

U N I V E R Z I T E T U B E O G R A D U

MATEMATICKI FAKULTET PRIRODNO-MATEMATICKIH FAKULTETA

Univerzitet u Beogradu
Prirodno-matematički fakulteti
MATEMATIČKI FAKULTET
BIBLIOTEKA

Broj Dokt. Datum 13/1

GOJKO R. DJURAŠEVIĆ

PRILOG PROUČAVANJU TESNIH DVOJNIH ZVEZDA NA OSNOVU FOTOMETRIJSKIH
MERENJA

- DOKTORSKA DISERTACIJA -

BEOGRAD, 1988.

*

*

*

Rad na disertaciji je zapocet 1985. god. u toku specijalizacije na Bjurakanskoj Astrofizickoj Opservatoriji (BAO) Akademije Nauka Jermenske SSR, a nastavljen u Drzavnom Astronomskom Institutu Sternberg (GAIS) Moskovskog Drzavnog Univerziteta Lomonosov i na Astronomskoj Opservatoriji u Beogradu (AOB).

Disertacija je radjena pod rukovodstvom profesora Dr A. M. Cerepashchuka, kome dugujem zahvalnost za pruzenu moralnu podrsku i niz veoma korisnih diskusija i saveta, kao i za kriticki pregled dobijenih rezultata.

Zelim da se ovde jos jednom najsrdacnije zahvalim akademiku V. A. Ambartsumyanu, cijom je ljubaznoscu omogucena moja specijalizacija na Bjurakanskoj Astrofizickoj Opservatoriji.

Za nesebicno ukazanu pomoc tokom rada na disertaciji, korisne savete i diskusije, zahvaljujem Dr G. A. Arutyunyanu.

Dr T. Yu. Magakyanu zahvaljujem za pruzene savete, a Dr Eh. A. Antokhinoj za diskusije i korisnu razmenu iskustva u modeliranju tesnih dvojnih sistema.

Za pomoc u zavrсноj fazi rada, savete i pregled teksta disertacije, zahvaljujem Dr T. Angelovu i Dr I. Vinceu, kao i Mr V. Krsljaninu i Mr O. Atanackovic-Vukmanovic.

Dr M. Vukicevic-Karabin zahvaljujem za pruzene savete i podrsku u radu.

Jos jednom se zahvaljujem svim saradnicima BAO, GAIS-a i AOB, koji su pomogli u realizaciji ovog rada, kao i Republickoj Zajednici za Nauku SR Srbije i AOB koji su obezbedili deo sredstava za specijalizaciju u SSSR-u.

S A D R Z A J
=====

UVOD	1
I. O INTERPRETACIJI KRIVIH SJAJA TESNIH DVOJNIH SISTEMA	6
II. MODEL ZA SINTEZU KRIVE SJAJA TESNOG DVOJNOG SISTEMA	11
II-1. Osnove modela	11
II-2. Efekat refleksije i gravitaciono potamnjenje	19
II-3. Model tesnog dvojnog sistema sa pegama na komponentama	26
II-4. Izracunavanje izlaznog fluksa zracenja elementarnih celija	35
II-5. Sinteza krive sjaja tesnog dvojnog sistema	39
III. AKTIVNI TESNI DVOJNI SISTEMI SA AKRECIJONIM DISKOM	54
III-1. Model TDS sa opticki debelim akrecionim diskom	59
III-2. Sinteza krive sjaja TDS sa akrecionim diskom	67
IV. O METODAMA ZA RESAVANJE OBRNUTOG ZADATKA INTERPRETACIJE KRIVIH SJAJA TESNIH DVOJNIH SISTEMA ...	80
IV-1. Osnove metode za resavanje obrnutog zadatka zasnovane na gradijent-razvoj algoritmu	86
V. ANALIZA KRIVIH SJAJA TESNIH DVOJNIH SISTEMA METODOM OBRNUTOG ZADATKA	100
V-1. Realizacija i testiranje metode obrnutog zadatka za predložene modele TDS	100
V-2. Analiza fotometrijskih posmatranja eklipsnih TDS	124
VI. DIFERENCIJALNA ROTACIJA KOD TESNIH DVOJNIH ZVEZDA TIPA RS CVn	176
VII. POSTUPAK PROCENE TEMPERATURE I POVRISINE PEGA NA OSNOVU FOTOMETRIJSKIH POSMATRANJA ...	189
ZAKLJUCAK	196
LITERATURA	204

U V O D
=====

Na osnovu savremenih saznanja, dvojnost ili višestrukost je široko zastupljena u zvezdanoj populaciji. Savremene procene govore da više od 50% zvezda obrazuje dvojne ili višestruke sisteme, što predstavlja okolnost za istraživače fizike i evolucije zvezda. Naime, ukoliko zvezde obrazuju dvojne sisteme, adekvatnim posmatraskim tehnikama i metodama interpretacije posmatranja, mogu se odrediti osnovni parametri sistema i komponenata, kao što su inklinacija i ekscentricitet orbite, razmere, oblik, masa i temperatura zvezda, struktura atmosfera, parametri aktivnih regiona na zvezdama itd., što je od izuzetnog značaja za razumevanje fizickih procesa na zvezdama. Jednostruke zvezde ne nude dovoljno informacija i tesko se proučavaju, dok efekat dvojnosti mnogo toga čini dostupnim.

U populaciji dvojnih zvezda, posebno značajno mesto zauzimaju tesni dvojni sistemi, kod kojih u toku evolucije dolazi do razmene materije između komponenata (Plavec, 1967; Paczynski, 1967). Zbog mogućnosti razmene materije između komponenata, u poredjenju sa jednostrukim zvezdama život tesnih dvojnih sistema je mnogo bogatiji i evolucija dinamičnija. Na određenim evolucionim fazama, interakcija komponenata može rezultirati obrazovanjem vrlo egzotičnih objekata sa akrecionim diskom i moćnim gasnim strujama u sistemu, čije je proučavanje posebno značajno za niz oblasti savremene astrofizike.

Iako se dvojne zvezde proučavaju već dva veka, može se reći da u poslednjih 10-15 godina dolazi do kvalitativnog skoka, uslovljenog razvojem posmatraskih tehnika i metoda interpretacije posmatranja tesnih dvojnih sistema, što je uveliko izmenilo naša shvatanja fizike i evolucije zvezda. Razvoj računarske tehnike je omogućio modeliranje tesnih dvojnih sistema (TDS) u cilju dobijanja takozvanih sintetičkih krivih sjaja, a poslednjih godina je dostignut i značajan progres u

izucavanju trodimenzionalne dinamike gasa u TDS.

Osnovu savremenih predstava o prirodi i evoluciji TDS cine posmatracki fakti, do kojih se dolazi detaljnom analizom posmatranja razlicitih tipova TDS, u širokom dijapazonu spektra od rentgenskog do infracrvenog i radio zracenja.

Analiza spektroskopskih i fotometrijskih posmatranja eklipsnih tesnih dvojnih zvezda omogucava nalazenje osnovnih karakteristika komponenata - masa, temperatura, strukture atmosfera, dimenzija i oblika zvezda, orbitalnih elemenata, parametara gasnih struja u sistemu, preko kojih se ostvaruje razmena materije izmedju komponenata, parametara akrecionog diska itd. Poznavanje ovih parametara je od izuzetnog znacaja za pravilno razumevanje fizickih procesa u tesnim dvojnim sistemima i na zvezdama uopste, pa razrada metoda interpretacije posmatranja tesnih dvojnih zvezda predstavlja jedan od vaznijih zadataka savremene astrofizike.

U ovom radu se bavimo izucavanjem eklipsnih tesnih dvojnih zvezda na osnovu fotometrijskih posmatranja. U rezultatu orbitalnog kretanja, kao posledica medjusobnog pomracivanja komponenata tesnog dvojnog sistema, posmatrani sjaj se menja u toku vremena, a grafik ove zavisnosti nazivamo krivom sjaja. Usled aktivnih procesa na zvezdama tesnog dvojnog sistema, krive sjaja su cesto deformisane i do te mere komplikovane, da se adekvatna analiza i interpretacija posmatranja ne moze obaviti u okviru postojećih modela tesnih dvojnih zvezda. Usloznjavanje modela otvara niz ozbiljnih problema za resavanje direktnog zadatka (sinteze krive sjaja na osnovu modela pri unapred zadanim parametrima sistema). No, znatno slozeniji problemi se javljaju pri trazenju adekvatne metode za resavanje obrnutog zadatka (određivanje optimalnih parametara modela pri kojima sinteticka kriva sjaja najbolje fituje posmatranja). Cak i kod relativno jednostavnih mo-

dela, problem resavanja obrnutog zadatka se smatra otvorenim i ne postoji jednoznacan put za njegovo resavanje. Postojece metode imaju niz ozbiljnih nedostataka i ogranicenja, pa je neophodno trazenje novih metoda i usavrsavanje postojećih.

U ovom radu se razvijaju relativno slozeni modeli tesnih dvojnih zvezda, kojima se mogu uspesno interpretirati komplikovane krive sjaja nekih tipova tesnih dvojnih sistema. Evolucioni scenarij je u ovim sistemima jako bogat i prakticno je nemoguće razraditi dovoljno generalni model koji bi mogao obuhvatiti sve slucajeve.

Zbog aktuelnosti problematike, ogranicili smo se na modeliranje sistema sa komplikovanim nestacionarnim krivim sjaja, kod kojih se deformacija i promenjivost krivih sjaja u toku vremena smatra posledicom postojanja i razvoja aktivnih regiona na komponentama (tamne pege) ili posledicom razmene materije izmedju komponentata ("svetle pege" i obrazovanje akrecionog diska u sistemu). Kao podslucaj, model sistema sa pegama na komponentama, koji se predlaze u ovom radu, omogucava i interpretaciju "klasicnih" tesnih dvojnih sistema (bez pega) koji daju "regularne" krive sjaja.

Proucavanje nestacionarnosti na krivim sjaja eklipsnih tesnih dvojnih zvezda je postalo aktuelno zahvaljujuci razvoju posmatracke tehnike, a nove mogucnosti metoda interpretacije posmatranja baziraju na primeni savremene racunarske tehnike. Kod tesnih dvojnih sistema tipa RS CVn, W UMa i nekih drugih sistema sa komponentama poznijih spektralnih klasa, fotometrijskim i spektroskopskim metodama su otkrivene pege i ciklusi aktivnosti koji podsecaju na Suncev 11-togodisnji ciklus. Postojanje pega deformise krivu sjaja, a duze vremenske serije posmatranja ovih zvezda pokazuju migraciju depresija na krivim sjaja po orbitalnoj fazi u toku vremena. Na osnovu ovih migracija u radu se preko odgovarajuceg modela razmatraju efekti diferencijalne rotacije i mogu-

ce asinhronosti izmedju rotacije komponenata oko sopstvenih osa i revolucije sistema. Na osnovu velicine depresija na krivim sjaja koje su dobijene u razlicitim spektralnim oblastima, pokazuje se mogucnost procene temperature i relativnih dimenzija pega.

Polazeci od fotometrijskih krivih sjaja, preko modela tesnih dvojnih sistema sa pegama na zvezdama, i metode za resavanje obrnutog zadatka, mozemo sa prilicno sigurnosti proceniti parametre sistema, komponenata i pega.

U modelu za dobijanje sinteticke krive sjaja, komponente se aproksimiraju ekvipotencijalnim površinama asinhronog Roche-ovog modela i one do proizvoljnog stepena mogu popunjavati svoje kritične ovale (u slučaju sinhronne rotacije komponenata, kritični ovali odgovaraju Roche-ovim ovalima koji sadrže Lagrange-ovu ravnotežnu tačku L_1). Plimski deformisane komponente se progrevavaju uzajamnim zračenjem, pa u modelu predlazemo originalan postupak za uracunavanje efekta refleksije u sistemu. U modelu se komponente razmatraju u sfernom koordinatnom sistemu u kome njihove površine koordinatnim mrezama razbijamo na velik broj elementarnih površina, čiji su intenzitet i ugaona raspodela zračenja određeni formom i temperaturom komponenata, potamnjenjem ka rubu, gravitacionim potamnjenjem, efektom refleksije, kao i eventualnim postojanjem pega. Do posmatraca stize zracenje onih elementarnih površina koje se nalaze na "vidljivoj" strani komponenata i koje na datoj orbitalnoj fazi nisu zaklonjene drugom zvezdom tesnog dvojnog sistema. Sumiranje elementarnih flukseva zračenja koje ide ka posmatracu od ovih elementarnih celija, daje ukupan sjaj sistema na datoj orbitalnoj fazi, tj. krivu sjaja kao posledicu medjusobnog pomracivanja komponenata usled orbitalnog kretanja.

Ovako dobijena kriva sjaja pri unapred zadanim parametrima modela, predstavlja polaznu osnovu za resavanje obrnutog zadatka (nalazenje

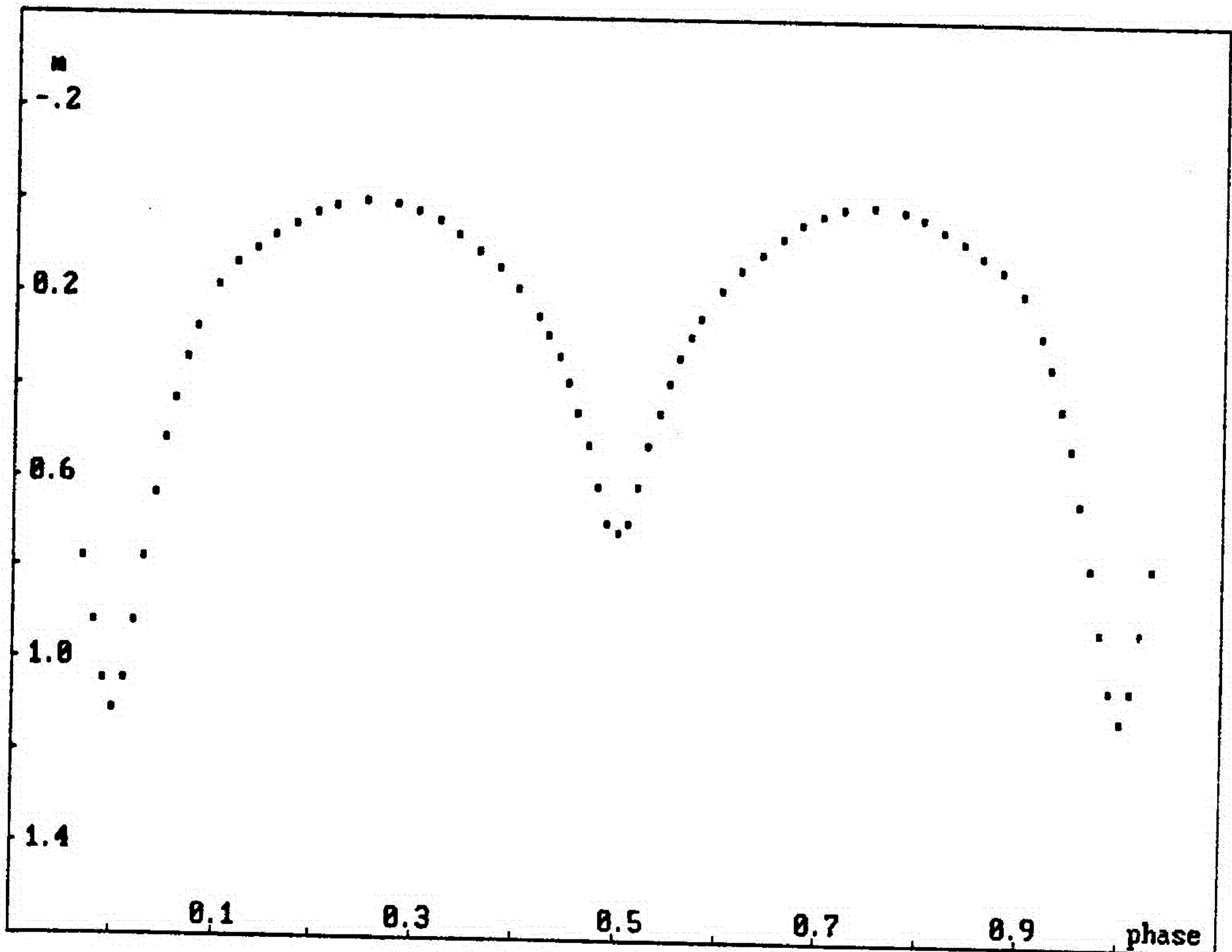
optimalnih parametara modela na osnovu posmatrane krive sjaja). U radu je predložena nova koncepcija metode za resavanja obrnutog zadatka kombinovanjem gradijentnog prilaza sa metodom diferencijalnih popravki, što se pokazalo kao veoma efikasan put koji omogućava korektno resavanje zadatka.

U radu se daju osnove predložene metode, rezultati testiranja i primena na analizu krivih sjaja tesnih dvojnih sistema WZ Cep, AU Ser, FT Lupi, RV Corvi i AG Vir.

Tesni dvojni sistemi sa akrecionim diskom oko jedne od komponenta predstavljaju specificnu i nedovoljno ispitanu fazu u evoluciji tesnih dvojnih zvezda. U radu se pokazuje, kako se modeliranjem sistema i adekvatnom metodom interpretacije posmatranih krivih sjaja, moze doći do niza dragocenih informacija o osnovnim karakteristikama ovih egzoticnih objekata. U tom cilju je konstruisan model za dobijanje sinteticke krive sjaja sistema i predlozen metod za resavanje obrnutog zadatka. Daju se rezultati provere metode i njena primena na izucavanje tesnog dvojnog sistema SX Cas na osnovu posmatrane krive sjaja.

I. O INTERPRETACIJI KRIVIH SJAJA TESNIH DVOJNIH SISTEMA
=====

Kriva sjaja predstavlja rezultat medjusobnog pomracivanja komponenta tesnog dvojnog sistema pri orbitalnom kretanju. Kako se radi o periodicnoj pojavi, za apscisu grafika krive sjaja se uzima orbitalna faza, pri cemu fazi 0 odgovara dublji minimum krive sjaja, tj. slucaj kada sekundarna komponenta zaklanja sjajni primar. Tipican primer krive sjaja je prikazan na slici 1. gde je ordinata data u magnitudama, a kriva sjaja je normirana u odnosu na sjaj sistema pri orbitalnoj fazi 0.25, kada posmatrac "vidi" komponente van eklipse.



Sl. 1. Tipican izgled regularne krive sjaja TDS.

Izgled krive sjaja zavisi od oblika, razmera i temperatura komponenta, inklinacije i ekscentriciteta orbite, zakona potamnjenja ka rubu, efekta refleksije, gravitacionog potamnjenja i niza drugih efe-

kata kao što su prisustvo pega na zvezdama, gasne struje u sistemu, postojanja akrecionog diska, postojanje okolozvezdanog omotaca, fizicke promenljivosti komponenata itd.

Komponente tesnih dvojnih sistema su usled efekta bliskosti plimski deformisane i kao posledica njihovog odstupanja od sfera, ubrzanje sile teze se menja po površini zvezde, što se odrazava i na temperatursku raspodelu, a efekat se naziva gravitacionim potamnjenjem. Potamnjenje ka rubu zavisi od prostorne strukture fotosfere komponenata i odrazava porast temperature sa optickom dubinom. Kod zvezda sa tankim atmosferama (nadalje pod atmosferom podrazumevamo sloj u kome se formira vidljivo zracenje zvezde), zakon potamnjenja ka rubu se moze priblizno naci iz modela atmosfere. Teorija tankih zvezdanih atmosfera je danas solidno razradjena (vidi npr. Matveev, 1972) i za široku klasu modela, u prvoj aproksimaciji daje linearni zakon potamnjenja ka rubu tj:

$$I(\gamma) = I_0[1 - u(\lambda, T)(1 - \cos \gamma)], \quad (1-1)$$

gde je I_0 - intenzitet u centru "vidljivog" diska zvezde, a γ predstavlja ugao izmedju pravca ka posmatracu i normale na element površine zvezde, ciji intenzitet razmatramo. Koeficijent potamnjenja ka rubu $u(\lambda, T)$ zavisi od talasne duzine (λ) i temperature (T).

Zbog medjusobne blizine, usled plimskih interakcija, komponente tesnih dvojnih sistema su deformisane i mogu znatno odstupati od sfera (efekt elipsoidnosti), što zajedno sa efektom refleksije utice na oblik posmatrane krive sjaja, pa ni u "platoima" (van eklipse) nemamo konstantan sjaj. Ukoliko komponente sistema ne popunjavaju svoje kritične Roche-ove ovale, ovi efekti su umereni, što omogućava da se kriva sjaja interpretira klasicnim metodama.

Klasicne metode interpretacije krivih sjaja tesnih dvojnih siste-

ma (Tsesevich, 1940; Russel i Merrill, 1952; Tsesevich, 1971; Shulberg, 1971 itd.) zadatak u principu resavaju u dve etape. U prvoj etapi se vrši rektifikacija krive sjaja, tj. "ciscenje" od efekata blizine komponenata (elipsoidnosti i refleksije) (Russel, 1948; Horak, 1968 ; Jurkevich, 1970 ; Martynov, 1971 ; Budding, 1974 itd.). Postupak se sastoji u tome da koristeći delove krive sjaja van eklipse (plateo) odredimo parametre refleksije i elipsoidnosti. Sa ovim parametrima, preko teorije refleksije i elipsoidnosti, korigujemo posmatranu krivu sjaja i dobijamo rektifikovanu krivu sa konstantnim sjajem van eklipse, koju dalje interpretiramo uz pomoc modela sistema sa sfernim komponentama.

Druga etapa zadatka se sastoji u nalazenju geometrijskih i fizickih parametara ovako idealizovanog modela. U tom cilju je razvijeno vise metoda, medju kojima savremenije baziraju na primeni racunara (Horak, 1970; Tabachnik, 1971; Lavrov, 1973; 1978; Khaliullina i Khaliullin, 1984 itd.). Primenom ovih metoda je moguće odrediti elemente idealizovanog modela, a posrednim putem, preko parametara elipsoidnosti i refleksije korigujemo nadjena resenja i model priblizavamo realnosti.

Treba istaci da obe etape resavanja zadatka imaju niz nedostataka u ciju se analizu ovde necemo upustati.

Klasicne metode su razradjene i za slucaj elipticke orbite, pa analizom krive sjaja mozemo naci ekscentricitet orbite i duzinu periastra (Russel, 1912; Kopal, 1959; Martynov, 1971). U pojedinim slucajevima je moguće odrediti i rotaciju linije apsida, sto je uslovljeno plimskom i rotacionom deformacijom komponenata, a zahvaljujuci ovom efektu mozemo odrediti stepen koncentracije mase u telu zvezde (Martynov, 1971; Martynov i Khaliullin, 1980). U izuzetno povoljnim slucajevima, analizom krive sjaja mozemo proceniti i velicinu relati-

vistickog efekta rotacije linije apsida, kao posledice Opste teorije relativnosti (Khaliullin, 1983).

Detaljan opis klasičnih metoda se može naći u mnogim člancima i monografijama (Zverjev i dr., 1947 ; Russel i Merrill, 1952 ; Kopal, 1959 ; Shulberg, 1971 ; Tsesevich, 1971 ; Heintz, 1978 ; Sahade i Wood, 1978 itd.).

Nov perspektivan prilaz interpretaciji krivih sjaja tesnih dvojnih sistema počinje radovima Hill-a i Hutchings-a (1970) i Wilson-a i Devinney-a (1971), u kojima se predlaže takozvani metod sinteze krive sjaja. U modelu se pretpostavlja da plimski deformisane komponente po obliku odgovaraju ekvipotencijalima Roche-ovog modela. Povrsina zvezda se u sfernom koordinatnom sistemu razbija na velik broj elemenata, za koje se racuna ugaonu zavisnost intenziteta izlaznog zracenja. Ona se odredjuje potamnjenjem ka rubu, efektom refleksije i gravitacionim potamnjenjem (Zeipel, 1924; Lucy, 1967). Izracunavaju se i sumiraju fluksevi zracenja koji idu ka posmatracu od svih elementarnih površina koje su na datoj orbitalnoj fazi "vidljive" posmatracu. Promena (u skali zvezdanih velicina) ovako dobijenih sumarnih flukseva zracenja sa orbitalnom fazom predstavlja krivu sjaja, koju, s obzirom na koncepciju modela, mozemo direktno uporedjivati sa posmatranom (bez prethodne rektifikacije).

Wood (1971) razmatra nesto jednostavniji model, koji figure komponentata aproksimira troosnim elipsoidima, sto je svakako bolje od aproksimacije komponentata sferama, jer uzima u obzir postojanje plimskih deformacija zvezda.

Navedene metode sinteze krive sjaja, omogucavaju izracunavanje teorijske krive sjaja pri unapred zadanim parametrima modela, tj. resavanje direktnog zadatka. Za njihovu realizaciju, pogotovo za resavanje obrnutog zadatka, potrebni su brzi racunari sa dovoljno memo-

rije. Obrnuti zadatak se sastoji u odredjivanju parametara modela na osnovu uporedjivanja posmatrane i sinteticke krive sjaja. Zbog nelinearnosti i nekorektnosti zadatka, postojece metode za resavanje obrnutog zadatka imaju niz slabih mesta i zahtevaju ogromno racunarsko vreme. Srecu se ozbiljni problemi sa konvergencijom i jednoznacnoscu resenja, pa je neophodno traziti nove puteve za resavanje obrnutog zadatka.

Izlozene metode su primenjive samo za ogranicenu klasu tesnih dvojnih zvezda sa "regularnim" krivim sjaja. Bogatstvo evolucionog scenarija i fizicki procesi na komponentama sistema, rezultiraju krivim sjaja koje je nemoguće interpretirati u okviru izlozenih modela, pa se oni sve vise usloznavaju, sto je omoguceno zahvaljujuci sve siroj primeni racunara i razvoju metoda regularizacije nekorektno postavljениh zadataka (Goncharskij, Cherepashchuk i Yagola, 1985).

Razvoj novih modela omogucava razmatranje sistema sa akrecionim diskom, aktivnim komponentama, sistema sa prosirenim atmosferama, kao i rentgentskih tesnih dvojnih sistema, medju kojima nalazimo indikacije za postojanje crnih rupa.

Ma koliko model bio bogat, njime je nemoguće obuhvatiti svu raznolikost uslova koje srecemo kod aktivnih eklipsnih tesnih dvojnih sistema, pa smo u ovom radu paznju usmerili na izradu modela za interpretaciju fotometrijskih posmatranja sistema sa aktivnim komponentama (pege na zvezdama), a kao podslucaj, modelom mozemo interpretirati i "regularne" krive sjaja "klasicnih" tesnih dvojnih sistema (bez pega). Uporedo sa ovim, razvijen je i model za sisteme sa akrecionim diskom oko jedne od komponenata sistema. Za predlozene modele je realizovana nova metoda za resavanje obrnutog zadatka.

II. MODEL ZA SINTEZU KRIVE SJAJA TESNOG DVOJNOG SISTEMA
=====

II-1. Osnove modela

Oblik komponenata tesnog dvojnog sistema zavisi od njihove osne rotacije i privlacne plimske interakcije i moze se opisati ekvipotencijalima Roche-ovog modela (Kopal, 1959).

Ovaj model pretpostavlja visok stepen centralne kondenzacije komponenata, kruzne orbite, normalnost osa rotacije na orbitalnu ravan i sinhronost rotacije komponenata i revolucije sistema. I u slucaju asinhronosti, potencijal sila koje deluju u sistemu mozemo formulisati u konacnom obliku (Kruszewski, 1963). Spektroskopska posmatranja pokazuju prisustvo asinhronosti na odredjenim evolucionim fazama tesnih dvojnih zvezda, pa zbog bogatstva modela i ovaj efekat uzimamo u razmatranje.

Definisimo pravougli koordinatni sistem sa koordinatnim pocetkom u centru primarne komponente M_1 , koji rotira zajedno sa dvojnim sistemom tako da centar sekundara stalno lezi na X-osi; Y-osa lezi u orbitalnoj ravni u smeru revolucije sistema, a Z-osa je normalna na orbitalnu ravan (Slika 2.)

Pod navedenim pretpostavkama modela, na cesticu jedinicne mase u nekoj tacki $P(x,y,z)$ na povrshini neke od komponenata sistema, deluje rezultantna sila, ciji je potencijal dat relacijom:

$$\psi = g \frac{m_1}{r_1} + g \frac{m_2}{r_2} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) - \frac{m_2}{m_1+m_2} \omega^2 x^2, \quad (2-1)$$

gde je:

$$r_1^2 = x^2 + y^2 + z^2; \quad r_2^2 = (x-R)^2 + y^2 + z^2. \quad (2-2)$$

Relacije (2-2) predstavljaju kvadrate rastojanja tacke $P(x,y,z)$ od centara gravitacije komponenata, cije je medjusobno rastojanje R . U relaciji (2-1) m_1 i m_2 su mase komponenata, g -konstanta gravitacije, a

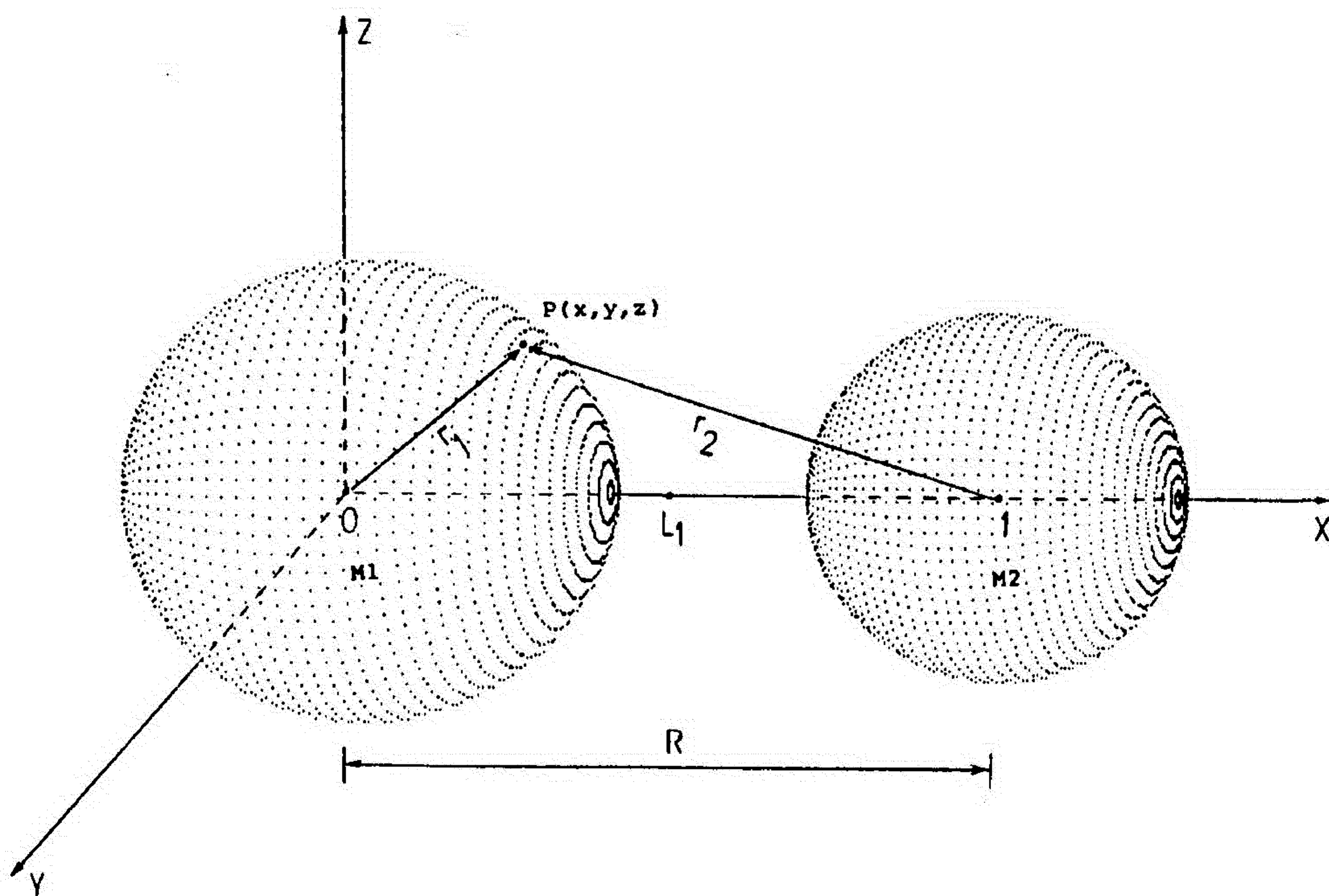
$$\omega_k^2 = g \frac{m_1 + m_2}{R^3} \quad (2-3)$$

predstavlja kvadrat Keplerove ugaone brzine revolucije sistema. Ugaona brzina rotacije zvezde (ω) se može izraziti preko Keplerove ugaone brzine (ω_k) relacijom:

$$\omega = f \omega_k \quad , \quad (2-4)$$

gde je f -parametar asinhronosti.

Dakle, u izrazu (2-1) za potencijal sila u sistemu figurisu gravitacioni potencijali komponentata i članovi koji opisuju potencijal centrifugalne sile.



Sl. 2. Definicija koordinatnog sistema dvojne zvezde.

Uzimajući rastojanje između komponentata sistema za jedinicu dužine ($R = 1$) i koristeći smene :

$$q = m_2/m_1 \quad ; \quad C = \Psi R/g m_1 \quad , \quad (2-5)$$

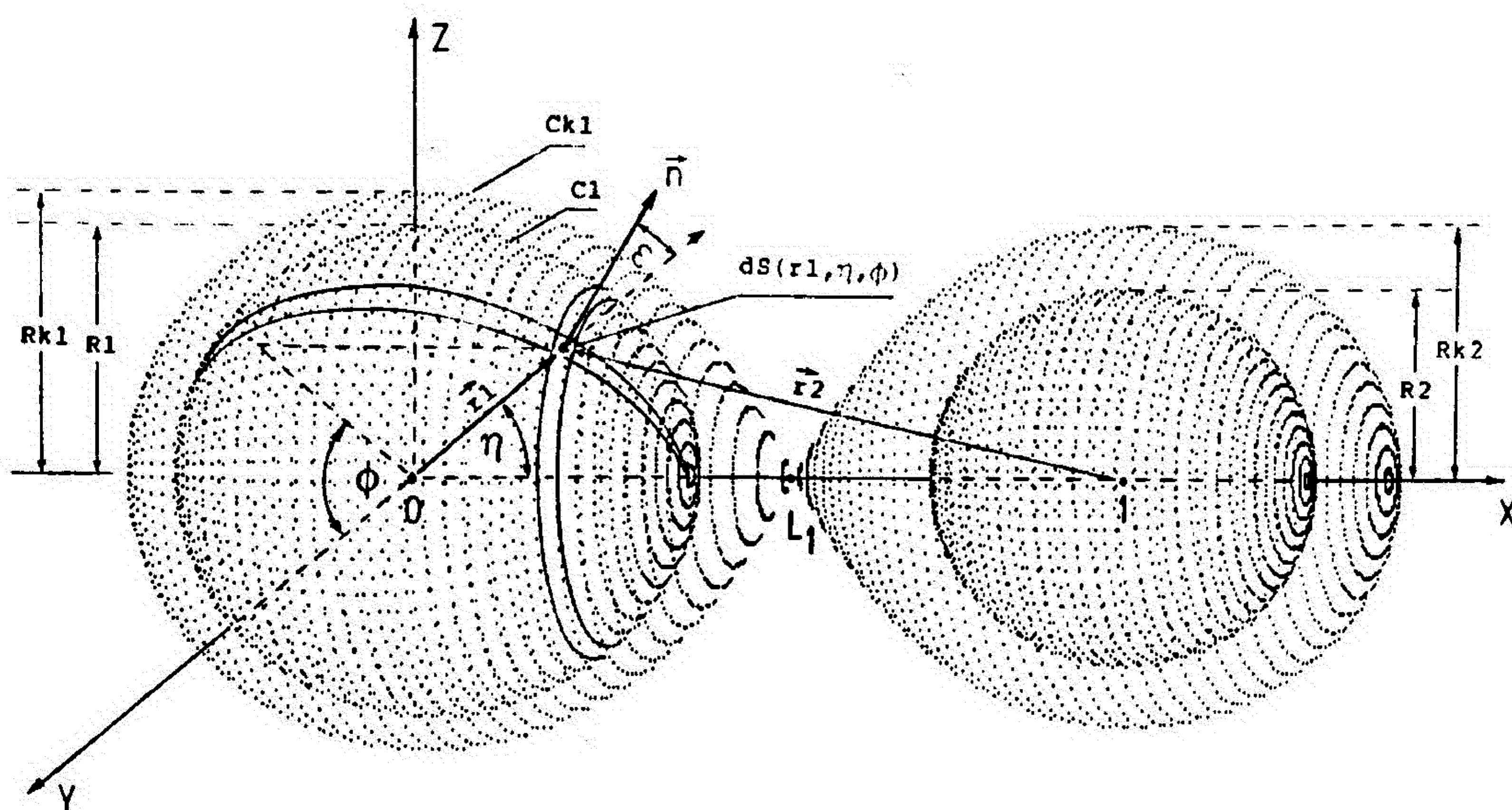
iz (2-1) za normalizovani, bezdimenzioni potencijal sila na površini komponentata dobijamo:

$$C = \frac{1}{r_1} + q \left(\frac{1}{r_2} - x \right) + \frac{q+1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) f, \quad (2-6)$$

gde je:

$$r_1^2 = x^2 + y^2 + z^2; \quad r_2^2 = (x-1)^2 + y^2 + z^2. \quad (2-7)$$

Oblik ekvipotencijala $C = \text{const.}$ zavisi od vrednosti ove konstante. Pri vecim vrednostima C , oko centara komponentata imamo zatvorene ekvipotencijale, koji se malo razlikuju od sfera. Kako C opada, zatvoreni ovali se izduzuju u pravcu koji spaja centre gravitacije zvezda i u slucaju sinhronne rotacije ($f=1$), pri odredjenoj kritičnoj vrednosti $C = C_{L1}$ (koja je karakteristicna za dati odnos masa $q = m_2/m_1$), ovali se spajaju u Lagrange-ovoj ravnoteznoj tacki L_1 na X -osi (Slika 3.). Tako se dobija konfiguracija "pescanog sata" koja se naziva kritičnim Roche-ovim ovalom ili kritičnom Roche-ovom granicom. Roche-ov oval definise najveće moguće razmere komponentata pri kojima one ocuvavaju stabilnost (Kopal, 1959).



Sl. 3. Model tesnog dvojnog sistema.

Kritični ekvipotencijal $C = C_{L1}$ sadrži Lagrange-ovu ravnotežnu tačku $L1$, gde je rezultanta sila koje deluju u sistemu jednaka nuli, pa tu gradijent i parcijalni izvodi potencijala zadovoljavaju uslov:

$$\text{grad } C = 0 \quad ; \quad \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad . \quad (2-8)$$

Tačka $L1$ leži na X -osi ($y=z=0$), pa gornji uslov, preko jednačina (2-6) i (2-7) za $f=1$ daje relaciju:

$$\frac{\partial C}{\partial x} = -\frac{1}{x^2} + q \left[\frac{1}{(x-1)^2} - 1 \right] + (q+1)x = 0 \quad . \quad (2-9)$$

Resavanjem ove jednačine nalazimo koordinatu $x1$ Lagrange-ove tačke $L1$, a odgovarajuću vrednost kritičnog Roche-ovog potencijala C_{L1} , dobijamo iz jednačine:

$$C_{L1} = C(x1, 0, 0) \quad ; \quad f = 1 \quad , \quad (2-10)$$

gde je C definisano sa (2-6).

U slučaju asinhronne rotacije jedne ili obe zvezde sistema, kritična granica $C = C_k$ do koje komponenta očuvava stabilnost se nalazi unutar Roche-ovog ovala $C = C_{L1}$ i računa se za svaku komponentu posebno. Komponente svoje kritične ovala $C = C_k$ mogu popunjavati do proizvoljnog stepena, koji obezbeđuje njihovu stabilnost. Primitimo da se u slučaju sinhronne rotacije, ovali $C = C_k$ poklapaju sa kritičnom Roche-ovom granicom $C = C_{L1}$.

Pripremu modela za sintezu krive sjaja ćemo ilustrovati na slučaju primarne komponente ($f=f1$; $q = m2/m1$).

Kao prvo, postupkom koji je sličan već opisanom, nalazimo kritični ekvipotencijal $C = C_{k1}$, koji određuje maksimalne moguće razmere stabilne komponente. Stepen do koga zvezda popunjava kritični oval $C = C_{k1}$, zadajemo preko parametra $S1$ koji predstavlja odnos polarnog

radijusa komponente (R_1) i polarnog radijusa kritičnog ovala (R_{k1}), tj.

$$S_1 = R_1/R_{k1} \quad ; \quad S_1 \leq 1 \quad . \quad (2-11)$$

Situacija je prikazana na slici 3. Sada uvodimo sferni koordinatni sistem (r_1, η, ϕ) definisan relacijama:

$$\begin{aligned} x &= r_1 \cos \eta & = r_1 \lambda , \\ y &= r_1 \sin \eta \cos \phi & = r_1 \mu , \\ z &= r_1 \sin \eta \sin \phi & = r_1 \nu . \end{aligned} \quad (2-12)$$

U ovako definisanom koordinatnom sistemu, jednačina potencijala (2-6), preko veza (2-7) i (2-12) poprima oblik:

$$C = \frac{1}{r_1} + q \left(\frac{1}{\sqrt{1+r_1^2 - 2r_1 \lambda}} - r_1 \lambda \right) + \frac{q+1}{2} r_1^2 (1-\nu)^2 f_1^2 . \quad (2-13)$$

Polarni radijus ($r_1=R_{k1}$) kritičnog ovala C_{k1} određujemo iz ove relacije pri uslovima:

$$C = C_{k1} \quad ; \quad \lambda = 0 \quad ; \quad \nu = 1 \quad ,$$

sto daje:

$$C_{k1} = \frac{1}{R_{k1}} + \frac{q}{\sqrt{1+R_{k1}^2}}$$

Resenje ove jednačine daje polarni radijus kritičnog ovala (R_{k1}), a polarni radijus komponente (R_1) dobijamo iz relacije (2-11), zadajući vrednost parametra S_1 . Na taj način smo definisali razmere primarne komponente i sada možemo naći ekvipotencijal $C = C_1$ koji opisuje njen oblik. Ako u jednačinu (2-13) postavimo vrednost polarnog radijusa komponente ($r_1 = R_1, \lambda = 0, \nu = 1$) za potencijal na površini zvezde dobijamo:

$$C_1 = \frac{1}{R_1} + \frac{q}{\sqrt{1+R_1^2}} \quad (2-14)$$

Jednacina (2-13) pri $C = C_1 = \text{const.}$ predstavlja ekvipotencijalnu površ koja pri zadanom odnosu masa (q) i parametru asinhronosti (f_1) jednoznacno opisuje oblik primarne komponente.

U skladu sa postupkom Wilson-a i Devinney-a (1971), površinu komponente u sfernom koordinatnom sistemu (r_1, η, ϕ) razbijamo na velik broj elementarnih površi $d\vec{S}(r_1, \eta, \phi)$ ravnomernim mrezama po η i ϕ . Površina tako dobijenog elementa je data izrazom:

$$dS(r_1, \eta, \phi) = \frac{r_1^2(\eta, \phi) \sin \eta d\eta d\phi}{\cos \varepsilon} \quad (2-15)$$

gde u imeniocu imamo kosinus ugla (ε) između normale na element površi $\vec{n} = (l, m, n)$ i radijus vektora $\vec{r}_1(\eta, \phi)$, dat skalarnim proizvodom odgovarajućih jedinичnih vektora, tj.

$$\cos \varepsilon = \lambda l + \mu m + \nu n \quad (2-16)$$

Zadajući η i ϕ koordinate centara elementarnih ćelija $d\vec{S}(r_1, \eta, \phi)$, preko relacija (2-12) nalazimo λ, μ, ν komponente odgovarajućih radijusvektora $\vec{r}_1(\eta, \phi) = r_1(\lambda, \mu, \nu)$, a njihove intenzitete možemo odrediti iz jednacine ekvipotencijala $C = C_1 = \text{const.}$, pri čemu je C definisano relacijom (2-13).

Numeričko rešavanje ove jednacine pri ovako zadanim λ i ν ne predstavlja problem, ali je potrebno obezbediti efikasan algoritam s obzirom na velik broj elementarnih ćelija na koje razbijamo površinu komponenta, jer za svaku od njih treba izračunati radijusvektore \vec{r}_1 .

Za uključivanje u razmatranje efekta gravitacionog potamnjenja, potrebno je izračunati ubrzanje sile teže, $g(r_1, \eta, \phi)$, na površini zve-

zde za svaku elementarnu celiju. Kako je to zapravo gradijent potencijala, nalazimo ga preko relacije:

$$g(r_1, \eta, \phi) = |\text{grad } C(r_1, \eta, \phi)| = \sqrt{C_r^2 + C_\eta^2 + C_\phi^2} \quad (2-17)$$

Komponente C_r , C_η i C_ϕ mozemo naci iz jednacine potencijala (2-13). Uvedeci smenu

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 + r_1^2 - 2 r_1 \lambda}} \quad (2-18)$$

izraz za potencijal poprima oblik:

$$C = \frac{1}{r_1} + q (\xi - r_1 \lambda) + \frac{q+1}{2} r_1^2 (1-\nu) f_1^2 \quad (2-19)$$

pa za C_r , C_η i C_ϕ dobijamo sledece izraze:

$$C_r = \frac{\partial C}{\partial r_1} = -\frac{1}{r_1} + q(\xi^3 (\lambda - r_1) - \lambda) + (q+1)r_1^2 (1-\nu) f_1^2 ;$$

$$C_\eta = \frac{1}{r_1} \frac{\partial C}{\partial \eta} = \sin \eta [q(1-\xi^3) - (q+1)r_1 \lambda f_1^2 \sin \eta] ; \quad (2-20)$$

$$C_\phi = \frac{1}{r_1 \sin \eta} \frac{\partial C}{\partial \phi} = - (q+1) f_1^2 r_1 \nu \cos \phi .$$

Postavljajuci u relacije (2-18) i (2-20) vec odredjene vrednosti radijusvektora elementarnih celija $\vec{r}_1(\eta, \phi) = r_1(\lambda, \mu, \nu)$, preko jednacine (2-17) nalazimo ubrzanje sile teze $g(r_1, \eta, \phi)$ na ovim elementima.

Srednja vrednost ubrzanja sile teze po povrnsini zvezde je data izrazom:

$$g_{ef} = \frac{\sum_{i=1}^N g_i(r_1, \eta, \phi) dS_i(r_1, \eta, \phi)}{\sum_{i=1}^N dS_i(r_1, \eta, \phi)} \quad (2-21)$$

gde je N -broj elementarnih celija $dS_i(r_1, \eta, \phi)$ na koje razbijamo površinu zvezde.

Komponente jedinичnih vektora normala na elementarne površi $d\bar{S}$ nalazimo preko relacija:

$$l = -\frac{C_x}{g} ; \quad m = -\frac{C_y}{g} ; \quad n = -\frac{C_z}{g} ; \quad g = g(r_1, \eta, \phi) , \quad (2-22)$$

gde se za parcijalne izvode (C_x, C_y, C_z) potencijala (2-13), preko relacija (2-12) i (2-20) dobijaju izrazi:

$$\begin{aligned} C_x &= C_r \lambda - C_\eta \sin \eta ; \\ C_y &= C_r \mu + C_\eta \lambda \cos \phi - C_\phi \sin \phi ; \\ C_z &= C_r \nu + C_\eta \lambda \sin \phi + C_\phi \cos \phi . \end{aligned} \quad (2-23)$$

Sada se konačno mogu izracunati elementarne površine $dS(r_1, \eta, \phi)$, preko relacije (2-15), gde $d\eta$ i $d\phi$ predstavljaju odgovarajuće korake koordinatnih mreza kojima razbijamo površinu zvezde na elementarne celije, a ostale velicine koje ovde figurisu se odnose na centar elementarne površine.

Na ovaj način smo završili pripremu modela primarne komponente za sintezu krive sjaja. U slučaju sekundarne komponente, izložena procedura se ponavlja, s tim što se zamene mesta komponentama, a u izrazu za potencijal figurise asinhronost sekundara f_2 i odnos masa

$$q' = 1/q = m_1/m_2 .$$

Popunjenost kritičnog ovala sekundarne komponente opisujemo parame-

trom $S_2 = R_2/R_{k2}$. Dalje sve ide već opisanim postupkom.

Sledeću etapu ka sintezi krive sjaja predstavlja račun izlaznih flukseva zračenja elementarnih ćelija komponenata. Intenzitet i ugaona raspodela zračenja elementarnih površina, određeni su temperaturom komponenata, potamnjnjem ka rubu, gravitacionim potamnjnjem, efektom refleksije i eventualnim postojanjem pega na zvezdama. Da bi prisli sintezi teorijske krive sjaja, razmotricemo ove efekte.

II-2. Efekat refleksije i gravitaciono potamnjnje

Zbog međusobne blizine, komponente tesnog dvojnog sistema se progrevavaju uzajamnim zračenjem, pa na raspodelu temperature po površini zvezda utiče razmena i preraspodela zračenja usled efekta refleksije. Ovde se ne radi o klasičnoj refleksiji, već na hemisferama orijentisanim ka susednoj zvezdi, dolazi do preraspodele i ponovnog izracivanja energije koja dolazi od suseda. Efekat narocito dolazi do izrazaja u tesnim dvojnim sistemima sa znatnim razlikama u temperaturi zvezda. Primitan je njegov uticaj na oblik krive sjaja tesnog dvojnog sistema, pa je efekat refleksije neophodno uključiti u model za dobijanje sintetičke krive sjaja.

U razmatranom modelu, zbog postojanja efekta refleksije, sopstvenom zračenju elementa površine zvezde treba dodati i zračenje koje na elementarnu ćeliju površine $dS(r, \eta, \phi)$ pada sa susedne komponente i na njoj biva reflektovano. Na prvi pogled, zadatak se može učiniti jednostavnim; na strani komponente koja je okrenuta ka susednoj zvezdi, pod uticajem zračenja koje od nje dolazi, imamo porast temperature. Usled toga, raste i količina izracene energije. No, problem je veoma složen (zahteva resavanje jednačina prenosa zračenja uz složenu geometriju modela) i posvećen mu je znatan broj radova, što se obja-

snjava razlicitim prakticnim zahtevima za poznavanjem ovog efekta.

U nasem slucaju, cak i kada bi se problem dao egzaktno do kraja resiti, treba imati u vidu da ponudjeno resenje mora biti elegantno, tj. da efekat refleksije treba opisati prostim formulama koje bi odrazavale sustinu pojave i bile dovoljno jednostavne za racun. Veoma je vazno da se za sto krace racunarsko vreme iz modela sintetizuje kriva sjaja. Zato je za modele tesnih dvojnih sistema razradjen uproscen prilaz racunanja efekta refleksije, u kome se susedna komponenta, cije zracenje biva reflektovano na elementu povr sine razmatrane zvezde, aproksimira tackastim izvorom zracenja (vidi npr. Goncharskij i dr., 1985).

Aproksimaciju susedne komponente tackastim izvorom zracenja smatramo grubom i nepotrebnom, pa predlazemo novi postupak za izracunavanje uticaja efekta refleksije na raspodelu temperature po povr sini komponenata tesnog dvojnog sistema.

Pretpostavlja se da komponente sistema zrace kao crna tela temperatura T_1 i T_2 . Ponudjeni model na osnovu koga racunamo efekat refleksije u tesnom dvojnem sistemu je prikazan na slici 4. Razmotrimo efekat refleksije na nekoj od elementarnih povr sina $dS(r, \eta, \phi)$. Koordinate centra (x_0, y_0, z_0) ovog elementa su date relacijama (2-12), preko kojih se, uz pomoc geometrijskih veza, za rastojanje do centra susedne komponente dobija:

$$S_* = \sqrt{1 + r^2 - 2r\lambda} \quad . \quad (2-24)$$

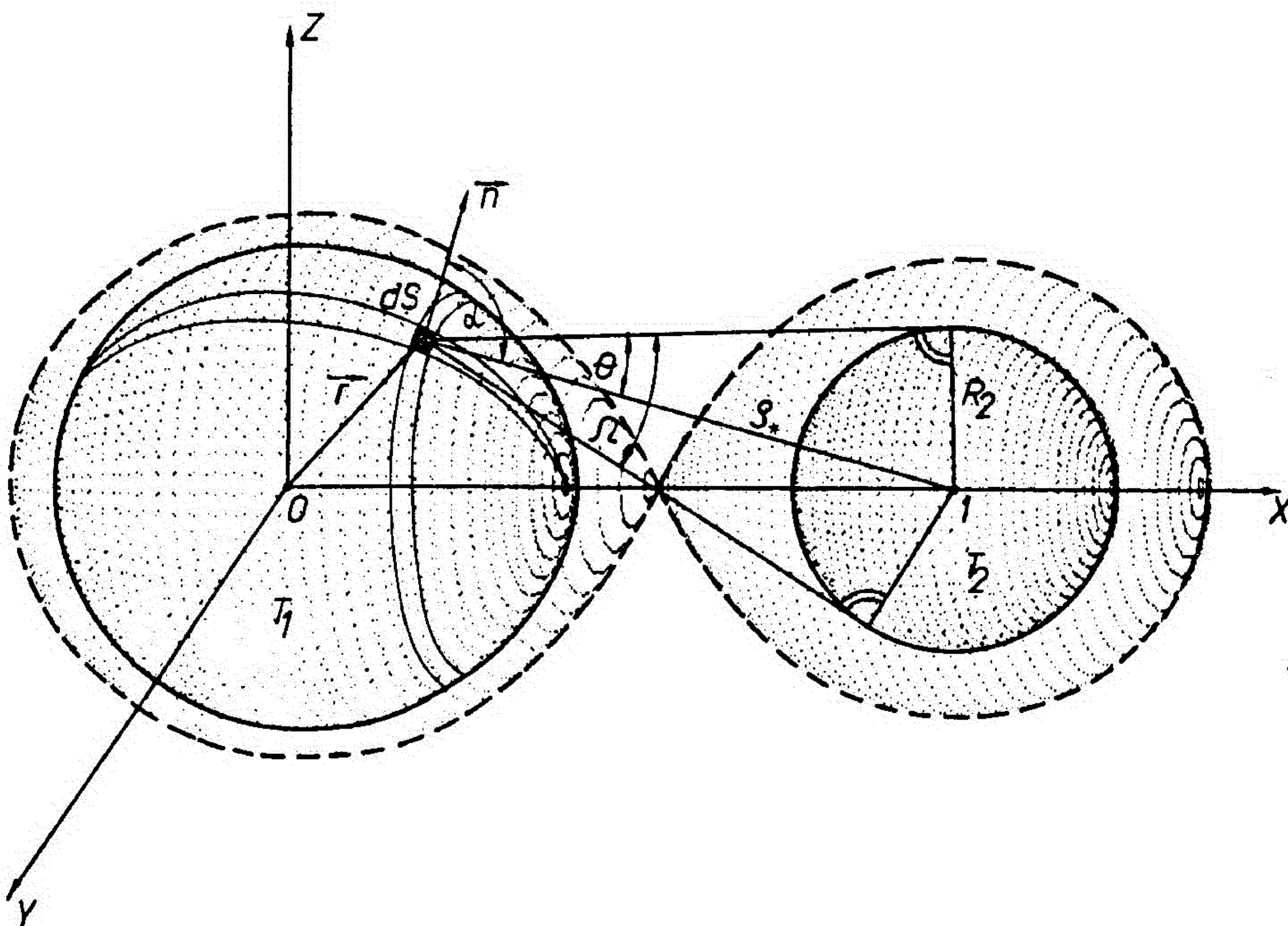
Normala $\vec{n} = (l, m, n)$ povr si $d\vec{S}(r, \eta, \phi)$ i pravac ka susednoj zvezdi, zaklapaju ugao α , pa na element povr sine dS pada zracenje susedne komponente samo ukoliko je ispunjen uslov

$$\cos \alpha > 0 \quad .$$

Sa slike 4., iz geometrijskih veza, za ovu velicinu nalazimo:

$$\cos \alpha = \frac{l(1-r\lambda) - r(\mu m + \nu n)}{s_*}, \quad (2-25)$$

gde se (λ, μ, ν) i (l, m, n) racunaju iz (2-12) i (2-22) respektivno.



Sl. 4. Model za racun efekta refleksije u TDS.

Pretpostavimo da su za razmatranu elementarnu celiju, ispunjeni uslovi lokalne termodinamicke ravnoteze (LTR). Iz centra elementarne celije, susednu komponentu "vidimo" pod prostornim uglom

$$\Omega = 2 \int_0^{\theta} \sin \theta \, d\theta = 2\pi (1 - \cos \theta) \quad (2-26)$$

Sa Slike 4. imamo vezu:

$$\sin \theta = R_2 / s_* \quad (2-27)$$

pa za faktor dilucije zracenja dobijamo:

$$W = \Omega / 4\pi = 1/2 \left[1 - \sqrt{1 - (R2/\varrho_*)^2} \right] \quad (2-28)$$

Oznacimo sa ϱ_1 gustinu energije zracenja komponente na poziciji razmatranog elementa $dS(r, \eta, \phi)$, a sa ϱ_2 srednju gustinu energije zracenja na povrshini susedne zvezde. Zracenje suseda, koje prima elementarna celija $dS(r, \eta, \phi)$ ima gustinu

$$\varrho_{\alpha, W} = \varrho_2 \cos \alpha W \quad ; \quad \cos \alpha > 0 \quad (2-29)$$

Ukupna gustina zracenja razmatrane elementarne celije predstavlja zbir "sopstvene" gustine zracenja (ϱ_1) i gustine zracenja koje celija prima od suseda ($\varrho_{\alpha, W}$) tj.

$$\varrho_{uk} = \varrho_1 + \varrho_2 \cos \alpha \cdot W \quad ; \quad \cos \alpha > 0 \quad (2-30)$$

Kako pretpostavljamo LTR, a komponente zrace kao crna tela, to preko Stefan - Boltzmann-ovog zakona, relacija (2-30) poprima oblik:

$$a T^4 = a T_1^4 + a T_2^4 \cos \alpha \cdot W \quad ; \quad \cos \alpha > 0 \quad (2-31)$$

gde je a - Stefan - Boltzmann-ova konstanta; $T_1 = T_1(r, \eta, \phi)$ "sopstvena" temperatura zvezde na poziciji elementarne celije $dS(r, \eta, \phi)$, a T_2 predstavlja srednju vrednost efektivne temperature susedne zvezde.

Iz (2-31), preko (2-28), za ukupnu temperaturu $T = T(r, \eta, \phi)$ na elementu povrshine $dS(r, \eta, \phi)$, usled efekta refleksije dobijamo:

$$T = T_1 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R2}{\varrho_*} \right)^2} \right] \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 \right\}^{\frac{1}{4}} ; \cos \alpha > 0 \quad (2-32)$$

Izlozeni postupak je aproksimativan, a treba imati u vidu i cinjenicu da pri efektu refleksije u atmosferi razmatrane komponente dolazi do preraspodele i delimicnog rasejanja zracenja koje stize sa suse-

dne zvezde. Neka procese vezane sa refleksijom u sistemu opisuje parametar AL koji cemo zvati albedom zvezde. Komponente tesnih dvojnih sistema mogu biti razlicitih karakteristika, pa albedo u principu mozemo smatrati slobodnim parametrom.

Opticko zracenje susedne komponente se delimicno apsorbuje u atmosferi razmatrane zvezde, menjajuci njenu raspodelu temperature. Osim toga, moguci su efekti rasejanja upadnog zracenja, kao i efekti vezani sa prestrojavanjem strukture podfotosferskih slojeva pod uticajem zracenja susedne zvezde. Ovo je posebno naglaseno ukoliko razmatrana komponenta pripada poznijim spektralnim klasama sa konvektivnim omotacem (Rucinski, 1969; 1970; 1973). To dovodi do smanjenja fluksa zracenja koje stize iz unutrasnjih slojeva zvezde, sto se manifestuje kao promena albeda pri efektu refleksije.

U prvoj aproksimaciji za vrednost albeda zvezde mozemo uzeti jedinicu (zracenje koje dolazi od susedne komponente se u potpunosti reflektuje na razmatranoj zvezdi), pa ako u ovaj koeficijent zbog jednostavnosti ukljucimo i faktor 1/2 iz relacije (2-32), tj. $AL = 1/2$, za raspodelu temperature po povrshini komponente tesnog dvojnog sistema, usled efekta refleksije, imamo:

$$T(r, \eta, \phi) = \begin{cases} T_1 & ; \cos \alpha \leq 0 \\ T_1 \left\{ 1 + AL \cos \alpha \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_2}{S_*} \right)^2} \right] \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 \right\}^{\frac{1}{4}} & ; \cos \alpha > 0, \end{cases} \quad (2-33)$$

pri cemu je $\cos \alpha$ dato relacijom (2-25). Elementarne povrshine na koje ne pada zracenje susedne komponente ($\cos \alpha \leq 0$) imaju dakle samo "sopstvenu" temperaturu $T_1 = T_1(r, \eta, \phi)$, tj. za njih ne treba racunati doprinos efekta refleksije.

Pisuci identitet $T_1 = T_1(r, \eta, \phi)$, hteli smo istaci zavisnost "sopstvene" temperature elementarne celije od njene lokacije na zvezdi.

Usled plimskih deformacija, komponente u tesnom dvojnem sistemu mogu po obliku znatno odstupati od sfera, pa se po površini zvezde menja ubrzanje sile teze, sto utice i na raspodelu temperature. Efekat se naziva gravitacionim potamnjenjem i moze se opisati relacijom:

$$T_1(r, \eta, \phi) = T_{1ef} \left[\frac{g(r, \eta, \phi)}{g_{1ef}} \right]^\beta, \quad (2-34)$$

gde je T_{1ef} - srednja vrednost efektivne temperature primarne zvezde (u prvoj aproksimaciji se odredjuje iz spektralnog tipa komponente); $g(r, \eta, \phi)$ - ubrzanje sile teze na poziciji razmatrane elementarne površine, dato sa (2-17); g_{1ef} - srednja vrednost ubrzanja sile teze na površini zvezde, data relacijom (2-21); β - koeficijent gravitacionog potamnjenja. Ako su ispunjeni uslovi ravnoteze zracenja u atmosferi zvezde imamo $\beta = 0.25$ (Zeipel, 1924), a u slucaju kada dominira konvekcija, $\beta = 0.08$ (Lucy, 1967). No, usled prisustva gasnih struja u tesnim dvojnim sistemima, β moze uzimati i vrednosti vece od 0.25.

Na ovaj nacin smo zaokruzili razmatranje efekta refleksije i gravitacionog potamnjenja, preko kojih nalazimo raspodelu temperature po površini zvezda u tesnom dvojnem sistemu. Prikazani postupak izracunavanja efekta refleksije smatramo realnijim od prilaza sa aproksimacijom susedne zvezde tackastim izvorom zracenja. Postupak bazira na prihvatljivim aproksimacijama, dovoljno je generalan da opise pojavu, a resenje omogucava stvaranje brzog algoritma, sto je znacajno pri velikom broju elementarnih celija $dS(r, \eta, \phi)$ za koje treba izracunati temperature.

Sva izlozena procedura vazi i u slucaju racuna temperaturske raspodele za sekundarnu komponentu (dovoljno je formalno zameniti mesta komponentama).

Ovako nadjenu raspodelu temperature po površini komponentata možemo smatrati konačnom ukoliko na zvezdama nema aktivnih regiona sa pegama. Eventualno prisustvo "svetlih" ili tamnih pega kvazi površinsku raspodelu temperature, pa je potrebno izvršiti korekciju temperature onih elementarnih celija koje se nalaze u zoni pege. Zbog aktuelnosti problema izučavanja aktivnih tesnih dvojnih sistema koji daju deformisane krive sjaja (RS CVn - tip I uopšte sistemi sa pegama na komponentama), izloženi model sistema smo generalisali, tako da modelom možemo interpretirati i ovu vrstu aktivnih tesnih dvojnih zvezda.

U sledećem odeljku razmatramo ovu nadgradnju modela i uticaj efekta pega na površinsku raspodelu temperature komponentata, što se odražava na oblik krive sjaja tesnog dvojnog sistema.

Univerzitet u Beogradu
Priradno-matematički fakultet
MATEMATIČKI FAKULTET
BIBLIOTEKA

Broj _____ Datum _____

II-3. Model tesnog dvojnog sistema sa pegama na komponentama

U poslednjih desetak godina su se koncentrisali naponi istraživača sa ciljem da se objasne posmatrane karakteristike aktivnih tesnih dvojnih zvezda tipa RS CVn. Sa fotometrijske tacke gledista, posle pionirskog rada na prototipu zvezda grupe RS CVn, sprovedenog na opservatoriji Catania (vidi npr. Catalano i dr., 1980), sezonske fotometrijske krive sjaja su dobijene za veci broj ovih sistema od strane vise autora. Slican tip aktivnosti se sreće i kod kontaktnih sistema tipa W UMa, a i kod znatnog broja sistema koji sadrže komponente poznih spektralnih klasa (F,G,K). Dosadasnja ispitivanja su pokazala glavne fotometrijske karakteristike krivih sjaja ovih sistema, koje su deformisane talasnom depresijom, uslovljenom aktivnim procesima na zvezdama.

Ova depresija se superponira na efekte pomracivanja, elipsoidnosti i refleksije, karakteristicne za eklipsne tesne dvojne sisteme, pa je rezultujuca kriva sjaja cesto asimetrična i deformisana, tako da se ne može analizirati u okviru klasicnih prilaza. I amplituda i položaj depresije na krivoj sjaja su promenjivi u toku vremena i pokazuju migraciju depresije po orbitalnoj fazi. Visegodisnja posmatranja istih zvezda ukazuju na ciklicnost ovih promena sa kvaziperiodom od nekoliko godina, sto podseca na Suncevi 11 -togodisnji ciklus. Na slici 5. je prikazan niz posmatranih krivih sjaja tesnog dvojnog sistema XY UMa, dobijenih u periodu (1975-1979), koje dobro ilustruju navedene promene. Slika je preuzeta iz rada Geyer-a (1980).

Poremecaji krivih sjaja, izazvani aktivnim procesima na zvezdama sistema, mogu biti manje ili vise izrazeni, a tipicne amplitude depresija se kreću u intervalu od nekoliko stotih do desetih delova magnitude.

Hall (1972) predlaze model zvezda RS CVn prema kome je dobar deo

LARGE-SCALE SPOT ACTIVITY OF XY URSAE MAJORIS

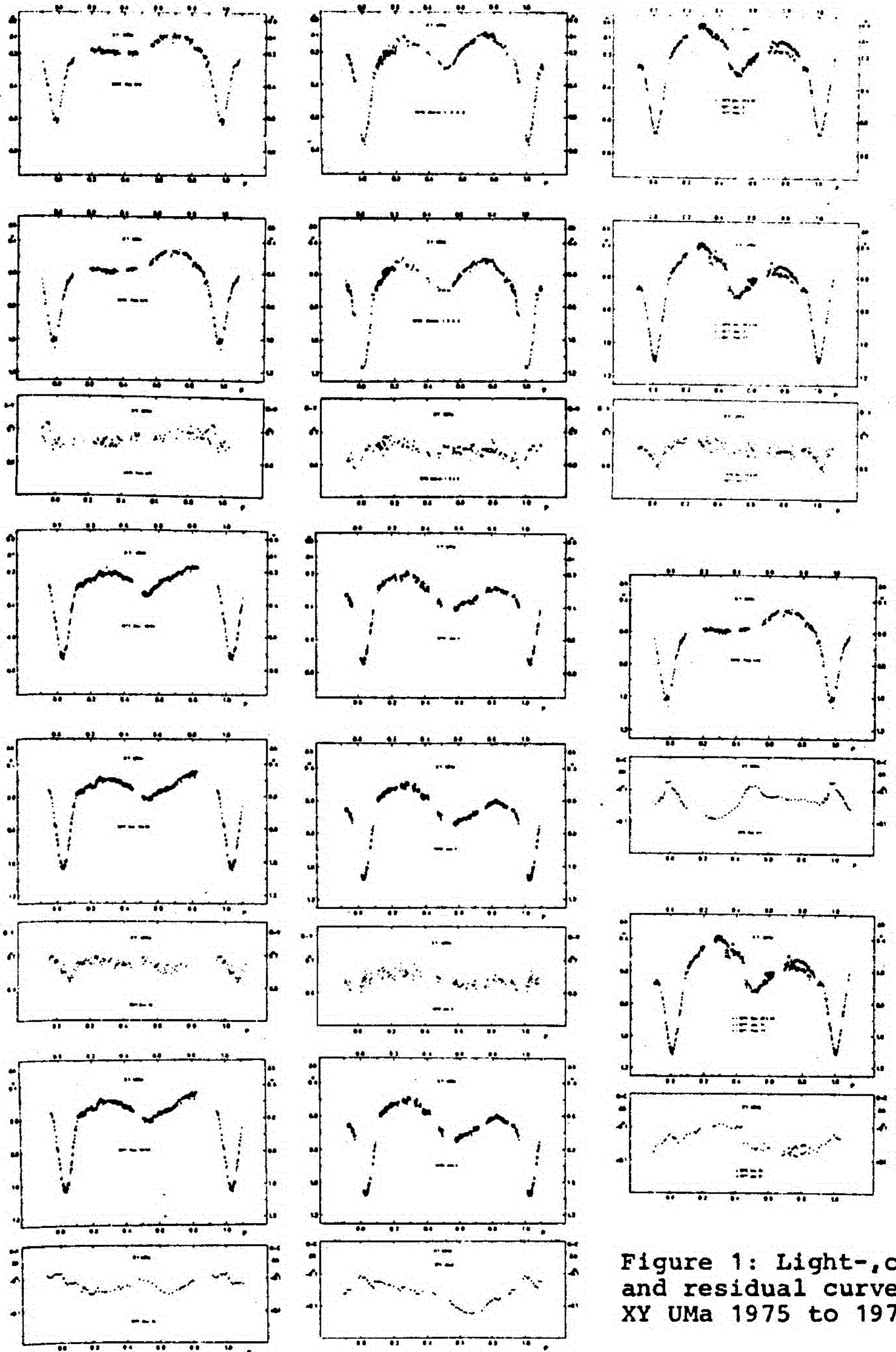


Figure 1: Light-, colour- and residual curves for XY UMa 1975 to 1979.

Sl. 5. Promene krive sjaja TDS XY UMa u periodu (1975-1979) (Geyer, 1980).

povrsine zvezde pokriven tamnim pegama, a depresije na krivim sjaja nastaju modulacijom njihove vidljivosti, usled efekta pomracivanja i rotacije komponenata. Ove tamne oblasti mogu pokrivati i do 40% površine zvezde (Rodono, 1982 ; Vogt, 1983).

Podaci novijeg datuma iz radio, ultraljubicastog i X-omena spektra, ukazuju na postojanje aktivnih struktura Suncevog tipa, koje se razvijaju u visim atmosferskim nivoima komponenata ovih sistema, pri čemu postoji prostorna korelacija ovih oblasti sa fotometrijskim pegama (Rodono, 1982). Ove analogije sa pojavama na Suncu bi mogle biti opšta karakteristika hladnijih zvezda (F,G,K,M).

Ako se ima u vidu velicina depresija, očigledno se mora pretpostaviti da su velike oblasti na ovim zvezdama pokrivenne tamnim pegama, za razliku od Sunca, gde se izuzetno retko sreće slučaj da oko 1% vidljive površine bude pokriven pegama. Dakle i pored određenih analogija, ovde imamo slučaj sa kolosalnim procesima na zvezdama, čije izučavanje može znatno doprineti pravilnom shvatanju procesa na zvezdama uopšte.

Kako bi se došlo do osnovnih podataka o položaju i dimenzijama ovih aktivnih oblasti, pristupilo se modeliranju pega na komponentama sistema, ali je zbog složenosti zadatka i velikog broja slobodnih parametara uglavnom radjeno na jednostavnim modelima, koji mogu biti daleko od realnih sistema. Prvi ozbiljniji pokušaj modeliranja pega na komponentama dvojnih sistema je dat u radu Budding-a (1977) u kome se tretira slučaj sfernih komponenata na kojima se mogu nalaziti pege kruznog oblika. Temperatura pega se zadaje, a fitovanje posmatrane krive sjaja se postize promenom lokacije i dimenzija pega.

Interesantan pokušaj interpretacije krivih sjaja sistema sa pegama srecemo u radu Eaton-a i Hall-a (1979), gde se pretpostavlja da po površini zvezde imamo uniformnu raspodelu velikog broja sitnih pega

koje zauzimaju pojaseve određene širine po latitudi. Temperatura pega se zadaje, a fitovanje posmatrane krive sjaja se postize menjanjem raspodele pega po longitudi.

Postojeći modeli imaju niz nedostataka i u stanju su dati samo relativno grubu sliku o aktivnim regionima.

Adekvatan model bi morao uzimati u obzir realnu geometriju komponenta i omogućiti istovremeno određivanje parametara eklipsnog sistema i pega, putem korektnog resavanja obrnutog zadatka. Fiksiranje parametara sistema može dovesti do pogresne slike o lokaciji i dimenzijama pega, pa očigledno, bez obzira na relativno komplikovan zadatak, moramo ići na istovremeno određivanje parametara modela.

Model koji predlažemo u ovom radu, predstavlja nadgradnju već izloženog modela tesnog dvojnog sistema.

Da bismo objasnili asimetriju i depresije na krivim sjaja aktivnih tesnih dvojnih sistema, na komponentama pretpostavljamo postojanje krupnih aktivnih regiona, koje aproksimiramo pegama kruznog oblika (Slika 6.).

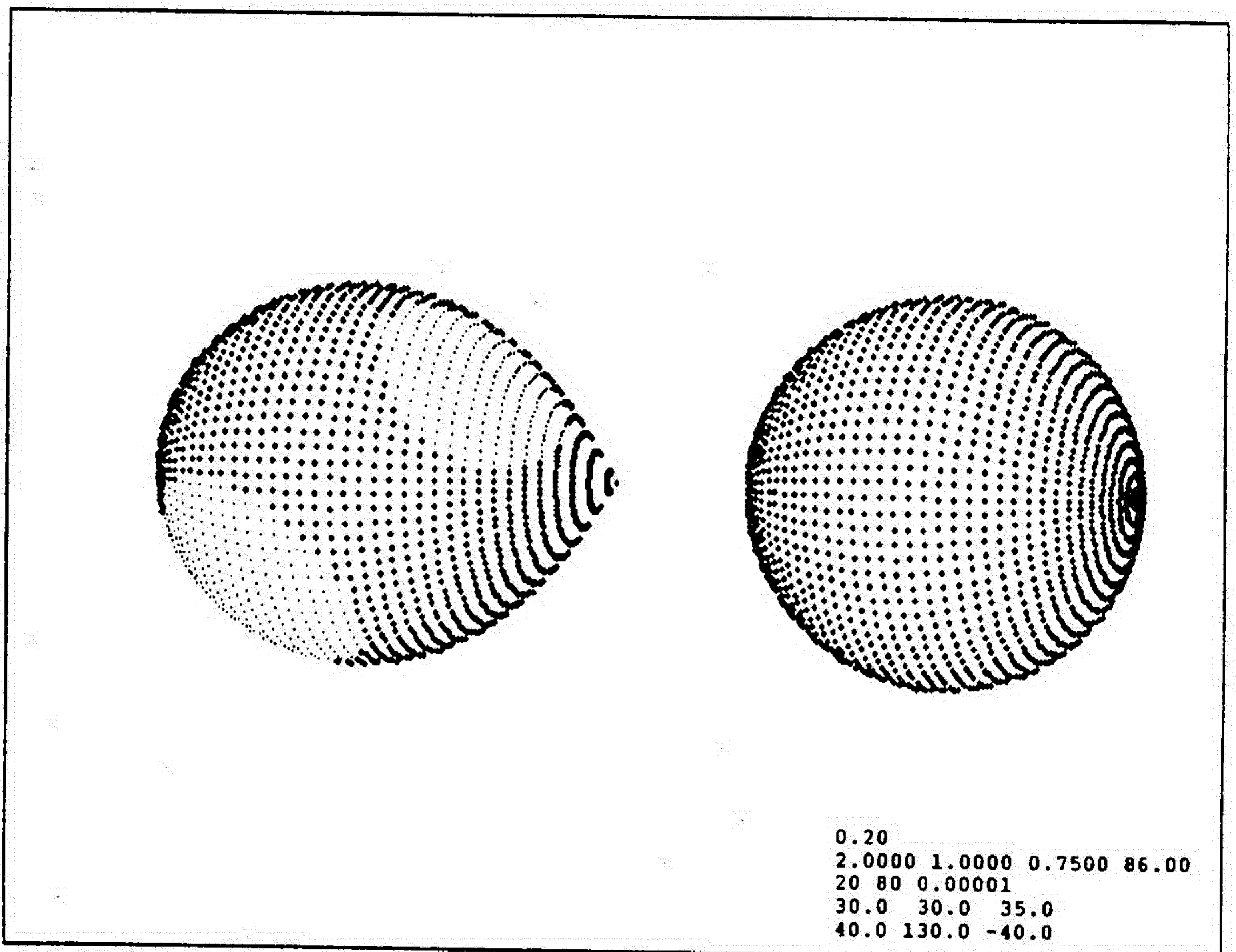
Razlog ovakvog izbora modela pega leži u geometrijskoj jednostavnosti, što omogućava elegantno resavanje problema sa minimalnim brojem parametara modela. Model je prikazan na slici 7.

