на класичан начин, тј. исто као и стандардној аналитичкој теорији поремећаја. Цена коју је ваљало платити да би се избегао развој функције поремећаја у ред по елементима путање мале планете, је да су се, с друге стране, могли узети у обзир само чланови првог реда и степена развоја по ексцентричности и нагибу поремећајних, великих планета. Отуда, ова теорија даје резултате приближно исте, али ограничене тачности за све мале планете, без обзира на ексцентричности и нагибе њихових путања. У поређењу са сопственим елементима добијеним помоћу аналитичке линеарне теорије сопствени елементи које су одредили Вилијамс (1979, 1989), односно Вилијамс и Хијерат (Williams and Hierath 1987) били су знатно тачнији и поузданији, нарочито за тела

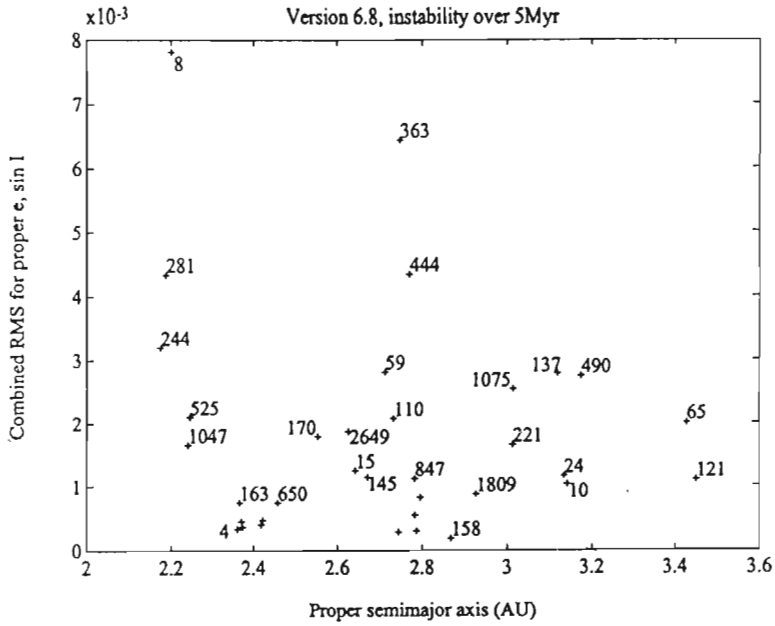
са путањама умерених-до-високих ексцентричности и нагиба. Са техничке тачке гледишта, главне карактеристике Вилијамсове процедуре могу се свести на следеће: диференцијалне једначине кретања изражавају се преко несингуларних променљивих и у функцији аргумента перихела путање мале планете ω; тако добијене једначине се затим раздвоје на део нултог реда (поремећаје какве би произвела поремећајна тела на кружним путањама које леже у истој равни) и део првог реда, који се онда нумерички интеграле. Добијени интеграли имају извесне корисне особине, везане за њихову симетричност и периодичност, које се користе ради оптимизације рачуна. Коначно, сопствени елементи се одређују као оне вредности ексцентричности и нагиба, које одговарају вредности аргумента перихела $\omega = 0$ (то су, у ствари, минимална вредност за ексцентричност, односно максимална за нагиб).

Преостали ранији резултат који треба поменути је онај Козаија (1979), који је искористио своју познату теорију секуларних поремећаја малих планета са великим нагибима путања (Kozai 1962) да би дефинисао један нарочит сет параметара за идентификацију фамилија: оскулаторну велику полуосу мале планете a, z-компоненту угловног момента $\Theta = (1 - e^2)^{1/2} \cos i$, и минималну вредност нагиба i_{min}, која одговара аргументу перихела $\omega = \pi/2$. У оквиру теорије првог реда и поједностављеног динамичког модела у којем се поремећајне планете крећу по кружним путањама у равни, Θ је константа и може се користити у комбинацији са a и i_{min} уместо класичних сопствених елемената у сврху идентификације фамилија.

3. Савремене теорије и методе за израчунавање сопствених елемената

3.1. Теорија Миланија и Кнежевића

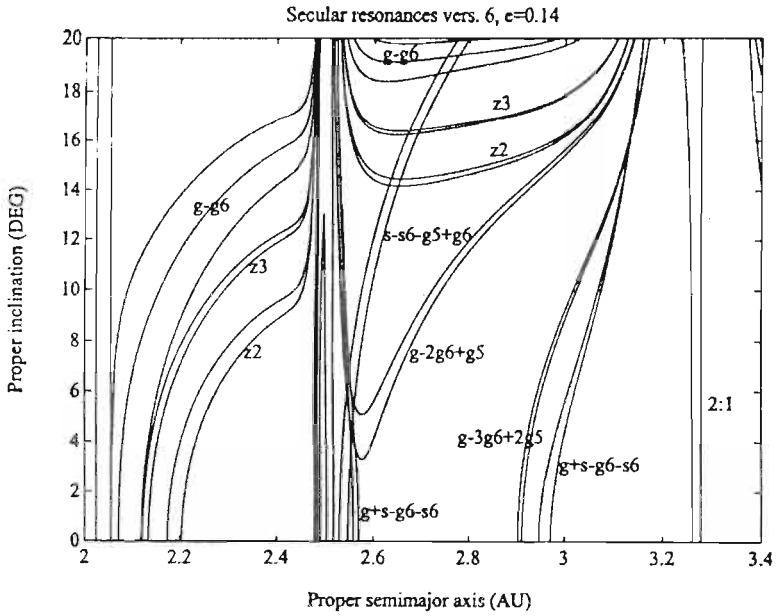
Теорија Миланија и Кнежевића развијена је из аналитичке теорије секуларних поремећаја малих планета М. Јуасе (Yuasa 1973), у којој су узети у обзир чланови развоја поремећајне функције, или прецизније поремећајног Хамилтонијана, до четвртог степена по ексцентричности и нагибу у првом реду по поремећајној маси, као и чланови другог степена у другом реду по маси. У теорији се користи канонички формализам (Hori 1966) за елиминисање краткопериодичних и дугопериодичних чланова из Хамилтонијана, односно израчунавање средњих и сопствених елемената кретања, што се у пракси у ствари своди на две узастопне каноничке трансформације. Милани и Кнежевић су увели многа унапређења и иновације у односу на оригиналну теорију. Из дела поремећајног Хамилтонијана другог реда по маси одстрањене су извесне важне грешке и додат је недостајући индиректни део, дугопериодични Хамилтонијан преуређен је тако да су ефекти другог реда укључени у линеарни део решења, ради налажења коначних сопствених елемената и фреквенција уведена је итеративна процедура, додати су неки резонантни чланови шестог степена у првом реду по поремећајној маси, односно четвртог степена у другом реду, итд.



Слика 3. Резултати теста тачности сопствених елемената (преузето из Milani and Knežević 1994).

Пошто је заснована на скраћеном развоју поремећајног Хамилтонијана, ова теорија је погодна само за мале планете са путањама малих до умерених ексцентричности и нагиба (но, 90% малих планета главног прстена припада управо овој групи), за које у великој већини случајева даје сопствене елементе високе тачности. За мале планете са путањама велике ексцентричности и нагиба ова теорија, у њеном садашњем облику, не обезбеђује поуздане резултате; с друге стране, проширење теорије члановима још вишег реда и степена врло је компликовано и може се само делимично остварити класичном техником (види касније, тачке (б) и (ц)).

Као што су показали Милани и Кнежевић (1994), резултати добијени помоћу њихове аналитичке теорије су више него добри за потребе класификовања малих планета у фамилије. Овај закључак изведен је на основу обимног тестирања стабилности изведених сопствених елемената, које је обухватило 35 објеката из разних области прстена, укључујући и највеће чланове свих фамилија идентификованих уз помоћ тих елемената (Zappala et al. 1994). Тестови су се састојали у нумеричком интегрању свих одабраних малих планета у периоду од 5 милиона година (у оквиру динамичког модела који је укључио само четири велике спољне планете) и одређивању временских серија оскулаторних елемената са излазом на сваких хиљаду година, затим у израчунавању сопствених елемената за исте епохе и коначно у праћењу њихових промена (одступања од константности) у току тог временског интервала. Резултати добијени у оквиру ових тестова приказани су на Слици 3, где је корен збира



Слика 4. Положаји важнијих секуларних резонанци у централном делу прстена малих планета, одређени помоћу теорије Миланија и Кнежевића, верзија 6.8 (преузето из Knežević and Milani 1994).

квадрата средњих квадратних одступања сопствених ексцентричности и синуса сопствених нагиба од константе дат у функцији велике полуосе обухваћених малих планета.

Са слике се види да постоји заиста само неколико случајева у којима је тачност изведених сопствених елемената нешто лошија и да су увек ти случајеви последица утицаја неке резонанце (2:1 резонанце у средњем кретању или неке од секуларних резонанци); у таквим случајевима није ни могуће израчунати тачне сопствене елементе, пошто је аналитичка процедура дивергентна, већ је циљ да се они поуздано идентификују, да би се затим прешло на коришћење једне врсте "адаптиране теорије", мање осетљиве на конкретни резонантни ефекат.

На слици 4 приказане су, као илустрација динамичке структуре главног прстена малих планета, неке најважније резонанце, које утичу на кретање малих планета и одређивање сопствених елемената. Положаји резонанци одређени су тако да одговарају вредности сопствене ексцентричности од 0.14, док су контурне линије одређене за вредности резонантних именилаца од ± 0.5 "/год.; само је велика линеарна резонанца $g - g_6$ (g и g_6 су фундаменталне фреквенције секуларног система за лонгитуду перихела мале планете, односно лонгитуду перихела Сатурна, а $g - g_6$ је одговарајући мали именилац) представљена контурним линијама које одговарају вредности овог имениоца од $-2, 0, +2$ "/год.

Међу приказаним нелинеарним секуларним резонанцама најважније су свакако $g - 2g_6 + g_5, z_1 = g - g_6 + s - s_6$ и $z_2 = 2(g - g_6) + s - s_6$ (s и s_6 су фреквенције лонгитуда чвора мале планете и Сатурна, респективно), и то како због значајних ефеката које производе, тако и због чињенице да пресецају управо најгушће делове прстена и утичу на кретање великог броја малих планета. Резонанце пресецају и неке фамилије, што у случају фамилије са великим бројем чланова (нпр. Eos, види Milani and Knežević 1992) не доводи у питање саму идентификацију фамилије, али изазива проблеме са идентификацијом њеног чланства, док у случају мале фамилије (нпр. спорна фамилија Lydia, види Zappala et al. 1994) резонантни утицај понекад онемогућује већ и саму идентификацију фамилије.

Описаћемо сада укратко нека од најновијих и најинтересантнијих унапређења уведених у ову теорију у неколико последњих година (детаљан опис може се наћи у Milani and Knežević 1994).

Што се рачуна краткопериодичних поремећаја и одређивања средњих елемената тиче главна новија унапређења своде се на следеће: (i) у рачун су, ради формалне комплетности теорије увршћени и чланови индиректног дела поремећајног Хамилтонијана четвртог степена по ексцентричности и нагибу, који раније нису били узимани у обзир. Како је, међутим, показао Кнежевић (1992б), ови чланови сасвим незнатно утичу на добијене резултате; (ii) највећи део поремећајног утицаја унутрашњих планета узет је у обзир тако што су полазни оскулаторни елементи изражени у односу на барицентар Сунца и унутрашњих планета; ово је важно јер, иначе занемарљиви, индиректни поремећајни ефекти унутрашњих планета могу бити знатно увећани због присуства малих именилаца, што онда може да доведе до знатних промена фундаменталних фреквенција секуларног система; (iii) уведена је посебна ознака квалитета израчунатих средњих елемената, да би се кориснику скренула пажња на проблематичне случајеве за које се помоћу ове теорије нису могли извести тачни средњи елементи. Ове ознаке омогућују да се аутоматски детектују (и по потреби уклоне из каталога) мале планете које се налазе или у самим резонанцама у средњем кретању или у њиховој непосредној близини; (iv) разна техничка унапређења уграђена у софтвер укључују примену технике "генеричког члана" (Knežević 1992a), аутоматски прелаз са једног произвољног референтног система на било који други, могућност директног рачунања средњих елемената без претходног свођења улазних података датих за разне епохе на једну стандардну, рачунање средње средње аномалије, итд.

Унапређења уведена у процедуру за елиминисање дугопериодичних поремећаја укључују: узимање у обзир (а) нелинеарних принудних чланова, (б) чланова другог реда и четвртог степена са квадратом резонантног малог имениоца $3n_5 - n$ (n и n_5 су средња дневна кретања мале планете, односно Јупитера), и (в) неких чланова шестог и осмог степена за z_2 имениоцем; такође, (г) уведена је контролна процедура која омогућује аутоматско прелажење на адаптирану теорију.

(а) Теорија секуларних поремећаја великих планета садржи бројне поремећајне чланове који производе значајне принудне ефекте у кретању малих планета. У ранијим верзијама теорије Миланија и Кнежевића (1990, 1992) узимани су у обзир само ефекти изведени у оквиру линеарне теорије секуларних поремећаја великих планета. Због тога су се код малих планета лоцираних у близини резонантних површи у фазном простору сопствених елемената кретања, које одговарају занемареним нелинеарним принудним члановима, јављале знатне нестабилности изведених резултата. Да би се уклонио овај извор нестабилности, у последњу верзију теорије (са интерном ознаком 6.8) уведено је осам највећих нелинеарних принудних чланова из тзв. "синтетичке" теорије кретања великих планета (Nobili et al. 1989). Резултат ове једноставне операције је знатно побољшање тачности сопствених елемената за све тестиране мале планете, раније подложне овом проблему (стабилност сопствених елемената за тест планету 1272 Gefion, напр., поправљена је за читав ред величине).

(б) Премда су чланови другог реда по поремећајној маси и другог степена по ексцентричности и нагибу били укључени у раније верзије теорије Миланија и Кнежевића, сопствени елементи за неке мале планете у близини 3:1 резонанце у средњем кретању показивали су знатно већа одступања од константности, него што је то био случај са већином осталих тестираних малих планета. Очигледно, то је могло бити последица само чињенице да најважнији поремећајни ефекат другог реда није онај узрокован члановима другог, већ онај узрокован члановима четвртог степена. С друге стране, међу члановима другог реда и четвртог степена већи од осталих су они који у својим имениоцима имају квадрате резонантне фреквенције, па су управо ти чланови и укључени у последњу верзију теорије. Овај додатак теорији се показао као такође веома ефикасан у отклањању узрока нестабилности сопствених елемената малих планета у близини те резонанце, па је тако нпр. у случају мале планете 650 Amalasuntha одступање од константности смањено приближно пет пута. За резонанцу 2:1, међутим, додавање исте врсте чланова дало је контрадикторне резултате, наиме, побољшање тачности у једним случајевима, односно извесно погоршање у другим. То се може разумети ако се има у виду да сопствени елементи за мале планете у близини ове резонанце показују типичне карактеристике хаотичног кретања, па их није ни могуће даље побољшавати помоћу детерминистичке теорије. Ипак, сопствени елементи су чак и у овим хаотичним случајевима на одређени начин стабилни, јер хаос остаје унутар одређених релативно уских граница; тај се феномен назива "стабилни хаос" (Milani 1993, 1994).

(в) Још једно само делимично успешно унапређење односи се на укључење чланова шестог и осмог степена са малим имениоцем $z_2 = 2(g - g_6) + s - s_6$. Ова секуларна резонанца је прва и најважнија у каскади резонанци које су груписане уз унутрашњу ивицу велике $g - g_6$ линеарне секуларне резонанце и које пресецају густо "насељени" унутрашњи део главног прстена малих планета (тзв. Флора регион). Резултат додавања ове врло комплексне поправке је доста скроман; за две тестиране мале планете код којих су ови раније занемарени чланови били главни узрок нестабилности изведених сопствених елемената —

1047 Geisha и 525 Adelaide – одговарајућа осцилација смањена је за само око 50%. Због тога је Флора регион практично једини у главном прстену малих планета у којем је и сада идентификација самих фамилија и класификација њихових чланова релативно непоуздана (Zappala and Cellino 1994).

(г) Пошто се у теорији Миланија и Кнежевића до решења долази итеративним путем, процес понекад дивергира, а то значи да се међу дугопериодичним члановима сигурно налази неки чији именилац је близак нули. У узорку од 12,573 мале планете за које су сопствени елементи рачунати помоћу верзије 6.8 теорије Миланија и Кнежевића, дивергенција се јавила у 1,045 случајева. Ти су случајеви означени помоћу специјалног "резонантног кода", а до конвергентног се решења затим покушало доћи преласком на адаптирану теорију из које је одстрањен дати резонантни члан. На овај начин, рачун сопствених елемената даје поузданије, мада нешто мање тачне резултате. Да би се аутоматски детектовао резонантни члан који проузрокује дивергенцију и који треба одстранити, уведена је врло компликована процедура у коју је уграђена побољшана итеративна шема (тачније почетне вредности и строжа контрола конвергенције). У оквиру те шеме проверава се величина свих поремећајних чланова у три узастопне итерације, а њихове разлике и амплитуде се упоређују са неким унапред одређеним критичним вредностима. Баш због овакве сложености процедура аутоматске селекције одговарајуће адаптиране теорије није апсолутно поуздана; понекад алгоритам не може да идентификује резонантни члан одговоран за дивергенцију, понекад процедура дивергира и након одстрањивања претпостављеног "главног кривца", итд. По оцени Миланија и Кнежевића (1994), селектирање погодне адаптиране теорије било је успешно у неких 90% дивергентних случајева, па је отуд број случајева који нису могли бити коректно обрађени мањи од 1% од укупног броја малих планета за које су рачунати сопствени елементи.

Поменимо још да је међу техничким иновацијама, када је софтвер за рачун дугопериодичних поремећаја у питању, најважнија она која се односи на имплементацију технике "генеричког члана" (Кпеžević 1994). Компјутерски потпрограм за рачун дугоперидичних чланова, која је раније имала више од 1,200 линија и која је била толико компликована да чак није могла бити оптимизована од стране неких компајлера, замењена је потпрограмом од свега 50 линија и датотеком од 1,000 линија која садржи потпуну информацију о 300 дугопериодичних чланова развоја поремећајног Хамилтонијана.

Такође је интересантно приметити да Милани и Кнежевић сматрају да са садашњим нивоом тачности који се постиже помоћу њихове аналитичке теорије, они већ досежу до тзв "Арнолдове мреже" уских резонанци високог реда, које имају мале снаге, али које упркос томе понекад могу да у извесној мери утичу на стабилност сопствених елемената малих планета. Нове идеје и приступи, битно различити од ових до сада коришћених, биће неопходни да би се нестабилност сопствених елемената свела испод данас достигнутог нивоа од 0.001 и да би се оваква стабилност одржала у временским интервалима знатно дужим од оних реда 10^7 год., који су покривени до сада урађеним тестовима.

3.2. Теорија Леметр и Морбиделија

Основна разлика између семианалитичке теорије, каква је ова Леметр и Морбиделија (1994), и чисто аналитичке теорије, каква је она Миланија и Кнежевића, долази отуда што је, како је приметио још Козаи (1962), кретање малих планета са великим нагибима под доминантним утицајем поремећајног ефекта $e^2 i^2 \cos 2\omega$. Овај ефекат због тога мора у таквим случајевима бити укључен у интеграбилни део Хамилтонијана, да би се добили употребљиви резултати. Козаи је овај циљ постигао тако што је користио поједностављени динамички модел: ако се претпостави да се велике поремећајне планете крећу по кружним путањама у равни, секуларни Хамилтонијан (након осредњавања по краткопериодичним ефектима) зависи само од једне угловне променљиве – аргумента перихела поремећеног тела ω. Овако поједностављени Хамилтонијан је интеграбилан и може се користити као прва апроксимација за конструисање комплетне семианалитичке теорије кретања. Пошто је ова интеграбилна апроксимација геометријски сасвим различита од интеграбилне апроксимације у класичној, аналитичкој теорији (линеарна теорија Лагранжевог типа), разлике се јављају и у разним другим аспектима употребе и примене теорија, па тако и код дефиниције сопствених елемената.

Прву комплетнију теорију кретања у којој се користила Козаијева апроксимација као полазна тачка развио је Вилијамс (1969). Као што је већ раније поменуто, у Вилијамсовој теорији се узимају у обзир ексцентричности (e') и нагиби (i') путања поремећајних планета, али само до првог степена. Секуларни поремећаји се рачунају на класичан начин, након што се претходно поремећајна функција и њени парцијални изводи по елементима кретања нумерички осредњи по брзим променљивима (средњим аномалијама/лонгитудама мале планете и великих поремећајних планета). Теорија Вилијамса показала се као веома успешна у своје време, тако да су и сопствени елементи израчунати помоћу ове теорије били релативно добре тачности и доста су дуго коришћени за идентификацију фамилија. Ипак, ова теорија има бар два озбиљна ограничења. Прво, теорија је развијена на бази класичног, неканоничког формализма; резултати првог реда по маси не зависе од формализма, али је било већ тешко и само репродуковати резултате Вилијамса на основу објављених радова; ићи даље, на комплексније, свеобухватније решење, на бази истог формализма било је практично немогуће. Друго, није ни у ком случају тачно да су ефекти другог и вишег реда по маси увек мали. За мале планете у близини главних резонанци у средњем кретању (2:1, 3:1) комплексни нелинеарни ефекти који се јављају као последица одстрањивања краткопериодичних чланова производе секуларне поремећаје који садрже квадрат поремећајне масе, али и квадрате малих именилаца који одговарају датим блиским резонанцама. Теорија која узима у обзир овај ефекат може да се разликује од теорије првог реда и до 50% када су напр. фундаменталне фреквенције у питању, као што је то случај у региону фамилије Темис (Themis). Отуда се у неким областима главног прстена малих планета не може без проширења теорије члановима другог реда постићи тачност сопствених елемената потребна за поуздану и

прецизну идентификацију фамилија. Због техничких ограничења која намеће класични формализам, ово се није могло постићи у оквиру Вилијамсове теорије.

Прво од поменутих ограничења семианалитичке теорије елиминисао је Енрар (Henrard 1990), развивши нову семианалитичку методу са каноничким формализмом у којој се решење развија у ред, без да се претходно у ред развијају диференцијалне једначине кретања. У Енраровом методу се користи Арнолд-Јостова теорема да би се дефинисале каноничке променљиве за интегрибилни проблем, променљиве се теоријски одређују помоћу линијских интеграла и у пракси рачунају путем нумеричких квадратура. Поремећајна шема за израчунавање решења неинтегрибилног проблема може се онда изразити помоћу нумеричких квадратура исте врсте. Када се ова процедура примени на Козаијев Хамилтонијан и на поремећаје првог степена по e', i' (Morbidelli and Henrard 1991a, 1991b), Енраров канонички метод репродукује Вилијамсове сопствене елементе и на истим локацијама проналази линеарне секуларне резонанце Вилијамса и Фокнера (Williams and Faulkner 1981). Поврх тога, међутим, Енраров метод омогућује одређивање поремећаја другог реда, поново путем нумеричких квадратура, али се при том морају интегралити нешто сложенији изрази.

Леметр и Морбидели (1994) су управо на овај начин, користећи дакле метод Енрара, успели да развију теорију за израчунавање сопствених елемената малих планета. Очигледно је њихова теорија посебно погодна за објекте са путањама великих нагиба и/или ексцентричности, за које аналитичка теорија не може да обезбеди довољно добре резултате. У теорији се, по угледу на теорију Миланија и Кнежевића, користи итеративна процедура да би се одредиле сопствене фреквенције и сопствени елементи, при чему се као полазне вредности користе средњи елементи такође изведени помоћу теорије Миланија и Кнежевића (Knežević et al. 1988). По вољи се могу користити три различита сета сопствених елемената a, e_{min}, i_{max}, који одговара вредности аргумента перихела $\omega = 0°$, a, e_{max}, i_{min}, који одговара вредности $\omega = 90°$ и $a, \bar{e}, \bar{i}$, који се изводи на посебан начин и приближно одговара класичној дефиницији. Итеративни поступак опет дивергира у близини секуларних резонанци, али, с друге стране, ова теорија може успешно да третира чак и неке мале планете врло високих нагиба, код којих се аргумент перихела ω налази у либрацији.

Иаоко је теорија Леметр и Морбиделија још у фази развоја, ипак су већ саопштени и неки интересантни резултати (Lemaitre and Morbidelli 1994). У првом реду се то односи на неке заиста охрабрујуће домете када је тачност сопствених елемената за мале планете типа Паласа (Pallas) у питању. Овде се, наиме, ради о веома сложеној динамичкој ситуацији, јер се Палас налази близу критичне разделнице (сепаратрисе) између циркулације и либрације аргумента ω. Чак и са најједноставнијом верзијом теорије (са Јупитером као јединим пертурбером и са само три секуларне фреквенције g_5, g_6 и s_6), одступања добијене сопствене ексцентричности и синуса сопственог нагиба нису већа од ± 0.015 (± 1.5 "/год. за фреквенције) у временском интервалу од 2.5 милиона година. Овај ниво стабилности елемената довољан је за идентификацију евентуалних

фамилија у области где се, као у овом случају, налази релативно мали број објеката, па су Леметр и Морбидели заиста и успели да идентификују малу фамилију Палас (ову фамилију је у ствари већ раније нашао Вилијамс (1989), али је она у његовој класификацији имала далеко мањи број чланова). Тачност сопствених елемената која се може постићи помоћу ове теорије у мање динамички компликованим случајевима је наравно далеко боља од ове остварене у случају Паласа. Тако напр. за малу планету 185 Eunike, која се налази непосредно изнад главне секуларне резонанце $g - g_6$, стандардна одступања сопствене ексцентричности и синуса сопственог нагиба, изведена из временских серија у распону од читавих 4 милиона година, износе свега 0.006 и 0.002, респективно.

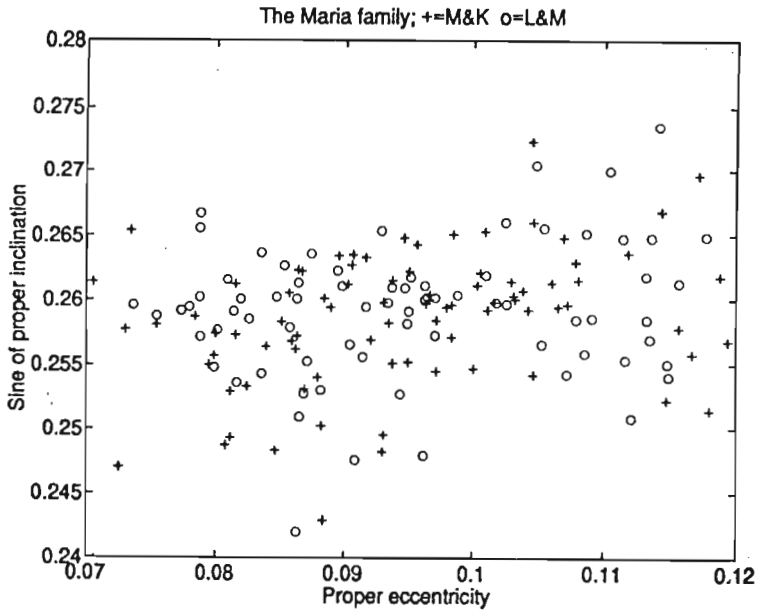
Недавно се појавила нова верзија (верзија 2) сопствених елемената израчунатих помоћу теорије Леметр и Морбиделија, у којој су сада узети у обзир поремећаји две велике планете, Јупитера и Сатурна, са фреквенцијама $g_5, g_6, g_7, s_6, 2g_6 - g_5$, а урађени су такође и неки тестови са s_7 и s_8. Извршена су и два поређење са резултатима Миланија и Кнежевића, с једне стране, да би се стекла представа о општој поузданости семианалитичких резултата, и, с друге стране, да би се одредиле вредности нагиба које одговарају прелазној области где корисници каталога сопствених елемената треба да пређу са елемената израчунатих помоћу једне, на оне добијене помоћу друге теорије. Закључци добијени овим последњим поређењем биће саопштени на другом месту (Knežević et al., 1994), тако да ћемо се овде задовољити само констатацијом да је зона прелаза изгледа негде између 15° и 17° нагиба, нешто ниже, дакле, од $g - g_6$ резонанце. Што се оног првог поређења тиче, његови резултати сумирани су у Табели 1. У табели су дати сопствени елементи изведени помоћу нове верзије теорије Леметр и Морбиделија и њихове разлике у односу на елементе добијене помоћу теорије Миланија и Кнежевића за неколико малих планета главног прстена, малих до умерених нагиба. За већину објеката обухваћену овим поређењем слагање сопствених елемената је сасвим задовољавајуће, али постоје и неке неочекивано велике разлике (напр. 4 Vesta). Већ је више пута напоменуто да сопствене елементе Леметр и Морбиделија не треба користити у случајевима малих ексцентричности и нагиба, пошто су они тада мање стабилни од оних добијених из аналитичке теорије и пошто је њихово израчунавање мање ефикасно, али је важно да смо у могућности да потврдимо да су они, у већини случајева, потпуно конзистентни. Нека од нађених неслагања још увек чекају на објашњење; посебно стабилност нумеричких квадратура које се користе у оквиру семианалитичке теорије захтева допунску верификацију да би се дала коначна оцена о поузданости рачуна сопствених елемената Леметр и Морбиделија. Ипак, може се рећи да су за мале планете високих нагиба и/или ексцентричности ови сопствени елементи на таквом нивоу стабилности и поузданости који је довољан за идентификацију фамилија. Без сумње ће се зато у свакој следећој класификације малих планета у фамилије морати користити "композитни" каталог сопствених елемената израчунатих помоћу разних теорија.

ТАБЕЛА 1. Сопствени елементи изведени помоћу теорије Леметр и Морбиделија и њихове разлике у односу на елементе Миланија и Кнежевића (преузето из Knežević and Milani 1994).

No.	a	e	Δe	$\sin I$	$\Delta \sin I$
4	2.36151	0.0882	−0.0105	0.1137	0.0024
15	2.64366	0.1480	−0.0005	0.2261	0.0002
44	2.42276	0.1743	0.0000	0.0555	0.0025
142	2.41867	0.1589	−0.0006	0.0559	0.0002
145	2.67273	0.1685	−0.0006	0.2036	0.0014
158	2.86881	0.0372	−0.0085	0.0372	−0.0003
163	2.36712	0.2078	−0.0024	0.0824	0.0005
170	2.55374	0.0963	−0.0049	0.2600	0.0004
808	2.74515	0.1267	−0.0066	0.0836	−0.0012
847	2.78276	0.0680	0.0012	0.0620	−0.0010
1272	2.78380	0.1298	0.0007	0.1559	−0.0006
1378	2.37482	0.1580	−0.0052	0.0513	−0.0013
1726	2.78741	0.0320	−0.0149	0.0742	−0.0021
1809	2.92742	0.0751	−0.0007	0.0381	0.0015
1932	2.37179	0.1966	−0.0035	0.0363	−0.0032

Једна независна провера значаја разлика сопствених елемената изведених помоћу аналитичке и помоћу семианалитичке теорије илустрована је на Слици 5, где је, у равни $(a, \sin i)$, приказана област релативно високих нагиба у којој се налази позната фамилија Марија (Maria); подаци из обе теорије нанесени су на исти график. Ово је раније поменута област прелаза између две теорије у којој су сопствени елементи из обе теорије приближно исте тачности.

Два очигледна закључка могу се извести за основу Слике 5: идентификација фамилије, општи облик и структура фамилије не зависе од тога из које теорије ћемо узети елементе за класификацију, али чланство сваке појединe мале планете у фамилији (а нарочито оних на рубовима фамилије) може критично да зависи од употребљеног сета параметара. Зато се, бар за сада, и једни и други сопствени елементи могу равноправно користити у овој области, а најбоље би било користити оба сета и упоређивати резултате.



Слика 5. Фамилија Марија; крстићи означавају податке изведене помоћу аналитичке теорије Миланија и Кнежевића, а кружићи оне добијене помоћу семианалитичке теорије Леметр и Морбиделија (преузето из Knežević and Milani 1994).

3.3. Метода Миланија за Тројанце

Одређивање сопствених елемената за мале планете из групе Тројанаца помоћу једне врсте синтетичке теорије (Фуријеове анализе излаза из нумеричке интеграције), први су извршили Бјен и Шубарт (Bien and Schubart 1987); они су израчунали путање за 41 Тројанца у периоду од $\approx 150,000$ година и извели вредности "путањских параметара" за укупно њих 40. Исту технику је касније усавршио Милани (1993) и применио на узорак од 184 Тројанца. Путање су рачунате за 1 милион година (за 20 објеката интеграција је проширена на чак 5 милиона година), у оквиру модела који је укључивао поремећаје четири спољне велике планете, са корекцијом за индиректни ефекат унутрашњих планета. Сопствени елементи које даје Милани су следећи: da, амплитуда осцилације велике полуосе у току једног периода либрације (као алтернатива може се користити и D, мера амплитуде либрације у лонгитуди), сопствена ексцентричност e_p, добијена нумеричким филтрирањем принудних чланова, и синус сопственог нагиба $\sin i_p$. Такође су дате и сопствене фреквенције f, g, s које се јављају у аргументима чланова са овим амплитудама. У скоро 90%

случајева сопствени елементи су довољно стабилни за примену у било које сврхе, с максималним одступањем испод 0.001 астрономске јединице за da, односно мањим од 0.0015 за e_p и $\sin i_p$. Иако је динамичка природа ових "синтетичких" сопствених елемената различита од природе оних који се добијају у оквирима аналитичке, односно семианалитичке теорије, синтетички елементи се користе на потпуно исти начин као и ови други, напр. за идентификацију фамилија.

3.4. Метода Шубарта за мале планете групе Хилда

Шубарт (1982, 1991) је развио један посебан синтетички метод за извођење "сопствених параметара" за мале планете групе Хилда (мале планете које се налазе у резонанци 3:2 у средњем кретању). У основи методе је опет нумеричка интеграција путања у оквиру поједностављеног динамичког модела (Сунце, Јупитер, Сатурн и сунчева маса увећана за збир маса унутрашњих планета), која је, у датом случају, обухватила временске интервале између 36,500 и 109,500 година. У случају малих планете ове групе морају се користити посебно дефинисани сопствени параметри, пошто се, као и у случају Тројанаца, ради о резонантним објектима на које се не може применити никаква општа теорија кретања; либрација изазива велике осцилације велике полуосе, тако да средња вредност ове осцилације нема онај смисао и не може се примењивати у пракси на начин који је погодан за остала, динамички "нормална" тела (средња велика полуоса је напр. скоро идентична за све мале планете ове групе). Параметри које је одабрао Шубарт да би представио карактеристике кретања малих планета групе Хилда су: $\overline{\sigma}_A$ – средња амплитуда либрације критичног аргумента у којем је аргумент перихела замењен својом трансформисаном вредношћу, из које су одстрањени принудни ефекти; $\overline{e}_p$ – средња вредност ексцентричности, такође претходно ослобођене принудних поремећаја; и i_p – сопствени параметар за нагиб, односно проста средња вредност изведена из временске серије оскулаторних нагиба. При практичном извођењу ових параметара Шубарт је користио комбинацију нумеричког филтрирања и графичког представљања преосталих варијација, да би коначне вредности одредио са одговарајућих графика.

На описани начин сопствени параметри одређени су за укупно 57 малих планета групе Хилда, од којих су две (1256 Normannia и 4196 Shuya), са малом ексцентричношћу и критичним аргументом у циркулацији, третиране нешто другачије. Иако су сопствене вредности које је извео Шубарт изгледа доста поуздане (практично исти резултати су добијени када је за 9 ових објеката рачун поновљен помоћу усавршеног модела и другачије нумеричке дефиниције), извесна унапређења су још увек могућа, као напр. дуже интеграције ради ефикаснијег филтрирања ефеката са веома дугим периодама. Динамичка дефиниција Шубартових параметара је веома различита како од аналитичких, тако и од

семианалитичких сопствених елемената, али се ти параметри и поред тога могу ефикасно користити за идентификацију фамилија, тако што се разлике сопствених параметара помоћу погодно одабране метрике преводе у разлике релативних брзина. Сам Шубарт (1991) је идентификовао најмање једну фамилију међу Хилда малим планетама.

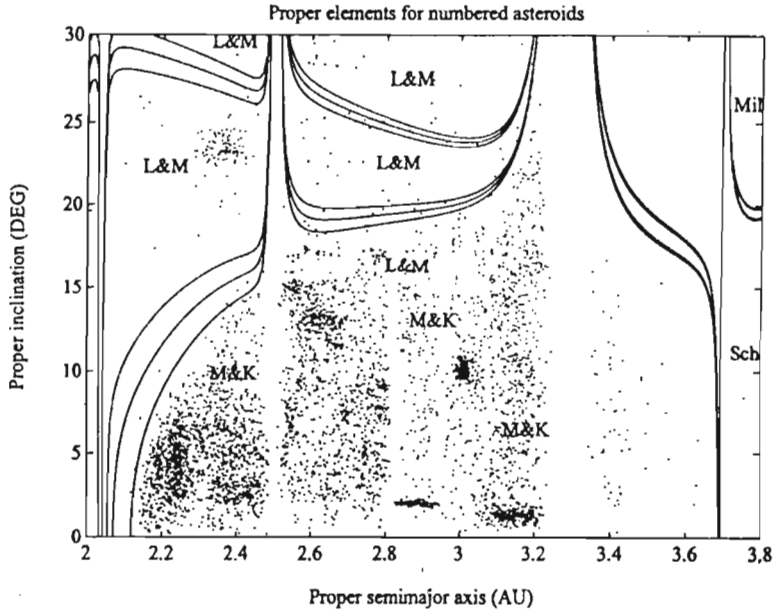
3.5. Метода Морбиделија за мале планете у секуларним резонанцама

Сасвим недавно Морбидели (1993) је развио нови алгоритам специјално за одређивање "резонантних сопствених елемената", који се добијају из једне интеграбилне апроксимације секуларне резонантне динамике и омогућују непосредно и ефикасно изучавање еволуције резонантних путања у дугим временским интервалима. Очигледно, пошто је малих планета унутар или веома близу главних секуларних резонанци релативно мало, циљ одређивања сопствених елемената за ова тела није у функцији идентификације фамилија, већ се ради о настојању да се проникне у специфичности динамике у резонантним областима, чиме би се попунила значајна празнина у нашем досадашњем познавању кретања малих планета. Истовремено, тако би се стекла представа о читавом фазном простору и омогућио увид у глобалну резонантну топологију. Сам метод представља модификацију процедуре Леметр и Морбиделија за нерезонантне објекте, где су сви чланови сем резонантног одстрањени из Хамилтонијана. На тај су начин одређене "семисопствене" вредности промељивих (компонената момента и углова), које онда служе као почетни услови за интеграцију трансформисаних једначина кретања и израчунавање коначних решења. Тестови извршени помоћу новог алгоритма показали су да је могуће открити динамичку природу резонантних објеката и чак показати за који од њих ће се у неком тренутку у будућности ексцентричност путање увећати до те мере да почну пресецати путање великих планета. Тако је напр. нађено да се само 4 мале планете, од укупно 44 нумерисане мале планете лоциране у близини резонанце $g - g_6$, налазе у области у којој је кретање нестабилно, док је исто тако за само неколико објеката показано да ће једно време у будућности њихове путање пресецати путању Марса.

4. Закључне напомене

Покушајмо на крају резимирати овај преглед прошлих достигнућа и садашњег стања у области одређивања сопствених елемената малих планета са неколико кратких напомена:

- У неколико последњих година дошло је до наглог развоја теорије кретања малих планета, па, сходно томе, и до великог квалитативног скока када је одређивање сопствених елемената малих планета у питању. Напуштањем класичних теоријских образаца и усвајањем нових аналитичких, семианалитичких и нумеричких формализама решења система диференцијалних једначина кретања постала су и тачнија и поузданија, за шта су обезбеђени егзактни докази, добијени свеобухватним и детаљним тестирањем резултата.
- Тренутно су у употреби четири различите теорије и методе, које служе за израчунавање сопствених елемената за разне популације или групе малих планета, чији резултати су увршћени у генерални каталог (Milani et al. 1993): аналитичка теорија Миланија и Кнежевића, семианалитичка теорија Леметр и Морбиделија, нумерички метод Миланија за Тројанце и нумеричко-графички метод Шубарта за Хилде. Метода Морбиделија користи се у сврхе изучавања резонантне динамике.
- Пошто се рачунају помоћу разних процедура и како су чак и дефинисани на различите начине, добијени сопствени елементи су и различите тачности и поузданости. Корисник мора имати у виду ове разлике и мора да буде посебно опрезан када упоређује или меша податке из разних извора. Велика већина података је, међутим, довољно тачна да омогући поуздану идентификацију фамилија малих планета на фону оног броја малих планета, чије су путање добро познате у садашњем тренутку.
- Као неку врсту упутства за кориснике, могли бисмо препоручити да се у овом тренутку теорија Миланија и Кнежевића користи испод 15° нагиба, а теорија Леметр и Морбиделија изнад 17° (као и за мале планете група Хунгарија (Hungaria) и Фокеа (Phocaea)), док се област између ове две граничне вредности може сматрати прелазном и у њој се две теорије могу користити еквивалентно или алтернативно. За резонантне мале планете група Тројанаца и Хилде треба користити специјалне методе Миланија, односно Шубарта, а за мале планете унутар или у непосредној близини главних секуларних резонанци методу Морбиделија. На Слици 6, на којој је приказан највећи део прстена малих планета, сумирано је ово упутство – дати су положаји само за нумерисане мале планете и назначене су само три главне, линеарне секуларне резонанце. Ознаке на графику указују на теорију коју треба користити у датој области.



Слика 6. Сопствени елементи нумерисаних малих планета. Ознаке на графику односе се на теорије које се препоручују за коришћење у датим областима прстена (преузето из Knežević and Milani 1994).

Референце

Bien, R. and Schubart, J. 1987, Three characteristic parameters for the Trojan group of asteroids. *Astron. Astrophys.* **175**, 292–298.

Brouwer, D. 1951, Secular variations of the orbital elements of the principal planets. *Astron. J.* **56**, 9–32.

Brouwer, D. and Van Woerkom, A.J.J. 1950, The secular variations of the orbital elements of the principal planets. *Astron. Papers Amer. Ephem. Naut. Almanac* **13**, 81–107.

Henrard, J. 1990, A semi-numerical perturbation method for separable hamiltonian systems. *Celestial Mechanics* **49**, 43–67.

Hirayama, K. 1918, Groups of asteroids probably of common origin. *Astron. J.* **31**, 185–188.

Hirayama, K. 1923, Families of asteroids. *Japan J. Astron. Geophys.* **1**, 55–93.

Hirayama, K. 1928, Families of asteroids, second paper. *Japan J. Astron. Geophys.* **5**, 137–162.

Hori, G. 1966, Theory of general perturbations with unspecified canonical variables. *Publ. Astron. Soc. Japan* **18**, 287–296.

Knežević, Z. 1992a, An efficient algorithm for the analytic computation of planetary short-periodic perturbations. *Bull. Acad. Serbe Sci. Arts (Sci. math.)* **104**(18), 39–46.

Knežević, Z. 1992b, Minor planet short–periodic perturbations: the indirect part of the disturbing function. *Celestial Mechanics* **55**, 387–404.

Knežević, Z. 1994a, Asteroid proper elements: past and present. In: *Seventy-Five Years of Hirayama Asteroid Families* (Y. Kozai, R.P. Binzel and T. Hirayama, Eds.), ASP Conference Series Vol. 63, San Francisco, pp. 129–139.

Knežević, Z. 1994b, Asteroid long-periodic perturbations: generic term representation of the determining function. *Planet. Space Sci. 42*, 15–19.

Knežević, Z., and Milani, A. 1994, Asteroid proper elements: the big picture. In: *Asteroids, Comets, Meteors 1993* (A. Milani, M. Di Martino and A. Cellino, Eds.), Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, pp. 143–158.

Knežević, Z., Carpino, M., Farinella, P., Froeschlé, Ch., Froeschlé Cl., Gonczi, R., Jovanović, B., Paolicchi, P., and Zappalà, V. 1988, Asteroid short-periodic perturbations and the accuracy of mean orbital elements. *Astron. Astrophys.* **192**, 360–369.

Knežević, Z., Froeschlé, Ch., Lemaitre, A., Milani, A., and Morbidelli, A. 1994, Comparison of two theories for calculation of asteroid proper elements. *Astron. Astrophys.*, in press.

Kozai, Y. 1962, Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity. *Astron. J.* **67**, 591–598.

Kozai, Y. 1979, The dynamical evolution of the Hirayama family. In: *Asteroids* (T. Gehrels, Ed.), Arizona Univ. Press, Tucson, pp. 334–358.

Lemaitre, A., and Morbidelli, A. 1994, Proper elements for highly inclined asteroidal orbits. *Celestial Mechanics* **60**, 29–56.

Milani, A. 1993, The Trojan asteroid belt: Proper elements, stability, chaos and families. *Celestial Mechanics* **57**, 59–94.

Milani, A. 1994, Proper elements and stable chaos. Proceedings of the NATO–ASI, Cortina, August 1993; in press.

Milani, A., and Knežević, Z. 1990, Secular perturbation theory and computation of asteroid proper elements. *Celestial Mechanics* **49**, 347–411.

Milani, A., and Knežević, Z. 1992, Asteroid proper elements and secular resonances. *Icarus* **98**, 211–232.

Milani, A., and Knežević, Z. 1994, Asteroid proper elements and the dynamical structure of the asteroid belt *Icarus* **107**, 219–254.

Milani., A., E. Bowell, Z. Knežević, A. Lemaitre, A. Morbidelli, and K. Muinonen 1994, A composite catalogue of asteroid proper elements. In: *Asteroids, Comets, Meteors 1993* (A. Milani, M. Di Martino and A. Cellino, Eds.), Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, pp. 467–470.

Morbidelli, A. 1993, Asteroid secular resonant proper elements. *Icarus* **105**, 48–66.

Morbidelli, A. and J. Henrard 1991a, Secular resonances in the asteroid belt: Theoretical perturbation approach and the problem of their location. *Celest. Mech.* **51**, 131–168.

Morbidelli, A. and J. Henrard 1991b, The main secular resonances ν_5, ν_6 and ν_{16} in the asteroid belt. *Celest. Mech.* **51**, 169–198.

Nobili, A.M., Milani, A. and Carpino, M. 1989, Fundamental frequencies and small divisors in the orbits of the outer planets. *Astron. Astrophys.* **210**, 313–336.

Schubart, J. 1982, Three characteristic parameters of orbits of Hilda-type asteroids. *Astron. Astrophys.* **114**, 200–204.

Schubart, J. 1991, Additional results on orbits of Hilda-type asteroids. *Astron. Astrophys.* **241**, 297–302.

Williams, J.G. 1969, Secular perturbations in the Solar System. Ph.D. Thesis, Univ. California Los Angeles.

Williams, J.G. 1979, Proper orbital elements and family memberships of the asteroids. In: *Asteroids* (T.Gehrels, Ed.), Univ.Arizona Press, Tucson, pp. 1040–1063.

Williams, J.G. 1989, Asteroid family identifications and proper elements. In: *Asteroids II* (R. P. Binzel, T.Gehrels, and M.S. Matthews, Eds.), Univ.Arizona Press, Tucson, pp. 1034–1072.

Williams, J.G., and Faulkner, J. 1981, The position of secular resonance surfaces. *Icarus* **46**, 390–399.

Williams, J.G., and Hierath, J.E. 1987, Palomar–Leiden minor planets: Proper elements, frequency distribution, belt boundaries, and family membership. *Icarus* **72**, 276–303.

Yuasa, M. 1973, Theory of secular perturbations of asteroids including terms of higher order and higher degree. *Publ. Astron. Soc. Japan* **25**, 399–445.

Zappalà, V., and Cellino, A., 1994. Asteroid families. In: *Asteroids, Comets, Meteors 1993* (A. Milani, M. Di Martino and A. Cellino, Eds.), Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, pp. 395–414.

Zappalà, V., Cellino, A., Farinella, P., and Milani, A. 1994, Asteroid families: II. Extension to unnumbered multi-opposition asteroids. *Astron. J.* **107**, 772–801.

PROPER ELEMENTS OF MINOR PLANETS

ZORAN KNEŽEVIĆ

Astronomical Observatory, Volgina 7, 11050 Belgrade

Abstract. Theories and methods for the determination of minor planets proper elements, that serve as parameters for identification of minor planet families, are reviewed. The four most important past contributions (Hirayama, Brouwer, Williams, Kozai), and the five contemporary ones (Milani and Knežević for low to moderate eccentricity/ inclination main belt objects, Lemaitre and Morbidelli for high e, i objects, Milani for Trojans, Schubart for Hildas, and Morbidelli for the secular resonant objects) are discussed and compared. The most significant recent improvements are described, in particular those regarding the analytic and the semianalytic solutions. Some common misunderstandings about proper elements, their definition and use, are briefly mentioned and clarified. The dynamical structure of the minor planet belt, as determined by the low order mean motion resonances and by linear and some nonlinear secular resonances, is considered from the point of view of the accuracy of computation of proper elements and of the reliability of identification of minor planet families.

Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 31 – 45

ИНСТРУМЕНТСКЕ КОНСТАНТЕ РЕФРАКТОРА Цајс 650/10550 mm БЕОГРАДСКЕ ОПСЕРВАТОРИЈЕ

ВЕРА ЕРЦЕГ

Астрономска опсерваторија, Волгина 7, 11050 Београд

Резиме. Дају се вредности инструментских константа рефрактора Zeiss 650/10550 mm, одређених из мерења 20 звезда.

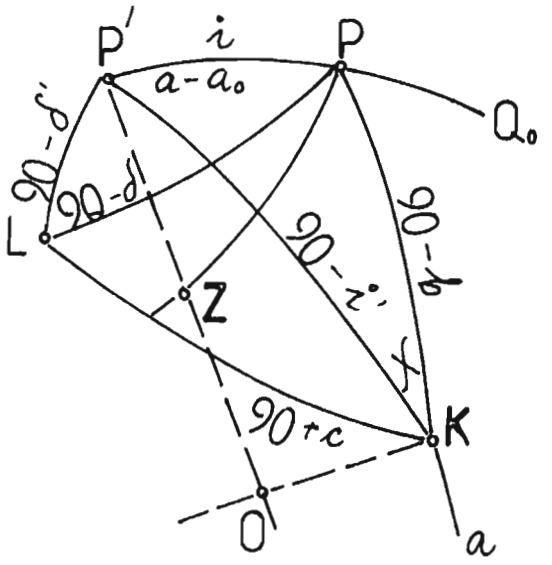
I.1. Екваторијал. Теорија инструмента

Рефрактор Цајс 650/10550 mm Београдске опсерваторије је према својој монтажи прави екваторијал. Екваторијална монтажа инструмента састоји се у следећем: на осовини која се поставља паралелно светској оси и која према томе и носи назив поларна или часовна осовина, управно је постављена деклинацијска осовина, која при обртању око прве описује раван паралелну равни небеског екватора. Најзад, управно на деклинацијској осовини монтиран је дурбин који је покретан око деклинацијске осовине.

Оваквом монтажом инструмента, уз додатни часовни механизам, који остварује праћење дневног кретања, омогућена су дуготрајна астрометријска и астрофизичка посматрања на целом видљивом делу полусфере.

Нека су P', K и L тачке у којима поларна осовина, деклинацијска осовина управљена од часовне осовине према деклинацијском кругу, и оптичка оса продиру небеску сферу. Нека је затим P небески пол а Z зенит. На слици 1. дат је приказ ових пет тачака: P, P', L, K и Z, као и одговарајућих страна, при чему су i, i', b и χ мале величине.

Лукови $P'K$ и KL би требало да буду 90°. Међутим постоје одступања од управности: а/ двеју осовина, б/ оптичке осе и деклинацијске осовине. Тада



Слика 1.

може да се напише да су лукови:

$$P'K = 90° - i'$$

$$PK = 90° - b$$

$$KL = 90° + c,$$

где је c колимација оптичке осе. P' је инструментски пол и његово одступање од правог пола је дефинисано његовим поларним растојањем i, и часовним углом H_0. Најзад, нека је a_0 читање на часовном кругу када се лукови $P'P$ и $P'K$ налазе на истом часовном полукругу, а d_0 читање на деклинацијском кругу када се равни OKP' и OKP поклапају (O је пресек деклинацијске и поларне осовине).

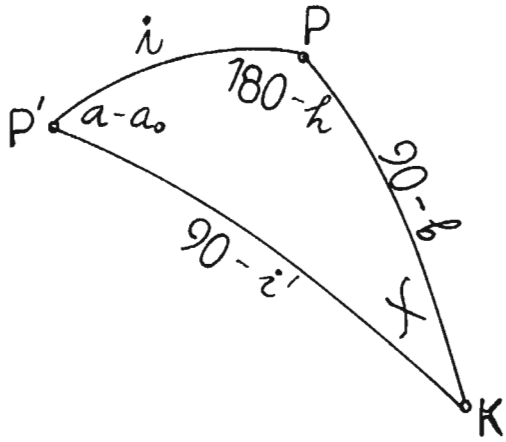
На тај начин дефинисано је шест константа инструмента: три мала угла i, i', c и три угла било које величине H_0, a_0, d_0.

Ако се са a и d означе читања на часовном односно деклинацијском кругу када је дурбин уперен ка тачки L, тада су углови:

$$\angle KP'P = a - a_0$$

$$\angle P'KL = d_0 - d.$$

Посматрајмо троугао $P'PK$:



Слика 2.

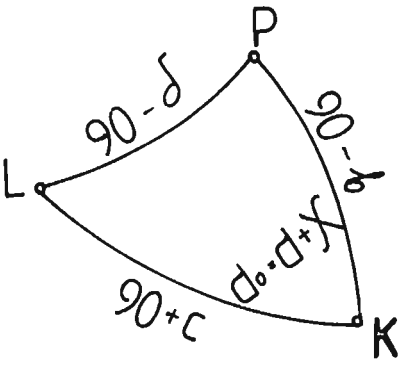
Ако са h означимо часовни угао деклинацијске осовине, тада је угао код P једнак $(180° - h)$. Нека је мали угао код K означен са χ. Применом познатих образаца сферне тригонометрије на троугао $P'PK$, добијају се следећи изрази:

$$\cos(90° - b) = \cos i \cos(90° - i') + \sin i \sin(90° - i') \cos(a - a_0)$$
$$\frac{\sin(180° - h)}{\sin(90° - i')} = \frac{\sin(a - a_0)}{\sin(90° - b)}$$
$$\sin(90° - b) \cos(180° - h) = \cos(90° - i') \sin i - \sin(90° - i') \cos i \cos(a - a_0)$$
$$\frac{\sin \chi}{\sin i} = \frac{\sin(a - a_0)}{\sin(90° - b)} .$$

Како су i, i', b и χ мали углови, задржавајући чланове првог реда има се:

$$\begin{aligned} b &= i' + i \cos(a - a_0) \\ h &= a - a_0 \\ \chi &= i \sin(a - a_0) . \end{aligned} \tag{1}$$

Са друге стране, из троугла PKL могу се добити изрази за H (часовни угао посматране тачке L) и деклинацију δ.



Слика 3.

$$\begin{aligned}\angle KPL = (PK, PP') - (PL, PP') &= 180^\circ - h - [(PZ, PP') - (PZ, PL)] \\ &= 180^\circ - h - [H_0 - H] \\ &= 180^\circ - h - H_0 + H\ .\end{aligned}$$

Угао $(PK, PL) = \angle KPL$ је близак 90°. Од 90° се разликује за малу величину ε, тако да је у зависности од положаја инструмента тај угао једнак $\pm(90^\circ + \varepsilon)$. Значи:

$$\pm(90^\circ + \varepsilon) = 180^\circ - h - H_0 + H.$$

Одатле, узимајући у обзир раније изведени израз за h добија се:

$$H = a - a_0 + H_0 \mp 90^\circ \pm \varepsilon \begin{cases} \text{положај I инструмента} \\ \text{положај II инструмента} \end{cases}. \qquad (2)$$

У положају I часовни угао деклинацијске осовине је за 90° већи од часовног угла оптичке осе, у положају II је обратно.

