ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ НА УНИВЕРЗИТЕТОТ „КИРИЛ И МЕТОДИЈ"

EDITIONS SPECIALES, livre 1 (18)
ПОСЕБНИ ИЗДАНИЈА, книга 1 (18)

Љиљана ЈАНИЌИЈЕВИЌ

ТЕОРИЈА НА ДИФРАКЦИЈА НА СВЕТЛИНАТА КАЈ ЛИНЕАРНАТА ЗОНСКА МРЕЖИЧКА

— ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА —

Скопје, 1973 година

Универзитетска печатница - Скопје

Ми причинува особено задоволство на овој начин најтопло да му се заблагодарам на својот водител Проф.Др.Јосип Мозер кој ми ја предложи работата на оваа тема и во текот на изработката ми укажуваше помош со своите драгоцени совети.

Голема благодарност ѝ должам на својата колешка Мр. Мирјана Јоноска чии дискусии ми беа мошне корисни.

Исто така би сакала да ѝ се заблагодарам и на колешката Мр. Димитра Карчицка за укажаната помош во врска со програмирањето на пресметките на некои делови од работата, вршени на електронски пресметнувач.

С О Д Р Ж И Н А

Стр.

У В О Д

Од појавата на првите зонски мрежички не дели период долг скоро сто години. Во 1875 год. францускиот физичар Соре́ (Sorret L) [1] ги објави резултатите што ги добил при дифракција на кружната зонска мрежичка, која по него носи име Соретова дифракциона мрежичка. Тој ја конструирал како систем од наизменично пропусни и непропусни за светлината концентрични кружни прстени, чии рабови имаат радиуси $r.\sqrt{n}$, каде n е цел број, а r радиус на основниот круг. Геометријата на вака конструираната мрежичка се должи на Френеловата теорија (Fresnel A.J) [2] за толкување на дифракцијата на светлината, според која, дифракционата слика е резултат на интерференцијата на бранувањата што потекнуваат од точките на фронтот на бранот кој стасал до дифракционата пукнатина, кои според Хајгенсовиот принцип треба да бидат третирани како елементарни бранови извори. Со цел да ја најде интерференцијата, Френел го дели фронтот на примарниот бран од точкастиот извор на зони, чии граници проектирани врз рамнина поставена тангенцијално на брановиот фронт, претставуваат систем од концентрични кругови чии радиуси се однесуваат како квадратните корени од целите броеви. Во случај кога поделата на брановиот фронт на Френелови зони се врши на многу големо растојание од примарниот точкаст извор, системот од концентричните кругови можеме да го земеме како претставник на Френеловите зони.

Правејќи ја мрежичката со наизменично пропусни и непропусни зони, Соре́ успеа да добие дифракциона препрека, која кога низ своите пропусни делови дозволува премин на непарен број на Френелови зони, има особина во дадени точки од оптичката оска која тој ја дефинира како права која мине низ светлинскиот извор и центарот на мрежичката, да ја фокусира дифрактираната светлина. Соре́ покажа дека неговата мрежичка има особини на леќа со повеќекратни реални и имагинарни фокусни растојанија дадени со

$$f_k = \frac{r_0^2}{(2k-1)\lambda}$$

каде r_0 е радиус на исновниот круг на мрежичката, λ е бранова должина на светлината со која се работи, а k е цел број. Употребувајќи ја зонската мрежичка како замена на леќа, Соре́ правел снимки на сонцето, а мрежичката вметната како окулар во Галилеевиот дурбин му дала исправена слика, со што покажал дека мрежичката дејствува и како растурна леќа.

При работа со бела светлина мрежичката ги фокусирала на различни места поедините бранови должини.

Истата 1875 година Корни́ (Cornu A.) [3] објави дека и тој добил фокусирачки ефекти, но со мрежичка составена не од кружни зони како онаа на Соре́, туку од систем на паралелни тенки пукнатини чии растојанија од една оска се однесуваат како квадратните корени на целите броеви. (Сл. 7). Објаснението на овој свој резултат Корни го наоѓа во Френеловото толкување на дифракциониот феномен, со таа разлика што делењето на брановиот фронт на зони би требало да се прошири и кај цилиндричните бранови. Мрежичката што ја употреби Корни не е зонска мрежичка во смисол на систем од пропусни и непропусни зони како онаа на Соре́, меѓутоа наговестува можност за конструирање на линеарни или цилиндрични зонски мрежички со наизменично светли и темни линеарни зони. Поради тоа линеарните зонски мрежички понекаде во литературата се среќаваат под името Корниеви мрежички [4] и [5] , меѓутоа името линеарна зонска мрежичка е покоректно, така што тоа ќе биде употребувано во понатамошниот текст.

Од литературата за зонските мрежички далеку е пообемна онаа која се однесува на кружните зонски мрежички. Овде ќе бидат споменати само некои покарактеристични трудови од таа област.

Покрај раните трудови на Соре́ и Корни́, спаѓа и работата на Вуд (Wood R.W.) [6] , кој ја конструира својата фазна кружна зонска мрежичка. Таа се состои од зони кои се сите пропусни, но дебелината на слоевите на зоните е таква, што секоја втора зона обезбедува патна разлика на елементарното бранување од $(2к + 1)\frac{\lambda}{2}$ или фазна разлика од π . Поради учеството на сите зони во формирањето на вредноста на интензитетот, во фокусните точки се добива поинтензивна слика од колку кога се работи со Соретова зонска мрежичка.

Многу подоцна проблемот на зонските мрежички станува повторно актуелен. Буавен (Boivin A.) [7] користејќи ги Ломеловите параметри и функции разработува една скаларна теорија на дифракција низ кружни прстени, што потоа ја специјализира за случај на зонските мрежички.

J. Мозер во [8] подробно го разработува проблемот на распоредот на интензитетот на дифрактираната светлина од страна на зонските мрежички од типот на Соре́ и Вуд, вдолж оптичката оска, при тоа употребувајќи ја како теориска база Кирхофовата дифракциона апроксимација. Нешто подоцна Сусман (Sussman M.) [9] го обработува истиот проблем но само за Соретовите мрежички и тоа за случај на паралелна упадна светлина. Неговите резултати потполно се сложуваат со оние добиени во [8] .

Мејерс (Myers O.E.) [10] , Рајскиј (Райский С.М.) [11] и Бахчеванџиев [12] , покрај другото во своите експериментални испитувања имаат забележано дека зонската мрежичка покажува фокусирачки особини и на местата кои не се сложуваат со теоретските претпоставки. Тоа се местата на така наречените парни фокуси, каде според теоријата би требало да има отсуство на светлина. Додека Мејерс и Рајскиј своите експериментални резултати ги толкуваат со несовршеноста на мрежичките со кои работеле, Бахчеванџиев појавата на парните фокуси ја објаснува со едновременото дејствување на мрежичката како собирна и расturna леќа, и ги смета за битна особина на зонските мрежички.

Бахчеванџиев го проучува и проблемот на астигматизмот на кружните зонски мрежички, а со тој проблем се занимава и Кого Камија (Kogo Kamya) [13] кој, применувајќи го како основа принципот на Ферма́,ги разгледува особините на зонските мрежички, покажувајќи дека кружните зонски мрежички патат од сите видови на аберации како и леќата.

Со цел да даде одговор на несогласувањето на теоријата со експерименталните резултати од гореспоменатите автори, Мозер [14] дава подробна теориска разработка на дифракцијата на зонските мрежички од типот на Сорé и Вуд, разгледувајќи го распоредот на интезитетот како вдолж оптичката оска, така и во карактеристичните фокални рамнини. Мозер по теоретски пат успева да покаже дека појавата на непарните фокуси може да се должи на отстапувањата од потполната непропустливост на темните зони, на отстапувањата од кружната форма на прстените, како и на отстапувањата од идеалната ширина на светлите и темните зони.

Буавен во [15] го разгледува распоредот на интензитетот во фокалните рамнини и има покажано дека со зголемување на бројот на зоните на мрежичката, дифракционата слика асимптотски се приближува кон Ериевата (Airy) дифракциона распределба. Тој своите пресметнувања ги прави за случај на Френелова дифракција. Арсено (Arsenault H.) во [16] покажува дека истото важи и кај Фраунхоферовата дифракција на сверната зонска мрежичка.

Стиглиани и др. (StiglianiJ.,Mitra R, Semonin R.) [17] проучувајќи ја разделната способност на зонските мрежички, покажуваат дека мрежичките ја постигнуваат разделната способност на сверна леќа со ист дијаметар, кога бројот на зоните содржани во дијаметарот се зголемува.

Габор (Gabor D.) [18] ја нагласува фундаменталната врска на зонската мрежичка и холограмот, што претставува предмет на понатамошни испитувања од страна на Роџерс (Rogers G.L) [19] .

Розенберг (Розенберг Г.)[20] занимавајќи се со проблемот на разделната способност во дифракционата микроскопија и придржувајќи се кон воочената аналогија меѓу зонската мрежичка и холограмот од страна на Роџерс, предлага зонската мрежичка лесно добиена како холограм од точкаст предмет и доволно намалена, да биде употребена во улога на леќа при конструкцијата на еден рентген микроскоп.

Добивањето на холограми станува особено лесно со пронаоѓањето на ласерот. Така Шампањ (Shampagne E.) [21] по пат на правење на холограм со помош на гасен ласер добива зонски мрежички кои содржат илјади зони.

Меѓутоа, при третманот на холограмите, каде мора да се води сметка за трансмисионите можности на фотографската емулзија на која се регистрираат интерферограмите, стана јасно после теоријата што ја развија Хорман и Чо (Horman M.H.,Chau H) [22] а што беше забележано уште од страна на Роџерс, дека вака добиената мрежичка поради нелинеарните ефекти на фотографската емулзија не претставува Соретова зонска мрежичка со амплитудна трансмисија рамна на нула или единица во зависност од тоа дали се работи за темна или светла зона од мрежичката, туку така наречена генерализирана мрежичка, кај која, според Чо [23] , поради споменатите ефекти на емулзијата се јавува проширување на темните зони за сметка на пропусните зони. Ова според него е причината за појава на дифракциони максимуми од парен ред.

Имајќи во предвид дека мрежичките со кои работеле авторите во [10] , [11] и [12] биле нанесени на фотографски плочи, стануваат јасни и резултатите на нивните експериментални мерења на знатен интензитет на местата на парните фокуси, а исто така и позитивното теоретско објаснување од страна на Мозер во [14], кое се базира на отстапувањата од идеалната ширина на темните и светлите прстени.

Зонските мрежички како репрезенти на еквифазните површини на сверните бранови се употребени од страна на Мозер и др. во [5], а испитувањето на нивните муаре фигури добро се сложува со експериментално добиените интерферограми од страна на Мозер и Шпигелхалтер (Moser J, Spiegelhalter) во [24] . Во трудот [5] исто така е работено со линеарни зонски мрежички како репрезенти на еквифазните површини на цилиндричните бранувања.

Интересен е предлогот на Ломан и Парис (Lohman A.W., Paris D.P.) [25] за добивање на зонски мрежички, кружни и линеарни, како муаре фигури од други две еднакви мрежички поместени една во однос на друга. Со мрежичките што тие ги предлагаат се добиваат муаре фигури во вид на зонски мрежички со фокусни растојанија кои зависат од поместувањето на двете основни мрежички. На тој начин се постига т.н. зум ефект со помош на зонска мрежичка.

Што се однесува до литературата за линеарната зонска мрежичка, освен во [4] , [5] и [25] каде тие се споменуваат како постоечки видови на мрежички, само Харт и др. (Hart H,Scrandis J, Mark R, Hatcher R.) во [26] теориски и експериментално го имаат разгледано проблемот на Фраунхоферова дифракција на дифракциона пречка во вид на линеарна зонска мрежичка. Како теориска база ја земаат Кирхофовата апроксимација, но за точкаст извор и сверни бранувања, што наметнува непотребно дводимензионално третирање на проблемот. Освен тоа и покрај работењето со мрежичка со двеста пропусни зони, при анализата на распоредот на интензитетот е направена прилично груба апроксимација сведувајќи го проблемот на разгледување на дифракција на пропусните зони со реден број 1, што со оглед на тоа да е работено со негативна мрежичка, се сведува на дифракција на две паралелни пукнатини. Од друга страна дифракционите мрежички покажуваат фокусирачки особини само при Френеловата дифракција, така што резултатите на авторите од [26] не ги покажуваат вистинските карактеристики на линеарната зонска мрежичка.

Веројатно една од главните причини што за линеарната зонска мрежичка не е направен друг обид за теориско или експериментално разгледување на нејзините дифракциони карактеристики е сличноста во начинот на формирањето на Френеловите зони кај сверните и цилиндричните бранови. Но дали оваа сличност повлекува и слични карактеристики на двата типа на мрежички е посебно прашање. Како друга причина би можел да се наведе фактот што и покрај релативно поедноставната геометрија на линеарната зонска мрежичка, проблемот на нејзината дифракција наметнува прилично тежок математички третман.

И покрај долгиот период од нивната појава, зонските мрежички во последно време стануваат сѐ поактуелни, зошто претставуваат добра замена на леќите и огледалата при формирањето на ликови во ултравиолетовото браново подрачје. Освен тоа поради обратно пропорционалната зависност на фокусното растојание од брановата должина, мрежичката се покажа погодна за спектрални анализи на високофреквентните бранови подрачја. За таа цел Баез (Baez A.) [27] има конструирано зонска мрежичка кај која непропусните зони се прекриени со златни прстени (радијално прицврстени) а просторот на пропусните зони е потполно празен. Поради малата трансмисија на златото во однос на ултравиолетовите радијации, неговата мрежичка се покажала како мошне погодна за фокусирање на брановите од тој дел на спектарот. Значи зонската мрежичка направена од погоден матерјал останува како единствена замена на леќите или огледалата при формирање на ликови и анализа на оној дел од спектарот, каде употребата на леќите, огледалата или призмите, поради рефлективноста или трансмитивноста на матерјалите од кои тие обично се прават станува невозможна.

Освен тоа бидејќи претставува холограм на точка, зонската мрежичка има особено значење во холографијата при синтезата на холограмите. Зонските мрежички исто така наоѓаат примена при мерење на кохерентноста, потоа при испитувањето на муаре фигурите на системи од криви кои вовлекуваат зонска симетрија, при различни тестирања и друго.

Во сите гореспоменати области, кога наместо точкаст извор ќе се употреби прачкаст, кој во просторот околу себе емитува цилиндричен бран, како природно се наметнува наместо со кружна мрежичка да се работи со линеарна зонска мрежичка, без оглед на тоа дали таа ќе биде од типот на Соре́, Вуд, Баез или ќе претставува холограма добиена со помош на прачкаста препрека.

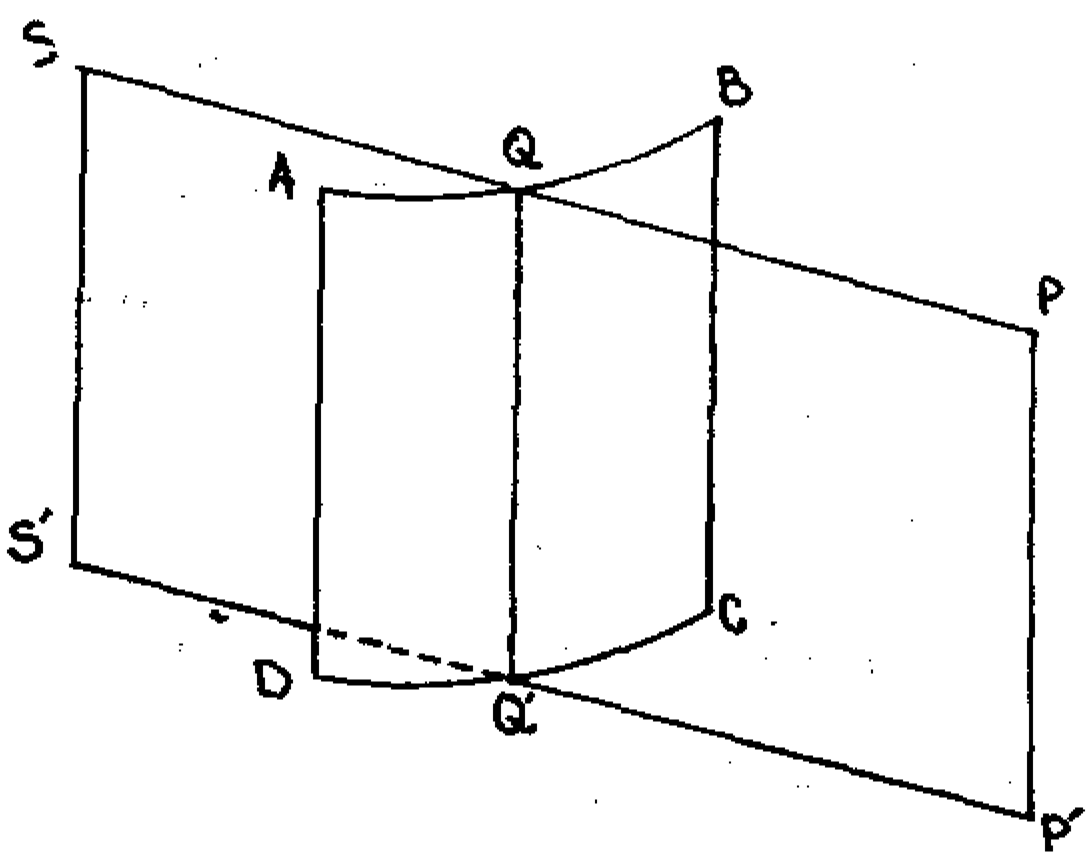
Поради тоа сметам дека подробното теориско разработување на проблемот на дифракција кај линеарната зонска мрежичка претставува посебен научен интерес. Затоа во рамките на оваа дисертација теориски ќе биде разгледан проблемот на дифракција на позитивните и негативните линеарни зонски мрежички од типот на Соре́, кои во литературата се среќаваат и под називот бинарни зонски мрежички [25] .

Како теориска основа и овде ќе биде земена Кирхофовата апроксимација, која и покрај своите математички недостатоци, претставува една од најпогодните методи во третирањето на голем дел од дифракционите проблеми.

Г Л А В А I.

СПЕЦИЈАЛИЗАЦИЈА НА ХАЈГЕНС-ФРЕНЕЛОВИОТ ПРИНЦИП ЗА ШИРЕЊЕ НА ЦИЛИНДРИЧНИТЕ БРАНОВИ

Вдолж правата $\overline{SS'}$ нека е сместен прачкаст светлински извор во вид на пукнатина, кој во просторот околу себе емитува цилиндрични светлински бранови. Според тоа брановиот фронт или еквифазната површнина на бранот кој стигнал на растојание R од изворот, ќе претставува цилиндер чија генератриса е паралелна со изворот $\overline{SS'}$, а со оска во самиот извор. На Сл.1 површнината ABCD претставува дел од една ваква цилиндрична површнина. Вдолж било која права $\overline{QQ'}$ од еквифазната површнина, бранот е претставен со решението на брановата диференцијална равенка



Сл.1

$$\Delta V = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \qquad (1)$$

кое определено со помош на методата на сепарација на променливите ќе гласи

$$V = U(r,\varphi,z)\, e^{-i\omega t} \qquad (2)$$

Бидејќи при испитувањето на интензитетот се бара производот на брановата функција V со нејзината конјугирано комплексна вредност, временскиот фактор од решението (2) се поништтува, така што распоредот на интензитетот ќе зависи само од координатниот дел на брановата функција. Поради тоа во понатамошниот текст под бранова функција ќе го подразбираме само координатниот дел од решението (2). За овој дел ја имаме диференцијалната равенка

$$\Delta u + k^2 u = 0 \tag{3}$$

во која $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ е бранов број.

При претпоставка прачкастиот извор да е доволно долг, ширењето на цилиндричниот бран ќе зависи само од растојанието од изворот, така што за Лапласовиот оператор во равенката (3) треба да се земе во предвид само радијалниот дел. Значи брановата функција ја задоволува диференцијалната равенка

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} + k^2 u = 0$$

која преку смената $kr = \rho$ се трансформира во

$$\rho^2 \frac{d^2 u}{d\rho^2} + \rho \frac{du}{d\rho} + \rho^2 u = 0 \tag{4}$$

Споредбата на равенката (4) со општата Беселова диференцијална равенка [28]

$$\rho^2 \frac{d^2 W}{d\rho^2} + \rho \frac{dW}{d\rho} + (\rho^2 - n^2) W = 0$$

покажува дека таа претставува Беселова диференцијална равенка од нулти ред, зошто за неа бројот n кој го определува редот на равенката, е рамен на нула.

Како што е познато Беселовите диференцијални равенки се задоволени со три класи на функции и тоа: Беселови функции $J_n(\rho)$, Нојманови функции $N_n(\rho)$ и Ханкелови функции од прва и втора врста $H_n^1(\rho)$ и $H_n^2(\rho)$, кои се взаемно коњугирано комплексни и ги соединуваат претходните две на следниот начин

$$H_n^1(\rho) = J_n(\rho) + i N_n(\rho)$$

$$H_n^2(\rho) = J_n(\rho) - i N_n(\rho)$$

Од математиката исто така е познато дека за големи вредности на аргументот ϱ , првите две групи на решенија имаат асимптотски вредности [28]

$$\lim_{\varrho \to \infty} J_n(\varrho) \longrightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi \varrho}}\cos\left(\varrho - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

и

$$\lim_{\varrho \to \infty} N_n(\varrho) \longrightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi \varrho}}\sin\left(\varrho - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

Имајќи во предвид дека $\varrho = kr$, во физиката овие две асимптотски решенија на Беселовата диференцијална равенка би одговарале на формирање на стојни бранови далеку од изворот. Асимптотската пак вредност на Ханкеловите функции е

$$\lim_{\varrho \to \infty} H_n^{1,2}(\varrho) = \lim_{\varrho \to \infty}\left[J_n(\varrho) \pm i N_n(\varrho)\right] \longrightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi \varrho}}\, e^{\pm i\left(\varrho - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}$$

и одговара на прогресивен бран. Поради тоа Ханкеловите функции се избираат како најпогодни решенија кај дифракционите проблеми, особено Ханкеловата функција од прва врста $H_n^1(\varrho) = H_n^1(kr)$ зошто претставува прогресивен бран кој од изворот се шири на сите страни.

Според тоа вдолж правата $\overline{QQ'}$ од брановиот фронт на растојание R од изворот, брановата функција е претставена со помош на Ханкеловата функција од прва врста и нулти ред

$$u(\overline{QQ'}) = H_0^1(kR) \xrightarrow[kR \to \infty]{} \frac{A e^{i\left(kR - \frac{\pi}{4}\right)}}{\sqrt{R}} \tag{5}$$

Во согласност со Хајгенсовиот принцип, секоја права од брановиот фронт треба да се третира како елементарен извор на нов цилиндричен бран, кој на растојание r од брановиот фронт е зададен со функцијата

$$u(\overline{PP'}) = B H_0^1(kr) \xrightarrow[kr \to \infty]{} \frac{B e^{i\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)}}{\sqrt{r}} \tag{6}$$

$\overline{PP'}$ е било која права до која стасал елементарниот бран од $\overline{QQ'}$.

Вредноста на амплитудата на елемантарниот бран B е еднаква на вредноста на брановата функција која одговара на бранот што од изворот $\overline{SS'}$ стигнал до елементарниот извор $\overline{QQ'}$. Според тоа треба да се земе

$$B = H_0^1(kR) \xrightarrow[kR \to \infty]{} \frac{A\, e^{i(kR - \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{R}} \tag{7}$$

Придонесот кон амплитудната функција вдолж правата $\overline{PP'}$ чија вредност се должи на бранувањата од елементарните извори сместени по ширината ds од брановиот фронт, ќе биде

$$dU(\overline{PP'}) = H_0^1(kR)\, H_0^1(kr)\, ds \tag{8}$$

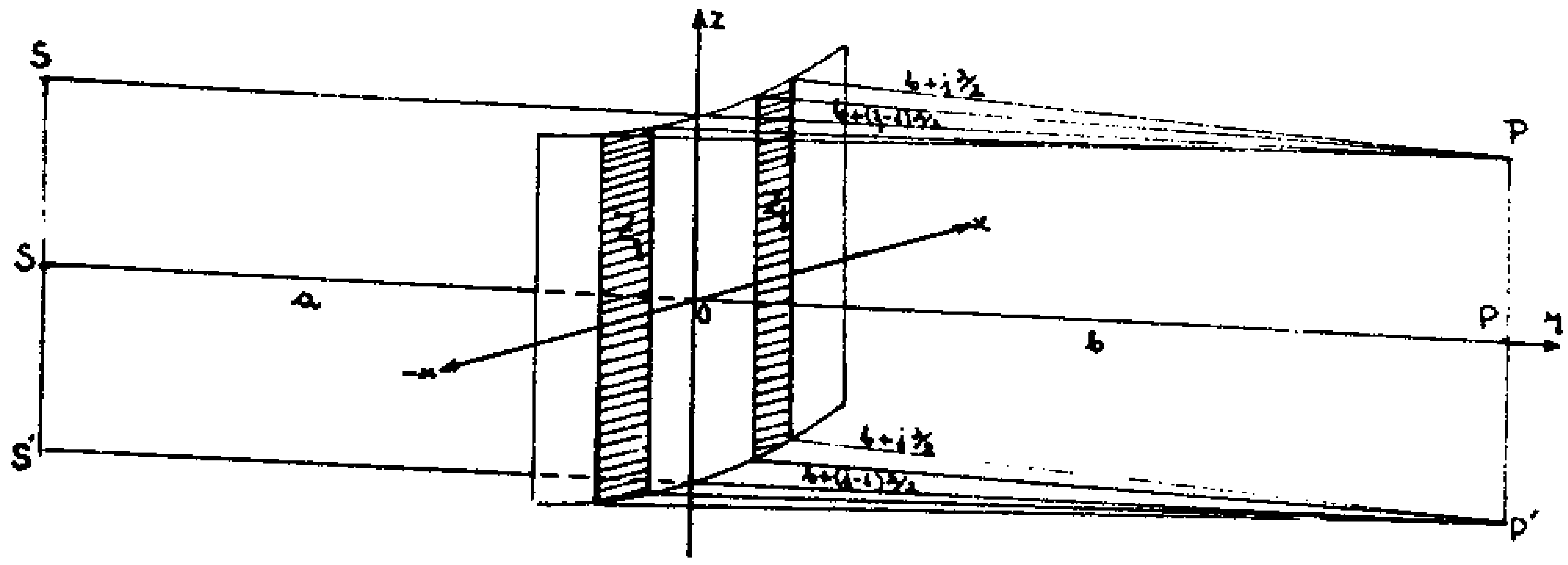
или, ако се работи на големи растојанија, такви што $R, r \gg \lambda$

$$dU(\overline{PP'}) = A\, e^{-i\frac{\pi}{2}} \frac{e^{ikR}}{\sqrt{R}} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}}\, ds \tag{9}$$

Вредноста на брановата функција на местото на правата $\overline{PP'}$, според Френел [2] е резултат од суперпозицијата на сите елементарни бранувања што потекнуваат од брановиот фронт. Тогаш таа ќе биде дадена со интегралот по сите елементарни бранувања $dU(\overline{PP'})$, а подручјето на интеграција ќе биде ширината на брановиот фронт. Значи

$$U(PP') = A\, e^{-i\frac{\pi}{2}} \int \frac{e^{ik(R+r)}}{\sqrt{R}\sqrt{r}}\, ds \tag{10}$$

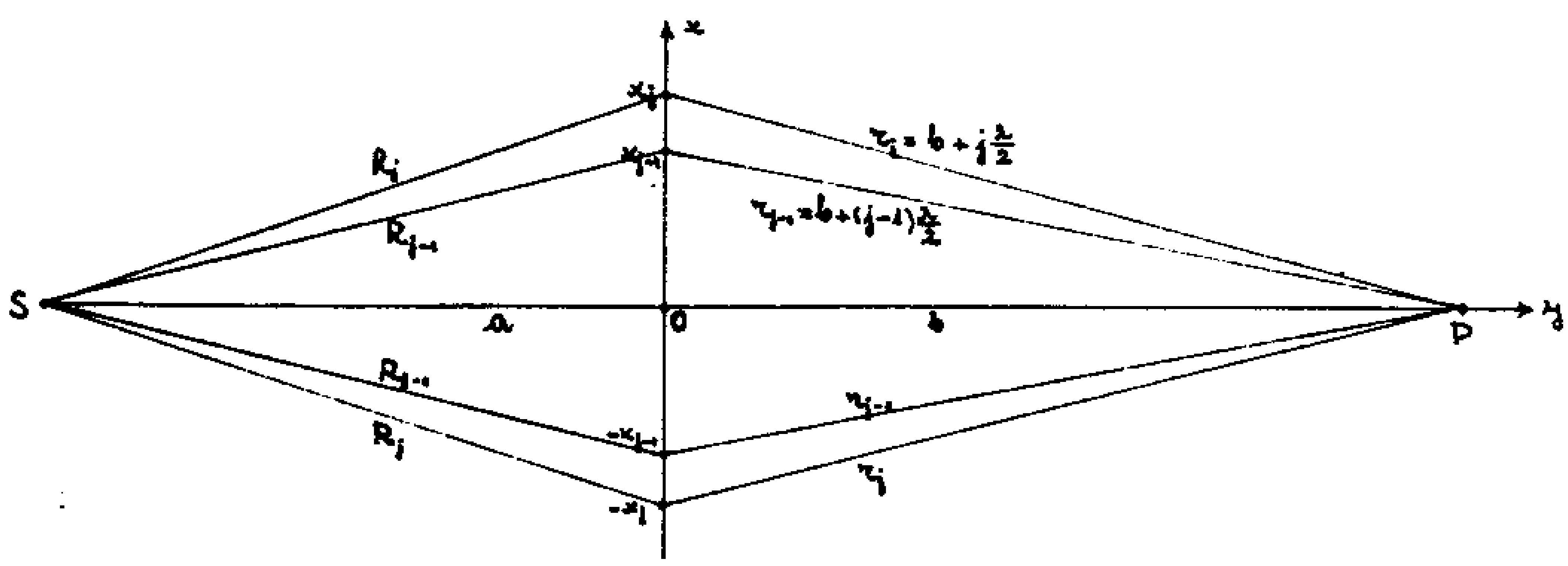
Да поставиме сега координатен систем така што y-оската стои нормално на изворот $\overline{SS'}$ и се совпаѓа со спојницата на правите $\overline{SS'}$ и $\overline{PP'}$. z- оската е паралелна со изворот $\overline{SS'}$ и правата $\overline{PP'}$ и нека е сместена на челото на бранот, т.е. вдолж најблиската права од брановиот фронт до правата $\overline{PP'}$. x-оската е тангента на брановиот фронт. Пресекот на брановиот фронт со xOy-рамнината е даден на Сл.2. Точките S и P се пресеци на правите $\overline{SS'}$ и $\overline{PP'}$ со координатната рамнина xOy. Најмалото растојание од брановиот фронт до правата $\overline{PP}$ е означено со $\overline{OP} = b$. Со оска во



Сл.2

правата $\overline{PP'}$ нека се конструирани концентрични цилиндри со радиуси b ; $b+\frac{\lambda}{2}$; $b+2\frac{\lambda}{2}$; ...$b+j\frac{\lambda}{2}$;... каде λ е бранова должина на бранувањето на изворот сместен во $\overline{SS'}$.Вака конструираните цилиндри го сечат брановиот фронт на зони Z_1, Z_2,..... Z_j,... кои се во вид на ленти паралелни со z-оската.

На големо растојание од изворот брановиот фронт може да биде апроксимиран со неговата тангенцијална рамнина, во случајов со xOz-рамнината.Тогаш наместо по должината на лакот ds интеграцијата ќе се врши по должината на x-оската dx, а xOz-рамнината ќе биде поделена на зони чија ширина изнесува ($x_j - x_{j-1}$).



Сл.3

Од цртежот на Сл.3 се гледа дека $x_j^2 + b^2 = (b + j\frac{\lambda}{2})^2$ или

$$x_j^2 = b\lambda j + j^2\frac{\lambda^2}{4}$$

Вториот член од горниот израз може да се земе дека е приближно рамен на нула, зошто $\lambda \ll b$, а овде се јавува квадратот на брановата должина. Значи

$$x_j = \sqrt{b\lambda j} \qquad (11)$$

а ширината на една вакква зона е

$$x_j - x_{j-1} = \sqrt{b\lambda}\,(\sqrt{j} - \sqrt{j-1}) \qquad (12)$$

Придонесот на j-тата зона кон вредноста на брановата функција вдолж правата $\overline{PP'}$ ќе биде

$$u_j(PP') = Ae^{-i\frac{\pi}{2}}\int_{\sqrt{b\lambda(j-1)}}^{\sqrt{b\lambda j}} \frac{e^{ik(R+r)}}{\sqrt{Rr}}\,dx \qquad (13)$$

Од Сл.3 исто така се гледа дека

$$R = (a^2+x^2)^{1/2} \qquad r = (b^2+x^2)^{1/2}$$

а при претпоставка растојанијата a и b да се многу големи во однос на x, десните страни од горните релации можат да бидат развиени во ред по биномната формула и при тоа да бидат земени во предвид само првите два члена. Така имаме

$$R = (a^2+x^2)^{1/2} = a\left(1+\frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} = a\left(1+\frac{1}{2}\frac{x^2}{a^2}+\cdots\right) \approx a + \frac{1}{2a}x^2$$

$$r = (b^2+x^2)^{1/2} = b\left(1+\frac{x^2}{b^2}\right)^{1/2} = b\left(1+\frac{1}{2}\frac{x^2}{b^2}+\cdots\right) \approx b + \frac{1}{2b}x^2 \qquad (14)$$

$$R^{-1/2} \approx a^{-1/2} \qquad r^{-1/2} \approx b^{-1/2}$$

Имајќи ги во предвид апроксимациите (14), подинтегралната функција од формулата (13) добива вредност

$$\frac{e^{ik(R+r)}}{\sqrt{Rr}} \approx \frac{e^{ik(a+b)}}{\sqrt{ab}}\, e^{ik\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)x^2}$$

така што наместо изразот (13), за придонесот на j-тата зона кон вредноста на брановата функција се добива

$$U_j(\overline{PP'}) = \frac{A e^{ik[(a+b)-\frac{\pi}{2}]}}{\sqrt{ab}} \int_{\sqrt{b\lambda(j-1)}}^{\sqrt{b\lambda j}} e^{i\frac{k}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)x^2} dx \qquad (15)$$

Со цел да се реши интегралот во формулата (15) ја правиме смената

$$\frac{k}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)x^2 = \frac{\pi}{2}\xi^2$$

при тоа

$$x = \sqrt{\frac{\lambda ab}{2(a+b)}}\,\xi$$

а границите на интеграција се

$$\xi_j = \gamma\sqrt{j} \qquad \text{и} \qquad \xi_{j-1} = \gamma\sqrt{j-1}$$

каде

$$\gamma = \sqrt{\frac{2(a+b)}{a}}$$

Така за придонесот на j-тата зона кон вредноста на амплитудната функција во $\overline{PP'}$ се добива

$$U_j(\overline{PP'}) = K\int_{\gamma\sqrt{j-1}}^{\gamma\sqrt{j}} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2} d\xi = K\left[\int_{\gamma\sqrt{j-1}}^{\gamma\sqrt{j}} \cos\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi + i\int_{\gamma\sqrt{j-1}}^{\gamma\sqrt{j}} \sin\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi\right]$$

каде

$$K = A e^{i[k(a+b)-\frac{\pi}{2}]}\sqrt{\frac{\lambda}{2(a+b)}}$$

е константен фактор. Секој од интегралите што се наоѓаат во средната заграда може да биде расчленет на два дела, делејќи го подручјето на интеграција на ($\gamma\sqrt{j-1}\to 0$) и ($0\to\gamma\sqrt{j}$). Според тоа ќе имаме

$$U_j(\overline{PP'}) = K\left\{\left[\int_0^{\gamma\sqrt{j}}\cos\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi - \int_0^{\gamma\sqrt{j-1}}\cos\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi\right] + i\left[\int_0^{\gamma\sqrt{j}}\sin\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi - \int_0^{\gamma\sqrt{j-1}}\sin\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi\right]\right\}$$

а имајќи ја во предвид дефиницијата на Френеловите интеграли [29]

$$C(\sigma) = \int_0^{\sigma}\cos\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi \qquad \text{и} \qquad S(\sigma) = \int_0^{\sigma}\sin\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi \qquad (16)$$

може да биде претставена со изразот

$$u_j(\overline{PP}') = K\left\{\left[C(\gamma\sqrt{j}) - C(\gamma\sqrt{j-1})\right] + i\left[S(\gamma\sqrt{j}) - S(\gamma\sqrt{j-1})\right]\right\} \tag{17}$$

Меѓутоа треба да имаме во предвид дека со изразот (17) е даден придонесот на соодветната зона што се наоѓа на позитивната страна на x-оската. Зони со ист реден број се наоѓаат и на негативната страна на x-оската, а нивниот придонес кон брановата функција ќе биде даден со

$$u_j(\overline{PP}') = K\int_{-\gamma\sqrt{j}}^{-\gamma\sqrt{j-1}} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2} d\xi = K\left\{\left[C(-\gamma\sqrt{j-1}) - C(-\gamma\sqrt{j})\right] + i\left[S(-\gamma\sqrt{j-1}) - S(-\gamma\sqrt{j})\right]\right\} \tag{18}$$

Имајќи ја во предвид непарноста како особина на Френеловите интеграли [29]

$$C(-v) = -C(v) \quad \text{и} \quad S(-v) = -S(v)$$

гледаме дека изразот (18) е идентичен со изразот (17), што значи дека зоните кои имаат ист реден број, а се наоѓаат на две спротивни страни од x- оската (Сл.3), подеднакво учествуваат кон формирањето на вредноста на брановата функција.

Следната (j+1)-ва зона учествува кон формирањето на вредноста на брановата функција во $\overline{PP}'$ со дел

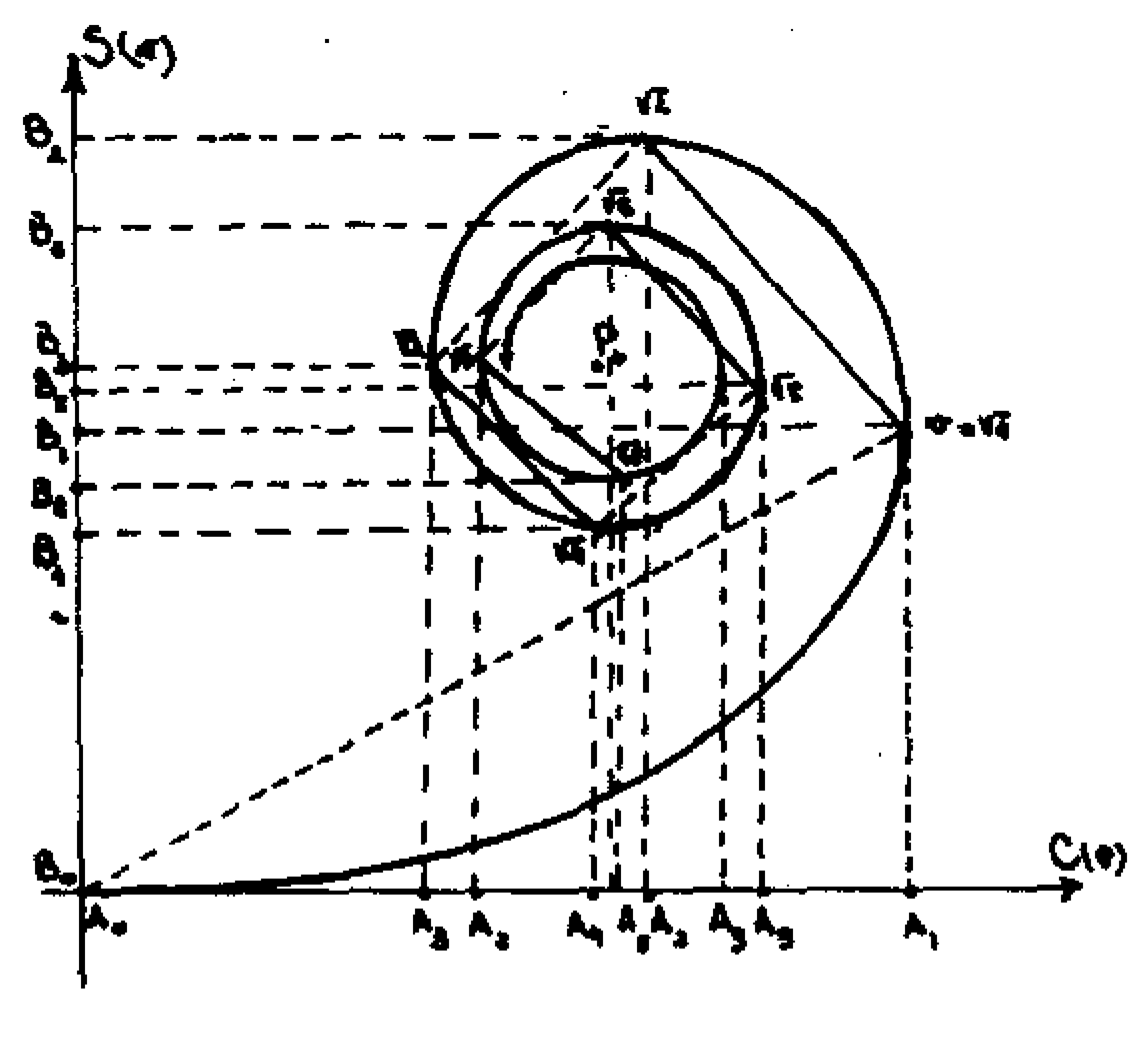
$$u_{j+1}(\overline{PP}') = K\int_{\gamma\sqrt{j}}^{\gamma\sqrt{j+1}} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2} d\xi = K\left\{\left[C(\gamma\sqrt{j+1}) - C(\gamma\sqrt{j})\right] + i\left[S(\gamma\sqrt{j+1}) - S(\gamma\sqrt{j})\right]\right\} =$$

$$= -K\left\{\left[C(\gamma\sqrt{j}) - C(\gamma\sqrt{j+1})\right] + i\left[S(\gamma\sqrt{j}) - S(\gamma\sqrt{j+1})\right]\right\} \tag{19}$$

Споредувањето на формулите (17) и (19) покажува дека две сукцесивни Френелови зони ка, цилиндричниот бран даваат придонес кон вредноста на брановата функција кој се разликува во предзнакот, меѓутоа нема взаемно поништување, каков што е случајот кај сферните Френелови зони [30] ,зошто придонесите не се еднакви по апсолутна вредност.

За да се добие попрегледна претстава за нееднаквото учество кон формирањето на вредноста на брановата функција во

$\overline{PP'}$, може да се даде извесно аналитичко толкување на изразите (17) односно (19). Имено, разликите на Френеловите интеграли што се јавуваат во средните загради од овие изрази можат да бидат интерпретирани како проекции на растојанието помеѓу две точки од позитивниот крак на Корниевата спирала (клотоида) врз C и S оската. Заради поедноставување можеме да земеме да е $\tau=1$. Тогаш $[C(\sqrt{j}) - C(\sqrt{j-1})]$ и $[S(\sqrt{j}) - S(\sqrt{j-1})]$ би претставувале проекции на растојанието меѓу две точки од корниевата спирала во кои вредноста на параметарот е $v_j=\sqrt{j}$ и $v_j=\sqrt{j-1}$. Како што е познато тоа се оние точки од спиралата во кои повлечената тангента е паралелна со една од оските, што зависи од тоа дали j е парен или е непарен број. Тогаш на Сл.4 величината $[C(\sqrt{2})-C(\sqrt{1})]$ е претставена со должината на отсечката $\overline{A_2A_1}$ на C-оската, а $[S(\sqrt{2})-S(\sqrt{1})]$ со должината $\overline{B_2B_1}$ на S-оската. Тоа се проекциите на растојанието на точките во кои вредноста на параметарот е $v=\sqrt{2}$ и $v=\sqrt{1}$ (j=2). Потоа за j=4 имаме $[C(\sqrt{4})-C(\sqrt{3})] = \overline{A_4A_3}$ и $[S(\sqrt{4})-S(\sqrt{3})] = \overline{B_4B_3}$ и т.н. За $j=2\beta$ имаме $[C(\sqrt{2\beta})-C(\sqrt{2\beta-1})] = \overline{A_{2\beta}A_{2\beta-1}}$ и $[S(\sqrt{2\beta})-S(\sqrt{2\beta-1})] = \overline{B_{2\beta}B_{2\beta-1}}$. Бројната вредност на овие отсечки би требала да се земе во изразите за придонесот што го даваат парните Френелови цилиндрични зони.



Сл.4

Кога пак $j=2\beta+1$, што одговара на Френеловите зони со непарен реден број, за j=1 имаме $[C(\sqrt{1})-C(0)] = \overline{A_1A_0}$ и $[S(\sqrt{1})-S(0)] = \overline{B_1B_0}$, потоа за j=3 $[C(\sqrt{3})-C(\sqrt{2})] = \overline{A_3A_2}$ и $[S(\sqrt{3})-S(\sqrt{2})] =$

$= \overline{B_3 B_2}$ и т.н. и општо за $j=2p+1$ $C(\sqrt{2p+1})-C(\sqrt{2p}) = \overline{A_{2p+1} A_{2p}}$ и $S(\sqrt{2p+1})-S(\sqrt{2p}) = \overline{B_{2p+1} B_{2p}}$. Од сликата 4 се гледа дека проекциите на должините на отсечките што одговараат на било која од непарните Френелови зони (на Сл.4 се повлечени со испрекината линија) се бројно поголеми од проекциите на отсечките што одговараат на сукцесивните парни зони (на Сл.4 повлечени со полна линија). Така гледаме дека

$$\overline{A_1 A_0} > \overline{A_2 A_1} \ ; \ \overline{A_3 A_2} > \overline{A_4 A_3} \ ; \ldots\ldots\ldots \ \overline{A_{2p-1} A_{2p-2}} > \overline{A_{2p} A_{2p-1}} \ldots\ldots$$

и исто така

$$\overline{B_1 B_0} > \overline{B_2 B_1} \ ; \ \overline{B_3 B_2} > \overline{B_4 B_5} \ ; \ldots\ldots\ldots \overline{B_{2p-1} B_{2p-2}} > \overline{B_{2p} B_{2p-1}} \ldots\ldots$$

Во колку редните броеви на двете сукцесивни зони се поголеми, т.е. се работи за периферни цилиндрични зони, придонесите кон брановата функција стануваат сé помали, но и разликата меѓу соодветните проекции се намалува.

Од горното толкување како и од формулите (17) и (19) може да се заклучи дека

$$u_{j+1} = -u_j + \psi_j \qquad \text{или} \qquad u_j = -u_{j+1} + \psi_j \tag{20}$$

каде

$$\psi_j = K\left\{\left[C(t\sqrt{j+1}) - C(t\sqrt{j-1})\right] + i\left[S(t\sqrt{j+1}) - S(t\sqrt{j-1})\right]\right\} \tag{21}$$

Вредноста на брановата функција што се должи на учеството на сите зони од брановиот фронт вдолж правата $\overline{PP'}$ ќе биде

$$u(\overline{PP'}) = \sum_{j=1}^{\infty} u_j(\overline{PP'}) = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots\ldots\ldots u_j + u_{j+1} + \ldots\ldots =$$

$$= 2(u_1 - u_1 + \psi_1 + u_3 - u_3 + \psi_3 + \ldots\ldots \ u_j - u_j + \psi_j + \ldots) =$$

$$= 2(\psi_1 + \psi_3 + \ldots\ldots \psi_{2k+1} + \ldots) = 2\sum_{k=0}^{\infty} \psi_{2k+1} = \Psi \tag{22}$$

Вдолж правата $\overline{PP'}$ дел од придонесот кон брановата функција на зоните од брановиот фронт се поништува, додека друг многу помал дел останува слободен.

Наместо взаемното поништување на деловите од брановата функција што потекнуваат од две соседни цилиндрични френелови зони, може да се добие појачување на вредноста на брановата функција ако на некој начин се елиминира придонесот на сите парни или на сите непарни зони. Кога ќе се изврши ваква елиминација, вредноста на брановата функција ќе биде дадена со

$$u(\overline{PP'}) = u_1 + u_3 + u_5 + \cdots\cdots + u_{2p+1} + \cdots$$

или (23)

$$u(\overline{PP'}) = u_2 + u_4 + u_6 + \cdots\cdots + u_{2p} + \cdots$$

Оптичките направи со кои се постига одстранување на дејството на сите парни или непарни цилиндрични Френелови зони, или пак со кои се одбегнува нивното взаемно поништување ќе ги наречеме цилиндрични или линеарни зонски мрежички.

ДОБИВАЊЕ НА ЛИНЕАРНИ ЗОНСКИ МРЕЖИЧКИ

Еден од начините за постигање наголемена вредност на брановата функција е кога на патот на простирањето на бранот ќе се постави препрека со паралелно поставени пропусни и непропусни линеарни зони, кои наизменично се менуваат и чија ширина е

$$p_j = x_j - x_{j-1} = \alpha\sqrt{j} - \alpha\sqrt{j-1}$$

Кога како оска на симетрија на вака распределените зони ќе се земе x-оската, границите на зоните се наоѓаат на ширини

$x = \alpha\sqrt{1}\ ; \alpha\sqrt{2}\ ; \alpha\sqrt{3}\ ; \ldots\ldots\ \alpha\sqrt{j}\ ; \ldots$ и на

$x = -\alpha\sqrt{1}\ ; -\alpha\sqrt{2}\ ; -\alpha\sqrt{3}\ ;\ \ldots\ldots -\alpha\sqrt{j}\ ; \ldots$ од двете страни на x-оската.

Со непропустлив матерјал можат да бидат прекриени сите зони што носат непарен индекс и чија ширина е

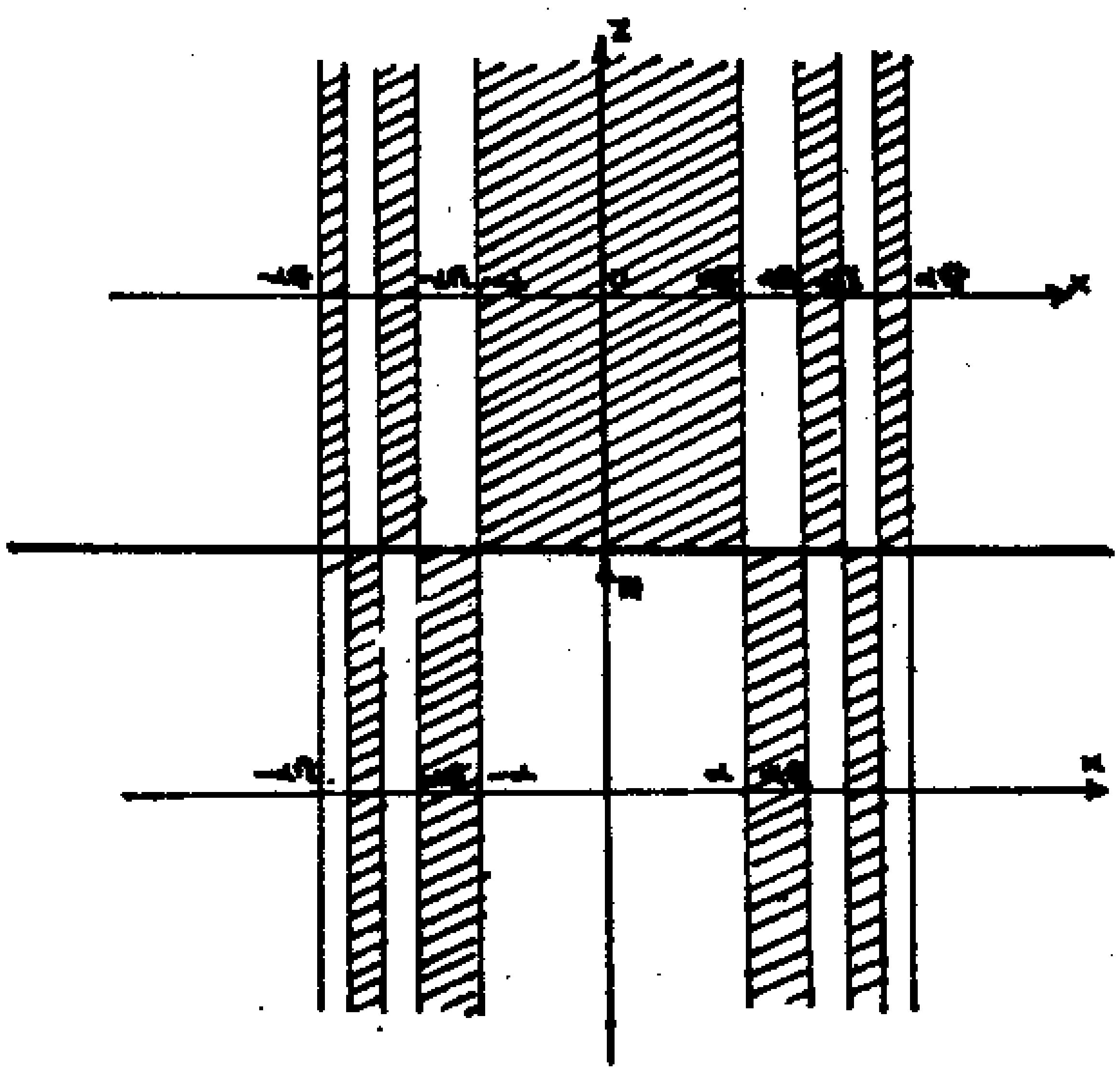
$$p_j = p_{2\beta+1} = \pm(\alpha\sqrt{2\beta+1} - \alpha\sqrt{2\beta}) \qquad \beta = 0,1,2,\dots$$

а да се пропусни сите зони со парен индекс

$$p_j = p_{2\beta} = \pm(\alpha\sqrt{2\beta} - \alpha\sqrt{2\beta-1}) \qquad \beta = 1,2,3,\dots$$

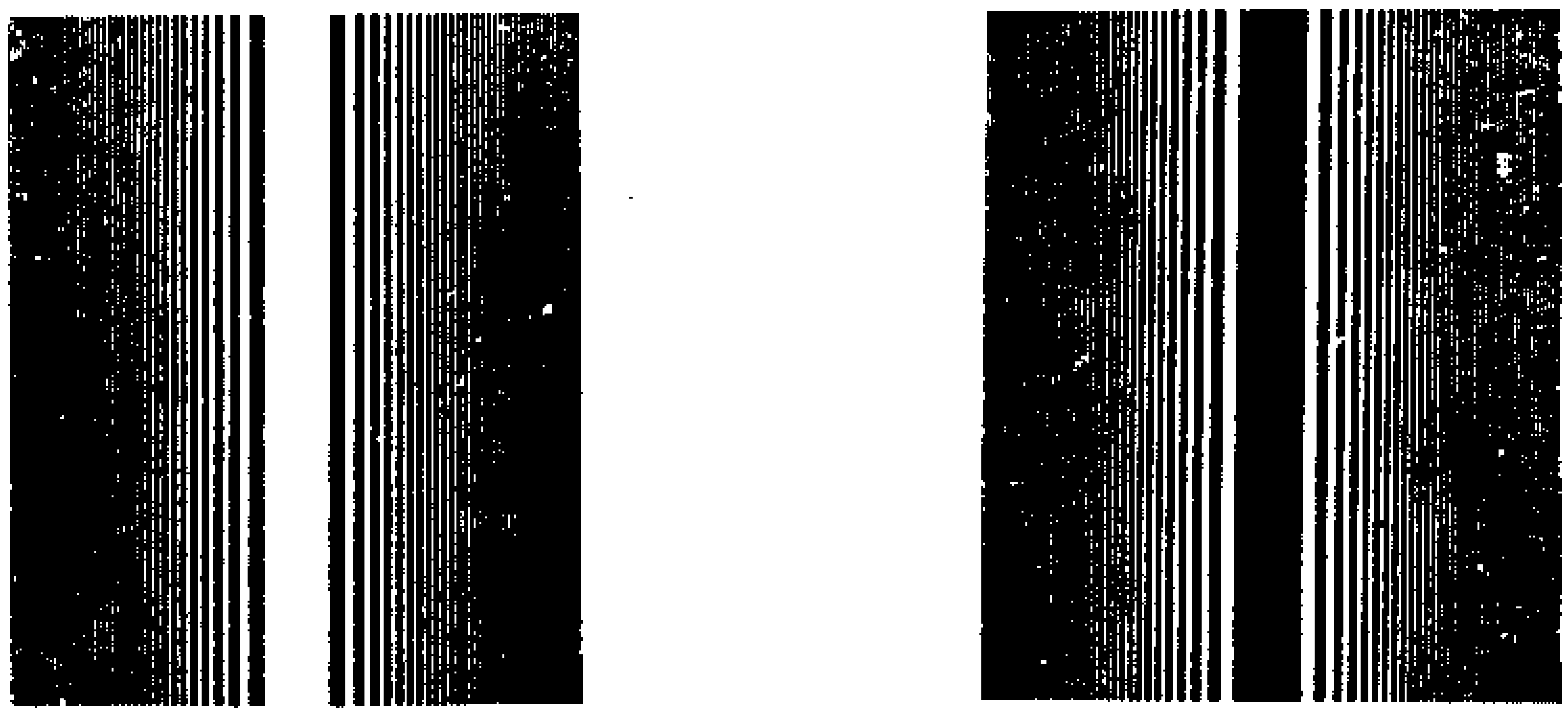
Во тој случај непропусна ќе биде и најшироката централка зона. Вака добиениот оптички систем, чија шема е дадена на горниот дел од Сл.5, ќе го наречеме негативна зонска линеарна мрежичка, аналогно на негативната Соретова кружна зонска мрежичка.