Položaj pege na komponenti tesnog dvojnog sistema je jednoznacno određen koordinatama centra pege, a prostorni ugao pod kojim se iz centra zvezde "vidi" pega, određuje njene dimenzije.

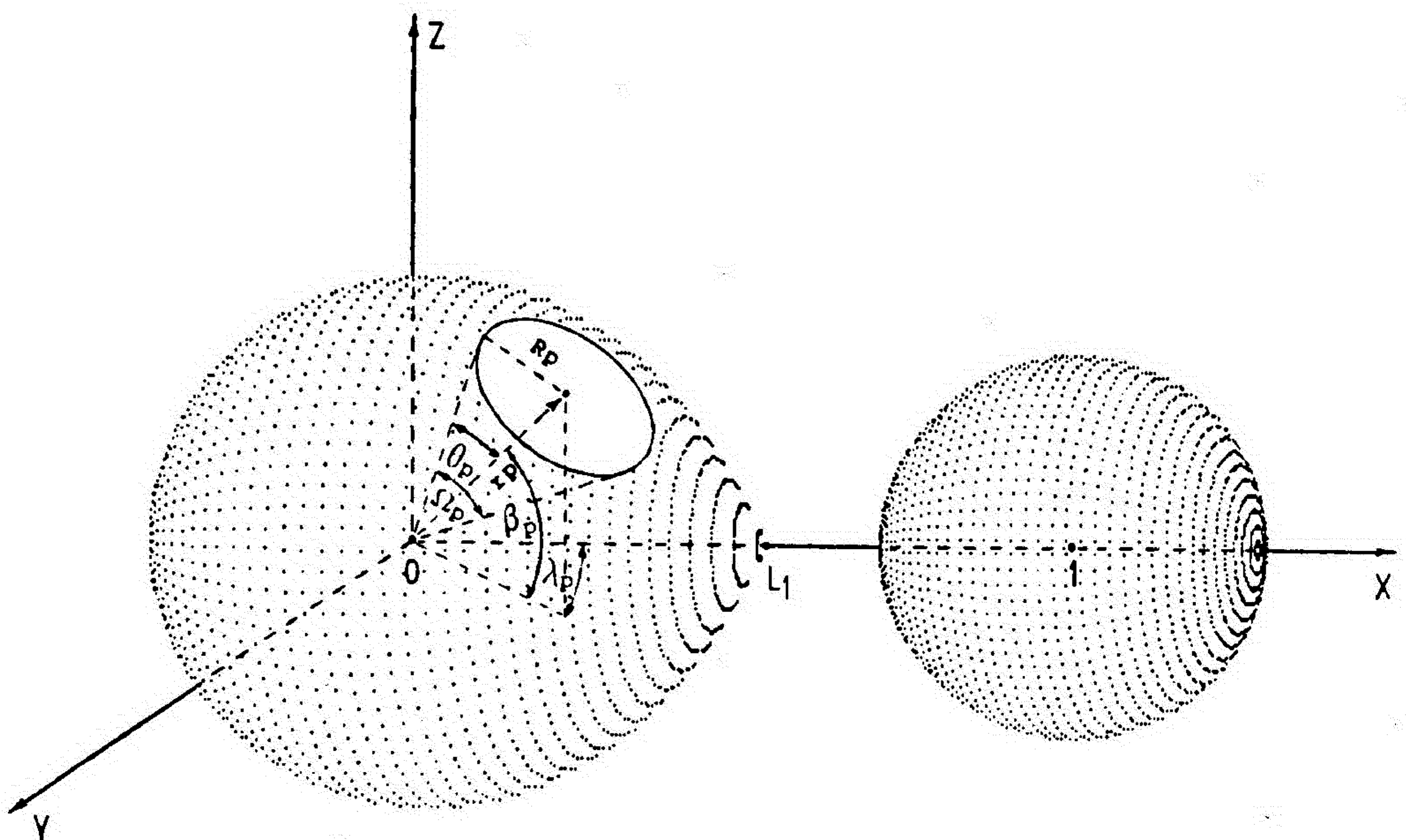
Umesto prostornog ugla Ω_p , datog relacijom:

$$\Omega_p = 2\pi \int_0^{\theta_p} \sin \theta_p d\theta_p \quad ,$$

pogodnije je dimenzije pege opisivati uglom θ_p , preko koga se i računa prostorni ugao. Iz geometrijskih veza, sa slike 7., za θ_p do-



Sl. 6. Model TDS sa pegama na primarnoj komponenti.



Sl. 7. Prikaz kružne pege u modelu aktivnog TDS.

bijamo:

$$\theta_p = \arcsin (R_p / r_p) \quad , \quad (2-35)$$

gde je R_p - radijus pege, r_p - radijus vektor od centra zvezde do centra pege. Ovakvo zadavanje ugaonih dimenzija pege ima odredjenih prednosti za realizaciju dovoljno brzog algoritma za ispitivanje pripadnosti elementarnih površina $dS(r, \eta, \phi)$ zoni pege. Pri pomeranju ovako zadate pege po plimski deformisanoj površini zvezde, uglovne dimenzije se ne menjaju, ali površina pege trpi izvesne promene, utoliko izrazenije, ukoliko je komponenta blize popunjavanju svog kritičnog ovala, a pega se nalazi u oblasti blizu Lagrange-ove tacke L_1 . No, ovaj efekat se za postavljeni zadatak moze zanemariti. Ako smo spremni zrtvovati nesto racunarskog vremena moze se priblizno resiti i slucaj sa konstantnom površinom pege, ali s obzirom na neophodnost stvaranja sto brzog algoritma za sintezu krive sjaja i neznatnog uticaja ovog efekta, smatramo da ga je razumno zanemariti.

Kao sto je uobicajeno, polozej pege na zvezdi zadajemo longitudom (λ_p) i latitudom (β_p) njenog centra (Slika 7.), pri cemu longitudu racunamo od pravca koji spaja centre komponenata (+X-osa) u smeru kazaljke na satu (gledano sa +Z-ose, gde imamo pozitivne latitude), tj. centar pege u nasem rotirajucem koordinatnom sistemu ima koordinate:

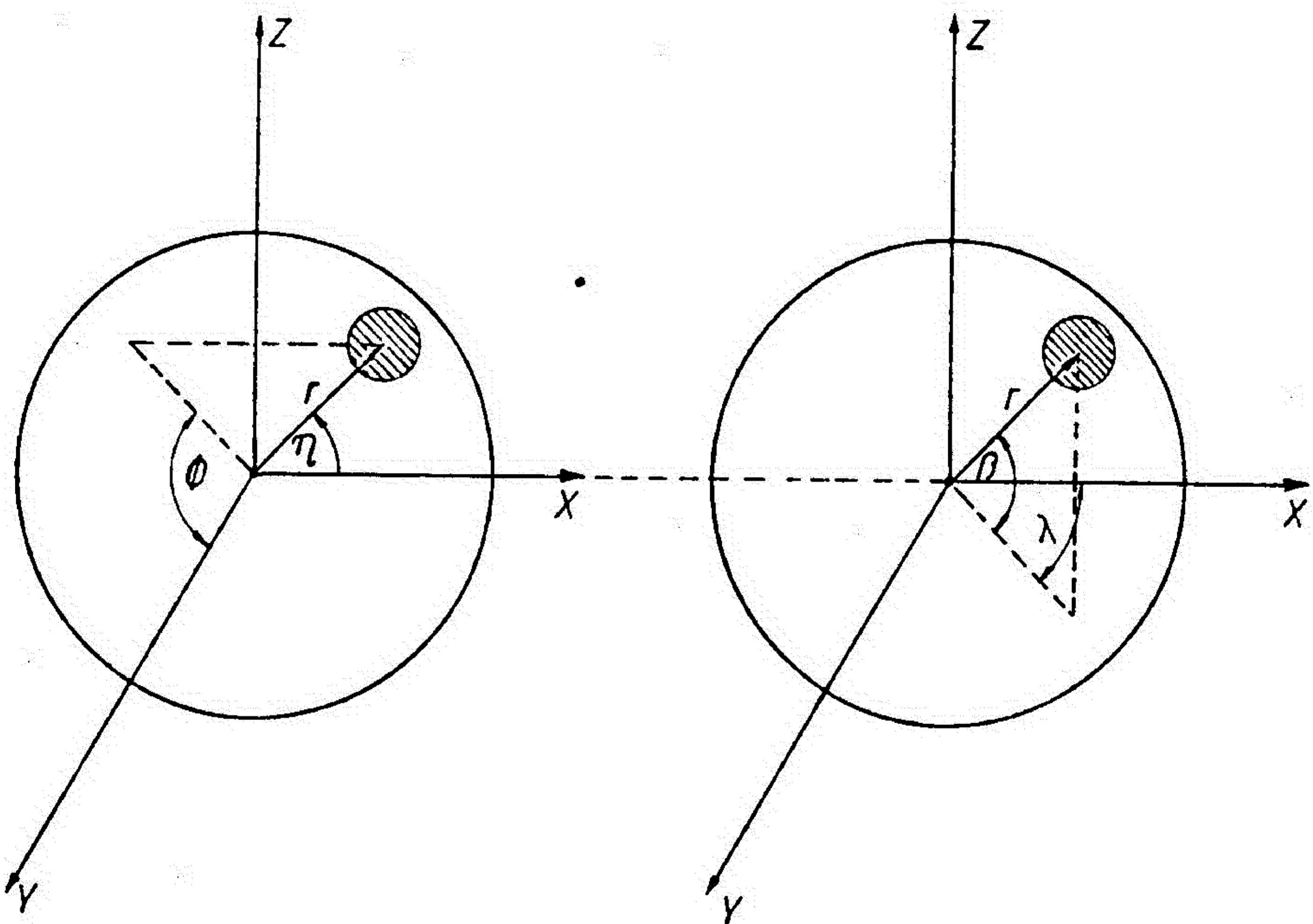
$$\begin{aligned} x &= r_p \cos \lambda_p \cos \beta_p \quad , \\ y &= r_p \sin \lambda_p \cos \beta_p \quad , \\ z &= r_p \sin \beta_p \quad . \end{aligned} \quad (2-36)$$

Kako bi modelom sto bolje opisali plimske deformitete komponenata u zonama ka Lagrange-ovoj ravnoteznoj tacki L_1 , za razbijanje površine zvezda na elementarne celije smo izabrali (r, η, ϕ) sferni koordinatni sistem, koji u ovim kritičnim zonama daje maksimalnu gustinu mreza. U ovom koordinatnom sistemu, polozej pege na zvezdi opisuju rela-

cije:

$$\begin{aligned} x &= r_p \cos \eta_p & , \\ y &= r_p \sin \eta_p \cos \phi_p & , \\ z &= r_p \sin \eta_p \sin \phi_p & . \end{aligned} \tag{2-37}$$

Na slici 8. su prikazani (r, η, ϕ) i (r, λ, β) koordinatni sistemi, kako bi se prelazak iz (λ, β) u (η, ϕ) koordinate učinio ociglednim.



Sl. 8. Koordinatni sistemi (r, η, ϕ) i (r, λ, β) .

Iz (2-36) i (2-37) za ugaone koordinate centra pege u sistemu koordinatnih mreza (η, ϕ) dobijamo:

$$\begin{aligned} \eta_p &= \text{arctg} (\cos \lambda_p \cdot \cos \beta_p) & , \\ \phi'_p &= \text{arctg} (\text{tg} \beta_p / \sin \lambda_p) & . \end{aligned} \tag{2-38}$$

Poslednja od ove dve jednacine zahteva postavljanje dodatnih uslo-

va, kako bi se obezbedila jednoznacnost transformacije koordinata:

a) ako je $\sin \lambda_p = 0$ postaviti npr. $\sin \lambda_p = 0.0000001$;

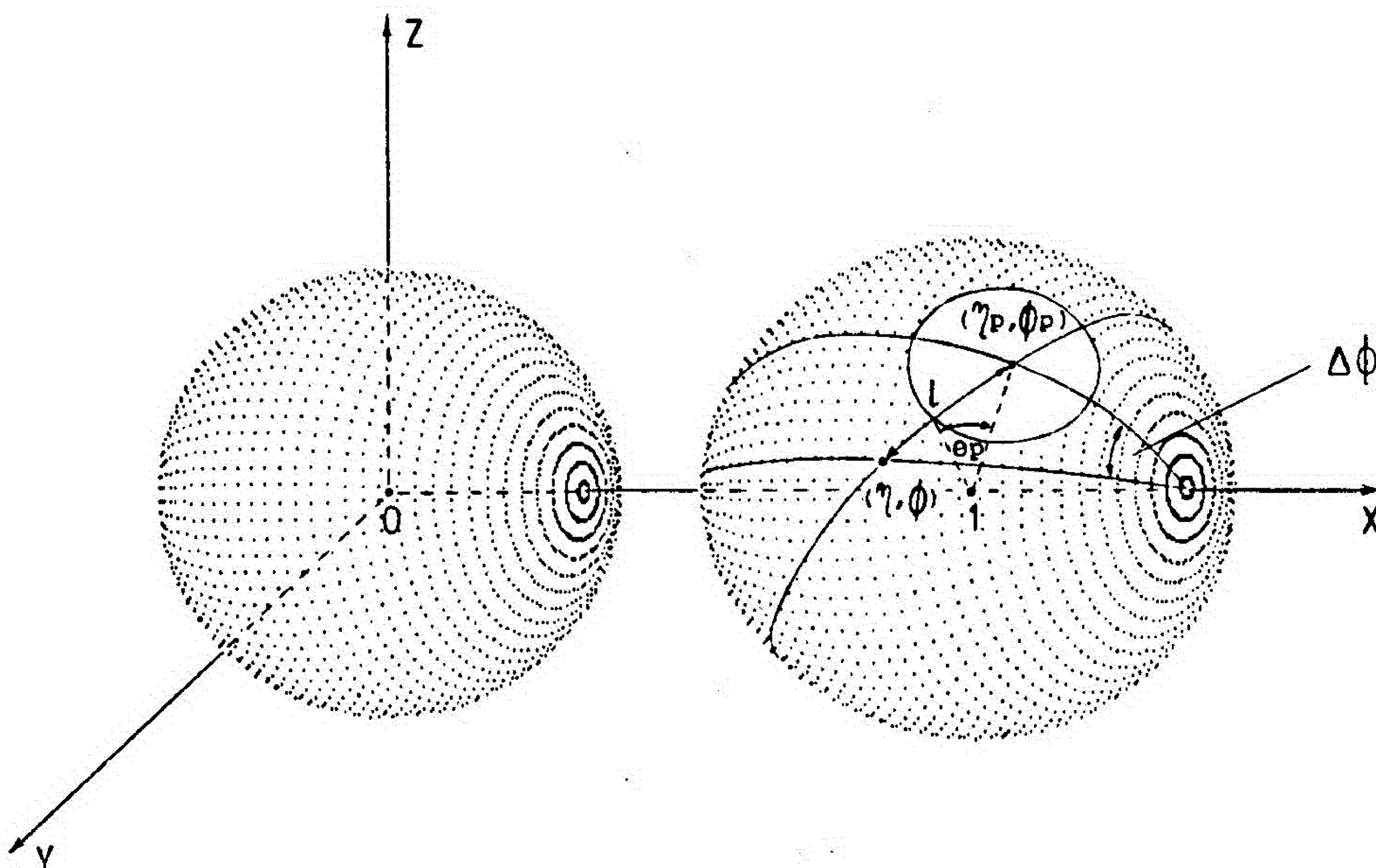
b) ako je $\sin \lambda_p < 0$ $\implies \phi_p = \phi'_p + \pi$;

c) ako je $\sin \lambda_p > 0$ i $\text{tg} \beta_p < 0 \implies \phi_p = \phi'_p + 2\pi$.

Za preostale kombinacije imamo prosto $\phi_p = \phi'_p$.

Sada konacno imamo koordinate centra pege (η_p, ϕ_p) , pa kao problem ostaje da se ispita da li neka elementarna površina sa koordinatama (η, ϕ) pripada zoni pege, cije su dimenzije date uglom θ_p .

Problem se resava na sledeci nacin. Povucimo veliki krug na površini zvezde, tako da prolazi kroz centre elementarne celije (η, ϕ) i pege (η_p, ϕ_p) . Element luka ovog kruga (l) predstavlja najkrace rastojanje izmedju datih centara pege i celije $ds(r, \eta, \phi)$. Situacija je prikazana na slici 9.



Sl. 9. Geometrijski prikaz uslova pripadnosti celije oblasti pege.

Iz sferne trigonometrije za ovaj element luka dobijamo:

$$\cos l = \cos \eta_p \cos \eta + \sin \eta_p \sin \eta \cos (\Delta \phi), \quad (2-39)$$

gde je

$$\Delta \phi = \phi - \phi_p$$

Relacija (2-39) nam omogućava jednostavno i brzo ispitivanje pripadnosti elementarne površine $dS(r, \eta, \phi)$ oblasti pege. Smatramo da ćelija pripada pegi ukoliko se centar ćelije nalazi u zoni pod pegom, tj. ako je ispunjen uslov $l < \theta_p$, odnosno:

$$\cos \theta_p < \cos l \quad . \quad (2-40)$$

Ukoliko je za neku elementarnu površinu $dS(r, \eta, \phi)$ zadovoljen uslov (2-40) (ćelija u pegi), potrebno je izvršiti korekciju temperature elementa $T(r, \eta, \phi)$ za "efekat pege".

U opstem slučaju u tesnim dvojnim sistemima se mogu očekivati i tamne i "svetle pege", a njihovu temperaturu je zgodno povezati sa temperaturom okolne fotosfere parametrom A_p , definisanim relacijom:

$$A_p = T_p / T \quad . \quad (2-41)$$

Tamnoj pegi odgovara slučaj $A_p < 1$, dok za "svetle pege" imamo $A_p > 1$.

Dakle, ranije nadjenu temperaturu elementarne površine $dS(r, \eta, \phi)$ koja se nalazi u zoni pege korigujemo za faktor A_p , tj.

$$T(r, \eta, \phi) = A_p T(r, \eta, \phi) \quad . \quad (2-42)$$

Nakon što smo za sve elementarne površine na zvezdi ispitali uslov (2-40) i izvršili korekcije temperature (2-42) za ćelije koje pripadaju zoni pega, raspolazemo potrebnom temperaturskom raspodelom po površini zvezde, tj. znamo temperature elementarnih površina $dS(r, \eta, \phi)$ sa

kojih polazi zracenje.

Ovde smo citavo vreme razmatrali primarnu komponentu u cijem je centru smesten pocetak koordinatnog sistema (X,Y,Z). Za sekundarnu komponentu, postupak je analogan (zamene se mesta komponentama i u odgovarajuće jednacine postavi $q' = 1/q = m_1/m_2$). Potrebno je voditi racuna o tome da se ovom zamenom mesta, menja orijentacija komponentata u prostoru (X - postaje - X ; Y - prelazi u - Y, a samo Z - osa ocuvava orijentaciju. Kod pega teba voditi racuna o longitudi, jer sada (sekundar u koordinatnom pocetku X,Y,Z sistema), λ_p postaje $\lambda_p + \pi$.

Poznajuci površinsku raspodelu temperature $T(r, \eta, \phi)$, mozemo prici izracunavanju izlaznog fluksa zracenja sa elementarnih površina.

II-4. Izracunavanje izlaznog fluksa zracenja elementarnih celija

Koristeci opsteprihvacenu pretpostavku o plankovskom karakteru zracenja jedinice površine zvezde, monohromatski fluks zracenja koje emituje element površine zvezde $dS(r, \eta, \phi)$ u pravcu normale na element, mozemo opisati izrazom:

$$dF_{\vec{n}} = B(\lambda, T) dS(r, \eta, \phi) \quad , \quad (2-43)$$

gde je:

$$B(\lambda, T) = \frac{CC1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{CC2/\lambda T} - 1} \quad . \quad (2-44)$$

Ovde je λ (cm) -talasna dužina izlaznog zracenja ; CC1 i CC2 su konstante zracenja (CC1=3.74185E-05 (erg cm/s); CC2=1.43883 (cm K)), a $T=T(r, \eta, \phi)$ predstavlja temperaturu elementarne celije $dS(r, \eta, \phi)$.

Aproksimaciju o plankovskom karakteru zracenja mozemo izbeci koristeći rezultate proracuna spektara, baziranih na modelima tankih zve-

zdanih atmosfera pri razlicitim efektivnim temperaturama (npr. Kurucz, 1979), tako sto u (2-43) umesto Planck-ove funkcije $B(\lambda, T)$ postavimo realni spektar zvezde. No, slabost takvog prilaza je u tome sto mi unapred ne znamo parametre komponenata, a zrtvujemo i znatno racunarsko vreme. Potrebno je stalno imati na umu da je za resavanje obrnutog zadatka neophodan sto brzi algoritam direktnog zadatka sinteze krive sjaja na osnovu modela.

Posmatrane krive sjaja tesnih dvojnih zvezda nisu monohromatske. Vecina posmatraca radi u UBV fotometrijskom sistemu, pa pod λ u izrazu za Planck-ov zakon $B(\lambda, T)$, treba podrazumevati efektivnu talasnu duzinu koriscenog filtera sa kojim je dobijena posmatrana kriva sjaja.

Istrazivaci koji se bave problemom sinteze krivih sjaja, nisu obratili paznju na zavisnost efektivne talasne duzine filtera od temperature komponente ciji fluks zracenja racunamo. Naime, radi se o tome da Planck-ova funkcija menja oblik sa promenom temperature, a $\lambda = \lambda_{ef}(T)$ se odredjuje iz konvolucije Planck -ove raspodele zracenja i raspodele koja opisuje propusnu moc filtera po talasnim duzinama. Matematicki se to moze opisati relacijom:

$$\lambda_{ef}(T) = \frac{\int_0^{\infty} \lambda \cdot \psi(\lambda) B(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^{\infty} \psi(\lambda) B(\lambda, T) d\lambda}, \quad (2-45)$$

gde je $\psi(\lambda)$ - raspodela koja opisuje propusnu moc filtera, a integraciju prakticno treba izvesti u granicama propustanja filtera.

Metoda koju predlazemo za izracunavanje izlaznih flukseva zracenja elementarnih površina $dS(r, \eta, \phi)$ komponenata tesnog dvojnog sistema, realizovana je na sledeci nacin:

a) Kristeci podatke za $\varphi(\lambda)$ UVV fotometrijskog sistema (Strajzic, 1979), integrirajući (2-45) pri raznim temperaturama u intervalu od 3000 do 30000 K, pri koraku od 500 K, nasli smo zavisnost

$$\lambda_{ef}(T) ; i = U, B, V$$

u obliku nizova podataka $(T, \lambda_{ef}(T))$.

b) Sledeci korak je bio da se pokuša naci analiticki oblik ove zavisnosti. Metodom obrnutog zadatka koju smo razvili, trazene su funkcije kojima bi se nizovi $(T, \lambda_{ef}(T))$, $i = U, B, V$ mogli dobro aproksimirati. Pokazalo se da polinomi 6-tog stepena daju zadovoljavajuce rezultate za sva tri filtera. Rezultati su prikazani u Tablici 1., gde su $T_n = T/20000$ -normirane temperature, λ_{ef} -efektivne talasne duzine racunate po formuli (1-45), $\lambda' = \lambda_{eff}$ - fitovane efektivne talasne duzine (preko polinoma) za datu temperaturu, dok (O-C) predstavlja odstupanja $(\lambda_{ef} - \lambda_{eff})$. Na dnu tablice su dati koeficijenti polinoma za razmatrane filtere, kao i greske njihovog odredjivanja, dobijene pomocu metode najmanjih kvadrata, koja lezi u osnovi algoritma obrnutog zadatka.

Efektivne talasne duzine $\lambda' = \lambda_{eff}$ racunamo na osnovu relacije:

$$\lambda' = \lambda_{ef}(T_n) = a_0 + a_1 T_n + a_2 T_n^2 + a_3 T_n^3 + a_4 T_n^4 + a_5 T_n^5 + a_6 T_n^6$$

gde su a_0, \dots, a_6 -koeficijenti polinoma za dati filter ($i=U, B, V$), koje uzimamo iz Tablice 1.

c) Kao sto se iz prilozene tablice vidi, zavisnost $\lambda_{ef}(T)$ nije zanemarljiva i potrebno je efektivnu talasnu duzinu filtera racunati za svaku komponentu tesnog dvojnog sistema posebno, kako bi se izbegle greske u odredjivanju parametara sistema.

d) Sa ovako odredjenom efektivnom talasnom duzinom filtera $\lambda'(T)$, racunamo Planck-ovu funkciju $B(\lambda', T)$, preko koje dobijamo flukseve

T A B L I C A 1.

Zavisnost efektivne talasne duzine filtera od temperature.

(U FILTER)				(B FILTER)				(V FILTER)			
Tn	λ_{ef}	λ_{eff}	O-C	Tn	λ_{ef}	λ_{eff}	O-C	Tn	λ_{ef}	λ_{eff}	O-C
.1500	.3708	.3708	.0000	.1500	.4615	.4610	.0005	.1500	.5594	.5589	.0005
.1750	.3694	.3695	-.0001	.1750	.4571	.4572	-.0001	.1750	.5562	.5564	-.0002
.2000	.3683	.3684	-.0001	.2000	.4537	.4541	-.0004	.2000	.5539	.5542	-.0003
.2250	.3674	.3675	-.0001	.2250	.4511	.4514	-.0003	.2250	.5522	.5525	-.0003
.2500	.3667	.3667	.0000	.2500	.4490	.4492	-.0002	.2500	.5509	.5510	-.0001
.2750	.3661	.3661	.0000	.2750	.4473	.4474	-.0001	.2750	.5498	.5498	.0000
.3000	.3656	.3656	.0000	.3000	.4459	.4459	.0000	.3000	.5489	.5489	.0000
.3250	.3652	.3651	.0001	.3250	.4448	.4446	.0002	.3250	.5482	.5481	.0001
.3500	.3648	.3647	.0001	.3500	.4438	.4436	.0002	.3500	.5476	.5475	.0001
.3750	.3645	.3644	.0001	.3750	.4429	.4427	.0002	.3750	.5471	.5469	.0002
.4000	.3642	.3641	.0001	.4000	.4422	.4420	.0002	.4000	.5467	.5465	.0002
.4250	.3640	.3639	.0001	.4250	.4416	.4414	.0002	.4250	.5463	.5462	.0001
.4500	.3637	.3637	.0000	.4500	.4410	.4409	.0001	.4500	.5460	.5459	.0001
.4750	.3635	.3635	.0000	.4750	.4405	.4405	.0000	.4750	.5457	.5456	.0001
.5000	.3634	.3634	.0000	.5000	.4401	.4401	.0000	.5000	.5454	.5454	.0000
.5250	.3632	.3632	.0000	.5250	.4397	.4398	-.0001	.5250	.5452	.5452	.0000
.5500	.3631	.3631	.0000	.5500	.4394	.4395	-.0001	.5500	.5450	.5451	-.0001
.5750	.3629	.3630	-.0001	.5750	.4391	.4392	-.0001	.5750	.5448	.5449	-.0001
.6000	.3628	.3629	-.0001	.6000	.4388	.4389	-.0001	.6000	.5447	.5448	-.0001
.6250	.3627	.3628	-.0001	.6250	.4385	.4387	-.0002	.6250	.5445	.5446	-.0001
.6500	.3626	.3626	.0000	.6500	.4383	.4384	-.0001	.6500	.5444	.5445	-.0001
.6750	.3625	.3625	.0000	.6750	.4381	.4382	-.0001	.6750	.5443	.5444	-.0001
.7000	.3624	.3625	-.0001	.7000	.4379	.4380	-.0001	.7000	.5441	.5442	-.0001
.7250	.3623	.3624	-.0001	.7250	.4377	.4378	-.0001	.7250	.5440	.5441	-.0001
.7500	.3623	.3623	.0000	.7500	.4376	.4376	.0000	.7500	.5439	.5440	-.0001
.7750	.3622	.3622	.0000	.7750	.4374	.4374	.0000	.7750	.5439	.5439	.0000
.8000	.3621	.3621	.0000	.8000	.4373	.4372	.0001	.8000	.5438	.5438	.0000
.8250	.3621	.3620	.0001	.8250	.4371	.4371	.0000	.8250	.5437	.5437	.0000
.8500	.3620	.3620	.0000	.8500	.4370	.4369	.0001	.8500	.5436	.5436	.0000
.8750	.3620	.3619	.0001	.8750	.4369	.4368	.0001	.8750	.5436	.5435	.0001
.9000	.3619	.3619	.0000	.9000	.4368	.4367	.0001	.9000	.5435	.5434	.0001
.9250	.3619	.3618	.0001	.9250	.4367	.4366	.0001	.9250	.5434	.5433	.0001
.9500	.3618	.3618	.0000	.9500	.4366	.4365	.0001	.9500	.5434	.5433	.0001
.9750	.3618	.3618	.0000	.9750	.4365	.4364	.0001	.9750	.5433	.5433	.0000
1.0000	.3618	.3617	.0001	1.0000	.4364	.4363	.0001	1.0000	.5433	.5432	.0001
1.0250	.3617	.3617	.0000	1.0250	.4364	.4363	.0001	1.0250	.5432	.5432	.0000
1.0500	.3617	.3617	.0000	1.0500	.4363	.4363	.0000	1.0500	.5432	.5432	.0000
1.0750	.3617	.3617	.0000	1.0750	.4362	.4362	.0000	1.0750	.5432	.5432	.0000
1.1000	.3616	.3616	.0000	1.1000	.4361	.4362	-.0001	1.1000	.5431	.5431	.0000
1.1250	.3616	.3616	.0000	1.1250	.4361	.4362	-.0001	1.1250	.5431	.5431	.0000
1.1500	.3616	.3616	.0000	1.1500	.4360	.4361	-.0001	1.1500	.5430	.5431	-.0001
1.1750	.3615	.3616	-.0001	1.1750	.4360	.4361	-.0001	1.1750	.5430	.5431	-.0001
1.2000	.3615	.3616	-.0001	1.2000	.4359	.4360	-.0001	1.2000	.5430	.5431	-.0001
1.2250	.3615	.3615	.0000	1.2250	.4359	.4360	-.0001	1.2250	.5429	.5430	-.0001
1.2500	.3615	.3615	.0000	1.2500	.4358	.4359	-.0001	1.2500	.5429	.5430	-.0001
1.2750	.3614	.3615	-.0001	1.2750	.4358	.4358	.0000	1.2750	.5429	.5429	.0000
1.3000	.3614	.3614	.0000	1.3000	.4357	.4357	.0000	1.3000	.5429	.5429	.0000
1.3250	.3614	.3614	.0000	1.3250	.4357	.4357	.0000	1.3250	.5428	.5428	.0000
1.3500	.3614	.3613	.0001	1.3500	.4356	.4356	.0000	1.3500	.5428	.5428	.0000
1.3750	.3614	.3613	.0001	1.3750	.4356	.4355	.0001	1.3750	.5428	.5427	.0001
1.4000	.3613	.3613	.0000	1.4000	.4355	.4354	.0001	1.4000	.5428	.5427	.0001
1.4250	.3613	.3613	.0000	1.4250	.4355	.4354	.0001	1.4250	.5427	.5426	.0001
1.4500	.3613	.3613	.0000	1.4500	.4355	.4354	.0001	1.4500	.5427	.5427	.0000
1.4750	.3613	.3613	.0000	1.4750	.4354	.4354	.0000	1.4750	.5427	.5427	.0000
1.5000	.3613	.3614	-.0001	1.5000	.4354	.4356	-.0002	1.5000	.5427	.5428	-.0001

KOEFICIJENTI	GRESKE	KOEFICIJENTI	GRESKE	KOEFICIJENTI	GRESKE
.385069E+00	.129735E-04	.502331E+00	.295177E-04	.587412E+00	.257661E-04
-.144159E+00	.142969E-04	-.419152E+00	.322425E-04	-.292201E+00	.281445E-04
.414514E+00	.122016E-04	.120383E+01	.275126E-04	.858647E+00	.240158E-04
-.650540E+00	.954642E-05	-.186520E+01	.215255E-04	-.134591E+01	.187897E-04
.564496E+00	.715800E-05	.159389E+01	.161400E-04	.115680E+01	.140887E-04
-.253617E+00	.523317E-05	-.705470E+00	.117999E-04	-.513418E+00	.103001E-04
.459676E-01	.376235E-05	.126112E+00	.848343E-05	.918913E-01	.740521E-05

zracenja elementarnih celija u pravcu normale na element površine zvezde, tj.

$$d F_{\vec{n}}(r, \eta, \phi) = B(\lambda', T) dS(r, \eta, \phi) . \quad (2-46)$$

Bitno je napomenuti da pri ovako odredjenoj efektivnoj talasnoj dužini koriscenog filtera, konstante zracenja CC1 i CC2 koje figurisu u u Planck-ovoj funkciji (2-44), menjaju vrednosti tako da sada imamo:

$$CC1' = 3.7418498E+15 ; \quad CC2' = 14388.3361 .$$

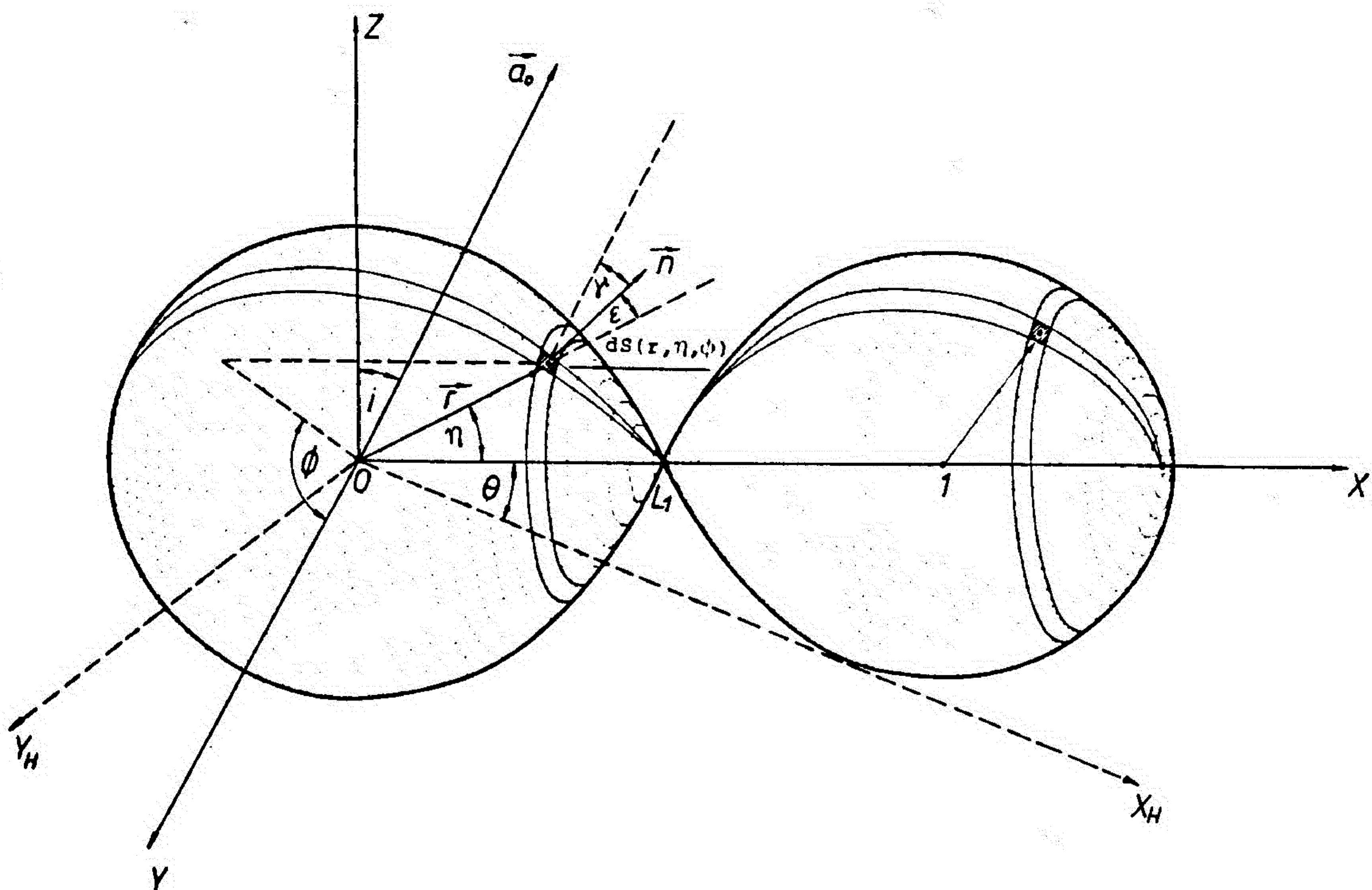
Ovako izracunati izlazni fluksevi zracenja elementarnih površina komponenata tesnog dvojnog sistema se dalje koriste za sintezu krive sjaja.

II-5. Sinteza krive sjaja tesnog dvojnog sistema

Ukupan fluks zracenja koje od tesnog dvojnog sistema ide ka posmatracu, u izlozenom modelu sistema dobijamo sumiranjem izlaznih flukseva u smeru posmatraca od svih "vidljivih" elementarnih površina.

Da bismo odredili orijentaciju i polozej komponenata sistema u bilo kom trenutku, uvodimo nepokretni koordinatni sistem (X_h, Y_h, Z_h) sa koordinatnim pocetkom u centru primara, pri cemu se na orbitalnoj fazi 0 ($\theta = 0$) kada za posmatraca sekundar zaklanja primar, ovaj koordinatni sistem poklapa sa pokretnim koordinatnim sistemom (X, Y, Z) .

Dakle, X_h, Y_h -ose leze u orbitalnoj ravni, pri cemu na datoj orbitalnoj fazi, ose OX i OX_h zaklapaju ugao θ . Osa $OZ = OZ_h$, sa pravcem ka posmatracu obrazuje ugao i , gde je i - inklinacija orbite. Smer ka posmatracu opisuje vektor \vec{a}_0 . Zbog jednostavnosti i ociglednosti, navedene velicine smo prikazali na slici 10., gde je dat slucaj kada komponente popunjavaju kritične ovale.



Sl. 10. Model za sintezu krive sjaja TDS.

U pokretnom koordinatnim sistemu (X, Y, Z) u kome smo pripremali model za sintezu krive sjaja, za komponente jedinичnog vektora

$$\vec{a}_0 = (l_0, m_0, n_0) ,$$

koji "gleda" ka posmatracu, preko veza ova dva koordinatna sistema dobijamo:

$$\begin{aligned} l_0 &= \sin i \cos \theta , \\ m_0 &= \sin i \sin \theta , \\ n_0 &= \cos i . \end{aligned} \tag{2-47}$$

Vektor \vec{a}_0 i normala $\vec{n}=(l, m, n)$ na elementarnu celiju $dS(r, \eta, \phi)$, obrazuju ugao γ , ciji je kosinus dat skalarnim proizvodom:

$$\cos \gamma = (\vec{a}_0 , \vec{n}) = l_0 \cdot l + m_0 \cdot m + n_0 \cdot n . \tag{2-48}$$

Ukoliko je $\cos \gamma < 0$, elementarna površina se nalazi na "nevidljivoj" strani komponente, tj. na datoj orbitalnoj fazi do posmatraca dolazi zracenje samo onih elementarnih površina za koje je ispunjen uslov

$$\cos \gamma > 0 \quad . \quad (2-49)$$

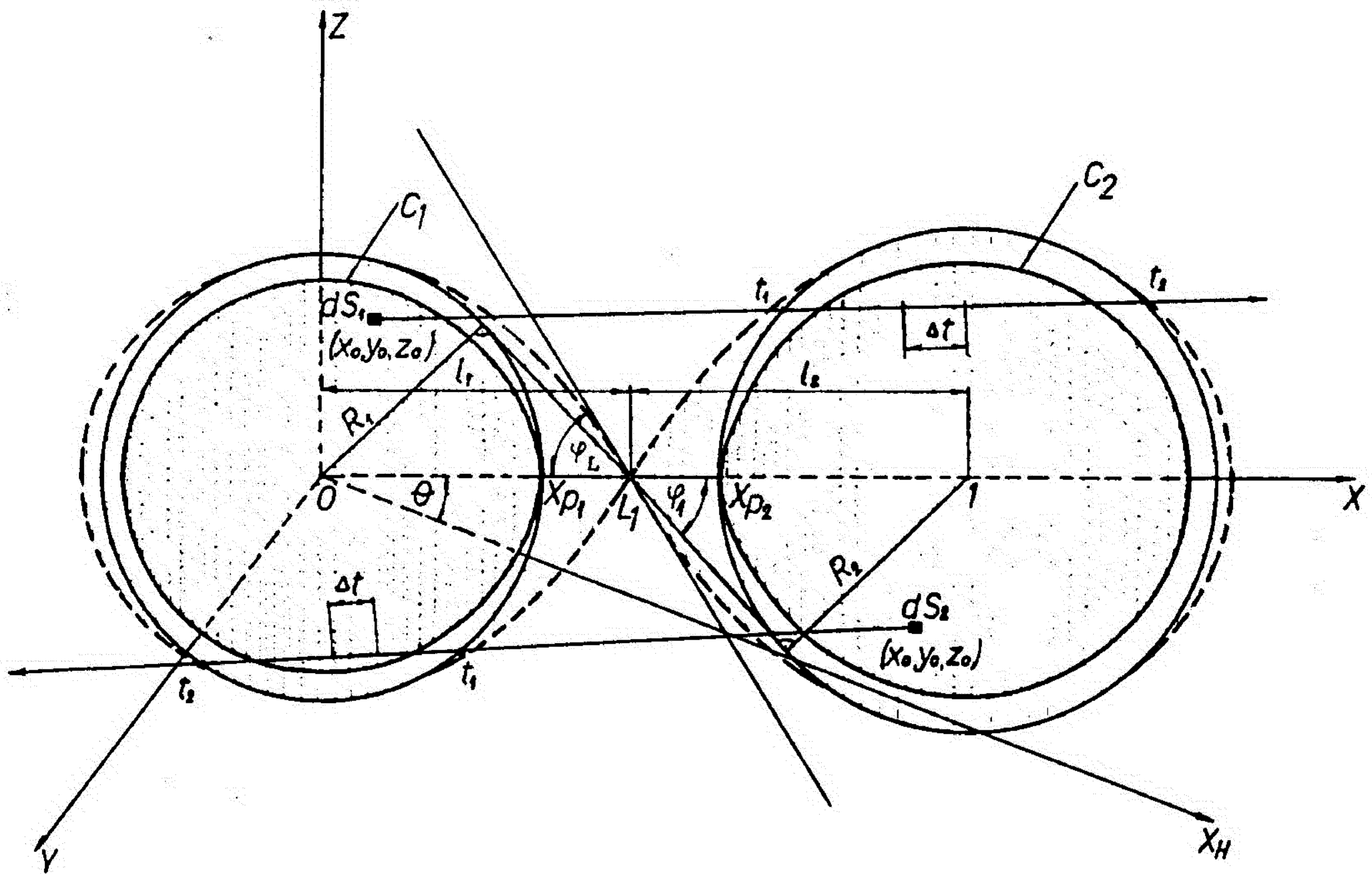
To je potreban, ali ne i dovoljan uslov "vidljivosti" elementarne celije, s obzirom na mogućnost ekranizacije (zaklanjanja) drugom zvezdom sistema. Stoga, ako elementarne površine na datoj orbitalnoj fazi ispunjavaju uslov (2-49), neophodno je proveriti dali se nalaze u oblasti koju zaklanja druga komponenta sistema.

Postojeći algoritmi za ispitivanje ekranizacije (npr. Goncharski i dr., 1984), zahtevaju prilično računarskog vremena, a za resavanje obrnutog zadatka se kao imperativ nameće pitanje sto brzeg programa za sintezu krive sjaja na osnovu modela tesnog dvojnog sistema.

Ovde predlazemo nov prilaz resavanju problema provere ekranizacije, koji ekonomise sa računarskim vremenom i omogućava brzu sintezu krive sjaja. Postupak se sastoji iz više faza i baziran je na geometriji modela.

Maksimalne moguće dimenzije stabilnih zvezda u tesnom dvojnog sistemu su određene kritičnim Roche-ovim ovalima (slučaj sinhronne rotacije) ili, u slučaju asinhronosti veličinom kritičnih asinhronih ovala, koji leže unutar Roche-ovih granica. Roche-ovi ovali ($f_1=f_2=1$) se spajaju u ravnoteznoj tacki L_1 (Slika 11.). U ovoj tacki, tangenta na presek ovala sa orbitalnom ravni, zaklapa sa X-osom ugao φ_L , a sa Slike 11. se može pokazati da je ekranizacija zracenja elementarnih površina koje pripadaju komponentama M_1 i M_2 nemoguća pri faznim uglovima θ , koji zadovoljavaju uslove:

$$\begin{aligned} \cos \theta < \cos \varphi_L & ; \text{ celije na komponenti } M_1 ; \\ \cos \theta > -\cos \varphi_L & ; \text{ celije na komponenti } M_2 . \end{aligned} \quad (2-50)$$



Sl. 11. Graficki prikaz postupka provere ekranizacije.

Ovi uslovi znatno ogranicavaju oblast faznih uglova θ pri kojima treba ispitivati ekranizaciju, sto ubrzava racun, pa je potrebno odrediti ugao φ_L .

Kako tacka $L1$ lezi na X -osi ($y=z=0$), koordinatu $x1$ ravnotezne tacke $L1$ dobijamo iz jednacine (2-9), a ugao φ_L koji u toj tacki tangenta na presek Roche-ovog ovala i orbitalne ravni obrazuje sa X -osom, nalazimo iz relacije:

$$\operatorname{tg} \varphi_L = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x1} = y' \Big|_{x=x1} \quad . \quad (2-51)$$

Oblik ekvipotencijala $C = C_{L1} = \text{const.}$ opisuju relacije (2-6) i (2-7). U tacki $L1(x1, 0, 0)$ je ispunjen uslov:

$$C_x + C_y y' = 0 \quad .$$

U L_1 su parcijalni izvodi $C_x = \partial C / \partial x$ i $C_y = \partial C / \partial y$ jednaki nuli, pa da bismo odredili y' moramo naci drugi izvod, tj.

$$C_{xx} + 2 C_{xy} y' + C_{yy} (y')^2 + C_y y'' = 0$$

Kako su u tacki L_1 C_y i C_{xy} jednaki nuli, iz ove jednacine dobijamo:

$$(y')^2 = - \frac{C_{xx}}{C_{yy}}, \quad (2-52)$$

gde su C_{xx} i C_{yy} u tacki $L_1(x_1, 0, 0)$ dati izrazima:

$$\begin{aligned} C_{xx} &= 2 x_1^{-3} + 2q(1-x_1)^{-3} + (1+q) ; \\ C_{yy} &= - x_1^{-3} - q(1-x_1)^{-3} + (1+q) . \end{aligned} \quad (2-53)$$

Iz (2-51), (2-52) i (2,53), konacno za ugao φ_L dobijamo relaciju:

$$\varphi_L = \arctg \sqrt{\frac{2x_1^{-3} + 2q(1-x_1)^{-3} + (1+q)}{x_1^{-3} + q(1-x_1)^{-3} - (1+q)}} . \quad (2-54)$$

Sada mozemo naci oblast faznih uglova θ u kojoj ne moze doci do ekrinizacije, a koja je odredjena uslovima (2-50).

Ukoliko komponente sistema ne popunjavaju Roche-ove ovale, moguće je postaviti strozija ogranicenja za nalazenje oblasti faznih uglova θ , pri kojima ne moze doci do zaklanjanja zracenja elementarnih površina na nekoj od zvezda, drugom komponentom tesnog dvojnog sistema.

Oblik zvezda u modelu opisuju ekvipotencijali C_1 i C_2 . Neka su x_{p1} i x_{p2} koordinate preseka ovih ekvipotencijala sa X -osom (Slika 11.). Koordinate tacaka x_{p1} i $x_{p2}' = 1 - x_{p2}$ racunamo u koordinatnom sistemu vezanom za primar pri uslovu ($y=z=0$) iz jednacina ekvipotencijala $C = C_i$ ($i=1,2$), pri cemu je C dato sa (2-6), gde u slucaju

sekundara za odnos masa imamo $q = m_1/m_2$ (zamenom mesta komponentata sekundar smo smestili u koordinatni pocetak (X,Y,Z) sistema).

Kako su x_{p1} i $x_{p2'}$ najudaljenije tacke plinski deformisanih komponentata od njihovih centara gravitacije, to sfere radijusa $R_1=x_{p1}$ i $R_2=x_{p2'}$, opisane iz odgovarajucih centara komponentata, u potpunosti obuhvataju zvezde. Tada sa slike 11., na osnovu teoreme o slicnosti trouglova imamo:

$$R_1 / R_2 = l_1 / l_2 \quad ==> \quad l_1 = (R_1 / R_2) l_2 \quad . \quad (2-55)$$

U razmatranom modelu smo rastojanje izmedju centara komponentata uzeli za jedinicu duzine, pa imamo:

$$l_1 + l_2 = 1 \quad .$$

Preko (2-55), ova relacija za l_2 daje izraz:

$$l_2 = R_2 / (R_1 + R_2) \quad . \quad (2-56)$$

Ravan, normalna na orbitalnu, koja sa "unutrasnjih" strana tangira ove sfere, obrazuje sa X-osom ugao φ_1 , za koji sa slike 11. imamo:

$$\sin \varphi_1 = R_2 / l_2 \quad ,$$

sto preko (2-56) daje:

$$\sin \varphi_1 = R_1 + R_2 = x_{p1} + x_{p2'} \quad . \quad (2-57)$$

Sa slike 11. se moze pokazati da pri faznim uglovima θ koji zadovoljavaju uslove (2-49), ne moze biti zaklanjanja jedne zvezde drugom, pri cemu je sada $\cos \varphi_1$, preko (2-57) definisan relacijom

$$\cos \varphi_1 = \sqrt{1 - (x_{p1} + x_{p2'})^2} \quad . \quad (2-58)$$

Ako je $\cos \varphi_1 > \cos \varphi_L$, u (2-49) umesto $\cos \varphi_L$ figurise $\cos \varphi_1$,

kao strožije ograničenje domena faznih uglova pri kojima nema ekranizacije.

Na preostalim orbitalnim fazama je moguće delimično ili totalno zaklanjanje jedne komponente sistema drugom, pa proveru ekranizacije treba izvršiti za sve elementarne površine $dS(r, \eta, \phi)$ za koje je ispunjen uslov $\cos \gamma > 0$.

U tom cilju postupamo na sledeći način. Neka su u pokretnom koordinatnom sistemu (X, Y, Z) koordinate centra elementarne površine $dS_1 = dS(r, \eta, \phi)$ čiju vidljivost proveravamo, date sa (x_0, y_0, z_0) , koje nalazimo preko radijusvektora elementarne ćelije $\vec{r} = r(\lambda, \mu, \nu)$ tj.

$$x_0 = r \lambda \quad ; \quad y_0 = r \mu \quad ; \quad z_0 = r \nu \quad . \quad (2-59)$$

U slučaju elementarnih ćelija na sekundarnoj komponenti, koordinate centra elementa $dS_2 = dS(r, \eta, \phi)$ nalazimo preko relacija:

$$x_0 = 1 + r \lambda \quad ; \quad y_0 = r \mu \quad ; \quad z_0 = r \nu \quad . \quad (2-60)$$

Kroz centar elementarne površine (x_0, y_0, z_0) provucimo pravu paralelnu vektoru $\vec{a}_0 = (l_0, m_0, n_0)$ koji je usmeren ka posmatracu. Jednacine ove prave u parametarskom obliku glase:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + l_0 t \quad , & l_0 &= \sin i \cos \theta \quad , \\ y &= y_0 + m_0 t \quad , & m_0 &= \sin i \sin \theta \quad , & (2-61) \\ z &= z_0 + n_0 t \quad , & n_0 &= \cos i \quad . \end{aligned}$$

Ukoliko ova prava (za $t > 0$) sece drugu komponentu sistema, elementarna površina $dS(r, \eta, \phi)$ je zaklonjena i njeno zračenje ne stize do posmatraca. No, naci presek prave (2-61) sa plimski deformisanom komponentom, čiju formu opisuje jednačina ekvipotencijala (2-6) nije jednostavan zadatak.

Postojeći algoritmi za resavanje ovog problema, zahtevaju znatno

racunarsko vreme i baziraju na izracunavanju potencijala $C = C(x, y, z)$ duz prave (2-61), pri cemu se ide sa sitnim korakom Δt unutar intervala $(0, t_{max})$ u kojima je presek moguc (vidi npr. Goncharskij i dr., 1984.).

Ukoliko je na bilo kom koraku unutar ovog intervala, potencijal duz prave (2-61) manji od potencijala koji karakterise površinu druge zvezde sistema, prava ne sece površinu zvezde, tj. nema ekranizacije. Kako bi se obezbedila sigurnost postupka, potrebno je ici sa dovoljno sitnim korakom po t , sto zahteva znatno racunarsko vreme, jer na svakom koraku treba racunati potencijal $C(x, y, z)$ duz prave (2-61). Sa povecanjem broja razmatranih elementarnih celija raste tacnost izracunavanja sinteticke krive sjaja, ali progresivno raste i potrebno racunarsko vreme za ispitivanje ekranizacije, pa ovakav postupak nije racionalan.

Za resavanje problema provere ekranizacije, predlazemo optimalniji postupak. Iz centara gravitacije komponentata sistema opisimo oko zvezda sfere radijusa $R_1 = xp_1$ i $R_2 = xp_2' = 1 - xp_2$ (Slika 11.), koje u potpunosti obuhvataju komponente. Razmotrimo pitanje ekranizacije proizvoljne elementarne površine $dS_1 = dS(r, \eta, \phi)$ koja se nalazi na primarnoj komponenti i ima koordinate centra (x_0, y_0, z_0) .

Ukoliko prava (2-61) koja sadrzi centar ove elementarne celije, na putu ka posmatracu ($t > 0$) sece sferu oko sekundara, postoji mogucnost ekranizacije. Presek ove prave sa sferom

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = R_2^2 \quad (2-62)$$

je lako ispitati. Resavanje ovog sistema daje kvadratnu jednacinu:

$$t^2 + Q t + L = 0 \quad (2-63)$$

ciji su koreni

$$t_{1,2} = \frac{-Q \pm \sqrt{Q^2 - 4L}}{2}, \quad (2-64)$$

gde je

$$Q = 2(x_0 l_0 + y_0 m_0 + z_0 n_0 - l_0),$$

$$L = 1 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - 2x_0 - R^2. \quad (2-65)$$

Pri uslovu $Q^2 - 4L > 0$, prava (2-61) na putu ka posmatracu sece sferu oko sekundara u intervalu (t_1, t_2) , pa unutar ovog intervala treba ispitati da li prava sece i ekvipotencijal C_2 koji opisuje površinu zvezde. U pokretnom koordinatnom sistemu (X, Y, Z) vezanom za centar primara, potencijal C_2 na površini sekundara dobijamo preko polarnog radijusa R druge zvezde $(x = 1, y = 0, z = R)$ iz relacije (2-6) tj.

$$C_2 = \frac{1}{\sqrt{1+R^2}} + q \left(\frac{1}{R} - 1 \right) + \frac{q+1}{2}; \quad q = m_2/m_1. \quad (2-66)$$

Ukoliko se duz prave (2-61) u intervalu (t_1, t_2) nadje vrednost parametra $t \in (t_1, t_2)$ pri kojoj bi potencijal $C(x, y, z)$ dat sa (2-6), bio veci od potencijala C_2 , prava sece sekundarnu komponentu sistema, tj. element $dS_1 = dS(r, \eta, \phi)$ je ekraniran sekundarom. Ispitivanje potencijala

$$C(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + q \left(\frac{1}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2}} - x \right) + \frac{q+1}{2}(x^2 + y^2 + z^2), \quad (2-67)$$

gde su x, y i z dati relacijama (2-61), se vrši pri diskretnim vrednostima parametra $t \in (t_1, t_2)$, tj. idemo duz prave sa nekim korakom Δt i na svakom koraku ispitujemo uslov ekranizacije $C(x, y, z) > C_2$. Ispitivanja pokazuju da je dovoljno za korak uzeti $\Delta t = (t_2 - t_1)/6$, a racun potencijala obaviti samo za prva tri koraka. Uostalom, sa slike 11. je ocigledno da ukoliko se na prva tri koraka ne nadje presek pra-

ve (2-61) sa ekvipotencijalom C_2 , tada preseka i ne može biti.

Na ovaj način smo maksimalno pojednostavili problem provere ekranizacije, svodeći ga na resavanje jedne kvadratne jednačine i maksimalno tri izracunavanja potencijala (2-67) duž prave (2-61) u intervalu $(t_1 + \Delta t, t_1 + 3\Delta t)$. Ukoliko je npr. već pri $t = t_1 + \Delta t$ ispunjen uslov ekranizacije $C(x, y, z) > C_2$, dalje nema potrebe racunati, jer znamo da je elementarna celija, sa koordinatama centra (x_0, y_0, z_0) , zaklonjena drugom komponentom sistema, pa njeno zracenje ne stize do posmatraca.

Na ekvivalentan način se postupa pri razmatranju elementarnih površina na sekundaru. Centar celije (x_0, y_0, z_0) je dat sa (2-60), prava ka posmatracu sa (2-61), a jednačina sfere koja obuhvata primar glasi:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R_1^2 = x_{p1}^2 \quad (2-68)$$

Presek prave (2-61) sa ovom sferom daje kvadratnu jednačinu, čiji su koreni dati sa (2-64), pri čemu je sada:

$$Q = 2(x_0 l_0 + y_0 m_0 + z_0 n_0) \quad ,$$

$$L = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - x_{p1}^2 \quad (2-69)$$

Dalje postupamo na već opisan način, s tim što uslov ekranizacije sada glasi $C(x, y, z) > C_1$, gde je C_1 potencijal na površini primarne komponente, koji se racuna preko polarnog radijusa zvezde, pomocu relacije (2-14). Potencijal duž prave (2-61) racunamo po formuli:

$$C(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + q \left(\frac{1}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2}} - x \right) + \frac{q+1}{2} (x^2 + y^2) f_1 \quad (2-70)$$

gde je f_1 parametar asinhronosti rotacije primarne komponente.

Izloženi metod za ispitivanje ekranizacije elementarnih površina

$dS(r, \eta, \phi)$ na zvezdi, drugom komponentom tesnog dvojnog sistema se pokazao veoma brzim i sigurnim. U odnosu na algoritme drugih istraživača (npr. Wilson i Devinney, 1971; Goncharskiy i dr., 1984. itd.) ovaj postupak omogućava znatne uštede u računarskom vremenu, što posebno dolazi do izražaja pri velikom broju elementarnih ćelija na koje razbijamo površine komponentata.

Za elementarne ćelije $dS(r, \eta, \phi)$ koje su "vidljive" posmatracu ($\cos \gamma > 0$; nema ekranizacije drugom komponentom sistema), potrebno je izračunati flukseve zračenja u smeru posmatraca.

Ranije smo izračunali izlazne flukseve zračenja elementarnih površina u smeru normale na elemente $dS(r, \eta, \phi)$ -relacije (2-46), pa imajući u vidu da posmatrac "vidi" projekcije elementarnih površina ($dS(r, \eta, \phi) \cdot \cos \gamma$), pri aproksimaciji zakona potamnjenja ka rubu linearnom funkcijom (1-1), za fluks zračenja elementarne površine u smeru posmatraca, dobijamo:

$$d F_{\vec{a}o} = d F_{\vec{n}} \cos \gamma (1 - u(\lambda, T)(1 - \cos \gamma)), \quad (2-71)$$

gde je $d F_{\vec{n}}$ - fluks u pravcu normale \vec{n} na element površine dat sa (2-46), a γ - predstavlja ugao između pravca ka posmatracu ($\vec{a}o$) i normale \vec{n} ; $u(\lambda, T)$ - predstavlja koeficijent potamnjenja ka rubu.

Ugaonu raspodelu zračenja koje ide ka posmatracu aproksimiramo linearnim zakonom potamnjenja ka rubu, jer tačniji račun zahteva znatno računarsko vreme, pa bi praktično bilo nemoguće ostvariti dovoljno brz algoritam za sintezu krive sjaja, što predstavlja imperativ za rešavanje obrnutog zadatka u razumnom intervalu računarskog vremena.

Vrednosti koeficijenata potamnjenja $u(\lambda, T)$ je u principu moguće računati za svaku elementarnu ćeliju posebno, koristeći rezultate proračuna modela tankih zvezdanih atmosfera u širokom dijapazonu promena λ i T . No, kako se $u(\lambda, T)$ neznatno menja po površini zvezde (usled

promena temperature $T = T(r, \eta, \phi)$, konacan efekat ovih promena na krivu sjaja je zanemarljiv, pa je u cilju ekonomije racunarskog vremena razumno pretpostaviti $u(\lambda, T) = \text{const.}$ po površini zvezde.

U ranijim radovima istraživaca, koeficijent potamnjenja ka rubu je tretiran kao slobodan parametar, a njegove vrednosti su odredjivane iz resenja obrnutog zadatka za obe komponente sistema. To dodatno komplikuje problem odredjivanja parametara sistema i ima niz nedostataka.

Danas se velicine $u(\lambda, T)$ solidno poznate, pa smo se odlucili na drugaciji prilaz. Koristeći rezultate rada Rubashevskog (1985), pokušali smo naci analiticki izraz kojim bi se mogla dobro aproksimirati zavisnost koeficijenta potamnjenja od temperature za datu spektralnu oblast, tj. za dati filter fotometrijskog sistema. Za U B V sistem u sva tri filtera, polinomi 6-tog stepena daju zadovoljavajuće rezultate. Koeficijente polinoma (a_0, a_1, \dots, a_6) smo odredili metodom obrnutog zadatka koju predlazemo u ovom radu, a rezultati su prikazani u Tablici 2., gde se zajedno sa koeficijentima daju i greske njihovog odredjivanja, koje slede iz metode najmanjih kvadrata.

T A B L I C A 2.

Koeficijenti polinoma za racun potamnjenja ka rubu.

	(U FILTER)		(B FILTER)		(V FILTER)	
	KOEFICIJENTI	GRESKE	KOEFICIJENTI	GRESKE	KOEFICIJENTI	GRESKE
a0	2.72439	0.0065	1.83272	0.0077	1.64877	0.0052
a1	-10.78910	0.0087	-5.13693	0.0102	-5.57425	0.0068
a2	20.22580	0.0053	6.63666	0.0061	9.74422	0.0041
a3	-19.66120	0.0024	-3.64393	0.0028	-9.21843	0.0019
a4	10.41610	0.0010	0.51183	0.0012	4.91151	0.0008
a5	-2.86854	0.0004	0.20239	0.0005	-1.39396	0.0003
a6	0.32137	0.0002	-0.05382	0.0002	0.16309	0.0001

Sada koeficijente potamnjenja ka rubu mozemo racunati po formuli:

$$u(i,T) = a_{0i} + a_{1i} T_n + a_{2i} T_n^2 + a_{3i} T_n^3 + a_{4i} T_n^4 + a_{5i} T_n^5 + a_{6i} T_n^6, \quad (2-72)$$

gde je $i = U, B, V$ -indeks filtera fotometrijskog sistema, a velicina T_n -predstavlja normiranu temperaturu zvezde na 20000 K.

Odstupanja ovako izracunatih vrednosti $u(i,T)$ od podataka iz rada Rubashevskog, ne prelaze 7%, sto se moze smatrati dobrom aproksimacijom. Pri nizim temperaturama ($T < 5000$ K) u B i U oblasti se dobija $u(i,T) > 1$, sto je liseno fizickog smisla pa treba postaviti ogranice-nje, tj. ako je $u(i,T) > 1$, onda uzimamo $u(i,T) = 1$. Ova nelogicnost se sreće i u podacima Rubashevskog i nastaje kao posledica odstupanja potamnjenja ka rubu od linearnosti.

Koeficijenti potamnjenja ka rubu se racunaju za obe komponente tesnog dvojnog sistema preko polinoma (2-72), a zatim preko (2-71) nalazimo elementarne flukseve u smeru posmatraca, koji poticu od "vidljivih" celija $dS(r, \eta, \phi)$ sa površine zvezda tesnog dvojnog sistema.

Ukupan fluks zracenja, koji na datoj orbitalnoj fazi stize do posmatraca, dobijamo sumiranjem ovih elementarnih flukseva. Posebno se racuna ukupan fluks na orbitalnoj fazi 0.25 ($\theta = 90^\circ$ tj. vizura normalna na X-osu; komponente van eklipse). Nakon sto smo za sve orbitalne faze na kojima nas interesuje sjaj sistema izracunali ukupne flukseve $F(\theta)$ koji stizu do posmatraca, normiranjem u odnosu na ukupan fluks $F(90^\circ)$, dobijamo sinteticku krivu sjaja tesnog dvojnog sistema:

$$m(\theta) = -2.5 \log [F(\theta)/F(90^\circ)] \quad (2-73)$$

Ovako sintetizovana kriva sjaja tesnog dvojnog sistema predstavlja funkciju sledecih parametara:

$q = m_2/m_1$ - odnosa masa komponentata,

S_1 ; S_2 - koeficijenata potpunosti kritičnih ovala,

i - inklinacije orbite,

- f_1 ; f_2 - koeficijenata asinhronosti rotacije komponenata,
 T_1 ; T_2 - efektivnih temperatura komponenata,
 β_1 ; β_2 - koeficijenata gravitacionog potamnjenja,
 u_1 ; u_2 - koeficijenata potamnjenja ka rubu,
 λ'_1 ; λ'_2 - efektivne talasne duzine koriscenog filtera (racuna se za obe komponente posebno),
 AL_1 ; AL_2 - albeda komponenata.

U slucaju kada na komponentama postoje pege, navedeni skup parametara se proširuje. Svaku od pega u našem modelu u potpunosti određuju 4 parametra:

- $A_p = T_p/T_{ef}$ - koeficijent temperature pege,
 θ_p - ugao "otvora" pege (karakteristicna ugaona dimenzija pege),
 λ_p - longituda centra pege,
 β_p - latituda centra pege.

Model tesnog dvojnog sistema koji smo ovde predložili je dovoljno bogat da može simulirati osnovne osobine posmatranih krivih sjaja, kako "klasicnih" tesnih dvojnih sistema (Roche-ova geometrija; nema pega), tako i aktivnih sistema sa pegama na komponentama, kao što su sistemi tipa RS CVn, W UMa i sl. Modelom se mogu interpretirati i sistemi sa "svetlim pegama" ($A_p > 1$), koje nastaju kao posledica razmene materije između komponenata, tj. procesa vezanih sa dinamikom gasa u sistemu.

Predloženi model za sintezu krive sjaja zahteva poznavanje velikog broja parametara. Srećna je okolnost što se jedan broj ovih parametara može unapred odrediti nezavisnim putem i fiksirati. Preostale parametre nalazimo resavanjem obrnutog zadatka, za koji smo predložili novu efikasnu metodu, čije osnove izlazemo u poglavlju IV-1.

Izloženi postupak sinteze krive sjaja tesnog dvojnog sistema ima

niz značajnih prednosti u odnosu na postojeće algoritme. Bez obzira na činjenicu da je naš model tesnog dvojnog sistema znatno bogatiji, a samim tim i složeniji od dosadašnjih modela, metode koje smo ovde predložili, omogućavaju da se znatno brže resi direktni zadatak, tj. da se pri unapred zadatim parametrima modela sintetizuje kriva sjaja.

Racun modela je prakticno realizovan u obliku efikasnog kompjuterskog programa (PROFESIONALNI FORTRAN) na IBM PC kompatibilnom racunaru OLIVETI M24.

Za predloženi model je realizovan i program pomocu koga mozemo prikazati izgled sistema na proizvoljnoj orbitalnoj fazi, cije smo rezultate vec eksploatisali za izradu nekih slika prikazanih u ovom radu.

Prostorna dubina ovih slika se u programu za crtanje ostvaruje projektovanjem prostornih figura zvezda, tj. centara elementarnih celija (x_0, y_0, z_0) na ravan normalnu na vizuru.

III. AKTIVNI TESNI DVOJNI SISTEMI SA AKRECIONIM DISKOM =====

Poslednjih godina paznju astronoma sve vise privlace tesni dvojni sistemi u fazi intenzivne razmene materije izmedju komponenata, sto cesto rezultira obrazovanjem gasovitog diska oko komponente cije gravitaciono polje zahvata materiju koja istice sa susedne zvezde. Iz diska neprekidno ide akrecija (zahvat) materije na centralnu zvezdu, oko koje lezi akrecioni disk.

Kada u toku evolucije jedna od komponenata tesnog dvojnog sistema stigne u fazu popunjavanja svog kritičnog ovala, zvezda postaje nestabilna i pocinje gubiti masu. Dovoljno je postojanje minimalne radijalne komponente brzine, pa da gas sa površine zvezde napusti kritični oval. U okolini Lagrange-ove ravnotezne tacke L1 su uslovi posebno pogodni za "bezanje" materije sa zvezde, tako da se tu formira intenzivna gasna struja, koja pri odredjenim uslovima moze formirati akrecioni disk oko druge komponente sistema (Lubow i Shu, 1975).

Kretanje materije u akrecionom disku je blisko kruznom keplerovskom kretanju, tj. ugaona brzina opada od centra ka periferiji diska. Znacni, razliciti slojevi diska imaju razlicite brzine, sto rezultira prenosom momenta kolicine kretanja duz radijusa diska i pojavom turbulencije u disku.

Usled unutrašnjeg trenja, kineticka energija gasa se transformise u toplotu i zbog disipacije energije, element gasa u disku, po zatvorenoj spiralnoj putanji polako prilazi ka površini zvezde. Kako materija iz diska neprekidno pada na centralnu zvezdu, kvazistabilnost ovih objekata u duzim vremenskim intervalima je moguće objasniti samo zahvaljujuci postojanju struje gasa koja ide od druge komponente sistema i "hrani" disk. Dakle, struja gasa sa komponente koja popunjava kritični oval, obezbedjuje kvazistacionaran tok materije ka periferiji diska. Deo ovog materijala se raznosi po disku i lagano, gobeci ener-

giju, prilazi ka centralnoj zvezdi.

Pri malom intenzitetu gasne struje, disk se ne moze obrazovati, a gas, zahvacen gravitacionim poljem, neposredno pada ka površini zvezde. Centrifugalna i Coriolis-ova sila krive trajektoriju gasne struje, a gasodinamicki efekti sire njen poprecni presek. Ukoliko je zvezda na koju pada materija dovoljno duboko unutar Roche-ovog ovala, gravitaciono polje moze znatno ubrzati struju gasa, tako da pri padu na zvezdu srecemo brzine od nekoliko stotina kilometara u sekundi, pa u ovim zonama površina zvezde intenzivno zraci.

Kineticka energija gasne struje se transformise u toplotu i tako nastaju "svetle pege", cije se prisustvo odrazava na oblik posmatrane krive sjaja tesnog dvojnog sistema. Interpretaciju ovakvih sistema mozemo obaviti u okviru predlozenog modela tesnog dvojnog sistema sa pegama na komponentama ($A_p > 1$). Iz položaja, razmera i temperature ovih oblasti, mogu se proceniti parametri gasnih struja u sistemu.

Intenzivna razmena materije izmedju zvezda tesnog dvojnog sistema dovodi do formiranja gasovitog diska oko komponente koja zahvata materiju suseda. Disk lezi u orbitalnoj ravni, a na njegovoj bocnoj strani, u zoni gde struja gasa pada na disk, imamo intenzivno zracenje "svetle pege", ciji su položaj, razmere i temperatura uslovljeni parametrima gasne struje, silama u sistemu i razmerama diska. "Svetla pega" deformise krivu sjaja sistema i cini je asimetričnom. Na krivim sjaja nekih tesnih dvojnih zvezda se vidi karakteristicna "grba", uslovljena intenzivnim zracenjem "svetle pege".

Disk egzistira zahvaljujuci gasnoj struji sa komponente koja gubi masu i zraci transformisuci njenu energiju u toplotu. Pri tome vaznu ulogu igra diferencijalna rotacija, unutrašnje trenje i turbulencija, a unutrašnji slojevi diska (oko centralne zvezde) se zagrevavaju i na racun energije koja se oslobadja akrecijom materije diska na zvezdu.

Posmatranja ovih sistema, dosta cesto ukazuju na brze fluktuacije zracenja i izvesne promene u obliku krivih sjaja, sto je logicno povezati sa zonom "svetle pege". Naime, promene brzine i intenziteta gasne struje, koja tece ka akrecionom disku, uticu na polozej i intenzitet zracenja "svetle pege" i diska u celini.

Gasna struja koja istice sa druge komponente sistema se od Lagrange-ove ravnotezne tacke L1 postepeno siri usled gasodinamickih efekata i po trajektoriji, uslovljenoj silama u sistemu, znatno razredjena pada na disk u zoni "svetle pege". Deo materije napusta sistem.

Gas se koncentrises ka orbitalnoj ravni, a brzina struje pri sudaru sa akrecionim diskom zavisi kako od pocetnih parametara struje u okolini L1, tako i od parametara sistema. Polozej "svetle pege" se moze oceniti analizom krive sjaja, a pri postojanju adekvatnog modela sistema, mozemo proceniti i osnovne parametre komponentata i akrecionog diska.

Kod ovih sistema se moze ocekivati znatna asinhronost rotacije komponente oko koje se formira akrecioni disk. Komponenta koja gubi masu je bliska popunjavanju svog Roche-ovog ovala i tu ne mozemo ocekivati znacajnu asinhronost. No, interesantno je da cak i neznatna asinhronost ove komponente moze predstavljati generator za isticanje materije sa zvezde. Plimski deformiteti se pri asinhronoj rotaciji premetaju po povrshini zvezde, a pri eliptickim orbitama menjaju i oblik, sto rezultira narastanjem radijalne komponente brzine gasa iz povrshinskih slojeva zvezde i ona pocinje brzo gubiti masu (Korovyakovskij, 1972). Gasodinamicki efekti, zracenje i magnetno polje, (Djurasevc, 1985), takodje u odredjenim fazama evolucije tesnih dvojnih sistema, mogu dovesti do intenzivnog isticanja materije i obrazovanja okolozvezdanih omotaca.

Zavisno od evolucionog statusa sistema i komponente na koju pada

materija, medju sistemima sa akrecionim diskom srecemo dosta raznolikosti i specificnosti. Kod sistema tipa RW Tau, RY Gem, SX Cas (Sahade, 1963 ; Plavec, 1980), akrecioni disk se formira oko "obicne" zvezde. Kod Novih akrecija ide na beli patuljak (Kraft, 1965; Gorbackij, 1974), dok kod rentgenskih tesnih dvojnih zvezda, akrecija ide na relativisticki objekat - neutronska zvezdu ili crnu rupu. Tu akrecioni disk moze davati znacajan doprinos optickom zracenju sistema, sto se jasno vidi na primeru rentgenskog sistema Her-X1 = HZ Her (Lyutij i dr., 1974), a iz krive sjaja se mogu odrediti karakteristike diska (Cherepashchuk i dr., 1977).