Угао код K је $\pm(90^\circ - \delta)$, јер је K приближно пол лука PL; δ се мало разликује од δ', па се може ставити да је:

$$\pm(90^\circ - \delta') = d_0 - d + \chi,$$

одакле се уношењем вредности за χ из израза (1) добија да је:

$$\delta' = 90^\circ \pm [d - d_0 - i\sin(a - a_0)]. \qquad (3)$$

У изразу (2) фигурише величина ε, израз (3) даје вредност δ', па знајући разлику $\delta - \delta'$ и вредност за ε, могу се добити коначни изрази за H и δ. Из истог троугла PKL, применом косинусног обрасца имаће се:

$$\cos(90^\circ + c) = \cos(90^\circ - b)\cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - b)\sin(90^\circ - \delta)\cos(90^\circ + \varepsilon).$$

Одатле, после сређивања и решавања једначине по $\sin\varepsilon$, добиће се:

$$\sin\varepsilon = \operatorname{tg} b \operatorname{tg}\delta + \sec b \sin c \sec\delta.$$

Знајући да се при развијању малих величина у редове, за ε и $\sin c$ добијају изрази:

$$\varepsilon = \sin\varepsilon + \frac{1}{6}\sin^3\varepsilon$$

$$\sin c = c - \frac{1}{6}c^3,$$

и задржавајући чланове првог реда по b, а заустављајући се са c^3 добија се:

$$\varepsilon = b\operatorname{tg}\delta + (c - \frac{c^3}{6})\sec\delta + \frac{1}{6}[b\operatorname{tg}\delta + (c - \frac{c^3}{6})\sec\delta]^3$$

и коначно:

$$\varepsilon = b\operatorname{tg}\delta + c\sec\delta + \frac{c^3}{6}\sec\delta\operatorname{tg}^2\delta, \tag{4}$$

јер од трећег члана остаје само $\frac{1}{6}c^3\sec^3\delta$, па је:

$$\varepsilon = b\operatorname{tg}\delta + c\sec\delta + \frac{c^3}{6}\sec\delta(\sec^2\delta - 1),$$

а

$$\sec^2\delta - 1 = \operatorname{tg}^2\delta.$$

Примена косинусног обрасца на исти троугао, сада на страну $(90^\circ - \delta)$, даће релацију:

$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(90^\circ + c)\cos(90^\circ - b) + \sin(90^\circ + c)\sin(90^\circ - b)\cos(90^\circ - \delta).$$

Знајући да је:

$$\sin b = b, \quad \cos b = 1 - \frac{b^2}{2}$$

$$\sin c = c - \frac{c^3}{6}, \quad \cos c = 1 - \frac{c^2}{2},$$

имаће се задржавајући први степен по b, а трећи по c:

$$\sin\delta = -bc + \sin\delta' - \frac{b^2+c^2}{2}\sin\delta'$$

или:

$$\sin\delta - \sin\delta' = -bc - \frac{b^2+c^2}{2}\sin\delta'.$$

$\sin\delta - \sin\delta' = (\delta - \delta')\cos\delta$, јер је разлика $(\delta - \delta')$ мала величина другог реда у односу на b и c, због тога што је $\delta \approx \delta'$, па се најзад добија:

$$\delta - \delta' = -bc\sec\delta - \frac{b^2+c^2}{2}\mathrm{tg}\,\delta$$

одакле је:

$$\delta = \delta' - bc\sec\delta - \frac{b^2+c^2}{2}\mathrm{tg}\,\delta. \tag{5}$$

На тај начин добијени су сви елементи за изражавање часовног угла и деклинације у функцији малих величина, читаних величина a и d и деклинације посматране звезде.

Уносећи у израз (2) вредност за ε, а у израз (5) раније изведену вредност за δ', дату изразом (3), добиће се:

$$\left.\begin{aligned} b &= i' + i\cos(a - a_0) \\ H &= a - a_0 + H_0 \mp 90^\circ \pm (b\,\mathrm{tg}\,\delta + c\sec\delta + \frac{c^3}{6}\sec\delta\mathrm{tg}^2\delta) \\ \delta &= 90^\circ \pm [d - d_0 - i\sin(a - a_0)] - bc\sec\delta - \frac{b^2+c^2}{2}\mathrm{tg}\,\delta, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

при чему горњи знаци одговарају положају I, а доњи положају II, инструмента.

I.2. Флексија

Велике размере екваторијала узрокују савијање појединих његових делова. Најзначајнија су савијања дурбинове цеви и деклинацијске осовине. Флексије кругова овде се могу занемарити с обзиром на то да сама мерења помоћу очитавања кругова не подлежу високој прецизности.

Услед савијања деклинацијске осовине и дурбинове цеви, величине i', $(a - a_0)$ и $(d - d_0)$ биће измењене. Претпоставља се да су те промене доста мале, тако да се могу сматрати диференцијалним.

I.2а. Флексија деклинацијске осовине

Нека су редом A_K, h_K, H_K и δ_K, азимут, висина, часовни угао и деклинација тачке K (продора на небеској сфери деклинацијске осовине усмерене

од пресека са часовном осовином у правцу цеви дурбина). Претпоставка је да је утицај флексије на азимут увек једнак нули, јер делује у равни вертикала. Зато је $dA_K = 0$.

С друге стране флексија мења висину тачке K за величину пропорционалну њеном зенитском одстојању:

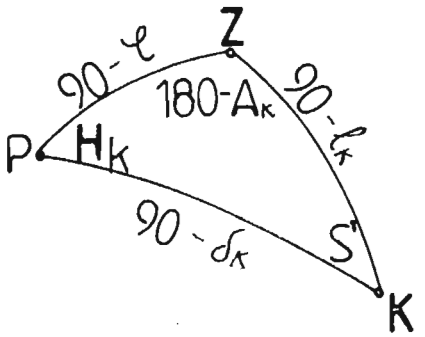
$$dh_K = -f' \sin Z$$

или:

$$dh_K = -f' \cos h_K,$$

где је са f' означен коефицијенат флексије деклинацијске осовине.

Да би се дошло до везе између промена di', $d(a - a_0)$, с једне, и $d\delta_K$, dH_K са друге стране, посматрајмо троугао PZK:



Слика 4.

За овај троугао важе диференцијалне једначине:

$$\cos\delta_K dH_K = \cos S' \cos h_K dA_K - \sin S' dh_K + \sin\delta_K \sin H_K d\varphi$$
$$d\delta_K = \sin S' \cos h_K dA_K + \cos S' dh_K + \cos H_K d\varphi \ .$$

Стављајући овде $dA_K = 0$ и $d\varphi = 0$, добијамо:

$$\cos\delta_K dH_K = -\sin S' dh_K = +f' \sin S' \cos h_K,$$
$$d\delta_K = \cos S' dh_K = -f' \cos S' \cos h_K,$$

при чему је (сл. 1.):

$$\delta_K = b = i' + i\cos(a - a_0), \tag{7}$$

док се H_K разликује од H за $\mp 90°$, и занемарујући мале величине у једначини (6) добијамо:

$$H_K = H \mp 90° = a - a_0 + H_0 \mp 90° \mp 90°$$
$$H_K = a - a_0 + H_0 + 180°. \tag{8}$$

Диференцирањем (7) и (8) следи:

$$d\delta_K = db = di', \quad \text{јер се занемарује} \quad -i\sin(a - a_0)d(a - a_0)$$
$$dH_K = d(a - a_0)\ . \tag{9}$$

Из једначине (7) следи да је δ_K мала величина, па се може узети да је на слици 4. $PK = 90°$. Тада из $\triangle PZK$ следи:

$$\cos h_K \sin S' = \cos\varphi \sin H_K$$
$$\cos h_K \cos S' = \sin\varphi\ .$$

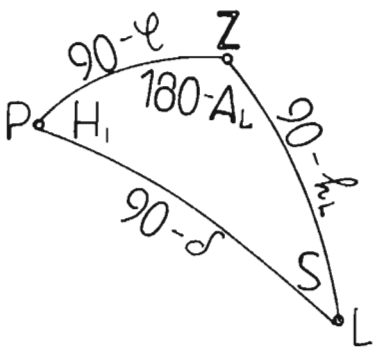
Стављајући да је $\cos\delta_K = 1$, и с обзиром на (9) имамо:

$$d(a - a_0) = -f' \cos\varphi \sin(a - a_0 + H_0) = \mp f' \cos\varphi \cos H, \quad \text{с обзиром на (6)}$$
$$db = -f' \sin\varphi\ . \tag{10}$$

I.2б. Флексија цеви дурбина

Полазећи од троугла PZL (слика 5.) и претпоставке да флексија дурбина не делује на азимут посматране тачке L, добиће се сличним поступком као код флексије деклинацијске осовине, диференцијалне једначине промена, сада часовног угла и деклинације тачке L:

$$dH = f \cos h_L sinS \sec\delta$$
$$d\delta = -f \cos h_L cosS\ .$$



Слика 5.

Из истог троугла је:

$$\cos h_L \sin S = \sin H \cos \varphi,$$
$$\cos h_L cos S = \sin \varphi \ cos\delta - \cos \varphi \sin \delta \cos H,$$

тако да су промене часовног угла и деклинације услед флексије цеви дурбина:

$$dH = f \sin H \cos \varphi \sec \delta$$
$$d\delta = -f[\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos H] \ . \qquad (11)$$

II.1. Одређивање инструментских константа

Изрази (6) у које су унете вредности промена часовног угла и деклинације због деловања флексије деклинацијске осовине и цеви дурбина (релације (10) и (11)), имају, задржавајући први степен по i и i', а други по c, следећи облик:

$$H = a - a_0 + H_0 \mp 90^\circ \pm i' \mathrm{tg}\, \delta - i \sin(H - H_0) \mathrm{tg}\, \delta \pm c \sec \delta$$
$$+ f \cos \varphi \sin H \sec \delta \mp f'(\cos \varphi \cos H + \sin \varphi \mathrm{tg}\, \delta), \qquad (12a)$$
$$\delta = 90^\circ \pm (d - d_0) - i \cos(H - H_0) - \frac{c^2}{2} \mathrm{tg}\, \delta$$
$$- f(\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos H). \qquad (12б)$$

Полазећи од ових релација, посматрањем познатих звезда из два положаја инструмента на часовним угловима $H = 0^\circ$, $H = 180^\circ$ или $H = \pm 90^\circ$, могу се одредити инструментске константе. Да би се избегли утицаји рефракције потребно је посматрати звезде које кулминирају око зенита (за $H = 0^\circ$ и $H = 180^\circ$); у случају $H = \pm 90^\circ$ због истог разлога морале би се бирати близу поларне звезде. Зато овај други случај у пракси и не примењујемо.

Нека су d_1 и d_2 читања на деклинацијском кругу. Тада ћемо за два различита положаја инструмента, посматрањем у меридијану имати из једначине (12б):

$$\text{положај I}: \quad \delta = 90^\circ + (d_1 - d_0) - i \cos H_0 - f \sin(\varphi - \delta)$$
$$\text{положај II}: \quad \delta = 90^\circ - (d_2 - d_0) - i \cos H_0 - f \sin(\varphi - \delta) \qquad (13)$$

Разлика ових двеју једначина ће дати вредност за d_0:

$$d_0 = \frac{d_1 + d_2}{2}.$$

Збир ће дати:

$$m = 90^\circ - \delta + \frac{d_1 - d_2}{2} = i\cos H_0 + f\sin(\varphi - \delta) \quad .$$

Посматрањем више звезда имаће се низ једначина таквог облика, у којима су непознате $i\cos H_0$ и f. Решава њем методом најмањих квадрата добиће се:

$$i\cos H_0 \quad \text{и} \quad f.$$

Из релације (12а), посматрањем у меридијану из два положаја инструмента добиће се следеће две једначине:

$$\begin{aligned} 0 &= a_1 - a_0 + H_0 - 90^\circ + i'\mathrm{tg}\,\delta + i\sin H_0\mathrm{tg}\,\delta + c\sec\delta - f'(\cos\varphi + \sin\varphi\mathrm{tg}\,\delta) \\ 0 &= a_2 - a_0 + H_0 + 90^\circ - i'\mathrm{tg}\,\delta + i\sin H_0\mathrm{tg}\,\delta - c\sec\delta + f'(\cos\varphi + \sin\varphi\mathrm{tg}\,\delta) \end{aligned} \quad (14)$$

за положаје I и II, респективно.
Њихов збир ће дати:

$$n = \frac{a_1 + a_2}{2} = a_0 - H_0 - i\sin H_0\mathrm{tg}\,\delta.$$

Посматрањем више звезда добиће се систем условних једначина, чијим ће се решавањем добити непознате $a_0 - H_0$ и $i\sin H_0$. При том ће условне једначине имати следећи облик:

$$\begin{aligned} n_1 &= (a_0 - H_0) - i\sin H_0\mathrm{tg}\,\delta_1 \\ n_2 &= (a_0 - H_0) - i\sin H_0\mathrm{tg}\,\delta_2 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ n_n &= (a_0 - H_0) - i\sin H_0\mathrm{tg}\,\delta_n. \end{aligned}$$

Знајући $i\cos H_0$ и $i\sin H_0$, можемо одредити i, а затим H_0 и a_0. С друге стране, разлика једначина (14) даће:

$$l = \frac{a_2 - a_1}{2} + 90^\circ = i'\mathrm{tg}\,\delta + c\sec\delta - f'(\cos\varphi + \sin\varphi\mathrm{tg}\,\delta).$$

Посматрањем више звезда добиће се систем једначина са три непознате. За решавање се примењује метод најмањих квадрата, тако да добијамо непознате: i', c и f'.

На тај начин ће бити одређено свих шест константа, као и коефицијенти флексија деклинацијске осовине односно цеви дурбина.

III.1. Списак одабраних звезда и мерења

	име	п. вел.	α	δ	a_1	d_1	a_2	d_2
1.	1H Draconis	4.6	$9^h\ 33^m.3$	+81° 27′	$0^h\ 0^m.0$	81° 24′	—	—
2.	O Leonis	3.8	39.6	10 01	+0.3	10 01	$12^h\ 0^m.0$	178° 06′
3.	BD+19° 2254	6.9	44.3	18 49	+0.2	18 49	+0.2	161 18
4.	μ Leonis	4.1	51.1	26 09	+0.2	26 08	−0.3	153 59
5.	Groo.1586	6.0	55.9	73 01	−0.1	72 59	—	—
6.	Piazzi9^h 229	5.7	10 02.7	53 59	+0.2	54 01	—	—
7.	ζ Leonis	3.6	15.1	23 34	+0.3	23 29	+0.1	156 32
8.	27 Leo Min.	5.8	21.5	34 03	+0.1	34 01	+0.1	145 59
9.	β Leo Min.	4.4	26.2	36 51	+0.1	36 49	+0.1	143 17
10.	9 H Drac.	5.0	32.8	75 52	+0.6	75 47	−0.2	104 17
11.	35 HU. Maj.	5.2	41.1	69 14	−0.2	69 11	0.0	110 56
12.	47 U. Maj.	5.1	57.9	40 35	0.0	40 32	+0.1	139 32
13.	ψ U. Maj.	3.2	11 08.0	44 39	0.0	44 38	—	—
14.	Groo.1757	6.0	15.1	49 38	0.0	49 34	0.0	130 29
15.	Groo.1771	6.0	21.2	64 29	−0.1	64 27	0.0	115 39
16.	58 U. Maj.	5.9	29.0	43 20	0.0	43 18	+0.1	136 50
17.	3 Draconis	5.5	40.9	66 54	−0.1	66 49	0.0	113 14
18.	β Leonis	2.2	47.6	14 44	+0.1	14 42	+0.1	165 21
19.	Piazzi11^h 202	6.3	56.7	32 26	−0.3	32 24	0.0	147 42
20.	δ U. Maj.	3.4	12 14.0	+57 11	0.0	57 09	−0.1	122 58

III.2. Системи једначина са решењима

1.	(10°	01′	+	170°	06′)	:	2	= 90°	03′
2.	(18	49	+	161	18)	:	2	=	03
3.	(26	08	+	153	59)	:	2	=	03
4.	(23	29	+	156	32)	:	2	=	00
5.	(34	01	+	145	59)	:	2	=	00
6.	(36	49	+	143	17)	:	2	=	02
7.	(75	47	+	104	17)	:	2	=	02
8.	(69	11	+	110	56)	:	2	=	03
9.	(40	32	+	139	32)	:	2	=	02
10.	(49	34	+	130	29)	:	2	=	02
11.	(64	27	+	115	39)	:	2	=	03
12.	(43	18	+	136	50)	:	2	=	04
13.	(66	49	+	113	14)	:	2	=	02
14.	(14	42	+	165	21)	:	2	=	02
15.	(32	24	+	147	42)	:	2	=	03
16.	(57	09	+	122	58)	:	2	= 90°	03′

$$d_0 = 90°02' \pm 0'.3$$

1. $-03' = i\cos H_0 + f\ 0.57047$
2. $-03 = i\cos H_0 + f\ 0.43811$
3. $-04 = i\cos H_0 + f\ 0.31979$
4. $-06 = i\cos H_0 + f\ 0.36217$
5. $-02 = i\cos H_0 + f\ 0.18652$
6. $-05 = i\cos H_0 + f\ 0.13831$
7. $-07 = i\cos H_0 - f\ 0.51604$
8. $-06 = i\cos H_0 - f\ 0.41363$
9. $-05 = i\cos H_0 + f\ 0.07353$
10. $-06 = i\cos H_0 - f\ 0.08426$
11. $-05 = i\cos H_0 - f\ 0.33682$
12. $-06 = i\cos H_0 + f\ 0.02560$
13. $-06 = i\cos H_0 - f\ 0.37622$
14. $-04 = i\cos H_0 + f\ 0.50101$
15. $-05 = i\cos H_0 + f\ 0.21417$
16. $-05 = i\cos H_0 - f\ 0.21445$

Систем нормалних једначина је:

$$16\ i\cos H_0 + 1.02349\ f + 78'.0 = 0$$
$$1.02349\ i\cos H_0 + 2.18993 - 0'.08 = 0$$

решења:

$$f = 2'.6 \pm 0'.5$$
$$i\cos H_0 = -5'.03812 \pm 0'.5$$

1. $+0^m.15 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.17663$
2. $+0.20\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.34075$
3. $-0.05\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.49098$
4. $+0.20\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.43620$
5. $+0.10\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.67578$
6. $+0.10\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.74946$
7. $+0.20\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 3.97140$
8. $-0.10\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 2.63710$
9. $+0.05\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.85660$
10. $0.00\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 1.17640$
11. $-0.05\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 2.09500$
12. $+0.05\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.94345$
13. $-0.05\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 2.34450$
14. $+0.10\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.26297$
15. $-0.15\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.63544$
16. $-0.05\ = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 1.55070$

Систем нормалних једначина:

$$16(a_0 - H_0) - 19.34336\ i\sin H_0 + 0^m.70 = 0$$
$$-19.34336(a_0 - H_0) + 40.09437\ i\sin H_0 + 0^m.761 = 0$$

решења:

$$a_0 - H_0 = -0^m.160 = -2'.4 \pm 0'.5$$
$$i\sin H_0 = -0^m.0962 = -1'.4 \pm 0'.5 \quad .$$

Из система:

$$i\cos H_0 = -5'.038$$
$$i\sin H_0 = -1'.443$$

добијене су вредности:

$$i = 5'.2$$
$$H_0 = 195^\circ\,58'$$

а затим из познате разлике $a_0 - H_0 = -2'.4$, одређена је вредност a_0.

$$a_0 = 195^\circ\,56'$$

1. $-2.25 = 0.17663i' + 1.01548c - 0.83403f'$
2. $0.00 = 0.34075i' + 1.05646c - 0.94967f'$
3. $-3.75 = 0.49098i' + 1.11403c - 1.05553f'$
4. $-1.50 = 0.43620i' + 1.09099c - 1.01693f'$
5. $0.00 = 0.67578i' + 1.20693c - 1.18574f'$
6. $0.00 = 0.74946i' + 1.24967c - 1.23766f'$
7. $-6.00 = 3.97140i' + 4.09540c - 3.50794f'$
8. $+1.50 = 2.63710i' + 2.82040c - 2.56775f'$
9. $+0.75 = 0.85660i' + 1.31672c - 1.31316f'$
10. $0.00 = 1.17640i' + 1.54400c - 1.53850f'$
11. $+0.75 = 2.09500i' + 2.32140c - 0.85719f'$
12. $+0.75 = 0.94345i' + 1.37481c - 1.37435f'$
13. $+0.75 = 2.34450i' + 2.54880c - 2.36158f'$
14. $0.00 = 0.26297i' + 1.03400c - 0.89487f'$
15. $+2.25 = 0.63544i' + 1.18481c - 1.15732f'$
16. $-0.25 = 1.55070i' + 1.84520c - 1.80224f'$

Систем нормалних једначина:

$$+40.09442i' + 45.98301c - 39.19332f' + 17\,'.81927 = 0$$
$$+45.98301i' + 56.09671c - 48.34690f' + 21\,'.48751 = 0$$
$$-39.19332i' - 48.34690c + 43.26282f' - 18\,'.87423 = 0$$

решења:

$$i' = -0\,'.2$$
$$c = +0\,'.4$$
$$f' = 0\,'.8$$

КОНАЧНЕ ВРЕДНОСТИ КОНСТАНАТА

1. $d_0 = 90°02' \pm 0\,'.3$
2. $f = 2\,'.6 \pm 0\,'.5$
3. $i = 5\,'.2 \pm 0\,'.5$
4. $H_0 = 195°58' \pm 0\,'.1$
5. $a_0 = 195°56' \pm 0\,'.5$
6. $i' = -0\,'.2 \pm 0\,'.4$
7. $c = +0\,'.4 \pm 0\,'.4$
8. $f' = \quad 0\,'.8 \pm 0\,'.4$

THE INSTRUMENTAL CONSTANTS OF THE Zeiss 650/10550 mm REFRACTOR OF BELGRADE OBSERVATORY

VERA ERCEG

Astronomical Observatory, Volgina 7, 11050 Belgrade

Abstract. This paper contains a determination of the instrumental constants of the Zeiss 650/10550 mm refractor of Belgrade observatory, performed from measurements of 20 stars.

Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 47 – 76

ТЕОРИЈСКО ЗАСНИВАЊЕ КЛАСИЧНЕ АСТРОФОТОГРАФИЈЕ – ПРОБЛЕМИ КАЛИБРАЦИЈЕ ФОТОМАТЕРИЈАЛА У АСТРОНОМИЈИ

АЛЕКСАНДАР ТОМИЋ

Народна опсерваторија, Калемегдан, 11000 Београд

Резиме. У овом раду начињен је покушај систематског прегледа развоја астрофотографије, са становишта њеног теоријског заснивања. Тражена је веза фотометријских и сензитометријских величина, на нивоу геометријске оптике и класичне црно-беле сензитометрије, са параметрима телескопа, атмосферским условима и фотометријским карактеристикама посматраног објекта. Посебна пажња посвећена је физички заснованом аналитичком представљању карактеристичне криве.*

Увод

Откриће дагеротипије 1839. г. (J. Niepce, L. Dageurre) захваљујући Ф. Араго-у (Arago) прихваћено је као откриће са далекосежним значајем. С правом, јер само 35 година касније оно је изнедрило фотографију какву и данас знамо. Целовит приказ развоја морао би почети од мрачне коморе римског архитекте Vitruvius-a, па преко J. H. Schulze-a који открива дејство светлости на сребро у раствору сребронитрата 1727. г, H. F. Talbota и J. Herschel-a који 1819. г. откривају и користе фиксирајуће дејство хипосулфита (Miller, 1978), а само до 1900. г. око сто истраживача је допринело технолошком развоју фотографије доприносима вредним помена и данас. (James, 1977)

Историјски гледано, астрономи су у примени и развоју фотографије у целини дали знатне доприносе, теоријске и технолошке. Коначно, развојем електрон-

* Граничне области су испуштене да би се избегла обимност.

ике и теорије информација развили су и квантну теорију за домет телескопа (Jones, 1947) и нашли израз за шум у класи којој као детектор припада фотоматеријал (Havens, 1946). Неки од параметара који се појављују у тим формулама карактеришу микропроцесе и немају очигледну везу са сензитометријским параметрима фотоматеријала. Осим тога, добија се (неочекивано) да гранични домет не зависи код телескопа-камере од пречника објектива него само од жижне даљине, сјаја неба, контраста и инструменталног фона неба.

За случај подекспонираних фотоматеријала "квантна" достигнута звездана величина одређена је формулом:

$$m_0 = \frac{M}{2} - 2,5 \log \Delta + 2,5 \log D + 2,5 \log \sqrt{qt/(1+R)b^2} \qquad (1.1)$$

док за случај преекспонираног фотоматеријала "крајња граница" – домет има облик:

$$m_L = M - 2,5 \log \Delta + 2,5 \log F + 2,5 \log \sqrt{G_0/(1+R)b^2} \qquad (1.2)$$

Овде је M $[m/(")^2]$ – сјај неба, Δ (") – атмосферско ширење лика, D (cm) – и F (cm) – пречник и жижна даљина објектива. Остале величине представљају квантне параметре: R – однос инструменталног фона и фона неба, q – средњи ефективни квантни излаз, t – ефективно време експозиције, G_0 – број зрна емулзије по cm^2, b – коефицијент који карактерише однос прага осетљивости и стандардног одступања – статистичке неодређености. (Видети гл. 1 у Hiltner, 1962, одн. Baum, 1955)

Ови резултати обично се користе за веће телескопе. "Иако је тешко тачно одредити вредности домета, резултати као да су у сагласности са теоријом, мада нпр. телескопи опсерваторије MtWilson фактички никада не дају предвиђене вредности, вероватно због сјаја неба који дају блиска Пасадена и Лос Анђелес." (Баум, 1962) Савремена одређивања совјетских аутора наводно дају боље слагање. (Lengauer, 1979)

Шта насупрот овој, квантној, теорији даје "класична теорија"?

1. Основе научне фотографије

1.1. Основне сензитометријске величине

Поједностављено речено, фотографска сензитометрија би се могла свести на неколико основних формула (ако је посматрамо само као теорију). Прво је откривен "закон заменљивости" интензитета светлости (I) и времена осветљавања (t) у фотохемијским процесима (Fizeau, Foucault, 1856):

$$I_1 t_1 = I_2 t_2 \qquad (1.1,1)$$

Применом на фотографски процес (Bunsen, Roscoe, 1862) добијено је да зацрњење у слоју остаје исто уколико количина осветљености остаје непромењена.

Тако се појављује "експозиција" (H), где је интензитет светлости у формули Бунзена и Рошка замењена осветљеношћу (E):

$$H = E\,t \qquad (1.1,2)$$

Основ савремене фотографске сензитометрије постављен је у раду Хартера и Дрифилда (Hurter, Driffield, 1980, в. Altman, 1977), где је осим експозиције уведено и графичко представљање реакције фотоматеријала-густина зацрњења, D_e, у облику:

$$D_e = f\,(\log H) \qquad (1.1,3)$$

тзв. карактеристична крива фотоматеријала, као и дефиниција опште светлосне осетљивости — "сензитивност" фотоматеријала (S):

$$S = k/H \qquad (1.1,4)$$

k — константа. Из облика карактеристичне криве и спектралне зависности изводе се многобројне специфичности, битне како за количину пренете информације, тако и за уметничке примене, строга фотометријска и коначно положајна мерења, значајна за науку. Коефицијент контраста представља тангенс нагиба линеарног дела карактеристичне криве, "хало" или "вуал" — густину неосветљеног и развијеног фотоматеријала, а фактор зрнатости је количник:

$$G = 100/n \qquad (1.1,5)$$

где је n — увећање при којем се уочава зрно.

Пре него приступимо актуелним питањима у вези калибрације астронегатива, осврнимо се на историјски развој важнијих поставки у теоријском описивању астрофотографије. Тако ће уједно бити целовитије представљени појединии аспекти фотографске фотометрије.

1.2 Једнозначност пресликавања

Почетним кораком у научној примени астрофотографије могао би се назвати доказ који је 1864-6. г. извео L. Rutherford користећи снимак звезданог јата Плејаде, по којем довољно квалитетан објектив врши довољно тачно пресликавање небеске сфере на раван фотоплоче, што је основ свих положајних-астрометријских мерења у астрофотографији. (Rutherford, 1865; Vaucouleurs, 1961; Hoffleit, 1950)

Други корак је примена на снимање звезда у циљу израде звездане карте, а начинио га је 1861. г. Ворен Деларју (Warren de la Rue) што је иначе идеја Г. Бонда из 1857. г. (Muller, 1897)

2. Фотографска фотометрија тачкастих извора

Свако теоријско заснивање фотографије мора почети од карактеристичне криве фотоматеријала. Опис карактеристичне криве сребро-бромидног фотоматеријала развијао се у два правца:
— као теорија кинетике хемијских реакција (Schaum, 1909), и
— као статистичка (информациона) теорија (Silberstein, 1922).
Како други опис не садржи време као фактор, није могао објаснити Шварцшилдов закон зацрњења (в. даље). Тако је за развој класичне астрофотографије кинетички приступ онај који ћемо даље пратити. Он може да се третира у ужем и у ширем смислу. Уже — то је строго дефинисање једначине и параметара карактеристичне криве. Шири смисао је повезивање са параметрима карактеристичне криве екстерних елемената као што су: параметри објектива камере, параметри светлосног извора, величине које повезују међусобно кретање извора и камере, коначно и утицај филтара у најширем смислу речи.

Снимање спектара високог раздвајања је задатак који носи нове теоријске проблеме, па га треба третирати издвојено. Методе испитивања квалитета оптике, који су развили Хартман, Ричи, Фуко и други (в. нпр. Bigourdan, 1919), такође чине целину са нашом темом, али у овом приказу се њима нећемо бавити, иако се оне стално обогаћују новим поступцима. Нека то остане у оптици.

Коначно, питање хиперсензибилизације емулзија, а до неког степена и хемијске обраде у целини, значајно је са практичног становишта, али не и са становишта конституисања теорије астрофотографије, па га овде нећемо разматрати.

2.1. Фотометрија мерењем пречника лика звезде

Прве кораке у формулисању класичне теорије, како смо је овде конципирали, учинили су Шајнер и Шарлије (Scheiner, 1889, Charlier, 1889) потом Шеберле (Schäberle, 1898). Полази се од дефиниције звездане величине:

$$m = 2,5 \log E \qquad (2.1,1)$$

E — осветљеност. Шарлије претпоставља да постоји веза између осветљености (E) и пречника лика звезде (d) на плочи/филму, облика:

$$E = pd^{\alpha} \left(1 + \beta_1 d + \beta_2 d^2 + ...\right) \qquad (2.1,2)$$

p, α, β_i — константе. Даље остаје на првој апроксимацији, узима да је:

$$E = pd^{\alpha} \qquad (2.1,3)$$

и доказује везу између звездане величине (m) и пречника лика:

$$m = a - b \log d \,, \qquad (2.1,4$$

уз $b = 2,5$ и $a = -2,5 \log p$. Касније многи аутори користе ову формулу у приближном облику:

$$m = a - b\sqrt{d} \qquad (2.1,5)$$

што је чест случај и данас. (нпр. Мартинов, 1977). Претпостављајући да константе a, b – садрже карактеристике плоче и поступка обраде, као и временску зависност $a(t)$ и $d(t)$ Шарлије експериментално налази везу:

$$d = d_0\, t^k \,, \qquad k = \text{const.} \qquad (2.1,6)$$

d_0 – минимална вредност пречника лика на филму, па из услова да звездана величина не зависи од начина мерења добија:

$$\frac{\partial a}{\partial t} - b\frac{\partial \log d}{\partial t} = 0 \qquad (2.1,7)$$

где је $\partial/\partial t$ парцијални извод по времену, и налази:

$$a = a_0 + kb \log t \qquad (2.1,8)$$

За константу k мерењем добија вредност 1/4. Увртавањем овог израза у претходну формулу добија коначно:

$$m = a_0 - b \log d + c \log t \qquad (2.1,9)$$

a_0, b, c – су константе за дату плочу, а m – достигнута звездана величина на плочи. Развој по осталим објективно постојећим утицајима, као, што су осетљивост фотоматеријала, прозрачност атмосфере и објектива, зрнатост фотоматеријалс, геометријски параметри објектива, у то време – крај прошлог века, није било реално извести.

На истом филму за однос пречника два лика d_1, d_2 уз исте остале услове добијене су две једначине на којима почива релативна фотометрија звезда на бази мерења пречника лика исте звезде:

$$(d_1/d_2)^{2,5b} = (t_1/t_2)^p \qquad (2.1,10)$$

и за два лика од две различите звезде привидних величина m_1 и m_2:

$$(d_1/d_2)^{2,5b} = 10^{-0,4(m_1-m_2)} \qquad (2.1,11)$$

Одавде па до укидања закона заменљивости у снимању звезда остаје само корак. Управо претпоставка да је аргумент карактеристичне криве величина у којој време није равноправно осветљености (Schwarzschild, 1900) показала се као адекватнија за дефинисање карактеристичне криве. Занимљиво је да крива фотографске ирадијације тачкастог извора, у координатама "log d" –

"log (Et^p)" веома сличи на карактеристичну криву фотоматеријала. У одређеном опсегу крива има линеарни део за који је:

$$\log d = a_1 \log (Et^p) + b_1 \qquad (2.1,12)$$

a_1, b_1 — константе, па је употребљива за мерење. Одавде такође следи формула (2.1,9). Занимљиво је да још 1858. г. Бонд износи идеју да се сјај звезда одређује фотографским поступком (Бонд, 1858), а потом даје и емпиријски однос пречника лика звезде и времена осветљавања (Бонд, 1859):

$$d^2 = Pt + Q \qquad (2.1,13)$$

P, Q — константе плоче, који у одређеним условима представља апроксимацију Шварцшилдовог обрасца. Бондова формула погодна је за калибрацију негатива, јер варирањем само једне величине — времена, уз претпоставку занемарљиве варијације атмосферских и осталих услова (за релативно кратко време осветљавања) користи исту звезду као извор. Такође, за разне спектралне класе звезда, довољно је наћи само једну довољно сјајну звезду и калибрација је изводљива. Даље се цео процес своди на дефинисање лика звезде и његово мерење.

Звучи готово невероватно али Бондови резултати остали су незапажени готово четири деценије, све док нису поново откривени. Ипак, тада ни Милер (Müller, 1897) не види у тим формулама никакав физички садржај, него само погодност за примену!

Пречник лика звезде обично је довољно осетљив за мерење интензитета упадне светлости од звезда. Постоји низ емпиријских или полуемпиријских релација, од којих се често користи она коју је предложио Рос (Ross, 1936):

$$d = a' + \Gamma \log I \qquad (2.1,14)$$

a', Γ — константе, од којих се друга назива астрогамом. И нешто општија варијанта ове формуле:

$$d^\nu = a + b \log I \qquad (2.1,15)$$

ν, a, b — константе, I — интензитет светлости, наводи се у литератури (Eberhard, 1931, Edwards, 1942). Знатан број фактора компликује ситуацију и стварање теорије лика, па овакве формуле јесу применљиве када се ради са истим инструментом у константним посматрачким условима. Због реалне могућности појаве систематске грешке, свака плоча мора да има своју калибрациону криву.

2.2 Фотографска ирадијација

Утицај фотографске ирадијације — расејања унутар фотографског слоја, разматрали су многи аутори. Вилт је посебно обрадио ирадијацију тачкастих

ликова (Wildt, 1928) и нашао да тзв. Кристијев емпиријски закон пречника лика (Christie, W. H. R., 1892):

$$d = a + b \log t \qquad (2.2,1)$$

a, b — константе, најбоље одговара ако се одређује фотографска звездана величина. Шаронов изводи тај образац теоријски разматрајући опште појаве на граници ликова великих димензија, узимајући све реалне утицаје у обзир (Шаронов, 1950). Он заправо полази од сагласности са експериментом претпостављене релације за осветљеност (E) расејане светлости лика ширине ξ:

$$E = cE_0\xi e^{-x\alpha} \qquad \alpha, c - \text{konstante} \qquad (2.2,2)$$

као функције упадне осветљености (E_0), растојања (x) тачке у којој се мери од ивице лика и карактеристика емулзије и објектива, садржаних у константама α, c. Ток функције расејане светлости са растојањем x описује Шаронов емпиријском релацијом базираном на теорији расејања светлости: *

$$E + E_0(1 - Ge^{-\kappa x}) \qquad (2.2,3)$$

κ, G — константе, која уврштавањем у претходну једначину даје за део криве изван реалног лика:

$$E = E_0 R e^{-\alpha x} \qquad (2.2,4)$$

R — константа, а за део криве близу границе лика, са унутрашње стране лика, вредност:

$$E = E_0(1 + P_1 e^{-\kappa x} + Q_1 e^{-\alpha x}). \qquad (2.2,5)$$

Овде су P_1, Q_1 — константе, а E може да буде и веће и мање од E_0. Константе P_1 Q_1, R — могу се изразити преко ранијих константи α, c_1, κ, G. То уједно објашњава са становишта расејања светлости, а не преко хемијских реакција ефекат Костинског. (Ефекат Костинског састоји се у томе да је размак између фотографских ликова блиских тачкастих извора (као двојне звезде) већи него размак оптичких ликова. То се обично тумачи различитом концентрацијом развијача између и око ликова.) У пракси, проблем по горњем поступку је у одређивању вредности константи.

Занемаривањем свих утицаја осим сопствене ирадијације, добија се формула за проширење лика (δ) ван његових геометријских граница:

$$\delta = (1/\alpha)(\ln R - \ln E_p) \qquad (2.2,6)$$

* Молиц (Molitz, 1959) даје функције расејања тачке и линије и функцију крајева са фреквентно-контрасном карактеристиком за функције расејања цилиндричног, π и троугаоног облика.

E_p – осветљеност која даје праг зацрњења. За изофоту краја лика, која се може описати једначином:

$$Et^p = Rt^p e^{-\alpha\delta} \equiv K^* \qquad (2.2,7)$$

добија се коначно:

$$\delta = -(1/\alpha)(\ln K^* - \ln R - p\ \ln t) \qquad (2.2,8)$$

или Кристијева формула, у којој очигледно прва константа представља инструменталну ирадијацију (објектив, филм), тј. временски сталан члан који мора да буде функција таласне дужине светлости. Друга константа садржи параметре филма и процеса обраде значајне за дефинисање фотографске реакције, тј. зацрњења као функције времена осветљавања. Одавде се види да могући начин борбе против ирадијације представља и скраћење времена осветљавања.

У раду Онегине (Онегина, 1981) дат је (по аутору: упрошћен) математички модел фотографске ирадијације, другачији од претходно изложеног, погодан за телескопе жижних даљина три до пет метара, којим се фотографишу планете (тј. мањи нетачкасти извори) у циљу положајних одређивања. Онегина полази од тога да свака тачка пројекције диска планете услед збирног дејства расејања светлости у оптици камере и у атмосфери и других атмосферских утицаја, као и сметњи које уноси механизам за праћење, трпи трансформацију у елипсасту површину. Уводећи релативни радијус ширења и релативну осветљеност, добија формулу за примену релативне осветљености близу лимба (формула 3.8. у цитираном раду) чијом анализом одређује услове за критично одступање, као функцију централног угла од екватора лика планете. Такође обрачунава се утицај фазе планете. Но вратимо се основном проблему.

2.3. Једначине изо-опаке

На одступање од закона заменљивости указује Шајнер (Scheiner, 1891) док одлучујући допринос даје Шварцшилд (Schwarzschild, 1900) уводећи величину $H = Et^p$ као варијаблу. Функција:

$$Et^p = \text{const} \qquad (2.3,1)$$

где је $p < 1$ тзв. Шварцшилдов експонент, назива се **Шварцшилдов закон** и он задовољава највећи број реалних ситуација. Следећи корак у детаљном испитивању односа између E и t чини Крон (Крон, 1913; в. Мартинов, 1977). Он добија важну релацију – **"Кронов закон"**:

$$Et10^{-a\sqrt{\log\,(E/E_0)^2+1}} = \text{const} \qquad (2.3,2)$$

(a – константа), која чини теоријски основ за објашњење "ефекта прекидности" (низ кратких времена осветљавања даје веће зацрњење него једно дуготрајно, исте укупне експозиције).

Ради поређења закона заменљивости (1.4), Шварцшилдовог (2.2,2) и Кроновог закона (2.3,2) уводи се изо-опака. То је крива изражена у координатама: "$x_1 = \log E$", "$y_1 = \log t$", или чешће у координатама: "$x = \log E$", "$y = \log (Et)$", за коју густина фотографског зацрњења остаје константна. У овим координатама изо- опака се представља једначином:

$$\begin{array}{ll} y = C_1 \ , & \text{закон заменљивости} \\ py + (1-p)x = C_2 \ , & \text{Шварцшилдов закон} \\ y - a\sqrt{(x - \log E_0)^2 + 1} = C_3 \ , & \text{Кронов закон} \end{array} \qquad (2.3,3)$$

где су C_1, C_2, C_3 – константе. Кронов закон представља хиперболу, што се уочава преласком на нове координате: "$\xi = x - \log E_0$", "$\eta = y - C_3$", у којима има облик:

$$\frac{\eta^2}{a^2} - \frac{\xi^2}{1} = 1 \ . \qquad (2.3,4)$$

Шварцшилдов закон представља праву линију коефицијента правца: $-(1-p)/p$. Једначина асимптоте на хиперболу: $\eta = -a\xi$, за мале експозиције подудара се са Шварцшилдовим законом, што омогућава налажење односа параметара p и a из ова два закона: $p = 1/(1+a)$.

При $E = E_0$ Кронов закон се поједностављује, тј. оптимално време осветљавања (t_0) повезано је са оптималном осветљеношћу (E_0) односом:

$$\log t_0 = (a + C_2) - \log E_0 \qquad (2.3,5)$$

То пружа могућност одређивања Шварцшилдовог експонента варирањем E и t, тако да се добије исти фотографски ефекат. (За фотоматеријале који нису посебно препарирани вредности t су из интервала 1/1000 s до 10 s.) То се постиже снимањем "временског клина", тј. снимањем карактеристичних кривих за $E = E_0 = \text{const}$, и "апертурног клина" за $t = t_0 = \text{const}$. У одељку 4. бавићемо се карактеристичном кривом, али с другог аспекта.

2.4. Достигнута звездана величина

Минор (Mineur, 1934) дефинише граничну (исправно је: достигнуту на снимку) звездану величину за дати телескоп, повезујући формуле Шарлијеа и Шварцшилда (2.9,9) и (2.3,1) у једну:

$$m = -2,5 \log H_0 + 5 \log D + 2,5p \log t \qquad (2.4,1)$$

где је за звезде – тачкасте изворе Минор увео минималну експозицију (H_0) којом се постиже праг зацрњења:

$$H_0 = D^2 10^{-0,4m} t^p \qquad (2.4,2)$$

а која одговара звезди магнитуде m, граничне достигнуте на датом снимку. H_0 је величина која зависи и од параметара емулзије и раздвајања објектива, дакле

константна је за дату плочу/филм. Тако се може добити образац погоднији за примену, уз $p = 0,8$ у облику:

$$m = 5 \log D + 2 \log t + C \qquad (2.4,3)$$

Описујући ширење тачкастог лика у телескопу преко бездимензионе величине (2ε), која представља количник радијуса лика и жижне даљине објектива, у формулу улази и жижна даљина, па је:

$$m' = 5 \log D - 5 \log F + 2 \log t + C \qquad (2.4,4)$$

Атмосферско ширење лика Минор уноси преко бездимензионог множитеља $\lambda' \leq 1$ релацијом

$$m_L = \lambda' m' + (1 - \lambda')m \qquad (2.4,5)$$

што коначно даје "граничну" (тј. достигнуту на том снимку) звездану величину:

$$m_L = 5 \log D + 2 \log t - 5\lambda' \log F + C \qquad (2.4,6)$$

у којем константе C, λ' зависе од прозрачности атмосфере, особина емулзије и квалитета објектива. Радећи на Cart du Ciel Минор добија $C = 7,1$ и $\lambda' = 0,2$, за D у центиметрима, t у минутама и F у центиметрима. Он даје и формулу за гранично време осветљавања:

$$T = K'(F/D)^{2,5} \qquad (2.4,7)$$

Константа K′ одређује се експериментално, а Минор добија у својим условима рада $(F/D = 10)$ да је $K' = 1,50$ и $T = 8$ h.

У савременој литератури ове једначине се налазе и данас. Мартинов (1977) их понавља, као што даје и сличну формулу за граничну експозицију:

$$\log t_{max} = 0,6 - 2,325 \log (D/F) \qquad (2.4,8)$$

Исте једначине налазимо и у књизи Мартинеза (1983). Мање развијени обрасци налазе се код Алена (Allen, 1973). Светлосни флукс (Φ) који даје звезда у фокусу телескопа одређен је као:

$$\log \Phi = 2 \log D - 0,4m - 9,05 \qquad (2.4,9)$$

а за густину зацрњења (D_e) Ален наводи:

$$\log D_e = 2 \log D - 2 \log d_L - 0,4m - 0,7 \qquad (2.4,10)$$

У обе једначине апертура D је у инчима, а пречник лика на филму (d_L) у центиметрима.

У свим тим разматрањима осетљивост фотоматеријала (S) улази у неку од константи, што је донекле разумљиво, обзиром да је реч о 1934. години (Минор,

1934). Користећи једн. (1.1,4) и уводећи ширење лика тачкастог извора преко ефективне жижне даљине F^c, $c \geq 0$, добија се (Томић, 1979, стр. 47):

$$m = 5 \log D + 2,5 \log S + 2,15 \log t - 5c \log F - 2,50 \qquad (2.4,11)$$

за D, F – у центиметрима, t – у секундама и S-ASA. За гранично време осветљавања добија:

$$\log T(s) = 2,325 \log (F/D) - 1,163 \log S + 5,38 \qquad (2.4,12)$$

За камере и мање телескопе ово се показало веома добрим, нарочито ако се обрачунава и атмосферска екстинкција.

3. Режим рада астрокамере

Употреба различитих камера за фотографисање метеора стимулисала је кориснике да испитају њихову ефикасност. Тако се дошло до појма "домет" за снимање метеора. Обзиром да су узимани само неки параметри у обзир, добијени резултати уносили су извезсну конфузију. Док неки аутори за домет камере експериментално добијају величине сразмерне D^2/F (Гришин, 1950; Максутов, 1934; Астапович, 1958), други добијају величину сразмерну $(D/F)^2$, (Fisher, Olmsted, 1931, Millman, Hoffleit, 1937, Henize, 1957). Како су сличне камере давале различите резултате, појавио се проблем режима рада камере. Како режим рада одређује широк круг параметара, проблем је решаван етапно и дуготрајно. Први део проблема решен је у оквиру раздвајања, а други је фотометријске природе.

3.1. Раздвајање

Питање раздвајања фотоматеријала разматрали су многи аутори са различитих аспеката. "Константно раздвајање филма, једнако четворострукој величини зрна", представља први налаз. (Wadsworth, 1896) Утицај таласне дужине светлости на раздвајање, као несумњив, утврђен је убрзо (Tugman, 1915). Исти аутор утврђује фотометријским мерењем ирадијације "оштрог лика" ножа притиснутог уз емулзију колика је вредност раздвајања.

Максимално раздвајање постиже се уз благо пре-експонирање и кратко развијање фотоматеријала (Huse, 1917) и по мишљењу аутора на то треба обратити пажњу. (Занимљива констатација и данас.) Раздвојна моћ (или реципрочна вредност раздвајања), R_1 одређена је величином зрна (d), контрастом (γ) и фактором замућености средине (κ_1), једначином (Ross, 1924):

$$R_1 = \frac{250\kappa_1\gamma}{\sqrt{a + bd^2}} \qquad (3.1,1)$$

a, b – константе. Фотографску раздвојну моћ Бартон дели на следеће категорије (Burton, 1951, Hansson, 1954):
– раздвојна моћ оптичког система (тј. објектива),
– раздвојна моћ емулзије и развијача и
– раздвојна моћ комбинације емулзија-објектив
Фактичка "раздвојна способност", R, по Сендвику дефинише се преко њене максимално могуће вредности R_∞ и контраста γ (Sandvik, 1929):

$$R = R_\infty(1 - 1/\gamma) = R_\infty(1 - 10^{-\Delta D_e}) \qquad (3.1,2)$$

Δ, D_e – је изабрани интервал густине зацрњења на линеарном делу криве. Ова величина, иако дуго употребљавана, замењена је бољом – тзв. оштрином, A_c, (Higgins, Jones, 1952):

$$A_c = DS/H^2 \qquad (3.1,3)$$

где је DS – разлика густине на границама линеарног дела карактеристичне криве, одговарајуће "ширине" експозиције H.

Раздвајање објектива, као функцију жижне даљине (F), пречника објектива (D) и таласне дужине светлости (λ) извео је још 1835. г. Airy (Airy, 1835; Born, Wolf, 1964):

$$L = \frac{D}{1,22F\lambda} \qquad (3.1,4)$$

L – је максимална вредност раздвајања. Изражава се као и раздвајање филма (N) у mm^{-1}. Горња једначина може се заменити са две друге:

$$L(mm^{-1}) = 206\ 265('')/[F(mm^{-1})\delta_L('')] \qquad (3.1,5)$$

$$\delta_L('') = \lambda(nm)/3,973D(mm)\ . \qquad (3.1,6)$$

Раздвајање ефективно зависи и од контраста (k – фотометријски контраст, за разлику од γ – које представља фотографски контраст), дефинисаног преко екстремних вредности осветљености (E_{min}, E_{max}):

$$k = (E_{max} - E_{min})/(E_{max} + E_{min})\ . \qquad (3.1,7)$$

Раздвајање N_1 које се односи на апсолутни контраст (k = 1) ефективно се умањује приближно као (Кулагин, 1976):

$$N_{ef} = N_1\sqrt{k} \qquad (3.1,8)$$

а за већа угаона растојања θ од оптичке осе још као:

$$N = N_{ef}\ \cos\theta\ . \qquad (3.1,9)$$

Често се комбинују утицаји објектива и филма приближном формулом коју је дао Кац (Katz, в. Кулагин, 1976; Бегунов и др. 1981):

$$1/R = 1/L + 1/N \qquad (3.1,10)$$

која се може проширити тако да садржи и кварење изазвано атмосферским сметњама (Томић, 1992):

$$1/R = 1/L + 1/N + 1/A \qquad (3.1,11)$$

где је:

$$A(mm^{-1}) = 206\ 265('')/[\Delta('')F(mm)] \qquad (3.1,12)$$

а $\Delta('')$ је атмосферско ширење лика. Овај проблем разматран је и у оквиру теорије информација (Нпр. Frieser, 1975; Latham, Furenlid, 1978; Kriss, 1977).

За астрономску праксу је најпогодније ако се користи раздвајање објектива δ_L (3.1,6) и уведе фактор његовог кварења филмом:

$$C_L = 1 + L/N \qquad (3.1,13)$$

тако да систем објектив-филм има раздвајање:

$$\delta_s('') = C_L\ \delta_L('')\ . \qquad (3.1,14)$$

Критеријум за режим рада камере може се увести односом:

$$C_0 = \Delta('')/\delta_s('') \qquad (3.1,15)$$

који се даље своди на однос атмосферског ширења и раздвајања објектива:

$$\Delta/\delta_L = C_0\ C_L \qquad (3.1,16)$$

Овде је C_0 параметар који се може одредити *aposteriori* и затим користити као вероватна вредност у оцени стања атмосфере (Томић, •••). Тачкаст извор за камеру имаће се у случају $\Delta \leq \delta_L$, што из очигледних физичких разлога даје $C_0C_L = 1$. За случај када је $C_0C_L > 1$ објекат (или светлосни извор) за камеру није тачкаст. Зависно од избора камере и фотоматеријала, као и од услова стања атмосфере, C_0 може имати вредност из широког интервала.

3.2. Класификација објеката према условима рада камере

Проблем одређивања оптималне експозиције и у обичној фотографији је од значаја. Сасвим је природно да он у астрофотографији добије и више у значају, посебно у фотометријским снимањима. Примена фотоелектричних фотометара за одређивање експозиције је у знатној мери проблематична и због начина усредњавања по видном пољу. У астрофотографији снима се управо изабрани

детаљ, и њега треба оптимално експонирати, а не цело видно поље. Зато произлази потреба да се теоријски унапред израчуна (а то је могуће) егзактна вредност за експозицију. То не значи да се систем проба елиминише. Напротив, тек сада он добија своје значење јер атмосферски услови нису одредљиви *apriori*. Тек након снимања може се тачно и поуздано знати каква је *била* прозрачност атмосфере, чак ако је претходно и коришћена нека врста монитора за њену оцену.

Систем проба се обично примењује у астрофотографији варирањем времена. Уколико се унапред прорачуна тачна експозиција, довољне су само три експозиције — једна најближа израчунатој вредности и по једна дужа и краћа, чиме се у потпуности обезбеђује коректан снимак, који више не зависи сувише од варијација које додатно могу унети развијач и процес развијања.

Зависно од режима рада камере бирају се формуле које треба применити за рачунање. Видели смо да, са становишта раздвајања, постоје тачкасти и нетачкасти извори. Због начина на који оптички систем и фотоматеријал мењају фотометријске услове, постоје објекти — извори који остају тачкасти и за камеру, па за њих треба користити *осветљеност* као светлосну карактеристику, док за нетачкасте треба користити *површински сјај*. (Hartmann, 1898; Gray, 1976). Постојаће и они на граници ова два типична случаја, тако да се може извести класификација објеката снимања у астрофотографији, према условима рада камере (Томић, 1983):

1) тачкасти објекти/извори
2) покретни тачкасти објекти/извори и
3) нетачкасти објекти/извори: a — сјајни
   b — слаби.

Првим двема класама битна одлика је осветљеност, која се обично даје као осветљеност испред објектива:

$$E_0 = 10^{-0,4m-5,673} \qquad (3.2,1)$$

где је E у луксима, m — привидна звездана величина. Величина која улази у формулу (1.1,2) и посредно у (1.1,4) је:

$$E = E_0 \tau_0 (D/F)^2 \kappa^2 D^2 \qquad (3.2,2)$$

где је као и раније D/F — релативни отвор, D(mm) — пречник објектива, τ — пропусност оптике, $\kappa = 4 \cdot 206265/\lambda(\mathrm{nm})$, λ — таласна дужина светлости.

Осветљеност у фокусу коју даје нетачкаст извор (за камеру, када је $C_0 C_L > 1$) површинског сјаја B (nt) износи (нпр. Born, Wolf, 1964):

$$E = \tau_a \tau_0 (D/F)^2 \, B \qquad (3.2,3)$$

τ_a, τ_0 — су пропусност атмосфере и пропусност оптике (≤ 1). Другим речима, нетачкастим изворима битна одлика је површински сјај.

Напоменимо још да се за фотометријска снимања експозиција подешава да дâ густину зацрњења $D_0 + 0,85$ док у астрометријским снимањима боље одговара $D_0 + 0,15$.

Споменимо још да је идеја разликовања режима рада камере за тачкасте изворе/објекте (point source) и нетачкасте (extended) присутна мање-више експлицитно код многих аутора. Гордон (Гордон, 1985) укупно слабљење од атмосфере и оптичког система описује еквивалентном густином неутралног филтра, D_e, и за нетачкасте изворе-објекте као полазну користи следећу формулу:

$$B\ S\ t = (F/D)^2\ 10^{D_e} \qquad (3.2,4)$$

где је B сјај објекта, S(ASA) осетљивост фотоматеријала, t(s) време осветљавања. Величина 10^{D_e} еквивалентна је са $1/a(z)$, за $a(z)$ видети формулу (4.12), тј. одговара реципрочној вредности фактора продужења времена осветљавања због апсорпције.

За тачкасте изворе магнитуде m, он користи једначину:

$$S\ t\ D^2 = 100^{(2m+5D_e+16)/10} \qquad (3.2,5)$$

у којој треба пречник објектива изразити у милиметрима, D(mm).

Гордон је дао и оригинални систем ефективних експозиција (назван fx, по другим словима енглеских речи) прилагођен за аматере. Он представља елементе експозиције по следећој схеми:

луминозност извора + удаљеност извора = упадна светлост
упадна светлост + албедо (или луминозност, ако зрачи) = сјај објекта
сјај објекта + слабљење + отвор објектива = сјај лика
сјај лика + време осветљавања + осетљивост емулзије = ефективна експозиција

Величине ефективне експозиције fx повезује са реалним величинама које егзистирају у процесу, следећим релацијама за:

– време осветљавања: $t(s) = 2^{fx-12}$ (3.2,6)
– "фокални број": $F/D = \sqrt{2}^{10-fx}$ (3.2,7)
– пречник објектива: $D(cm) = \sqrt{2}^{fx+10}$ (3.2,8)
– осетљивост филма: $S(ASA) = 2^{fx+4}$ (3.2,9)
– густина укупног слабљења: $D_e = -0,3\ fx$ (3.2,10)

а за велики број објеката разних врста наводи вредности fx, које треба користити у прорачунима по горњим формулама.

3.3. Домет астрографа

Под дометом подразумева се најслабији извор који се може достићи датим телескопом-камером, а обично се подразумева да је то тачкасти извор. Како астрокамеру по правилу чини телескоп са филмом наведимо изразе за визуални домет телескопа.