Кога пак ќе се прекријат со непропустлив матерјал сите парни зони $p_j = p_{2\beta}$, централната зона е пропусна и во тој случај се добива позитивна линеарна зонска мрежичка. Нејзината шема е дадена на долниот дел од Сл.5.



Сл.5

Начинот на правење на линеарните зонски мрежички би бил идентичен со оној предложен од страна на Соре. Разликата е во тоа што сега на хамер хартија во голем формат, се црта систем од паралелни линии наместо концентрични кругови. Растојанието на секоја линија од една однапред избрана оска е во однос $\sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \dots \sqrt{n} \dots$. Потоа просторот меѓу правите наизменично се поцрнува со туш. После фотографирањето на овој цртеж, се прави контрастен дијапозитив или негатив, во зависност од тоа кој тип на мрежичка се бара, во знатно намалени димензии од оргиналниот цртеж. На Сл.6 е дадена фотографијата на вака добиените линеарни зонски мрежич-



а) б)

Сл.6

ки.а) е фотографија на позитивна мрежичка, а б) претставува фотографија на негативна линеарна зонска мрежичка.

За брановите што потекнуваат од сите парни цилиндрични зони и кои се репрезентирани со брановите функции $u_2, u_4, .. u_{2k}$ може да се рече дека се во фаза, зошто патната разлика меѓу поедини елементарни бранови од

$$x_{2p}-x_{2p-1} = b+2p\frac{\lambda}{2} - [b+(2p-2)\frac{\lambda}{2}] = \lambda$$

обезбедува фазна разлика меѓу поедините компоненти што се суперпонираат во износ $\Delta = 2\pi$. Истото важи и за брановите што потекнуваат од сите непарни зони. Поништувањето пак на деловите од брановите што доаѓаат од две сукцесивни Френелови зони (парна и непарна) може да се објасни со фактот што патната разлика на нивните бранувања од $r_j - r_{j-1} = \frac{\lambda}{2}$ дава фазна разлика од $\Delta = \pi$ меѓу деловите од зоните што взаемно се поништуваат. Според тоа и овде би можела да се искористи идејата на Вуд [6] за добивање на фазни мрежички, во случајов цилиндрични односно линеарни зонски мрежички. Имено, на една стаклена плоча, на површината на сите парни или непарни линеарни зони, да се нанесе проѕирен матерјал со онолкава дебелина d , која обезбедува зголемување на оптичкиот од на бранот за непарен број од $\frac{\lambda}{2}$. Начинот на изработка на вакви мрежички со помош на фотосензибилен желатин би бил идентичен со веќе применуваниот за изработка на Вудовите сверни мрежички [6], [11], [12]. Вака добиената Вудова мрежичка обезбедува учество на сите Френелови зони кон формирањето на вредноста на брановата функција вдолж правата $\overline{PP'}$, а како резултат на тоа може да се очекува и поголема вредност на интензитетот во споредба со оној добиен со линеарна зонска мрежичка од Соретовиот тип.

Со цел да се добие линеарна зонска мрежичка која би била ползувана за работа во високофреквентното подрачје, по аналогија на веќе конструираната кружна зонска мрежичка од страна на Баез [27], би требало да се пристапи кон изработка на долги златни ленти со ширини p_{2k} или p_{2k+1}, кои откако би се поставиле на местата на темните Соретови зони, би требало на краевите да бидат прицврстени во една рамка. Просторот што го сочинуваат пропусните линеарни зони во случајов е празен.

Изгледа дека најлесен и најбрз начин за добивање на зонските мрежички е правењето на холограми на соодветни препреки. За добивање на линеарна зонска мрежичка би требало да се пристапи кон изработка на холограм на прачкаста препрека. Меѓутоа и овде мора да се води сметка дека особините на емулзијата на холографската плоча даваат како резултат мрежичка кај која кривата на амплитудната транспаренција не се менува на границите на зоните скоковито од минимална до максимална вредност, како што беше замислено од Соре, туку има континуиран премин и тоа за сметка на ширината на пропусните зони [23]. Истиот ефект треба да се очекува и при добивање на мрежичките со фотографирање на направените цртежи. Мрежичката пак на Баез под претпоставка да има идеално широки зони има крива на транспаренција која скоковито си ја менува вредноста на границата на зоните.

Ломан и Париз во [25] го имаат разгледано проблемот на добивање на променлива зонска мрежичка, и помеѓудругото, за добивање на линеарна зонска мрежичка како муаре́ фигура од други два типа на мрежички. Како основни мрежички кои треба да бидат супетпонирани ги имаат предложено мрежичките од типот $x^2 z/a^3 = N$ и мрежичките од типот $(x/a)^3 + z/b = N$ каде N е цел број. Кога две исти мрежички од првиот тип ќе бидат суперпонирани така што нивните центри се поместени еден во однос на друг за износ $q/2$ по z-оската, равенките на основните системи на криви ќе бидат

$$\Psi_m(x,z) = \frac{x^2(z+\frac{q}{2})}{a^3} - m = 0 \quad \text{и} \quad \Psi_n(x,z) = \frac{x^2(z-\frac{q}{2})}{a^3} - n = 0 \quad m,n = 1,2,3,\ldots$$

Муаре́ фигурата што се добива со нивното суперпонирање е суптрактивна во сиот простор освен во внатрешноста на елипсата $x^2+4z^2=q^2$ која според Теокарис (Theocaris P.) [31] претставува ефективна муаре граница Равенката на суптрактивната муаре́ фигура добиена според индексната равенка $m-n = p$ е

$$x = \sqrt{\frac{a^3}{q}}\sqrt{p} \qquad (24)$$

т.е. се добива систем од паралелни прави со z-оската, чии растојанија се однесуваат како квадратни корени од целите броеви р. На такви взаемни растојанија се наоѓаат и границите на зоните на линеарната зонска мрежичка, само наместо константата α овде имаме величина која зависи од взаемното поместување q. Адитивните муаре́ фигури што се јавуваат во внатрешноста на елипсата со полуоски q и $q/2$, не градат зонска мрежичка. А бидејќи се јавуваат околу координатниот почеток, би требало да се внимава да се користи како зонска мрежичка само суптрактивниот дел од муаре сликата.

Кога пак две исти мрежички од вториот тип ќе бидат поместени така, што нивните центри се оддалечени за $q/2$ од двете страни на x-оската, равенката на суптрактивните муаре фигури што се добиваат од основните системи

$$\Psi_m = \frac{(x+\frac{q}{2})^3}{a^3} + \frac{z}{b} - m = 0 \qquad \text{и} \qquad \Psi_n = \frac{(x-\frac{q}{2})^3}{a^3} + \frac{z}{b} - n = 0$$

сега гласи

$$x = \sqrt{\frac{a^3}{3q}}\ \sqrt{p - \frac{q^3}{4a^3}} \qquad (25)$$

и претставува линеарна зонска мрежичка само кога поместувањето q е многу мало. И кај вака добиената мрежичка константата α зависи од поместувањето q.

ОСНОВНИ КАРАКТЕРИСТИКИ НА ЛИНЕАРНИТЕ ЗОНСКИ МРЕЖИЧКИ

Кога било кој тип од гореспоменатите цилиндрични зонски мрежички би се поставила на растојание a од изворот на цилиндричен бран, на растојание b вдолж правата $\overline{PP'}$, која претставува оска на замислените концентрични цилиндри кои поминуваат низ границите на зоните, ќе се јави максимална осветленост, бидејќи имаме зголемена вредност на брановата функција, што е постигнато било преку елиминирање на сите парни(непарни) зони, било преку нанесување на фазен слој. Интензитетот ќе биде поголем во колку е поголем бројот на пропусните зони од мрежичката. Значи линеарната зонска мрежичка може да има улога на цилиндрична леќа чиј фокус е правата $\overline{PP'}$. Оваа права беше оска на замислените цилиндри со радиуси $b+j\frac{\lambda}{2}$ кои ги формираат Френеловите зони на брановиот фронт.

Меѓутоа нормално на оптичката оска постои и права

$\overline{P_1P_1'}$ која претставува оска на систем од концентрични цилиндри, кои, на местото каде е поставена мрежичката го сечат брановиот фронт така, што низ границите на зоните од мрежичката поминува секој втор цилиндер. Според тоа во секоја зона од мрежичката се сместени по две Френелови цилиндрични зони образувани од замислените пресеци на цилиндрите чија оска е правата $\overline{P_1P_1'}$. Следува дека вдолж правата $\overline{P_1P_1'}$ треба да се очекува минимална осветленост, зошто вредноста на брановата функција е сведена на минимум преку дозволувањето низ зоните од мрежичката да поминат една парна и една непарна Френелова зона. Бидејќи цилиндричните френелови зони немаат ист придонес кон вредноста на брановата функција, што се гледа од формулите (17) и (19) и толкувањето со помош на Сл.4,взаемно ќе се поништи само дел од поминатата светлина, додека слободниот дел останува непоништен. Затоа вдолж правата $\overline{P_1P_1'}$, и вдолж сите прави поставени нормално на оптичката оска, кои претставуваат оски на системи на цилиндри кои на нашата мрежичка образуваат Френелови зони, но такви што секоја зона од мрежичката содржи парен број од овие зони, ќе се добие минимално осветлување, но не интензитет рамен на нула.

Освен вдолж правата $\overline{PP'}$ интензивна светлина ќе се добие и вдолж правата $\overline{P_2P_2'}$ која претатавува оска на цилиндрите, чии радиуси $b_2 + j\frac{\lambda}{2}$ образуваат Френелови зони така, што една зона од мрежичката содржи по три зони од нив. Тогаш постои поништување на по две Френелови зони, а третата зона е во фаза со останатите непоништени зони кои потекнуваат од другите пропусни делови на мрежичката.

Правата $\overline{PP'}$ ќе ја наречеме главен фокус или место на првиот главен максимум на линеарната зонска мрежичка. Освен неа како што се гледа постојат и други места со максимална осветленост вдолж оптичката оска. Тоа би биле сите оние прави кои како и правата $\overline{PP'}$, претставуваат оски на замислени Френелови цилиндри кои ја сечат рамнината на нашата мрежичка така, што секоја нејзина зона содржи 3,5,7,.... $(2m+1)$ непарен број на Френелови зони, конструирани од овие оски. Сите овие места вдолж оптичката оска ќе ги наречеме места на вториот, третиот и т.н. главен максимум. Поради нееднаквото учество на Френеловите цил.зони во формирањето на вредноста на брановата функција, не би требало да се очекува дека интензитетот на светлината во вториот, третиот и т.н.главен максимум ќе биде еднаков со оној што би се добил во првиот фокус.

Од сето досега изложено може да се заклучи дека цилиндричната или линеарната зонска мрежичка може да биде употребена како цилиндрична леќа, но со повеќекратни фокусни растојанија, исто како што сверната зонска мрежичка може да ја преземе улогата на сверна леќа.

Кај сите типови на сверни зонски мрежички, зоните со ширина $p_j=\alpha\sqrt{j}-\alpha\sqrt{j-1}$ претставуваат кружни прстени со површини $[\alpha^2 j - \alpha^2(j-1)]=\alpha^2\pi$ кои се еднакви за сите зони, така што може да се смета дека секоја зона учествува со еднаков број на елементарни точкасти извори во формирањето на вредноста на брановата функција, а со тоа и врз интензитетот во поедини точки од просторот.

Линеарните зонски мрежички имаат ширина на зоните $p_j=\alpha\sqrt{j}-\alpha\sqrt{j-1}$, но површините на зоните не се еднакви. Кај негативната линеарна зонска мрежичка површините на пропусните зони се на пример во однос $(\sqrt{2}-\sqrt{1}):(\sqrt{4}-\sqrt{3}):(\sqrt{6}-\sqrt{5}):...$ додека кај позитивната мрежичка овој однос е $(\sqrt{1}-\sqrt{0}):(\sqrt{3}-\sqrt{2}):$ $:(\sqrt{5}-\sqrt{4}):....$.Бидејќи позитивната зонска мрежичка со определен број на пропусни зони учествува со поголема површнина од негативната мрежичка со ист број на пропусни зони, вредноста на амплитудната функција а воедно и на интензитетот во главните максимуми и минимуми, кај позитивната мрежичка би требало да бидат поголеми отколку кај негативната, и покрај тоа што нивното место вдолж оптичката оска би останало исто.

Нееднаквото учество на зоните кај линеарната зонска мрежичка, ја прави битно различна од сверната зонска мрежичка. Кај Соретовата кружна мрежичка на пример вредноста на интензитетот останува непроменета кога се работи со позитивна или со негативна мрежичка [7] , [13].

КОРНИЕВА МРЕЖИЧКА

Поттикнат од соопштението на Соре́, во 1875-та година Кори [3] покажа дека и тој дошол до сличен заклучок за фокусирачките особини на дифракционите мрежички, но во случајов линеарни. Тој во својот извештај вели: "Јас си поставив за задача да го решам следниот проблем: По кое правило треба да бидат распоредени линиите на една мрежичка, за цилиндричните бранови, кои доаѓаат од еден прачкаст светлински извор паралелен со цртите на мрежичката, откако ќе бидат дифрактирани на линиите од мрежичката, да одат кон една права која им е исто така паралелна." Потоа геометриски разработувајќи го овој проблем тој доаѓа до формулата*)

$$\left(x_{n+1}^{2}+x_{n}^{2}\right)\left(\frac{1}{D}-\frac{1}{D'}\right)=2k\lambda \qquad (26)$$

каде x_{n+1} и x_n се растојанија на цртите на мрежичката од оската на мрежичката, D и D' се растојанија на мрежичката од прач-

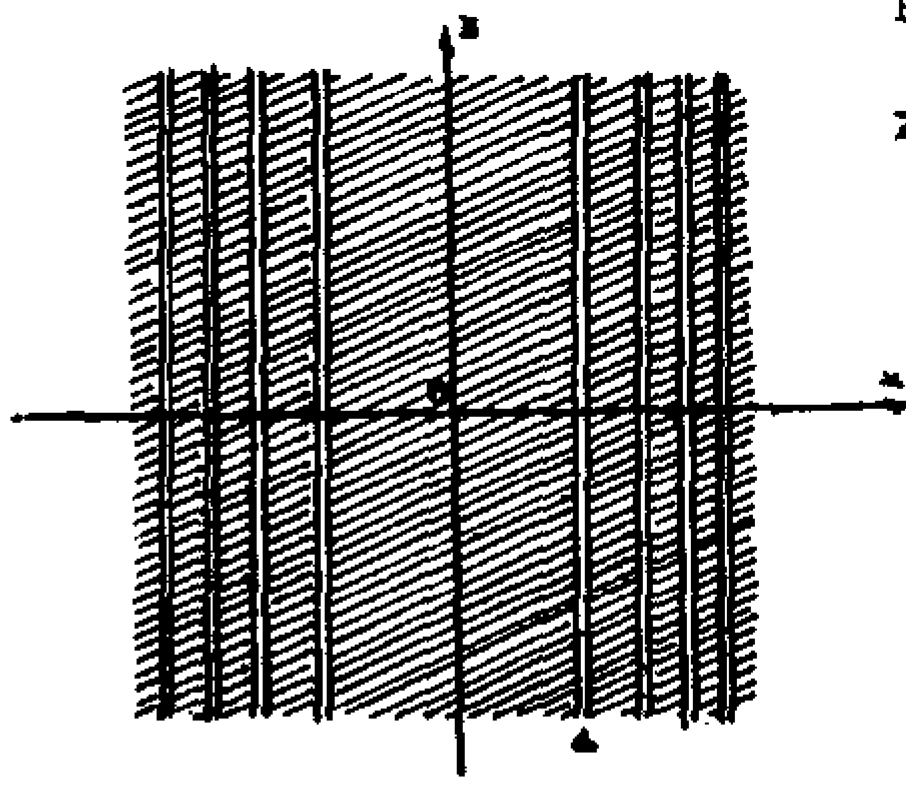
*) Формулата е со печатна грешка и треба да стои $\left(\frac{1}{D}+\frac{1}{D'}\right)$

кастиот извор и екранот на кој е набљудуван ефектот (тоа се растојанијата a и b во нашиот случај), k е цел број, а λ е бранова должина со која е работено. Потоа споредувајќи ја равенката (26) со равенката за пречниците кај Њутновите прстени $x^2_{m+1} - x^2_m = R\lambda'$, каде R е радиусот на кривината на леќата со која би се добиле Њутновите прстени, λ' бранова должина за било која боја од прстените, заклучува дека бараниот фокус-црта ќе го најде на таква положба на мрежичката кога

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{D'} = \frac{2}{R} k \frac{\lambda}{\lambda'} \qquad (27)$$

што е идентично со равенката на леќа $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$ и вели: "Рамна мрежичка, чии прави или кружни линии се распоредени по законот на радиусите на "прстените на бои", ги има особините на цилиндрична или сверна леќа со низа реални и виртуелни фокуси распределени вдолж оптичката оска" Со цел да ја поткрепи својата теорија, Корни направил фотографија на Њутновите прстени (што тој ги наречува "прстени на бои")со помош на цилиндрична леќа, покажувајќи дека цртите на поедините бранови должини имаат растојанија кои "го задоволуваат законот на прстените", а потоа по истиот тој закон самиот конструирал линеарна мрежичка, врежувајќи црти со некаква машина за делење врз начадена плоча. Вака добиената мрежичка ја употребил за мерење на фокусните растојанија на спектрите од различен ред.

Мрежичката што ја конструирал Корни не е идентична со линеарната или цилиндричната зонска мрежичка. Таа не се состоела од наизменично пропусни и непропусни зони, како што е мрежичката од Соретовиот тип, туку од тенки паралелни црти со еднаква ширина, чии растојанија од една однапред зададена оска се однесуваат како квадратните корени од целите броеви. На Сл.7 шематски е претставена ваквата мрежичка. И овде растоја-


Сл.7

нието на цртите се мери во однос на x-оската а ширината на секоја црта е

$$p_j = \alpha\sqrt{j} + d - \alpha\sqrt{j} = d$$

Каде d е многу мала величина. Тогаш според формулата (15) за елементарното бранување што потекнува од секоја црта на мрежичката имаме

$$u_j = \frac{Ae^{i[k(a+b)-\frac{\pi}{2}]}}{\sqrt{ab}} \int_{\alpha\sqrt{j}}^{\alpha\sqrt{j}+d} e^{i\frac{k}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)x^2} dx$$

$$u_{-j} = \frac{Ae^{i[k(a+b)-\frac{\pi}{2}]}}{\sqrt{ab}} \int_{-\alpha\sqrt{j}-d}^{-\alpha\sqrt{j}} e^{i\frac{k}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)x^2} dx \qquad (28)$$

што со смената

$x = \sqrt{\frac{\lambda f}{2}}\, \xi$ каде $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ се сведува на

$$u_j = u_{-j} = \frac{Ae^{i[k(a+b)-\frac{\pi}{2}]}}{\sqrt{ab}} \sqrt{\frac{\lambda f}{2}} \int_{\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}\alpha\sqrt{j}}^{\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}(\alpha\sqrt{j}+d)} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2} d\xi$$

односно

$$u_j = K\left\{\left[C\left(\sqrt{\tfrac{2}{\lambda f}}(\alpha\sqrt{j}+d)\right) - C\left(\sqrt{\tfrac{2}{\lambda f}}\alpha\sqrt{j}\right)\right] + i\left[S\left(\sqrt{\tfrac{2}{\lambda f}}(\alpha\sqrt{j}+d)\right) - S\left(\sqrt{\tfrac{2}{\lambda f}}\alpha\sqrt{j}\right)\right]\right\} \qquad (29)$$

Вака добиената мрежичка не е зонска, меѓутоа постои сличност меѓу неа и Соретовата кружна мрежичка во еднаквиот придонес на сите парни односно на сите непарни процепи кон вредноста на брановата функција, како и на взаемното поништување на дејството на овие елементарни бранувања вдолж оските на замислените Френелови цилиндри, кои би претставувале места на главни максимуми односно фокуси на ваквата мрежичка, кога би се врежале само цртите со парен реден број j или само цртите со непарен реден број j.

Да се вратиме сега на формулата (29). Изразите што се наоѓаат во средните загради, при претпоставка d да е многу мало, можеме да ги третираме како многу мали нарастувања на функциите $C(\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}\alpha\sqrt{j})$ и $S(\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}\alpha\sqrt{j})$ во интервалот $d\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}$. Според тоа

$$\left[C\left(\sqrt{\tfrac{2}{\lambda f}}(\alpha\sqrt{j}+d)\right)-C\left(\sqrt{\tfrac{2}{\lambda f}}\alpha\sqrt{j}\right)\right] = d\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}\,\frac{dC}{d\left(\alpha\sqrt{j}\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}\right)} = d\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}\cos\frac{\pi}{2}\left(\alpha\sqrt{j}\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}\right)^2 = d\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}j$$

и исто така

$$\left[S\left(\sqrt{\tfrac{2}{\lambda f}}(\alpha\sqrt{j}+d)\right)-S\left(\sqrt{\tfrac{2}{\lambda f}}\alpha\sqrt{j}\right)\right] = d\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}j$$

од каде следува

$$U_j = \frac{Ad\,e^{i[k(a+b)-\frac{\pi}{2}]}}{\sqrt{ab}}\left\{\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}j + i\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}j\right\} = \frac{Ad\,e^{i[k(a+b)-\frac{\pi}{2}]}}{\sqrt{ab}}\;e^{i\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}j} \qquad (29a)$$

Придонесот кон брановата функција на следниот процеп е

$$U_{j+1} = \frac{Ad\,e^{i[k(a+b)-\frac{\pi}{2}]}}{\sqrt{ab}}\;e^{i\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(j+1)} \qquad (30)$$

и ќе биде со спротивна фаза од претходниот бран кога

$$\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f} = (2m-1)\pi \qquad m = 1,2,3,\ldots$$

односно кога

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a}+\frac{1}{b} = (2m-1)\frac{\lambda}{\alpha^2}$$

од каде следува дека за вредноста на фокусното растојание се добива

$$f = \frac{\alpha^2}{(2m-1)\lambda} \qquad (31)$$

кое поради $(2m-1)$ во именителот ќе го наречеме непарно, и во кое дејството на цртите со парни и непарни индекси се поништува, така што тоа одговара на место со минимално осветлување. Го добивме кога сите нанесени црти кои се наоѓаат на растојанија $x_j=\alpha\sqrt{j}$ од x-оската се присутни. Меѓутоа ако се врежат само цртите со парен или само цртите со непарен индекс, овие местаќе бидат места на максимално осветлување вдолж оптичката оска.

Идентична формула за непарните фокуси како места на главни максимуми се добива и за сверната мрежичка, која е добиена на ист начин, со елиминирање на дејството на парните или непарните зони [14].

Меѓутоа и кога се присутни и сите пропусни процепи на Корниевата мрежичка се добиваат дифракциони фокуси (максимуми). Од формулите (29) и (30) следува дека дејството на сукцесивните црти нема да се поништи, кога бранот кој излегува од нив е во фаза, односно кога

$$\frac{\pi \alpha^2}{\lambda f} = 2n\pi \qquad n\text{– цел број}$$

или

$$\frac{1}{f} = \frac{2n\lambda}{\alpha^2} \qquad (32)$$

Имајќи во предвид дека разликата на квадратите на растојанијата меѓу две сукцесивни црти од Корниевата формула $(x^2_{m+1} - x^2_m)$ во нашиот случај е $(x^2_m - x^2_1) = \alpha^2$, формулата (32) е идентична со Корниевата формула (26) (се разбира со корегиран знак), при тоа водејќи сметка дека и овде фокусните растојанија се парни субмултипли од количникот α^2/λ. Интересно е да се забележи дека самиот Корни во дискусијата на својот резултат вели:" Спектрите од различен ред имаат фокусни растојанија кои се субмултипли од целите броеви 1,2,3,...к... "(цитирано од стр.118 од 3). Овој цитат на Корни ја образложува точно и нашата формула (32), која дава

$$f = \frac{\alpha^2}{2n\lambda} \qquad (33)$$

и $f_1 : f_2 : f_3 : \ldots : f_n = 1:1/2:1/3:\ldots 1/n$.

Дека Корни работел со мрежичка која ги има пропусни сите црти со парен и непарен индекс, зборува фактот што тој добивал мрежички преку фотографирање на кривите на еднаква дебелина на една слабо свиткана кварцна плоча, која му служеда како цилиндрична леќа, а и цртите што ги нанесувал на начадената плоча биле на растојанија y_m од една однапред зададена права дадено со

$$y_m = 100\sqrt{1+\frac{m}{1000}} = 10\sqrt{1000+m}$$

од каде следува дека

$$y_{m+1} = 10\sqrt{1000+(m+1)}$$

т.е. цртите се на растојанија кои одговараат на квадратните корени на два сукцесивни цели броја.

ЗАКЛУЧОК КОН Г Л А В А I.

Предлогот за конструирање на линеарната или цилиндрична зонска мрежичка е направен врз база на Хајгенсовиот принцип и Френеловата интерпретација на дифракцијата, што беа специјализирани за простирање на цилиндричните бранови. Во врска со тоа се претпоставени извесни особини што би требало да ги поседува линеарната зонска мрежичка како дифракционен инструмент. Исто така, базирајќи се на Френеловата интерпретација беа разгледани фокусирачките особини на цилиндричната мрежичка што ја конструирал Корни.

Со цел да се добие подробен увид за карактеристиките на линеарната зонска мрежичка, претставува интерес во подробности да се разгледа распоредот на дифрактираната светлина, како вдолж оптичката оска, така и во главните фокални рамнини. Како основа за ова испитување ќе послужи Кирхофовата дифракциона апроксимација.

Г Л А В А II.

СПЕЦИЈАЛИЗАЦИЈА НА КИРХОФОВАТА ФОРМУЛА ЗА СЛУЧАЈ НА ДИФРАКЦИЈА НА ЦИЛИНДРИЧНИ БРАНОВИ

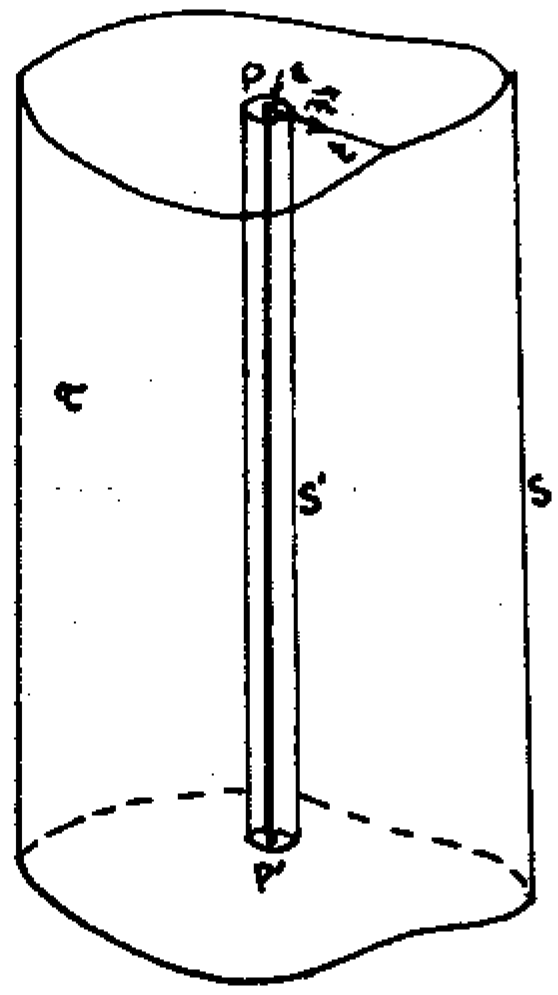
Како што е познато Кирхоф успеа да покаже дека Гриновата теорема може да послужи како математичка база за примена на Хајгенс-Френеловиот принцип. Кирхофовата формула е изведена за случај на точкаст светлински извор, кој во просторот околу себе емитува сверен светлински бран, а сите точки од челото на вакви от сверен бран се сметаат за секундарни извори на сверни бранувања, кои се суперпонираат во дадена точка P од просторот. Според Кирхофовата изведба, брановата функција на бранот добиен во дадена точка P е дадена со изразот [30]

$$u(P) = \frac{1}{4\pi}\iint\limits_{S}\left(u \operatorname{grad}\frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r}\operatorname{grad} u\right)\cdot d\vec{S} \qquad (34)$$

каде r е растојание меѓу точките на површината S и тчката P на екранот на кој се набљудува дифракционата слика. Интеграцијата се врши по површината S на отворот на кој станува дифракцијата.

Меѓутоа бидејќи природата на проблемот поставен во овој труд наметнува работа со цилиндрични бранови емитирани од прачкаст извор во вид на пукнатина $\overline{SS'}$, секундарните елементарни извори исто така ги третираме како прави што ги содржи површината S на дифракциониот отвор и кои претставуваат извори на цилиндрична светлина.

Бранот што доаѓа до било која права на екранот е резултат на суперпозицијата на овие скундарни цилиндрични бранови. Се поставува прашање како ќе гласи формулата за вредноста на брановата функција вдолж некоја права $\overline{PP'}$.



Сл.8

Нека е τ волумен ограничен со една бескрајно долга цилиндрична површина S, а $\overline{PP'}$ нека е било која права паралелна со генератрисата на површината и нека се наоѓа во внатрешноста на волуменот. Нека се U и V две скаларни функции кои ја задоволуваат брановата равенка (3) и кои во просторот ограничен со површината S се непрекидни и имаат непрекидни први и втори парцијални изводи.

Како такви тие ја задоволуваат Гриновата релација

$$\int_{\tau}(U\Delta V - V\Delta U)\,d\tau = \oint_{S}(U\,\mathrm{grad}\,V - V\,\mathrm{grad}\,U)\,d\vec{S} \qquad (35)$$

Со оглед на тоа што функциите U и V задоволуваат брановата диференцијална равенка (3), интегралот што се наоѓа на левата страна е рамен на нула вдолж било која права од волуменот ограничен со површината S, така што следува

$$\oint_{S}(U\,\mathrm{grad}\,V - V\,\mathrm{grad}\,U)\,d\vec{S} = 0 \qquad (36)$$

За да се издвои правата $\overline{PP'}$ ја обиколуваме со мал цилиндер со површина на омотачот S', чиј радиус $r = \varepsilon \to 0$, а интеграцијата ја вршиме во просторот меѓу површините S и S'.

Така равенката (36) се распаѓа на два дела

$$\int_{S}(U\,\mathrm{grad}\,V - V\,\mathrm{grad}\,U)\,d\vec{S} + \int_{S'}(U\,\mathrm{grad}\,V - V\,\mathrm{grad}\,U)\,d\vec{S} = 0$$

Бидејќи според формулата (5) $V = H_0^{1}(kr)$ како решение на брановата диференцијална равенка, горната релација ќе гласи

$$\oint_S (U \operatorname{grad} H_0^1(kr) - H_0^1(kr) \operatorname{grad} U)\, d\vec{S} = -\oint_{S'} (U \operatorname{grad} H_0^1(kr) - H_0^1(kr) \operatorname{grad} U)\, d\vec{S} \tag{37}$$

Елементот на површнината во цилиндрични координати е

$$d\vec{S} = \vec{r}_0\, r\, d\varphi\, dz$$

а бидејќи резултатот на интеграција по координатата z на двете страни на равенството (37) е еднаков, може да се земе елемент на површнината со единична должина и интеграцијата по z да оди од 0 до 1.

Кога ќе се земе уште дека $r = \varepsilon \to 0$ и

$$\operatorname{grad}_{r \to \varepsilon} H_0^1(kr) = k\,(H_0^1(k\varepsilon))' \cdot \vec{r}_0$$

се добива

$$\oint_S \ldots\ldots = -\lim_{\varepsilon \to 0} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left[U(\overline{PP'})\, k\varepsilon\, (H_0^1(k\varepsilon))' - \varepsilon H_0^1(k\varepsilon) \frac{dU}{dr}\right] d\varphi\, dz \tag{38}$$

Вториот дел од подинтегралната функција на десната страна е рамен на нула, додека за првиот дел ќе треба да се искористат од математиката познатите формули за вредноста на Ханкеловата односно Беселовата и Нојмановата функција, во случај кога нивниот аргумент тежи кон нула. За овие функции имаме

$$J_0(\varrho) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!^2} \left(\frac{\varrho}{2}\right)^{2m}$$

и

$$N_0(\varrho) = \frac{2}{\pi} J_0(\varrho) \ln \frac{\varrho}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \Psi(m)}{\Pi^2(m)} \left(\frac{\varrho}{2}\right)^{2m}$$

каде $\Psi(m)$ е Ојлерова Ψ-функција. Па кога $\varrho \to 0$

$$\lim_{\varrho \to 0} J_0(\varrho) = \lim_{\varrho \to 0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!^2} \left(\frac{\varrho}{2}\right)^{2m} = \lim_{\varrho \to 0} \left[1 - \frac{1}{1!^2}\left(\frac{\varrho}{2}\right)^2 + \frac{1}{2!^2}\left(\frac{\varrho}{2}\right)^4 - \ldots\right] \to 1$$

и

$$\lim_{\varrho \to 0} J_0'(\varrho) = \lim_{\varrho \to 0} \left[-\frac{2\varrho}{1!^2 2^2} + \frac{4\varrho^3}{2!^2 2^4} - \cdots\right] \to 0$$

потоа

$$\lim_{\varrho \to 0} N_0(\varrho) = \frac{2}{\pi} \lim_{\varrho \to 0} J_0(\varrho) \ln \frac{\varrho}{2} = \frac{2}{\pi} \ln \frac{\varrho}{2} \to -\infty$$

и

$$\lim_{\varrho \to 0} N_0'(\varrho) = \lim_{\varrho \to 0} \frac{2}{\pi}\left[J_0'(\varrho) \ln \frac{\varrho}{2} + J_0(\varrho) \frac{2}{\varrho} \cdot \frac{1}{2}\right] \to \frac{2}{\pi \varrho}$$

Па според тоа

$$\lim \left(H_0^1(\rho)\right)' = \lim_{\rho\to 0} \left[J_0'(\rho) + i N_0'(\rho)\right] \to \frac{2i}{\pi\rho}$$

Кога сето ова ќе се замени во формулата (38) се добива

$$\oint_S \left(u \,\mathrm{grad}\, H_0^1(kr) - H_0^1(kr)\,\mathrm{grad}\, u\right) d\vec{s} = -2\pi u(\overline{PP'})\, k\varepsilon \frac{2i}{\pi k\varepsilon} = -4i\, u(\overline{PP'}) = 4 e^{-i\frac{\pi}{2}} u(\overline{PP'})$$

Одовде следува дека вредноста на брановата функција u вдолж правата $\overline{PP'}$ ќе биде дадена со

$$u(\overline{PP'}) = \frac{e^{i\frac{\pi}{2}}}{4} \oint_S \left(u \,\mathrm{grad}\, H_0^1(kr) - H_0^1(kr)\,\mathrm{grad}\, u\right) \cdot d\vec{s} \qquad (39)$$

Формулата (39) може да се смета за математички аналог на Кирхофовата формула (34), но сега за случај кога светлинскиот извор емитува цилиндрична светлина, т.е. правата $\overline{PP'}$ вдолж која се бара вредноста на интензитетот односно на брановата функција, се наоѓа во средина на цилиндрични бранувања. Според Кирхофовите гранични услови за вредноста на u треба да се зема вреноста на брановата функција која го опишува бранот од примарниот извор и тоа на местата на отворите на дифракционата препрека, додека на местата од затворената површина S по која се врши интеграцијата (која во случајов ја замислуваме во вид на еден бескрајно долг цилиндер) на кои не се наоѓаат дифракционите процепи вредноста за u треба да се земе да е рамна на нула. Овој последниов услов всушност го претставува истиот математички недостаток што го има и Кирхофовата формула за сверните бранувања. И овде цилиндричните бранувања што доаѓаат од делот на затворената површина S кој не содржи процепи можеме да ги занемариме земајќи дека правата $\overline{PP'}$ е на бескрајно големо растојание од S така што интензитетот на бранувањата што доаѓаат во $\overline{PP'}$ од овој дел на површината е практички рамен на нула.Меѓутоа не треба да се заборави дека и овде земајќи ја површината S на бескрајно големо растојание од правата $\overline{PP'}$ ние истовремено го зголемуваме подручјето на интеграцијата, така што не е извесно дали и крајниот резултат на интегрирањето по бескрајно малите придонеси имаме право да го занемариме.

Од друга страна, под претпоставка да важат Кирхофовите гранични услови, со помош на неговата апроксимација се решени голем број на дифракциони проблеми и добиени резултати кои се во согласност со експерименталните мерења. Како таква и овде ќе биде прифатена како појдовна за решавање на проблемот на дифракцијата кај линеарната зонска мрежичка.

ПРИМЕНА НА КИРХОФОВАТА ФОРМУЛА ЗА СЛУЧАЈ НА ФРЕНЕЛОВА ДИФРАКЦИЈА КАЈ ЛИНЕАРНАТА ЗОНСКА МРЕЖИЧКА

Специјализиранатa Кирхофова формула за цилиндрични бранувања ќе ја примениме за случај кога бранувањето опишано со функцијата $H_0^1(kr)$ им припаѓа на елементарните извори од зоните на една цилиндрична или линеарна зонска мрежичка.

Нека е S_j површината на j-тата зона. Тогаш според формулата (39) вредноста на брановата функција вдолж било која права во просторот зад мрежичката ќе биде

$$u_j(\overline{PP'}) = \frac{e^{i\frac{\pi}{2}}}{4} \int_{S_j} \left(u \operatorname{grad} H_0^1(kr) - H_0^1(kr) \operatorname{grad} u \right) \cdot d\vec{S} \qquad (40)$$

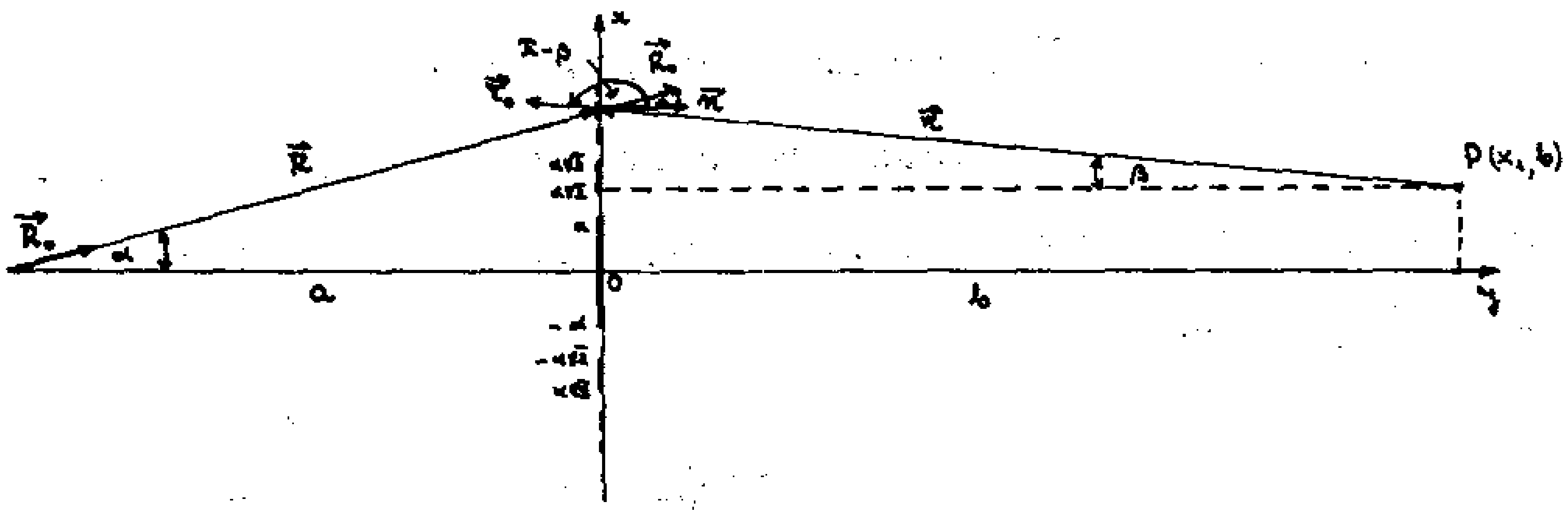
Интеграцијата се врши по површината на j-тата зона, додека сега r ќе биде растојанието на правата $\overline{PP'}$ од површината по која се врши интеграцијата. Во најопшт случај правата $\overline{PP'}$ не мора да ја сече оптичката оска (Сл.9). Кај сите дифракциони експерименти ова растојание е многу големо, така што за Ханкеловата функција може да се земе нејзината асимптотска вредност

$$H_0^1(kr) \xrightarrow[r\to\infty]{} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}}$$

Тогаш за вредноста на брановата функција на бранот што потекнува од j-тата зона се добива

$$u_j(\overline{PP}) = \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{4} \int_{S_j} \left(u \, \mathrm{grad} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} - \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} \mathrm{grad}\, u \right) \vec{n} \, dS \qquad (41)$$

Во согласност со Кирхофовата апроксимација, функцијата u во горната формула ја претставува функцијата на бранот што дошол од светлинскиот извор $\overline{SS'}$ до површината на која настанува дифракцијата. Бидејќи и светлинскиот извор се наоѓа на



Сл.9

големо растојание R од површината S_j , за u исто така може да се земе асимптотската Ханкелова функција

$$u = A e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{e^{ikR}}{\sqrt{R}}$$

Кога бранот од светлинскиот извор $\overline{SS'}$ до правата $\overline{QQ'}$ од површината S_j би минел низ вакуум, A би била константа и би ја претставувала вредноста на амплитудата на растојание единица од изворот. Меѓутоа поради апсорпцијата на матерјалот од кој е направена мрежичката амплитудата ќе биде намалена за износ

$$\varkappa = e^{-\alpha l} \qquad (42)$$

каде α е коефициент на апсорпција на матерјалот од кој е направеќна мрежичката, а l дебелина на слојот на мрежичката.

Освен тоа при излезот од матерјалниот слој бранот нема да има иста фаза на треперење како кога би поминувал низ вакуум, туку ќе настане промена во фазата која ја регистрираме со факторот $e^{i\delta}$. Според тоа ќе сметаме дека на површнината на j-тата зона стасал бран

$$u_j = A\varkappa_j e^{i(\delta_j - \frac{\pi}{4})} \frac{e^{ikR}}{\sqrt{R}}$$

каде $\varkappa_j$ и δ_j се апсорпциониот фактор и промената на фазата што се должат на j-тата зона. Тогаш брановата функција што потекнува од j-тата зона вдолж правата $\overline{PP'}$ ќе има вредност

$$u_j(\overline{PP'}) = \frac{A\varkappa_j e^{i\delta_j}}{4} \int_{S_j} \left(\frac{e^{ikR}}{\sqrt{R}} \operatorname{grad} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} - \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} \operatorname{grad} \frac{e^{ikR}}{\sqrt{R}} \right) \cdot \vec{n}\, dS \qquad (43)$$

Меѓутоа на правата $\overline{PP'}$ стасуваат бранови кои потекнуваат од сите зони на мрежичката, така што земајќи ја во предвид контрибуцијата на сите зони, вредноста на брановата функција вдолж правата $\overline{PP'}$ ќе биде

$$u(\overline{PP'}) = \sum_{j=1}^{n} u_j(\overline{PP'}) = \frac{A}{4} \sum_j \varkappa_j e^{i\delta_j} \int_{S_j} \left(\frac{e^{ikR}}{\sqrt{R}} \operatorname{grad} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} - \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} \operatorname{grad} \frac{e^{ikR}}{\sqrt{R}} \right) \vec{n}\, dS \qquad (44)$$

Имајќи во предвид дека растојанијата r и R се многу големи, изразите што се наоѓаат под знакот на градиент ќе ги апроксимираме така, што ќе ги занемариме члeновите во чиј именител се јавуваат r и R со експонент поголем од 1/2. Така имаме

$$\operatorname{grad} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} = \left(ik \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} - \frac{e^{ikr}}{2r\sqrt{r}} \right) \vec{r}_0 \approx ik \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} \vec{r}_0$$

и исто така $\qquad (45)$

$$\operatorname{grad} \frac{e^{ikR}}{\sqrt{R}} \approx ik \frac{e^{ikR}}{\sqrt{R}} \vec{R}_0$$

каде $\vec{r}_0$ и $\vec{R}_0$ се единични вектори во насоките на $\vec{r}$ и $\vec{R}$. Кога формулите (45) ќе се заменат во изразот (44) ќе се јават скаларните производи $(\vec{r}_\circ \cdot \vec{n})$ и $(\vec{R}_\circ \cdot \vec{n})$ каде $\vec{n}$ е единичен вектор во смер на нормалата на површнината што ја образува нашата мрежичка. Од Сл.9 може да се види дека

$$\vec{R}_\circ \cdot \vec{n} = \cos\langle \vec{R}_\circ, \vec{n} \rangle = \cos\alpha$$

$$\vec{r}_\circ \cdot \vec{n} = \cos\langle \vec{r}_\circ, \vec{n} \rangle = \cos(\pi - \beta) = -\cos\beta$$

Од друга пак страна

$$\cos\alpha = \frac{a}{R} \approx 1 \qquad\qquad \cos\beta = \frac{b}{r} \approx 1$$

што е во приближност на апроксимацијата со која работиме, така што, кога сето тоа ќе се замени во формулата (44) се добива

$$\mathcal{U}(\overline{PP}) = \frac{ikA}{2}\sum_{j=1}^{m}\left\{ x_j e^{i\delta_j}\left[\int_{\alpha\sqrt{j-1}}^{\alpha\sqrt{j}} \frac{e^{ik(R+r)}}{\sqrt{r}\sqrt{R}}\,dx + \int_{-\alpha\sqrt{j}}^{-\alpha\sqrt{j-1}} \frac{e^{ik(R+r)}}{\sqrt{r}\sqrt{R}}\,dx\right]\right\} \tag{46}$$

Првиот од интегралите во средната заграда е општ член за сумирање на придонесите на зоните што се простираат по позитивниот смер на x-оската од нашиот координатен систем, додека вториот интеграл ги опфаќа зоните на другата страна од мрежичката. Множителот што сме го добиле со интеграцијата по променливата ќе сметаме дека се скратил со истиот множител што би го добиле со интеграцијата на левата страна, која во равенката (38) ја направивме со цел да ја издвоиме вредноста на брановата функција по правата $\overline{PP}'$.

Од шемата на Сл.9 исто така се гледа дека

$$R = (a^2 + x^2)^{1/2} \qquad \text{и} \qquad r = [b^2 + (x - x_1)^2]^{1/2}$$

а бидејќи a и b се многу поголеми од x, при развивањето на овие изрази во ред по биномната формула, ќе ги занемариме членовите во кои во именителот се содржани a и b со степен поголема од единица. Така според формулите (14) имаме

$$R = a + \frac{1}{2a}x^2 \qquad r = b + \frac{1}{2b}(x - x_1)^2 \qquad R^{-1/2} \approx a^{-1/2} \qquad r^{-1/2} \approx b^{-1/2}$$

што внесено во равенката(46) дава

$$u(\overline{PP}) = \frac{ikA}{2}\,\frac{e^{ik(a+b)}}{\sqrt{ab}}\sum_{j=1}^{m}\Big\{x_j e^{i\delta_j}\Big[\int_{\alpha\sqrt{j-1}}^{\alpha\sqrt{j}} e^{ik\frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{a}+\frac{(x-x_1)^2}{b}\right]}dx +$$
$$+\int_{-\alpha\sqrt{j}}^{-\alpha\sqrt{j-1}} e^{i\frac{k}{2}\left[\frac{x^2}{a}+\frac{(x-x_1)^2}{b}\right]}dx\Big]\Big\}$$

Изразот што се наоѓа во заградата на експонентот на подинтегралната функција може да се среди на следниот начин

$$\frac{x^2}{a}+\frac{(x-x_1)^2}{b} = \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)x^2-\frac{2xx_1}{b}+\frac{x_1^2}{b} = \left(\frac{x}{\sqrt{f}}-\frac{x_1\sqrt{f}}{b}\right)^2+\frac{(b-f)x_1^2}{b^2}$$

каде со

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$$

е означен,по аналогија на равенката на леќа,збирот на реципрочните вредности од растојанијата на мрежичката од изворот и екранот каде се набљудува резултатот на дифракцијата. Кога ќе се извади пред знакот на сумата константниот дел, под сумата остануваат интегралите

$$\int_{\alpha\sqrt{j-1}}^{\alpha\sqrt{j}} e^{i\frac{k}{2}\left(\frac{x}{\sqrt{f}}-\frac{x_1\sqrt{f}}{b}\right)^2}dx \qquad \text{и} \qquad \int_{-\alpha\sqrt{j}}^{-\alpha\sqrt{j-1}} e^{i\frac{k}{2}\left(\frac{x}{\sqrt{f}}-\frac{x_1\sqrt{f}}{b}\right)^2}dx$$

кои се разликуваат само по своите граници. Ги решаваме воведувајќи ја смената

$$\frac{k}{2}\left(\frac{x}{\sqrt{f}}-\frac{x_1\sqrt{f}}{b}\right)^2=\frac{\pi}{2}\xi^2 \qquad (47)$$

која за границите на интеграција дава

$$x_j=\pm\alpha\sqrt{j} \longrightarrow \xi_j=\pm\gamma\sqrt{j}-q$$

$$x_{j-1}=\pm\alpha\sqrt{j-1} \longrightarrow \xi_{j-1}=\pm\gamma\sqrt{j-1}-q$$

каде

$$\gamma=\alpha\sqrt{\frac{2}{\lambda f}} \qquad \text{и} \qquad q=x_1\sqrt{\frac{2f}{\lambda b^2}} \qquad (48)$$

Тогаш за збирот на овие два интеграли ќе имаме

$$\int_{\alpha\sqrt{j-1}}^{\alpha\sqrt{j}} e^{i\frac{k}{2}\left(\frac{x}{\sqrt{f}}-\frac{x_1\sqrt{f}}{b}\right)^2}dx+\int_{-\alpha\sqrt{j}}^{-\alpha\sqrt{j-1}} e^{i\frac{k}{2}\left(\frac{x}{\sqrt{f}}-\frac{x_1\sqrt{f}}{b}\right)^2}dx=\sqrt{\frac{\lambda f}{2}}\left\{\int_{\gamma\sqrt{j-1}-q}^{\gamma\sqrt{j}-q} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2}d\xi+\int_{-\gamma\sqrt{j}-q}^{-\gamma\sqrt{j-1}-q} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2}d\xi\right\}=$$

$$=\sqrt{\frac{\lambda f}{2}}\left\{\int_0^{\gamma\sqrt{j}-q} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2}d\xi-\int_0^{\gamma\sqrt{j-1}-q} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2}d\xi-\int_0^{-\gamma\sqrt{j}-q} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2}d\xi+\int_0^{-\gamma\sqrt{j-1}-q} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2}d\xi\right\}$$

што според формулата (16) дава

$$\sqrt{\frac{\lambda f}{2}}\Big\{C(\gamma\sqrt{j}-q)+iS(\gamma\sqrt{j}-q)-C(\gamma\sqrt{j-1}-q)-iS(\gamma\sqrt{j-1}-q)-$$

$$-C(-\gamma\sqrt{j}-q)-iS(-\gamma\sqrt{j}-q)+C(-\gamma\sqrt{j-1}-q)+iS(-\gamma\sqrt{j-1}-q)\Big\}=F_j$$

Ставајќи за апсорпционо фазниот фактор скратена ознака

$$D_j=\varkappa_j e^{i\delta_j}$$

за вредноста на брановата функција вдолж правата $\overline{PP}'$ се добива

$$u(\overline{PP}')=\frac{i\pi A}{\sqrt{2\lambda(a+b)}}e^{ik\left[a+b+\frac{x_1^2}{2(a+b)}\right]}\sum_{j=1}^{n}D_jF_j \tag{49}$$

Кога мрежичката со која се работи е со идеално пропусни и идеално непропусни зони, коефициентот D_j може да добива вредности нула или единица, во зависност од тоа на која зона и́ припаѓа. При претпоставка дека сите непарни зони се покриени со ист идеално непропустлив матерјал, додека парните зони се идеално пропустливи, за негативната зонска мрежичка ќе треба да се земе

$$\varkappa_{j=2p-1}=0 \qquad \varkappa_{j=2p}=1 \qquad e^{i\delta_{2p}}=e^{i\delta} \tag{50}$$

Тогаш вредноста на брановата функција што ја дава негативната зонска мрежичка вдолж било која права $\overline{PP}'$ ќе биде

$$u(\overline{PP}')=\frac{i\pi A}{\sqrt{2\lambda(a+b)}}e^{ik\left[a+b+\frac{1}{2(a+b)}x_1^2\right]}e^{i\delta}\sum_{p=1}^{N}\Big\{\big[C(\gamma\sqrt{2p}-q)-C(-\gamma\sqrt{2p}-q)-$$

$$-C(\gamma\sqrt{2p-1}-q)+C(-\gamma\sqrt{2p-1}-q)\big]+i\big[S(\gamma\sqrt{2p}-q)-S(-\gamma\sqrt{2p}-q)-$$

$$-S(\gamma\sqrt{2p-1}-q)+S(-\gamma\sqrt{2p-1}-q)\big]\Big\} \tag{51}$$

За позитивната зонска мрежичка од Соретовиот тип треба да се земе

$$\varkappa_{j=2p-1} = 1 \qquad \varkappa_{j=2p} = 0 \qquad e^{i\delta_{2p-1}} = e^{i\delta} \tag{52}$$

така што за брановата функција се добива

$$u_+(\overline{PP'}) = \frac{i\xi A}{\sqrt{2\lambda(a+b)}} e^{ik\left[a+b+\frac{1}{2(a+b)}x_1^2\right]} e^{i\delta} \sum_{p=1}^{N} \Big\{ \big[C(\gamma\sqrt{2p-1}-q) - C(-\gamma\sqrt{2p-1}-q) -$$

$$- C(\gamma\sqrt{2p-2}-q) + C(-\gamma\sqrt{2p-2}-q) \big] + i\big[S(\gamma\sqrt{2p-1}-q) - S(-\gamma\sqrt{2p-1}-q) -$$

$$- S(\gamma\sqrt{2p-2}-q) + S(-\gamma\sqrt{2p-2}-q) \big] \Big\} \tag{53}$$

Интензитетот на светлината вдолж правата $\overline{PP'}$ од екранот како што е познато претставува производ на брановата функција со нејзината коњугирано комплексна вредност вдолж истата права

$$I = u(\overline{PP'}) \cdot u^*(\overline{PP'}) \tag{54}$$

Така интензитетот вдолж правата $\overline{PP'}$ што се добива од негативната зонска мрежичка ќе биде

$$I_-(\overline{PP'}) = \frac{A^2\xi^2}{2\lambda(a+b)} \Big\{ \Big(\sum_{p=1}^{N} \big[C(\gamma\sqrt{2p}-q) - C(-\gamma\sqrt{2p}-q) - C(\gamma\sqrt{2p-1}-q) + C(-\gamma\sqrt{2p-1}-q) \big] \Big)^2 +$$

$$+ \Big(\sum_{p=1}^{N} \big[S(\gamma\sqrt{2p}-q) - S(-\gamma\sqrt{2p}-q) - S(\gamma\sqrt{2p-1}-q) + S(-\gamma\sqrt{2p-1}-q) \big] \Big)^2 \Big\} \tag{55}$$

а интензитетот на позитивната мрежичка на истото место ќе биде даден со

$$I_+(\overline{PP'}) = \frac{A^2\xi^2}{2\lambda(a+b)} \Big\{ \Big(\sum_{p=1}^{N} \big[C(\gamma\sqrt{2p-1}-q) - C(-\gamma\sqrt{2p-1}-q) - C(\gamma\sqrt{2p-2}-q) + C(-\gamma\sqrt{2p-2}-q) \big] \Big)^2 +$$

$$+ \Big(\sum_{p=1}^{N} \big[S(\gamma\sqrt{2p-1}-q) - S(-\gamma\sqrt{2p-1}-q) - S(\gamma\sqrt{2p-2}-q) + S(-\gamma\sqrt{2p-2}-q) \big] \Big)^2 \Big\} \tag{56}$$

Како што се гледа од формулите (55) и (56) вредноста на интензитетот на дифрактираната светлина вдолж една иста права $\overline{PP'}$ на екранот е различна што се должи на различните вредности на Френеловите интеграли $C(\nu)$ и $S(\nu)$ кои се наоѓаат под знаците на сумирање. За иста вредност на τ тие особено се разликуваат кај членовите со ниски индекси на сумирањето p ,односно кај членовите што го опишуваат придонесот кон интензитетот на централните пропусни зони.