Slucaj za sebe predstavlja i sistem SS 433 Cyg sa znatnim optickim zracenjem diska. Pri eklipsi diska "normalnom" zvezdom imamo pad sjaja za priblizno 0.7 magnituda (Cherepashchuk, 1981).

Zbog posebne aktuelnosti, proucavanju rentgenskih tesnih dvojnih sistema je posvecen velik broj radova, a lep pregled osnovnih ideja i metoda analize ovih sistema mozemo naci u knjizi " Nekorektni zadaci astrofizike " (Goncharskij i dr., 1985). U knjizi su prikazane i metode interpretacije Novih (DQ Her, Z Cha), gde akrecija ide na beli patuljak, pa se ovde na tome necemo zadržavati.

Zanimljiv prilaz interpretaciji krivih sjaja tesnih dvojnih sistema sa akrecionim diskom oko obicne zvezde, srecemo u radu Wilson-a (1974), gde se tretira sistem β Lyr. U predlozenom modelu se zvezda sa koje istice gasna struja aproksimira Roche-ovim ovalom, a komponenta koja zahvata materiju se zajedno sa diskom predstavlja modelom spljosnutog rotacionog elipsoida. Za model se razvija postupak sinteze krive sjaja, a optimalni parametri modela se dobijaju resavanjem obrnutog zadatka, zasnovanog na metodi diferencijalnih popravki. Slican model, Antokhina i Cherepashchuk (1985, 1987, 1988) primenjuju za ispitivanje sistema SS 433 Cyg i RY Scu.

U radu Pavlovskog i Kriza (1985), razmatra se uticaj opticki debelog akrecionog diska na krive sjaja ovih sistema, pri cemu je model znatno slozenji. Sintetizuje se kriva sjaja sistema SX Cas, a optimalni parametri modela se procenjuju metodom probe i greske, tj. parametri se variraju dok se ne postigne zadovoljavajuće slaganje posmatrane i teorijske krive sjaja.

Postojeći modeli tesnih dvojnih sistema sa akrecionim diskom oko obicne zvezde, kao i sistema sa akrecijom na beli patuljak, su dovoljno grubi, a metode resavanja obrnutog zadatka se tek pocinju razvijati i imaju niz ozbiljnih nedostataka.

Metode probe i greske nisu lisene subjektivnosti i mogucnosti pogresne procene parametara modela. Resenje moze biti samo relativno blisko lokalnom minimumu sume kvadrata odstupanja posmatranih tacaka krive sjaja od odgovarajuće sinteticke krive, a stvarne vrednosti optimalnih parametara modela kojima odgovara globalni minimum $\sum(O-C)^2$, mogu biti dovoljno daleko od ovako procenjenih vrednosti.

Ogroman gubitak racunarskog vremena je druga bitna karakteristika postojećih modela i metoda za resavanje obrnutog zadatka, pa je neophodno raditi na razvoju optimalnog i realnijeg modela sistema, kao i na trazenju novih puteva za resavanje obrnutog zadatka.

Model sistema koji predlazemo u ovom radu, kao i metoda za resavanje obrnutog zadatka, predstavljaju nas doprinos interpretaciji krivih sjaja tesnih dvojnih sistema sa akrecionim diskom.

III-1. Model TDS sa opticki debelim akrecionim diskom

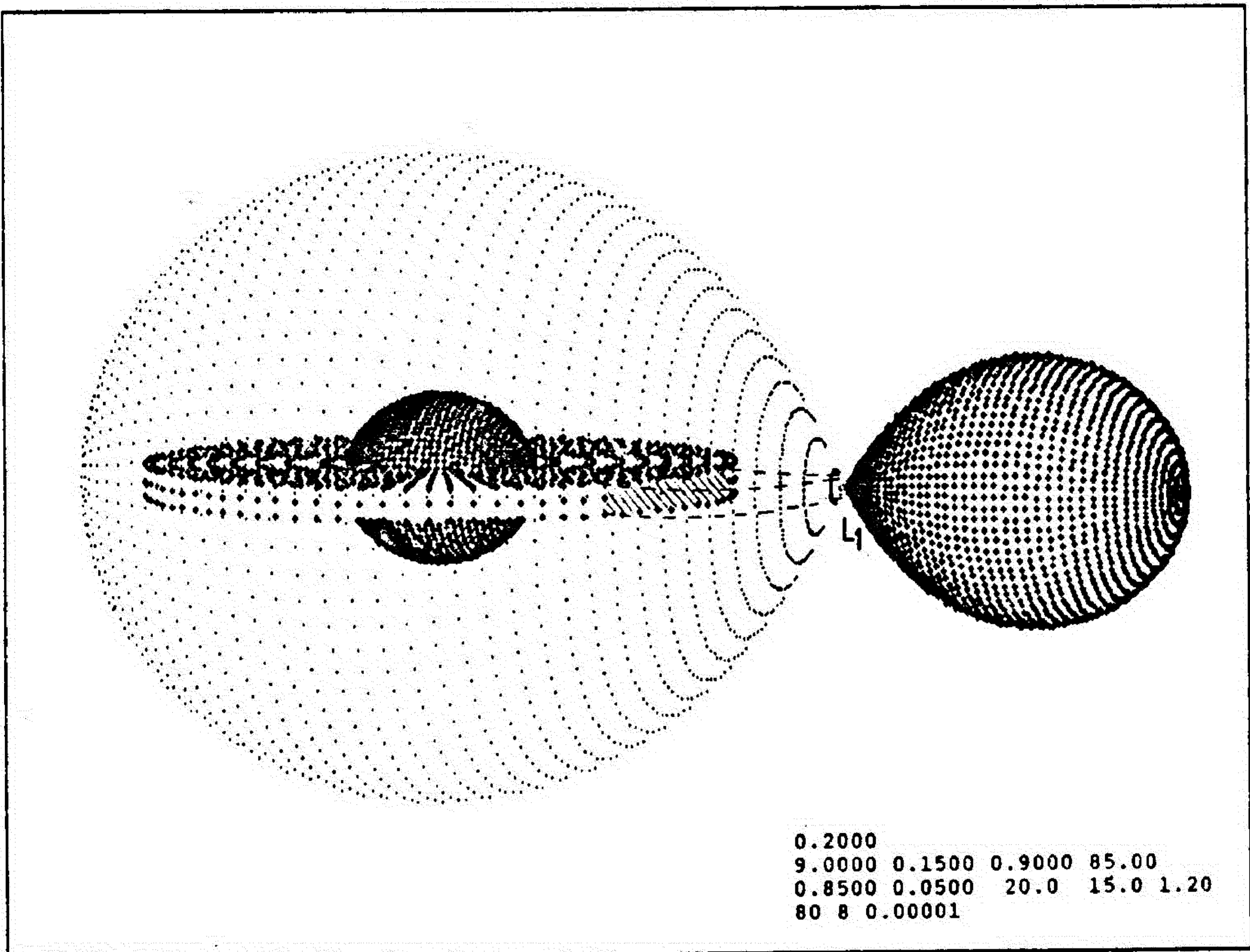
Ovde predlazemo model za sintezu krivih sjaja tesnih dvojnih sistema Algol-tipa, kod kojih u fazi intenzivne razmene materije izmedju komponenata, dolazi do obrazovanja gasovitog diska oko primarne komponente sistema na koju ide akrecija.

Zvezde aproksimiramo ekvipotencijalima Roche-ovog modela, uzimajući u obzir i efekat asinhronosti. Kako bi se obezbedio mehanizam za isticanje materije sa sekundarne komponente, predpostavljamo da ona popunjava svoj kritični oval, a plimski deformitet u smeru Lagrange-ove ravnotezne tacke L_1 , čini logicnim pretpostaviti priblizno sinhronu rotaciju ove komponente.

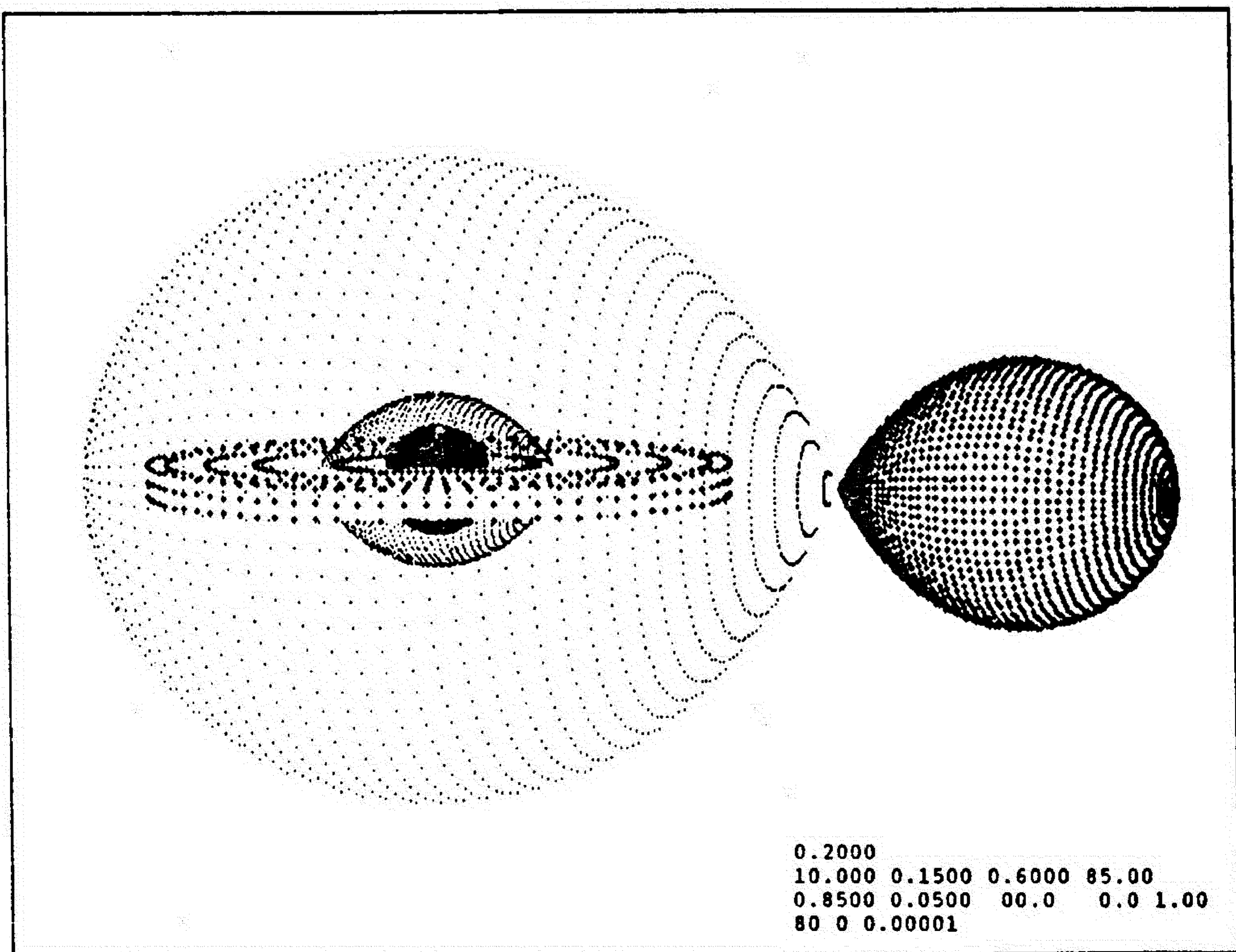
Primarna komponenta lezi relativno duboko unutar Roche-ovog ovala, okružena akrecionim diskom konstantne debljine koji pocinje praktično od površine centralne zvezde. Ona može imati značajnu asinhronost rotacije. Akrecioni disk lezi oko zvezde unutar Roche-ovog ovala u orbitalnoj ravni, a njegovu bocnu stranu aproksimiramo cilindricnom površi. U okolini Lagrange-ove ravnotezne tacke L_1 , sa sekundara isticice gasna struja koja "hrani" disk. U zoni gde se struja sudara sa bocnom stranom diska, obrazuje se "svetla pega".

Predloženi model je prikazan na slici 12., gde je prikazan i odgovarajući Roche-ov oval unutar koga se nalazi primarna komponenta sa akrecionim diskom. Na slici 13. se oko centralne zvezde sa akrecionim diskom vidi i odgovarajući kritični asinhroni oval, koji određuje maksimalne razmere stabilne zvezde, pri rotacionom periodu koji je 10 puta kraci od orbitalnog. Centralna zvezda na datoj slici popunjava ovaj kritični oval do $S_1 = 0.6$, gde je S_1 odnos polarnih radijusa zvezde i odgovarajućeg kritičnog asinhronog ovala.

Odredjene idealizacije koje smo ovde uveli, predstavljaju nuznost ukoliko se želi realizovati dovoljno brz program za sintezu krive sjaja.



Sl. 12. Model aktivnog TDS sa akrecionim diskom oko primara (asinhrona rotacija i "svetla pega" na rubu diska).



Sl. 13. Model aktivnog TDS sa akrecionim diskom oko primara (Roche-ov i kritični asinhroni oval pri $f_1=10.$).

ja sistema. Model uzima u obzir osnovne rezultate gasodinamickih proračuna akrecionih diskova i u stanju je simulirati posmatrane fenomene na krivim sjaja ovih sistema.

Model razmatramo u pokretnom koordinatnom sistemu (X,Y,Z) sa koordinatnim pocetkom u centru primarne komponente, koji rotira zajedno sa dvojnim sistemom, tako da centar sekundara stalno lezi na X-osi ; Y-osa je u orbitalnoj ravni u smeru revolucije sistema, a Z-osa je normalna na ovu ravan (Slika 14.).

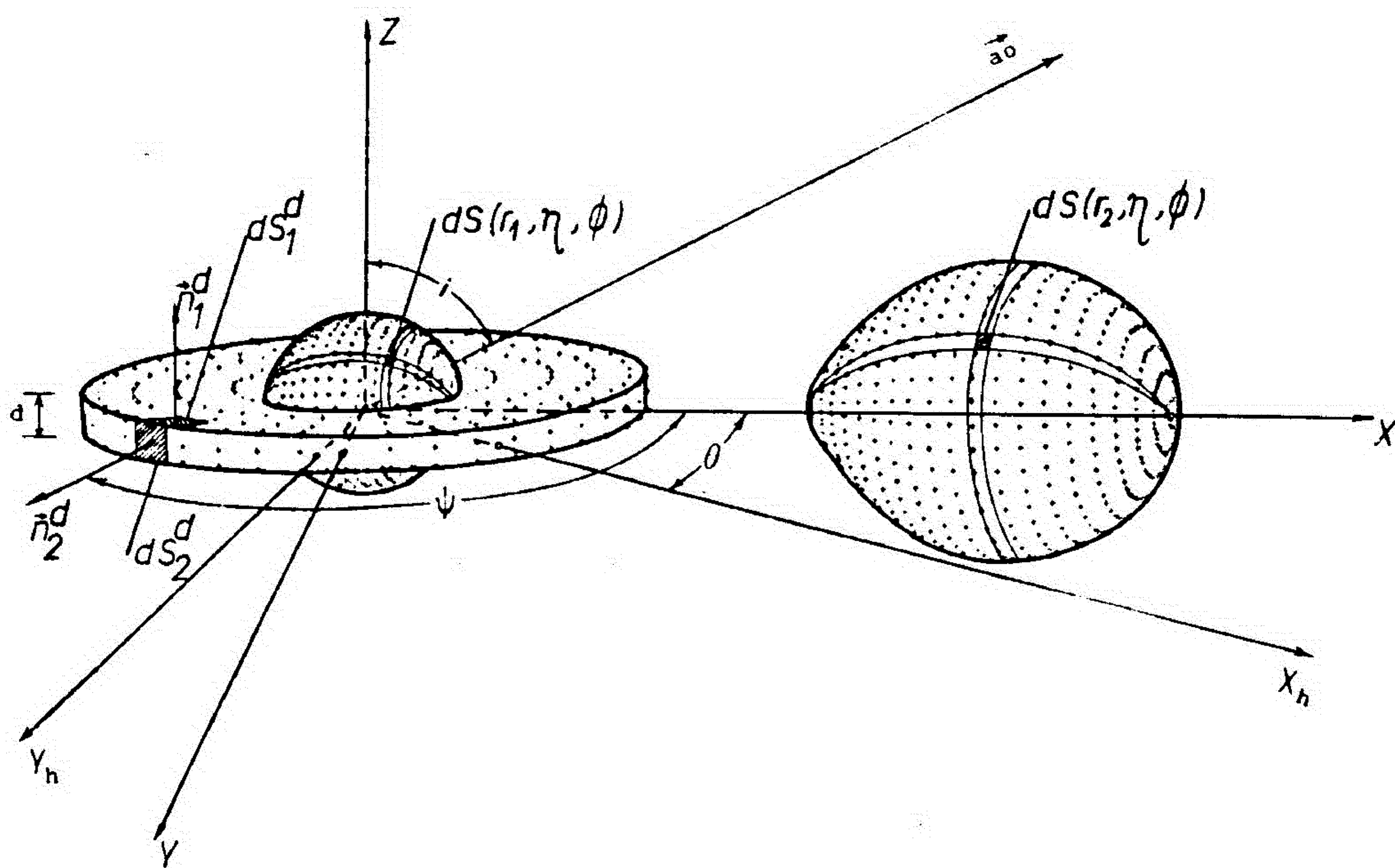
Neka su m_1 i m_2 mase komponentata, rastojanje izmedju njihovih centara gravitacije predstavlja jedinicu duzine. Ako iskljucimo iz razmatranja postojanje akrecionog diska, dobijamo vec izloženi model tesnog dvojnog sistema sa asinhronom rotacijom primara.

Ranije opisanim postupkom, u sfernom koordinatnom sistemu, ravnomernim mrezama razbijamo površinu komponentata na elementarne površine $dS(r, \eta, \phi)$ i racunamo njihove karakteristicne velicine, potrebne za sintezu krive sjaja. Efekat refleksije i gravitaciono potamnjjenje racunamo vec opisanom procedurom, a zatim uz pretpostavku o plankovskom karakteru zracenja elementarnih površina zvezda, na nacin koji smo opisali kod predhodnog modela, racunamo izlazne flukseve zracenja u pravcima $d\vec{S}(r, \eta, \phi)$.

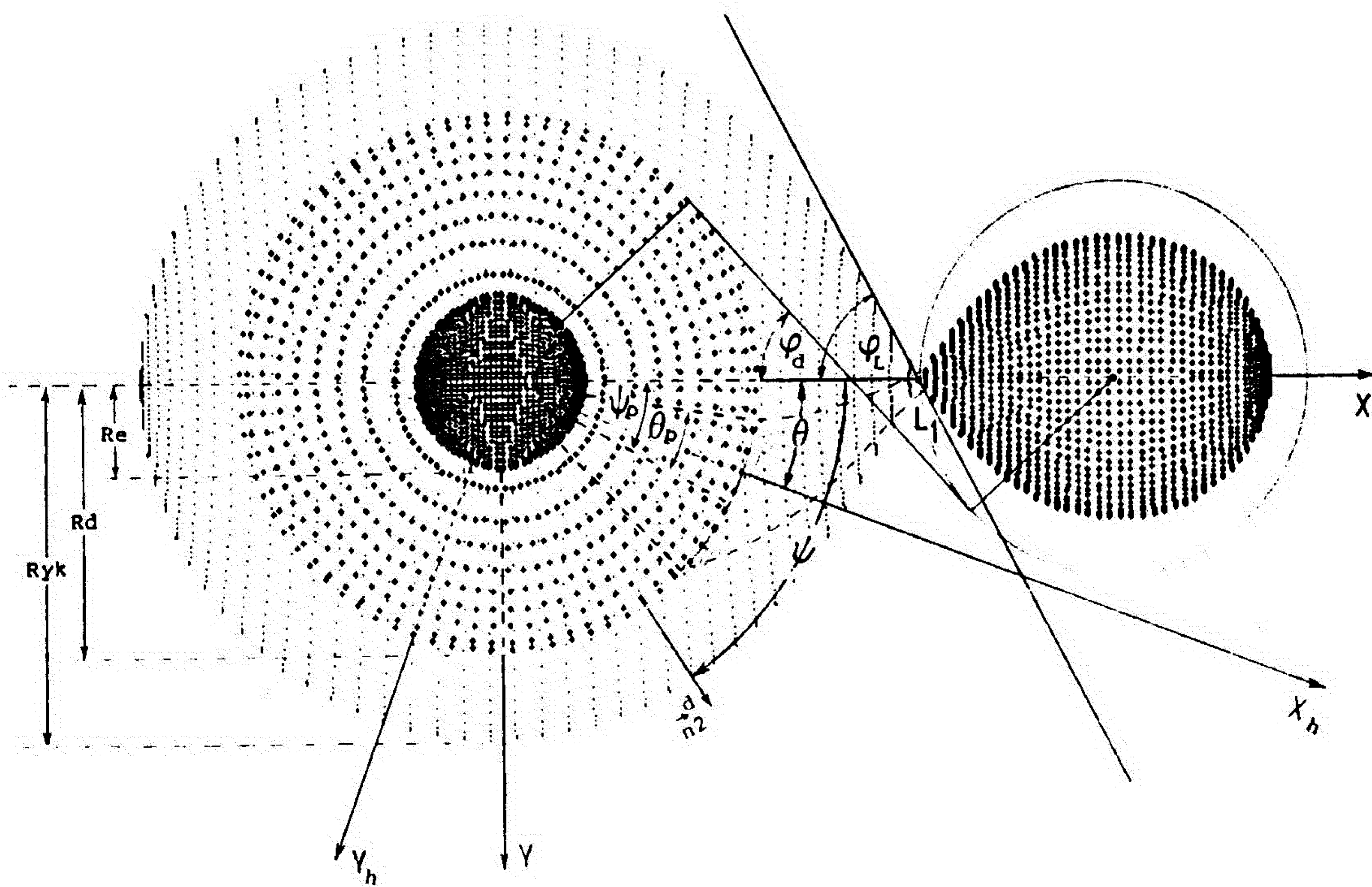
Razmotrimo sada zracenje koje potice od akrecionog diska. Disk konstantne debljine (d), lezi u orbitalnoj ravni oko primarne komponente radijusa (R_e) unutar kritičnog Roche-ovog ovala, a njegove dimenzije opisujemo parametrom

$$S_d = R_d / R_{yk} \ ; \ S_d \leq 1 \ , \quad (3-1)$$

koji predstavlja odnos radijusa diska prema radijusu Roche-ovog ovala primarne komponente (R_{yk}) u smeru Y-ose u orbitalnoj ravni. Na slici 15. je dat izgled sistema, gledan sa pola (inklinacija orbite $i = 0^\circ$),



Sl. 14. Model za sintezu krive sjaja TDS sa akrecionim diskom.



Sl. 15. Model TDS sa akrecionim diskom gledan sa pola ($i=0$).

pri čemu je sistem prikazan krsticima (+), a Roche-ov oval oko primara je crtan tačkicama (.).

Radius Roche-ovog ovala (R_{yk}) nalazimo iz jednacine potencijala (2-13) pri uslovu $\lambda = \nu = 0$; $f=1$ (Y-osa; sinhronost), što daje relaciju:

$$C_{L1} = \frac{1}{R_{yk}} + \frac{q}{\sqrt{1+R_{yk}^2}} + \frac{q+1}{2} R_{yk}^2, \quad (3-2)$$

gde je C_{L1} kritični Roche-ov potencijal (2-10). Resavanjem (3-2) nalazimo radius Roche-ovog ovala R_{yk} , a zadavanjem S_d , preko (3-1) dobijamo radius diska R_d .

Na unutrašnje strane disk je u kontaktu sa površinom centralne zvezde, pa za njegov unutrašnji radius (R_e) uzimamo radius zvezde u orbitalnoj ravni u smeru Y-ose, koji dobijamo iz jednacine potencijala (1-13) pri uslovu $\lambda = \nu = 0$, što daje:

$$C_1 = \frac{1}{R_e} + \frac{q}{\sqrt{1+R_e^2}} + \frac{q+1}{2} R_e^2 f_1^2, \quad (3-3)$$

gde je C_1 - potencijal koji odgovara površini primarne komponente (2-14). Resavanjem jednacine (3-3) nalazimo unutrašnji radius diska R_e . Debljinu diska (d) zadajemo, a bocnu stranu aproksimiramo cilindricnom površinom.

Površinu akrecionog diska u pokretnom koordinatnom sistemu (OXYZ) razbijamo na elementarne celije. Ravnomernim korakom po uglu ψ disk delimo na segmente širine $\Delta\psi$ (Slika 16.), a zatim duž radiusa disk delimo na koncentricne prstenove. Ovako formirana mreza razbija površinu diska na velik broj elementarnih površina.

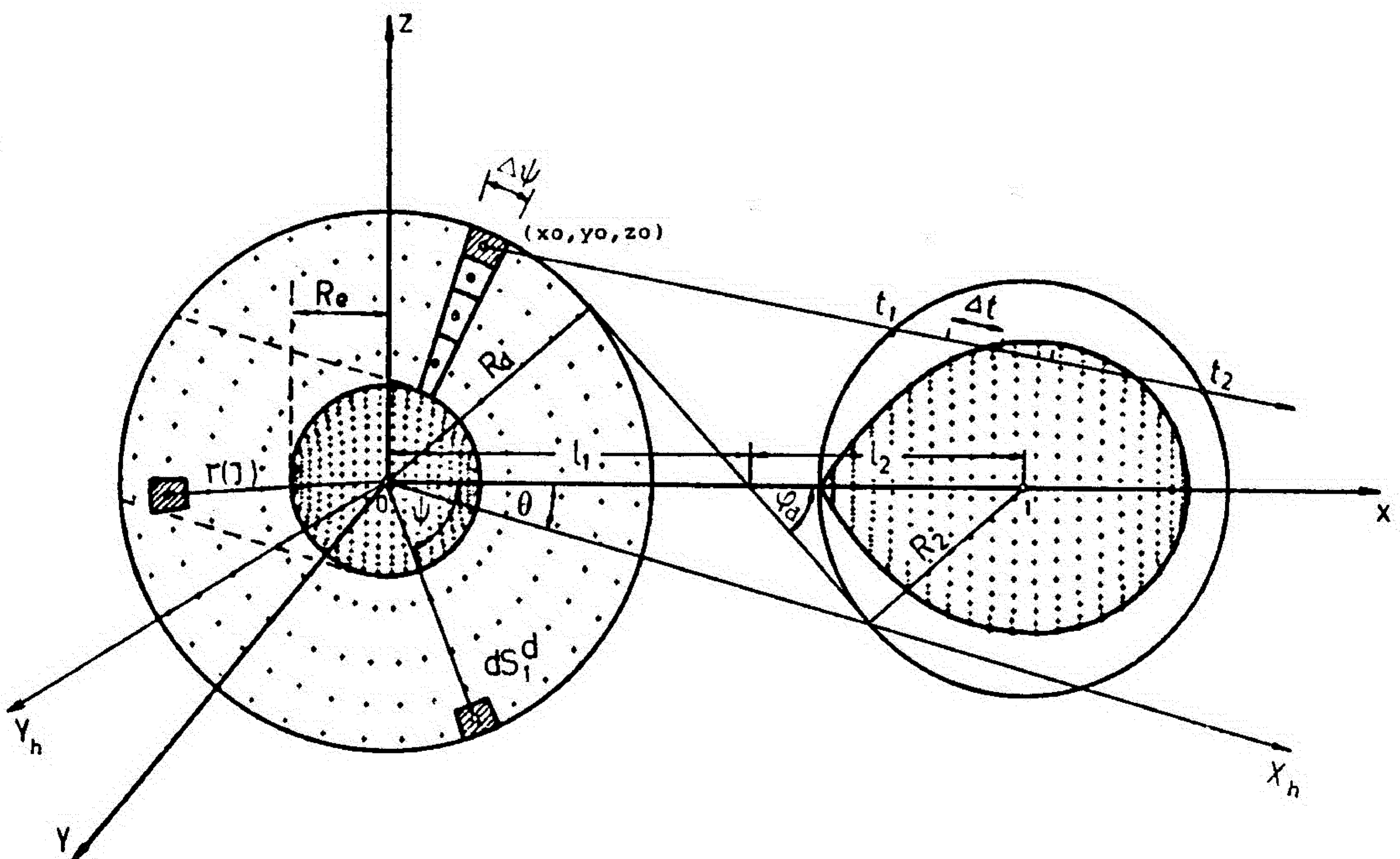
Iz praktičnih razloga i potrebe za što brzim algoritmom za sintezu krive sjaja modela, pri razbijanju diska na koncentricne prstenove, zahtevamo jednakost elementarnih površina dS_1 , bez obzira na to kom

prstenu pripadaju. To znaci da su površine svih prstenova jednake, pa iz ovog uslova za površinu elementarne ćelije dS_1 dobijamo:

$$dS_1 = \frac{d}{N_r N_\psi} \pi (R_d^2 - R_e^2) \quad , \quad (3-4)$$

gde je N_r -broj kružnih prstenova na koje smo razbili površinu diska, a N_ψ -broj segmenata koji se dobijaju podelom po uglu ψ . Za površinu elementarne ćelije na bocnoj strani diska (vidi sliku 14.) se dobija izraz:

$$dS_2 = \frac{2\pi d R d}{N_\psi} \quad . \quad (3-5)$$



Sl. 16. Model TDS sa akrecionim diskom - geometrijski prikaz provere ekranizacije zracenja diska komponentama.

Pretpostavljamo da zracenje koje potice sa elementarnih površina akrecionog diska ima plankovski karakter. Na bocnoj strani diska u zoni gde struja gasa sa sekundara pada na disk, obrazuje se "svetla pega". Položaj njenog centra u našem modelu opisuje ugao ψ_p , a razmere zadajemo preko ugla θ_p pod kojim se iz centra zvezde "vidi" pega (Slika 15.).

Neka je srednja efektivna temperatura na bocnoj strani diska T_d . Temperaturu "svetle pege" T_p vezujemo za ovu srednju temperaturu T_d parametrom A_d , koji predstavlja odnos temperature pege i srednje temperature bocne strane diska, tj.

$$T_p = A_d T_d ; \quad A_d \geq 1 \quad (3-6)$$

Ukoliko se pretpostavi konstantnost temperature duž radijusa diska, T_d predstavlja efektivnu temperaturu diska kao celine. No u našem modelu, razbijanje diska na koncentricne kruzne prstenove, omogućava da se uzme u razmatranje i raspodela temperature duž radijusa diska, pri čemu pod temperaturom neke elementarne površine dS_1 podrazumevamo temperaturu njenog centra. Zakon raspodele temperature duž radijusa diska se može uzeti iz nekog od teorijskih modela akrecionih diskova, a reper za koji se vezemo predstavlja temperatura na rubu diska. Radijuse centara elementarnih površina dS_1 nalazimo iz uslova $dS_1 = \text{const.}$, odnosno iz uslova jednakosti površina kruzni prstenova na koje smo izdelili disk, tj.

$$P = [r_{(i+1)}^2 - r_{(i)}^2] = (R_d^2 - R_e^2) / N_r = \text{const.} \quad (3-7)$$

Uvedeci smenu

$$P_0 = (R_d^2 - R_e^2) / N_r \quad (3-8)$$

iz relacije (3-7) za spoljasnji radijus $(i+1)$ -og prstena dobijamo:

$$r(i+1) = \sqrt{r^2(i) + P_0} \quad ; \quad i = 0, \dots, Nr-1 \quad . \quad (3-9)$$

Ovde indeks i ide od 0 do $Nr-1$, pri čemu $r(0) = R_e$ odgovara unutrašnjem radijusu diska. Sada se jednostavno za radijus sredine j -tog prstena ($j = 1, \dots, Nr$) dobija:

$$r(j) = [r(i+1) - r(i)]/2 \quad . \quad (3-10)$$

Znaci, ukoliko zelimo ukljuciti u razmatranje raspodelu temperature duz radijusa akrecionog diska, iz zakona raspodele treba za svako $r(j)$ skinuti odgovarajucu temperaturu $T(j)$ koja nam sada karakterise j -ti prsten. Tako model akrecionog diska aproksimiramo izotermnim koncentricnim prstenovima konstantne površine, pa svaka od elementarnih celija dS_1 , koja pripada datom prstenu, zraci isti fluks energije u pravcu normale na površinu diska paralelnu orbitalnoj ravni, tj.

$$dF_{\vec{n}_1}^d(j) = dS_1 B(\lambda', T(j)) \quad , \quad (3-11)$$

gde je $\lambda' = \lambda_{eff}$ - efektivna talasna duzina za dati filter, a $T(j)$ predstavlja temperaturu j -tog prstena.

Izlazne flukseve zracenja elementarnih celija $dS_2(R_d, \psi)$ u pravcu normale \vec{n}_2 na ove elementarne površine sa bocne strane diska (Slika 14.) nalazimo na isti nacin, ali je potrebno proveriti da li data celija pripada oblasti "svetle pege". Kako polozej pege karakterise ugao ψ_p , a dimenzije ugao θ_p , to se sa Slike 15. moze pokazati da elementarna površina $dS_2(R_d, \psi)$ pripada zoni "svetle pege", ukoliko je ispunjen uslov

$$\cos(\psi - \psi_p) > \cos \theta_p \quad , \quad (3-12)$$

pa je potrebno izvršiti korekciju njene temperature. Znaci, raspodela temperature po bocnoj strani diska je data relacijom:

$$T(Rd, \psi) = \begin{cases} T^d & ; \cos(\psi - \psi_p) \leq \cos \theta_p \\ T^d Ad & ; \cos(\psi - \psi_p) > \cos \theta_p . \end{cases} \quad (3-13)$$

U pravcu normala na ove elementarne površine, izlazni fluksevi su dati relacijom:

$$d F_{\frac{d}{n^2}}(Rd, \psi) = ds^2 B(\lambda', T(Rd, \psi)) \quad . \quad (3-14)$$

Dakle ovako pripremljen model omogućava da se dobiju izlazni fluksevi zračenja elementarnih površina komponentata i akrecionog diska u pravcu odgovarajućih normala na ove elementarne površine, što predstavlja polaznu osnovu za sintezu krive sjaja predloženog modela tesnog dvojnog sistema.

III-2. Sinteza krive sjaja TDS sa akrecionim diskom

Ukupan fluks zračenja koje stize do posmatraca od razmatranog modela tesnog dvojnog sistema, dobijamo sumiranjem izlaznih flukseva u smeru posmatraca od svih "vidljivih" elementarnih celija na koje smo razbili površine zvezda i akrecionog diska.

Da bi mogli odrediti koje od ovih elementarnih površina posmatrac "vidi" na datoj orbitalnoj fazi, uvodimo nepokretni koordinatni sistem (X_h, Y_h, Z_h) u kome mozemo u bilo kom trenutku odrediti orijentaciju i položaj modela tesnog dvojnog sistema u prostoru. Koordinatni pocetak smestamo u centar primarne komponente oko koje lezi akrecioni disk. Ose X_h i Y_h leze u orbitalnoj ravni a osa Z_h sa pravcem ka posmatracu zaklapa ugao i , gde je i - inklinacija orbite. Orbitalnu fazu karakterise orbitalni ugao θ , definisan tako da na fazi $\theta = 0$ posmatrac "vidi" kako sekundar zaklanja primarnu komponentu sa akrecionim diskom.

Smer ka posmatracu, zadajemo jedinичnim vektorom $\vec{a}_0 = (l_0, m_0, n_0)$. Na slici 14. je prikazan model sistema, pokretni koordinatni sistem (X, Y, Z) u kome smo pripremali model za sintezu krive sjaja i nepokretni koordinatni sistem (X_h, Y_h, Z_h) .

Dakle, θ predstavlja ugao koji u datom trenutku zaklapaju ose OX i OX_h . Veza ova dva koordinatna sistema, za komponente jedinичnog vektora $\vec{a}_0 = (l_0, m_0, n_0)$ u pokretnom koordinatnom sistemu (X, Y, Z) daje relacije (1-46). Za komponente vektora normala $\vec{n}_1 = (l_1, m_1, n_1)$ i $\vec{n}_2 = (l_2, m_2, n_2)$ na elementarne površine dS_1 i dS_2 akrecionog diska, u pokretnom koordinatnom sistemu (X, Y, Z) sa slike 14. dobijamo:

$$\begin{aligned} l_1 &= 0 & l_2 &= \cos \psi \\ m_1 &= 0 & m_2 &= \sin \psi \\ n_1 &= 1 & n_2 &= 0 \end{aligned} \quad ; \quad (3-15)$$

Smer ka posmatracu i normale na elementarne površine dS_1 i dS_2 zaklapaju uglove γ_1 i γ_2 , čiji su kosinusi dati skalarnim proizvodom vektora \vec{a}_0 i normala \vec{n}_1 i \vec{n}_2 , pa se iz (2-47) i (3-15) dobija:

$$\cos \gamma_1 = (\vec{a}_0, \vec{n}_1) = \begin{cases} \cos i ; & i \leq \pi/2 \\ -\cos i ; & i > \pi/2 \end{cases} \quad (3-16)$$

$$\cos \gamma_2 = (\vec{a}_0, \vec{n}_2) = \sin i \cos (\theta - \psi) .$$

Posmatrac "vidi" projekcije elementarnih površina $dS_1 \cdot \cos \gamma_1$, odnosno $dS_2 \cdot \cos \gamma_2$, pa za elementarne flukseve koje ove ćelije zrace u smeru posmatraca imamo:

$$dF_{\vec{a}_0}^1(j) = dF_{\vec{n}_1}^d(j) \cos \gamma_1 ; \quad \cos \gamma_1 > 0 \quad (3-17)$$

$$dF_{\vec{a}_0}^2(\psi) = dF_{\vec{n}_2}^d(Rd, \psi) \cos \gamma_2 ; \quad \cos \gamma_2 > 0 .$$

Uslovi $\cos \int_1^d > 0$, odnosno $\cos \int_2^d > 0$, su potrebni da bi zracenje odgovarajucih elementarnih površina akrecionog diska imalo komponentu u smeru posmatraca, ali nisu dovoljni da bi to zracenje stiglo do posmatraca s obzirom na mogucnost zaklanjanja diska (ili pojedinih njegovih delova) komponentama sistema. Znaci za elementarne celije koje na datoj orbitalnoj fazi zadovoljavaju navedene uslove treba uraditi proveru ekranizacije.

Podjimo od elementarnih celija dS_1^d koje leze na površinama akrecionog diska paralelnim orbitalnoj ravni. Sa Slike 16. se moze pokazati da primarna komponenta, oko koje lezi akrecioni disk, ne moze zaklanjati elementarne površine dS_1^d ukoliko su na datoj orbitalnoj fazi 0, ispunjeni uslovi:

$$\cos (\theta - \psi) > 0 \quad , \quad (3-18)$$

$$r(j) \sin(\theta - \psi) > 0 \quad , \quad (3-19)$$

gde je $r(j)$ -radijus sredista j -tog prstena kome pripada elementarna površina dS_1^d . Elementarne celije dS_1^d koje ne zadovoljavaju navedene uslove leze u osencenoj zoni na površini diska (Slika 16.) i za njih postoji mogucnost zaklanjanja primarnom komponentom, pa je to potrebno posebno ispitati.

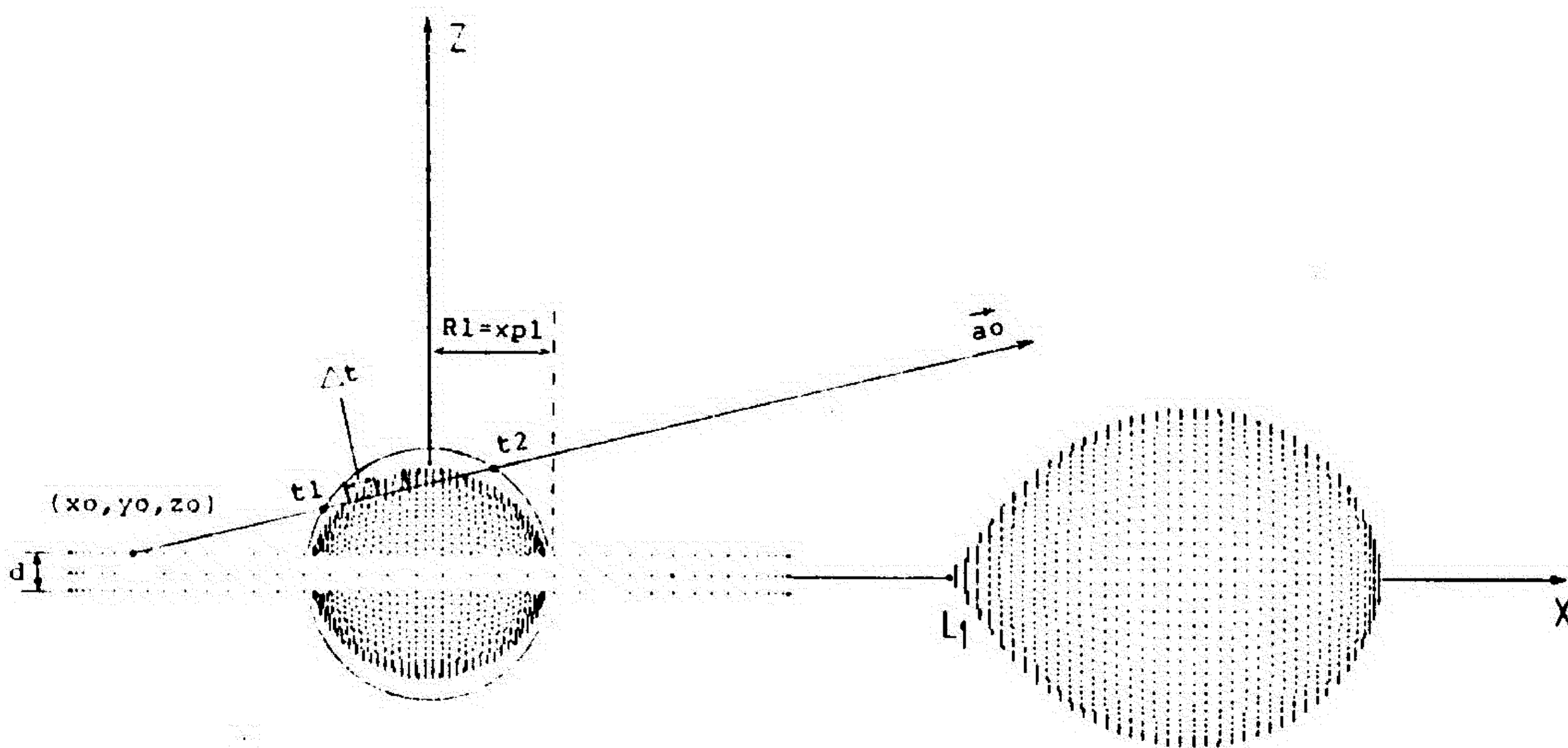
U tom cilju, iz centra elementarne celije dS_1^d sa koordinatama (x_0, y_0, z_0) povucimo pravu paralelnu vektoru $\vec{a}_0 = (l_0, m_0, n_0)$ u smeru posmatraca i ispitajmo dali ova prava sece površinu primarne komponente, sto bi odgovaralo ekranizaciji. Jednacine ove prave u parametarskom obliku su date relacijama (2-61).

Koordinate centra elementarne celije dS_1^d su date relacijama:

$$\begin{aligned} x_0 &= r(j) \cos \psi \quad , \\ y_0 &= r(j) \sin \psi \quad , \end{aligned} \quad z_0 = \begin{cases} d/2 & ; 1 < \tilde{\pi} / 2 \\ -d/2 & ; 1 > \tilde{\pi} / 2. \end{cases} \quad (3-20)$$

Metodom koju smo razradili u odeljku (II-5) prvo ispitujemo da li prava (2-61), pri $t > 0$, sece sferu radijusa $R_1 = xp_1$ koja u potpunosti obuhvata primarnu komponentu i ima sa njom dodirnu tacku u x_{p1} (Slika 17.). Presek prave (2-61) sa ovom sferom, datom jednačinom (2-68), da je kvadratnu jednačinu (2-63), čiji su koreni dati sa (2-64), pri čemu su Q i L definisani relacijama (2-69).

Ukoliko je ispunjen uslov $Q^2 - 4L > 0$, prava (2-61) koja iz centra datog elementa površine akrecionog diska dS_1 ide ka posmatracu, u intervalu (t_1, t_2) sece sferu (2-68) koja obuhvata primarnu komponentu, pa unutar ovog intervala treba ispitati da li prava sece i ekvipotencijal $C(x, y, z) = C_1$, koji opisuje površinu zvezde. Ispitivanje se obavlja metodom predloženom u odeljku (II-5.).



Sl. 17. Prikaz provere ekranizacije zracenja diska centralnom zvezdom.

Elementarne površine dS_2 sa bočne strane diska, ne mogu biti za-

klonjene primarnom komponentom. Zracenje sa ovih elementarnih celija stize do posmatraca ukoliko je ispunjen uslov (3-18) i nema zaklanjanja sekundarnom komponentom sistema.

Za elementarne celije dS_1 koje nisu zaklonjene primarnom komponentom i elementarne celije dS_2 koje zadovoljavaju uslov (3-18) je potrebno uraditi proveru ekranizacije sekundarnom komponentom sistema.

Ekranizacija zracenja celija sa akrecionog diska sekundarnom komponentom je moguca samo u odredjenom domenu faznih uglova θ , pa je u cilju realizacije optimalne metode za resavanje ovog problema korisno odrediti interval faznih uglova u kome je zaklanjanje moguće, kako bi se provera ekranizacije vrsila samo unutar ovog intervala. U tom cilju predlazemo sledeci postupak.

Kako u razmatranom modelu tesnog dvojnog sistema sekundarna komponenta popunjava kritični oval i ima priblizno sinhronu rotaciju, to maksimalno rastojanje plimski deformisane površine zvezde od njenog centra imamo u oblasti ravnotezne tacke $L_1(x_1, 0, 0)$. U ovoj tacki, tangenta na presek ovala sa orbitalnom ravni, zaklapa sa X-osom ugao φ_L (Slika 15.), dat relacijom (2-54). Akrecioni disk lezi u orbitalnoj ravni, unutar Roche-ovog ovala primarne komponente, pa se moze pokazati da je zaklanjanje diska sekundarom nemoguće pri faznim uglovima θ koji zadovoljavaju uslov

$$\cos \theta < \cos \varphi_L \quad (3-21)$$

S druge strane, akrecioni disk ne moze ekranirati elementarne površine sekundarne komponente, pri faznim uglovima θ , koji zadovoljavaju uslov

$$\cos \theta > -\cos \varphi_L \quad (3-22)$$

Ako iz centra sekundara opisemo sferu radijusa $R_2 = 1 - x_1$, gde

je x_1 -koordinata Lagrange-ove ravnotezne tacke L_1 , sekundar se u potpunosti nalazi unutar ove sfere. Ravan, normalna na orbitalnu, koja sa unutrasnjih strana istovremeno tangira ovu sferu i bocnu stranu diska (Slike 15. i 16.), obrazuje sa X-osom ugao φ_d . Sa slika se moze pokazati da je za fazne uglove θ koji zadovoljavaju uslov

$$\cos \theta < \cos \varphi_d, \quad (3-23)$$

iskljucena mogucnost zaklanjanja elementarnih površina akrecionog diska sekundarnom komponentom. Velicina $\cos \varphi_d$ je jednoznacno odredjena dimenzijama diska i sfere oko sekundara. Sa Slike 16., na osnovu teoreme o slicnosti trouglova imamo:

$$R_d / R_2 = l_1 / l_2 \implies l_1 = (R_d/R_2) l_2. \quad (3-24)$$

U modelu, rastojanje izmedju centara komponentata predstavlja jedinicu duzine, sto daje relaciju:

$$l_1 + l_2 = 1.$$

Smenjujuci ovde izraz za l_1 iz (3-24), l_2 dobijamo u obliku:

$$l_2 = R_2 / (R_d + R_2). \quad (3-25)$$

Sa Slike 16. imamo:

$$\sin \varphi_d = R_2 / l_2,$$

sto preko (3-25) i trigonometrijske veze $\sin^2 \varphi_d + \cos^2 \varphi_d = 1$, daje:

$$\cos \varphi_d = \sqrt{1 - (R_d/R_2)^2}. \quad (3-26)$$

Ukoliko je $\cos \varphi_d > \cos \varphi_L$, u (3-21) i (3-22) umesto $\cos \varphi_L$ figure rise $\cos \varphi_d$, kao strozije ogranicenje intervala faznih uglova θ pri kojima nema zaklanjanja. Ukoliko za dato θ , uslov (3-21) nije ispu-

njen, sekundarna komponenta može zaklanjati zračenje elementarnih površina akrecionog diska, pa je neophodno uraditi proveru.

Površinu sekundarne komponente opisuje ekvipotencijal $C(x,y,z) = C_2$, pri čemu se potencijal C_2 u pokretnom koordinatnom sistemu vezanom za centar primara, računa na osnovu relacije (2-66), gde je R polarni radijus sekundarne komponente. Sekundar se u potpunosti nalazi unutar sfere radijusa $R_2 = 1-x_1$ i ima sa njom dodirnu tacku u Lagrange-ovoj ravnoteznoj tacki $L_1(x_1, 0, 0)$. Jednacina ove sfere je data relacijom (2-62).

Prava (2-61), paralelna pravcu ka posmatracu, koja prolazi kroz centar (x_0, y_0, z_0) elementarne ćelije akrecionog diska, u preseku sa sferom (2-62), daje kvadratnu jednacinu (2-63), čiji su koreni dati relacijom (2-64), pri čemu su Q i L sada dati relacijama (2-65). Postupak provere ekranizacije se obavlja na način koji smo opisali u odeljku II-5. gde se razmatraju elementarne površine $dS(r, \eta, \phi)$ primarne komponente tesnog dvojnog sistema. Naravno, u slučaju akrecionog diska treba voditi računa o koordinatama centara elementarnih ćelija. U slučaju elementarnih površina dS_1 koordinate centra ćelije računamo po formula (3-20), dok za ćelije dS_2 sa bočne strane diska, za koordinate centara imamo:

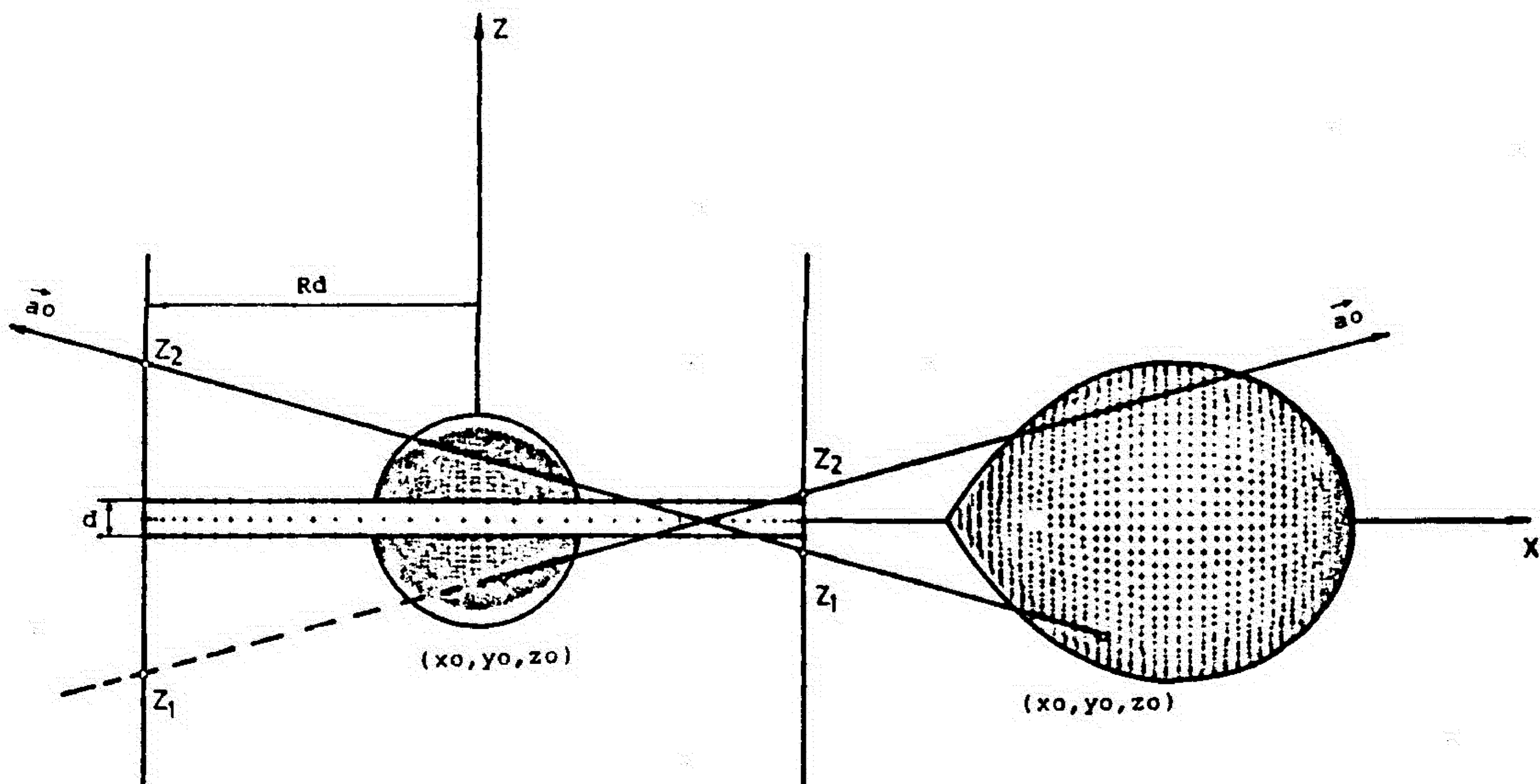
$$\begin{aligned} x_0 &= R_d \cos \psi & , \\ y_0 &= R_d \sin \psi & , \\ z_0 &= 0 & . \end{aligned} \tag{3-27}$$

Ukupan fluks zračenja, koje na datoj orbitalnoj fazi θ stize do posmatraca od akrecionog diska, dobijamo sumiranjem elementarnih flukseva neekraniranih elementarnih ćelija dS_1 i dS_2 .

Sto se tice zračenja koje potice od elementarnih površina sa komponentata sistema, izracunavanja se obavljaju na način koji smo deta-

ljno opisal u prethodnom modelu, s tim sto se ovde problem ekranizacije dodatno komplikuje usled mogucnosti zaklanjanja akrecionim diskom i drugom komponentom sistema. Zato ovaj problem moramo ponovo razmotriti. Za ispitivanje ekranizacije, predlazemo postupak kojim se prvo proveru ekranizacija diskom, a zatim za neekranirane elementarne celije $dS(r, \eta, \phi)$, vrsimo i proveru ekranizacije drugom komponentom sistema.

Elementarna površina $dS(r, \eta, \phi)$ sa neke od zvezda tesnog dvojnog sistema, na datoj orbitalnoj fazi θ zraci u smeru posmatraca ukoliko je ispunjen uslov (2-49), gde je γ ugao koji zaklapa smer ka posmatracu ($\vec{a}_0 = (l_0, m_0, n_0)$) i normala na dati element ($\vec{n} = (l, m, n)$). Izracunavanje ovih velicina smo opisali razmatrajuci prethodni model. Da bi ispitali da li ovo zracenje na putu ka posmatracu moze biti zaklonjeno akrecionim diskom, poslužit ćemo se slikom 18.



Sl. 18. Prikaz provere ekranizacije zracenja komponentata akrecionim diskom.

Neka su (x_0, y_0, z_0) koordinate centra elementarne celije $dS(r, \eta, \phi)$ sa neke od komponenata sistema. Smatramo da je elementarna površina neekranirana ukoliko je neekraniran njen centar.

U slučaju elementarnih celija sa površine primarne komponente, koordinate centra celije su date relacijama (2-59). Oko zvezde u orbitalnoj ravni leži akrecioni disk, koji polazi od same površine zvezde i ima konstantnu debljinu d . Disk zaklanja sve elementarne površine centralne zvezde za koje je ispunjen uslov:

$$|z_0| < d / 2 \quad . \quad (3-28)$$

Za preostale elementarne celije zaklanjanje diskom nije moguće ukoliko su ispunjeni uslovi:

$$\begin{aligned} z_0 >= d/2 ; i <= /2 \quad , \\ z_0 <= -d/2 ; i > /2 \quad . \end{aligned} \quad (3-29)$$

Slučajevi koji ne zadovoljavaju uslove (3-29) se posebno razmatraju. U tom cilju opisimo oko akrecionog diska cilindar radijusa R_d , čiju osu predstavlja Z-osa našeg pokretnog koordinatnog sistema. Njegova jednačina glasi

$$x^2 + y^2 = R_d^2 \quad . \quad (3-30)$$

Iz centra (x_0, y_0, z_0) elementarne površine $dS(r, \eta, \phi)$ povučimo pravu paralelnu vektoru $\vec{a}_0 = (l_0, m_0, n_0)$ u smeru posmatraca. Njene jednačine u parametarskom obliku su date sa (2-61), a presek sa cilindrom (3-30), daje kvadratnu jednačinu čiji su koreni:

$$t_{1,2} = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - B}}{C} \quad , \quad (3-31)$$

gde je:

$$\begin{aligned}
 t_{1,2} &= z_{1,2} - z_0, \\
 A &= x_0 \cos \theta + z_0 \sin \theta, \\
 B &= x_0^2 + y_0^2 - R_d^2, \\
 C &= \operatorname{tg} i.
 \end{aligned}
 \tag{3-32}$$

Presek prave (2-61) sa cilindrom (3-30) postoji ukoliko je ispunjen uslov $A^2 - B > 0$, a za Z-koordinate presečnih tacaka iz (3-32) dobijamo:

$$z_{1,2} = t_{1,2} + z_0,
 \tag{3-33}$$

Sa slike 18. se moze pokazati da akrecioni disk konacne debljine d , zaklanja zracenje razmatrane elementarne površine $dS(r, \eta, \phi)$ sa koordinatama centra (x_0, y_0, z_0) , ukoliko presečne tacke (3-33) prave (2-61) sa cilindrom (3-30) zadovoljavaju uslove:

$$z_1 < d/2 \quad ; \quad z_2 > -d/2.
 \tag{3-34}$$

U slucaju elementarnih površina sa sekundarne komponente, pri faznim uglovima θ koji zadovoljavaju uslov (3-22) ekranizacija akrecionim diskom nije moguca, a na preostalim orbitalnim fazama iz razmatranja provere ekranizacije diskom mozemo iskljuciti sve one elementarne celije koje zadovoljavaju uslove (3-29).

Ukoliko je $\cos \varphi_d$ dato sa (3-26) vece od $\cos \varphi_L$, u uslovu (3-22) umesto $\cos \varphi_L$ figurise $\cos \varphi_d$, kao strozije ogranicenje intervala faznih uglova θ pri kojima disk ne moze zakloniti zracenje elementarnih površina sa sekundarne komponente.

Za preostale elementarne celije, provera ekranizacije diskom se vrši metodom koju smo upravo opisali.

Kod elementarnih celija, koje su uspesno prosle proveru ekranizacije diskom, potrebno je uraditi i proveru ekranizacije drugom kompon-

entom tesnog dvojnog sistema. Postupak ove provere smo detaljno izložili u prethodnom modelu tesnog dvojnog sistema, pa se ovde necemo na tome zadržavati.

Za neekranirane elementarne celije komponenata se racunaju fluksevi zracenja u smeru posmatraca (2-71) (vidi odeljak II-5.), a ukupan fluks zracenja tesnog dvojnog sistema, koji na datoj orbitalnoj fazi stize do posmatraca, predstavlja zbir elementarnih flukseva "vidljivih" celija sa komponenata i akrecionog diska razmatranog modela.

Nakon sto smo za skup orbitalnih faza, na kojima nas interesuje sjaj sistema, izracunali ukupne flukseve zracenja $F(\theta)$ koji stizu do posmatraca, normiranjem u odnosu na ukupan fluks na nekoj od orbitalnih faza (recimo 0.25 ; $\theta = 90^\circ$), dobijamo sinteticu krivu sjaja modela, tj.

$$m(\theta) = -2.5 \log (F(\theta)/F(90^\circ)) \quad (3-35)$$

Oblik ovako sintetizovane krive sjaja tesnog dvojnog sistema sa akrecionim diskom u orbitalnoj ravni oko primarne komponente, zavisi od sledecih parametara:

- q - odnosa masa komponenata,
- f₁ - koeficijenta asinhronosti primara,
- S₁ - koeficijenta popunjenosti kritičnog ovala primara,
- S_d - koeficijenta razmera diska (odredjuje radijus diska)
- d - debljine diska,
- i - inklinacije orbite,
- T₁ - temperature primara,
- T₂ - temperature sekundara,

$$T(r) = f(r) T(r=R_d) \quad - \text{temperature na bocnoj strani diska } (T)$$

i zakona raspodele temperature duz radijusa diska (f(r)),

β_1, β_2 - koeficijenata gravitacionog potamnjenja komponenata,

u_1, u_2 - koeficijenata potamnjenja ka rubu,

λ' - efektivne talasne duzine koriscenog filtera pri kome su obavljena fotometrijska posmatranja (zavisi od temperature i u modelu se racuna posebno za obe komponente i akrecioni disk,

A_{11}, A_{12} - albeda komponenata.

U slucaju postojanja "svetle pege" na rubu diska, navedeni skup parametara modela se prosiruje sa jos tri parametra pege i to su:

A_d - koeficijenat temperature "svetle pege" u odnosu na srednju temperaturu na bocnoj strani diska,

ψ_p - polozajni ugao (longituda) centra pege,

θ_p - ugao "otvora" pege (karakteristicna ugaona dimenzija pege).

Predlozeni model tesnog dvojnog sistema sa akrecionim diskom je dovoljno bogat da bi obuhvatio osnovne posmatrane fenomene na krivim sjaja ovih sistema, koji su uslovljeni intenzivnom razmenom materije izmedju komponenata. Model uzima u obzir osnovne rezultate teorijskih radova, zasnovanih na gasodinamickom prilazu problemu akrecije u tesnim dvojnim sistemima. Izvesne idealizacije koje smo uveli, predstavljaju nuznost ukoliko se zeli ostvariti dovoljno brz kompjuterski program za sintezu krive sjaja na osnovu modela, a upravo ovaj zahtev predstavlja imperativ u primeni modela za interpretaciju posmatranih krivih sjaja putem resavanja odgovarajuceg obrnutog zadatka.

Kao sto smo upravo videli, oblik krive sjaja je uslovljen velikim brojem parametara modela. Interpretacija fotometrijskih posmatranja se zasniva na izboru optimalnih parametara modela koji daju najbolje slaganje posmatrane i sinteticke krive sjaja. Srecnu okolnost predstavlja to sto se jedan broj ovih parametara moze unapred odrediti nezavisnim

putem i fiksirati, a preostale parametre modela nalazimo resavanjem obrnutog zadatka za koji u ovom radu predlazemo metodu koja kombinuje najbolje osobine gradijentnog prilaza i metode diferencijalnih popravki. U sustini, predlaze se primena nelinearne metode najmanjih kvadrata, o cemu ce biti reci u narednom poglavlju rada.

Izlozeni model i metod sinteze krive sjaja tesnog dvojnog sistema sa akrecionim diskom u orbitalnoj ravni oko primarne komponente, omogucava da se relativno brzo dobije teorijska kriva sjaja sistema. To je od izuzetnog znacaja pri resavanju obrnutog zadatka, gde smo prinudjeni da se cesto obracamo osnovnom programu direktnog zadatka, koji pri unapred zadanim parametrima modela sintetizuje krivu sjaja.

Efikasnost programa je postignuta zahvaljujuci izlozenim optimalnim resenjima modela, pa umesto metode "probe i greske" (Pavlovski, Kriz, 1985) i kod predlozenog modela, koji je znatno slozeniji i bogatiji od modela nasih prethodnika, mozemo prici korektnom resavanju obrnutog zadatka interpretacije fotometrijskih posmatranja.

Model unosi znacajne novine u odnosu na postojece modele ovih sistema i u stanju je opisati i simulirati osnovne rezultate savremene "diskologije", kako se u polusaljivom tonu naziva oblast astrofizike, koja se sa posmatracke i teorijske strane problema, bavi ispitivanjem akrecije u tesnim dvojnim sistemima.

Osim programa za sintezu krive sjaja na osnovu predlozenog modela, uradjjen je i program koji crta izgled sistema na proizvoljnoj orbitalnoj fazi, a neke od slika dobijenih pomocu ovog programa smo vec videli. Program zapravo crta projekcije centara elementarnih celija modela na ravan normalnu na vizuru.

Opisivanje ovih programa bi zahtevalo prilicno prostora, pa se u to ovde necemo upustati s obzirom da smo izlozili osnovne principe na kojima se oni zasnivaju.

IV. O METODAMA ZA RESAVANJE OBRNUTOG ZADATKA INTERPRETACIJE
=====
KRIVIH SJAJA TESNIH DVOJNIH SISTEMA
=====

Izracunavanje teorijske krive sjaja pri unapred zadatim parametrima modela predstavlja direktni zadatak, a odredjivanje optimalnih vrednosti parametara koje daju minimalno odstupanje izmedju posmatrane i teorijske krive sjaja se naziva obrnutim zadatkom.

Sve veca primena savremene racunarske tehnike iz korena menja stare klasicne "tablicne" metode analize krivih sjaja tesnih dvojnih sistema. U pocetnim fazama primene racunara se islo na optimalizacije postojećih klasicnih metoda, no sa vremenom je doslo do razvoja sasvim novih pristupa u modeliranju tesnih dvojnih zvezda, sto je nametnulo potrebu za trazenjem novih metoda resavanja obrnutog zadatka. Modeli sistema se stalno uslozjavaju zahtevajuci sve vise racunarskog vremena, a porast broja slobodnih parametara koje treba odrediti iz resenja obrnutog zadatka, cini izuzetno aktuelnim problem razvoja i (ili) izbora optimalne metode za resavanje obrnutog zadatka.

Savremene metode analize krivih sjaja tesnih dvojnih sistema podrazumevaju izbor optimalnog modela sistema i odredjivanje optimalnih parametara izabranog modela koji daju teorijsku krivu sjaja koja najbolje fituje posmatranu. Uz to je potrebno proceniti i tacnost odredjivanja parametara.

Problem izbora optimalnog modela sistema se resava na osnovu preliminarnih informacija o sistemu, fizickih karakteristika komponenata, izgleda krive sjaja i iskustva posmatraca. Sa izborom modela je tesno povezan i problem procene tacnosti odredjivanja parametara sistema, mada su formalno gledano ovo medjusobno nezavisne stvari. Ignorisanje zavisnosti gresaka odredjivanja slobodnih parametara modela od aproksimativnog karaktera samog modela (sa manje ili vise srecno izabranim aproksimacijama) obicno ima za posledicu preuvelicavanje tacnosti od-

redjivanja elemenata tesnog dvojnog sistema.

U sustini se moze reci da je kriva sjaja utoliko informativnija ukoliko je model za sintezu krive sjaja srecnije izabran i ukoliko je veca tacnost fotometrijskih merenja. Prakticno je nemoguće ostvariti dovoljno generalni model koji bi u sebi ukljucivao sve moguće slucajeve koje srecemo medju tesnim dvojnim sistemima, pa se model obicno razvija za odredjeni tip tesnih dvojnih zvezda.

Modeli predlozeni u ovom radu su dovoljno generalni da obuhvate niz sistema sa aktivnim komponentama ("svetle" i tamne pege na zvezdama), klasicne tesne dvojne sisteme, kao i sistema sa akrecionim diskom.

Velik broj slobodnih parametara ovih modela, nelinearnost zadatka i medjusobna korelisanost uticaja pojedinih parametara na krivu sjaja, predstavljaju ozbiljan problem sa kojim se srecemo pri traženju metode za resavanje obrnutog zadatka. Metoda mora biti tako koncipirana da obezbedjuje konvergenciju procesa optimalizacije parametara, dovodeci sumu kvadrata odstupanja izmedju posmatrane i sinteticke krive sjaja do globalnog minimuma. Znaci, u sustini se radi o problemu m -dimenzionalne optimalizacije, gde je m -broj slobodnih parametara modela. Cak i u jednostavnijim slucajevima nelinearnih analitickih funkcija sa svega nekoliko slobodnih parametara, problem optimalizacije parametara se smatra otvorenim i ne postoji jednoznacan put za njegovo resavanje.

Za resavanje obrnutog zadatka analize krivih sjaja tesnih dvojnih sistema je predloženo vise metoda. Primena racunara je omogucila razvoj dovoljno slozenih modela tesnih dvojnih zvezda, koji omogucavaju direktnu analizu posmatranih krivih sjaja bez predhodne rektifikacije, sto povecava objektivnost resenja odgovarajuceg obrnutog zadatka. No, istovremeno se problem komplikuje zbog velikog broja slobodnih parame-

metara, pa su se istraživači tesnih dvojnih zvezda uglavnom ograničavali na ispitivanje jednostavnijih slučajeva sa regularnim krivim sjaja, kod kojih je moguće prostijim modelima sa malim brojem slobodnih parametara dobiti teorijsku krivu sjaja koja dobro fituje posmatranja.

Postojeće metode za resavanje obrnutog zadatka interpretacije posmatranih krivih sjaja tesnih dvojnih zvezda se mogu svrstati u sledeće kategorije:

- 1) Metode probe i greske
- 2) Metode minimizacije funkcionala koje ne zahtevaju izracunavanje parcijalnih izvoda krive sjaja po parametrima modela kao sto su su metod Powell-a (1964), metod Khimmelblau-a (1975), metod Lavrova (1978) i sl.
- 3) Metode procene dozvoljenih intervala, unutar kojih se na osnovu statistickih kriterijuma mogu ocekivati optimalne vrednosti parametara.
- 4) Metode diferencijalnih popravki elemenata modela

Postojeće metode imaju niz nedostataka, uslovljenih nelinearnoscu zadatka i medjusobnom korelacijom uticaja pojedinih parametara na krivu sjaja, a zahtevaju prilicno racunarsko vreme usled relativno spore i u izvesnim slucajevima nesigurne konvergencije resenja ka globalnom minimumu sume kvadrata odstupanja izmedju posmatrane i teorijske krive sjaja, tj. velicine $S = \sum (O-C)^2$.

Pri vecem broju slobodnih parametara nije iskljucena divergencija ili konvergencija ka nekom lokalnom minimumu $S = \sum (O-C)^2$, koji moze biti dovoljno daleko od globalnog. Zato se obicno postupa tako sto se prvo metodom probe i greske trazi resenje koje treba da obezbedi inicijalne parametre zadatka koji su dovoljno blizu optimalnih (mala odstupanja izmedju posmatrane i teorijske krive sjaja), a zatim se nekom od egzaktnijih metoda koriguje resenje i odredjuju definitivne vredno-

sti parametara.

Metoda probe i greske je opterecena subjektivnoscu procene dobrog slaganja posmatrane i teorijske krive sjaja i zahteva neprekidan dijalog izmedju istrazivaca i racunara, sto je praceno znatnim gubitcima racunarskog vremena. Resenje koje na kraju izaberemo kao optimalno moze u m -dimenzionalnom parametarskom prostoru predstavljati samo neko manje ili vise srecno priblizenje minimumu S . Ovu metodu ima smisla primenjivati u nedostatku druge mogucnosti, ili samo kao postupak za pribliznu procenu inicijalnih vrednosti slobodnih parametara, pri kojima je mogce obezbediti dalju konvergenciju resenja primenom neke od egzaktnijih metoda (npr. metodom diferencijalnih popravki elemenata modela).

Metode minimizacije funkcionala kao sto su metod Lavrova, metod Powell-a i metod Khimmelblau-a ima smisla primenjivati kod relativno jednostavnih modela koji omogucavaju veoma brzo resavanje direktnog zadatka. Da bi se ovim metodama resio obrnuti zadatak pri vecem broju slobodnih parametara, potrebno je izracunavati teorijsku krivu sjaja ogroman broj puta. Moze se proceniti da za nalazenje 10 slobodnih parametara modela treba nekoliko stotina hiljada puta izracunavati teorijske krive sjaja (sto zavisi i od inicijalnih vrednosti parametara), pa primena metode nalazi svoje puno opravdanje samo ukoliko je racun teorijske krive sjaja izuzetno brz, tj. ukoliko je model relativno jednostavan. Ukoliko se dodatnim nezavisnim informacijama o sistemu izvestan broj parametara moze unapred fiksirati, tako da se broj slobodnih parametara svede na 4 - 5, metode ima smisla primeniti i kod slozenijih modela.

Procena dozvoljenih intervala u kojima se po statistickim kriterijumima mogu ocekivati optimalne vrednosti parametara sistema, primenjuje se tamo gde je unapred moguće fiksirati najveći broj parametara.

tara modela na osnovu prethodnih informacija o tesnom dvojnomo sistemu, sto cesto nije slucaj. Osim toga metoda je opterecena greskama prethodne informacije i uglavnom daje grubu procenu osnovnih elemenata sistema.

Metoda diferencijalnih popravki je svojevremeno predlozena nezavisno od strane Wyse-a (1939), Kopala (1943) i Tsesevicha (1947) za utacnjavanje elemenata eklipsnih dvojnomo sistema. Kao i vecina savremenih metoda analize krivih sjaja, metod diferencijalnih popravki bazira na minimizaciji sume kvadrata odstupanja posmatranih tacaka od teorijske krive sjaja. Do skoro se smatralo da je ovaj metod pogodan samo pri završnom utacnjavanju elemenata modela, koji su prethodno odredjeni nekom drugom metodom. Ukoliko se polazne vrednosti parametara nalaze relativno daleko od konacnog resenja, metoda je uglavnom bila osudjena na neuspeh, jer se zbog nelinearnosti zadatka pojavljivala divergencija resenja.

Minimizacija $\sum (O-C)^2$ se ostvaruje preko metode najmanjih kvadrata, koja je veoma efikasna kod linearnog sistema jednacina, ali ovde imamo posla sa nelinearnim polaznim zadatkom, pa njegova linearizacija razvojem u Tejlorov red nije uvek srecno resenje. Ukoliko se nekom drugom metodom priblizimo resenju (npr. metodom probe i greske dodjemo u oblast gde je linearizacija prihvatljiva kao aproksimacija), diferencijalne popravke vode u konvergenciju. Zbog toga je metod nasao relativno široku primenu i kod slozenijih modela (Wilson i Deviney, 1971 ; Wilson, 1974, itd.).

Lavrov (1971) i jos neki autori iznose misljenje da se ovaj metod moze primeniti i kao osnovni metod za resavanje obrnutog zadatka primenom adekvatne borbe sa efektima nelinearnosti zadatka. Khaliullina i Khaliullin (1984), unoseci niz modifikacija, uspesno primenjuju ovu metodu za analizu krivih sjaja i uspevaju ostvariti konvergenciju kod

modela sa znatnim brojem slobodnih parametara. Pri tome polazne vrednosti parametara sa kojima se ulazi u obrnuti zadatak mogu biti dosta daleko od konacnog resenja. No treba reci da je korisni model relativno jednostavan i podrazumeva sferne komponente na eliptickim orbitama, sto omogucava veoma jednostavno i brzo resavanje direktnog zadatka sa dovoljnom tacnoscu. Osim toga, u ovom modelu imamo veoma slabu medjusobnu korelaciju uticaja pojedinih parametara modela na krivu sjaja, sto u slozenijim modelima uglavnom nije slucaj.

U teoriji nelinearnog ocenjivanja parametara (Bard, 1979) u poslednje vreme dolazi do razvoja novih prilaza problemu m -dimenzionalnih optimizacija parametara nelinearnih funkcija, pa je moguće potraziti srećniji prilaz problemu interpretacije krivih sjaja tesnih dvojnih sistema.

Metoda resavanja obrnutog zadatka koju predlazemo u ovom radu, bazira na sintezi metode optimizacije preko gradijenta i metode diferencijalnih popravki u jedan algoritam. Predložena metoda predstavlja kvalitativan doprinos problemu interpretacije krivih sjaja eklipsnih tesnih dvojnih sistema i ima niz znacajnih prednosti u odnosu na ranije metode.