Гранична звездана величина – визуална (m_{L0}) као функција сјаја неба B(nt) по испитивањима Мељникова (1973) јесте:

B(nt)	10^4	10^2	10^0	10^{-2}	10^{-4}
m_{L0}	−4,3	−0,3	+3,2	+5,8	+7,4

Ова вредност при посматрању кроз телескоп увећава се за добитак који у односу на око даје телескоп са објективом пречника D(cm):

$$m_{Lv} = m_{L0} + 2,5 \log (\frac{D}{d_0})^2 \qquad (3.3,1)$$

где се за пречник зенице d_0 обично узима вредност 1 cm. Кичин (Kitchin, 1984) даје за граничну звездану величинупрактично исту формулу:

$$m_L = 16,8 + 5 \log D(m) \qquad (3.3,2)$$

где је у претходној формули D − пречник објектива. Кичин напомиње да фотографија може додати још две до четири звездане величине (Kitchin, Ibid, стр. 226). Боуен (Bowen, 1947, 1961) и Колман (Kolman, 1967) испитали су утицај контраста на достигнуту звездану величину. Како веће увећање (U) значи и мањи сјај неба, налазе формулу за граничну звездану величину (в. Баум, 1962):

$$m_L = C + 2,5 \log D(mm) + 2,5 \log U \qquad (3.3,3)$$

због претварања лика звезде у мали диск са порастом увећања налазе да је максимално увећање приближно 1,2 пута по милиметру пречника објектива. Константа C може имати вредност и већу од 5 у бољим посматрачким условима, али и мању од 2, у лошијим.

За фотографску звездану величину обично се наводи Уиплова формула (Whipple, 1951, Мељников, 1973, Сикорук, Шпољскиј, 1986):

$$m_L = M + 2,5 \log F - 2,5 \log \Delta - 7,5 \qquad (3.3,4)$$

где је $M[m/(")^2]$ − сјај неба, F(cm) − жижна даљина и $\Delta(")$ − пречник лика звезде. Обично се сматра да M није веће од 22^m.

Гордон (1985) наводи за граничну звездану величину следећи израз:

$$M = \frac{3}{4} fx + 5 \log F(mm) - 27 \qquad (3.3,4')$$

где је fx − "ефективна експозиција" за сјај неба (в. §3.2).

За гранично време осветљавања Сикорук и Шпољскиј дају такође формулу (2.4,8) уз нове бројне вредности константи (0,4 и 2), истина за обичне фотоапарате. И овде време је у минутама. Формула за достигнуту звездану величину тачкастих извора (Томић, 1983, 1992) има облик:

$$m = 2,5 \log [\tau_0 (D/F)^2 S_{0,1} t^p (\frac{L\ F}{C_0\ C_L})^2] - 15,44 \qquad (3.3,5)$$

а за граничну звездану величину која се може достићи:

$$m_L = M + 2,5 \log[\frac{S_{0,1}}{S_{0,85}}(\frac{L\ F}{C_0\ C_L})^2] - 25,07. \qquad (3.3,6)$$

За покретне тачкасте изворе (метеори, сателити у случају када њихов траг није шири од раздвајања камере), ако је њихова угаона брзина кружења $\omega(''/s)$ уместо према центру Земље, изражена нормално на осу камере (угаона брзина пролетања попреко кроз видно поље), има се:

$$m_L = 2,5 \log [\tau_0(D/F)^2 S_{0,1}(\frac{206\ 265('')}{\omega(''/s)})\ (\frac{L\ F}{C_0\ C_L})] - 15,44 \qquad (3.3,7)$$

Овде су N, L – раздвајање објектива и филма (mm^{-1}), $S_{0,1}$, $S_{0,85}$ – осетљивости фотоматеријала (ASA) на нивоима зацрњења 0,1 и 0,85 изнад халоа, τ_0 – коефицијент пропусности оптике. Рецимо и то да формула за домет покретних извора обухвата оба експериментална резултата за метеоре, као посебне случајеве режима рада камере, зависно од тога прелази ли или не ширина трага вредност раздвајања камере. Иста формула (3.3,5) за случај када је атмосферско ширење лика мање од раздвајања система R, формула (3.1,10), гранична (достигнута) звездана величина износи:

$$m = 2,5 \log (\tau_0 D^2) + 2,5 \log (R^2 S) + 2,5 \log t^P - 13,94 \qquad (3.3,8)$$

што оправдава или потврђује Пецолдову идеју (Paezold, 1953) да је стварна осетљивост (или општије: карактеристика) фотоматеријала заправо величина R^2S – производ квадрата раздвајања и осетљивости.

Време постизања граничне звездане величине одређено је сјајем неба $M[m/('')^2]$, (стр. 136, у Томић, 1983):

$$T^P(s) = \frac{(F/D)^2}{\tau_0 S_{0,1}}\ 10^{0,4M-4,90} \qquad (3.3,9)$$

Када је атмосферско ширење лика $\Delta('')$ мање од раздвајања камере δ_s ($\delta_s = \delta_L\ C_0 C_L = \delta_L\ C_s$) може се достићи и звезда чији сјај је мањи од сјаја неба за време

$$t^P(s) = \frac{(F/D)^2\ C_s^2\ 10^{0,4M+5,67}}{\tau_0\ D^2(mm)\ S\ \kappa^2\ \Delta^{2('')}} \qquad (3.3,10)$$

(Све величине имају раније наведени смисао.) Овај захтев, очигледно лакше је остварити са камером мање апертуре, јер за њих је лакше испунити предуслов да буде $\Delta \leq \delta_L C_0 C_L$.

4. Фотографисање нетачкастих извора

4.1. Општи приступ

Обзиром на дефиницију режима рада камере (в. §3.1), у овој класи се налазе веома различити објекти — извори, којима је заједничко то да се "виде" под већим углом него што је раздвајање камере. Како се веза између површинског сјаја и осветљености може успоставити, није неопходно коришћење искључиво површинског сјаја за одређивање експозиције. За размазан лик звезде погодније за рад је задржавање осветљености, односно звездане величине, па ће се појавити одговарајући множитељ за усклађивање димензија и бројно усаглашавање. То је уједно разлог за необично широк спектар формула, које су мање више емпиријски извели разни истраживачи.

Уз то, за сјајне нетачкасте изворе попут Сунца и Месеца, обрасци који се користе слични су обрасцима у аерофотографији. (нпр. Faivre-Dupaigre и др. 1930) или у новијим (нпр. Богунов и др. 1981), где је осветљеност лика у фокусу (F) повезана са параметрима објектива (D, F — пречник и жижна даљина, τ_0 — пропусност) релацијом:

$$E = \tau \frac{\pi}{4} (\frac{D}{F})^2 E_0 \tag{4.1}$$

E_0 — осветљеност испред објектива. Формула за експозицију (нпр. §86, у Бегунов и др. 1981) прилагођена је објектима који рефлектују, а виде се под великим углом.

Линч (Lynch, 1973) за снимање планета као објеката који рефлектују Сунчеву светлост изводи формулу за време осветљавања за релативни отвор D/F = 1/16:

$$t(s) = F^2/NS \tag{4.2}$$

где је: $N = 655\ A/r^2$ тзв. "фотографски број", A — албедо, r — растојање планете од Сунца (aj) и S(ASA) — осетљивост фотоматеријала.

Мартинез (1983) полази од формуле:

$$E\ S\ t\ (D/F)^2 = \text{const.} \tag{4.3}$$

за снимање нетачкастих објеката, а Гордон (1985) користи већ поменуту једначину са површинским сјајем (B):

$$B\ S\ t = (F/D)^2\ 10^{D_e} \tag{4.4}$$

за прорачун оптималне експозиције и усваја: $D_e = 0$, ради лакшег рачуна и уједно остаје у близини прага осетљивости. Гордон напомиње да не претендује на тачну експозицију (за коју наводи низ аргумената да не постоји као "тачна" у општем смислу речи), него на ону која ће дати поуздано резултат. (Ибид, стр. 21) За астрометријска мерења то је у реду.

За снимање Месеца и планета Рекам (Rackham, 1972) је у свим финесама развио формулу за време осветљавања:

$$t(s) = k_c(D/F)^2 \frac{q(\Psi)}{BS} \tag{4.5}$$

$q(\Psi)$ – фазни фактор, за који су мерења извршили разни аутори (Russell, 1916, Rougier, 1937, Bullrich, 1948) (видети и Шаронов, 1954), k_c – фактор за конверзију јединица осветљености и јединице сјаја. Исти аутор уводи кориговани фазни фактор w:

$$w = q(\Psi)/\cos\Psi \tag{4.6}$$

Ψ – фазни угао Месеца, као фактор продужења времена осветљавања, па уз "фокални број": $N = D/F$ практично користи образац:

$$t(s) = \frac{k_c N^2 w}{BS} \tag{4.7}$$

За снимање помрачења Сунца користи формулу коју је дао Коул (Cole, 1963)

$$t = \frac{N^2}{S10^{7-D_f}} \tag{4.8}$$

где је D_f – густина неутралног филтра који се користи у снимању.

4.2. Специфичности појединих објеката

Полазећи од општих једначина (1.1,2 - 4) и (3.2,1 - 3) и специфичности појединих објеката – извора (Томић, 1979, 1981, 1983) изведени су обрасци за времена осветљавања свих подгрупа нетачкастих објеката за астрометријска ($H = 0,8/S$) или фотометријска ($H = 10/S$, H – експозиција) снимања. За слабе нетачкасте изворе познате звездане величине (m) и угаоног пречника (Δ'):

$$t^p(s) = \frac{(F/D)^2(\Delta')^2}{\tau_0 S} 10^{0,4m-0,4} \tag{4.9}$$

за фотографско одређивање сјаја неба $M[m/(")^2]$:

$$t^p(s) = \frac{(F/D)^2}{\tau_0 S} 10^{0,4M-3,852} \tag{4.10}$$

овде као и даље p – представља Шварцшилдов експонент ($p = 0,86$). За слабе нетачкасте изворе површинског сјаја B:

$$t^p(s) = \frac{12,7\ (F/D)^2\ a(z)\ k(w)}{\tau_0\ \tau_a\ B\ S} \tag{4.11}$$

где је:

$$a(z) = 10^{0,4\Delta m(z)} \tag{4.12}$$

фактор продужења експозиције због компензовања атмосферске апсорпције, Δm, z – зенитска даљина, k(w) – фактор виньетирања објектива. За пепељасту светлост, Сунчеву корону, Месечев хало, поларну светлост и опозитну светлост:

$$t^P(s) = \frac{40\ (F/D)^2\ a(z)}{\pi\ \tau_0\ \tau_a\ S\ B} \tag{4.13}$$

а за Месец и планете:

$$t^P(s) = \frac{(F/D)^2\ r^2\ a(z)}{1600\ \tau_0\ \tau_a\ S\ A\ C} \tag{4.14}$$

где је r(aj) – растојање од Сунца. Параметар C за различите потребе има различите вредности. За снимање целог Месеца: $C = q(\Psi)$, Ψ – фазни угао, који се може са снимака и одредити (Томић, 1987). За снимање детаља на Месецу са селенографским координатама λ, ϕ, $C = b(\lambda, \Psi)$ где је уместо теоријски јасније Ломел-Зелигерове формуле (E. Lommel, H. Seeliger):

$$b(\lambda, \Psi) = \cos(\lambda - \Psi)/[\cos\lambda + \cos(\lambda - \Psi)] \tag{4.15}$$

тачнија формула (Акимов, 1975):

$$b(\lambda, \Psi) = [\cos(\lambda - \frac{\Psi}{2}) - \sin(\frac{\Psi}{2})]/\cos\lambda \tag{4.16}$$

У претходним формулама за $q(\Psi)$ се узима табелисана вредност према Ружијеу (Rougier, 1937) или Булриху (Bullrich, 1948).

За детаље на лимбу (што је значајно за астрометријска снимања Месеца): $C = b(\Psi, 90°)$. За мале фазне углове Месеца мерене вредности $q(\Psi)$ дате су такође (Wildey, 1976). Ефекат затамљења крајева код снимања Јупитера може се обрачунати формулом Биндера (Биндер, 1972):

$$C = b(\Psi, \theta) = \cos^k(\Psi - \theta)\cos^{k-1}\theta \tag{4.17}$$

За снимање појасева угао θ замењује се јовиграфском ширином, φ. (Вербић, 1986) Вредности k зависе од таласне дужине светлости и дате су табелисане у истом раду. За снимање Сунца:

$$t^P(s) = \frac{(F/D)^2\ a(z)\ k_f}{\tau_0\ \tau_a\ S\ B\ K} \tag{4.18}$$

k_f – фактор продужења осветљавања због употребе филтра, $B = 0{,}476\ B_0$, $B_0 = 2 \cdot 10^9$nt – интегрални површински сјај Сунца ван Земљине атмосфере. За снимање целог лика Сунца: K = 1; за обрачун ефекта затамљења крајева као функцију боје светлости (Houtgast, 1942; в. Waldmeier, 1955):

$$K = (1 + \beta)/(1 + \beta\cos\theta). \tag{4.19}$$

Вредности β (од 4,8 до 0,75) – су табелисане за опсег 370 - 860 nm. За белу светлост фактор K је функција хелиоцентричног угла изабраног детаља, Θ:

$$K = 0,44 + 0,56\cos\Theta \tag{4.20}$$

За сенку пеге (Wittmann A, Schröter E. H, 1969) је:

$$K = 0,24 + 0,09(1 - \cos\Theta) \tag{4.21}$$

а за полусенку:

$$K = 0,77 + 0,02(1 - \cos\Theta) \tag{4.22}$$

За плаву светлост ефекат је израженији:

$$K = 0,2 + 0,8\cos\Theta. \tag{4.23}$$

За снимање окултација (Томић и др., 1988) формула за време осветљавања Месеца (4.14) у којој је r = 1, комбинује се са формулом за време осветљавања за звезде:

$$t(s) = \frac{(F/D)^2}{\tau_0 S}(C_0\ C_L/L\ F)^2\ 10^{0,4m+0,67} \tag{4.24}$$

тако да буду усаглашене. Тада се може достићи звезда звездане величине:

$$m = 1,875 - 2,5\log\,[Ab(\lambda,\Psi)] - 2,5\,\log[\tau_a C_0^2\delta^2(1 + kD/FN)^2] \tag{4.25}$$

где је δ – Ејријев радијус (3.1,6), k = 1500 mm^{-1}, $C_0 = \Delta/(1 + kD/FN)$, $C_L = 1 + L/N$, $\Delta('')$ – атмосферско ширење лика (в. §3.1.)

4.3. Општа осетљивост фотоматеријала

Овде би требало нешто рећи о закону адитивности (Van Kreveld, 1934). Наиме осетљивост фотоматеријала, S, је адитивна величина свих S_λ, строго речено, само ако је испуњен услов константности коефицијента контраста (Гороховскиј, 1943) – за зрачења разних таласних дужина, λ. По Кребелду је:

$$S = \frac{k_1 \int_0^\infty I_\lambda\ S_\lambda\ d\lambda}{0,68 \int_0^\infty I_\lambda\ V_\lambda\ d\lambda} \tag{4.26}$$

Ако се експозиција изражава у лукс-секундама, а материјал је црнобели, узима се: $k_1 = 0,8$, што даје зацрњење: $0,1 + D_0$. Овде су V_λ и S_λ спектралне осетљивости ока и фотоматеријала (ока, због начина дефинисања осетљивости

у односу на око). I_λ — је спектрална зависност интензитета израчене светлости — зрачења објекта. У астрономским условима овај закон је од велике користи, јер за одређене фотоматеријале овако рачуната општа осетљивост знатно се разликује од оне назначене у техничким карактеристикама материјала. Вредности V_λ дате су нпр. код Алена (Allen, 1973), а S_λ узима се из техничке документације фотоматеријала. То је нарочито значајно за фотометријску калибрацију.

5. Карактеристична крива

5.1. Описивање карактеристичне криве

Детаљи описа карактеристичне криве разликују се зависно од параметара који се желе узети у обзир. У случају када се ради са експозицијама у области око прага, веома је погодна формула за густину зацрњења коју је извео Лутер (Luther, 1923. в. Frieser, 1954):

$$D_e = \frac{\omega\gamma}{0,6} \log\left(10^{\frac{0,63\cdot\xi}{\omega}} + 1\right), \qquad \xi = \log\left(H/H_i\right) \tag{5.1,1}$$

H_i — експозиција у тачки инверзије, γ — контраст, ω — растојање од $\log H_i$ до пресека са $\log H$ осом тангенте карактеристичне криве у тачки инерције. Ова последња величина, названа и "мекост", има вредност из интервала 0,1 до 0,4. Потребне вредности параметара за примену ове формуле даје и Frieser (1975. §2.2.2.)

Видели смо да Шварцшилдов закон у облику: $Et^p = \text{const.}$ и данас игра значајну улогу у астрофотографији. Величина Et^p је код Шварцшилда независна променљива. Међутим и Герт (Gerth, 1965) узима овај израз као варијаблу, коју заснива у оквиру кинетичке теорије, као вишестепену кинетичку реакцију у којој се формира латентни лик.

Концентрација електрона у емулзији (c), и време (t), играју улогу тоталне вероватноће за прелазе који у n-корака обезбеђују константан ефекат зацрњења, тј. испуњење релације:

$$c^n\, t^n = \text{const.} \tag{5.1,2}$$

Ако се равнотежа постиже у првом кораку, време се редукује за један степен (корак):

$$c^n\, t^{n-1} = \text{const.} \tag{5.1,3}$$

У опсегу експозиција за који је концентрација електрона сразмерна интензитету светлости, што је свакако испуњено у астрономској фотографији, одавде следи Шварцшилдов закон:

$$E\, t^p = \text{const.}, \qquad p = 1 - 1/n. \tag{5.1,4}$$

За четири корака је p = 0,75. Параметром n одређен је ред реакције центара, а начин одређивања n дат је у раду Кребера и Герта (Kröber, Gerth, 1969). Тако се коначно добија да је фотографски ефекат сразмеран експозицији, тј:

$$H = E\ t^p. \tag{5.1,5}$$

Увођењем средњег броја центара активности по зрну ($\bar{z}$), Герт (Gerth, 1987) показује да је овај број повезан са ефективном експозицијом H^n релацијом:

$$\bar{z} = \epsilon H^n \tag{5.1,6}$$

Овде је ϵ параметар зависан од запремине коју заузима емулзија и од њене густине осетљивости. Преко Пуасонове статистике то води до релације између густине зацрњења (D_e) и густине зрна у области на филму (ρ_i) и површине зрна ($\bar{a}$), коју је нашао Nutting (1913):

$$D_e = \rho_i \bar{a} \log e\ , \qquad e = 2,71... \tag{5.1,7}$$

После поновног увођења Пуасонове вероватноће, као функција експозиције, добија се формула за густину (Gerth, 1987):

$$D_e = D_\infty\ [1 - \exp\ (-\epsilon H^n)] \tag{5.1,8}$$

која сасвим одговара раније добијеној формули (Svedberg, 1922). Овде је D_∞ густина максималног зацрњења, која одговара бесконачној експозицији. Узимањем у обзир расподеле величине зрна и ефекта проласка зрачења (Ламбертово слабљење: $E_{ef} = E_0[\exp(-\bar{a}x)]$, Герт изводи општу формулу за густину која уз важење Шварцшилдовог закона и неке друге претпоставке (осетљивост сразмерна величини зрна и Ламбертово слабљења зрачења), даје следећи образац за карактеристичну криву, односно густину зацрњења у функцији експозиције:

$$D_e = \frac{D_\infty}{n\rho} \ln \frac{1 + \epsilon H^n}{1 + \epsilon H \exp(-n\rho)} \tag{5.1,9}$$

Овде је ρ – оптичка густина емулзије. Ова Гертова формула веома добро прати област око прага, задовољавајуће у квази-линеарном делу, а нешто лошије у области засићења. Уз то, она је теоријски веома добро заснована, иако садржи само четири параметра: сатурациону густину (D_∞), густину зацрњења (ρ), осетљивост (ϵ) и ред корака (n). Тако су само четири вредности густине у целој области довољне за интерполацију целе криве.

Карактеристична крива представља најчешће коришћени облик графичког приказивања зацрњења као функције узрока његовог настанка, али не и једини.

Како се мери транспаренција (τ) фотоматеријала или његов коефицијент рефлексије (r), угодно је њих изразити као функцију експозиције (H). Квазилинеарни део карактеристичне криве $D_e(\log H)$ задовољава однос:

$$D_e = \gamma(\log H - \log H_i) \tag{5.1,10}$$

$\log H_i$ – тачка инерције, који се може представити и у облику:

$$\tau = c\, H^{-\gamma} \qquad (5.1,11)$$

који за $\gamma = -1$ (реч је о позитиву) даје:

$$\tau = c\, H. \qquad (5.1,12)$$

За разлику од линеарног дела карактеристичне криве, који не значи обавезно и линеарни однос самих величина, овде је могућа (у одређеном динамичком опсегу) истинска линеаризација. Реакција материјала на светлост, изражена преко амплитуде транспаренције $\sqrt{\tau}$ може се линеаризовати ако је $\gamma = -2$. То се користи у холографији и рендгенској фотографији.

У астрономији се понекад користи Бејкерова формула (Backer, 1925):

$$B_d = \log\left(\frac{1}{\tau} - 1\right) \qquad (5.1,13)$$

која даје негативно B_d за τ у интервалу (0,5 - 1), јер је по дефиницији $D_e \geq 0$. Бејкерова формула линеаризује искривљени део на почетку криве. Тиме се постиже смањење броја параметара и добра линеарност. (de Vaucouleurs, 1968).

5.2. Математичко моделирање

Коначно могли бисмо завршити на традиционалан начин: "фитовањем" карактеристичне криве, у облику (Frieser, 1975):

$$\log E = y\,, \qquad D_e = D_e(y)\,. \qquad (5.2,1)$$

За рад је практичнија крива:

$$y = f(D_e) \qquad (5.2,2)$$

јер из мерења на филму "улаз" претставља густина D_e, а не осветљеност у снимању. Било је више покушаја линеаризације карактеристичне криве. Кључни помак је учинио Де Вокулер (DeVaucouleurs, 1968), у већ поменутом раду, који користи Бејкерову густину у облику:

$$B_d = \log\left(10^{D_e} - 1\right) \qquad (5.2,3)$$

и успешно налази константе C_1, C_2 линеарне функције:

$$y = C_1 + C_2\, B \qquad (5.2,4)$$

за подекспонирани и за линеарни део криве. Многи су истраживачи покушали логично уопштење на полиноме вишег реда, како би проширили слагање и на преосталу област криве. Предложена је формула:

$$y = C_1 + C_2 \cdot D_e + C_3 \cdot \log\left[\exp(C_5 \cdot D_e^{C_6}) - 1\right] + C_4 \cdot \exp(C_5 \cdot D_e^{C_7}) \quad (5.2,5)$$

(Honeycutt, Chaldu, 1970), и доказано је да се она може ускладити са експериментом (Tsubaki, Engvold, 1975). Међутим, то се може извести успешно и са само четири параметра, једначином облика (Lehman, Häupl, 1987):

$$y = C_1 + C_2 \log D_e + C_3 D_e^{C_4} \quad (5.2,6)$$

Први члан са десне стране одређује положај на оси log H, други област подекспозиције, трећи – област преекспозиције. За линеарни део и област прага ова формула сасвим задовољава. За сасвим тачан опис целе криве једначина ипак захтева још један члан:

$$y = C_1 + C_2 \log D_e + C_3 D_e^{C_4} \quad + C_5 D_e \quad (5.2,7)$$

с којим даје исту тачност као много сложенија формула (5.2,5). На овај начин успева се постићи спољна тачност астрографске плоче од $0,08^m$ (Hömberg, 1987).

Ови теоријски проблеми директно су повезани са питањима "практичне" калибрације фотоматеријала, па отуда и велики њихов значај за астрофотографију. О калибрацији и стандардизацији снимака са становишта праксе нећемо говорити, само споминемо књигу Конопљеве и др. (1977), која садржи и богату библиографију (223 референце) о фотографској фотометрији уопште.

Напомена

Аутор сматра овај преглед првим покушајем систематизације са становишта теоријског заснивања астрофотографије, којем је посебно корисно послужио рад Hanssona (1954). Преглед обухвата већину најважнијих резултата, али не претендује на потпуност, јер нека класична дела (пре свега Rossa, Selvyna и Edera), као и многе свеске часописа J.O.S.A. и Phot. Bull. AAS није успео да обухвати.

Овај рад треба схватити као користан преглед за практичаре и основ за даља истраживања у овој области.

Аутор захваљује др Александру Кубичели за низ корисних сугестија и примедби које су допринеле да рад буде бољи.

Референце

Airy, G. B.: 1835, *Trans. Cambr. Phil. Soc.*, **5**, 283.
Акимов, Л. А.: 1975, *Астрон. Ж.*, **52**, 635.
Allen, C. W.: 1973, *Astrophysical Quantities*, Atlone, London.
Altman, J.: 1977, gl. 17 u *The Theory of the photographic Process*, Ed. T. H. James, McMillan, New York – London.

Arago, F.: 1859, *Le Daguerrotype*, Oeuvres completes, tom 7, Paris.
Астапович, И. С.: 1958, *Метеорные явленыа в атмосфере Земли*, ГИМФЛ, Москва, (§§92, 93).
Backer, E. A.: 1925, *Proc. Roy. Soc.* Edinbourgh, **45**, 166.
Baum, W. A.: 1955, *Transc. IAU*, **9**, 681.
Baum, W. A.: 1962, Gl. 1 u *Astronomical Techniques*, Ed. W. A. Hiltner, Chicago Univ. Press, Shicago.
Бегунов, Б. Н., Заказнов, Н. П., Кирюшын, С. И., Кузичев, В. И.: 1981, *Теория оптических систем*, Машиностроеные, Москва.
Bigourdan, M. G.: 1919, *Les Methodes d'Examen des Lunettes et des Telescopes*, Gauthier-Villars, Paris.
Binder, A. B.: 1972, *Astron. J.*, **77**, 93.
Bond, G. P.: 1858, *Astr. Nachr.*, **47**, Nr 1105.
Bond, G. P.: 1859, *Astr. Nachr.*, **48**, Nr 1109; **49**, Nr 1158-9.
Born, M., Wolf, E.: 1964, *Principles of Optics*, Pergamon Press.
Bowen, I. S.: 1947, *Publ. Astr. Soc. Pac.*, **59**, 253.
Bowen, I. S.: 1961, ibid, **73**, 114.
Bullrich, K.: 1948, *Berichte Deutch. Wetterd.* US-Zone, No 4. (Такође в. Шаронов, В. В.: 1954, *Усп. Астр. Наук*, VI, 181.)
Bunsen, R. W., Roscoe, H. E.: 1862, *Ann. Phys. Chem.*, **117**, 529. (takođe *Phil. Trans.* **147**, 355, 381, 601 (1857); **149**, 879 (1859), **153**, 139 (1863).
Burton, P. C.: 1951, *Progress in Photography 1940-1950.*, p. 110, Focal.
Charlier, C. V. L.: 1889, *Über die Anwendung der Sternphotographie zu Helligkeitsmessungen der Sterne*, Publ. Astr. Ges. XIX, Leipzig.
Christie, W. H. M.: 1892, *M.N.R.A.S.*, **52**, 125.
Cole Ch, H.: 1963, *Eastman Kodak Sales Services Pamphlet* Mo M-10.
Eberhard, G.: 1931, *Hanbuch der Astrophysik*, Bd 2, 431.
Edwards, D. L.: 1942, *M.N.R.A.S.*, **102**, 242.
Faivre-Dupaigre, J., Laminard, J., Brizard, L.: 1930, *Cours de Physique – I: Optique*, Masson, Paris.
Ferguson, W. B. (Ed.): 1920, *The Photographic Researches of Ferdinand Hurter and Vero C. Driffild*, Royal Phot. Soc., London.
Fisher, W. J., Olmsted, J. M.: 1931, *Harv. Annales*, **87**, 233.
Frieser, H.: 1954, *Phot. Korr.*, **90**, 95 i 123.
Frieser, H.: 1975, *Photographische Informationsaufzeichnung*, Focal, London.
Gerth, E.: 1965, *Zeitschr. Wiss. Phot.*, **59**, 1.
Gerth, E.: 1987, str. 87 u (Ed.) Marx, K.: *Astrophotography*, Procc. IAU Workshop, Astrophotography 87', Jena; Springer.
Gordon, B.: 1985, *Astrophotography*, Sec. Ed., Willman-Bell, Richmond.
Гороховский, Ю. Н.: 1943, *ЖТФ*, **13**, 345.
Gray, D.: 1976, *The Observation and Analysis of Stellar Photosphere*, Univ. Western Ontario, J. Willey. (gl. V)
Гришин, Н. И.: 1950, *Бул. ВАГО*, No 8(15), 14.
Hansson, N.: 1954, *Archiv for Astronomi*, Bd 1, Nr 35, 531.
Hartmann, J.: 1891, *Astroph. J.*, **8**, 218.

Havens, R.: 1946, *J.O.S.A.*, **36**, 355.
Henize, K. G.: 1957, *Sky and Telesc.*, **16**, 110.
Higgins, G. C., Jones, A.: 1952, *J.S.M.P.T.E.*, **58**, 277.
Hiltner, W. A. (Ed.): 1962, *Astronomical Techniques*, Univ. of Chicago Press.
Hoffleit, D.: 1950, *Sky and Telesc*, IX, 207.
Hömberg, D.: 1987, str. 77 u Marx, K. (Ed.): *Astrophotography*, Springer.
Honeycutt, R. C., Chaldu, R. S.: 1970, *AAS Photobull.*, No 2, 14.
Houtgast, J.: 1942, *Diss. Univ. Utrecht.* (v. Waldmeier, 1955)
Huse, K.: 1917, *J.O.S.A.*, **1**, 119.
Hurter, F., Driffild, V. C.: 1890, *J. Soc. Chem. Ind.*, **9**, 455. (London).
James, T. H.: 1977, *The Theory of the Photographic Process*, IV Ed. (Ed.), MacMillan, New York – London.
Jones, R. C.: 1947, *J.O.S.A.*, **37**, 879.
Jones, R. C.: 1949, ibid, **39**, 327 i 344.
Joubert, A.: 1979, *l'Astronomie*, **93**, 3.
Kitchin, C. R.: 1984, *Astrophysical Techniques*, A. Hilger, Bristol.
Kolman, R. S.: 1967, *Rev. Pop. Astron.*, **61**, 28.
Коноплева, В. П., Назарчук, Г. К., Шульман, Л. М.: 1977, *Поверхностная фотометрия комет*, Наукова думка, Киев.
Kreveld, A. van.: 1934, *Physica*, **1**, 60. (takođe: Zeitschr. Wiss. Phot., **32**, 222.)
Kriss, M. A.: 1977, gl. 21 u (Ed.) James, T. H.: *Theory of Photographic Process*, McMillan, New York – London.
Kron, E.: 1913, *Publ. Astr. Obs. Potsdam*, **22**, 1. (*Ann. der Physik*, **41**, 751.)
Kröber, K., Gerth, E.: 1969, *Zeitschr. Wiss. Phot.*, **63**, 119.
Кулагин, С. В.: 1976, *Проектированые фото и кино – приборов*, Машиностроеные, Москва, (стр. 304).
Latham, D., Furenlid, I.: 1978, str. 141 i 153 u (Eds.) R. West, J. L. Heudier: *Modern Techniques in Astronomical Photography*, ESO.
Lehmann, H., Häupl, W.: 1987, str. 64 u (Ed.) Marx, K.: *Astrophotography*, Springer.)
Ленгауер, Г. Г.: 1979, *Новая техника в астрономии*, Наука, Москва, **6**, 53.
Luther, R.: 1923, *Trans. Farad. Soc.*, **19**, 340.
Lynch, D.: 1973, *Sky and Telescope*, **45**, 127.
Максутов, Д. Д.: 1934, *Булл. Кол. Наб. ВАГО*, No 29, 31.
Martinez, P.: 1983, *Astrophotographie – les techniques de l'amateur*, Soc. d'Astron. Populaire, Toulouse.
Мартынов, Д. Я.: 1977, *Курс практической астрофизики*, Наука, Москва.
Marx, K. (Ed.): 1987, *Astrophotography*, Procc. IAU Workshop Jena, Springer.
Мельников, О. А.: 1973, гл. 1 у (Ред.) А. А. Михайлов: *Курс астрофизики и звездной астрономии*, I, Наука, Москва.
Miller, W. C.: 1978, str. 1 u (Eds.) R. West, J. L. Heudier: *Modern Techniques in Astronomical Photographie*, ESO.
Mineur, H.: 1934, *Exposes d'Astronomie Stellaire*, III: *Photographie Stellaire*, Herman, Paris.
Millman, F. M., Hoffleit, D.: 1937, *Harv. Annales*, **105**, 601.

Molitz, H.: 1959, *Phot. Korr.*, **95**, 3-7, , 19-28. (takođe u: Frieser, H. (1975), §7.2.)
Müller, G.: 1897, *Die Photometrie der Gestirne*, W. Engelmann, Leipzig.
Nutting, P. G.: 1913, *Phil. Magg.*, **26**, 423.
Онегина, А. Б.: 1981, *Определеные положений больших планет фотографическим методом*, Наукова думка, Киев.
Paetzold, H. K.: 1953, *Sterne*, **29**, 10.
Rackham, T.: 1972, *Astronomical Photography at the Telescope*, Faber, London.
Ross, F. E.: 1924, *The Physics of Developed Photographic Image*, Eastman Kodak, Monographs, 5.
Ross, F. E.: 1936, *Astrophys. J.*, **84**, 241.
Rougier, G.: 1937, *l'Astronomie*, **51**, 165.
Russel, H. M.: 1916, *Astrophysic. J.*, **43**, No 7, 103.
Rutherford, L.: 1865, *Am. Journ. Sci.*, 308.
Sandvik, O.: 1927, *J.O.S.A.*, **14**, 169.
Sandvik, O.: 1929,a, *Phot. J.*, **68**, 313.
Sandvik, O.: 1929,b, *Zeitschr. Wiss. Phot.*, **27**, 60.
Schaeberle, J. M.: 1898, *P.A.S.P.*, **1**, 51.
Schaum, K.: 1909, *Zeitschr. Wiss. Phot.*, **7**, 401.
Scheiner, J.: 1889, *Astr. Nachr.* Bd. **121**, Nr 2884, Bd **124**, Nr 2969.
Scheiner, J.: 1891, ibid, Bd **128**, No 3064.
Schwarzschild, K.: 1900, *Astrophys. J.*, **11**, 89.
Сикорук, Л. Л. Шпольский , М. Р.: 1986, *Любительская астрофотография*, Наука, Москва.
Silberstein, L.: 1922, *Phot. J.*, **5**, 464.
Stock, J., Williams, R. C.: 1962, gl. 17 u (Ed.) W. A. Hiltner: *Astronomical Techniques*, Chicago Univ. Pres.
Svedenborg, T.: 1922, *Phot. J.*, **62**, 186.
Шаронов, В. В.: 1950, *Астрон. Ж.*, **27**, 2, 153.
Шаронов, В. В.: 1954, *Усп. Астр. Наук*, VI, 181.
Шевченко, В. В.: 1974, *Астрон. Ж.*, **51**, 1066.
Tomić, A.: 1979, *Vasiona*, **27**, 47 i 73.
Tomić, A.: 1981, ibid, **29**, 50 i 76.
Tomić, A.: 1983, *Astrofotografija*, Univ. Astr. Dr. Sarajevo.
Tomić, A.: 1987, *Vasiona*, **35**, 151.
Tomić, A: ***, *Određivanje atmosferskog širenja lika zvezda i dostignute magnitude na snimcima dobijenim nepokretnom kamerom*, (biće objavljeno u Vasioni).
Tomić, A.: 1992, *Bull. Astron. Obs. Belgrade*, **145**, 15.
Tomić, A., Čabrić, N., Čelebonović, V.: 1988, str. 141 u (Eds.) S. Dunlop, M. Gerbaldi: *Stargazers*, Proceed. Coll. IAU No 98, Paris, 1987, Springer. (Takođe videti: Publ. Obs. Astron. Belgrade, **33**, 75 (1985).
Tsubaki, T., Engvold, O.: 1975, *AAS Photo Bull.*, **9**, 17.
Tugman, O.: 1915, *Astrophys. J.*, **42**, 331.
Vaucouleurs, G. de.: 1961, *Astronomical Photography from Daguerrotipe to the Electron Camera*, McMillan, New York.

Vaucouleurs, G. de.: 1968, *Appl. Optics*, **7**, 1513.
Verbić, S.: 1986, *Vasiona*, **34**, 54.
Wadsworth, F. L. O.: 1896, *Astrophys. J.*, **3**, 188.
Waldmeier, M.: 1955, *Ergebnisse und Probleme der Sonnenforschung*, Akademia Wiss. Verlag, Leipzig.
Whipple, F. L.: 1951, *Astron. J.*, **56**, 144.
Wildey, R. A.: 1976, *Observatory*, **96**, (No 1015), 235.
Wildt, R.: 1928, *Zeitschr. Wiss. Phot.*, **25**, 153.
Wittmann, A., Schröter, E. H.: 1969, *Sol. Phys.*, **10**, 357.

THEORETICAL FOUNDATIONS OF CLASSICAL ASTROPHOTOGRAPHY – PROBLEMS OF CALIBRATION OF PHOTOGRAPHIC EMULSIONS IN ASTRONOMY

ALEKSANDAR TOMIĆ

People's Observatory, Kalemegdan, 11000 Belgrade

Abstract. This paper contains a review of the development of astrophotography. It is theoretically oriented. Connections of photometric and sensitometric quantities with telescope parameters, atmospheric conditions and photometric characteristics of the observed objects are explored in some detail. Special attention is paid to the physically founded analytical representation of the characteristic curve.

Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 77 — 85

ОДРЕЂИВАЊЕ ПОЛОЖАЈА ЗВЕЗДА У ОКОЛИНИ РАДИО-ИЗВОРА

МИОДРАГ ДАЧИЋ, СОФИЈА САЦАКОВ И
ЗОРИЦА ЦВЕТКОВИЋ

Астрономска опсерваторија, Волгина 7, 11050 Београд

Резиме. Захваљујући високој тачности дугобазичне радио-интерферометрије и могућностима посматрања вангалактичких радио-извора, последњих година се нагло развија радио-астрометрија. Јасна је потреба да се досадашња и будућа оптичка посматрања везују за радио-интерферометријска мерења. Међународној активности која је покренута ради формирања јединственог референтног система доприноси и Астрономска опсерваторија у Београду учествујући у посматрањима звезда, чији ће положаји на посредан начин повезивати оптичка и радио-интерферометријска мерења.

Међу задацима који су у последње време искрсли пред фундаменталном и посматрачком астрометријом, упоредо са формирањем квалитативно нових координатних система, важно место заузима изучавање узајамне оријентације традиционалних оптичких фундаменталних система и нових координатних система који се формирају везивањем за компактне вангалактичке радио-изворе. Посебно је важно да се обезбеди таква веза између оптичких и радио-интерферометријских координатних система, како би се на што погоднији начин користиле могућности које и једни и други дају. Другим речима, потребно је да се добије такав координатни систем који је везан за вангалактичке радиоизворе, а у коме ће се користити и оптичка и радио-интерферометријска посматрања. Циљ је одређивање положаја и проучавање кретања небеских објеката, како у размерама Сунчевог система, тако и у нашој Галаксији, па и ван њених области.

Говорећи о положајима и кретањима објеката у Сунчевом систему и Васиони, треба имати у виду посебне координатне системе у којима се добија што је

могуће објективнија слика њихових положаја и кретања. Формирање оваквих система у астрономији праћено је великим тешкоћама, али се током времена остварује корак по корак, заједно са развојем науке и технике.

1. Формирање инерцијалног система у астрономији

У класичној механици као основни и "привилеговани" системи рачунања координата усвојени су инерцијални системи, чија је основна карактеристика праволинијско и равномерно кретање. За задавање таквог инерцијалног система у астрономији, класична механика усваја појам апсолутног простора, који је у Њутново време поистовећиван са мноштвом, како се тада сматрало, непокретних звезда. После откривања сопствених кретања звезда, појавила се потреба тачног одређивања положаја и рачунања кретања упоришних објеката при практичној реализацији инерцијалног координатног система. Почетком двадесетог столећа астрономи почињу да бирају вангалактичке маглине које могу да послуже као упоришни објекти за формирање инерцијалног координатног система. Међутим, већ у остваривању првих посматрачких програма, појавиле су се велике тешкоће при одређивању положаја ових маглина које имају велике угловне димензије и врло су слабог сјаја ($m > 14$).

Године 1963. откривено је вангалактичко порекло квазара које је могуће посматрати и у оптичком опсегу, и у радио-дијапазону таласних дужина. Примена дугобазичне радио-интерферометрије за одређивање угловних положаја ових извора зрачења означила је почетак нове етапе у формирању инерцијалног координатног система. У данашње време се сматра да је за успешно решавање проблема астрономије и геодинамике неопходан такав инерцијални систем чије се осе посредством некаквих услова везују с правцима ка вангалактичким радио-изворима, а почетак с телима Сунчевог система. Конкретно, координатни почетак може бити смештен у барицентар Сунчевог система. Строго разматрајући постављени задатак, овакав координатни систем био би квазиинерцијалан, јер се координатни почетак ипак креће с малим убрзањем, а правци оса се могу мењати.

С тачке гледишта теорије релативности, инерцијални системи који су сада у пракси реализовани не могу се сматрати строгим, али су погодни за изучавање кретања у оквиру Сунчевог система , па и Галаксије.

Треба рећи и то да данас у астрономској литератури нема јединствене терминологије и прецизних дефиниција основних координатних система. Конкретно, под инерцијалним координатним системом подразумевају се они системи код којих правци оса немају обртног кретања у односу на "непокретне објекте". Због тога се терминима "инерцијалан" и "фундаменталан" често придаје једно исто значење.

Како није било могућности да се на неки други начин реализује инерцијални координатни систем, као апроксимација и практично остварење коришћени су такозвани фундаментални системи. Положаји звезда у фундаменталном каталогу задају фундаментални координатни систем, а то је обично екваторски

систем за неку одређену епоху, например, за 1950.0 или 2000.0. Посматрања на основу којих је састављен фундаментални систем рађена су у различитим временским периодима, а сем тога, подаци из каталога који се користе потребни су за неки други тренутак, а не за 1950.0 или 2000.0. Због тога је за обједињавање посматрања и коришћење фундаменталног система за сваки тренутак потребно знати понашање тог система у времену и простору, тј. како се обрће и неравномерно креће, а такође да се знају и сопствена кретања звезда, које су носиоци фундаменталног система. То значи, за практично коришћење потребни су положаји и сопствена кретања звезда фундаменталног каталога, као и што тачнији систем астрономских константи којима се дефинише фундаментални координатни систем за произвољни тренутак.

Гледано с практичне стране, у разним задацима тражи се и различит степен рачунања промене координатног система, односно, његовог кретања. За неке задатке довољно је да координатни систем не ротира, јер праволинијско кретање координатног почетка нема значаја. С друге стране, ни инерцијални координатни систем не задовољава потребе при решавању низа задатака у звезданој астрономији, пошто кретање координатног почетка, чак и када је праволинијско и равномерно, деформише праву слику о кинематици звезда у Галаксији. Уопште узевши, да би се што детаљније могла изучавати сва кретања небеских објеката, потребно је да се у највећој могућој мери искључи кретање координатног система. Било би идеално када бисмо имали неки "непокретни" систем, подразумевајући под тим термином координатни систем са потпуно познатим кретањима. Овакав "непокретни" систем коме тежи астрометрија за сада је недостижан циљ, што важи и за инерцијални координатни систем.

Фундаментални каталог FK5 представља практичну реализацију координатног система, који је данас усвојен као међународни стандард. Формирање фундаменталног координатног система и састављање каталога FK5 резултат је крупних међународних радова, који обједињују најбоља достигнућа у области фундаменталне астрометрије. Међутим, остварење инерцијалног система високе тачности (до $0''.001$) је за сада неостварив применом метода терестричке астрометрије.

2. Инерцијални координатни систем и вангалактички радио-извори

Један од начина реализације инерцијалног координатног система високе тачности је његово везивање за вангалактичке радио-изворе (у основи су то квазари и језгра галаксија) и може се остварити методама дугобазичне радио-интерферометрије. При формирању овог система, основна претпоставка је да се углови између праваца ка таквим "упоришним објектима" не мењају са временом. Савремена знања о могућностима методе, распореду и броју радио-извора, њиховој структури и сопственим кретањима дозвољавају очекивање да систем буде формиран са тачношћу до неколико лучних милисекунди и са истом таквом стабилношћу у току неколико деценија.

Основне тешкоће у реализацији постављеног задатка могу се појавити услед

недовољног познавања структуре радио-извора и утицаја атмосфере. За сада је установљено да већина радио-извора не представља тачкасте објекте, јер им је структура веома сложена, различита за разне таласне дужине зрачења и променљива са временом. У случају да се занемари структура појединих радио-извора, грешке њихових положаја у систему могу достићи неколико милисекунди. Да би се ово избегло треба поштовати два услова: а) на основу добро проучене структуре радио-извора изабрати оне чији положаји детаља структуре достижу $0''.001$; б) на основу оперативног одређивања структуре радио-извора увести одговарајуће поправке за ту структуру. У првом случају није сигурно да стабилну фазу постојања радио-извора неће сменити нестабилна, а у другом, неопходна је специјална служба одређивања структуре радио-извора. Сем тога, при формирању инерцијалног координатног система вангалактичких радио-извора потребно је применити традиционалну претпоставку у астрометрији: да је средње кретање свих извора, усвојених за задати систем, једнако нули. Ова претпоставка задовољава ниво тачности која је за ред величине или, у сваком случају, неколико пута виша од тачности постигнуте у класичној астрометрији.

Међутим, како ће се и надаље посматрања у оптичком дијапазону користити за добијање информација о Васиони, а такође и за практичне потребе, формирање и повишење тачности фундаменталног система звезда неће изгубити своју актуелност. Могуће је да ће се убудуће само изменити прилаз решавању овог проблема.

С обзиром да ће радио-интерферометријска посматрања допринети формирању инерцијалног координатног система високе тачности, потребно је да се нешто више каже о развоју и могућностима дугобазичне радио-интерферометрије.

3. Могућности дугобазичне радио-интерферометрије

Први радио-интерферометар направљен је у Аустралији 1948. године и коришћен је за одређивање положаја и размера извора радио-зрачења на Сунцу. Педесетих година овога века направљено је неколико радио-интерферометара помоћу којих су добијене координате више радио-извора. Током времена тачност одређивања положаја радио-извора је повећавана, тако да су у Кембрицу на радио-интерферометру са базом од 5 km (растојање између два телескопа) добијане координате са истом тачношћу као и у оптичкој астрономији. За мерење малих угловних растојања учињен је покушај да се изграде дугобазични радио-интерферометри, али је дужина базе била ограничена могућностима кабловске радио-везе. У следећем кораку веза је остваривана помоћу радија. Познати пример за то је MTRLI (Велика Британија) са базом од 134 km.

У бившем Совјетском Савезу још 1965. године предложена је идеја о радио-интерферометру са независном регистрацијом. У том случају дужина базе може да буде произвољно велика. Поља зрачења регистрована на антенама интерферометра и показивања стандарда учесталости снимали би се на магнетну

траку, која би затим била обрађена на компјутерима. У 1967. години ова идеја је реализована у Канади и у САД. Дугобазични интерферометар се може користити и као геодетски инструмент. Године 1968. помоћу радио-интерферометра је измерена база дужине од преко 2000 km са тачношћу ±20 m.

У садашње време радио-интерферометрија се користи за одређивање релативних (с тачношћу $\pm 0''.003$) и апсолутних (с тачношћу $\pm 0''.01$ до $\pm 0''.05$) координата, при чему је тачност упоређивања часовника до 10 наносекунди, мерење дужине база 4 до 6 cm, одредивање светског времена с тачношћу до 0.007 милисекунди, а тачност координата светског пола до 3 cm.

Помоћу радио-интерферометра одређивано је гравитационо одступање зрака у гравитационом пољу Сунца (с грешком $\pm 0''.0023$), положај астронаута на Месецу (с тачношћу од 1 - 3 cm), а били су установљени и ликови многих радио-извора. Помоћу ових мерења може се одредити паралакса Галактичког радио-извора на фону упоришних вангалактичких радио-извора (до растојања од 20 килопарсека), што дозвољава да се провери космолошка природа црвеног помака, може да се измери сопствено кретање галактичких радио-извора (с тачношћу од $\pm 0''.001$ до $\pm 0''.0001$), да се одреди место образовања пулсара као и њихова старост. По поремећајима у кретању радио-звезда могу се открити њихови пратиоци.

Имајући у виду овако високу тачност, најкоректнији начин одређивања координатних система је радио-интерферометријска метода, при чему се посматрају непокретни и компактни вангалактички радио-извори, а то су квазари и језгра неких галаксија. Али и по овој методи одређивање константе прецесије отежано је тиме што не може да се добије апсолутна ректасцензија и да се посматрају планете ради одређивања поправке тачке пролећне равнодневице и нагиба еклиптике према екватору.

Метода дугобазичне радио-интерферометрије омогућује да се изучава ротационо кретање Земље у односу на стваран непокретан координатни систем и да се одреди секуларно кретање Земљиних полова. Радио-интерферометријска мерења не зависе од правца вертикале, који је оптерећен недовољно изученим дугопериодичним и краткопериодичним осцилацијама. Мерења дугих база омогућавају да се закључује о кретањима блокова Земљине коре, и да се одстране утицаји ових кретања на посматрање померања Земљиних полова. Дугобазична радио-интерферометријска посматрања су за један или два реда величине тачнија од оптичких посматрања и могу се непрекидно обављати у току 24 часа, што омогућава стално праћење свих промена које се дешавају у ротационом кретању Земље.

Примери су узети из књиге *"Увод у радио-астрометрију"* (Губанов et al. 1983).

4. Веза оптичких и радио-интерферометријских координата

Имајући у виду тачност и велике могућности дугобазичне радио-интерферометрије, потпуно је јасна тежња да се оптичка посматрања повежу са радио-ин-

терферометријским, односно, да се формира усаглашен радио-оптички систем координата захваљујући коме ће се појавити могућност одређивања положаја и кретања различитих објеката у јединственом кооординатном систему. Зато је задњих деценија наступила нагла преоријентација од посматрања вангалактичких маглина ка вангалактичким радио-изворима, који имају своје ликове у оптичком дијапазону. Десетине чланака с теоријама, практичним разрадама и посматрањима посвећена су проблемима везивања оптичког и радио-интерферометријског система.

Један од најпростијих начина за решавање овог задатка је упоређивање координата заједничких објеката оба система, добијене коришћењем, с једне стране метода оптичке астрометрије, а с друге, средствима радио-интерферометрије. Без обзира на привидну једноставност, овакав прилаз је везан са низом тешкоћа, као што је огромна разлика у сјају објеката ова два система. То захтева специфична решења, која искључују, или, у крајњој линији, умањују нагомилавање случајних и, посебно, систематских грешака везаних за величину објеката. Један од могућих путева за решавање овог проблема је коришћење посредничких система упоришних звезда, односно, вишестепено проширивање фундаменталног система на слабе вангалактичке изворе. Овакви системи треба да су одабрани сагласно са коришћењем инструмената у датој етапи:

— систем слабих звезда до привидне величине $m = 9$ у сегментима од 2 степена око радио-извора добијен из меридијанских посматрања;
— систем слабих звезда привидне величине 12 до 14 добијен средствима фотографске астрометрије;
— за крајње слабе радио-изворе користе се звезде привидне величине $m = 16$ до $m = 18$ у улози посредника, при чему ова оба система слабих звезда треба да укључе звезде у областима до 0.5 степени око радио-извора.

Радио-оптички извори, тј. извори који зраче и у оптичком и у радио подручју, обично су оптички веома слаби. Мада њихове привидне величине не треба да буду слабије од 18^m, у списку 234 извора који је предложила Комисија 24 МАУ, гранична привидна величина је померена до 22^m. Јасно је да веза фундаменталног система FK5 са таквим изворима може бити само посредна и представићемо је овим ланцем (Гуляев, 1987):

$$\mathbf{FRS - RS1 - RS2 - RS3 - RRS\ .}$$

што је извор сјајнији, из ланца се једна карика може прескочити. По оваквој скали добијени су оптички положаји појединих, посебно интересантних радио-извора, као и мањих група од 4 - 5 извора. Обављена су и посматрања већих група радио-извора.

Карике повезивања оптичког и радио-система приказане у овом ланцу су следеће:

FRS — основни систем координата какав је, например, FK5. Координатни системи овог типа сматрају се практичном реализацијом инерцијалног система који се формира на бази апсолутних астрометријских, радио-интерферометри-

јских и других посматрања.

RS1 – упоришни системи координата првог реда који служе за решавање широког круга задатака позиционе астрономије, а делимично и задатака астрофотографских посматрања. Ови системи се реализују у виду изведених каталога, например, AGK3R, SRS и других који су састављени на основу релативних меридијанских посматрања.

RS2 – упоришни системи другог реда који у основном служе за масовно одређивање координата слабих објеката, изучавање кинематике звезданих система и друго. Ови системи се формирају фотографским методама, где са за упоришне објекте узимају звезде чије су координате познате у системима RS1. Као промер за овакве системе може се навести AGK3.

RS3 – упоришни системи трећег реда. Користе се за одређивање координата врло слабих објеката ($m > 12$), например, квазара. При формирању RS3, а у зависности од типа инструмента, користе се упоришни системи RS1 или RS2.

RRS – радио-интерферометријски систем координата, добијен из радио-посматрања вангалактичких објеката.

Поред наведених, могу се разматрати још неки системи координата који не улазе у овај ланац. Например, RSS – упоришни системи специјалне намене. Затим, могу се узети системи координата који служе за одређивање параметара Земљине ротације на основу астрономских података добијених из посматрања. Такође и системи координата који служе за обраду путања вештачких сателита и друго.

У последњих десетак година развијена је врло широка активност на реализацији везе између оптичког и радио-система координата. Ради повећања тачности оптичких положаја, извршена су специјална меридијанска посматрања посредних звезда класе RS2. На Вашингтонској опсерваторији је посматрано 120 звезда у околини 11 радио-извора. Посматран је низ звезда у околини радио-извора на осерваторијама у Брорфелду, Херстмонсоу, на острву Палма. На вертикалном кругу Кијевске опсерваторије добијени су положаји 254 звезда (из AGK3 и SAO) у околини радио-извора.

У последње време све се више посматрају и радио-звезде која омогућавају везу два система без посредничких посматрања. Како би се посматрања могла користити за повезивање система, за радио-звезде су постављени следећи услови: фотографска магнитуда треба да је $m < 11$, затим, да немају суседе у околини од $0''.3$ до $15''.0$ и да им је слаба променљивост. Нажалост, таквих радио-звезда нема много. Например, до 1982. године било је познато 143 радио-звезде, а постављене услове је задовољавало само њих око тридесетак. Сем тога, нема гаранције да се оптички и радио-положаји оваквих звезда поклапају на нивоу $0''.001$, што је један од основних услова за радио-изворе који се користе у повезивању оптичког и радио-интерферометријског координатног система.

5. Допринос Београдске опсерваторије

Овој међународној активности допринела је и Астрономска опсерваторија

у Београду урадивши положаје упоришних звезда у околини радио-извора који припадају класи RS2. Из Кијева је добијен списак од 315 звезда распоређених у 87 сегмената са радио-изворима у зони -44^o до $+90^o$ (Лазоренко, 1982). Године 1987. завршена су посматрања 290 звезда распоређених у 78 сегмената са радио-изворима и 198 звезда из FK5. Положаји су добијени из посматрања урађених на Меридијанском кругу Београдске опсерваторије релативном методом (Сацаков et al. 1991). Грешка једног посматрања износи $\pm 0^s.024\ \sec\delta$ за ректасцензију и $\pm 0''.30$ за деклинацију. С обзиром да је свака звезда у просеку посматрана 5.5 пута по ректасцензији, односно, 5.6 по деклинацији, грешке положаја у Београдском каталогу су $\pm 0^s.010 \sec\delta$ за ректасцензију и $\pm 0''.13$ за деклинацију. Поређења са AGK3 и са Кијевским каталогом (деклинација) показују да су добијени задовољавајући резултати.

Астрономска опсерваторија у Београду наставља са учешћем у одређивању положаја упоришних звезда у околини радио-извора. Наиме, на београдском Меридијанском кругу се увелико раде посматрања 488 звезда у деклинацијској зони од -30^o до $+30^o$. Овај посматрачки програм је део међународне листе која је састављена на Кијевској опсерваторији. За основу ове листе (за коју се предлаже ознака **RRS2**) узет је списак 238 радио-извора. Општи број звезда је 2575 за цело небо. Овде је такође укључено 38 радио-звезда доступних за визуелна посматрања, којих нема у FK5. Око 25% звезда улазе у списак IRS, а 340 звезда се налазе у каталогу GC.