За да видиме како нееднаквиот удел на зоните ќе се одрази не само врз вредноста на интензитетот, туку и врз неговиот распоред, посебно ќе бидат испитани негативната и позитивната мрежичка правејќи споредба на добиените резултати.

Најнапред ќе биде разгледан распоредот на интензитетот вдолж правите $\overline{PP'}$ кои стојат нормално на оптичката оска и се паралелни со зоните на мрежичката, односно вдолж правите за кои е $x_1=0$ или $\eta=0$. Сите овие прави лежат во нашата xOy рамнина, која ќе ја наречеме оптичка осна рамнина на линеарната зонска мрежичка.

РАСПОРЕД НА ИНТЕНЗИТЕТОТ НА ДИФРАКТИРАНАТА СВЕТЛИНА ПО ОПТИЧКАТА ОСНА РАМНИНА

Како што рековме за правите што стојат нормално на оптичката оска

$$\eta = x_1\sqrt{\frac{2f}{\lambda b^2}} = 0$$

и со оглед на антисиметричните особини на Френеловите интеграли, т.е.

$$C(-\nu) = -C(\nu) \qquad S(-\nu) = -S(\nu)$$

за вредноста на брановата функција на овие места за негативната мрежичка ќе имаме

$$u_-(PP') = \frac{i\pi A}{\sqrt{2\lambda(a+b)}}\, e^{i[k(a+b)+\delta]} \left\{ \left(\sum_{p=1}^{N} 2[C(\gamma\sqrt{2p}) - C(\gamma\sqrt{2p-1})] + 2i[S(\gamma\sqrt{2p}) - S(\gamma\sqrt{2p-1})] \right) \right\} \tag{57}$$

што според (54) дава за вредноста на интензитетот

$$I_-(PP') = \frac{2A^2\pi^2}{\lambda(a+b)} \left\{ \left(\sum_{p=1}^{N} [C(\gamma\sqrt{2p}) - C(\gamma\sqrt{2p-1})] \right)^2 + \left(\sum_{p=1}^{N} [S(\gamma\sqrt{2p}) - S(\gamma\sqrt{2p-1})] \right)^2 \right\} \tag{58}$$

Позитивната пак мрежичка, вдолж правите нормални на оптичката оска, за брановата функција на дифрактираната светлина дава вредност

$$u_+(PP') = \frac{2i\pi A e^{i[k(a+b)+\delta]}}{\sqrt{2\lambda(a+b)}} \left\{ \left(\sum_{p=1}^{N} [C(\gamma\sqrt{2p-1}) - C(\gamma\sqrt{2p-2})] + i[S(\gamma\sqrt{2p-1}) - S(\gamma\sqrt{2p-2})] \right) \right\} \tag{59}$$

и интензитет

$$I_+(PP') = \frac{2A^2\pi^2}{\lambda(a+b)} \left\{ \left(\sum_{p=1}^{N} [C(\gamma\sqrt{2p-1}) - C(\gamma\sqrt{2p-2})] \right)^2 + \left(\sum_{p=1}^{N} [S(\gamma\sqrt{2p-1}) - S(\gamma\sqrt{2p-2})] \right)^2 \right\} \tag{60}$$

Формулите (58) и (60) можат да бидат напишани и на друг начин. На пример за негативната мрежичка од формулата (55) следува

$$I_-(\bar{P}P') = \frac{A^2\pi^2}{2\lambda(a+b)} \left\{ \left(\sum_{p=1}^{N} [C(\gamma\sqrt{2p}) - C(\gamma\sqrt{2p-1})] - [C(-\gamma\sqrt{2p}) - C(-\gamma\sqrt{2p-1})] \right)^2 + \right.$$
$$\left. + \left(\sum_{p=1}^{N} [S(\gamma\sqrt{2p}) - S(\gamma\sqrt{2p-1})] - [S(-\gamma\sqrt{2p}) - S(-\gamma\sqrt{2p-1})] \right)^2 \right\}$$

или

$$I_-(\bar{P}P') = \frac{A^2\pi^2}{2\lambda(a+b)} \left\{ \left[\left(\sum_{p=1}^{N} [C(\gamma\sqrt{2p}) - C(\gamma\sqrt{2p-1})] \right)^2 - \right. \right.$$
$$- 2\left(\sum_{p=1}^{N} [C(\gamma\sqrt{2p}) - C(\gamma\sqrt{2p-1})] \right) \left(\sum_{p'=1}^{N} [C(-\gamma\sqrt{2p'}) - C(-\gamma\sqrt{2p'-1})] \right) + \left. \left(\sum_{p=1}^{N} [C(-\gamma\sqrt{2p}) - C(-\gamma\sqrt{2p-1})] \right)^2 \right] +$$
$$+ \left[\left(\sum_{p=1}^{N} [S(\gamma\sqrt{2p}) - S(\gamma\sqrt{2p-1})] \right)^2 + \left(\sum_{p=1}^{N} [S(-\gamma\sqrt{2p}) - S(-\gamma\sqrt{2p-1})] \right)^2 - \right.$$
$$\left. \left. - 2\left(\sum_{p=1}^{N} [S(\gamma\sqrt{2p}) - S(\gamma\sqrt{2p-1})] \right) \cdot \left(\sum_{p'=1}^{N} [S(-\gamma\sqrt{2p'}) - S(-\gamma\sqrt{2p'-1})] \right) \right] \right\} \tag{61}$$

Интензитетот што се добива на правите кои стојат нормално на оптичката оска се состои од три дела

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

каде

$$I_1 = \frac{A^2\pi^2}{2\lambda(a+b)}\left\{\left(\sum_{p=1}^{N}\left[C(\gamma\sqrt{2p})-C(\gamma\sqrt{2p-1})\right]\right)^2+\left(\sum_{p=1}^{N}\left[S(\gamma\sqrt{2p})-S(\gamma\sqrt{2p-1})\right]\right)^2\right\} \qquad (62)$$

е интензитетот што потекнува од интерференцијата на зоните што лежат нормално на позитивниот смер на х-оската (на десната страна од мрежичката), а

$$I_2 = \frac{A^2\pi^2}{2\lambda(a+b)}\left\{\left(\sum_{p=1}^{N}\left[C(-\gamma\sqrt{2p})-C(-\gamma\sqrt{2p-1})\right]\right)^2+\left(\sum_{p=1}^{N}\left[S(\gamma\sqrt{2p})-S(-\gamma\sqrt{2p-1})\right]\right)^2\right\} \qquad (63)$$

е интензитетот што потекнува од интерференцијата на брановите кои излегуваат од зоните распределени по негативниот смер на х-оската (на левата страна на мрежичката) и

$$I_3 = -\frac{A^2\pi^2}{\lambda(a+b)}\left\{\left(\sum_{p=1}^{N}\left[C(\gamma\sqrt{2p})-C(\gamma\sqrt{2p-1})\right]\right)\left(\sum_{p'=1}^{N}\left[C(-\gamma\sqrt{2p'})-C(-\gamma\sqrt{2p'-1})\right]\right)+\right.$$
$$\left.+\left(\sum_{p=1}^{N}\left[S(\gamma\sqrt{2p})-S(\gamma\sqrt{2p-1})\right]\right)\left(\sum_{p'=1}^{N}\left[S(-\gamma\sqrt{2p'})-S(-\gamma\sqrt{2p'-1})\right]\right)^2\right\} \qquad (64)$$

го претставува делот од интензитетот што се должи на взаемното дејство на брановите кои поминале од двете страни на мрежичката.

Кога ќе се земат во предвид антисиметричните особини на Френеловите интеграли, следува дека е

$$I_1 = I_2 = \frac{1}{2} I_3$$

односно

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 4I_1 \qquad (65)$$

Следува заклучок дека кога би се работело само со половина мрежичка, би се добил ист распоред на интензитетот но неговата вредност би била четири пати помала.

Очигледно е дека истата особина ја поседува и позитивната мрежичка.

Споредбата на формулите (58) и (60) покажува дека позитивната мрежичка дава вредност на интензитетот која се разликува од онаа на негативната за износ

$$\Delta I = I_+ - I_-$$

кој со оглед на тоа да е

$$\sum_{p=1}^{N} C(\gamma\sqrt{2p}) = C(\gamma\sqrt{2N}) + \sum_{p=1}^{N} C(\gamma\sqrt{2p-2})$$

и

$$\sum_{p=1}^{N} S(\gamma\sqrt{2p}) = S(\gamma\sqrt{2N}) + \sum_{p=1}^{N} S(\gamma\sqrt{2p-2})$$

има вредност

$$\Delta I = \frac{2A^2\pi^2}{\lambda(a+b)}\Big\{\Big(\sum_{p=1}^{N}[C(\gamma\sqrt{2p-1}) - C(\gamma\sqrt{2p-2})]\Big)^2 - \Big(C(\gamma\sqrt{2N}) - \sum_{p=1}^{N}[C(\gamma\sqrt{2p-1}) - C(\gamma\sqrt{2p-2})]\Big)^2$$

$$+ \Big(\sum_{p=1}^{N}[S(\gamma\sqrt{2p-1}) - S(\gamma\sqrt{2p-2})]\Big)^2 - \Big(S(\gamma\sqrt{2N}) - \sum_{p=1}^{N}[S(\gamma\sqrt{2p-1}) - S(\gamma\sqrt{2p-2})]\Big)^2\Big\} =$$

$$= \frac{2A^2\pi^2}{\lambda(a+b)}\Big\{C(\gamma\sqrt{2N})\Big(2\sum_{p=1}^{N}[C(\gamma\sqrt{2p-1}) - C(\gamma\sqrt{2p-2})] - C(\gamma\sqrt{2N})\Big) +$$

$$+ S(\gamma\sqrt{2N})\Big(2\sum_{p=1}^{N}[S(\gamma\sqrt{2p-1}) - S(\gamma\sqrt{2p-2})] - S(\gamma\sqrt{2N})\Big)\Big\} \qquad (66)$$

Постоењето на различни вредности на интензитетот кај негативната и позитивната линеарна зонска мрежичка е битна особина на овој тип на мрежички. Како што беше порано споменато кај кружните мрежички се добива иста вредност за интензитетот без оглед на тоа дали се работи со позитивна или негативна мрежичка од Соретов тип. Тоа е и разбирливо со оглед на рамноправното учество на сверните зони со бројот на елементарни извори, што овде не е случај и што може да се види како од формулите (57) и (59), така и од формулите (58) и (60).

Се поставува прашање дали нееднаквото учество на зоните во формирањето на вредноста на интензитетот ќе влијае и врз неговата распределба вдолж оптичката оска. За таа цел ќе биде направена подробна анализа за вредностите на интензитетот по оптичката оска за двата типа на мрежички.

РАСПОРЕД НА ИНТЕНЗИТЕТОТ НА ДИФРАКТИРАНАТА СВЕТЛИНА ПО ОПТИЧКАТА ОСКА КАЈ НЕГАТИВНАТА ЛИНЕАРНА ЗОНСКА МРЕЖИЧКА

Како што беше покажано интензитетот вдолж правите $\overline{PP'}$ кои стојат нормално на оптичката оска, кај негативната зонска мрежичка е даден со формулата (58). Од Сл.9 се гледа дека величината $(a+b)$ која се јавува во именителот пред големата заграда, всушност го претставува растојанието меѓу светлинскиот извор $\overline{SS'}$ и правата $\overline{PP'}$ на оптичката оска по која го испитуваме интензитетот. За прецизно мерење на интензитетот, на местото на правата $\overline{PP'}$ треба да биде поставена влезната пукнатина на еден фотометар или било кој друг инструмент со кој би се мерела вредноста на интензитетот. Со цел да се испита распоредот на интензитетот во оптичката осна рамнина, би требало инструментот да се движи и да се поставува на различни растојанија b од мрежичката.

Меѓутоа, со цел да се избегнат експерименталните тешкотии во врска со движењето на инструментот (при што треба да се внимава неговиот влезен отвор да стои строго паралелно со оската на мрежичката и да е нормален на оптичката оска), мерењето на интензитетот може да се изведе и така, што инструментот, еднаш подесен за мерење, се остава да мирува, а мрежичката се донесува на разни растојанија b во однос на инструментот. При тоа едновремено се менуваат величините a и b, но така што

$$a + b = c = \text{конст.} \tag{67}$$

од каде следува

$$a = c - b$$

Според тоа за количникот пред големата заграда може да се стави

$$\frac{2A^2\pi^2}{\lambda(a+b)} = K \tag{68}$$

каде K е константа кога се работи со монохроматски светлински извор.

Значи

$$I_{-}(\overline{PP'}) = K\left\{\left(\sum_{p=1}^{n}\left[C(\gamma\sqrt{2p})-C(\gamma\sqrt{2p-1})\right]\right)^2+\left(\sum_{p=1}^{n}\left[S(\gamma\sqrt{2p})-S(\gamma\sqrt{2p-1})\right]\right)^2\right\} \tag{69}$$

ќе биде равенката што го дава интензитетот на негативната мрежичка вдолж правите кои стојат нормално на оптичката оска и која ќе биде предмет на понатамошна подробна анализа.

За да се најде за кои вредности b интензитетот добива екстремна вредност, ќе треба, како што е тоа вообичаено во математичката анализа, првиот извод на оваа функција да го изедначиме со нула. При тоа треба да се води сметка дека е

$$\gamma = \alpha\sqrt{\frac{2}{\lambda f}} \qquad \text{и} \qquad f = \frac{ab}{a+b} = \frac{b(c-b)}{c}$$

значи

$$\frac{dI}{db} = \frac{dI}{df}\cdot\frac{df}{db} = \frac{c-2b}{c}\,\frac{dI}{df} = 0 \tag{70}$$

Равенката (70) ќе биде задоволена кога

$$b = \frac{c}{2} \tag{71}$$

и кога

$$\frac{dI}{df} = 0 \tag{72}$$

Решението (71) одговара на случајот кога $a = b = \frac{c}{2}$ т.е. кога мрежичката се наоѓа на средината меѓу изворот и екранот односно фотметарот. Овој резултат ќе биде дискутиран подоцна.

За нас многу поважно е да најдеме за кои вредности на f односно b е задоволена равенката (72). Пред поминувањето на нејзиното решавање, ќе воведеме скратена ознака за величините

$$\gamma\sqrt{2p} = \alpha\sqrt{\frac{2\cdot 2p}{\lambda f}} = v_p \qquad \text{и} \qquad \gamma\sqrt{2p-1} = \alpha\sqrt{\frac{2\cdot(2p-1)}{\lambda f}} = u_p \tag{73}$$

Тогаш за вредноста на изводот од (72) ќе имаме

$$\frac{dI}{df} = 2K\left\{\left(\sum_{p=1}^{N}[C(v_p)-C(u_p)]\right)\cdot\frac{d}{df}\left(\sum_{p'=1}^{N}[C(v_{p'})-C(u_{p'})]\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\sum_{p=1}^{N}[S(v_p)-S(u_p)]\right)\cdot\frac{d}{df}\left(\sum_{p'=1}^{N}[S(v_{p'})-S(u_{p'})]\right)\right\}$$

или

$$\frac{dI}{df} = 2K\left\{\left(\sum_{p=1}^{N}[C(v_p)-C(u_p)]\right)\left(\sum_{p'=1}^{N}\left[\frac{dC(v_{p'})}{dv_{p'}}\frac{dv_{p'}}{df}-\frac{dC(u_{p'})}{du_{p'}}\frac{du_{p'}}{df}\right]\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\sum_{p=1}^{N}[S(v_p)-S(u_p)]\right)\left(\sum_{p'=1}^{N}\left[\frac{dS(v_{p'})}{dv_{p'}}\cdot\frac{dv_{p'}}{df}-\frac{dS(u_{p'})}{du_{p'}}\frac{du_{p'}}{df}\right]\right)\right\}$$

Ако е

$$C(v) = \int_0^v \cos\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi \qquad \text{и} \qquad S(v) = \int_0^v \sin\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi$$

Тогаш

$$\frac{dC(v_p)}{dv_p} = \cos\frac{\pi}{2}v_p^2 \qquad \frac{dS(v_p)}{dv_p} = \sin\frac{\pi}{2}v_p^2$$

$$\frac{dC(u_p)}{du_p} = \cos\frac{\pi}{2}u_p^2 \qquad \frac{dS(u_p)}{du_p} = \sin\frac{\pi}{2}u_p^2 \tag{74}$$

Освен тоа имаме за изводите

$$\frac{dv_p}{df} = \frac{d}{df}\left(\alpha\sqrt{\frac{2\cdot 2p}{\lambda f}}\right) = -\frac{1}{2f}v_p \qquad \frac{du_p}{df} = -\frac{1}{2f}u_p \tag{75}$$

Значи ќе треба да се изедначи со нула изразот

$$\frac{dI}{df} = -\frac{K}{f}\left\{\left(\sum_{p=1}^{N}[C(v_p)-C(u_p)]\right)\left(\sum_{p'=1}^{N}\left[v_{p'}\cos\frac{\pi}{2}v_{p'}^2-u_{p'}\cos\frac{\pi}{2}u_{p'}^2\right]\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\sum_{p=1}^{N}[S(v_p)-S(u_p)]\right)\left(\sum_{p'=1}^{N}\left[v_{p'}\sin\frac{\pi}{2}v_{p'}^2-u_{p'}\sin\frac{\pi}{2}u_{p'}^2\right]\right)\right\} \tag{76}$$

Како што се гледа изразот (76) претставува една трансцедентна равенка која не може лесно да се реши. Поради тоа наместо да работиме со Френелови интеграли, во изразот (69) ќе ги внесеме релациите кои ги претставуваат овие интеграли со помош на опаѓачки редови во однос на нивниот аргумент [30] . Имено

$$C(v)=\int_0^v \cos\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi = \int_0^\infty \cos\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi - \int_v^\infty \frac{d}{d\xi}\left(\sin\frac{\pi}{2}\xi^2\right)\frac{d\xi}{\pi\xi}$$

парцијалната интеграција дава

$$C(v) = C(\infty) + \frac{1}{\pi v}\sin\frac{\pi}{2}v^2 + \int_v^\infty \frac{d}{d\xi}\left(\cos\frac{\pi}{2}\xi^2\right)\frac{d\xi}{\pi^2\xi^3}$$

и кога би се продолжило со понатамошни парцијални интеграции ќе се добие

$$C(v) = C(\infty) - \frac{1}{\pi v}\left[N(v)\cos\frac{\pi}{2}v^2 - M(v)\sin\frac{\pi}{2}v^2\right]$$

и на сличен начин

$$S(v) = S(\infty) - \frac{1}{\pi v}\left[N(v)\sin\frac{\pi}{2}v^2 + M(v)\cos\frac{\pi}{2}v^2\right]$$

каде

$$M(v) = 1 - \frac{1\cdot 3}{(\pi v^2)^2} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{(\pi v^2)^4} - + \dots$$

$$N(v) = \frac{1}{\pi v^2} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{(\pi v^2)^3} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{(\pi v^2)^5} - + \dots$$

Френеловите интеграли за бескрајно голем аргумент имаат вредност

$$C(\infty) = \frac{1}{2} \qquad S(\infty) = \frac{1}{2}$$

а наместо функциите $M(v)$ и $N(v)$ ќе воведеме нови две функции такви што

$$Q(v) = \frac{1}{\pi v}M(v) \qquad P(v) = \frac{1}{\pi v}N(v) \tag{77}$$

Тогаш френеловите интеграли се претставени со изразите

$$\begin{aligned} C(v) &= \frac{1}{2} + Q(v)\sin\frac{\pi}{2}v^2 - P(v)\cos\frac{\pi}{2}v^2 \\ S(v) &= \frac{1}{2} - Q(v)\cos\frac{\pi}{2}v^2 - P(v)\sin\frac{\pi}{2}v^2 \end{aligned} \tag{78}$$

Функцијата $Q(v)$ за големи вредности на аргументот може да биде апроксимирана со $Q \to \frac{1}{\pi v}$, додека $P(v)$ многу брзу опаѓа и тежи кон нула. Однесувањето на овие две функции може да се види од таблицата I приложена во додатокот на дисертацијата.

Од формулите (78) следува дека е

$$C(v_p) - C(u_p) = Q(v_p)\sin\frac{\pi}{2}v_p^2 - Q(u_p)\sin\frac{\pi}{2}u_p^2 - P(v_p)\cos\frac{\pi}{2}v_p^2 + P(u_p)\cos\frac{\pi}{2}u_p^2$$

$$S(v_p) - S(u_p) = -Q(v_p)\cos\frac{\pi}{2}v_p^2 + Q(u_p)\cos\frac{\pi}{2}u_p^2 - P(v_p)\sin\frac{\pi}{2}v_p^2 + P(u_p)\sin\frac{\pi}{2}u_p^2$$

Тогаш наместо формулата (69) за интензитетот на негативната мрежичка ја имаме формулата

$$I_-(\overline{PP'}) = K\Big\{\Big(\sum_{p=1}^{N}\Big[Q(v_p)\sin\frac{\pi}{2}v_p^2 - Q(u_p)\sin\frac{\pi}{2}u_p^2 - P(v_p)\cos\frac{\pi}{2}v_p^2 + P(u_p)\cos\frac{\pi}{2}u_p^2\Big]\Big)^2 +$$

$$+\Big(\sum_{p=1}^{N}\Big[-Q(v_p)\cos\frac{\pi}{2}v_p^2 + Q(u_p)\cos\frac{\pi}{2}u_p^2 - P(v_p)\sin\frac{\pi}{2}v_p^2 + P(u_p)\sin\frac{\pi}{2}u_p^2\Big]\Big)^2\Big\} \qquad (79)$$

Првиот извод по променливата f од изразот (79) е

$$\frac{dI(\overline{PP'})}{df} = 2K\Big(\sum_{p=1}^{N}\Big[Q(v_p)\sin\frac{\pi}{2}v_p^2 - Q(u_p)\sin\frac{\pi}{2}u_p^2 - P(v_p)\cos\frac{\pi}{2}v_p^2 +$$

$$+ P(u_p)\cos\frac{\pi}{2}u_p^2\Big]\Big)\Big(\sum_{p'=1}^{N}\frac{dv_{p'}}{df}\Big[\frac{dQ(v_{p'})}{dv_{p'}}\sin\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 + \pi v_{p'}Q(v_{p'})\cos\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 -$$

$$-\frac{dP(v_{p'})}{dv_{p'}}\cos\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 + \pi v_{p'}P(v_{p'})\sin\frac{\pi}{2}v_{p'}^2\Big] + \frac{du_{p'}}{df}\Big[-\frac{dQ(u_{p'})}{du_{p'}}\sin\frac{\pi}{2}u_{p'}^2 - \pi u_{p'}Q(u_{p'})\cos\frac{\pi}{2}u_{p'}^2 +$$

$$+\frac{dP(u_{p'})}{du_{p'}}\cos\frac{\pi}{2}u_{p'}^2 - \pi u_{p'}P(u_{p'})\sin\frac{\pi}{2}u_{p'}^2\Big]\Big) + 2K\Big(\sum_{p=1}^{N}\Big[-Q(v_p)\cos\frac{\pi}{2}v_p^2 +$$

$$+ Q(u_p)\cos\frac{\pi}{2}u_p^2 - P(v_p)\sin\frac{\pi}{2}v_p^2 + P(u_p)\sin\frac{\pi}{2}u_p^2\Big]\Big)\Big(\sum_{p'=1}^{N}\frac{dv_{p'}}{df}\Big[-\frac{dQ(v_{p'})}{dv_{p'}}\cos\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 +$$

$$+\pi v_{p'}Q(v_{p'})\sin\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 - \frac{dP(v_{p'})}{dv_{p'}}\sin\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 - \pi v_{p'}P(v_{p'})\cos\frac{\pi}{2}v_{p'}^2\Big] + \frac{du_{p'}}{df}\Big[\frac{dQ(u_{p'})}{du_{p'}}\cos\frac{\pi}{2}u_{p'}^2 -$$

$$-\pi u_{p'}Q(u_{p'})\sin\frac{\pi}{2}u_{p'}^2 + \frac{dP(u_{p'})}{du_{p'}}\sin\frac{\pi}{2}u_{p'}^2 + \pi u_{p'}P(u_{p'})\cos\frac{\pi}{2}u_{p'}^2\Big]\Big) \qquad (80)$$

Од формулите (77) следува дека

$$Q(v) \doteq \frac{1}{\pi v} - \frac{1\cdot 3}{\pi^3 v^5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{\pi^5 v^9} - \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9\cdot 11}{\pi^7 v^{13}} + - \ldots\ldots$$

и

$$P(v) = \frac{1}{\pi^2 v^3} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{\pi^4 v^7} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{\pi^6 v^{11}} - + \cdots\cdots$$

па според тоа

$$\frac{dQ(v)}{dv} = -\frac{1}{\pi v^2} + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{(\pi v^2)^3} - \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{(\pi v^2)^5} + \ldots = -\pi v P(v)$$

$$\frac{dP(v)}{d(v)} = -\frac{1\cdot 3}{(\pi v^2)^2} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{(\pi v^2)^4} - \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9\cdot 11}{(\pi v^2)^6} + \ldots = \pi v Q(v) - 1 \qquad (81)$$

Значи во формулата (80) покрај изводите (75) ќе треба да ги замениме и изводите

$$\frac{dQ(v_p)}{dv_p} = -\pi v_p P(v_p) \qquad \frac{dQ(u_p)}{du_p} = -\pi u_p P(u_p)$$

$$\frac{dP(v_p)}{dv_p} = \pi v_p Q(v_p) - 1 \qquad \frac{dP(u_p)}{du_p} = \pi u_p Q(u_p) - 1 \qquad (82)$$

Така ќе треба да се изедначи со нула изразот

$$\frac{dI(\overline{PP})}{df} = -\frac{K}{f}\Big\{\Big(\sum_{p=1}^{N}\Big[Q(v_p)\sin\frac{\pi}{2}v_p^2 - Q(u_p)\sin\frac{\pi}{2}u_p^2 - P(v_p)\cos\frac{\pi}{2}v_p^2 +$$

$$+ P(u_p)\cos\frac{\pi}{2}u_p^2\Big]\Big)\Big(\sum_{p'=1}^{N}\Big[v_{p'}\cos\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 - u_{p'}\cos\frac{\pi}{2}u_{p'}^2\Big]\Big) + \Big(\sum_{p=1}^{N}\Big[-Q(v_p)\cos\frac{\pi}{2}v_p^2 +$$

$$+ Q(u_p)\cos\frac{\pi}{2}u_p^2 - P(v_p)\sin\frac{\pi}{2}v_p^2 + P(u_p)\sin\frac{\pi}{2}u_p^2\Big]\Big)\Big(\sum_{p'=1}^{N}\Big[v_{p'}\sin\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 -$$

$$- u_{p'}\sin\frac{\pi}{2}u_{p'}^2\Big]\Big)\Big\} = 0 \qquad (83)$$

Кога ќе се изврши множење на сумите во големата заграда се добива

$$\sum_{p=1}^{N}\sum_{p'=1}^{N}\Big\{Q(v_p)v_{p'}\sin\frac{\pi}{2}v_p^2\cos\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 - Q(v_p)u_{p'}\sin\frac{\pi}{2}v_p^2\cos\frac{\pi}{2}u_{p'}^2 - Q(u_p)v_{p'}\sin\frac{\pi}{2}u_p^2\cos\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 +$$

$$+ Q(u_p)u_{p'}\sin\frac{\pi}{2}u_p^2\cos\frac{\pi}{2}u_{p'}^2 - P(v_p)v_{p'}\cos\frac{\pi}{2}v_p^2\cos\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 + P(v_p)u_{p'}\cos\frac{\pi}{2}v_p^2\cos\frac{\pi}{2}u_{p'}^2 +$$

$$+ P(u_p)v_{p'}\cos\frac{\pi}{2}u_p^2\cos\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 - P(u_p)u_{p'}\cos\frac{\pi}{2}u_p^2\cos\frac{\pi}{2}u^2 - Q(v_p)v_{p'}\cos\frac{\pi}{2}v_p^2\sin\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 +$$

$$+ Q(v_p)u_{p'}\cos\frac{\pi}{2}v_p^2\sin\frac{\pi}{2}u_{p'}^2 + Q(u_p)v_{p'}\cos\frac{\pi}{2}u_p^2\sin\frac{\pi}{2}v_{p'}^2 - Q(u_p)u_{p'}\cos\frac{\pi}{2}u_p^2\sin\frac{\pi}{2}u_{p'}^2 -$$

$$-P(v_p)v_{p'}\sin\frac{\pi}{2}v_p^2\sin\frac{\pi}{2}v_{p'}^2+P(v_p)u_{p'}\sin\frac{\pi}{2}v_p^2\sin\frac{\pi}{2}u_{p'}^2+P(u_p)v_{p'}\sin\frac{\pi}{2}u_p^2\sin\frac{\pi}{2}v_{p'}^2-$$

$$-P(u_p)u_{p'}\sin\frac{\pi}{2}u_p^2\sin\frac{\pi}{2}u_{p'}^2\Big\}=0$$

а со понатамошно групирање на членовите со заеднички множители се добива

$$\sum_{p=1}^{N}\sum_{p'=1}^{N}\Big\{Q(v_p)v_{p'}\sin\frac{\pi}{2}(v_p^2-v_{p'}^2)-Q(v_p)u_{p'}\sin\frac{\pi}{2}(v_p^2-u_{p'}^2)-$$

$$-Q(u_p)v_{p'}\sin\frac{\pi}{2}(u_p^2-v_{p'}^2)+Q(u_p)u_{p'}\sin\frac{\pi}{2}(u_p^2-u_{p'}^2)-P(v_p)v_{p'}\cos\frac{\pi}{2}(v_p^2-v_{p'}^2)+$$

$$+P(v_p)u_{p'}\cos\frac{\pi}{2}(v_p^2-u_{p'}^2)+P(u_p)v_{p'}\cos\frac{\pi}{2}(u_p^2-v_{p'}^2)-P(u_p)u_{p'}\cos\frac{\pi}{2}(u_p^2-u_{p'}^2)\Big\}=0 \qquad (84)$$

За изразите што се наоѓаат под знакот на тригонометриските функции со оглед на смената (73) имаме

$$\begin{aligned}
&\frac{\pi}{2}(v_p^2-v_{p'}^2)=\frac{\pi}{2}\left(\alpha^2\frac{2\cdot 2p}{\lambda f}-\alpha^2\frac{2\cdot 2p'}{\lambda f}\right)=\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')\\
&\frac{\pi}{2}(v_p^2-u_{p'}^2)=\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}\left[(2p-2p')+1\right]\\
&\frac{\pi}{2}(u_p^2-v_{p'}^2)=\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}\left[(2p-2p')-1\right]\\
&\frac{\pi}{2}(u_p^2-u_{p'}^2)=\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')
\end{aligned} \qquad (85)$$

Заменувајќи ги формулите (85) во (84), конечно за изразот со кој ќе ги бараме местата на екстремните вредности на интензитетот, односно за првиот извод кој го изедначуваме со нула имаме

$$\frac{dI_-(\delta V)}{df}=-\frac{K}{f}\sum_{p=1}^{N}\sum_{p'=1}^{N}\Big\{\left[Q(v_p)v_{p'}+Q(u_p)u_{p'}\right]\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')-$$

$$-Q(v_p)u_{p'}\sin\left[\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')+\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}\right]-Q(u_p)v_{p'}\sin\left[\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')-\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}\right]-$$

$$-\left[P(v_p)v_{p'}+P(u_p)u_{p'}\right]\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')+P(v_p)u_{p'}\cos\left[\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')+\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}\right]+$$

$$+P(u_p)v_{p'}\cos\left[\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')-\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}\right]\Big\}=0 \qquad (86)$$

Кога ќе се земат во предвид ознаките (48) и (73), условот (86) ќе биде задоволен кога

$$\sum_{\rho=1}^{1}\sum_{\rho'=1}^{1}\Big\{\Big[\big(Q(v_\rho)v_{\rho'}+Q(u_\rho)u_{\rho'}\big)-\big(Q(v_\rho)u_{\rho'}+Q(u_\rho)v_{\rho'}\big)\cos\frac{\pi\gamma^2}{2}-$$

$$-\big(P(v_\rho)u_{\rho'}-P(u_\rho)v_{\rho'}\big)\sin\frac{\pi\gamma^2}{2}\Big]\sin\pi\gamma^2(\rho-\rho')-\Big[\big(P(v_\rho)v_{\rho'}+P(u_\rho)u_{\rho'}\big)-$$

$$-\big(P(v_\rho)u_{\rho'}+P(u_\rho)v_{\rho'}\big)\cos\frac{\pi}{2}\gamma^2-\big(Q(v_\rho)u_{\rho'}-Q(u_\rho)v_{\rho'}\big)\sin\frac{\pi\gamma^2}{2}\Big]\cos\pi\gamma^2(\rho-\rho')\Big\}=0 \quad (87)$$

Бидејќи функциите $P(v_\rho)$ и $P(u_\rho)$ многу бргу тежат кон нула(како $\frac{1}{\pi^2 v^3}$) членовите во кои се јавуваат тие можеме да ги занемариме. Ова занемарување би можело да се направи кога v и $u > 2$. Тоа значи дека би требало да работиме или во интервалот $\gamma > 2$ или пак со членовите во кои индексот на сумирање е доволно висок така што $\gamma\sqrt{2\rho-1}=u_\rho>2$ односно $\gamma\sqrt{2\rho}=v_\rho>2$. Да претпоставиме дека имаме учество на сите зони од мрежичката и дека ги бараме екстремите во интервалот $\gamma > 2$. Со тоа во формулата (87) можеме да ги занемариме функциите $P(v_\rho)$ и $P(u_\rho)$, така што како услов за добивање на екстремните места ја имаме формулата

$$\sum_{\rho=1}^{n}\sum_{\rho'=1}^{n}\Big\{\Big[\big(Q(v_\rho)v_{\rho'}+Q(u_\rho)u_{\rho'}\big)-\big(Q(v_\rho)u_{\rho'}+Q(u_\rho)v_{\rho'}\big)\cos\frac{\pi\gamma^2}{2}\Big]\sin\pi\gamma^2(\rho-\rho')+$$

$$+\big(Q(v_\rho)u_{\rho'}-Q(u_\rho)v_{\rho'}\big)\sin\frac{\pi\gamma^2}{2}\cos\pi\gamma^2(\rho-\rho')\Big\}=0 \qquad (88)$$

Веднаш може ~~да се види~~ дека за секое ρ и ρ' овој услов е задоволен со решението

$$\frac{\pi\gamma^2}{2}=m\pi \qquad \text{или} \qquad \gamma=\sqrt{2m} \qquad \text{каде } m\text{–цел број} \quad (89)$$

зошто тогаш $\sin\frac{\pi\gamma^2}{2}=\sin m\pi=0$ и $\sin\pi\gamma^2(\rho-\rho')=\sin 2m\pi(\rho-\rho')=0$

На тој начин апроксимативно ги определивме главните екстреми на интензитетот. Ги наречуваме главни зошто нивното место не зависи од редните броеви ρ и ρ' , односно од бројот на зоните на мрежичката што учествуваат во дифракцијата.

Апроксимативната формула (88) се разликува од правиот услов за екстрем (87) за величината

$$F(r)=\sum_{p}\sum_{p'}\Big\{\Big(P(v_p)u_{p'}-P(u_p)v_{p'}\Big)\sin\frac{\pi r^2}{2}\sin\pi r^2(p-p')+$$

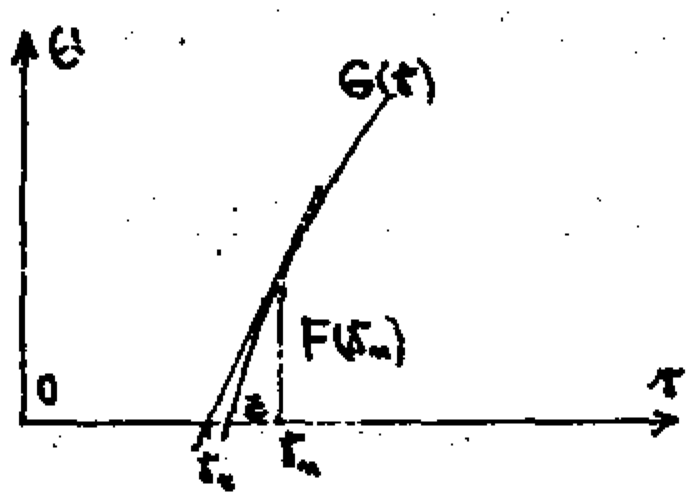
$$+\Big[\Big(P(v_p)v_{p'}+P(u_p)u_{p'}\Big)-\Big(P(v_p)u_{p'}+P(u_p)v_{p'}\Big)\cos\frac{\pi r^2}{2}\Big]\cos\pi r^2(p-p')\Big\} \qquad (90)$$

која на местата на главните екстреми за кои $r^2=2m$ е рамна на

$$F(r)_{r=\sqrt{2m}}=\sum_{p}\sum_{p'}\Big\{\Big(P(v_p)v_{p'}+P(u_p)u_{p'}\Big)-(-1)^m\Big(P(v_p)u_{p'}+P(u_p)v_{p'}\Big)\Big\}=$$

$$=\sum_{p}\sum_{p'}P(\sqrt{2m\cdot 2p})\Big[\sqrt{2m\cdot 2p'}-(-1)^m\sqrt{2m(2p'-1)}\Big]+P(\sqrt{2m(2p-1)})\Big[\sqrt{2m(2p'-1)}-(-1)^m\sqrt{2m\cdot 2p'}\Big]\Big\} \qquad (91)$$

Со $G(r)$ ќе го означиме изразот на левата страна од формулата (88). Според (87) за $r_m=\sqrt{2m}$ следува дека $G(r_m)=F(r_m)$ а не е рамен на нула. Да претпоставиме сега дека $G(r)=0$ во близина на $r=\sqrt{2m}$. Види Сл.10. Во тој случај коефициентот на правецот на тангентата повлечена врз функцијата $G(r)$ за $r=\sqrt{2m}$ можеме да го замениме со количникот



Сл.10

$$\left(\frac{dG(r)}{dr}\right)_{r=\sqrt{2m}}=\frac{F(r=\sqrt{2m})}{\varepsilon_m} \qquad (92)$$

Во прва приближност поместувањето на екстремот можеме да земеме дека е еднакво на

$$\Delta r\approx\varepsilon_m=r_m-r_o$$

каде r_o е вреност на пресекот на тангентата со r-оската. Од Сл.10 се гледа дека

$$\varepsilon_m=\frac{F(r_m)}{\left(\frac{dG(r)}{dr}\right)_{r=\sqrt{2m}}} \qquad (93)$$

Со A(τ) ќе го означиме множителот на $\sin\pi\tau^2(\beta-\beta')$ во општиот член на двојната сума од изразот (87), а со B(τ) множителот на $\cos\pi\tau^2(\beta-\beta')$.Тогаш изводот што е потребен во именителот на (93) може скратено да се напише како

$$\frac{dG(\tau)}{d\tau}=\sum_{\beta}\sum_{\beta'}\Big\{\frac{dA(\tau)}{d\tau}\sin\pi\tau^2(\beta-\beta')+A(\tau)2\pi\tau(\beta-\beta')\cos\pi\tau^2(\beta-\beta')+$$

$$+\frac{dB(\tau)}{d\tau}\cos\pi\tau^2(\beta-\beta')-2\pi\tau(\beta-\beta')\sin\pi\tau^2(\beta-\beta')\cdot B(\tau)\Big\} \qquad (94)$$

Вредноста на овој израз на местата определени со $\tau_m=\sqrt{2m}$ се сведува поради $\cos\pi\tau_m^2(\beta-\beta')=1$ и $\sin\pi\tau_m^2(\beta-\beta')=0$ на

$$\left(\frac{dG(\tau)}{d\tau}\right)_{\tau=\tau_m}=\sum_{\beta}\sum_{\beta'}\Big\{2\pi\tau_m(\beta-\beta')A(\tau_m)+\left(\frac{dB(\tau)}{d\tau}\right)_{\tau=\tau_m}\Big\} \qquad (95)$$

каде

$$A(\tau_m)=\big[Q(\tau_m\sqrt{2\beta})\tau_m\sqrt{2\beta'}+Q(\tau_m\sqrt{2\beta-1})\tau_m\sqrt{2\beta'-1}\big]-(-1)^m\big[Q(\tau_m\sqrt{2\beta})\tau_m\sqrt{2\beta'-1}+Q(\tau_m\sqrt{2\beta-1})\tau_m\sqrt{2\beta'}\big]=$$

$$=\sqrt{2m}\big[\sqrt{2\beta'}-(-1)^m\sqrt{2\beta'-1}\big]\big[Q(\sqrt{2m\cdot 2\beta})-Q(\sqrt{2m(2\beta-1)})\big]$$

и

$$\left(\frac{dB(\tau)}{d\tau}\right)_{\tau=\tau_m}=-\Big\{\tau_m\frac{dP(\tau_m\sqrt{2\beta})}{d\tau_m}\big[\sqrt{2\beta'}-(-1)^m\sqrt{2\beta'-1}\big]+\tau_m\frac{dP(\tau_m\sqrt{2\beta-1})}{d\tau_m}\big[\sqrt{2\beta'-1}-(-1)^m\sqrt{2\beta'}\big]+$$

$$+P(\tau_m\sqrt{2\beta})\big[\sqrt{2\beta'}-(-1)^m\sqrt{2\beta'-1}\big]+P(\tau_m\sqrt{2\beta-1})\big[\sqrt{2\beta'-1}-(-1)^m\sqrt{2\beta'}\big]\Big\}$$

После соодветното групирање и употреба на формулите (82), вредноста на изразот за $\frac{dB}{d\tau}$ се сведува на

$$\frac{dB(\tau_m)}{d\tau_m}=-\big[\sqrt{2\beta'}-(-1)^m\sqrt{2\beta'-1}\big]\big[P(\sqrt{2m\cdot 2\beta})-P(\sqrt{2m(2\beta-1)})+\pi\,2m2\beta\,(Q(\sqrt{2m\,2\beta})-$$

$$-Q(\sqrt{2m(2\beta-1)})+\pi\,2m\,Q(\sqrt{2m(2\beta-1)})-\sqrt{2m}(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1})\big] \qquad (96)$$

Внесувајќи ги сите овие резултати во (95) се добива

$$\frac{dG(\tau_m)}{d\tau_m}=-\sum_{\beta}\sum_{\beta'}\big[\sqrt{2\beta'}-(-1)^m\sqrt{2\beta-1}\big]\Big\{4\pi m\beta\big[Q(\sqrt{2m(2\beta-1)})-Q(\sqrt{2m2\beta})+$$

$$+\left[P(\sqrt{2n(2\beta-1)})-P(\sqrt{2n\cdot 2\beta})\right]+2n\pi Q(\sqrt{2n(2\beta-1)})-\sqrt{2n}(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1})\Big\} \qquad (97)$$

Последниот член во големата заграда

$$\sqrt{2n}(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1})=\frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}} < \frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{2\beta-1}}$$

е помал од претходниот член, кој според формулите (77) може да биде апроксимиран со

$$\pi 2n\, Q(\sqrt{2n(2\beta-1)}) \longrightarrow \pi 2n \frac{1}{\pi\sqrt{2n}\sqrt{2\beta-1}}=\frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{2\beta-1}}$$

и тоа за сите вредности на целиот број β .Се разбира дека $\sqrt{2n}(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1})$ ќе биде помал од збирот на трите претходни членови кои стојат во иста заграда со него но се со спротивен предзнак (секојпат позитивни). Според тоа изразот (97) ќе биде секојпат негативен, било n да има парни било да има непарни вредности.

Според тоа поместувањето на екстремните места ќе биде дадено со

$$\varepsilon_m=-\frac{\sum_{\beta}\sum_{\beta'}2n\left[\sqrt{2\beta'}-(-1)^n\sqrt{2\beta'-1}\right]\left[P(\sqrt{2n(2\beta-1)})-P(\sqrt{2n\cdot 2\beta})\right]}{\sum_{\beta}\sum_{\beta'}L_{\beta\beta' n}} \qquad (98)$$

каде

$$L_{\beta\beta' n}=\left[\sqrt{2\beta'}-(-1)^n\sqrt{2\beta'-1}\right]\Big\{4\pi n\beta'\left[Q(\sqrt{2n(2\beta-1)})-Q(\sqrt{2n\,2\beta})\right]+$$

$$+\left[P(\sqrt{2n(2\beta-1)})-P(\sqrt{2n\,2\beta})\right]+2n\pi Q(\sqrt{2n(2\beta-1)})-\sqrt{2n}(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1})\Big\}$$

т.е. екстремите се поместени кон помали вредности од оние што ги определивме со решението (89) $r=r_m-\varepsilon_m$

Секој член од двојната сума на именителот е поголем од соодветниот член во броителот. И додека со наголемување на бројот на членовите во сумите, во броителот се добиваат членови со се́ помали вредности кои можат да бидат занемарени поради малата вредност на $[P(\sqrt{2n(2\beta-1)})-P(\sqrt{2n\,2\beta})]$, вредноста на именителот постојано расте. Поради тоа поместувањето на екстремот кај мрежички со поголем број на пропусни зони N ќе биде помало отколку кај мрежичките со мал број на пропусни зони. Кај мрежички со многу голем број на пропусни зони $\Delta\xi \to 0$ па како место на главен екстрем може да се земе она определено со $\xi = \sqrt{2m}$.

Значи поместувањето зависи од бројот на зоните со кој мрежичката учествува во дифракцијата и се намалува со растењето на бројот на пропусните зони.

Освен тоа бидејќи $\xi_m = \sqrt{2m}$ влегува во аргументот на функциите $P(\sqrt{2m2\beta})$, $P(\sqrt{2m(2\beta-1)})$ и $Q(\sqrt{2m \cdot 2\beta})$ и $Q(\sqrt{2m(2\beta-1)})$, а со растење на вредноста на аргументот овие функции опаѓаат, особено функциите што се јавуваат во броителот на (98), следува заклучокот дека екстремите што носат повисок реден број m, ќе имаат помало поместување.

Парните екстреми ќе имаат поместување добиено за $m = 2k$

$$\varepsilon_{2k} = - \frac{\sum\limits_{\beta}\sum\limits_{\beta'} \sqrt{4k}\left[\sqrt{2\beta'} - \sqrt{2\beta'-1}\right]\left[P(\sqrt{4k(2\beta-1)}) - P(\sqrt{4k \cdot 2\beta})\right]}{\sum\limits_{\beta}\sum\limits_{\beta'} L_{\beta\beta' 2k}} \qquad (99)$$

кое е значително помало од поместувањето кое се добива за иста вредност на k но кај непарните екстреми определени со $m = 2k-1$

$$\varepsilon_{2k-1} = - \frac{\sum\limits_{\beta}\sum\limits_{\beta'} \sqrt{2(2k-1)}\left[\sqrt{2\beta'} + \sqrt{2\beta'-1}\right]\left[P(\sqrt{2(2k-1)(2\beta-1)}) - P(\sqrt{2(2k-1)2\beta})\right]}{\sum\limits_{\beta}\sum\limits_{\beta'} L_{\beta\beta'(2k-1)}} \qquad (100)$$

зошто кај парните екстреми малите разлики $\left[P(\xi_m\sqrt{2\beta-1}) - P(\xi_m\sqrt{2\beta})\right]$ треба да се множат со исто така мали разлики $\left[\sqrt{2\beta'} - \sqrt{2\beta'-1}\right]$, така што сумата во броителот ќе даде краен резултат со многу помала вредност од оној што го имаме во броителот на изразот (100), каде како множители на $\left[P(\xi_m\sqrt{2\beta-1}) - P(\xi_m\sqrt{2\beta})\right]$ се јавуваат збировите $\left[\sqrt{2\beta'} + \sqrt{2\beta'-1}\right]$.

Од сето досега изложено може да се изведе следниот заклучок: Најголемо поместување има екстремот со редниот број $m = 1$. Ова поместување може да се намали со зголемување на бројот на пропусните зони кај дифракционата мрежичка. За ист број на пропусни зони, непарните екстреми ќе имаат поместување кое се намалува со зголемување на редниот број k на екстремот.

Првиот парен екстрем ќе биде многу помалку поместен од првиот непарен екстрем. А екстремите со висок парен ред k се уште помалку поместени, така што за нив можеме да сметаме дека $\Delta\gamma \to 0$. И овде поместувањето на екстремите со ниска вредност на k може да се намали со зголемување на бројот на пропусните зони кај мрежичката.

Значи ако се одлучиме да работиме со мрежичка со бескрајно многу пропусни зони, како места каде интензитетот ја постига својата екстремна вредност ќе ги сметаме оние што се определени со решението (89), т.е. со $\gamma^2=2n$.

Целиот број n може да биде како позитивен така и негативен. Со оглед на формулата (46) решенијата (89) во кои n е позитивен број, за фокусното растојание

$$f=\frac{2\alpha^2}{\lambda\gamma^2}=\frac{\alpha^2}{\lambda n} \qquad (101)$$

даваат вредности кои се исто така позитивни. Според тоа овие решенија ќе ги определуваат реалните фокусни растојанија.

Решенијата пак (89) во кои n е негативен цел број $n=-m$ така што $\gamma=i\sqrt{2m}$, за фокусните растојанија даваат

$$f=-\frac{\alpha^2}{\lambda m} \qquad (102)$$

вредности кои се исто така негативни поради што ќе ги наречеме имагинарни фокусни растојанија.

Освен решенијата $\gamma=\sqrt{2n}$, кои ги нарековме решенија што ги определуваат местата на главните екстреми, равенката (87) одн. (88) има и други решенија чиј број зависи од бројот N на пропусните зони на мрежичката. Овие решенија ќе ги определуваат местата на т.н. споредни екстреми, но за нив ќе стане збор подоцна.

Ние само ги определивме местата на главните екстреми на интензитетот, не знаејќи кои од нив се места на максимални а кои места на минимални вредности на интензитетот. Затоа како следна задача се поставува прашањето да се испита карактерот на главните екстреми. Дискусијата ќе биде водена за случај на негативна мрежичка со голем број на пропусни зони, така што местата на главните екстреми се определени со равенката (89).

ИСПИТУВАЊЕ НА КАРАКТЕРОТ НА ГЛАВНИТЕ ЕКСТРЕМИ НА ИНТЕНЗИТЕТОТ ПО ОПТИЧКАТА ОСКА КАЈ НЕГАТИВНАТА ЛИНЕАРНА ЗОНСКА МРЕЖИЧКА

Од решението (89) за главните екстреми на интензитетот на линеарната зонска мрежичка $r=\sqrt{2n}$ следува, според смената (48), формулата (101)

$$\xi = \frac{\alpha^2}{\lambda m}$$

каде за m земаме дека е цел позитивен број. За овие вредности на величината ξ треба да се добијат максималните и минималните вредности на интензитетот. За да определиме на кои од нив им припаѓаат овие вредности, ќе треба да се определи знакот на вториот извод $\frac{d^2I}{d\xi^2}$ како што е тоа вообичаено во математиката.

За првиот извод ја имаме формулата (70) во која според (86) за првиот извод ќе треба да се земе вредноста

$$\frac{dI(\overline{P}P)}{d\xi} = -\frac{K}{\xi}\sum_{\beta}\sum_{\beta'}\Big\{\left[Q(v_\beta)v_{\beta'}+Q(u_\beta)u_{\beta'}\right]\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda\xi}(2\beta-2\beta') - Q(v_\beta)u_{\beta'}\sin\left[\frac{\pi\alpha^2}{\lambda\xi}(2\beta-2\beta'+1)\right] -$$

$$-Q(u_\beta)v_{\beta'}\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda\xi}(2\beta-2\beta'-1) - \left[P(v_\beta)v_{\beta'}+P(u_\beta)u_{\beta'}\right]\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda\xi}(2\beta-2\beta') +$$

$$+P(v_\beta)u_{\beta'}\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda\xi}(2\beta-2\beta'+1) + P(u_\beta)v_{\beta'}\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda\xi}(2\beta-2\beta'-1)\Big\}$$

поради тоа што p , p' и n се цели броеви,а што се однесува до вредностите на косинусите ќе имаме

$$\cos\frac{\pi a^2}{\lambda\xi}(2p-2p') = \cos 2n\pi(p-p') = 1$$

$$\cos\left[\frac{\pi a^2}{\lambda\xi}(2p-2p') \pm \frac{\pi a^2}{\lambda\xi}\right] = \cos\left[2n\pi(p-p') \pm n\pi\right] = \cos n\pi = (-1)^n$$

Да кога сето ова ќе се земе во предвид за изразот (104) се добива

$$\left(\frac{d^2 I}{d\xi^2}\right)_{\xi=\frac{a^2}{\lambda n}} = -\frac{K}{\xi}\sum_{p}\sum_{p'}\Big\{-\frac{\pi a^2}{\lambda\xi}(2p-2p')\left[Q(v_p)v_{p'} + Q(u_p)u_{p'}\right] +$$

$$+(-1)^n\frac{\pi a^2}{\lambda n}\left[(2p-2p')Q(v_p)u_{p'} + Q(v_p)u_{p'} + (2p-2p'-1)Q(u_p)v_{p'}\right] -$$

$$-\left[\frac{dP(v_p)}{d\xi}v_{p'} + \frac{dP(u_p)}{d\xi}u_{p'} + P(v_p)\frac{dv_{p'}}{d\xi} + P(u_p)\frac{du_{p'}}{d\xi}\right] + (-1)^n\left[\frac{dP(v_p)}{d\xi}u_{p'} +\right.$$

$$\left. + P(v_p)\frac{du_{p'}}{d\xi} + \frac{dP(u_p)}{d\xi}v_{p'} + P(u_p)\frac{dv_{p'}}{d\xi}\right]\Big\} \qquad (105)$$

Во горната формула се јавуваат изводи на функцијата $P(v)$ по променливата ξ , кои можеме да ги напишеме во вид на сложени изводи како

$$\frac{dP(v)}{d\xi} = \frac{dP(v)}{dv}\frac{dv}{d\xi}$$

што според формулите (75) и (82) дава

$$\frac{dP(v_p)}{d\xi} = -\frac{1}{2\xi}v_p\left[\pi v_p Q(v_p) - 1\right] \qquad \text{и} \qquad \frac{dP(u_p)}{d\xi} = -\frac{1}{2\xi}u_p\left[\pi u_p Q(u_p) - 1\right] \qquad (106)$$

освен тоа

$$\frac{\pi a^2}{\lambda\xi}(2p-2p') = \frac{\pi}{2}(v_p^2 - v_{p'}^2)$$

така што изразот (105) се редуцира на

$$\left(\frac{d^2 I}{d\xi^2}\right)_{\xi=\frac{a^2}{\lambda n}} = \frac{\pi K}{2\xi^2}\sum_{p}\sum_{p'}\Big\{(v_p^2 - v_{p'}^2)\left[Q(v_p)v_{p'} + Q(u_p)u_{p'} - (-1)^n Q(v_p)u_{p'} - (-1)^n Q(u_p)v_{p'}\right] +$$

$$+(-1)^n 2n\left[Q(u_p)v_{p'} - Q(v_p)u_{p'}\right] - Q(v_p)v_p^2 v_{p'} - Q(u_p)u_p^2 u_{p'} + (-1)^n Q(v_p)v_p^2 u_{p'} +$$

За вториот извод на интензитетот по променливата b имаме

$$\frac{d^2I}{db^2}=\frac{d}{db}\left(\frac{dI}{df}\,\frac{df}{db}\right)=\frac{d^2f}{db^2}\,\frac{dI}{df}+\frac{df}{db}\,\frac{d}{df}\left(\frac{dI}{df}\right)\frac{df}{db}=\frac{d^2f}{db^2}\,\frac{dI}{df}+\frac{d^2I}{df^2}\left(\frac{df}{db}\right)^2 \qquad (103)$$

На местата определени со $t^2=2n$ првиот член од изразот (103) е рамен на нула (поради $\left(\frac{dI}{df}\right)_{t^2=2n}=0$), а бидејќи величината $\left(\frac{df}{db}\right)^2$ е секојпат позитивна, за знакот на вториот извод по b одлучува знакот на вториот извод по фокусното растојание $\frac{d^2I}{df^2}$.