Metoda je realizovana modifikacijama Marquardt-ovog (1963) algoritma i u sustini predstavlja iterativni proces, zasnovan na nelinearnom metodu najmanjih kvadrata, koji kombinuje najbolje osobine gradijentnog prilaza i metode diferencijalnih popravki zasnovane na Tejlorovom razvoju funkcije sa kojom se fituje posmatranje.

Predlozenom metodom se uspesno resava problem nelinearnosti zadatka i obezbedjuje veoma brza i sigurna konvergencija resenja, pri cemu se u resavanje obrnutog zadatka moze uci sa inicijalnim parametrima koji mogu biti daleko od optimalnih. Predložena metoda je primenjiva na relativno širok spektar problema m -dimenzionalnih

optimalizacija, gde se srecemo sa potrebom odredjivanja parametara nelinearnih (a i linearnih) funkcija, pri cemu, zavisno od zadatka, konkretne realizacije algoritma poseduju izvesne specificnosti. Ovde cemo izloziti osnove predlozene metode, tj. osnovne principe na kojima se gradi algoritam programa za resavanje obrnutog zadatka.

IV-1. Osnove metode za resavanje obrnutog zadatka

zasnovane na gradijent-razvoj algoritmu

Prikazani modeli tesnih dvojnih sistema omogucavaju da se pri unapred zadatim parametrima a_j ($j=1, \dots, \mu$) sintetizuje kriva sjaja:

$$m(\theta_i) = y(\theta_i, a_j) ; i=1, \dots, N,$$

gde je N - broj tacaka na krivoj sjaja, θ_i - skup orbitalnih faza na kojima sintetizujemo sjaj sistema (odgovaraju orbitalnim fazama tacaka sa posmatrane krive sjaja), a μ - predstavlja ukupan broj parametara modela. Neke od ovih parametara mozemo odrediti nezavisnim putem i unapred fiksirati, tako da sinteticcka kriva sjaja zapravo predstavlja funkciju od m slobodnih parametara modela ($m < \mu$). Interpretacija posmatrane krive sjaja tesnog dvojnog sistema $y^0(\theta_i); i=1, \dots, N$ se sastoji u nalazenju optimalnih vrednosti slobodnih parametara modela pri kojima se dobija najbolje slaganje posmatrane i sinteticke krive, tj. pri kojima se dobija minimum funkcionala:

$$S = \sum_{i=1}^N (O-C)_i^2 ; i=1, 2, \dots, N ,$$

gde smo sa O oznacili posmatrane, a sa C sinteticke vrednosti sjaja sistema na i - toj orbitalnoj fazi.

Optimalne vrednosti slobodnih parametara modela nalazimo resavajući obrnuti zadatak metodom koju zasnivamo na gradijent - razvoj algo-

ritmu, koji u sustini predstavlja iterativni metod popravki elemenata modela uz koriscenje nelinearne metode najmanjih kvadrata, realizovane modifikacijama Marquardt-ovog algoritma.

U opstem slucaju, sjaj sistema na datoj orbitalnoj fazi θ_i predstavlja nelinearnu funkciju slobodnih parametara modela, koju mozemo predstaviti relacijom:

$$m(\theta_i) = y(\theta_i, a_j) ; \quad j = 1, \dots, m ; \quad i = 1, \dots, N \quad (4-1)$$

U resavanje obrnutog zadatka ulazimo zadajuci pocetne vrednosti parametara modela (a_j), sa kojima se sintetizuje polazna kriva sjaja $y^0(\theta_i)$. Optimalnim vrednostima parametara modela odgovara neka sintetička kriva sjaja $y(\theta_i)$, koju mozemo razviti u Tejlorov red po parametrima modela, oko inicijalnih vrednosti parametara (a_j). Ukoliko se zadržimo na članovima prvog reda, ovaj razvoj se može napisati u obliku:

$$y(\theta_i) = y^0(\theta_i) + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_j} \right) \delta a_j \quad (4-2)$$

Razlike (O-C)_i između posmatrane $y^0(\theta_i)$ i sintetičke krive sjaja $y(\theta_i)$ definisane relacijom (4-2) su date izrazom:

$$(O-C)_i = y^0(\theta_i) - y(\theta_i) - \sum_{j=1}^m \left(\frac{y(\theta_i)}{a_j} \right) \delta a_j \quad (4-3)$$

Ovaj sistem uslovnih jednacina predstavlja polaznu osnovu za sastavljanje normalnih jednacina u metodi najmanjih kvadrata. Na osnovu (4-3) za sumu kvadrata odstupanja između posmatrane i sintetičke krive sjaja imamo:

$$S = \sum_{i=1}^N (O-C)_i^2 = \sum_{i=1}^N \left[y^0(\theta_i) - y(\theta_i) - \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_j} \right) \delta a_j \right]^2 \quad (4-4)$$

Ova velicina u hiperprostoru parametara modela predstavlja hiperpovršinu sa globalnim minimumom koji odgovara optimalnim vrednostima parametara modela. Dakle, na osnovu (4-4) velicinu S mozemo tretirati kao funkciju diferencijalnih popravki parametara modela δa_j . Diferencijalne popravke δa_j mozemo naci iz uslova minimuma funkcije $S(\delta a_j)$.

U skladu sa metodom najmanjih kvadrata, minimizacija S po δa_j se ostvaruje izjednacavajući parcijalne izvode $(\partial S / \partial \delta a_k)$ sa nulom, pa iz (3-4) dobijamo:

$$\frac{\partial S}{\partial \delta a_k} = - 2 \sum_{i=1}^N [y^o(\theta_i) - y_o(\theta_i) - \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_j} \right)_o \delta a_j] \left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_k} \right)_o \quad (4-5)$$

Uvodeći smene:

$$\beta_k = \sum_{i=1}^N (y^o(\theta_i) - y_o(\theta_i)) \left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_k} \right)_o \quad (4-6)$$

$$\alpha_{j,k} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_j} \right)_o \left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_k} \right)_o \quad (4-7)$$

iz (4-5) imamo sistem od m simultanih jednačina:

$$\beta_k = \sum_{j=1}^m (\delta a_j \cdot \alpha_{jk}) ; \quad k = 1, \dots, m \quad (4-8)$$

U konciznijem obliku, normalne jednačine (4-8) mozemo napisati u matricnoj formi:

$$\beta = \delta a \alpha \quad (4-9)$$

Ozbiljan problem na putu do ovog sistema normalnih jednačina predstavlja izracunavanje parcijalnih izvoda sintetizovanog sjaja sistema po parametrima modela, tj. velicina $(\partial y(\theta_i) / \partial a_j)_o$. Ovaj problem predstavlja jedno od kljucnih mesta naseg zadatka i zbog prirode modela unosi niz ozbiljnih poteskoca u realizaciji metode.

Parcijalni izvodi sintetičkog sjaja sistema na datoj orbitalnoj fazi θ_i po odvojenim parametrima modela (a_j) se računaju posebno za sve tačke krive sjaja ($i=1, \dots, N$). Analitički je nemoguće rešiti ovaj problem, a numeričko diferenciranje krije mnoge opasnosti, pogotovu ako se ima u vidu konačna gustina koordinatnih mreža, sa kojima smo u direktnom zadatku sinteze krivih sjaja razbijali površine komponenata modela na elementarne ćelije. Određene opasnosti leže u efektu nelinearnosti zadatka, ograničenoj tačnosti računavanja sintetičke krive sjaja i obliku zavisnosti sjaja sistema od pojedinih parametara modela. Zato je ovde neophodna opreznost i numerički eksperimenti kako bi se obezbedio optimalni put.

Izračunavanje izvoda metodom jednostranih razlika:

$$\left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_j} \right)_0 = \frac{y(\theta_i, a_j + \Delta a_j) - y(\theta_i, a_j)}{\Delta a_j} ; \quad \begin{array}{l} i=1, \dots, N \\ j=1, \dots, m \end{array} \quad (4-10)$$

može biti primenjeno samo uz relativno stroga ograničenja u pogledu izbora popravki Δa_j , što je uslovljeno tačnošću ulaznih podataka, tačnošću računa i oblikom zavisnosti $y(\theta_i, a_j)$ za dati parametar modela a_j . Ukoliko su parametri a_j blizu optimalnih ($S \rightarrow \min S$), izvodi računati na ovaj način mogu biti pogresni čak i u predznaku.

Deo ovih problema se uspešno otklanja prelaskom na račun izvoda preko simetričnih razlika:

$$\left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_j} \right)_0 = \frac{y(\theta_i, a_j + \Delta a_j/2) - y(\theta_i, a_j - \Delta a_j/2)}{\Delta a_j} ; \quad \begin{array}{l} i=1, \dots, N \\ j=1, \dots, m \end{array} \quad (4-11)$$

Iako ovaj postupak zahteva dvostruko više računarskog vremena (potrebno je dva puta proći kroz direktni zadatak sinteze krive sjaja modela), izvodi se tačnije računaju, što omogućava da se korektnije postavi sistem uslovnih jednačina (4-3).

Ovde je moguće znatno optimalizovati problem resavanja obrnutog zadatka, takvom organizacijom izracunavanja izvoda pri kojoj se prolazi samo kroz one delove programa za sintezu krive sjaja modela, na čije rezultate dati parametar utiče, a rezultate ostalih delova programa, koji su neophodni za sintezu krive sjaja možemo pozivati iz memorije računara. Time se postiže znatno ubrzanje računskog procesa bez gubitka u tačnosti, jer izracunavanje parcijalnih izvoda krive sjaja po parametrima modela, angazuje osnovno računarsko vreme potrebno za resavanje obrnutog zadatka.

Zbog ograničene tačnosti racuna i konačne (nedovoljne) gustine koordinatnih mreža kojima razbijamo površine komponentata sistema na elementarne ćelije, izboru popravki Δa_j koje figurisu u (4-11), je potrebno posvetiti posebnu pažnju. Optimalno rešenje se nalazi eksperimentalnim putem.

Sa ovako nadjenim parcijalnim izvodima $(\partial y(\theta_i)/\partial a_j)$ smo razvojem u Tejlorov red (4-2) linearizovali polaznu nelinearnu zavisnost sintetičkog sjaja $y(\theta_i)$ od parametara modela i izloženim postupkom dosli do relacije (4-9) čijim resavanjem se mogu naći diferencijalne popravke δa_j , koje treba da obezbede optimalizaciju polazno zadatih parametara modela (a_j) koja vodi ka minimizaciji sume S date sa (4-4).

Ukoliko bi razmatrani zadatak bio linearan od samog početka, a parcijalni izvodi (4-11) se tačno računali, rešenje sistema (4-9) bi već na prvom koraku dalo popravke (δa_j) koje inicijalno zadate parametre (a_j) prevode u optimalne, tj.

$$(a_j)_1 = (a_j)_0 + (\delta a_j)_1 \quad (4-12)$$

Na, u slučaju nelinearnog zadatka, čak i veoma male popravke δa_j nadjene iz rešenja linearizovanog sistema (4-3) mogu znatno izmeniti izvode $(\partial y(\theta_i)/\partial a_j)$. Rešenje problema se traži u iterativnom ciklusu,

gde se parametri dobijeni u L-toj iteraciji, uzimaju kao polazni za L+1-vu iteraciju. U skladu sa ovim postupkom, za sistem uslovnih jednačina (4-3) u L-toj aproksimaciji imamo:

$$\sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial y(\theta_1)}{\partial a_j} \right)_L (\delta a_j)_{L+1} = y^0(\theta_1) - y_L(\theta_1), \quad (4-13)$$

gde je $y_L(\theta_1)$ - sintetički sjaj tesnog dvojnog sistema na orbitalnoj fazi θ_1 , dobijen sa parametrima modela nadjenim u prethodnoj iteraciji. Resavajući ovaj sistem uslovnih jednačina metodom najmanjih kvadrata, nalazimo parametre modela u L+1 -oj aproksimaciji:

$$a_{j,L+1} = a_{j,L} + \delta a_{j,L+1}. \quad (4-14)$$

Nadjeno rešenje se koristi kao polazno za sledeću iteraciju i tako redom, dok se ne postigne potrebno slaganje između sintetičke i posmatrane krive sjaja, tj. minimum sume S.

Na prvi pogled sve izgleda jednostavno i može se činiti da ovako organizovan iterativni proces resava problem optimizacije. No, u slučaju nelinearnih zadataka sa kojima ovde imamo posla, se ne može unapred tvrditi da iterativni proces konvergira, a određenu opasnost predstavlja i mogućnost konvergencije ka nekom lokalnom minimumu S. Osim toga, međusobna korelisanost uticaja pojedinih parametara na oblik krive sjaja, nelinearnost polaznog zadatka i greske u racunu izvoda, dovode do ozbiljnih problema oko resavanja sistema normalnih jednačina (4-9), jer matrica sistema postaje bliska degenerisanoj i rešenje pri većem broju slobodnih parametara postaje jako nestabilno.

U krajnjem slučaju kada postoji linearna zavisnost među parcijalnim izvodima $(\partial y(\theta_1)/\partial a_j)$, matrica α se degenerise i sistem (4-9) se ne može resiti.

Deo ovih problema se da resiti matricnom faktorizacijom poznatom kao singularno razlaganje, koja moze donekle povecati stabilnost rešenja i poboljsati konvergenciju iterativnog procesa. No ovaj postupak zahteva prilicno dodatnog racunarskog vremena.

Druga mogucnost optimalizacije parametara modela bazira na razvoju suma $S(a_j)$ u Tejlorov red po parametrima modela oko inicijalnih vrednosti parametara $(a_j)_0$, pri kojima je $S = S_0$. Ovaj razvoj mozemo napisati u obliku:

$$S = S_0 + \sum_{j=1}^m \frac{S_0}{a_j} a_j, \quad (4-15)$$

gde je:

$$S_0 = \sum_{i=1}^N \{y^0(\theta_i) - y_0(\theta_i)\}^2. \quad (4-16)$$

Primenom metode najmanjih kvadrata, nalaze se optimalne popravke δa_j koje u m -dimenzionalnom prostoru parametara a_j , velicinu S vode ka minimumu. U minimumu S su ispunjeni uslovi:

$$\frac{\partial S}{\partial a_k} = \frac{\partial S_0}{\partial a_k} + \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 S_0}{\partial a_j \partial a_k} \delta a_j = 0; \quad k=1, \dots, m.$$

Procedurom slicnoj vec opisanoj, iz gornjeg sistema se dobija matricna jednacina:

$$\beta_k = \sum_{j=1}^m (\delta a_j \alpha_{jk}); \quad k=1, \dots, m$$

ili konciznije napisano:

$$\beta = \delta a \alpha, \quad (4-17)$$

gde su β_k i α_{jk} dati relacijama:

$$\beta_k = - \frac{1}{2} \frac{\partial S_0}{\partial a_k} \quad ; \quad \alpha_{jk} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S_0}{\partial a_j \partial a_k} \quad . \quad (4-18)$$

Kako je $S_0 = \sum_{i=1}^N [y^o(\theta_i) - y^o(\theta_i)]^2$, to se u razvijenom obliku za ove koeficijente dobija:

$$k = \sum_{i=1}^N [y^o(\theta_i) - y^o(\theta_i)] \left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_k} \right) \quad , \quad (4-19)$$

$$\alpha_{jk} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_j} \right) \left(\frac{\partial y(\theta_i)}{\partial a_k} \right) - [y^o(\theta_i) - y^o(\theta_i)] \left(\frac{\partial^2 y(\theta_i)}{\partial a_j \partial a_k} \right) \quad .$$

Primetimo da se koeficijenti α_{jk} razlikuju od onih datih relacijama (4-7) samo u drugom članu. Parcijalne izvode u relacijama (4-18) možemo odrediti numerickim putem preko konacnih jednostranih ili simetričnih razlika, a resavanjem sistema (4-17) se nalaze popravke parametara δa_j , koje vode ka minimumu sume S . Slicno kao i u postupku koji smo ranije opisali, može se organizovati iterativni ciklus, gde se elementi modela ciklicki popravljaju sve dok se ne nađe optimalno rešenje.

Izložene metode su od sireg znacaja za n -dimenzionalne optimalizacije parametara nelinearnih funkcija $y(x, a_j)$ kojima fitujemo neki nerenjem dobijeni materijal $y^o(x)$; $i=1, \dots, N$. Kako se one zasnivaju na linearizaciji razvojem u Tejlorov red bilo funkcije sa kojom se fituje ili sume S po slobodnim parametrima zadatka, konvergencija ka minimumu S je dosta brza ukoliko su polazni parametri modela bliski optimalnim. No, na ovakav metod se ne možemo osloniti kada je u pitanju prilaz ka minimumu iz neke tacke $S_0(a_j)$ koja se nalazi van oblasti gde je S u n -dimenzionalnom parametarskom prostoru priblizno parabolicne forme. Konkretno, ako se koristi krivina S površine kao u jednacinama (4-18)

ili (4-19), analitičko rešenje je nepouzđano kada god krivina postane negativna. Nasuprot tome optimalizacija pomoću gradijenta S je idealno prilagođena za prilaz minimumu iz daleka, ali sporo konvergira kada se nađemo u blizini minimuma. Zbog toga nam je potreban algoritam koji se ponasa kao gradijentni metod za prvi deo potrage za optimalnim parametrima, a više kao metod diferencijalnih popravki zasnovan na Tejlorovom razvoju kada smo se već primakli rešenju, tj. usli u oblast gde se linearizacija može smatrati prihvatljivom.

Marquardt je pokazao da su pravci gradijenta S i rešenja dobijenog preko razvoja u Tejlorov red, međusobno gotovo normalni i da optimalni smer koji vodi ga minimizaciji S leži negde između ova dva vektora.

Jedna od prednosti kombinovanja ove dve metode u jedan algoritam se sastoji u tome da se možemo zadovoljiti razvojem prvog reda, posto razvoj treba da vazi u blizini minimuma. Dakle drugi izvodi u jednačinama (4-19) se mogu zanemariti, pa za matricu krivine α koristimo jednostavniji izraz (4-7).

Pogodan algoritam koji kombinuje najbolje osobine optimalizacije pomoću gradijenta S sa metodom linearizacije funkcije za fitovanje se može ostvariti uvećavanjem dijagonalnih elemenata matrice α za neki faktor λ koji kontrolise interpolaciju između dva ekstrema. U osnovi ovog algoritma leži tretiranje svih krivina hiperpovrsine $S(a_j)$ kao pozitivnih, što podrazumeva prelazak od proizvoljne ka pozitivno definitnoj matrici α . Prelaz bazira na sledećoj osobini: Ako je P neka pozitivno definitna matrica, to je i $\alpha + \lambda P$ pozitivno definitna matrica pri dovoljno velikoj vrednosti λ , bez obzira na to kakva je polazna matrica α .

Marquardt je predložio da se kao P uzme dijagonalna matrica sa dijagonalnim elementima jednakim apsolutnim vrednostima dijagonalnih

elemenata matrice α .

U skladu sa ovom idejom, nas sistem normalnih jednačina (4-9) se prevodi u sistem:

$$\beta = \delta a \alpha' , \quad (4-20)$$

gde je :

$$\alpha'_{jk} = \begin{cases} \alpha_{jk} (1 + \lambda) & ; j = k \\ \alpha_{jk} & ; j \neq k \end{cases} . \quad (4-21)$$

Pri malim vrednostima faktora λ , sistem (4-20) daje resenja slicna resenjima sistema (4-9) dobijenog linearizacijom funkcije $y(\theta_1, a_j)$ razvojem u Tejlorov red, a ako je λ veliko, dijagonalni elementi matrice krivine su dominantni i matricna jednačina se degenerise u m zasebnih jednačina:

$$\beta_j \approx \lambda \delta a_j \alpha_{jj} . \quad (4-22)$$

Ove jednačine daju popravke δa_j u istom smeru kao i gradijenti β_j u jednačinama (4-19), ali su velicine popravki normalizovane pomocu α_{jj} i umanjene za faktor λ .

Ako se za α_{jj} ne koristi cela matrica krivine data sa (3-19), vec aproksimacija (4-7), α_{jj} je faktor za normalizovanje gradijenta, srazmeran standardnoj devijaciji parcijalnih izvoda $(\partial y(\theta_1) / \partial a_j)$. Zato je razumno pretpostaviti ovu aproksimaciju, kojom se izbegava racun drugih izvoda. Dominacija dijagonalnih elemenata matrice α' pri vecim λ , povecava stabilnost sistema normalnih jednačina i omogucava resenje koje vodi ka minimizaciji S bez obzira na grubost inicijalne pretpostavke o parametrima zadatka.

Popravke parametara δa , nalazimo iz (4-20) nakon inverzije matrice α' , tj:

$$\delta a = \beta (\alpha')^{-1}, \quad (3-23)$$

sto u razvijenom obliku mozemo pisati kao:

$$\delta a_j = \sum_{k=1}^m (\beta_k (\alpha'_{jk})^{-1}), \quad (3-24)$$

gde je β_k dato sa (4-19) ili (4-6).

Vrednost korekcionog faktora λ treba da bude dovoljno mala da bi se iskoristile prednosti metode diferencijalnih popravki zasnovane na Tejlorovom razvoju, ali i dovoljno velike da obezbede minimizaciju S . Kako je ovaj algoritam blizak optimalizaciji pomocu gradijenta sa malim koracima za veliko λ , to treba da postoji vrednost λ tako izabrana da je $S(a_j + \delta a_j) < S(a_j)$. Za izbor faktora λ , Marquardt je predlozio sledeci postupak:

1. Izracunati $S(a_j)$;
2. Startovati resavanje zadatka optimalizacije sa $\lambda = 0.001$;
3. Izracunati δa_j i $S(a_j + \delta a_j)$ sa ovim izborom ;
4. Ako je $S(a_j + \delta a_j) > S(a_j)$, povecati λ za faktor 10 i ponoviti operaciju 3;
5. Ako je $S(a_j + \delta a_j) < S(a_j)$, smanjiti λ za faktor 10 i uzeti $a_j' = a_j + \delta a_j$ kao novu polaznu aproksimaciju i vratiti se na operaciju 3, pri cemu sada a_j' igra ulogu a_j , a $S'(a_j)$ dato sa $S'(a_j) = S(a_j')$ predstavlja novu polaznu sumu kvadrata odstupanja izmedju merenjem dobijene i fitovane krive (u nasem slucaju posmatrane i sinteticke krive sjaja).

Dakle, elementi a_j nadjeni u 1-toj iteraciji, pri kojima se S smanjuje (zadatak konvergira) se uzimaju kao polazni za $l+1$ iteraciju.

U razmotrenom algoritmu moze biti potrebno vise puta racunati diferencijalne popravke parametara δa_j u jednoj iteraciji, pri raznim vrednostima λ . To se moze izbeci zamenom operacije 4. sledecom:

4. Interpolovanjem naci faktor ξ_L koji je dovoljno mali da obezbedi ispunjenje uslova:

$$S(a_j + \delta a_j \xi_L) < S(a_j) \quad (4-25)$$

Izlozenim algoritmom obrnutog zadatka, uspesno mozemo savladati problem nelinearnosti i odgovarajuci izbor faktora λ sigurno vodi u konvergenciju i pri grubim inicijalnim pretpostavkama o vrednostima parametara zadatka. U program se moze ugraditi i mogucnost interpolacije koja obezbedjuje ispunjenje uslova (4-25), pri cemu je zadatak interpolacionog faktora ξ_L da spreči "proskakanje" kroz optimalne vrednosti parametara. Ovaj faktor igra ulogu "usputne kontrole" duz smeru u kome osnovni algoritam ukazuje da treba ocekivati minimum hiperpovrsine S . "Proskakanje" moze biti rezultat nelinearnosti zadatka i nedovoljne tacnosti racuna parcijalnih izvoda $(\partial y(\theta_i)/\partial a_j)$.

Kako se Marquardtov algoritam preko izbora faktora λ prilagodjava zadatku resavanja sistema normalnih jednacina (4-9), balansirajuci izmedju optimalizacije pomocu gradijenta i optimalizacije preko linearizacije funkcije sa kojom se fituju posmatranja razvojem u Tejlorov red po parametrima zadatka, to njegova primena omogucava brzu konvergenciju i stabilnost resenja.

Bitno je napomenuti da se akumulacija elemenata α_{jk} i β_j vrši samo jednom po iteraciji, a promena λ menja samo dijagonalne elemente matrice α'_{jj} povecavajuci njenu uslovljenost, pa resenje postaje stabilnije, sto omogucava da se obrnuti zadatak resi i pri znatnom broju slobodnih parametara po kojima se vrši optimalizacija.

Kako je $\alpha_{jk} = \alpha_{kj}$, matrica α je simetricna sa pozitivnim dijagonalnim elementima, pa se za resavanje sistema (4-20) moze primeniti metoda Holecckog (Markover, 1956).

Metod razlaganja Holecckog je primenjiv cak i u slucaju kada nismo

sigurni u pozitivnu definitnost matrice koju razlazemo. To je omogućeno zahvaljujući Marquardt-ovom algoritmu izbora faktora λ . Naime, povećavanjem faktora λ se postize dominacija pozitivnih dijagonalnih elemenata matrice nad ostalim članovima, što omogućava resavanje sistema.

Naravno, postoje i druge mogućnosti resavanja sistema (4-20), ali smatramo da je primena razlaganja Holeckog optimalan put za datu problematiku, jer zahteva veoma malo računarskog vremena i daje stabilna rešenja.

Nesto smo se više zadržali na osnovnim principima na kojima se zasniva metoda koju predlazemo za resavanje obrnutog zadatka, zato što se predloženi postupak može dosta široko eksploatirati pri problemima m - dimenzionalnih optimalizacija po parametrima nelinearnih funkcija. Naravno, svaki konkretni zadatak zahteva određene modifikacije, ali se osnovni principi očuvavaju. U ovom radu smo dosta široko eksploatirali mogućnosti ove metode, primenjujući je na više različitih problema (fitovanje podataka polinomima, određivanje parametara diferencijalne rotacije kod zvezda tipa RS CVn, određivanje parametara tesnih dvojnih sistema na osnovu analize krivih sjaja itd.). Mogućnosti primene su zaista široke, a konkretna realizacija programa za resavanje obrnutog zadatka je utoliko jednostavnija ukoliko se parcijalni izvodi funkcije sa kojom se fituje po parametrima fita mogu analitički računati.

Sintetička kriva sjaja, koja se dobija na osnovu predloženih modela tesnih dvojnih sistema, predstavlja funkciju znatnog broja slobodnih parametara ($m \leq 13$). Broj slobodnih parametara zavisi od osobina posmatrane krive sjaja koju analiziramo i od pouzdanosti raspoloživih informacija o posmatranom tesnom dvojnem sistemu.

Ukoliko se u resavanje obrnutog zadatka istovremeno udje sa svim

slobodnim parametrima, a početne vrednosti parametara su daleko od optimalnih, konvergencija se znatno usporava. Ako se resavanje obrnutog zadatka zapocne sa malim brojem slobodnih parametara, koji dominantno uticu na oblik krive sjaja, optimalizacija se ubrzava, pa kada se vec priblizimo resenju, spisak slobodnih parametara mozemo automatski prosiriti i na parametre drugostepenog znacaja, sto omogucava dalju konvergenciju resenja. Izbor primarnih i sekundarnih parametara modela se vrši na osnovu prethodnog iskustva, a kao indikator mogu poslužiti i velicine odgovarajucih parcijalnih izvoda krive sjaja po parametrima modela.

U izlozeni algoritam metode za resavanje obrnutog zadatka je neophodno uneti modifikacije i ogranicenja uslovljena modelom tesnog dvojnog sistema na osnovu kog se racuna sinteticka kriva sjaja, a eksperimenti pokazuju da je korisno uvesti i ogranicenja vezana za velicinu popravki δa_j . Kao maksimalno dozvoljenu popravku za jednu iteraciju u principu uzimamo deseti deo vrednosti parametra a_j iz prethodne iteracije, no kod pojedinih parametara ova ogranicenja je podesnije zadati na drugaciji nacin. I na vrednosti parametara nadjene na nekoj od usputnih iteracija
$$[(a_j)_{l+1} = (a_j)_l + (\delta a_j)_{l+1}]$$
 je u nekim slucajevima potrebno postaviti ogranicenja, kako bi se sacuvao fizicki smisao modela (npr. koeficijenti popunjenosti kritичnih ovala ne smeju biti veci od 1 ili npr. u modelu sa akrecionom diskom, radijus diska ne sme preci granicu odgovarajuceg Roche-ovog ovala itd.).

Greske odredjivanja parametara modela se u izlozenoj metodi za resavanje obrnutog zadatka dobijaju kao usputni rezultat iz metode najmanjih kvadrata i karakterisu tacnost metode a ne i realnu gresku sa kojom odredjujemo parametre posmatranog tesnog dvojnog sistema, jer model predstavlja vise ili manje srecnu aproksimaciju realnog sistema, ciju krivu sjaja interpretiramo.

V. ANALIZA KRIVIH SJAJA TESNIH DVOJNIH SISTEMA METODOM
=====

OBRNUTOG ZADATKA

=====

V-1. Realizacija i testiranje metode obrnutog zadatka za

predložene modele TDS

Kako bi se proverila efikasnost i pouzdanost predložene metode za resavanje obrnutog zadatka, kojom na osnovu posmatranih krivih sjaja određujemo parametre eklipsnih tesnih dvojnih zvezda, izvršen je veći broj numerickih eksperimenata u kojima se sintetička kriva, dobijena pri unapred zadatim parametrima modela, tretira kao posmatrana. Zatim se resavanjem obrnutog zadatka, polazeći od manje-vise proizvoljno zadatih inicijalnih vrednosti parametara modela traži optimalno resanje.

Koriscenje teorijske krive sjaja u svojstvu posmatrane (sa ciljem provere predložene metode) ima tu prednost što unapred znamo resenje. Ukoliko nas metod obrnutog zadatka (u okviru tacnosti izracunavanja) dovodi do ovog resenja, algoritam se moze smatrati korektnim i primenljivim za izucavanje tesnih dvojnih zvezda na osnovu posmatranih krivih sjaja. Osim toga, ovakav postupak provere metode omogucava optimalan izbor faktora od kojih zavisi brzina i kvalitet konvergencije resenja, koje treba da nas dovede do globalnog minimuma sume kvadrata odstupanja izmedju posmatrane i sinteticke krive sjaja.

Jedan broj parametara modela se moze unapred fiksirati na osnovu raspolozivih podataka o sistemu do kojih smo dosli nezavisnim putem ili na osnovu teorijskih razmatranja, a neke parametre nalazimo usputnim izracunavanjima u toku rada kompjuterskog programa koji predstavlja realizaciju predložene metode obrnutog zadatka. Preostali skup slobodnih parametara po kojima treba resavati obrnuti zadatak, zavisi od konkretnog slucaja i u principu moze biti razlicit. Pozeljno je da broj slobodnih parametara svedemo ispod 10, mada smo u nekim slucaje-

vima, kod sistema sa pegama na komponentama, obrnuti zadatak sasvim uspesno resavali i pri 13 slobodnih parametara.

Kao prvo, razmotrimo problem ispitivanja tesnih dvojnih sistema sa pegama na komponentama. Zavisno od kvantiteta i kvaliteta prethodnih informacija o konkretnom tesnom dvojnem sistemu, koncepcija programa za resavanje obrnutog zadatka moze biti donekle razlicita. Realizovano je par osnovnih varijanti, koje unutar sebe sadrze izvesne podslucajeve.

U slucaju modela sa dve tamne pege na komponentama, osnovna, najstare eksploatisana varijanta programa za resavanje obrnutog zadatka moze imati do 13 slobodnih parametara i to su odnos masa komponenata, koeficijenti popunjenosti kritичnih ovala, inklinacija orbite, temperatura sekundarne komponente, ugaone dimenzije, longitude i latitude pega i najzad, albeda komponenata.

U slucaju tamnih pega, koeficijenti A_p , koji odredjuju temperaturu pege u odnosu na temperaturu okolne fotosfere, se obicno unapred fiksiraju, a njihova vrednost se procenjuje na osnovu analogije sa pegama na Suncu i rezultata do kojih se doslo u izucavanju pega na zvezdama tipa RS CVn. Zavisno od temperature zvezde na kojoj se pege nalaze, A_p se zadaje u intervalu (0.7-0.9). U principu i ove koeficijente mozemo teretirati kao slobodne parametre obrnutog zadatka. To je narocito vazno u slucaju "svetlih pega", gde je tesko unapred uvesti realnu hipotezu s obzirom da temperatura ovih oblasti zavisi od intenziteta gasnih struja u sistemu, koje i dovode do obrazovanja ovih pega. Zato je mogucnost odredjivanja temperature pega iz resenja obrnutog zadatka realizovana posebnom varijantom osnovnog programa.

Ukoliko na osnovu analize krive radijalnih brzina, mozemo unapred odrediti odnos masa komponenata, zadatak se pojednostavljuje, ne samo zbog smanjenja broja slobodnih parametara, vec i zbog problematичnog

odredjivanja ovog parametra na osnovu analize krive sjaja. Naime, ukoliko ni jedna od komponenata sistema ne popunjava Roche-ov oval, prisutna je dosta jaka korelacija uticaja na krivu sjaja izmedju odnosa masa komponenata i koeficijenata popunjenosti Roche-ovih ovala, jer sva tri parametra menjaju oblik i dimenzije komponenata modela, pa nije iskljucena viseznacnost resenja. Zato se resavanje zadatka pocinje sa fiksnim odnosom masa, koji se kasnije, automatski moze ukljuciti u spisak slobodnih parametara zadatka, dajuci potrebne korekcije vec nadjelog pribliznog resenja.

Krive radijalnih brzina iz kojih se odredjuje odnos masa komponenata, mogu biti opterecene uticajem gasnih struja u sistemu, sto moze dati pogresnu procenu ovog parametra, pa se njegovo popravljjanje preko analize krivih sjaja, metodom ovako koncipiranog obrnutog zadatka cinii opravdanim. Cesto mi i nemamo na raspolaganju druge mogucnosti, jer solidno odredjene krive radijalnih brzina postoje za relativno mali broj tesnih dvojnih zvezda.

U slucaju kada ne raspolazemo koliko-toliko pouzdano procenom odnosa masa komponenata, mozemo na pocetnim iteracijama fiksirati jedan od koeficijenata popunjenosti Roche-ovog ovala, a odnos masa tretirati kao slobodan parametar od samog pocetka resavanja obrnutog zadatka. Kada je vec postignuta solidna konvergencija resenja, fiksni koeficijent popunjenosti Roche-ovog ovala se automatski moze prevesti u spisak slobodnih parametara, sto omogucava dalju konvergenciju. Postupak ubrzava konvergenciju, jer inicijalna vrednost odnosa masa moze biti daleko od optimalne, pa je dobro da se na pocetnim iteracijama (kada radimo sa manjim brojem slobodnih parametara) priblizimo resenju. Izbor koeficijenata popunjenosti Roche-ovog ovala koji u pocetku iterativnog ciklusa fiksiramo, vrsi se na osnovu oblika posmatrane krive sjaja i prethodnog iskustva istrazivaca.

I u jednom i u drugom slučaju, cilj je izbesci lokalne minimume u pocetku iteracija, u koje bi nas mogla odvesti navedena korelacija.

Testiranje predložene metode obrnutog zadatka je obavljeno na sledeci način. Zadajući parametre modela, iz direktnog zadatka dobijamo sintetičku krivu sjaja, koju zapisujemo u fajl OLC i dalje koristimo kao posmatranu krivu sjajas, sa kojom se ulazi u obrnuti zadatak. U ovom fajlu (vidi Tablicu 3.), prvi red podataka predstavlja ukupan broj tacaka na krivoj sjaja, tacku u odnosu na koju se vrši normiranje krive sjaja (obicno odgovara orbitalnoj fazi 0.25), a poslednji broj predstavlja indikator filtera sa kojim su obavljena posmatranja (tj. sa kojim je sintetizovana kriva sjaja, koju pri testiranju metode tretiramo kao posmatranu). Indikator 1 oznacava U-filter, 2 B-filter, a 3 V-filter standardnog U B V fotometrijskog sistema. Naravno, program se jednostavno moze prilagoditi i nekom drugom fotometrijskom sistemu ukoliko znamo propusnu moc filtera u funkciji talasne duzine.

Dalje se u fajlu OLC redjaju orbitalne faze i normirane magnitude krive sjaja.

Parametri modela sa kojima se kreće u resavanje obrnutog zadatka su dati fajlom PQA. Prvi red fajla sadrzi odnos masa komponenata, koeficijente popunjenosti Roche-ovih ovala, inklinaciju orbite i nekoliko korekcionih faktora cijim izborom obezbedjujemo optimalno izracunavanje parcijalnih izvoda krive sjaja po odvojenim slobodnim parametrima modela. Ovi faktori na direktan ili indirektan način odredjuju velicinu popravki Δa_j u izrazima (4-11).

Sledeci red fajla sadrzi temperaturu primarne komponente, inicijalnu vrednost temperature sekundarne komponente, albeda i koeficijente gravitacionog potamnjenja komponenata.

U narednom redu, prve dve cifre predstavljaju indikaciju postojanja pega na komponentama (npr. 20 oznacava da na primaru imamo dve pe-

ge, dok je sekundar bez pega, a recimo 01 oznacava postojanje jedne pege na sekundaru, dok je primar bez pega). Moguce su razne kombinacije, pri cemu treba primetiti da indikacija 00 svodi nas model sa pegama na model kojim se mogu interpretirati "klasicni" tesni dvojni sistemi.

Naredna brojka indicira da li albeda komponenata tretiramo kao slobodne (1) ili fiksne (0) parametre modela, a poslednji podatak u redu predstavlja ukupan broj slobodnih parametara.

Sledeci red fajla PQA daje informaciju o broju slobodnih parametara sa kojima zapocinjemo resavanje obrnutog zadatka i gustini koordinatne mreze kojom u sfernom koordinatnom sistemu površine komponenata razbijamo na elementarne celije (npr. 54 oznacava 54 podele po ϕ i 27 podela po η sto daje $54 \cdot 27 = 1458$ elementarnih celija po komponenti modela). Poslednja brojka u ovom redu predstavlja zahtevanu tacnost odredjivanja radijusvektora elementarnih celija (u jedinicama rastojanja izmedju komponenata).

Ukoliko na komponentama nema pega (indikacija 00), poslednja dva reda fajla PQA nemaju nikakvog znacaja, a ukoliko pege postoje, ove brojke oznacavaju koeficijent temperature (A_p), uglovne dimenzije (O_p), longitudu (λ_p) i latitudu (β_p) pege. Ukoliko se na zvezdi nalaze dve pege, prvi red se odnosi na pegu 1, a drugi na pegu 2.

Pegu karakterisu tri slobodna parametra koji opisuju njene dimenzije i polozej na zvezdi, a u slucaju ako i temperaturu pege (preko A_p) tretirama kao slobodni parametar, imamo cetiri parametra za svaku pegu, pa je ocigledno da se zbog ionako velikog broja slobodnih parametara u obrnutom zadatku ne sme dozvoliti razmatranje modela sa vise od dve pege.

Sa ovako pripremljenim ulazom (OLC i PQA), startujemo program za resavanje obrnutog zadatka i na izlazu iz programa se u fajlu REZ za-

pisuju rezultati optimalizacije slobodnih parametara obrnutog zadatka.

Resavanje obrnutog zadatka se obicno pocinje sa malim brojem slobodnih parametara, pa kada se stigne u fazu neznatnih promena sume kvadrata odstupanja izmedju posmatrane i sinteticke krive sjaja, tj. velicine $S = \sum (O-C)^2$, spisak slobodnih parametara se automatski proširuje i konvergencija se nastavlja. Nakon sto se ukljuci potpun skup slobodnih parametara, kada stignemo u oblast neznatnih promena sume S , program su za izlazak iz iterativnog ciklusa ugradjeni odgovarajuci kriterijumi.

U fajl REZ se zapisuje konacna vrednost $S = \sum (O-C)^2$, optimalne vrednosti slobodnih parametara modela i greske njihovog odredjivanja koje slede iz metode najmanjih kvadrata. Mogu se stampati i rezultati svih usputnih iteracija, tako da se moze pratiti konvergencija.

Osim fajla rezultata (REZ), u toku rada programa obrnutog zadatka, cilju graficke ilustracije u posebne fajlove zapisujemo posmatranu krivu sjaja (LCO), polaznu sinteticcku krivu (LCP), pocetnu (O-P) i konacnu (O-C) razliku izmedju posmatrane i sinteticke krive sjaja i najblad konacnu sinteticcku krivu sjaja (LCC) koja je kao i (O-C) dobijena pri optimalnim parametrima modela, cije smo vrednosti nasli resavanjem obrnutog zadatka.

Fajlovi LCP i O-P nemaju nekog posebnog znacaja i sluze samo da pokazu do koje je mere bila gruba inicijalna pretpostavka o parametrima modela sa kojom smo usli u program za resavanje obrnutog zadatka. Fajlovi LCO, LCC i O-C omogucavaju da se graficki prikaze kvalitet nastojenog resenja.

Na osnovu podataka zapisanih u ovim fajlovima, preko odgovarajuce programske podrške koju smo razvili, mozemo graficki ilustrovati resenje obrnutog zadatka.

Pogledajmo sada rezultate jednog od numerickih testova metode obr-

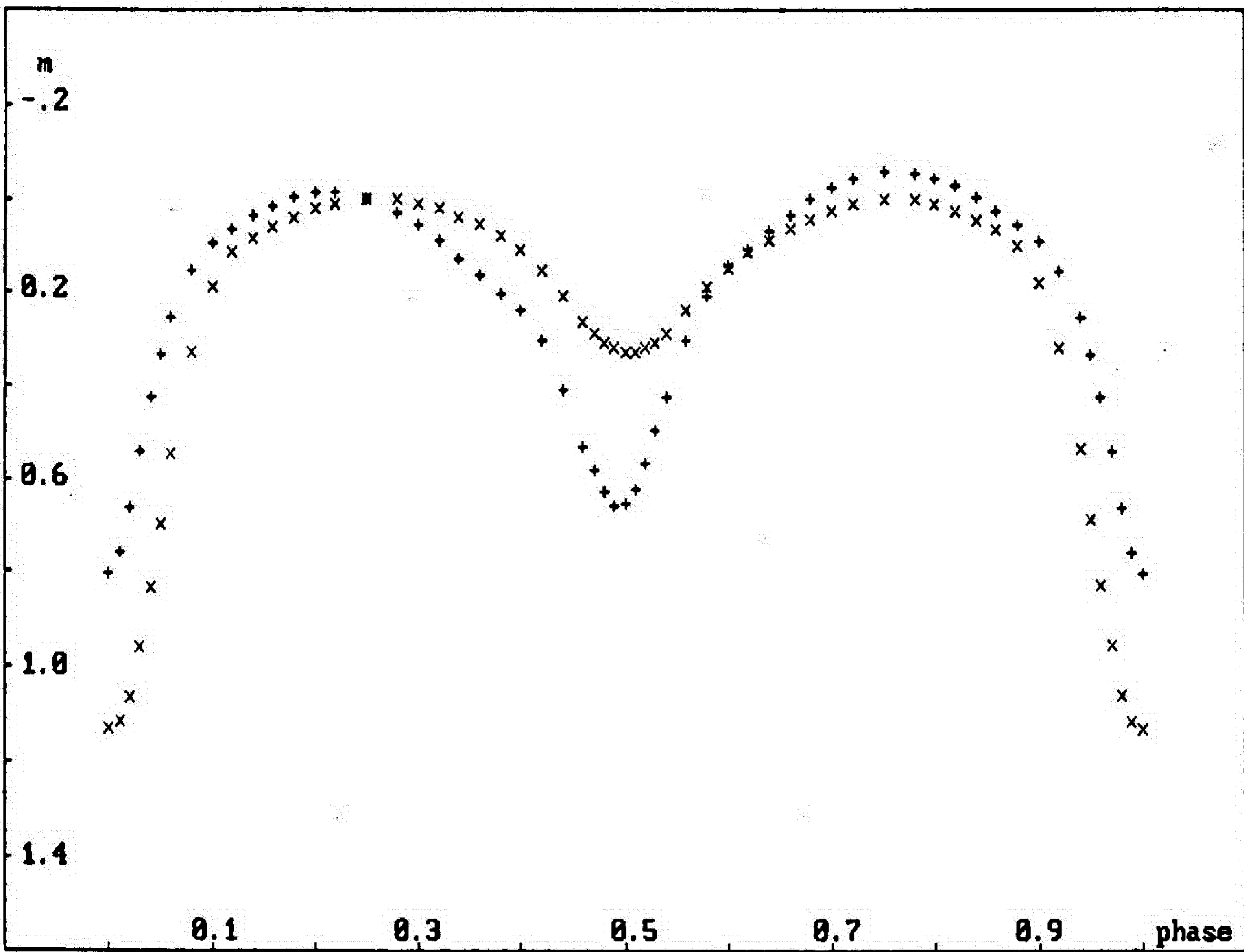
nutog zadatka u kome se sintetička kriva sjaja, dobijena pri unapred zadatim parametrima modela, u cilju provere metode koristi u svojstvu posmatrane krive.

Kao što smo već ranije istakli, kao ulaz u program za resavanje obrnutog zadatka imamo fajlove OLC i PQA, a kao izlaz LCO, REZ, LCP, O-P, O-C i LCC, na osnovu kojih ćemo ovde na ocigledan način grafički prikazati rezultate testiranja predložene metode.

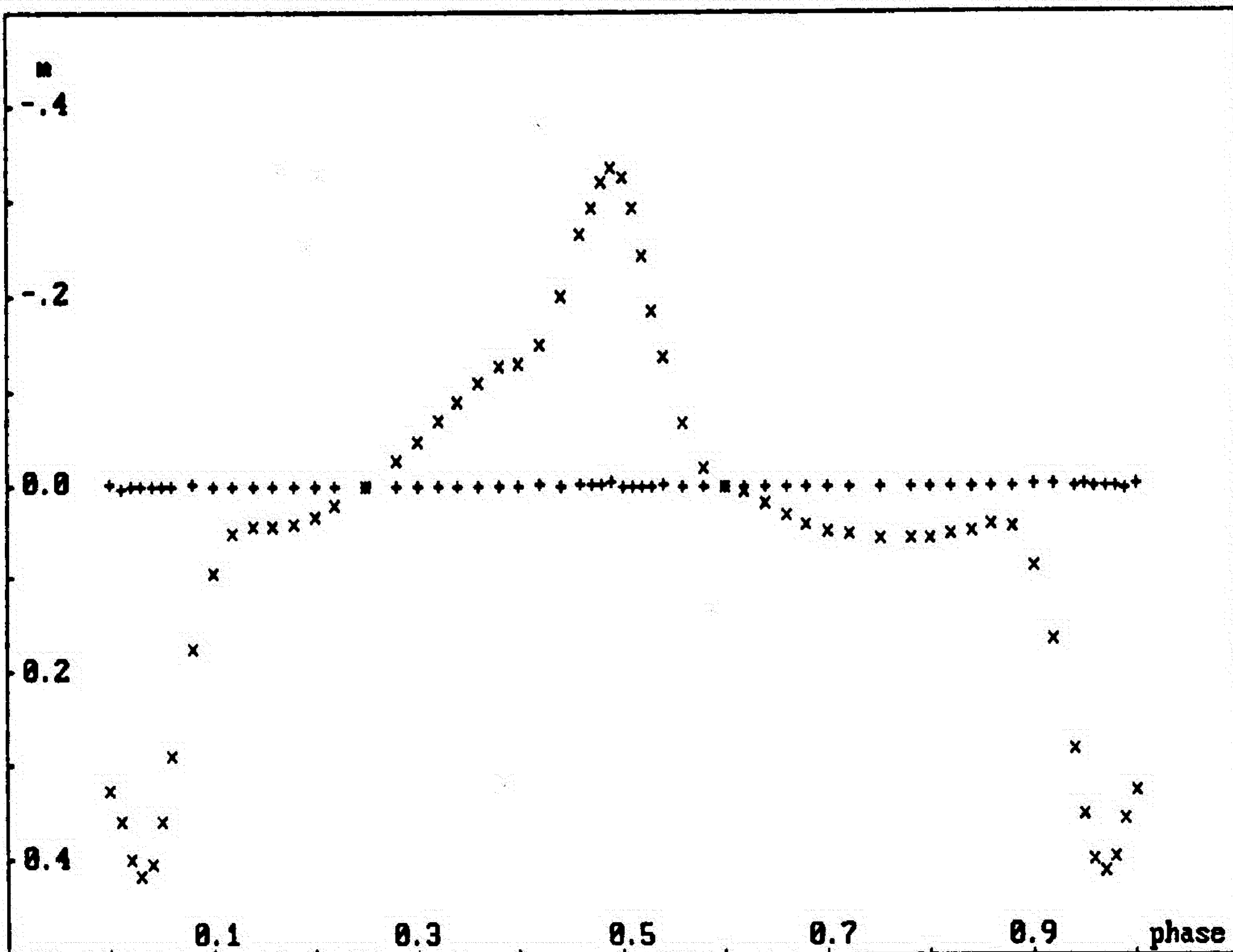
Tablica 3. sadrži ulaz (OLC i PQA) i izlaz (REZ) programa za resavanje obrnutog zadatka. Pogledajmo sada grafičku ilustraciju rezultata rada metode.

Na slici 19. je simbolom (+) predstavljena posmatrana kriva sjaja (LCO), a simbolom (x) polazna sintetička kriva (LCP). Kao što se vidi, inicijalno O-C je jako veliko, tj. parametri sa kojima smo usli u resavanje obrnutog zadatka su daleko od optimalnih. Da bi ovu tvrdnju učinili ociglednijom, na slici 20. smo simbolom (x) nacrtali inicijalno O-C (na osnovu fajla O-P), a simbolom (+) konačno O-C, kada su iz rešenja obrnutog zadatka već određeni optimalni parametri modela. Kvalitet fita posmatrane krive sjaja sintetičkom krivom, koja se dobija pri optimalnim parametrima modela, nadjenim iz rešenja obrnutog zadatka se može videti sa slike 21., gde su posmatrana (+) i sintetička kriva sjaja (x) nacrtane jedna preko druge, tako da se na orbitalnim fazama gde imamo idealno poklapanje, kao simbol dobija (x).

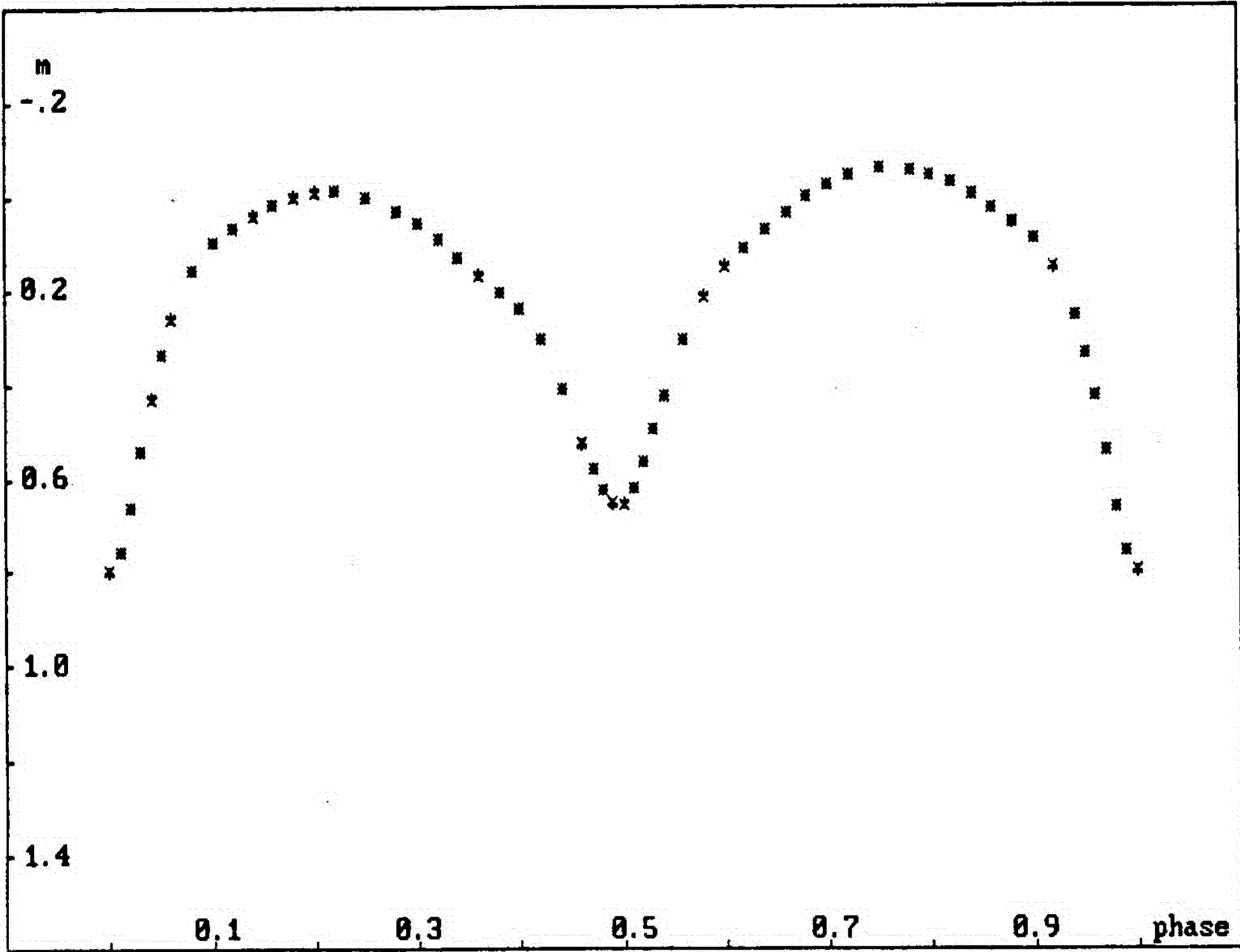
Najzad, na slici 22. je prikazan izgled analiziranog tesnog dvojnog sistema na orbitalnoj fazi 0.30, koji se dobija ako sa parametrima, nadjenim resavanjem obrnutog zadatka, udjemo u program koji smo razvili za crtanje "vidljivih" projekcija komponenata sistema na ravan normalnu na vizuru. Na ovoj slici, krstici predstavljaju centre elementarnih ćelija, a tacke - centre onih ćelija koje se nalaze u oblasti pege.



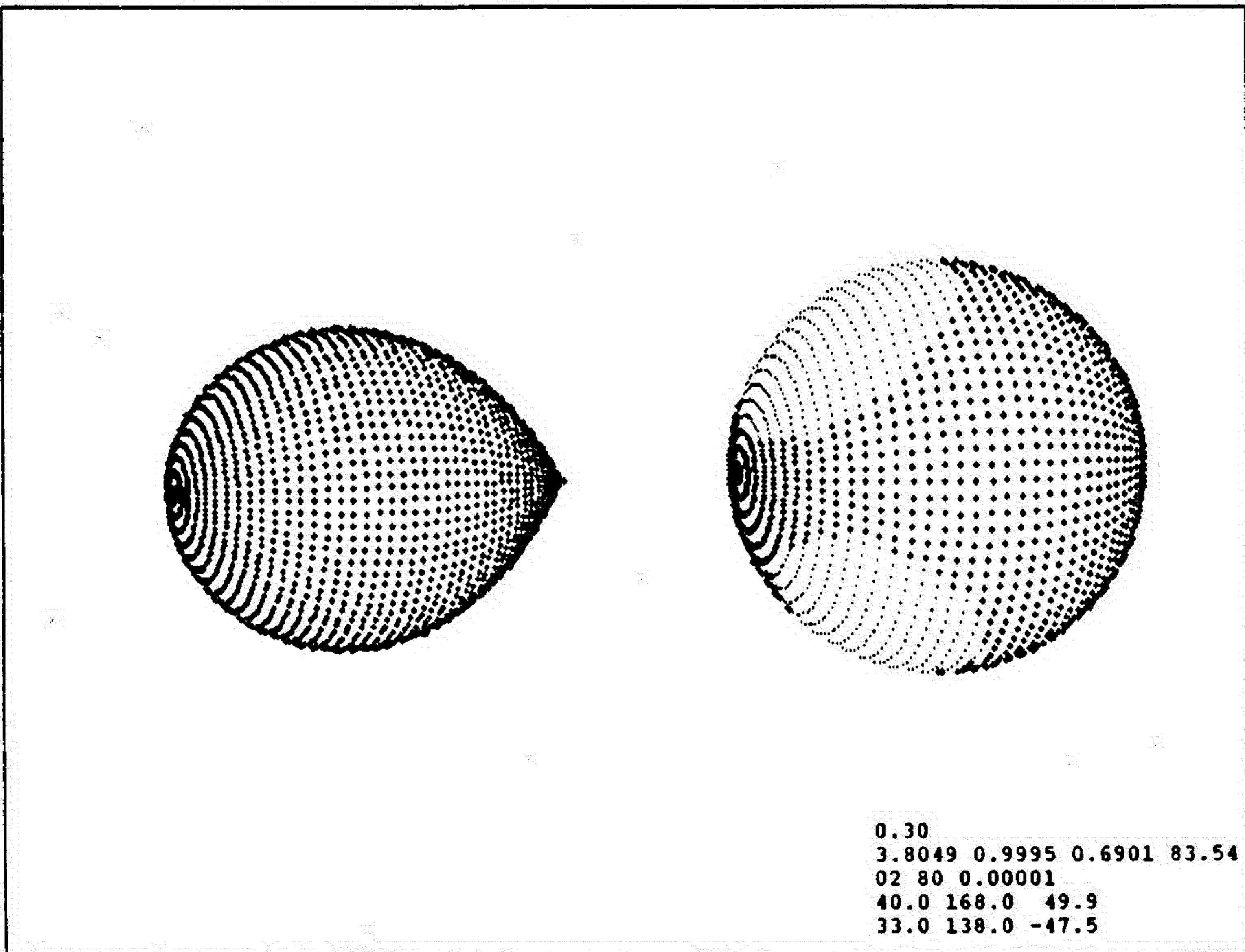
Sl. 19. "Posmatrana" (+) i polazna (x) sintetička kriva sjaja pri resavanju obrnutog zadatka.



Sl. 20. Polazno (x) i konacno (+) O-C pri resavanju obrnutog zadatka.



Sl. 21. "Posmatrana" (+) i konacna (x) sinteticka kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 22. Izgled TDS na orbitalnoj fazi 0.30 sa parametrima dobijenim resavanjem obrnutog zadatka.

U toku provera i optimalizacija metode, uradjen je prilican broj ovakvih numerickih testova, pri cemu su se analizirale krive sjaja dobijene pri razlicitim kombinacijama parametara modela, a u resavanje zadatka se polazilo od razlicitih inicijalnih aproksimacija. Testiranja metode opisanim postupkom pokazuju sledece:

1. Konvergencija iterativnog procesa minimizacije $S = \sum (O-C)^2$ je obezbedjena bez obzira na grubost polazne aproksimacije, kojom zadajemo inicijalne vrednosti slobodnih parametara zadatka.
2. Dodavanje "belog suma" ne kviri konvergenciju.
3. Odredjivanje odnosa masa komponenata je donekle problematino, a u slucaju potrebe za njegovim odredjivanjem iz analize krive sjaja, korisno se pridrzavati ranije opisanog postupka.
4. Albeda komponenata slabo uticu na krivu sjaja, pa ima smisla fiksirati ove parametre na vrednosti 0.5, kao sto sledi iz predlozenog modela za racun efekta refleksije u sistemu. U završnim fazama iterativnog procesa optimalizacije, ove koeficijente mozemo automatski prevesti u spisak slobodnih parametara, sto omogucava fine korekcije resenja.
5. Potreban broj iteracija zavisi od broja slobodnih parametara i grubosti inicijalne aproksimacije. Pri 10 slobodnih parametara i ne suvise gruboj polaznoj aproksimaciji, u 10 - 15 iteracija nasa metoda uspesno resava obrnuti zadatak. Ukoliko su inicijalne vrednosti parametara dosta daleko od optimalnih, broj potrebnih iteracija raste na 20-25. Ukoliko se ne odredjuje odnos masa komponenata, potreban je manji broj iteracija, a ukoliko razmatramo slucaj bez pega, metoda veoma brzo nalazi resenje.
6. Iz polozaia depresije na krivoj sjaja, izazvane pegama se moze u vecini slucajeva naci dovoljno dobra inicijalna pretpostavka o longitudama pega, sto smanjuje broj potrebnih iteracija. Ako

se maksimalna depresija nalazi na orbitalnoj fazi F_m , za inicijalnu vrednost longitude pege treba uzeti:

$$\lambda_p = 180^\circ - F_m * 360^\circ ; F_m (0,1) \quad (5-1)$$

7. Tacnost metode se povecava sa porastom broja elementarnih celija na koje razbijamo površine komponenata modela, jer se sintetička kriva sjaja i njeni parcijalni izvodi po parametrima modela tacnije racunaju. To smanjuje broj potrebnih iteracija, ali se povecava racunarsko vreme potrebno za jednu iteraciju. Ovde do punog izrazaja dolaze sve one optimizacije koje smo ugradili u direktni zadatak (u cilju sto brze sinteze krive sjaja modela) i u metod obrnutog zadatka (izracunati parcijalne izvode krive sjaja po slobodnim parametrima modela pri minimalnom prolasku kroz program za resavanje direktnog zadatka), jer upravo sinteza krive sjaja angazuje najveći deo racunarskog vremena potrebnog za resavanje obrnutog zadatka.

Optimalnom gustinom koordinatnih mreza kojima površine komponenata razbijamo na elementarne celije, smatramo $40*80$ (podele po η i ϕ), sto daje 3200 elementarnih površina po komponenti modela.

Mogucnosti koriscenog racunara (personalni racunar OLIVETI M24 sa 256 KB memorijskog prostora) u PROFESIONALNOM FORTRANU, pri resavanju obrnutog zadatka dozvoljavaju gustinu mreza do $27*54$, sto u srednjem angazuje 5 - 15 sati efektivnog racunarskog vremena za analizu krive sjaja pri odsustvu solidne inicijalne aproksimacije.

Predložena metoda za resavanje obrnutog zadatka je u obliku kompjuterskog programa realizovana i za model tesnog dvojnog sistema sa akrecionim diskom oko jedne od komponenata, pa pre nego predjemo na analizu konkretnih fotometrijskih posmatranja, upoznacemo se sa rezultatima testiranja i osnovnim osobinama metode obrnutog zadatka razvijene za analizu krivih sjaja ovih neobicnih tesnih dvojnih sistema.

Testiranje metode je obavljeno na već opisan način. Sintetička kriva sjaja, koju preko programa za resavanje direktnog zadatka dobijamo iz modela sistema pri unapred zadatim parametrima, zapisuje se u fajl OLC, a zatim u cilju provere metode obrnutog zadatka, ovako dobijenu krivu sjaja koristimo u svojstvu posmatrane. Struktura fajla OLC je ista kao i u prethodnom slučaju. Kao drugi ulaz u program za resavanje obrnutog zadatka služi fajl DQO u kome dajemo fiksne parametre modela i inicijalne vrednosti slobodnih parametara.

Prvi red fajla DQO (vidi Tablicu 4.) sadrži koeficijent asinhronosti primarne komponente oko koje leži akrecioni disk, odnos masa komponentata, koeficijent popunjenosti kritičnog ovala primarne komponente, inklinaciju orbite i niz korekcionih faktora, čijim izborom obezbeđujemo optimalno izračunavanje parcijalnih izvoda krive sjaja po slobodnim parametrima modela.

Sledeći red fajla sadrži temperaturu primarne komponente, temperaturu sekundarne komponente, temperaturu akrecionog diska, koeficijente gravitacionog potamnjenja komponentata i koeficijent temperature "svetle pege" na rubu diska.

U narednom redu su dati koeficijent radijusa diska, debljina diska, ugao dimenzije i longituda ($\lambda_p = \psi_p$) "svetle pege".

Poslednji red fajla DQO daje ukupan broj slobodnih parametara, polazni broj slobodnih parametara sa kojim se zapocinje resavanje obrnutog zadatka, broj podela diska (duž radijusa) na koncentricne prstenove konstantne debljine, broj koji karakterise gustinu mreza sa kojima površinu komponentata razbijamo na elementarne celije (ujedno i broj radijalnih podela diska na segmente po pozicionom uglu ψ), a poslednji podatak predstavlja zahtevanu tacnost sa kojom se racunaju radiusvektori elementarnih celija.

Zavisno od izgleda posmatrane krive sjaja i raspolozivih informaci-

ja o sistemu, izbor slobodnih parametara modela koje teba odrediti rešavanjem obrnutog zadatka, može biti donekle razlicit. Tipicna varijanta podrazumeva određivanje odnosa masa komponenata, koeficijenta potpunosti kritičnog ovala primarne komponente, inklinacije orbite, temperature, debljine i radijusa diska, temperature sekundarne komponente, ugaonih dimenzija, pozicionog ugla (longitude) i temperature "svetle pege".

Koeficijent asinhronosti rotacije primara se zadaje na osnovu podataka dobijenih spektroskopskim posmatranjima (određivanje brzine rotacije zvezda analizom profila spektralnih linija). Temperaturu primara zadajemo na osnovu spektralnog tipa zvezde. Na osnovu spektralnih klasa komponenata se zadaju i koeficijenti gravitacionog potamnjenja kao i inicijalna vrednost temperature sekundara. Ostale velicine se procenjuju na osnovu izgleda krive sjaja, što podrazumeva prethodno iskustvo istraživaca.

Kako bi broj slobodnih parametara sveli na maksimalno 10, albedo komponenata smo fiksirali i oni u nasem programu imaju vrednost 0.5, koja sledi iz predlozenog postupka za racun efekta refleksije tesnom dvojnou sistemu. Unutar programa se na osnovu temperatura zvezda racunaju i koeficijenti potamnjenja ka rubu, na nacin koji smo opisali izlazuci osnove modela za sintezu krive sjaja.

Kako u ovim sistemima imamo mocne gasne struje, određivanje odnosa masa komponenata na osnovu analize krive radijalnih brzina može biti dosta problematichno, pa je ukljucivanje ovog parametra u spisak slobodnih parametara cije vrednosti nalazimo rešavanjem obrnutog zadatka analize krivih sjaja prilichno opravdano. Srecnu okolnost predstavlja to što ovde sekundarna komponenta priblizno popunjava Roche-ov oval (kako bi se obezbedio mehanizam koji "hrani" akrecioni disk strujom gasa koji istice sa sekundara), pa je određivanje odnosa

masa nešto jednostavnije. Naime, koeficijent popunjenosti Roche-ovog ovala sekundarnom komponentom je u programu fiksiran ($S_2=1.$), pa odnos masa komponentata neposredno određuje dimenzije i oblik sekundara.

Nazalost i ovde je tesko izbeci medjusobnu korelaciju uticaja pojedinih parametara modela na krivu sjaja, pa je na pocetnim iteracijama, resavanje obrnutog zadatka pozeljno zapoceti sa skromnijim skupom osnovnih parametara modela. Kada se ostvari izvesna konvergencija resenja, spisak se moze automatski prosiriti i konvergencija se nastavlja, vodeci sumu kvadrata odstupanja izmedju posmatrane i sinteticke krive sjaja ($S = \sum (O-C)^2$) ka globalnom minimumu. Kada promene ove velicine postanu neznatne, odgovarajuci kriterijumi ugradjeni u program obrnutog zadatka, prekidaju iterativni ciklus i rezultati optimalizacije se zapisuju u fajl REZ. Fajl daje konacnu vrednost $S = \sum (O-C)^2$, optimalne vrednosti slobodnih parametara modela i greske njihovog odredjivanja koje slede iz metode najmanjih kvadrata. U fajl se zapisuju i rezultati usputnih iteracija pa se i oni mogu stampati, kako bi se mogla pratiti konvergencija iterativnog procesa optimalizacije.

I u ovom programu, u cilju graficke ilustracije, tokom resavanja obrnutog zadatka, u posebne fajlove zapisujemo posmatranu krivu sjaja (LCO), inicijalnu sinteticku krivu (LCP), inicijalnu (O-P) i konacnu (O-C) razliku izmedju posmatrane i sinteticke krive sjaja, kao i konacnu sinteticku krivu sjaja (LCC), dobijenu pri optimalnim parametrima modela iz resenja obrnutog zadatka.

Dakle, ulazi u program za resavanje obrnutog zadatka analize krivih sjaja eklipsnih tesnih dvojnih sistema sa akrecionim diskom su fajlovi OLC i DQO, a izlaz predstavljaju fajlovi LCO, REZ, LCP, O-P, O-C i LCC.

Pogledajmo sada rezultate testiranja obrnutog zadatka navedenim postupkom (Tablica 4.). Polazeci od inicijalnih parametara modela, da-

tih u fajlu DQO, analiziramo "posmatranu" krivu sjaja (OLC) tesnog dvojnog sistema sa asinhronom rotacijom primara i "svetlom pegom" na bocnoj strani diska. Na izlazu iz programa dobijamo optimalne parametre modela (REZ), koji u okviru gresaka izracunavanja uspesno rekonstruisu parametre pri kojima je dobijena kriva sjaja koju smo koristili u svojstvu posmatrane.

Na osnovu rezultata koje je program u toku rada smestio po fajlovima LCO, LCP, O-P, O-C i LCC, mozemo graficki ilustrovati pouzdanost metode.

Na slici 23. je simbolom (+) prikazana posmatrana kriva sjaja, a simbolom (x) inicijalna sinteticna kriva. Kao sto se vidi, polazna pretpostavka je prilicno gruba, sto se jasnije uocava sa slike 24., gde je simbolom (x) predstavljeno polazno O-C (iz fajla O-P), a simbolom (+), konacno O-C, koje se dobija pri optimalnim parametrima iz resenja obrnutog zadatka. Slika 25. prikazuje posmatranu (+) i konacnu sinteticnu krivu sjaja (x), nacrtane jednu preko druge, kako bi se mogao videti kvalitet fita posmatranja sinteticnom krivom sjaja, dobijenom iz modela sistema pri optimalnim parametrima nadjenim resavanjem obrnutog zadatka. Sa ovih slika je ocigledno da nasa metoda, bez obzira na grubost inicijalne pretpostavke, uspesno fituje posmatranu krivu sjaja, tj. da metod uspesno vodi ka nalazenju optimalnih parametara modela, pri kojima je dobijena kriva sjaja koju smo pri ovom testiranju koristili u svojstvu posmatrane.

Najzad, Slika 26. prikazuje izgled analiziranog tesnog dvojnog sistema na orbitalnoj fazi 0.20, koji se dobija tako sto se sa optimalnim parametrima, nadjenim resavanjem obrnutog zadatka, udje u program koji smo razvili za crtanje. Krsticama su prikazani centri elementarnih celija modela, a tackama Roche-ov oval oko primarne komponente i elementarne celije koje pripadaju zoni "svetle pege" na bocnoj strani

T A B L I C A 4.

Testiranje metode obrnutog zadatka za model TDS sa akrecionim diskom.