Распоред звезда по ректасцензији је мање-више равномеран (у оквиру једног часа). На северној полулопти се налази 63% звезда. Средња визуелна привидна величина је 8.5 , а 12% звезда је слабије од $m = 9$. Средњи број звезда на сваком сегменту који садржи радио-извор износи 11 што се може сматрати довољним за редукцију плоче снимљене на инструменту малог поља.

Учешћем у овом и ранијем међународном пројекту Београдска опсерваторија даје одређени допринос задатку повезивања оптичког координатног система, чији је за сада стандард FK5 (ниво тачности $0''.05$), и радио-интерферометријског система (ниво тачности $0''.001$) у јединствен радио-оптички систем координата за који се вангалактички радио-извори користе као упоришни објекти.

Референце

Губанов, В. С., Финкельштейн, А. М., Фридман, П. А.: 1983, *Введение в радиоастрометрию*, Наука, Москва, 9-25.

Гуляев, А. П.: 1987, *Итоги науки и техники*, Серия Астрономия, **30**, 89.

Лазоренко,П. Ф.: 1982, *Астрометрия Астрофиз.*, **46**, 73.

Sadžakov, S., Dačić, M., Cvetković, Z.: 1991, *Astron. J.*, **101**(2), 713.

DETERMINATION OF STELLAR POSITIONS IN THE VICINITY OF RADIO SOURCES

MIODRAG DAČIĆ, SOFIJA SADŽAKOV AND ZORICA CVETKOVIĆ

Astronomical Observatory, Volgina 7, 11050 Belgrade

Abstract. As a consequence of high precision of long-baseline radio interferometry and the possibility of observation of extragalactic radio sources, radio-astrometry has quickly developed in recent years. The need to link the existing and future optical observations with radio-interferometric work is evident. The Astronomical Observatory in Belgrade contributes to the international campaign with the objective to establish an unified reference system, by observations of stars whose positions can help to link optical and radio-interferometric work.

Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 87 – 100

ЗВЕЗДАНИ СИСТЕМИ

СЛОБОДАН НИНКОВИЋ

Астрономска опсерваторија, Волгина 7, 11050 Београд

Резиме. Дат је један преглед садашњег стања истраживања на пољу звездане астрономије намењен, пре свега, студентима као читалачкој публици. Звездана астрономија се дефинише као општа наука о звезданим системима, али без укључивања космологије (проучавање васионе као целине). Констатује се да проблематика ни из далека није исцрпљена, као и да постоје услови за развој звездане астрономије код нас.

1. Увод

Под звезданим системима подразумевају се скупови звезда које су међусобно физички повезане. Поменута физичка веза може бити изражена на различите начине, међутим, увођењем овог појма елиминише се могућност сврставања међу звездане системе неких произвољних или случајних скупова звезда као што су, на пример, сазвежђа. По правилу се поменута физичка повезаност не може замислити без међусобног гравитацијског привлачења. Оно, разуме се, увек постоји, али, као што је добро познато, привлачна сила опада са растојањем (и то са квадратом), па зато у многим случајевима није од значаја. Посебну врсту звезданих система чине *гравитацијски везани системи*, а с обзиром да се код ових система запажа одређена хијерархија, можемо их још звати *хијерархијски звездани системи*. Када се за један звездани систем каже да је гравитацијски везан, онда то значи да је његова укупна механичка енергија у односу на центар маса негативна, тј. да апсолутна вредност укупне потенцијалне енергије (енергије узајамног гравитацијског привлачења) премашује укупну кинетичку енергију система. У поменутој хијерархијској лествици најниже место зау-

зимају двојне и вишеструке звезде, а највише галаксије. Вишеструке звезде, а такође и звездана јата, се обично сређу као чланови појединих галаксија. С друге стране, постоје већи системи од галаксија, али су то већ *системи галаксија* у које појединачне звезде улазе преко својих матичних галаксија. Међу њима се такође јавља хијерархија: двојне галаксије - групе галаксија - јата галаксија (о овој хијерархији биће још речи у одељку о вангалактичкој астрономији).

Грана астрономије која се бави проучавањем звезданих система назива се *звездана астрономија*. Треба рећи да има и других дефиниција звездане астрономије, рецимо да је то област која се бави проучавањем само нашег звезданог система - Галаксије или Млечног пута (на пр. Куликовски (Куликовский), 1985), док опет неки други аутори (на пр. Зон и Рудњицки (Зонн и Рудницкий), 1959) у звездану астрономију укључују и космологију. Писац овог прилога сматра да космологију не треба укључивати у звездану астрономију због специфичности њеног предмета проучавања који је ставља у положај неке „круне" астрономских дисциплина, а што у себе укључује комплексност космологије. Треба још, свакако, поменути да за разлику од космологије, где је примена опште теорије релативности скоро неизбежна, у звезданој астрономији (проучавању звезданих система) сва физика гравитације своди се практично на Њутнов закон и оно што из њега проистиче.

У проучавању сваког звезданог система јављају се неке карактеристичне фазе, као што су: *статистика* (анализа положаја и физичких карактеристика), *кинематика* (анализа брзина), *динамика* (поље сила у систему) и *еволуција*. Из оваквог разматрања природно проистиче гранање звездане астрономије на поменуте четири дисциплине као њене опште дисциплине.

Проучавање конкретних звезданих система и њихова горепоменута хијерархија пружа могућност за једну другачију поделу звездане астрономије на: *субгалактичку, галактичку* и *вангалактичку астрономију*. Субгалактичка астрономија би обухватала проучавање звезданих система као што су вишеструке звезде и звездана јата, а који улазе у састав галаксија. Галактичка астрономија за област проучавања има нашу Галаксију (Млечни пут), а вангалактичка астрономија се бави другим галаксијама и њиховим системима.

Пионирима звездане астрономије на нашем тлу могу се сматрати И. Атанасијевић и Ј. Милоградов-Турин са Београдског универзитета. Из њиховог пера потиче и први приручник из ове области на нашем језику (на пр. друго издање - Атанасијевић и Милоградов-Турин, 1974 - прво се појавило око десет година раније). Касније је објављен још један приручник на енглеском језику (Атанасијевић, 1971). У данашње време звезданом астрономијом бави се више наших стручњака са Београдске опсерваторије и универзитета. Подручја њиховог рада су различита - од посматрања вишеструких звезда до теоријског проучавања наше Галаксије и Локалне групе галаксија са различитих аспеката, укључујући ту и међузвездану материју и њено зрачење; досада су на Београдском универзитету одбрањене три докторске дисертације из области звездане астрономије. На Београдском универзитету постоје два предмета из области звездане астрономије - један на студијама астрономије, други на

студијама астрофизике; звездана астрономија се јавља као смер на постдипломским студијама, а недавно се појавио и први уџбеник (Ангелов, 1994). Осећа се, међутим, недостатак научног подмлатка.

2. Звездана динамика

Међу општим дисциплинама звездане астрономије најважнија је свакако динамика. Ово је само један кратак приказ, опширније се може наћи у познатим монографијама (на пр. Агародњиков (Огородников), 1958; Чандрасекхар (Chandrasekhar), 1960; Агекјан (Агекян), 1962; Бини и Тремејн (Binney and Tremaine), 1987). Основни проблем који она решава је проблем N тела, као и у небеској механици. Разлика је у томе што је у типичним проблемима звездане динамике број N знатно већи него код проблема небеске механике. Појава рачунарске технике још више је приближила ове две астрономске гране, јер савремени рачунари омогућавају директно решавање проблема N тела и за $N \approx 5000$. Упркос томе, стари начин решавања проблема N тела (када је N јако велико) који се састоји у разграничавању гравитацијских сила које делују у систему на тзв. *регуларне* и *ирегуларне* силе још увек је актуелан. Ово схватање увео је Џинс, још почетком овог века. Ако се тражи најопштија дефиниција регуларних сила, онда би се могло рећи да су то силе које се могу представити преко потенцијала, односно уопштеног или генералисаног потенцијала, тј. које имају систематски карактер. Насупрот њима, ирегуларне силе се манифестују у случајним појавама, као што су блиски пролази звезда („судари") и имају стохастички карактер. У својству корисних критеријума за оцену улоге једних и других у динамици звезданих система могу се навести Агекјанов критеријум (на пр. Агекян, 1962, стр. 529) где се оцена даје преко односа запремине дела система у којем су ирегуларне силе јаче од регуларних према запремини целог система (ф. (1)) и однос *времена релаксације* према тзв. *карактеристичном времену* система (на пр. Binney and Tremaine, 1987, стр. 489 - (2)). У оба случаја N представља укупан број звезда у систему, док је $\overline{m}$ средња маса једне звезде.

$$\frac{2}{N^{1/2}} \frac{\overline{m^{3/2}}}{\overline{m}^{3/2}} \quad ; \tag{1}$$

$$\frac{0,1N}{\ln N} \quad . \tag{2}$$

Без обзира на постојеће разлике у датим формулама може се констатовати релативно добро слагање међу њима, те се може закључити да галаксије и збијена звездана јата спадају у системе у којима су ирегуларне силе занемарљиве, за разлику од вишеструких звезда и развејаних јата код којих то није случај. С обзиром на то да време релаксације звезданог система представља временску скалу ирегуларних сила, тј. време током кога долази до

знатних промена у систему услед деловања ових сила, види се из (2) да занемарљивост ирегуларних сила код неких врста звезданих система потиче уствари од „спорости" њиховог деловања што не значи да ће увек бити тако јер маколико систем био велик, време релаксације ће моћи да протекне и деловање ирегуларних сила ће се исказати. Дакле, и код највећих галаксија ће с временом доћи до одређених промена проузрокованих ирегуларним силама, само што је то време веома дуго, код галаксија, по правилу, дуже и од Хабловог (космолошког) времена.

Ако се под појмом регуларне динамике подразумева проучавање динамике звезданих система уз потпуно занемаривање ирегуларних сила, онда се као њени типични проблеми могу навести:

1. одређивање потенцијала;
2. регуларне путање;
3. модели звезданих система;
4. нестационарне и квазистационарне појаве;
5. неизоловани системи.

Одређивање потенцијала за дату густину се у данашње време своди на математичке тешкоће које се јављају при решавању Поасонове једначине. Најједноставнији случај, а то је сферна симетрија, углавном припада прошлости. Данас је нарочито актуелна тзв. осна (троосна) симетрија.

Код израчунавања регуларних путања, тј. путања око центра датог звезданог система под дејством регуларних сила већ одавно је познат метод тражења првих интеграла (интеграла кретања). Интеграли који се добијају као тачна решења диференцијалних једначина називају се обично класичним интегралима. У референтном систему везаном за центар маса датог звезданог система класични интеграли су интеграл енергије и интеграл момента импулса. Налажење осталих једнозначних интеграла је посебан проблем. Најпре треба утврдити њихово постојање, што се рецимо ради применом Поенкареовог метода секција површи, а затим нумеричким поступком утврдити облик зависности од фазних координата. Пошто је нумерички поступак по својој природи приближан, на овај начин се налазе само функције које су приближно константне - тзв. квази-интеграли. Типичан пример је потенцијал који поседује обртну симетрију, где изгледа да трећи, независни, интеграл кретања постоји, али се његова зависност од фазних координата не може представити преко елементарних функција. Од значаја су неки конкретни случајеви у којима се аналитички могу добити додатни интеграли кретања, на пр. Штекелови потенцијали (детаљније Binney and Tremaine, 1987, гл. 3).

Када је реч о моделима звезданих система, задатак звездане динамике је развијање система једначина које повезују њихове карактеристике, као што су Болцманова једначина, хидродинамичке једначине, теорема виријала итд. (ова последња повезује тзв. интегралне или глобалне карактеристике које карактеришу звездани систем као целину). У општем облику ове једначине су компликоване, али њихова примена на конкретне случајеве звезданих система омогућује извесна упрошћења. Извођење теореме виријала у облику тензора (детаљније Binney and Tremaine, 1987, гл. 2, одељак 5) омогућило је проучавање звезданих

система сложеније структуре него што је сферна симетрија. Она је такође од користи у проучавању оних звезданих система који се деле на више подсистема јер омогућује анализу глобалних својстава за сваки од њих појединачно.

Звездана динамика разликује глобалну и локалну нестационарност. Глобална има апериодичан карактер и обично се сматра да је њено трајање приближно једнако карактеристичном времену система. У прорачунима ове нестационарности појављује се низ проблема повезаних са интегралима кретања (интеграл енергије више не важи), сложеношћу потенцијала, будући да се реални звездани системи могу састојати из више подсистема који онда не могу бити самоусаглашени, итд. Донекле се ствар може поједноставити симулацијом на основи N тела али том приликом треба имати у виду сва ограничења оваквог прилаза. Локална нестационарност обично има периодичан карактер (зависност од времена је дата као периодична функција). Најпознатији примери су структуре које се срећу у спиралним галаксијама, као што су спиралне гране, пречаге (енгл. bars) и извитоперења у односу на главну раван (енгл. warps). О овим појавама биће речи у наредним одељцима.

Појму периодичне нестационарности близак је појам квазистационарности. Ради се о томе да, строго узевши, један звездани систем никада не може бити стационаран, него је то само приближно испуњено. Самим тим поставља се питање стабилности датог стационарног стања. Досада најбоље проучен случај тиче се система са сферном симетријом захваљујући нарочито радовима Антонова (опширније Binney and Tremaine, 1987, стр. 296). У случајевима сложеније просторне расподеле ствари ни изблиза не изгледају тако јасне. Ради се, пре свега, о математичким тешкоћама због којих се у анализама користе апроксимације које често знатно одступају од стварности.

Два су аспекта у проучавању неизолованих звезданих система: систем који је подсистем неког звезданог система (рецимо дискови и халои спиралних галаксија) и сателитски систем. Први случај припада проучавању модела звезданих система о чему је напред било речи. У другом случају централно место заузима решавање једначина кретања у убрзаном координатном систему што се своди на тзв. ограничени проблем три тела, где, као што је познато, у случају стационарности важи интеграл енергије (Јакобијева константа). Још увек није дефинитивно рашчишћено питање да ли постоји још неки једнозначан интеграл кретања (на пр. Џефрис (Jefferys), 1976). У нестационарном случају ситуација је још сложенија пошто није пронађен ниједан тачан и једнозначан интеграл кретања. Стога се у последње време често прибегава директним нумеричким експериментима на основи проблема N тела (на пр. Ох (Oh) и др., 1992). Упркос одређеним предностима ово је корак даље од добијања модела једног сателитског звезданог система, а то је најбољи пут за одређивање граничног или плимског полупречника (свакако једног од најважнијих параметара модела) система као функције његове укупне масе и путање око центра матичног звезданог система.

Стационарно стање једног звезданог система окарактерисано датим моделом не може се одржати вечно. Иреуларне силе постепено мењају систем и после довољно дугог времена (назива се време релаксације) укупан учинак ове

промене постаје уочљив. За велике звездане системе, као што су галаксије, време релаксације је веома дуго, дуже од тзв. Хабловог времена, тј. старости васионе. Зато у галаксијама, осим у њиховим централним деловима, не примећујемо ефекте релаксације. Сасвим је другачија ситуација код развејаних звезданих јата где је време релаксације, по правилу, веома кратко у поређењу са старошћу васионе, па стога код њих можемо најбоље проучавати ефекте релаксације. У таквим проучавањима постоје два пута: решавање Фокер-Планкове једначине са циљем да се установи еволуција функције расподеле и нумерички експерименти на основи проблема N тела. У првом случају примењује се обично метод Монте Карло (разрадио га је Енон; ближе видети у чланку Лајтмана и Шапира (Lightman and Shapiro), 1978). Иначе, данашње стање рачунарске технике дозвољава у потпуности непосредну примену проблема N тела на развејана звездана јата; пионири у овој области били су Арсет и Вилен (опширније на пр. у Терлевич (Terlevich), 1987). Већ од раније познати су основни правци динамичке еволуције услед деловања иррегуларних сила. Они се могу укратко приказати кроз три ефекта: тежња ка расподели окрактерисаној максималном ентропијом, на пр. Максвелова расподела брзина, тежња ка уједначавању укупне механичке енергије међу појединачним звездама и дисипација система, тј. напуштање система од стране звезда које су стекле брзину већу од критичне. Због овог последњег Максвелова расподела се у потпуности никад не остварује. Због компликација које настају при решавању Фокер-Планкове једначине приступ преко проблема N тела постаје све актуелнији и уз помоћ одређених модификација његова се примена проширује и на веће системе, као што су на пр. збијена звездана јата. Све ово помаже бољем разјашњењу основних теоријских праваца еволуције звезданих система под дејством иррегуларних сила. Једно од најзанимљивијих питања је, свакако, шта је коначан производ распада: тесна двојна звезда, масивна црна јама или нешто треће (на пр. Елсон (Elson) и др., 1987).

3. Субгалактичка астрономија

Будући да већина познатих субгалактичких система припада нашој Галаксији или Млечном путу, један од првих задатака у вези с њима је прикупљање и даља обрада посматрачког материјала. У данашње време је постигнут значајан напредак на том пољу и, донекле, су изузетак сопствена кретања и тачна хелиоцентрична растојања. Међутим, са ангажовањем вештачких Земљиних сателита, као што су рецимо „Хабл" и „Хипархос" (опширније на пр. Периман (Perryman), 1986), и ово престаје да буде већи проблем. С друге стране, обиље посматрачких података омогућује одређивање масе, иначе врло важне али тешко доступне величине. Динамичко одређивање масе, засновано углавном на теореми вириjала, је важно због тзв. проблема скривене масе, али треба рећи да и тзв. статистичко одређивање масе није лишено динамичке основе јер је непосредно одређивање звезданих маса једино могуће код двојних звезда коришћењем III Кеплеровог закона, што је опет варијанта теореме вириjала. Не

треба заборавити да су двојне и вишеструке звезде праве природне лабораторије за испитивање основних закона динамике. Тако на пр. је код многих парова било констатовано кретање апсидне линије које се тумачи релативистичким ефектима. Код већих система од интереса је провера основних закључака о динамичкој еволуцији (вид. претходни одељак) на основи поређења са посматрачким резултатима. Досадашње провере дале су, углавном, позитивне резултате. Такође су били проучавани и субгалактички системи у другим галаксијама (пре свега збијена јата и то у Магелановим облацима), а исто тако и двојне и вишеструке звезде које припадају звезданим јатима, за разлику од оних које називамо вишеструким звездама у пољу. Сва ова проучавања употпуњују и проширују наша знања, не само о самим субгалактичким системима, већ и о галаксијама. Овоме треба још додати и постојање субгалактичких система који нису гравитацијски везани - на пр. звездане асоцијације и разне кинематичке групе - будући да је уобичајено схватање да звезде настају масовно а не појединачно. Такође је важно да се помене и могућност образовања читавих галаксија из скупова мањих система, рецимо збијених јата.

4. Вангалактичка астрономија

Када се говори о галаксијама и оцењује напредак остварен на том пољу, довољно је рећи да се на почетку нашег века практично није знало за неку другу галаксију осим наше, а до данашњег дана је откривено више од сто милиона галаксија (Куликовский, 1985). Галаксија има разних по облику и величини, а упркос чињеници да је предложен читав низ различитих класификација, Хаблова, најстарија и најпознатија од свих, још увек се највише користи. Вероватан разлог за ово је њена једноставност. Једно од питања које мучи астрономе је и да ли једна иста галаксија у току своје еволуције мења облик, тј. прелази из једног Хабловог типа у други. Иако је, још средином прошле деценије, било готово са сигурношћу прихваћено да галаксије не мењају Хаблов тип у току своје еволуције, данас поново оживљавају схватања да се тако нешто не може искључити. Решавањем питања, као што су стабилност, поље сила, одступања од стационарности, итд., бави се према напред реченом динамика. На овом месту вреди се задржати на два питања која се тичу двају типова галаксија према Хабловој класификацији међу којима срећемо практично све циновске галаксије, а то су елиптичне и спиралне галаксије.

Дуго се сматрало да је приближан модел који објашњава грађу елиптичних галаксија обртни елипсоид. У данашње време се показује да би то могао да буде и троосни елипсоид (на пр. Горбацки (Горбацкий), 1986).

У вези са спиралним галаксијама треба рећи да је већ одавно познато да је код њих, знатно више него код других типова, изражено обртно кретање као њихово средње кретање. Мерења брзине обртања у зависности од растојања до осе ротације служе и за процену њихове укупне масе. Најновији резултати оваквих истраживања показују да и на прилично великим растојањима од осе обртања брзина ротације задржава приближно исту вредност као у по-

дручјима ближим центру. Ако је центрифугална сила која потиче од ротације уравнотежена гравитацијским привлачењем, онда се закључује да је оптичка маса једне спиралне галаксије недовољна за достизање центрифугалне равнотеже и да су спиралне галаксије по свој прилици окружене (засада) невидљивим коронама које се састоје од неке, нама још увек непознате, материје и имају велику укупну масу, те су стога главни саставни делови спиралних галаксија. Уопште узевши, идеја о тамној материји непознате природе је веома присутна у савременој астрономији и среће се у разним њеним областима (на пр. Тримбл (Trimble), 1987; Ашмен (Ashman), 1992).

За дискове спиралних галаксија је од посебног интереса питање њихове стабилности. Из литературе (на пр. Острајкер и Пиблс (Ostriker and Peebles), 1973; Марочњик и Сучков (Марочник и Сучков), 1984) је познато да на основи неких нумеричких експеримената проистиче да стационарно стање окарактерисано дисколиком просторном расподелом са великим уделом ротације у укупној кинетичкој енергији није стабилно и да у таквом систему настају структуре окарактерисане троосном симетријом. Једини „лек" да се одржи стабилност према овим експериментима је постојање неког додатног сфероликог подсистема који производи довољно јако поље гравитације. С друге стране, према неким посматрачким резултатима (Ashman, 1992) изгледа да пречагасте спиралне галаксије немају масивне короне начињене од тамне материје. Међутим, пречаге спиралних галаксија, као и саме спиралне гране, не обухватају велики део материје диска, већ су то само његови врло сјајни делови, осим тога заједно са спиралним гранама пречаге чине периодичну нестационарност. Када се томе још дода и околност да према резултатима нумеричких експеримената сферолики подсистем, неопходан за стабилизацију диска, треба да произведе јако гравитацијско поље у унутрашњим областима диска, а масивне короне, како ствари стоје, дају одлучујући допринос гравитацијском пољу спиралне галаксије тек у спољашњим областима диска, онда је јасно да проблем још ни издалека није решен. Такође није ни до краја проучено трајање релаксације у диску једне типичне спиралне галаксије.

У случају спиралне структуре као најперспективнија појављује се хипотеза спиралних таласа густине Лина и Шуа из 1964. године (опширније рецимо Марочник и Сучков, 1984), али ни она није могла да разјасни све проблеме. На пример, није потпуно јасно какви су извори спиралних таласа густине, залихе њихове енергије, механизми побуђивања и одржавања у току довољно дугих временских периода, као и како настају локална одступања од глобалне спирале диска. С друге стране, тумачење спиралних грана као таласне творевине која се обрће као круто тело изгледа примамљиво за објашњење низа посматрачких чињеница, рецимо појачаног присуства млађих објеката у спиралним гранама, а и нека предвиђања таласне теорије су потврђена резултатима посматрања - на пр. спирална структура поља брзина звезда и гаса, однос спиралне структуре и старог диска, трансверзални градијент старости објеката у односу на спиралну структуру итд.

Познато је да су дискови међузвезданог гаса у спиралним галаксијама извитоперени (од енгл. речи warp). Појава се састоји у томе да слој гаса по-

чевши од одређеног растојања од осе ротације одступа од равни симетрије и то одступање је све израженије са удаљавањем од осе. Осим тога извитоперење показује симетрију у односу на средиште галаксије. У нашој Галаксији, на пример, извитоперење гасног слоја почиње на растојању приближно једнаком Сунчевом. Као могуће објашњење наводе се или плимско дејство неке сателитске галаксије или нека унутрашња динамичка својства спиралних галаксија, рецимо неподударност оса ротације диска и сферног подсистема (опширније о самој појави Горбацкий, 1986).

Проучавање вангалактичких објеката се не може замислити без проучавања многих загонетних објеката. Најпознатији међу њима су квазари. Премда још увек није у потпуности разјашњено порекло њихове колосалне енергије, постоји могућност да су то језгра будућих галаксија чији траг у данашње време може да буде масивна црна јама у средишту галаксије (на пр. Рис (Rees), 1989). Разуме се, оваква могућност постоји и за нашу Галаксију и стога је нарочито код ње покушавана детекција масивне централне црне јаме. Иако досадашња испитивања нису дала позитивне резултате, поменута могућност не може бити искључена. Ово је, свакако, део једног ширег проблема - активности језгара галаксија за коју постоји раширено схватање да је нормална фаза у еволуцији сваке галаксије. Међутим, треба имати у виду да се закључак о огромној енергији квазара заснива на тумачењу црвених помака у њиховим спектрима као последице њихових великих хелиоцентричних растојања. Ово је заиста мишљење велике већине астронома, али има и супротних схватања (на пр. Арп (Arp), 1984).

У данашње време сазрева схватање да су суперјата галаксија последња реч у хијерархији система галаксија. У динамичким испитивањима система галаксија се такође користе нумерички експерименти засновани на проблему N тела с тим што се због знатно мањег односа димензија галаксија према међусобним растојањима него код звездаиих система врши модификовање Њутновог закона да би се овај ефект узео у обзир. Једно од најзначајнијих питања које се том приликом решава је, свакако, питање удела и уопште присуства тамне материје у системима галаксија. Познато је да размишљања на тему тамне материје почињу баш са проучавањем система галаксија, конкретно јата галаксија (на пр. Trimble, 1987). Премда је до пре неку годину изгледало да је удео тамне материје у укупној маси једног јата галаксија знатно већи него код једне појединачне галаксије, данас преовладава схватање да је тамна материја садржана у великим количинама у коронама појединачних галаксија за разлику од субгалактичких система који изгледа да не садрже неке битније количине тамне материје. Изузетак нису ни патуљасте галаксије (на пр. Лејк, (Lake) 1990). С друге стране треба правити разлику између оних система галаксија, као што су двојне галаксије и средишњи делови јата галаксија, где због велике концентрације галаксија долази до преклапања појединачних корона и стварања заједничке од система са релативно ниском концентрацијом галаксија, као што су групе галаксија, где овакво преклапање није могуће - рецимо Локална група галаксија (на пр. Нинковић и др., 1991). У системима са великом концентрацијом галаксија њихово узајамно гравитацијско

деловање је интензивно, па се догађају појаве аналогне појединачној релаксацији у звезданим системима (на пр. Мусио (Muzzio), 1987).

5. Галактичка астрономија

Када се говори о нашој Галаксији (Млечном путу) разликују се локална и глобална проучавања њене структуре. Први појам односи се на проучавања у области око галактоцентричног положаја Сунца. Ту се могу испитивати фини ефекти недоступни за проучавање, не само у другим галаксијама, него и у другим деловима Млечног пута. Неки познати проблеми из ове области још увек су актуелни. На пример, више од педесет година после Ортовог одређивања локалне густине галактичке материје динамичким методом (на пр. Орт, 1965) није сасвим јасно колико стварна вредност густине превазилази вредност добијену статистички и да ли је уопште превазилази (на пр. Глизе (Gliese), 1983). Једно још старије питање, а то је брзина кретања Сунца ка апексу, такође је још увек актуелно; недавно смо имали и један допринос наших истраживача (Агекјан и Поповић (Агекян и Попович), 1993). За описивање расподеле својствених брзина звезда и даље се користи Шварцшилдов елипсоид али у вези са њим има неразјашњених ствари; рецимо одступање главне осе елипсоида од правца ка центру Галаксије, познато као девијација вертекса, а које указује на одступање стања Млечног пута од стационарности и обртне симетрије (на пр. Санс и Катала (Sanz Subirana and Catala Poch), 1987) или неслагање односа дисперзије брзине дуж оса у галактичкој равни са локалним нагибом кружне брзине где је можда неопходна извесна поправка која узима у обзир тзв. асиметрични дрифт (разлика између локалне брзине ротације диска и локалне кружне брзине - на пр. Нинковић, 1992). Од интереса је и износ локалне критичне брзине. Ту је последњих година остварен значајан напредак везан за проучавање звезда Популације II које се налазе близу Сунца и назире се да је локална критична брзина знатно већа од локалне кружне брзине (на пр. Нинковић, 1987) што иде у прилог тамној, масивној, корони.

У проучавању глобалне структуре Галаксије могу се навести: проблем галактичких популација, проблем тамне, масивне, короне, као и проблем њене еволуције.

Проблем популација карактеристичан је и за друге галаксије, пре свега спиралне, као што је наша. У том смислу испитује се хемијски састав галактичких објеката и њихова просторна расподела. Задаци су да се установи, што је могуће тачније, корелација између старости и хемијског састава објеката у циљу ближег испитивања хемијске еволуције Галаксије, а на другој страни да се у везу са хемијским саставом доведе природа подсистема Галаксије као што су диск, хало, централни овал (енгл. bulge), дебели диск итд. (на пр. Фримен (Freeman), 1987).

У погледу постојања тамне масивне короне наша Галаксија није никакав изузетак у односу на друге спиралне галаксије. Кружна брзина, поуздано утврђена до растојања од осе ротације приближно двоструко већег од Сунчевог,

износ локалне критичне брзине, као и закључци о укупној маси Млечног пута засновани на испитивању кретања његових сателита, указују да тамна масивна корона заиста постоји. Том приликом доња граница укупне масе Млечног пута „расте" у смеру од метода заснованог на кружној брзини ка методу заснованом на кретању сателита. Ово „неслагање" је реално само на први поглед јер треба схватити да три поменута метода имају различит домет.

Проучавање кретања сателита већ задире у област Локалне групе галаксија. Због повећаног интереса за сателите Млечног пута израженог у последње време сакупљен је знатан посматрачки материјал. Један од најдаљих сателита, ако не и најдаљи, галаксија Лав I чија се хелиоцентрична даљина процењује на око 250 kpc, због своје велике хелиоцентричне брзине сугерише и велику вредност за укупну масу Галаксије - око $1,7 \cdot 10^{12} M_{\odot}$ (Ли (Lee) и др., 1993). Треба рећи да се у овом случају, као и код других сателита са изузетком два најближа, а то су Магеланови облаци где у последње време имамо резултате мерења сопственог кретања (на пр. Тухолке и Хизген (Tucholke and Hiesgen), 1991), може одредити само једна хелиоцентрична компонента брзине - радијална. То, свакако, утиче на поузданост интерпретације али поређење са остала два метода указује на релативно добро слагање када се имају у виду сва ограничења у приступу. С друге стране, структура Локалне групе је таква да у њој постоји још једна џиновска спирална галаксија - позната галаксија у сазвежђу Андромеде.

Укупан број галаксија у Локалној групи није поуздано утврђен јер је за то неопходно темељито познавање њихових удаљености и брзина. Ипак, грубо говорећи, она личи на двојну галаксију (и то нетипичну, широк пар) коју чине Млечни пут и Андромедина маглина (М 31). У вези с тим постоји сада већ стари проблем на који су први указали Кан и Волтјер (Kahn and Woltjer) (1959). Реч је о томе како да се објасни изузетно велики (и поуздано утврђени) плави помак код ове две галаксије (брзина приближавања око 300 kms^{-1}). Различите процене даване за укупну масу система биле су такве да се није могао искључити случајан сусрет двеју масивних галаксија (на пр. Линден-Бел (Lynden-Bell), 1983). Међутим, најновији резултати за појединачне масе добијени из кретања сателита су у складу са великом укупном масом за цео пар.

Код проучавања еволуције Галаксије најчешће се спомиње идеја о сажимању њене материје под дејством сопствене гравитације развијена у пионирском раду Егена (Eggen) и др. (1962). Притом, овакво схватање није нипошто ограничено само на нашу Галаксију, већ оно важи за друге, поготову спиралне, галаксије. Међутим, објашњење овог процеса захтева решење читавог низа проблема. Поменимо само неке од њих: издвајање подсистема, расподела укупног момента импулса међу тим подсистемима, улога корелације старост - хемијски састав итд.

6. Закључак

У најкраћем би се могло рећи да област проучавања звезданих система ни издалека није завршена. Она нуди обиље тема за даљи рад чему нарочито доприносе напредак посматрачке технике и развој рачунарства. Прва околност повећава фонд расположивих посматрачких података и истовремено побољшава квалитет већ постојећих. Друга околност омогућује да се остваре замисли о којима је до недавно могло само да се машта.

Исто тако, несумњиво је да за развој звездане астрономије има услова и на нашем тлу јер су набавка литературе и рачунара у границама наших финансијских могућности. Осим тога, не треба заборавити да је могуће и добијање посматрачког времена на моћним телескопима у свету чиме се може и непосредно учествовати у повећавању фонда расположивих података, тј. у унапређењу квалитета постојећих.

Референце

Агекян, Т. А.: 1962, у Курс астрофизики и звездной астрономии, том II, уред. А. А. Михайлов, Гос. изд. физ. - мат. лит., Москва, стр. 528.

Агекян, Т. А. и Попович, Г.: 1993, *Астрон. ж.*, **70**, 122.

Ангелов, Т.: 1994, Галактичка звездана астрономија, универзитетски уџбеник, Београд, у штампи.

Arp, H.: 1984, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, **96**, 148.

Ashman, K. M.: 1992, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, **104**, 1109.

Atanasijević, I.: 1971, Selected Exercises in Galactic Astronomy, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht - Holland.

Атанасијевић, И. и Милорадов-Турин, Ј.: 1974, Изабрана поглавља из звездане астрономије, скрипта, Београд.

Binney, J. and Tremaine, S.: 1987, Galactic Dynamics, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Chandrasekhar, S.: 1960, Principles of Stellar Dynamics, Dover Publications, Inc., New York.

Eggen, O. J., Lynden-Bell, D. and Sandage, A. R.: 1962, *Astrophys. J.*, **136**, 748.

Elson, R., Hut, P. and Inagaki, S.: 1987, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **25**, 565.

Freeman, K. C.: 1987, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **25**, 603.

Gliese, W.: 1983, u The Nearby Stars and the Stellar Luminosity Function, *IAU Coll.* No **76**, ured. A. G. Davis Philip, Arthur R. Upgren, L. Davis Press, Inc., Schenectady, New York, USA, str. 5.

Горбацкий, В. Г.: 1986, Введение в физику галактик и скоплений галактик, изд. Наука, гл. ред. физ. - мат. лит., Москва.

Jefferys, W. H.: 1976, *Astron. J.*, **81**, 983.

Kahn, F. D. and Woltjer, L.: 1959, *Astrophys. J.*, **130**, 705.

Куликовский, П. Г.: 1985, Звездная астрономия, Наука, глав. ред. физ. - мат. лит., Москва.

Lake, G.: 1990, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, **244**, 701.

Lee, M. G., Freedman, W., Mateo, M. and Thompson, I.: 1993, *Astron. J.*, **106**, 1420.

Lightman, A. P. and Shapiro, S. L.: 1978, *Rev. Mod. Phys.*, **50**, 437.

Lynden-Bell, D.: 1983 u The Milky Way: Structure, Kinematics and Dynamics, ured. W. L. H. Shuter, D. Reidel Publish. Comp., Dordrecht-Holland, str. 354.

Марочник Л. С. и Сучков, А. А.: 1984, Галактика, Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., Москва.

Muzzio, J. C.: 1987, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, **99**, 245.

Ninković, S.:1987, *Astrophys. Space Sci.*, **136**, 299.

Нинковић, С., Чернин, А. и Шакенов, М.: 1991, *Астрофизика*, **34**, 213.

Ninković, S.: 1992, *Astrophys. Space Sci.*, **187**, 159.

Огородников, К. Ф.: 1958, Динамика звездных систем, Гос. изд. физ. - мат. лит., Москва.

Огородников, К. Ф.: 1958, Динамика звездных систем, Гос. изд. физ. - мат. лит., Москва.

Oh, K. S., Lin, D. N. C. and Aarseth, S. J.: 1992, *Astrophys. J.*, **386**, 506.

Ort, 1965, u Galactic Structure, Volume V of Stars and Stellar Systems, ured. A. Blaauw i M. Schmidt, The University of Chicago Press, Chicago & London, str. 455.

Ostriker, J. P. and Peebles, P. J. E.: 1973, *Astrophys. J.*, **186**, 467.

Perryman, M. A. C.: 1986, Ad Astra Hipparcos, ESA BR - 24, Divisions des Publications de l'ESA, ESTEC, Nordwijk, Pays-Bas.

Rees, M. J.: 1989, *Rev. Mod. Astron.*, **2**, 1.

Sanz Subirana, J. and Catala Poch, M. A.: 1987, *Publ. Astron. Inst. Czech. Acad. Sci.*, **69**, 267.

Terlevich, E.: 1987, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, **224**, 193.

Trimble, V.: 1987, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **25**, 425.

Tucholke, H.-J. and Hiesgen, M.: 1991, u Proc. IAU Symp. 148, ured. R. Haynes and D. Milne, Kluwer Acad. Press, Dordrecht-Holland, str. 491.

Зонн, В. и Рудницкий, К.: 1959, Звездная астрономия, авт. перевод с польского В. Зонна под. ред. П. П. Паренаго, Изд. иностр. лит., Москва.

STELLAR SYSTEMS

SLOBODAN NINKOVIĆ

Astronomical Observatory, Volgina 7, 11050 Belgrade

Abstract. A review concerning the current state of research in the field of stellar astronomy is given. The level corresponds to that of undergraduate students. Stellar astronomy is defined as a general science studying stellar systems, but without including cosmology (which studies the universe as a whole). It is emphasized that the problems are far from being exhausted, as well as that the conditions for developing stellar astronomy in this country do exist.

Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 101 – 115

АСТРОМЕТРИЈСКИ ЗНАЧАЈ ПОСМАТРАЧКИХ ПОДАТАКА, ДОБИЈЕНИХ ПОМОЋУ ЗЕМЉИНИХ ВЕШТАЧКИХ САТЕЛИТА TYCHO И HIPPARCOS

СОФИЈА САЦАКОВ И ДУШАН ШАЛЕТИЋ

Астрономска опсерваторија, Волгина 7, 11050 Београд

Резиме. У овом чланку се говори о вештачким сателитима Hipparcos и Tycho, њиховом значају, задацима, карактеристикама, кретању, управљању, мерењима и обради добијених података из посматрања као и везивању мерених података за вангалактичке објекте.

Један од највећих по важности астрометријских пројеката реализује се последњих тридесет година овога века. Задатак пројекта названог Hipparcos је, да се одреде положаји, сопствена кретања и паралаксе великог броја звезда. Сателит је добио назив на основи скраћенице **H**igh **P**recision **Par**allax **C**ollecting Satellite, тако да није случајно добило име грчког астронома Хипарха, који је у другом веку пре наше ере открио прецесију и саставио први каталог звезда. Основну идеју о вештачком сателиту Земље (ВСЗ) Hipparcos дао је P. Lacroute 1966. год. У програм Европске свемирске агенције (ESA) уврштен је 1980 год, а лансиран 1989. године.

Идеја о извођењу посматрања помоћу ВСЗ, привукла је на себе пажњу јер та реализација решава многе проблеме садашње земаљске астрометрије.

Као прво, нестаје досадашњи проблем утицаја атмосфере, која повлачи са собом неке важне појаве, као што су рефракција, атмосферска дисперсија, апсорпција светлости, погоршање видљивости, што у данашње време смањује могућности инструмената постављених на Земљи.

Друго, ВСЗ Hipparcos омогућава добијање посматрачких података у једном координатном систему тј. добијају се историдна посматрања по целој небеској

сфери.

Треће, искључује се утицај гравитационог поља Земље, сва могућа савијања инструмента, напрезања у фундаменту, што захтева сталну контролу параметара оријентације инструмента.

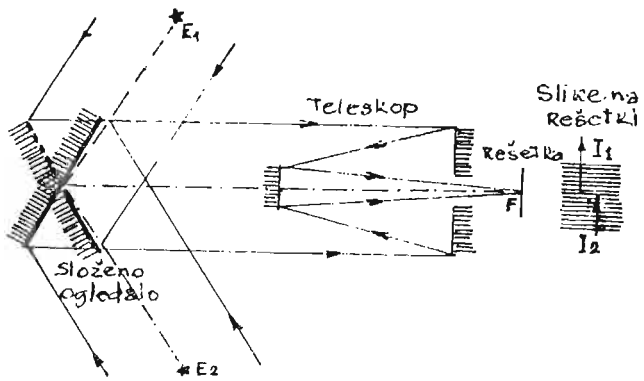
Четврто, отпада неопходност обрачунавања параметара обртања Земље, „нетачност" познавања истих, која се јавља, као основни узрок погоршања нетачности упоришног координатног система током времена.

Пето, могу се вршити мерења положаја звезда у току целог дана — 24 часа, па је зато и могуће у току 2,5 године извршити посматрања више од 100 000 звезда четири пута (400 000 мерења звезда).

Међутим, није све тако ружичасто, постоје и технолошки проблеми, као што су очитавање температуре на ВСЗ, контрола оријентације ВСЗ и др.

У списак посматрања укључени су објекти до $m_v = 13$ из разних предложених програма. Резултати посматрања ће имати велики утицај на многе области астрономије, даће једнородан и високе тачности упоришни координатни систем, заснован на звезданим положајима, вредности паралакса звезда, а и омогућиће се прекалибровање скале космичких растојања као и повезивање са скалом маса и светлости звезда. Подаци о сопственим кретањима звезда ће омогућити прецизирање питања звездане динамике и еволуције звезда. Тако добијен упоришни систем са густином око две звезде на квадратни степен, моћи ће се повезати помоћу посматрања са ВСЗ „Space Telescope" са инерцијалним упоришним системом координата, заснованим на посматрањима квазара или радиоизвора помоћу дугобазичне интерферометрије (Very Long Base Interferometry VLBI).

Да би се постигао циљ, висока тачност у астрономији тј. одредили астрометријски параметри звезда по целој небеској сфери са истом тачношћу, принцип мерења треба да омогући одређивање великих углова (реда радијана) са тачношћу око 0″.001. У томе циљу телескоп постављен на ВСЗ Hipparcos обједињује у фокалној равни два поља вида која на небеској сфери стоје под углом од 58°. Оригиналност Hipparcos-a је у томе, што се користе три методе на један комплементаран начин. Угаона референца се користи углом $\gamma/2$ који

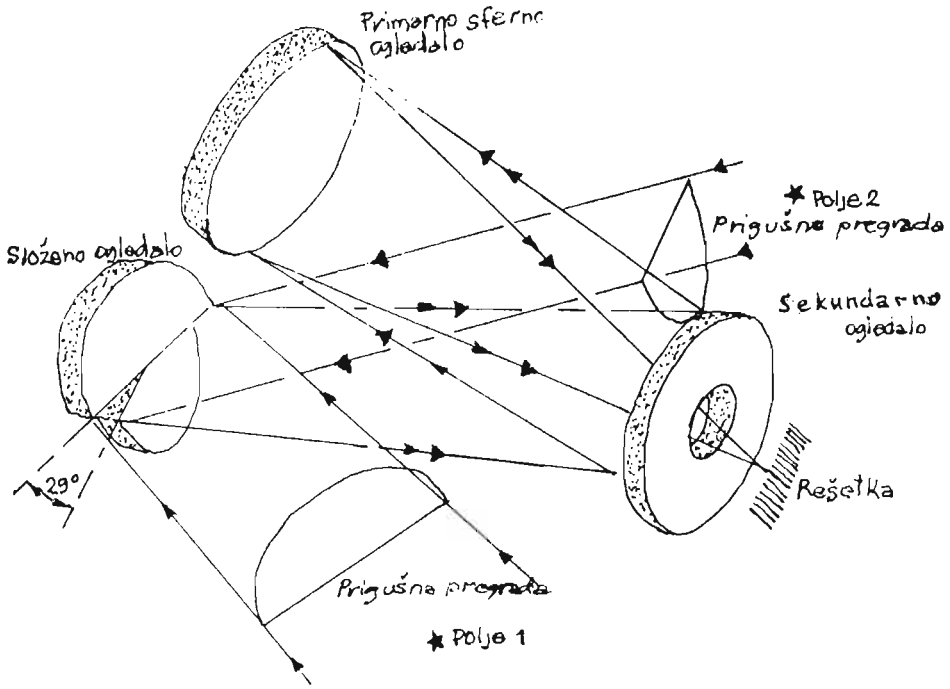


Слика 1.

образују два приљубљена огледала, која одбијају према једној истој фокалној равни лик два звездана поља раздвојена углом γ (који се зове угао базе). Углови се мере ротацијом или поређењем са еталоном, док се мали углови мере поређењем фазе модулације ликова на решетки, као у случају астрометријског фотометра (сл. 1).

Оригиналност вештачког сателита Hipparcos је у томе што се напред поменуте методе користе на један комплементаран начин.

Једна решетка са паралелним празнинама модулише светлост док се сателит обрће полако око једне осе управне на раван слике, и паралелна је с линијом пресека комплексног огледала (сл. 2).



Слика 2.

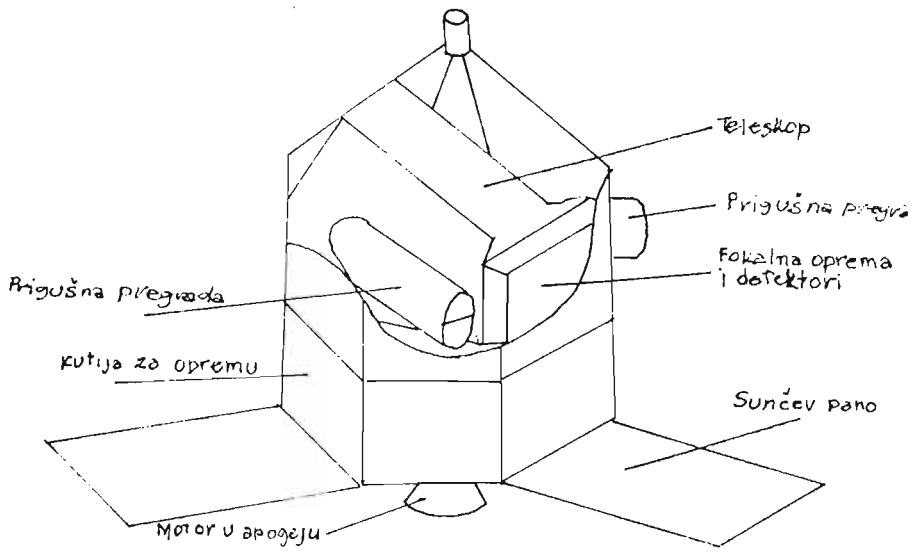
Резултати анализе кривих модулација, омогућују да се одреди привидно растојање звезда, а да се не додаје угао базе, ако звезде нису у истом пољу. Тако се повезују у сваком тренутку објекти смештени на удаљености приближно 2γ. Сателит при кретању око Земље обрће се и око своје осе, па се добија и велики број веза између звезда, које се користе за одређивање положаја звезда на небу. Ротација сателита се не користи директно при мерењу углова, али познавање оријентације сателита у сваком тренутку је неопходно и доприноси да се дође до решења, користећи додатне захтеве и параметре геометријске обраде посматрања. Ове податке треба добити из посматрања звезда на решетки и то секундној решетки тзв. „репер звезди".

Промене правца осе обртања специјалним начином, омогућава да се постигне потпуно покриће небеске сфере посматрањима звезда. Велики круг по небеској сфери се опише за 2^h8^m, док сателит изврши дневно 11,25 обрта око Земље. Оса обртања је нагнута под углом од 43°, усмерена у правцу Сунца и описује прецесиони круг за 57 дана. Активно сканирање целе небеске сфере биће извршено пет пута, што омогућава да се добију тачније координате звезда, сопствена кретања и паралаксе. Регистрација посматрања се реализује истовремено решеткама са пукотинама постављеним тако, да су пукотине распоређене управно на правац сканирања.

У току обраде посматрања, појављују се грешке тражених резултата, које се отклањају узастопним сканирањем а познавајући положај осе сателита са тачношћу 0″.1. У току времена посматрања, оријентација сателита треба да је позната са тачношћу од 1″. Зато су у фокалној равни телескопа у сателиту уведена два допунска система картирања звезда, која се састоје из неколико зареза специјалних геометријских облика.

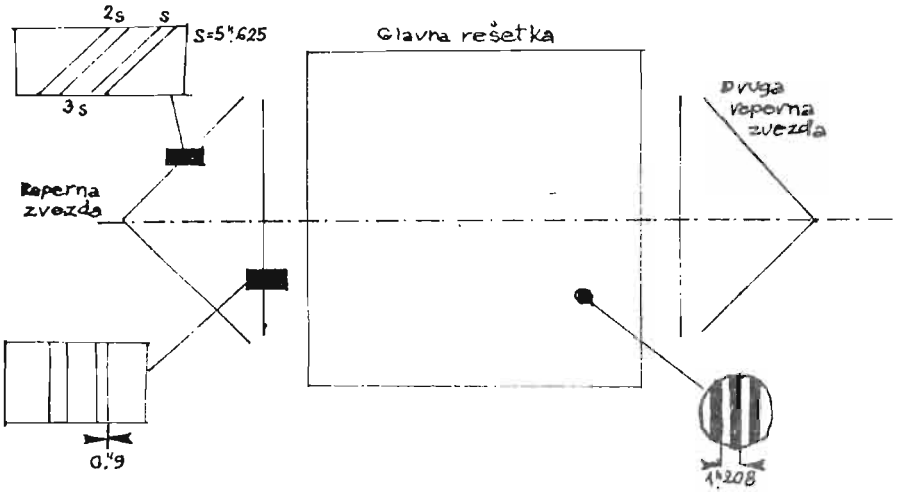
Карактеристике сателита

Тежина сателита је око 1 200 kgr. У доњем делу се налазе три издужења која носе сунчеве ћелије и сателитски модул који обухвата апогејски мотор, калкулатор на палуби сателита, систем контроле оријентације, одашиљач, пријемник итд. У горњем делу се налази оптички прибор, екрани који штите два огледала од паразитске светлости и усмерени су у два звездана поља (сл. 3).



Слика 3.

Комплексно огледало пречника 29 cm је пресечено на два дела која стоје под углом од 29°. Стабилност овога угла је уствари фундамент за инструмент, који се у току 24 часа мења у границама десетохиљадитог дела лучне секунде. Такође постоји одлична термичка контрола у сателиту инструмената. Целокупно коришћено поље је пречника од 1°.8, са једним сферним огледалом f = 140 cm, Шмитовом корективном плочом која се састоји из делова Шмитовог огледала. У жижи огледала налазе се решетке (сл. 4). Главна решетка се састоји из 2688 прореза, чије су ивице дебљине 22 mm и дају на небу поље размере 0°.9 × 0°.9. Сваки корак решетке износи на небу 1″.208, док је величина прореза 0″.47. Лик решетке се помоћу оптичког система, који се налази на једном осетљивом лежају фотоелектричног пријемника, претвара у електронски лик. Кад се накупи мноштво емитованих електрона, добија се једна мешавина модулација свих звезда у пољу вида. Да би се то избегло постављен је један дисектор ликова који не дозвољава да се издвоји више од једног малог дела електронског лика пречника од око 30″.



Слика 4.

Користећи струје специјалне намене лик звезде се смешта тако, да део који окружује звезду, чија се модулација жели регистровати пада у шупљину. Тако прикупљени електрони се броје са учестаношћу од 1200 Hz.

Са сваке стране од главне решетке налазе се репери звезда, који се састоје из две групе од по четири прореза, ширине 0″.91 и висине 40′, док је удаљеност њихових центара 5″.625, 16″.875 и 11″.25.

Једна група је састављена од паралелних прореза на решетки, док је друга од зубаца, под углом од 45°. Светлост која продире у један од репера, прелази преко дихроичне оштрице која одбија светлост у два фотомултипликатора. Ова оштрица игра улогу филтра, који је приближно еквивалентан филтру B система UBV на једном од фотомултипликатора и филтру V истог система на другом. Два фотомултипликатора су размерена на синхрон начин по 600 Hz.

У прихваћеној варијанти конструкције пријемног дела телескопа, предвиђено је коришћење решетака система картирања за допунска одређивања координата од 400 000 до 1 000 000 звезда са малом тачношћу положаја од 0″.01 до 0″.03. Примењена је фотометрија на све те звезде у плавој (B) и видљивој (V) области и то са тачношћу око 0″.1. Тај експеримент је назван Tycho и придодат је овом основном пројекту 1982. године.

Исте године 1982. Е. Хог предложио је да се на ВСЗ Hipparcos врше посматрања и у ултравиолентној области (у систему U) као допуна посматрања у B и V. Ако звездане величине у U области одредимо са тачношћу од $0^m.1$ до $0^m.2$ тада је могуће „формирати" звезде по параметрима U-B, као „противтег" дијаграму B-V. Ово ће омогућити откривање белих патуљака, проучавање црних рупа, као и двојних звезда са променљивом плавом компонентом.

Од предложених шест оптичких система, одабран је систем AU-reflektive Schmidt, пошто је задовољио постављене критеријуме: мале препреке при пролазу светлости, минимум асиметричне аберације, мала осетљивост на остатак светлости, довољна имуност на расипању светлости, одређен степен кривине фокалне површине, могућност примене у космичкој техници итд.

Кретање и команда управљања сателита по небу

Сателит Hipparcos у току 2,5 године треба да се креће по целом небу и да га снима. Да би се све предвиђено успешно извршило потребно је да у току рада термички услови и сметње фона буду што је могуће приближније константној величини, а то поставља услов, да оса ротације сателита, заклапа константан угао са правцем Сунца. Значи, сателит се обрће око своје осе за 2^h8^m, док звезда прелази поље главне решетке за $19^s.2$, а оса ротације обрне се око Сунца за 56 дана и заклапа са његовим правцем угао од 43°. Услед привидног кретања Сунца по небеском своду пребрисавање ВСЗ Hipparcos се понавља сваких 56 дана са помаком од 57°.

На сателит делује већи број сила од којих најважније потичу од Сунчевог зрачења, реакције жироскопа, и у мањој мери утицаја гравитације због привлачења Земље. Сателит на својој путањи око Земље, остављен сам себи, брзо отступа од свог номиналног држања и то у просеку 10′ за десетак временских минута, а никако не би смело да буде више. За обртно кретање сателита даје се импулс млазевима гаса, чији се интензитет регулише помоћу рачунара који се налази на самом сателиту. Ову улогу контроле обављају жироскопи, чије се кретање стално контролише посматрањем пролаза звезда кроз „звездани репер". Знајући координате 60 000 звезда и тренутке њиховог пролаза кроз решетке, добија се веза између параметара држања у датом тренутку, која омогућава да се коригују показивања жироскопа.

Ово одређивање се ради са тачношћу од 1″, што је исто, као и код координата звезда коришћених за стављање у погон у произвољном тренутку млазева гаса, и за управљање дефлектора дисектора ликова, да се не би посматрало више од једне звезде, чији је положај добро познат у пољу.

Мерење и обрада добијених података из посматрања

Програм Hipparcos садржи око 120 000 звезда. Приликом мерења присутне су четири звезде у два видна поља јер се не може истовремено посматрати модулација свих звезда. Треба их посматрати у низу.

Посматрачко време је подељено на кратке интервале и подешава се тако, да током једног периода од 2/15 временске секунде, све звезде које се налазе у пољу вида буду посматране 1/75 секунде и то сјајније, док оне слабијег сјаја, нешто дуже. Овај низ посматрања се понавља 16 пута, па се добијају износи за сваку звезду, подељени на један референтни период од 32/15 секунде, који се региструје у том низу симболом T4. Један такав период садржи 2560 износа на 1200 Hz, а то представља модулацију светлости звезда, чији је период незнатно већи од осам елементарних износа.

На основи напред наведеног, може се закључити да из T4 проистиче, да се група посматраних звезда може мењати у низу изласка неких звезда и уласка других у поље вида. Једна звезда се посматра у осам низова T4, док пролази кроз поље вида. Сви подаци мерења шаљу се на Земљу у Центар који се бави обрадом и анализом добијених резултата.

Међутим, има тешкоћа око обраде, јер није могуће да се обради „en bloc" подаци, које сателит шаље на Земљу током 2,5 године од 20000 битова у секунди обраде. У прво време, обрађује се један много мањи скуп података и из њих извлаче мање компликоване информације, које у ствари представљају суштину података. Једна од предности у овом послу је и та, што се фон неба полако мења при кретању сателита, па се узело као решење да се анализирају подаци током времена T од неких 10-11 часова, што одговара пет обрта сателита.