Поради тоа ќе треба да се побара вредноста на овој извод и да се дискутира неговиот знак за вредности на $t=\sqrt{2n}$. Од (86) имаме

$$\frac{d^2I}{df^2}=\frac{K}{f^2}\sum_{p}\sum_{p'}\{\quad 0 \quad\}-\frac{K}{f}\sum_{p}\sum_{p'}\Big\{\Big[\frac{dQ(\sigma_p)}{df}\sigma_{p'}+Q(\sigma_p)\frac{d\sigma_p}{df}+$$

$$+\frac{dQ(u_p)}{df}u_{p'}+Q(u_p)\frac{du_{p'}}{df}\Big]\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')-\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')\big[Q(\sigma_p)\sigma_{p'}+$$

$$+Q(u_p)u_{p'}\big]\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')-\Big[Q(\sigma_p)\frac{du_{p'}}{df}+\frac{dQ(\sigma_p)}{df}u_{p'}\Big]\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p'+1)+$$

$$+Q(\sigma_p)u_{p'}(2p-2p'+1)\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p'+1)-\Big[Q(u_p)\frac{d\sigma_{p'}}{df}+$$

$$+\frac{dQ(u_p)}{df}\sigma_{p'}\Big]\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p'-1)+Q(u_p)\sigma_{p'}\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p'-1)\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p'-1)$$

$$-\Big[\frac{dP(\sigma_p)}{df}\sigma_{p'}+\frac{dP(u_p)}{df}u_{p'}+P(\sigma_p)\frac{d\sigma_{p'}}{df}+P(u_p)\frac{du_{p'}}{df}\Big]\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')+$$

$$+(2p-2p')\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}\big[P(\sigma_p)\sigma_{p'}+P(u_p)u_{p'}\big]\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')+\Big[\frac{dP(\sigma_p)}{df}u_{p'}+$$

$$+P(\sigma_p)\frac{du_p}{df}\Big]\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p'+1)+P(\sigma_p)u_{p'}\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p'+1)\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p'+1)+$$

$$+\Big[\frac{dP(u_p)}{df}\sigma_{p'}+P(u_p)\frac{d\sigma_{p'}}{df}\Big]\cos\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p'-1)+P(u_p)\sigma_{p'}\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-$$

$$-2p'-1)\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p'-1)\Big\} \qquad (104)$$

Кога е $t^2=\frac{2\alpha^2}{\lambda f}=2n$ величината $\frac{\alpha^2}{\lambda f}=n$, па сите синуси во горната формула се рамни на нула зошто

$$\sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p')=\sin 2n\pi(p-p')=0 \quad \text{и} \quad \sin\frac{\pi\alpha^2}{\lambda f}(2p-2p'\pm 1)=\sin n\pi(2p-2p'\pm 1)=0$$

поради тоа што p , p' и n се цели броеви, а што се однесува до вредностите на косинусите ќе имаме

$$\cos\frac{\pi a^2}{\lambda\xi}(2p-2p') = \cos 2n\pi(p-p') = 1$$

$$\cos\left[\frac{\pi a^2}{\lambda\xi}(2p-2p') \pm \frac{\pi a^2}{\lambda\xi}\right] = \cos\left[2n\pi(p-p') \pm n\pi\right] = \cos n\pi = (-1)^n$$

Па кога сето ова ќе се земе во предвид за изразот (104) се добива

$$\left(\frac{d^2I}{d\xi^2}\right)_{\xi=\frac{a^2}{\lambda n}} = -\frac{K}{\xi}\sum_{p}\sum_{p'}\Big\{-\frac{\pi a^2}{\lambda\xi}(2p-2p')\left[Q(v_p)v_{p'} + Q(u_p)u_{p'}\right] +$$

$$+(-1)^n\frac{\pi a^2}{\lambda n}\left[(2p-2p')Q(v_p)u_{p'} + Q(v_p)u_{p'} + (2p-2p'-1)Q(u_p)v_{p'}\right] -$$

$$-\left[\frac{dP(v_p)}{d\xi}v_{p'} + \frac{dP(u_p)}{d\xi}u_{p'} + P(v_p)\frac{dv_{p'}}{d\xi} + P(u_p)\frac{du_{p'}}{d\xi}\right] + (-1)^n\left[\frac{dP(v_p)}{d\xi}u_{p'} +\right.$$

$$\left.+P(v_p)\frac{du_{p'}}{d\xi} + \frac{dP(u_p)}{d\xi}v_{p'} + P(u_p)\frac{dv_{p'}}{d\xi}\right]\Big\} \qquad (105)$$

Во горната формула се јавуваат изводи на функцијата $P(v)$ по променливата ξ , кои можеме да ги напишеме во вид на сложени изводи како

$$\frac{dP(v)}{d\xi} = \frac{dP(v)}{dv}\cdot\frac{dv}{d\xi}$$

што според формулите (75) и (82) дава

$$\frac{dP(v_p)}{d\xi} = -\frac{1}{2\xi}v_p\left[\pi v_p Q(v_p)-1\right] \qquad \text{и} \qquad \frac{dP(u_p)}{d\xi} = -\frac{1}{2\xi}u_p\left[\pi u_p Q(u_p)-1\right] \qquad (106)$$

освен тоа

$$\frac{\pi a^2}{\lambda\xi}(2p-2p') = \frac{\pi}{2}(v_p^2 - v_{p'}^2)$$

така што изразот (105) се редуцира на

$$\left(\frac{d^2I}{d\xi^2}\right)_{\xi=\frac{a^2}{\lambda n}} = \frac{\pi K}{2\xi^2}\sum_{p}\sum_{p'}\Big\{(v_p^2-v_{p'}^2)\left[Q(v_p)v_{p'} + Q(u_p)u_{p'} - (-1)^n Q(v_p)u_{p'} - (-1)^n Q(u_p)v_{p'}\right] +$$

$$+(-1)^n 2n\left[Q(u_p)v_{p'} - Q(v_p)u_{p'}\right] - Q(v_p)v_p^2 v_{p'} - Q(u_p)u_p^2 u_{p'} + (-1)^n Q(v_p)v_p^2 u_{p'} +$$

$$+(-1)^{n} Q(u_\rho) u_\rho^2 v_{\rho'} \Big\} + \frac{K}{2f^2} \sum_\rho \sum_{\rho'} \Big\{ v_\rho v_{\rho'} + u_\rho u_{\rho'} - P(v_\rho) v_{\rho'} - P(u_\rho) u_{\rho'} - (-1)^{n} v_\rho u_{\rho'} +$$

$$+(-1)^{n} P(v_\rho) u_{\rho'} - (-1)^{n} u_\rho v_{\rho'} + (-1)^{n} P(u_\rho) v_{\rho'} \Big\} \qquad (107)$$

Кога редниот број на екстремот n е парен број

$$n = 2k \qquad (-1)^{n} = 1$$

за вредноста на изразот (107) се добива

$$\left(\frac{d^2I}{df^2}\right)_{f=\frac{\alpha^2}{2k\lambda}} = \frac{\pi K}{2f^2} \sum_\rho \sum_{\rho'} \Big\{ Q(v_\rho)\big[(v_{\rho'}^2 - 2n) u_{\rho'} - v_{\rho'}^3\big] + Q(u_\rho)\big[(v_\rho^2 - u_\rho^2 - v_{\rho'}^2) u_{\rho'} -$$

$$-(v_\rho^2 - u_\rho^2) v_{\rho'} + 2n v_{\rho'} + v_{\rho'}^3\big]\Big\} + \frac{K}{2f^2} \sum\sum \Big\{ (v_\rho - u_\rho)(v_{\rho'} - u_{\rho'}) + [P(u_\rho) - P(v_\rho)](v_{\rho'} - u_{\rho'}) \Big\}$$

Мора да имаме во предвид дека е

$$v_\rho^2 - u_\rho^2 = \alpha^2\left(\frac{2\cdot 2\rho}{\lambda f} - \frac{2(2\rho-1)}{\lambda f}\right) = \frac{2\alpha^2}{\lambda f} = 2n \qquad v_{\rho'}^2 - u_{\rho'}^2 = 2n$$

така што изразот кој стои во заградата како множител на функцијата $Q(v_\rho)$ се редуцира на

$$\big[(v_\rho^2 - u_\rho^2 - v_{\rho'}^2) u_{\rho'} - (v_\rho^2 - u_\rho^2) v_{\rho'} + 2n v_{\rho'} + v_{\rho'}^3\big] = \big[(2n - v_{\rho'}^2) u_{\rho'} - 2n v_{\rho'} + 2n v_{\rho'} + v_{\rho'}^3\big] =$$

$$= \big[v_{\rho'}^3 - (v_{\rho'}^2 - 2n) u_{\rho'}\big] = v_{\rho'}^3 - u_{\rho'}^3$$

за множителот пак на функцијата $Q(v_\rho)$ исто така имаме

$$\big[(v_{\rho'}^2 - 2n) u_{\rho'} - v_{\rho'}^3\big] = u_{\rho'}^3 - v_{\rho'}^3$$

Па кога ќе се изврши групирање на соодветните членови, за вредноста на вториот извод која одговара на парните фокусни растојанија имаме

$$\left(\frac{d^2I}{df^2}\right)_{f=\frac{\alpha^2}{2k\lambda}} = \frac{\pi K}{2f^2} \sum_\rho \sum_{\rho'} (v_{\rho'}^3 - u_{\rho'}^3)\big[Q(u_\rho) - Q(v_\rho)\big] +$$

$$+ \frac{K}{2f^2} \sum_\rho \sum_{\rho'} \Big\{ (v_\rho - u_\rho)(v_{\rho'} - u_{\rho'}) + [P(u_\rho) - P(v_\rho)](v_{\rho'} - u_{\rho'}) \Big\} \qquad (108)$$

Бидејќи е $v_\rho > u_\rho$ и исто така $v_{\rho'} > u_{\rho'}$ а $Q(u_\rho) > Q(v_\rho)$ и $P(u_\rho) > P(v_\rho)$, очигледно е дека сите три члена од горниот израз се позитивни. Значи кога $n=2k$ на местата определени со $f = \frac{\alpha^2}{2k\lambda}$

$$\left(\frac{d^2I}{d\xi^2}\right)_{\xi=\frac{\kappa^2}{2\kappa\lambda}} > 0 \tag{109}$$

Парните фокусни растојанија одговараат на места со минимална осветленост вдолж правите $\overline{PP'}$ кои стојат нормално на оптичката оска.

Нека е сега редниот број на екстремот непарен број

$$m = 2k-1 \qquad (-1)^m = (-1)^{2k-1} = -1$$

што заменето во изразот (107) дава

$$\frac{d^2I}{d\xi^2} = \frac{\pi K}{2\xi^2}\sum_{\rho}\sum_{\rho'}\Big\{(v_\rho^2 - v_{\rho'}^2)\left[Q(v_\rho)v_{\rho'} + Q(u_\rho)u_{\rho'} + Q(v_\rho)u_{\rho'} + Q(u_\rho)v_{\rho'}\right] - 2m\,Q(u_\rho)v_{\rho'} +$$

$$+ 2m\,Q(v_\rho)u_{\rho'} - Q(v_\rho)v_\rho^2 v_{\rho'} - Q(u_\rho)u_\rho^2 u_{\rho'} - Q(v_\rho)v_\rho^2 u_{\rho'} - Q(u_\rho)u_\rho^2 v_{\rho'}\Big\} +$$

$$+ \frac{K}{2\xi^2}\sum_{\rho}\sum_{\rho'}\Big\{v_\rho v_{\rho'} + u_\rho u_{\rho'} - P(v_\rho)v_{\rho'} - P(u_\rho)u_{\rho'} + v_\rho u_{\rho'} - P(v_\rho)u_{\rho'} + u_\rho v_{\rho'} - P(u_\rho)v_{\rho'}\Big\}$$

а со групирање на множителите на функциите $Q(v_\rho)$ и $O(u_\rho)$ и на останатите членови, слично како во горниот случај, за вториот извод се добива

$$\frac{d^2I}{d\xi^2} = -\frac{\pi K}{2\xi^2}\sum_{\rho}\sum_{\rho'}(v_{\rho'}^3 + u_{\rho'}^3)\left[Q(v_\rho) + Q(u_\rho)\right] - \frac{K}{2\xi^2}\sum_{\rho}\sum_{\rho'}(v_{\rho'} + u_{\rho'})\left[P(v_\rho) + P(u_\rho) - v_\rho - u_\rho\right] \tag{110}$$

што е очигледно негативна величина. Значи местата на кои им одговараат непарните фокуси, поради тоа што знакот на вториот извод на интензитетот е помал од нула, треба да се очекува максимална вредност на интензитетот.

Досегашната дискусија се однесуваше само на реалните вредности на фокусните ратојанија, т.е. кога m е позитивен цел број. Меѓутоа равенката (88) е задоволена и кога m е негативен цел број, така што според (89) се добиваат имагинарни вредности за r , кои ќе ги означиме со

$$\Gamma = i\sqrt{2m} = ir \tag{111}$$

Се поставува прашањето дали и парните имагинарни фокуси се виртуелни места на минимален интензитет, а оние за кои $n = -m = -(2k-1)$ одговараат на виртуелните места со максимален интензитет.

Имагинарните фокусни растојанија одговараат на оние места на оптичката оска, во кои се сечат правците на дивергентно дифрактираните бранови од мрежичката. Вредноста на брановата функција што одговара на брановите кои ги создаваат имагинарните фокуси според (57) ќе биде дадена со

$$u_-(\bar{P}P') = \frac{2i\pi A e^{i(kc+\delta)}}{\sqrt{2\lambda c}} \left\{ \left(\sum_{p=1}^{k} [C(r\sqrt{2p}) - C(r\sqrt{2p-1})] + i [S(r\sqrt{2p}) - S(r\sqrt{2p-1})] \right) \right\} \quad (112)$$

што со оглед на (111) преминува во

$$u_-(\bar{P}P') = \frac{2i\pi A e^{i(kc+\delta)}}{\sqrt{2\lambda c}} \left\{ \left(\sum_{p=1}^{k} [C(ir\sqrt{2p}) - C(ir\sqrt{2p-1})] \right) + i \left(\sum_{p=1}^{k} [S(ir\sqrt{2p}) - S(ir\sqrt{2p-1})] \right) \right\}$$

Според [29] за Френеловите интеграли од имагинарните аргументи имаме

$$C(i\sigma) = iC(\sigma) \qquad \text{и} \qquad S(i\sigma) = -iS(\sigma)$$

така што тоа заменето во горниот израз, за брановата функција на местата на виртуелните фокусни растојанија ќе даде

$$u_-(\bar{P}P') = \frac{2i\pi e^{i(kc+\delta)}}{\sqrt{2\lambda c}} \left\{ \left(\sum_{p=1}^{k} [S(r\sqrt{2p}) - S(r\sqrt{2p-1})] \right) + i \left(\sum_{p=1}^{k} [C(r\sqrt{2p}) - C(r\sqrt{2p-1})] \right) \right\} \quad (113)$$

Ако се спореди функцијата (113) со (57), гледаме дека на имагинарните фокуси им одговара бранова функција во која имагинарниот и реалниот дел од функцијата на реалните фокуси си ги имаат изменето улогите.

Множењето на оваа функција со нејзината конјугирано комплексна вредност, според (54) ја дава вредноста на интензитетот кој одговара на овие фокуси. А како е

$$u_-^*(\bar{P}P') = \frac{-2i\pi A e^{-i(kc+\delta)}}{\sqrt{2\lambda c}} \left\{ \left(\sum [S(r\sqrt{2p}) - S(r\sqrt{2p-1})] \right) - i \left(\sum_{p=1}^{k} [C(r\sqrt{2p}) - C(r\sqrt{2p-1})] \right) \right\}$$

за интензитетот се добива формулата (69). Во неа $r = \sqrt{2m}$, па во согласност со спроведената дискусија за знакот на вториот извод на изразот (69), можеме да заклучиме дека кога

$$n = -m = -(2l-1) \qquad \left(\frac{d^2I}{df^2}\right)_{f=-\frac{a^2}{(2l-1)\lambda}} < 0 \tag{114}$$

т.е. непарните имагинарни фокуси исто така одговараат на места со максимален интензитет, а бидејќи е

$$n = -m = -2l \qquad \left(\frac{d^2I}{df^2}\right)_{f=-\frac{a^2}{2l\lambda}} > 0 \tag{115}$$

заклучуваме дека и парните имагинарни фокуси, како и реалните се места вдолж оптичката оска на кои им одговара минимален интензитет.

Местото на реалниот или имагинарниот екстрем го определуваме од формулата на леќа, што со оглед на (67) дава

$$f = \frac{b(c-b)}{c} \qquad \text{или} \qquad b^2 - bc + cf = 0$$

од каде следува

$$b_{1,2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4cf}}{2} \tag{116}$$

Реалните главни фокуси, или фокусите на мрежичката кога таа делува како собирна леќа, ги наоѓаме на оние растојанија $b_{1,2}$ кои можат да имаат вредности од 0 до $c = a + b$ како крајни граници. Тоа се гледа од формулата (116). Имено реалните фокуси се позитивни $f > 0$ а вредноста на дискриминантата во решението (116) е

$$c^2 - 4cf < c^2$$

така што

$$b_{1,2} = \frac{c}{2} \pm d$$

каде

$$d = \sqrt{\frac{c^2}{4} - cf} \quad \leq \frac{c}{2}$$

Вредноста $d = \frac{c}{2}$ се добива кога $f = 0$ т.е. кога $n \longrightarrow \infty$ или на местата $b = c$ и $b = 0$ би лежеле екстремите со бескрајно голем реден број. Тоа практички е невозможно зошто мрежичката би требало да стои на истото место на кое се наоѓа екранот $(b=0)$, или на местото на кое се наоѓа изворот ($b=c$).Сите останати ликови на кои им одговара позитивен фокус се наоѓаат во интервалот кога мрежичката ја движиме меѓу изворот и екранот.Во тој интервал таа дејствува само како собирна леќа.

Реални главни максимуми постојат само кога вредноста на дискриминантата во решението (116) е позитивна

$$c^2-4cf>0 \qquad \text{од каде следува} \qquad c>4f \qquad (117)$$

а бидејќи е

$$f=\frac{\alpha^2}{(2k-1)\lambda}$$

мора да е

$$c>\frac{4\alpha^2}{(2k-1)\lambda}$$

Одовде следува дека редниот број k на главниот максимум мора да го исполнува условот

$$k>\frac{2\alpha^2}{c\lambda}+\frac{1}{2} \qquad (118)$$

Тоа значи ако c не е доволно големо може да се случи како прв максимум во интервалот $b=0$ и $b=c$ да се јави оној к-ти максимум за кој е исполнет условот (118).

Изборот на растојанието c меѓу изворот и екранот може да биде направен така што за $k=1$ $b=\frac{c}{2}$ т.е. равенката (116) да има двојно решение. За таа положба на мрежичката, на екранот би бил набљудуван првиот главен максимум.Меѓутоа c може да биде избрано така што за $k=2$ $b=\frac{c}{2}$ па ќе го имаме вториот главен максимум за таа положба на мрежичката, а за $k=3$ и $b=\frac{c}{2}$ на екранот се јавува третиот главен максимум, и така натаму.

Кога пак $\frac{c}{2}<b_{max}<c$ и е исполнет условот (118), на местото $b=\frac{c}{2}$ треба да се очекува минимум на осветлување. Значи решението (71) е место на екстремна вредност на интензитетот и може да биде минимум или максимум во зависност од изборот на фиксното растојание c меѓу изворот и екранот.

Негативните вредности на фокусните растојанија $f=-\frac{\alpha^2}{\lambda m}$ кои одговараат на мрежичката кога таа делува како растурна леќа, ги наоѓаме за

$$b_{1,2}=\frac{c}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{c^2-4cf}=\frac{c}{2}\pm e \tag{119}$$

Овде вредноста на дискриминантата е секојпат позитивна,

$$c^2-4cf=c^2+4c\frac{\alpha^2}{\lambda m}>0$$

така што величината

$$e>\frac{c}{2}$$

Според тоа имагинарни максимуми (ликови) би дибиле кога мрежичката се наоѓа на растојание $b=\frac{c}{2}+e>c$ т.е. зад светлинскиот извор. Другото решение $b=\frac{c}{2}-e$ е негативно, така што мрежичката сега би требало да стои зад екранот.

ИСПИТУВАЊЕ НА ЕКСТРЕМИТЕ КАЈ ПОЗИТИВНА ЛИНЕАРНА ЗОНСКА МРЕЖИЧКА

Сета досега направена дискусија во врска со испитувањето на главните минимуми и максимуми се однесуваше на негативните линеарни зонски мрежички. Истиот редослед во барање на екстремните вредности на интензитетот вдолж оптичката оска може да се спроведе и за позитивните мрежички поаѓајќи од формулата за интензитетот (60) која гласеше

$$I_+(PP')=K\left\{\left(\sum_{p=1}^{N}\left[C(r\sqrt{2p-1})-C(r\sqrt{2p-2})\right]\right)^2+\left(\sum_{p=1}^{N}\left[S(r\sqrt{2p-1})-S(r\sqrt{2p-2})\right]\right)^2\right\}$$

И овде ќе ги употребиме ознаките (73), само сега тие ќе имаат друго значење. За позитивната мрежичка

$$v_p=r\sqrt{2p-1}=\alpha\sqrt{\frac{2(2p-1)}{\lambda f}} \quad \text{и} \quad u_p=r\sqrt{2p-2}=\alpha\sqrt{\frac{2(2p-2)}{\lambda f}} \tag{120}$$

Со овие значења на аргументите v_p и u_p по сосема иста постапка како кај негативната мрежичка, за првиот извод и овде се добива формулата (84). Аргументите кои стојат под знакот на тригонометриските функции синус и косинус во формулата (84) не е тешко да се види дека и овде ги имаат вредностите определени со равенките (85).

Според тоа и овде услов за добивање на екстрем ќе биде равенката (87) односно (88) но со изменети аргументи на функциите Q и P. Местата на екстремните вредности на интензитетот по оптичката оска за позитивната зонска мрежичка според тоа ќе бидат определени со решенијата на равенката

$$\sum_{\rho=1}^{n}\sum_{\rho'=1}^{n}\Big\{\Big[\Big(\gamma\sqrt{2\rho'-1}\,Q(\gamma\sqrt{2\rho-1})+\gamma\sqrt{2\rho'-2}\,Q(\gamma\sqrt{2\rho-2})\Big)-\Big(Q(\gamma\sqrt{2\rho-1})\gamma\sqrt{2\rho'-2}+$$

$$+Q(\gamma\sqrt{2\rho-2})\gamma\sqrt{2\rho'-1}\Big)\cos\frac{\pi\gamma^2}{2}-\Big(P(\gamma\sqrt{2\rho-1})\gamma(\sqrt{2\rho'-2})-P(\gamma\sqrt{2\rho-2})\gamma\sqrt{2\rho'-1}\Big)\sin\frac{\pi\gamma^2}{2}\Big]\sin\pi\gamma^2(\rho-\rho').$$

$$-\Big[\Big(P(\gamma\sqrt{2\rho-1})\gamma\sqrt{2\rho'-1}+P(\gamma\sqrt{2\rho-2})\gamma\sqrt{2\rho'-2}\Big)-\Big(P(\gamma\sqrt{2\rho-1})\gamma\sqrt{2\rho'-2}+P(\gamma\sqrt{2\rho-2})\gamma\sqrt{2\rho'-1}\Big)\cos\frac{\pi\gamma^2}{2}$$

$$-\Big(Q(\gamma\sqrt{2\rho-1})\gamma\sqrt{2\rho'-2}-Q(\gamma\sqrt{2\rho-2})\gamma\sqrt{2\rho'-1}\Big)\sin\frac{\pi\gamma^2}{2}\Big]\cos\pi\gamma^2(\rho-\rho')\Big\}=0 \qquad (121)$$

која поради занемарувањето на членовите во кои фигурира функцијата P се сведува на

$$\sum_{\rho}\sum_{\rho'}\Big\{\Big[\Big(Q(\gamma\sqrt{2\rho-1})\sqrt{2\rho'-1}+Q(\gamma\sqrt{2\rho-2})\sqrt{2\rho'-2}\Big)-\Big(Q(\gamma\sqrt{2\rho-1})\sqrt{2\rho'-2}+Q(\gamma\sqrt{2\rho-2})\sqrt{2\rho'-1}\Big)\cos\frac{\pi\gamma^2}{2}\Big]\sin\pi\gamma^2(\rho-\rho')$$

$$+\Big[Q(\gamma\sqrt{2\rho-1})\sqrt{2\rho'-2}-Q(\gamma\sqrt{2\rho-2})\sqrt{2\rho'-1}\Big]\sin\frac{\pi\gamma^2}{2}\cos\pi\gamma^2(\rho-\rho')=0 \qquad (122)$$

Како што се гледа и равенката (122) е задоволена за вредности на $\gamma=\sqrt{2m}$, а бидејќи и овде $\gamma^2=\frac{2a^2}{\lambda f}$, следува дека местата со екстремна вредност на интензитетот се определени со фокусните растојанија $f=\frac{a^2}{\lambda m}$.

Останува уште да се види дали местата на главните минимуми и максимуми на негативната мрежичка се истовремено минимуми и максимуми за позитивната мрежичка. Се разбира и овде ќе треба да се дискутира знакот на вториот извод $\frac{d^2I}{d\xi^2}$.

Меѓутоа бидејќи не постои формална разлика меѓу изразите за првиот извод $\frac{dI}{d\xi}$, освен во значењето на параметрите v_ρ и u_ρ, и изразот за вториот извод ќе биде формално ист со (107) односно со (108) за $m=2k$ и со (109) за $m=2k-1$.

Според тоа парните фокусни растојанија и кај позитивната мрежичка одговараат на места со минимално осветлување, додека непарните фокуси одговараат на места со максимално осветлување по оптичката оска.

За сега можеме да го изведеме следниов заклучок: Кога се работи со мрежичка со голем број на пропусни зони $N\to\infty$ местата со максимален интензитет вдолж правите $\overline{PP'}$ кои стојат нормално на оптичката оска се определени со непарните фокуси $\xi=\frac{\alpha^2}{(2k-1)\lambda}$ без оглед на тоа дали се работи со позитивна или негативна мрежичка. Разлика ќе постои само во вредноста на максималниот интензитет. Истото важи и за местата со минимална осветленост кои се определени со парните фокусни растојанија $\xi=\frac{\alpha^2}{2k\lambda}$.

Кога пак се работи со мрежичка со мал број на пропусни зони, вредноста на отстапувањето на екстремите ќе биде определена со израз сличен на (98) само ќе имаме различни аргументи на функциите P и Q. Сега поместувањето ќе биде дадено со

$$\Delta\xi_m=\varepsilon_m=-\frac{\sum\limits_{\rho}\sum\limits_{\rho'}\xi_m\left\{\left[\sqrt{2\rho'-1}-(-1)^m\sqrt{2\rho'-2}\right]\left[P(\xi_m\sqrt{2\rho-2})-P(\xi_m\sqrt{2\rho-1})\right]\right\}}{\sum\limits_{\rho}\sum\limits_{\rho'}L_{\rho\rho'm}} \qquad (123)$$

каде

$$L_{\rho\rho'm}=\left[\sqrt{2\rho'-1}-(-1)^m\sqrt{2\rho'-2}\right]\left\{2\pi\xi_m^2(\rho'-1)\left[Q(\xi_m\sqrt{2\rho-2})-Q(\xi_m\sqrt{2\rho-1})\right]+\right.$$

$$\left.+\left[P(\xi_m\sqrt{2\rho-2})+P(\xi_m\sqrt{2\rho-1})\right]+\pi\xi_m^2Q(\xi_m\sqrt{2\rho-2})-\xi_m(\sqrt{2\rho-1}-\sqrt{2\rho-2})\right\}$$

Споредбата на горната формула со формулата (98), поради тоа што

$$P(r_n\sqrt{2\beta-2}) > P(r_n\sqrt{2\beta-1}) \quad \text{и} \quad P(r_n\sqrt{2\beta-1}) > P(r_n\sqrt{2\beta})$$

укажува на постоење на поголемо отстапување на вредноста на местото на главните максимуми, особено на првиот, кога се работи со позитивна мрежичка. Инаку и овде отстапувањето се намалува со зголемување на бројот на зоните, или со зголемување на редот на максимумот.

ДИСКУСИЈА ЗА ВРЕДНОСТА НА ИНТЕНЗИТЕТОТ ВО ГЛАВНИТЕ МИНИМУМИ И МАКСИМУМИ ВДОЛЖ ОПТИЧКАТА ОСКА

Видовме дека кај линеарната зонска мрежичка исто како и кај кружната мрежичка, местата на непарните фокуси се места со максимален, а на парните, со минимален интензитет. Според тоа за $n = 1,3,5,\ldots(2k-1),\ldots$ се добиваат првиот, вториот, третиот,... к-тиот главен максимум, односно за $n = 2,4,6,\ldots 2k,\ldots$ се добиваат местата на првиот, вториот,ит.н. к-тиот главен минимум.

Вредноста на интензитетот во првиот главен максимум, според релациите (69) и (89) ќе биде определена со формулата

$$(I_-)_{I_{max}} = K\left\{\left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[C(\sqrt{2\cdot 2\beta}) - C(\sqrt{2(2\beta-1)})\right]\right)^2 + \left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[S(\sqrt{2\cdot 2\beta}) - S(\sqrt{2(2\beta-1)})\right]\right)^2\right\} \qquad (124)$$

За да се добие вредноста на вториот главен максимум, ќе треба во (69) да се земе $r = \sqrt{2\cdot 3} = \sqrt{6}$ $(n=3)$, така што имаме

$$(I_-)_{II_{max}} = K\left\{\left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[C(\sqrt{6\cdot 2\beta}) - C(\sqrt{6(2\beta-1)})\right]\right)^2 + \left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[S(\sqrt{6\cdot 2\beta}) - S(\sqrt{6(2\beta-1)})\right]\right)^2\right\} \qquad (125)$$

Третиот главен максимум се добива за $r = \sqrt{2\cdot 5} = \sqrt{10}$ $(n=5)$

$$(I_-)_{III_{max}} = K\left\{\left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[C(\sqrt{10\cdot 2\beta}) - C(\sqrt{10(2\beta-1)})\right]\right)^2 + \left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[S(\sqrt{10\cdot 2\beta}) - S(\sqrt{10(2\beta-1)})\right]\right)^2\right\} \qquad (126)$$

Вредноста пак на интензитетот во првите два главни минимуми е за $r = \sqrt{2\cdot 2} = \sqrt{4}$ $(n=2)$

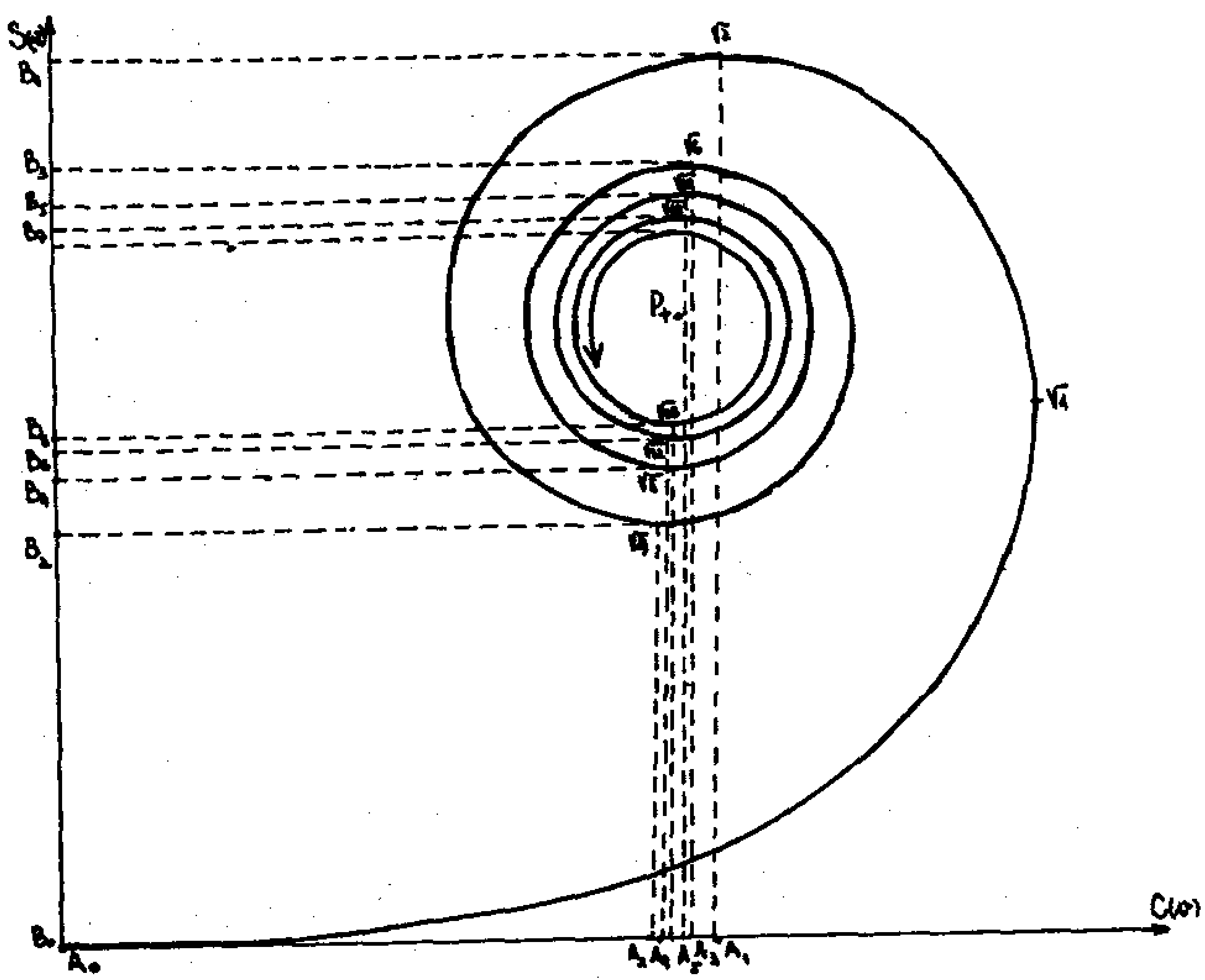
$$(I_-)_{I\,min} = K\left\{\left(\sum_{p=1}^{n}\left[C(\sqrt{4\cdot 2p})-C(\sqrt{4(2p-1)})\right]\right)^2+\left(\sum_{p=1}^{n}\left[S(\sqrt{4\cdot 2p})-S(\sqrt{4(2p-1)})\right]\right)^2\right\} \qquad (127)$$

и за $v=\sqrt{2\cdot 4}=\sqrt{8}$ $(m=4)$

$$(I_-)_{II\,min} = K\left\{\left(\sum_{p=1}^{n}\left[C(\sqrt{8\cdot 2p})-C(\sqrt{8(2p-1)})\right]\right)^2+\left(\sum_{p=1}^{n}\left[S(\sqrt{8\cdot 2p})-S(\sqrt{8(2p-1)})\right]\right)^2\right\} \qquad (128)$$

и т.н.

Ако се третира вредноста на интензитетот како збир од квадратите на збирот од проекциите на растојанијата меѓу две точки од корниевата спирала врз $C(v)$ и $S(v)$ оските (на точките на кои им одговараат вредности на параметрите $v_p=\sqrt{2m\cdot 2p}$ и $u_p=\sqrt{2m(2p-1)}$), тогаш за да ја добиеме вредноста на интензитетот за првиот главен максимум, ќе треба да се квадрираат и соберат сумите на отсечките $(\overline{A_1A_2}+\overline{A_3A_4}+\overline{A_5A_6}+\ldots..)$ на позитивниот крак на $C(v)$ оската и $(\overline{B_1B_2}+\overline{B_3B_4}+\overline{B_5B_6}+\ldots..)$ на $S(v)$ оската. Од Сл.11 се гледа дека должината на проекциите на C-оската е



Сл.11

многу мала и дека преовладува S делот од сумите. Значи

$$(I_-)_{I\,max} = K\{(\overline{B_1B_2}+\overline{B_3B_4}+\overline{B_5B_6}+\cdots)^2+(\overline{A_1A_2}+\overline{A_3A_4}+\cdots)^2\} \qquad (129)$$

Вредноста на интензитетот во вториот главен максимум квантитативно одговара на

$$(I_-)_{II\,max} = K\{(\overline{B_3B_6}+\overline{B_9B_{12}}+\cdots)^2+(\overline{A_3A_6}+\overline{A_9A_{12}}+\cdots)^2\} \qquad (130)$$

Од Сл.11 се гледа дека $\overline{B_1B_2} > \overline{B_3B_6}$; $\overline{B_3B_4} > \overline{B_9B_{12}}$; и т.н. Според тоа вредноста на интензитетот на вториот главен максимум ќе биде значително помала од вредноста на интензитетот во првиот главен максимум. Интензитетот на третиот главен максимум ќе биде уште помал, зошто најдолгата отсечка на S-оската со која почнува сумата е $\overline{B_5B_{10}}$.

Тоа значи дека најголема вредност на интензитетот по оптичката оска се добива на местото на првиот главен максимум. Со растење на редот на максимумот вредноста на интензитетот опаѓа.

Вредноста на интензитетот на местото на првиот главен минимум не е нула, туку претставува збир од квадратите на збировите на отсечките

$$(I_-)_{I\,min} = K\{(\overline{B_2B_4}+\overline{B_6B_8}+\overline{B_{10}B_{12}}+\cdots)^2+(\overline{A_2A_4}+\overline{A_6A_8}+\cdots)^2\} \qquad (131)$$

Од оваа формула исто така може да се изведе заклучок дека вредноста на интензитетот во првиот главен минимум ќе биде поголема во колку е поголем бројот на зоните што учествуваат во дифракцијата.

Вториот главен минимум на интензитетот е понизок од првиот зошто неговата вредност би била

$$(I_-)_{II\,min} = K\{(\overline{B_8B_4}+\overline{B_6B_{12}}+\cdots)^2+(\overline{A_8A_4}+\overline{A_6A_{12}}+\cdots)^2\} \qquad (132)$$

Фактот што интензитетот на местата на главните минимуми не е нула оди во прилог на претпоставката дека "слободниот"дел од брановиот фронт од мрежичката останал непоништен при интерференција на брановите што потекнуваат од зоните на мрежичката.

Во случај на позитивна зонска мрежичка вредноста на интензитетот во првиот главен максимум ќе биде дадена со

$$(I_+)_{I\,max} = K\left\{\left[C(\sqrt{2})-C(\sqrt{0})\right)+\left(C(\sqrt{6})-C(\sqrt{4})+\cdots\right]^2+\left[\left(S(\sqrt{2})-S(\sqrt{0})\right)+\left(S(\sqrt{6})-S(\sqrt{4})\right)+\cdots\right]^2\right\}$$

$$= K\left\{\left(\overline{OA_1}+\overline{A_3A_2}+\overline{A_5A_4}+\cdots\right)^2+\left(\overline{OB_1}+\overline{B_3B_2}+\overline{B_5B_4}+\cdots\right)^2\right\} \qquad (133)$$

Од изразот (133) и Сл.11 се гледа дека треба да се сумираат отсечки со значително поголеми должини отколку кај негативната мрежичка. Според тоа може да се заклучи дека интензитетот во првиот главен максимум кај позитивната зонска мрежичка е поголем отколку кај негативната. Освен тоа се гледа дека најголем придонес кон интензитетот има двојната централна зона со ширина 2α, на која и одговараат должините на отсечките $\overline{OB_1}$ и $\overline{OA_1}$. Инаку и овде вредноста на интензитетот во вториот главен максимум ќе биде помала од вредноста во првиот главен максимум зошто

$$(I_+)_{II\,max} = K\left\{\left(\overline{OB_3}+\overline{B_9B_6}+\cdots\right)^2+\left(\overline{OA_3}+\overline{A_9A_6}+\cdots\right)^2\right\} \qquad (134)$$

што споредено со (133) покажува дека треба да се сумираат отсечки со помали должини. Кога ќе се спореди вредноста на интензитетите во вториот главен максимум кај позитивната и негативната мрежичка, се гледа дека $(I_+)_{II\,max} > (I_-)_{II\,max}$.

И првиот главен минимум има поголема вредност на интензитетот од онаа што ја имаме зададена со (131) за негативната мрежика. Сега таа изнесува

$$(I_+)_{I\,min} = K\left\{\left(\overline{OB_2}+\overline{B_6B_4}+\overline{B_{10}B_8}+\cdots\right)^2+\left(\overline{OA_2}+\overline{A_6A_4}+\overline{A_{10}A_8}+\cdots\right)^2\right\} \qquad (135)$$

Тоа може да се протолкува со фактот што централната пропусна зона учествува со најголем слободен дел.

Друга интересна разлика меѓу позитивните и негативните линеарни зонски мрежички е фактот што кај позитивните мрежички вториот, третиот , четвртиот, ит.н. главни минимуми се со малку поголем интензитет од оној што го имаме во првиот главен минимум. На пример

$$(I_+)_{II\,min} = K\{(\overline{OB_1}+\overline{B_2B_3}+\cdots)^2+(\overline{OA_1}+\overline{A_2A_3}+\cdots)^2\} \qquad (136)$$

а од Сл.11 се гледа дека

$$\overline{OB_1} > \overline{OB_2} \quad ; \quad \overline{B_2B_3} > \overline{B_3B_4} \; ; \; \ldots\ldots$$

И оваа појава може да се протолкува со фактот што вториот минимум се добива кога низ мрежичката минале поголем парен број на Френелови зони, отколку што поминуваат во случај на добивање на првиот минимум, така што слободниот дел е нешто поголем и придонесува кон нешто поголема вредност на интезитетот во минимумите.

ЗАВИСНОСТ НА ВРЕДНОСТА НА ИНТЕНЗИТЕТОТ ВО ПРВИОТ ГЛАВЕН МАКСИМУМ ОД БРОЈОТ НА ЗОНИТЕ НА МРЕЖИЧКАТА

Формулите за интензитетот на негативната и позитивната мрежичка (58) и (60) можат да бидат напишани и како

$$I_\pm(\overline{PP'}) = K\left\{\left(\sum_{p=1}^{n}\int_{u_p}^{v_p}\cos\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi\right)^2+\left(\sum_{p=1}^{n}\int_{u_p}^{v_p}\sin\frac{\pi}{2}\xi^2 d\xi\right)^2\right\} \qquad (137)$$

каде за границите на интеграција треба да се земат значењата (73) или (120) во зависност од тоа дали се работи за негативна или позитивна мрежичка.

Користејќи се со од математиката познатата релација за средните вредности на функциите [32]

$$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)\,\overline{f(x)} \qquad \text{одн.} \qquad \overline{f(x)} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx \qquad (138)$$

релацијата (137) ќе гласи

$$I_\pm(\overline{PP'}) = K\left\{\left[\sum_{p=1}^{n}(v_p-u_p)\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2}\right]^2+\left[\sum_{p=1}^{n}(v_p-u_p)\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2}\right]^2\right\} \qquad (139)$$

Со замена на значењето на аргументите v_p и u_p за негативната мре-

жичка ќе имаме

$$I_- = K\frac{\gamma^2}{\alpha^2}\left\{\left(\sum_{\beta=1}^{N}(\alpha\sqrt{2\beta}-\alpha\sqrt{2\beta-1})\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2}\right)^2+\left(\sum_{\beta=1}^{N}(\alpha\sqrt{2\beta}-\alpha\sqrt{2\beta-1})\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2}\right)^2\right\}$$

Величините $\alpha(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1})$ всушност претставуваат ширини на пропусните зони на негативната зонска мрежичка. Овие ширини ќе ги означиме со

$$p_{2\beta}=\alpha(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1}) \qquad (140)$$

па со внесувањето на оваа ознака во претходната равенка, за вредноста на интезитетот на местото на првиот главен максимум се добива ($\gamma=\sqrt{2}$)

$$I_-(\overline{PP'})=\frac{2K}{\alpha^2}\left\{\left(\sum_{\beta=1}^{N}p_{2\beta}\overline{\cos_\beta\frac{\pi}{2}\xi^2}\right)^2+\left(\sum_{\beta=1}^{N}p_{2\beta}\overline{\sin_\beta\frac{\pi}{2}\xi^2}\right)^2\right\} \qquad (141)$$

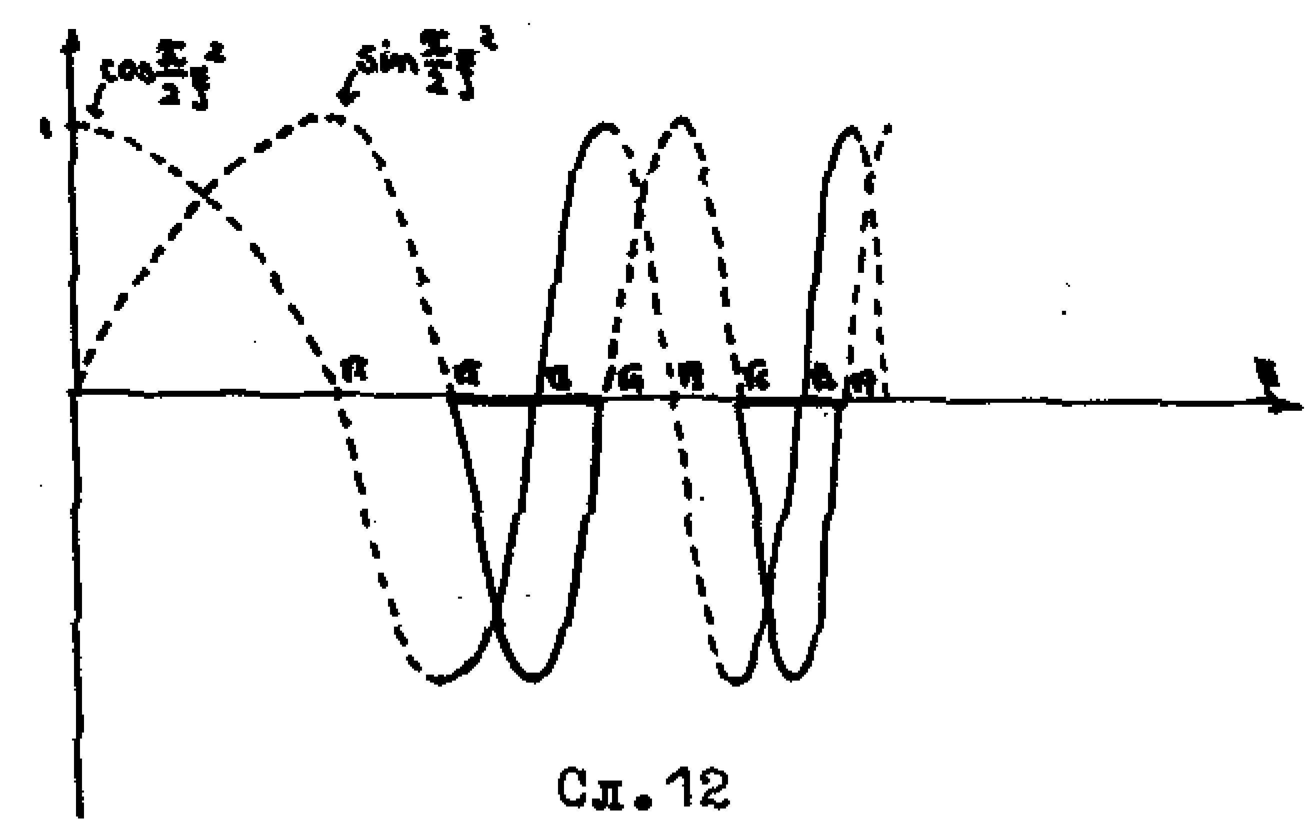
Средните вредности на функциите што се јавуваат овде според формулите (138) ќе ги пресметаме како

$$\overline{\cos_\beta\frac{\pi}{2}\xi^2}=\frac{1}{\sqrt{2\cdot2\beta}-\sqrt{2(2\beta-1)}}\int_{\sqrt{2(2\beta-1)}}^{\sqrt{2\cdot2\beta}}\cos\frac{\pi}{2}\xi^2\,d\xi=\frac{C(\sqrt{2\cdot2\beta})-C(\sqrt{2(2\beta-1)})}{\sqrt{2\cdot2\beta}-\sqrt{2(2\beta-1)}}$$

и $\qquad (142)$

$$\overline{\sin_\beta\frac{\pi}{2}\xi^2}=\frac{1}{\sqrt{2\cdot2\beta}-\sqrt{2(2\beta-1)}}\int_{\sqrt{2(2\beta-1)}}^{\sqrt{2\cdot2\beta}}\sin\frac{\pi}{2}\xi^2\,d\xi=\frac{S(\sqrt{2\cdot2\beta})-S(\sqrt{2(2\beta-1)})}{\sqrt{2\cdot2\beta}-\sqrt{2(2\beta-1)}}$$

На сл.12 со полна линија се подвлечени деловите на функциите $\sin\frac{\pi}{2}\xi^2$ и $\cos\frac{\pi}{2}\xi^2$ во првите два интервали во кои се бара нивната средна вредност. Инаку пресметнувањето на средните вредности



Сл.12

на овие две функции е направено врз база на формулите (142), при тоа за пресметнување на Френеловите интеграли се користени специјални таблици [33]. Пресметнувањето е направено за десет вредности на p.

Табела 1

p	$\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2}$	$\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2}$
1	-0,060	-0,632
2	-0,031	-0,635
3	-0,019	-0,635
4	-0,012	-0,636
5	-0,009	-0,636
6	-0,010	-0,634
7	-0,005	-0,634
8	-0,007	-0,637
9	-0,005	-0,636
10	-0,005	-0,631

Од табелата 1 се гледа дека средните вредности на $\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2}$ се од редот на величините 10^{-2} и помали, а нивните меѓусебни производи и квадрати ќе бидат од редот 10^{-4}, така што битно нема да влијаат врз вредноста на интензитетот дадена со релацијата (141). Со други зборови во оваа формула ќе можеме да сметаме дека се приближно рамни на нула членовите со $\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2}$.

Што се однесува до средната вредност на $\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2}$, од табелата 1 се гледа дека можеме да земеме за сите десет интервали

$$\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2} \approx \text{конст.} = -0{,}635 \qquad (143)$$

Тогаш за вредноста на интензитетот во првиот главен максимум може да се земе дека важи приближно формулата

$$I_-(PP) = \frac{2K}{\alpha^2}(-0{,}635)^2\Big(\sum_{p=1}^{N} P_{2p}\Big)^2 = 2K(0{,}635)^2\Big(\sum\sqrt{2p}-\sqrt{2p-1}\Big)^2 \qquad (144)$$

Кога пак мрежичката е позитивна, од (139) и (120) следува

$$I_+(PP) = \frac{2K}{\alpha^2}\Big\{\Big(\sum_{p=1}^{N}\alpha\big(\sqrt{2p-1}-\sqrt{2p-2}\big)\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2}\Big)^2+\Big(\sum_{p=1}^{N}\alpha\big(\sqrt{2p-1}-\sqrt{2p-2}\big)\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2}\Big)^2\Big\}$$

$$= \frac{2K}{\alpha^2}\Big\{\Big(\sum_{p=1}^{N}P_{2p-1}\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2}\Big)^2+\Big(\sum_{p=1}^{N}P_{2p-1}\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2}\Big)^2\Big\} \qquad (145)$$

при што сега

$$p_{2\beta-1} = \alpha(\sqrt{2\beta-1} - \sqrt{2\beta-2}) \tag{146}$$

и

$$\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2} = \frac{C(\sqrt{2(2\beta-1)}) - C(\sqrt{2(2\beta-2)})}{\sqrt{2(2\beta-1)} - \sqrt{2(2\beta-2)}} \quad \text{и} \quad \overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2} = \frac{S(\sqrt{2(2\beta-1)}) - S(\sqrt{2(2\beta-2)})}{\sqrt{2(2\beta-1)} - \sqrt{2(2\beta-2)}}$$

Средните вредности сега се пресметани врз деловите на кривите $\sin\frac{\pi}{2}\xi^2$ и $\cos\frac{\pi}{2}\xi^2$ кои на Сл. 12 се подвлечени со испрекината линија.