OLC:

59	16	3							
0.00	1.0713	0.01	0.9821	0.02	0.7297	0.03	0.4663	0.04	0.2659
0.05	0.1436	0.06	0.1147	0.08	0.0915	0.10	0.0706	0.12	0.0514
0.14	0.0364	0.16	0.0230	0.18	0.0136	0.20	0.0066	0.22	0.0011
0.25	0.0000	0.28	0.0122	0.30	0.0263	0.32	0.0434	0.34	0.0647
0.36	0.0917	0.38	0.1204	0.40	0.1604	0.42	0.2099	0.44	0.2665
0.46	0.3306	0.47	0.3575	0.48	0.3811	0.49	0.3960	0.50	0.3975
0.51	0.3960	0.52	0.3813	0.53	0.3586	0.54	0.3330	0.56	0.2728
0.58	0.2214	0.60	0.1785	0.62	0.1461	0.64	0.1262	0.66	0.1088
0.68	0.0969	0.70	0.0883	0.72	0.0817	0.75	0.0789	0.78	0.0875
0.80	0.0967	0.82	0.1061	0.84	0.1165	0.86	0.1293	0.88	0.1433
0.90	0.1599	0.92	0.1765	0.94	0.1940	0.95	0.2208	0.96	0.3459
0.97	0.5372	0.98	0.7842	0.99	1.0060	1.00	1.0713		

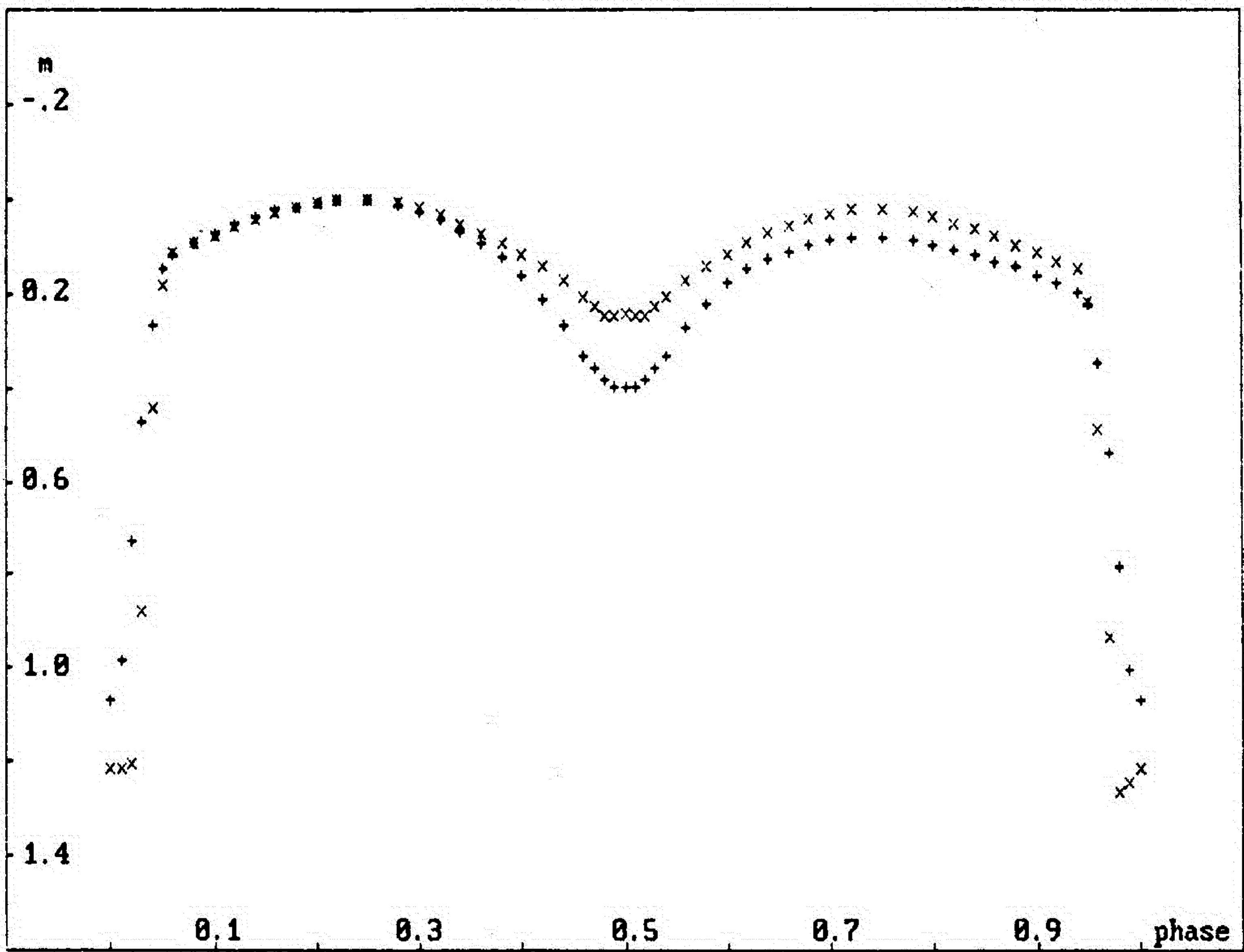
DQO:

9.0000	0.2000	0.7000	90.0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.10	0.15	0.36	0.05
9000.	5000.	4800.	0.25	0.08	1.30						
0.9500	0.0300	15.	40.								
10	7	8	54	0.00001							

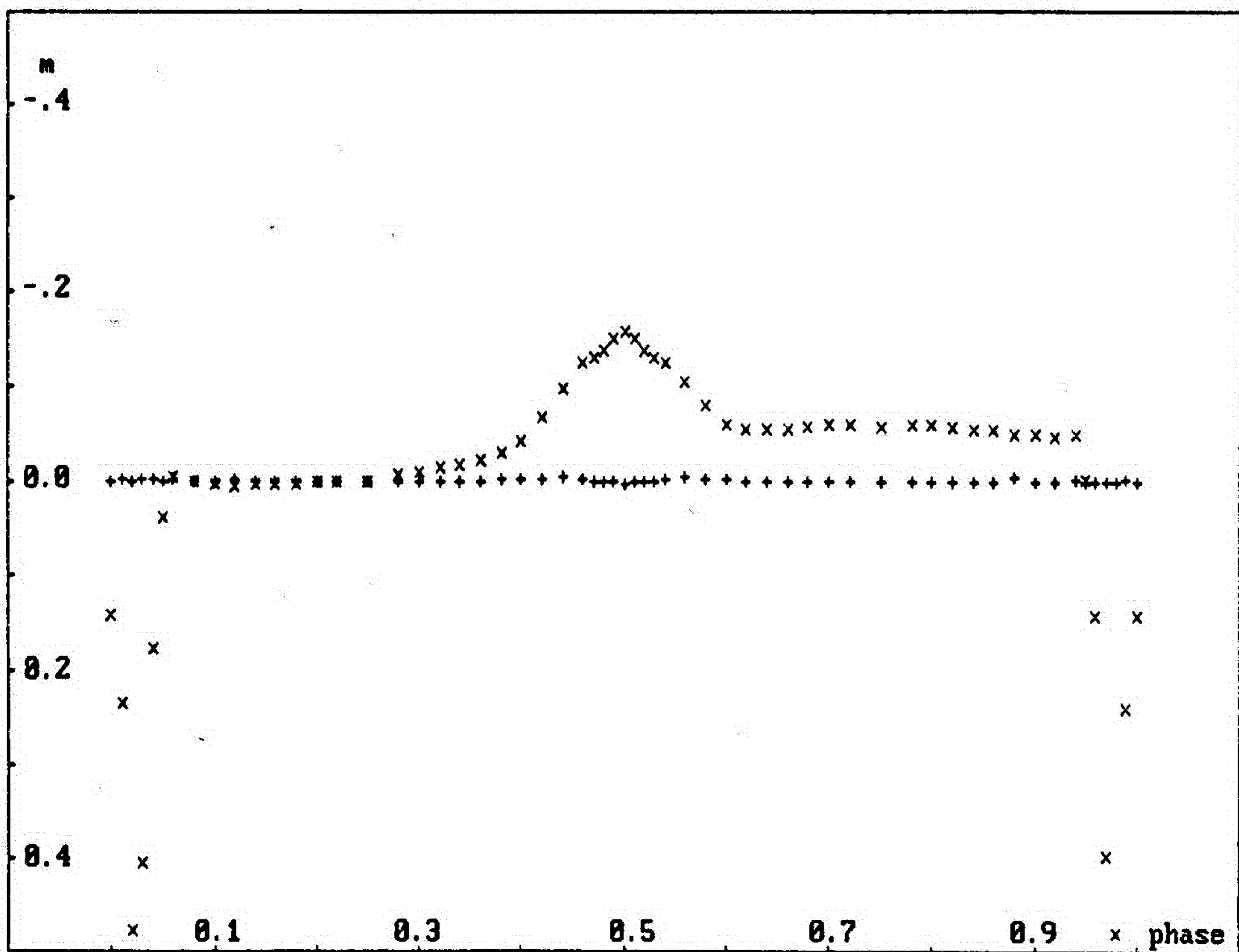
REZ:

0.194022E-03

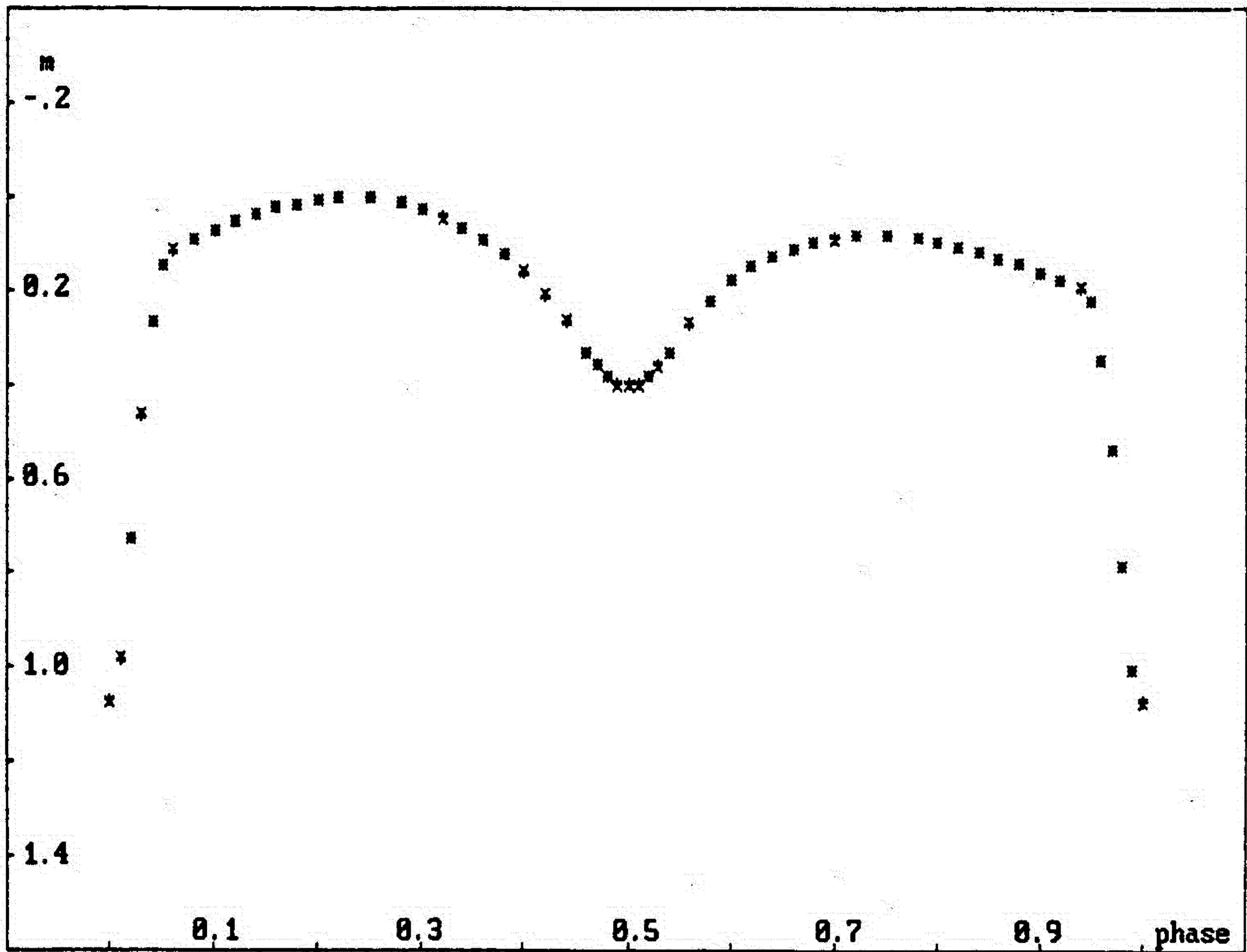
0.157686E+00	0.381642E-03	- odnos masa komponenata $q=m_2/m_1$
0.854281E+00	0.683022E-03	- koef. popunjenosti krit. ovala primara
0.850666E+02	0.107101E-01	- inklinacija orbite
0.413459E+04	0.700652E+01	- temperatura akrecionog diska
0.824131E+00	0.190580E-02	- koeficijent razmera diska $S_d=R_d/R_{yk}$
0.541225E-01	0.138752E-03	- debljina akrecionog diska
0.552110E+04	0.298368E+01	- temperatura sekundara
0.254589E+02	0.141714E+00	- ugaone dimenzije "svetle pege"
0.613735E+02	0.229513E+00	- longituda "svetle pege"
0.148015E+01	0.185835E-02	- koef. temperature "svetle pege" $A_d=T_p/T_d$



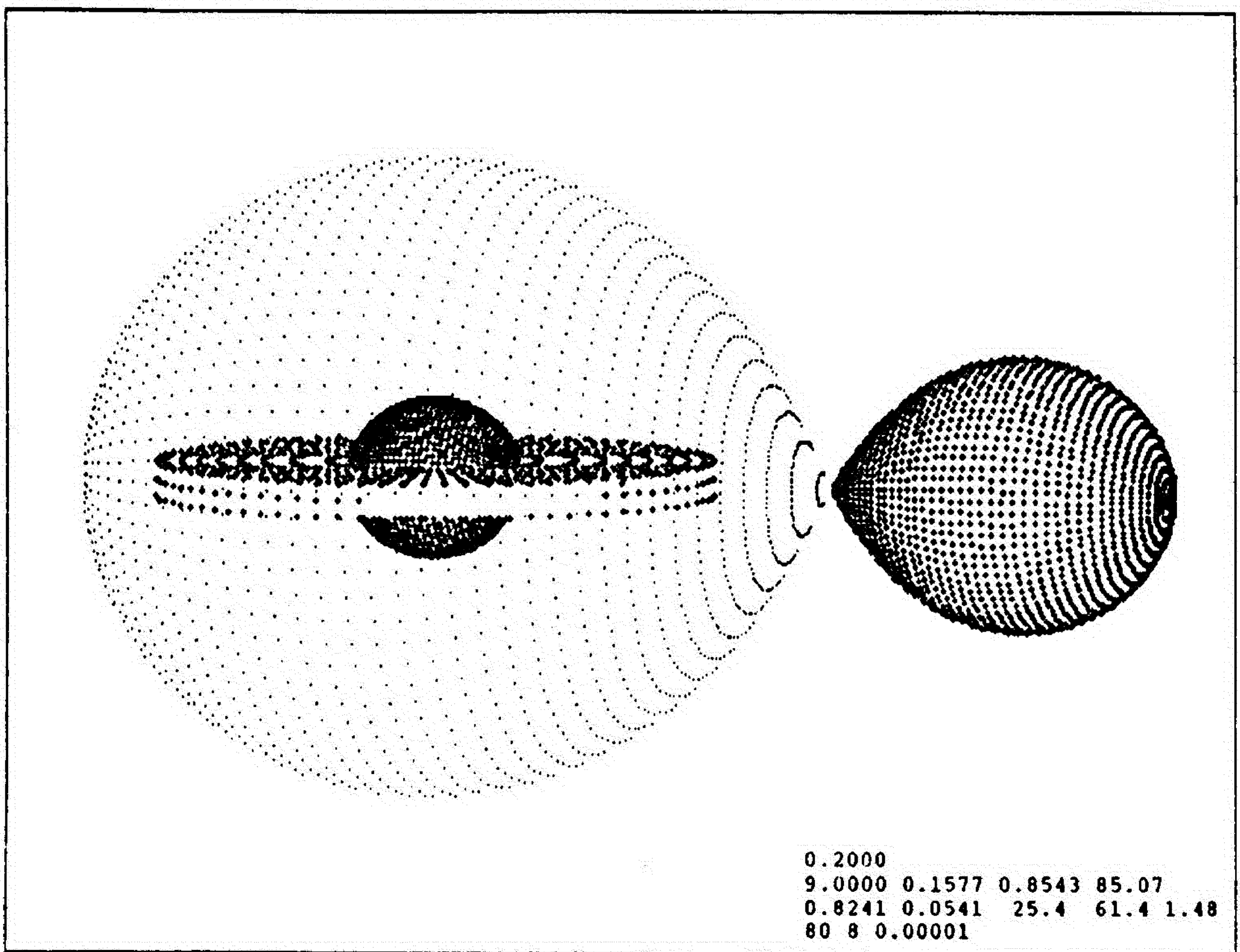
Sl. 23. "Posmatrana" (+) i polazna (x) sintetička kriva sjaja pri resavanju obrnutog zadatka.



Sl. 24. Polazno (x) i konacno (+) O-C pri resavanju obrnutog zadatka.



Sl. 25. "Posmatrana" (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 26. Izgled TDS na orbitalnoj fazi 0.20 sa parametrima dobijenim resavanjem obrnutog zadatka.

diska.

U Tablici 5. i na Slikama 27., 28., 29. i 30. su prikazani rezultati testiranja metode za jednostavniji slučaj (sinhrona rotacija centralne zvezde, nema "svetle pege" - tj. $A_d=1.$). Zbog očiglednosti prikazanih rezultata, možemo izostaviti komentare.

U cilju optimalizacije programa, urađjen je veći broj sličnih testova analize krivih sjaja, dobijenih pri različitim kombinacijama parametara modela, pri čemu se u resavanje obrnutog zadatka polazilo od različitim inicijalnih vrednosti slobodnih parametara modela. Urađjene provere predložene metode ukazuju na sledeće:

1. Konvergencija je obezbeđjena i pri grubim inicijalnim pretpostavkama.
2. Srazmerno mali broj iteracija (10-15) resava zadatak.
3. Tačnost metode se povećava ukoliko se model aproksimira većim brojem elementarnih ćelija. Pri tome se smanjuje broj potrebnih iteracija, ali iteracije duže traju, pa do punog izražaja dolaze optimalizacije koje smo ugradili u model za sintezu krive sjaja i optimalizacije u programu za resavanje obrnutog zadatka, vezane pre svega za organizaciju izračunavanja parcijalnih izvoda krive sjaja po slobodnim parametrima modela, pri minimalnom angazovanju programa za sintezu krive sjaja.
4. Na osnovu izgleda posmatrane krive sjaja, često se uz prethodno iskustvo istraživača može dati solidna inicijalna pretpostavka o vrednostima slobodnih parametara modela, što skraćuje računarsko vreme potrebno za resavanje obrnutog zadatka.
5. Kao optimalnu gustinu koordinatnih mreža za razbijanje površine komponenata modela na elementarne ćelije, procenjujemo 40 podela po η i 80 po ϕ , što daje 3200 elementarnih ćelija po komponenti i 80 radijalnih podela diska na segmente po pozicionom

T A B L I C A 5.

Testiranje metode obrnutog zadatka za model TDS sa akrecionim diskom.

OLC:

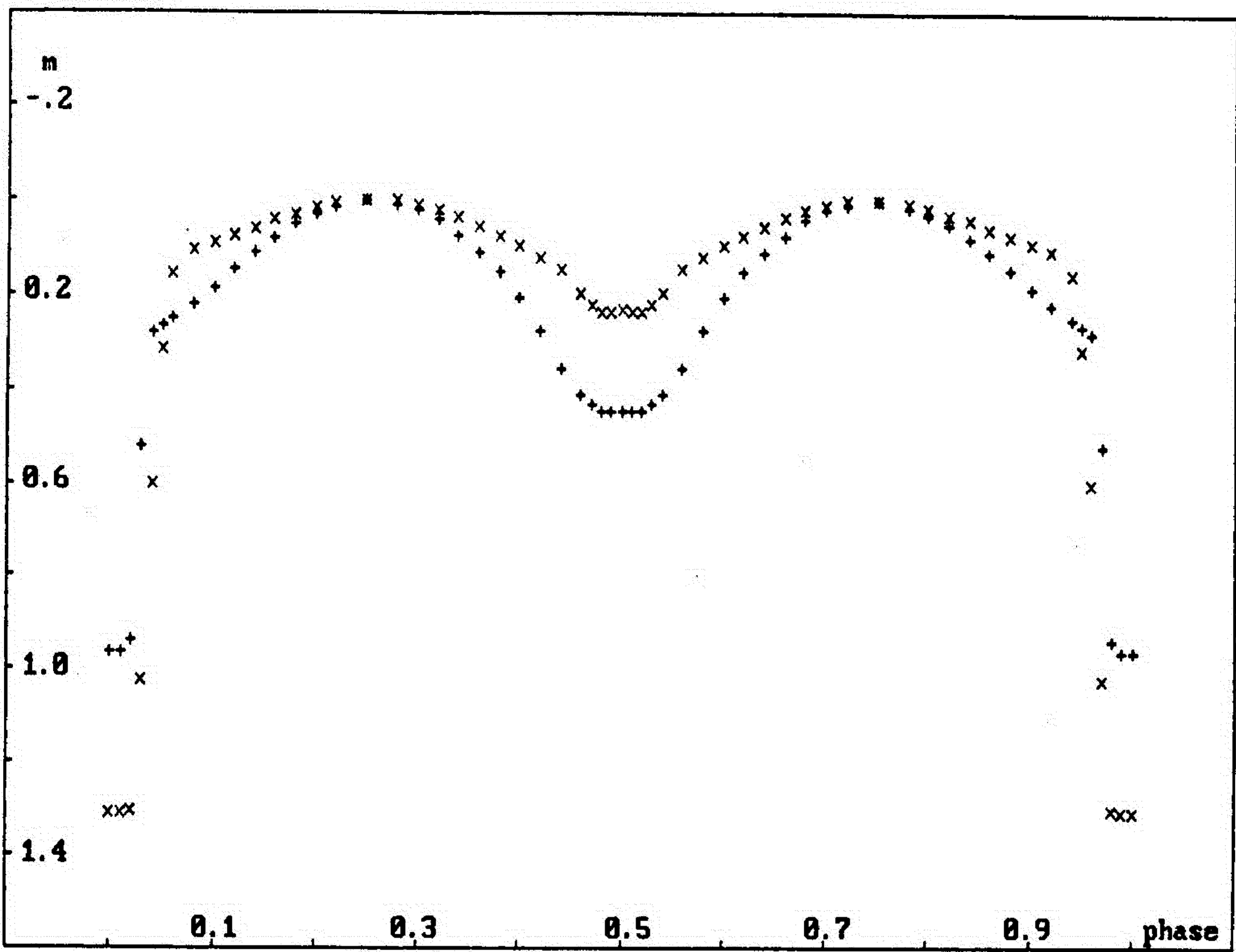
59 16	3									
0.00	0.9616	0.01	0.9644	0.02	0.9374	0.03	0.5198	0.04	0.2814	
0.05	0.2679	0.06	0.2533	0.08	0.2199	0.10	0.1838	0.12	0.1466	
0.14	0.1110	0.16	0.0809	0.18	0.0507	0.20	0.0288	0.22	0.0141	
0.25	0.0000	0.28	0.0089	0.30	0.0213	0.32	0.0427	0.34	0.0748	
0.36	0.1099	0.38	0.1521	0.40	0.2063	0.42	0.2790	0.44	0.3595	
0.46	0.4107	0.47	0.4314	0.48	0.4463	0.49	0.4475	0.50	0.4475	
0.51	0.4475	0.52	0.4463	0.53	0.4314	0.54	0.4107	0.56	0.3595	
0.58	0.2790	0.60	0.2063	0.62	0.1521	0.64	0.1099	0.66	0.0748	
0.68	0.0427	0.70	0.0213	0.72	0.0089	0.75	0.0000	0.78	0.0141	
0.80	0.0288	0.82	0.0507	0.84	0.0809	0.86	0.1110	0.88	0.1466	
0.90	0.1838	0.92	0.2199	0.94	0.2533	0.95	0.2679	0.96	0.2814	
0.97	0.5198	0.98	0.9374	0.99	0.9644	1.00	0.9616			

DQO:

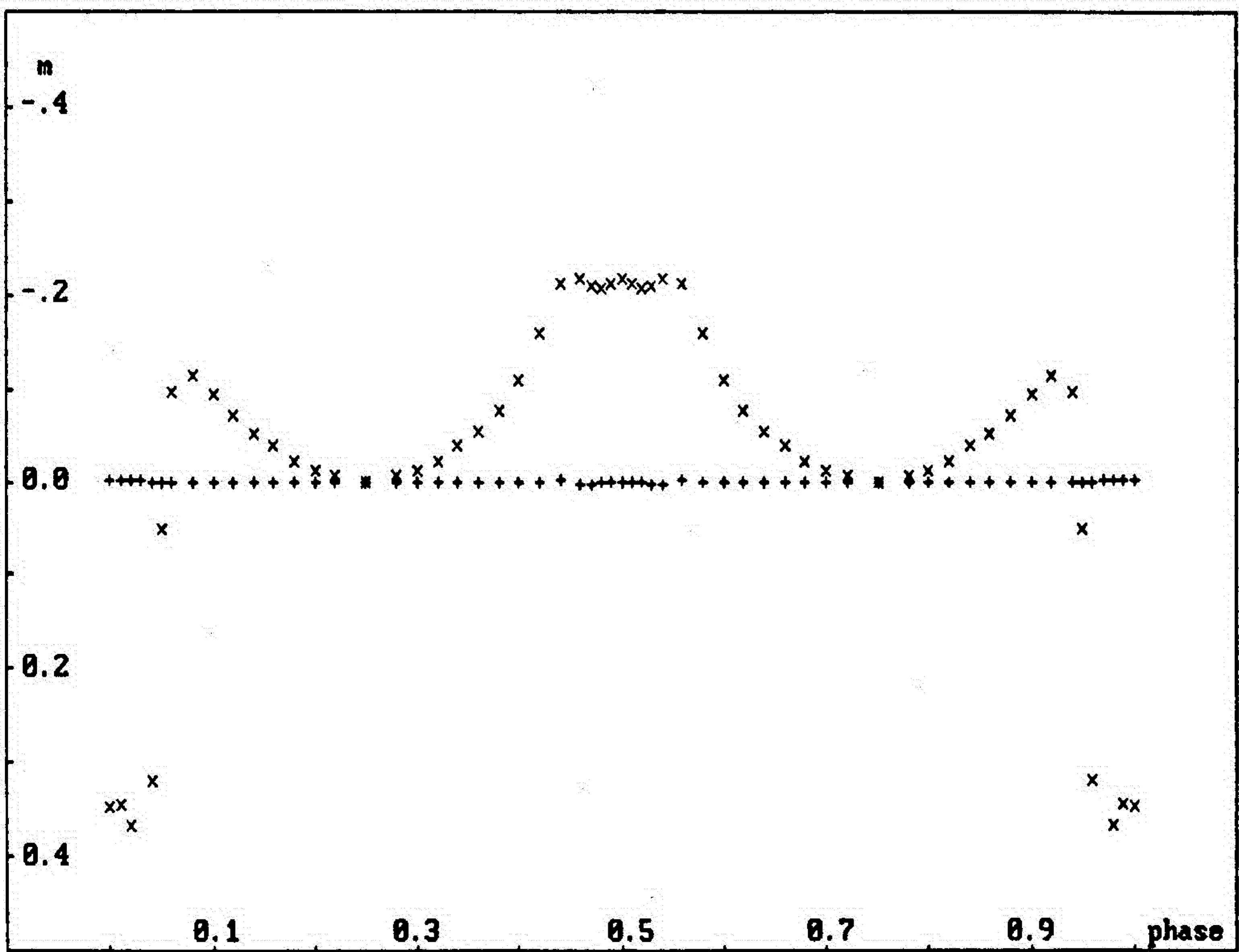
1.0000	0.3000	0.3000	90.0	0.05	0.10	0.05	0.02	0.20	0.15	0.36	0.05
13000.	6500.	5000.	0.25	0.25	1.00						
0.8500	0.0500	30.	10.								
7	6	8	54	0.00001							

REZ:

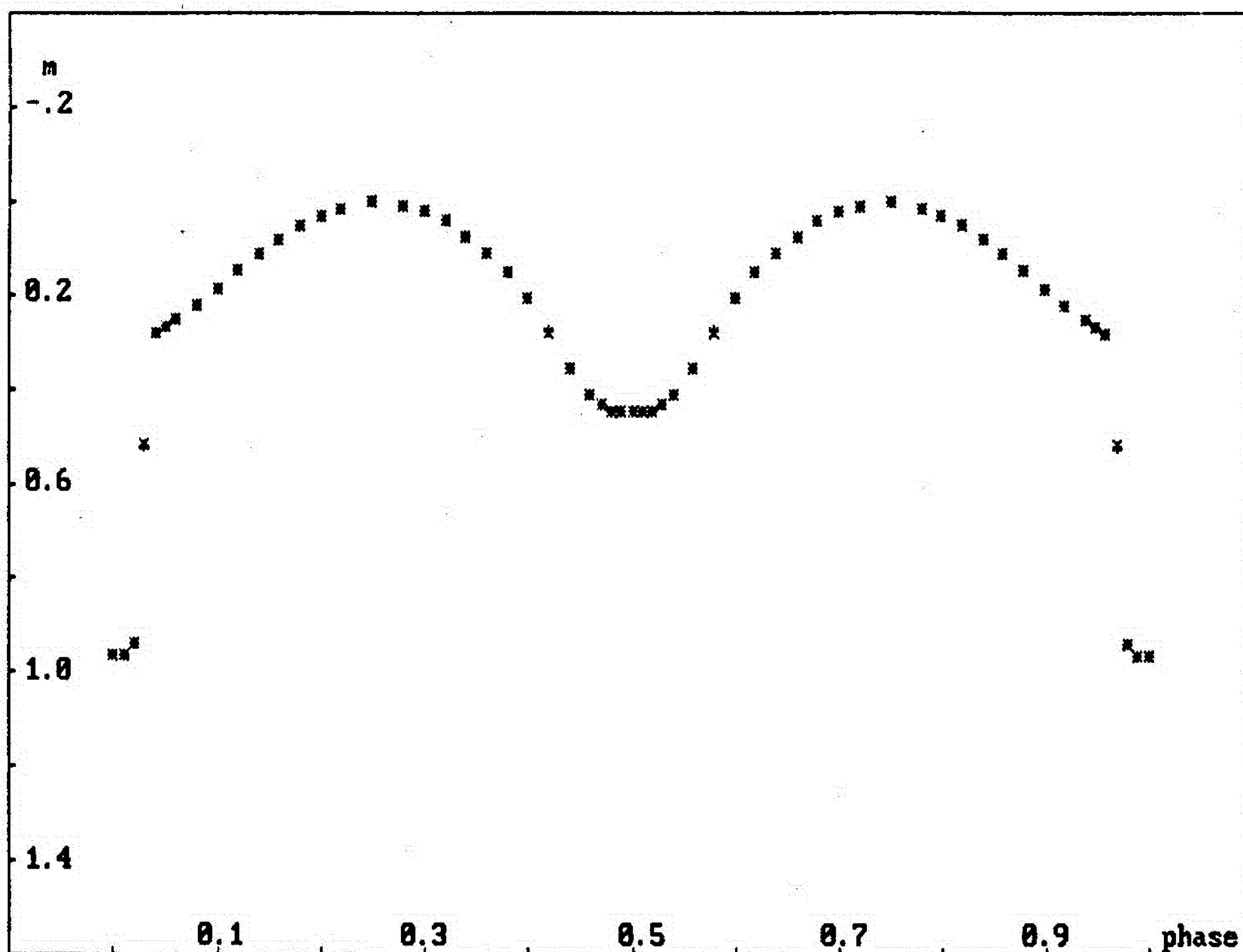
	0.717552E-04		
0.128720E+00	0.236169E-03	- odnos masa komponenata	$q = m_2/m_1$
0.128449E+00	0.504828E-04	- koef. popunjenosti krit. ovala	primara
0.854758E+02	0.771740E-02	- inklinacija orbite	
0.408064E+04	0.635737E+01	- temperatura akrecionog diska	
0.934943E+00	0.900572E-03	- koeficijent razmera diska	$S_d = R_d/R_yk$
0.315367E-01	0.390959E-04	- debljina akrecionog diska	
0.549466E+04	0.159328E+01	- temperatura sekundara	



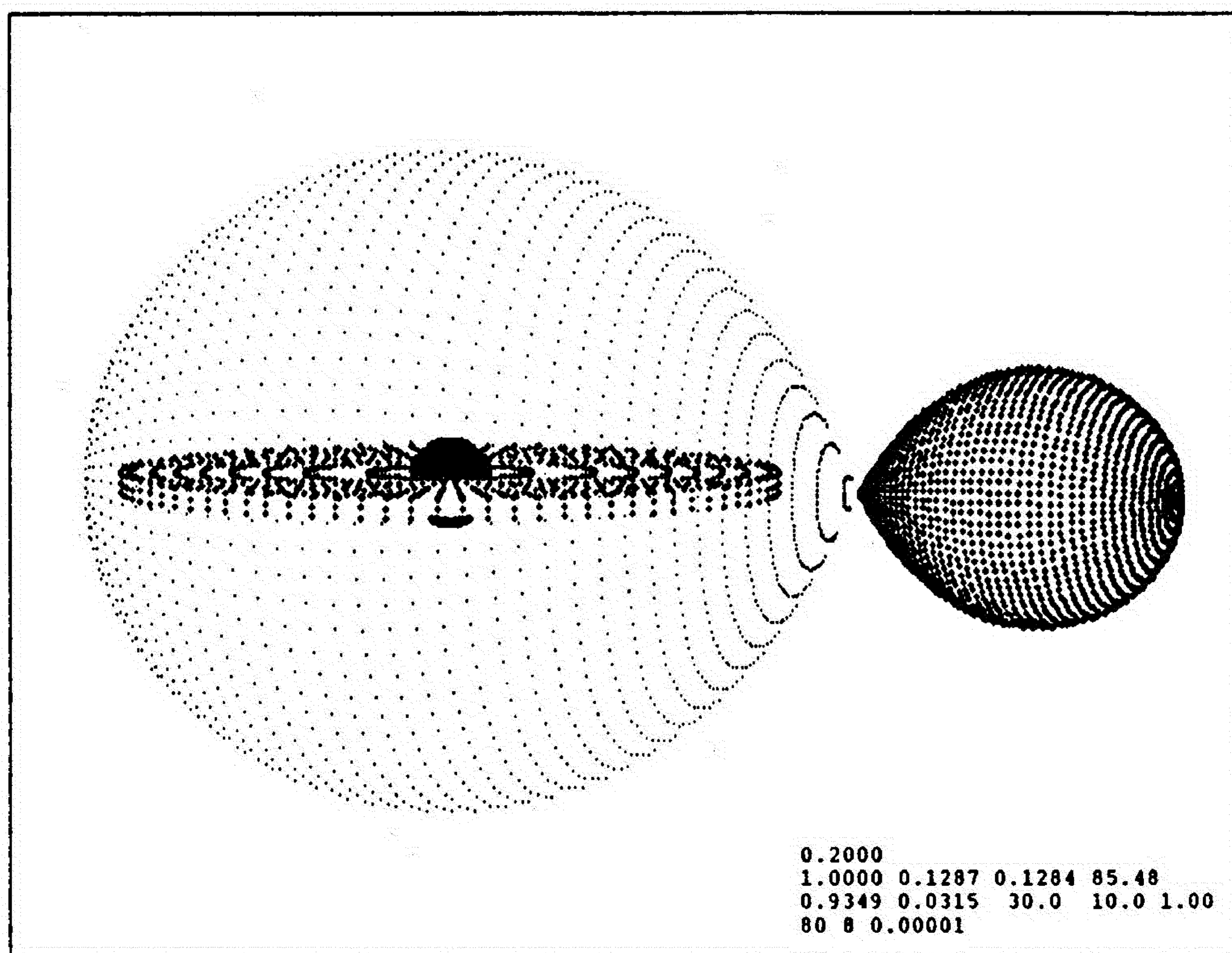
Sl. 27. "Posmatrana" (+) i polazna (x) sintetička kriva sjaja pri resavanju obrnutog zadatka.



Sl. 28. Polazno (x) i konacno (+) O-C pri resavanju obrnutog zadatka.



Sl. 29. "Posmatrana" (+) i konacna (x) sinteticna kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 30. Izgled TDS na orbitalnoj fazi 0.20 sa parametrima dobijenim resavanjem obrnutog zadatka.

uglu ψ . Duz radijusa je dovoljno površinu diska razbiti na 9 koncentricnih prstenova konstantne površine. U okviru mogućnosti koriscenog racunara (OLIVETI M24, 256 KB memorijskog prostora), limitirani smo gustinom mreza od 54×27 , sto u srednjem pri 10 slobodnih parametara modela, angazuje 10-15 sati efektivnog racunarskog vremena za analizu krive sjaja pri gruboj inicijalnoj pretpostavci.

6. Ukoliko se resavanje obrnutog zadatka zapocne sa umerenim brojem slobodnih parametara, pa se nakon nekoliko iteracija, kada je vec ostvarena izvesna konvergencija, spisak slobodnih parametara automatski prosiri (sto je kao mogućnost predvidjeno u programu), obicno se skracuje vreme potrebno za resavanje zadatka.

Nakon sto smo se na osnovu numerickih eksperimenata ubedili u efikasnost predložene metode za resavanje obrnutog zadatka na osnovu minimizacije sume kvadrata odstupanja izmedju posmatrane i sinteticke krive sjaja, koja se dobija na osnovu predlozenih modela sistema, mozemo preci na analizu fotometrijskih posmatranja aktivnih eklipsnih tesnih dvojnih zvezda.

Univerzitet u Beogradu
Prirodno-matematički fakultet
MATEMATIČKI FAKULTET
BIBLIOTEKA

Broj Datum

V-2. Analiza fotometrijskih posmatranja eklipsnih TDS

Na primerima testiranja predložene metode obrnutog zadatka smo videli kako se analizom krive sjaja tesnog dvojnog sistema mogu odrediti neke od fundamentalnih karakteristika komponenata i sistema kao celine. Modeli sistema, predloženi u ovom radu, omogućavaju izučavanje kako "klasičnih" tako i tesnih dvojnih sistema sa aktivnim komponentama, kao i sistema koji se nalaze u fazi intenzivne razmene mase između komponenata, što u izvesnim slučajevima može rezultirati "svetlim pegama" i obrazovanjem akrecionog diska u sistemu.

Posmatrane krive sjaja aktivnih tesnih dvojnih sistema su obično asimetrične i deformisane, tako da je analiza fotometrijskih posmatranja u okviru postojećih metoda interpretacije praktično nemoguća. Njihov izgled se u toku vremena može znatno menjati, što je posledica aktivnih procesa na zvezdama sistema, vezanih sa obrazovanjem, razvojem i migracijom aktivnih oblasti (pega) u fotosferi zvezda, ili pak za promene parametara gasnih struja, preko kojih se obezbeđuje razmena mase između komponenata.

Metoda analize krivih sjaja, koju predlažemo, omogućava nalazjenje osnovnih parametara sistema, komponenata i aktivnih oblasti, što može znatno doprineti daljem razvoju savremenih saznanja o fizickim procesima u tesnim dvojnim sistemima i na zvezdama uopšte.

Predložena metoda obrnutog zadatka, kojom na osnovu posmatranih krivih sjaja određujemo parametre tesnih dvojnih sistema, zahteva da se posmatracki materijal dovede na pogodan oblik, koji može služiti kao ulazni fajl (OLC) kompjuterskog programa koji predstavlja realizaciju metode obrnutog zadatka.

Uobicajeno je da se fotometrijska posmatranja tesnih dvojnih zvezda publikuju u obliku tablica, gde se daju orbitalne faze i odgovarajuće diferencijalne magnitude za datu spektralnu oblast (dati filter).

Cesto se umesto orbitalne faze daje trenutak posmatranja izrazen preko heliocentričnog Julijanskog dana. Poznavanjem orbitalnog perioda sistema iz krive sjaja, preko epohe primarnog minimuma, ovako dat posmatracki materijal se jednostavno standardnim postupkom prevodi na oblik gde je vremenska skala prevedena u orbitalne faze.

Vec smo istakli da vreme potrebno za sintezu krive sjaja na osnovu predlozenih modela zavisi od broja i raspodele tacaka na krivoj sjaja (tj. broja orbitalnih faza na kojima treba izvršiti sintezu sjaja).

Kako bi se izbeglo interpolovanje sinteticke krive sjaja na orbitalnim fazama posmatranih tacaka (sto nuzno unosi izvesne greske), predlazemo da se sinteza sjaja sistema vrši upravo za orbitalne faze koje odgovaraju tackama posmatrane krive sjaja.

Ukoliko je posmatrana kriva sjaja (ili neki njeni delovi) gusto pokrivena posmatranjima, potrebno je redukovati broj tacaka krive sjaja na razumnu meru, sto se obicno postize usrednjavanjem merenja koja pripadaju uzanim intervalima orbitalne faze, ili nekom vrstom interpolacije. Ovaj proces je poznat kao normalizacija krive sjaja, a metoda kojom vršimo normalizaciju mora obezbediti da normalizovane tacke na krivoj sjaja sto vernije reprezentuju izvorni posmatracki materijal.

Kako se kriva sjaja obicno dobija na osnovu veceg broja posmatrackih veceri, to se posmatranja prvo moraju urediti u obliku rastuceg niza po orbitalnoj fazi, nakon cega se prilazi procesu normalizacije.

Sa normalizovanom krivom sjaja se ne moze direktno ući u program za resavanje obrnutog zadatka, vec je prethodno potrebno izvršiti normiranje krive u odnosu na sjaj sistema na nekoj od orbitalnih faza (recimo u odnosu na fazu 0.25).

U tom cilju je potrebno interpolacijom normalizovane krive naci sjaj sistema na datoj orbitalnoj fazi, koju po pravilu biramo u dobro definisanom delu posmatrane krive sjaja. U sirem intervalu oko izabra-

ne orbitalne faze, krivu sjaja interpolujemo polinomom umerenog stepena (treceg do petog), cije koeficijente odredjujemo metodom obrnutog zadatka (prilagodjenog datom problemu). Sa ovako nadjenim polinomom, za orbitalne faze posmatranih tacaka krive sjaja, unutar intervala interpolacije racunamo interpolovani sjaj, kao i sjaj na zadatoj orbitalnoj fazi u odnosu na koji treba izvršiti normiranje krive sjaja.

Interpolovana i posmatrana kriva sjaja se zapisuju u fajlove koji omogucavaju graficko prikazivanje interpolovane i posmatrane krive sjaja (crtaju se jedna preko druge na istom grafiku), tako da se moze izvršiti pravilan izbor stepena interpolacionog polinoma i intervala unutar koga se vrši interpolacija. Ukoliko je kvalitet interpolacije dobar, normalizovana kriva sjaja se normira i zapisuje na disk racunara u obliku fajla OLC, koji predstavlja posmatranu krivu sjaja, dovedenu na oblik pogodan za dalju analizu metodom obrnutog zadatka. Izloženi postupak opisuje osnovne principe na kojima smo gradili programe za dobijanje normirane krive sjaja (OLC) na osnovu izvornog posmatrackog materijala.

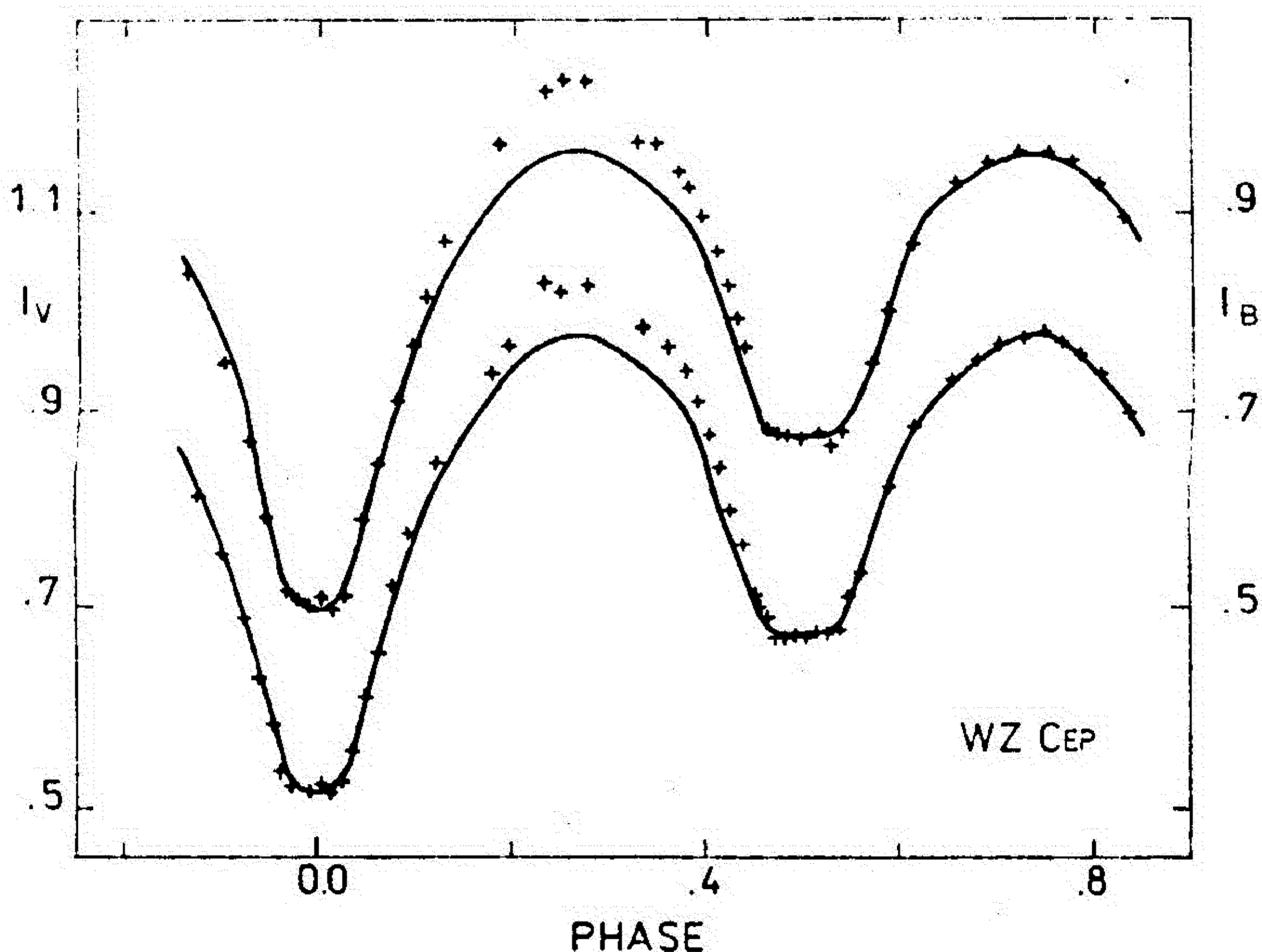
Ovako dobijena posmatrana kriva sjaja, zajedno sa inicijalnim vrednostima parametara modela, predstavlja ulaz za program obrnutog zadatka, kojim se odredjuju optimalni parametri izabranog modela tesnog dvojnog sistema. Izbor modela se vrši na osnovu izgleda krive sjaja i prethodnih informacija o tesnom dvojnem sistemu ciju krivu sjaja analiziramo. Oblik posmatrane krive sjaja (uz odredjeno iskustvo istraživača) i podaci o sistemu dobijeni nezavisnim putem, omogucavaju izbor solidne inicijalne pretpostavke o parametrima modela, sto omogucava brze resavanje obrnutog zadatka (smanjuje broj potrebnih iteracija).

Pogledajmo sada rezultate primene izložene metodologije na analizu krivih sjaja nekoliko interesantnih aktivnih tesnih dvojnih sistema.

WZ Cep

Tesni dvojni sistem WZ Cep pripada aktivnim kratkoperiodicnim ($P = 0.4174$ d) eklipsnim tesnim dvojnima sistemima tipa W U Ma, sa primarnom komponentom spektralnog tipa F2. Ovom spektralnom tipu, na osnovu temperaturske kalibracije Morton-a i Adams-a (1968), odgovara efektivna temperatura $T_1 = 7000$ K.

Kaluzny (1986a), na osnovu posmatranja Hoffmann-a (1984), analizira sistem primenom Wilson-Devinney (1971) metoda (WD metod). Kako bi objasnio deformacije oblika krive sjaja, Kaluzny uvodi pretpostavku o postojanju "svetle pege" na sekundarnoj komponenti, ali u okviru WD metode nema mogucnosti da se konkretan racun i sprovede, tj. da se odrede parametri pege. U radu su primenom WD metoda procenjeni osnovni parametri sistema, a konacno optimalno resenje, daje teorijsku krivu sjaja koja relativno slabo fituje posmatranja (Slika 31.).



Sl. 31. Posmatrane (+) i sinteticke (--) krive sjaja WZ Cep u V i B filteru (Kaluzny, 1986a).

U našem prilazu problemu analize krivih sjaja WZ Cep, posli smo od cinjenice da za dati spektralni tip komponenata mozemo ocekivati postojanje konvektivnih zona, a samim tim i aktivnost tipa RS CVn, sto je lakse opravdati nego li postojanje "svetle pege". Kod izvesnog broja sistema tipa W U Ma je sa sigurnoscu ustanovljen ovaj tip aktivnosti, a sa fizicke tacke gledista, hipoteza o tamnim pegama na zvezdi se cini daleko prihvatljivijom. Naime, kod ovog gotovo kontaktnog sistema je tesko zamisliti mehanizam koji bi doveo do tako mocne gasne struje u sistemu, koja bi omogucila pojavu "svetle pege", dok tamne pege na osnovu savremenih saznanja predstavljaju logicnu posledicu aktivnosti vezane sa magnetnim poljem komponenata. Radna hipoteza bi morala dobiti svoju potvrdu u medjusobnoj saglasnosti resenja do kojih se dolazi analizom krivih sjaja dobijenih u B i V filteru, koje analizira i navedeni autor.

Polazeci od Hoffmann-ovog posmatrackog materijala, prisli smo analizi posmatranih krivih sjaja u okviru naseg modela tesnog dvojnog sistema sa pegama na komponentama. Analiza je obavljena primenom izlozene metode obrnutog zadatka, posebno za oba filtera, a dobijeni rezultati pokazuju izvrsno slaganje resenja, pri radnoj hipotezi o postojanju dve tamne pege na primarnoj komponenti.

U Tablici 6. je data normirana posmatrana kriva sjaja WZ Cep u V filteru (struktura ranije opisanog fajla OLC), pocetni skup parametara sa kojim se ulazi u resavanje obrnutog zadatka (POA) i konacni rezultati optimalizacije (REZ). Kao sto se iz tablice vidi, konacna suma kvadrata odstupanja izmedju posmatrane i konacne sinteticke krive sjaja modela je ispod tri hiljadita, sto ukazuje na jako dobro fitovanje. U tablici su dati optimalni parametri modela i greske njihovog odredjivanja, koje slede iz metode najmanjih kvadrata. Kako rezultati dati u tablici predstavljaju direktan izlaz sa racunara, dat je veci broj ci-

T A B L I C A 6.

Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sistema WZ Cep (V-filter).

OLC:

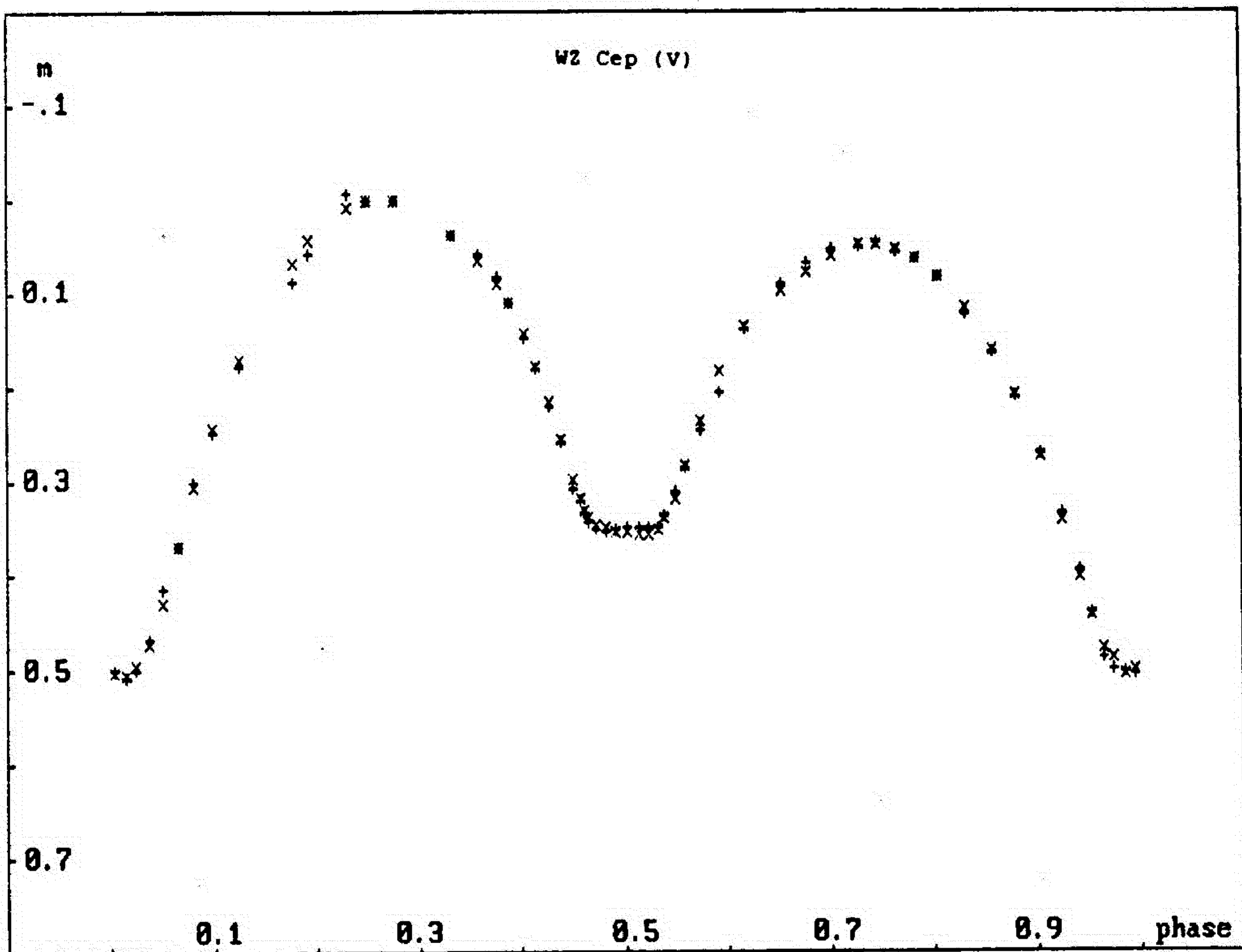
59	14	3								
.0042	.4990	.0142	.5071	.0242	.4985	.0367	.4661	.0506	.4140	
.0649	.3681	.0812	.3015	.0991	.2492	.1246	.1792	.1769	.0866	
.1931	.0577	.2315	-.0057	.2487	.0009	.2500	.0000	.2762	.0000	
.3322	.0388	.3576	.0586	.3765	.0823	.3879	.1121	.4025	.1483	
.4155	.1815	.4270	.2224	.4386	.2584	.4510	.3088	.4569	.3218	
.4618	.3334	.4660	.3428	.4727	.3509	.4828	.3546	.4918	.3509	
.5035	.3497	.5136	.3503	.5242	.3491	.5326	.3503	.5394	.3372	
.5485	.3108	.5598	.2861	.5742	.2463	.5930	.2045	.6175	.1394	
.6528	.0909	.6773	.0683	.7013	.0541	.7281	.0497	.7456	.0452	
.7638	.0550	.7830	.0630	.8052	.0831	.8309	.1238	.8570	.1635	
.8799	.2112	.9040	.2703	.9257	.3353	.9418	.3947	.9535	.4377	
.9643	.4858	.9742	.4985	.9851	.5019	.9951	.5038			

PQA:

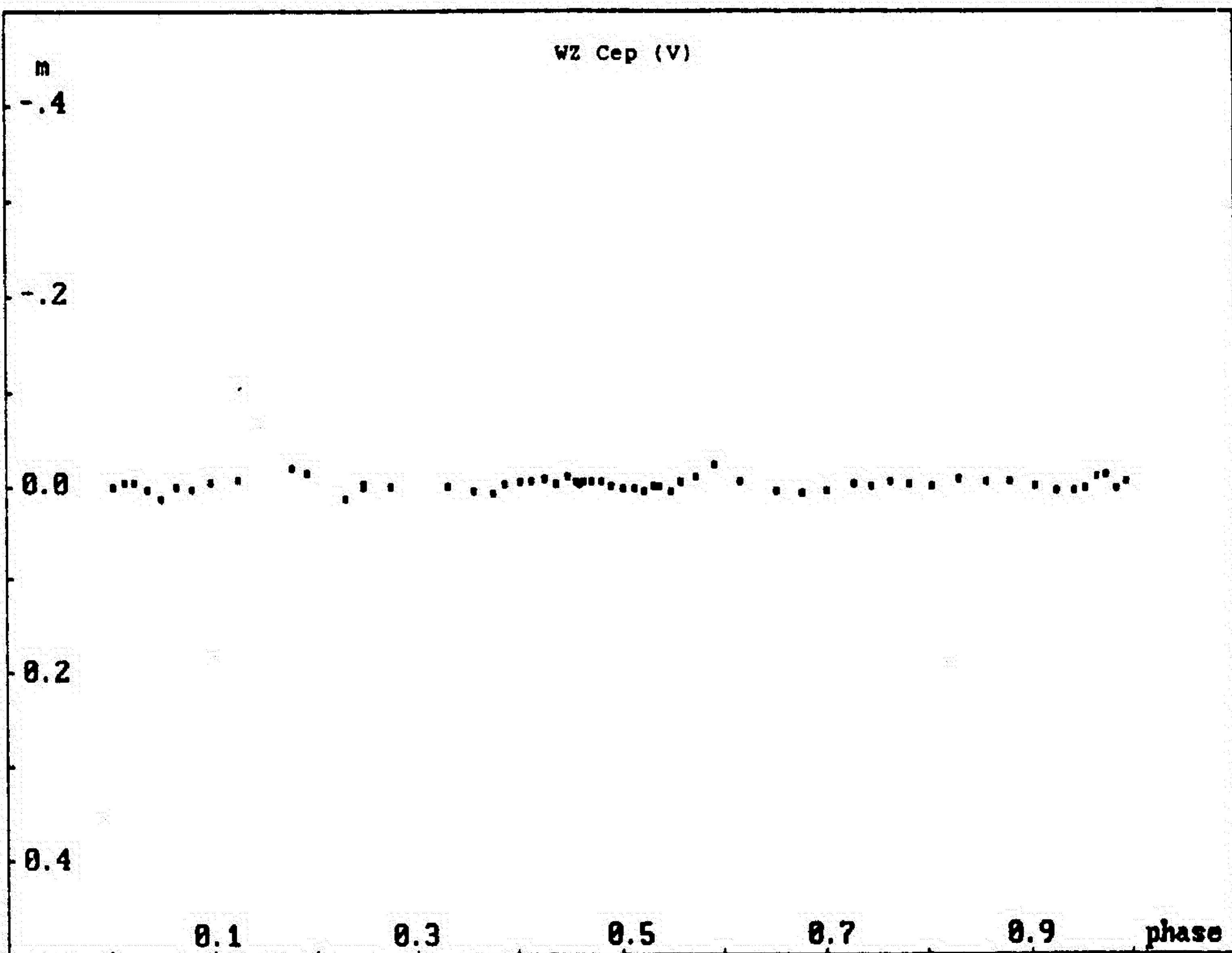
0.3330	1.0000	1.0000	85.0	0.02	0.05	0.05	0.01	0.15	0.36
7000.	5900.	0.50	0.50	0.32	0.32				
20	1	13							
8	54	0.00001							
0.80	25.300.	45.							
0.80	25.	50.-45.							

REZ:

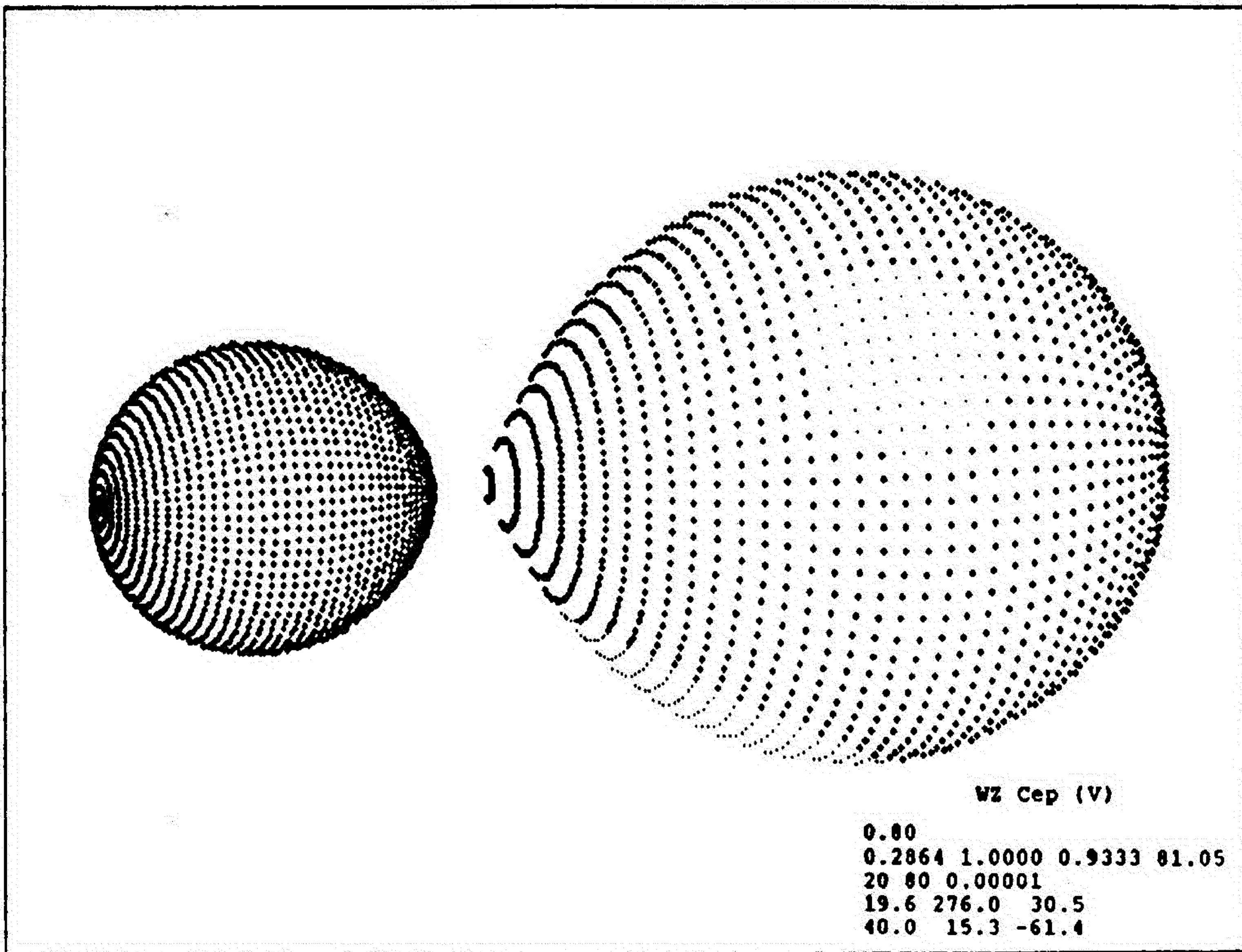
	0.278712E-02	
0.286357E+00	0.374492E-02	- odnos masa komponenata $q=m_2/m_1$
0.100000E+01	0.303875E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala primara
0.933323E+00	0.396793E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala sekundara
0.810499E+02	0.322875E+00	- inklinacija orbite
0.639387E+04	0.263177E+02	- temperatura sekundara
0.196321E+02	0.453611E+00	- ugaone dimenzije pege 1
0.276045E+03	0.222346E+01	- longituda pege 1
0.305451E+02	0.600402E+01	- latituda pege 1
0.400186E+02	0.107107E+01	- ugaone dimenzije pege 2
0.152698E+02	0.146964E+01	- longituda pege 2
-0.614378E+02	0.169687E+01	- latituda pege 2
0.504424E+00	0.424736E+00	- albedo primara
0.924348E+00	0.370035E+00	- albedo sekundara



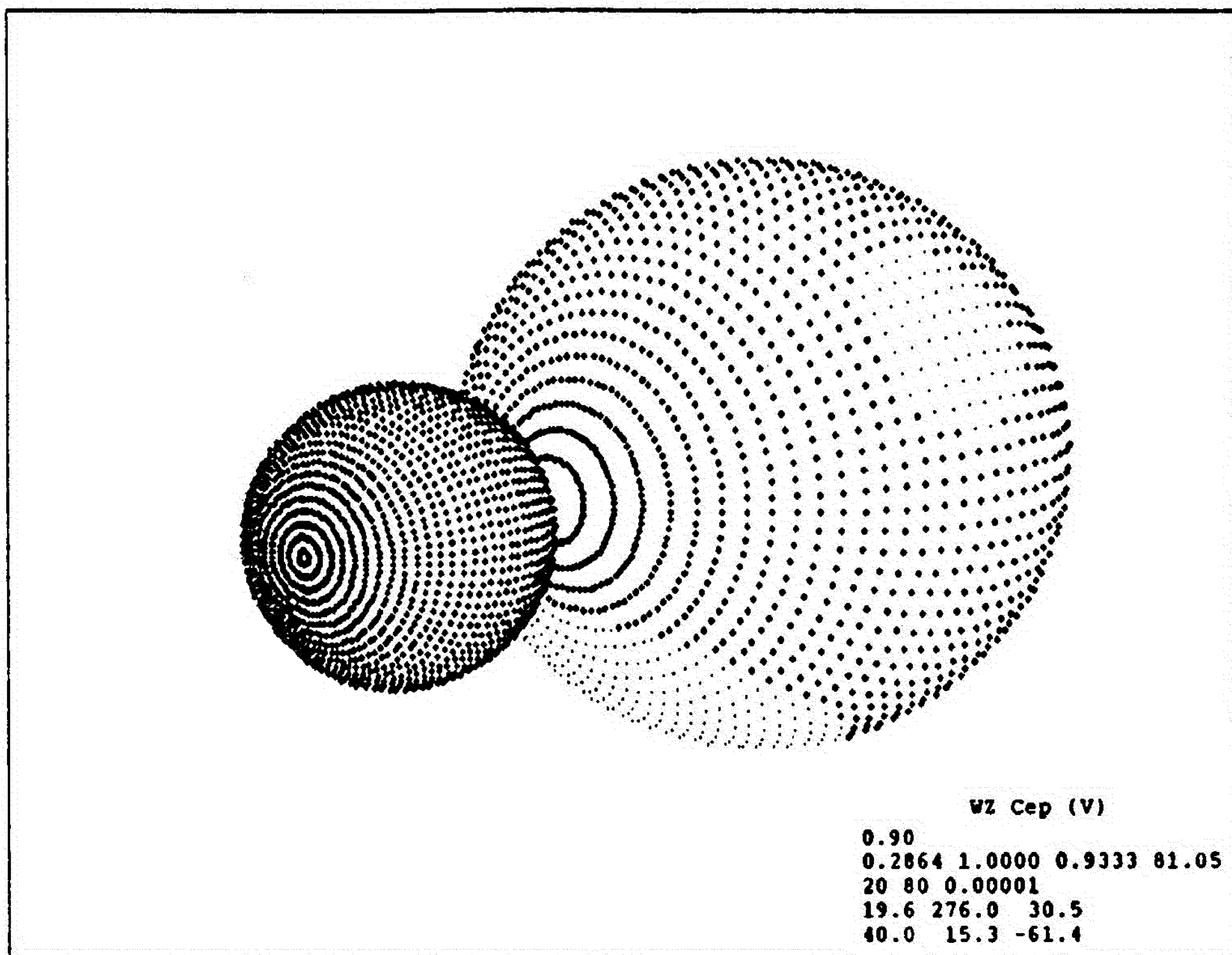
Sl. 32. WZ Cep (V): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 33. WZ Cep (V): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 34. Izgled TDS WZ Cep (V) na orbitalnoj fazi 0.80 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.



Sl. 35. Izgled TDS WZ Cep (V) na orbitalnoj fazi 0.90 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

fara, a broj značajnih cifara zavisi od greske u određivanju parametara.

Na osnovu dobijenih rezultata, na slici 32. su prikazane posmatrana (+) i konacna sintetička kriva (x), nacrtane jedna preko druge kako bi se mogao videti kvalitet fita. Slika 33. daje konacno O-C (•) između posmatrane i sintetičke krive sjaja, dobijene pri optimalnim parametrima modela, nadjenim resavanjem obrnutog zadatka.

Konacno, na osnovu dobijenih rezultata, na slikama 34. i 35. je pomocu programa koji smo razvili za crtanje, prikazan izgled sistema, onako kako bi ga video posmatrac pri orbitalnim fazama 0.8 i 0.9.

Tablica 7. daje odgovarajuće rezultate analize krive sjaja u B filteru, a slike 36., 37., 38. i 39. predstavljaju graficku ilustraciju dobijenog resenja.

Upoređujući rezultate analize krivih sjaja sistema u V i B filteru, vidimo da se resenja međusobno jako dobro slazu, što ide u prilog radnoj hipotezi o tamnim pegama na primaru, pri kojoj smo resavali obrnuti zadatak. Konacna odstupanja (O-C) između posmatranih i optimalnih sintetičkih krivih sjaja su u okviru tacnosti merenja. Neznatne razlike koje se uocavaju u dimenzijama zvezda i temperaturi sekundara su posledica cinjenice da u raznim filterima "vidimo" razne slojeve fotosfere. Razlika u vrednosti odnosa masa komponenata, određivanog analizom krivih sjaja za ova dva filtera, je zanemarljiva, a i ostala resenja, dobijena za slobodne parametre modela, su međusobno dobro usaglasena. Sto se tice parametara pega, slaganje rezultata je izuzetno dobro, sto se jasno vidi upoređujući slike 34. i 35. sa 38. i 39., koje prikazuju izgled sistema. Pege imaju temperaturu 20% nizu od temperature okolne fotosfere, sto je sasvim prihvatljivo na osnovu savremenih znanja o pegama na Suncu i zvezdama tipa RS CVn.

Ako nase resenje uporedimo sa resenjem koje dobija Kaluzny primen-

T A B L I C A 7.

Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sistema WZ Cep (B-filter).

OLC:

51 13 2

.0050	.5266	.0168	.5340	.0259	.5229	.0383	.4884	.0484	.4446
.0627	.3890	.0788	.3250	.0949	.2680	.1124	.2201	.1293	.1635
.1851	.0619	.2348	.0077	.2500	.0000	.2520	-.0027	.2740	-.0027
.3284	.0362	.3485	.0628	.3695	.0884	.3804	.1073	.3946	.1375
.4088	.1723	.4194	.2057	.4285	.2400	.4369	.2680	.4539	.3379
.4621	.3487	.4728	.3618	.4852	.3568	.5002	.3618	.5176	.3618
.5276	.3667	.5393	.3537	.5531	.3204	.5671	.2827	.5875	.2290
.6131	.1643	.6553	.1039	.6871	.0779	.7211	.0664	.7525	.0673
.7782	.0779	.8028	.1005	.8271	.1400	.8635	.1965	.9019	.2854
.9282	.3636	.9481	.4397	.9628	.4959	.9709	.5177	.9818	.5247
.9927	.5308								

PQA:

0.3330 1.0000 1.0000 85.0 0.02 0.05 0.05 0.01 0.15 0.36

7000. 5900. 0.50 0.50 0.32 0.32

20 1 13

8 54 0.00001

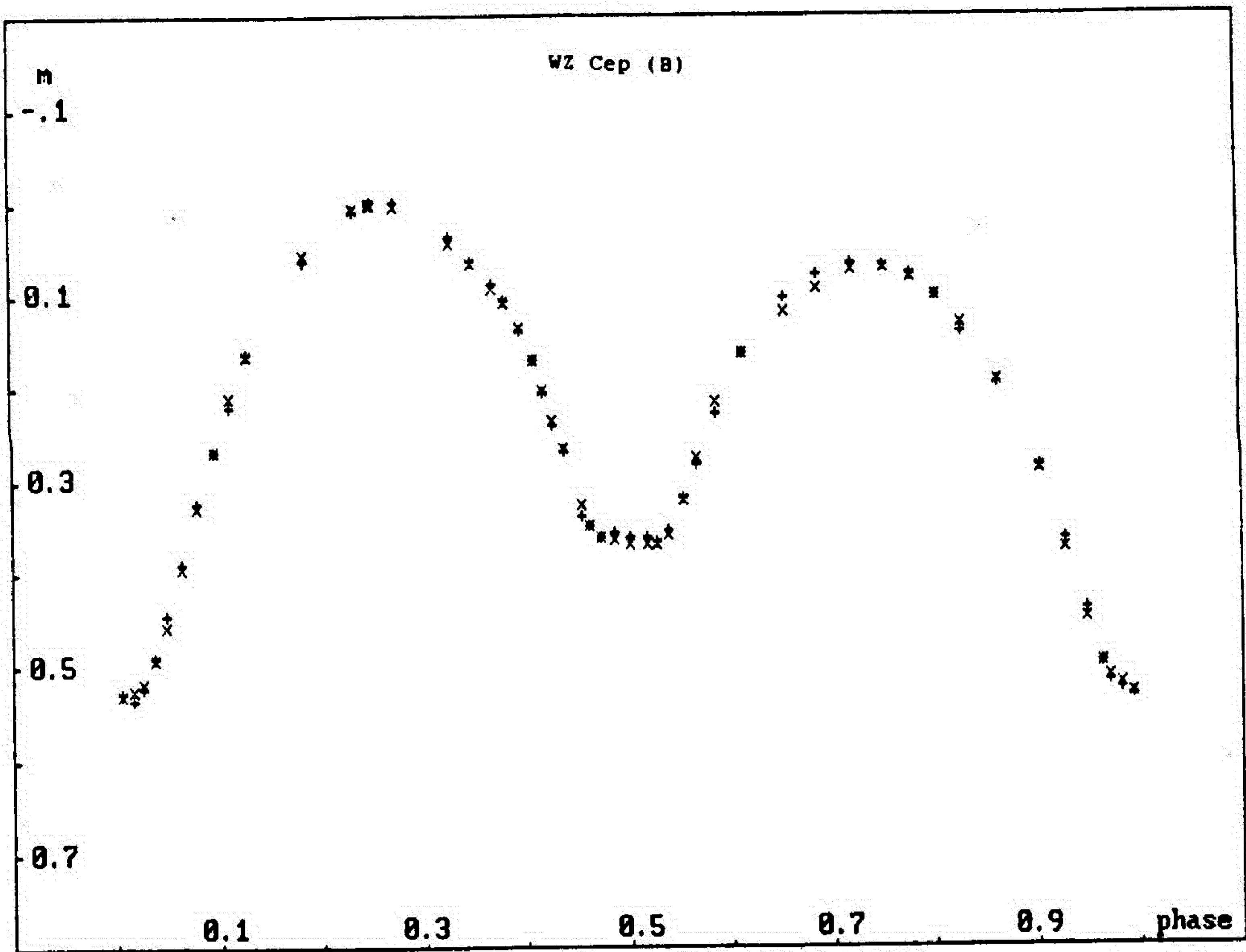
0.80 25.300. 45.

0.80 25. 50.-45.