Пођимо од тзв. тренутног великог круга држања — то је велики круг који повезује центре два поља вида сателита — изабере се један референтни велики круг (РВК) који је у ствари тренутни круг у средини разматраног периода. Услов је да при кретању сателита и снимању неба, тренутни кругови никад не заклапају са РВК угао већи од 1°.5. Редукција на велики круг се састоји у томе, да се после посматрања пројекција геометријског положаја звезде своди на велики круг.

Приликом редукције посматрања звезда, полази се од једног тзв. улазног каталога који садржи положаје, сопствена кретања и паралаксе најбоље одређених звезда у данашње време. Положаји су средњи и сведени на екватор и еквинокцај J 2000 и представљају референтни систем у коме су дати сви посматрачки подаци. При обради посматрачког материјала мора се строго водити рачуна, да се сателит не обрће само око своје осовине и Земље, већ да има стално унапред одређен један привидни правац.

Зато је потребно, да се израчуна за сваки тренутак посматрања t (средина од T4) положај звезде. Треба извршити неопходне поправке како би се положаји посматраних звезда свели на тренутак t. То значи, да треба извршити свођење свих посматрања једне звезде током времена T на један, једини положај; бира се за сваку звезду један средњи тренутак T_0 ових посматрања и рачуна се њен

геометријски положај, тј. положај у улазном каталогу, на који утичу једино промене паралакса и сопствених кретања звезда.

Везивање са вангалактичким објектима

Постојање шест слободних параметара на сфери има за последицу да је референтни систем представљен положајима и сопственим кретањима, одређеним редукцијом података добијених са Hipparcos-а у потпуности кохерентан и нема везе са референтним системима како кинематичким, тако ни динамичким. Међутим, следећи ту кохеренцију, може се прећи са Hipparcos-овог репера на сваки други репер који материјализује један референтни систем дат заменом јединственог вектора правца звезде за епоху $\vec{E}_0$, његовим производом преко једне фиксне ротације

$$\vec{E}'_0 = R\vec{E}_0 \ .$$

Пошто се израчуна положај E_t, у тренутку t и примењујући ту ротацију пропорционалну времену, имамо

$$\vec{E}'(t) = R'(t - t_0) \cdot \vec{E}_0$$

Ротацијом за мале углове имамо релацију

$$\vec{E}'(t) = (R + R'(t - t_0)) \cdot \vec{E}_0$$

Вредности R и R′ се одређују упоређивањем положаја одређеног броја звезда у два референтна система решавањем помоћу методе најмањих квадрата. Пошто у FK5 програм Hipparcos има велики број звезда лако се могу трансформисати из тога програма у систем FK5.

Потребно је имати директна мерења положаја звезда програма Hipparcos-а у једном вангалактичком референтном систему. Ради се о радио звездама које се посматрају помоћу VLBI, чији су положаји и сопствена кретања одређени у односу на вангалактичке радиоизворе са истом или већом тачношћу од оних добијених из Hipparcos-ових мерења.

Положаји звезда програма Hipparcos-а посматрају се релативном методом, а положаји квазара уз помоћ свемирског телескопа, што омогућава да се добију годишње варијације удаљености звезда од квазара са тачношћу 0″.002 у току једне до три године. Информације о положајима нису поуздане, ако је положај квазара измерен помоћу интерферометра и ако се дозволи да дође до поклапања радио и оптичког положаја. Што се тиче сопственог кретања оно има мању тачност због несигурности оријентације поља свемирског телескопа одређеног положајима „реперних звезда", које могу имати грешке више лучних секунди. Сама варијација угаоне удаљености квазара је ослобођена ове грешке.

Међутим, ако постоје добро очуване фотографске плоче, које датирају од пре четрдесет и више година, поређења положаја звезда програма Hipparcos у односу на галаксије са којима су мерене на каснијим плочама, даће нам сопствена кретања чија се тачност може проценити на 0″.005.

Ако се нађе довољан број таквих посматрања, она ће дати један прилог који није занемарљив за везивање каталога Hipparcos за један вангалактички репер.

Скуп ова три типа података, омогућује да се надамо, да ће положаји, сопствена кретања и паралаксе звезда бити одређене са тачношћу реда величине стотог дела лучне секунде односно лучне секунде годишње.

Програм Tycho

У прихваћеној варијанти конструкције пријемног дела телескопа предвиђено је коришћење решетака, система „картирања" ради допунских одређивања координата од 400000 до 1 000 000 звезда, са мањом тачношћу положаја (0″.01 - 0″.03), као и примену фотометрије на све те звезде у плавим (B) и видљивим (V) областима, са тачношћу око 0.1^m. Тај је експеримент назван Tycho припојен је 1982 године основном пројекту, што је знатно раширило област примене података, добијених помоћу ВСЗ Hipparcos.

Треба рећи да је пројекат Tycho – пуштање астрометријског ВСЗ са задатком одређивања координата великог броја звезда – био предложен на самом почетку предлога пројекта Hipparcos и затим је нашао своје важно место, као део овог интересантног пројекта. Пројекат Tycho назван је у част Тихо Брахеа (1546 - 1601).

Супротно главној решетки Hipparcos-а на којој се захваљујући дисектору ликова, не посматра више од једне звезде одједном, репер звезда прима фотоне, који потичу од свих звезда које пролазе кроз решетке. Главна мисија користи само један мали део непрекидног регистровања фотона од стране два фотомултипликатора на B и V и то програмских звезда, које се користе за одређивање стабилности. Процењује се да постоји око 500 000 звезда које емитују употребљив сигнал; то су све оне чије су B и V магнитуде $m \leq 10.5$.

Програм Tycho има за циљ да извуче максималан проценат тако прикупљених података. Процењујући интензивност у сваком од B и V канала, одредиће се магнитуда свих звезда у фотометријским системима B и V, као последица индекса боје и њихове промене у функцији времена. Истовремено ће се одредити положаји звезда (α, δ), сопствена кретања (μ_α, μ_δ) и паралакса (π).

Обрада посматрачког материјала

Како постоје подаци о посматраним звездама у основном каталогу, врше се посматрања звезда и одређују одговарајући тренуци пролаза. Ако су рачуни предвиђања пролаза били добри, директно се приступа идентификацији звезда, а за свако посматрање звезда акумулирају се времена проласка, која ће се користити при коначној обради.

Паралелно се врше пребројавања у сваком каналу и оцењује се интензивност флукса зрачења, што уз поређења са посматрањима звезда омогућује, да се одреде магнитуде B и V, као и индекси боје B-V ових звезда, са њиховим евентуалним временским променама.

Очекује се после 2,5 године посматрања звезда да ће се добити тренуци пролаза сваке идентификоване звезде, кроз једну од две групе прореза. Један од првих задатака је, да се при главној обради одреди стабилност у сваком тренутку, са тачношћу која превазилази неколико хиљадитих делова лучне секунде дуж пребрисавања, а више од десетог дела у другим правцима.

Пођимо од једначине

$$\Theta(\lambda, \xi, \Psi(t), \theta(t), \phi(t), \gamma, A, A', B, B', c) = 0$$

која повезује за тренутак t три параметра положаја сателита Ψ, θ, ϕ. Остале величине су познате и експлицитне у односу на све остале параметре. Коефицијенти A, A′, B, B′ c — су коефицијенти трансформације решетка — поље. Пет астрометријских параметара (α_0^0, δ_0^0, μ_α^0, μ_δ^0, ω_0), представљају варијацију координата у функцији времена

$$\alpha = \alpha_0^0 + \Delta\alpha_0 + (\mu_\alpha^0 + \Delta\mu_\alpha) \cdot (t - t_0) + p_\alpha(r(t), \alpha_0, \beta_0) \cdot (\omega_0 + \Delta\omega)$$
$$\delta = \delta_0^0 + \Delta\delta_0 + (\mu_\delta^0 + \Delta\mu_\delta) \cdot (t - t_0) + p_\delta(r(t), \alpha_0, \beta_0) \cdot (\omega_0 + \Delta\omega) \ .$$

где су p_α и p_δ паралактички коефицијенти дати за тренутак t који зависе од вектора $\vec{r}$ који повезује барицентар Сунчевог система са сателитима, а α_0^0 и δ_0^0 ректасцензија и деклинација једне звезде Σ за епоху t_0, дате улазним каталогом; μ_α^0 и μ_δ^0 је сопствено кретање звезде, док је ω_0 референтна паралакса.

Тежине се уводе на основи астрометријских параметара у току одређивања тренутака пролаза.

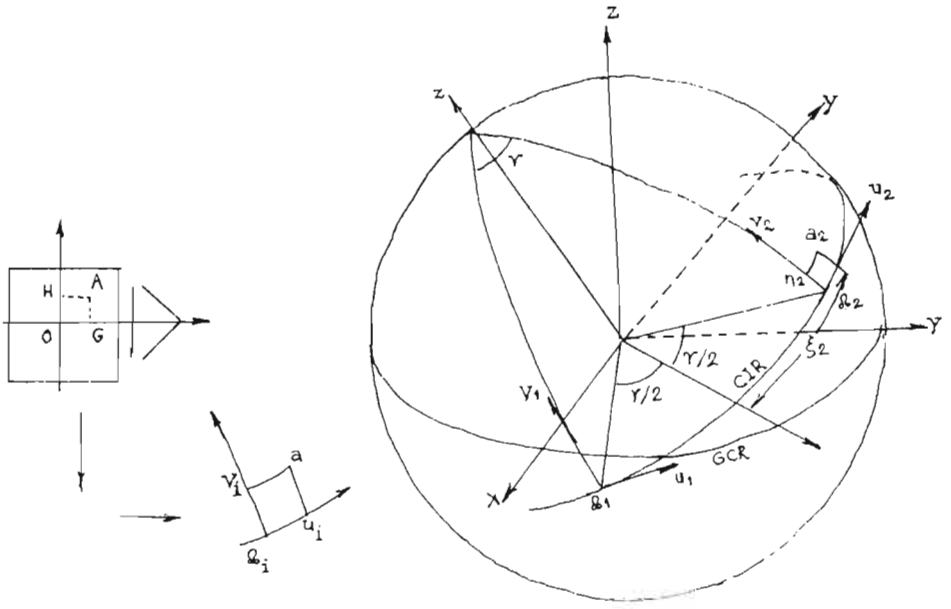
Вредност D_k, $k = 1, 4$ (коефицијенти A, A′, B, B′) може да варира са временом, па је неопходно да се поступак обави у два различита времена и да се реше ове једначине.

Разматраће се заједно посматрања обављена током једног или више дана. Увешће се хипотеза, да поправке астрометријских параметара звезда имају једну средњу вредност која је једнака нули и тада решавати једначине по D_k.

Тако се добијају за целу мисију скупови основних вредности $D_k(t)$ инструментских параметара.

Поправке које се примењују на пет астрометријских параметара, могу се добити решавањем система једначина које се односе на неку звезду нпр. „i" и ту се замењују вредности $D_k(t)$.

Овај двоструки поступак може се применити, ако се процени да коришћени еталони нису довољно прецизни, са приближним подацима улазног каталога. Сваких шест или дванаест месеци врше се одређивања и анализе резултата посматрања звезда (сл. 5).



Слика 5.

Тачност астрометријских резултата Tycho-a је мања од оне, која се добија из главне мисије. Разлика долази због различите дужине трајања посматрања.

Анализирајмо резултате посматрања звезде m = 9.0, која је прошла кроз главну решетку 100 пута, средње време посматрања је четири секунде у једном пролазу; астрометријски параметри су одређени из 400 sec посматрања. Због вертикалне димензије, која је редукована на регеру звезда, звезда ће проћи нешто више од 75 пута. Трајања посматрања кроз сваки прорез за 0^s.03. Како има осам прореза, сваки пролаз звезде кроз њих не даје простора за више од 0.24 sec корисног посматрања, што износи за целу мисију приближно 20 секунди.

Однос тачности је пропорционалан квадратном корену из односа броја прикупљених фотона, што се може сматрати и да је то само функција односа трајања корисног посматрања. Проистиче, да ако добијена тачност на главној решетки износи 0″.002 оно што се може очекивати за Tycho је реда величине

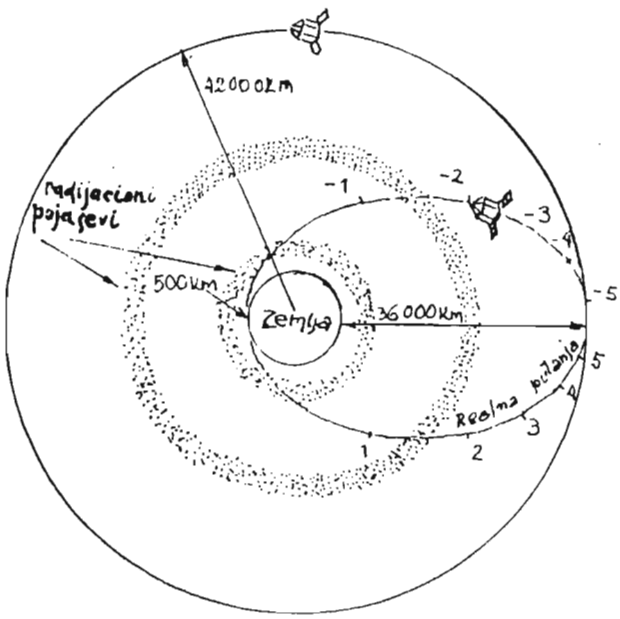
$$0''.002 \cdot \sqrt{20} \approx 0''.009$$

За слабе звезде привидне величине нпр. m = 10.0, тачност износи 0″.016. Однос сигнал-шум тежи 1,5 за звезде чија је магнитуда m = 10.5, што је и граница могућности овог експеримента.

Реализација мисије Hipparcos

Познавање положаја, сопствених кретања, паралаксе, боје и магнитуде звезда програма Hipparcos-а, било је недовољно, па је требало организовати и посматрања са Земље у циљу побољшавања истих. Одабрано је од предложених 215 000 звезда 120 000 за овај програм, које задовољавају постављене услове од стране Конзорцијума INCA (Input Catalogue) који се састоје у следећем:

1. стварање базе података, који се односе на све тражене звезде (положаји, сопствена кретања, магнитуде, спектре, променљивост и двојност) и њихово коришћење при новим посматрањима;
2. посматрање положаја 8 000 звезда и 63 мале планете помоћу фотоелектричних и визуалних меридијанских кругова у Бордоу, Београду, Букурешту, Ла Палми, Токиу и мерењу близу 135 000 звезда методама астрометријских инструмената. Тачност ових мерења је већа од 0″.2 по свакој координати. Оваква посматрања омогућавају одређивање приближне магнитуде;
3. поновиће се фотометријска посматрања више од 12 000 звезда, као и 4 000 променљивих звезда;
4. извршиће се идентификација двојних и вишеструких звезда улазног каталога, као и њихова бројна допунска посматрања;



Слика 6.

Вештачки сателит Земље (ВСЗ) Hipparcos лансиран је 8 августа 1989 године помоћу ракете Аријана 4 на елиптичку путању са апогејом од око 35 900 км. Одмах по лансирању је уследио квар на мотору, и све што је могло да се уради било је да се повећа перигеј да би избегао утицај атмосфере (сл. 6). Период обртања износи 10^h40^m, а ексцентричност $e = 0.72$.

Нова путања има велики број недостатака, што се озбиљно одражава на ток мисије.

1.- Како Земља ротира око своје осе, сателит није више стално видљив са једне исте станице, па је изгубљено од 10% до 15% посматрачког времена, због немогућности преноса на једну од три станице у Аустралији, Немачкој или Америци.

2.- Када се сателит нађе у близини перигеја, осећа се дејство спрега сила, због чега морају да се повећају млазеви гаса, па услед тога и нема довољно звезда које пролазе кроз звездани репер између два гасна улаза, да би се добила довољно прецизна стабилност. Ово смањује век трајања резервоара гаса, који је предвиђен за пет година.

3.- Радијациони појасеви кроз које пролази сателит представљају једну велику густину електрона и јона са врло великом брзином. Када они продиру кроз оптику пријемника брзином која превазилази брзину светлости, емитује се зрачење, познато под именом **Черенковљево зрачење**. Ово зрачење потиче од разлике у брзини између честице и електромагнетног поља, повезаног са њом па његова енергија успорава ове честице. У случају Hipparcos-а ово се зрачење прима репером звезда. Будући да се пребројавања врше са фреквенцијом већом од 10 KHz или 15 KHz, а сигнал већине звезда за одређивање стабилности се гуши у шуму, па у перигеју није више могуће да се одреди стабилност са неопходном тачношћу од 0″.1. Овај недостатак не дозвољава да се на сателиту коректно усмерава дисектор ликова, а такође ни посматрања на главној решетки нису више могућа. Ова два ефекта су веома важна и о њима треба водити строго рачуна.

4.- Постојање бројних некохерентности корака решетке, реализује се смањењем тачности редукције података на сфери.

5.- Првом редукцијом података добијених за 15 месеци омогућено је побољшање положаја звезда улазног каталога за фактор 5 до 50 при рачунању посматранихих звезда.

6.- Редукција посматрачких података добијених за шест месеци даје фактор 2 до 5 и то за звезде, чија су сопствена кретања и паралаксе познати са тачношћу на неколико стотих лучне секунде.

7.- Потребно је вршити и додатна рачунања у циљу добијања што више информација из мисије Hipparcos-а.

a) одређивање величина звезда почев од интезивности коефицијената модулације добијених на главној решетки.

b) израчунавање положаја малих планета укључених у програм посматрања, почев од координата на великом кругу — то су они који су добијени у сваком T4.

c) у програмима који дозвољавају, да се дâ априорни еталон за известан број

инструментских параметара, се ради тако, што се једном недељно редукује скуп посматрачких података који одговарају ВРК (велики референтни круг) и другим програмима који користе априори изабране податке.

Референце

Hemenway, P.: 1982, *Abh. Hamburg, Sternwarte*, 10, No 3, 139-143.
Hog, E.: 1980, *Mitt. Astron. Ges*, No 48, 127-146.
Kovalevsky, J.: 1984, *Space Sci. Rev.* 39, No 1-2, 1-63.
Kovalevsky, J.: 1986, *Manuscr. geod.* 11, No 2, 89-96.
Kovalevsky, J.: 1990, *Astrométrie moderne*, Lecture Notes in Physics, 358, Springer - Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 195-234.
Lacroute, P.: 1982, Sci Aspects Hipparcos Space Astrometry Mission. Proc. Int. Colloq, Strasburg, 22-23 febr. 1982. 3-12.
Perryman, M. A. C.: 1983, *Surv. South. Galaxy. Proc. Workshop, Leiden Observ. Aug. 4-6, 1982.* Dordrecht e. a. 281-284.
Schmidt-Kaler, T.: 1982, *Sci. Aspects Hipparcos, Space Astrometry Mission. Proc. Int. Colloq. Strasburg, 22-23 Febr. 1982.* Paris, 91-92.
Schuyer, M.: 1985, *ESA Bull* No 42, 22-29.
Walter, H. G.: 1982, *Sci. Aspects Hipparcos, Space Astrometry Mission. Proc. Int. Colloq. Strasburg, 22-23 Febr. 1982.* Paris, 65-67.

ASTROMETRIC SIGNIFICANCE OF OBSERVATIONAL DATA OBTAINED FROM THE TYCHO AND HIPPARCOS ARTIFICIAL SATELLITES

SOFIJA SADŽAKOV AND DUŠAN ŠALETIĆ

Astronomical Observatory, Volgina 7, 11050 Belgrade

Abstract. The article deals with the artificial satellites Tycho and Hipparcos, their significance, tasks, features, motion, control, measurements and data reduction, as well as relation of the measured data to extragalactic objects.

Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 117 – 125

МЕЂУНАРОДНИ ПРОГРАМИ МЕРИДИЈАНСКИХ ПОСМАТРАЊА ЗВЕЗДА

СОФИЈА САЦАКОВ И ЗОРИЦА ЦВЕТКОВИЋ

Астрономска опсерваторија, Волгина 7, 11050 Београд

Резиме. Овај рад даје преглед новијих међународних програма меридијанских посматрања звезда који су реализовани на многим опсерваторијама у свету. Добијени резултати ће послужити за извођење инерцијалног координатног система који ће се користити и у астрономији и у сродним научним дисциплинама.

1. Увод

У последње време спектар астрометријских програма се сузио. Од „науке о мерењу углова на небеској сфери" преко „науке о простору и времену" данас се астрометрија најјасније карактерише овом дефиницијом: астрометрија је наука која се бави проучавањем геометријских и кинематичких карактеристика појединих небеских тела, њихових група, као и свемира у целини (Яцкив, 1983); или астрометрија је наука која одређује положаје, кретања, величине и геометрију небеских тела, а такође и растојања до њих.

Астрометрија је фундамент астрономије. Она даје систем небеских координата високе тачности, скалу растојања у васиони и усаглашен систем астрономских константа.

Велики број података, добијен из астрометријских посматрања, користи се у звезданој астрономији за проучавање структуре, кинематике и динамике звезда, звезданих система и галаксија, а у небеској механици ради усавршавања теорије кретања тела Сунчевог система (Абалакин, 1980; Зверев, 1978; Подобед и Нестеров, 1982).

Астрометријска испитивања снабдевају сродне науке за њихове практичне потребе свим неопходним подацима о обртању Земље, положајима тела у Сунчевом систему, дефинишу упоришне координатне системе који се користе у картографији, навигацији, итд. Астрометрија је тесно повезана са гравиметријом, бави се одређивањем координата небеских тела у простору, проучавањем њиховог транслаторно-ротационог кретања на основи посматрања и то махом са Земљине површине. Ротационо кретање планете зависи од њеног облика и унутрашње структуре.

Обрада астрономских посматрања је немогућа без коришћења резултата и метода из гравиметрије и небеске механике, пошто су оне тесно повезане преко астрономских константи и астрометријских посматрања.

У епохи активног освајања космичког пространства, практична улога астрономије се из године у годину повећава, па практичне потребе стимулишу развој фундаменталних астрометријских истраживања. Неки сматрају астрометрију једном од конзервативних области астрономије. Међутим, ситуација се последњих година из корена променила и то захваљујући:

1. појави нових идеја у астрометрији у вези са коришћењем далеких објеката у Васиони, посматрања помоћу вештачких Земљиних сателита, радиолокационих мерења растојања до Месеца, планета и вештачких земљиних сателита;
2. појави нове технике великих могућности;
3. примени рачунара и других аутоматизованих прибора за обраду посматрања;
4. примени нових астрометријских метода у новим областима астрономије;
5. широкој међународној сарадњи у остваривању крупних астрометријских пројеката.

Подела астрометрије је учињена према задацима, методама, објектима, пољем вида, диапазонима електромагнетног зрачења и његових пријемника.

2. Координатни системи

Важан проблем у астрометрији је дефинисање координатног система, који треба да омогући проучавање кретања тела Сунчевог система и других објеката у Васиони са што већом поузданошћу тј. тежином. Централно место при решавању овог проблема је избор упоришних објеката који ће омогућити да се одреде правци оса и координатни почетак.

Први задатак у астрометрији је одређивање релативних положаја и кретања небеских тела у простору у односу на унапред задати координатни систем. При томе, слика кретања у знатној мери добија у једноставности, прегледности и постојању лаких и прегледних математичких рачуна. Такви системи у физици и астрономији су повезани са физичким телима. Та веза претпоставља да се растојања покоравају законима Еуклидске геометрије, при чему се сама растојања физички одређују двема тачкама на чврстом телу.

Главни захтеви који се постављају при реализацији основног координатног

система на савременом нивоу развитка астрономије и геодинамике су:

1. систем треба да је строго и једнозначно дефинисан, при чему коришћене методе треба да су просте и методолошки независне;
2. задавање и постојање основног координатног система по могућности не треба да зависи од астрофизичких и геофизичких хипотеза;
3. тачност дефинисања координатног система треба да износи око 0″.001 тј. $5\ 10^{-9}$ радиана, што на површини Земље износи неколико cm;
4. кретање Земљиног координатног система треба да је што ближе обртном кретању Земље у целини у односу на инерцијални референтни координатни систем.

У пракси реализација инерцијалног координатног система није строга, али са гледишта теорије релативитета је веома погодна за проучавање кретања у границама сунчевог система, па шта више и Галаксије. Оваква концепција инерцијалног координатног система је корисна и за савремену небеску механику.

За разлику од класичног прилаза решењу овог проблема, да би се постигла висока тачност одређивања величина (мања од 10^{-8} радиана) неопходно је обрачунавати мале „релативистичке поправке" у формулама за редукцију, где се обично примењују. Таква тачност омогућава реализацију инерцијалног координатног система са тачношћу 10^{-8} до 10^{-9} и на тај начин се задовољава савремени захтев фундаменталних и примењених испитивања у астрономији, геодинамици и другим сродним наукама.

У садашње време најраспрострањенијом реализацијом инерцијалног координатног система сматра се онај систем чије су координатне осе одређене положајима звезда. Систем се материјализује у виду екваторских координата и сопствених кретања звезда у фундаменталном каталогу и зове се *reference frame*. Да би се обрачунало сложено кретање посматрача у простору уводи се динамички (везан за Земљу) координатни систем. Положаји основних равни тога система — екватора и еклиптике — дају се на основу теорије транслаторно ротационог кретања Земље. Проучавање Земљине ротације у односу на инерцијални координатни систем захтева познавање константе прецесије, чија се вредност изводи из посматрања.

Познавање сопствених кретања омогућава да се одреде положаји оса инерцијалног координатног система за било коју дату епоху посматрања.

Астрометрија проучава кретања свих небеских објеката почев од Земље и вештачких сателита до квазара и галаксија. Ови се објекти разликују по сјају, геометријским и кинематичким особинама, па се и за одређивање њихових координата примењују различите методе и средства посматрања, као и упоришни системи. О њима ће бити говора на другом месту.

3. Велики каталози реализовани у другој половини XX века

На многим астрономским опсерваторијама у свету продужена је пракса израде звезданих каталога који обухватају велики број звезда из разних предложених и усвојених списокова Међународних астрономских институција.

У Бpорфелду (Brorfelde), на меридијанском кругу са фотографским очитавањем круга, израђен је каталог од 6 427 звезда (1969-1975) сјајнијих од 11 привидне величине из спискова NPZT, FK4 Sup, звезда О и В даљине до 20 парсека са великим брзинама и слабије (по привидној величини) него у GC, из асоцијација и звезда око њих. Упоришне звезде су узете из FK4. Средња квадратна грешка једног положаја по ректасцензији износи 0".086, а по деклинацији 0".104. Средњи број посматрања је 5. За боље повезивање са упоришним системом извршено је допунско изравнавање (Helmer and Fogh Olsen, 1982).

После модернизације круга, постављањем фотоелектричног микрометра са покретном решетком, добијен је тзв. Carlsberg Automatic Meridian Circle – CAMC. У периоду 1981-1982. године са њим је посматрано 1577 звезда до 11 привидне величине. У тај програм је укључено 425 звезда из FK4 које су биле упоришне за тај програм: 167 звезда из AGK3 из зоне +88° до +89°, 115 звезда око северног пола Галаксије, као и звезде FZT, GC, упоришне звезде из околине радиоизвора из претходних програма рађених на овом инструменту. Средња квадратна грешка једнога посматрања износи ±0ˢ.0138 и ±0".216 (Helmer et al., 1983).

Други каталог добијен на CAMC урађен је у периоду 1982-1983. године. Каталог садржи 1071 звезду и то: 146 из AGK3 из зоне +88° до +89°, 68 звезда из околине северног пола Галаксије, звезде програма FZT, упоришне звезде из околине радиоизвора. Упоришне звезде из FK4 нису укључене у општи списак. Тачност одређивања је иста као и у првоме каталогу (Helmer et al., 1984). Овај меридијански круг је монтиран на опсерваторији на острву Ла Палма (La Palma), и у периоду од 1. маја до 12. децембра 1984. године испосматрано је 35 154 пролаза 5 292 звезде и то: 2 369 звезда из AGK3R, 1296 SRS, 838 упоришних звезда од 11 до 13 привидне величине у области 1°×1° у околини радиоизвора из списка МАУ, 227 звезда списка FZT, 406 звезда из каталога AGK3, 139 звезда из каталога SAO. Средња квадратна грешка једнога посматрања износи: $\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0''.193 \sec z$, $\varepsilon_\delta = \pm 0''.184 \sec z$. На зенитној даљини $z=30°$ тачност је иста као и у Брорфелду, али је број посматрања већи.

На астрономској опсерваторији Серо-Калан (Cerro-Calán) у Чилеу урађено је доста каталога помоћу разних инструмената. Апсолутни пулковски каталог ректасцензија јужног неба тзв. SPu71 испитан је са циљем откривања, а и отклањања необрачунатих систематских и случајних грешака. Формиране су једначине за одређивање поправака коефицијената редукционих формула Бесела за свако посматрачко вече. Рачунајући поправке дошло се до закључка да су оне занемарљиве, што указује да у каталогу нема великих систематских грешака. У процесу испитивања добијена је друга верзија каталога, тачнија у случајном погледу (Варина, 1984). Из посматрања на меридијанском кругу Репсолда (Repsold) у периоду 1963-1970. године добијена су два каталога. За први је добијено 18 583 мерених података за 2 756 звезда SRS, 336 звезда BS и 215 упоришних звезда из FK4 у зони од −20° до −40°. Систем инструмента одређен је из 59 серија упоришних звезда са 1936 мерених података у зони од +41° до −68°. Средња квадратна грешка одређивања тачке екватора била је ±0".33 (Carrasco, 1978).

Други каталог који су урадили пулковски астрономи односи се на класични начин посматрања и то релативном методом, док је обрада урађена квази апсолутном методом, а поправке су се уводиле само за звезде FK4. Извршена су детаљна испитивања и анализе добијених резултата. Каталози који садрже ректасцензије дати су у инструменталном систему који је реализован квазиапсолутном методом, док су каталози деклинација дати у систему FK4. Каталог SRS садржи 5 491 звезду, од тога 828 звезда из BS, 356 звезда из DS, док су програмске звезде узете из зоне од $-50°$ до $-80°$, тј. појаса интересантног за одређивање координата поменутих звезда. Средње квадратне грешке упоришних звезда износе $\pm 0^s.015$ и $\pm 0''.39$, а код програмских $\pm 0^s.018$ и $\pm 0''.41$ (Батурина et al., 1986; Зверев et al., 1983).

Са меридијанским кругом „Ејри" („Airy") Гринич (Greenwich) опсерваторије у периоду 1942 - 1954. године вршена су посматрања звезда на основи којих је израђен и публикован њихов последњи каталог. На овом инструменту посматрања су прекинута 30. марта 1954. године. Посматрачки подаци су обрађени апсолутном методом. Каталог садржи осим 255 фундаменталних звезда и 255 звезда из FZT Херстмонсо (Herstmonceux), 76 звезда близу пола које су посматране и у горњој и у доњој кулминацији (Tucker et al., 1983a).

У Херстмонсоу, на меридијанском кругу Кук (Cooke) који је донет са Гринич опсерваторије (Tucker et al., 1983б), добијена су прва три апсолутна каталога која се базирају на 76 азимуталних и 235 часовних звезда из фундаменталног каталога FK4.

Звезде за каталог $1H_x50$ су посматране у периоду 1957-1961. године и он садржи 18 114 звезда. Од тога броја су 835 из FK4, 1408 из FK4 Sup, 13 803 из AGK3R, 635 из разних спискова FZT, 1045 из Блау (Blaauw) списка , 37 двојних звезда из FK3 које нису ушле у FK4.

Други каталог $2H_x50$ рађен је у периоду 1961-1969. године, садржи 816 других звезда из FK4, 1352 из FK4 Sup, 5 866 звезда заједничког каталога радијалних брзина GCRV (ради побољшања њихових сопствених кретања), 325 променљивих звезда и звезда око квазара, двојних звезда из FK3 које нису ушле у FK4 и неколико других. Каталог садржи укупно 8 736 звезда.

Трећи каталог $3H_x50$ садржи 835 других звезда из FK4, 3 539 из каталога Wash 50 Zod, 1715 NPZT, 251 променљиву звезду из GCRV и др. Каталог садржи укупно 6 728 звезда.

На Вашингтонском (Washington) 6″ меридијанском кругу у периоду од 1963-1971. године посматрано је апсолутном методом 14 916 звезда и добијен каталог који носи ознаку W_{50}. У његов састав су ушле 1147 звезда из FK4 (од тога броја је 203 часовних, 34 азимуталних, 98 рефракционих, 812 других), 3 681 сјајних звезда BS (укључујући 1409 из FK4 Sup), 154 звезде у околини радиоизвора, 9 631 звезда програма SRS, 141 звезда из програма Вашингтон и Ричмонд (Washington и Richmond) FZT, 121 угљенична звезда и 33 звезде са великим сопственим кретањима (Hughes and Scott, 1982).

4. Каталози специјалних програма

У специјалне програме спада израда каталога сјајних звезда (Bright Stars – BS), звезда велике луминозности (High Luminosity Stars – HLS), двојних звезда (Double Stars – DS), зодијакалних звезда (Zodiacal Stars – ZS), звезда близу пола и других.

Положаји 1956 сјајних звезда (BS) у зони +15° до +90° добијени су из посматрања у периоду 1972-1975 године са меридијанским кругом Кијевског института у систему FK4 (Чернега et al., 1982).

Одређени су положаји (деклинације) 200 сјајних звезда и 51 цефеиде коришћењем посматрачког материјала добијеног са меридијанским кругом Репсолда у периоду 1974-1979 године у систему FK4 (Оборнева, 1982).

Звезде програма BS, из списка који је усвојен од МАУ, посматране су још и на опсерваторијама Серо-Калан, Херстмонсо и Вашингтон.

У низу каталога ректасцензија добијен је каталог из посматрања на опсерваторији у Мелбурну (Melbourne), а мерења су обрађена у Пулкову, списка Баклунд-Хоф (Backlund-Hough) у зони +32° до −90° од 2 256 звезда. Посматрања су извршена са меридијанским кругом Трутон и Симс (Troughton and Simms) у периоду 1928-1941. године (Тавастшерна, 1981).

У вези са повећаним интересом за звезде велике луминозности и цефеидама израђен је каталог од 3 071 звезде у ГАИШ-у. Посматрања поменутих звезда су вршена са меридијанским круговима у Русији (Каримова и Павловская, 1985).

Звезде програма HLS посматране су у Брорфелду, Херстмонсоу, Токију са меридијанским круговима у периоду 1971-1979. године (Yasuda et al., 1986).

Са меридијанским кругом Николајевске опсерваторије у периоду 1969-1972. године посматрано је 9 580 зодијакалних звезда у зони ±15° (Гордон et al., 1982). На Николајевском зонском астрографу се врше посматрања 190 000 звезда у зони ±10° до 12 привидне величине (Калихевич, 1981).

У последње време интерес за испитивање двојних звезда иде у два правца: 1) тесне двојне звезде, интересантне за астрофизичка испитивања; 2) визуелна посматрања, ради одређивања положаја и сопствених кретања, што је немогуће фотоелектричном регистрацијом пролаза звезда (Зверев, 1981; Сацаков et al., 1982).

Списак DS садржи 2 291 двојну звезду и реализован је на доста опсерваторија у виду звезданих каталога (Головко, 1982; Таубер, 1986; Чернега et al., 1987; Мялковский, 1988; Павленко, 1989; Сацаков и Дачић, 1990; Яценко et al., 1991).

На универзитетској опсерваторији у Бордоу (Bordeaux) са екваторијалом Готије (Gautier) добијене су три серије посматрања координата двојних и вишеструких звезда: 197, 194 и 192 система. Упоришне звезде узете су из каталога AGK3R и SAO (Soulie, 1983, 1984, 1985).

У вези са пројектом Hipparcos урађени су каталози који садрже двојне, тројне, четвороструке и вишеструке звезде и то: 56 400, 4 400, 1000 (Dommanget, 1983).

Одређене су екваторске координате компоненти тројних звезда Основног каталога астрометријског сателита Hipparcos.

Референце

Абалакин, В. К.: 1980, *Геодинамика и астрометрия*, Киев, Наук. думка, 130-136.

Батурина, Г. Д., Бедин, В. С., Гневышева, К. Г., Зверев, М. С., Наумова, А. А., Плюгина, А. И., Положенцев, Д. Д., Положенцева, Т. А., Степанова, Е. А.: 1986, *Труды ГАО в Пулкове*, **86**, 4-158.

Carrasco, G.: 1978, *Modern Astrometry*, IAU Colloq. **48**, Vienna, 455-461.

Чернега, Н. А., Грегуль, А. Я., Тельнюк-Адамчук, В. В., Дрофа, В. К., Макаренко, И. Ф., Калинин, А. М.: 1982, *Положение ярких звезд*, Киев, Наук. думка.

Чернега, Н. А., Грегуль, А. Я., Молотай, А. А., Канивец, Н. Д.: 1987, *Положения двойных звезд*, Деп. в Укр. НИИНТИ.

Dommanget, J.: 1983, *Bull. inf. Cent. données stellaires*, **24**, 83-90.

Головко, Б. А.: 1982, *Каталог склонений 529 звезд списков DS и HLS*, Деп. в ВИНИТИ.

Гордон, Я. Е., Горель, Л. Ф., Хруцкая, Е. В.: 1982, Рук. деп. в ВИНИТИ Но. 6368-82 и 6369-82.

Helmer, L., Fogh Olsen, H. J.: 1982, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **49**, No.1, 13-60.

Helmer, L., Fabricius, C., Einicke, O. H., Thoburn, C.: 1983, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **53**, No.2, 223-245.

Helmer, L., Fabricius, C., Einicke, O. H., Thoburn, C.: 1984, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **55**, No.1, 87-102.

Hughes, J. A., Scott, D. K.: 1982, *Publ. U.S. Naval Obs.*, sec. ser. vol. XXIII, pt.III, 165-481.

Калихевич, Ф. Ф.: 1981, *Астрометр. исслед.*, Киев, Наук. думка, 87-90.

Каримова, Д. К., Павловская, Е. Д.: 1985, *Труды ГАИШ*, **57**, 245-247.

Мялковский, М. И.: 1988, *Каталог склонений 250 звезд программы DS*, Деп. в Укр. НИИНТИ.

Оборнева, А. Г.: 1982, *Труды ГАИШ*, **51**, 216-233.

Павленко, Л. С.: 1989, *Каталог прямых восхождений 292 двойных звезд в зоне +50 - +70 по наблюдениям в Харькове в 1980-84 гг.*, Деп. в Укр. НИИНТИ.

Подобед, В. В., Нестеров, В. В.: 1982, *Общая астрометрия*, Наука, Москва.

Сацаков, С., Дачић, М., Шалетић, Д.: 1982, *Hvar Observ. Bull.*, **6**, Но.1, Суппл., 101-105.

Сацаков, С., Дачић, М.: 1990, *Publ. Obs. Astron. Belgrade*, **38**, 1.

Soulie, G.: 1983, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **54**, No.2, 281-291.

Soulie, G.: 1984, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **56**, No.3, 351-361.

Soulie, G.: 1985, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **61**, No.1, 17-25.

Тавастшерна, К. Н.: 1981, *Труды ГАО в Пулкове*, **84**, 61-118.

Таубер, В. Г.: 1986, *Труды ГАИШ*, **63**, 146-167.

Tucker, R. H., Buontempo, M. E., Gibbs, P., Swifte, R. H.: 1983a, *Royal Greenwich obs. Bull.*, **187**.

Tucker, R. H., Buontempo, M. E., Gibbs, P., Swifte, R. H.: 1983б, *Royal Greenwich obs. Bull.*, **189**.

Варина, В. А.: 1984, *Изв. ГАО в Пулкове*, **202**, 21-24.

Yasuda, H., Hisao, H., Fukaya, R., Ishii, H.: 1986, *Ann. Tokyo Astron. Observ.*, **21**, No.1, 107-126.

Яценко, А. Ю., Ванчушкина, Н. П., Тохтацьева, Л. Р.: 1991, *Изв. АОЭ*, **56**, 124-151.

Яцкив, Я. С.: 1983, *Астрометрия и астрофизика*, **49**, 3-9.

Зверев, М. С.: 1978, *Астрометрия и небесн. механ.*, 93-107.

Зверев, М. С.: 1981, *Астрометр. исслед.*, Киев, Наук. думка, 79-82.

Зверев, М. С., Батурина, Г. Д., Гневышева, К. Г., Наумова, А. А., Положенцев, Д. Д.: 1983, *А. Ж.*, **60**, в. 5, 1022-1025.

INTERNATIONAL PROGRAMS OF MERIDIAN OBSERVATION OF STARS

SOFIJA SADŽAKOV AND ZORICA CVETKOVIĆ

Astronomical Observatory, Volgina 7, 11050 Belgrade

Abstract. This is a review of new international programs of meridian observation of stars, performed at various observatories throughout the world. The results can be used for the establishement of an inertial reference system which will be used in astronomy and related sciences.

Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 127 – 138

О ПАРАМЕТРИМА ШТАРКОВОГ ШИРЕЊА СПЕКТРАЛНИХ ЛИНИЈА, ПОТРЕБНИМ ЗА ИСТРАЖИВАЊЕ ЗВЕЗДАНЕ И ЛАБОРАТОРИЈСКЕ ПЛАЗМЕ

МИЛАН С. ДИМИТРИЈЕВИЋ

Астрономска опсерваторија, Волгина 7, 11050 Београд

Резиме. Дат је преглед семикласичних истраживања параметара Штарковог ширења спектралних линија од интереса за истраживање звездане и лабораторијске плазме, при чему су разматрани различити семикласични методи и поређење теоријских резултата са критички одабраним експерименталним подацима и резултатима егзактнијег кванто - механичког метода јаке спреге. Такође су размотрени и приближни методи за прорачун параметара Штарковог ширења, који су нарочито корисни код таквих астрофизичких проблема код којих је неопходно извршити прорачун за велики број спектралних линија при чему је нарочито критична средња тачност а не толико тачност сваког појединачног резултата. Такође је описан и почетак и развој истраживања облика спектралних линија у Југославији.

Астрофизички аспекти истраживања Штарковог ширења спектралних линија

Тешко је генерално издвојити астрофизички значајне спектралне линије, с обзиром да хемијски састав неке звезде није a priori познат и постоје многе интересантне групе звезда чији је хемијски састав различит од сунчевог. Према томе, спектроскопија звезда зависи од података о великом броју спектралних линија различитих елемената, њихових атомских параметара и параметара ширења.

Интерес за велики број података о ширењу линија различитих емитера,

нарочито је порастао развојем космичке астрономије, што је омогућило прикупљање великог броја спектроскопских података у широком спектралном опсегу, од различитих небеских објеката, посебно стимулишући истраживање облика спектралних линија.

Ширење услед интеракције између емитера и наелектрисаних честица (Штарково ширење) доминантно је у неколико случајева од астрофизичког интереса. За $T_{\rm eff} > 10^4$K, водоник, главни конституент звездане атмосфере, углавном је јонизован па је међу механизмима ширења притиском доминантан Штарков ефекат. То је случај са белим патуљцима и топлим звездама O, B и A0 типа. Чак и код атмосфера хладнијих звезда као што је Сунце Штарково ширење може бити значајно. На пример, утицај Штарковог ширења у спектралној серији расте са порастом главног квантног броја горњег нивоа (Dimitrijević i Sahal-Bréchot 1984a,b; 1985a) па сходно томе допринос Штарковог ширења може бити значајан и у Сунчевом спектру (Vince i Dimitrijević 1985; Vince i dr. 1985a,b).

На пример чланови са великим главним квантним бројем у Балмеровој серији могу бити искоришћени као веома погодно средство за дијагностику приликом проучавања сунчеве атмосфере. Фелдман и Дошек (Feldman i Doshek, 1977) су искористили профиле линија Балмерове серије са главним квантним бројем n између 16 и 32 (на које снажно утиче Штарков ефекат) да би одредили концентрацију електрона и температуру у једној активној области на Сунцу.

Поуздани подаци о Штарковом ширењу спектралних линија потребни су такође за одређивање хемијске заступљености елемената, на основу еквивалентних ширина апсорпционих линија и за проучавање преноса зрачења кроз звездану плазму и то нарочито у субфотосферским слојевима, а осим тога потребни су и за прорачун непрозрачности плазме (опацитета). У таквом случају потребно је нарочито много података о спектралним линијама. Као добра илустрација може да послужи чланак о прорачуну непрозрачности код класичних модела цефеида (Iglesias i dr. 1990), где је узето у обзир 11,996.532 спектралних линија (45 линија H, 45 He, 638 C, 54 N, 2390 O, 16030 Ne, 50170 Na, 105700 Mg, 145200 Al, 133700 Si, 12560 Ar и 11,530.000 Fe), при чему је узето у обзир и њихово Штарково ширење.

Семикласичан метод

Упркос чињеници да је најегзактнији теоријски метод за проучавање Штарковог ширења квантно-механички метод јаке спреге, услед његове комплексности и нумеричких тешкоћа, постоји само мали број таквих прорачуна. На пример метод јаке спреге је примењен у случају линија Li I ($2s-2p$) (Dimitrijević i dr. 1981), Ca II ($4s-4p$ и $3d-4p$) , (Barnes, 1971; Barnes i Peach, 1970) Mg II ($3s-3p$) (Barnes, 1971; Bely i Griem, 1970) и Be II ($2s-2p$) (Sanchez i dr., 1973). Ситон је извео прорачуне методом јаке спреге за 42 прелаза код Li–сличних јона Be II, B III, C IV, O VI, Ne VIII (Seaton, 1988) и за прелазе $2s^2\ {}^1S - 2s2p\,{}^1P^o$, $2s2p\,{}^3P^o - 2p^2\ {}^3P$ и $2s2p\,{}^1P^o - 2p^2\ {}^1D$ и ${}^1S$ код C III, O V и Ne VII (Seaton, 1987).

У многим случајевима као што су, на пример, комплексни спектри, тешки елементи или прелази између виших енергетских нивоа, егзактнији квантномеханички метод је веома тешко или чак и практично немогуће применити па у таквим случајевима семикласичан прилаз остаје најефикаснији метод за прорачун параметара Штарковог ширења.

Постојећи опсежни прорачуни параметара Штарковог ширења изведени су користећи три различита компјутерска програма које су развили (i) Џонс, Бенет и Грим (Jones i dr., 1971; Benett i Griem, 1971; Griem, 1974), (ii) Сахал-Брешо (1969a,б) и (iii) Басало, Катани и Валдер (1982).

У компјутерском програму који су развили Басало, Катани и Валдер, употребљена је такозвана конвергентна теорија коју су оригинално развили Вајнштајн и Собељман (1959). Користећи сличности између Дајсоновог низа за пертурбациони развој S матрице и Тејлоровог низа за развој експоненцијалне функције, овај метод избегава дивергенцију до које долази приликом интеграције по сударном параметру (ρ) када ρ тежи ка нули.

Опсежни прорачуни параметара Штарковог ширења линија не–водоничних неутрала и једноструко наелектрисаних јона (од хелијума до калцијума и цезијум), изведени уз помоћ компјутерског програма Џонса, Бенета и Грима објављени су 1971 и касније 1974 (Jones i dr., 1971; Benett i Griem, 1971; Griem, 1974). Користећи исти компјутерски програм (Griem, 1974) и верзију коју је Димитријевић прилагодио за случај вишеструко наелектрисаних јона, објављени су подаци за Br I, Ge I, Hg I, Pb I, Rb I, Cd I, Zn I (Dimitrijević i Konjević, 1983), O II (Dimitrijević, 1982a), O III (Dimitrijević, 1980a), C III (Dimitrijević, 1980b), C IV (Dimitrijević, 1980b; 1988a), N II, N III, N IV (Dimitrijević i Konjević, 1981a), S III, S IV, Cl III (Dimitrijević i Konjević, 1982) и Ti II, Mn II (Dimitrijević, 1982b).

Семикласични прорачуни на основу метода који је развила Сахал-Брешо (1969a,б) постоје за лакше елементе као што су C, N, Mg, Si (без доприноса резонанци [види, на пример, Сахал-Брешо и Сегре (1971) и наведене референце]. Подаци за јоне сличне алкалима Be II, Mg II, Ca II, Sr II и Ba II могу се наћи у раду Флориеа и др. (1977), док су у раду Лесажа и др. (1983) упоређени семикласични и експериментални подаци за линије Si II. Користећи овај компјутерски програм извршени су опсежни прорачуни за 79 мултиплета неутралног хелијума (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1984a,b), 62 натријума (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1985; 1990b,c), 51 калијума (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1987; 1990d), 61 литијума (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1991a,b), 25 алуминијума (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1992a; 1994a), 24 рубидијума (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1992b; 1994b), 3 паладијума (Dimitrijević 1993a), 19 берилијума (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1992c), 270 магнезијума (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1994c,d), 28 Ca II (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1992d; 1993b), 30 Be II (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1992e,f), 23 Al III (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1993c,d), 10 Sc III, 10 Ti IV (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1992g), 39 Si IV (Dimitrijević i dr., 1991a,b), 90 C IV (Dimitrijević i dr., 1991c,d; Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1992h), 30 N V (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1992i), 30 O VI (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1992j), 21 S VI (Dim-

itrijević i Sahal-Bréchot, 1993e), 10 F VII (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1993f), 20 Ne VIII, 8 Na IX (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1994e), 7 Al XI, и 9 Si XII (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1994f) мултиплета. Такође постоје и подаци за појединачне линије F I (Vujnović i dr. 1983), Ar II (Dimitrijević i Truong-Bach, 1986), Ga II, Ga III (Dimitrijević i Artru, 1986), Si II (Lanz i dr., 1988), Cl I, Br I, I I (Djurović i dr., 1990), Cu I (Dimitrijević i Vujnović, 1990) и Hg II (Dimitrijević, 1992).

Објављен је такође опсежни прорачун линија He I, који су извршили Басало, Катани и Валдер користећи конвергентни семикласични метод.

Резултати сва три метода упоређени су са критички изабраним експерименталним подацима за 13 мултиплета He I (Dimitrijević i Sahal-Bréchot, 1985b). Слагање између експерименталних података и сва три семикласична прорачуна је у границама од ±20%, што је и предвиђена тачност семикласичног метода. (Griem, 1974).

Уопштено, подаци о ширини линије су много поузданији него подаци о помаку, с обзиром да је прорачун помака много осетљивији на мале промене различитих параметара. То је последица чињенице да су вредности помака мање од ширина и да су помаци настали услед деловања судара који су у просеку много дањи (минимални ударни параметар је много већи).

На крају, ако не постоје теоријски подаци, од велике помоћи могу бити прегледи критички изабраних експерименталних података (Konjević i Roberts, 1976; Konjević i Wiese, 1976; Konjević i dr., 1984a,b; Konjević i Wiese, 1990).

Приближни методи

Кадгод су потребни подаци о Штарковом ширењу за велики број спектралних линија, при чему висока тачност сваког појединачног резултата није посебно важна, просте приближне формуле чији резултати су добре тачности када се усредње, могу бити од велике користи. Осим тога, у случају комплекснијих атома или вишеструко наелектрисаних јона, услед недостатка довољно тачних атомских података неопходних за тачније прорачуне, поузданост семикласичних резултата опада. У таквим случајевима расте значај приближних метода.

Постојеће приближне методе за прорачун параметара Штарковог ширења можемо да поделимо у три групе. У првој су они методи где је најкомпликованији део прорачуна, прорачун пресека за диполне прелазе, избегнут коришћењем усредњених експерименталних (на пример (Griem, 1968; Dimitrijević i Konjević, 1980, 1981b,c; 1987; Dimitrijević i Kršljanin, 1986; Dimitrijević, 1988b; Hey i Bryan, 1977) или теоријских података (Seaton, 1987). У другу групу можемо да ставимо оне методе у којима се најкомпликованији део егзактне теорије упрошћава (на пример Griem, 1974) или се врши интерполација између теоријски једноставнијих граничних вредности (на пример Dimitrijević i Konjević, 1986). У трећој групи су могућности за интерполацију нових података уз помоћ регуларности и систематских трендова (на пример Wiese i Konjević,

1982; Dimitrijević i Peach, 1990; Dimitrijević, 1985; Dimitrijević i Popović, 1989; Purić i dr., 1980; 1991; Lakićević i Purić, 1983; Vitel i dr., 1988; Djeniže i dr., 1990).

Од нарочитог интереса за астрофизичке потребе може бити упрошћена семиемпиријска формула (Dimitrijević i Konjević, 1987) за Штаркове ширине изолованих линија једноструко и вишеструко наелектрисаних јона. Треба имати на уму да је ова формула применљива када је најближи атомски енергетски ниво (j'=i' или f') на који диполно дозвољени прелаз са почетног (и) или коначног нивоа разматране линије може да се деси, тако далеко да је задовољен услов $x_{jj'} = E/|E_{j'} - E_j| \leq 2$. У том случају пуна ширина на половини максималне висине је дата изразом (Dimitrijević i Konjević, 1987):

$$W(\text{Å}) = 2.2151\times10^{-8}\frac{\lambda^2(\text{cm})N(\text{cm}^{-3})}{T^{1/2}(\text{K})}(0.9-\frac{1.1}{Z})\sum_{j=i,f}(\frac{3n_j^*}{2Z})^2(n_j^{*2}-\ell_j^2-\ell-1) \quad (1)$$

Овде су N и T електронска концентрација и температура респективно, $E = 3kT/2$ је енергија пертурбујућег електрона, $Z-1$ је наелектрисање јона а n је ефективни главни квантни број. Овај израз је од значаја за одређивање заступљености хемијских елемената у звезданим атмосферама, као и за дијагностику звездане плазме, с обзиром да су услови за примену формуле у овим случајевима често задовољени.

Слично, у случају помака

$$\begin{aligned} d(\text{Å}) =& 1.1076\times10^{-8}\frac{\lambda^2(\text{cm})N(\text{cm}^{-3})}{T^{1/2}(\text{K})}(0.9-\frac{1.1}{Z})\frac{9}{4Z^2} \\ &\times\sum_{j=i,f}\frac{n_j^*\varepsilon_j^2}{2\ell_j+1}\{(\ell_j+1)[n_j^{*2}-(\ell_j+1)^2]-\ell_j(n_j^{*2}-\ell_j^2)\} \end{aligned}, \quad (2)$$

где је $\varepsilon = +1$ иако је $j = i$ а -1 ако је $j = f$.

Ако сви нивои $\ell_{i,f}\pm1$ постоје, може се извести додатно сумирање у једначини (2), па се добија

$$\begin{aligned} d(\text{Å}) =& 1.1076\times10^{-8}\frac{\lambda^2(\text{cm})N(\text{cm}^{-3})}{T^{1/2}(\text{K})}(0.9-\frac{1.1}{Z})\frac{9}{4Z^2} \\ &\times\sum_{j=i,f}\frac{n_j^*\varepsilon_j^2}{2\ell_j+1}(n_j^{*2}-3\ell_j^2-3\ell_j-1). \end{aligned} \quad (3)$$

Када упрошћена семиемпиријска формула није применљива, добре могућности пружа модификовани семиемпиријски метод (Dimitrijević i Konjević, 1980; 1981b; 1987; Dimitrijević i Kršljanin, 1986; Dimitrijević, 1988b). Да би се овај прилаз тестирао, изабрани експериментални подаци за 36 мултиплета (7 различитих врста јона) двоструко и троструко наелектрисаних јона упоређени су са теоријским ширинама линија. Усредњене вредности односа мерених и рачунатих ширина линија су следеће (Dimitrijević i Konjević, 1980): за

двоструко наелектрисане јоне 1.06±0.32 а за троструко наелектрисане 0.91±0.42. Модификовани семиемпиријски прилаз тестиран је више пута на бројним примерима (Dimitrijević, 1990). Објављени су подаци за најинтензивније линије следећих емитера: Be III, B III, B IV, C III, C IV, N III, N IV, O III, O IV, F III, Ne III, Ne IV, Na III, Mg IV, Al III, Si III, Si IV, P III, P IV, S III, S IV, Cl III, Cl IV, Ar III, Ar IV (Dimitrijević i Konjević, 1981b; Dimitrijević 1988b); C V, N VI, O V, F V, F VI, Ne V, Ne VI, Al V, Si V, Si VI, P VI, и Cl VI (Dimitrijević, 1993b). Осим тога, подаци о ширинама линија објављени су и за појединачне линије Ti II, Mn II (Dimitrijević, 1990), Fe II (Dimitrijević, 1988c), Cu IV (Dimitrijević i dr., 1989), Pt II (Dimitrijević, 1993c), Bi II (Dimitrijević, i Popović, 1994), Zn II, Cd II (Popović i dr., 1994) а подаци о помаку за Ar II линије (Kršljanin i Dimitrijević, 1989a,b).

Регуларности и систематски трендови

Када нема поузданих података, познавање регуларности и систематских трендова параметара ширења линија може бити употребљено за брзе процене нових података, нарочито када висока тачност сваког појединог податка није неопходна.