Во табелата 2 се дадени директно пресметаните средни вредности на овие величини за десет вредности на β. Од неа се гледа дека, со исклучок на првите членови, имаме иста ситуација како кај негативната мрежичка, т.е. можеме да сметаме дека се приближно рамни на нула членовите со $\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2}$ а за $\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2} \approx -0,635$

Табела 2

β	$\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2}$	$\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2}$
1	-0,505	-0,374
2	-0,633	-0,042
3	-0,635	-0,024
4	-0,635	-0,014
5	-0,636	-0,010
6	-0,636	-0,008
7	-0,636	-0,012
8	-0,637	-0,006
9	-0,637	-0,005
10	-0,639	-0,007

Така за интензитетот на првиот главен максимум кај позитивната мрежичка ја имаме приближната формула

$$I_+(PP) = \frac{2K}{\alpha^2}(0,635)^2\left(\sum_{\beta=1}^{N} p_{2\beta-1}\right)^2 \tag{147}$$

Ако со P_+ и P_- ги означиме вкупните пропусни ширини кај позитивната и негативната мрежичка соодветно

$$P_+ = \sum_{\beta=1}^{N}\alpha(\sqrt{2\beta-1} - \sqrt{2\beta-2}) \qquad P_- = \sum_{\beta=1}^{N}\alpha(\sqrt{2\beta} - \sqrt{2\beta-1}) \tag{148}$$

од формулите (144) и (145) следува дека

$$\frac{I_+}{I_-} = \frac{P_+^2}{P_-^2} \qquad (149)$$

За мрежички со по пет пропусни зони поради тоа што е

$$P_+ = \alpha \sum_{p=1}^{5} (\sqrt{2p-1} - \sqrt{2p-2}) = \alpha\{(\sqrt{1}-\sqrt{0})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{5}-\sqrt{4})+(\sqrt{7}-\sqrt{6})+(\sqrt{9}-\sqrt{8})\} = 1{,}932\,\alpha$$

$$P_- = \alpha \sum_{p=1}^{5} (\sqrt{2p} - \sqrt{2p-1}) = \alpha\{(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+(\sqrt{6}-\sqrt{5})+(\sqrt{8}-\sqrt{7})+(\sqrt{10}-\sqrt{9})\} = 1{,}239\,\alpha$$

овој однос би требало да се очекува да е

$$\frac{I_+}{I_-} = \left(\frac{P_+}{P_-}\right)^2 = 2{,}41 \qquad (150)$$

За мрежички пак кои имаат по 10 пропусни зони од двете страни на оската

$$P_+ = \alpha \sum_{p=1}^{10} (\sqrt{2p-1} - \sqrt{2p-2}) = 2{,}590\,\alpha$$

$$P_- = \alpha \sum_{p=1}^{10} (\sqrt{2p} - \sqrt{2p-1}) = 1{,}882\,\alpha$$

$$\frac{I_+}{I_-} = \left(\frac{P_+}{P_-}\right)^2 = 1{,}88 \qquad (151)$$

Поради грубата приближност која е направена во заокружувањето на формулите (144) и (145), поради големото отстапување на првите членови, можеме да замислиме позитивна и негативна мрежичка кај кои се прекриени првите пет пропусни зони. а во дифракцијата да учествуваат зоните чии редни броеви се во интервалот од 5–10. Тогаш

$$(P_+)_{5\to 10} = 0{,}642 \qquad \text{и} \qquad \frac{I_+}{I_-} = \left(\frac{P_+}{P_-}\right)_{5\to 10} = 1{,}080 \qquad (152)$$

$$(P_-)_{5\to 10} = 0{,}667$$

И покрај тоа што се земени прилично приближно, формулите (144) и (147) ја даваат зависноста на интензитетот од бројот на зоните во првиот главен максимум. Имено за интензитетот во првиот главен максимум можеме да напишеме дека е рамен на

$$I(\overline{PP'}) = \frac{2K}{\alpha^2} (0{,}635)^2 P_z^2 \qquad (153)$$

каде P_z е ширината на сите пропусни зони од дадената мрежичка без оглед на тоа дали таа е позитивна или негативна.

ВРЕДНОСТ НА ИНТЕНЗИТЕТОТ ВО ГЛАВНИТЕ МАКСИМУМИ ОД ПОВИСОК РЕД

Според формулите (69) и (89) вредноста на интензитетот во главните максимуми кај негативната мрежичка ќе биде даден со

$$I = K\left\{\left(\sum_{p=1}^{N}\left[C\left(\sqrt{2(2k-1)}\sqrt{2p}\right)-C\left(\sqrt{2(2k-1)}\sqrt{2p-1}\right)\right]\right)^2+\left(\sum_{p=1}^{N}\left[S\left(\sqrt{2(2k-1)}\sqrt{2p}\right)-S\left(\sqrt{2(2k-1)}\sqrt{2p-1}\right)\right]\right)^2\right\}$$

каде за $k = 2,3,4,\ldots$ се добиваат интензитетите на вториот, третиот,.. к-тиот главен максимум.

Од друга страна во согласност со формулите (77) и (78) за Френеловите интеграли во нивната прва приближност можеме да земеме

$$C(v) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi v}\sin\frac{\pi}{2}v^2$$

$$S(v) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi v}\cos\frac{\pi}{2}v^2$$

односно

$$C\left(\sqrt{2(2k-1)}\sqrt{2p}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi\sqrt{2(2k-1)\cdot 2p}}\sin\frac{\pi}{\cancel{2}}\cancel{2}(2k-1)2p = \frac{1}{2}$$

$$C\left(\sqrt{2(2k-1)}\sqrt{2p-1}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi\sqrt{2(2k-1)(2p-1)}}\sin\frac{\pi}{2}2(2k-1)(2p-1) = \frac{1}{2}$$

а

$$S\left(\sqrt{2(2k-1)}\sqrt{2p}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi\sqrt{2(2k-1)2p}}\cos\pi\, 2(2k-1)p = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi\sqrt{2(2k-1)2p}}$$

$$S\left(\sqrt{2(2k-1)}\sqrt{2p-1}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi\sqrt{2(2k-1)(2p-1)}}\cos\pi(2k-1)(2p-1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi\sqrt{2(2k-1)(2p-1)}}$$

Во оваа приближност првиот член од формулата за интензитетот отпаѓа, така што имаме

$$I_- = K\left(\sum_{p=1}^{N}\left[-\frac{1}{\pi\sqrt{2(2k-1)2p}} - \frac{1}{\pi\sqrt{2(2k-1)(2p-1)}}\right]\right)^2$$

или

$$(I_-)_{k\,max} = \frac{K}{(2k-1)}\left(\sum_{p=1}^{N}\left[\frac{1}{\pi\sqrt{2\cdot 2p}} + \frac{1}{\pi\sqrt{2(2p-1)}}\right]\right)^2 \qquad (155)$$

Според оваа формула

$$(I_-)_{I\,max} = K\left(\sum_{p=1}^{N}\left[\frac{1}{\pi\sqrt{2\cdot 2p}} + \frac{1}{\pi\sqrt{2(2p-1)}}\right]\right)^2 \qquad (156)$$

па следува дека

$$(I_-)_{k\,max} = \frac{1}{(2k-1)}(I_-)_{I\,max} \tag{157}$$

или дека

$$(I_-)_{I\,max} : (I_-)_{k\,max} = 1 : 1/(2k-1) \tag{158}$$

Тоа значи дека интензитетите во главните максимуми ќе се однесуваат како

$$(I_-)_{I\,max} : (I_-)_{II\,max} : (I_-)_{III\,max} : \dots (I_-)_{k\,max} = 1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \dots : \frac{1}{(2k-1)} \tag{159}$$

Неќтешмо да се види дека истата законитост важи и за позитивната мрежичка. Имено, во случај на позитивна мрежичка наместо формулата (155) за интензитетот во к-тиот максимум добиваме

$$(I_+)_{k\,max} = K\frac{1}{(2k-1)}\left(\sum_{p=1}^{N}\left[\frac{1}{\pi\sqrt{2(2p-1)}} + \frac{1}{\pi\sqrt{2(2p-2)}}\right]\right)^2 \tag{160}$$

од каде јасно следуваат релациите (157) и (159).

На сосема ист начин како во претходниот наслов, направено е нумеричко пресметнување на средната вредност на интензитетот во вториот главен максимум. При тоа наместо со (141) работиме со формулата (за $\xi = \sqrt{6}$)

$$(I_-)_{II\,max} = K\left\{\left(\sum_{p=1}^{N}\sqrt{6}(\sqrt{2p}-\sqrt{2p-1})\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2}\right)^2 + \left(\sum_{p=1}^{N}\sqrt{6}(\sqrt{2p}-\sqrt{2p-1})\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2}\right)^2\right\} \tag{161}$$

водејќи сметка дека сега

$$\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2} = \frac{C(\sqrt{6\cdot 2p})-C(\sqrt{6(2p-1)})}{\sqrt{6}(\sqrt{2p}-\sqrt{2p-1})} \quad \text{односно} \quad \sqrt{6}\,\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2} = \frac{C(\sqrt{6\cdot 2p})-C(\sqrt{6(2p-1)})}{(\sqrt{2p}-\sqrt{2p-1})}$$

и исто така

$$\sqrt{6}\,\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2} = \frac{S(\sqrt{6\cdot 2p})-S(\sqrt{6(2p-1)})}{\sqrt{2p}-\sqrt{2p-1}}$$

Со помош на таблиците [33] за овие средни вредности во случај на мрежичка со по десет пропусни зони од двете страни на оската ($N=10$) е добиено дека

$$\sqrt{6}\,\overline{\cos\frac{\pi}{2}\xi^2} \approx 0 \quad \text{и} \quad \sqrt{6}\,\overline{\sin\frac{\pi}{2}\xi^2} = 0{,}522 \tag{162}$$

што значи дека средната вредност на интензитетот во вториот главен максимум може да биде апроксимирана со формулата

$$(I_{-})_{II\,max} = \frac{K}{\alpha^2}(0{,}522)^2\left(\sum_{\beta=1}^{k} p_{2\beta}\right)^2 \tag{163}$$

Имајќи ја во предвид формулата (144) за првиот главен максимум на интензитетот, за односот на овие два интензитети наоѓаме

$$I_I : I_{II} = 2.(0{,}635)^2 : (0{,}522)^2 = 0{,}8064 : 0{,}2725 = 2{,}9593$$

додека според (159) овој однос треба да биде рамен на 3.

Ваквиот однос на вредноста на интензитетот во главните максимуми вдолж оптичката оска битно ја разликува линеарната зонска мрежичка од Соретовата кружна мрежичка, која според теоријата што ја има изведено Мозер [34] ,кога мрежичката се движи во интервалот на константното растојание меѓу изворот и екранот c , има константен интензитет во сите главни максимуми.

ИСПИТУВАЊЕ НА СПОРЕДНИТЕ ЕКСТРЕМИ НА ИНТЕНЗИТЕТОТ ПО ОПТИЧКАТА ОСКА НА ЛИНЕАРНА ЗОНСКА МРЕЖИЧКА

Уште понапред беше споменато дека општиот услов за добивање на екстремните вредности на интензитетот (87) односно (88) за случај на мрежичка со голем број на пропусни зони, покрај решенијата (89) ($t^2 = 2m$) кои ги даваат главните екстреми, има и други решенија кои зависат од вредностите на β и β', па според тоа можеме да ги сметаме како екстремни вредности на интензитетот предизвикани од интерференцијата на бранувањата кои потекнуваат од зоните на мрежичката кои носат различни редни броеви β и β' .

За да ги најдеме овие екстреми, кои ќе ги наречеме споредни, би требало да ги најдеме сите решенија на равенката (88), што претставува прилично голема математичка тешкотија. Затоа ќе се задоволиме само со определување на бројот на споредните екстреми и тоа, не преку решавање на равенката (88), туку директно разгледувајќи ја релацијата (79), која го дава распоредот на интензитетот вдолж оптичката оска.

Определувајќи се да работиме во подручјето $\tau>2$ каде функциите $P(v)$ можат да бидат занемарени, формулата (79) ќе гласи

$$I(\bar{P}P) = K\sum_{\rho=1}^{N}\sum_{\rho'=1}^{N}\Big\{\Big[\big(Q(v_\rho)Q(v_{\rho'})+Q(u_\rho)Q(u_{\rho'})\big) - \big(Q(v_\rho)Q(u_{\rho'}) + Q(u_\rho)Q(v_{\rho'})\big)\cos\frac{\pi}{2}\tau^2\Big]\cos\pi\tau^2(\rho-\rho') + \Big[Q(v_\rho)Q(u_{\rho'})-Q(u_\rho)Q(v_{\rho'})\Big]\sin\frac{\pi}{2}\tau^2\,\sin\pi\tau^2(\rho-\rho')\Big\} \qquad (164)$$

Во интервалот $\tau>2$ и вториот дел од двојната сума во кој фигурираат коефициентите множени со $\sin\pi\tau^2(\rho-\rho')$ можеме да ги занемариме зошто $Q(v_\rho)Q(u_{\rho'})\approx Q(u_\rho)Q(v_{\rho'})$ па разликата во средната заграда е приближно рамна на нула за секој член од сумата. Така за распоредот на интензитетот вдолж оптичката оска ја имаме приближната формула

$$I(\bar{P}P) = K\sum_{\rho=1}^{N}\sum_{\rho'=1}^{N}\Big\{\big[Q(v_\rho)Q(v_{\rho'})+Q(u_\rho)Q(u_{\rho'})\big] - \big[Q(v_\rho)Q(u_{\rho'}) + Q(u_\rho)Q(v_{\rho'})\big]\cos\frac{\pi}{2}\tau^2\Big\}\cos\pi\tau^2(\rho-\rho') \qquad (165)$$

или

$$I(\bar{P}P) = K\sum_{\rho=1}^{N}\Big\{\big[Q^2(v_\rho)+Q^2(u_\rho)\big] - 2Q(v_\rho)Q(u_\rho)\cos\frac{\pi}{2}\tau^2\Big\} + K\sum_{\rho=1}^{N}\sum_{\rho'=1}^{N}A_{\rho\rho'}\cos\pi\tau^2(\rho-\rho') = \sum_{\rho}I_{\rho\rho} + \sum_{\rho\neq\rho'}\sum I_{\rho\rho'} \qquad (166)$$

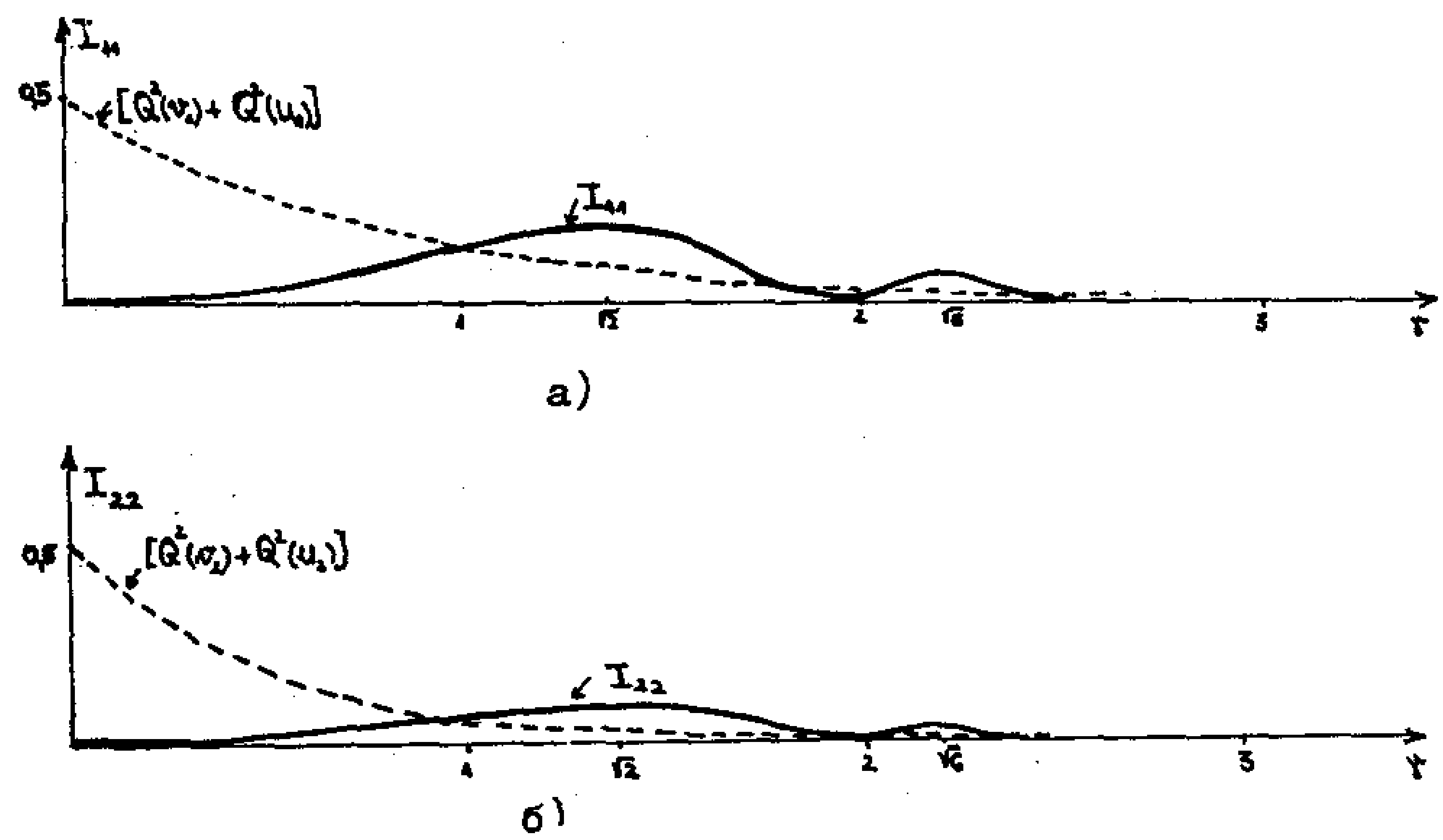
каде

$$A_{\rho\rho'} = \big[Q(v_\rho)Q(v_{\rho'})+Q(u_\rho)Q(u_{\rho'})\big] - \big[Q(v_\rho)Q(u_{\rho'})+Q(u_\rho)Q(v_{\rho'})\big]\cos\frac{\pi\tau^2}{2}$$

$I_{\rho\rho}$ е дел од интензитетот што се должи на бранувањата кои потекнуваат од зоните со исти индекси ρ. Секој член од оваа сума ќе има најголема вредност кога

$$\frac{\pi r^2}{2} = 2k\pi \qquad r = \sqrt{2\cdot 2k}$$

зошто претставува квадрат од разликата на функциите $Q(v_p)$ и $Q(u_p)$. Ние видовме дека вака определените вредности на r всушност ги дефинираат местата на главните екстреми на интензитетот. Инаку секој член од првата сума можеме да го третираме како осцилација $-2Q(v_p)Q(u_p)\cos\frac{\pi r^2}{2}$ околу кривата $Q^2(v_p)+Q^2(u_p)$. На Сл.13а и13б дадени се графиците на интензитетите I_{11} и I_{22} .



Сл.13

Всушност сите интензитети I_{pp} ќе бидат претставени со истородни криви, при што со зголемувањето на вредноста на индексот амплитудите на осцилацијата стануваат сѐ помали поради опаѓањето на вредноста на функциите $Q(*)$.Сите криви го постигаат својот минимум кога $r=\sqrt{2\cdot 2k}$ а имаат максимум кога $r=\sqrt{2(2k-1)}$.

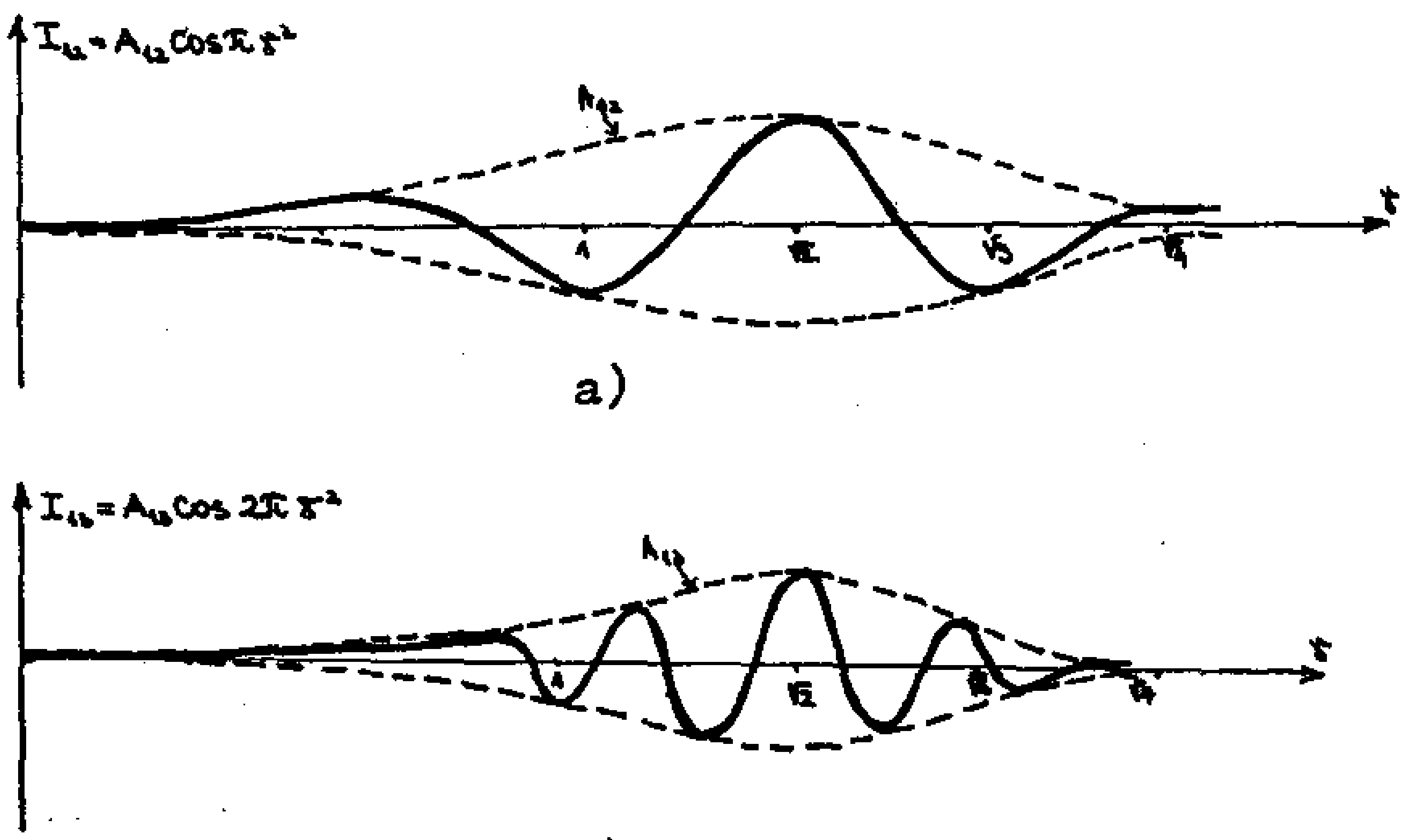
Членовите $I_{pp'}$ на втората сума, кои го претставуваат придонесот кон вредноста на интензитетот на бранувањата што потекнуваат од зоните чии редни броеви се различни $p\neq p'$, графички ќе бидат прикажани со осцилации $\cos\frac{\pi r^2}{2}(p-p')$ кои се модулирани со амплитуди чии графици се слични со оние на Сл.13. На местата на главните екстреми, т.е.екстремите на модулирачките амплитуди, осцилациите $\cos\pi r^2(p-p')$ имаат вредност 1, така што не ја менуваат вредноста на амплитудата $A_{pp'}$. Минимумите на модулираните осцилации ќе бидат дадени со оние вредности на r за кои е

$$\pi r^2(p-p') = (2p-1)\pi$$

т.е. за

$$r = \sqrt{\frac{2p-1}{(p-p')}} \qquad p\text{–цел број} \qquad (167)$$

На Сл.14а и 14б графички се прикажани интензитетите I_{12} и I_{13}.



Сл.14

Интензитетот I_{13} има екстреми на истите места како и I_{12} само со помали вредности.

Да забележиме уште дека

$$I_{pp'} = I_{pp'} \qquad (168)$$

И покрај нееднаквата висина на модулираните амплитуди на осцилациите $\cos\pi r^2(p-p')$, сите осцилации кои потекнуваат од зони чии разлики на редните броеви се

$$|p-p'| = q \qquad q = 1,2,3,\ldots$$

ќа имаат минимуми определени според формулата (167) со

$$\tau = \sqrt{\frac{2p-1}{2}} \qquad (169)$$

а максимуми со

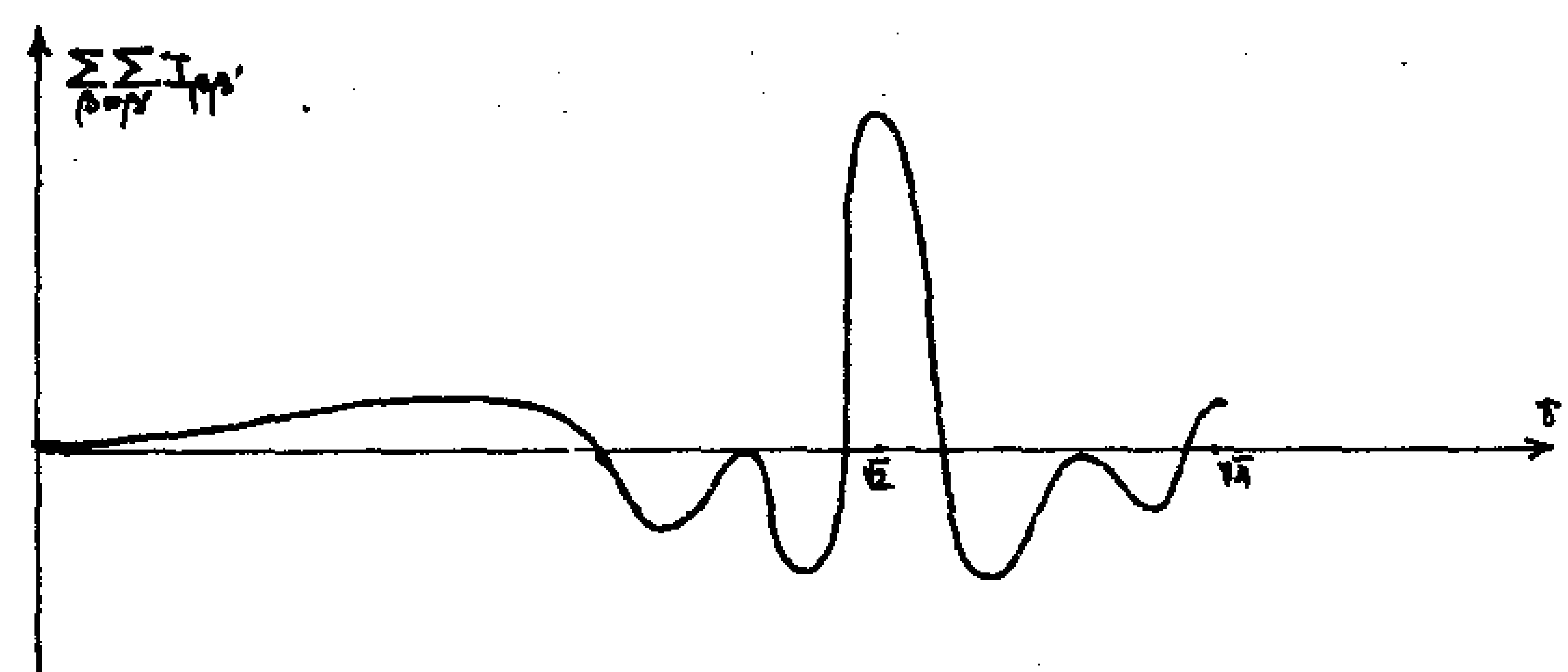
$$\tau = \sqrt{\frac{2p}{2}} \qquad (170)$$

Најголем број на екстреми ќе има членот кој ја претставува интерференцијата меѓу зоните со реден број 1 и N.

Да претпоставиме сега дека имаме линеарна зонска мрежичка со по три пропусни зони од двете страни на оската на мрежичката ($N=3$). Кога би го претставиле графички интензитетот $\sum\sum_{\rho\neq\rho'} I_{\rho\rho'}$,би требало да извршиме графичко сумирање на членовите претставени со графиците на Сл.14. Поради (168) ќе треба да ги сумираме по графички пат

$$\sum_{\rho}\sum_{\rho'} I_{\rho\rho'} = 2I_{12} + 2I_{23} + 2I_{13}$$

Ова графичко сумирање е претставено на Сл.15

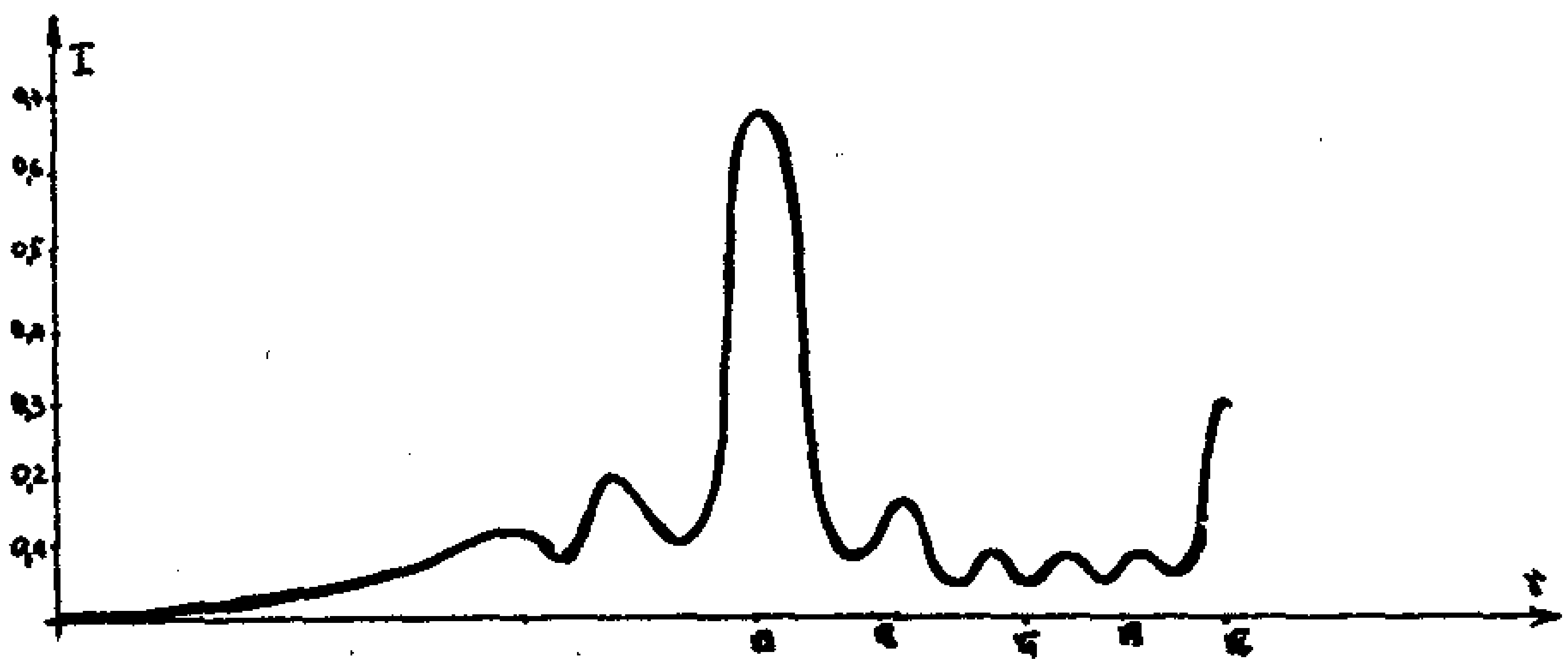


Сл.15

Резултантната осцилација ќе има исто толку минимуми колку што има членот за кој $|\rho-\rho'| = 3-1=2$. Се разбира местата на овие минимумине се веќе определени со формулата (169), меѓутоа ако правиме слично графичко сумирање за мрежичка со голема вредност на редниот број на последната пропусна зона N ,можеме да сметаме дека тие се во близина на местата определени со

$$\tau = \sqrt{\frac{2p-1}{N-1}} \qquad (171)$$

Вкупниот интензитет е даден со формулата (166) и за случај на мрежичка со $N=3$ тој графички е претставен на Сл.16



Сл.16

Гледаме дека меѓу првите два главни максимуми $\gamma=\sqrt{2}$ и $\gamma=\sqrt{6}$ се јавуваат четири споредни минимуми кои заедно со првиот главен минимум даваат вкупно 5 минимуми во овој интервал. Меѓу нив ќе јавуваат 4 споредни максимуми.

Кога имаме мрежичка со N пропусни зони од двете страни на оската, меѓу двата главни максимуми ќе се јават $2(N-1)$ споредни минимуми, кои заедно со главниот минимум во овој интервал се вкупно $2(N-1)+1=2N-1$ минимуми. Меѓу нив се јавуваат $2N-2$ споредни максимуми.

Така на пример за мрежичка со 10 пропусни зони ($N=10$) членот во сумата $I_{1,10}$ ќе има минимуми дадени со

$$\gamma=\sqrt{\frac{2p-1}{9}}=\frac{1}{3}\sqrt{2p-1} \tag{171a}$$

Меѓу првиот и вториот главен максимум, значи меѓу вредностите на $\gamma=\sqrt{2}$ и $\gamma=\sqrt{6}$ ќе лежат минимумите определени со

p	γ	p	γ	p	γ	p	γ	p	γ	p	γ
10	$\sqrt{19}/3$	13	$\sqrt{25}/3$	16	$\sqrt{31}/3$	49	$\sqrt{37}/3$	22	$\sqrt{43}/3$	25	$\sqrt{49}/3$
11	$\sqrt{21}/3$	14	$\sqrt{27}/3$	17	$\sqrt{33}/3$	20	$\sqrt{39}/3$	23	$\sqrt{45}/3$	26	$\sqrt{51}/3$
12	$\sqrt{23}/3$	15	$\sqrt{29}/3$	18	$\sqrt{35}/3$	21	$\sqrt{41}/3$	24	$\sqrt{47}/3$	27	$\sqrt{53}/3$

Овие минимуми заедно со главниот минимум $\tau=\sqrt{5}$ во овој интервал даваат вкупно 18+1=19=2.10-1 минимуми на интензитетот.

Меѓу вториот и третиот главен максимум $\tau=\sqrt{6}$ и $\tau=\sqrt{10}$, исто така се наоѓаат 18 споредни и еден главен минимум(втор гл.мин.) на кои им одговараат вредностите на τ определени од (171а) за вредности на р од 28 до 45 заклучно. Меѓу нив исто така се јавуваат 2.10-2=18 споредни максимуми.

Не само кај мрежичката со 10 пропусни зони, туку кај мрежичка со било кој број N на пропусни зони, бројот на споредните минимуми и максимуми ќе биде еднаков и ќе изнесува по $2N-1$ минимуми и $2N-2$ споредни максимуми во интервалот меѓу било кои два сукцесивни главни максимуми.

Како што беше напоменато формулата (171) го определува бројот на споредните екстреми (минимуми) и само приближно нивното место. Споредните екстреми кои се во близина на првиот главен максимум исто така ќе бидат поместени кон помали вредности на τ ,што се должи на занемарувањето на функциите $P(\alpha)$ во изразот (79), кога се работи со мрежичка со мал број на пропусни зони.

Од самото графичко претставување на добивањето на споредните екстреми за примерот на мрежичката со $N=3$, јасно е дека споредните екстреми се осцилации со многу мали амплитуди (модулирани со A_{pp} кои во наведеното подручје се многу ниски). И додека вкупниот интензитет на местата на главните максимуми бргу расте со зголемување на бројот N (особено е забележително растењето на првиот главен максимум), во интервалот меѓу главните максимуми се јавува само наголемен број на споредни максимуми со незначителни вредности,кои се згуснуваат во колку се оди поблиску до максимумот со повисок реден број.Поради нивната густина и малите отстапувања од средната вредност на интензитетот во интервалот меѓу два главни максимуми, споредните екстреми тешко би биле регистрирани особено ако се работи со мрежичка со голем број на пропусни зони.

Затоа од сите максимуми на интензитетот што ги ствара линеарната зонска мрежичка вдолж правите $\overline{PP}'$ кои стојат нормално на оптичката оска, најважни се главните максимуми а особено првиот главен максимум, како место на оптичката оска во кое имаме најголема вредност на интензитетот.

Г Л А В А III.

ПРИМЕНА НА ТЕОРИЈАТА ВРЗ ЕДЕН КОНКРЕТЕН ПРИМЕР

Со цел да се поткрепат теориските резултати направено е едно нумеричко испитување на зависноста на распределбата на интензитетот на дифрактираната светлина по оптичката оска. Пресметнувањата се направени за линеарна зонска мрежичка со ширина на централната зона $2\alpha = 2.10^{-3}$м односно α=1мм. Растојанието меѓу светлинскиот извор и екранот (фотометарот) е фиксно и е земено да изнесува

$$c = a + b = 7m$$

За светлински извор е избрана пукнатина поставена пред отворот на еден He-Ne ласер кој емитира монохроматска кохерентна светлина со бранова должина

$$\lambda = 632,8\ nm$$

Ако е $a+b=c$ константно, во изразот за фокусното растојание ќе се јави само една променлива b, па

$$f = \frac{b(c-b)}{c}$$

Според тоа ако сакаме да најдеме на кое растојание b треба да се наоѓа мрежичката од екранот за определена вредност на фокусното растојание f , ќе треба да се реши квадратната равенка $b^2 - bc + fc = 0$ чии корени како и во (116) се дадени со

$$b_{1,2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4cf}}{2}$$

што при нашиот избор на експерименталната постановка дава

$$b_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 28f}}{2} \qquad (172)$$

(b – мерено во метри)

Од равенката (172) се гледа дека за да се добијат реални решенија за b , при фокусни растојанија $f > 0$, ќе треба да е

$$49 - 28f \geq 0 \quad \text{односно} \quad f \leq 1{,}75 \qquad (173)$$

што одговара на $\delta \geq 1{,}35$

Што се однесува пак до имагинарните фокусни растојанија $f < 0$ не постои никакво ограничување, меѓутоа како што рековме понапред, вредноста на b е надвор од интервалот (0–c).

Овде ќе биде дискутирано само за подрачјето во кое фокусното растојание е позитивно, односно во интервалот од оптичката оска од b=0 до b=c во кој мрежичката делува само како собирна леќа со повеќе фокусни места.

Мејерс во [10] изведува една формула која служи како критериум за допуштените зони од мрежичката кои даваат добар фокус. Имено, како кружната, така и линеарната зонска мрежичка само приближно го заменува брановиот фронт кога упадната светлина не е рамен бран, зошто рамната површнина на мрежичката отстапува од цилиндричната површнина на брановиот фронт, па периферните зони од мрежичката не се совпаѓаат со Френеловите зони. Мејерс, базирајќи се на Рејлиевиот критериум за грешката во оптичката патна разлика на брановите што идат од периферните зони на мрежичката да не смее да биде поголема од

$\lambda/4$, покажува дека редниот број на последната допуштена зона која е добра замена на Френеловата зона, треба да биде

$$N < \sqrt{\frac{ab}{6\lambda f}} \qquad (174)$$

што во нашиов случај со оглед на равенките (67) се сведува на

$$N < \sqrt{\frac{c}{6\lambda}} \qquad (175)$$

Па кога би се замениле вредностите на c и λ се добива дека бројот на допуштените зони е

$$N < 1355$$

а мрежичка со толкав број на зони тешко да би можела да се направи. Значи практички можеме да сметаме дека не постои ограничување во однос на бројот на зоните.

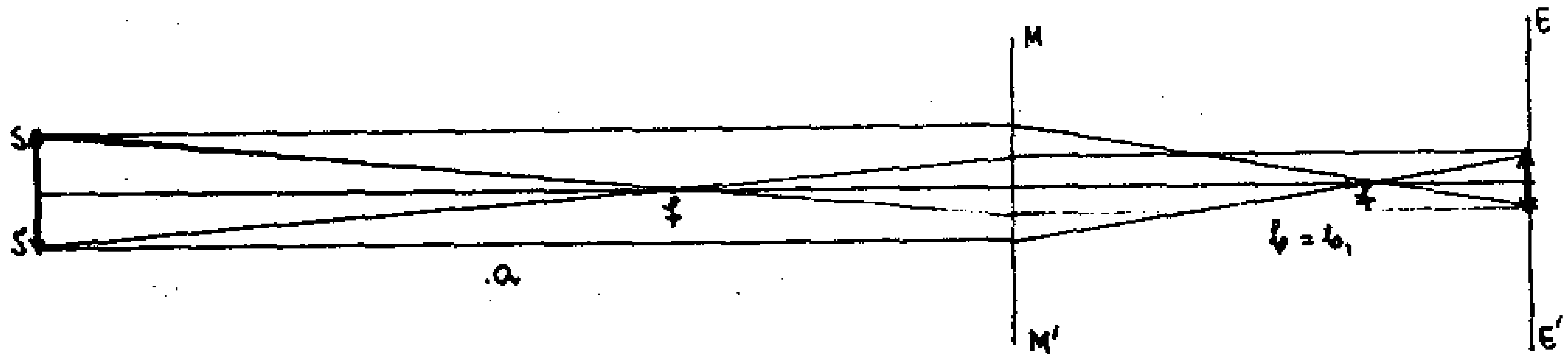
Нека f го определува местото на некој од екстремите. Тогаш од формулата (172) следува дека постојат две решенија b_1 и b_2 за секој екстрем. Според Виетовите правила за корените на една квадратна равенка

$$b_1 + b_2 = \frac{c}{2} + \frac{\sqrt{c^2-4cf}}{2} + \frac{c}{2} - \frac{\sqrt{c^2-4cf}}{2} = c \qquad (176)$$

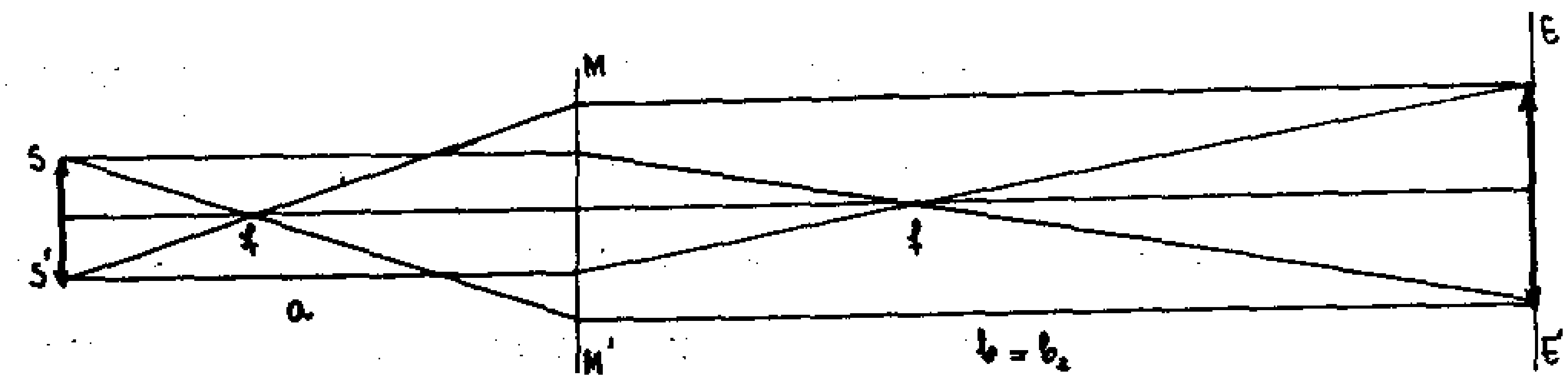
па ако земеме $b_1 = b$, мора да е $b_2 = a$, зошто $a + b = c$. И обратно сосема рамноправно можеме да земеме дека е $b_1 = a$ и $b_2 = b$.

Овде всушност имаме иста ситуација како кога се бара реален лик со собирна цилиндрична леќа при фиксирана положба на иизворот и екранот. Како што е познато од геометриската оптика постојат две положби во кои може да се постави леќата при што се добиваат реални ликови на предметот. Едниот лик е намален а другиот наголемен. Така решението $b = \frac{c}{2} - \frac{\sqrt{c^2-4cf}}{2}$ дава намален лик, додека решението $b = \frac{c}{2} + \frac{\sqrt{c^2-4cf}}{2}$ дава наголемен лик, што може да се види од шемите на Сл.17.

Разликата меѓу обичната цилиндрична леќа и линеарната зонска мрежичка е во тоа, што кај леќата постои само една вредност на f за која се добива интензивна и остра слика на предметот односно изворот, додека кај мрежичката постојат повеќе такви вредности.



a) $b_1 = \frac{c}{2} - \frac{\sqrt{c^2-4cf}}{2}$



б) $b_2 = \frac{c}{2} + \frac{\sqrt{c^2-4cf}}{2}$

Сл.17

SS'-извор, MM'-мрежичка, EE'-екран.

Мрежичката ќе даде интензивен лик на екранот кога ќе биде поставена на такво растојание b, што вредноста на фокусното растојание во формулата (172) е $f_1=\frac{\alpha^2}{\lambda}$. Друг остер лик, но според (159) со три пати помал интензитет се добива кога b има таква должина што $f_2=\frac{\alpha^2}{3\lambda}$, и т.н.

Ако е $\alpha = 10^{-3}m$ а $\lambda=632{,}8nm=6328.10^{-10}m$ величината

$$\frac{\alpha^2}{\lambda} = \frac{10^{-6}\,m^2}{6328\cdot10^{-10}\,m} = 1{,}5803\,m \tag{177}$$

Тогаш вредностите на фокусните растојанија кои одговараат на главните максимуми ги пресметнуваме според формулата

$$f_{max} = \frac{\alpha^2}{(2k-1)\lambda} \qquad к=1,2,3,\ldots \tag{178}$$

и растојанијата b и a на кои треба да се постави мрежичката се пресметани според формулата (172).

Табела 3

n	k	f_{max} (m)	b_2 (m)	b_1 (m)
1	1	1,5803	4,5899	2,4101
3	2	0,5268	6,4261	0,5739
5	3	0,3161	6,6681	0,3319
7	4	0,2255	6,7667	0,2333
9	5	0,1756	6,8197	0,1803
11	6	0,1436	6,8533	0,1467
13	7	0,1216	6,8762	0,1238
15	8	0,1053	6,8930	0,1069
17	9	0,0930	6,9057	0,0943
19	10	0,0832	6,9157	0,0843

На табелата 3 се дадени положбите на првите десет главни максимуми (т.е. местата $b_{1,2}$ на кои би требало да се постави мрежичката за да се измери во фотометарот максимален интензитет), како и вредноста на соодветното фокусно растојание за позитивна или негативна мрежичка со многу голем број на пропусни зони. Од табелата се гледа дека со наголемувањето на редот на главните максимуми, тие се наоѓаат сѐ поблиску еден до друг. Растојанието меѓу првиот и вториот главен максимум е 1,84 m. меѓу вториот и третиот тоа изнесува 0,242 m , потоа меѓу третиот и четвртиот ова растојание е 0,099 m и така натаму, така што меѓу деветиот и десетиот главен максимум постои растојание од само 1 sm.

Во табелата пак 4 се дадени вредностите на фокусните растојанија и соодветните положби b на мрежичката во однос на екранот за главните минимуми.

Табела 4

n	k	f_{min} (m)	b_2(m)	b_1(m)
2	1	0,7901	6,0921	0,9079
4	2	0,3951	6,5796	0,4204
6	3	0,2634	6,7258	0,2742
8	4	0,1975	6,7966	0,2034
10	5	0,1580	6,8383	0,1617
12	6	0,1317	6,8657	0,1343
14	7	0,1129	6,8852	0,1148
16	8	0,0987	6,8999	0,1001
18	9	0,0878	6,9110	0,0890
20	10	0,0790	6,9201	0,0799

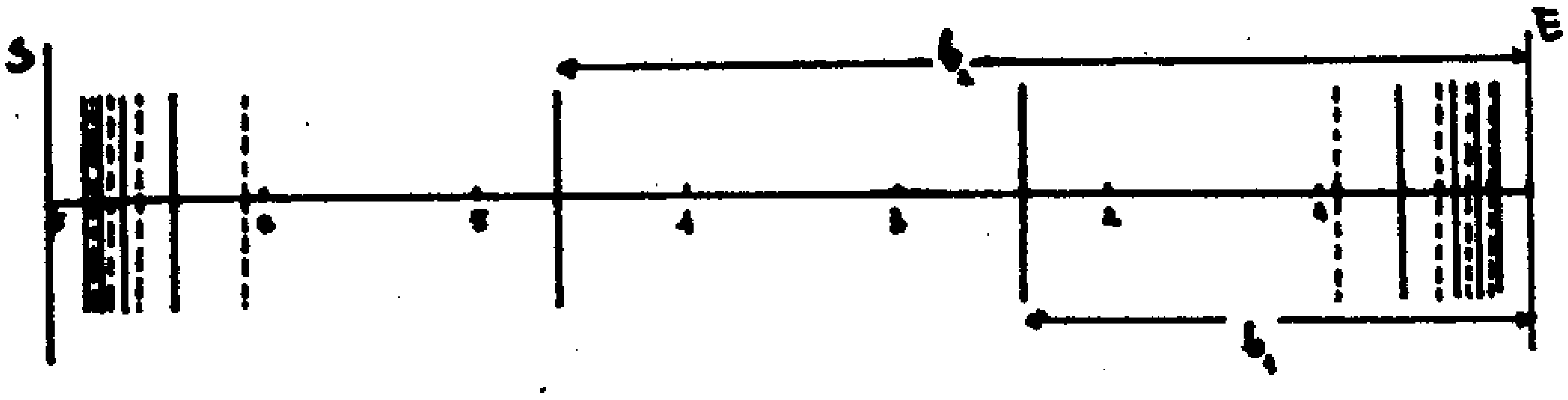
За минимумите

$$f_{min} = \frac{\alpha^2}{2k\lambda} \quad (179)$$

И од оваа табела може да се заклучи дека ситуацијата е слична како кај главните максимуми. Во колку се наголемува редот на минимумите тие се се́ поблиску еден до друг.

Споредбата на последните две таблици покажува дека меѓу два главни максимуми се наоѓа по еден главен минимум. Главниот минимум не се наоѓа на средината меѓу двата главни максимуми, туку е поместен и се наоѓа поблиску до максимумот од повисок ред. Така на пример растојанието меѓу првиот главен максимум и минимумот од прв ред изнесува 1,5022 метри, а меѓу минимумот од прв ред и максимумот од втор ред тоа е 0,3340 метри. Вториот главен минимум се наоѓа на растојание 0,1535 м од вториот главен максимум, а на растојание 0,0885 м од третиот главен максимум. и т.н.

На мерната скала на Сл.18 со полна линија се означени местата на првите пет главни максимуми, додека со испрекината линија местата на првите пет главни минимуми. Висината на цр-



Сл. 18

тите не ја претставува вредноста на интензитетот.

Теоријата покажа дека распоредот на интензитетот и неговата вредност на местата на главните екстреми зависи од бројот на пропусните зони (формули (69), (153) и дискусија на стр. 76-81). Според тоа неизводливо е по пат на нумеричко пресметнување да се претстави зависноста на вредноста на интензитетот од растојанието b што мрежичката го зазема во однос на екранот (фотометарот) при нејзиното движење во интервалот 0 – с, кога мрежичката има бескрајно многу зони. Затоа ќе се задоволиме со претставување на зависноста на интензитетот вдолж оптичката оска за мрежички со 10 и 20 пропусни зони, и споредувајќи ги нивните графици ќе направиме осврт кон теоретски предвидените отстапувања на местата на главните екстреми, (кога мрежичката има мал број на пропусни зони), потоа ќа ги споредиме овие зависности кај позитивните и негативните мрежички.

Графиците за распоредот на интензитетот по оптичката оска ја претставуваат зависноста определена со равенката (69) за негативна мрежичка и (60) за позитивна мрежичка и тоа за $N = 5$ и $N = 10$ во интервалот за b од 0 (3,5) до 3,5 (7) метри, зошто како што се гледа од шемата на Сл.18 распоредот е симетричен во однос на вредноста $b = 3,5$ м. Вредноста на А во константата К определена со формулата (68) е земена така, што за дадената бранова должина λ константата К = 1.

За пресметнување на вредноста на Френеловите интеграли кои фигурираат во формулите (69) и (60) беше користен потпрограмот CS на електронскиот пресметувач Фортран 3 систем IBM при Институтот за Сеизмологија во Скопје, а сумирањата $\sum_{p=1}^{N}[C(v_p)-C(u_p)]$ и $\sum_{p=1}^{N}[S(v_p)-S(u_p)]$ за секоја од наведените вредности на b се дополнително изведени и рачно е пресметана вредноста на интензитетот за секоја вредност на b во дадениот интервал. Во програмите беше земено b да се менува со чекор 0,01 м меѓу првите два главни максимуми и со чекор 0,001 м. меѓу вториот и третиот главен максимум и понатаму, меѓутоа заради просторно скратување во табелата 5 ќе биде дадена секоја петта вредност со исклучок на карактеристичните места на екстремите.