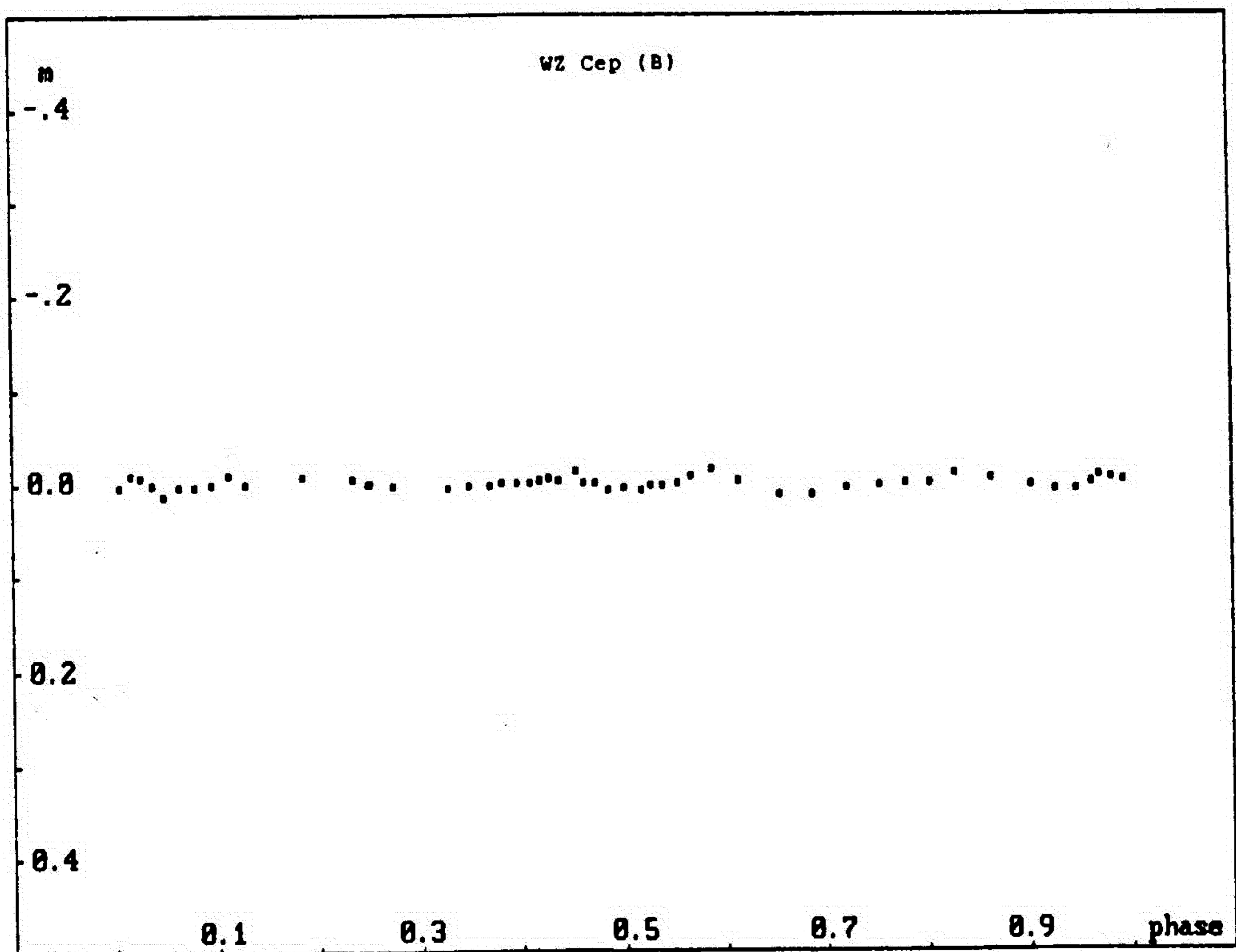
REZ:

0.204097E-02

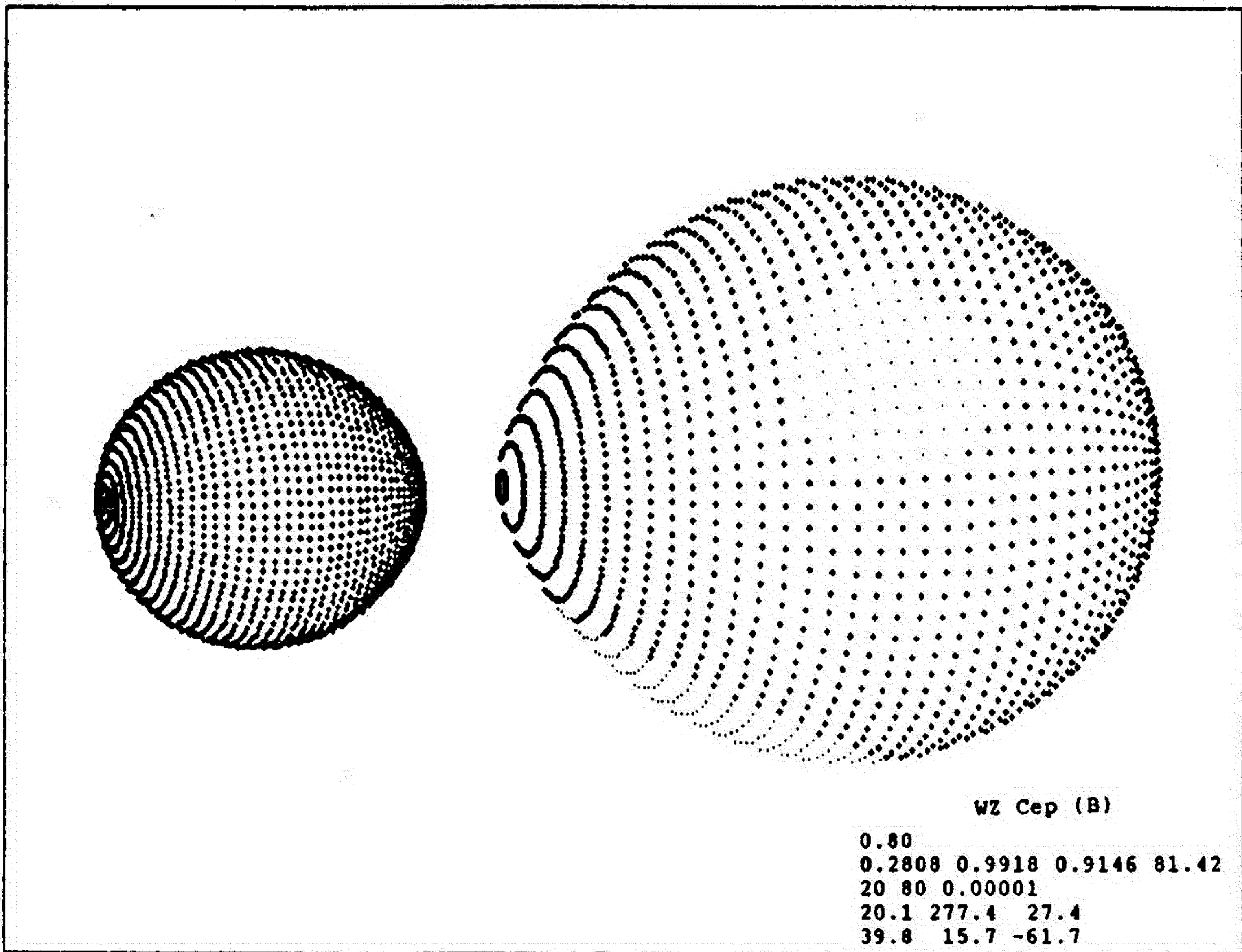
0.280885E+00	0.327578E-02	- odnos masa komponenata $q=m_2/m_1$
0.991802E+00	0.277453E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala primara
0.914573E+00	0.393932E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala sekundara
0.814248E+02	0.262167E+00	- inklinacija orbite
0.650446E+04	0.253126E+02	- temperatura sekundara
0.200599E+02	0.392569E+00	- ugaone dimenzije pege 1
0.277402E+03	0.184949E+01	- longituda pege 1
0.273552E+02	0.870062E+01	- latituda pege 1
0.397999E+02	0.990206E+00	- ugaone dimenzije pege 2
0.157229E+02	0.145676E+01	- longituda pege 2
-0.616571E+02	0.143422E+01	- latituda pege 2
0.562475E+00	0.310426E+00	- albedo primara
0.676138E+00	0.330763E+00	- albedo sekundara



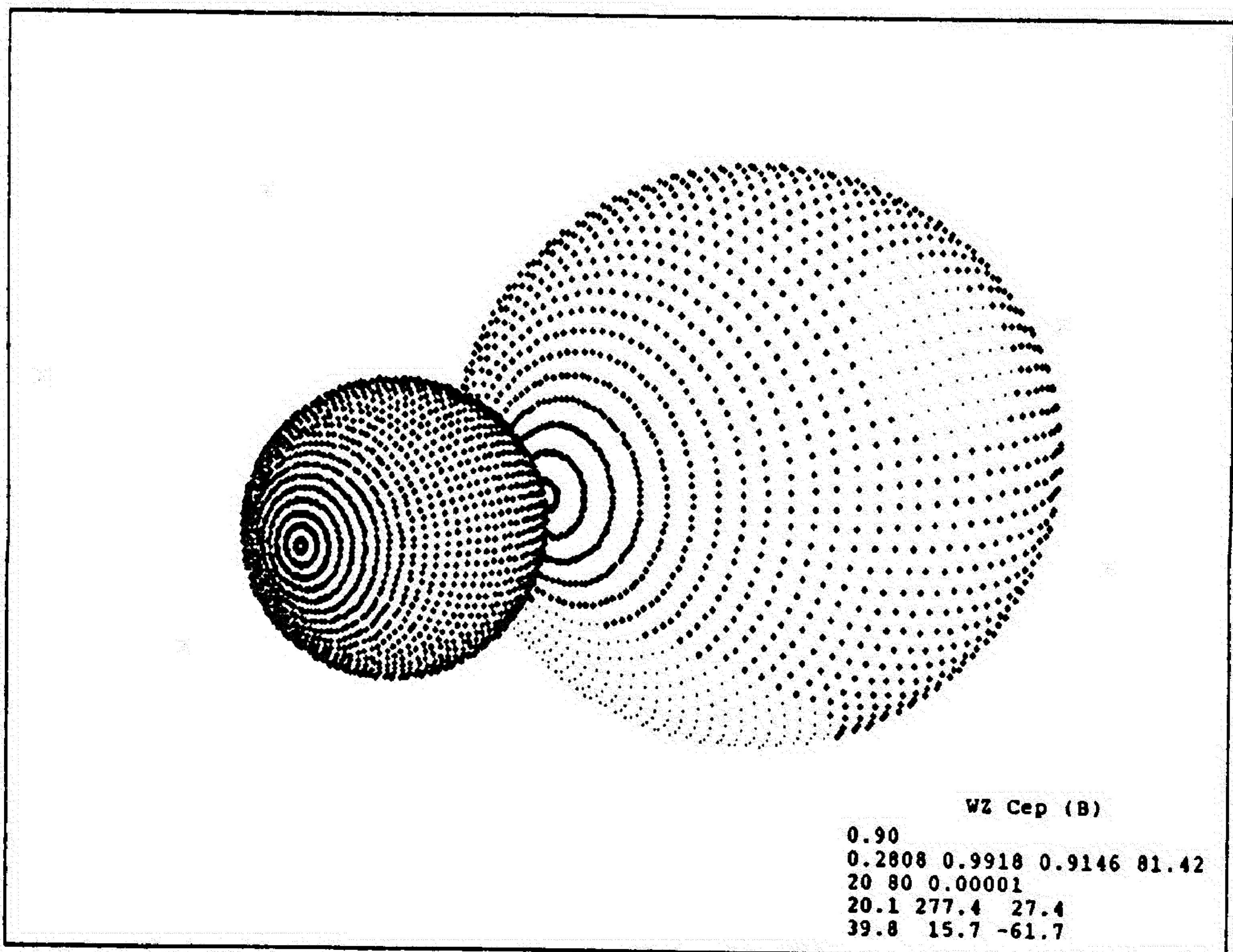
Sl. 36. WZ Cep (B): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 37. WZ Cep (B): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 38. Izgled TDS WZ Cep (B) na orbitalnoj fazi 0.80 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.



Sl. 39. Izgled TDS WZ Cep (B) na orbitalnoj fazi 0.90 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

om WD metoda (Slika 31.), ocigledna je prednost naseg prilaza, a razlike u procenama parametara modela su sasvim prirodne s obzirom na neadekvatnost WD modela za analizu ovakvih aktivnih sistema, kao i na koncepciju na kojoj bazira WD metod za resavanje obrnutog zadatka.

Dakle, priroda aktivnosti sistema WZ Cep je po svemu sudeci uslovljena postojanjem tamnih pega, koje pokrivaju znatan deo površine primara. Pokusaj interpretacije posmatranih krivih sjaja modelom "svetle pege" na sekundaru, kao sto predlaze Kaluzny, daje razlicita resenja za krive sjaja u V i B filterima, pa se takva hipoteza mora odbaciti.

FT Lupi

Tesni dvojni sistem FT Lupi je intenzivno posmatran sa ciljem da se objasni priroda aktivnosti koja dovodi do asimetrije i deformacije krive sjaja (Mauder, 1982, 1984; Lipari i Sistero, 1983; Hilditch i dr., 1984). Sistem je kratkoperiodican ($P=0.470083$), sa temperaturom primarne komponente od 6700 K, procenjenom na osnovu spektralnog tipa i spektroskopski odredjenim odnosom masa $q = 0.43 + 0.03$ (Hilditch i dr., 1984).

Analiza krivih sjaja (Kaluzny, 1986b; Liparri i Sistero, 1986) je radjena primenom WD metoda, a relativno slabo fitovanje posmatranih krivih sjaja optimalnom teorijskom krivom koju nalazi WD metod, se objasnjava ili postojanjem "svetle pege" na sekundaru ili aktivnoscu tipa RS CVn. Odredjivanje parametara ovih aktivnih regiona se u okviru WD modela ne moze sprovesti, a i sami elementi sistema, odredjeni primenom WD metode, mogu biti pogresni. Naime, kriva sjaja je opterecena uticajem pega, cije prisustvo WD metoda ne uzima u obzir.

Polazeci od normalizovanih krivih sjaja, izvedenih na osnovu 1423 posmatranja (Lipari i Sistero, 1986), normiranjem smo pripremili U, B,

V krive sjaja, definisane sa po 71-nom tackom za svaki filter. Nas prvi pokusaj interpretacije posmatranih krivih sjaja je obavljen sa radnom hipotezom o postojanju "svetle pege" na sekundaru. Rezultati resavanja obrnutog zadatka su ukazali na neprihvatljivost ove hipoteze, s obzirom da se pega locira van ekvatorijalne zone zvezde (gde bi trebalo ocekivati "svetlu pegu" na osnovu savremenih znanja o dinamici gasa izmedju komponenata u tesnim dvojnim sistemima). Osim toga, pri ovoj hipotezi ne postoji medjusobna usaglasenost resenja koja se dobijaju za U, B i V krive sjaja.

Zato smo kao radnu hipotezu usvojili prisustvo aktivnosti tipa RS CVn, sa tamnim pegama na primarnoj komponenti, pri cemu je temperatura pega za 20% niza od temperature okolne fotosfere.

Dobijena resenja su prikazana u Tablicama 8., 9. i 10. za V, B, U krive sjaja respektivno, a graficku ilustraciju nadjениh resenja mozemo videti sa Slika 40., 41., 42., 43. (V-filter); 44., 45., 46., 47. (B-filter) i 48., 49., 50., 51. (U-filter). Uporedivanjem rezultata iz ovih tablica za V, B i U oblast, kao i sa odgovarajucih slika, postaje ocigledno da nasa metoda resavanja obrnutog zadatka daje resenja koja su medjusobno vrlo dobro usaglasena, obezbedjujuci veoma dobro fitovanje posmatranih krivih sjaja sintetickom krivom, dobijenom pri ovako odredjenim optimalnim parametrima modela. Dakle, nadjeno resenje se moze prihvatiti, a neznatne razlike u vrednostima parametara modela, dobijenim na osnovu analize posmatranih krivih sjaja u pojedinim filterima su prirodne i ocekivane. Naime, treba imati u vidu da zracenje zvezda i pega donekle odstupa od plankovskog, sto se razlicito odrazava na oblasti spektra koje propustaju pojedini filteri U, B, V fotometrijskog sistema, a osim toga u raznim filterima "vidimo" razlicite slojeve atmosfere zvezde.

Kao konacno resenje za dati sistem je verovatno najbolje prihvatiti-

T A B L I C A 8.

Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sistema FT Lupi (V-filter).

OLC:

71 19 3

.0064	.9055	.0217	.8605	.0361	.7295	.0501	.5970	.0640	.4794
.0775	.3856	.0920	.3027	.1080	.2417	.1219	.1915	.1375	.1496
.1491	.1204	.1645	.0923	.1775	.0661	.1921	.0471	.2083	.0311
.2208	.0138	.2361	-.0025	.2472	-.0083	.2500	.0000	.2640	-.0103
.2789	.0042	.2925	.0077	.3065	.0168	.3217	.0213	.3364	.0310
.3501	.0434	.3655	.0562	.3780	.0737	.3936	.1028	.4067	.1323
.4205	.1673	.4358	.2074	.4496	.2457	.4648	.2768	.4789	.2923
.4917	.2967	.5068	.2951	.5212	.2927	.5367	.2797	.5493	.2540
.5651	.2166	.5782	.1875	.5930	.1478	.6066	.1148	.6215	.0956
.6358	.0673	.6491	.0602	.6645	.0469	.6780	.0347	.6935	.0324
.7074	.0267	.7239	.0224	.7372	.0289	.7506	.0326	.7648	.0344
.7790	.0508	.7926	.0576	.8067	.0764	.8203	.0926	.8359	.1187
.8506	.1426	.8646	.1723	.8785	.2061	.8930	.2553	.9060	.3150
.9223	.4096	.9354	.5036	.9502	.6284	.9644	.7647	.9792	.8752
.9936	.9077								

PQA:

0.4500 1.0000 1.0000 85.0 0.05 0.05 0.05 0.01 0.15 0.36
6700. 4800. 0.50 0.50 0.25 0.08

20 1 13

4 54 0.00001

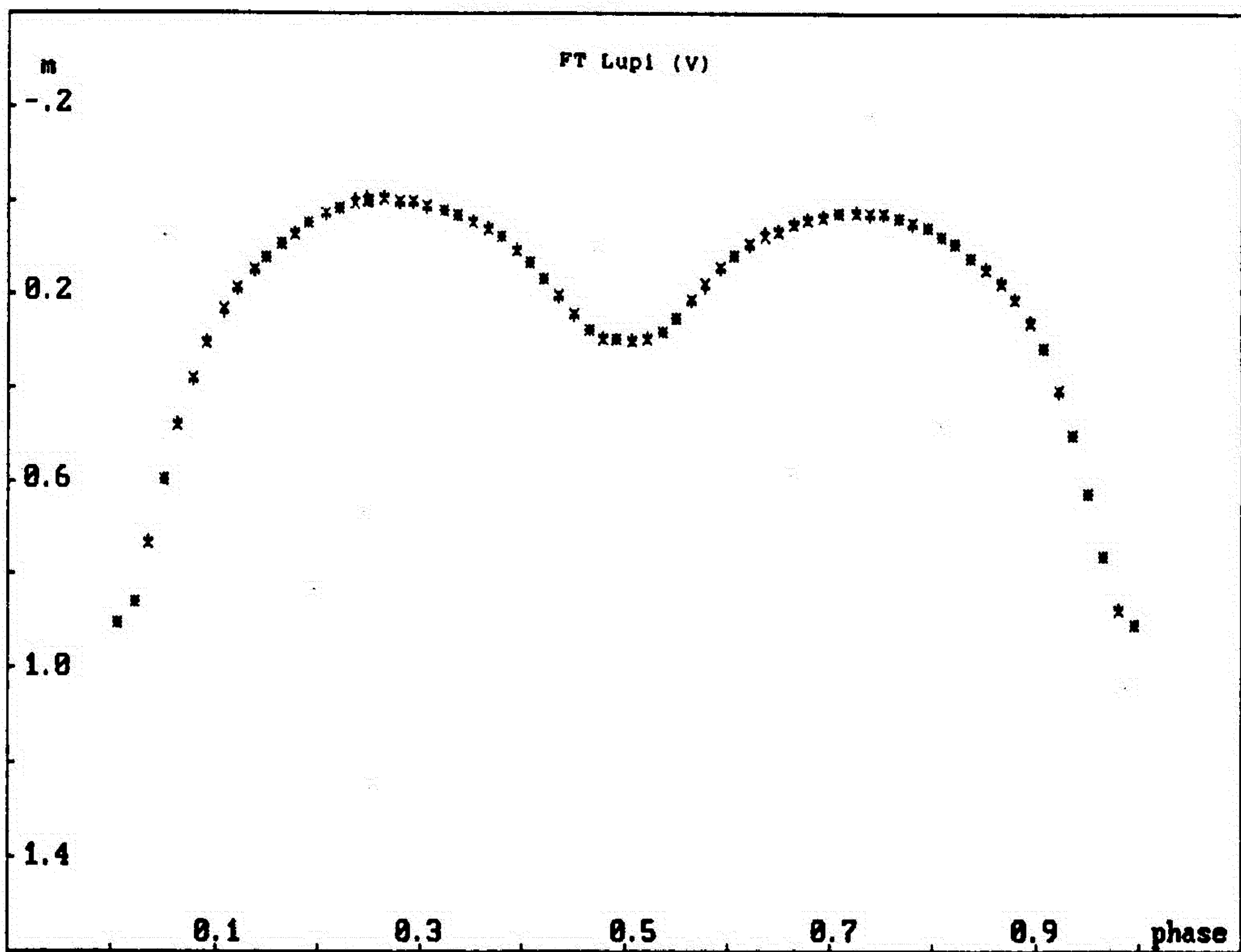
0.80 25.350.-45.

0.80 25. 50. 45.

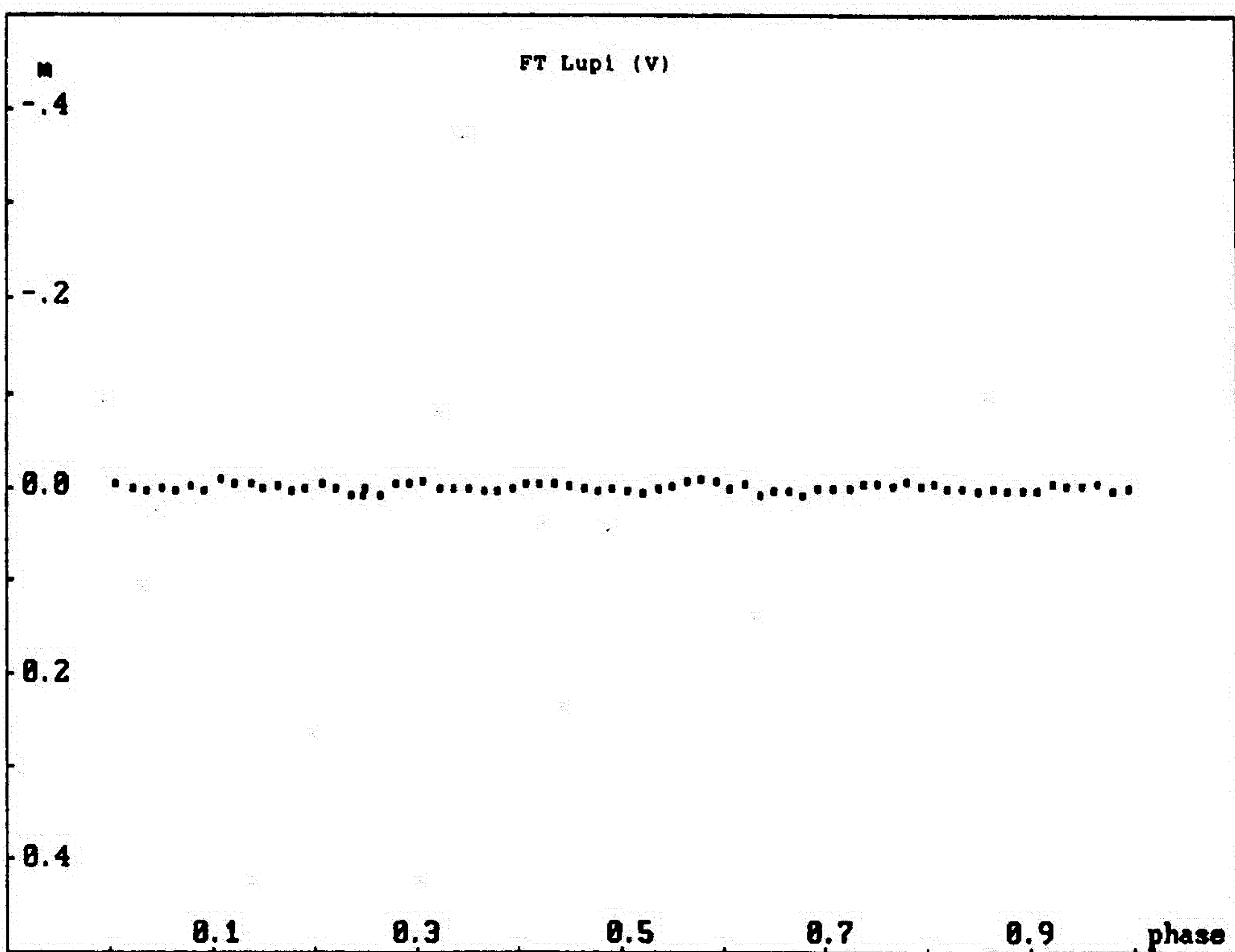
REZ:

0.124337E-02

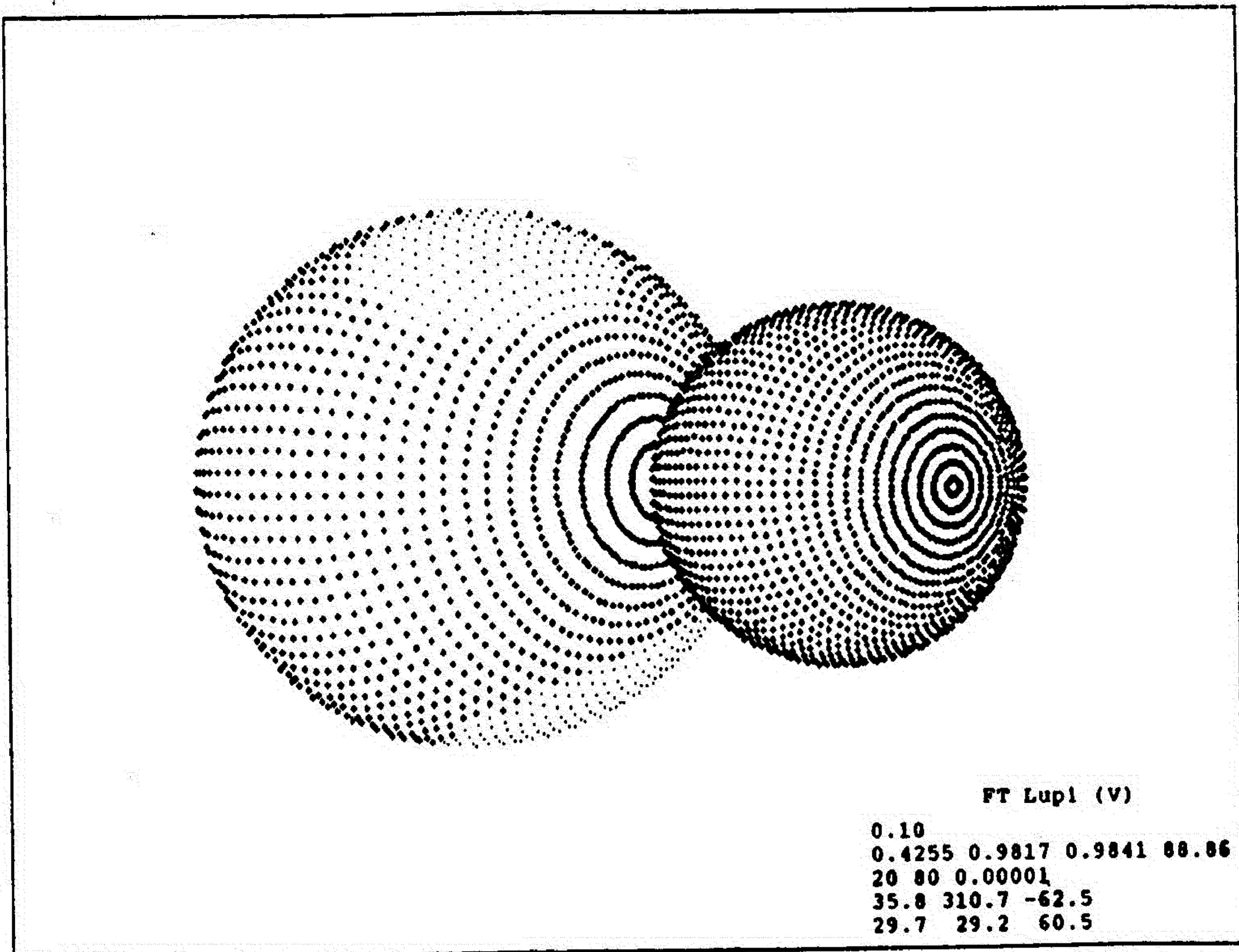
0.425503E+00	0.190235E-02	- odnos masa komponenata $q=m_2/m_1$
0.981744E+00	0.133985E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala primara
0.984102E+00	0.159034E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala sekundara
0.888626E+02	0.263059E+00	- inklinacija orbite
0.523571E+04	0.141475E+02	- temperatura sekundara
0.357900E+02	0.273092E+00	- ugaone dimenzije pege 1
0.310730E+03	0.122966E+01	- longituda pege 1
-0.625365E+02	0.412601E+00	- latituda pege 1
0.297376E+02	0.347840E+00	- ugaone dimenzije pege 2
0.292211E+02	0.807058E+00	- longituda pege 2
0.604591E+02	0.646337E+00	- latituda pege 2
0.140196E+01	0.267670E+00	- albedo primara
0.101641E+01	0.119995E+00	- albedo sekundara



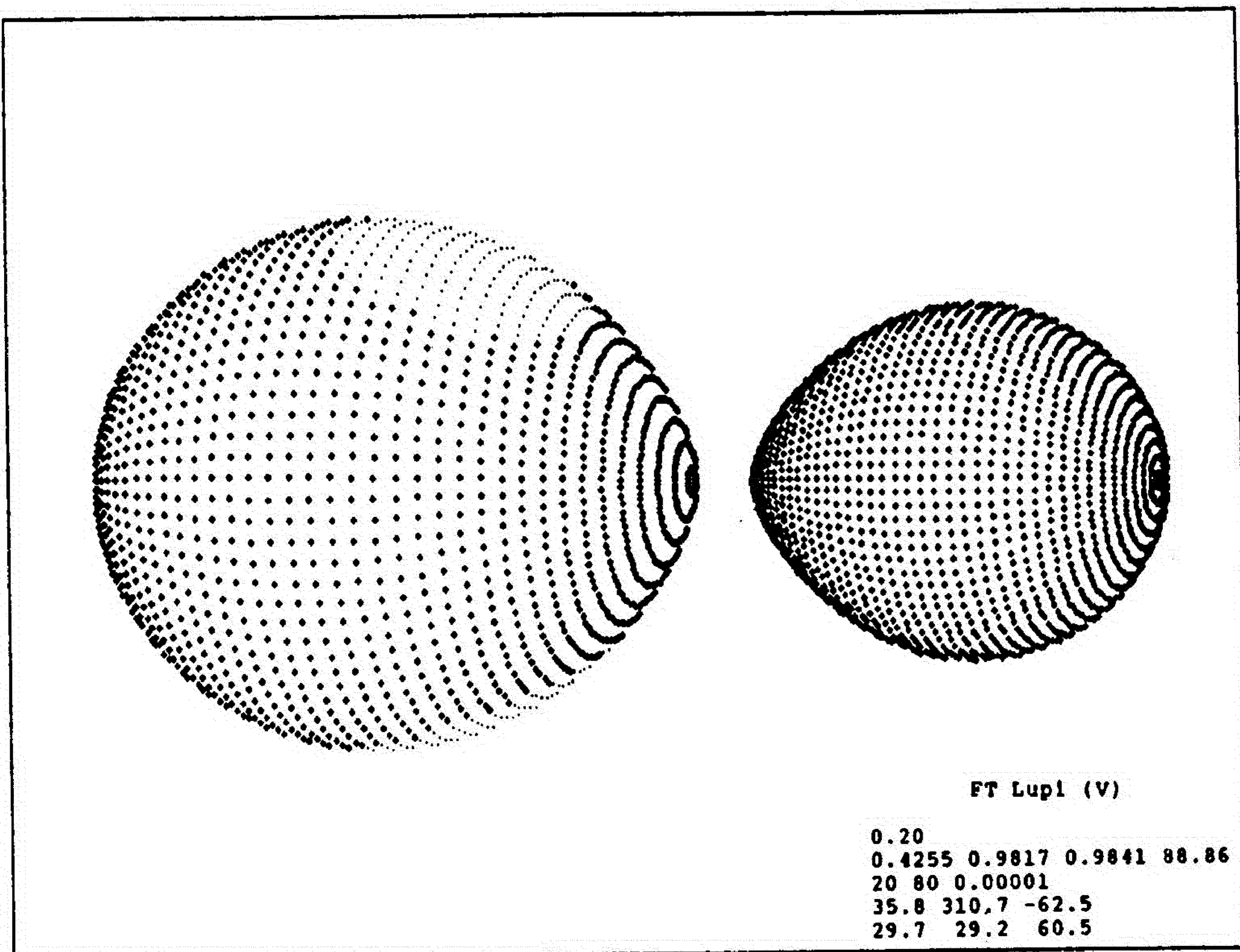
Sl. 40. FT Lupi (V): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 41. FT Lupi (V): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 42. Izgled TDS FT Lupi (V) na orbitalnoj fazi 0.10 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.



Sl. 43. Izgled TDS FT Lupi (V) na orbitalnoj fazi 0.20 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

T A B L I C A 9.

Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sistema FT Lupi (B-filter).

OLC:

71 19 2

.0064	.9796	.0217	.9229	.0361	.7757	.0501	.6296	.0640	.5112
.0775	.4083	.0920	.3206	.1080	.2512	.1219	.2084	.1375	.1615
.1491	.1316	.1645	.0992	.1775	.0722	.1921	.0457	.2083	.0312
.2208	.0199	.2361	-.0031	.2472	-.0006	.2500	.0000	.2640	-.0067
.2789	.0019	.2925	.0067	.3065	.0162	.3217	.0248	.3364	.0410
.3501	.0594	.3655	.0685	.3780	.0891	.3936	.1145	.4067	.1386
.4205	.1675	.4358	.2069	.4496	.2416	.4648	.2682	.4789	.2809
.4917	.2801	.5068	.2805	.5212	.2824	.5367	.2732	.5493	.2505
.5651	.2200	.5782	.1888	.5930	.1537	.6066	.1240	.6215	.1049
.6358	.0831	.6491	.0737	.6645	.0593	.6780	.0496	.6935	.0459
.7074	.0394	.7239	.0406	.7372	.0469	.7506	.0476	.7648	.0497
.7790	.0613	.7926	.0731	.8067	.0913	.8203	.1083	.8359	.1328
.8506	.1599	.8646	.1889	.8785	.2264	.8930	.2841	.9060	.3394
.9223	.4388	.9354	.5360	.9502	.6686	.9644	.8115	.9792	.9394
.9936	.9809								

PQA:

0.4500 1.0000 1.0000 85.0 0.05 0.05 0.05 0.01 0.15 0.36

6700. 4800. 0.50 0.50 0.25 0.08

20 1 13

4 54 0.00001

0.80 25.350.-45.

0.80 25. 50. 45.

REZ:

0.157990E-02

0.426154E+00 0.216174E-02 - odnos masa komponenata $q=m_2/m_1$

0.973775E+00 0.148162E-02 - koef. popunjenosti krit. ovala primara

0.965945E+00 0.204257E-02 - koef. popunjenosti krit. ovala sekundara

0.887988E+02 0.252175E+00 - inklinacija orbite

0.528954E+04 0.151391E+02 - temperatura sekundara

0.352028E+02 0.252479E+00 - ugaone dimenzije pege 1

0.307655E+03 0.110326E+01 - longituda pege 1

-0.612420E+02 0.396431E+00 - latituda pege 1

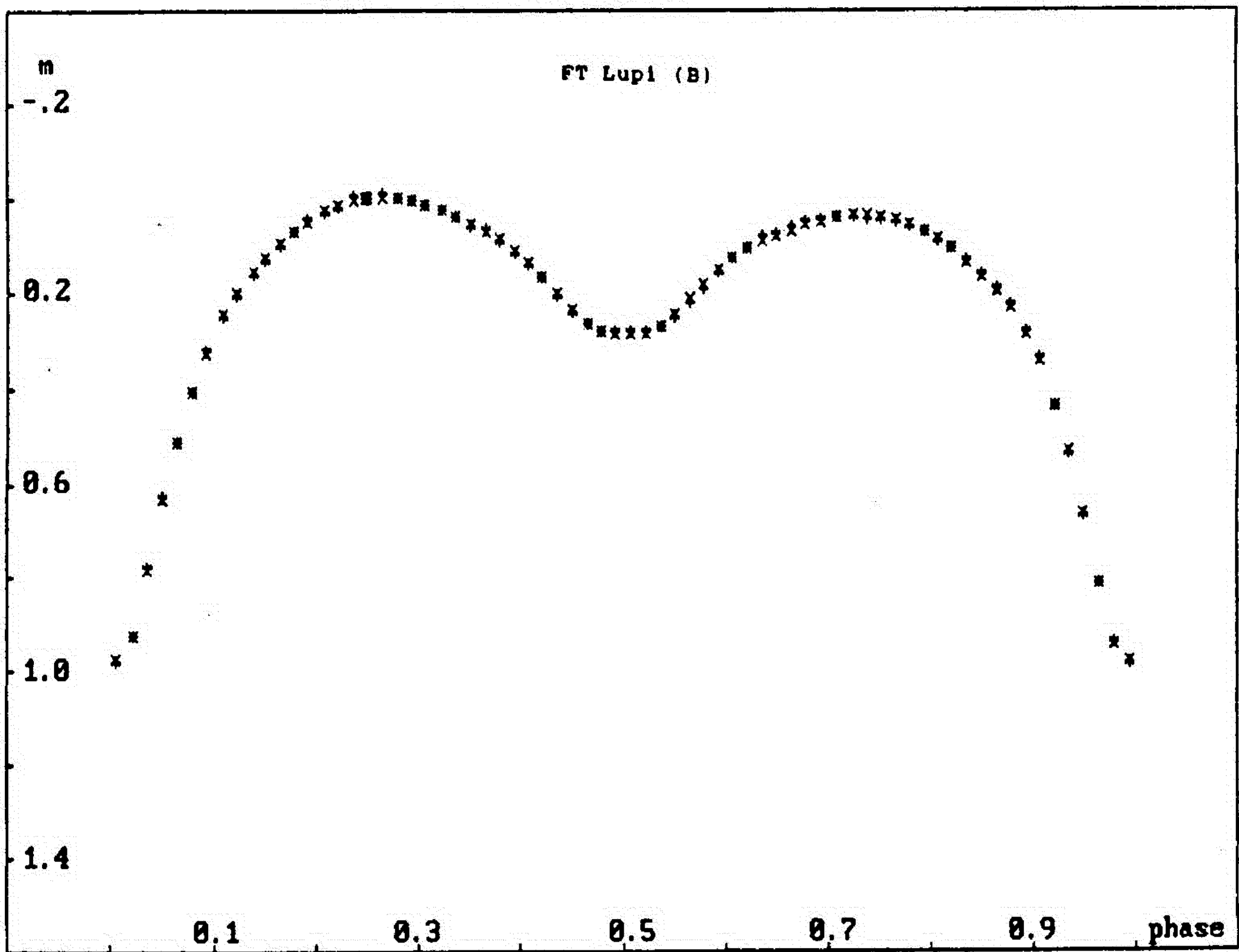
0.299808E+02 0.310148E+00 - ugaone dimenzije pege 2

0.290123E+02 0.723191E+00 - longituda pege 2

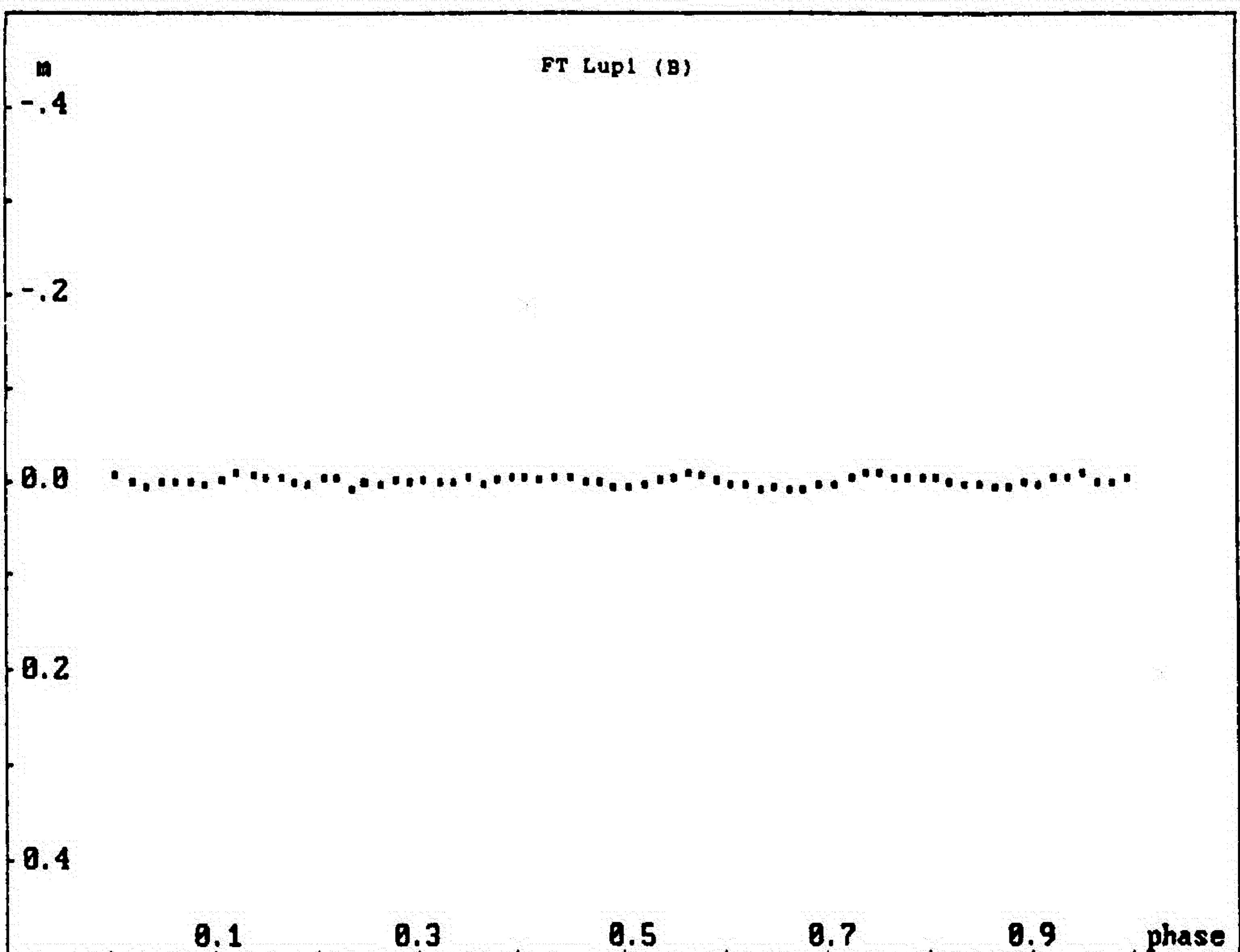
0.599780E+02 0.629643E+00 - latituda pege 2

0.773458E+00 0.230351E+00 - albedo primara

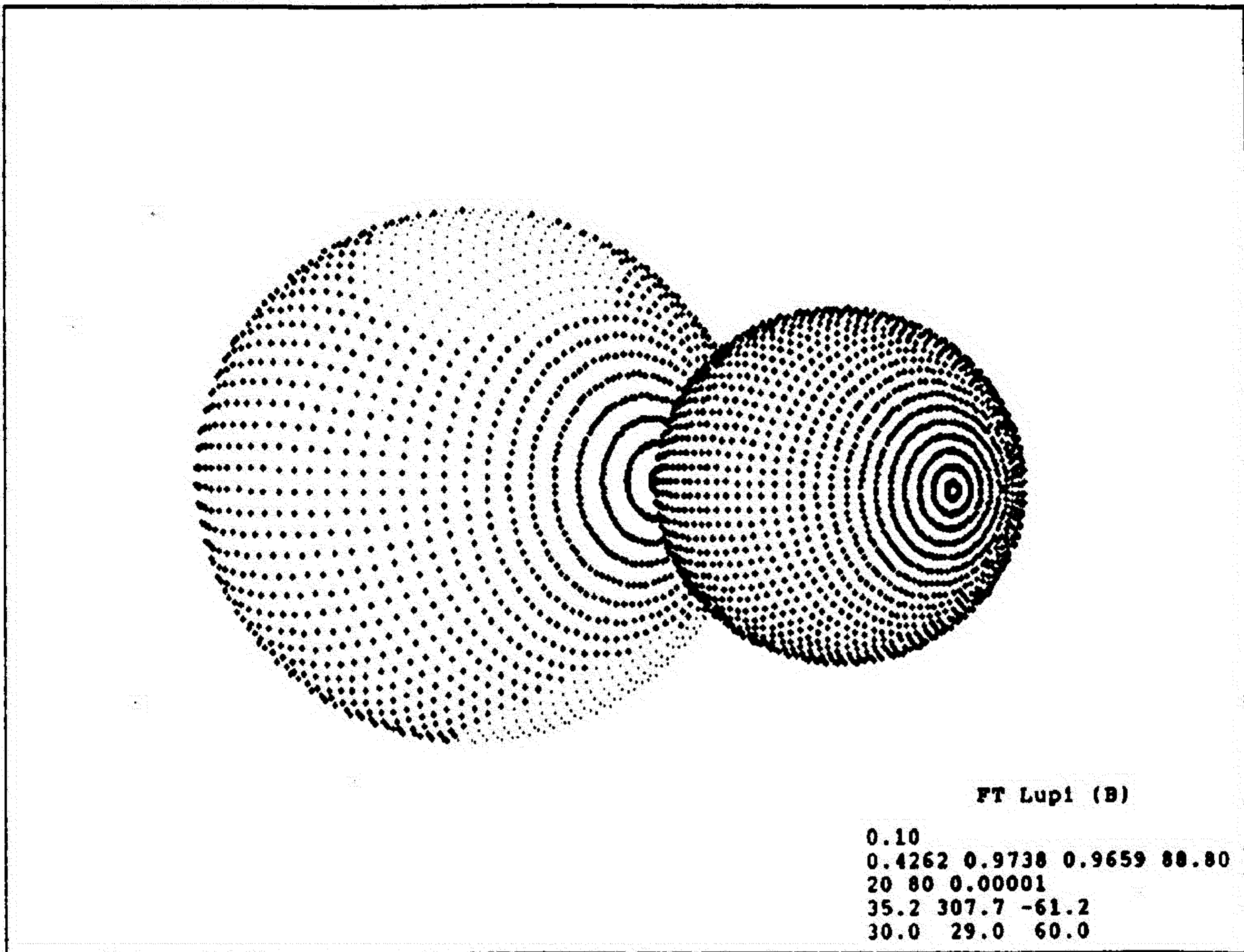
0.704336E+00 0.129735E+00 - albedo sekundara



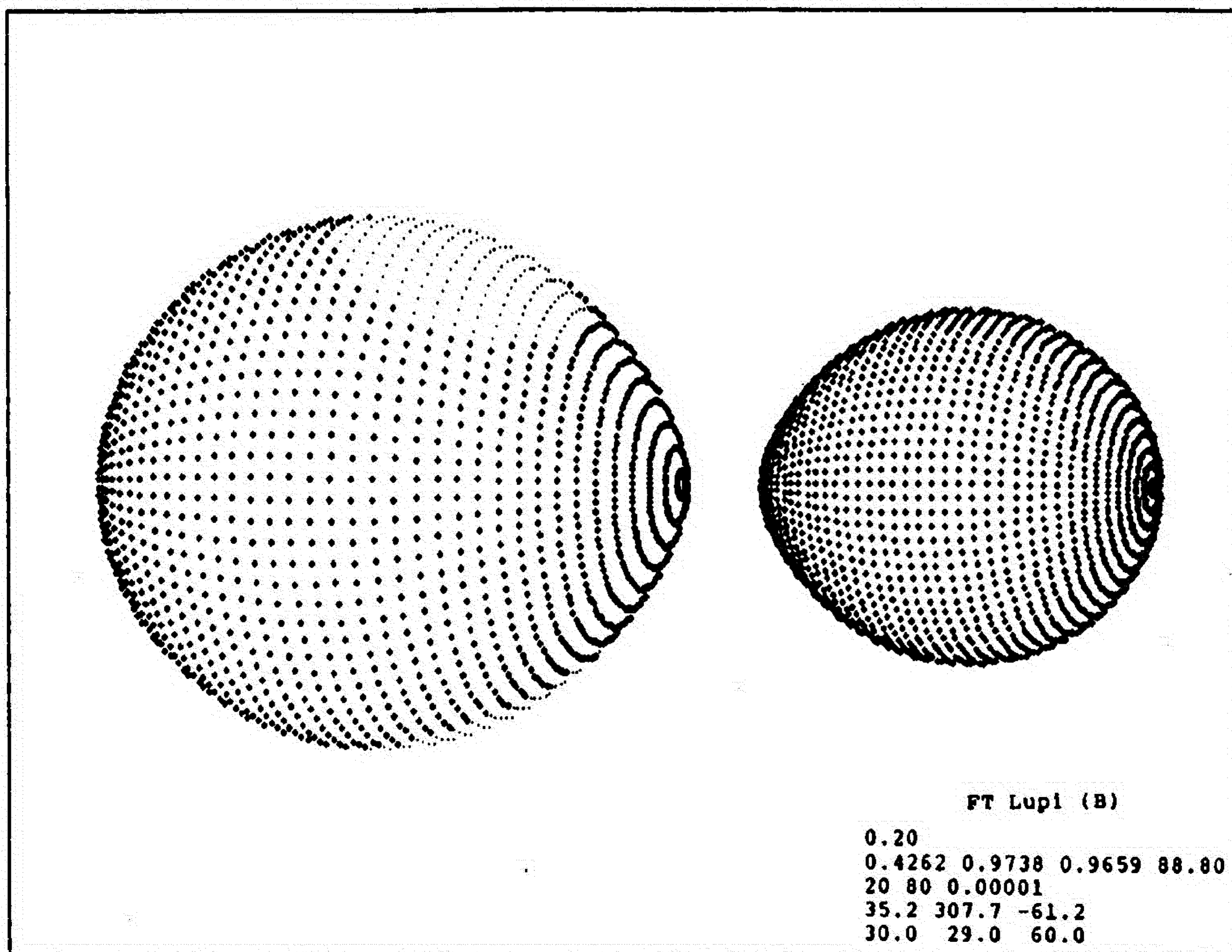
Sl. 44. FT Lupi (B): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 45. FT Lupi (B): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 46. Izgled TDS FT Lupi (B) na orbitalnoj fazi 0.10 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.



Sl. 47. Izgled TDS FT Lupi (B) na orbitalnoj fazi 0.20 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

T A B L I C A 10.

Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sistema FT Lupi (U-filter).

OLC:

71	19	1							
.0064	1.0201	.0217	.9565	.0361	.8029	.0501	.6494	.0640	.5371
.0775	.4255	.0920	.3326	.1080	.2661	.1219	.2139	.1375	.1735
.1491	.1382	.1645	.1113	.1775	.0814	.1921	.0422	.2083	.0233
.2208	.0138	.2361	-.0105	.2472	-.0085	.2500	.0000	.2640	-.0011
.2789	.0103	.2925	.0141	.3065	.0085	.3217	.0282	.3364	.0347
.3501	.0387	.3655	.0568	.3780	.0744	.3936	.1108	.4067	.1396
.4205	.1745	.4358	.2064	.4496	.2440	.4648	.2636	.4789	.2767
.4917	.2774	.5068	.2785	.5212	.2795	.5367	.2705	.5493	.2520
.5651	.2241	.5782	.1957	.5930	.1543	.6066	.1218	.6215	.1022
.6358	.0869	.6491	.0737	.6645	.0616	.6780	.0539	.6935	.0505
.7074	.0440	.7239	.0435	.7372	.0467	.7506	.0590	.7648	.0619
.7790	.0697	.7926	.0809	.8067	.1016	.8203	.1178	.8359	.1464
.8506	.1641	.8646	.2041	.8785	.2401	.8930	.2946	.9060	.3538
.9223	.4611	.9354	.5641	.9502	.6977	.9644	.8439	.9792	.9759
.9936	1.0198								

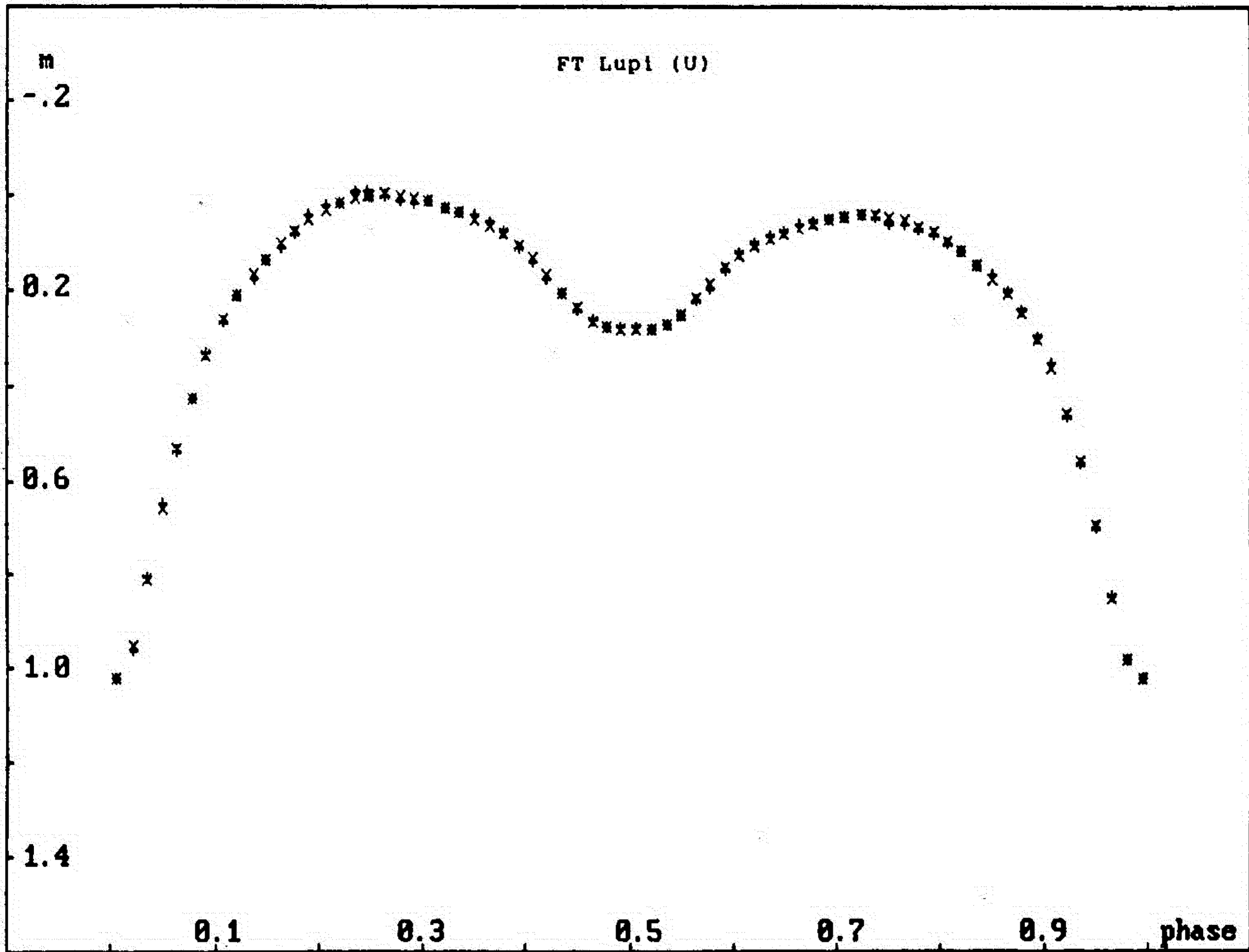
PQA:

0.4500	1.0000	1.0000	85.0	0.05	0.05	0.05	0.01	0.15	0.36
6700.	4800.	0.50	0.50	0.25	0.08				
20	1	13							
4	54	0.00001							
0.80	25.350.	-45.							
0.80	25.	50.	45.						

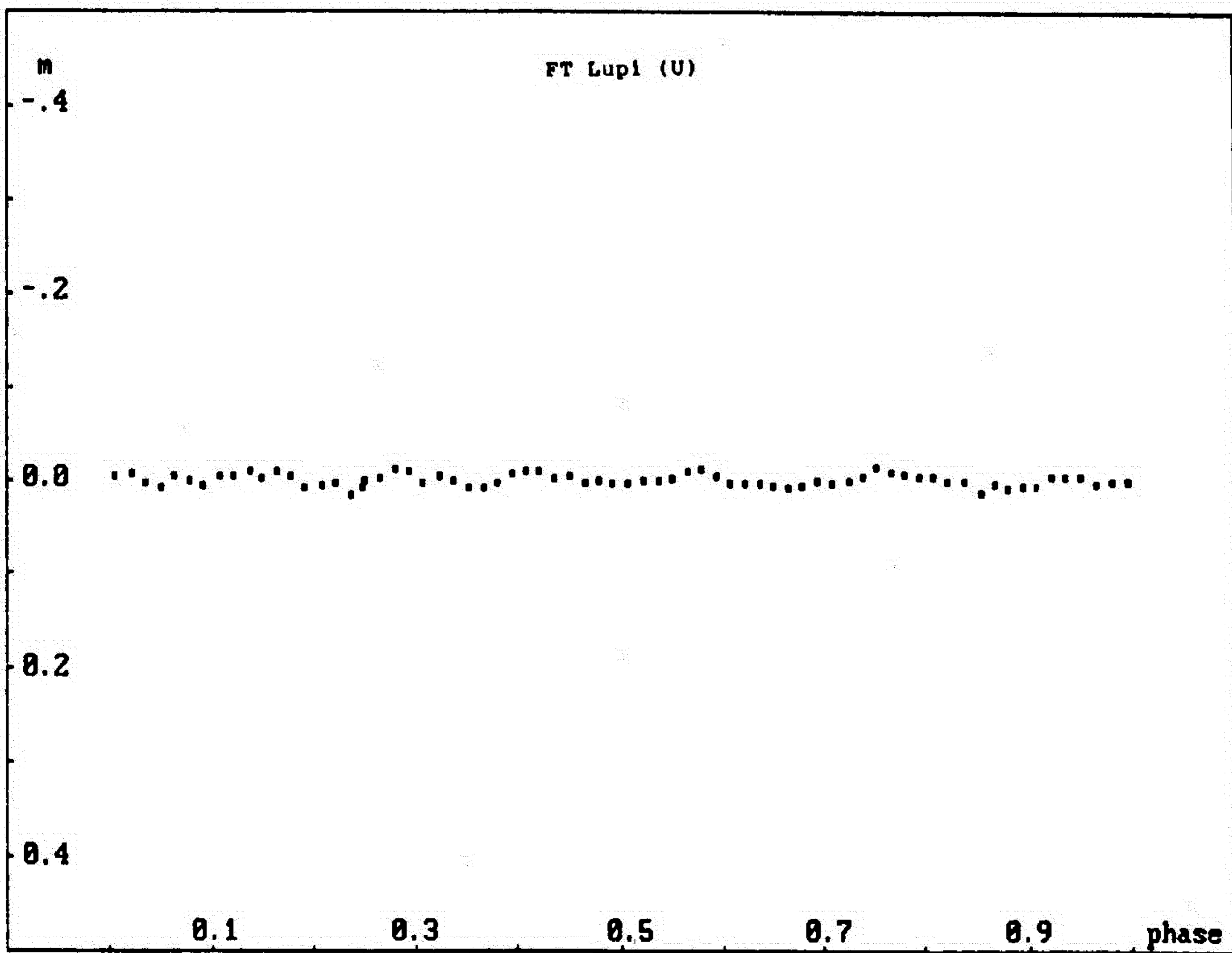
REZ:

0.283502E-02

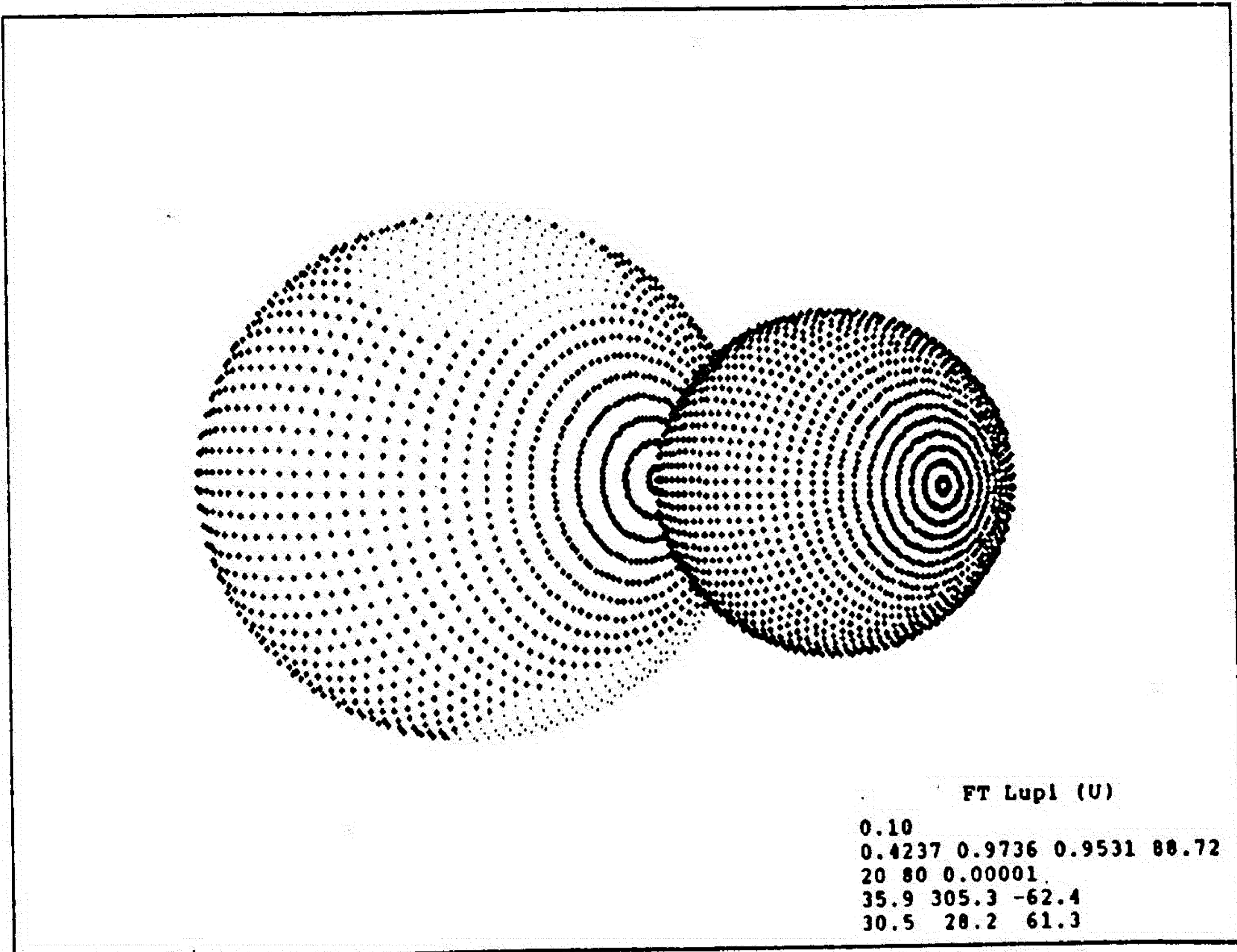
0.423765E+00	0.228633E-02	- odnos masa komponenata $q=m_2/m_1$
0.973624E+00	0.161832E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala primara
0.953093E+00	0.240553E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala sekundara
0.887225E+02	0.270668E+00	- inklinacija orbite
0.528746E+04	0.230885E+02	- temperatura sekundara
0.359080E+02	0.273554E+00	- ugaone dimenzije pege 1
0.305321E+03	0.121200E+01	- longituda pege 1
-0.623866E+02	0.452513E+00	- latituda pege 1
0.305236E+02	0.391802E+00	- ugaone dimenzije pege 2
0.282301E+02	0.860864E+00	- longituda pege 2
0.612695E+02	0.645845E+00	- latituda pege 2
0.219507E+01	0.252944E+00	- albedo primara
0.170045E+01	0.165847E+00	- albedo sekundara



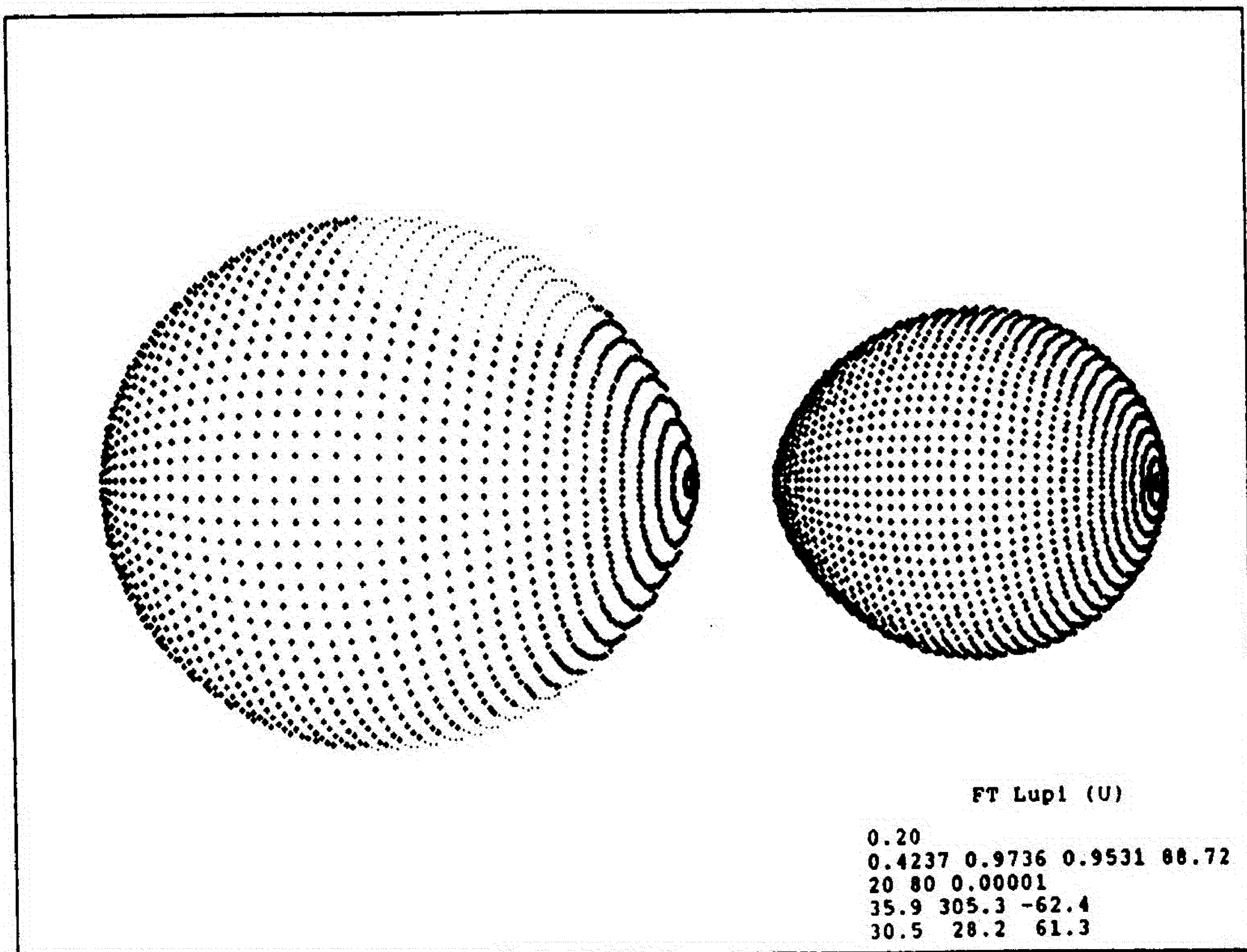
Sl. 48. FT Lupi (U): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 49. FT Lupi (U): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 50. Izgled TDS FT Lupi (U) na orbitalnoj fazi 0.10 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.



Sl. 51. Izgled TDS FT Lupi (U) na orbitalnoj fazi 0.20 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

ti parametre dobijene analizom krive sjaja u V filteru, a ima opravdanja i neka vrsta tezinske srednje vrednosti, pri cemu bi najveću težinu imalo rešenje dobijeno za V oblast.

Nesto povećane vrednosti albeda komponenata je posledica cinjenice da se sa modelom sa dve pege ne mogu do kraja simulirati posmatrane krive sjaja, ali tome ne treba pridavati neki posebni znacaj, jer se kvalitet rešenja ne menja ni ukoliko albedo fiksiramo na 0.5. Dakle, tretiranje albeda kao slobodnog parametra daje samo fine korekcije rešenja, a vrednosti albeda koje bi drasticnije odstupale od 0.5, ukazuju na ogranicene mogucnosti modela sa dve pege, a ne mozemo iskljuciti ni mogucnost da su ove vrednosti posledica nedovoljno poznatih procesa preraspodele zracenja pri efektu refleksije u sistemu.

AU Ser

Fotoelektricna posmatranja AU Ser (P=0.3865) na kojima zasnivamo ispitivanje ovog tesnog dvojnog sistema je obavio Binnendijk (1972) na Kitt Peak opservatoriji u toku 1969, 1970 godine u V i B spektralnoj oblasti. Dobijene krive sjaja su deformisane i asimetrične, ukazujući na postojanje aktivnih regiona na zvezdi. Na osnovu kolor indeksa (Eggen, 1967) i Popper -ove (1980) kalibracije, Kaluzny (1986b) procenjuje da primarna komponenta ima temperaturu oko 5100 K, a analiza krivih sjaja, koju on vrši primenom WD metoda, daje rešenje koje relativno slabo fituje posmatranja (Slika 52.).

Kao moguće objašnjenje za očigledna odstupanja između optimalne teorijske i posmatrane krive sjaja, Kaluzny uvodi hipotezu "svetle pege", ali u okviru WD metode nema mogućnosti da se konkretan račun sprovede.

Primena naseg modela tesnog dvojnog sistema i metode koju smo ra-

zvili za resavanje obrnutog zadatka, omogućava proveru ove hipoteze. Polazeci od Binendijak-ovih posmatranja, obavljenih u toku 1969 god., za analizu smo pripremili normirane krive sjaja, definisane sa po 43 tacke za svaki filter. Resenja koja se dobijaju analizom V i B krivih sjaja negiraju postojanje "svetle pege" (nisu medjusobno saglasna, a ni dinamički se lociranje "svetle pege" van ekvatorijalne zone zvezde ne moze prihvatiti).

Daleko je realnije pretpostaviti da je za karakteristike posmatranih krivih sjaja odgovorna aktivnost tipa RS CVn, sto je sasvim prirodno ocekivati kod zvezda poznijih spektralnih klasa sa konvektivnim omotacima. Ova radna hipoteza se pokazala opravdanom, a nadjena resenja su za V i B spektralnu oblast data u Tablicama 11. i 12. Graficka ilustracija rezultata je data Slikama 53., 54. i 55. za V-oblast, odnosno 56., 57. i 58. za B-oblast.

Kao sto se iz prilozenih tablica vidi, resenja obrnutog zadatka analize krivih sjaja dobijenih u V i B-filteru su medjusobno dobro usaglasena, a sa prikazanih slika se vidi da sinteticke krive sjaja (x), dobijene pri ovako odredjenim parametrima sistema, veoma dobro fituju posmatranja (+). Dakle, resenja data u Tablicama 11. i 12. se mogu smatrati prihvatljivim za tumacenje aktivnih procesa koji uslovljavaju posmatrani oblik krivih sjaja tesnog dvojnog sistema AU Ser. Temperatura pega koje su locirane na primarnoj komponenti je 30% niza od temperature okolne fotosfere, a sa prikazanih slika se vidi da one pokrivaju znatan deo površine zvezde.

RV Corvi

d

Tesni dvojni sistem RV Corvi ($P=0.7472521$) analiziramo na osnovu fotoelektricnih posmatranja u V filteru (McFarlane i dr., 1986), koja

T A B L I C A 11.

Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sistema AU Serpentis (V-filter).

OLC:

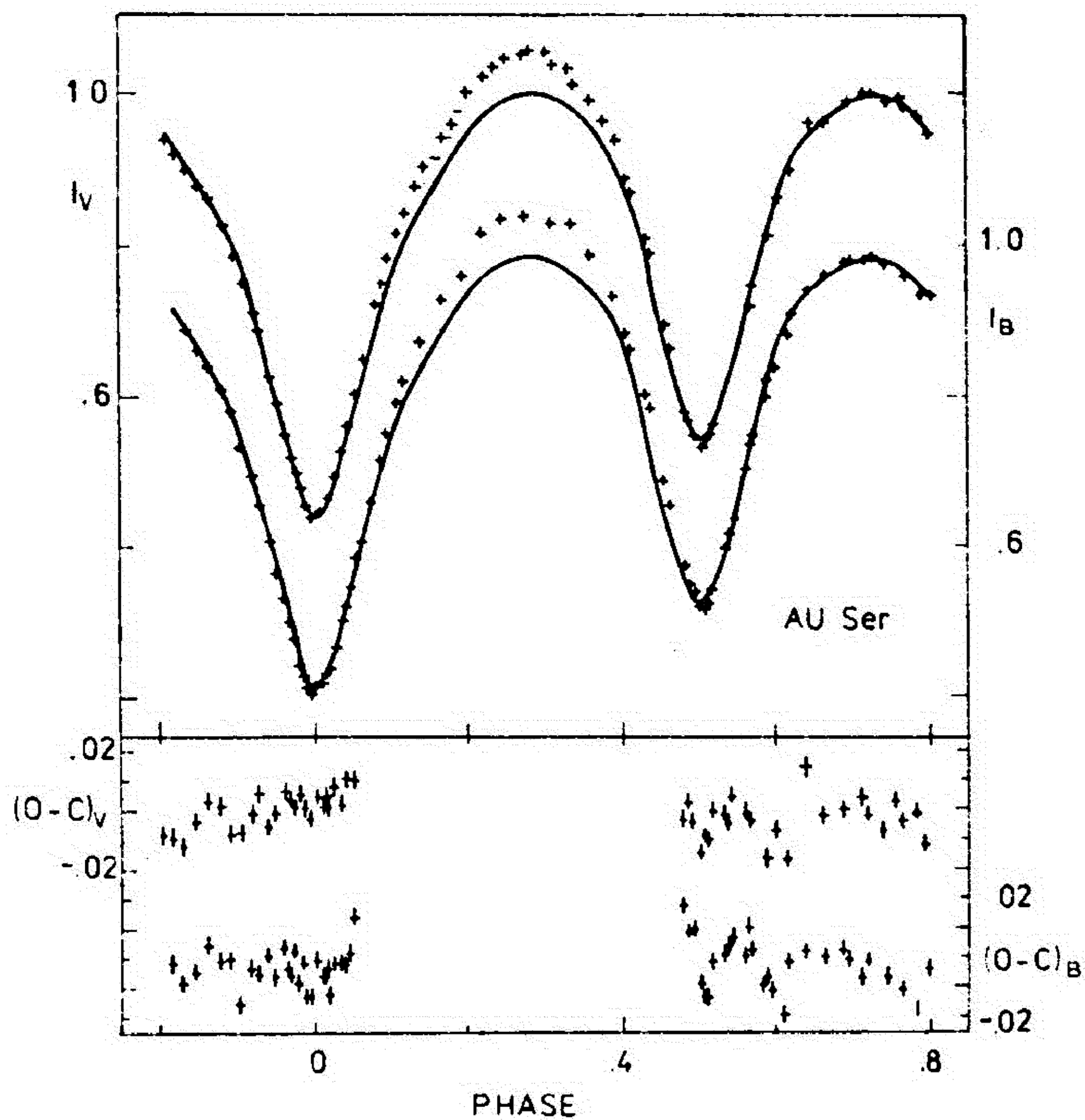
43	12	3							
.0096	.9110	.0206	.8560	.0367	.7300	.0496	.6270	.0749	.4420
.0966	.3110	.1147	.2360	.1357	.1740	.1588	.1190	.1822	.0890
.2278	.0210	.2791	.0000	.3266	.0250	.3709	.0830	.4063	.1850
.4306	.2840	.4570	.4600	.4839	.6440	.5076	.7110	.5208	.6550
.5382	.5580	.5540	.4450	.5681	.3650	.5876	.2720	.6002	.2110
.6235	.1370	.6587	.0760	.6844	.0590	.7059	.0470	.7288	.0480
.7556	.0530	.7803	.0750	.8033	.1140	.8238	.1470	.8479	.1870
.8731	.2360	.8934	.3040	.9150	.3910	.9287	.4530	.9468	.5920
.9643	.7020	.9752	.8010	.9879	.8820				

PQA:

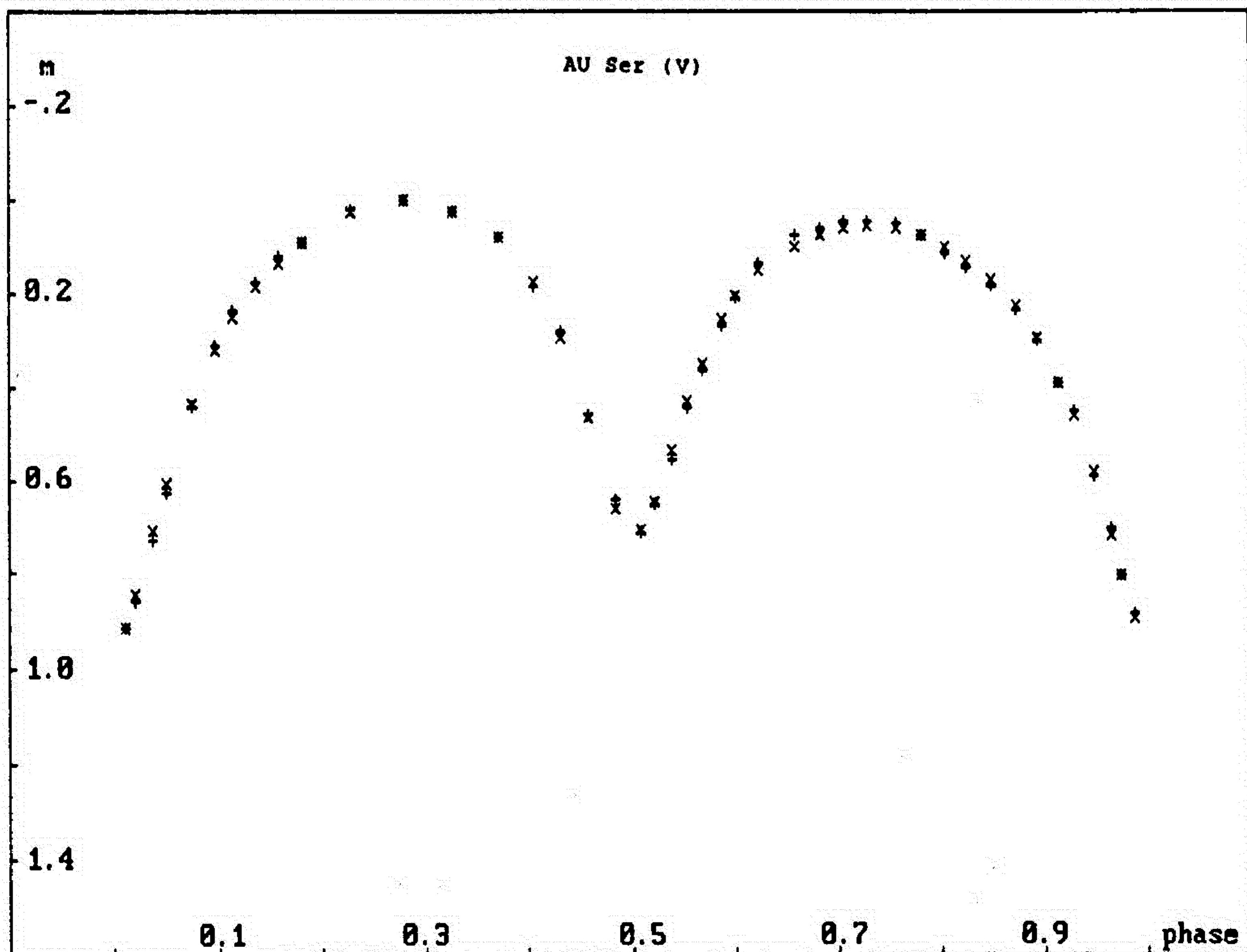
0.8000	1.0000	1.0000	80.0	0.02	0.05	0.05	0.01	0.15	0.36
5100.	4800.	0.50	0.50	0.08	0.08				
20	1	13							
4	54	0.00001							
0.70	25.250.	-45.							
0.70	25.320.	45.							