Регуларности и систематски трендови ширина изолованих неводоничних спектралних линија у плазми недавно су проучавани у низу чланака (види на пример Dimitrijević, 1982a; Wiese i Konjević, 1982; Dimitrijević i Peach, 1990; Dimitrijević, 1985; Dimitrijević i Popović, 1989; Purić i dr., 1980; 1991; Lakićević i Purić, 1983; Vitel i dr., 1988; Djeniže i dr., 1990; Konjević i Dimitrijević, 1981). Циљ оваквих проучавања је да се установи да ли регуларности и систематски трендови могу бити искоришћени за добијање нових вредности ширина линија и за критичку процену експерименталних података. На основу познавања регуларности и систематских трендова могли би смо на основу познатих експерименталних и теоријских вредности интерполацијом доћи до нових података потребних у спектроскопији звезда.

Ипак треба узети у обзир да систематски трендови и подаци о ширењу линија важе за услове у плазми за које су добијени и да екстраполације могу да доведу до грубих грешака.

Истраживања у Југославији

Први рад о профилима спектралних линија у старој Југославији објавио је 1962 године В. Вујновић из Загреба а у Србији 1964 године М. Д. Маринковић из Београда. До септембра 1993 године објављено је 869 библиографских јединица од укупно 127 југословенских аутора, од чега велики део у најпознатијим светским часописима као што су Astronomy and Astrophysics, Physical Review, Astrophysical Journal, Journal of Physics, Zeitschrift fuer Physik, Physics Letters, итд. Последњих година у просеку се објављује 60-так радова годишње што

сведочи о замаху ове области код нас.

Овако интензиван развој области и стварање праве југословенске школе, можда је највише последица чињенице да су неколицина сјајних истраживача из неколико наших градова и то Н. Коњевић и Ј. Лабат из Београда, М. Павлов из Новог сада и В. Вујновић из Загреба, радили на својим докторским дисертацијама у истом граду, у Ливерпулу, из сличних области и у исто време у лабораторијама професора Крегса и његових сарадника. У току дужег времена су били заједно и када су се вратили, у нашој земљи се брзо створило неколико центара у којима су на овој проблематици радили људи који су се међусобно познавали и дружили што је овој области брзо донело критичну масу, која је омогућавала инспиративну научну дискусију и плодотворну размену идеја. Они су били попут центара кристализације који су окупљали младе и способне људе уводећи их брзо у актуелне проблеме светске науке.

Први експериментални уређај за истраживање профила линија плазме, почели су у Београду да праве Јарослав Лабат и Љубомир Ћирковић. Њима се придружио тадашњи магистрант а садашњи редовни професор физичког факултета Јагош Пурић, а по повратку из Ливерпула и Никола Коњевић. Данас се у Београду на овим истраживањима ради у три институције. На физичком факултету, где су Јарослав Лабат, Јагош Пурић, Никола Коњевић, Михајло Платиша, Стеван Ђениже и њихови бројни сарадници, у Институту за физику у Земуну, где се експериментални рад одвија под руководством Николе Коњевића и, на Астрономској опсерваторији, где осим аутора раде на оваквим истраживањима и Иштван Винце, Владимир Кршљанин, Олга Атанацковић-Вукмановић, Слободан Јанков, Лука Поповић, Сања Еркапић и Дарко Јевремовић.

На овој проблематици остварена је интензивна и плодоносна међународна сарадња са Париском опсерваторијом, Институтом за астрофизику у Паризу, са САД, Енглеском, Немачком, Пољском и Тунисом. Бројност људи у нашој средини који се овом проблематиком баве на светском нивоу, ствара критичну масу са бројним међународним везама, што даје велику перспективу младима, да брзо достигну ниво који им омогућава проходност постигнутих резултата у најпознатије светске часописе.

Референце

Barnes, K. S.: 1971, *J. Phys. B*, **4**, 1377.

Barnes, K. S. & Peach, G.: 1970, *J. Phys. B*, **3**, 350.

Bassalo, J., Cattani, M. & Walder, W. S.: 1982, *JQSRT*, **28**, 75.

Bely, O. & Griem, H. R.: 1970, *Phys. Rev. A*, **1**, 97.

Benett, S. M. & Griem, H. R.: 1971, *Calculated Stark Broadening Parameters for Isolated Spectral Lines from the Atom Helium through Calcium and Cesium*, Univ. Maryland, Techn. Rep. No 71–097, College Park, Maryland.

Dimitrijević, M. S.: 1980a, *Publ. Obs. Astron. Sarajevo*, **1**, 215.

Dimitrijević, M. S.: 1980b, *V ESCAMPIG*, Dubrovnik p. 90.

Dimitrijević, M. S.: 1982a, *Astron. Astrophys.* **112**, 251.

Dimitrijević, M. S.: 1982b in *Sun and Planetary System*, eds. W. Fricke and G. Teleki, Astrophys. and Space Library 96, D. Reidel P. C., Dordrecht, Boston, London, p. 101.
Dimitrijević, M. S.: 1985, *Astron. Astrophys.* **145**, 439.
Dimitrijević, M. S.: 1988a, *Bull. Obs. Astron. Belgrade*, **139**, 31.
Dimitrijević, M. S.: 1988b, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **76**, 53.
Dimitrijević, M. S.: 1988c, in *Physics of Formation of Fe II Lines Outside LTE*, eds. R. Viotti, A. Vitone, M. Friedjung, D. Reidel P. C. p. 211.
Dimitrijević, M. S.: 1990, in *Accuracy of Element Abundances from Stellar Atmospheres* ed. R. Wehrse, Lecture Notes in Physics 356, Springer, Berlin-Heidelberg p. 31.
Dimitrijević, M. S.: 1992, *JQSRT*, **47**, 315.
Dimitrijević, M. S.: 1993a, *Astron. Astrophys.* **100**, 237.
Dimitrijević, M. S.: 1993b, *Astrophys. Lett. Communications*, **28**, 381.
Dimitrijević, M. S. & Artru M. C.: 1986, *XIII Symp. Phys. Ioniz. Gases*, Šibenik, p. 317.
Dimitrijević, M. S., Djurić, Z. & Mihajlov, A. A.: 1989, *J. Phys. Coll. C 1, Suppl. au No 1*, 50, C1-623.
Dimitrijević, M. S., Djurić, Z. & Mihajlov, A. A.: 1994, *J. Phys. D*, **27**, 247.
Dimitrijević, M. S., Feautrier, N. & Sahal–Bréchot, S.: 1981, *J. Phys. B*, **14**, 2559.
Dimitrijević, M. S., & Konjević, N.: 1980, *JQSRT*, **24**, 451.
Dimitrijević, M. S., & Konjević, N.: 1981a, *JQSRT*, **25**, 387.
Dimitrijević, M. S. & Konjević, N.: 1981b in *Spectral Line Shapes*, Ed. B. Wende, W. de Gruyter, Berlin, New York p. 211.
Dimitrijević, M. S. & Konjević, N.: 1981c, *Astron. Astrophys.*, **102**, 93.
Dimitrijević, M. S. & Konjević, N.: 1982, *JQSRT*, **27**, 203.
Dimitrijević, M. S. & Konjević, N.: 1986, *Astron. Astrophys.* **163**, 297.
Dimitrijević, M. S. & Konjević, N.: 1987, *Astron. Astrophys.* **172**, 345.
Dimitrijević, M. S. & Kršljanin, V.: 1986, *Astron. Astrophys.* **165**, 269.
Dimitrijević, M. S. & Peach, G.: 1990, *Astron. Astrophys.* **236**, 261.
Dimitrijević, M. S., & Popović, M. M.: 1989, *Astron. Astrophys.* **217**, 201.
Dimitrijević, M. S. & Sahal-Bréchot, S.: 1984a, *JQSRT*, **31**, 301.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1984b, *Astron. Astrophys.* **136**, 289.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1985a, *JQSRT*, 34, **149**.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1985b, *Phys. Rev. A*, **31**, 316.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1987, *JQSRT*, **38**, 37.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1989, *Bull. Obs. Astron. Belgrade*, **141**, 57.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1990a, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **82**, 519.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1990b, *JQSRT*, **44**, 421.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1990c, *Bull. Obs. Astron. Belgrade*, **142**, 59.

Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1990d, *Bull. Obs. Astron. Belgrade*, **142**, 29.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1991a, *JQSRT*, **40**, 41.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1991b, *Bull. Obs. Astron. Belgrade*, **143**, 29.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1992a, *Bull. Obs. Astron. Belgrade*, **146**, 83.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1992b, *Bull. Obs. Astron. Belgrade*, **146**, 97.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1992c, *Bull. Obs. Astron. Belgrade*, **146**, 73.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1992d, *Bull. Astron. Belgrade*, **145**, 81.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1992e, *JQSRT*, **48**, 397.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1992f, *Bull. Astron. Belgrade*, **145**, 65.
Dimitrijević, M. S. & Sahal-Bréchot, S.: 1992g, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **95**, 121.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1992h, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **96**, 613.
Dimitrijević, M. S. & Sahal-Bréchot, S.: 1992i, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **95**, 109.
Dimitrijević, M. S. & Sahal-Bréchot, S.: 1992j, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **93**, 359.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1993a, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **100**, 593.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1993b, *JQSRT*, **49**, 157.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1993c, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **99**, 585.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1993d, *Bull. Astron. Belgrade*, **147**, 35.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1993e, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **100**, 91.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1993f, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **101**, 587.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1994a, *Physica Scripta*, **49**, 34.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1994b, *Physica Scripta*, **49**, 661.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1994c, *Bull. Astron. Belgrade*, **149**, 31. (**150**, 121).
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1994d, *Bull. Astron. Belgrade*, **150**, 47.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1994e, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **107**, 349.
Dimitrijević, M. S. & Sahal–Bréchot, S.: 1994f, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **105**, 245.
Dimitrijević, M.S., Sahal-Bréchot, S. & Bommier, V.: 1991a, *Astron. Astrophys. Suppl. Series* **89**, 581.
Dimitrijević, M.S., Sahal-Bréchot, S. & Bommier, V.: 1991b, *Bull. Obs. Astron. Belgrade*, **144**, 65.

Dimitrijević, M.S., Sahal-Bréchot, S. & Bommier, V.: 1991c, *Astron. Astrophys. Suppl. Series* **89**, 591.

Dimitrijević, M.S. Sahal-Bréchot, S. & Bommier, V.: 1991d, *Bull. Obs. Astron. Belgrade*, **144**, 81.

Dimitrijević, M. S. & Truong–Bach: 1986, *Z. Naturforsch.* **41a**, 772.

Dimitrijević, M. S. & Vujnović, V.: 1990 *Proc. XV SPIG*, Dubrovnik, 241.

Djeniže S., Srećković, A., Platiša, M., Konjević, R., Labat, J., Purić, J.: 1990, *Phys. Rev. A*, **42**, 2379.

Djurović, S., Konjević, N. & Dimitrijević, M. S.: 1990, *Z. Phys. D*, **16**, 255.

Feldman, U. & Doschek, G. A.: 1977, *Astrophys. J.* **212**, 913.

Fleurier, C., Sahal–Bréchot, S. & Chapelle, J.: 1977, *JQSRT*, **17**, 595.

Griem, H. R.: 1968, *Phys.Rev.*, **165**, 258.

Griem, H. R.: 1974, *Spectral Line Broadening by Plasmas*, Academic Press, New York & London.

Hey, J. D. & Bryan, R. J.: 1977, *JQSRT*, **17**, 221.

Iglesias, C. A., Rogers, F. J. & Wilson, B. G.: 1990, *Astrophys. J.*, **360**, 221.

Jones, W. W. Benett, S. M. & Griem, H. R.: 1971, *Calculated Electron Impact Broadening Parameters for Isolated Spectral Lines from Singly Charged Ions Lithium through Calcium*, Univ. Maryland , Techn. Rep. No 71–128, College Park, Maryland.

Konjević, N. & Dimitrijević, M. S.: 1981 in *Spectral Line Shapes I* ed. B.Wende, W.de Gruyter, Berlin, New York p. 211.

Konjević, N., Dimitrijević, M. S. & Wiese W. L.: 1984a, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **13**, 619.

Konjević, N., Dimitrijević, M. S. & Wiese, W. L.: 1984b, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **13**, 649.

Konjević, N. & Roberts, D. E.: 1976, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **5**, 209.

Konjević, N. & Wiese, W. L.: 1976, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **5**, 259.

Konjević, & Wiese, W. L.: 1990, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **19**, 1307.

Kršljanin, V. & Dimitrijević, M. S.: 1989a, *Bull. Obs. Astron. Belgrade*, **140**, 7.

Kršljanin, V. & Dimitrijević, M. S.: 1989b, *Z. Phys. D*, **14**, 273.

Lakićević, I. S. & Purić, J.: 1983 in *Spectral Line Shapes II*, ed. K. Burnett, W. de Gruyter, Berlin, New York, p 147.

Lanz, T., Dimitrijević, M.S. & Artru M.-C.: 1988, *Astron.Astrophys.*, **192**, 249.

Lesage, A., Rathore, B. A., Lakićević, I. S. & Purić, J.: 1983, *Phys.Rev.A*, **28**, 2264.

Popović, L. Č. Vince, I. Dimitrijević, M. S.: 1994, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, **102**, 17.

Purić, J., Ćuk, M., Dimitrijević, M. S. & Lesage, A.: 1991, *Astrophys. J.*, **382**, 353.

Purić, J., Lakićević, I. & Glavonjić, V. : 1980, *Phys. Lett.*, **76a**, 128.

Sahal-Bréchot, S.: 1969a, *Astron. Astrophys.*, **1**, 91.

Sahal-Bréchot, S.: 1969b, *Astron. Astrophys.*, **2**, 322.

Sahal–Bréchot, S. & Segre S.: 1971, in *Highlights of Astronomy 2*, ed. C. de Jager, p. 566.

Sanchez A., Blaha M. & Jones W. W.: 1973, *Phys.Rev.A* **8**, 774.
Seaton, M. J.: 1987, *J. Phys. B*, **20**, 6431.
Seaton, M. J.: 1988, *J. Phys. B*, **21**, 3033.
Vainshtein, L. A. & Sobel'man, I. I.: 1959, *Opt. Spektrosk.*, **6**, 279.
Vince, I. & Dimitrijević, M. S.: 1985, *Publ. Obs. Astron. Belgrade*, **33**, 15.
Vince, I., Dimitrijević, M. S. & Kršljanin, V.: 1985a in *Spectral Line Shapes III*, ed. F. Rostas, W. de Gruyter, Berlin, New York, p. 649.
Vince, I., Dimitrijević, M. S. & Kršljanin, V.: 1985a in *Progress in Stellar Spectral Line Formation Theory*, eds. J. Beckman & L. Crivelari, D. Reidel, Dordrecht, Boston, Lancaster, p. 373.
Vitel, Y., Skowronek, M., Dimitrijević, M. S. & Popović, M. M: 1988, *Astron. Astrophys.*, **200**, 285.
Vujnović, V., Vadla, Č., Lokner, V. & Dimitrijević, M. S.: 1983, *Astron. Astrophys.*, **123**, 249.
Wiese, W. L. & Konjević, N.: 1982, *JQSRT* **28**, 185.

ON SPECTRAL LINE STARK BROADENING PARAMETERS NEEDED FOR STELLAR AND LABORATORY PLASMA INVESTIGATIONS

MILAN S. DIMITRIJEVIĆ

Astronomical Observatory, Volgina 7, 11050 Belgrade

Abstract. Stellar spectroscopy depends on very extensive list of elements and line transitions with their atomic and line broadening parameters. It is difficult to state in general terms which are the relevant transitions since the atmospheric composition of a star is not known a priori, and many interesting groups of stars exist with very peculiar abundances as compared to the Sun.

The interest for a very extensive list of line broadening data is additionally stimulated by spectroscopy from space. In such a manner an extensive amount of spectroscopic information over large spectral regions of all kind of celestial objects has been and will be collected, stimulating the spectral–line–shape research.

Here is presented a review of semiclassical calculations of Stark broadening parameters and comparison of different semiclassical procedures is discussed, as well as the agreement with critically selected experimental data and more sophysticated, close coupling calculations. Approximate methods for the calculation of Stark broadening parameters, usefull especially in such astrophysical problems where large scale calculations and analyses must be performed and where a good average accuracy is expected, have also been discussed.

The begining and developement of line shapes investigations in Yugoslavia has been described as well.

Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 139 – 166

ФИЗИКА И АСТРОФИЗИКА МАТЕРИЈЕ ПОД ВИСОКИМ ПРИТИСКОМ: НЕКИ РЕЗУЛТАТИ И НЕКИ ПРОБЛЕМИ

ВЛАДАН ЧЕЛЕБОНОВИЋ

Институт за физику, Прегревица 118, 11080 Земун

Резиме. Густина материјала јавља се као параметар у истраживањима у различитим областима физике и астрофизике, од експеримената са дијамантским пресама преко моделовања унутрашње структуре планета и звезда, до гравитационог колапса и раних етапа развоја васионе. У овом раду приказани су основни резултати истраживања материје под високим притиском, а указано је и на неке отворене проблеме. Посебна пажња посвећена је резултатима постигнутим у нашој земљи.

1. Увод

Посматрање небеских тела је једна од најстаријих активности људске врсте. У археолошким ископавањима, свуда по свету се наилази на документе (записе на папиру, пергаменту, урезане у камену или глињеним плочицама, невешто насликане на зидовима пећина) којима су стари народи саопштавали своје посматрачке резултате. Квалитет и тачност тих посматрања били су, у многоме, лошији него данас, а основни циљ им је било успостављање и одржавање система за рачунање времена.

Савремени астрономи имају једну заједничку тачку са својим претходницима. Унутрашњост небеских тела била је и остала недоступна директном посматрању. Анализом зрачења које долази са неког небеског тела могу се одредити вредности његових параметара (пречник, маса, сјај, хемијски састав,...). Међутим, тако добијени резултати односе се на слојеве који су близу површине посматраних објеката. Физичке величине као што је, на пример,

температура у центру Урана нису доступне директном мерењу.

Упркос томе, модерна астрофизика има на располагању различите методе којима може да прикупи информације о унутрашњој структури објеката које истражује. Ти поступци се заснивају на теоријским и експерименталним резултатима постигнутим у проучавањима понашања материјала подвргнутих деловању високих притисака и температура. Истраживања понашања материјала под високим притиском представљају данас научну област која се брзо развија, и којом се у свету бави велики број истраживача. О томе сведоче и чињенице да постоје европско (European High Pressure Research Group – EHPRG) и светско научно удружење (AIRAPT – International Association for the Advancement of High Pressure Science and Technology), а од пре неколико година и специјализован часопис из ове области (High Pressure Research).

Циљ овог рада је да прикаже неке резултате постигнуте у физици и астрофизици материје подвргнуте деловању високог притиска, као и да укаже на поједине отворене проблеме у овим областима. Просторна ограничења као и ширина области намећу потребу за селекцијом тема о којима ће бити речи, па отуд реч "неки" у наслову. Избор ће бити ограничен углавном на оне делове физике материјала под високим притиском са којима је аутор овог текста у свом досадашњем раду имао контакта.

Поред увода, текст садржи још два поглавља. Наредно је посвећено приказу савремених експерименталних метода које се користе у физици високих притисака, и њиховим астрономским применама, док се у трећем поглављу говори о теоријским радовима у овој области.

2. Експериментални методи

Притисак коме је неки физички систем подвргнут дефинише се као количник силе (F) која на систем делује и његове површине (S).

$$p = F/S \tag{1}$$

Јединица за мерење притиска у СИ систему је paskal; много чешће се у науци и свакодневном животу помиње bar (и kilobar као изведена јединица), који се користи за мерење притиска у ЦГС систему. Веза ових двеју јединица дата је релацијом 1 GPa $= 10^4$ bar $= 10$ kbar; да подсетимо да је 1 bar $= 10^5$ Nm^{-2}.

Мерења притиска у свим типовима преса заснивају се на овој дефиницији. Постоје и тзв. ударни експерименти; њихов физички основ представља нагло ослобађање енергије (експлозијом или на неки други начин) у ограниченој запремини. Једначина (1) пружа увид и у основни проблем метрологије високог притиска: Како деловати што већом силом на дати узорак?

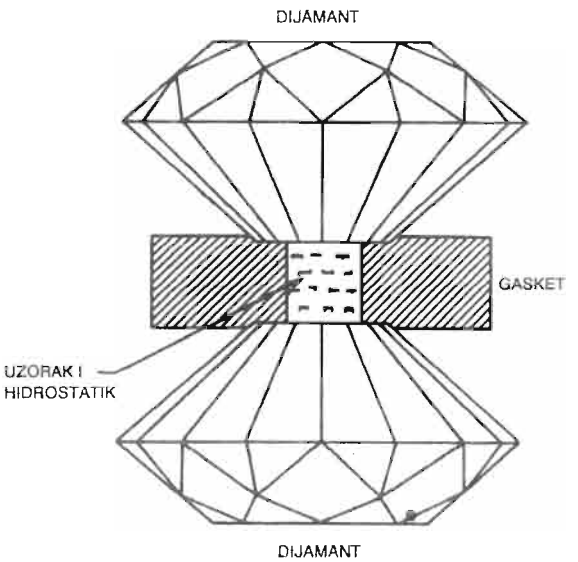
Почетком века (тачније, све до педесетих година) истраживачи су покушавали да пораст експериментално доступне области притиска остваре повећањем фактора F у (1). Овај приступ проблему има недостатак да димензије преса веома брзо постану исувише велике, што драстично компликује рад са њима. Најуспешнији истраживач у домену физике високих притисака у овом периоду

био је П. В. Бриџман (P. W. Bridgman) са Харвардског универзитета. Највиши притисак који је успео да постигне износио је око 100 kbar, а прикупио је обиље експерименталних података о електричној проводљивости и компресибилности материјала под високим притиском. Бриџманова сабрана дела (Bridgman, 1964) имају чак 7 томова, а за свој рад је 1946. добио Нобелову награду за физику.

Средином нашег века први пут се јавила идеја да би дијаманти могли да буду употребљени за компримовање узорака (Lawson and Tang, 1950). Посматрајући са временске дистанце од скоро пет деценија, чудно је да се таква идеја није јавила и много раније, пошто је дуго било познато да је дијамант најтврђа природна супстанца и да пропушта светлост и x - зраке. Тачан разлог је немогуће утврдити, али га можда треба тражити и у цени дијаманата.

После овог покушаја, који данас има искључиво историјски интерес, наступила је "тишина" до 1959. Тада су се појавила два међусобно независна типа дијамантских преса. Један тип, развијен на Универзитету у Чикагу, био је намењен за испитивања дифракције x – зрака на узорцима под притиском (Jamieson, Lawson and Nachtrieb, 1959). Други тип пресе разрађен је у Националном Бироу за Стандарде (НБС) САД и употребљаван је за мерења апсорпције инфрацрвеног зрачења у материјалима под притиском (Weir, Lippincott, Van Valkenburg et al, 1959). Данас се у експериментима користи чак 5 различитих типова дијамантских преса (нпр., Jayaraman, 1983); разлике међу њима потичу од разлика у начинима преноса силе на дијаманте и регулисања њихове међусобне оријентације.

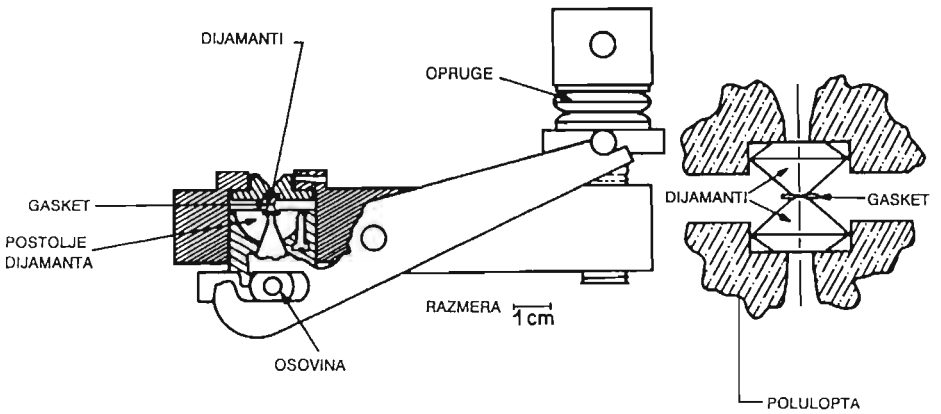
Принцип функционисања дијамантске пресе веома је једноставан и приказан је на слици 1.



Слика 1. Најважнији део пресе – дијаманти и гасket.

Узорак се смешта између паралелних површи два супротстављена дијаманта. Притисак коме је подвргнут добија се деловањем механичке силе на спољашње површине дијаманата. Да би се узорак налазио под условима хидростатичког притиска, између дијаманата поставља се танка метална плочица , тзв. гаскет (Van Valkenburg, 1965). У центру гаскета се претходно направи слаб отисак дијаманта, а затим се у центру отиска пробуши рупа пречника око 200 μm. У рупу се смештају узорак материјала који се испитује и зрнце рубина, а потом се она испуњава неким хидростатичким медијумом. Природа хидростатика зависи од области притиска у којој се врши мерење (Jayaraman, 1983); за вредности P $\leq$ 20 GPa (или 200 kbar) најчешће се користи смеша метил и етил алкохола у односу 4 : 1.

Један од експерименталних проблема на које се наилази при експериментима са пресама је неопходност финоће рада. У чему је ствар? Цела преса је дугачка десетак центиметара и може да стане у шаку (сл. 2).



Слика 2. Попречни пресек модерне NBS пресе каква се користи и у Институту за физику.

Међутим, радна запремина пресе (тј, део где се смешта узорак) је веома мала. Почетна дебљина гаскета износи 0.2 - 0.25 mm, а рупа која се у гаскету буши има пречник од свега 200 μm.

Овако мали пречник рупе условљен је вредностима површина чела дијаманата који су у преси међусобно супротстављени, и чији пречник износи 0.5 - 0.7 mm (Jayaraman, 1983). Одавде следи закључак да и узорци који се у пресама подвргавају притиску морају бити мали. И заиста, карактеристична величина узорака , као и зрна рубина, износи око 50 μm. Пуњење пресе (што обухвата стављање узорка, рубина, хидростатика и почетно притискање узорка) је фина операција која се обавља под микроскопом пинцетама, или у боље опремљеним лабораторијама микро-манипулатором. У случају када се све брзо и добро одвија, процедура траје око 1 дан. О миру и концентрацији који су при томе потребни сведочи и податак да се мора водити рачуна и о пулсу онога ко пресу пуни, пошто је амплитуда померања руке услед откуцаја срца приближно једнака величини узорка и зрна рубина !

На овом месту могу се поставити два питања:

- морају ли дијаманти који се у преси користе да испуњавају неке специјалне услове, и
- како се притисак у преси мери?

Дијаманти су, на први поглед, потпуно провидни. Међутим, већ тридесетих година нашег века утврђено је да се они драстично разликују међусобно по оптичким и фото-електричним особинама (Robertson, Fox and Martin, 1934; Kaiser and Bond, 1959). На основу уочених међусобних разлика у ултраљубичастим и инфрацрвеним трансмисионим спектрима, тада је уведена подела дијаманата на два главна типа (I и II), од којих сваки има по две подврсте (означавају се са a и b). Физички основ ове класификације представља природа примеса и начин њихове расподеле у камену. На пример, у случају дијаманата типа Ia, атоми примесног азота распоређени су у малим групама у близини чворова кристалне решетке дијаманта (Kaiser and Bond, 1959).

Насупрот томе, у дијамантима типа Ib, атоми азота распоређени су по целој запремини камена. Најбољи, с тачке гледишта оптичких особина, су дијаманти типа IIb који су практично чисти (на пример, Adams and Sharma, 1977). Опредељење за неки од типова камена диктирано је, с једне стране, циљем експеримента, предвиђеним начином његовог остварења и очекиваним интензитетом сигнала, а с друге стране, финансијским могућностима. На пример, показано је да су у експериментима с Рамановим расејањем употребљиви само каменови типа Ia или IIa (Hirsch and Holzapfel, 1981).

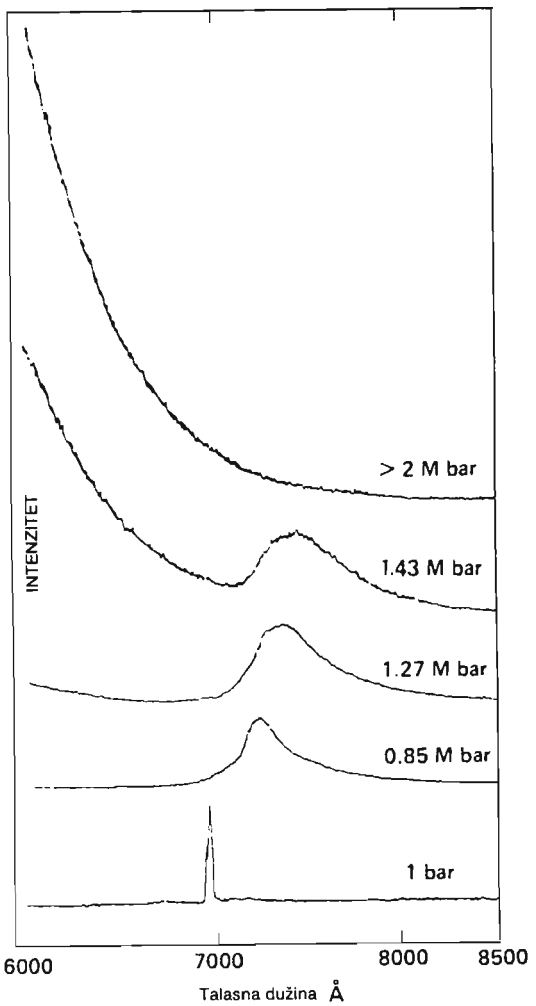
Кључно питање експерименталне физике високих притисака представља избор начина за мерење притиска. Могло би се помислити да најједноставнију могућност за решење овог проблема пружа мерење силе која на узорак делује, а затим коришћење дефиниције (1). Ова идеја примењена је у неким старијим експериментима, али је у дијамантским пресама неупотребљива пошто би, услед мале површине узорака, резултати имали велике релативне грешке. У раним етапама експеримената са пресама, притисак је ипак мерен на овај начин.

Почетком седамдесетих година (Forman, Piermarini, Barnett et al, 1972) показано је да се спектралне линије рубина (R линије) ($Al_2O_3 : Cr^{3+}$) линеарно померају са притиском. Шема енергетских нивоа између којих се дешавају прелази који доводе до појаве ових линија, као и облик спектра рубина на два различита притиска, приказани су на следећој слици.

Рубинска скала калибрисана је помоћу познатих тачака мржњења различтих течности и структурних фазних прелаза у неким чврстим телима (на пример NaCl). Коефицијент правца зависности таласне дужине R1 линије од притиска износи 0.365 nm/GPa (Jayaraman, 1983). На већем притиску, преко 50 GPa, скала постаје нелинеарна, тако да коначна релација која повезује промену таласне дужине R1 линије са притиском гласи (Mao et al, 1978):

$$P\ (\text{Mbar}) = 3.808\{(\Delta\lambda/6942 + 1)^5 - 1\} \qquad (2)$$

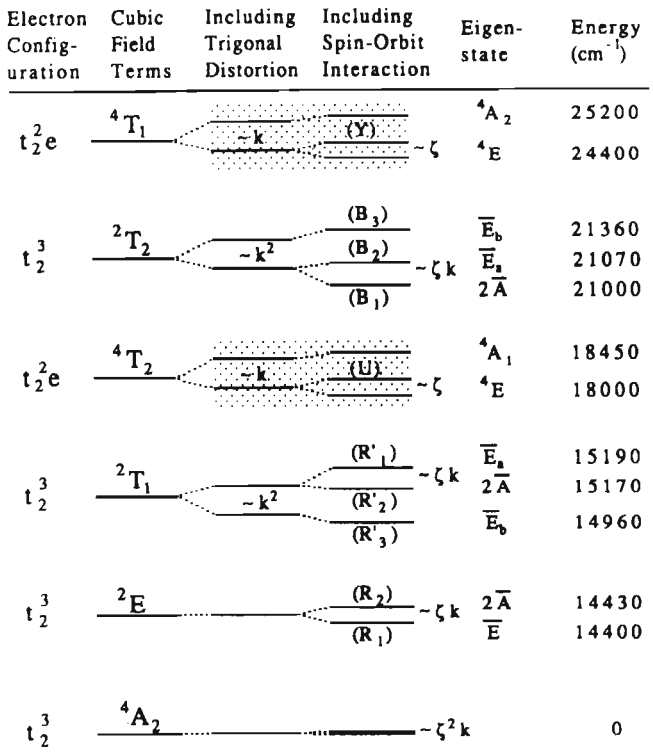
где $\Delta\lambda$ означава промену таласне дужине R1 линије изражену у нанометрима



Слика 3а. Спектри рубина.

(1nm = 10 Å). Теоријско објашњење померања рубинових линија са притиском нађено је тек у току неколико последњих година (Ma et al, 1986, 1987, 1988; Jovanić, Zeković and Radenković, 1991), и заснива се на ширењу радијалног дела електронских таласних функција у молекулу рубина под дејством растућег притиска.

Поред испитивања материјала подвргнутог дејству притиска, у пресама је могуће истраживати и комбиновани утицај екстремних притисака и температура на узорке. Највиша температура постигнута у преси износи око 8000 K (Williams, Jeanloz, Bass et al, 1987), док је најнижа вредност близу 4 K (Fabre and Thiery, 1984).



Слика 3б. Шема нивоа.

Паралелно са применом рубинске скале у експериментима широм света, теку и истраживања усмерена на откривање алтернативних метода за мерење високих притисака. Неки интересантни резултати у том домену постигнути су и у нашој земљи. Показано је да време живота радијативног прелаза $^2\mathrm{E} \Rightarrow {}^4\mathrm{A}_2$ у рубину линеарно расте са притиском, што се тумачи као последица опадања вероватноће за радијативни прелаз јона Cr^{3+} у стање ^{2}E (Урошевић, Panić, Јованић et al, 1989; Јакшић, Урошевић, Зековић et al, 1992). За притисак $\mathrm{P} \leq 12$ GPa (120 kbar) зависност времена живота τ од притиска има облик

$$\tau(\mathrm{P}) = \tau_0 + \mathrm{bP} \tag{3}$$

где коефицијенти τ и b имају вредности $\tau_0 = (3.04 \pm 0.05)$ ms и $\mathrm{b} = (0.0312 \pm 0.0005)$ ms kbar^{-1} (Урошевић, Panić, Јованић et al, 1989).

Јасно је да се из релације (3) на основу измерене вредности $\tau(\mathrm{P})$ може израчунати притисак. Овај метод има вишеструке предности у односу на рубинску скалу (Јакшић, Урошевић, Зековић et al, 1992). На пример, осетљивост метода је много већа: релативна промена вредности $\tau(\mathrm{P})$ износи скоро 100%

при порасту притиска од 100 kbar, док је при мерењу рубинском скалом релативна промена таласне дужине много мања.

Овај поступак омогућава избегавање још једног проблема који се јавља при примени рубинске скале. На екстремно високом притиску (реда величине стотина килобара и преко мегабара), интензитет рубинових линија опада. Експериментално је показано (Ruoff, 1992a), да RI линија исчезава на притиску већем од 2.5 Mbar, што уједно представља и горњу границу применљивости рубинске скале. Старија мерења (нпр., Mao, Goettel and Bell, 1985) давала су нешто нижу вредност граничног притиска (1.9 Mbar). Систематска мерења времена живота рубинове линије у функцији притиска (Eggert, Goettel and Silveira, 1989; Jovanić, 1992a) показала су да почевши од неког граничног притиска дисперзија вредности $\tau(P)$ драстично расте. То практично значи да је за притисак изнат поменуте границе (која износи око 550 kbar) овај метод мерења притиска непоуздан. Разрађен је и поступак за мерење притиска заснован на одређивању промене фазе фото – акустичног сигнала у рубину у функцији притиска (Jovanić, 1992b).

Поменимо да се, поред рубина, као "мерачи" притиска користе и други материјали. На пример, кристал $Sm : Y_3Al_5O_{12}$ побуђен светлошћу ласера или одговарајуће спектралне лампе емитује чак *три* линије. Експериментално је показано (Yusa, Yagi and Arashi, 1993) да је таласна дужина ових линија квадратна функција притиска за $P \leq 50GPa$, и одређени су њени коефицијенти. Такође је установљено да је спектар $Sm : Y_3Al_5O_{12}$ скоро независтан од температуре. Услед тога овај материјал је погодан за мерење притиска у експериментима у којима се узорак подвргава заједничком дејству високих притисака и температура.

Поред оптичких испитивања, о којима је до сада било речи, у дијамантским пресама могу се вршити и електрична мерења узорака под притиском. Принцип ових мерења је веома једноставан (нпр., Jayaraman, 1983, 1986; Williams and Jeanloz, 1991). Тешкоће у раду причињава минијатурност узорака (дакле мала механичка чврстоћа), њихова променљива геометрија при порасту притиска, као и чињеница да су преса и гаскет направљени од метала. При мерењима проводљивости гаскет се често пресвлачи неким изолаторским слојем (као што су MgO или $Al_2\ O_3$). Притисак се у оваквим експериментима може мерити на два начина:стандардно, помоћу рубинске скале (на пример Savić and Uroševíć, 1987), или истовременим мерењем проводљивости узорка који се испитује и неког материјала за који је зависност проводљивости од притиска предходно већ одређена (нпр., Auban, Čelebonović, Tomić et al, 1991).

До сада смо говорили о пресама и методологији експеримената, а у наставку ће бити више речи о резултатима испитивања у пресама астрофизички интересантних материјала. Читаоца заинтересованог за експерименталне финесе упућујемо на неки од постојећих прегледних чланака (као што су Jayaraman, 1983, 1986; Williams and Jeanloz, 1991) и праћење текуће литературе.

Најраспрострањенији хемијски елемент у космосу је водоник. Познавање његовог фазног дијаграма важно је за теоријско истраживање унутрашње структуре и порекла звезда, великих планета и њихових сателита. Експерименти

извршени у области P < 1 Mbar, T < 800K (Hemmes, Driessen and Griessen, 1986) показују да се, при порасту притиска, молекуларни водоник понаша најпре као идеалан гас, затим као флуид и на крају прелази у чврсто стање.

Посебно интересантан проблем представља могућност да водоник, на довољно високом притиску, постане метал, и то чак суперпроводник. Теоријска истраживања ове могућности започела су пре скоро 60 година (Wigner and Huntington, 1935). Тада је показано да би, на довољно високом притиску, дошло до кидања хемијских веза у молекуларном водонику и ослобађања електрона везе, а цео систем би прешао у једноатомни метал налик на алкалне метале.

По тадашњим проценама, за метализацију водоника потребна је релативна промена густине за фактор 10 у односу на вредност под стандардним условима, што одговара притиску од око 2 милиона атмосфера. Данас се сматра (на пример, Ashcroft 1989; Barbee et al, 1989; Čelebonović, 1989d и референце које се тамо наводе) да се метализација водоника дешава на притиску од 3 Mbar (300 GPa) а да критични притисак и температура за прелаз у суперпроводно стање износе P = 400GPa и T = (230 ± 85)K (Barbee et al, 1989).

Оба ова резултата *нису* још увек експериментално проверена. Пре неколико година (Mao and Hemley, 1989) у литератури су се појавиле тврдње да је у дијамантској преси остварен фазни прелаз водоника у метал. У експерименту су вршене две врсте мерења: праћена је зависност коефицијента рефлексије водоника у преси од притиска (што се теоријски може повезати са електронском структуром система у тзв. апроксимацији независних електрона), а такође су снимани Раманови спектри водоника у функцији притиска. Анализе Рамановог спектра материјала под притиском пружају податке о променама електронске структуре и релативног кретања протона у паровима молекула у узорку.

Притисак је мерен у рубинској скали и урађено је седам серија мерења водоника до притиска већег од 250 GPa. Поређења ради извршен је и исти број серија мерења у празној преси у циљу праћења промена оптичких особина дијаманта под притиском. Анализа прикупљених података показала је да електронске ексцитације у видљивом делу спектра почињу да се јављају на притиску од око 200 GPa, што је протумачено као последица метализације водоника изазване преклапањем дозвољених енергетских зона. Касније је показано (Ruoff, Greene, Ghandehari et al, 1992) да у овом експерименту није вођено рачуна о неким хемијским реакцијама које се у преси одигравају, па су услед тога прикупљени подаци некоректно протумачени, и *није* остварен прелаз водоника у метал. Поред очигледне важности за планетологију (нпр., у центру Урана влада притисак од 350 GPa, па је евентуално присутни водоник у металном стању), могућност преласка водоника у суперпроводно стање имала би и важне практичне импликације — био би то суперпроводник са највишом критичном температуром.

Најпознатије једињење водоника је свакако вода (H_2O). У чему је значај испитивања понашања воде под високим притиском за астрофизику? Постојање леда (чисте воде, или са додатком разних примеса) утврђено је на површинама низа сателита, као и на неким планетама (Земља, Марс). Тумачење особина ових слојева није могуће без познавања њихове једначине стања и кристалне

структуре (неке фазе леда су кристалне а неке аморфне), а она зависи од притиска под којим је лед настао. Молекули воде (услед ниске температуре били су у форми леда) учествовали су у стварању Сунчевог система. У његовим унутрашњим деловима (до орбите Земље) присуство леда и / или воде није могло имати важну улогу у процесу стварања планета, услед високе температуре изазване близином Сунца. Међутим, од Марса на даље, постојање воде и леда мора се узети у обзир при стварању космогонијских модела и истраживањима унутрашње структуре планета, сателита и астероида.

Експериментална испитивања понашања воде под високим притиском започела су почетком нашег века (Tammann, 1900), а највећи притисак коме је до сада подвргнута износи 1.28 Mbar (128 GPa) (Hemley, Jephcoat, Mao et al, 1987). У том експерименту је измерено смањење моларне запремине узорка са порастом притиска, и тиме је експериментално одређена једначина стања леда (на T = 300K). Нумеричком обрадом података прикупљених у овом експерименту може се, на пример, показати да за притисак p $\leq$ 16.2GPa (162 kbar), једначина стања воде има облик

$$V_m = 0.00001p^5 - 0.0024p^4 + 0.0439p^3 - 0.3697p^2 + 1.2221p + 9.5329 \qquad (4)$$

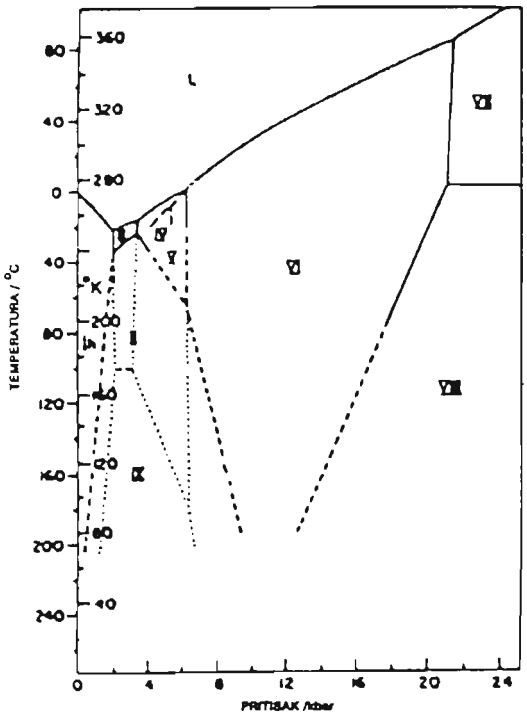
где V_m означава моларну запремину воде.

Полазећи од једначине стања, нумерички одређене из целог скупа података прикупљеног у овом експерименту, показано је да је стишљивост леда на екстремно високом притиску (преко 100 GPa) мања него што би се очекивало на основу експерименталних података из области 30 < P(GPa) < 50. Добијене вредности су веће од оних које следе из неких теоријских модела (Hemley, Jephcoat, Mao et al, 1987), што сведочи о тренутно недовољном познавању међу-молекулског потенцијала интеракције у леду (нпр, Whalley, 1985).

Неадекватност нашег познавања међу - молекулског потенцијала није тако зачуђујућа, с обзиром на компликовану структуру фазног дијаграма леда. Један део овог дијаграма приказан је на следећој слици: пошто се данас зна за постојање чак 12 фаза леда (Bizhigitov and Sirota, 1986) потпун фазни дијаграм би био исувише компликован.

Овако сложена структура фазног дијаграма условљена је конфигурационом ентропијом неких фаза (Whalley, 1985). Она се јавља пошто је сваки кисеоников атом везан са своја четири суседа водоничним везама које су асиметричне, тако да атом водоника може бити произвољно постављен у односу на центар. Сваки молекул воде може имати неку од 6 могућих оријентација у односу на своја 4 најближа суседа. Пошто, с друге стране, сваки молекул воде има највише два атома водоника у близини, оријентације суседних молекула су јако корелисане.

Може се показати (Whalley, 1985) да услед тога постоји конфигурациона ентропија која има утицаја на структуру фазног дијаграма и области стабилности појединих фаза у (P, T) равни. На пример, лед XII (Bizhigitov and Sirota, 1986) стабилан је у следећим интервалима: 90 < T(K) < 250 и 1200 < P(MPa) < 2150. Теоријски је утврђено да лед XI прелази у метал на P = 1.76 TPa (Hama, Shiomi and Suito, 1990). Поменимо да је било и неких



Слика 4. Фазни дијаграм леда.

експерименталних индикација о метализацији воде под притиском (Polian, Besson and Grimsditch, 1985), али оне у каснијим радовима нису потврђене.

Интересантну област примене дијамантских преса представља испитивање понашања под високим притиском материјала за које се (на основу неких показатеља) сматра да постоје у унутрашњости Земље. То су, углавном, разноврсни силикати, карбонати и гвожђе. Пошто је о неким резултатима ових експеримената било недавно речи у домаћој литератури (Čelebonović,1990; 1993b) упућујемо читаоца на те радове. Мерења електричне проводљивости геофизички интересантних минерала омогућавају индиректно одређивање топлотног флукса у унутрашњости Земље (Laštovičkova, 1991).

Пре неколико година (1985.) почео је експоненцијалном брзином да се развија нов домен на граници астрофизике и физике чврстог стања - истраживање кластера угљеникових атома. Понашање ових материјала (под високим притиском, али и без њега) важно је за обе области, па ћемо у наставку приказати неке кључне резултате ових испитивања. За детаљан увод у проблематику угљеникових кластера и одговарајућу библиографију види (Čelebonović, 1992b).

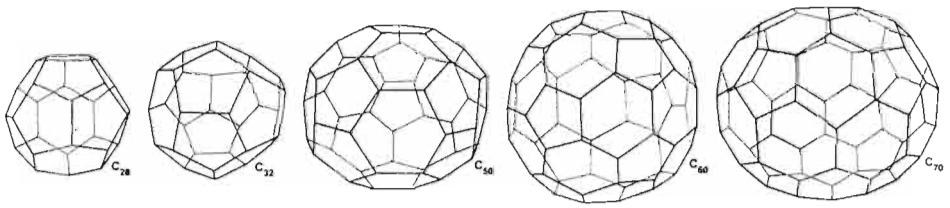
Појмом кластер (cluster на енглеском значи јато) означава се у физици скуп

атома исувише велики да би носио назив молекул, а истовремено недовољно велики да би се могао назвати чврстим телом. У случају угљеника, примећено је средином четрдесетих година да могу да постоје групе од 15 атома. Радови у последњих неколико година показали су да постоје кластери од 60 угљеникових атома; највећи синтетисани кластери садрже чак 266 атома угљеника.

Развој истраживања кластера угљеникових атома био је мотивисан покушајима решавања једног "дуготрајног" астрофизичког проблема: интерпретацијом дифузних међузвезданих апсорпционих линија. Дефинитивно решење овог проблема, и евентуална релевантност угљеникових кластера за њега још увек су предмет истраживања. Међутим, установљено је да су ови материјали веома интересантни за физику чврстог стања: нека њихова једињења су суперпроводна, са критичним температурама реда 30 - 40 K.

Прва посматрања која су показала да промене боје (и то у правцу црвеније) звезда на појединим деловима неба потичу од апсорпције и расејања светлости звезда на малим међузвезданим зрнцима датирају из средине тридесетих година. Три деценије касније, крајем шездесетих година, откривени су први молекули у међузвезданом простору (на пример, NH_3 и H_2O). Дуго времена је владало мишљење да се присуство ових (и низа касније откривених молекула) може објаснити низовима би-молекуларних јон-молекулских реакција, и реакцијама на површинама међузвезданих зрна. Међутим, ово тумачење је доведено у питање када су 1982. године откривени у међузвезданом простору молекули опште формуле HC_nN са $3 \leq n \leq 11$; такође је показано да око неких звезда касних спектралних типова постоје мали кластери угљеника (C_3).

Данас се сматра да се зрнца угљеника у међузвезданом простору и атмосферама звезда састоје из аморфног графита, а да угљеникови ланци настају у реакцијама између угљеникових кластера (који са своје стране настају испаравањем графита са међузвезданих зрна) и једноставних молекула који су присутни у међузвезданом простору. Овај теоријски закључак (за референце види Čelebonović, 1992b) потврђен је и експериментално, при чему је показано да су најстабилнији (и релативно најзаступљенији) кластери са 60 атома угљеника — C_{60}. Предложени облик молекула C_{60} — познат у геометрији као икосаедар - приказан је на следећој слици.



Слика 5. Молекул C_{60}.

Види се да овај објекат има 60 вертекса и 32 странице, од којих су 12 петоугаоне а 20 шестоугаоне, и да личи на добро познат предмет из живота - фудбал. Име фулерен дато је овом материјалу зато што његов молекул по облику подсећа на куполе које је средином нашег века зидао амерички архитекта Р. Бакминстер-фулер (R.Buckminster-fuller).

Идеја о томе да би дифузне међузвездане апсорпционе линије могле да буду објашњене фулереном дата је на основу поређења оптичких особина фулерена (чистог C_{60} и мешавине $C_{60} + C_{70}$) са међузвезданим апсорпционим спектрима, и изузетне стабилности молекула C_{60}. И ако су запажене извесне сличности, проблем се још увек не може сматрати за решен.

Чист C_{60} је изолатор. Међутим, његова једињења (тзв. фулериди) са металима су суперпроводници са високим критичним температурама. Тако, на пример, Rb_3C_{60} има $T_c = 29$ K; у случају Cs_3C_{60} $T_c = 40$ K. Интересантно је да (барем у границама расположивог информативног флукса) механизам проводљивости у овим материјалима још није откривен. Сматра се да је суперпроводност фулерида последица велике густине стања на Фермијевом нивоу, и интеракције тих електрона са фононима високих фреквенци (Palstra, Zhou, Iwasa et al, 1995). За неке фулериде измерена је ширина енергетског процепа између нормалне и супепроводне фазе. На пример, за Rb_3C_{60} се добија да је $2\beta\Delta = 5.3$ (β означава инверзну температуру). Ова вредност је упоредљива са резултатима за високо- температурне суперпроводне керамике на бази бакар оксида, и скоро је за фактор 2 већа од предвиђања BCS теорије, по којој је $2\beta\Delta = 3.53$. Одавде следи закључак да су фулериди први примери јако корелисаних органских проводника у три димензије, што би могло олакшати трагање за физичким објашњењем њихове проводљивости.

Експерименти у којима је фулерен подвргнут променљивом притиску и температури дају интересантне резултате. Откривена су два фазна прелаза на притиску од око 0.3 GPa и 15 - 20 GPa. Ови резултати могу се репродуковати у оквиру семикласичне теорије о понашању материјала под високим притиском П. Савића и Р. Кашанина (Čelebonović, 1992a), о којој ће бити више речи у следећем поглављу. На температури $T \cong 260$K долази до фазног прелаза првог реда у фулерену, док се на $T \cong 90$K дешава континуални фазни прелаз. Измерена је и стишљивост фулерена, и добијено је да је он најмекши познати материјал који се састоји само из угљеника, што се уклапа у теоријски модел по коме су молекули фулерена у чврстом материјалу међусобно везани ван дер Валсовим и Кулоновим силама.

3. Теоријска истраживања

Сви физички системи, од хадрона до јата галаксија, састоје се од интерагујућих честица. Разноликост система који у природи постоје условљена је комбинацијом малог броја фактора: особинама међучестичног потенцијала и средњом енергијом по честици. Основни теоријски метод за истраживање многочестичних система је тзв. "many - body" поступак. Суштина ове технике

је у томе што се, полазећи од предпостављеног (или на неки начин одређеног) облика међу - честичног потенцијала, рачунају Гринове функције. На основу њих се даље може одредити једначина стања, енергетски спектар и све остале особине датог система (на пример, Negele and Orland, 1988). Поређењем резултата оваквих израчунавања са експериментима у којима се систем подвргава дејству спољашњег притиска и екстремних температура, постаје могуће тестирање теоријских идеја на којима су израчунавања заснована.

Теоријска физика и астрофизика густе материје су тема бројних монографија, истраживачких и прегледних радова (на пример, Schwarzschild, 1958; Leung, 1984; Eliezer, Ghatak and Hora, 1986; Negele and Orland, 1988; Schaeffer, 1992; Ter-Kazarian, 1992). Ширина области, број проблема и огроман распон вредности параметара стања у коме могу постојати физички системи, доводи до тога да је практично немогуће написати свеобухватан прегледни рад или монографију о овој области. Услед тога, у овом раду ће бити речи само о двема групама проблема:

- одређивање једначине стања и тачака фазних прелаза у густој материји, и
- семикласична теорија понашања материјала под високим притиском Павла Савића и Радивоја Кашанина.

3.1 Једначине стања и фазни прелази

Стање термомеханичког система одређено је познавањем вредности његове запремине V, температуре T и притиска p. Релација која повезује ове три променљиве, и има општи облик $f(p, V, T) = 0$ носи назив једначина стања.

Истраживања извршена у првој половини прошлог века показала су да једначина стања идеалног гаса има облик

$$pV = RT \tag{5}$$

где R означава гасну константу.

Недостатак ове једначине је у томе што је применљива само на разређене флуиде у којима су међучестичне интеракције занемарљиве. Основни проблем везан за избор једначине стања било ког физичког система састоји се у одређивању начина за урачунавање међучестичних интеракција.

Један од могућих поступака којим се узимају у обзир ефекти изазвани постојањем међучестичних интеракција је тзв. виријелни развој једначине стања. Користи се у густим флуидима, а применљив је у произвољном систему за који је познат Хамилтонијан.

У виријелном развоју се једначина стања представља као развој по степенима густине, при чему коефицијенти растућег реда у развоју потичу од интеракција одговарајућег реда у систему. Појмом ред интеракције овде се означава број честица које у њој учествују. Детаљи извођења овог облика једначине стања могу се наћи у монографијама из статистичке механике (као што је Reichl, 1988) а у наставку наводимо само неколико основних једначина.

Симбол v_{ij} означава међучестични потенцијал интеракције. Показало се корисним да се у израчунавањима уместо v_{ij} уведе функција

$$f_{ij} = \exp(-\beta v_{ij}) - 1 \tag{6}$$

пошто има погодно асимптотско понашање.

Виријелни развој једначине стања гласи

$$pV / [< N > k_B T] = \sum_{\ell=1}^{\infty} B_\ell(T) (< N > /V)^{\ell-1} \tag{7}$$

где B_ℓ означава виријелни коефицијент ℓ- тог реда, а сви остали симболи имају уобичајено значење.

Може се показати (нпр. Reichl, 1988) да је $B_1 = 1$; коефицијенти вишег реда одређени су ефектима до којих доводе интеракције честица груписаних у све већа јата. На пример, коефицијент $B_2(T)$ даје корекцију једначине стања идеалног гаса изазвану двочестичним интеракцијама, и задат је изразом

$$B_2(T) = -1/(2V) \int\int dr_1 dr_2 f(r_{12}) = -(1/2) \int dr_{12} (e^{-\beta v(r_{12})} - 1) \tag{8}$$

где су dr_1, dr_2 елементи запремине и $r_{12} = r_2 - r_1$ означава међусобно растојање интерагујућих честица. У случају сферно симетричне интеракције (а такве су најчешће) је $dr_{12} = 4\pi r_{12}^2 dr_{12}$, па коначан израз за други виријелни коефицијент гласи

$$B_2(T) = -2\pi \int_0^{\infty} (e^{-\beta v(r)} - 1) r^2 dr \tag{9}$$

Виријелни коефицијенти трећег и вишег реда израчунавају се на сложенији начин.