Табела 5

Распоред на интензитетот на светлината вдолж оптичката оска кај линеарните зонски мрежички

	позитивна мрежичка		негативна мрежичка	
b_1 (b_2)	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$
3,50 (3,50)	2,17491	1,12987	0,64438	0,16493
3,45 (3,55)	2,17882	1,13020	0,64633	0,16493
3,40 (3,60)	2,19048	1,13003	0,65216	0,16502
3,35 (3,65)	2,20984	1,13444	0,66191	0,16569
3,30 (3,70)	2,23691	1,14118	0,67562	0,16773
3,25 (3,75)	2,27144	1,15432	0,69328	0,17241
3,20 (3,80)	2,31325	1,17769	0,71497	0,18156

		позитивна мрежичка		негатибна мрежичка	
b_1	b_2	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$
3,15	(3,85)	2,36214	1,21637	0,74079	0,19767
3,10	(3,90)	2,41742	1,27702	0,77055	0,22404
3,05	(3,95)	2,47853	1,36771	0,80434	0,26494
3,00	(4,00)	2,54431	1,50474	0,84188	0,32905
2,95	(4,05)	2,61349	1,67835	0,88294	0,41218
2,90	(4,10)	2,68431	1,91914	0,92713	0,53134
2,85	(4,15)	2,75435	2,22878	0,97370	0,68972
2,80	(4,20)	2,82083	2,61167	1,02190	0,89294
2,75	(4,25)	2,88681	3,06357	1,07042	1,14339
2,70	(4,30)	2,92760	3,56894	1,11772	1,43876
2,65	(4,35)	2,95890	4,09605	1,16202	1,76911
2,64	(4,36)	2,96494	4,21199	1,17216	1,84597
2,63	(4,37)	2,96568	4,31099	1,17898	1,91284
2,62	(4,38)	2,96744	4,41095	1,18136	1,98211
2,61	(4,39)	2,96819	4,50810	1,19418	2,05122
2,60	(4.40)	2,96781	4,60197	1,20131	2,11995
2,59	(4,41)	2,96638	4,69192	1,20816	2,18803
2,55	(4,45)	2,94837	4,99922	1,23171	2,44672
2,50	(4,50)	2,89441	5,21469	1,25053	2,71117
2,49	(4,51)	2,87907	5,22896	1,25267	2,75236
2,48	(4,52)	2,86198	5,23186	1,25411	2,78838
2,47	(4,53)	2,84326	5,22334	1,25494	2,82923
2,46	(4,54)	2,82280	5,20266	1,25511	2,84424
2,45	(4,55)	2,80059	5,16963	1,25457	2,86326
2,44	(4,56)	2,77662	5,12372	1,25330	2,87571

	позитивна мрежичка		негативна мрежичка	
k_1 k_2	$I_{n=5}$	$I_{n=10}$	$I_{n=5}$	$I_{n=10}$
2,43 (4,57)	2,75079	5,06473	1,25127	2,87571
2,42 (4,58)	2,72310	4,99115	1,24842	2,88441
2,41 (4,59)	2,69361	4,90697	1,24482	2,87086
2,40 (4,60)	2,66219	4,80819	1,24034	2,85426
2,35 (4,65)	2,48162	4,14579	1,20582	2,65949
2,30 (4,70)	2,25076	3,21854	1,14698	2,27031
2,25 (4,75)	1,97333	2,18493	1,06315	1,23292
2,20 (4,80)	1,67227	1,24490	0,95482	1,14232
2,15 (4,85)	1,34899	0,58930	0,82482	0,61442
2,14 (4,86)	1,27479	0,49256	0,79262	0,51489
2,13 (4,87)	1,20999	0,42465	0,76378	0,43584
2,12 (4,88)	1,14573	0,37241	0,73445	0,36509
2,11 (4,89)	1,08206	0,33520	0,70461	0,30294
2,10 (4,90)	1,01887	0,31235	0,67446	0,24965
2,09 (4,91)	0,95773	0,30265	0,64395	0,20525
2,08 (4,92)	0,89743	0,30481	0,61328	0,16973
2,07 (4,93)	0,83862	0,31725	0,58250	0,14273
2,06 (4,94)	0,78151	0,33820	0,54339	0,12388
2,05 (4,96)	0,72636	0,36579	0,52085	0,11258
2,04 (4,96)	0,67330	0,39790	0,49022	0,10809
2,03 (4,97)	0,62254	0,43256	0,45989	0,10963
2,02 (4,98)	0,57429	0,46775	0,42987	0,11614
2,01 (4,99)	0,52869	0,50161	0,40035	0,12663
2,00 (5,00)	0,48594	0,53205	0,37136	0,13999

		позитивна мрежичка		негативна мрежичка	
b_1	b_2	$I_{n=5}$	$I_{n=10}$	$I_{n=5}$	$I_{n=10}$
1,99	(5,01)	0,44613	0,55775	0,34304	0,15509
1,98	(5,02)	0,40942	0,57729	0,31551	0,17082
1,97	(5,03)	0,37597	0,58968	0,28884	0,18614
1,96	(5,04)	0,34584	0,59433	0,26312	0,20008
1,95	(5,05)	0,31908	0,59084	0,23848	0,21172
1,94	(5,06)	0,29580	0,57952	0,21498	0,22039
1,93	(5,07)	0,27598	0,56074	0,19269	0,22549
1,92	(5,08)	0,25962	0,53545	0,17337	0,22671
1,91	(5,09)	0,24672	0,50491	0,15210	0,22389
1,90	(5,10)	0,23722	0,47062	0,13393	0,21706
1,89	(5,11)	0,23102	0,43431	0,11724	0,20651
1,88	(5,12)	0,22798	0,39780	0,10209	0,19277
1,87	(5,13)	0,22798	0,36289	0,08849	0,17637
1,86	(5,14)	0,23086	0,33140	0,07644	0,13889
1,85	(5,15)	0,23637	0,30488	0,06598	0,13889
1,84	(5,16)	0,24430	0,28460	0,05709	0,11951
1,83	(5,17)	0,25435	0,27143	0,04974	0,10103
1,82	(5,18)	0,26627	0,26585	0,04390	0,08418
1,81	(5,19)	0,27975	0,26787	0,03951	0,06974
1,80	(5,20)	0,29440	0,27687	0,03651	0,05830
1,79	(5,21)	0,30994	0,29191	0,03483	0,05026
1,78	(5,22)	0,32599	0,31150	0,03434	0,04575
1,77	(5,23)	0,34219	0,33395	0,03497	0,04473
1,76	(5,24)	0,35814	0,35723	0,03659	0,04687
1,75	(5,25)	0,37354	0,37931	0,03906	0.05168

		позитивна мрежичка		негативна мрежичка	
b_1	b_2	$I_{n=7}$	$I_{n=10}$	$I_{n=7}$	$I_{n=10}$
1,74	(5,26)	0,38799	0,39821	0,04225	0,05839
1,73	(5,27)	0,40121	0,41228	0,04601	0,06623
1,72	(5,28)	0,41283	0,42013	0,05020	0,07429
1,71	(5,29)	0,42266	0,42110	0,05530	0,07951
1,70	(5,30)	0,43038	0,41490	0,06149	0,08652
1,69	(5,31)	0,43586	0,40215	0,05840	0,08655
1,68	(5,32)	0,43894	0,38390	0,06292	0,09060
1,67	(5,33)	0,43952	0,36187	0,06728	0,09210
1,66	(5,34)	0,43759	0,33816	0,07132	0,09075
1,65	(5,35)	0,43317	0,31509	0,07492	0,08661
1,64	(5,36)	0,42639	0,29499	0,07844	0,07856
1,63	(5,37)	0,41739	0,27986	0,08068	0,06923
1,62	(5,38)	0,40669	0,27151	0,08214	0,05987
1,61	(5,39)	0,39372	0,27003	0,08248	0,04970
1,60	(5,40)	0,38142	0,27753	0,08252	0,04079
1,59	(5,41)	0,36468	0,28875	0,08143	0,03318
1,58	(5,42)	0,34917	0,30622	0,07937	0,02808
1,57	(5,43)	0,33356	0,32615	0,07652	0,02553
1,56	(5,44)	0,31838	0,34589	0,06858	0,02828
1,55	(5,45)	0,30410	0,36266	0,06369	0,03271
1,54	(5,46)	0,29114	0,37412	0,05835	0,03812
1,53	(5,47)	0,27998	0,37854	0,05271	0,04357
1,52	(5,48)	0,27098	0,37523	0,04692	0,04809
1,51	(5,49)	0,26448	0,36469	0,04115	0,05086
1,50	(5,50)	0,26067	0,34844	0,03559	0,05131

	позитивна мрежичка		негативна мрежичка	
b_1 b_2	$I_{n=5}$	$I_{n=10}$	$I_{n=5}$	$I_{n=10}$
1,49 (5,51)	0,25973	0,32909	0,03037	0,04927
1,48 (5,52)	0,26169	0,30980	0,02481	0,04496
1,47 (5,53)	0,26648	0,29381	0,02159	0,03899
1,46 (5,54)	0,27387	0,28394	0,01826	0,03224
1,45 (5,55)	0,28355	0,28194	0,01578	0,02577
1,44 (5,56)	0,29515	0,28833	0,01418	0,02058
1,43 (5,57)	0,30809	0,30193	0,01347	0,01743
1,42 (5,58)	0,32177	0,32016	0,01362	0,01676
1,41 (5,59)	0,33553	0,33930	0,01456	0,01846
1,40 (5,60)	0,34868	0,35559	0,01619	0,02196
1,39 (5,61)	0,36059	0,36557	0,01836	0,02632
1,38 (5,62)	0,37054	0,36697	0,02091	0,03038
1,37 (5,63)	0,37804	0,35956	0,02364	0,03309
1,36 (5,64)	0,38259	0,34504	0,02636	0,03365
1,35 (5,65)	0,38401	0,32707	0,02885	0,03181
1,34 (5,66)	0,38215	0,31018	0,03091	0,02790
1,33 (5,67)	0,37713	0,29893	0,03240	0,02281
1,32 (5,68)	0,36925	0,29650	0,03318	0,01773
1,31 (5,69)	0,35907	0,30388	0,03315	0,01391
1,30 (5,70)	0,34734	0,31938	0,03228	0,01222
1,29 (5,71)	0,33488	0,33872	0,03062	0,01297
1,28 (5,72)	0,32272	0,35642	0,02824	0,01576
1,27 (5,73)	0,31175	0,36714	0,02532	0,01951
1,26 (5,74)	0,30304	0,36768	0,02202	0,02283
1,25 (5,75)	0,29739	0,35801	0,01859	0,02446

	позитивна мрежичка		негатибна мрежичка	
b_1 b_2	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$
1,24 (5,76)	0,29536	0,34153	0,01490	0,02371
1,23 (5,77)	0,29733	0,32443	0,01238	0,02070
1,22 (5,78)	0,30330	0,31336	0,01005	0,01640
1,21 (5,79)	0,31292	0,31307	0,00849	0,01229
1,20 (5,80)	0,32541	0,32436	0,00782	0,00984
1,19 (5,81)	0,33972	0,34337	0,00805	0,00988
1,18 (5,82)	0,35452	0,36279	0,00911	0,01221
1,17 (5,83)	0,36844	0,37479	0,01084	0,01563
1,16 (5,84)	0,37998	0,37439	0,01300	0,01844
1,15 (5,85)	0,39040	0,36439	0,01474	0,01862
1,14 (5,86)	0,39148	0,34443	0,01740	0,01727
1,13 (5,87)	0,39016	0,33066	0,01900	0,01359
1,12 (5,88)	0,38424	0,32893	0,01984	0,00987
1,11 (5,89)	0,37459	0,34136	0,01976	0,00797
1,10 (5,90)	0,36265	0,36192	0,01874	0,00886
1,09 (5,91)	0,35032	0,38111	0,01686	0,01172
1,08 (5,92)	0,33967	0,38739	0,01441	0,01483
1,07 (5,93)	0,33270	0,37809	0,01162	0,01599
1,06 (5,94)	0,33100	0,35995	0,00902	0,01433
1,05 (5,95)	0,33535	0,34616	0,00699	0,01075
1,04 (5,96)	0,34561	0,34783	0,00586	0,00762
1,03 (5,97)	0,36056	0,36588	0,00579	0,00705
1,02 (5,98)	0,37794	0,38898	0,00680	0,00936
1,01 (5,99)	0,39494	0,40119	0,00866	0,01263
1,00 (6,00)	0,40858	0,39428	0,01094	0,01403

		позитивна мрежичка		негативна мрежичка	
b_1	b_2	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$
0,99	(6,01)	0,41628	0,37523	0,01314	0,01223
0,98	(6,02)	0,41667	0,36241	0,01467	0,00860
0,97	(6,03)	0,40988	0,37012	0,01513	0,00631
0,96	(6,04)	0,39782	0,39448	0,01435	0,00744
0,95	(6,05)	0,38396	0,41519	0,01243	0,01082
0,94	(6,06)	0,37264	0,41399	0,00984	0,01289
0,93	(6,07)	0,36784	0,39434	0,00725	0,01126
0,92	(6,08)	0,37229	0,38059	0,00542	0,00755
0,91	(6,09)	0,38623	0,39257	0,00492	0,00595
0,90	(6,10)	0,40694	0,42146	0,00594	0,00836
0,89	(6,11)	0,42928	0,43650	0,00820	0,01182
0,88	(6,12)	0,44702	0,42230	0,01094	0,01173
0,87	(6,13)	0,45492	0,40173	0,01314	0,00801
0,86	(6,14)	0,45074	0,40910	0,01389	0,00583
0,85	(6,15)	0,43689	0,44158	0,01281	0,00854
0,84	(6,16)	0,42010	0,45783	0,01021	0,01217
0,83	(6,17)	0,40940	0,43826	0,00719	0,01091
0,82	(6,18)	0,41161	0,42129	0,00517	0,00669
0,81	(6,19)	0,43140	0,44566	0,00632	0,00698
0,80	(6,20)	0,46131	0,48016	0,00781	0,01198
0,79	(6,21)	0,49046	0,47107	0,01159	0,01234
0,78	(6,22)	0,50612	0,44508	0,01467	0,00753
0,77	(6,23)	0,50129	0,46778	0,01520	0,00748
0,76	(6,24)	0,48079	0,50956	0,01266	0,01329
0,75	(6,25)	0,46069	0,49496	0,00858	0,01281

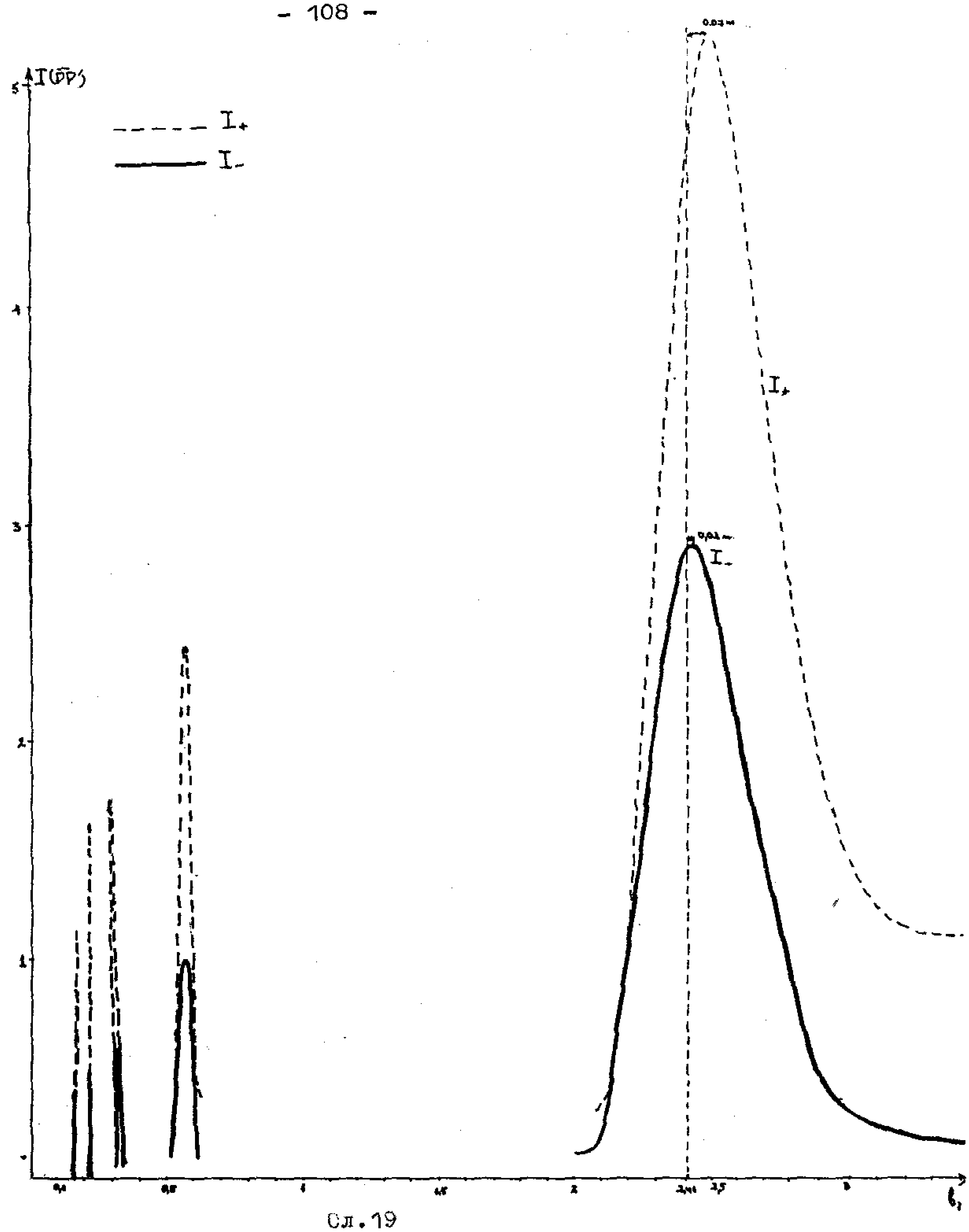
		позитивна мрежичка		негативна мрежичка	
b_1	b_2	$I_{н=5}$	$I_{н=10}$	$I_{н=5}$	$I_{н=10}$
0,74	(6,26)	0,46032	0,47155	0,00595	0,00753
0,73	(6,27)	0,49024	0,51823	0,00750	0,01129
0,72	(6,28)	0,53685	0,54667	0,01296	0,01679
0,71	(6,29)	0,57644	0,50676	0,01919	0,01059
0,70	(6,30)	0,58209	0,53139	0,02121	0,01078
0,69	(6,31)	0,55318	0,59596	0,01690	0,02074
0,68	(6,32)	0,52373	0,55223	0,01024	0,01435
0,67	(6,33)	0,54050	0,57239	0,00964	0,01393
0,66	(6,34)	0,61783	0,65895	0,02033	0,02886
0,65	(6,35)	0,70828	0,59786	0,03643	0,01729
0,64	(6,36)	0,73377	0,67060	0,04253	0,02735
0,63	(6,37)	0,67486	0,75428	0,03024	0,04486
0,62	(6,38)	0,63750	0,67389	0,01838	0,02422
0,61	(6,39)	0,79125	0,94723	0,05151	0,08913
0,60	(6,40)	1,17683	0,83603	0,12286	0,08398
0,59	(6,41)	1,56570	1,35892	0,27292	0,11489
0,58	(6,42)	1,59840	2,57119	0,39875	0,73168
0,57	(6,43)	1,15930	1,18720	0,40850	0,85750
0,56	(6,44)	0,57488	0,32521	0,27691	0,90871
0,55	(6,45)	0,29255	0,46571	0,10815	0,07265
0,54	(6,46)	0,36175	0,34541	0,02048	0,03963
0,53	(6,47)	0,44063	0,38767	0,02275	0,03393
0,52	(6,48)	0,36676	0,37697	0,03360	0,00140
0,51	(6,49)	0,33183	0,35244	0,01588	0,02237
0,50	(6,50)	0,40206	0,40313	0,00638	0,00795

		позитивна мрежичка		негативна мрежичка	
b_1	b_2	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$
0,45	(6,55)	0,38369	0,39005	0,00394	0,04660
0,42	(6,58)	0,44205	0,45283	0,00338	0,00526
0,40	(6,60)	0,45712	0,47105	0,00279	0,00495
0,35	(6,65)	0,60398	0,63399	0,02157	0,01578
0,33	(6,668)	1,23419	2,71719	0,25496	0,56662
0,233	(6,767)	1,34494	1,68967	0,17999	0,39044
0,180	(6,820)	0,97828	1,10866	0,14165	0,32463

Врз база на резултатите дадени во табелата 5 нацртана е зависноста на распоредот на интензитетот на неколкуте први главни максимуми по оптичката оска за позитивна и негативна мрежичка со по десет пропусни зони од двете страни на оската на мрежичката т.е. со $N = 10$. Графикот е правен за растојанијата определени со вредноста b_1 во горната табела. Како што се гледа од графикот на Сл. 19 во секој од главните максимуми постои разлика во интензитетот меѓу позитивната (испрекината линија) и негативната (полна линија) мрежичка.

Вредностите на интензитетот во главните максимуми се однесуваат како

2,88441 : 0,97207 : 0,56662 : 0,39044 :... ≠ 1 : 0,336 :0,196: : 0,136 :... додека според формулата (159) овој однос би требало да биде како 1 : 0,333 : 0,200 : 0,142 : ....



Сл.19

Првиот главен максимум кај позитивната мрежичка е поместен во десно од вредноста b_1 = 2,4101 (табела 3) за 0,07 м, а кај негативната ова поместување е помало и изнесува 0,02 м.Местата на главните максимуми од повисок ред скоро се совпаѓаат со оние дадени од таблицата 3.

Со цел да се добие појасна претстава за зависноста на поместувањето на првиот главен максимум од бројот на пропусните зони кои учествуваат во дифракцијата. како и од видот на мрежичката, во табелата 6 се наведени пресметаните вредности на интензитетот во близина на првиот главен максимум за позитивни и негативни мрежички со по 30 и 40 пропусни зони одн. N = 15 и 20. И во оваа табела како и во претходната наведена е само секоја пе петта вредност со исклучок на подрачјето каде се јавува главниот максимум.

Табела 6

Определување на местото на првиот главен максимум за позитивна и негативна мрежичка со N = 15 и N = 20

b_1 (b_2)	позитивна мрежичка $I_{N=15}$	$I_{N=20}$	негативна мрежичка $I_{N=15}$	$I_{N=20}$
2,70 (4,30)	2,36874	1,73131	0,76748	0,40367
2,65 (4,35)	3,29456	2,10439	1,30065	0,60690
2,60 (4,40)	4,52002	3,34368	2,05632	1,34183
2,55 (4,45)	5,85792	5,46112	2,96400	2,72174
2,50 (4,50)	6,96678	7,95090	3,85376	4,50156
2,45 (4,55)	7,40407	9,49696	4,47130	5,98830
2,44 (4,56)	7,46482	9,56412	4,58084	6,29281
2,42 (4,58)	7,23739	9,68146	4,59862	6,47925
2,41 (4,59)	7,08708	9,23791	4,58993	6,35533
2,40 (4,60)	6,89853	8,92557	4,55375	6,28661
2,35 (4,65)	5,37708	6,15074	3,96135	4,97567
2,30 (4,70)	3,30629	2,72697	2,81252	2,69057

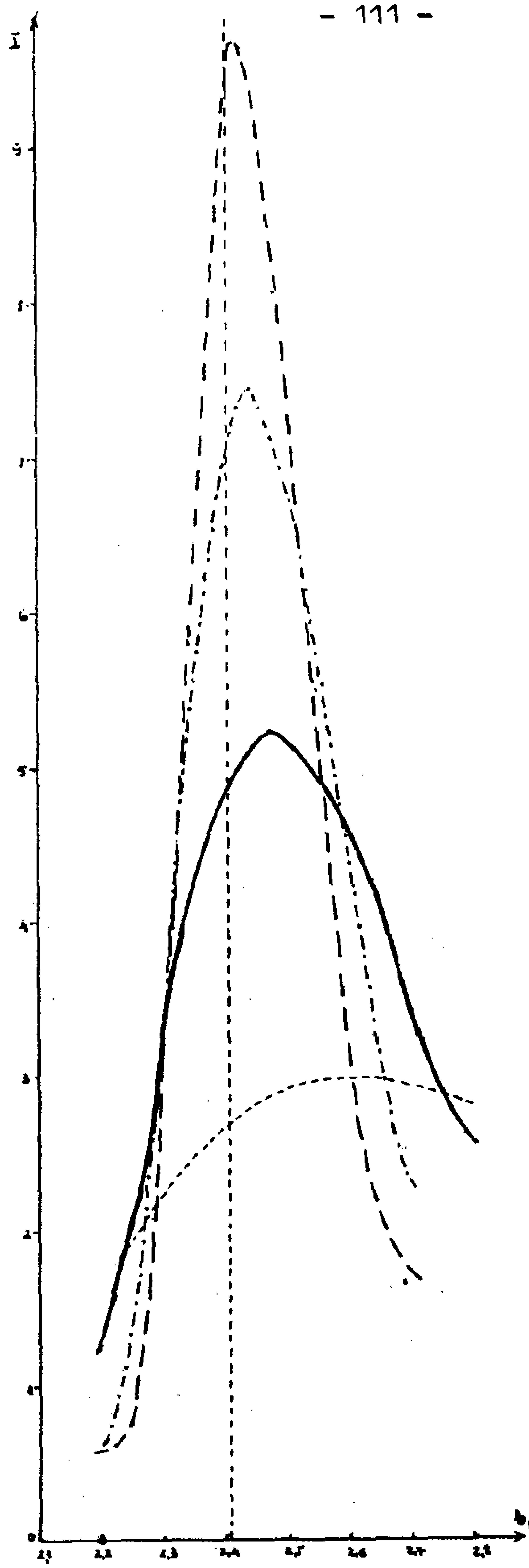
	позитивна мрежичка		негативна мрежичка	
b_1 b_2	$I_{N=15}$	$I_{N=20}$	$I_{N=15}$	$I_{N=20}$
2,25 (4,75)	1,46303	0,72659	1,50686	0,83648
2,20 (4,80)	0,50497	0,63625	0,54620	0,36828

Врз основа на резултатите од табелите 5 и 6 нацртани се графиците за висината и местото на првиот главен максимум за позитивна мрежичка со $N = 5,10,15$ и 20 на Сл.20, и за негативна мрежичка со истиот број на пропусни зони на Сл.21. Од двата графика може да се заклучи дека и кај негативната и кај позитивната мрежичка првиот главен максимум е поместен кон поголеми вредности на b_1 ,а вредноста на ова поместување опаѓа со зголемување на бројот на зоните. Кај негативната мрежичка со $N = 20$ ова отстапување изнесува 0,04м.

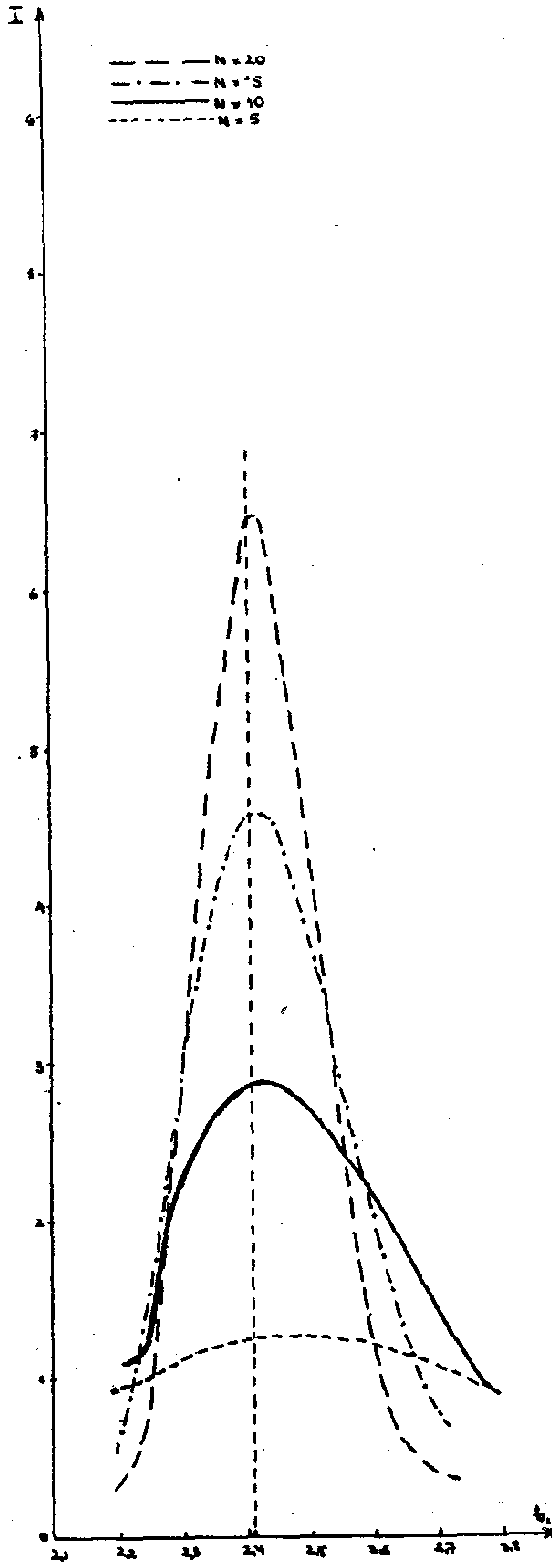
Ние покажавме дека вредноста на интензитетот во првиот главен максимум е пропорционална со квадратот на ширината пропусните зони кои учествуваат во дифракцијата, при што ја добивме формулата (149) која гласеше

$$\frac{I_+}{I_-} = \left(\frac{P_+}{P_-}\right)^2$$

Па ако имаме мрежичка со основна ширина $\alpha=10^{-3}$м вредноста на вкупната пропусна ширина кај двата типа на мрежички и нивниот однос на квадрат се нанесени во втората, третата и четвртата колона од табелата 7, а односите на соодветните интензитети во последната колона, во зависност од бројот на пропусните зони на мрежичките N. Споредбата на вредностите од четвртата и петтата колона покажува дека постои добра согласност со формулата (149).



Сл.20

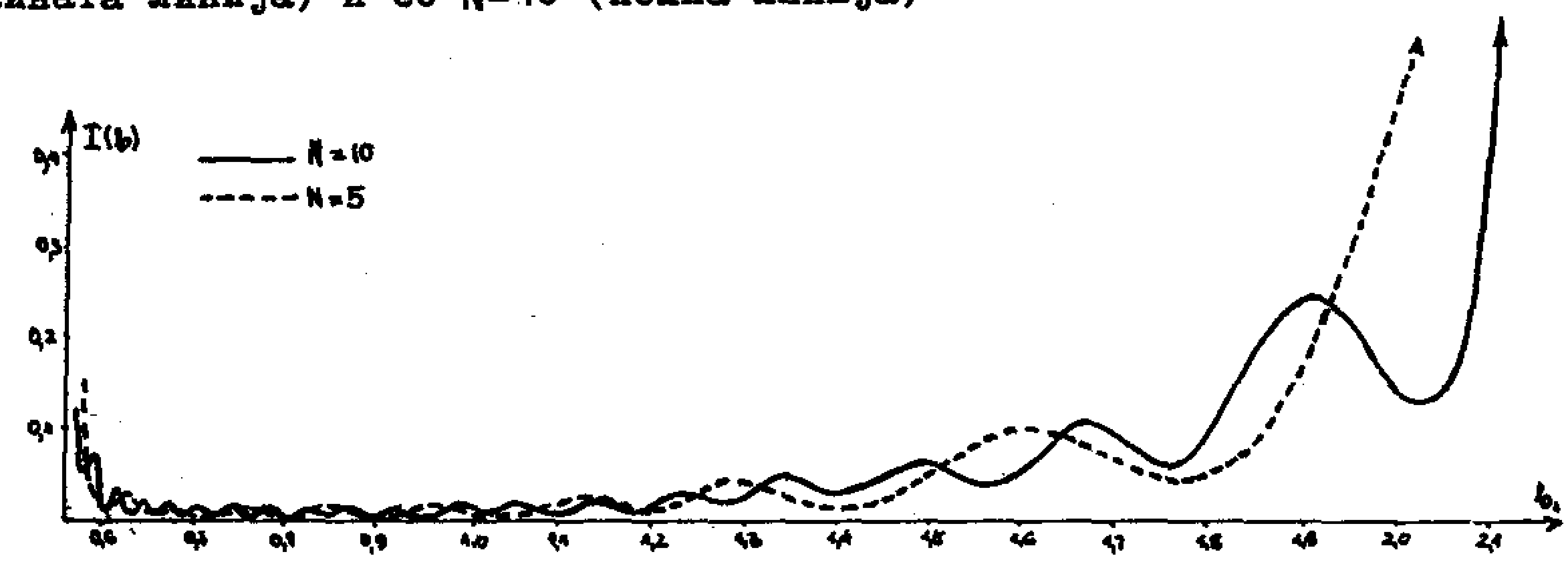


Сл.21

Табела 7

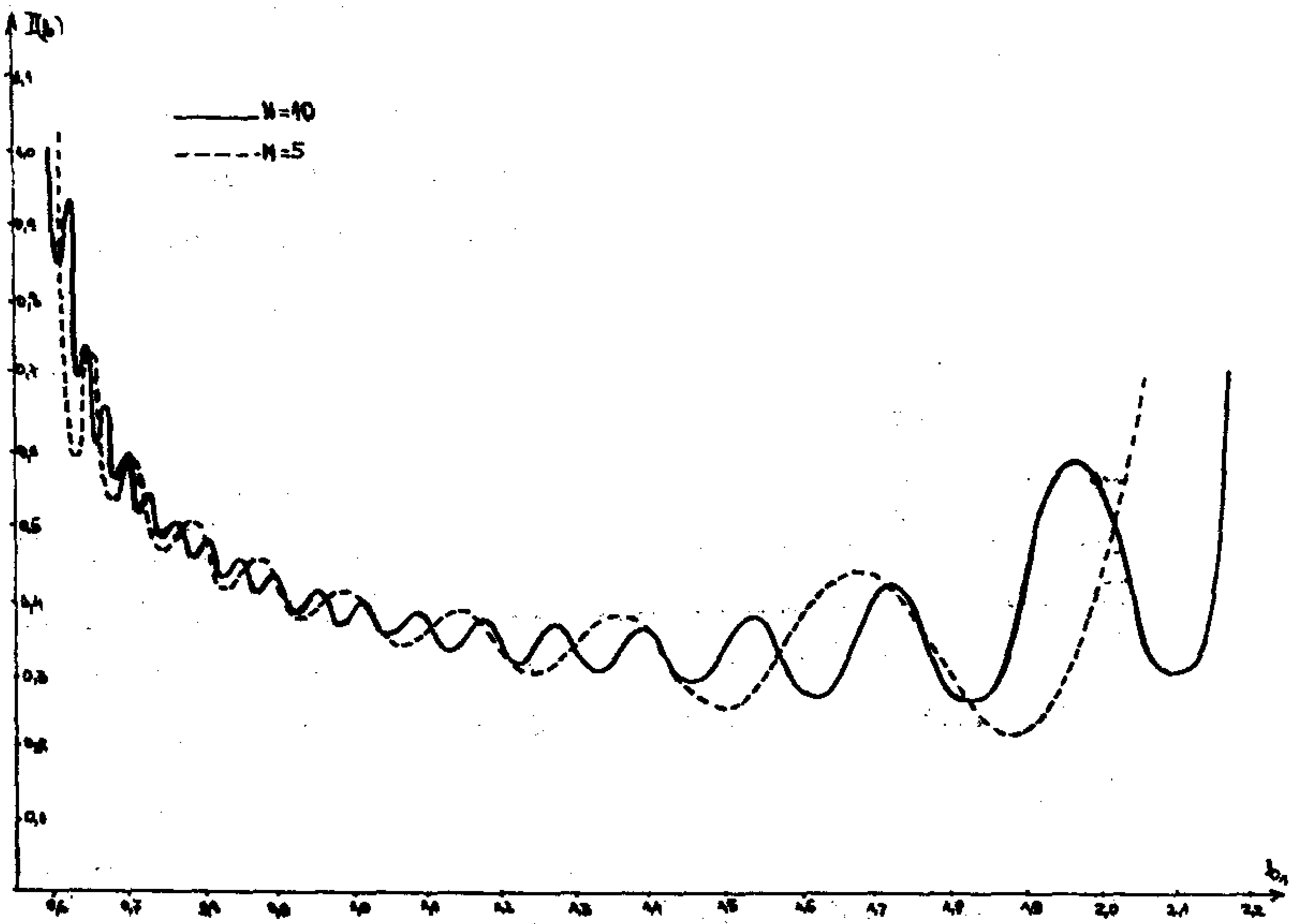
N	$P_+ \cdot 10^{-3} m$	$P_- \cdot 10^{-3} m$	$\left(\frac{P_+}{P_-}\right)^2$	$\frac{I_+}{I_-}$
5	1,923	1,239	2,41	2,36
10	2,590	1,882	1,88	1,84
15	3,098	2,37°	1,696	1,623
20	3,525	2,416	1,495	1,494

Да се задржиме сега на распоредот на интензитетот меѓу главните максимуми, поточно на интензитетот што го имаме меѓу првиот и вториот главен максимум вдолж оптичката оска. Врз база на вредностите наведени во табелата 5 на Сл.22 и 23 графички е претставен распоредот на интензитетот за негативна и позитивна мрежичка соодветно и тоа за мрежички со N=5(испрекината линија) и со N=10 (полна линија)



Сл.22

Од двата графика може да се види дека помеѓу првите два главни максимуми и двата типа на мрежички имаат по 2N-2 споредни максимуми односно по 8 и 18 споредни максимуми за мрежичките со N=5 и N=10, а меѓу нив се јавуваат 2N-2 споредни минимуми кои заедно со главниот минимум даваат вкупно 2N-1 минимуми во овој интервал.



Сл.23

Главниот и споредните минимуми кај негативната мрежичка се со помала вредност од аналогиите кај позитивната мрежичка. Споредните максимуми како што се гледа немаат голема вредност на интензитетот, а во споредба со вредноста на интензитетот во првиот главен максимум, таа е незначителна. Споредните максимуми се згуснуваат кон страната на главниот масимум од повисок ред.

Со оглед на формулите (46) и (116) и избраните вредности за α и λ, местата на приближно определените споредни минимуми меѓу првите два главни максимуми се според (171а) за мрежичка со N=10 дадени со формулата

$$b_{1,2} = 3{,}5 \mp \frac{1}{2}\sqrt{49 - \frac{796{,}48}{2p-1}} \qquad (180)$$

каде p=10,11,12,....,27.Овие приближно определени места на споредните минимуми се наведени во втората и третата колона од табелата 8, а со цел да ја провериме степента на нивната точност веднаш до нив, во четвртата и петтата колона се наведени вредностите за местата на споредните минимуми добиени со помош на електронскиот пресметнувач за позитивната мрежичка, а во шестата и седмата колона за негативна мрежичка.

Табела 8

места на споредните минимуми

φ	приближно		елек.пресм.поз.мр.		елек.пресм.нег.мр.	
	b_{01}	b_{02}	b_{01}	b_{02}	b_{01}	b_{02}
10	2,19	4,81	2,09	4,91	2,04	4,96
11	1,85	5,15	1,82	5,18	1,76	5,24
12	1,71	5,29	1,61	5,39	1,58	5,42
13	1,43	5,57	1,45	5,55	1,42	5,58
14	1,30	5,70	1,32	5,68	1,30	5,70
15	1,20	5,80	1,21	5,79	1,20	5,80
16	1,10	5,90	1,12	5,88	1,11	5,89
17	1,05	5,95	1,05	5,95	1,03	5,97
18	0,94	6,06	0,98	6,02	0,91	6,09
гл. мин.	0,908	6,092	0,92	6,08	0,91	6,09
19	0,88	6,12	0,87	6,13	0,86	6,14
20	0,83	6,17	0,82	6,18	0,82	6,18
21	0,78	6,22	0,78	6,22	0,77	6,23
22	0,74	6,26	0,74	6,26	0,74	6,26
23	0,71	6,29	0,71	6,29	0,71	6,29
24	0,68	6,32	0,68	6,32	0,67	6,33
25	0,64	6,36	0,65	6,35	0,65	6,35
26	0,62	6,38	0,62	6,38	0,62	6,38
27	0,59	6,41	0,60	6,40	0,594	6,406

Првиот главен минимум според (178) и (116) се наоѓа на местото определено со

$$k_{2,1} = 3,5 \pm \frac{1}{2}\sqrt{49 - 28.\frac{1,5803}{2k}} \qquad \text{за } k = 1 \qquad (181)$$

што по пресметнувањето ја дава првата вредност наведена во табелата 4. Гледаме дека од двете страни на главниот минимум се јавуваат по еднаков број на споредни минимуми, во нашиот случај по 9, а општо земено по $N - 1$.

Споредбата во табелата 8 покажува дека со исклучок на првите неколку места, што впрочем и требаше да се очекува со оглед на важењето на формулата (171) за мрежички со голем број на пропусни зони и големи вредности на τ, имаме добро слагање со местата определени со приближната формула (171) за споредните минимуми.

Покажавме дека бројот на споредните екстреми е еднаков во интервалите меѓу било кои два сукцесивни главни максимуми. Со цел да го потврдиме овој наш теоретски резултат, ќе го испитаме распоредот на интензитетот во интервалот меѓу вториот и третиот главен максимум по оптичката оска и тоа за негативна мрежичка со по пет пропусни зони од двете страни на оската. Вредностите на интензитетите се наведени во табелата 9. Поради згуснувањето на главните екстреми од повисок ред, што може да се види од табелата 3, како и од графикот на Сл. 19, за растојанието меѓу овие два главни максимуми е земена десет пати поголема размера од онаа што ја имаме на Сл. 19. Освен тоа, со цел да се покаже дека веќе кај вториот главен максимум имаме мало отстапување од теоретски определеното место, во почетокот на табелата ќе бидат наведени вредностите на интензитетот во близина на вториот главен максимум за мрежичка со $N = 10$.

Табела 9

Распоред на интензитетот меѓу вториот и третиот главен максимум за негативна мрежичка со N = 5

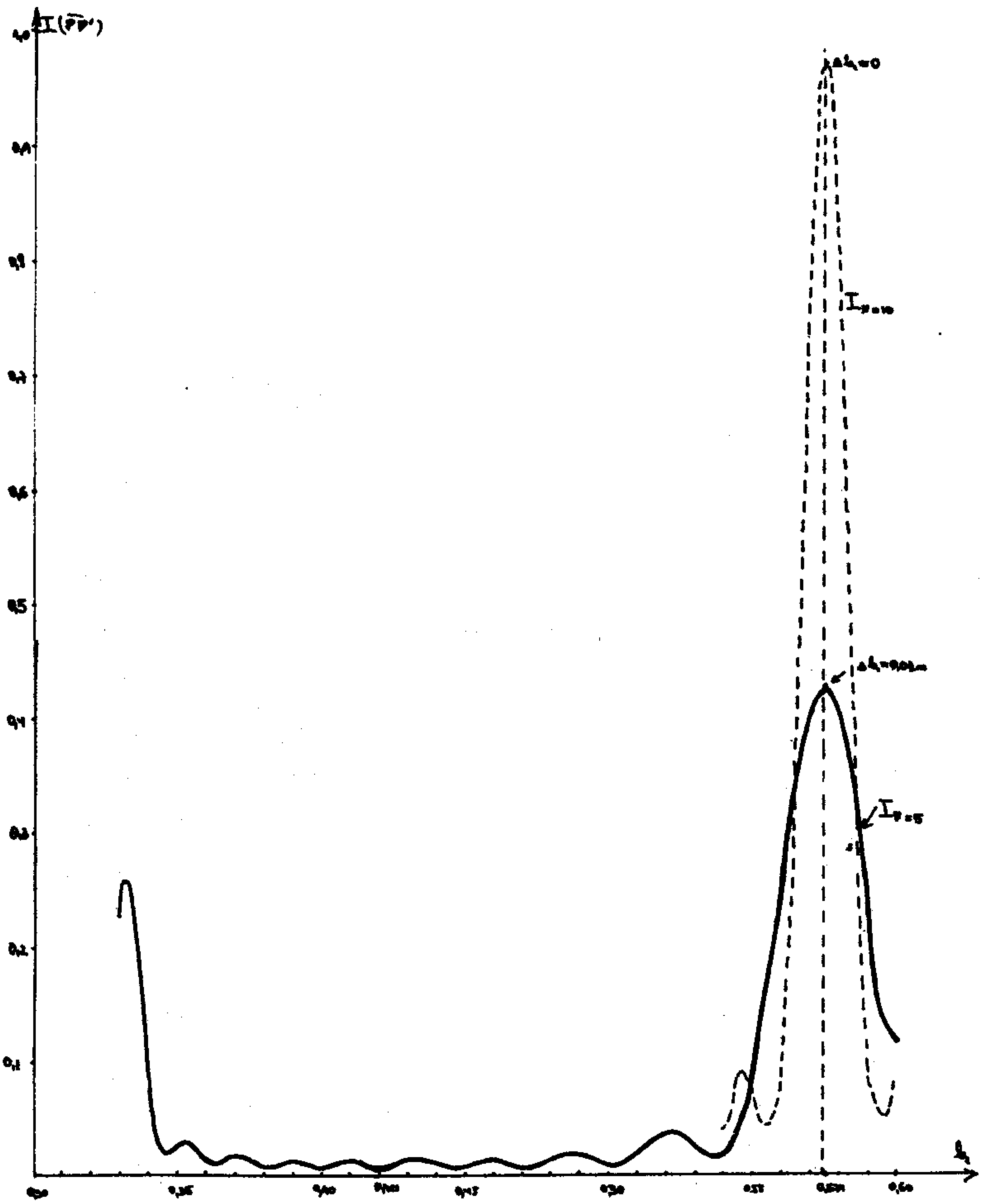
b_1	$I_{нег}$	$I_{поз}$
0,600	0,12286	0,08398
0,595	0,19383	0,05020
0,590	0,27292	0,11489
0,585	0,34702	0,37149
0,580	0,39875	0,73168
0,577	0,41972	0,90798
0,576	0,42282	0,94311
0,575	0,42438	0,96482
0,574	0,42436	0,97207
0,573	0,42276	0,96459
0,570	0,40850	0,85750
0,565	0,35584	0,49484
0,560	0,29742	0,26872
0,558	0,24159	0,37790
0,556	0,20590	0,04958
0,554	0,17105	0,04326
0,552	0,13815	0,05526
0,550	0,10815	0,07265
0,548	0,08178	0,08492
0,546	0,05967	0,08622
0,544	0,03201	0,07120
0,542	0,02014	0,04532
0,540	0,02048	0,03963

λ_{0_1}	$I_{N=5}$	λ_{0_1}	$I_{N=5}$
0,538	0,01582	0,465	0,00642
0,536	0,01450	0,460	0,00920
0,532	0,01879	0,455	0,00865
0,530	0,02275	0,450	0,00394
0,528	0,02683	0,445	0,00287
0,526	0,03039	0,440	0,00389
0,524	0,03289	0,435	0,00699
0,522	0,03333	0,430	0,00714
0,520	0,03360	0,425	0,00423
0,518	0,03034	0,421	0,00258
0,516	0,02863	0,420	0,00338
0,514	0,02465	0,418	0,00312
0,512	0,02025	0,416	0,00405
0,510	0,01588	0,414	0,00535
0,508	0,01200	0,410	0,00718
0,506	0,00895	0,408	0,00676
0,504	0,00697	0,405	0,00566
0,502	0,00613	0,403	0,00430
0,500	0,00638	0,400	0,00279
0,495	0,01020	0,395	0,00425
0,490	0,01425	0,392	0,00674
0,485	0,01419	0,390	0,00797
0,480	0,00987	0,385	0,00677
0,475	0,00510	0,380	0,00327
0,470	0,00385	0,375	0,00662

b_1	$I_{k=5}$	b_1	$I_{k=5}$
0,370	0,01183	0,342	0,03609
0,365	0,00763	0,340	0,07581
0,360	0,00615	0,335	0,21410
0,355	0,02004	0,333	0,24881
0,353	0,02157	0,332	0,25496
0,350	0,02157	0,331	0,25257
0,347	0,01952	0,330	0,24170
0,345	0,01132	0,329	0,28124

Врз база на резултатите наведени во горната табела нацртан е графикот на Сл. 24 кој го прикажува распоредот на интензитетот во интервалот меѓу вториот и третиот главен максимум. Како што се гледа од сликата и меѓу вториот и третиот главен максимум негативната мрежичка со $N = 5$ покажува постоење на 8 споредни максимуми и исто толкав број на споредни минимуми кој заедно со вториот главен минимум ($b_1 = 0,421$ м) даваат вкупно 9 минимуми во овој интервал, каков што беше случајот за мрежичката со ист број на зони на Сл.22 (испрекината линија). Што се однесува до поместувањето на местото на вториот главен максимум гледаме дека за мрежичката со $N = 5$ тоа изнесува 0,01м а за мрежичката со $N = 10$ поместувањето е ≈ 0.

Се разбира дека на ист начин би можел да се испита распоредот на интензитетот и помеѓу третиот и четвртиот главен максимум, меѓутоа како што се гледа и од табелите 3 и 5 главните максимуми од повисок ред се сé погусти и пониски со зголемување-



Сл.24

то на редниот број на максимумот k, а интензитетот во споредните екстреми, чиј број се наголемува со бројот на пропусните зони на мрежичката, е незначителен и експериментално некористен.

Од добиените графици и табели може да се заклучи дека првиот главен максимум на кој му одговара фокусното растојание

$$f = \frac{\alpha^2}{\lambda} \qquad (182)$$

поради неговата најголема оддалеченост од останатите главни максимуми, како и поради најголемата вредност на интензитетот во него, е од најголемо значење при експерименталната употреба на фокусирачките особини на линеарната зонска мрежичка.

Фокусното растојание (182) кое го определува местото на првиот главен максимум, зависи од ширината α на основната зона на мрежичката и е правопропорционално со нејзиниот квадрат, а е обратно пропорционално со брановата должина λ. Истата формула ја имаме и за Соретовата кружна мрежичка, со таа разлика што таму α би го претставувал полупречникот на основниот круг [8].

Мрежичката добиена како муаре́ фигура од други две мрежички од страна на Ломан и Парис во [25], која е дадена со равенката (24) има константа $\alpha = \sqrt{\frac{a^3}{\varrho}}$ која зависи од взаемното растојание ϱ на основните мрежички кои ја создаваат муаре́ фигурата. Според тоа менувајќи го взаемното растојание на основните мрежички, се добива линеарна зонска мрежичка со променливо фокусно растојание. Така, на овој начин добиената мрежичка ја поседува особината на зумирање, што со леќите се постига преку движење на леќата во однос на предметот.

Обратно пропорционалната зависност на вредноста на фокусното растојание од брановата должина λ, покажува дека линеарната зонска мрежичка осветлена со бела светлина, различните бранови должини ќе ги фокусира на различни места вдолж оптичката оска. Во тој смисол таа може да биде употребена како спектрален разложувач во некој спектрален анализатор. На особиниите на линеарната зонска мрежичка кога таа би ја превзела улогата на една призма или дифракциона решетка, кои обично се употреоуваат во разните спектрографски уреди, ќе обрнеме повеќе внимание кога ќе стане збор за дисперзијата и хроматската разделна способност на мрежичката.

Г Л А В А IУ.

ДИФРАКЦИЈА НА РАМНИ БРАНОВИ КАЈ ЛИНЕАРНАТА ЗОНСКА МРЕЖИЧКА

Кога пред светлинскиот извор $\overline{SS'}$ (Сл.9) би се поставила една цилиндрична леќа така што изворот лежи во нејзината фокална линија, врз линеарната зонска мрежичка ќе паѓа паралелен сноп на светлина, односно таа е осветлена со рамен бран. Тоа е исто како да сме го поставиле изворот на бескрајно големо растојание од мрежичката. Значи при испитувањето на дифракцијата што при тоа настанува на мрежичката, би требало секаде каде што се јавува a да ставиме ∞ . Од формулата за фокусното растојание $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ следува дека сега

$$f = b \tag{183}$$

односно растојанието меѓу екранот (фотометарот) и мрежичката истовремено е фокусно растојание на мрежичката.

Меѓутоа внесувањето на $a = \infty$ во формулите (55) или (56) би дало вредност за интензитетот на дифрактираната светлина на секаде еднаква на нула, зошто константниот фактор кој стои пред сумите $K = \frac{2A^2\pi^2}{\lambda(a+b)}$ е рамен во тој случај на нула.

За да ја отстраниме оваа незгода би требало да појдеме од Кирхофовата формула за брановата функција дадена со изразот (41), земајќи во предвид дека бранот u кој паѓа на мрежичката е рамен бран, кој е даден со

$$u = Be^{ikR}$$

меѓутоа после поминувањето низ пропусните слоеви на мрежичката поради промената во фазата за износ δ_j и намалување на неговата амплитуда за $\varkappa$, неговата вредност ќе биде

$$u = B\varkappa e^{i\delta_j} e^{ikR}$$

Замената на оваа вредност во формулата (41) за случај на рамна светлина ќе даде

$$u_j(\overline{PP'}) = \frac{B\varkappa_j e^{i\delta_j}}{4} \int_{S_j} \left(e^{ikR} \operatorname{grad} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} - \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} \operatorname{grad} R \right) d\vec{S} \qquad (184)$$

при тоа

$$\operatorname{grad} e^{ikR} = ike^{ikR} \vec{R}_0 = ike^{ika} \cdot \vec{n}_0$$

$$\operatorname{grad} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} \approx ik \frac{e^{ikr}}{r} \cdot \vec{n}_0 \qquad (185)$$

$$\cos\alpha = \vec{n}_0 \cdot \vec{R}_0 = n_0^2 = 1 \qquad \text{a} \qquad \cos\beta = -\vec{n}_0 \vec{n}_0 \approx -1$$

што внесено во горната формула ќе даде

$$u(\overline{PP'}) = \frac{ikBe^{ik(a+b)}}{2\sqrt{b}} \sum_j D_j \left\{ \int_{\alpha\sqrt{j-1}}^{\alpha\sqrt{j}} e^{ik\frac{(x-x_1)^2}{2b}} dx + \int_{-\alpha\sqrt{j}}^{-\alpha\sqrt{j-1}} e^{ik\frac{(x-x_1)^2}{2b}} dx \right\}$$

Наместо смената (47) сега ќе имаме

$$\frac{k}{2b}(x-x_1)^2 = \frac{\pi}{2}\xi^2 \qquad \text{односно} \qquad x = \sqrt{\frac{\lambda f}{2}}\xi + x_1 \quad \text{a} \quad \xi = \sqrt{\frac{2}{\lambda f}}(x-x_1)$$

со граници на интеграција

$$\xi_j = \gamma\sqrt{j} - q \qquad\qquad \xi_{j-1} = \gamma\sqrt{j-1} - q$$

при што сега

$$\gamma = \alpha\sqrt{\frac{2}{\lambda f}} \qquad \text{a} \qquad q = x_1\sqrt{\frac{2}{\lambda f}} \qquad (186)$$

Така наместо (49) сега ја имаме формулата

$$u(\overline{PP'}) = \frac{i\pi Be^{ik(a+b)}}{\sqrt{2\lambda}} \sum_j D_j \left\{ \int_{\gamma\sqrt{j-1}-q}^{\gamma\sqrt{j}-q} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2} d\xi + \int_{-\gamma\sqrt{j}-q}^{-\gamma\sqrt{j-1}-q} e^{i\frac{\pi}{2}\xi^2} d\xi \right\}$$

Вредноста на интегралите е идентична со онаа дадена со изразот (41), се разбира со значења на γ и q дадени преку (186), така што брановата функција кај идеалната негативна линеарна мрежичка ќе биде дадена со изразот

$$\mathcal{U}(\overline{PP'}) = \frac{i\pi B e^{i[k(a+b)+\delta]}}{\sqrt{2\lambda}} \sum_{\beta=1}^{N} \{[C(\gamma\sqrt{2\beta}-q) - C(-\gamma\sqrt{2\beta}-q) -$$

$$- C(\gamma\sqrt{2\beta-1}-q) + C(-\gamma\sqrt{2\beta-1}-q)] + i[S(\gamma\sqrt{2\beta}-q) - S(-\gamma\sqrt{2\beta}-q) -$$

$$- S(\gamma\sqrt{2\beta-1}-q) + S(-\gamma\sqrt{2\beta-1}-q)]\} \qquad (187)$$

кој се разликува од (51) само по множителот кој стои пред знакот на сумата. Се разбира дека и изразот за распоредот на интензитетот ќе биде по форма ист со (55), со значење на q дадено со (186) и константа

$$K = \frac{B^2\pi^2}{2\lambda} \qquad (188)$$

Изразот за распоредот на интензитетот по оптичката оска и овде ќе биде идентичен со (58), освен во значењето на константата K. Значи и кога упадната светлина претставува рамен бран, за распоредот на интензитетот по оптичката оска ќе имаме

$$I(\overline{PP'}) = K\left\{\left(\sum_{\beta=1}^{N}[C(\gamma\sqrt{2\beta}) - C(\gamma\sqrt{2\beta-1})]\right)^2 + \left(\sum_{\beta=1}^{N}[S(\gamma\sqrt{2\beta}) - S(\gamma\sqrt{2\beta-1})]\right)^2\right\}$$

Тоа значи дека истите формули што досега ги имавме за распоредот на минимумите и максимумите вдолж оптичката оска ќе важат и сега, само насекаде наместо b ќе треба да се стави f.

Местата на главните максимуми ќе бидат определени со

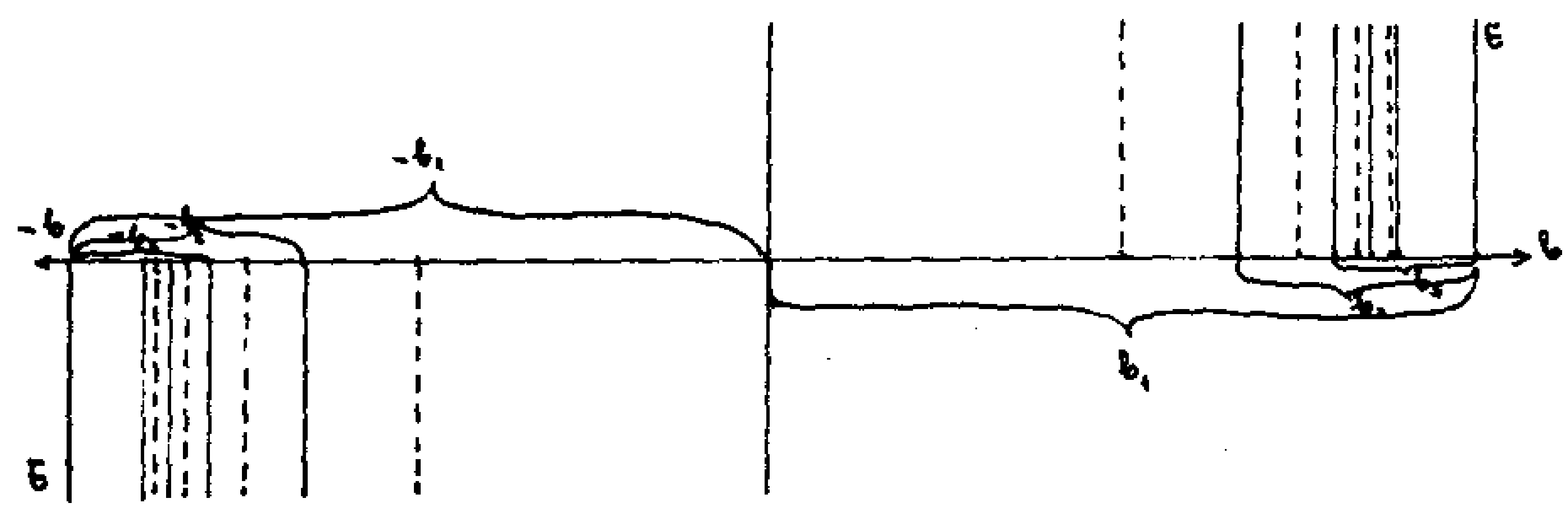
$$b = f = \frac{\alpha^2}{(2k-1)\lambda} \qquad (189)$$

а оние на главните минимуми со

$$b = f = \frac{\alpha^2}{2k\lambda} \qquad (190)$$

При тоа позитивните односно реалните фокусни растојанија лежат на страната меѓу мрежичката и екранот, додека имагинарните фокусни растојанија кои одговараат на негативни растојанија $f = b$

ги наоѓаме во продолжение на дивергентно дифрактираните зраци од мрежичката и лежат на страната на мрежичката што е кон изворот. На Сл. 25 шематски е даден распоредот на реалните и има-



Сл.25

гинарните главни екстреми на интензитетот. Местата на главните максимуми се означени со пола линија а на минимумите со испрекината линија. Гледаме дека во овој случај на секое реално фокусно растојание му одговара имагинарно растојание од ист ред кое лежи на исто ратојание од мрежичката само на негативната страна ($-b$). Висината на линијата на Сл. 25 не одговара на висината на интензитетот во главните фокуси.