REZ:

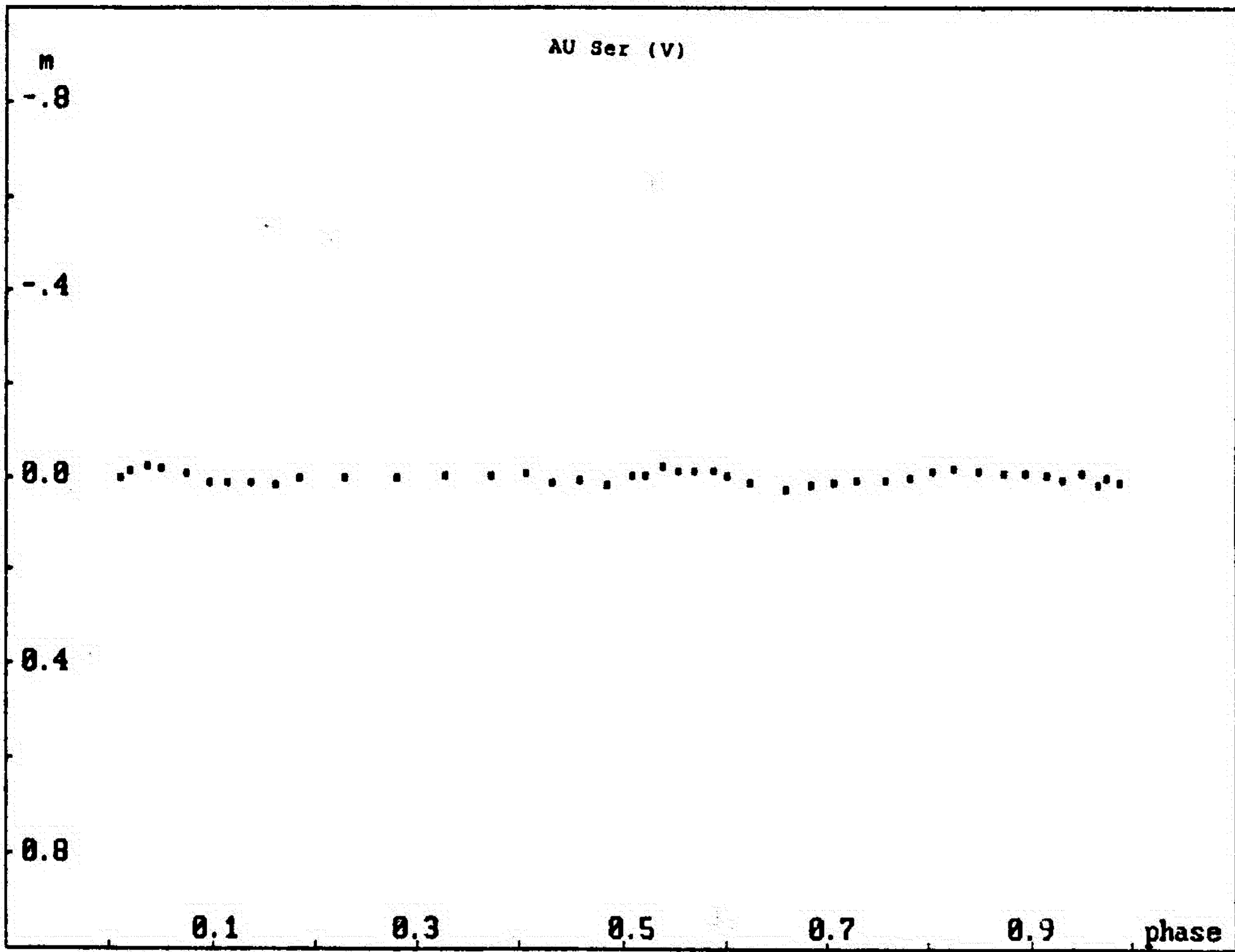
0.631395E-02		
0.839015E+00	0.308883E-01	- odnos masa komponenata $q=m_2/m_1$
0.971241E+00	0.685862E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala primara
0.100000E+01	0.650283E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala sekundara
0.831688E+02	0.344555E+00	- inklinacija orbite
0.492855E+04	0.156042E+02	- temperatura sekundara
0.397886E+02	0.101682E+01	- ugaone dimenzije pege 1
0.229630E+03	0.493040E+01	- longituda pege 1
-0.627789E+02	0.167180E+01	- latituda pege 1
0.400848E+02	0.107355E+01	- ugaone dimenzije pege 2
0.154064E+01	0.130418E+01	- longituda pege 2
0.456577E+02	0.280373E+01	- latituda pege 2
0.553921E+00	0.432799E+00	- albedo primara
0.935232E+00	0.349153E+00	- albedo sekundara



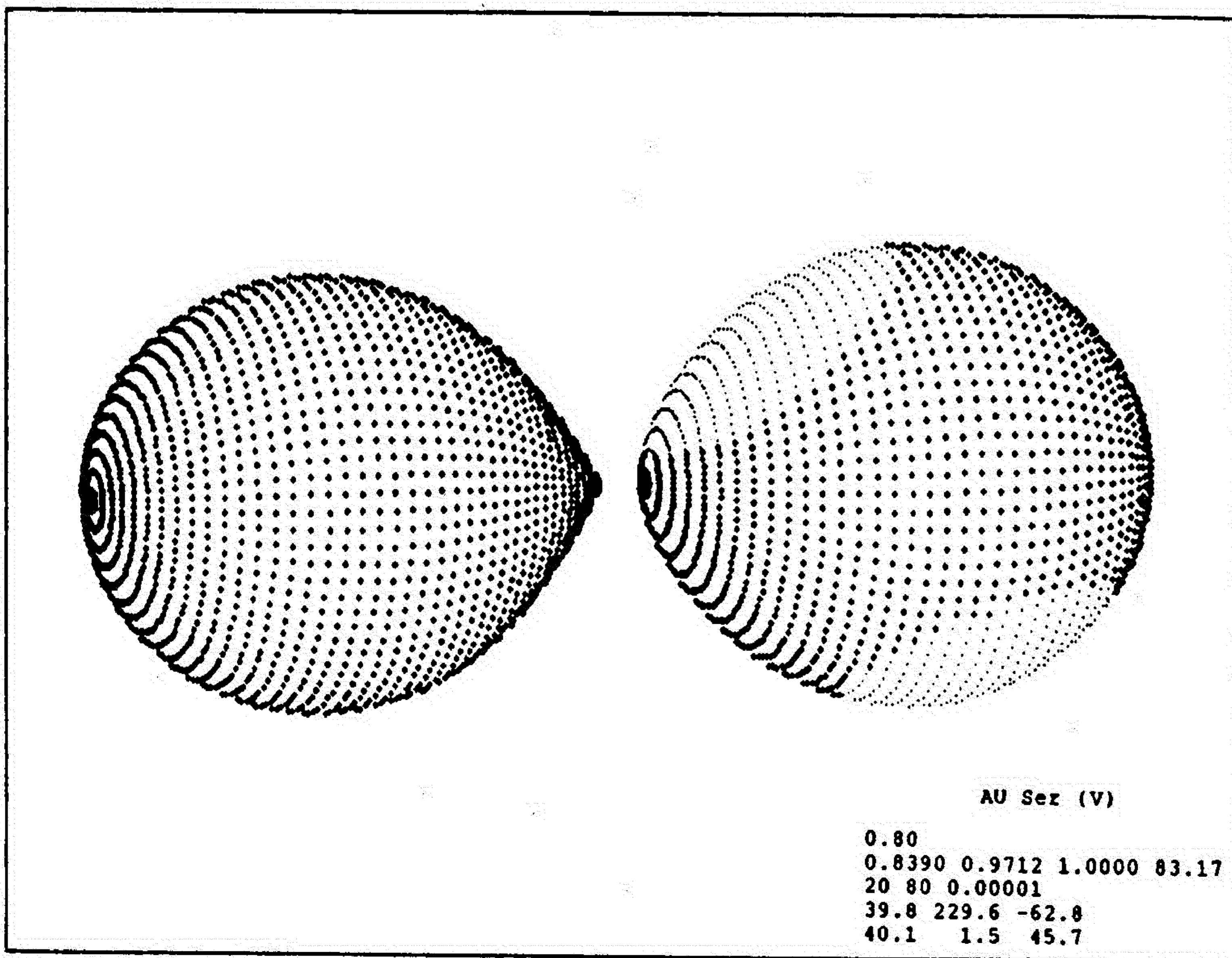
Sl. 52. Posmatrane (+) i sintetičke (--) krive sjaja AU Ser u V i B filteru (Kaluzny, 1986b).



Sl. 53. AU Ser (V): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 54. AU Ser (V): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 55. Izgled TDS AU Ser (V) na orbitalnoj fazi 0.80 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

T A B L I C A 12.

Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sistema AU Serpentis (B-filter).

OLC:

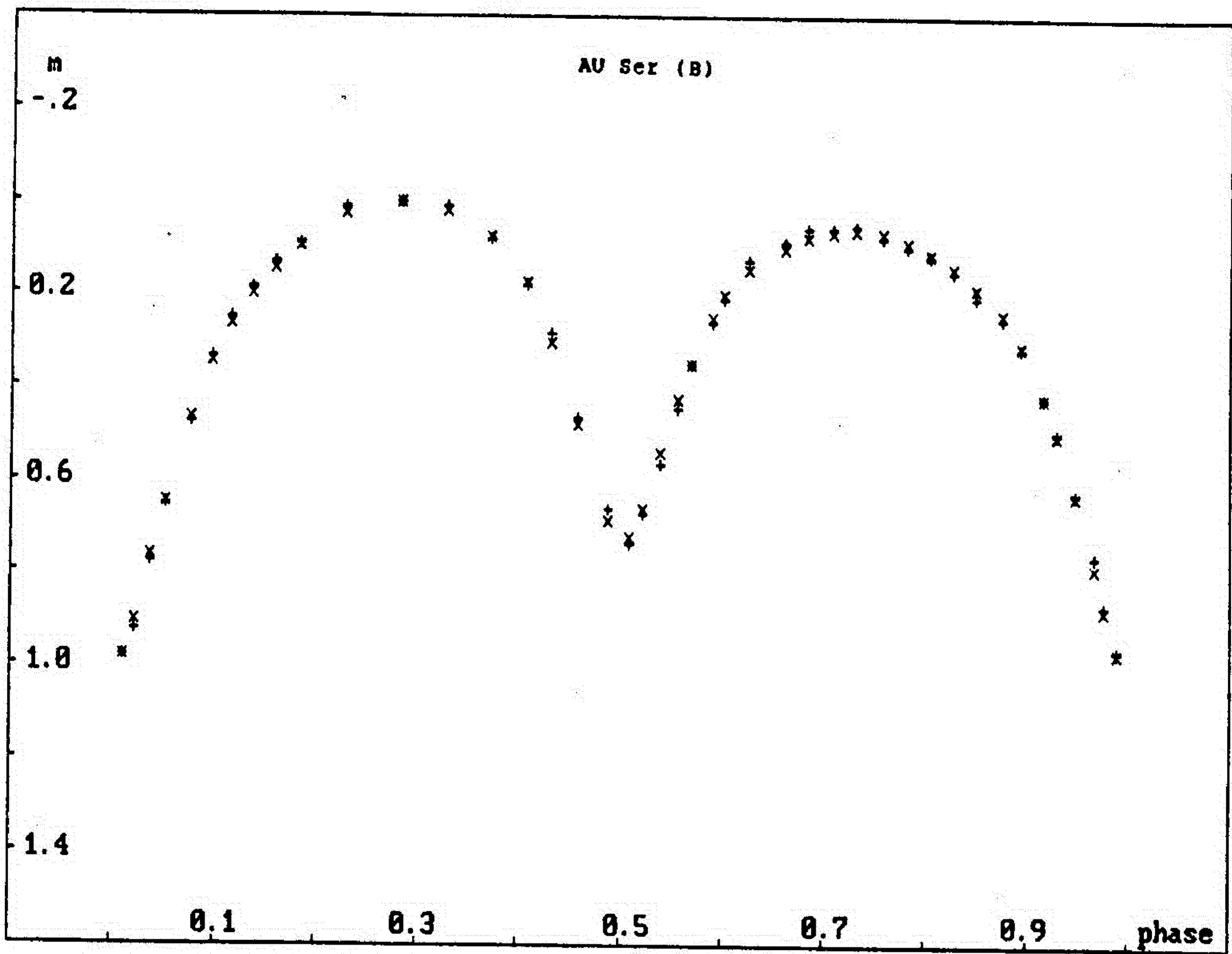
43	12	2							
.0107	.9780	.0218	.9230	.0379	.7790	.0518	.6550	.0761	.4790
.0978	.3390	.1159	.2530	.1368	.1850	.1590	.1300	.1829	.0920
.2294	.0110	.2836	.0000	.3278	.0090	.3720	.0830	.4068	.1810
.4316	.2870	.4582	.4660	.4868	.6620	.5088	.7390	.5218	.6720
.5393	.5650	.5558	.4490	.5693	.3520	.5887	.2630	.6012	.2110
.6248	.1280	.6598	.0850	.6845	.0540	.7071	.0570	.7300	.0490
.7570	.0750	.7815	.0960	.8042	.1150	.8250	.1500	.8490	.2060
.8743	.2530	.8943	.3190	.9162	.4230	.9298	.4960	.9479	.6290
.9656	.7620	.9762	.8680	.9890	.9620				

PQA:

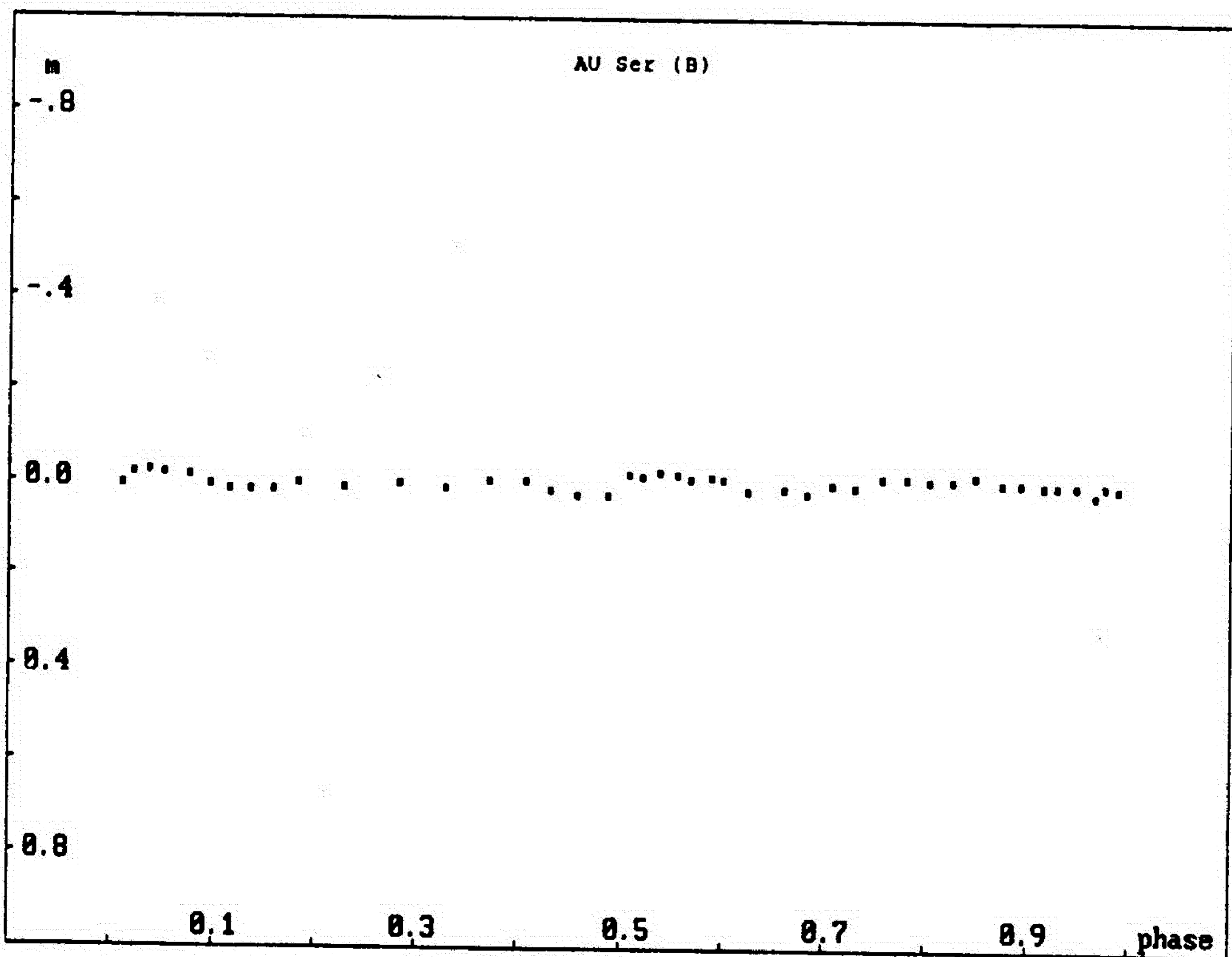
0.8000	1.0000	1.0000	80.0	0.02	0.05	0.05	0.01	0.15	0.36
5100.	4800.	0.50	0.50	0.08	0.08				
20	1	13							
4	54	0.00001							
0.70	25.250.	-45.							
0.70	25.320.	45.							

REZ:

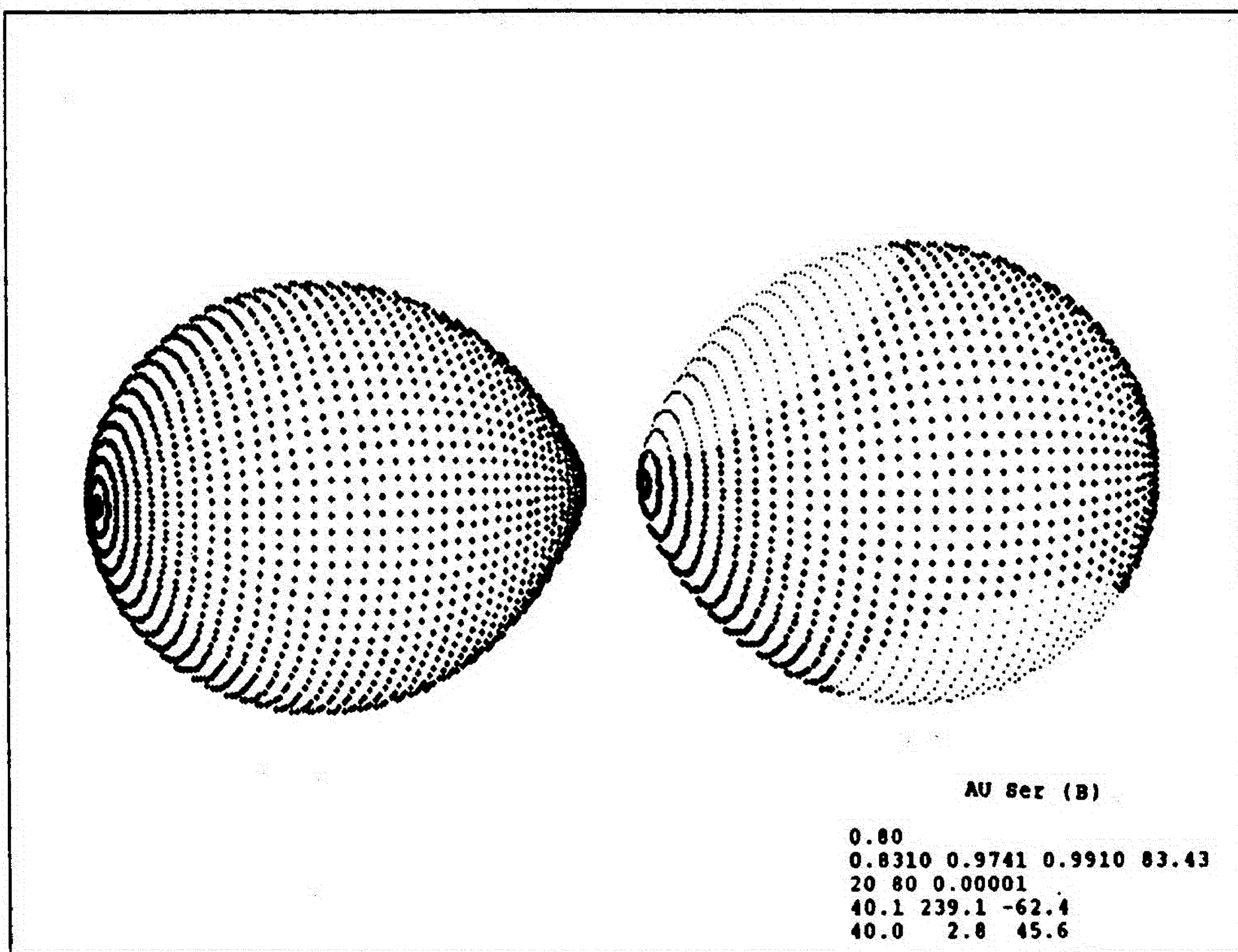
0.835717E-02		
0.831009E+00	0.341559E-01	- odnos masa komponenata q=m2/ml
0.974156E+00	0.720331E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala primara
0.990995E+00	0.696261E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala sekundara
0.834302E+02	0.418328E+00	- inklinacija orbite
0.494478E+04	0.140682E+02	- temperatura sekundara
0.401070E+02	0.130004E+01	- ugaone dimenzije pege 1
0.239118E+03	0.571137E+01	- longituda pege 1
-0.624020E+02	0.204531E+01	- latituda pege 1
0.399684E+02	0.106109E+01	- ugaone dimenzije pege 2
0.279578E+01	0.139475E+01	- longituda pege 2
0.456147E+02	0.261094E+01	- latituda pege 2
0.763148E+00	0.398919E+00	- albedo primara
0.123079E+01	0.334922E+00	- albedo sekundara



Sl. 56. AU Ser (B): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetica kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 57. AU Ser (B): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 58. Izgled TDS AU Ser (B) na orbitalnoj fazi 0.80 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

ukazuju na prisustvo aktivnih regiona na zvezdi. Na osnovu spektralnog tipa primara (F2V) i B-V kolor indeksa koji se dobija u toku sekundarnog minimuma krive sjaja (primar zaklanja sekundarnu komponentu), ovi autori procenjuju temperaturu primara na 6600 K, a analizu krive sjaja obavljaju primenom Hill-ove (1979) metode, tretirajući albedo sekundara kao slobodan parametar. Nadjeno rešenje sugerise da na sekundaru u oblasti ka Lagrange-ovoj ravnoteznoj tacki L1 imamo znatno povecanu temperaturu (visoka vrednost albeda sekundara), sto bi se moglo tumačiti hipotezom "svetle pege". No, trba primetiti da ponudjeno rešenje daje teorijsku krivu sjaja koja u pojedinim intervalima orbitalnih faza relativno slabo fituje posmatranja.

Na osnovu ovog posmatrackog materijala, za analizu smo pripremili normiranu krivu sjaja, definisanu sa 117 tacaka, pri cemu nazalost u intervalu orbitalnih faza (0.67-0.88) nema merenja, tako da kriva sjaja nije do kraja definisana. Medjutim, njen oblik ukazuje da je najverovatnije u ovom delu kriva sjaja opterecena depresijom, koja bi mogla biti posledicom postojanja tamnih pega na nekoj od zvezda sistema.

Analizu posmatrane krive sjaja smo pokusali sa hipotezom "svetle pege" na sekundaru, medjutim rešenje obrnutog zadatka daje sinteticu krivu sjaja koja relativno slabo fituje posmatranja. Oko sekundarnog minimuma krive sjaja, odstupanja O-C su znatno prevazilazila tacnost merenja, a ni u ostalom delu krive sjaja O-C nije imalo slucajan karakter.

Kako na osnovu spektralnog tipa komponenata i oblika krive sjaja ima smisla pretpostaviti postojanje tamnih pega na komponentama, pokusali smo resiti obrnuti zadatak pri ovako postavljenoj radnoj hipotezi. Razmatrane su dve mogucnosti: pege na primaru i pege na sekundaru. Dobijeni rezultati su prikazani u Tablicama 13. i 14., a graficka ilustracija rešenja se moze videti na Slikama 59., 60., 61. i 62. (pege

T A B L I C A 13.

Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sistema RV Corvi (V-filter).
-pege na primaru-

OLC:

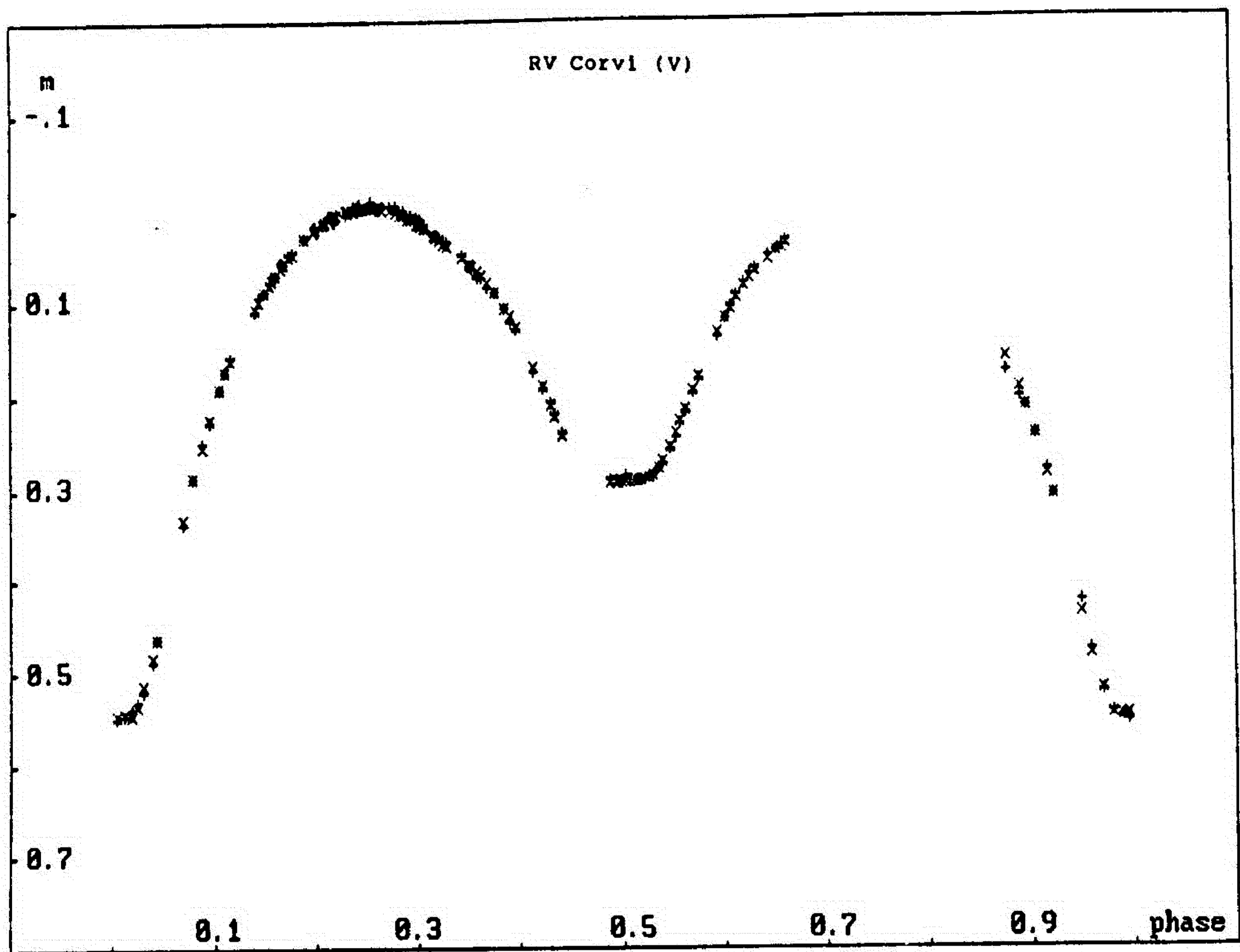
117	40	3							
.0053	.5501	.0119	.5461	.0196	.5391	.0253	.5331	.0320	.5211
.0400	.4891	.0447	.4641	.0707	.3401	.0808	.2881	.0894	.2521
.0968	.2291	.1071	.1941	.1123	.1761	.1177	.1621	.1416	.1121
.1459	.0961	.1517	.0911	.1566	.0811	.1594	.0731	.1632	.0731
.1677	.0581	.1710	.0601	.1757	.0511	.1786	.0471	.1918	.0321
.1996	.0211	.2026	.0211	.2099	.0181	.2106	.0141	.2164	.0091
.2220	.0161	.2232	.0061	.2325	.0081	.2339	.0021	.2377	.0061
.2394	-.0029	.2445	-.0019	.2447	-.0049	.2466	.0001	.2500	.0000
.2534	.0001	.2564	-.0069	.2596	.0031	.2656	.0011	.2683	-.0029
.2762	-.0019	.2812	-.0019	.2853	.0051	.2878	.0031	.2933	.0111
.2959	.0071	.3013	.0101	.3029	.0151	.3065	.0121	.3100	.0241
.3187	.0301	.3211	.0301	.3240	.0341	.3292	.0381	.3317	.0391
.3317	.0391	.3472	.0531	.3543	.0651	.3572	.0691	.3622	.0781
.3654	.0771	.3708	.0871	.3784	.0921	.3891	.1121	.3941	.1251
.3998	.1341	.4175	.1781	.4257	.1951	.4325	.2111	.4377	.2241
.4448	.2441	.4905	.2941	.4978	.2941	.5021	.2961	.5066	.2891
.5114	.2931	.5160	.2941	.5218	.2941	.5285	.2911	.5332	.2891
.5380	.2811	.5427	.2751	.5490	.2621	.5554	.2481	.5599	.2341
.5648	.2221	.5719	.2021	.5777	.1861	.5960	.1411	.6036	.1211
.6091	.1091	.6156	.0951	.6235	.0831	.6288	.0741	.6341	.0691
.6476	.0521	.6553	.0471	.6598	.0441	.6646	.0381	.8787	.1781
.8910	.2061	.8974	.2171	.9062	.2471	.9171	.2831	.9227	.3111
.9495	.4271	.9599	.4791	.9697	.5251	.9786	.5471	.9892	.5521
.9892	.5521	.9943	.5561						

PQA:

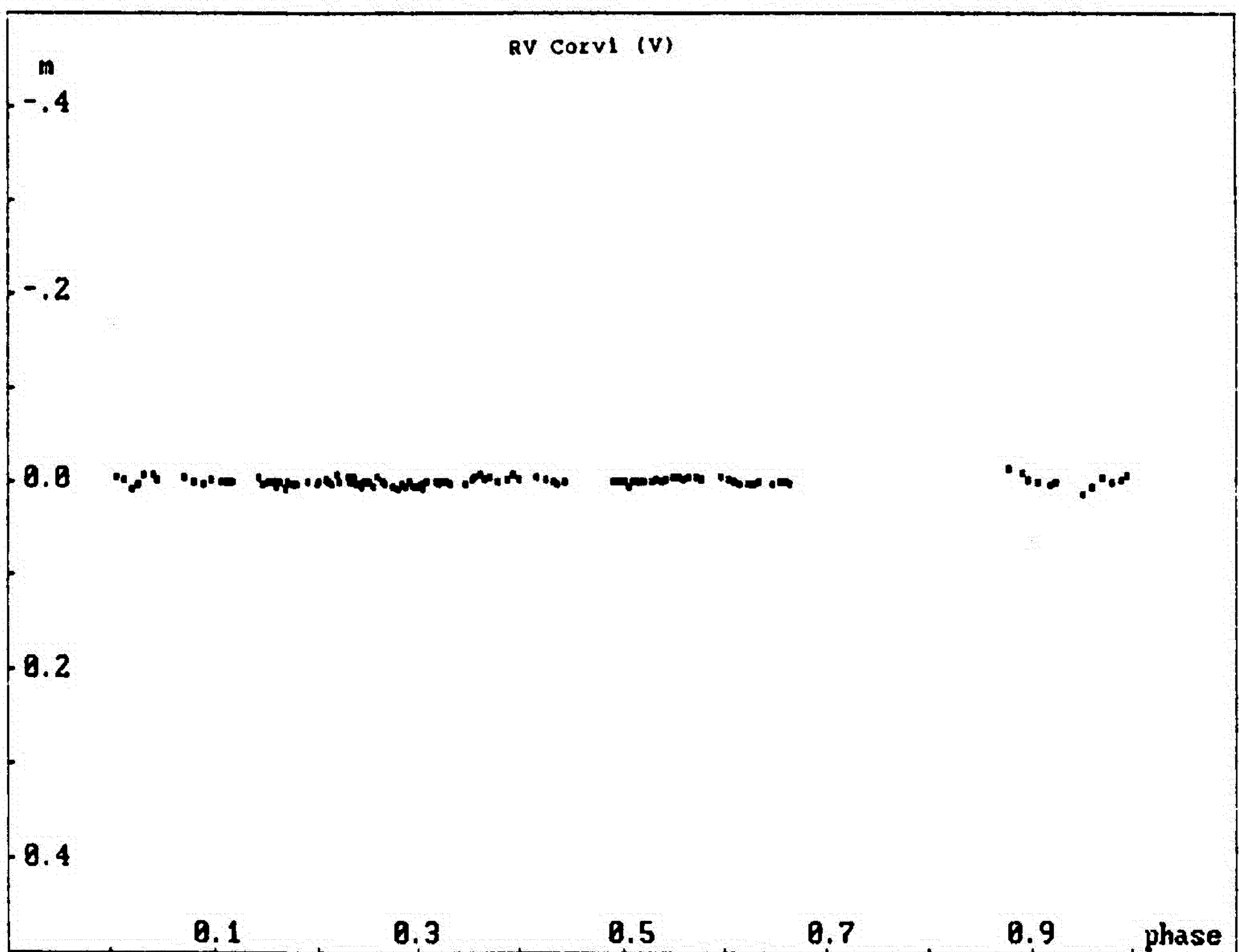
0.2700	1.0000	1.0000	90.0	0.02	0.05	0.05	0.01	0.15	0.36
6600.	5000.	0.50	0.50	0.25	0.08				
20	1	13							
4	54	0.00001							
0.80	25.300.	45.							
0.80	25.	30.-45.							

REZ:

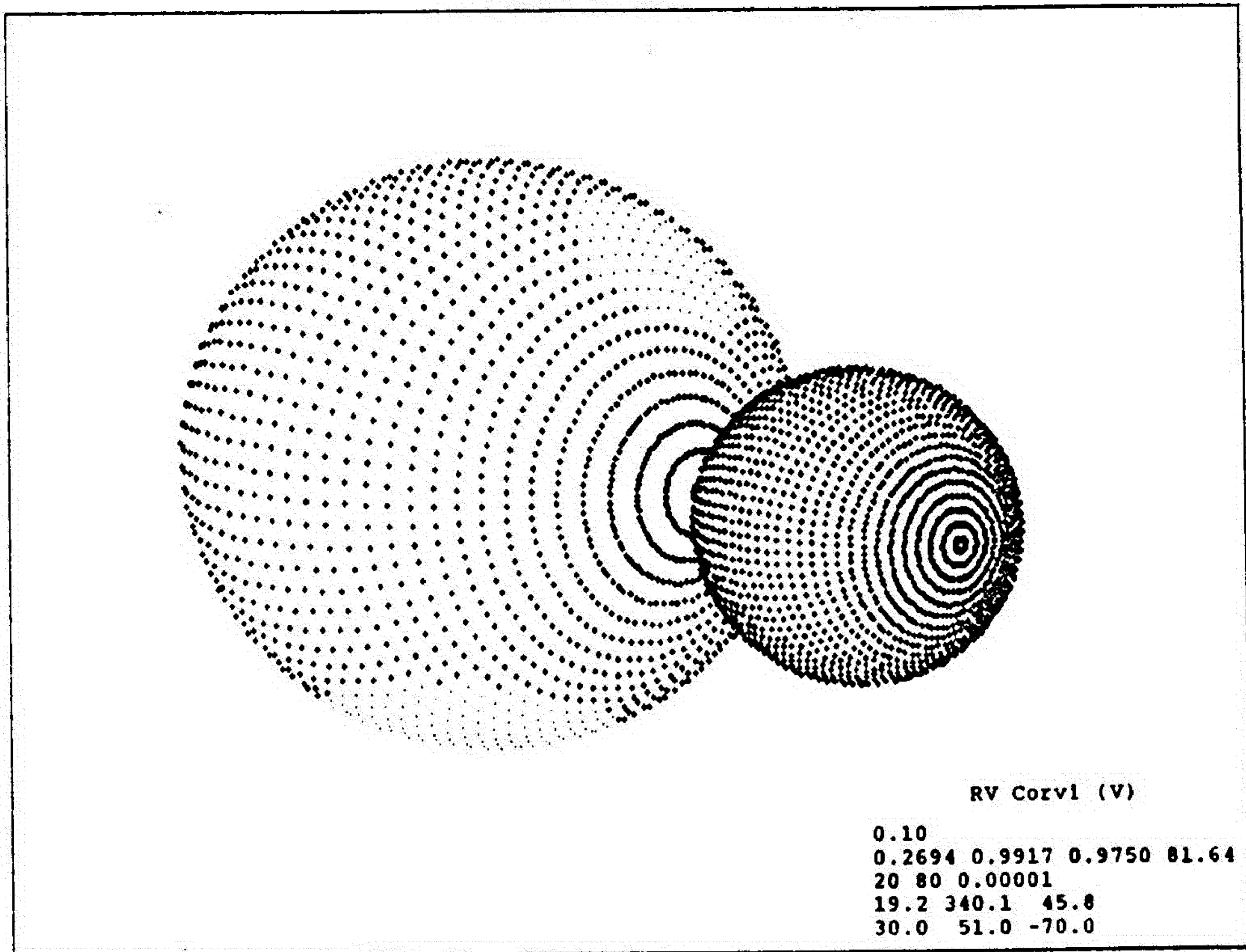
	0.201332E-02	
0.269408E+00	0.132694E-02	- odnos masa komponenata q=m2/ml
0.991731E+00	0.124673E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala primara
0.974966E+00	0.191435E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala sekundara
0.816452E+02	0.291862E+00	- inklinacija orbite
0.572658E+04	0.129725E+02	- temperatura sekundara
0.192375E+02	0.204455E+00	- ugaone dimenzije pege 1
0.340129E+03	0.158721E+01	- longituda pege 1
0.458155E+02	0.108824E+01	- latituda pege 1
0.299992E+02	0.598868E+00	- ugaone dimenzije pege 2
0.509938E+02	0.172642E+01	- longituda pege 2
-0.700021E+02	0.672981E+00	- latituda pege 2
0.500000E+00	0.289786E+00	- albedo primara
0.497103E+00	0.240549E+00	- albedo sekundara



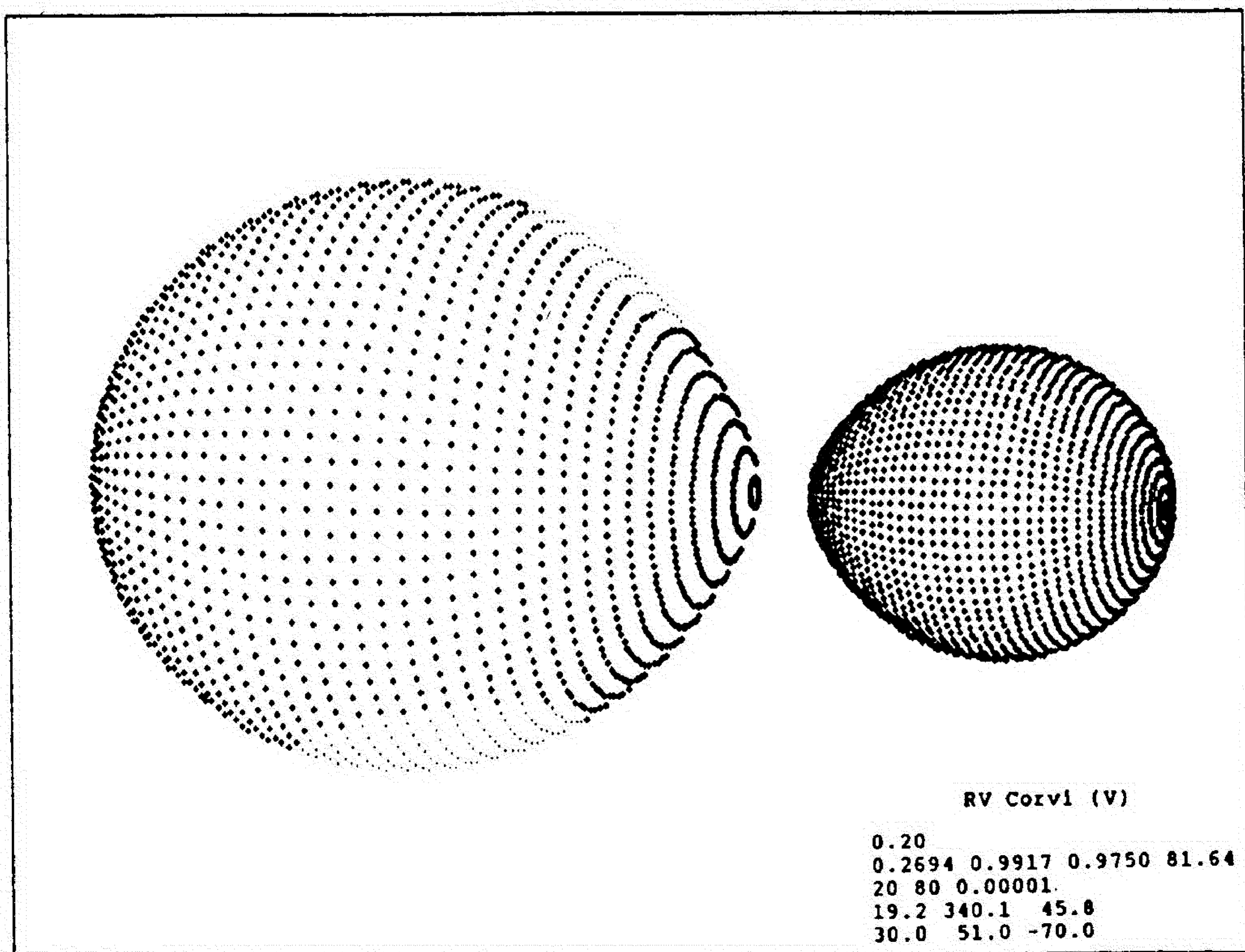
Sl. 59. RV Corvi (V): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 60. RV Corvi (V): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 61. Izgled TDS RV Corvi (V) na orbitalnoj fazi 0.10 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.



Sl. 62. Izgled TDS RV Corvi (V) na orbitalnoj fazi 0.20 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

T A B L I C A 14.

Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sistema RV Corvi (V-filter).
-pege na sekundaru-

OLC:

117	40	3							
.0053	.5501	.0119	.5461	.0196	.5391	.0253	.5331	.0320	.5211
.0400	.4891	.0447	.4641	.0707	.3401	.0808	.2881	.0894	.2521
.0968	.2291	.1071	.1941	.1123	.1761	.1177	.1621	.1416	.1121
.1459	.0961	.1517	.0911	.1566	.0811	.1594	.0731	.1632	.0731
.1677	.0581	.1710	.0601	.1757	.0511	.1786	.0471	.1918	.0321
.1996	.0211	.2026	.0211	.2099	.0181	.2106	.0141	.2164	.0091
.2220	.0161	.2232	.0061	.2325	.0081	.2339	.0021	.2377	.0061
.2394	-.0029	.2445	-.0019	.2447	-.0049	.2466	.0001	.2500	.0000
.2534	.0001	.2564	-.0069	.2596	.0031	.2656	.0011	.2683	-.0029
.2762	-.0019	.2812	-.0019	.2853	.0051	.2878	.0031	.2933	.0111
.2959	.0071	.3013	.0101	.3029	.0151	.3065	.0121	.3100	.0241
.3187	.0301	.3211	.0301	.3240	.0341	.3292	.0381	.3317	.0391
.3317	.0391	.3472	.0531	.3543	.0651	.3572	.0691	.3622	.0781
.3654	.0771	.3708	.0871	.3784	.0921	.3891	.1121	.3941	.1251
.3998	.1341	.4175	.1781	.4257	.1951	.4325	.2111	.4377	.2241
.4448	.2441	.4905	.2941	.4978	.2941	.5021	.2961	.5066	.2891
.5114	.2931	.5160	.2941	.5218	.2941	.5285	.2911	.5332	.2891
.5380	.2811	.5427	.2751	.5490	.2621	.5554	.2481	.5599	.2341
.5648	.2221	.5719	.2021	.5777	.1861	.5960	.1411	.6036	.1211
.6091	.1091	.6156	.0951	.6235	.0831	.6288	.0741	.6341	.0691
.6476	.0521	.6553	.0471	.6598	.0441	.6646	.0381	.8787	.1781
.8910	.2061	.8974	.2171	.9062	.2471	.9171	.2831	.9227	.3111
.9495	.4271	.9599	.4791	.9697	.5251	.9786	.5471	.9892	.5521
.9892	.5521	.9943	.5561						

PQA:

0.2700 1.0000 1.0000 90.0 0.02 0.05 0.05 0.01 0.15 0.36
6600. 5000. 0.50 0.50 0.25 0.08

02 1 13

4 54 0.00001

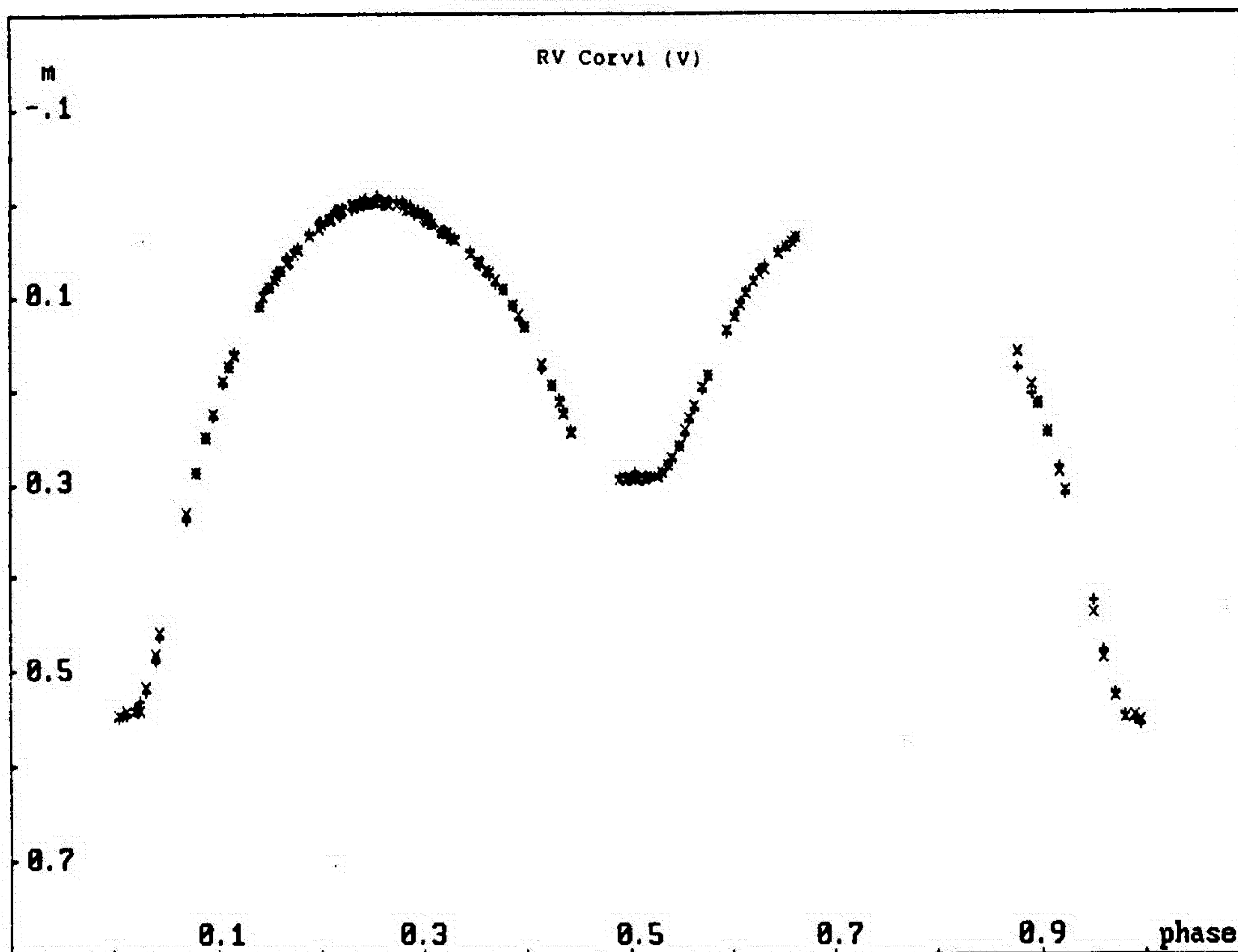
0.75 25. 60. 45.

0.75 25.350.-45.

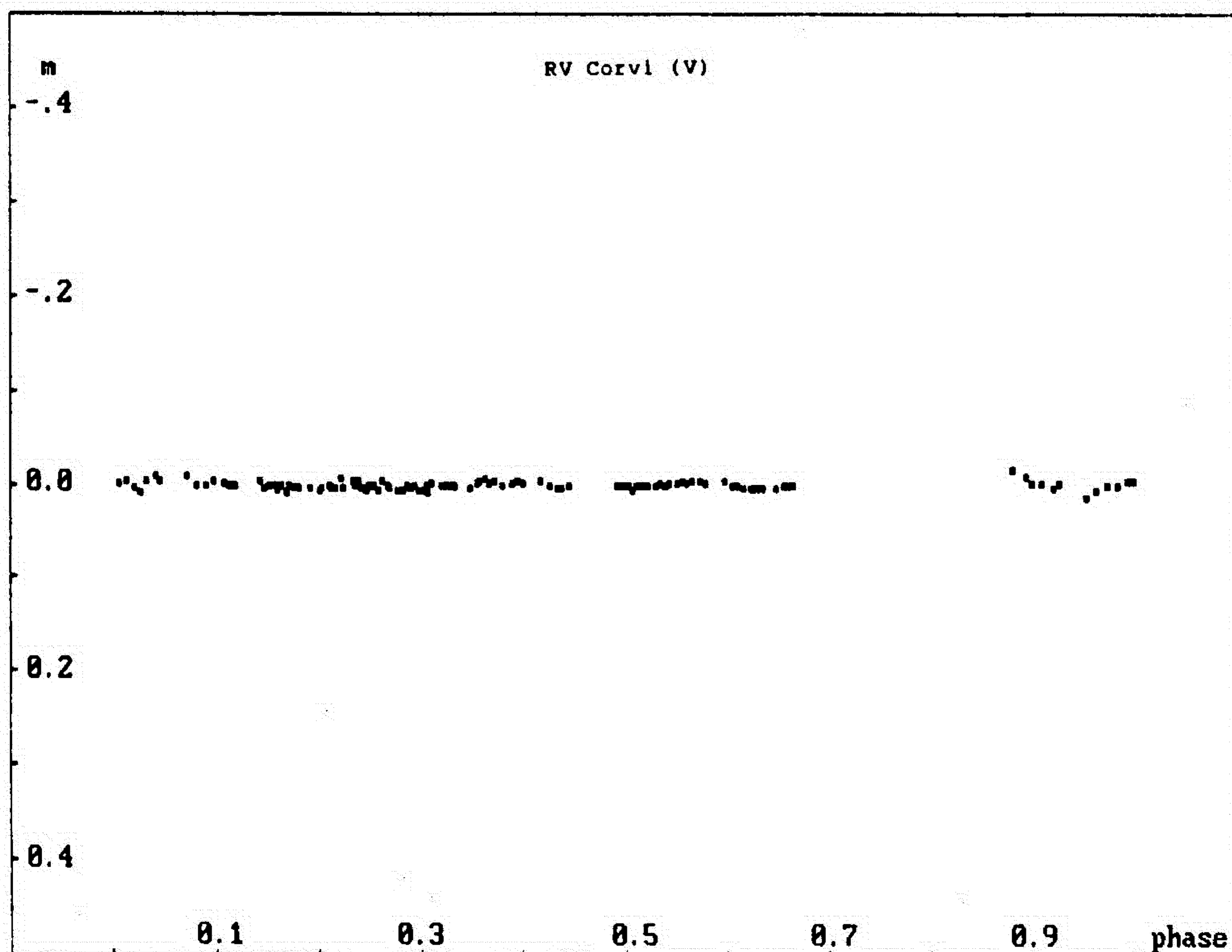
REZ:

0.205372E-02

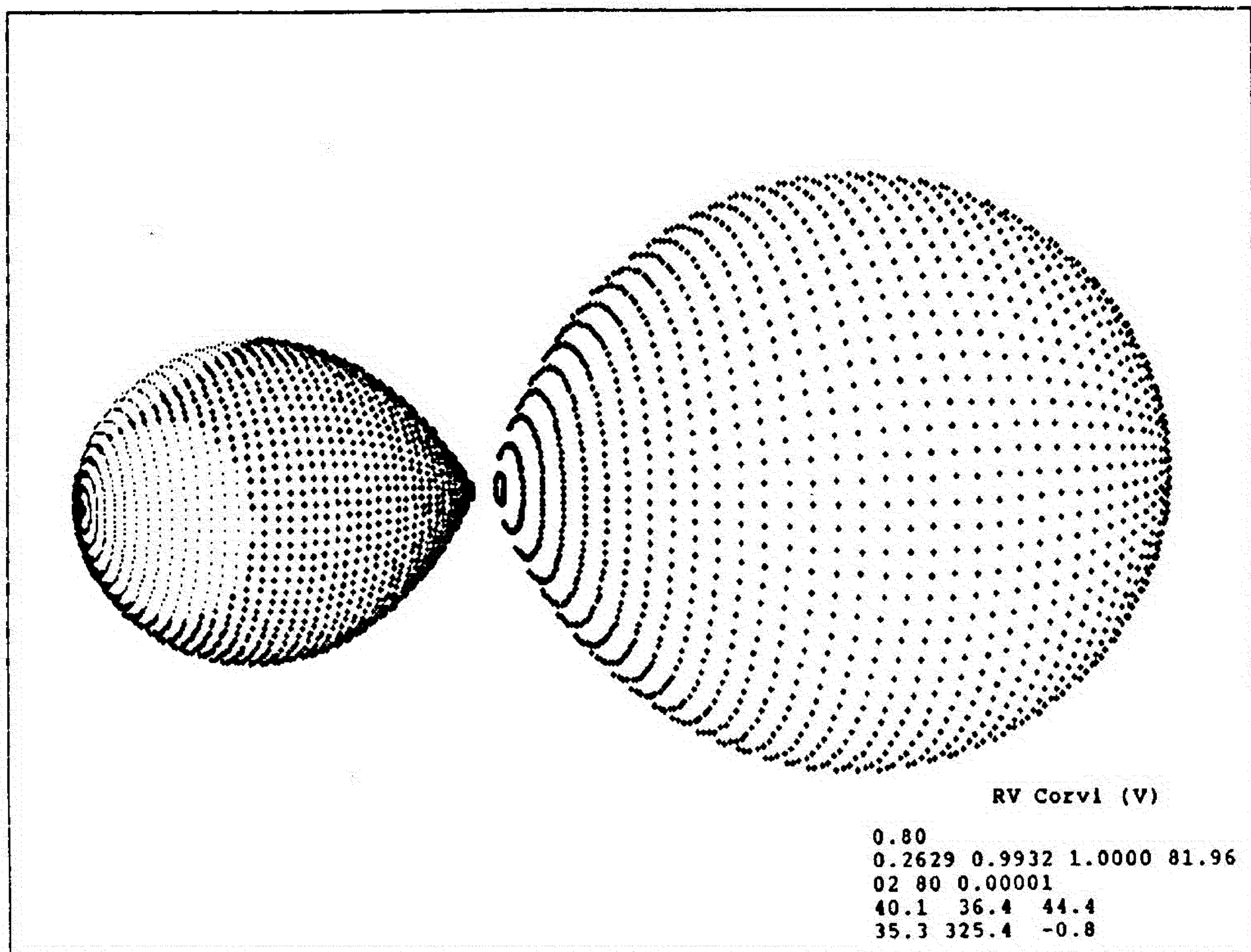
0.262904E+00	0.921572E-03	- odnos masa komponenata $q=m_2/m_1$
0.993255E+00	0.123499E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala primara
0.100000E+01	0.127727E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala sekundara
0.819555E+02	0.235212E+00	- inklinacija orbite
0.570928E+04	0.152116E+02	- temperatura sekundara
0.401070E+02	0.808654E+00	- ugaone dimenzije pege 1
0.363920E+02	0.122596E+01	- longituda pege 1
0.443758E+02	0.159111E+01	- latituda pege 1
0.352956E+02	0.598644E+00	- ugaone dimenzije pege 2
0.325399E+03	0.161388E+01	- longituda pege 2
-0.809146E+00	0.613177E+01	- latituda pege 2
0.500000E+00	0.298910E+00	- albedo primara
0.495000E+00	0.280670E+00	- albedo sekundara



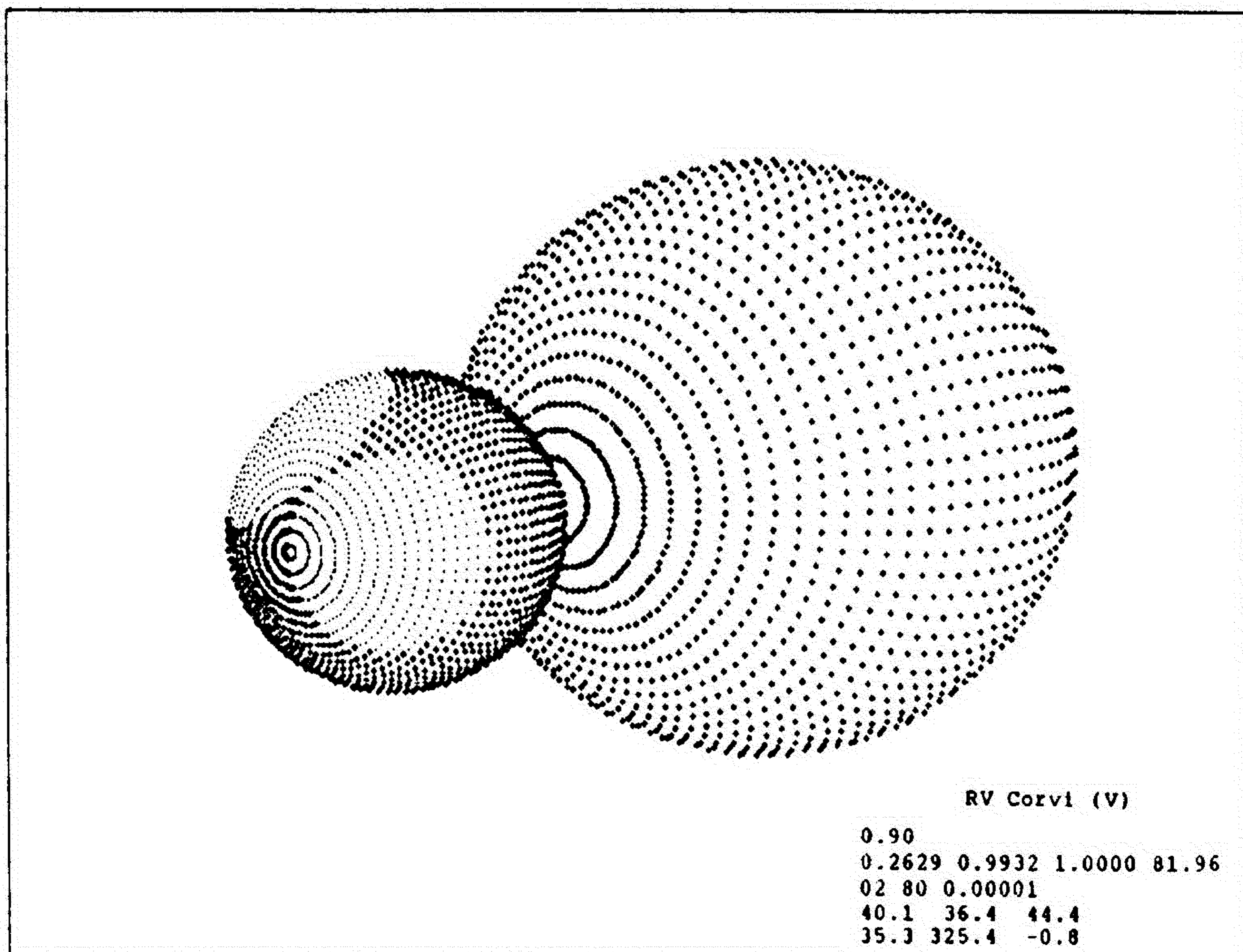
Sl. 63. RV Corvi (V): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 64. RV Corvi (V): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 65. Izgled TDS RV Corvi (V) na orbitalnoj fazi 0.80 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.



Sl. 66. Izgled TDS RV Corvi (V) na orbitalnoj fazi 0.90 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

na primaru), odnosno 63., 64., 65. i 66. (pege na sekundaru).

Kao što se iz priloženih tablica i slika vidi, obe hipoteze omogućavaju nalazene optimalnih parametara modela, pri kojima sintetička kriva sjaja veoma dobro fituje posmatranja. Ovo ukazuje na moguću višeznacnost rešenja pri izboru različitih radnih hipoteza sa kojima se resava obrnuti zadatak. Zato, da bi se korektno resio obrnuti zadatak interpretacije fotometrijskih posmatranja tesnog dvojnog sistema, potrebno je raspolagati sa kompletnim, dobro definisanim krivim sjaja u barem dva filtera fotometrijskog sistema, a u ovakvim slučajevima nije jednostavno dati prednost nekom od približno ravnopravnih rešenja.

Definitivan odgovor u pogledu prave prirode aktivnosti ovog sistema, mogu ponuditi samo dodatna multikolorna posmatranja, ali smatramo da rešenje treba tražiti u okviru hipoteze o tamnim pegama na jednoj od komponenata.

AG Virginis

d

Tesni dvojni sistem AG Vir ($P=0.64265068$) je ispitivan od strane više autora (npr. Binnendijk, 1969; Blanco i Catalano, 1970; Kaluzny, 1986c), sa ciljem da se odrede parametri sistema i nađe uzrok deformacije i asimetrije posmatranih krivih sjaja, koje ukazuju na postojanje aktivnih oblasti na nekoj od komponenata sistema.

Fotoelektrična posmatranja Binnendijk-a su za sada najkompletnija, pa smo na osnovu ovog posmatrackog materijala, za analizu metodom obrnutog zadatka pripremili normirane V i B krive sjaja, definisane sa po 46 posmatranja, koja su relativno ravnomerno raspoređena po orbitalnoj fazi. Temperaturu primara smo fiksirali na 7240 K, a ova procena bazira na B-V kolor indeksu pri orbitalnoj fazi sekundarnog minimuma i Popper-ovoj (1980) kalibraciji.

Na osnovu Binnendijk-ovih posmatranja, primenom WD metoda, Kaluzny (1986c) nalazi optimalne parametre modela, pri kojima teorijska kriva sjaja relativno slabo fituje posmatranja (Slika 67). Autor smatra da bi se hipotezom "svetle pege" uocena neslaganja mogla uspesno ukloniti, ali u okviru WD metoda nema mogucnosti da se hipoteza proverii i procene parametri aktivnog regiona "svetle pege". Mada se ova hipoteza u nasim dosadasnjim ispitivanjima tesnih dvojnih sistema nije pokazala plodonosnom, i kod ovog sistema smo pokusali naci resenje, ali kako dobijeni rezultati za B i V oblast nisu medjusobno saglasni, prislo se trazenju resenja u okviru hipoteze o aktivnosti tipa RS CVn. Kako resavanjem obrnutog zadatka za temperaturu sekundara dobijamo oko 6500 K, to smo pretpostavili da se pege nalaze na ovoj zvezdi, pri cemu je njihova temperatura 25% niza od temperature okolne fotosfere.

Resenja obrnutog zadatka koja se dobijaju pri ovako zadatoj radnoj hipotezi prikazuju Tablice 15. (V-filter) i 16. (B-filter), a graficku ilustraciju resenja mozemo videti na Slikama 68., 69. i 70. (V-filter), odnosno 71., 72. i 73. (B-filter).

Kao sto se iz prilozenih tablica vidi, resenja koja se dobijaju primenom nase metode na analizu krivih sjaja sistema u V i B oblasti su medjusobno saglasna, a sinteticke krive sjaja (x) koje se dobijaju pri ovako odredjenim optimalnim parametrima modela, solidno fituju posmatranja (+), tako da se O-C krece u granicama tacnosti merenja (vidi prilozene slike).

Treba napomenuti da deo odstupanja O-C potice usled nedovoljne gustine koordinatnih mreza kojima povrstinu komponenata modela razbijamo na elementarne celije, sto posebno dolazi do izrazaja pri eklipsi, gde se u slucaju grube mreze sinteticcki sjaj sistema "skokovito" menja. Da bi ova tvrdnja postala jasnija, treba se podsetiti da se celija smatra ekraniranom ukoliko je ekraniran njen centar, a geometrija (η, ϕ) mreza

T A B L I C A 15.

Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sistema AG Virginis (V-filter).

OLC:

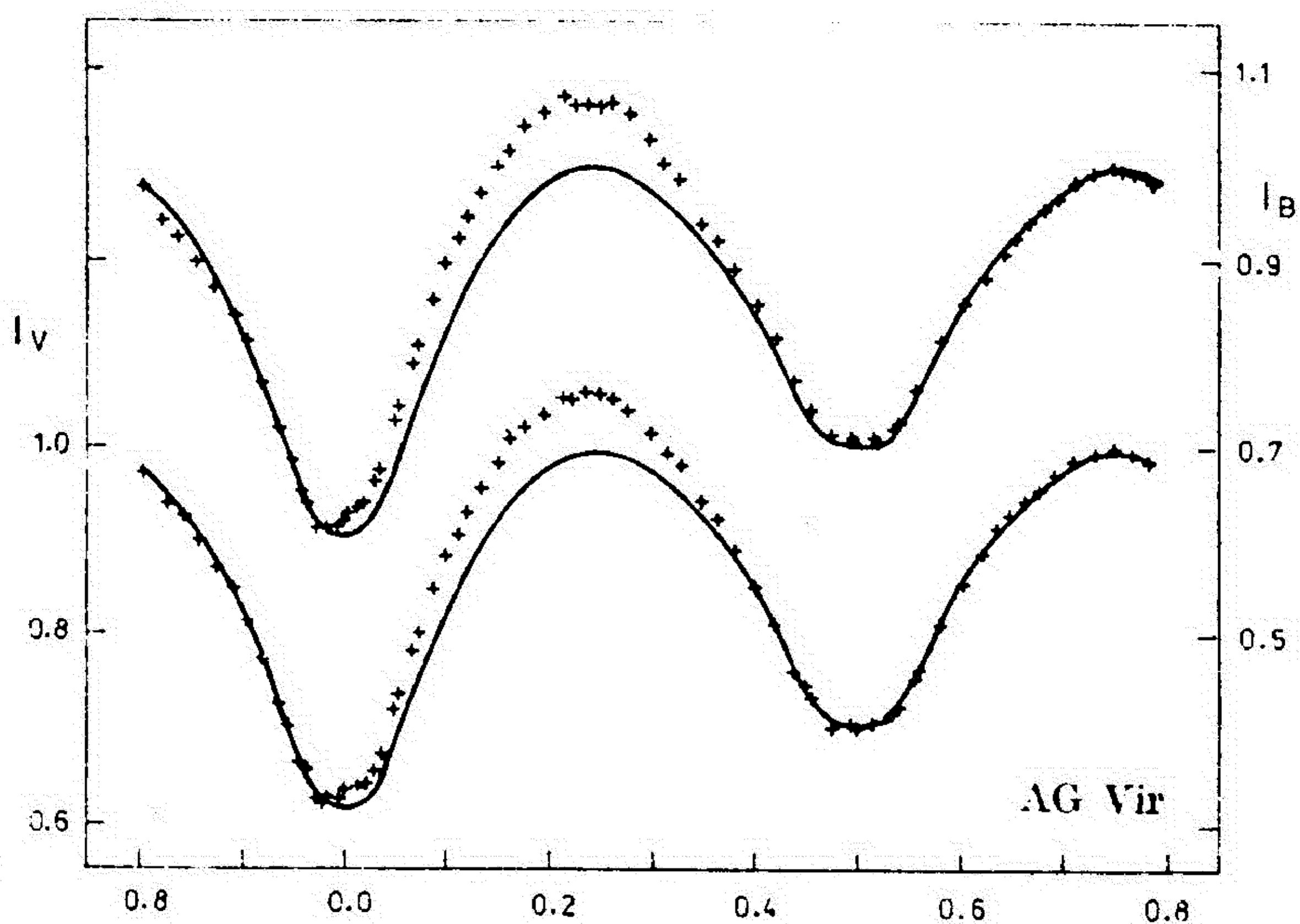
46	14	3							
.0091	.5561	.0223	.5411	.0380	.5081	.0508	.4411	.0643	.3721
.0775	.3081	.0944	.2331	.1112	.1771	.1286	.1341	.1515	.0891
.1766	.0421	.2104	.0121	.2373	-.0009	.2500	.0000	.2683	.0051
.2979	.0291	.3221	.0601	.3480	.1061	.3744	.1551	.3969	.2051
.4189	.2631	.4411	.3381	.4598	.3861	.4835	.4411	.5034	.4391
.5248	.4351	.5446	.4141	.5642	.3571	.5946	.2621	.6184	.2081
.6415	.1591	.6638	.1291	.6890	.0981	.7217	.0711	.7586	.0571
.7784	.0661	.8003	.0821	.8444	.1351	.8700	.1791	.8919	.2201
.9165	.2971	.9393	.3921	.9566	.4641	.9696	.5221	.9831	.5741
.9971	.5631								

PQA:

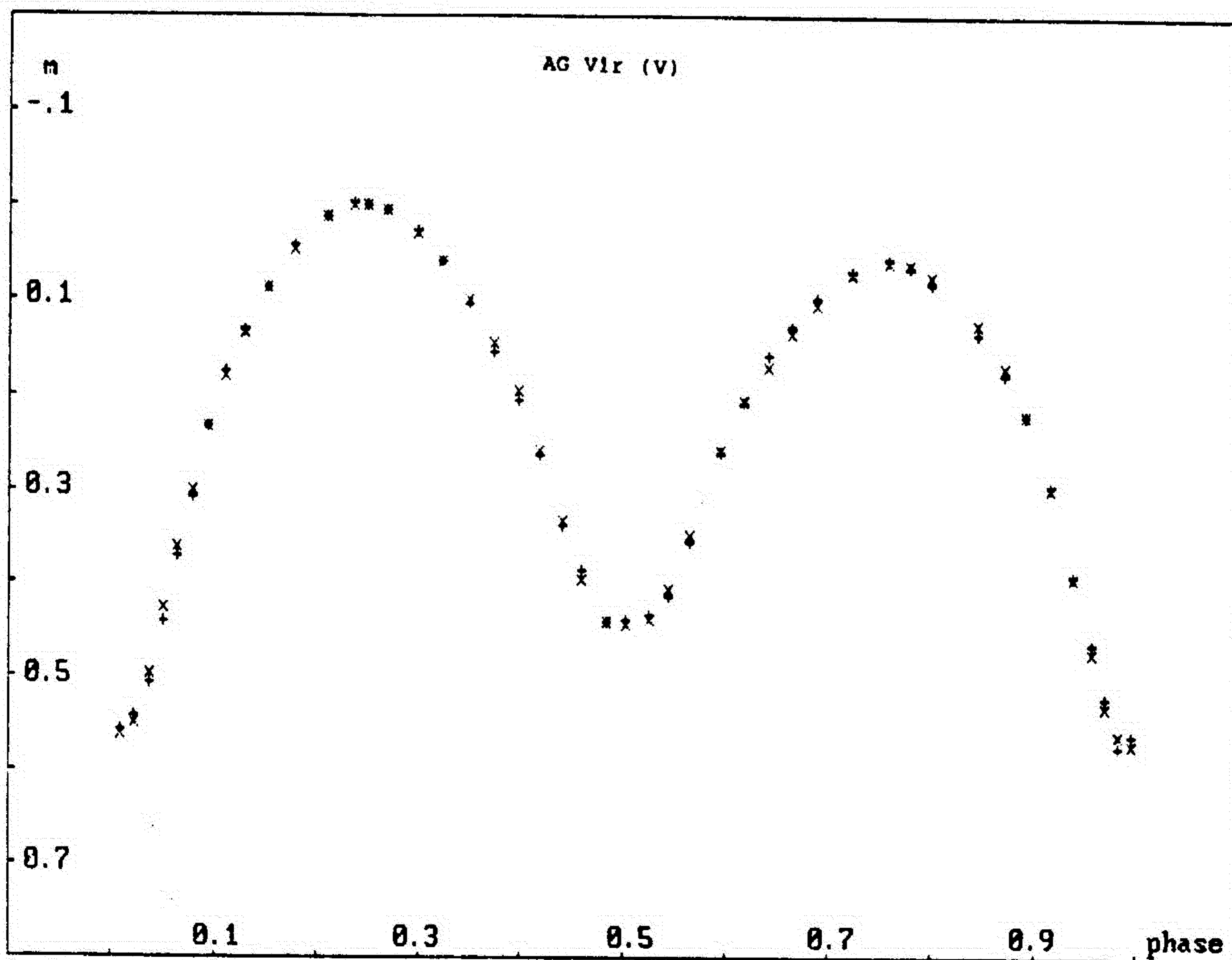
0.2770	1.0000	1.0000	80.0	0.05	0.05	0.05	0.02	0.15	0.36
7240.	6520.	0.50	0.50	0.32	0.32				
02	1	13							
4	54	0.00001							
0.75	25.200.	45.							
0.75	25.150.	45.							