Израз (9) постаје употребљив тек избором међучестичног потенцијала $v(r)$. Облик ове функције може се одредити тзв. поступком инверзије термофизичких особина система (нпр. Trusler, 1988). Овај поступак омогућава да се на основу измерених вредности функција стања система при различитим условима израчунају параметри међумолекулског потенцијала. Квалитативно говорећи, примена виријелног развоја једначине стања тече на следећи начин: одабере се, на основу неких математичких или физичких разматрања, облик функције $v(r)$, и на основу њега одреде коефицијенти $B_2(T)$ и евентуално $B_3(T)$. Добијени резултати уврсте се у развој (7), а затим се тако одређена једначина стања упоређује са експерименталним подацима за неки реални физички систем (флуид). Крајњи резултат овог поступка су вредности параметара одабраног облика потенцијала за дати физички систем. Уз познавање једначине стања, и вредности параметара потенцијала, коришћењем познатих термодинамичких релација могу се одредити термодинамички потенцијали система.

Један од познатих моделних потенцијала је тзв. потенцијал "квадратне јаме", који има следећи аналитички облик:

$$v(r) = \begin{cases} \infty & 0 < r < \sigma \\ -\varepsilon & \sigma < r < Rr \\ 0 & Rr < r \end{cases} \qquad (R > 0) \tag{10}$$

Одавде се, помоћу једначине (9) добија следећи израз за $B_2(T)$ (Reichl, 1988):

$$B_2(T) = (2\pi\sigma^2/3)\,[1 - (R^3 - 1)(e^{\beta\varepsilon} - 1)] \tag{11}$$

заменом овог резултата у израз (7) следи коначан облик виријелног развоја једначине стања за потенцијал "квадратне јаме". Применом овако добијене једначине стања на експерименталне податке за метан (CH_4) добија се да је, у интервалу температура $273 < T\,(K) < 623$; $\varepsilon/k_B = 142.5K$; $\sigma = 3.355$ Å; $R = 1.60$ (Reichl, 1988). Навели смо податке за метан као пример зато што су они планетолошки интересантни, пошто метан улази у састав атмосфера неких планета (на пример, има га на Јупитеру, Сатурну и Урану).

Досадашње разматрање односи се претежно на флуиде. У чврстим телима, поступак за успостављање једначине стања полази од анализе различитих доприноса укупној енергији и притиску. Уз предпоставку да је електрон-фононска интеракција занемарљива, енергија и притисак могу се изразити на следећи начин (нпр, Eliezer, Ghatak and Hora, 1986):

$$E = E_c + E_{Ta} + E_{Te} \tag{12}$$

$$P = P_c + P_{Ta} + P_{Te} \tag{13}$$

где су E_c и P_c енергија и притисак чврстог тела за $T = 0$ K; E_{Ta} и P_{Ta} означавају доприносе енергији и притиску који потичу од топлотних вибрација атома око њихових равнотежних положаја, док су са E_{Te} и P_{Te} означени одговарајући електронски доприноси.

Компоненте E_c и P_c могу се представити помоћу неког од теоријских модела материје на $T = 0$ K (као што је Томас-Фермијев модел), док су изрази за E_{Te} и P_{Te} познати из теорије Ферми-гаса (нпр, Eliezer, Ghatak and Hora, 1986; Reichl, 1988).

Најједноставнији облик једначине стања представља тзв. Грунаизен-ова једначина која има облик

$$P_{Ta} = (\gamma/V)\; E_{Ta} \tag{14}$$

Симбол γ означава Грунаизен-ов параметар, дефинисан релацијом

$$\gamma = -\partial \ln \Theta_D \;/\; \partial \ln V \tag{15}$$

где је са Θ_D означена Дебајева температура. Може се показати да је Грунаисен-ов параметар повезан са карактеристикама потенцијала интеракције у датом систему.

Израчунавање E_{Ta} захтева претходно одређивање спектралне расподеле фреквенци атомских вибрација. Најједноставнији модели ове расподеле су Ајнштајнов (атоми у чврстом телу су међусобно независни и сви вибрирају истом фреквенцом) и Дебајев модел (атоми су међусобно упарени, вибрирају колективно и постоји расподела по фреквенцама). Дебајев модел је физички много реалнији и боље се слаже са експериментима (нпр, Eliezer, Ghatak and Hora, 1986). Израз за E_{Ta} у овом моделу гласи:

$$E_{Ta} = 9\ RT\ (T\ /\ \Theta_D)^3 \int_0^{T/\Theta_D} \xi^3\ /\ (\exp \xi - 1)\ d\xi \qquad (16)$$

што представља енергију чврстог тела (по молу) у Дебајевом моделу. Симбол ξ у горњем изразу означава $\xi = \beta h\nu$ (β означава инверзну температуру, ν фреквенцу вибрација а h је Планкова константа). Заменом једначине (16) у (14) може се добити експлицитан облик једначине стања чврстог тела.

Шта су мотиви за теоријско заснивање једначина стања физичких система? Навешћемо само неке:

- на основу познате једначине стања, коришћењем стандардних термодинамичких релација, могу се израчунавати различите функције стања система; поређење резултата таквих израчунавања са експериментима често пружа могућност за одређивање неких параметара система;
- у астрофизици, познавање једначине стања је неопходан предуслов за све покушаје моделирања унутрашње структуре планета и звезда. У овом случају, додатну компликацију уноси и непознавање хемијског састава. Ова тешкоћа се обично превазилази комбиновањем података о хемијском саставу површине и неких додатних поставки о структури и еволуцији датог објекта.
- познавање једначина стања корисно је при истраживању појава фазних прелаза. О чему се ради? Полазећи од Хамилтонијана система, могу се (у принципу) одредити партициона функција и слободна енергија, а на основу ње и све остале термодинамичке функције. Тачке у простору стања у којима термодинамичке функције постају сингуларне називају се тачкама фазних прелаза. Познавање једначине стања корисно је у истраживањима фазних прелаза зато што омогућава праћење промене стања система и при прилазу тачки у којој се прелаз дешава. Теорија фазних прелаза је веома разграната област физике, и у њу се на овом месту не можемо упуштати; евентуално заинтересованог читаоца упућујемо на бројне монографије, прегледне и истраживачке радове посвећене фазним прелазима у разноврсним физичким системима (примери монографија су Stanley, 1971; LeBellac, 1988; Negele and Orland, 1988; Sewell, 1989; Linde, 1990).

Постоји један интересантан детаљ, и уједно озбиљан нерешен теоријски проблем, везан за фазне прелазе у систему подвргнутом високом спољашњем притиску. Не постоји (по сазнањима аутора) у оквирима данашње статистичке механике разрађен теоријски поступак којим се за произвољан физички систем може предвидети притисак на коме ће у њему доћи до фазног прелаза. У жаргону статистичке механике, тешкоћу у развијању таквог поступка представља

избор погодног "параметра реда". Важан допринос решавању овог проблема даје семи - класична теорија понашања материјала под високим притиском Павла Савића и Радивоја Кашанина (такозвана СК теорија), о којој ће бити више речи у наставку текста.

3.2 Теорија П. Савића и Р. Кашанина

Павле Савић и Радивоје Кашанин развили су своју теорију о понашању материјала под високим притиском у првој половини шездесетих година (Savić and Kašanin, 1962/65). Теорија је коришћена и разрађивана у низу публикација различитих аутора (нпр. Čelebonović, 1992c; Savić and Čelebonović, 1994 и референце које се тамо наводе).

Настала је као директна последица једног Савићевог рада (Savić, 1961, скраћено означен са S 61) у коме је покушао да објасни порекло ротације небеских тела. Закључак тог рада био је да је ротација блиско повезана са унутрашњом струкутуром небеских тела, и да је за њено коректно тумачење неопходна теорија о понашању материјала под високим притиском. Нећемо се, на овом месту, упуштати у све математичко-физичке детаљe на којима се заснива теорија СК. Уместо тога, приказаћемо квалитативно основне идеје теорије и дати примере њене применљивости у астрофизици и физици чврстог стања.

Разматрана у раду S 61 односе се на ниско-температурни облак неодређеног облика састављен од произвољног броја хемијских елемената. Два физичка процеса битно утичу на живот оваквог облака: међусобна гравитациона интеракција честица од којих се облак састоји и губитак енергије услед топлотног зрачења. Заједнички резултат ових процеса је опадање температуре почетног облака и, истовремено, пораст његове средње густине и унутрашњег притиска. Пораст притиска доводи до ексцитације и јонизације атома и молекула у унутрашњости облака (тзв. јонизација притиском). У терминологији квантне механике, то значи да пораст притиска доводи до ширења радијалног дела електронских таласних функција у атомима и молекулима елемената од којих се састоји облак. Први квантно-механички приступ овом проблему датира од пре неколико година (Ma, Wang, Chen et al, 1988), чак три деценије пошто је идеја о могућности јонизације притиском искоришћена у теорији СК. Могућност јонизације атома под дејством високог притиска први пут је поменуо Енрико Ферми тридесетих година нашег века, али само као узгредан резултат добијен при решавању Шредингерове једначине за неке једноставне моделе атома.

Предпоставимо, једноставности ради, да почетни облак садржи атоме само једног хемијског елемента. Под дејством растућег притиска он ће прећи у стање дво-компонентне плазме, која се састоји из електронског гаса и атома и/или молекула јонизованих деловањем притиска. Електронски гас чине елекрони избачени из атома брзинама које су случајно распоређене по правцу, смеру и интензитету.

За такав електронски гас може се показати (de Groot and Suttorp, 1972) да

има магнетно поље које није идентички једнако нули. Под дејством високог притиска магнетни моменти атома и молекула у почетном облаку оријентишу се паралелно, и резултујући момент силе који делује на њих (пошто се налазе у магнетном пољу које је, с њихове тачке гледишта, спољашње поље) доводи до отпочињања ротације целог система. Може се, на први поглед, учинити да је описано објашњење порекла ротације веома квалитативно. Његова детаљна разрада (Savić and Kašanin 1962/65, III i IV; Savić, 1981) даје бројне вредности јачина магнетних поља и могућих интервала брзина угаоне ротације Сунца и планета које се добро слажу са посматрачким подацима. На пример, израчунавања по СК теорији дају за јачину магнетног поља Јупитера вредност између 10 и 14 Gausa, док мерена вредност износи 14 Gausa (Savić, 1981). Посматрана вредност брзине ротације Сунца у екваторијалној области износи 2.9 10^{-6} $rads^{-1}$; физички могући интервал по теорији Савића и Кашанина је $(1.2 \leq \omega \leq 44.7)$ 10^{-6} $rads^{-1}$.

Поред израчунавања јачина магнетних поља и дозвољених интервала брзине ротације, СК теорија омогућава израчунавања модела унутрашње структуре чланова Сунчевог система. Полазећи од само два посматрачка податка (масе и радијуса објекта) могу се одредити број и дебљина слојева који постоје у унутрашњости датог објекта, расподела притиска, густине и температуре са дубином, као и средња атомска маса хемијске смеше од које се тело састоји. Израчунато је, на пример, у оквиру ове теорије, да дубина тзв. Мохо - дисконтинуитета у унутрашњости Земље износи 39 км; експериментална вредност је 33 км, што се може сматрати за добро слагање. Исто тако, показано је да је магнетни момент Месеца нула, што је касније потврђено и директним мерењима са различитих космичких сонди. Недавно је помоћу СК теорије израчунато да температура у центру Земље износи 7000 К, што се одлично слаже са подацима из експеримената у дијамантским пресама. У следећој табели приказан је модел унутрашње структуре Земље по СК теорији. Сви употребљени симболи имају уобичајена значења.

ТАБЕЛА I: Унутрашња структура Земље по теорији СК

дубина (km)	0 - 39	39 - 2900	2900 - 4980	4980 - 6371
ρ_{max} (gcm^{-3})	3.0	6.0	12.0	19.74
P_{max} (Mbar)	0.25	1.29	2.89	3.7
T(K)	1300	2700	4100	7000

Хемијски састав небеских тела представља последицу процеса у којима су ови објекти настали. Пошто је у космогонији директан експеримент немогућ (нико није скупљао податке у доба стварања планетног система), један од начина на који се могу доносити закључци о стварању Сунчевог система је анализа хемијског састава његових чланова. У следећој табели наведене су вредности средње атомске масе (означена са <A>) смеша од којих се састоје поједина тела Сунчевог система. Симболи J_i (i = 1,.. 4) и $У_k$ (k = 1,.. 5) означавају сателите Јупитера и Урана. Података за Сатурн и Плутон за сада нема (нису израчунати у оквиру теорије СК).

ТАБЕЛА II: Хемијски састав неких тела Сунчевог система

ТЕЛО	<A>	САТЕЛИТ	<A>
Сунце	1.4	Месец	71
Меркур	113	J1	70
Венера	28.12	J2	71
Земља	26.56	J3	18
Марс	69	J4	19
Церес	96	У1	38
Јупитер	1.55	У2	43
Сатурн	—	У3	44
Уран	6.5	У4	32
Нептун	7.26	У5	32
Плутон	—	Тритон	67

Анализом ове табеле могу се извести интересантни космогонијски закључци. Скицираћемо их, а за детаљније разматрање упућујемо читаоца на постојећу литературу (Čelebonović, 1986, 1988).

Лако се види да је Сунчев систем хемијски нехомоген; уочава се позната подела на планете Земљиног и Јупитеровог типа. Мала планета Церес, чија се данашња орбита налази између путања Марса и Јупитера, је по свом хемијском саставу блиска Меркуру. На бази вредности <A> за Церес, наведене у табели II израчуната је маса астероида Хигија (10 Hygiea) и добијено одлично слагање са резултатима небеске механике. Сличан контраст постоји у систему Нептун — Тритон: њихове средње атомске масе разликују се скоро за цео ред величине. Ова разлика може се протумачити као последица чињенице да Тритон и Нептун нису настали у истој области протопланетарног облака у исто време, већ да је Тритон тзв. "захваћено тело".

Теорија Савића и Кашанина нашла је примене и у лабораторијској физици високих притисака. Поступком који је детаљно развијен у оквирима ове теорије, могуће је одредити тачке фазних прелаза и облик једначине стања материјала подвргнутих високом притиску. Алгоритам предложен у оквирима теорије много је простији од приступа том проблему у стандардној статистичкој механици. Средња међучестична удаљеност дефинише се у овој теорији тако да одговара положају стабилне равнотеже "пуног" међучестичног потенцијала; полазна предпоставка у СК теорији је да атоми и /или молекули у узорку под притиском интерагују само чистим Кулоновим потенцијалом. У материјалу подвргнутом растућем притиску дешава се, по овој теорији, низ фазних прелаза. Пронађено је и одговарајуће селекционо правило за раздвајање физички и математички могућих прелаза. Густине двеју узастопних фаза разликују се за фактор 2. Овај однос је последица једног емпиријског правила, уведеног најпре у S 61 из астрофизичких разлога (описује средње густине планета) чије је важење касније проширено и на лабораторијске експерименте под високим притиском (Savić and Kašanin, 1962/65; Čelebonović, 1989d, 1992c).

Полазећи од ових (и још три) постулата, који су детаљно објашњени у оригиналним публикацијама Савића и Кашанина, као и у каснијој литер-

атури постаје могуће теоријски предвидети вредности притиска на којима ће се, у задатом материјалу под притиском, десити фазни прелаз. Тако, на пример, израчунато је да се метализација водоника може очекивати на $P \cong 300$ GPa (3 Mbar) а одговарајући резултат за хелијум износи чак 1060 GPa (106 Mbar) (Čelebonović, 1989d). Ови резултати су још увек ван домена статичких експеримената, тако да нису експериментално проверени, али су у задовољавајућој сагласности са вредностима добијеним у другим независним израчунавањима. Недавно је обављено систематско поређење резултата добијених применом СК теорије са експерименталним подацима за 19 случајно одабраних материјала (Čelebonović, 1992c). Релативна одступања теоријских од експерименталних резултата износе од 0 до приближно 30%; анализирани су неки од узрока ових одступања, и указано је на могућности њиховог смањења. На пример, било би веома корисно променити потенцијал интеракције у СК теорији. Може се очекивати да би се употребом екранираног уместо "чистог" Кулоновог потенцијала добила мања одступања израчунатих од мерених вредности притисака на којима се дешавају фазни прелази. Један од анализираних материјала био је CdS. Измерена вредност притиска на ком се у овом материјалу дешава фазни прелаз износи 27 kbar (2.7 GPa), док је теоријски резултат 26.3 kbar (2.63 GPa).

Уместо закључка

Физика и астрофизика материје под високим притиском су области науке у бурном развоју. У нашој земљи њима се бави сразмерно мали број истраживача, па је, услед тога и број публикација у домаћој литератури мали. Циљ овог рада било је пружање увида у правце активности у физици и астрофизици густе материје којима се баве наши истраживачи. Из рада су изостављени интересантни аспекти физике и астрофизике густе материје везани за физику честица и теорију релативности. На пример, није било говора о фазним прелазима у супергустој врелој материји каква је постојала у раном Свемиру (електро-слаби прелаз, прелаз кварк – хадрон). Није било речи о проблемима једначине стања неутронског гаса, који су интересантни због истраживања неутронских звезда и белих патуљака, као ни о експериментима са акцелераторима тешких јона у којима се може одређивати једначина стања супер - густе материје.

Често се помишља да је за успешно бављење науком потребан склоп добрих услова какви се у нашој земљи из различитих разлога тешко могу остварити. Физика и астрофизика густе материје су управо примери за супротно. Основни предуслови за рад постоје, а такође и мноштво отворених експерименталних и теоријских проблема. На пример, постигнути су важни резултати у развоју алтернативних метода мерења притиска. Ради се на конструкцији акцелератора тешких јона, што би омогућило отварање низа области у нуклеарној физици и астрофизици. Чињеница је да у постојећим експерименталним условима није, на пример, могуће у нашој земљи добити метални водоник. Међутим, постоји мноштво материјала у којима се фазни прелази и драстичне

промене особина дешавају на притисцима који су нашим истраживачима доступни. Испитивања неких таквих материјала врше се у сарадњи за водећим светским лабораторијама. Са тачке гледишта астрофизике, постојећи експериментални услови допуштају симулацију стања у плитким слојевима испод површине неких планета и астероида. На теоријском плану, услови за рад су чак и бољи него у домену експеримената, пошто нерешених проблема има у распону од гравитационог колапса до објашњавања резултата експеримената у дијамантским пресама. Надамо се да је овај рад успео да читаоцу пренесе уверење да су физика и астрофизика густе материје узбудљиве научне области у бурном развоју, и да ће крајњи ефекат рада бити пораст интересовања за ову врсту истраживања.

Напомена

Захваљујем се колеги Др. Бранislаву Јованићу, научном сараднику Института за физику, на корисним сугестијама о ранијој верзији овог рада.

Референце

Adams, D. M. and Sharma, S. K.: 1977, *J. Phys.* **E10**, 680.

Ashcroft, N. W.: 1989, *Nature*, **340**, 345.

Auban, P., Čelebonović, V., Tomić, S., Jerome, D. and Bechgaard, K.: 1991, *Synth. Metals*, **41-43**, 2281.

Barbee, T. W., Garcia, A. and Cohen, M. L.: 1989, *Nature*, **340**, 369.

Bizhigitov, T. B. and Sirota, N. N.: 1986, *JETP Letters*, **44**, 417.

Bridgman, P. W.: 1964, Collected Experimental Papers, Volumes I - VII, Harvard University Press, Cambridge, Mass., USA.

Čelebonović, V.: 1986, *Earth, Moon and Planets*, **34**, 59.

Čelebonović, V.: 1988, ibid, **42**, 297.

Čelebonović, V.: 1989d, ibid, **45**, 291.

Čelebonović, V.: 1990, *Vasiona*, **XXXVIII**, (1), 1.

Čelebonović, V.: 1992a, *Europhys. Conf. Abstracts*, **16A**, 143.

Čelebonović, V.: 1992b, *Bull. Astron. Belgrade*, **146**, 41.

Čelebonović, V.: 1992c, *Earth, Moon and Planets*, **58**, 203.

Čelebonović, V.: 1993b, *Publ. Obs. Astron. Belgrade*, **44**, 103.

Eggert, J. H., Goettel, K. A. and Silveira, I. F.: 1989, *Phys. Rev.*, **B 40**, 5733.

Eliezer, S., Ghatak, A., and Hora, H.: 1986, An introduction to equations of state: theory and applications, Cambridge University Press, Cambridge, Great Britain.

Fabre, D. and Thiery, M. M.: 1984, *J. de Physique*, Coll. C-8, 405.

Forman, R. A., Piermarini, G. J., Barnett, J. D. and Block, S.: 1972, *Science*, **176**, 284.

de Groot, S. R. and Suttorp, L. G.: 1972, Foundations of Electrodynamics, North Holland Publ. Comp., Amsterdam.

Hama, J., Shiomi, Y. and Suito, K.: 1990, *J. Phys.: Cond. Matt.*, **2**, 8107.

Hemley, R. J., Jephcoat, A. P., Mao, H. K., Zha, C. S., Finger, L. W. and Cox, D. E.: 1987, *Nature*, **330**, 737.

Hemmes, H., Driessen, A. and Griessen, R.: 1986, *Physica*, **139 & 140 B**, 116.

Hirsch, K. R. and Holzapfel, W. B.: 1981, *Rev. Sci. Instr.*, **52**, 52.

Jakšić, Z. M., Urošević, V. V., Zeković, Lj. and Jovanić, B. R.: 1992, *High Pressure Research*, **9**, 247.

Jamieson, J. C., Lawson, A. W. and Nachtrieb, N. D.: 1959, *Rev. Sci. Instr.*, **30**, 611.

Jayaraman, A.: 1983, *Rev. Mod. Phys.*, **55**, 65.

Jayraman, A.: 1986, *Rev. Sci. Instr.*, **57**, 1013.

Jovanić, B., Zeković, Lj. and Radenković, B.: 1991, *Phys. Scripta*, **43**, 446.

Jovanić, B. R.: 1992a, *Meas. Sci. Technol.*, **3**, 979.

Jovanić, B. R.: 1992b, *Chem. Phys. Lett.*, **190**, 440.

Kaiser, W. and Bond, W. L.: 1959, *Phys. Rev.*, **115**, 857.

Laštovičkova, M.: 1991, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **66**, 1.

Lawson, A. W. and Tang, T. Z.: 1950, *Rev. Sci. Instr.*, **21**, 815.

LeBellac, M.: 1988, Des phénomènes critiques aux champs de jauge, InterEditions / Editions du CNRS, Paris.

Leung, Z.: 1984, Physics of Dense Matter, Science Press and World Scientific Publishing, Beijing / Singapore.

Linde, A. D.: 1990, Particle Physics and Inflationary Cosmology, Harwood Academic Publishers, London.

Ma, D., Zheng, X., Xu, Z. and Zhang, Y.: 1986, *Phys. Lett.*, **115A**, 245.

Ma, D., Zheng, X., Zhang, Y. and Xu, Z.: 1987, *Phys. Lett.*, **121A**, 97.

Ma, D., Chen, J., Wang, Y. and Zhang, Y.: 1988, *Phys. Lett.*, **126A**, 377.

Ma, D., Wang, Y., Chen, J. and Zhang, Y.: 1988, *J. Phys.*, **C21**, 3585.

Mao, H. K., Bell, P. M., Shaner, J. W. and Steinberg, D. J.: 1978, *J. Appl. Phys.*, **49**, 3276.

Mao, H. K., and Hemley, R. J.: 1989, *Science*, **244**, 1462.

Mao, H. K., Goettel, K. A. and Bell, P. M.: 1985, in: Solid State Physics under Pressure: Recent Advances with Anvil Devices (ed. by S. Minomura), p. 11, KTK Scientific Publishers, Tokyo, Japan, and D. Reidel Publ. Comp, Dordrecht, Holand.

Negele, J. W. and Orland, H.: 1988, Quantum Many-Particle Systems, Addison-Wesley Publ. Comp., New York.

Palstra, T. T. M., Zhou, O., Iwasa, Y. et al.: 1995, *Solid State Comm.*, **93**, 327.

Piermarini, G. J. and Block, S.: 1975, *Rev. Sci. Instr.*, **46**, 973.

Polian, A., Besson, J. M. and Grimsditch, M.: 1985, in: Solid State Physics under Pressure: Recent Advances with Anvil Devices (ed. by S. Minomura), p. 93, KTK Scientific Publishers, Tokyo, Japan, and D. Reidel Publ. Comp, Dordrecht, Holand.

Reichl, L. E.: 1988, A Modern Course in Statistical Physics, Edward Arnold (Publishers) Ltd., London.

Robertson, R., Fox, J. J. and Martin, A. E.: 1934, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, **A232**, 463.

Ruoff, A. L.: 1992 a, in: Annual Techn. Rep., Mater. Sci. Center, Cornell University, July 1, 1991. - June 30, 1992.

Ruoff, A. L., Greene, R. G., Ghandehari, K. and Xia, Q.: 1992, Cornell University Mat. Sci. Center Report MSC # 7439.

Savić, P.: 1961, *Bull. de la classe des Sci. Math. et Natur. de l'Acad. Serbe des Sciences et des Arts*, **26**, 107.

Savić, P. and Kašanin, R.: 1962/65, The Behaviour of Materials Under High Pressure I - IV, SANU, Beograd.

Savić, P.: 1981, *Adv. Space Res.* **1**, 131.

Savić, P. and Urošević, V.: 1987, *Chem. Phys. Lett.*, **135**, 393.

Savić, P. and Čelebonović, V.: 1994, in: Proc. of the 1993. Joint AIRAPT/APS Conference on High Pressure Sci. and Technol., AIP Conference Proceedings Series, **309**, p.53, AIP Press., New York.

Schaeffer, R.: 1992, Supernovae de Type II et assimilees, Saclay preprint SPhT/92-130.

Schwarzschild, M.: 1958, Structure and Evolution of the Stars, Princeton Univ. Press. Princeton.

Sewell, G. L.: 1989, Quantum Theory of Collective Phenomena, Clarendon Press, Oxford.

Stanley, H. E.: 1971, Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena, Clarendon Press, Oxford.

Tamman, G.: 1900, *Ann. Phys.*, 4 ser., **2**, 1.

Ter-Kazarian, G. T.: 1992, *Astrophys. Space Sci.*, **194**, 1.

Trusler, J. P. M.: 1988, *Mol. Phys.*, **64**, 1153.

Urošević, V., Panić, B., Jovanić, B., Zeković, Lj. and Savić, P.: 1989, *Chem. Phys. Lett.*, **155**, 325.

Van Valkenburg, A. A.: 1965, Conference Internationale sur les Hautes Pressions, Le Creusot, France.

Weir, C. E., Lippincott, E. R., Van Valkenburg, A. and Bunting, E. N.: 1959, *J. Res. Natl. Bur. Standards, Sec. A*, **63**, 55.

Whalley, E.: 1985, in: Ices in the Solar System , ed. by J. Klinger, D. Benest, A. Dollfus and R. Smoluchowski p. 9, D. Reidel Publ. Comp, Dordrecht, Holland.

Williams, Q., Jeanloz, R., Bass, J., Svendsen, B. and Ahrens, T. J.: 1987, *Science*, **236**, 181.

Williams, Q. and Jeanloz, R.: 1991, in: Molten Salt Techniques, **4**, ed. by R. J. Gale and D. G. Lovering, p. 193, Plenum Publ. Corp., London.

Wigner, E. and Huntington, J.: 1935, *J. Chem. Phys.*, **3**, 764.

Yusa, H., Yagi, T. and Arashi, H.: 1993, Technical report of ISSP (Univ. of Tokyo), **A2682**, (poslato u J. Appl. Phys.).

Додатак

Главни део овог текста написан је почетком 1993. Истраживања понашања материјала под високим притиском се интензивно одвијају и, упркос познатим политички мотивисаним проблемима у размени информација са светом, могу се (у смањеном обиму) пратити и из Југославије. Циљ овог додатка је да укратко прикаже неке од резултата постигнутих до почетка 1995., о којима у главном тексту није било речи.

Поменули смо да горња граница применљивости рубинске скале износи око 250 GPa (2.5 Mbar). А колики је највиси притисак доступан у дијамантској преси? Одговор на ово питање је растућа (али, на непредвидив начин) функција времена. По последњим расположивим подацима, истраживачи на Корнеловом Универзитету (Cornell University) у САД достигли су притисак од 560 GPa (5.6 Mbar) (Ruoff et al, 1992; Ruoff, 1993)! Поређења ради, притисак у центру Земље износи око 360 GPa, што илуструје значај овог резултата за геофизику и науку о материјалима. Пошто је достигнута вредност далеко изнад горње граница рубинске скале, мерења на тако великим притисцима раде се анализом дифракције X-зрака на узорцима. Поменути рекорд постигнут је на хемијским елементима W, Pt и Mo, пречник врха дијаманата био је 20 μm, а пречник отвора колиматора X-зрака био је 5 μm (Ruoff et al, 1993), што захтева посебне микро-манипулаторе. Поменимо да, у експериментима који се раде у Институту за физику и многим другим лабораторијама, величина узорка износи око 50 μm, па се ипак сматра за веома "фин" посао поставити такав узорак у пресу. У вези са "финоћом" експериманата у дијамантским пресама, пажњу заслужују и мерења вискозности флуида у дијамантским пресама. Користећи куглице полистирена пречника 91 nm (или 0.91 μm) измерена је вискозност метанола под притиском (Herbst, King, Gao and Ou-Yang, 1992). Мерења су извршена на притиску $P < 2.90$GPa; мерењима су добијене вредности коефицијента дифузије као функција притиска, а затим су теоријски израчунате вредности коефицијента вискозности. Тачност коначних резултата износи $\pm 2.5\%$, што се у експериментима у мехници флуида сматра за веома високу тачност.

Метални водоник још увек није добијен. Измерен је индекс преламања водоника у функцији притиска, а одређена је и зависност моларне рефракције водоника од густине (Ruoff and Ghandehari, 1993). Оба ова резултата омогућују израчунавање притиска метализације водоника, при чему се поново добија "уобичајена"вредност од 300 GPa.

Експериментално је одређена једначина стања Al за $P \leq 220$ GPa, и показано је међусобно слагање резултата добијених ултразвучним, статичким и ударним експериментима. Није детектован структурни фазни прелаз (Greene, Luo and Ruoff, 1994). Могло би се поставити питање зашто је овај експеримент урађен баш на Al а не на неком другом хемијском елементу? Објашњење је прагматично - због једноставне структуре кристалне решетке Al (тзв. FCC тип), теоријска израчунавања су за овај метал "релативно" једноставна, па је он погодан за поређење теоријских и експерименталних резултата.

Поново је демонстрирана применљивост високих притсака у комбинацији

са другим експерименталним техникама на истраживања фазних прелаза (Hochheimer, 1995). Такође су поново дефинисане неке фиксне тачке у скали притиска (то су прецизно одређене тачке фазних прелаза у разним материјалима), које препоручује AIRAPT (Molinar, 1995). Разрађен је и нов вид дијамантске пресе за употребу у јаким магнетним пољима, који се може користити у пољима H < 20 T на температурама у области постојања течног хелијума (Zeman, Zigone and Martinez, 1995). Очекује се да ће овај инструмент (а тешкоћа у његовом прављењу је у избору немагнетних материјала који уједно могу да поднесу високе притиске и ниске температуре) омогућити нове продоре у истраживањима фазних прелаза у магнетним и суперпроводним материјалима.

На крају, неколико речи о једном необичном материјалу - фулерену C_{60}. Измерена је специфична топлота монокристала фулерена за $77 \leq T\ (K) \leq 300$ (Devadhasan et al, 1994). Резултати зависе од температуре и показују хистерезис. Максимална измерена вредност специфичне топлоте износи 16 J/g/K за $T = 261.5\ K$ (што одговара температури на којој се дешава оријентациони фазни прелаз). За T < 100 K уочен је прелаз у тзв. стакласто стање. Одређен је и фазни дијаграм фулерена за услове $T \leq 300$ K и $P \leq 1$ GPa (Sundqvist et al, 1995).

Поменимо и један астрофизички важан резултат везан за фулерен. У САД су, у току 1993., рађени експерименти у којима су, из авиона на веома великим висинама, захватане међупланетарне честице у близини горње границе атмосфере Земље. Очекивало се да ће најзаступљенији облик угљеника на овом зрнима бити управо фулерен. Показало се да су ова предубеђења била потпуно погрешна, пошто ни једна од захваћених честица није садржала фулерен! Овај резултат показује да у савременим знањима о хемији међупланетарне средине постоји неки скривен али озбиљан проблем, што би могло имати импликације и на развој теоријских представа о стварању планета и звезда.

Референце

Devadhasan, K. V., Natarjan, D. V., Sastry, V. S. et al.: 1994, *Solid State Comm.*, **92**, 715.

Greene, R. G., Luo, H.and Ruoff, A. L.: 1994, *Phys. Rev. Lett.*, **73**, 2075.

Herbst, C. A., King, H. E., Jr., Go, Z. and Ou-Yang, H. D.: 1992, *J. Appl. Phys.*, **72**, 838.

Hochheimer, H. D.: 1995, u knjizi: Proceedings of the XXXII EHPRG Conference, Brno, Czech Republic, 29. 08. - 01. 09. 1994.

Molinar, G. F.: 1995, isto.

Ruoff, A. L., Xia, H. and Xia, Q.: 1992, *Rev. Sci. Instr.*, **73**, 4342.

Ruoff, A. L.: 1993, in: Ann. Techn. Rep. Mat. Sci. Ctr. Cornell University for the period July 1, 1992 - June 30, 1993., p. 278.

Ruoff, A. L., Luo, H., Xia, H.and Vanderborgh, C.: 1993, Mat. Sci. Ctr. Cornell University, MSC Report # 7659.

Ruoff, A. L.and Ghandehari, K.: 1993, *Mod. Phys. Lett.*, **7**, 907.

Sundqvist, B, Andersson, O. Lundin, A. and Soldatov, A.: 1995, *Solid State Comm.*, **93**, 109.

Zeman, J., Zigone, M.and Martinez, G.: 1995, u knjizi: Proceedings of the XXXII EHPRG Conference, Brno, Czech Republic, 29. 08. - 01. 09. 1994.

DENSE MATTER PHYSICS AND ASTROPHYSICS: SOME RESULTS AND SOME PROBLEMS

VLADAN ČELEBONOVIĆ

Institute of Physics, Pregrevica 118, 11080 Zemun

Abstract. The mass density of materials occurs as a parameter in various domains of physics and astrophysics, from experiments in diamond-anvil cells to the gravitational collapse and the early universe. This paper has a double purpose: to review the basic results concerning the behaviour of materials under high pressure, and to point out some open problems. Special attention is given to results obtained in this country.

Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 167 – 190

ЗНАЧАЈ И ПРИМЕНА АСТРОНОМСКОГ ПОДАТКА У ГЕОДЕЗИЈИ

АЛЕКСАНДАР ЖИВКОВИЋ

Грађевински факултет, Институт за геодезију,
Булевар револуције 73/I, Београд

Резиме. Астрономске тачке имају велики значај за геодезију. У раду је кроз 4 аспекта показан и илустрован значај астрономских тачака за геодезију.

Предговор

Упркос огромног значаја који астрономски податак има за геодезију, његово учешће у стварању "Основних геодетских мрежа" имало је доскора маргинални карактер. Зашто је то тако? Један од могућих одговора је тај, да су ови радови веома скупи и да дуго трају. Други је тај да су практичари настојали да што пре дођу до оперативних координата за извршење других многобројних задатака који су се постављали пред геодезију. Када се једанпута дошло до привремених координата методом *развијања мреже*, које су могле да задовоље један део практичних задатака у геодезији, велики део практичара па и они који су били на челу установа које су имале задатак да се старају о *основним геодетским радовима* сматрали су да је задатак у потпуности завршен. Међутим управо овде би требало цитирати Брунсову констатацију из 1878. године када он каже:

Строго решење почиње тек ту,
где се код досадашњих схватања,
задатак сматра већ извршен.

Данас се у целом свету а посебно у Европи улажу огромна средства да се дође до што савременијих Основних геодетских мрежа које ће бити у стању да задовоље све захтеве савремене науке и праксе. У Југославији након укидања Савезне геодетске управе 1973. године све активности на плану *основних геодетских радова* практично су замрле.

Циљ овога рада је да подстакне активности за наставак радова на "Основним геодетским мрежама". Посебан значај у овим активностима без сумње припада астрономским радовима, због огромног значаја који астрономски податак има у геодезији. Управо тај значај представља предмет ове студије.

Историјски развој дефиниције тригонометријске мреже 1. реда

Упознајмо се кратко, како је питање тригонометријске мреже 1. реда било третирано од стране Међународне уније за геодезију и геофизику.

На конгресу Уније у Мадриду (1924) била је образована комисија са задатком да у сврху унификације радова појединих држава на Основним мрежама, предложи потребна правила, односно, упутства. Комисија је радила шест година. За време разраде упутства избила су два мишљења: француско, које је заступао Перје и америчко, које је бранио Боуи.

Конгресу у Прагу 1927. године био је предложен француски текст који је израдио Перје, те су на основу тог текста биле прихваћене прве и основне одредбе.

Конгресу у Штокхолму 1930. године била су предложена два текста: француски, састављен од Перјеа и енглески (амерички), састављен од стране Боуиа.

Прихваћене одредбе које се односе на триангулацију 1. реда гласе:

Триангулација 1. реда је триангулација са дугачким странама у којој су сви углови мерени инструментима и методама који дају максималну могућу тачност. Најнепосредније мерило вредности једне триангулације састоји се у грешкама затварања троуглова. Назив триангулације 1. реда може се дати само триангулацијама код којих просечна грешка затварања троуглова не прелази обично једну сексагезималну секунду (1″). Код врло малог броја троуглова грешке затварања могу да достижу 3″.

За мерење углова треба употребити инструменте који су намењени односно конструисани само за мерење хоризонталних углова.

Тежина опажаног правца не треба да буде мања од 20 или 24, узимајући тежину правца опажаног у једном гирусу за јединицу.

Треба напоменути да прихваћене одредбе нису обавезне, него се само препоручују.

Од интереса је навести и дефиницију коју је у свом предлогу дао Боуи:

"Триангулација 1. реда назива се она код које се основице и углови мере са максималном тачношћу и у којој се искоришћавају *Лапласове тачке* за отклањање азимуталних отступања. (Тачке на којима се врши астрономско одређивање ширине, дужине и азимута зову се Лапласове тачке).

У новије време постало је познато да тачност триангулације зависи како од броја и распореда основица и тачака Лапласа, тако и од величине грешака у угловима. Главна сврха триангулације 1. реда састоји се у одређивању са највећом тачношћу дужина страна у мрежи и координата тачака. Триангулација са већим бројем Лапласових тачака, али са мањом тачношћу у мерењу углова, може дати географски положај тачака са већом тачношћу него триангулација изведена са високом тачношћу у мерењу углова, али са недовољним бројем основица и Лапласових тачака.

Стране триангулације могу услед тога бити кратке, на пример 10-20 км, а ипак ће тачност резултата бити првокласна, ако постоји довољан број основица и Лапласових тачака а углови су измерени само са задовољавајућом тачношћу".

Битна особина дефиниције Боуиа састоји се у потреби одређивања Лапласових тачака. Ова дефиниција у Штокхолму није прихваћена вероватно због тога што постоји много држава чије су триангулације изведене без постављања Лапласових услова.

У 1937. години упутила је Међународна унија државама чланицама упитник са низом питања о извршењу радова на триангулацији 1. реда. Између постављених питања било је и ово: "Да ли су код изравнања узимани у обзир услови Лапласа". Позитиван одговор дале су само две државе: Финска и Пољска. (Н. Свечников, Виша геодезија, 1953)

На Скупштини Међународне уније за геодезију и геофизику одржане 1960. године у Хелсинкију, Специјална студијска група бр. 14, у даљем тексту (ССГ) поднела је извештај којим се предлажу спецификације за успостављање Основних геодетских мрежа. У складу са сугестијама ССГ, ове привремене спецификације биле су усвојене од стране Асоцијације да служе као путоказ.

Спецификације за Основне мреже у геометријској геодезији могу се поделити у два дела:

1. Опште спецификације и
2. Препоруке стандарда за различите методе мерења.

Упознајмо се ближе са горе поменутим одлукама.

1. Опште спецификације

1.1. Геодетске мреже које образују јединствену основу за националне геодетске радове или се успостављају као интернационалне споне које омогућавају научна истраживања на међународној основи у погледу одређивања облика и димензија Земље, називају се као Основне геодетске мреже.
Основна геодетска мрежа требало би да буде успостављена са таквом тачношћу, да у изравнатој мрежи релативна средња грешка стране у апсолутно оријентисаном систему никада не прелази 1 : 100 000 $\sqrt{S/30}$, где S означава удаљеност станица у километрима.

1.2. Основна мрежа требало би да буде образована на такав начин да се сваки њен део добро контролише кроз геометријске услове.

1.3. У случају да се размера мреже одређује помоћу дужинских мерења као што су летве или жице, калибрација мера има да буде изведена на међународном метарском стандарду, ређе помоћу неке стандардне основице која је адекватно стандардизована. У случају да се размера одређује помоћу електрооптичких метода или радарског система, требало би да се користи брзина светлости, усвојена од стране Асоцијације.

2. Препоруке стандарда за различите методе мерења

2.1. Хоризонтална угловна мерења

У циљу да се открије фатални утицај рефракције и смање систематске грешке услед рефракције мерења хоризонталних углова треба извршити под различитим атмосферским условима, и да буду распоређена на најмање три различита дана. Средња грешка правца срачуната по формули Ферера треба да буде мања од 0″.4. Затварања троуглова већа од 2″.5 требало би одбацити.

2.2. Мерења основица и основичких мрежа

Мерења основица треба да буду изведена тако, да што је могуће више искључе неповољне изворе систематских грешака. Летве и жице требало би да се калибрују пре и после мерења основице сходно 1.3. Најмање три различите мере требало би употребити у сваком правцу.

Основичке мреже требало би да дају конфигурацију, која с обзиром на локалне околности колико год је то могуће искључује опасан систематски утицај.

Препоручује се да се ова мерења планирају тако да дају средњу квадратну грешку излазне стране основичке мреже од 1 : 400 000.

2.3. Дужинска мерења страна

Мерења би требало да буду распоређена бар на два различита дана. Код мерења која замењују основице и основичке мреже средња грешка излазне стране основичке мреже треба да буде мања од 1 : 300 000. Средња грешка произвољно измерене стране у мрежи требало би да буде мања од 1 : 200 000.

Метеоролошка опажања требало би да буду распоређена у току мерења тако да обезбеђују одговарајућу тачност у одређивању рефракционе поправке.

Проверавање фреквенције и инструменталних константи требало би да се изводе тако, да у сваком тренутку могу да задовоље постављене услове тачности.

Трилатерациона мрежа требало би да буде боље ојачана прикладним угловним мерењима на пример, дуж траверзи које повезују Лапласове тачке.

2.4. Астрономска мерења

Астрономска мерења азимута и лонгитуде на Лапласовим тачкама требало би да буду распоређена тако да се што више искључе систематски утицаји. Станице би требало опажати у паровима са симултаним реципрочним одређивањем азимута. Одређивања азимута као и лонгитуде требало би распоредити на бар три различите ноћи. Лонгитуда би требало да се одређује као разлика лонгитуде од лонгитуде референтне станице, где одговарајућа мерења треба да се

врше на такав начин да систематски утицаји буду што боље елиминисани у разлици. Мерења би требало да имају такву тачност, да средња грешка израза:

$$A_L = \alpha - (\lambda - L)\sin B$$

срачунатог из података мерења на станици буде мања од 1″.

2.5. Распоред основица (дужински одређених страна) у тригонометријским мрежама

Густина дужински одређених страна у мрежи мора да буде таква да у најслабијем делу мреже тачност дужине стране одговара општој спецификацији датој у 1.1. Пошто ова тачност зависи од много фактора, никакво једноставно правило за одређивање ове густине не може бити дато.

Међутим, јако је пожељна нека једноставна процедура за процену густине. Прва приближна процена може се добити помоћу добро познатог израза за *моћ фигуре* допуњеног с обзиром на тачност дужина одређених страна. Критеријум се може изразити овако

$$100 > R + \frac{50}{n_a^2} + \frac{50}{n_b^2}$$

Овде R означава *моћ фигуре* срачунату између две посматране излазне стране основичке мреже, чије се средње грешке оцењују на 1 : 100 000 n_a и 1 : 100 000 n_b респективно.

2.6. Распоред Лапласових тачака

Тест тачности азимута најслабије стране између две посматране Лапласове тачке може се извести на сличан начин као што је то описано у 2.5. Да би се избегле могуће грешке оријентације у широким деловима мреже, препоручује се аранжирати Лапласове тачке знатно гушће но што је назначено овом методом.

Међутим, може бити дато једно једноставније правило, а које даје дозвољени број азимуталних угловних преноса између две Лапласове тачке као функције тачности мерења дефинисаних у 2.1. и 2.4. Највећи број преносних углова азимута између Лапласових тачака може се ставити у триангулацији 8 - 10, а у раду са траверзама 6 - 8.

2.7. Старе мреже

Старе мреже које су нађене сувише слабим, често се могу ојачати, увођењем накнадних дужинских мерења и Лапласових тачака, тако да обновљена мрежа може да задовољи постављене услове тачности дефинисане општом спецификацијом 1.1. Међутим, неопходно је претходно се уверити да тачке обухваћене таквим накнадним мерењима нису померене, након мерења у првобитној триангулацији услед савременог померања Земљине коре и других узрока.

Уобичајени поступак за оријентацију тригонометријске мреже

Оријентациони поступак

Од произвољног положаја нулте тачке система X, Y, Z зависи које ће нумеричке вредности координата да прими некакав полиедар, тј. које ће вредности да имају његове елипсоидне координате B и L. Астрономске позиције φ и λ међутим су физички (мерењем) једнозначно утврђене. Пошто разлике астрономских и елипсоидних вредности дају одступања вертикала, онда произвољно изабрани положај нулте тачке има за последицу, да одступања вертикала имају *релативан карактер.*

Што је веће одступање вертикала у некој тачки, то је јаче нагнута елипсоидна тангентна раван према природној равни хоризонта. Стога утолико више елипсоидни азимут A одступа од астрономског азимута α тј. утолико ће се више пресликана мрежа на елипсоиду извијати и мењати своју оријентацију. Одавде имамо:

а) да се појам азимуталне *оријентације* односи на тригонометријску мрежу пресликану на елипсоид

б) да је азимутална оријентација мреже последица положаја елипсоида.

Са одступањем вертикала ξ и η дате су само две од укупно 3 координате елипсоидног средишта. Као трећа координата може да послужи елипсоидна висина једне тачке. Види се дакле да је појам *положаја елипсоида* физички обухваћен као оријентација тригонометријске мреже.

Постоје различити поступци за оријентацију мреже (а стим и за смештај елипсоида).

1. Поступак централне тачке

Код овог поступка се једна произвољно одабрана тачка P_0 проглашава за *централну тачку,* тј. ставља се да су њена одступања вертикала једнака нули. Тада је елипсоидна тангентна раван паралелна са природним хоризонтом и $A_0 = \alpha_0$ односно $B_0 = \varphi_0$, $L_0 = \lambda_0$. Стога у централној тачки морају да буду изведена астрономска опажања. За решење целокупног проблема смештаја треба да је дата и трећа координата Е. Овде се претпоставља да је $E_0 = h_0$ односно ставља се да је геоидно одстојање у P_0 једнако нули, тј. $N_0 = 0$.

2. Прикључак на мрежу суседа

Овде се захтева да су у једној тачки, заједничкој са суседном мрежом, вредности одступања вертикала и елипсоидна висина исте за обе мреже. Ове вредности треба да буду онакве какве су оне срачунате у суседној мрежи. Једнакост одступања вертикала је гарантована, ако се за ову тачку заједничку за обе мреже, тачно поклапају елипсоидне координате B и L и елипсоидни азимут једне стране.

3. Релативна оријентација према принципу минимума одступања вертикала

Одређује се тако, да се израз

$$\Omega_1 = \sum(\xi^2 + \eta^2) = min$$

односи на један одређени број астрономских тачака.

Вредност N_0 може да се изведе из једног сличног принципа

$$\Omega_2 = \sum N^2 = min$$

при чему се N односи на један одређени број тачака.

4. Такозвана апсолутна оријентација

Овде се одступања вертикала за једну специјалну тачку рачунају из аномалија теже према формулама Венинг-Мајнеса. Ова метода претпоставља да се средиште елипсоида поклапа са тежиштем Земље. Вредност N за једну тачку мреже такође се одређује из аномалияа теже, према познатој формули Стокса.

5. Апсолутна оријентација према проф. Ледерштереру

Одређује се из релације

$$\Omega_3 = \sum(\xi_{gr} - \xi_{ast})^2 + \sum(\eta_{gr} - \eta_{ast})^2 = min$$

при чему се вредности ξ_{gr} и η_{gr} одређују из аномалија теже, а вредности ξ_{ast} и η_{ast} астрономско-геодетским путем. Прикључак са трећом координатом се остварује кад је испуњен однос

$$\Omega_4 = \sum(N_{gr} - N_{ast})^2 = min$$

при чему се вредности N_{gr} одређују из аномалија теже Δg према формули Стокса, а N_{ast} путем астрономског нивелмана.

6. Апсолутна оријентација помоћу вештачких сателита Земље

Коришћењем вештачких сателита Земље, применом доплерске методе опажања, односно применом *Глобалног позиционог система*, одређују се геоцентричне просторне координате X, Y, Z станичне тачке у Светском геодетском координатном систему. Ове координате се лако могу превести у елипсоидне координате B, L и Е.

Поступак под 1, 2 и 3 даје релативну оријентацију (односно смештај) док се поступак под 4, 5 и 6 сматра апсолутним.

Редукција мерених величина са физичке површи Земље на рачунски елипсоид

Да би могла да се изврши редукција мерених величина са физичке површи Земље на рачунски елипсоид неопходно је познавати одступања вертикала и елипсоидну висину за све тачке у тригонометријској мрежи.

Одређивање одступања вертикала

Ако се постави питање одређивања одступања вертикала ξ и η онда по правилу постоје два различита поступка

а) *Астрономска метода*

Одступања вертикала добијају се упоређењем дефинитивних елипсоидних величина са одговарајућим астрономским вредностима.

То се упоређење обавља по једначинама

$$\xi = \varphi - B$$

$$\eta = (\lambda - L)\cos\varphi$$

$$\eta = (\alpha - A)\ \mathrm{ctg}\ \varphi$$

Астрономска одступања вертикала имају релативан карактер, при чему она зависе од димензија референц елипсоида и од координата изабране почетне тачке.

б) *Гравиметријска метода*

Овде се одступања вертикала добијају из аномалија теже Δg према формулама Венинг-Мајнеса. Према доказу који је дао Џефреје најпогодније је код ових рачунања да се користе *аномалије слободног ваздуха. Топографско-изостатичке аномалије* треба пре свега примењивати тамо, где још увек има мало изведених гравиметријских мерења.

Гравиметријска одступања вертикала имају апсолутни карактер.

в) *Астрономско-гравиметријска метода.*

Комбинујући оба поступка проф. Молоденски је добио астрономско-гравиметријска одступања вертикала. Овај нови поступак омогућава употребу сразмерно малог броја гравиметријских мерења, пошто се утицај далеких зона астрономским мерењима аутоматски узима у обзир.

Елипсоидне висине

а) *Доплерска метода односно метода Глобалног позиционог система*

Коришћењем вештачких сателита Земље, применом Доплерске методе опажања, односно методе *Глобалног позиционог система*, одређују се геоцентричне просторне координате X, Y, Z станичне тачке у Светском геодетском координатном систему. Ове координате са лако могу превести у елипсоидне координате B, L и E.

б) *Метода проф. Молоденског*

Елипсоидне висинске разлике ΔE према дефиницији проф. Молоденског и проф. Левалоа имају следећи изглед:

$$\Delta E_{1\cdot 2} = \sum_{1}^{2} \Delta h - \sum_{1}^{2} (\xi \cos A + \eta \sin A)\Delta S$$

При чему је:

$\Delta \mathrm{E}_{1\cdot 2}$ = $\mathrm{E}_2 - \mathrm{E}_1$

Δh = резултат нивелања дуж произвољног пута од тачке P_1 до тачке P_2

ξ, η = компоненте *измерених* одступања вертикала на тачкама физичке површи Земље дуж овог пута

A = азимут елемента пута

После проф. Молоденског и проф. Левалоа (потпуно независно) величини $\Delta \mathrm{E}_{1\cdot 2}$ указује посебну пажњу.

Треба приметити да је једначина Молоденског била први пут дата од стране Хелмерта.

в) *Рачунање елипсоидне висине E помоћу геоидног одступања N*

Ако је H ортометријска висина једне тачке, а E њена елипсоидна висина, онда разлика $E - H$ даје одступање висине нулте површи (= геоид) од елипсоида. Ово *геоидно одстојање* означавамо са N. Према томе је

$$\mathrm{E} = \mathrm{H} + N$$

Одређивање вредности E помоћу а) и б) убудуће ћемо звати *директни поступак*, а методом в) називаћемо *индиректни поступак*.

Геоидне висине

Постоји више начина за одређивање геоидних одстојања.

а/ *Поступак астрономског нивелмана*

Између две тачке P_1 и P_2 постоји однос

$$N_2 - N_1 = -\int_1^2 \overline{\Lambda}\, ds$$

при чему су $\overline{\Lambda}$ компоненте одступања вертикала које се односе на *геоид* и то у правцу пута од P_1 према P_2. Оне се добијају из измерених компоненти одступања вертикала Λ на физичкој површи Земље, када се овима дода поправка $\delta\Lambda$ за *кривину вертикала*

$$\overline{\Lambda} = \Lambda - \delta\Lambda$$

тако да је

$$\Delta N = N_2 - N_1 = -\int_1^2 (\Lambda - \delta\Lambda)\, ds$$

или са

$$\overline{\Delta N} = -\int_1^2 \Lambda\, ds$$

биће

$$\Delta N = \overline{\Delta N} + \int_2^1 \delta\Lambda\, ds = \overline{\Delta N} + \delta N$$

б) *Поступак астрономско-гравиметриског нивелмана*

Овај поступак од претходног поступка разликује се у томе, што се уместо астрономски добијене вредности користе гравиметријски интерполована астрономска одступања вертикала добијена према поступку Молоденског.

в) *Гравиметријска одређивања*

Према формули Стокса могу директно да се срачунају вредности N из аномалија теже Δg, ако су оне познате око целе површи Земље. Због њиховог апсолутног карактера разликују се оне од геоидних одстојања срачунатих према поступку а) и б) и називају се *геоидне ундулације*.

г) *Метода Доплера односно метода Глобалног позиционог система*

Из познате елипсоидне висине E одређене методом Доплера, односно методом *Глобалног позиционог система* и познате ортометријске висине H за исту тачку имамо да је

$$N = \mathrm{E} - \mathrm{H}$$

Пројекција мреже

Одговарајућим пројекционим поступком измерене величине на физичкој површи Земље *редукују* се на рачунску површ елипсоида. Опажаном правцу од тачке A на тачку B додаје се *Хелмертова* поправка

$$d = d_1 + d_2 + d_3$$

при чему је

$$d_1 = (\eta_A \cos\alpha_{AB} - \xi_A \sin\alpha_{AB})\ \mathrm{ctg}\beta_{AB}$$

$$d_2 = \frac{\rho e^2}{2a}\cos^2\varphi_A \cdot \sin 2\alpha_{AB} \cdot H_B$$

$$d_3 = -\frac{\rho e^2}{12a}\cos^2\varphi_A \cdot \sin 2\alpha_{AB} \cdot S_{AB}^2$$

Овде је:

d_1 = поправка због косог положаја елипсоидне нормале према природном правцу вертикале,
d_2 = торзиона поправка због висинског положаја опажане тачке B и
d_3 = поправка за прелаз од нормалног пресека на геодетску линију,
a = средњи полупречник Земље,
$\rho = \frac{180^\circ}{\pi}$
e^2 = први бројни ексцентрицитет меридијанске елипсе.

Одговарајуће поправке примају Лапласови азимути и одстојање S, при чему за S нарочиту улогу игра поправка *од геоида на елипсоид.* Она износи у првом приближењу

$$d_4 = -\frac{NS}{a}$$

Када се одбаце све ове поправке, добија се такозвана *метода развијања мреже,* према којој су срачунате готово искључиво све досадашње тригонометријске мреже. Понекад се дешава да се мереним величинама односно правцима додају поправке d_2 и d_3, али не и d_1. Таквом поправком још увек није остварена *пројекција мреже,* већ само развијање мреже. Занемарени износи улазе тада као систематске грешке, које деформишу целу мрежу.