Првиот главен максимум е најоддалечен од екранот и има најголем интензитет. Приближувајќи се со мрежичката кон екранот следат максимумите од повисок ред, кои се сѐ погусти и пониски.

Местата на главните максимуми според (189) се определени со растојанија b кои се однесуваат како

$$b_1 : b_2 : b_3 : \dots : b_k = f_{1max} : f_{3max} \dots f_{kmax} = 1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \dots : \frac{1}{2k-1}$$

Во случајот на мрежичката од нашиот конкретен пример овие растојанија ќе бидат дадени со вредностите кои стојат во првата колона од табелата 3.

Што се однесува до вредноста на интензитетот во главните максимуми бидејќи и овде можат да се направат апроксимациите (156) и (157), тие ќе бидат во однос

$$I_{I\,max} : I_{II\,max} : I_{III\,max} \cdots : I_{n\,max} = 1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \cdots : \frac{1}{2n-1}$$

И споредните екстреми како и нивниот број ќе бидат определени со истите вредности на γ дадени со (170) и (171), водејќи при тоа сметка дека вредноста на f во γ треба да биде заменета со b_0. Така наместо (180) за местата на споредните минимуми ќе ја имаме формулата

$$b_{\varphi\,min} = f_{min} = \frac{2\alpha^2}{\lambda\gamma^2} = \frac{2\alpha^2(N-1)}{\lambda(2p-1)} \qquad (191)$$

Од сето досегашно излагање може да се заклучи дека во случај на рамен упаден бран формално важат истите математички формули како при френеловата дифракција на цилиндричните бранувања кај линеарните зонски мрежички, меѓутоа при проучувањето на распоредот по оптичката оска треба да се води сметка дека секаде онаму каде се јавува b_0 треба да се стави f, а за местата надвор од оптичката оска наместо $\varrho = x_1\sqrt{\frac{2f}{\lambda b_0^2}}$ треба да се зема $x_1\sqrt{\frac{2}{\lambda f}}$, што исто така се добива со замената $f = b_0$.

Разгледувањето на проблемот на дифракција кај линеарната зонска мрежичка со помош на рамен упаден бран, не само што е поедноставно, зошто во случај на неподвижен фотометар дава по еден лик за секое фокусно растојание од даден ред, (кај цилиндричниот упаден бран постојат две места b_1, b_2 кои одговараат на исто фокусно растојание) туку е и поблиско до концепцијата на Френел за толкување на дифракциониот феномен, зошто рамнината на мрежичката не отстапува од челната површина на рамниот бран.

Поради непостоење на математички формална разлика меѓу овие два типа на дифракција, сите понатамошни изведувања подеднакво ќе се однесуваат на двата типа на дифракции, а во крајните резултати секаде каде што се јавува b за случајот на рамни бранови ќе треба да се земе f .

ГЛАВА V.

ДИСПЕРЗИЈА И ХРОМАТСКА РАЗДЕЛНА СПОСОБНОСТ НА ЛИНЕАРНАТА ЗОНСКА МРЕЖИЧКА

Видовме дека местата на главните максимуми на интензитетот вдолж оптичката оска се определени со фокусните растојанија дадени со формулите (180) одн.(189)

$$f_k = \frac{\alpha^2}{(2k-1)\lambda}$$

на кои им одговараат положби на мрежичката во однос на екранот дадени со

$$b_{0k} = \frac{c}{2} \mp \frac{1}{2}\sqrt{c^2-4cf}$$

за случај на Френелова дифракција на цилиндрична светлина и

$$b_{0k} = f_k$$

за случај на дифракција на рамен бран.

Според тоа линеарната зонска мрежичка различните бранови должини λ ќе ги фокусира на различни места b_k вдолж оптичката оска. Велиме дека мрежичката исто како и кружната зонска мрежичка има способност спектрално да ги разлага компонентите на белата светлина, па како таква може да биде употребена во замена на призма или дифракциона решетка, кои служат како дисперзиони оптички системи во разните спектрални апарати. За разлика од призмата и решетката, кои зарлагањето го вршат во рамнина која стои нормално на патот на поминатите низ нив зраци, линеарната зонска мрежичка разлагањето го врши во оптичката осна рамнина, а максимумите се јавуваат во вид на фокусни линии кои стојат нормално на оптичката оска.

Како и кај останатите дисперзиони оптички системи и овде можеме да ја дефинираме линеарната дисперзија D која покажува за колкава вредност db ќе се промени местото на максимумот при промена на брановата должина за $d\lambda$.

$$D = \left|\frac{db}{d\lambda}\right| \qquad (192)$$

Вреноста на дисперзијата ја добиваме преку диференцирање на горните изрази за b_k. Така за Френеловата дифракција на цилиндричен бран имаме

$$D_k = \left|\frac{db_k}{df_k}\cdot\frac{df_k}{d\lambda}\right| = \frac{1}{\sqrt{1-4f_k/c}}\cdot\frac{f_k}{\lambda} \qquad (193)$$

а за случај на рамен упаден бран

$$D_k = \frac{db_k}{d\lambda} = \frac{df_k}{d\lambda} = \frac{f_k}{\lambda} \qquad (194)$$

што може да се добие од (193) при услов $c\to\infty$. Занемарувањето на вредноста f_k/c во именителот на (193) може да се постигне и со избор на мрежичка која има многу мала ширина на основната централна зона. Општо земено дисперзијата дефинирана преку (193) за фокално растојание од даден ред, ќе има нешто поголема вредност од дисперзијата што се врши од рамнобрановата дифракција кај линеарната зонска мрежичка.

Горните изрази покажуваат дека фокусите од повисок ред ќе имаат помала дисперзија во однос на онаа што ја имаме за фокусите од прв ред.

$$D_k = \frac{f_k}{\lambda} = \frac{f_1}{(2k-1)\lambda} = \frac{1}{(2k-1)}D_1$$

Освен тоа дисперзијата на линеарната зонска мрежичка има обратнопропорционална зависноет од брановата должина. Тоа значи дека пониски бранови должини ќе бидат разделени во поголема мера од брановите должини со голема вредност. Ако поради најголемата вредност на дисперзијата се одлучиме за фокусните растојанија кои им одговараат на максимумите од прв ред, вредноста на дисперзијата (194) ќе биде за мрежичка со $\alpha = 10^{-3}$м и бранова должина $\lambda = 2000.10^{-10}$м дадена како $2,5 \frac{mm}{Å}$, а во случај на брановата должина од нашиот конкретен пример со $\lambda = 6328.10^{-10}$m таа изнесува $0,25 \frac{mm}{Å}$.

Според Рејлиевиот критериум за разделната способност, минималното растојание, на кое треба да се наоѓаат два максимуми на две блиски бранови должини кои ќе сметаме дека се разделени од страна на линеарната зонска мрежичка, треба да биде еднакво на растојанието меѓу максимумот на едната бранова должина и нејзиниот прв минимум. Со други зборови максимумот на другата бранова должина треба да се совпаѓа со првиот дифракционен минимум по оптичката оска на првата бранова должина. За мрежичка со голем број на пропусни зони ние покажавме дека местото на првиотспореден минимум е определено со равенката (171) за $p=N$. Тоа во случај на двата типа на дифракција се вредностите на b_p дадени со

$$b_{min} = \frac{c}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{c^2 - 8c\frac{\alpha^2}{\lambda \delta^2}} = \frac{c}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{c^2 - 8c\frac{\alpha^2 (N-1)}{\lambda(2N-1)}}$$

и (195)

$$b_{min} = f_{min} = \frac{2\alpha^2}{\lambda \delta^2} = \frac{2\alpha^2 (N-1)}{\lambda(2N-1)}$$

Минималното разделувачко растојание според тоа ќе биде

$$b_k - b_{min} \approx \frac{1}{2}c\left[\left(1 - \frac{4\alpha^2(N-1)}{c(2N-1)\lambda}\right) - \left(1 - \frac{2\alpha^2}{c(2k-1)\lambda}\right)\right] = \frac{\alpha^2}{\lambda}\left[\frac{1}{2k-1} - \frac{2(N-1)}{2N-1}\right]$$

и (196)

$$b_k - b_{min} = \frac{\alpha^2}{\lambda}\left[\frac{1}{2k-1} - \frac{2(N-1)}{2N-1}\right]$$

за паралелна светлина. Од друга страна ако извршиме диференцирање по λ на соодветните вредности b_k имаме

$$db_k \rightarrow \Delta b = \frac{\frac{c\alpha^2}{(2k-1)\lambda^2}}{\sqrt{c^2 - 4c\frac{\alpha^2}{(2k-1)\lambda}}}\Delta\lambda \approx \frac{f_k}{1 - 2\frac{f_k}{c}}\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \qquad (197)$$

и

$$db_k \rightarrow \Delta b = \frac{\alpha^2}{(2k-1)\lambda^2}\Delta\lambda = f_k\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Изедначувајќи ги десните страни на изразите (196) и (197) добиваме дека најмалата вредност $\Delta\lambda$ која може да биде разделена со помош на линеарната зонска мрежичка зависи од бројот на зоните на мрежичката, потоа од редот k на максимумот во кој се врши разложувањето, а е пропорционална со брановата должина λ. Значи за случај на френелова дифракција на цилиндричен бран

$$\Delta\lambda = (2k-1)\left[\frac{1}{2k-1} - \frac{2(N-1)}{2N-1}\right]\left(1 - \frac{2}{c}\frac{\alpha^2}{(2k-1)\lambda}\right)\lambda \qquad (198)$$

додека кај рамнобрановата дифракција таа е дадена со

$$\Delta\lambda = (2k-1)\left[\frac{1}{2k-1} - \frac{2(N-1)}{2N-1}\right]\lambda \qquad (199)$$

Во обата случаи $\Delta\lambda$ има најголема вредност кога разлагањето се врши во првиот главен максимум, т.е. за $k = 1$. Така за разделната способност на линеарната зонска мрежичка, кога разлагањето се врши во првиот главен максимум, според [35] имаме

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{1}{1-2\frac{z_1}{c}}(2N-1) \qquad (200)$$

и во случај на дифракција во паралелна светлина

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 2N-1 \qquad (201)$$

Редот на главните максимуми k во кои се врши разлагањето, кај линеарната зонска мрежичка ја игра истата улога што кај дифракционата решетка ја има редот на спектарот m. Познато е дека разделната способност на една дифракциона решетка е пропорционална со бројот на цртите на решетката и со редот на спектарот и е дадена со изразот

$$R = mN$$

Поради најголемата вредност на интензитетот кај решетката највеќе се користи спектарот од прв ред. Така за разделната способност во спектарот од прв ред кај дифракционата решетка имаме

$$R = N$$

т.е. се постига поголема хроматска разделна способност во колку решетката се состои од поголем број N на процепи. Од изразите (200) и (201) гледаме дека вредноста на разделната способност на линеарната зонска мрежичка кога разложувањето се врши во нејзиниот "спектар од прв ред" односно кога се разделуваат првите главни фокуси на соодветните бранови должини, исто така зависи од бројот на пропусните зони на мрежичката ($2N-1$ е редниот број на долната граница на последната пропусна зона на мрежичката).

Значи што се однесува до разделната способност, особините на линеарната зонска мрежичка се еквивалентни со оние на дифракционата решетка. Меѓутоа дифракционата решетка освен предноста што ја има во полесното конструирање и формирање на дифракционата слика во рамнина која е позгодна за набљудување, има дисперзија која не зависи од брановата должина. Кај неа линеарната дисперзија е рамна на $\mathfrak{D}=\frac{m}{d}$ каде d е ширината на процепите на решетката. Кај зонската мрежичка видовме дека дисперзијата е обратно пропорционална со брановата должина, што наведува на заклучок дека мрежичката е погодна за спектрално разложување на покусите бранови должини, односно за работа во ултравиолетовиот дел од спектарот и за испитување на х-зраците.

Г Л А В А УІ.

РАСПОРЕД НА ИНТЕНЗИТЕТОТ ВО РАМНИНАТА НА ПРВИОТ ГЛАВЕН МАКСИМУМ

За вредноста на интензитетот вдолж било која права $\overline{PP'}$, која не мора да ја сече оптичката оска, ги имавме формулите (55) и (56) за негативната и позитивната мрежичка соодветно.

При претпоставка дека работиме со мрежичка со многу голем број на пропусни зони, рамнината на првиот главен максимум е определена со оние вредности на b за кои е $\gamma = \sqrt{2}$, така што за распоредот на интензитетот според (55) и (68) за негативната мрежичка ја имаме формулата

$$I_{-}(\overline{PP'}) = \frac{1}{4}K\left\{\left(\sum_{\beta=1}^{n}\left[C(\sqrt{2\cdot 2\beta}-q)-C(-\sqrt{2\cdot 2\beta}-q)-C(\sqrt{2(2\beta-1)}-q)+C(-\sqrt{2(2\beta-1)}-q)\right]\right)^{2}+\right.$$

$$\left.+\left(\sum_{\beta=1}^{n}\left[S(\sqrt{2\cdot 2\beta}-q)-S(-\sqrt{2\cdot 2\beta}-q)-S(\sqrt{2(2\beta-1)}-q)+S(-\sqrt{2(2\beta-1)}-q)\right]\right)^{2}\right\}$$

Со оглед на тоа што е

$$C(-\gamma\sqrt{2\beta}-q) = -C(\gamma\sqrt{2\beta}+q) \qquad S(-\gamma\sqrt{2\beta}-q) = -S(\gamma\sqrt{2\beta}+q)$$

$$C(-\gamma\sqrt{2\beta-1}-q) = -C(\gamma\sqrt{2\beta-1}+q) \qquad S(-\gamma\sqrt{2\beta-1}-q) = -S(\gamma\sqrt{2\beta-1}+q)$$

а според формулите (48) и (182)

$$q = x_1\sqrt{\frac{2\gamma}{\lambda b^2}} = x_1\frac{\alpha}{\lambda b}\sqrt{2}$$

интензитетот во рамнината на првиот главен максимум ќе биде даден со формулата

$$I_{-}(\overline{PP'}) = \frac{1}{4}K\left\{\left(\sum_{\beta=1}^{n}C\left[\sqrt{2}\left(\sqrt{2\beta}-\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\right)\right]+C\left[\sqrt{2}\left(\sqrt{2\beta}+\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\right)\right]-\right.\right.$$

$$\left.-C\left[\sqrt{2}\left(\sqrt{2\beta-1}-\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\right)\right]-C\left[\sqrt{2}\left(\sqrt{2\beta-1}+\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\right)\right]\right)^{2}+\left(\sum_{\beta=1}^{n}S\left[\sqrt{2}\left(\sqrt{2\beta}-\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\right)\right]+\right.$$

$$\left.\left.+S\left[\sqrt{2}\left(\sqrt{2\beta}+\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\right)\right]-S\left[\sqrt{2}\left(\sqrt{2\beta-1}-\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\right)\right]-S\left[\sqrt{2}\left(\sqrt{2\beta-1}+\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\right)\right]\right)^{2}\right\} \qquad (202)$$

Величината x_1 е растојанието на правата $\overline{PP'}$ од фокусната линија $\overline{P_0P_0'}$ која во рамнината на главниот максимум стои нормално на оптичката оска. Ние ќе го испитуваме распоредот на интензитетот во непосредна близина на правата $\overline{P_0P_0'}$ т.е. на растојанија x_1 кои се многу мали во споредба со b. Затоа количникот $\frac{x_1\alpha}{\lambda b}$ ќе го сметаме за многу мала величина која ќе ја означиме со ε.

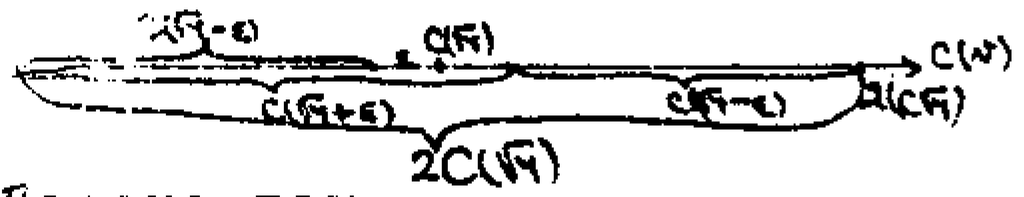
$$\frac{x_1\alpha}{\lambda b} = \varepsilon$$

Од графикот на Корниевата спирала на Сл.26 се гледа дека

$$C(\sqrt{2\cdot 2\beta}-\sqrt{2}\varepsilon)+C(\sqrt{2\cdot 2\beta}+\sqrt{2}\varepsilon) \approx 2C(\sqrt{2\cdot 2\beta}) \qquad (203)$$

$$C(\sqrt{2(2\beta-1)}-\sqrt{2}\varepsilon)+C(\sqrt{2(2\beta-1)}+\sqrt{2}\varepsilon) \approx 2C(\sqrt{2(2\beta-1)}) \qquad (204)$$

на пример



$$C(\sqrt{4}+\varepsilon)+C(\sqrt{4}-\varepsilon)\approx 2C(\sqrt{4})$$

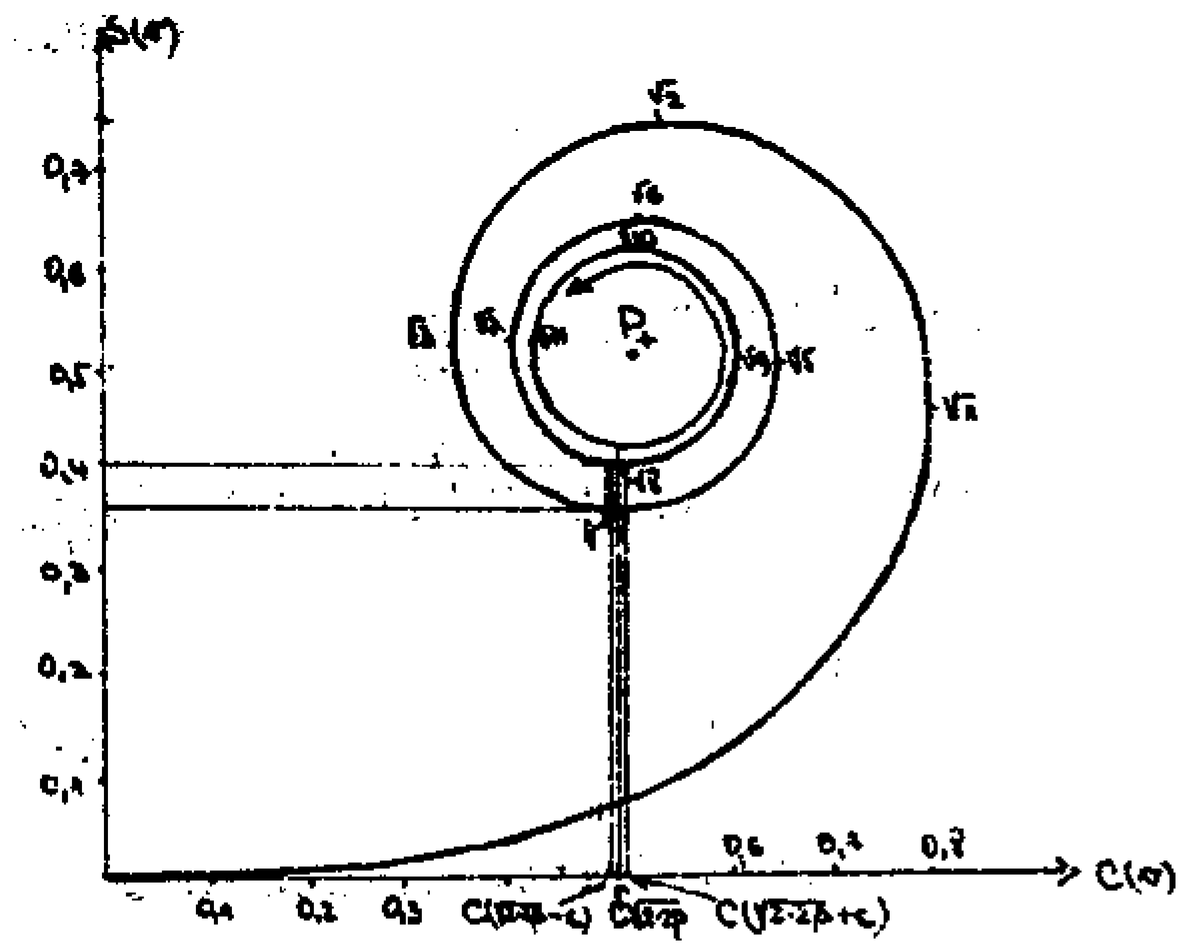
Додека пак

$$S[\sqrt{2}(\sqrt{2\beta}-\varepsilon)]\approx S[\sqrt{2}(\sqrt{2\beta}+\varepsilon)]$$
$$S[\sqrt{2}(\sqrt{2\beta-1}-\varepsilon)]\approx S[\sqrt{2}(\sqrt{2\beta-1}+\varepsilon)] \qquad (205)$$

Според тоа формулата за распоредот на интензитетот во рамнината на првиот главен максимум можеме да ја апроксимираме со

$$I(\overline{PP'})=K\left\{\left(\sum_{\beta=1}^{n}[C(\sqrt{2\cdot 2\beta})-C(\sqrt{2(2\beta-1)})]\right)^2+\left(\sum_{\beta=1}^{n}[S(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm\sqrt{2}\varepsilon)-S(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm\sqrt{2}\varepsilon)]\right)^2\right\} \qquad (206)$$

Од Корниевата спирала на Сл.26 исто така се гледа дека разликите $[C(\sqrt{2\cdot 2\beta})-C(\sqrt{2(2\beta-1)})]$ се мали, така што придонесот на првата сума во (206) кон вредноста на интензитетот е многу мала во



Сл.26

споредба со делот што доаѓа од втората сума. Малата вредност на првата сума не зависи од x_1, така што за мрежичката со даден број на зони има константна вредност што ќе ја означиме со C. Во оваа приближност можеме да сметаме дека интензитетот е зададен со формулата

$$I(\overline{PP'})=K\left\{C^2+\left(\sum_{\beta=1}^{n}[S(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm\sqrt{2}\tfrac{x_1\alpha}{\lambda b})-S(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm\sqrt{2}\tfrac{x_1\alpha}{\lambda b})]\right)^2\right\}$$

За да ги најдеме правите $\overline{PP'}$ во главната фокална рамнина кои се со минимална и максимална осветленост, а се наоѓаат на растојание x_1 од оптичката оска, ќе го побараме и изрампиме со нула првиот извод на интензитетот по променливата x_1

а бидејќи x_1 фигурира во аргументот на Френеловите интеграли, ќе треба да го изрямниме со нула сложениот извод

$$\frac{dI}{dq}\frac{dq}{dx_1} = 0$$

Меѓутоа

$$\frac{dq}{dx_1} = \frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b} \neq 0$$

така што останува да се бараат решенијата на равенката

$$\frac{dI}{dq} = 2K\left\{\sum_{\beta=1}^{N}[S(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm q) - S(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm q)]\right\}\cdot\left\{\sum_{\beta=1}^{N}\frac{dS}{d(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm q)}\,\frac{d(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm q)}{dq} - \frac{dS(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm q)}{d(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm q)}\cdot\frac{d(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm q)}{dq}\right\}$$

Според равенките (74)

$$\frac{dS(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm q)}{d(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm q)} = \sin\frac{\pi}{2}(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm q)^2 \qquad \frac{dS(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm q)}{d(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm q)} = \sin\frac{\pi}{2}(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm q)^2$$

а

$$\frac{d(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm q)}{dq} = \pm 1 \qquad \frac{d(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm q)}{dq} = \pm 1$$

така што треба да ја решиме равенката

$$\frac{dI}{dq} = \pm 2K\left\{\sum_{\beta=1}^{N}[S(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}) - S(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b})]\right\}\cdot \left\{\sum_{\beta=1}^{N}\sin\frac{\pi}{2}(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b})^2 - \sin\frac{\pi}{2}(\sqrt{2\cdot(2\beta-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b})\right\} \qquad (207)$$

Вредностите x_1 за кои првиот множител на равенката (198) е рамен на нула, т.е. решенијата на равенката

$$\sum_{\beta=1}^{N}\left\{S(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}) - S(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b})\right\} = 0 \qquad (208)$$

ги даваат минимумите на интензитетот, зошто тогаш и равенката за интензитетот дава $I(\overline{PP'})=4KC^2$

Решенијата пак на вториот множител на (207)

$$\sum_{\beta=1}^{N}\left\{\sin\frac{\pi}{2}(\sqrt{2\cdot 2\beta}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b})^2 - \sin\frac{\pi}{2}(\sqrt{2(2\beta-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b})^2\right\} = 0 \qquad (209)$$

ќе ги дадат местата со максимална осветленост.

Да се обидеме најнапред да ги определиме местата со минимална осветленост.Не велиме нули на интензитетот, зошто равенката (206) на тие места, како што беше речено, дава вредност $I=4KC^2$. Со други зборови членовите од првата сума во равенката (206) колку и да се со занемарливо мала вредност, не се еднакви на нула.

Ќе ги побараме решенијата на равенката (208) претходно применувајќи ја втората од формулите (78). Така имаме

$$\sum_{p=1}^{N}\Big\{Q\Big(\sqrt{2(2p-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)\cos\frac{\pi}{2}\Big(\sqrt{2(2p-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)^2+P\Big(\sqrt{2(2p-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)\sin\frac{\pi}{2}\Big(\sqrt{2(2p-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)$$

$$-Q\Big(\sqrt{2\cdot 2p}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)\cos\frac{\pi}{2}\Big(\sqrt{2\cdot 2p}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)^2-P\Big(\sqrt{2\cdot 2p}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)\sin\frac{\pi}{2}\Big(\sqrt{2\cdot 2p}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)^2\Big\}=0$$

Поради тоа што проблемот го разгледуваме во близина на оптичката оска, т.е. за мали вредности на x_1, ќе можеме да ја направиме апроксимацијата

$$\Big(\sqrt{2\cdot 2p}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)^2\approx 2\cdot 2p\pm 4x_1\frac{\alpha\sqrt{2p}}{\lambda b}$$

$$\Big(\sqrt{2(2p-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)^2\approx 2(2p-1)\pm 4x_1\frac{\alpha\sqrt{2p-1}}{\lambda b}\qquad(210)$$

така што

$$\cos\frac{\pi}{2}\Big(\sqrt{2(2p-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)^2\approx\cos\Big[\pi(2p-1)\pm 2\pi x_1\frac{\alpha\sqrt{2p-1}}{\lambda b}\Big]=-\cos 2\pi x_1\frac{\alpha\sqrt{2p-1}}{\lambda b}$$

$$\cos\frac{\pi}{2}\Big(\sqrt{2\cdot 2p}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)^2\approx\cos\Big[\pi\, 2p\pm 2\pi x_1\frac{\alpha\sqrt{2p}}{\lambda b}\Big]=\cos 2\pi x_1\frac{\alpha\sqrt{2p}}{\lambda b}$$

и исто така

$$\sin\frac{\pi}{2}\Big(\sqrt{2(2p-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)^2\approx\mp\sin 2\pi x_1\frac{\alpha\sqrt{2p-1}}{\lambda b}$$

$$\sin\frac{\pi}{2}\Big(\sqrt{2\cdot 2p}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)^2\approx\pm\sin 2\pi x_1\frac{\alpha\sqrt{2p}}{\lambda b}$$

Занемарувајќи ги поради нивната мала вредност функциите P(w) и земајќи уште дека е

$$Q\Big(\sqrt{2(2p-1)}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)\approx Q\Big(\sqrt{2\cdot 2p}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)=\frac{1}{\pi\Big(\sqrt{2\cdot 2p}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)}\qquad(211)$$

како услов за добивање на правите $\overline{PP}'$ кои во фокалната рамнина на првиот главен максимум на линеарната зонска мрежичка ќе имаат минимална осветленост, се решенијата на равенката

$$\sum_{p=1}^{N}\frac{1}{\pi\Big(\sqrt{2\cdot 2p}\pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\Big)}\Big\{\cos 2\pi x_1\frac{\alpha\sqrt{2p-1}}{\lambda b}+\cos 2\pi x_1\frac{\alpha\sqrt{2p}}{\lambda b}\Big\}=0$$

или

$$\sum_{\beta=1}^{N} \frac{2}{\pi\left(\sqrt{2}\cdot 2\beta \pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\right)} \cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)\cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1}\right)=0 \quad (212)$$

Првиот минимум (нула) за секој член од сумата е за

$$\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)=\pm\frac{\pi}{2}$$

односно

$$\frac{x_{1\beta}}{b}=\pm\frac{\lambda}{2\alpha\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)}=\pm\frac{\lambda}{2\alpha}\left(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1}\right) \quad (213)$$

Гледаме дека секој пар на зони со реден број β го дава својот прв минимум на различно место x_1. Минимумите на периферните зони се поблиску до оптичката оска. Според тоа резултантниот прв минимум на интензитетот во рамнината на првиот главен максимум ќе зависи од учеството на бројот на пропусните зони на мрежичката и ќе биде поблиску до оптичката оска во колку се зголемува бројот на зоните на мрежичката.

Кај мрежичка со $\alpha=10^{-3}$м осветлена со монохроматски извор со бранова должина $\lambda=6328\cdot10^{-10}$м во рамнината на главниот максимум кој е на растојание од екранот b =2,4101м,местата на првите минимуми кои им припаѓаат на разни парови на зони со индекс β се дадени во табелата 10

Табела 10

β	$x_1\cdot10^{-5}$ m	β	$x_1\cdot10^{-5}$ m	β	$x_1\cdot10^{-5}$ m	β	$x_1\cdot10^{-5}$ m	β	$x_1\cdot10^{-5}$ m
1	31,59	6	11.25	11	8,22	16	6,79	25	5,42
2	20,43	7	10,38	12	7,87	17	6,59	50	3,82
3	16,27	8	9,69	13	7,55	18	6,40	100	2,70
4	13,93	9	9,11	14	7,27	19	6,23	150	2,20
5	12,37	10	8,64	15	7,02	20	6,07	200	1,91

Според тоа ако мрежичката има на пример по 10 пропусни зони од двете страни на оската, нејзиниот прв минимум ќе се јави во интервалот $0{,}0000864 < x_1 < 0{,}0003159$ м.

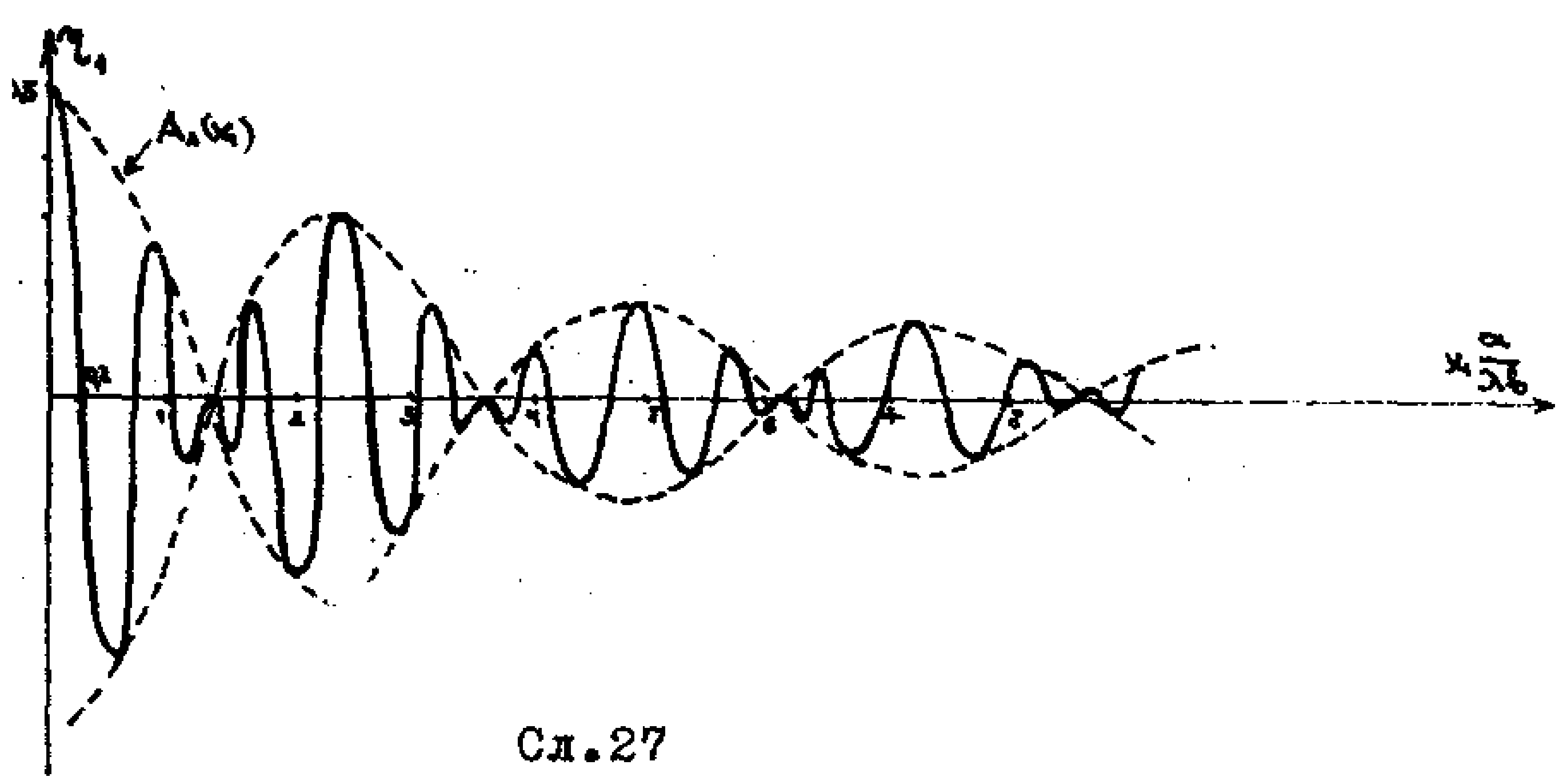
За да стане појасно формирањето на првиот минимум ќе ја дискутираме вредноста на интензитетот во интервалот на x_1 од 0 до 0,00032 м. Во сила на апроксимациите (210) и (211) интензитетот според (206) е даден со формулата

$$I(\varphi P) = K\left\{C + \left(\sum_{\beta=1}^{4} \frac{2}{\pi\left[\sqrt{2\cdot 2\beta} \pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\right]} \cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1}\right)\cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)\right)^2\right\} \quad (214)$$

Секој член од сумата во горната формула претставува осцилација $\cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)$ со амплитуда $\frac{2}{\pi\left[\sqrt{2\cdot 2\beta} \pm x_1\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\right]} \cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1}\right) = A_\beta(x_1)$

На Сл.27 графички е претставен членот од сумата со индекс $\beta=1$

$$\eta_1 = \frac{2}{\pi\left[\sqrt{2} + \sqrt{2}\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\right]} \cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2}-\sqrt{1}\right)\cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2}+\sqrt{1}\right)$$



Сл.27

Со испрекината линија е означена модулацијата на амплитудата. Вториот член од сумата ќе има сличен график, само сега модулацијата ќе биде со амплитуди кои побргу опаѓаат и со периода која е поголема од претходната. Периодата на модулациите е

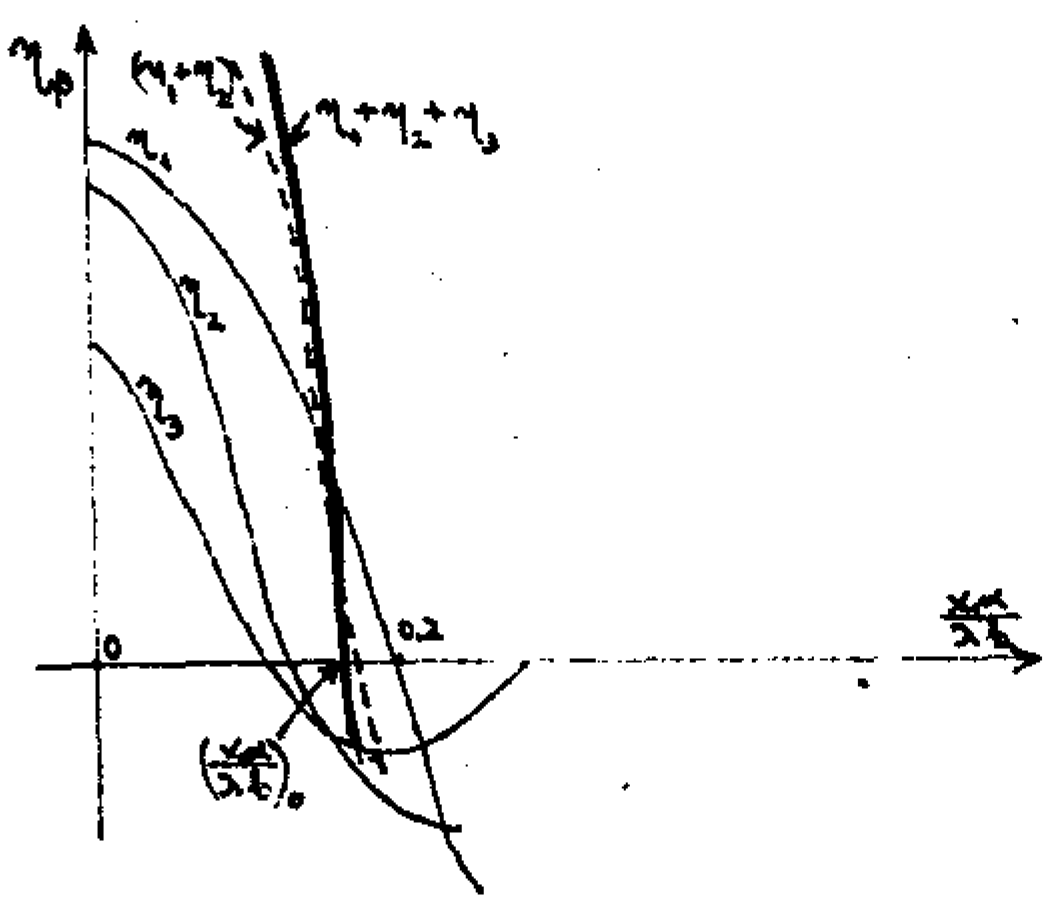
$$T_\beta = \frac{2}{\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1}} = 2\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)$$

од каде јасно се гледа дека $T_2 > T_1$. ($T_1=0{,}8$; $T_2=7{,}4$).

Меѓутоа периодата на осцилацијата $\cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{4}+\sqrt{3}\right)$ е помала од онаа на првиот член и првата нула ја постига за

$$\frac{x_1\alpha}{\lambda b} = \frac{1}{2\left(\sqrt{4}+\sqrt{3}\right)} = 0{,}13$$

Нас не интересира првата нула на збирот на овие два члена. За таа цел на Сл28 се претставени кривите η_1 и η_2 во околината на нивните први постигнати нули (тенки полни линии). Графичкиот збир $\eta_1+\eta_2$ (испрекината линија) ја има првата нула која е поместена кон помала вредност $\frac{x_0\alpha}{\lambda b}$ од онаа на првата нула на функцијата η_1.



Сл.28

Зголемувањето на бројот на пропусните зони на мрежичката би значело додавање на нови членови во сумата, а во графичкото барање на средната прва нула на интензитетот тоа би значело мало поместување на средната прва нула на претходните суманди кон помали вредности на $\frac{x_0\alpha}{\lambda b}$. Веќе третиот суманд за многу малку ќе ја помести средната нула на $\eta_1+\eta_2$. Збирот $\eta_1+\eta_2+\eta_3$ е претставен на Сл.28 со дебелата полна линија. Малата негативна вредност што ја има осцилацијата на секој нов член во сумата η_p, претходниот збир $\eta_1+\eta_2+\eta_3+\cdots\cdots+\eta_{p-1}$ ја поништува (графичко собирање) со исто толкава позитивна вредност, која е во непосредна близина на претходно постигнатата средна нула, зошто кривата на сумата $\eta_1+\eta_2+\cdots\cdots\cdots\cdots+\eta_{p-1}$ е многу стрма и позитивна во интервалот $(0;\left(\frac{x_0\alpha}{\lambda b}\right)_0)$.

Од сето досега изложено може да се каже дека во формирањето на првата средна нула на интензитетот одлучна улога имаат првите неколку пропусни зони на мрежичката, додека зоните со повисок индекс на сумирање p придонесуваат кон поместувањето на средната прва нула кон помали вредности на $\frac{x_0\alpha}{\lambda b}$, т.е.

таа е се поблиску до оптичката оска.

За случај на позитивна мрежичка изразот за распоредот на интензитетот (206) и условот за минимум (208) ќе се разликуваат од оние за негативната во вредностите на аргументите на сумирањето, т.е. секаде наместо $\sqrt{2\cdot 2\beta}$ треба да се стави $\sqrt{2(2\beta-1)}$ и $\sqrt{2(2\beta-1)}$ да се замени со $\sqrt{2(2\beta-2)}$.

Минимумите на интензитетот сега ќе бидат дефинирани со решенијата на равенката

$$\sum_{\beta=1}^{N} \frac{2}{\pi\left(\sqrt{2(2\beta-2)}+x\frac{\alpha\sqrt{2}}{\lambda b}\right)} \cos\pi\frac{x_4\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta-1}+\sqrt{2\beta-2}\right)\cos\pi\frac{x_4\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta-1}-\sqrt{2\beta-2}\right)=0$$

а првиот минимум на секој член од оваа сума ќе биде определен со

$$\frac{x_1}{b} = \frac{\pm\lambda}{2\alpha\left(\sqrt{2\beta-1}+\sqrt{2\beta-2}\right)} \tag{215}$$

Овој израз по својата вредност е поголем од соодветниот даден со (213') за негативната мрежичка. Според тоа позитивната мрежичка со ист број на пропусни зони во рамнината на главниот максимум ќе го постигне својот прв минимум на осветлување на растојание x_1 кое е пооддалечено од оптичката оска, отколку што е минимумот на негативната мрежичка. Во нашиот конкретен пример паровите на зони со индекси β во случај на позитивна мрежичка ги постигаат своите нули на местата x_1 дадени според табелата 11.

Табела 11

β	1	2	3	5	10	15	20	50	100
$x_1\cdot 10^5_4$	77,18	24,15	18,36	13,12	8,66	7,09	6,14	3,66	2,62

Од табелата се гледа дека минимумите на паровите зони што имаат големи редни броеви β се наоѓаат на приближно исти места како кај негативната мрежичка. Меѓутоа бидејќи одлучна улога во формирањето на средниот прв минимум играат првите неколку пара на зони, а тука постои разлика во вредноста на x_1, јасно е дека првиот минимум на интензитетот во рамнината на првиот главен максимум кај позитивната мрежичка ќе биде подалеку од оптичката оска.

Да видиме сега како би можеле да ги определиме местата на максимумите во рамнината на првиот главен максимум. Рековме дека тие се определени со решенијата на равенката (209), која со помош на апроксимацијата (210) ќе гласи

$$\sum_{\beta=1}^{n}\left[\sin 2\pi x_1 \frac{\alpha\sqrt{2\beta}}{\lambda b} + \sin 2\pi x_1 \frac{\alpha\sqrt{2\beta-1}}{\lambda b}\right] = 0$$

или

$$\sum_{\beta=1}^{n} \sin \pi \frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)\cos \pi \frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1}\right) = 0 \qquad (216)$$

Равенката (216) е задоволена за $x_1=0$, што не е ништо друго туку првиот главен максимум кој лежи на оптичката оска.

Освен ова решение секој пар на зони со индекс β го постига својот максимум на оние места x_1 за кои е

$$\sin \pi \frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)\cos \pi \frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1}\right) = 0$$

односно кога е

$$\pi \frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right) = k\pi \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\frac{x_1}{b} = \frac{\lambda k}{\alpha\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)} \qquad (217)$$

Решенијата (217) всушност се места на минимумите и максимумите на модулираните осцилации $\cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)$. Сумата од овие модулирани осцилации ќе даде средни минимуми и максимуми, кои при квадрирањето (зошто интензитетот е пропорционален со квадратот на сумата) претставуваат максимуми на интензитетот.

За $k = 0$ и за било која вредност на β го имаме главниот максимум кој лежи на оптичката оска. Модулирачката амплитуда на сите суманди од (214) има најголема вредност за $x_1=0$ а со оддалечувањето од оптичката оска имаме нагло опаѓање на кстата.

Според тоа на местото $x=0$ во рамнината на првиот главен максимум се наоѓа висок максимум на интензитетот, чија вредност зависи од бројот на пропусните зони што учествуваат во дифракцијата, или како што покажавме од квадратот на вкупната пропусна ширина на мрежичката, а лево и десно од него во вид на темни ленти се јавуваат минимуми на интензитетот определени со формулите (213), а потоа, на приближно двојно растојание од оската, се јавуваат две посветли ленти чии места се средни максимуми определени од формулата (217) за $k=\pm1$. Овие максимуми поради опаѓањето на модулирачките амплитуди ќе бидат знатно пониски од главниот максимум. Се разбира потоа следи серија од други минимуми и максимуми кои со зголемувањето на бројот на зоните се во поголем број и погусти и со изразито помала вредност од онаа на главниот максимум. Со зголемување на бројот на зоните на мрежичката висината на главниот максимум е сé поголема а неговата ширина сé потесна.

Со цел да се поткрепат горенаправените теоретски претпоставки за распоредот на интензитетот во главната фокална рамнина, кои беа апроксимативно изведени, програмирана е функцијата (202) и тоа за мрежичка и извор земени во нашиот конкретен пример. Во табелата 12 се наведени четворократните вредности на интензитетот во главната фокална рамнина на една негативна линеарна мрежичка (за да биде константата пред сумите рамна на 1 како во (69)), која содржи различен број на пропусни зони и тоа за $N= 3,5,10$.

И овде како и при претходните табелирања ќе биде внесена секоја петта вредност со исклучок на местата каде се јавуваат минимумите и максимумите.

Табела 12

Распоред на интензитетот во рамнината на првиот главен максимум на една негативна линеарна зонска мрежичка

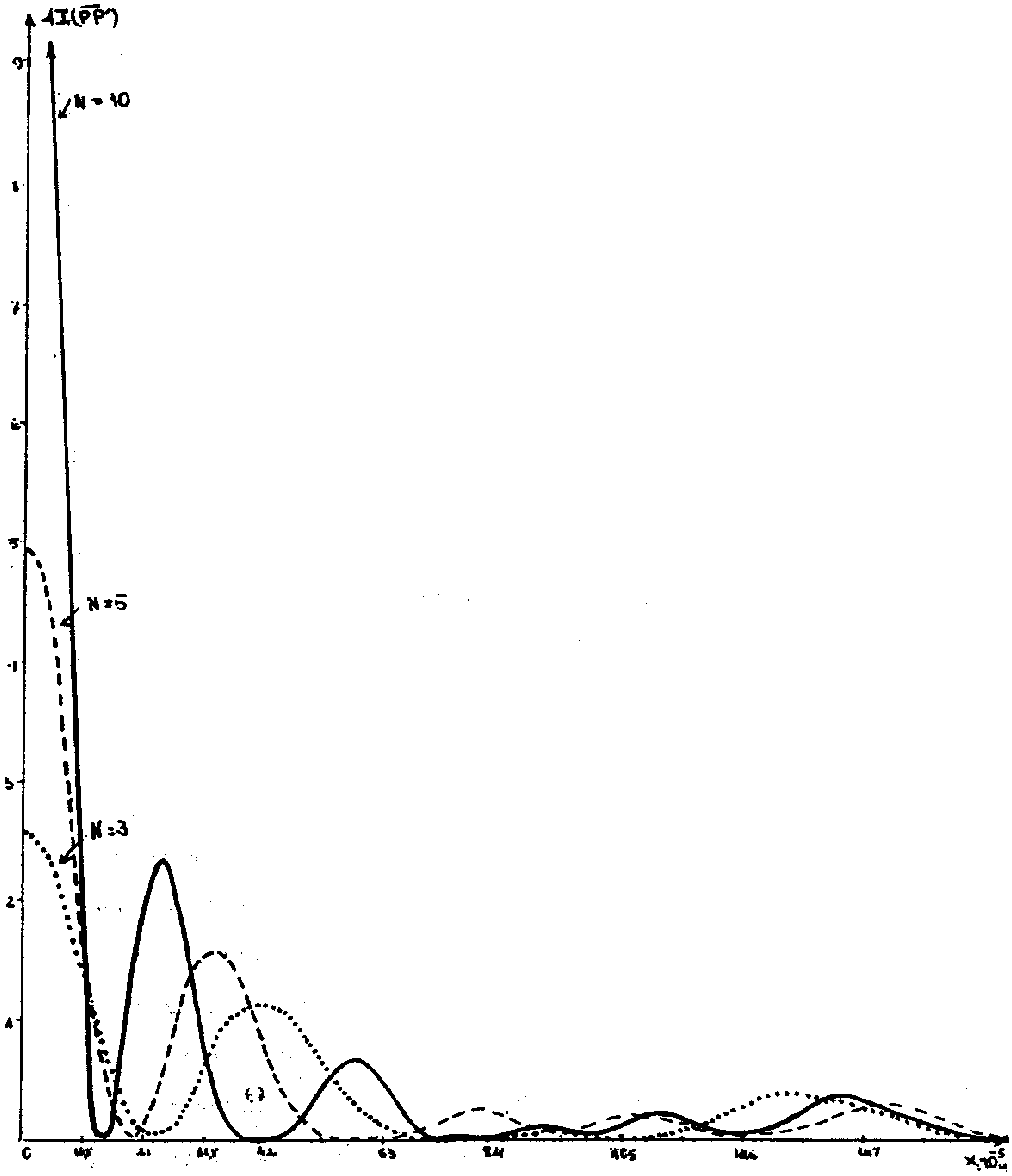
$x_1 \cdot 10^{-5}$м	$I_{N=3}$	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$
0,00	2,59612	4,98078	11,48825
0,53	2,59245	4,98024	11,44432
1,05	2,58148	4,88653	11,31328
2,63	2,50560	4,72222	10,42734
5,25	2,24768	4,00537	7,67925
7,88	1,86089	2,99077	4,32840
10,50	1,40202	1,89742	1,57424
13,13	0,93637	0,94527	0,17906
14,18	0,76261	0,64392	0,03551
15,75	0,52682	0,30025	0,18870
18,38	0,22378	0,03748	1,04336
18,90	0,17903	0,03022	1,24609
21,00	0,05761	0,13175	1,96779
22,56	0,02736	0.31738	2,30133
23,63	0,03494	0,47575	2,59109
24,15	0,04655	0,56162	2,39508
26,25	0,13937	0,91[illegible]	2,1[illegible]770
28,88	0,35597	1,[illegible]	1,[illegible]
31,50	0,58879	1,54826	0,8[illegible]037
33,08	0,72644	1,59226	0,48745
34,13	0,81958	1,58057	0,31969
36,75	1,01[illegible]	1,42557	0,07991
39,38	1,13834	1,14486	0,01131
41,48	1,17282	0,88330	0,00323

$x_1 \cdot 10^{-5}$ м.	$I_{N=8}$	$I_{N=9}$	$I_{N=10}$
42,00	1,17248	0,81793	0,00321
44,63	1,12067	0,51569	0,01494
47,25	0,99856	0,28361	0,07615
49,88	0,83052	0,13432	0,22109
52,50	0,64403	0,05595	0,42797
55,13	0,46426	0,02395	0,61506
57,75	0,31014	0,01477	0,69301
60,38	0,19225	0,01459	0,62617
63,00	0,11275	0,02108	0,45437
65,63	0,06699	0,03906	0,26183
68,25	0,04621	0,07343	0,12127
70,88	0,04045	0,12315	0,05598
71,40	0,04030	0,13427	0,05040
73,50	0,04107	0,17923	0,04270
76,13	0,04224	0,22729	0,04440
76,65	0,04227	0,23463	0,04437
73,75	0,04146	0,25327	0,04215
79,60	0,04058	0,25544	0,04087
80,33	0,04005	0,25466	0,04096
81,38	0,03890	0,24947	0,04197
84,00	0,03630	0,21810	0,05743
86,10	0,03547	0,18074	0,08177
86,63	0,03554	0,17078	0,08858
89,25	0,03763	0,12436	0,11761
91,35	0,04118	0,09866	0,12517
93,88	0,04224	0,09462	0,12418
93,45	0,04559	0,08901	0,11501

$x_1 \cdot 10^{-5}$ м.	$I_{N=3}$	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$
94,50	0,04779	0,09079	0,10516
97,13	0,05227	0,11261	0,08657
98,70	0,05374	0,13457	0,07490
99,70	0,05410	0,15117	0,07827
102,38	0,05304	0,19270	0,11374
105,00	0,05066	0,22374	0,17549
106,58	0,04988	0,23340	0,21275
107,63	0,05017	0,23553	0,23314
110,25	0,05581	0,22613	0,25768
112,88	0,07176	0,19990	0,23925
115,50	0,10070	0,16486	0,19051
118,13	0,14342	0,12946	0,13477
120,75	0,19773	0,10007	0,09114
123,38	0,25894	0,08004	0,06760
124,95	0,29632	0,07299	0,06341
126,53	0,33231	0,06969	0,06663
127,05	0,34373	0,06943	0,06943
128,63	0,37563	0,07114	0,08337
131,25	0,41757	0,082693	0,12706
133,88	0,44237	0,10591	0,19636
135,98	0,44870	0,13334	0,26399
139,13	0,43718	0,18804	0,36037
141,75	0,41253	0,24185	0,40919
143,33	0,39358	0,27483	0,41750
14438	0,38003	0,29601	0,41404
147,00	0,34532	0,34218	0,37987
152,25	0,29050	0,38425	0,27873

$x_1 \cdot 10^{-5}$ м.	$I_{n=5}$	$I_{n=6}$	$I_{n=10}$
154,88	0,23411	0,34218	0.21099
157,50	0,18535	0,28759	0,16154
160,13	0,14594	0,23109	0,12533
162,75	0,11325	0,17935	0,09685
165,38	0,08530	0,13678	0,07633
168,00	0,06126	0,10464	0,06746
168,53	0,05693	0,09935	0,06725
170,63	0,04141	0,08128	0,07083
173,25	0,02680	0,06351	0,08053
175,88	0,01870	0,04841	0,08808
176,40	0,01795	0,04557	0,08732
177,45	0,01733	0,04033	0,08647
178,50	0,01792	0,03474	0,08589
181,13	0,02435	0,02336	0,07158
184,80	0,04295	0,01576	0,05174
186,38	0,05302	0,01686	0,046[illegible]
189,00	0,07060	0,02515	0,04231
190,05	0,07745	0,03054	0,04210
191,63	0,08714	0,04037	0,04230
194,25	0,10116	0,05951	0,04269
195,30	0,10597	0,06744	0,04265
196,88	0,11248	0,07896	0,04288
199,50	0,12232	0,09606	0,04634
202,13	0,13313	0,11047	0,05698
204,75	0,14794	0,12450	0,07540
207,38	0,16967	0,14234	0,09849
210,00	0,20034	0,16845	0,12304

Врз база на горната табела графички е претставен распоредот на интензитетот во рамнината на првиот главен максимум и тоа за мрежички со $N=3$ (точки) $N=5$ (испрекината линија) и $N=10$ (полна линија) на Сл.29



Сл.29

На ординатната оска од овие графици е нанесена четворократната вредност на интензитетот, поради направениот избор на константата во формулата (169). Затоа не треба да збуни разликата во вредноста на интензитетот за $x_1=0$ од овие графици и за $b = 2,41$ (4,59) од графиците на Сл.19.