Значај Лапласових азимута у геодетским мрежама

Веома значајну улогу у геодетским мрежама игра релација

$$\alpha_g = \alpha_a - (\lambda_a - \lambda_g)\sin\varphi_g - (\xi\sin\alpha_a - \eta\cos\alpha_a)\ \mathrm{ctg}\ z_g$$

Ова релација позната је под називом *Лапласова једначина.*

Она је изузетно важна при изравнању ланца степенских мерења и државних тригонометријских мрежа.

У својој суштини она изражава зависност између астрономског и геодетског азимута исте стране, те омогућава *да се геодетски азимут добије из астрономског азимута када му се дода тзв. Лапласова поправка*

$$\Delta\alpha_L = -(\lambda_a - \lambda_g)\sin\varphi_g - (\xi\sin\alpha_a - \eta\cos\alpha_a)\ \mathrm{ctg}\ z_g$$

Бројну вредност Лапласове поправке одређује углавном први члан.

Геодетски азимут добијен из астрономског по једначини

$$\alpha_g = \alpha_a + \Delta\alpha_L$$

зове се *Лапласов азимут.*

С обзиром на безначајност другога члана Лапласове поправке, сматра се да тачност одређивања Лапласовог азимута зависи од тачности са којом су одређене три величине:

– астрономски азимут
– астрономска дужина и
– геодетска дужина.

Грешка са којом се одређује геодетска дужина је безначајна у упоређењу са грешкама астрономског азимута и астрономске дужине.

Из претходног произлази изузетно важан закључак: да се Лапласови азимути могу сматрати скоро независним од грешака триангулације. Према томе, ако се *астрономски азимути одређују независно један од другог онда се Лапласови азимути такође одређују независно.* У овоме је њихов значај и на овоме се заснива њихова корисна улога при изравнању тригонометријских мрежа.

Средња грешка са којом се одређују Лапласови азимути износи $\pm 0''.7$.

Значај Лапласових азимута види се из следећег:

а) Ови азимути одређени у ланцима степенских мерења или у државним тригонометријским мрежама развијеним у облику ланаца, омогућавају да сваки део ланца ограничен странама са овим азимутима *буде оријентисан независно* од оријентисања других делова и са грешком скоро исте величине у целом ланцу односно у целој мрежи

б) Ови азимути *ограничавају нагомилавање систематских грешака* чији је утицај нарочито штетан, само на део ланца између страна са овим азимутима

в) Ови азимути омогућавају постављање при изравнању мреже тзв. *азимуталних условних једначина*. Ове једначине не само да пружају одличну контролу извршених угловних мерења него и повећавају тачност свих елемената триангулације (изравнатих углова, дужина страна, координата тачака).

Треба нагласити да сва наведена позитивна својства Лапласових азимута важе под условом да астрономска мерења, која се врше у сврху одређивања како азимута, тако и астрономских координата, заиста имају горе наведену тачност.

Одређивање геоида

Кратак историски развој одређивања геоида

Одређивање геоида помоћу астрономског нивелмана предложено је од стране Хелмерта 1880. године. Прва примена предложене методе реализована је приликом одређивања геоида у Харцу. Детаљан извештај о овом одређивању публиковао је Гале 1914. године.

У 1939. години од стране Нитхамера био је спроведен замашан астрономски нивелман у меридијану св. Готхард. Нешто доцније спроведен је астрономски нивелман дуж паралеле Цирих. Резултате ових одређивања публиковао је Хунцикер 1944. године. Одређивање геоида у централној Европи изведено је 1949. године од стране Волфа и Таниа. Еландер је објавио 1951. године публикацију о геоиду Балтика и Балтичког прстена. Бонфорд је 1971. године срачунао европски *геоид*. Левалоа и Монже допунили су овај геоид верзијом 1975. и 1978. године.

Захваљујући Морицу 1973. године уведена је *колокација* у геодезију. Тиме је омогућено веома актуелно заједничко коришћење хетерогених података за одређивање облика Земље, дакле створена основа за *комбиновани поступак*, код кога је могуће увести астро-геодетске, гравиметријске и сателитске податке.

У 1983. години публикован је *"Геоид у Аустрији"*. Геоид је био одређен према класичној методи астрономског нивелмана по Хелмертовом поступку и модерном поступку колокације. Оба поступка била су затим први пут на једном већем подручју систематски међусобно упоређена.

Главне карактеристике радова на одређивању геоида у неким земљама Европе

За одређивање геоида најчешће се користи метода астрономског нивелмана. Ова метода омогућава да се на релативно лак начин дође до облика геоида. Извођење астрономског нивелмана спроводи се по профилима. Према положају профила разликујемо астрономски нивелман дуж меридијана (св. Готхард)

и астрономски нивелман дуж паралеле (Цирих). Међутим код испитивања геоида на једном подручју могу да буду коришћени и профили дуж меридијана и профили дуж паралела комбиновано као што је то случај у Харцу. Понашање геоида може да буде студирано само на основу једног профила у коме су опажане тачке распоређене у низу на више или мање правилним одстојањима (св. Готхард и Цирих) или пак на једној површи где су тачке са опажаним вредностима више мање правилно распоређене преко целог испитиваног подручја (Харц). Ова последња метода омогућава да се исцртају карте за вредности ξ и η и да се према сопственом нахођењу постави гушћа или ређа мрежа профила. (У Харцу на пример на растојању од 10′ између профила по меридијану). У сваком од ових профила на правилном растојању, рецимо на сваки *минут ширине* у профилима по меридијану, односно на сваки *минут дужине* у профилима по паралели одређује се вредност ΔN. Вредност ΔN одређује се по већ познатој формули

$$\Delta N = N_2 - N_1 = -\int_1^2 \overline{\Lambda}\, ds = -\int_1^2 (\Lambda - \delta\Lambda) ds = \overline{\Delta N} + \delta N$$

Код радова како у Немачкој тако и у швајцарској рачунање геоидног издизања ΔN изведено је из одступања вертикала Λ на физичкој површи Земље па је затим додавана поправка δN, којом је узиман у обзир утицај кривина вертикалских линија. Ту се у принципу ради о истом проблему који треба решити код редукције нивелмана на ортометриске висине. Тај је проблем тамо познат под именом "узимање у обзир непаралелности нивоских површи". Другим речима поправка δN није ништа друго до ортометријска поправка у геометријском нивелману.

Максимална разлика између геоида рачунатог са закривљеношћу вертикалских линија и без тога износи 0,43 м за меридијански профил св. Готхард. Та је разлика идентична са разликом између ортометриски редуковане и сирове нивелманске висине.

Тачно рачунање интеграла $\int \Lambda\, ds$ претпоставља познавање вредности Λ тако густо да се може са сигурношћу утврдити функционална зависност вредности Λ од s. Стога морамо за одступања вертикала Λ наћи одговарајућу *континуирану* криву. То се постиже графичким наношењем компонената одступања вертикала ξ и η као ордината и s као апсциса.

Код цртања криве одступања вертикала Λ као функције од s, готово увек налазимо да густина тачака, на којима су одступања вертикала одређена опажањем, није довољна. Да би се ова крива што сигурније могла исцртати, према идеји Хелмерта, рачунају се *интерполоване* вредности одступања вертикала Λ за међутачке. Искуство је показало да су интерполоване тачке доста поуздане. Међутим треба нагласити да су рачунања врло опсежна и одузимају доста времена.

Задржимо се мало на једном искуству које је стечено на радовима на астрономском нивелману у Швајцарској и то углавном на радовима који су изведени дуж меридијана св. Готхард. Коболд у свом предавању које је одржано

у Минхену, јануара 1956 године указује на то да су вредности одступања вертикала на физичкој површи Земље у великој мери зависна од планинских облика. Највећи износи одступања вертикала појављују се на планинским падинама. У дну долина и на планинским врховима одступања вертикала су мања, али нису нула. Да би се ток одступања вертикала могао што тачније утврдити требало би опажати екстремне вредности на физичкој површи Земље. Стога би станице требало поставити и на падинама а не само на планинским врховима и долинама. С обзиром на практичну изводљивост, такав поступак је у планинама, барем што се тиче астрономских тачака тешко изводљив.

На темељу многобројних опажања у Швајцарским Алпима може се са довољном сигурношћу утврдити, да се у високим планинама разлике одступања вертикала између суседних тачака могу одредити из међусобних *висинских углова*, са тачношћу која је довољна за астрономске нивелмане. На тај начин можемо заобићи тегобно и никад сасвим поуздано рачунање интерполованих тачака. Може се још и тврдити да се код нових астрономских нивелмана у високим планинама број астрономских станица може смањити према до сада уобичајеном броју, ако се повећа број међутачака које су међусобно спојене само висинским угловима.

Према искуствима у Швајцарској треба да је просечно растојање између две суседне астрономске тачке у равничарском пределу око 5-6 km, у брдовитом пределу та растојања треба да су само 2-4 km, а у планинским пределима и знатно краћа, ако желимо да средња грешка геоидног издизања буде мања од 2-3 cm.

Код одређивања астрономских елемената, тј. ширина у меридијанским профилима и дужинама у профилима по паралели, не смеју средње грешке да прекораче износ од $\pm 0''.3$, ако се захтева горе наведена тачност за геоидна издизања. Ова тачност је меродавна за избор поступка опажања.

Астрономски нивелман у меридијану св. Готхард простире се на дужини од 185 km. Број опажаних астрономских тачака износи 54. Просечно растојање између тачака износи 3.5 km. Уз то долази још 57 међутачака са срачунатим интерполованим вредностима одступања вертикала. Дакле у профилу има укупно 110 интервала, па је према томе ΔS = 1.68 km.

Астрономски нивелман по паралели Цирих простире се на дужини од 210 km. Број опажаних астрономских тачака износи 32. Просечно растојање између тачака износи 6.6 km. Уз то долази још 8 међутачака са срачунатим интерполованим вредностима одступања вертикала. Дакле у профилу има укупно 39 интервала, па је према томе ΔS = 5.38 km.

Аустријски геоид из 1983. године представља верзију геоида одређеног из астрогеодетских података. Геоид покрива 4/5 државне територије. За његово одређивање коришћено је 564 астрономских тачака. На свакој тачки одређене су астрономска ширина и дужина. Просечно растојање између астрономских тачака износи 10 km (једна тачка на 100 km^2). Геоид је одређен са тачношћу од ± 10 cm.

Астрономски радови Војногеографског института у Бечу на делу територије наших земаља

Астрономска и тригонометријска триангулација коју су геодети Географског института из Беча од 1872-1874. године положили по Балканском полуострву, за израду познате генералне карте Европе у размери 1 : 300 000, имала је велики значај код извођења доцнијих радова на простору који обухвата данашња*) територија Југославије.

Генерална карта Европе у размери 1 : 300 000 публикована је 1876. године. У њу је унесен велики број астрономски, тригонометријски и графички одређених тачака као и висине многих брда одређених барометрисањем.

На територији ондашње Србије било је постављено 15 астрономских тачака и то: Београд, Шабац, Ваљево, Међулужје, Крагујевац, Неготин, Зајечар, Рудник, Копаоник, Кличевац, Јаребица, Вучковица, Каменица, Краљево и Чачак.

Поред горе поменутих тачака на делу наше територије, који је у то време био у саставу Аустроугарске монархије, измерено је око 20 тачака постављених претежно у Хрватској, Словенији, делом такође у Босни, Славонији и Далмацији.

На астрономским тачкама опажана је висина пола (ширина) и азимут. Висине пола су све од реда измерене према поступку Циркум-Меридијанских опажања. Код азимута коришћена је метода Поларе. Средња грешка висине пола износи $\pm 0''.72$, а код азимута $\pm 0''.78$.

Од стране Војногеографског института у Бечу у 1904. и 1906. години у *меридијану Љубљане* измерено је укупно 102 станице, од којих отприлике 80 лежи на данашњем Југословенском државном подручју. На поменутим тачкама била је астрономски измерена висина пола и у једном делу мреже такође азимут. Средња грешка висине пола износи $\pm 0''.5$.

Астрономски радови у Краљевини Србији

На дан 14. децембра 1878. године основано је *Географско одељење Главног ђенералштаба српске војске.*

Први систематски премер Србије почео је 1879. године. У периоду од 1880. до 1891. године извршен је први топографски премер Краљевине Србије, у размери 1 : 50 000. На основу тога премера, Српски генералштаб издао је специјалну карту Србије у размери 1 : 75 000.

Године 1900. почиње рад на новом и модерном премеру Србије. Почињу опсежни радови на тригонометријској мрежи Србије. Упоредо са извођењем геодетских мерења (хоризонталних и вертикалних углова) вршена су паралелно и астрономска мерења.

У времену од 1900. до 1910. на подручју ондашње Србије извршена су астрономска мерења на 30 тачака, која су требала да послуже првенствено за

*) Чланак је написан 1988. године.

одређивање одступања вертикала. Тачке на којима су астрономска мерења спроведена, биле су равномерно распоређене преко ондашњег подручја Србије. Оне леже како на врховима планина тако и у долинама. Веровало се да се оваквим распоредом може најбоље открити и испитати утицај одступања вертикала. На овим тачкама била су спроведена само опажања за одређивање астрономске ширине и азимута, пошто у то време метода бежичног преношења времена још није била у употреби. Астрономске дужине дакле нису биле одређиване, пошто је метода телеграфа била третирана као сувише скупа.

Одређивање времена, односно изналажење поправке часовника, која је неопходна како за одређивање астрономске ширине тако и за одређивање азимута, спроведено је по методи Цингера. Астрономске ширине изналажене су по методи Пјевцова.

Азимут правца ка суседној тригонометријској тачки добијао се опажањем звезде Поларе (Северњаче). Био је — без уметања Мире — измерен угао између тригонометријске тачке и звезде Поларе у временском тренутку Т. Овај угао је поправљен за азимут поларне звезде у тренутку опажања.

Код ових мерења постигнута је следећа тачност:

а) Средња грешка одређивања времена износи ± 0.1
б) Средња грешка одређивања ширина креће се између $\pm 0''.1$ и $\pm 0''.9$. Она је очигледно зависна од броја опажаних парова звезда
в) Средња грешка азимута лежи између $\pm 0''.5$ и $\pm 0''.9$.

Списак астрономских тачака

I тачка Параћинске основице, Ртањ, Мицор, Трем, Јастребац, Стрешер, Петрова Гора, Копаоник, Јанков Камен, Торник, Мали Повлен, Дели Јован, Суморовац, Црни Врх (дуленски), Букуља, Цер, Нишка црква, Зајечарска црква, Тија Бара, Неготинска црква, Златокоп, Хисар (лесковачки), Старачи, Трстеничка црква, Чачанска црква, Озеровац, Авала, Кулич, Подгорица, Осојна.

Астрономски радови у Југославији

После I. Светског рата, Војногеографски институт Краљевине Југославије наставио је са активношћу на астрономским опажањима. Те активности су се одвијале следећим редоследом:

1926. Узето је учешће у Светској кампањи лонгитуда
1927. Извршено је одређивање 9 нових астрономских тачака у ланцу дуж 22. меридијана
1933. Извршено одређивање две Лапласове тачке на крајњим тачкама ланца дуж 45. паралеле
1934. Одређено је 15 Лапласових тачака у тригонометријској мрежи на подручју Македоније и Косовско-Метохијске области

1935. Поновљено је одређивање две Лапласове тачке на крајевима југословенског сектора лука дуж 45. паралеле
1936. Одређено је 9 Лапласових тачака
1938. Одређена је разлика лонгитуда Опсерваторије ВГИ и Универзитетске опсерваторије.

После 2. Светског рата, астрономска мерења у Југославији паралелно су изводили Војногеографски институт ЈНА и Савезна геодетска управа.

У времену од 1954. до 1960. године одређено је 60 Лапласових тачака, а у раздобљу од 1961. до 1973. године, одређено је 86 геоидних тачака (Д. Штембергер).

Војногеографски институт ЈНА одредио је укупно 38 Лапласових тачака. Лапласове тачке су одређене на крајевима излазних страна 19 основичких мрежа.

Савезна геодетска управа одредила је укупно 24 Лапласове тачке. Ако се има у виду да су две тачке два пута одређиване произлази да се у мрежи располаже са укупно 60 Лапласових тачака.

Војногеографски институт је за одређивање Лапласових тачака користио универзални инструмент *Асканија,* а за геоидне тачке *Вилд Т-4.* Савезна геодетска управа је за ове сврхе користила само теодолит *Вилд Т-4.*

Обе институције вршиле су опажања по истим методама и на исти начин. Астрономска ширина је одређивана по Талкотовој методи, астрономска дужина из меридијанских пролаза звезда а астрономски азимут тригонометријске стране из опажања Северњаче. Опажања су распоређена на већи број ноћи и обухватају више серија.

Резултати извршених опажања подвргнути су анализи, при чему је утврђена следећа тачност одређивања:

– за 38 Лапласових тачака на крајевима излазних страна основичких мрежа

$m_\varphi = \pm 0''.085$ (дозвољено $\pm 0''.3$)
$m_\lambda = \pm 0''.125$ (дозвољено $\pm 0''.3$)
$m_\alpha = \pm 0''.240$ (дозвољено $\pm 0''.5$)

просечна разлика обрнутих азимута је $\pm 0''.65$

– за 24 Лапласове тачке које је одредила Савезна геодетска управа

$m_\varphi = \pm 0''.071$ (дозвољено $\pm 0''.3$)
$m_\lambda = \pm 0''.106$ (дозвољено $\pm 0''.3$)
$m_\alpha = \pm 0''.155$ (дозвољено $\pm 0''.5$)

просечна разлика обрнутих азимута је $\pm 0''.78$
(дозвољено $\pm 1''$)

Војногеографски институт је на геоидним тачкама одређивао само два елемента, астрономску ширину и дужину и то по истим методама као и на Лапласовим тачкама, уз нешто мањи број мерења, али *са готово истом тачношћу.* У времену од 1961. до 1968. године измерена је 71 геоидна тачка.

У режији Савезне геодетске управе одређена је астрономска ширина и дужина на укупно 15 геоидних тачака.

Одређивање геоида у Југославији

Српска академија наука 1952. године издала је публикацију С. Бошковића под насловом "Скретања вертикала у Србији".

На основу нумеричких вредности одступања вертикала у правцу меридијана извучене су интерполовањем на географској карти Србије размере 1 : 1 000 000 линије једнаких одступања вертикала ξ од секунде до секунде и исто тако, на другом примерку исте карте извучене су линије једнаких одступања вертикала η по правцу првога вертикала.

По тим подацима срачунати су многи профили, правцем меридијана и правцем првих вертикала, издизања *геоида* изнад усвојеног рачунског елипсоида. Њиховом комбинацијом одређене су највероватније линије једнаких вредности издизања геоида изнад усвојеног рачунског елипсоида.

На IV Конгресу геодетских инжењера и геометара Југославије, који је одржан 1968. године у Сарајеву, Савезна геодетска управа, поднела је реферат "Одређивање профила геоида дуж 22. меридијана путем астрономског нивелмана".

Ланац дуж 22. меридијана саставни је део меридијанског лука од Северног леденог мора до Средоземља, који је доцније проширен преко Крита и Каира дуж 30. меридијана кроз целу Африку, од Каира до Кептауна на Рту Добре Наде.

Одређивање профила геоида дуж 22. меридијана препоручено је нашој земљи од стране Међународне уније за геодезију и геофизику на X Генералној скупштини одржаној 1954. године у Риму. На XI Генералној скупштини Међународне уније за геодезију и геофизику одржаној 1957. године у Торонту поновљена је препорука нашој земљи да одреди профил геоида дуж 22. меридијана.

Астрономски нивелман дуж 22. меридијана простире се на дужини од 453 km. Број опажаних астрономских тачака износи 17. Просечно растојање између тачака износи 28.3 km. У профилу има укупно 16 интервала, па је према томе ΔS = 28.3 km. Добијени резултати астрономског нивелмана дају глобалну (грубу) апроксимацију релативног тока геоида на изабраном подручју.

У 1971. години објављен је рад А. Муминагића под насловом "Испитивање реалног геоида у Југославији".

На основу опажачког материјала који је током читавог низа година сакупљан у Савезној геодетској управи и Војногеографском институту, средином шездесетих година овога века у Војногеографском институту у одељењу за Основне радове под руководством пуковника А. Муминагића приступило се одређивању геоида у Југославији.

На основу расположивих података угловних и дужинских мерења и астрономских опажања, спроведен је астрономски нивелман на читавој територији државе, на основу којег је извршено одређивање геоида у Југославији.

За ово одређивање од астрономских података било је коришћено:

- 30 астрономских тачака опажаних до II светског рата, на којима су одређене: астрономска ширина и азимут
- 55 Лапласових тачака

– 85 геоидних тачака на којима су опажане: астрономска ширина и дужина.

Из срачунатих висинских разлика геоида формирана је мрежа од 34 затворена полигона, која је изравната као слободна мрежа по методи условних опажања.

На основу изравнањем добијених висина геоида, састављена је карта реалног геоида, са изолинијама на 0.5 метара.

Приликом обраде података за одређивање геоида у Југославији осећала се потреба за већим бројем астрономских тачака нарочито у брдовитом и планинском подручју. За детаљније представљање геоида неопходна су нова астрономска опажања.

Добијена карта геоида у Југославији *представља само општу слику геоида* израђену први пут у Југославији за читаву територију државе.

Правци будућих одређивања

У вези одређивања *геоида*, Међународна асоцијација за геодезију Резолуцијом 25 (Гренобл – 1975), указује на неопходност израде *геоидних карата* за земље, у којима такве карте још не постоје, или нису довољно тачне и препоручује да се ови радови у дотичним земљама спроведу *комбинацијом астрогеодетских, гравиметријских и сателитских података.*

Резолуцијом 16, Међународна асоцијација за геодезију указује на неопходност тачног познавања *детаљне структуре геоида* у Европи, па препоручује и захтева од земаља својих чланица да дају подршку за стварање мреже тачака одговарајуће густине и тачности са познатим вредностима одступања вертикала.

Одређивање геоида је веома тежак и сложен задатак, зато се његово решавање постиже кроз више итерација.

У првој итерацији одређивања геоида потребно је, на основу довољно густе мреже астрономских тачака (просечно 1 астрономска тачка на 100 km^2) *методом астрономског нивелмана* одредити површ *геоида* са тачношћу ± 5 cm.

Треба напоменути да се код овог одређивања не добија апсолутна оријентација геоида у односу на Земљино тело, већ се добија *релативно оријентисана површ геоида* на дотичној територији.

У другој итерацији је потребно из доплерских мерења, односно применом *Глобалног позиционог система* на изабраним тачкама нивелманске мреже одредити геоидне висине равномерно по читавом испитиваном подручју. Тако се може одредити са добрим приближењем оријентација геоида, односно *апсолутно оријентисани геоид.*

Циљ **треће итерације** је одређивање *фине структуре геоида.* Поред накнадних астрономских мерења, за ову сврху је потребан пре свега довољно тачан *дигитални модел висина.* Овај модел треба систематски сачинити за читаву државну територију са карата у размери 1 : 10 000.

Истовремено треба приступити **четвртој итерацији**, која има за циљ увођење података *силе теже* у обраду. У ту сврху је потребно систематски погустити

мрежу тачака силе теже на читавом подручју државне територије.

Са остваренim напред описаним итерацијама створена је претпоставка за приступање **петој итерацији**, која се тиче *динамичке промене геоида*. Зато служе станице за систематско праћење *плиматског дисања Земљине коре*. Осим тога је потребно да опажачке сателитске станице са ласерским и доплерским системима узму учешће у међународним кампањама за изналажење *динамичких ефеката*.

Нова космичка технологија и увођење *Глобалног позиционог система* у свакодневну оперативну активност захтева веома прецизно познавање *геоида* у колико желимо да применом овога система добијемо поред положајних координата и висинску координату рачунату од нивоске површи *геоида* (надморску висину).

Да би се успешно одговорило захтевима повећане тачности одређивања геоида, при истој густини астрономских тачака од 10 km, неопходно је повећати тачност одређивања одступања вертикала односно тачност одређивања астрономских координата од $\pm 1''$ на $\pm 0''.2$ па да тачност одређивања геоида порасте од ± 5 cm на ± 1 cm.

Значај астрономског податка за геодезију

Астрономске тачке имају велики значај за геодезију. Њихов задатак је да:

1. изврше оријентацију и лагеровање усвојеног рачунског елипсоида у Земљином телу,
2. ограниче нагомилавање грешака геодетског преноса и тиме повећају тачност одређивања координата у тригонометријској мрежи 1. реда,
3. омогуће рачунање редукционих елемената за свођење мерених величина (углова и дужина) са физичке површи Земље на рачунски елипсоид,
4. послуже као један од основних параметара код одређивања површи *геоида*.

Референце

Arnold, K.: 1959, *Zur Bestimmung der Geoidundulationen aus Freiluftanomalien*, Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Potsdam, Nr. 12.

Arnold, K.: 1959, *Strenge Theorie der Absoluten Lotabweichungen als Funktionen der Freiluftanomalien der Schwere*, Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Potsdam, Nr. 13

Arnold, K.: 1956, *Beiträge zur Gravimetrischen Geodesie*, Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Potsdam, Nr. 11.

Arnold, K.: 1955, *Das Minimumsprinzip für Geoidundulationen bei der Bearbeitung astronomisch-geodätischer Netze*, Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Potsdam, Nr. 8.

Baeschlin, C. F.: 1948, *Lehrbuch der Geodäsie*, Zürich.

Baeschlin, C. F.: 1957 Eine Diskussionsfrage für die Beratungen der Europäischen Triangulationskommission. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe B, Heft Nr. 42 München.

Baarda, W.: 1956, Einige Bemerkungen zur Berechnung und Ausgleichung grosser Systeme geodätischer Triangulation. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaft. Wissenschaftl. Übersetzungsd. Heft 7, München.

Bruns, H.: 1878, *Die Figur der Erde*, Berlin.

Berroth Hofmann, W.: 1960, *Kosmische Geodäsie*, Karlsruhe.

Bošković, S.: 1952, *Skretanje vertikala u Srbiji*, Srpska Akademija Nauka, Beograd.

Blažko, S. N.: 1952, *Praktična astronomija*, Naučna knjiga, Beograd.(Prevod sa ruskog)

Finsterwalder: 1937, Die Bestimmung der Lotabweichung aus der trigonometrischen Höhenmessung, *Zeitschrift für Vermessungswesen*, S. 370, 402, 472.

Finsterwalder Gänger, H.: 1941, Die trigonometrische Höhenmessung im Gebirge, *Nachrichten aus dem Reichsvermessungsdienst*, S 3.

Galle, A.: 1914, *Das Geoid im Harz*, Berlin.

Hunziker, E.: 1944, Das Geoidprofil im Parallelkreis der Eidgenössischen Sternwarte zu Zürich, Schweizerische Geodätische Kommission, Bern.

Heiskanen, W., Vening-Meinesz: 1967, *The Earth and its Gravity Field*, New-York, Toronto, London.

Heiskanen, W. Moritz, H.: 1967, *Physical Geodesy*, San Francisco and London.

Helmert, F. R.: 1880, *Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie*, Leipzig.

Hotine, M.: 1960, *A primer of non-classical geodesy*, London.

Hofmann, W.: 1954, Die Bedeutung der gravimetrischen Methode für Geodäsie, *Zeitschrift für Vermessungswesen*, S. 324.

Isotov, A. A.: 1959, Reference-Ellipsoid and the standard geodetic Datum adapted in the USSR, *Bulletin Geodesique*, Nr. 53, (September), Paris.

Jordan-Eggert, Kneissl, *Astronomische und physikalische Geodäsie (Erdmessung)*, Band V von Prof. Dr. K. Ledersteger, Stuttgart.

Kobold, F.: 1957, Die astronomischen Nivellements in der Schweiz, *Zeitschrift für Vermessungswesen*, S. 97 und 152.

Kaula, M. W.: 1961, Geoid and World Geodetic System based on a combination of gravimetric astrogeodetic and satellite data, *Jour. Geophys. Research*, **66**, S. 1799.

Kasansky, I.: 1935, Ein praktischer Versuch der gravimetrischen Bestimmung der Lotabweichungen. *Baltische Geodätische Kommision*, Helsinki.

Kukkamäki, T. J.: 1959, Stellar Triangulation. *Bulletin Geodesique*, Nouvelle Serie, Nr. 54.

Levallois, J. J.: 1962, Beziehungen zwischen klassischer und dreidimensionaler Geodäsie. Vortrag im Geodätischen Kolloquium der Technischen Hochschule Hannover am 07. 02.

Ledersteger, K.: 1951, Die Bestimmung des mittleren Ellipsoides und der absoluten Lage der Landestriangulationen. *Österr. Z.f.V.* Sonderheft 12, Wien, S. 49.

Ledersteger, K.: 1958, Internationale Bezugsflächen und einheitliche Weltprojektion, S. 260.

Molodenski, M. S.: 1937, Bestimmung der Gestalt des Geoids unter gemeinsamer Anwendung astronomisch-geodätischer Lotabweichungen und Schwerstörungen. Der Baltischen Geodätischen Kommission Helsinki.

Molodenski, M. S.: 1958, *Grundbegriffe der Geodätischen Gravimetrie*, Berlin.

Molodenski, M. S.: 1958, New Methods of studying the Figure of the Earth. *Bulletin Geodesique*, **50**, Paris, S. 17.

Niethammer, Th.: 1939, Das Astronomische Nivellement im Meridian des St. Gotthard. Schweizerische Geodätische Kommission, Bern.

Pellinen, L. P.: 1982, *Theoretische Geodäsie*, VEB Berlin.

Svečnikov, N. S.: 1953, Viša geodezija (knj. 1). Savezna geodetska uprava, Beograd.

Svečnikov, N. S.: 1955, Viša geodezija (knj. 2). Savezna geodetska uprava, Beograd.

Svečnikov, N. S.: 1957, Viša geodezija (knj. 3). Savezna geodetska uprava, Beograd.

Wolf, H.: 1959, Gravimetrisch-astronomische Punktbestimmung und Triangulation. *Deutsche Geodät. Kommission*, Reihe A 32, S. 46-52, München.

Živković, A.: 1962, Entwurf eines wissenschaftlichen Dreieks-und Höhennetzes für Jugoslawien. Bonn.

Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung Neue folge, Band III, *Das Geoid in Österreich*, Graz, 1983.

Savezna geodetska uprava, *Osnovni geodetski radovi u FNR Jugoslaviji*, Beograd, 1953.

THE SIGNIFICANCE AND APPLICATIONS OF ASTRONOMICAL DATA IN GEODESY

ALEKSANDAR ŽIVKOVIĆ

Faculty of Civil Engineering, Institute for Geodesy,
Bulevar revolucije 73/I, 11000 Belgrade

Abstract. Astronomical points have a great importance in geodesy. This is discussed by an analysis of four specific examples.

Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 191 — 202

О ПРИМЕНЉИВОСТИ ЏИНСОВОГ КРИТЕРИЈУМА

ВЛАДИМИР ЧАДЕЖ

Институт за физику, Прегревица 118, 11080 Земун

Резиме. У раду је дискутована применљивост критеријума гравитационе нестабилности за неке типичне конфигурације. Показано је да се метод малих пертурбација може применити само локално зато што се облак са сопственим гравитационим пољем не може сматрати хомогеним. Као резултат, постоји горња граница геометријске величине пертурбација која је дефинисана карактеристичном дужином нехомогености средине $\mathcal{L}$. С друге стране, према Џинсовом критеријуму, гравитациона нестабилност настаје при пертурбацијама чије су линеарне димензије веће од неке критичне дужине L_J, Џинсове дужине. Отуда је важно проценити вредност односа $\mathcal{L}/L_J$ да бисмо били сигурни да закључци анализе имају смисла.

1. Увод

Феномен гравитационе нестабилности формулисао је и разматрао Џинс још 1902 године а после њега су ту проблематику обрађивали многи аутори, преко S. Chandrasekhara (1954), па све до A. E Radwana, C. G. Laceya, H. Dehnena (1989) (Radwan, 1989; Lacey, 1989; Corona-Galindo, Dehnen, 1989), уводећи разне додатне физичке услове, као што су утицај магнетног поља, ротације система, макроскопских токова флуида, дисипативних процеса итд. Добијени резултати су у суштини еквивалентни Џинсовом закључку да је гасовити облак са сопственим гравитационим пољем нестабилан у односу на мале пертурбације уколико одговарајућа таласна дужина превазилази одређену критичну вредност, реда величине познате Џинсове дужине $L_J = \left(\pi C_s^2/G\rho\right)^{1/2}$ (овде је $C_s = \sqrt{\gamma RT}$ — адијабатска брзина звука), када контракциона гравитациона сила надвлада експанзиону силу градијента притиска. Последица овакве неста-

билности је појава фрагментације полазног облака у већи број независних делова

Први аналитички приступ овом проблему било је једно-димензионо разматрање хомогеног основног стања применом малих хармонијских пертурбација. Проширење овакве методе на нехомогене системе врши се тако што се предпостави локална хомогеност, наиме посматрају се само оне пертурбације чије су линеарне димензије λ знатно мање од карактеристичне дужине нехомогености средине, L: $\lambda \ll L$. Као резултат, увек се добија, као што је речено, да пертурбације код којих је λ веће од неке критичне дужине $\sim L_J$ нарастају у времену, односно долази до појаве гравитационе нестабилности.

У овом раду полази се од чињенице да само-гравитирајући облак не може бити хомоген у почетном стању и да се оваква нехомогеност не може занемарити (Čadež, 1985). Она следи као резултат система једначина које описују стање флуида пре него што се он пертурбује а одговарајућа карактеристична дужина нехомогености L је природна карактеристика система. Према томе, да би одговарајућа анализа стабилности хармонијских пертурбација имала смисла, мора да буде испуњен услов локалне хомогености $\lambda \ll L$ а да би критеријум за гравитациону нестабилност имао смисла, мора такође да буде испуњен услов $L_J \ll L$. Показаћемо да овај захтев најчешће није задовољен и да се тако поставља питање оправданости саме формулације Џинсовог критеријума за гравитациону нестабилност.

2. Полазне једначине

Систем се описује стандардним скупом хидродинамичких једначина за идеалне флуиде у сопственом гравитационом пољу и у присуству магнетног поља. Дисипативни процеси се занемарују као и ефекти зрачења.

Према томе, имамо следећи скуп једначина:

– једначина континуитета:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \tag{1}$$

– једначина кретања:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p - \rho \nabla \phi + \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B}, \tag{2}$$

– једначина за магнетну индукцију, $\vec{B}$:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}), \tag{3}$$

– једначина стања за иделане гасове:

$$p = R\rho T, \tag{4}$$

где је R=8,3144 J K^{-1} mol^{-1} универзална гасна константа

– Пуасонова једначина:

$$\nabla^2\phi \quad = \quad 4\pi G\rho \tag{5}$$

где је G=6,6720 10^{-11} $m^3s^{-2}kg^{-1}$ гравитациона константа.

3. Равна геометрија

Размотримо прво стандардни случај равне геометрије, при чему све променљиве зависе од само једне просторне координате, z, која је одређена правцем деловања гравитационе силе.

3.1. Једначине основног стања

Посматраћемо флуид који представља идеални и потпуно јонизовани електропроводни гас у пољу сопствене гравитационе силе, описане потенцијалом, према Пуасоновој једначини (5). Хоризонтално магнетно поље нека има задани интензитет $B_0(z)$.

Сем тога, нека је основно, тј. непоремећено, стање стационарно, статичко и без дисипација.

Једначине (1)-(5) које описују овакав систем, сада се своде на следеће три:

$$\rho_0\nabla\phi_0 = -\nabla p_0 - \frac{1}{2\mu_0}\nabla B_0^2$$

$$p_0 = R\rho_0 T_0$$

$$\nabla^2\phi_0 = 4\pi G\rho_0$$

или, коначно, на само једну једначину за дистрибуцију густине ρ_0:

$$\nabla^2 ln\rho_0 + \left(\nabla lnT_0 - \frac{v_A^2}{C_s^2}\nabla lnB_0\right)\cdot(\nabla ln\rho_0) + \frac{4\pi\gamma G}{C_s^2}\rho_0$$

$$+\left[|\nabla ln\, T_0)|^2 + \nabla^2 ln\, T_0 + \frac{v_A^2}{C_s^2}\left(2\,|\nabla ln\, B_0|^2 + \nabla^2 ln\, B_0\right)\right] \quad = \quad 0 \tag{6}$$

Овде распоред температуре, $T_0(z)$, остаје произвољан и задаје се као почетни податак. То је и разумљиво, јер би за одређивање температуре било потребно користити додатне једначине, које се односе на пренос зрачења, на транспорт и изворе топлоте, а што све није предмет овог рада. Према томе, задовољићемо се произвољном, реалистичном расподелом температуре: T_0 треба да опада са

растојањем z а да у некој централној области, која је лоцирана око $z = 0$, има максимум.

Слично важи и за расподелу интензитета магнетног поља. То је унапред задана величина, која у централној области има екстремалну вредност.

3.2. Изотермно основно стање, без магнетног поља

Пођимо од најједноставније, често примењиване, предпоставке о константности температуре, $T_0 = const$ (изотермни случај) а за почетак, занемаримо присуство магнетног поља.

Даље, што се расподеле густине тиче, нека на референтном нивоу $z = 0$ буду испуњени следећи гранични услови за ρ_0:

$$\rho_0 = \rho_c \qquad \frac{d\rho_0}{dz} = 0 \qquad i \qquad \frac{d^2\rho_0}{dz^2} < 0$$

тј. да ρ_0 ту има максимум.

Такође треба да буде: $\lim_{z\to\infty} \rho_0 = 0$

Уз ове услове, једначина (6) има следеће решење за густину у разматраном флуиду:

$$\rho_0(\mathcal{Z}) = \frac{\rho_c}{ch^2\mathcal{Z}} \tag{7}$$

где је

$$\mathcal{Z} = \frac{z}{H} \qquad \text{odnosno} \qquad H = \left(\frac{RT_0}{2\pi G\rho_0}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

Видимо је распоред густине природно нехомеген услед присуства сопствене гравитације, при чему се карактеристична дужина $\mathcal{L}$ нехомогености може дефинисати на следећа два начина, зависно од области:

– изван централне области, где је $\frac{d}{d\mathcal{Z}}(ln\rho_0) \neq 0$:

$$\mathcal{L} \equiv \left|\frac{d}{d\mathcal{Z}}(ln\rho_0)\right|^{-1} = \frac{1}{2}cth\,\mathcal{Z} \tag{9a}$$

– у центрланој области, где је $\frac{d}{d\mathcal{Z}}(ln\rho_0) = 0$:

$$\mathcal{L} \equiv \sqrt{2}\left|\frac{d^2}{d\mathcal{Z}^2}(ln\rho_0)\right|^{-\frac{1}{2}} = ch\,\mathcal{Z} \tag{9b}$$

Добијене величине (9) могу се сада упоредити са стандардним изразом за познату Џинсову дужину, који је дат следећим изразом:

$$L_J(\mathcal{Z}) = \left[\frac{\pi C_s^2}{G\rho_0(\mathcal{Z}}\right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2\gamma}\,\pi H\,ch\,\mathcal{Z}$$

где је: $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$ у случају једно-атомског гаса; C_s = адијабатска брзина звука, односно, скалирано на дужину H:

$$\mathcal{L}_\infty(\mathcal{Z}) \equiv \frac{L_J(\mathcal{Z})}{H} = \sqrt{2\gamma}\,\pi\, ch(\mathcal{Z})$$

Као резултат, непосредно добијамо релације које одређују односе између Цинсове дужине и карактеристичних дужина нехомогености система:

– у централној области, где је $\mathcal{Z} \approx 0$:

$$\frac{\mathcal{L}_\infty}{\mathcal{L}} = \pi\sqrt{2\gamma} \quad > 1 \tag{10a}$$

– у осталом подручју, где је $\mathcal{Z} \neq 0$:

$$\frac{\mathcal{L}_\infty}{\mathcal{L}} = \pi\sqrt{2\gamma}\, e^{\mathcal{Z}} \quad > 1 \tag{10b}$$

Одавде се сада види да на растојању Цинсове дужине средина испољава природну нехомогеност, која се мора узети у обзир код примене метода малих, хармонијских пертурбација у анализи стабилности таквог система. Ова процедура има смисла само ако се примени локално, тј. ако је:

$$\lambda \quad \ll \quad L$$

где је λ типична дужина пертурбације.

3.3 Локална анализа малих пертурбација

Пертурбујмо сада произвољно нехомогено основно стање, малим хармонијским пертурбацијама, чија таласна дужина треба да буде знатно мања од типичне дужине нехомогености система, тј. посматрајмо понашање таласа малих амплитуда у локално хомогеној средини.

Ради једноставности разликоваћемо централну од нецентралне области.

А. Централна област

Непоремећена средина, када је $z \approx 0$, има следеће особине:
– све релевантне физичке величине зависе од координате z:
$B_0(z)$, $T_0(z)$, $\rho_0(z)$, $p_0(z)$,
– произвољна величина f_0 основног стања има екстремум у овој области:
$\frac{\partial f_0}{\partial z} = 0$ али је зато $\frac{\partial^2 f_0}{\partial z^2} \neq 0$,
– гравитационо убрзање делује дуж z-осе,
– хоризонтално магнетно поље је облика $\vec{B}_0(z) = [B_0(z), 0, 0]$,

– једно-димензионе пертурбације физичких величина су дуж $z-$осе:
$f_1 \sim e^{-i\omega t+ikz}$.

Стандардне МХД једначине, (1)-(4) и Пуасонова једначина (5) своде се на следеће две једначине за пертурбације густине и магнетног поља:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\frac{\rho_1}{\rho_0} - C_s^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\frac{\rho_1}{\rho_0} - C_s^2\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\rho_0 + \frac{8\pi G\rho_0}{C_s^2}\right)\frac{\rho_1}{\rho_0} = C_A^2\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\frac{B_1}{B_0} + \frac{B_1}{B_0}\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\, p_m\right) \tag{11}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B_1}{B_0} - \frac{\rho_1}{\rho_0}\right) = 0 \tag{12}$$

где је $C_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0\rho_0}}$ Алфвенова брзина.

Величине основног стања, које фигуришу у горњим изразима, задовољавају једначину за магнетну хидростатику (6) а која је у централној области следећег облика:

$$\frac{C_s^2}{\gamma}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,\rho_0 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,T_0\right) + C_A^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,p_m + 4\pi G\rho_0 = 0 \tag{13}$$

где је $p_m = \frac{B_0^2}{2\mu_0}$, магнетни притисак.

Уведимо три карактеристичне дужине нехомогености, у односу на T_0, ρ_0 и p_m:

$$L_T \equiv \left|\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\sqrt{T_0}\right|^{-\frac{1}{2}}; \quad L_\rho \equiv \left|\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\sqrt{\rho_0}\right|^{-\frac{1}{2}}; \quad L_B \equiv \left|\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\sqrt{p_m}\right|^{-\frac{1}{2}} \tag{14}$$

Пошто у централној области величине основног стања, по предпоставци, имају екстремалне вредности, тј. $\frac{\partial f_0}{\partial z} = 0$, то можемо друге изводе изразити преко одговарајућих карактеристичних дужина нехомогености (14) на следећи начин:

$\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,T_0 = -\frac{2}{L_T^2}$ (температура има максимум),

$\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,\rho_0 = -\frac{2}{L_\rho^2}$ (густина има максимум),

$\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,p_m = \pm\frac{2}{L_B^2}$ (магнетно поље има максимум/минимум).

Као што је речено, да би примењена метода анализе локалних нормалних мода у нехомогеној средини имала смисла, мора таласна дужина пертурбација да буде довољно мала:

$$\lambda \ll L_T, L_\rho, L_B$$

Под овим условима и обзиром на хармонијски облик решења, систем једначина (11)-(12) се сада своди се на локалну дисперзиону једначину:

$$\omega^2 = (C_A^2 + C_s^2)\left[k^2 - \left(\frac{8\pi G\rho_0}{C_A^2 + C_s^2} - \frac{C_s^2}{C_A^2 + C_s^2}\frac{2}{L_\rho^2} \pm \frac{C_A^2}{C_A^2 + C_s^2}\frac{2}{L_B^2}\right)\right] \quad (15)$$

Критеријум нестабилности, ($\omega^2 < 0$), који следи гласи:

$$\lambda^2 \quad > \quad \frac{2\pi^2\gamma\left(C_A^2 + C_s^2\right)L_T^2 L_\rho^2 L_B^2}{2C_s^2 L_\rho^2 L_B^2 + (2-\gamma)C_s^2 L_T^2 L_B^2 + \gamma C_A^2 L_T^2 L_\rho^2} \quad (16)$$

при чему су L_T, L_ρ и L_B повезани релацијом (13), која се своди на:

$$2\pi G\rho_0 L_\rho L_T L_B - \frac{C_s^2}{\gamma}(L_\rho + L_T)L_B \mp C_A^2 L_\rho L_T = 0 \quad (17)$$

Нека су све величине основног стања истог степена нехомогености, тако да је L_ρ=L_T=$L_B \equiv L$, где је према (17):

$$L \quad = \quad \left(\frac{2C_s^2 \pm \gamma C_A^2}{2\gamma\pi G\rho_0}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Критеријум (16) за нестабилност, сада постаје:

$$\lambda^2 \quad > \quad 2\pi^2\gamma\frac{C_A^2 + C_s^2}{\gamma C_A^2 + (4-\gamma)C_s^2}L^2 \quad > \quad L^2 \quad (18)$$

где је $\gamma = \frac{5}{3}$

Као што се види, нестабилне могу бити само оне пертурбације чија је таласна дужина већа од карактеристиче дужине нехомогености. Другим речима, услов локалности, који је предпостављен приликом извођења саме дисперзионе једначине, не може да буде задовољен за нестабилне пертурбације. Према томе, критеријум нестабилности, $\omega^2 < 0$, овде нема смисла!

Б. Област изван центра

Овде ћемо поново разматрати поједностављено основно стање које сачињава изотермни гас, $T_0 = const.$, у одсуству магнетног поља, $B_0 = 0$.

Одговарајућа расподела густине дата је раније добијеним изразом (7) и гласи:

$$\rho_0(\mathcal{Z}) \quad = \quad \frac{\rho_c}{cosh^2\,\mathcal{Z}} \qquad \text{gdeje} \quad \mathcal{Z} = \frac{z}{H}, \quad H = \sqrt{\frac{RT_0}{2\pi G\rho_c}}$$

Једначина за малу пертурбацију густине, ρ_1, постаје:

$$\frac{\partial^2\rho_1}{\partial t^2} - C_s^2\frac{\partial^2\rho_1}{\partial z^2} = \frac{4}{H^2\gamma}\rho_1 + \frac{2}{H}\frac{1+\gamma}{\gamma}th\frac{z}{H}\frac{\partial\rho_1}{\partial z} \tag{19}$$

Локално решење горње једначине може да се тражи у облику $\rho_1 \sim e^{-i\omega t+i\kappa z}$, где је $\kappa = k + i\eta$ под условом да се функција $th\,\frac{z}{H}$ у горњем изразу (19) мало мења на растојању таласне дужине пертурбације, $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, тј. да важи услов локалне хомогености, односно да једначина (19) има практично константне коефицијенте:

$$\lambda\frac{d}{dz}th\frac{z}{H} \quad < \quad th\frac{z}{H}$$

односно да је испуњено:

$$\lambda \quad < \quad H\,sh\frac{2z}{H} \quad \equiv \quad \lambda_0 \tag{20}$$

Локална дисперзиона једначина под наведеним условом добија следећи облик:

$$\omega^2 \quad = \quad \frac{4\pi^2C_s^2}{\lambda^2}\left\{1 - \frac{\lambda^2\left[4\gamma - (1+\gamma)^2th\frac{z}{H}\right]}{4\pi^2\gamma^2H^2}\right\}$$

$$\eta \quad = \quad \frac{1+\gamma}{\gamma H}th\frac{z}{H}$$

Најзад, услов за гравитациону нестабилност, $\omega^2 < 0$, је сада:

$$\lambda^2 \quad > \quad 4\pi^2\gamma^2\frac{cth\,\frac{z}{H}}{4\gamma - (\gamma-1)^2sh^2\frac{z}{H}}\lambda_0^2 \qquad > \quad \lambda_0^2$$

Видимо, да овако изведени критеријум за нестабилност нема смисла, јер би нестабилне пертурбације, исто као у претходном случају, требало да имају димензије веће од дужине нехомогености, тј. услов (20) не би био задовољен!

4. Сферна геометрија

Пређимо сада на испитивање расподела величина основног стања за сферносиметрични, статички и стационарни систем. Ограничимо се на немагнетни случај са константном односно променљивом температуром T_0

4.1. Изотермно основно стање

Једначина за хидростатичку равнотежу (6) своди се у разматраном систему на следећу релацију за дистрибуцију густине:

$$\frac{d^2\epsilon}{dR^2} + \frac{2}{R}\frac{d\epsilon}{R} + e^{\epsilon} = 0 \tag{21}$$

где је:

$$\epsilon \equiv ln\frac{\rho_0}{\rho_c}; \qquad R \equiv \frac{r}{L_c}; \qquad L_c \equiv \frac{H}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{C_s^2}{4\pi\gamma G\rho_c}}$$

При томе су гранични услови за $R = 0$:

$$\epsilon = 0; \qquad \frac{d\epsilon}{dR} = 0; \qquad T_0 = T_c \tag{22}$$

Једначина (21) са условима (22) има следеће асимптотско решење за $R \gg 1$:

$$\epsilon \simeq ln\frac{2}{2+R^2} \tag{23}$$

које указује на то да густина облака има зависност $\rho_0 \sim \frac{1}{R^2}$ при $R \gg 1$. Међутим, са оваквом дистрибуцијом густине, укупна маса M облака дивергира:

$$M = \lim_{R\to\infty} 4\pi \int_0^R d\xi\, \xi^2 \rho_0(\xi) = \infty$$

Као закључак, може се одмах констатовати да полазна претпоставка о хидростатичкој равнотежи у разматраном случају доводи до нефизичког резултата и да постављање питања гравитационе нестабилности таквог система нема смисла.

4.2 Неизотермни случај

Најједноставније а уз то сасвим реално уопштење претходног основног стања, са намером да се елиминише дивергенција укупне масе, је да се предпостави нека дистрибуција температуре, $T_0 = T_0(R)$, у виду монотоно опадајуће функције координате R.

Сада једначина за хидростатичку равнотежу (6) добија следећи облик:

$$\frac{d^2\epsilon}{dR^2} + \left(\frac{2}{R} + \frac{d\tau}{dR}\right)\frac{d\epsilon}{dR} + e^{\epsilon-\tau} = f(\tau) \tag{24}$$

где је:

$$\tau \equiv ln\frac{T_0}{T_c}; \qquad f(\tau) \equiv -\left(\frac{d\tau}{dR}\right)^2 - \frac{d^2\tau}{dR^2}$$

Да би укупна маса M облака била коначна, потребно је да густина ρ_0 опада са R брже него $\frac{1}{R^3}$, односно, тражимо да асимптотско решење $\rho_0(R)$ за $R \gg 1$ буде облика:

$$\frac{\rho_0}{\rho_c} = A\,R^{-(3+\delta)} \tag{25}$$

где су A и δ позитивне константе.

Решење оваквог типа ће постојати ако се $T_0(R)$ одабере тако да задовољава једначину:

$$\frac{d^2\tau}{dR^2} + \left(\frac{d\tau}{dR}\right)^2 - \frac{3+\delta}{R}\frac{d\tau}{dR} + \frac{A}{R^{3+\delta}}e^{-\tau} - \frac{3+\delta}{R^2} = 0 \tag{26}$$

Једна таква могућност је сигурно реалистична функција облика:

$$\tau \simeq ln\frac{K}{R^\mu} \qquad \text{odnosno:} \qquad T_0(R) \simeq T_c\frac{K}{R^\mu}$$

где су μ и K позитивне константе.

Једначина за температуру τ се сада своди на:

$$(3+\delta)(1-\mu) - \mu(\mu+1) = \frac{A}{KR^\beta} \tag{27}$$

где је $\beta \equiv 1 + \delta - \mu$.

Ако је $\beta > 0$ онда десна страна горње једначине (27) тежи нули када је $R \gg 1$ а δ тада постаје:

$$\delta = \frac{2}{1-\mu} - \mu - 5$$

Како треба да су и δ и μ позитивне величине, то одмах следи да могу постојати решења за коректну асимптотику када константа μ узима вредности из интервала $0.65 \leq \mu \leq 1$.

Дакле, погодно одабрана расподела температуре разматраног облака може да елиминише сингуларност укупне масе, односно статичко и стационарно основно стање сферно симетричног система могуће је само у неизотермном случају.

Погледајмо још каква су решења у централној области, где је $R \ll 1$ а функције величина основног стања имају екстремалне вредности. У том домену, дистрибуција густине ρ_0 има следећи облик:

$$\rho_0(R) \simeq \rho_c\left(1-\frac{1+b}{6}R^2\right) \tag{28}$$

где је $b \equiv \frac{d^2}{dR^2} ln\left[\frac{T_0(R)}{T_c}\right]|_{R=0} < 0$

Најзад, полазећи од горе добијеног, коректног основног стања, напишимо карактеристичне дужине нехомогености, $\mathcal{L}_0$ односно $\mathcal{L}_\infty$, које одговарају областима $R \ll 1$ односно $R \gg 1$:

$$\mathcal{L}_0 \equiv \sqrt{2}\left|\frac{d^2}{dR^2} ln\rho_0\right|^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{6}{|1+b|}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathcal{L}_\infty \equiv \left|\frac{d}{dR} ln\rho_0\right|^{-1} = \frac{R}{3+\delta}$$

Да би Цинсов критеријум, који следи из локалне пертурбационе анализе, имао смисла, потребан је услов:

$$\mathcal{L} \gg \mathcal{L}_\infty \equiv \frac{L_J}{L_0} = 2\pi\left[\gamma\frac{T_0(R)\rho_c}{\rho_0(R)T_c}\right]^{\frac{1}{2}}$$

што се за разматрана два домена своди на:

$$\frac{2\pi^2}{3}\gamma|1+\beta| \ll 1, \qquad R \ll 1$$

$$2\pi(3+\delta)\left(\gamma\frac{K}{A}R^\beta\right)^{\frac{1}{2}} \ll 1, \qquad R \ll 1$$

Горње неједнакости могу бити задовољене ако је, на пример за $R = 0$ постигнуто да је $b \equiv \frac{d^2}{dR^2} ln\left[\frac{T_0(R)}{T_c}\right] \simeq -1$ и да је уз то $\frac{K}{A}R^\beta$ довољно мала величина, што је случај код ниских температура и релативно великих густина при $R \gg 1$. Тиме би само био испуњен потребан али не и довољан услов за евентуалну појаву Цинсове нестабилности, што коначно упућује на закључак да овај проблем заслужује даљу пажњу.

Референце

Chandrasekhar, S.: 1954, *Astrophys. J.* **119**, 7.

Corona-Galindo, M. G., Dehnen, H.: 1989, *Astrophys. Space Sci.* **153**, 87.

Čadež, V. M.: 1985, *Twenty Years of Plasma Physics*, World Publishing Co., Singapore, p. 312.

Lacey, C. G.: 1989, *Astrophys. J.* **336**, 612.

Radwan, A. E.: 1989, *Physica Scripta*, **39**, 284.

APPLICABILITY OF JEANS CRITERION

VLADIMIR ČADEŽ

Institute of Physics, Pregrevica 118, 11080 Zemun

Abstract. Applicability of gravitational instability criterion is discussed for some typical configurations. It is shown that the small perturbation method has to be applied locally only, the reason being that the medium of a self-gravitating cloud cannot be considered homogeneous throughout the whole space. Consequently, there is an upper limit to the geometrical size of a perturbation, defined by the typical inhomogeneity scale length $\mathcal{L}$. On the other hand, according to Jeans criterion, the gravitational instability sets in for perturbations having their linear dimensions larger than some critical length L_J, the Jeans length. It is therefore of importance to estimate the value of the ratio $\mathcal{L}/L_J$ in order to be sure that the local analysis conclusions are meaningful.

CIP – Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

52(082)

ISTRAŽIVANJA u astronomiji I = Researches in Astronomy I / Edited by O.[Olga] Atanacković-Vukmanović and M.[Milan] S. Dimitrijević. – Beograd : Astronomical Observatory, 1995 (Novi Beograd : Služba za obavljanje stručno tehničkih i drugih poslova za potrebe saveznih organa). – 202 str. : graf. prikazi ; 24 cm. – (Publikacije Astronomske opservatorije u Beogradu ; sv. 48

= Publications de l'observatoire Astronomique de Belgrade ; no. 48, ISSN 0373-3742)

Tiraž 500. Str. 1–2: Predgovor / Milan S. Dimitrijević
1. Усп. ств. насл. 2. Атанацковић-Вукмановић, Олга 3. Димитријевић, Милан С.
а) Астрономија – Зборници
ID=36308748