Од графиците на Сл.29 се гледа дека во рамнината на главниот максимум, интензитетот има најголема вредност за $x_1=0$, и тоа вредноста е поголема во колку мрежичката учествува со поголем број на пропусни зони, т.е. овој централен максимум е повисок и потесен во колку бројот N е поголем. Од левата и десната страна на овој остер максимум имаме нагол пад на интензитетот, а местото на неговата прва минимална вредност е поблиску до оптичката оска во колку бројот на пропусните зони е поголем. Потоа следува уште по еден забележителен, но сепак мал во споредба со централниот, максимум а амплитудите на останатите максимуми кои се модулирани преку функциите $\frac{2}{\pi[\sqrt{2\varphi}+\frac{\pi x_1^2}{\lambda b}]}\cos\frac{\pi x_1^2}{\lambda b}(\sqrt{\varphi}-\sqrt{\varphi-1})$ нагло опаѓаат со оддалечувањето од оптичката оска и нивната вредност е незначителна во споредба со онаа на централниот максимум.

Дифракционата слика на екран поставен во рамнината на првиот максимум би се состоела од една интензивна лента во средината на екранот, чија ширина опаѓа а интензитетот расте со зголемувањето на бројот на зоните, потоа симетрично од двете страни оваа лента ќе биде ограничена со две темни ленти, а интензитетот на светлите ленти кои потоа следат се намалува со оддалечувањето од оската на екранот. Додуша опаѓањето на интензитетот во овие периферни светли ленти не е линеарно, поради модулацијата на функцијата на интензитетот, меѓутоа и амплитудата на модулацијата опаѓа, и тоа нагло, со оддалечувањето од оската.

ЗА РАЗДЕЛНАТА СПОСОБНОСТ НА ЛИНЕАРНАТА ЗОНСКА МРЕЖИЧКА ВО УЛОГА НА ЦИЛИНДРИЧНА ЛЕЌА

Поради најголемата вредност на интензитетот во првиот главен максимум и неговата оддалеченост од останатите главни максимуми, кои со зголемувањето на нивниот ред стануваат мошне блиски еден до друг, рамнината на првиот главен максимум претставува фокална рамнина во која најдобро можат да се искористат можностите на линеарната зонска мрежичка при добивање на ликови, кога таа ја превзема улогата на цилиндрична леќа.

Кога би имале цилиндрична леќа, таа светлината од прачкаст линеарен извор не ја фокусира како геометриска линија, туку како лента со конечна ширина, ограничена со темни и светли пруги, кои имаат значително помал интензитет од оној на централната лента. Тоа иде од таму, што за светлината како за браново движење, законите на геометриската оптика веќе не можат да бидат применети ако се однесуваат на делови од брановиот фронт со ограничена големина. Ликот на прачкастиот извор не е обичен пресек на зраците од изворот, туку претставува дифракциона слика на оние бранови од изворот кои поминуваат низ системот на леќата.

Според тоа дифракционата слика што ја добивме во рамнината на главниот максимум кај линеарната зонска мрежичка, всушност го претставува ликот на прачкастиот светлински извор II'.

За оптичките системи, со чија помош се формираат ликови, се вели дека можат да разложат два лика кога соодветните дифракциони слики се доволно мали или доволно разделени за да можат да се разликуваат.

Поручувајќи ги дифракционите слики на два блиски точкасти извори Лорд Рејли (Lord Rayleigh) го даде својот критериум според кој два еднакво светли светлински извори ќе можат да бидат разделени со помош на некој оптички систем, ако централниот максимум на дифракционата слика на едниот извор се совпаѓа со првиот дифракционен минимум на другиот извор. Ова пак е еквивалентно со условот растојанието меѓу центрите на дифракционите слики да биде еднакво на полупречникот на централниот максимум на дифракционата слика, што во случај на точкаст извор е во вид на светол диск, а во нашиот случај тоа ќе биде полуширината на централната светла лента, или вредноста на растојанието на првиот дифракционен минимум $|x_{1min}|$. Тоа и беше причината што во претходното заглавие посебно внимание му беше посветено на определувањето на местото на првиот дифракционен минимум.

Придржувајќи се кон својот критериум, Рејли покажа дека сверна леќа со дијаметар D ќе може да раздели два точкасти извори кои емитуваат светлина со бранова должина λ , ако полуаглoвната ширина на централниот дифракционен појас е таква, што е исполнет условот

$$\sin\vartheta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D} \qquad (218)$$

ϑ - е аглoвна вредност на првиот дифракционен минимум во однос на оптичката оска. Кога екранот на набљудување се наоѓа на растојание b од леќата, а полулинеарната ширина која му одговара на првиот дифракционен минимум е r , вредноста

$$\sin\vartheta \approx \frac{r}{b}$$

Буавен во [14] и [15] има покажано дека во рамнината на главниот максимум кај Соретовата кружна мрежичка со голем број на зони, при Френеловата дифракција сликата на точкаст светлински извор претставува Ериев диск. Подоцна Арсено во [16] покажа дека истото важи и за Фраунхоферовата дифракција.

Мејерс во [10] покажа дека радиусот на првиот дифракционен минимум во Ериевата слика тежи кон вредноста

$$r \longrightarrow 0{,}61 \frac{\lambda b}{r_0\sqrt{2N}} \qquad (219)$$

каде r_0 е радиус на основниот круг на кружната зонска мрежичка, N е реден број на последната пропусна зона на мрежичката, кога бројот на пропусните зони на мрежичката е многу голем. Формулата е изведена за негативна мрежичка, а за позитивна мрежичка ќе треба под коренот во именителот да стои $2N+1$.

Множејќи ги именителот и броителот на (219) со два, за радиусот на првиот дифракционен минимум се добива

$$r = 1{,}22 \frac{\lambda b}{2r_0\sqrt{2N}} \qquad (220)$$

а бидејќи $2r_0\sqrt{2N}$ е дијаметар на Соретовата кружна зонска мрежичка, имаме

$$\frac{r}{b} = \sin\vartheta = 1{,}22 \frac{\lambda}{D} \qquad (221)$$

што е идентично со Рејлиевата формула (218) изведена за сверна леќа.

Како мерка за разделната способност при формирањето на ликови ја дефинираме реципрочната вредност на количникот $\frac{D}{1{,}22\lambda}$ т.е

$$R = \frac{1}{\sin\vartheta} = \frac{D}{1{,}22\lambda} \qquad (222)$$

Од досега изложеното следува дека Соретовата кружна зонска мрежичка со дијаметар $2r_0\sqrt{2N}$ има иста разделна способност со сферна леќа со исти димензии, кога бројот на зоните содржани во тој дијаметар е доволно голем.

Со цел да го проверат овој резултат Стиглиани, Митра и Семонин во [17] ја испитуваат вредноста на количникот $\frac{\sin\vartheta \cdot D}{\lambda}$ пресметнувајќи ја со помош на електронски пресметувач вредноста на радиусот r на првиот дифракционен минимум од функцијата за распоредот на интензитетот во првата фокална рамнина на Соретовата кружна мрежичка. При тоа тие покажуваат дека вредноста на овој количник асимптотски се приближува кон вредноста 1,22 со зголемување на бројот на зоните во даден дијаметар D.

За да ја најдеме разделната способност при формирање на ликови кај линеарната зонска мрежичка, ќе треба да го определиме местото на првиот дифракционен минимум. Во претходното заглавие беше приближно дискутирано за формирањето на дифракционата слика во рамнината на главниот максимум кај линеарната зонска мрежичка, а резултатите на оваа дискусија добро се сложуваат со компјутерски добиената зависност за распоредот на интензитетот во оваа рамнина.

Покажавме дека секој пар на зони го дава својот прв дифракцинен минимум на место определено со релацијата (213), која може да се напише и како

$$x_{1p\,min} = \frac{\lambda b}{2\alpha}\left(\sqrt{2p} - \sqrt{2p-1}\right) = \frac{\lambda b}{2\alpha^2}\, \Delta r_{2p} \tag{223}$$

Гледаме дека растојанието на минимумот на секој пар на зони е пропорционално со ширината на парот кој го формира тој минимум. Во табелата 12 што беше добиена со програмирање на функцијата (202) подвлечени се интензитетите кои одговараат на првиот дифракционен минимум за мрежички со различен број на пропусни зони. Споредувајќи ги местата на овие "средни" минимуми со оние добиени за секој пар на зони со (223), не е тешко да се провери дека растојанието на првиот среден минимум е дадено со

$$x_{1min} = \frac{1}{N}\sum x_{1p\,min}$$

каде $x_{1p\,min}$ се зададени со (223), односно

$$x_{1min} = \frac{1}{N}\,\frac{\lambda b}{2\alpha}\sum_{p=1}^{N}\left(\sqrt{2p} - \sqrt{2p-1}\right) \tag{224}$$

Може да се покаже, според [34], дека кога $N \gg 1$ сумата

$$\lim_{N\to\infty}\sum_{p=1}^{N}\left(\sqrt{2p}-\sqrt{2p-1}\right)\longrightarrow\sqrt{\frac{N}{2}}$$

така што за минимумот на мрежичката со голем број на пропусни зони може да се земе дека е даден со

$$x_{1min}=\frac{\lambda b}{2\alpha\sqrt{2N}} \qquad (225)$$

Се доби формула аналогна со Мејерсовата (220), имајќи во предвид дека овде 2α е ширината на основната зона на мрежичката, меѓутоа наместо фактор 1,22 имаме 1.

Да го примениме сега Рејлиевиот критериум за најмалата полуаглoвна вредност што е потребно да ја има ликот на еден извор (предмет) добиен со помош на една линеарна зонска мрежичка, за да може да биде издвоен како целина од останатите многу блиски предмети. Од (225) следува дека за ваквата мрежичка

$$\sin\vartheta=\frac{x_{1min}}{b}=\frac{\lambda}{D} \qquad (226)$$

каде

$$D=2\alpha\sqrt{2N} \qquad (227)$$

е дијаметар односно ширина на целата мрежичка.

Паѓа во очи извесна аналогија што постои меѓу формулите за минималната полуаглoвна вредност (221) и (226) кај кружната и линеарната мрежичка, со формулите за полуаглoвната вредност на првите дифракциони минимуми кај кружниот отвор со дијаметар $2r=d$, и кај пукнатина со ширина d. Имено за кружниот отвор $\sin\vartheta=1{,}22\frac{\lambda}{d}$, а кај пукнатината $\sin\vartheta=\frac{\lambda}{d}$. И покрај тоа што се работи за исти вредности на λ и d, формулите и овде се разликуваат за факторот 1,22.

Според дефиницијата (222) разделната способност кај линеарната зонска мрежичка е

$$R\longrightarrow\frac{D}{\lambda} \qquad (228)$$

во колку бројот на зоните содржани во даден дијаметар е доволно голем. Кај кружната мрежичка со исти вредности на D и λ, разделната способност ќе тежи кон вредноста $0{,}819\frac{D}{\lambda}$, што значи дека линеарната мрежичка има извесна предност во однос на кружната, како оптички систем со поголема разделна способност.

И овде може да се направи проверка слична на онаа што ја имаат сторено авторите во [17]. Имено ќе биде испитана зависноста на вредноста на количникот $\frac{\sin\vartheta\cdot D}{\lambda}$, но сега за линеарна зонска мрежичка, во зависност од бројот на зоните на мрежичката. Вредностите x_{1min} се добиени со помош на електронски пресметнувач од функцијата за интензитетот во рамнината на првиот максимум дадена со равенката (202).

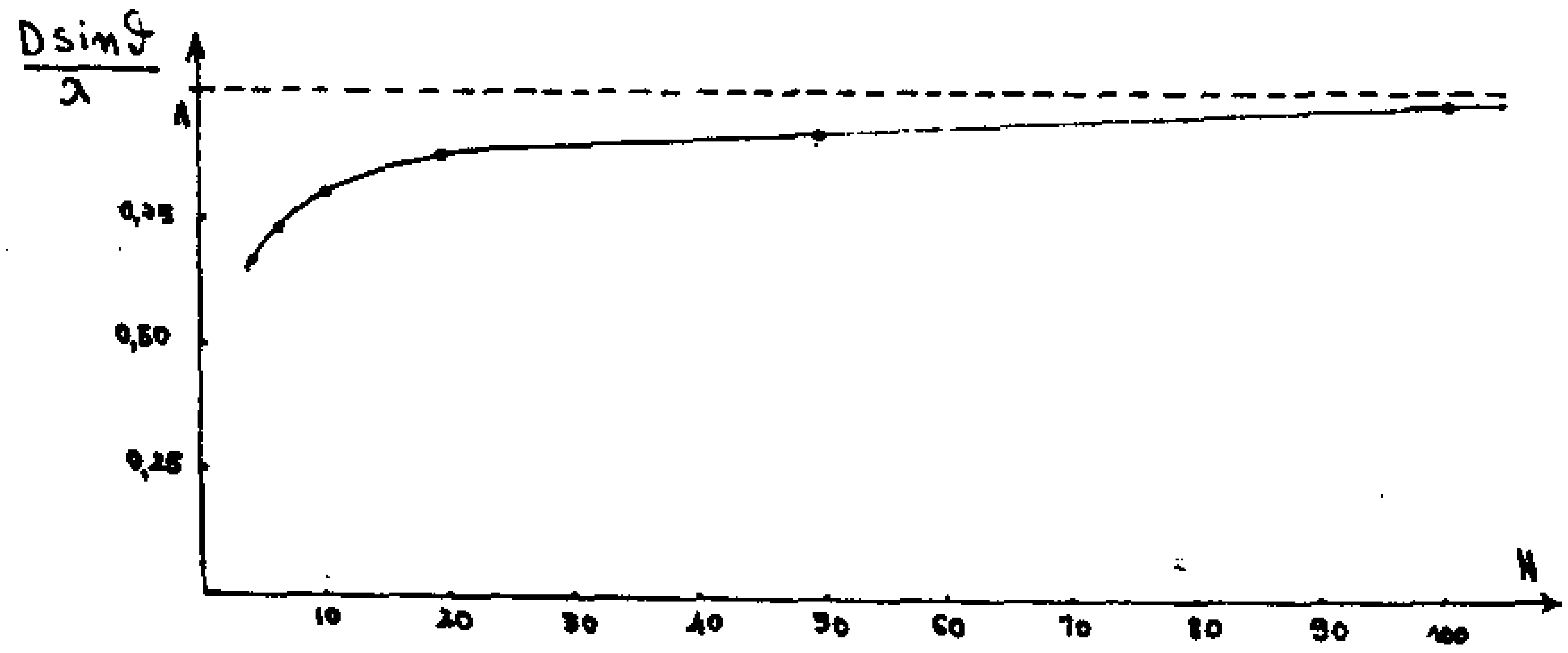
Резултатите добиени во табелата 13 се однесуваат на бранова должина $\lambda=6328.10^{-10}$м и за мрежичка чија фокална рамнина е определена со растојанието од екранот $b=2{,}4101$м. Зависноста на оваа величина од бројот на зоните графички е претста-

Табела 13

зависност на количникот $\frac{D\sin\vartheta}{\lambda}$ од бројот на зоните

N	D (m)	$x_1\cdot10^{-5}$ m	$\frac{D\sin\vartheta}{\lambda}$
3	0,00490	22	0,7085
5	0,00632	18,4	0,7616
10	0,00894	14,3	0,8403
20	0,01265	10,5	0,8754
50	0,02000	6,98	0,9158
100	0,02828	5,25	0,9737

вена на Сл.30. Од графикот се гледа дека асимптотската вредност на овој количник е 1.



Сл.30

Поради обратно пропорционалната зависност на разделната способност на мрежичката од брановата должина, со линеарна зонска мрежичка направена според предлогот на Баез [27] од златни ленти на местото на непропусните зони и вакуум меѓу нив, може да се постигне добра разделна способност без зголемување на димензијата на мрежичката (D), ако се работи во ултравиолетовото браново подрачје. Така линеарната зонска мрежичка како дел од оптиката со која е снабден еден земјин сателит исфрлен во орбита надвор од земјината атмосфера, може да одигра важна улога во добивањето на информации за разни стеларни системи чии ултравиолетови зраци, поради густината на земјината атмосфера на стасуваат на површината на земјата.

РАСПОРЕД НА ИНТЕНЗИТЕТОТ И РАЗДЕЛНА СПОСОБНОСТ ВО РАМНИНИТЕ НА ФОКУСИТЕ ОД ПОВИСОК РЕД

За да го испитаме распоредот на интензитетот во фокалните рамнини на максимумите од повисок ред, во формулата (55) ќе треба наместо t да се стави $\sqrt{2(2k-1)}$ каде $k=2,3,4,\ldots$ Имајќи ја во предвид уште и скратената ознака за константата (68), за распоредот на интензитетот во овие фокални рамнини ја имаме формулата

$$I(\overline{PP'}) = \frac{1}{4}K\Big\{\Big(\sum_{\beta=1}^{N}\Big[C\Big(\sqrt{2(2k-1)\cdot 2\beta} + x_1\frac{\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big) + C\Big(\sqrt{2(2k-1)\cdot 2\beta} - x_1\frac{\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big) -$$

$$- C\Big(\sqrt{2(2k-1)(2\beta-1)} + x_1\frac{\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big) - C\Big(\sqrt{2(2k-1)(2\beta-1)} - x_1\frac{\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big)\Big]\Big)^2 +$$

$$+ \Big(\sum_{\beta=1}^{N}\Big[S\Big(\sqrt{2(2k-1)\cdot 2\beta} + x_1\frac{\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big) + S\Big(\sqrt{2(2k-1)\cdot 2\beta} - x_1\frac{\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big) -$$

$$- S\Big(\sqrt{2(2k-1)(2\beta-1)} + x_1\frac{\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big) - S\Big(\sqrt{2(2k-1)(2\beta-1)} - x_1\frac{\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big)\Big]\Big)^2\Big\} \quad (229$$

а апроксимациите (203),(204) и (205) можеме да ги примениме со уште поголема сигурност во колку се зголемува редот k на максимумот.

Така во близина на оптичката оска наместо формулата (206) за распоредот на интензитетот сега ја имаме функцијата

$$I(\overline{PP'}) = K\Big\{C^2 + \Big(\sum_{\beta=1}^{N}\Big[S\Big(\sqrt{2(2k-1)2\beta} \pm x_1\frac{\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big) - S\Big(\sqrt{2(2k-1)(2\beta-1)} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big)\Big]\Big)^2\Big\} \qquad (230)$$

каде

$$C = \Big(\sum_{\beta=1}^{N}\Big[C\big(\sqrt{2(2k-1)2\beta}\big) - C\big(\sqrt{2(2k-1)(2\beta-1)}\big)\Big]\Big) \qquad (231)$$

за мрежичка со определен број на зони има, во согласност со дискусијата за вредноста на интензитетот во главните максимуми (стр.73-77), има сé помала вредност во колку редот на фокалната рамнина k е повисок.

Повторувајќи ја истата процедура на барање на екстреми како на стр.132-136 се доаѓа до заклучок дека минимумите на интензитетот во овие фокални рамнини се определени со решенијата на равенката

$$\sum_{\beta=1}^{N}\Big[S\Big(\sqrt{2(2k-1)\cdot 2\beta} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big) - S\Big(\sqrt{2(2k-1)(2\beta-1)} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big)\Big] = 0 \qquad (232)$$

која во согласност со втората од формулите (78) и апроксимациите (210) и (211) преминува во

$$\sum_{\beta=1}^{N}\frac{2}{\pi\Big[\sqrt{2(2k-1)2\beta} + \frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big]}\cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\big(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\big)\cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\big(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1}\big) = 0 \qquad (233)$$

Оваа равенка се разликува од (212) само во вредноста на амплитудниот фактор $\dfrac{2}{\pi\Big[\sqrt{2(2k-1)2\beta} + \frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k-1}}\Big]}$ на секој член од сумата.

Не земајќи ја во предвид вредноста на (231), интензитетот апроксимиран преку (78),(210) и (211) во рамнините на максимумите од повисок ред ќе биде даден со

$$I(\overline{PP'}) = K\left(\sum_{\rho=1}^{\nu} \frac{2}{\pi\left[\sqrt{2(2k-1)2\rho} + \frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{3}{2k-1}}\right]} \cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\rho}+\sqrt{2\rho-1}\right)\cos\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\rho}-\sqrt{2\rho-1}\right)\right)^2 \quad (234)$$

што исто така се разликува од изразот (214) по вредностите на амплитудните фактори. Тоа значи дека ќе треба да очекуваме слични слики за распоредот на интензитетот како онаа што ја добивме во рамнината на првиот главен максимум, дадена со Сл.29, само со пониски вредности на интензитетот.

Како што видовме од претходните дискусии за нас од најголемо значење е определувањето на местото на првиот дифракционен минимум во фокалните рамнини на мрежичката.

Од формулата (233) следува дека првиот минимум секој пар на зони со реден број ρ ќе го даде на место определено со

$$x_{1\rho} = \frac{b_k\lambda}{2\alpha\left(\sqrt{2\rho}+\sqrt{2\rho-1}\right)} = \frac{b_k\lambda}{2\alpha}\left(\sqrt{2\rho}-\sqrt{2\rho-1}\right) \quad (235)$$

што е идентично со формулата (213). Меѓутоа не треба да заборавиме дека фокалната рамнина на максимумот со реден број k се наоѓа на различно растојание b_k од екранот. Ако се работи во паралелна светлина овие растојанија се однесуваат како 1:3:5:..., така што и дифракционата слика ќе биде за три, пет, седум и т.н. пати помала од онаа во првиот главен фокус. Ако се работи пак во цилиндрична светлина поради постоењето на двојните положби $(b_k)_{1,2}$ за секое фокусно растојание, сликата е намалена или наголемена со употреба на фокусна рамнина од повисок ред, во зависност од тоа дали фокусната рамнина е на страната на помали или поголеми вредности од c/2 на растојанието на мрежичката од екранот. Ова е во согласност со дискусијата за добивање на намален или наголемен лик со помош на зонска мрежичка направена на стр.97. Средниот минимум според (224) ќе биде даден со

$$x_{1min} = \frac{1}{N}\,\frac{b_1\lambda}{2\alpha}\sum_{\beta=1}^{N}\left(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1}\right) \tag{236}$$

што за $N \gg 1$ е приближно дадено со

$$x_{1min} = \frac{b_1\lambda}{2\alpha\sqrt{2N}} = b_1\frac{\lambda}{D} \tag{237}$$

Минималната полуагловна вредност што е потребна да биде задоволен Рејлиевиот критериум за разделување на ликовите, меѓутоа е иста во сите фокални рамнини и зависи само од димензиите на мрежичката и од брановата должина со која се работи. Тоа со други зборови значи дека кога се работи со линеарна зонска мрежичка и при формирањето на ликови се ползува фокална рамнина од повисок ред, која дава на пример наголемен лик, зголемената слика не значи и добивање на повеќе подробни информации за предметот. Тоа иде од таму што вредноста на разделната способност

$$R = \frac{1}{\sin\vartheta} = \frac{b_1}{x_{1min}} = \frac{D}{\lambda}$$

останува непроменета.

Поради намалувањето на вредноста на интензитетот во фокалните рамнини од повисок ред, тие можат да имаат предност само во случај кога интензитетот во првата фокална рамнина е таков, што, при добивањето на фотографии каде како абјектив служи линеарната зонска мрежичка, бара премногу куси експозиции кои ги надминуваат можностите на апаратурата. Значи формирањето на лик во фокална рамнина од повисок ред го продолжува експозиционото време на апаратурата, а квалитетот на сликата во смисол на добивање на повеќе подробности за сликаниот предмет, не се менува.

Г Л А В А VII.

РАСПОРЕД НА ИНТЕНЗИТЕТОТ ВО РАМНИНИТЕ НА ГЛАВНИТЕ МИНИМУМИ КАЈ ЛИНЕАРНАТА ЗОНСКА МРЕЖИЧКА

Рамнините на главните минимуми се определени со вредностите за $r=\sqrt{2\cdot 2k}$ односно $q=\frac{\alpha^2}{2k\lambda}$ што заменето во равенката (55) за распоредот на интензитетот во рамнините на главните минимуми дава

$$I(\overline{PP'})=\frac{1}{4}K\Big\{\Big(\sum_{\beta=1}^{N}\Big[C\Big(\sqrt{2\cdot 2k\cdot 2\beta}-\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{2}{2k}}\Big)+C\Big(2\sqrt{k\cdot 2\beta}+\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{1}{k}}\Big)-C\Big(2\sqrt{k(2\beta-1)}-\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{1}{k}}\Big)-$$
$$-C\Big(2\sqrt{k(2\beta-1)}+\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{1}{k}}\Big)\Big]\Big)^2+\Big(\sum_{\beta=1}^{N}\Big[S\Big(2\sqrt{k\cdot 2\beta}-\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{1}{k}}\Big)+S\Big(2\sqrt{k\cdot 2\beta}+\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{1}{k}}\Big)-$$
$$-S\Big(2\sqrt{k(2\beta-1)}-\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{1}{k}}\Big)-S\Big(2\sqrt{k(2\beta-1)}+\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\sqrt{\frac{1}{k}}\Big)\Big]\Big)^2\Big\} \tag{238}$$

Бидејќи и овде го бараме распоредот на интензитетот во непосредна близина на оптичката оска, величината $\frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}$ ја сметаме многу мала, така што следејќи ја Сл.26, и овде би можеле да ги направиме апроксимациите (203),(204)и(205) кои се пооправдани во колку е поголем редот на минимумот k . Така за распоредот на интензитетот во рамнината на k-тиот минимум ја имаме формулата

$$I(\overline{PP'})=K\Big\{\Big(\sum_{\beta=1}^{N}\Big[C\big(2\sqrt{k\cdot 2\beta}\big)-C\big(2\sqrt{k(2\beta-1)}\big)\Big]\Big)^2+\Big(\sum_{\beta=1}^{N}\Big[S\Big(2\sqrt{k\cdot 2\beta}\pm\frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\Big)-S\Big(2\sqrt{k(2\beta-1)}\pm\frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\Big)\Big]\Big)^2\Big\} \tag{239}$$

при што првиот член во дадена рамнина има мала но константна вредност. Во рамнините на минимумите ќе се менува само вредноста на вториот член.

Екстремните места на распоредот на интензитетот ги наоѓаме преку изедначување со нула на првиот извод

$$\frac{dI}{dx_1}=\frac{dI}{dq}\cdot\frac{dq}{dx_1}=0$$

а бидејќи и овде

$$\frac{dq}{dx_1}=\frac{d}{dx_1}\Big(\frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\Big)=\frac{\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\neq 0$$

ќе треба да се побараат решенијата на изразот

$$\frac{dI}{dq} = 2K\left\{\sum_{\beta=1}^{n}\left[S\left(2\sqrt{k\cdot 2\beta} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right) - S\left(2\sqrt{k(2\beta-1)} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right)\right]\right\}\cdot\left\{\sum_{\beta=1}^{n}\left[\sin\frac{\pi}{2}\left(2\sqrt{2\beta\cdot k} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right)^2 - \sin\frac{\pi}{2}\left(2\sqrt{k(2\beta-1)} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right)^2\right]\right\} \qquad (240)$$

Израмнувањето со нула на првиот множител на изразот од левата страна ги определува минимумите на (239), зошто кога е

$$\sum_{\beta=1}^{n}\left[S\left(2\sqrt{k\cdot 2\beta} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right) - S\left(2\sqrt{k(2\beta-1)} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right)\right] = 0 \qquad (241)$$

интензитетот $I(\overline{PP'})$ има минимална вредност рамна на првиот член во (239), т.е.

$$I(\overline{PP'})_{min} = K\left(\sum_{\beta=1}^{n}\left[C(2\sqrt{k\cdot 2\beta}) - C(2\sqrt{k(2\beta-1)})\right]\right)^2 \qquad (242)$$

Максимумите на осветлувањето во оваа рамнина ќе бидат определени како решенија на равенката

$$\sum_{\beta=1}^{n}\left[\sin\frac{\pi}{2}\left(2\sqrt{k\cdot 2\beta} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right)^2 - \sin\frac{\pi}{2}\left(2\sqrt{k(2\beta-1)} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right)^2\right] = 0 \qquad (243)$$

Со помош на формулите (78) и апроксимацијата (205) равенката (241) се трансформира во

$$\sum_{\beta=1}^{n}\frac{1}{\pi\left[2\sqrt{k\cdot 2\beta} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right]}\left[\cos\frac{\pi}{2}\left(2\sqrt{k\cdot 2\beta} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right)^2 - \cos\frac{\pi}{2}\left(2\sqrt{k(2\beta-1)} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right)^2\right] = 0$$

што со помош на (210) преминува во

$$\sum_{\beta=1}^{n}\frac{2}{\pi\left[2\sqrt{k\cdot 2\beta} \pm \frac{x_1\alpha}{\lambda b\sqrt{k}}\right]}\sin\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)\sin\pi\frac{x_1\alpha}{\lambda b}\left(\sqrt{2\beta}-\sqrt{2\beta-1}\right) = 0 \qquad (244)$$

Секој пар на зони го постига својот минимум на местото определено со релацијата

$$\frac{\pi x_1\alpha}{\lambda b_k}\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right) = p\pi$$

односно

$$\frac{x_{1min}}{b_k} = \frac{p\lambda}{\alpha\left(\sqrt{2\beta}+\sqrt{2\beta-1}\right)} \qquad p=0,\pm1,\pm2,\ldots \qquad (245)$$

Првите минимуми ги добиваме за p=0

$$x_{1min} = 0$$

како што и требаше да се очекува, бидејќи тоа е интензитетот во главните минимуми на оптичката оска.

Местата на максимумите во рамнините на главните минимуми ги наоѓаме од решенијата на равенката (243) која со помош на апроксимацијата (210) преминува во

$$\sum_{p=1}^{N} \cos\pi \frac{x_{\alpha}\alpha}{\lambda b_n}(\sqrt{2p}+\sqrt{2p-1}) \sin\pi \frac{x_{\alpha}\alpha}{\lambda b_n}(\sqrt{2p}-\sqrt{2p-1}) = 0 \tag{246}$$

Секој пар од зони го постига својот максимум на местото x_{1max} определено со релацијата

$$\frac{\pi x_p \alpha}{\lambda b_n}(\sqrt{2p}+\sqrt{2p-1}) = (2p+1)\frac{\pi}{2}$$

односно

$$\left(\frac{x_p}{b_n}\right)_{max} = \frac{(2p+1)\lambda}{2\alpha(\sqrt{2p}+\sqrt{2p-1})} = \frac{(2p+1)\lambda}{2\alpha}(\sqrt{2p}-\sqrt{2p-1}) \tag{247}$$

Првите максимуми ги добиваме за p=0, т.е.

$$x_{p\,max} = \frac{\lambda b_{n\,min}}{2\alpha}(\sqrt{2p}-\sqrt{2p-1}) \tag{248}$$

а оваа формула има идентична десна страна со формулата (235) која ги определуваше местата на првите минимуми во рамнините на главните максимуми. Меѓутоа мораме да водиме сметка дека овде $b_n = b_{n\,min}$, а во (235) b_n ги определуваа местата на главните максимуми. Тогаш средниот прв максимум во рамнините на главните минимуми ќе биде даден во согласност со (236) преку изразот

$$x_{max} = \frac{1}{N}\frac{\lambda b_n}{2\alpha}\sum_{p=1}^{N}(\sqrt{2p}-\sqrt{2p-1}) \rightarrow \frac{\lambda b_{n\,min}}{2\alpha\sqrt{2N}} \tag{249}$$

Според тоа во рамнините на главните минимуми дифракционата слика ќе се состои од една темна лента во средината на екранот,чија ширина зависи од редот на главниот минимум k во чија рамнина се врши набљудувањето. Кога се работи со цилиндрична светлина и набљудувањата се вршат во рамнини со растојанија од екранот $b_n < \frac{c}{2}$,или ако имаме паралелна упадна светлина, бидејќи имаме опаѓање на вредноста на b_n , ширината на темната лента во средината на екранот ќе се смалува заедно со растењето на редот на минимумот. Освен тоа од формулата (249) се гледа дека ширината на лентата исто така зависи од бројот на зоните со кој мрежичката учествува во дифракцијата и е обратно пропорционална со квадратниот корен на редниот број на последната пропусна зона.

Оваа темна лента од двете страни ќе биде ограничена со две посветли ленти, чии средини се определени со (249), а потоа би следеле наизменично светли и темни ленти. Поради тоа што модулационите амплитуди на членовите во сумата (244) чиј квадрат како и во случајот на (214) може да го апроксимира распоредот на интензитетот во рамнината на главниот минимум, се претставени со помош на синусни функции, би требало да се очекува извесно растење на интензитетот на периферните ленти, кое потоа периодично се ослабува и расте во согласност со периодата на вкупната модулација. Нашата теорија се однесува на распоредот на интензитетот во близина на оптичката оска, а како што покажува теоријата тука имаме минимален интензитет.

За да ги потврдиме овие теоретски претпоставки и да добиеме поблиска претстава за распоредот на интензитетот од бројот на зоните во рамнината на првиот главен минимум, табеларно и графички ќе го испитаме распоредот на интензитетот во зависност од бројот на зоните во рамнината на првиот главен минимум. Ќе се задржиме на мрежичката и растојанијата избрани во нашиот конкретен пример, т.е. $b = 0{,}9079$ м, $a = 10^{-3}$м и $\lambda = 6328.10^{-10}$м. Во табелата 14 дадени се вредностите на интензитетите на негативни мрежички со $N = 3, 10$ и 100 во зависност од растојанието од оската x_1. Вредностите на интензитетите се пресметани со помош на електронски пресметнувач, преку програмирање на функцијата (238) за $k = 1$.

Табела 14

Распоред на интензитетот во рамнината на првиот главен минимум

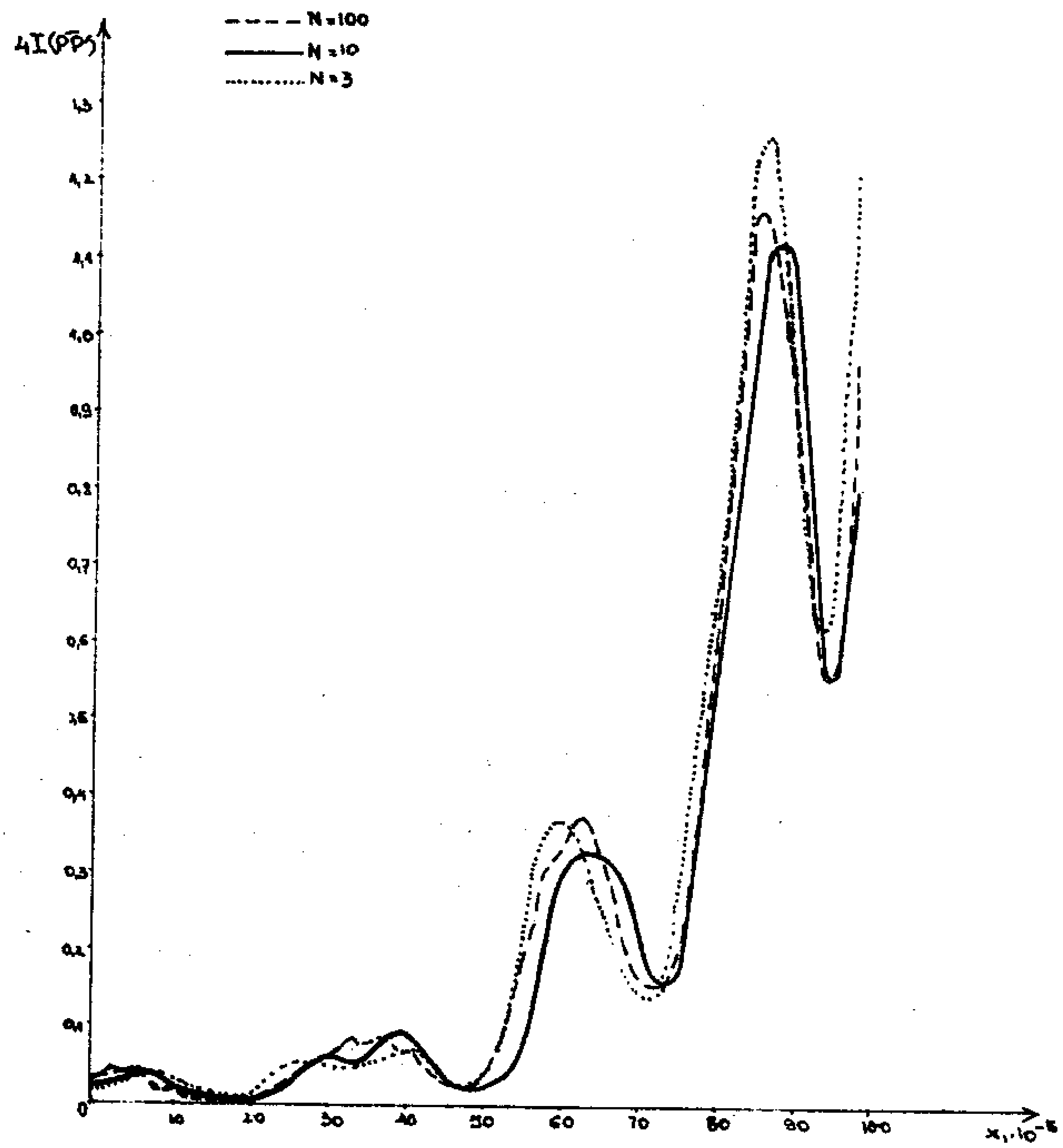
$x_1 \cdot 10^{-5}$м	$I_{N=3}$	$I_{N=10}$	$I_{N=100}$
0	0,01614	0,02372	0,03161
1	0,01656	0,02481	0,03534
2	0,01784	0,02786	0,03892
3	0,01989	0,03224	0,03359
4	0,02260	0,03666	0,02769
5	0,02571	0,03945	0,02886
6	0,02884	0,03914	0,03043
7	0,03151	0,03512	0,02435
8	0,03316	0,02815	0,01771
9	0,03331	0,01995	0,01695
10	0,03162	0,01247	0,01702
11	0,02806	0,00696	0,01180
12	0,02292	0,00366	0,00657
13	0,01683	0,00206	0,00533
14	0,01067	0,00142	0,00491
15	0,00544	0,00121	0,00235
16	0,00205	0,00115	0,00092
17	0,00117	0,00106	0,00096
18	0,00309	0,00089	0,00108
19	0,00766	0,00095	0,00251
20	0,02222	0,00206	0,00666
21	0,03039	0,00547	0,00930
22	0,03789	0,01177	0,01038

$x_1 \cdot 10^{-5}$ м	$I_{N=3}$	$I_{N=10}$	$I_{N=100}$
23	0,03789	0,02112	0,01592
24	0,04399	0,03203	0,02592
25	0,04827	0,04228	0,03118
26	0,05068	0,04980	0,03234
27	0,05129	0,05363	0,04023
28	0,05068	0,05423	0,05409
29	0,04934	0,05314	0,06015
30	0,04781	0,05216	0,05911
31	0,04657	0,05293	0,06574
32	0,04602	0,05650	0,07929
33	0,04641	0,06326	0,08287
34	0,04788	0,07275	0,07678
35	0,05045	0,08345	0,07813
36	0,05399	0,09285	0,08659
37	0,05820	0,09806	0,08471
38	0,06260	0,09684	0,07255
39	0,06653	0,08870	0,06691
40	0,06917	0,07521	0,06793
41	0,06973	0,05943	0,06092
42	0,06754	0,04460	0,04644
43	0,06232	0,03298	0,03773
44	0,05432	0,02531	0,03442
45	0,04447	0,02107	0,02815
46	0,03437	0,01921	0,02124
47	0,02619	0,01883	0,01967

$x_1 \cdot 10^{-5}$м	$I_{N=3}$	$I_{N=10}$	$I_{N=100}$
48	0,02236	0,01963	0,02061
49	0,02527	0,02208	0,02482
50	0,03677	0,02758	0,03772
51	0,05785	0,03841	0,05474
52	0,08838	0,05720	0,06804
53	0,12696	0,08595	0,08854
54	0,17111	0,12470	0,12580
55	0,21750	0,17065	0,16322
56	0,26242	0,21846	0,18607
57	0,30228	0,26175	0,21448
58	0,33404	0,29521	0,26258
59	0,35560	0,31636	0,30369
60	0,36596	0,32599	0,31703
61	0,36530	0,32735	0,32953
62	0,35473	0,32460	0,35930
63	0,33611	0,32113	0,37592
64	0,31169	0,31851	0,35772
65	0,28381	0,31608	0,33453
66	0,25465	0,31129	0,32597
67	0,22606	0,30057	0,30684
68	0,19955	0,28096	0,26292
69	0,17633	0,25196	0,22115
70	0,15743	0,21698	0,19573
71	0,14392	0,18351	0,17378
72	0,13704	0,16147	0.15584

$x_1 \cdot 10^{-5}$ м	$I_{N=5}$	$I_{N=10}$	$I_{N=100}$
73	0,13840	0,16018	0,15706
74	0,15001	0,18522	0,17437
75	0,17430	0,23666	0,20793
76	0,21389	0,30940	0,27518
77	0,27125	0,39568	0,37043
78	0,34821	0,48776	0,46203
79	0,44529	0,58082	0,55903
80	0,56106	0,67317	0,69434
81	0,69155	0,76548	0,84069
82	0,82994	0,85871	0,93976
83	0,96674	0,95171	1,00639
84	1,09037	1,03934	1,094413
85	1,18843	1.11201	1,16354
86	1,24950	1,15701	1,15326
87	1,26510	1,16199	1,09296
88	1,23173	1,11956	1,04140
89	1,15235	1,03158	0,97737
90	1,03717	0,91098	0,86306
91	0,90310	0,77961	0,73754
92	0,77207	0,66323	0,64819
93	0,66812	0,58435	0,58778
94	0,61369	0,55681	0,55354
95	0,62577	0,58361	0,57141
96	0,71237	0,65837	0,63749
97	0,87041	0,76947	0,73811
98	1,08516	0,90447	0,89597

Врз база на вредностите наведени во табелата 14 нацртан е графикот за распоредот на интензитетот во рамнината на првиот главен минимум на Сл.31. Полната линија го претставува интензитетот на мрежичка со N = 10, испрекинатата линија се однесува на N= 100. а онаа со ситни точки на мрежичка со N= 3.



Сл.31

Од графиците се гледа дека во близина на оптичката оска без оглед на бројот на зоните со кој учествува мрежичката, треба да се очекува една темна лента со минимално осветлување од стра - ните ограничена со посветли ленти, чиј интензитет варира со вкупната модулација на интензитетот во рамнината на првиот главен минимум. Како што гледаме рамнината на првиот главен минимум не е рамнина во која имаме отсуство на осветлување, туку рамнина во која централниот дел од дифракционата слика има минимално осветлување. Затоа при експерименталното регистрирање на главниот минимум вдолж оптичката оска, би требало да се внимава отворот на фотометарот да биде со толкава ширина, што ќе го опфаќа само централниот дел околу оптичката оска. Во нашиот конкретен пример би требало да се внимава отворот на фотометарот да биде со толкава ширина што ќе изнесува $2.20.10^{-5}$м односно 0,4мм,зошто како што се гледа од графикот на Сл.31 во овој интервал и во колку има појава на мали осцилирања на вредноста на интензитетот, тие незнатно би влијаеле врз средната вредност на интензитетот што би ја регистрирал фотометарот.

Што се однесува до распоредот на интензитетот во рамнините на главните минимуми од повисок ред, од формулите (245) и (248) следува дека дифракционата слика во рамнината на к-тиот минимум ќе биде слична со онаа претставена на Сл.31, само координатата x_1 на било кој екстрем во оваа рамнина ќе има вредност која е помала или поголема за износ b_k/0.9079 односно b_k/6,0921 од x_1 во рамнината на првиот главен минимум, во зависност од тоа дали $b_k < \frac{c}{2}$ или $b_k > \frac{c}{2}$. Ако пак се работи со паралелна упадна светлина ќе имаме намалување на ширината на дифракционата слика од f_k /0,7901 пати. Вредностите на b_k и f_k треба да бидат земени од табелата 4.

З А К Л У Ч О К

Предмет на испитување во оваа дисертација е поставување на теоријата на дифракција кај линеарната зонска мрежичка.

Пред да биде преминато кон теориското разгледување на проблемот на дифракција кај мрежичката, со помош на примената на Хајгенс-Френеловиот принцип врз цилиндричен бранов фронт е констатирано дека линеарната зонска мрежичка претставува дифракциона препрека која со својата конструкција обезбедува суперпонирање и поништување на интензитетот на дифрактираната светлина на поедини места во просторот, и како таква претставува интересен оптички инструмент чии особини заслужуваат поподробна теориска анализа.

Како теориска база за разгледување на проблемот на дифракцијата е земена Кирхофовата дифракциона апроксимација, која претходно е специјализирана за случај на цилиндрични бранувања. Третиран е проблемот на Френелова дифракција кај позитивните и негативните мрежички од типот на Coré и тоа во случај на цилиндрична и рамна упадна светлина на мрежичката. При тоа подробно е разработен распоредот на интензитетот вдолж правите кои стојат нормално на оптичката оска, односно во оптичката осна рамнина, како и распоредот на интензитетот во главните фокални рамнини.

Теориски добиените резултати укажуваат на следните особини на линеарната зонска мрежичка:

1. Положбите на линеарната зонска мрежичка во однос на екранот и светлинскиот извор за кои е исполнет условот

$f = \frac{ab}{a+b} = \frac{\alpha^2}{m\lambda}$ за цилиндрична упадна светлина и

$f = b = \frac{\alpha^2}{m\alpha}$ за рамна упадна светлина, каде m е цел број, се карактеристични за мрежичката, зошто тоа се положби кога во фотометарот (екранот) се регистрираат т.н. главни екстремни вредности на интензитетот на дифрактирана светлина.

2. Положбите кои одговараат на непарните фокусни растојанија

$$f = \frac{\alpha^2}{\lambda(2k-1)}$$

се положби при кои се регистрира максимум на интензитетот во централниот дел на дифракционата слика. Значи линеарната зонска мрежичка поради своите фокусирачки особини може да игра улога на цилиндрична леќа со повеќекратни фокусни растојанија.

3. Вредноста на интензитетите во главните максимуми зависи од редот на максимумот и тие се однесуваат како

$I_1 : I_3 : I_5 : \ldots ; I_{2k-1} = 1 : 1/3 : 1/5 : \ldots\ldots : 1/(2k-1)$

4. Положбите на мрежичката за кои е обезбедена вредноста на непарните фокусни растојанија

$$f = \frac{\alpha^2}{2k\lambda}$$

даваат минимум на осветлување во централниот дел на дифракционата слика. Тоа е резултат што теоријата го дава за бинарните мрежички од типот на Соре́.

5. Помеѓу било кои два сукцесивни главни максимуми вдолж оптичката оска се јавуваат и споредни максимуми и минимуми, чиј број за мрежичка со по N зони од двете страни на оската изнесува 2N-2 споредни минимуми и 2N-2 споредни максимуми. Интензитетот што се добива во споредните максимуми е незначителен во однос на интензитетот во главните максимуми.

6. Со растењето на редот на фокусното растојание главните максимуми стануваат се́ погусти. Поради тоа и поради најголемата вредност на интензитетот што во него се добива, најголемо теориско и експериментално внимание заслужува првиот гла-

вен фокус или максимум од прв ред.

7. Поради зависноста на вредноста на фокусните растојанија од брановата должина, линеарната зонска мрежичка врши хроматско разлагање на компонентите од кои е составено бранувањето на светлинскиот извор со кој е осветлена мрежичката. Разлагањето се врши во оптичката осна рамнина. Максимумите од прв ред на соодветните бранови должини го составуваат спектарот од прв ред, вторите главни фокуси на брановите компоненти го даваат спектарот од втор ред, и т.н. Поради најголемата оддалеченост од останатите максимуми и во овој случај најпогодно за набљудување би било разлагањето што се врши во спектарот од прв ред. При тоа хроматската разделна способност кај спектарот од прв ред е еквивалентна со разделната способност што се постига кај спектарот од прв ред на дифракционата решетка, и е пропорционална со вкупниот број на пропусни зони на мрежичката.

8. Поради обратоно пропорционалната зависност на фокусните растојанија од брановата должина, линеарната зонска мрежичка има голема дисперзиона способност во подрачјата на кусите бранови должини, што ја прави особено погодна за испитување во областа на ултравиолетовотоброново подрачје и на X зраците.

9. Во рамнините на главните фокуси распоредот на интензитетот е таков што во централниот дел на дифракционата слика се јавува силно осветлена централна лента со интензитет кој е пропорционален со квадратот на вкупната пропусна површина на мрежичката. Централната лента е ограничена со темни и светли ленти при што интензитетот на последниве е назначителен во однос на централната.

Ширината на централната лента е обратно пропорционална со вкупниот број на пропусни зони на мрежичката. Агловната вредност што одговара на првиот дифракционен минимум кој ја ограничува централната лента е еднаква за сите фокусни рамнини и изнесува

$$\sin\vartheta = \frac{x}{b_k} = \frac{\lambda}{2\alpha\sqrt{2N}} \qquad \text{кога } N \rightarrow \infty$$

10. Разделната способност при формирање на ликови кај линеарната зонска мрежичка е нешто поголема од разделната способност на сверната зонска мрежичка со ист број на зони, па во тој поглед има извесна предност.

Голема разделна способност $R = \frac{D}{\lambda}$ кај линеарната зонска мрежичка може да се постигне и преку избор на мала вредност на брановата должина. Во тој смисол и линеарната зонска мрежичка би можела да одигра одлучна улога за постигаве на голема вредност на разделната способност во рендгенската микроскопија.

Со сите гореспоменати особини располагаат и негативните и позитивните линеарни зонски мрежички од типот на Соре.

Од сето погоре споменато може да се заклучи дека линеарната зонска мрежичка може да биде добра замена на цилиндричната леќа онаму каде таа неможе да биде применета, исто како што и кружната зонска мрежичка ја заменува сверната леќа.

Од друга страна бидејќи формирањето на прачкаст светлински извор е многу полесно од колку на точкаст, а многу полесно е и конструирањето на линеарната зонска мрежичка од колку на сверната, би можело да се рече дека линеарната зонска мрежичка би можела да има извесна предност над сверната секаде онаму каде има потреба од нивната примена.

ДОДАТОК

ТАВЕЛА I

Вредности на финкциите $Q(\sigma)$ и $P(\sigma)$

σ	$Q(\sigma)$	$P(\sigma)$	σ	$Q(\sigma)$	$P(\sigma)$
0,0	0,5000	0,5000	2,5	0,1265	0,0062
0,1	0,4931	0,4078	2,6	0,1217	0,0056
0,2	0,4760	0,3306	2,7	0,1172	0,0050
0,3	0,4528	0,2671	2,8	0,1172	0,0045
0,4	0,4265	0,2154	2,9	0,1093	0,0041
0,5	0,3992	0,1736	3,0	0,1057	0,0037
0,6	0,3723	0,1402	3,1	0,1023	0,0033
0,7	0,3466	0,1135	3,2	0,0991	0,0030
0,8	0,3225	0,0992	3,3	0,0961	0,0027
0,9	0,3002	0,0753	3,4	0,0934	0,0024
1,0	0,2799	0,0617	3,5	0,0908	0,0022
1,1	0,2614	0,0508	3,6	0,0882	0,0021
1,2	0,2447	0,0422	3,7	0,0857	0,0020
1,3	0,2294	0,0353	3,8	0,0834	0,0019
1,4	0,2158	0,0296	3,9	0,0814	0,0017
1,5	0,2034	0,0250	4,0	0,0794	0,0016
1,6	0,1925	0,0214	4,1	0,0776	0,0014
1,7	0,1819	0,0181	4,2	0,0758	0,0013
1,8	0,1725	0,0156	4,3	0,0740	0,0012
1,9	0,1645	0,0136	4,4	0,0724	0,0012
2,0	0,1566	0,0118	4,5	0,0708	0,0011
2,1	0,1495	0,0103	4,6	0,0693	0,0011
2,2	0,1429	0,0090	4,7	0,0678	0,0010
2,3	0,1369	0,0080	4,8	0,0663	0,0009
2,4	0,1316	0,0070	4,9	0,0650	0,0009

ЦИТИРАНА ЛИТЕРАТУРА

[1] Sorret J.L.,Arch.Sci.Phys.Naturelles 1,52,/1875/
[2] Fresnel A.J., Ann.Chim.etPhys. 9,246,/1819/
[3] Cornu A., Compt rendu 80,645,/1875/
[4] Mozer J.,Bahčevandžiev S.,Jonoska M., Janikijevik Lj., God. Zborn.na PMF-Skopje, 16A.65,/1965/
[5] Mozer J.,Bahčevandžiev S.,Jonoska M., Janikijevik Lj., God. Zborn.na PMF-Skopje, 19A,55,/1969/
[6] Wood R.W., Phil.Mag. /5/ 45,511,/1898/
[7] Boivin A., Journ.Opt.Soc.Amer. 42,60,/1952/
[8] Mozer J., God.Zborn. na Fil.Fak.-Skopje,10,75,/1957/
[9] Sussman M., Amer.Journ.Phys. 28,60,/1960/
[10] Myers O.E., Amer.Journ.Phys. 19,359,/1951/
[11] Rajskij S.M. Usp.Fiz.Nauk /47/,4,515,/1959/
[12] Bahčevandžiev S., Doktorska disertacija, Skopje /1960/
[13] Kogo Kamya, Science of Light /2,3/ 12,36,/1963/ Tokio
[14] Mozer J., Doktorska disertacija, Skopje /1961/
[15] Boivin A., "Theorie et calcul des figures de diffraction de revolution" Presses de l Universitè Laval, Quebec/1964/
[16] Arsenault H., Journ.Opt.Soc.Amer. 58,1536,/1968/
[17] Stigliani J., Mitra R., Semonin R., Journ. Opt.Soc. Amer. 57,610,/1967/
[18] Gabor D., Proc.Roy.Soc./London/ A197,454,/1949/
[19] Rogers G.L., Nature 166,237,/1950/
[20] Rozenberg G., Usp,Fiz.Nauk /3/ 50,467,/1953/
[21] Shampagne E., Appl.Opt. 7,381,/1968/
[22] Horman M.H., Chau H.H.M., Appl.Opt. 6,317,/1967/
[23] Chau H.H.M., Appl.Opt. 8,1209,/1966/
[24] Mozer J., Spiegelhalter, Optik,27,570,1968
[25] Lohman A.W.,Paris D.P., Appl.Opt.6,1567,/1967/
[26] Hart H.,Scrandis J.,Mark R.,Hatcher R., Journ.Opt.Soc.Amer. 56,1018,/1966/
[27] Baez A., Journ.Opt.Soc. Amer. 51,405,/1961/
[28] Janke E.,Emde F.,Leš F., "Specialjnie funkcii" Nauka izd. Moskva /1964/
[29] Abramovitch M., Stegun J.A., " Handbook of Mathematical Functions" N.Y. Pover Publication /1965/

[30] Born M., Wolf E., "Principles of Optics" Pergamon Press, London,/1970/

[31] Theocaris P.,"Moire Fringes in Strain Annalysis" Pergamon Press, London /1969/

[32] Bronštajn I.N.,"Spravočnik po matematike" Moskva /1965/

[33] Wingaarden A., Scheen W.L., " Table of Fresnel Integrals" Nord Holland Company, Amsterdam /1949/

[34] Jolley L.B., "Summation of Series" Chapman &Hall Ltd.,London,/1925/

[35] Landsberg G.S., "Optika" Naučna Knjiga, Beograd /1967/