REZ:

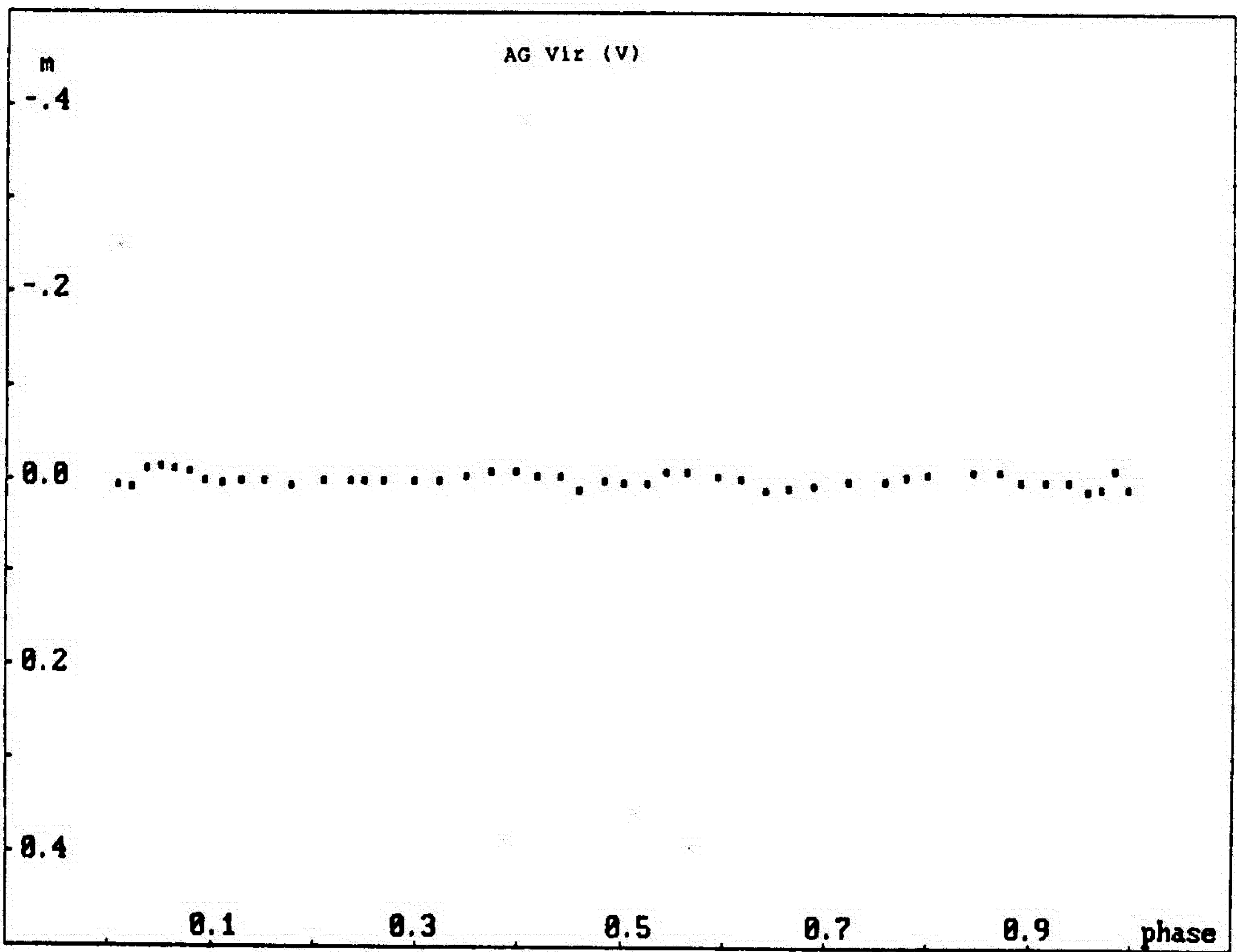
0.211975E-02		
0.336477E+00	0.288030E-02	- odnos masa komponenata $q=m_2/m_1$
0.100000E+01	0.404529E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala primara
0.100000E+01	0.282907E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala sekundara
0.824831E+02	0.479959E+00	- inklinacija orbite
0.658579E+04	0.320004E+02	- temperatura sekundara
0.369203E+02	0.113709E+01	- ugaone dimenzije pege 1
0.258990E+03	0.359718E+01	- longituda pege 1
0.194970E+02	0.991715E+01	- latituda pege 1
0.378433E+02	0.208139E+01	- ugaone dimenzije pege 2
0.168527E+03	0.241897E+01	- longituda pege 2
0.439726E+02	0.768574E+01	- latituda pege 2
-0.103932E+01	0.341125E+00	- albedo primara
0.158086E+01	0.308725E+00	- albedo sekundara



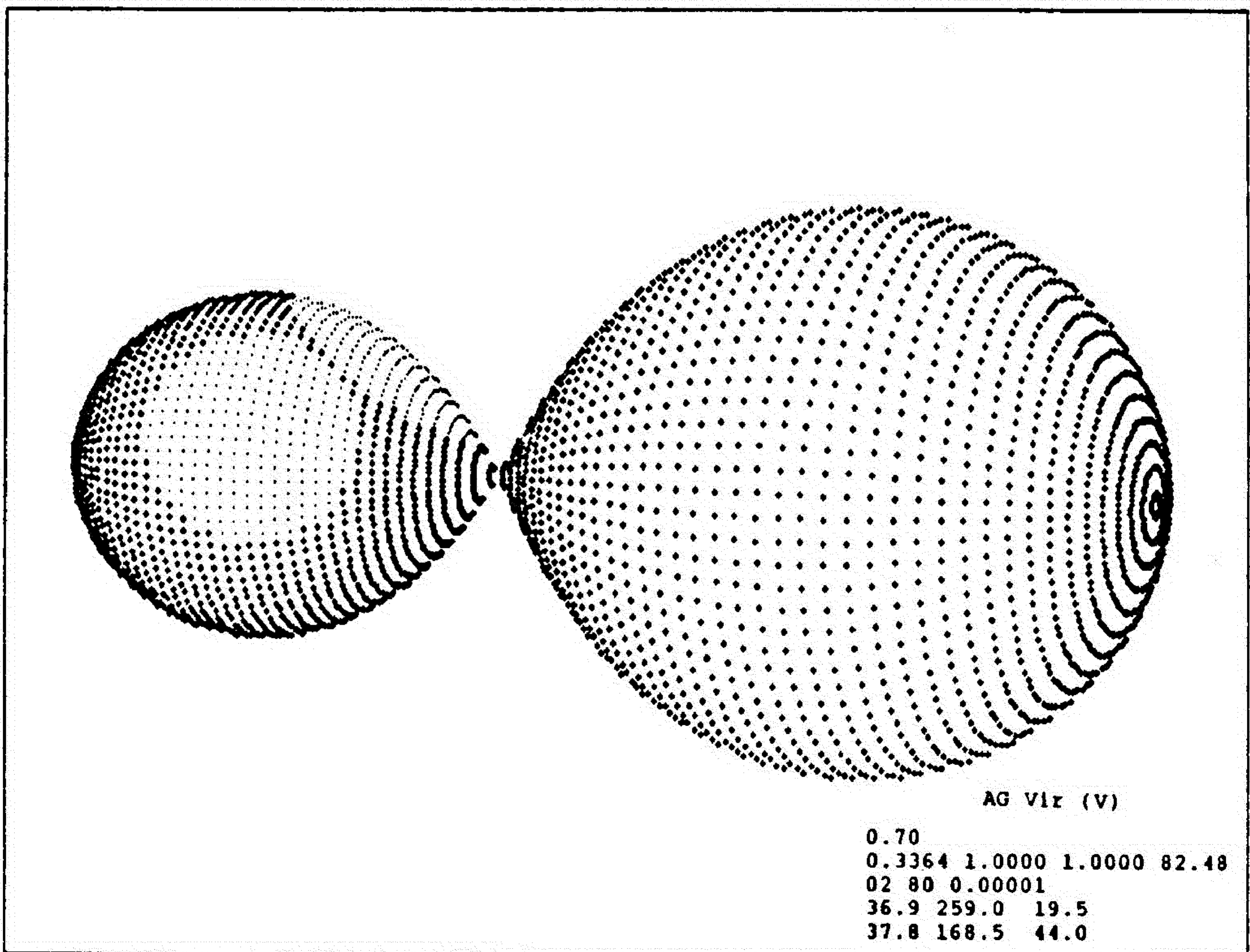
Sl. 67. Posmatrane (+) i sintetičke (--) krive sjaja AG Vir u V i B filteru (Kaluzny, 1986c).



Sl. 68. AG Vir (V): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 69. AG Vir (V): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 70. Izgled TDS AG Vir (V) na orbitalnoj fazi 0.70 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

T A B L I C A 16.

Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sistema AG Virginis (B-filter).

OLC:

46	14	2								
.0098	.5769	.0230	.5589	.0387	.5129	.0526	.4389	.0650	.3749	
.0780	.3109	.0952	.2339	.1120	.1739	.1305	.1259	.1523	.0839	
.1773	.0379	.2102	.0059	.2380	.0029	.2500	.0000	.2690	.0089	
.2986	.0259	.3227	.0649	.3487	.1239	.3751	.1709	.3962	.2179	
.4197	.2749	.4415	.3419	.4611	.3979	.4819	.4379	.5040	.4469	
.5256	.4479	.5453	.4259	.5650	.3679	.5953	.2749	.6192	.2279	
.6427	.1869	.6645	.1519	.6897	.1209	.7224	.0889	.7592	.0739	
.7791	.0799	.8011	.0909	.8434	.1529	.8707	.1959	.8919	.2399	
.9166	.3149	.9401	.4149	.9573	.4959	.9704	.5619	.9838	.6049	
.9978	.5959									

PQA:

0.2770	1.0000	1.0000	80.0	0.05	0.05	0.05	0.02	0.15	0.36	
7240.	6520.	0.50	0.50	0.32	0.32					

02 1 13

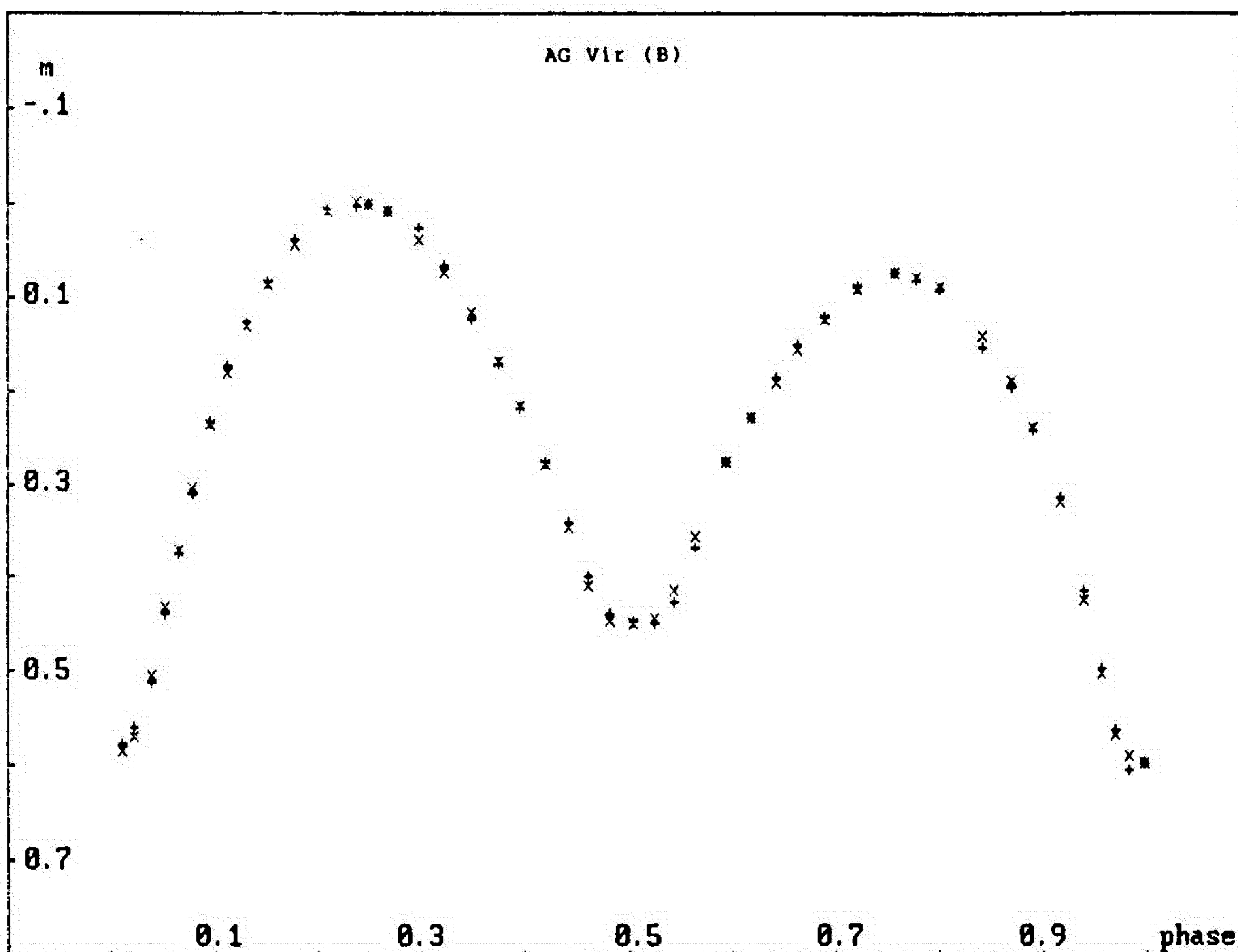
4	54	0.00001								
---	----	---------	--	--	--	--	--	--	--	--

0.75 25.200. 45.

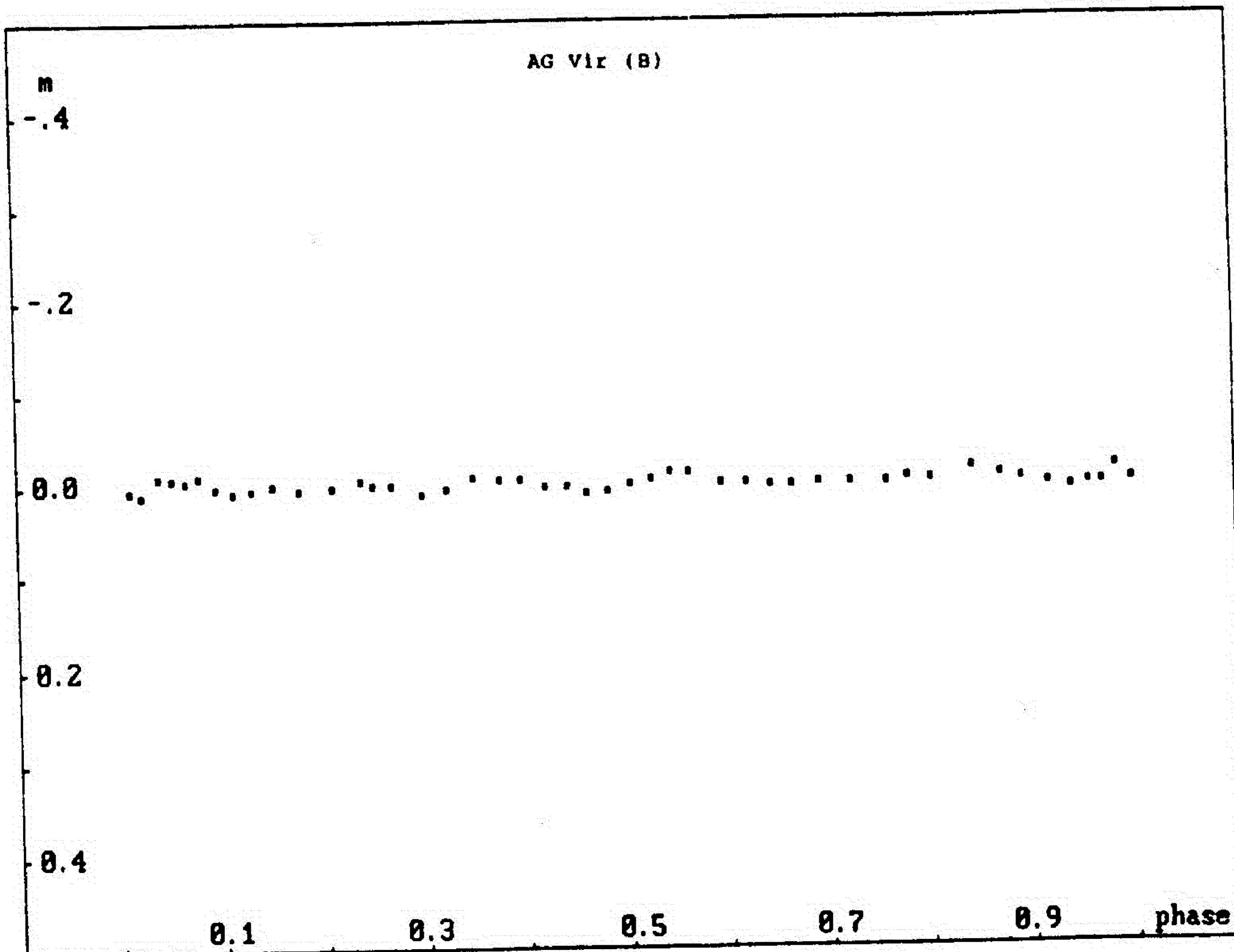
0.75 25.150. 45.

REZ:

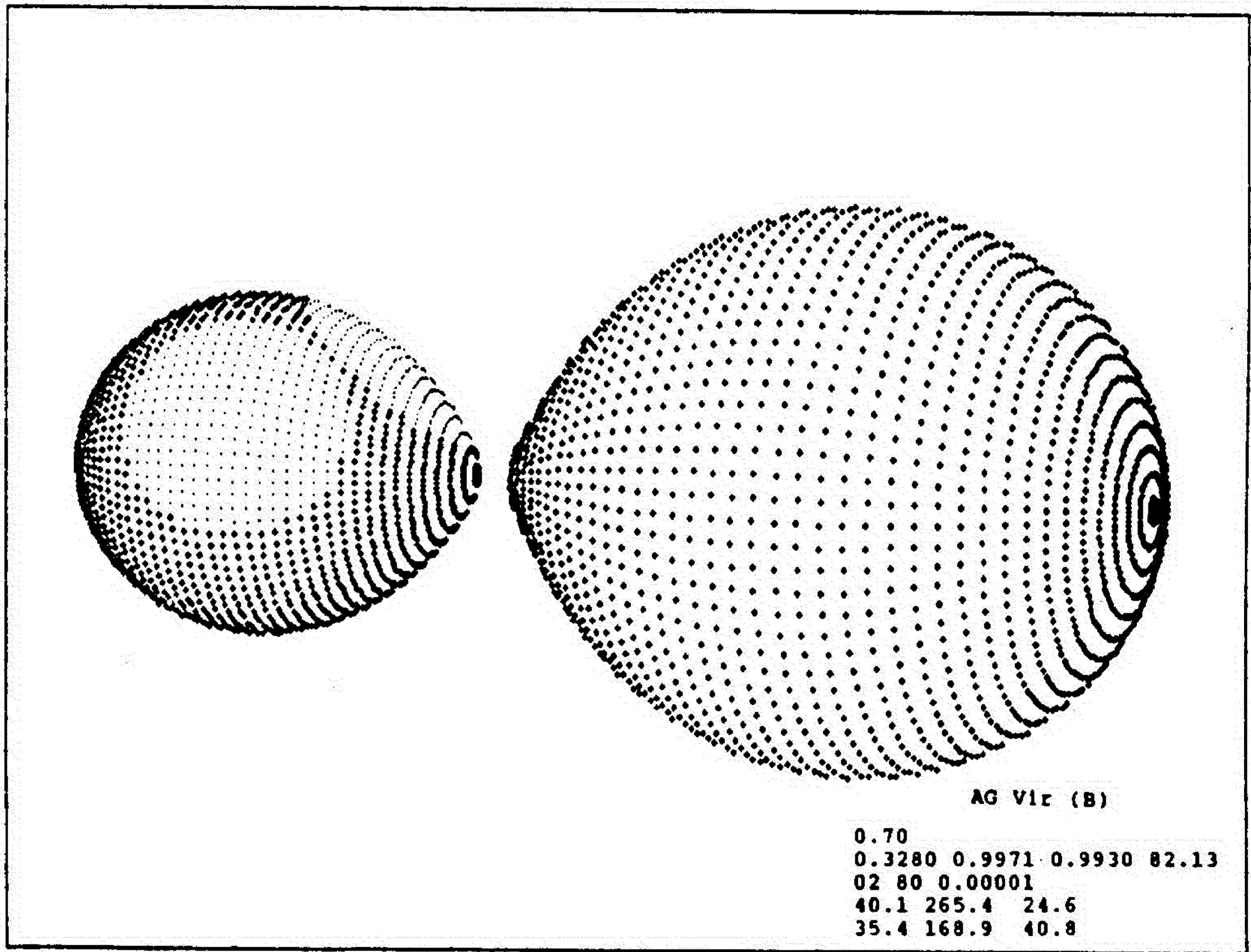
	0.196382E-02		
0.328008E+00	0.266468E-02	- odnos masa komponenata	$q=m_2/m_1$
0.997101E+00	0.358958E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala	primara
0.992976E+00	0.282508E-02	- koef. popunjenosti krit. ovala	sekundara
0.821275E+02	0.408947E+00	- inklinacija orbite	
0.657760E+04	0.270513E+02	- temperatura sekundara	
0.401070E+02	0.981016E+00	- ugaone dimenzije pege	1
0.265366E+03	0.276180E+01	- longituda pege	1
0.245756E+02	0.613630E+01	- latituda pege	1
0.353542E+02	0.201308E+01	- ugaone dimenzije pege	2
0.168860E+03	0.228282E+01	- longituda pege	2
0.408279E+02	0.101048E+02	- latituda pege	2
0.284382E+00	0.334093E+00	- albedo primara	
0.883600E+00	0.382959E+00	- albedo sekundara	



Sl. 71. AG Vir (B): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 72. AG Vir (B): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 73. Izgled TDS AG Vir (B) na orbitalnoj fazi 0.70 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

je takva da pri eklipsi veoma mali fazni pomeraj sistema dovodi do toga da veci broj celija naglo biva ekraniran ili izlazi iz eklipse.

Pri finijim mrežama, efekat je manje izrazen i zadatak se tacnije resava, ali zahteva vise racunarskog vremena.

SX Cas

Tesni dvojni sistem SX Cas ($P=36.56741$) pripada aktivnim sistemima sa intenzivnom razmenom masa izmedju komponenata tipa W Ser, koji su po mnogo cemu slicni sistemima tipa β Lyr. Generalni model ovih sistema (Plavec, 1980) pretpostavlja da se u rezultatu razmene masa izmedju komponenata, oko zvezde koja zahvata masu suseda, obrazuje opticki deo akrecioni disk, a komponenta koja gubi masu se moze aproksimirati kritичnim Roche-ovim ovalom.

Jos od rada Struve-a (1944) se zna da u ovom sistemu postoji vrlo izrazena interakcija komponenata, pracena intenzivnom razmenom masa, pri cemu zahvat ide sa sekundara na masivniju primarnu komponentu. Posmatracki materijal je relativno siromasan, sto je verovatno posledica velikog orbitalnog perioda sistema i cinjenice da se tek u poslednje vreme shvatio pravi znacaj proucavanja slicnih sistema. Homogena fotoelektricna merenja sjaja sistema je obavio Shao (1967), a Koch (1972) publikuje fotoelektricna merenja, nastala kao rezultat internacionalne kampanje u kojoj je ucestvovalo vise posmatraca. Ovaj poslednji materijal je prilicno nehomogen, s obzirom da je dobijen na vise razlicitih teleskopa, ali ipak solidno definise krivu sjaja sistema. Polazeci od ovog posmatrackog materijala Cester i dr. (1979) predlazu grub model sistema, a daljem progresu doprinosi rad Plavec -a i dr. (1982), koji koristeći rezultate UV posmatranja procenjuju temperaturu primara ($T_1=13000$ K) i na osnovu energetske raspodele, hladniju sekundarnu kompo-

mentu klasifikuju kao gigant spektralne klase K3. Autori procenjuju osnovne karakteristike sistema u okviru modela sa akrecionim diskom.

Pavlovski i Kriz (1985) predlazu nesto savrseniji model sistema sa opticki debelim akrecionim diskom konstantne debljine i temperature, a analizu krivih sjaja obavljaju tretirajuci radijus, debljinu i temperaturu diska kao slobodne parametre, dok se ostali parametri modela zadaju a priori. Pri tome se koriste raspolozive informacije o sistemu, a obrnuti zadatak odredivanja parametara diska na osnovu krive sjaja se resava metodom "probe i greske". Nadjeno resenje, u intervalu orbitalnih faza oko primarnog minimuma i u intervalu kome pripada sekundarni minimum, relativno slabo fituje posmatranja, a uocliva odstupanja O-C nemaju slucajni karakter.

Kako je model koji smo razvili za interpretaciju sistema sa akrecionim diskom znatno bogatiji i blizi realnosti od modela ranijih istrazivaca, a raspolazemo i korektno postavljenom, efikasnom metodom za resavanje obrnutog zadatka, to smo odlucili da polazeci od homogenih fotoelektricnih posmatranja (Shao, 1967), pokusamo bolje upoznati sistem. U tom cilu je pripremljena normirana kriva sjaja, definisana sa 81 tackom u V-filteru, data u obliku fajla OLC u Tablici 17. Skup parametara sa kojim se krece u resavanje obrnutog zadatka (DQO) je zadatak na osnovu raspolozivih informacija o sistemu, a inicijalne vrednosti slobodnih parametara su zadate u skladu sa resenjem Pavlovskog i Kriza, kako bi se donekle ekonomisalo sa racunarskim vremenom. Kako u sistemu postoji intenzivna razmena masa izmedju komponenata, pretpostavili smo postojanje svetle pege na bocnoj strani diska, naspram Lagrange-ove ravnotezne tacke L1, tako da je obrnuti zadatak resavan pri 10 slobodnih parametara modela, a rezultati optimalizacije su prikazani u Tablici 17. (REZ), gde se je data konacna suma kvadrata odstupanja $s = \sum (O-C)^2$, parameri sistema i greske njihovog odredjivanja. Gra-

T A B L I C A 17.

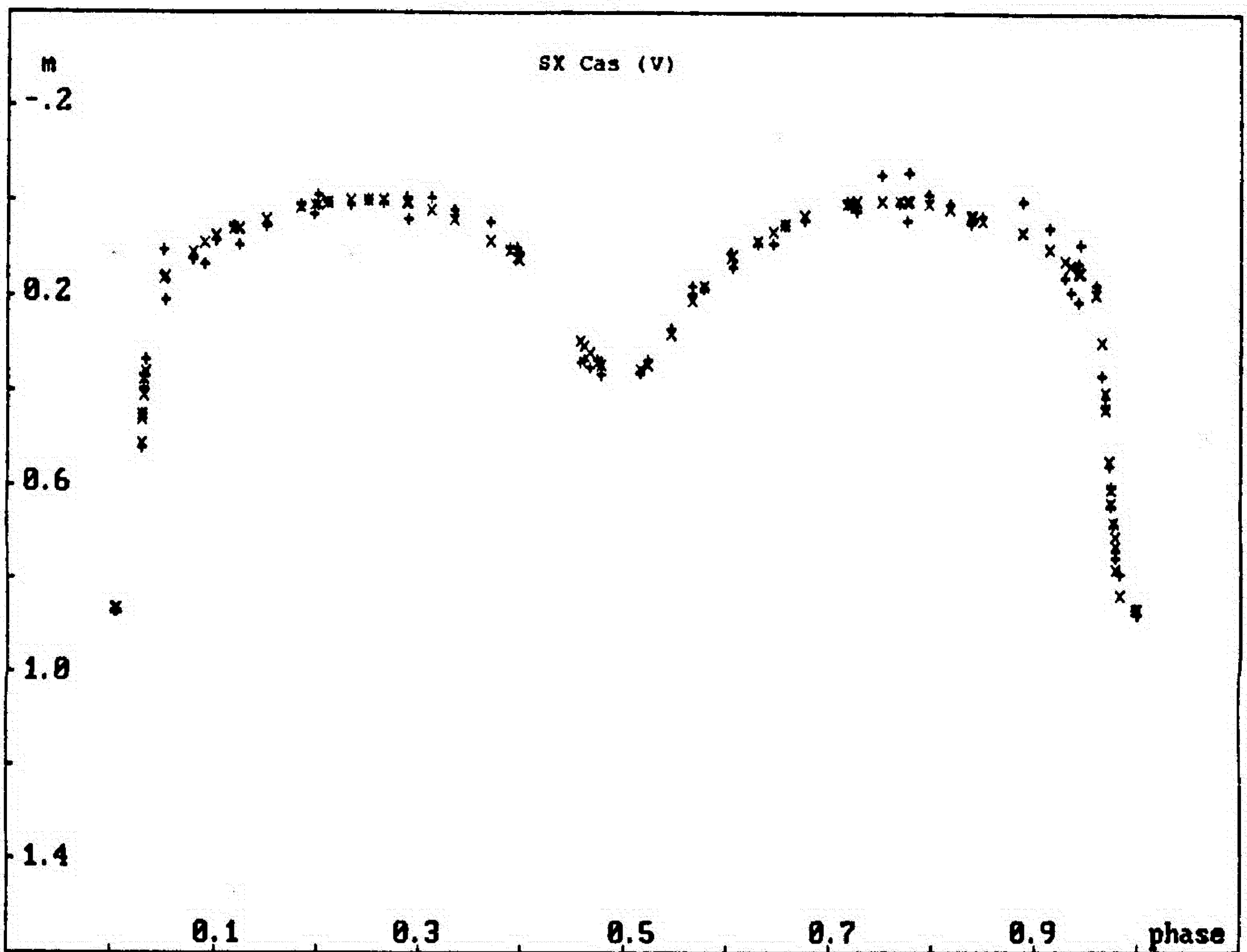
Analiza krive sjaja tesnog dvojnog sitema SX Cas.

OLC:
81 22 3

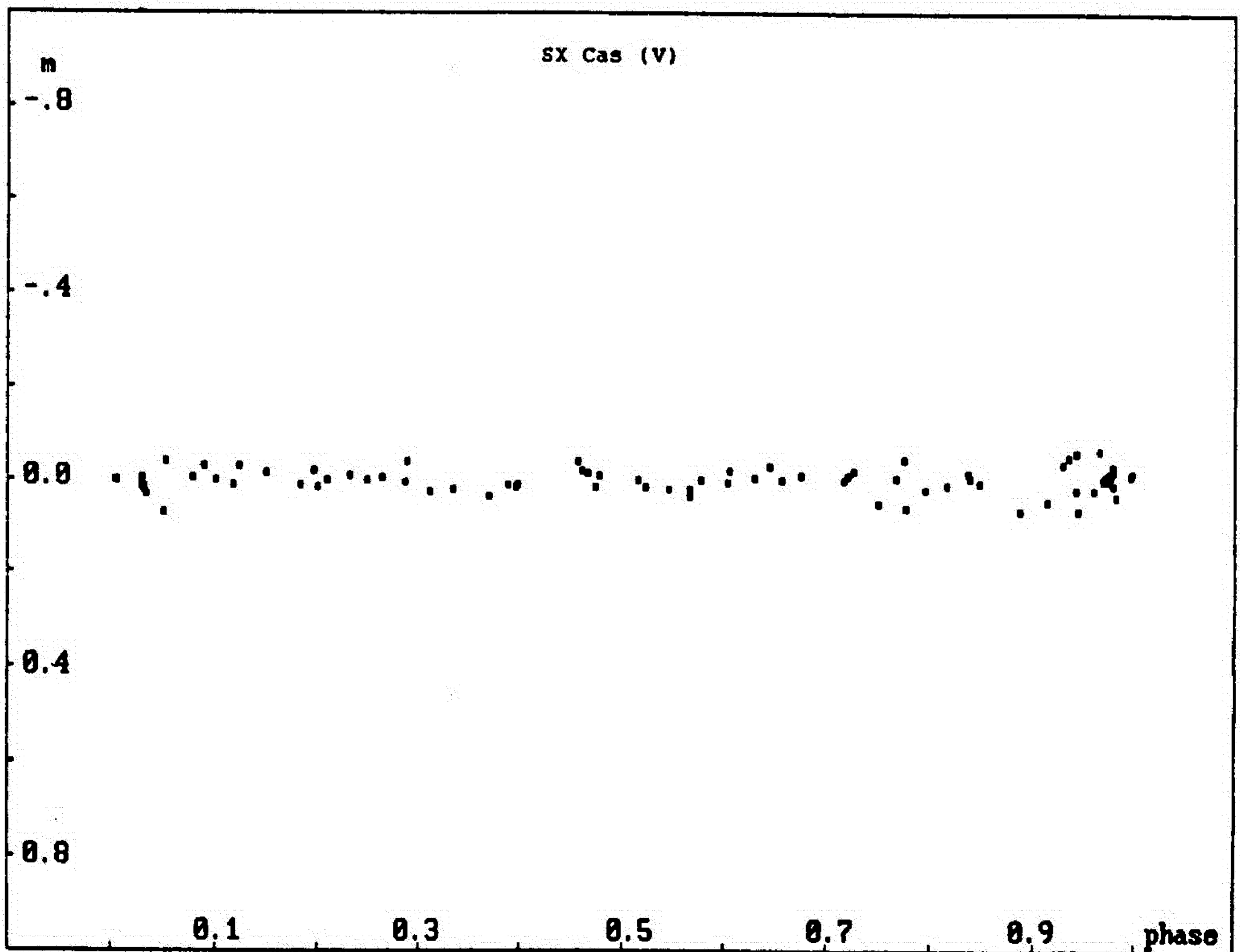
.0043	.8660	.0046	.8660	.0286	.5200	.0298	.4530	.0303	.4510
.0314	.3960	.0324	.3710	.0332	.3350	.0496	.1050	.0523	.2130
.0787	.1280	.0885	.1340	.1014	.0850	.1166	.0560	.1242	.0940
.1496	.0580	.1844	.0090	.1971	.0320	.1998	-.0070	.2090	.0060
.2320	.0090	.2500	.0000	.2653	.0050	.2856	-.0030	.2878	.0420
.3120	-.0040	.3332	.0210	.3693	.0470	.3878	.1000	.3949	.1030
.3973	.1120	.4567	.3440	.4613	.3380	.4667	.3520	.4746	.3370
.4779	.3660	.5155	.3620	.5242	.3390	.5458	.2710	.5668	.1820
.5671	.1950	.5766	.1840	.6042	.1130	.6059	.1390	.6300	.0920
.6464	.0920	.6567	.0510	.6751	.0420	.7170	.0020	.7204	.0090
.7256	.0190	.7509	-.0560	.7685	.0050	.7752	.0430	.7770	-.0610
.7951	-.0140	.8159	.0060	.8377	.0470	.8393	.0380	.8494	.0330
.8881	.0020	.9146	.0580	.9295	.1620	.9343	.1900	.9429	.1320
.9429	.2120	.9443	.0890	.9590	.1760	.9648	.3690	.9685	.4140
.9693	.4330	.9723	.5580	.9738	.6010	.9748	.6450	.9758	.6850
.9766	.7380	.9771	.7380	.9782	.7520	.9822	.7900	.9968	.8630
.9985	.8710								

DQO:
1.0000 0.1250 0.1000 88.8 0.05 0.05 0.05 0.05 0.10 0.15 0.36 0.05
13000. 4180. 4100. 0.25 0.08 1.10
0.9000 0.0300 15.360.
10 10 8 54 0.00001

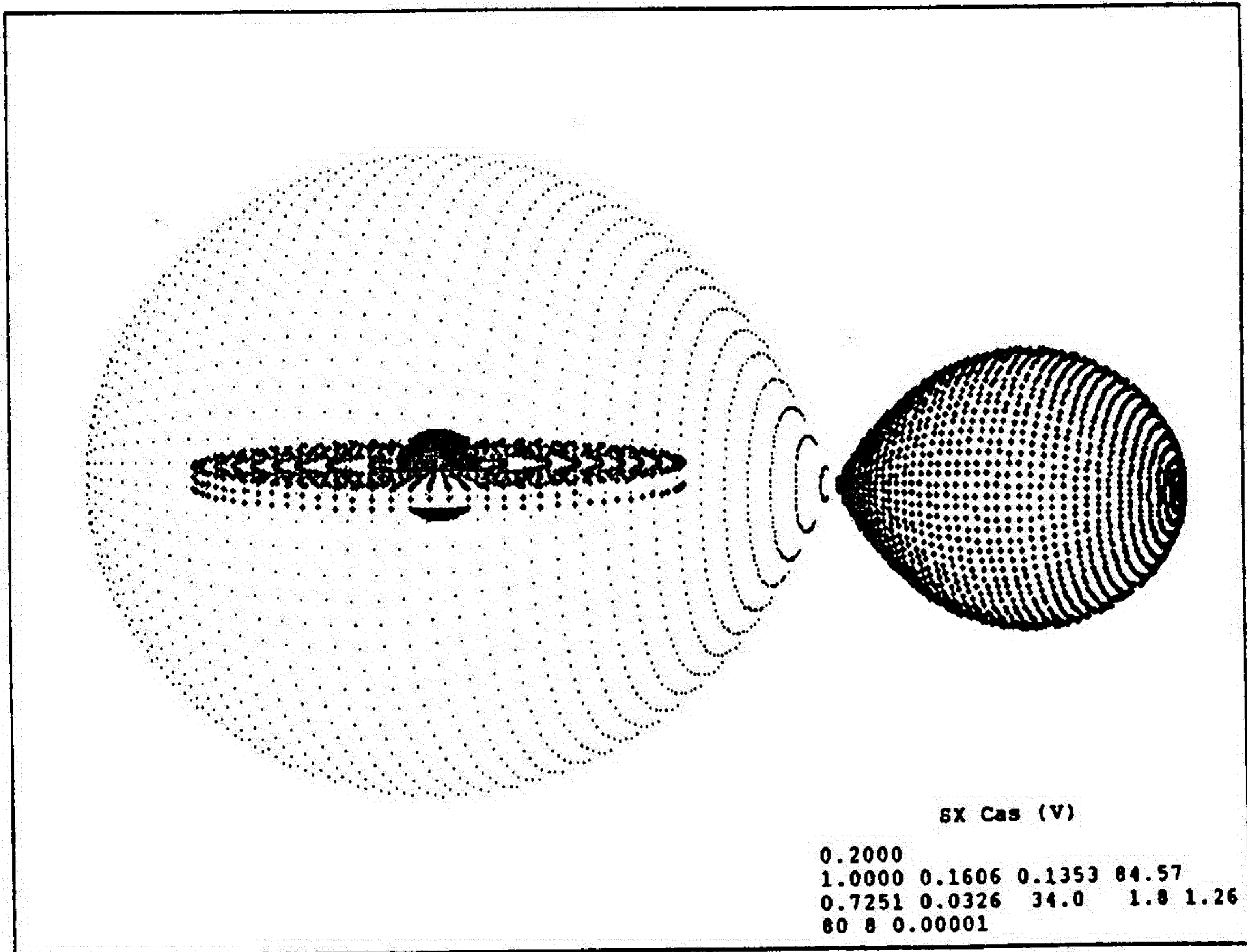
REZ:
0.607859E-01
0.174778E+00 0.395183E-02 - odnos masa komponenata $q=m_2/m_1$
0.138508E+00 0.211086E-02 - koef. popunjenosti krit. ovala primara
0.841646E+02 0.109608E+00 - inklinacija orbite
0.438264E+04 0.248157E+03 - temperatura akrecionog diska
0.723079E+00 0.274315E-01 - koeficijent razmera diska $S_d=R_d/R_{yk}$
0.362288E-01 0.144026E-02 - debljina akrecionog diska
0.544529E+04 0.353584E+02 - temperatura sekundara
0.330498E+02 0.116832E+02 - ugaone dimenzije "svetle pege"
0.179389E+01 0.526575E+01 - longituda "svetle pege"
0.127773E+01 0.635197E-01 - koef. temperature "svetle pege" $A_d=T_p/T_d$



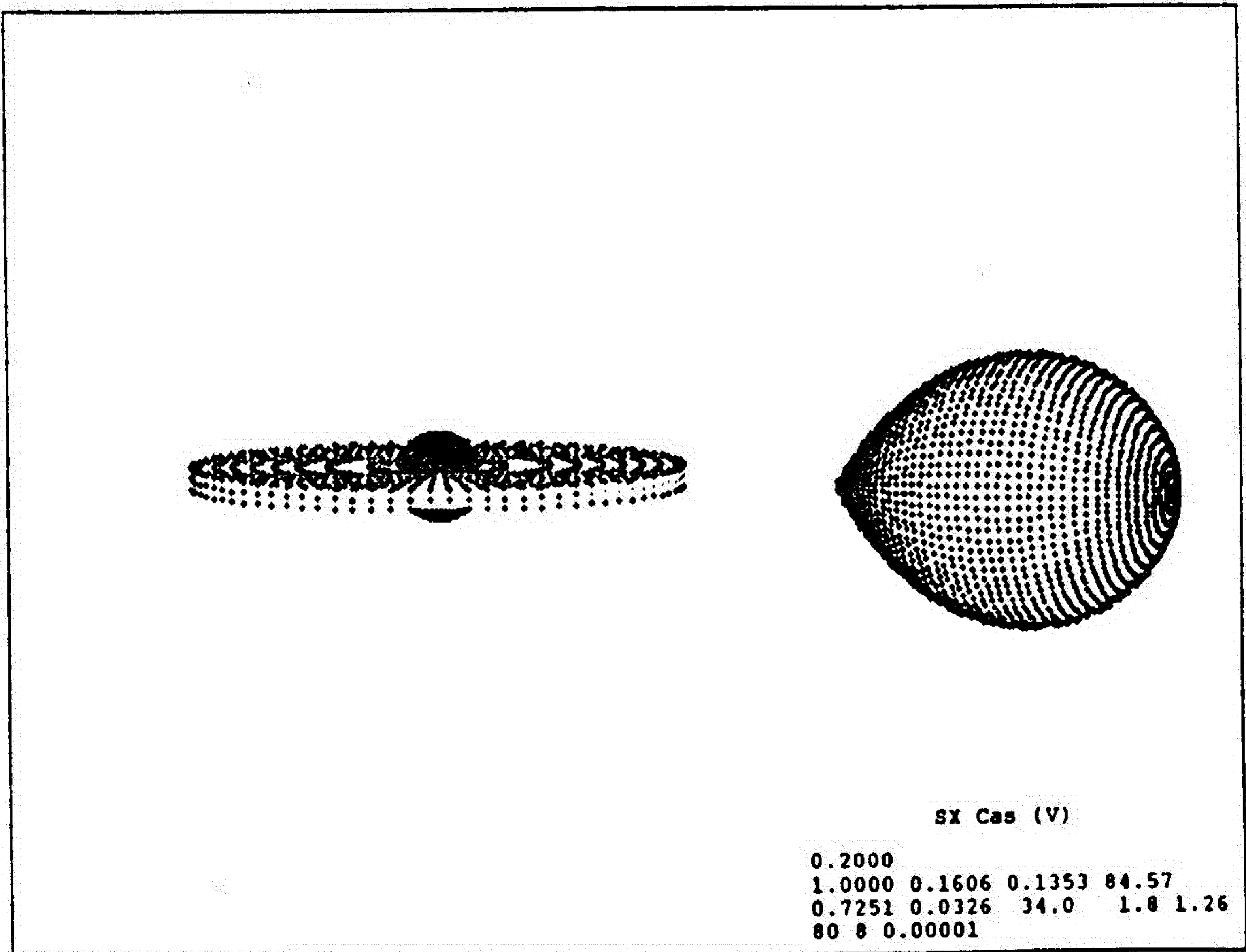
Sl. 74. SX Cas (V): Posmatrana (+) i konacna (x) sintetička kriva sjaja dobijena resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 75. SX Cas (V): Konacno O-C dobijeno resavanjem obrnutog zadatka.



Sl. 76. Izgled TDS SX Cas (V) na orbitalnoj fazi 0.20 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.



Sl. 76. Izgled TDS SX Cas (V) na orbitalnoj fazi 0.20 sa parametrima iz resenja obrnutog zadatka.

ficka ilustracija resenja je data na slikama 74., 75. i 76., koje prikazuju kvalitet fita posmatranja (+) konacnom sintetickom krivom sjaja (x), dobijenom pri optimalnim parametrima modela nadjenim resavanjem obrnutog zadatka, konacne razlike (O-C) i najzad izgled sistema na orbitalnoj fazi 0.20. Kao sto se iz prilozenih slika vidi, sinteticka kriva sjaja, koja se dobija pri ovako odredjenim parametrima modela, vrlo dobro fituje posmatranja, tako da konacne razlike O-C imaju slucajan karakter, pa se nadjeni parametri mogu smatrati prihvatljivim za tumacenje fizickih procesa u sistemu.

Kako ne raspolazemo podacima o brzini rotacije centralne zvezde oko koje lezi akrecioni disk, zadatak je resavan za slucaj sinhronne rotacije i za slucaj asinhronne rotacije pri pretpostavci da primar rotira sa periodom koji je 10 puta kraci od orbitalnog. Resenje koje se dobija za ovaj slucaj je prakticno istovetno prikazanom (spljosnuta forma centralne zvezde i nesto deblji disk, a ostali parametri modela su gotovo nepromenjeni).

Dakle, model sistema i metoda koju smo razvili za resavanje obrnutog zadatka omogucavaju da se procene fundamentalni parametri dinamički veoma aktivnog sistema SX Cas, a dobijeni rezultati potvrđuju opštu sliku problema akrecije do koje se doslo teorijskim istrazivanjima.

U oblasti "svetle pege", temperatura je za oko 28% veca od srednje temperature diska, a lokacija pege potvrđuje ispravnost hipoteze o postojanju struje gasa koja u okolini Lagrange-ove ravnotezne tacke L1 istice sa sekundara i popunjava disk, obezbedjujuci njegovu stabilnost.

Primetimo na kraju i to da se posmatrana kriva sjaja ne moze fitovati modelom bez diska (dobijaju se jako velika odstupanja O-C, koja po svom obliku jasno ukazuju na neprihvatljivost takvog modela).

VI. DIFERENCIJALNA ROTACIJA KOD TESNIH DVOJNIH ZVEZDA TIPA RS CVn
=====

Obrazlazući opravdanost predloženog modela tesnog dvojnog sistema sa pegama na komponentama, istakli smo neke od osnovnih fotometrijskih karakteristika tesnih dvojnih sistema tipa RS CVn.

Ovde ćemo se posebno zadržati na osobini migracije fotometrijskog talasa (depresije na krivoj sjaja) kroz orbitalnu fazu sistema u toku vremena, što je obično praćeno i sa promenom amplitude ovih depresija. Naime, duge serije posmatranja ovih tesnih dvojnih zvezda u toku više godina, pokazuju pomeranje položaja maksimalne depresije na krivim sjaja po orbitalnoj fazi, što je često korelisano i sa promenom amplitude depresija.

Po mišljenju većeg broja autora, pojava verovatno ukazuje da na ovim zvezdama postoje ciklusi aktivnosti slični 11 -togodišnjem ciklusu kod Sunca. U najbolje proučenom slučaju (zvezda RS CVn), amplituda talasne depresije se menja sa ciklusom od oko 5 godina (Rodono, 1981), dok su za druge aktivne sisteme podaci manje pouzdani usled nedovoljnog posmatraskog materijala.

Usled efekta plimskih interakcija, kod RS CVn zvezda koje predstavljaju tesne dvojne sisteme se očekuje sinhronost perioda rotacije komponentata oko sopstvenih osa sa periodom revolucije sistema. Međutim, dostupna posmatranja migracije depresija na krivim sjaja po orbitalnoj fazi, ukazuju ili na mala odstupanja od sinhronizma, ili na neki drugi mehanizam koji menja položaj aktivnog regiona na zvezdi.

Pomeranje depresije po orbitalnoj fazi krive sjaja je posledica odstupanja ugaone brzine zone pega na zvezdi od keplerovske ugaone brzine revolucije sistema. Analiza posmatraskog materijala ukazuje da kod iste zvezde, smer pomeranja depresije može biti iz direktnog u retrogradni, što je indikacija za postojanje diferencijalne rotacije

površinskih slojeva zvezde.

Pretpostavimo da se površinski slojevi zvezde na određenoj ekvatorskoj sirini kreću sinhrono sa orbitalnim kretanjem sistema. Ovu sirinu ćemo zvati sirinom korotacije. Ako se na zvezdi nalazi grupa pega (aktivni region koji smo u našem modelu aproksimirali pegom kružnog oblika) sa fotocentrom na latitudi iznad korotacione, očekujemo migraciju depresije na krivoj sjaja u direktnom smeru, dok bi grupa pega sa fotocentrom između korotacione latituda i ekvatora zvezde dovela do retrogradnog kretanja maksimuma depresije kroz orbitalnu fazu krive sjaja sistema.

Na osnovu promena smeru migracije depresija na krivim sjaja zvezda RS CVn i V711 Tau, u radovima (Blanco i dr., 1982 ; Bartolini i dr., 1983) se ukazuje na verovatan prelazak aktivnog regiona na zvezdi između ove dve zone.

Može se reći da je na osnovu savremenih istraživanja aktivnih procesa na ovim sistemima uglavnom već prihvaćeno tumačenje po kome su promene na krivim sjaja uslovljene evolucijom aktivnih regiona sa pegama na zvezdama. Nekoliko istraživača (Wilson, 1978 ; Vaughan i dr., 1981 ; Dorren i Guinan, 1982) metodama širokopojasne fotometrije nalaze promene male amplitude kod jednostrukih zvezda sa glavnog niza H-R dijagrama, koje su modulirane rotacijom zvezda. Uočljive su promene u Ca II H+K fluksevima, koje se pripisuju postojanju pega. Posmatranja ukazuju na visok udeo rotacije i postojanje dubokih konvektivnih zona, što su ujedno i uslovi koji se zahtevaju za efikasan dinamički mehanizam Sunčevog tipa (Belvedere, 1983).

Prisustvo depresija na krivim sjaja sistema tipa RS CVn u toku dužih vremenskih intervala ukazuje da tamne oblasti sa pegama na zvezdi žive relativno dugo. Kao objašnjenje ovog fenomena, u pojedinim radovima se predlaže hipoteza o postojanju dugovečnih pega ili grupa pega

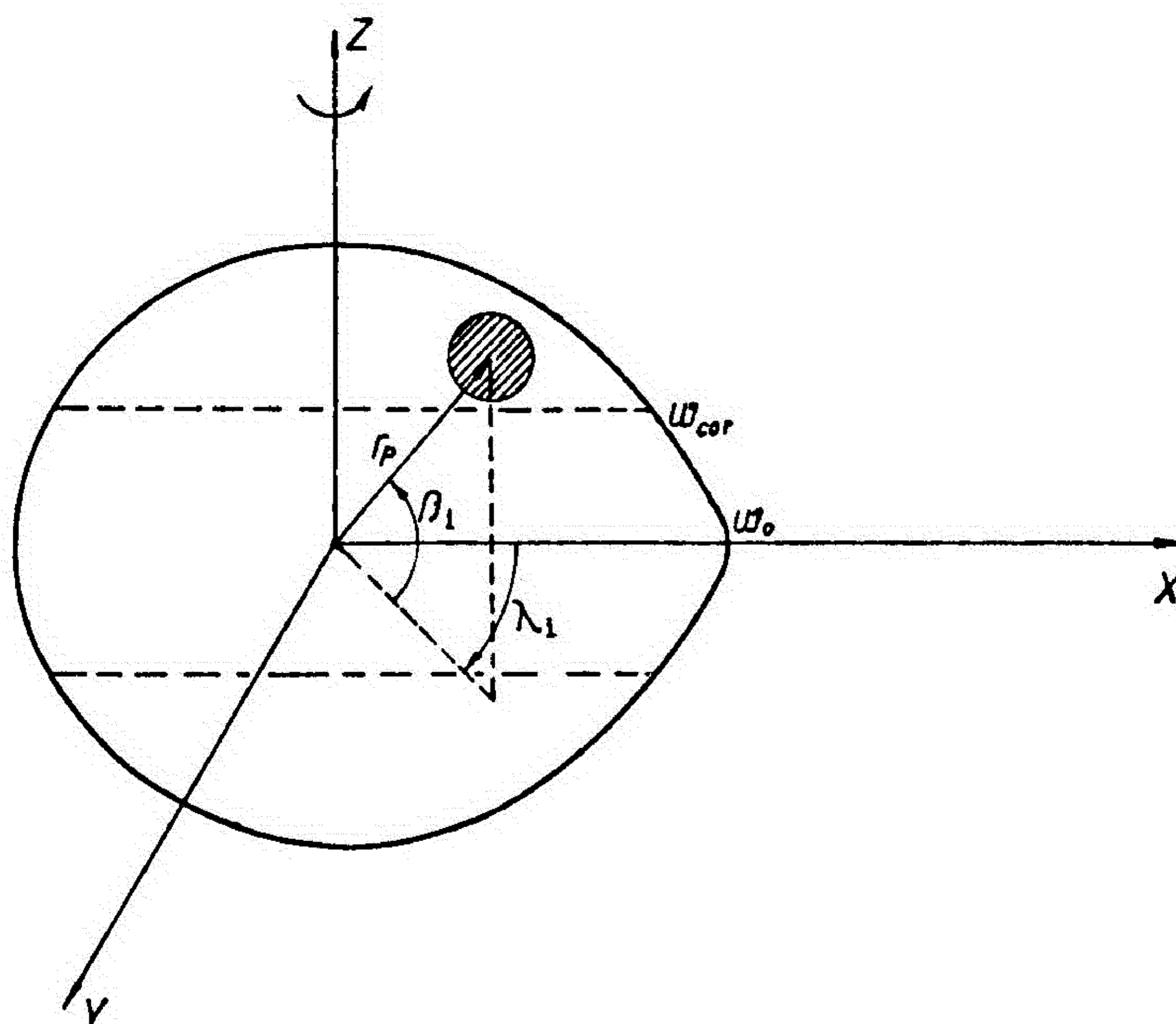
koje mogu egzistirati i po nekoliko godina. Kao ekstremni slučaj, Boyd i dr. (1983), za tamne oblasti koje su odgovorne za modulaciju krive sjaja λ And, predlazu vreme zivota pega od oko pola veka.

Isti fotometrijski efekti verovatno mogu poticati i od zona sa povećanom aktivnoscu grupe pega cije individualne komponente zive relativno kratko, ali se kontinuirano regenerisu. Kod Sunca vecina pega zivi krace od jednog perioda njegove rotacije, ali se u zoni pega pojavljuju novi clanovi, pokazujući trend koncentracije u relativno uske zone po longitudi (Bray i Loughhead, 1964). U medjuvremenu se zone formiranja pega pomeraju prema ekvatoru sa periodom ciklusa aktivnosti.

Dakle, cak i ako su pojedinačne pege kratkotrajne, aktivne oblasti koje one zauzimaju, mozemo aproksimirati zatamnjenim zonama koje se obrću zajedno sa fotosferom i lagano pomeraju ka manjim latitudama usled neke vrste meridionalnog kretanja.

Pojave koje se posmatraju kod RS CVn zvezda su svakako mnogo kompleksnije od procesa na Suncu, ali se i ovde primenom jednostavnih aproksimacija, zasnovanih na analogijama sa pojavama na Suncu, u izvesnim slucajevima mogu dobiti korisni podaci o diferencijalnoj rotaciji komponentata (Busso i dr., 1985).

Sledeci ideju ovog rada, pretpostavljamo da su fotometrijske promene krive sjaja u toku vremena izazvane promenama pozicije i velicine pega na komponentama sistema. Aktivni region koji se nalazi pod pegama, aproksimiramo kruznom pegom ciji centar odgovara fotocentru datog regiona. Model je prikazan na slici 77., gde je ω_0 - ugaona brzina rotacije zvezde na ekvatoru; $\omega_c = \omega_k$ - korotaciona ugaona brzina jednaka orbitalnoj keplerovskoj brzini; β_i - inicijalna latituda pege; λ_i - inicijalna longituda pege, a r_p - predstavlja radijusvektor centra pege.



Sl. 77. Prikaz modela za izvodjenje parametara diferencijalne rotacije.

Ugaona brzina centra pege koja se nalazi na nekoj sirini β , se moze opisati relacijom (Goldberg, 1952):

$$w(\beta) = w_0(1 - a \sin^2 \beta + \dots) \quad (6-1)$$

Iz posmatranja Suncevih pega ima indikacija da je srednja meridionalna brzina zona u kojima se pege formiraju, proporcionalna gradientu ugaone brzine, pa na osnovu analogije pretpostavljamo da i kod RS CVn zvezda vazi slicna relacija, tj.

$$d\beta / dt = b dw / d\beta . \quad (6-2)$$

Iz ove relacije se dobija veza:

$$d\beta / dt = - a b w_0 \sin 2\beta . \quad (6-3)$$

Deleci (6-3) sa $\cos^2 \beta$, dobijamo diferencijalnu jednacinu:

$$d(\operatorname{tg} \beta) / dt = - 2 a b \omega_0 \operatorname{tg} \beta \quad , \quad (6-4)$$

cije je rešenje:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_1 e^{- 2 a b \omega_0 t} \quad , \quad (6-5)$$

gde je β_1 -inicijalna latituda pege.

Usled meridionalnog kretanja pege sa visih ka nizim sirinama, diferencijalna rotacija dovodi do pomeranja longitude pege u toku vremena. Ako ovaj pomeraj u longitudi racunamo u odnosu na tacku korotacije dvojnog sistema ($\lambda_c(t) = \omega_c t$), mozemo pisati:

$$\Delta \lambda(t) = \lambda(t) - \lambda_c(t) = \int_0^t w(\beta) dt - \omega_c t \quad . \quad (6-6)$$

Smenjujuci izraz za $w(\beta)$ iz relacije (6-1), gornja jednacina poprima oblik:

$$\Delta \lambda(t) = (\omega_0 - \omega_c) t - a \omega_0 \int_0^t \sin^2 \beta dt \quad . \quad (6-7)$$

Kako smo latitudu pege preko jednacine (6-5) izrazili kao eksplisicitnu funkciju vremena, to u cilju koriscenja ovog rezultata, integraciju po vremenu u jednacini (6-7) mozemo preko jednacine (6-3) zameniti integracijom po latitudi, tj:

$$a \omega_0 \int_0^t \sin^2 \beta dt = a \omega_0 \int_{\beta_1}^{\beta(t)} \sin^2 \beta \frac{dt}{d\beta} d\beta = \dots = \frac{1}{4b} \ln(\cos^2 \beta) \Big|_{\beta_1}^{\beta(t)}$$

Na osnovu trigonometrijske veze $\cos^2 \beta = 1 / (1 + \operatorname{tg}^2 \beta)$ iz gornje relacije, preko (6-5) konacno dobijamo:

$$a \omega_0 \int_0^t \sin^2 \beta dt = - \frac{1}{4b} \ln \left(\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_1 e^{- 4 a b \omega_0 t}}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_1} \right) \quad . \quad (6-8)$$

Dakle, za pomeraj pege u longitudi usled diferencijalne rotacije, na osnovu (6-7) i (6-8) konacno dobijamo:

$$\Delta\lambda(t) = (w_0 - w_c) t + \frac{1}{4b} \ln \left(\frac{1 + \frac{2}{\beta_i} \operatorname{tg} \beta_i e^{-4 a b w_0 t}}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_i} \right) . \quad (6-9)$$

Sa druge strane, analizom krivih sjaja tesnih dvojnih sistema mozemo odrediti polozej maksimalne depresije izazvane pegom. Pomeranje maksimuma depresije po orbitalnoj fazi krivih sjaja, dobijenih u razlicitim vremenskim intervalima istog ciklusa aktivnosti ($\Delta\psi_m(t)$), daje informaciju o pomeranju longitude pege $\Delta\lambda(t)$, tj.

$$\Delta\lambda(t) = -\Delta\psi_m(t) . \quad (6-10)$$

Ukoliko na osnovu krivih sjaja, dobijenih u toku istog ciklusa aktivnosti, imamo makar cetiri ovako odredjena pomeraja longitude pege, relacija (6-9) predstavlja sistem jednacina, koji omogucava odredjivanje nepoznatih β_i , a , b , i w_0 .

Ovaj sistem jednacina se moze dovesti u nesto pregledniji oblik, uvodjenjem smena:

$$\begin{aligned} a_1 &= w_0 - w_c , \\ a_2 &= 1 / 4b , \\ a_3 &= \frac{2}{\beta_i} \operatorname{tg} \beta_i , \\ a_4 &= e^{-4 a b w_0} , \end{aligned} \quad (6-11)$$

pa imamo:

$$\Delta\lambda_i(t) = a_{1i} t_i + a_{2i} \ln \left(\frac{1 + a_{3i} a_{4i}^t}{1 + a_{3i}} \right) ; \quad i=1, \dots, N, \quad (6-12)$$

gde su t_i - trenuci pri kojima su dobijene krive sjaja iz kojih se

odredjuju pomeraji longituda poga $\Delta\lambda_i(t)$.

Za resavanje ovog sistema jednacina, Busso i dr. (1985) predlazu da se prvo na osnovu samo cetiri pomeraja u longitudi, preliminarno pokusa resiti sistem (6-12) po nepoznatima a_1, \dots, a_4 , a zatim razvojem funkcije (6-12) u Tejlorov red oko ovih vrednosti, dobijeni linearni sistem jednacina resavaju metodom najmanjih kvadrata, koja daje izvesne korekcije resenja.

S obzirom na nelinearnost polazne jednacine (6-12), ovakav prilaz moze dovesti do pogresne procene koeficijenata a_1, \dots, a_4 , tj. nadjeno resenje moze biti daleko od optimalnog, a u izvesnim slucajevima, efekti nelinearnosti nas mogu odvesti u pogresnu procenu ovih parametara.

Za resavanje navedenog problema, koji ujedno predstavlja i ključno mesto u ovoj metodi procene parametara diferencijalne rotacije, predlazemo primenu metode obrnutog zadatka, koju smo realizovali na osnovu modifikacija Marquardt-ovog algoritma i koja uspesno kombinuje gradijentni prilaz problemu optimalizacije sa metodom diferencijalnih popravki. Osnove ove metode smo ranije izlozili. Konkretna realizacija metode za potrebe ovog zadatka je utoliko jednostavnija od problema analize krivih sjaja, ukoliko se parcijalni izvodi funkcije (6-12) po slobodnim parametrima zadatka (a_1, \dots, a_4) mogu analitički dobiti. To pojednostavljuje organizaciju kompjuterskog programa i omogućava veoma brzu konvergenciju resenja ka globalnom minimumu sume kvadrata odstupanja $S = \sum_{i=1}^N [\Delta\lambda_i^o(t) - \Delta\lambda_i^c(t)]^2 = \sum_{i=1}^N (O-C)^2$, gde su $\Delta\lambda_i^o(t)$ -vrednosti pomeraja longituda dobijeni iz krivih sjaja, a $\Delta\lambda_i^c(t)$ su vrednosti racunate na osnovu relacije (6-12).

O prednosti primene ovako koncipirane metode obrnutog zadatka za resavanje nelinearnih problema optimalizacije smo ranije govorili, a ovde cemo samo ponoviti da i pri gruboj inicijalnoj pretpostavci me-

tođ vodi u konvergenciju. Na izlazu iz programa dobijamo koeficijente a_1, \dots, a_4 i greske njihovog odredjivanja, koje slede iz metode najmanjih kvadrata.

Potrebno je napomenuti da pri proizvoljnom izboru pomeraja maksimalne depresije krivih sjaja $\Delta\psi_m$ po orbitalnoj fazi, ukoliko podaci ne pripadaju istom ciklusu aktivnosti, sistem jednačina (6-12) u opstem slucaju neće imati resenje.

Medjutim, ako resenje zaista postoji, ono opisuje srednje kretanje aktivne oblasti u kojoj se na zvezdi razvijaju tamne pege. Očigledno, koeficijenti a_1, \dots, a_4 nisu pogodni za opisivanje ovog kretanja, pa nakon njihovog odredjivanja, preko smena (6-11) nalazimo velicine:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= a_1 + \omega_k \quad , \\ b &= 1/(4a_2) \quad , \\ \beta_i &= \arctg \sqrt{a_3} \quad , \\ a &= -a_2 \ln(a_4)/\omega_0 \quad , \end{aligned} \tag{6-13}$$

gde su a i b parametri diferencijalne rotacije, ω_0 - ugaona brzina rotacije zvezde na ekvatoru, a β_i - predstavlja inicijalnu latitudu pege (tj. latitudu pege sa kojom je dobijena prva od N krivih sjaja, sa kojih smo odredjivali položaje maksimalne depresije ψ_m).

Nakon što smo odredili ove velicine, možemo izracunati i latitudu korotacije β_c . Iz jednačine (6-1), pri uslovu $w(\beta_c) = w_{cor}$ imamo:

$$\beta_c = \arcsin \sqrt{\frac{1}{a} \left(1 - \frac{\omega_c}{\omega_0} \right)} \quad . \tag{6-14}$$

Ugaona brzina korotacije je jednaka keplerovskoj orbitalnoj brzini, pa znajući orbitalni period sistema P_c , iz ove relacije dobijamo sirinu

korotacije.

Izloženi postupak smo primenili na analizu faznih pomeraja maksimalne depresije na krivim sjaja tesnih dvojnih sistema SV Cam, VV Mon i SS Boo. Analiza bazira na podacima o položaju maksimalne depresije u toku vremena, publikovanim u radu Busso-a i dr. (1985).

Rezultati, dobijeni primenom modela i metode obrnutog zadatka su prikazani u Tablici 18., pri čemu se za tesni dvojni sistem SS Boo razmatraju fazni pomeraji maksimalne depresije dobijeni u toku dva ciklusa aktivnosti.

Tablica sadrži imena sistema i podatke o ciklusu unutar kog su dobijeni mereni pomaci longitude aktivnog regiona, konacne sume kvadrata odstupanja (S) između merenih $\Delta\lambda^o$ i teorijski dobijenih pomaka $\Delta\lambda^c$, računatih na osnovu relacije (6-12). Koeficijenti ove jednacine (a_1, \dots, a_4) su u tablici prikazani zajedno sa greskama njihovog određivanja, koje slede iz nelinearne metode najmanjih kvadrata na kojoj bazira metoda za resavanje obrnutog zadatka. Zatim se u tablici daju vremenski intervali Δt (izraženi u godinama) i odgovarajući mereni pomaci longitude maksimalne depresije $\Delta\lambda^o$, teorijski dobojeni pomaci $\Delta\lambda^c$ koji slede iz rešenja obrnutog zadatka, tj. iz relacije (6-12) pri optimalno određenim koeficijentima a_1, \dots, a_4 , a zatim slede konacna odstupanja $O-C = \Delta\lambda^o - \Delta\lambda^c$, kako bi se mogao videti kvalitet fitovanja. Ove velicine su izražene u delovima orbitalne faze.

Za dati sistem, poslednja grupa podataka u tablici prikazuje parametre diferencijalne rotacije - koeficijente a i b , ugaonu brzinu korotacije (ω_c), ekvatorsku ugaonu brzinu (ω_o), korotacioni (P_c) i ekvatorski period rotacije zvezde, inicijalnu (β_i) i korotacionu (β_c) latitudu pege i konacno velinu $(\omega_o - \omega_c) / \beta_c$, koja predstavlja meru srednje diferencijalne rotacije između korotacione latituda i ekvatora zvezde. Ova velicina nam govori za koji se iznos menja ugaona brzina

T A B L I C A 18.

Diferencijalna rotacija zvezda u TDS tipa RS CVn.

Diferencijalna rotacija	Diferencijalna rotacija	Diferencijalna rotacija
SV Cam. 1973.34 - 1984.12 .489394E-01 - S	SS Boo 1976.60 - 1981.24 .551499E-01 - S	SS Boo 1967.00 - 1975.50 .724328E-02 - S
.271566E-01 .708916E+01 .194388E+00 .265976E+00	.101279E-01 - a1 .243629E+00 - a2 .739710E-02 - a3 .364199E-01 - a4	.103855E-01 - a1 .564068E-01 - a2 .170700E+00 - a3 .422400E-03 - a4
.182736E+00 .679283E+00 .217163E+02 .351048E+00	.152557E-01 - a1 .261505E-01 - a2 .337694E+01 - a3 .302011E-01 - a4	.210334E-01 - a1 .202153E+00 - a2 .861727E-02 - a3 .346264E-02 - a4
.11744200E-01 - a .36803490E+00 - b .10384420E+01 - wc [rad/dan] .10415850E+01 - wo [rad/dan] .60505900E+01 - Pc [dan] .60323300E+01 - Po [dan] .77888630E+02 - β_1 (°) .30459490E+02 - β_c (°) .11944490E-08 - (wo-wc)/ β_c [rad/(s°)] .23792450E+02 - β_1 (°) .30832130E+01 - β_c (°) .17541990E-08 - (wo-wc)/ β_c [rad/(s°)]	.000 .000 .000 .000 1.250 -.520 -.584 .064 2.220 -1.040 -.942 -.098 3.240 -1.080 -1.157 .077 4.270 -1.220 -1.190 -.030 7.290 -.780 -.782 .002 .11744200E-01 - a .36803490E+00 - b .10384420E+01 - wc [rad/dan] .10415850E+01 - wo [rad/dan] .60505900E+01 - Pc [dan] .60323300E+01 - Po [dan] .77888630E+02 - β_1 (°) .30459490E+02 - β_c (°) .11944490E-08 - (wo-wc)/ β_c [rad/(s°)] .23792450E+02 - β_1 (°) .30832130E+01 - β_c (°) .17541990E-08 - (wo-wc)/ β_c [rad/(s°)]	.000 .000 .000 .000 2.500 -.700 -.643 -.057 3.500 -.620 -.679 .059 6.600 .330 .352 -.022 8.500 2.100 2.098 .002 .11320920E+00 - a .91478300E-02 - b .82607080E+00 - wc [rad/dan] .91580840E+00 - wo [rad/dan] .76061100E+01 - Pc [dan] .68608080E+01 - Po [dan] .74595330E+02 - β_1 (°) .68488690E+02 - β_c (°) .15164980E-07 - (wo-wc)/ β_c [rad/(s°)]
.000 .000 .000 .000 1.250 -.520 -.584 .064 2.220 -1.040 -.942 -.098 3.240 -1.080 -1.157 .077 4.270 -1.220 -1.190 -.030 7.290 -.780 -.782 .002 .11744200E-01 - a .36803490E+00 - b .10384420E+01 - wc [rad/dan] .10415850E+01 - wo [rad/dan] .60505900E+01 - Pc [dan] .60323300E+01 - Po [dan] .77888630E+02 - β_1 (°) .30459490E+02 - β_c (°) .11944490E-08 - (wo-wc)/ β_c [rad/(s°)] .23792450E+02 - β_1 (°) .30832130E+01 - β_c (°) .17541990E-08 - (wo-wc)/ β_c [rad/(s°)]	t $\Delta\lambda$ $\Delta\lambda^c$ O-C .000 .000 .000 .000 2.500 -.700 -.643 -.057 3.500 -.620 -.679 .059 6.600 .330 .352 -.022 8.500 2.100 2.098 .002 .11320920E+00 - a .91478300E-02 - b .82607080E+00 - wc [rad/dan] .91580840E+00 - wo [rad/dan] .76061100E+01 - Pc [dan] .68608080E+01 - Po [dan] .74595330E+02 - β_1 (°) .68488690E+02 - β_c (°) .15164980E-07 - (wo-wc)/ β_c [rad/(s°)]	t $\Delta\lambda$ $\Delta\lambda^c$ O-C .000 .000 .000 .000 2.500 -.700 -.643 -.057 3.500 -.620 -.679 .059 6.600 .330 .352 -.022 8.500 2.100 2.098 .002 .11320920E+00 - a .91478300E-02 - b .82607080E+00 - wc [rad/dan] .91580840E+00 - wo [rad/dan] .76061100E+01 - Pc [dan] .68608080E+01 - Po [dan] .74595330E+02 - β_1 (°) .68488690E+02 - β_c (°) .15164980E-07 - (wo-wc)/ β_c [rad/(s°)]

rotacije (u radijanima po sekundi) sa promenom latitude pege za 1° .

Iz prikazane tablice je ocigledno da se teorijske krive $\Delta\lambda^c(t)$ dobro slazu sa posmatranim tackama $\Delta\lambda^o(t)$, a velicine O-C su u granicama ocekivanih gresaka odredjivanja polozaja maksimalne depresije sa krivih sjaja. No bilo bi pogresno ova odstupanja pripisati samo greski u merenju polozaja maksimuma depresije sa krive sjaja. Naime, prikazani model za racun diferencijalne rotacije je veoma uprosćen, a realna situacija na zvezdama moze biti daleko kompleksnija, sa vise aktivnih regiona koji se pojavljuju, razvijaju i nestaju u toku istog ciklusa aktivnosti. Nisu iskljuceni ni efekti isticanja gasa sa neke od komponenta sistema, sto se superponira sa efektom pega i veoma slozeno odrazava na oblik posmatrane krive sjaja. Zato i primena predlozenog modela moze biti problematicna, pa se prema rezultatima treba kriticki odnositi.

Do koje mere se aktivnost na zvezdi moze menjati sa vremenom, pokazuju rezultati analize dva moguca ciklusa aktivnosti sistema SS Boo. Za ciklus u periodu (1967.00 - 1975.50) i ciklus u intervalu (1976.60-1981.24) dobijamo razlicita resenja, sto je najverovatnije posledica neadekvatnosti modela za opisivanje diferencijalne rotacije. Naime modelom sa jedim aktivnim regionom se izgleda ne moze adekvatno opisati realna povrminska raspodela sjaja na zvezdi. Wilson i dr. (1983), analizirajuci posmatracki materijal dobijen za ciklus posle 1976 godine, dolaze do zaklucka da je ponasanje sistema veoma kompleksno, sa nepravilnim promenama amplitude depresija na krivim sjaja, sto moze biti posledica postojanja vise aktivnih regiona na zvezdi. Slicno misljenje zastupaju Busso i dr. (1985). Jasno je da uprosćeni model na kome bazira racun parametara diferencijalne rotacije u takvom slucaju nije u stanju korektno opisati pojavu. Misljenja smo da bi korektnije bilo analizom pojedinačnih krivih sjaja odredjivati parametre pega, pa na

osnovu tako dobijenog materijala za niz krivih sjaja unutar istog ciklusa aktivnosti izracunati parametre diferencijalne rotacije za svaki aktivni region posebno. Naravno, ovo bi bio daleko slozeniji zahvat, koji zahteva solidno definisane krive sjaja i veliko racunarsko vreme.

Testiranje predlozene metode i analiza konkretnih tesnih dvojnih sistema ukazuju da je metoda primenjiva za procenu parametara diferencijalne rotacije, ali treba naglasiti da je neophodan veci broj posmatranih pomeraja longitude pege sa vremenom, kako bi se sto vernije mogli odrediti parametri. Dobljena resenja za ova tri dvojna sistema se prilicno razlikuju od resenja datih u radu Busso-a i dr. (1985), sto smatramo normalnim, s obzirom na neprikladnost metode za resavanje nelinearnog sistema jednačina (6-12) koju pomenuti autori koriste. Cini se da njihov postupak, usled efekata nelinearnosti moze dovesti do resenja koja su daleko od optimalnih i koja u parametarskom hiperprostoru odgovaraju nekom od lokalnih minimuma hiperpovrsine $S = \sum (O-C)^2$.

Materijal koji smo analizirali je svakako nedovoljan da bi se mogli izvuci neki generalniji zakljucci o diferencijalnoj rotaciji u tesnim dvojnim sistemima. Verovatno je da nekih bitnijih razlika izmedju ponasanja aktivnih oblasti na ovim zvezdama i ne treba ocekivati, izuzev mozda u iznosu diferencijalne rotacije, za koji se ocekuje da bude antikorelisan sa orbitalnim periodom sistema. Naime, sto je orbitalni period kraci, komponente su medjusobno blize i jace su plimske interakcije, koje sistem prisiljavaju na sinhronost rotacije komponentata sa revolucijom sistema. Ima indikacija (Rodono, 1981; Vogt, 1983a; Busso i dr. 1985) da su korotacione sirine nize ukoliko je orbitalni period sistema kraci, a samo trajanje pojedinih ciklusa aktivnosti je izgleda duze i koliko danas znamo lezi u intervalu od 4-5 god (RU Cnc i CQ Aur; Porb. = 10 dana) do oko 10 godina za SV Cam (Porb. = 0.5 dana).

Odgovore na mnogobrojna pitanja vezana sa aktivnim procesima na

zvezdama tek treba traziti, pri cemu su neophodna intenzivna fotometrijska i spektroskopska posmatranja, kao i satelitska posmatranja u UV-oblasti, sto mora biti praceno i odgovarajucim razvojem teorije. Misljenja smo da metoda za resavanje obrnutog zadatka optimalizacije parametara modela, koju smo predlozili u ovom radu, moze naci korisnu primenu u buducim istrazivanjima.

Univerzitet u Beogradu
Prirodno-matematički fakultet
MATEMATIČKI FAKULTET
BIBLIOTEKA

Broj Datum

VII. POSTUPAK PROCENE TEMPERATURE I POVRŠINE PEGA NA OSNOVU
=====

FOTOMETRIJSKIH POSMATRANJA

=====

Promene krivih sjaja tesnih dvojnih sistema, izazvane postojanjem pega na zvezdama, omogućavaju procenu osnovnih parametara pega. U tom cilju se prilazi modeliranju sistema, a zatim se iz modela procenjuju lokacija, dimenzije i temperatura pega (Eaton i Hall, 1979; Bopp i Noah, 1980; Vogt, 1981; 1983; Olah, 1985 itd.).

Slaba strana ovih metoda je neuzimanje u obzir realne geometrije tesnog dvojnog sistema i problematnost metoda za resavanje obrnutog zadatka, jer se radi o nelinearnim zadacima optimizacije po prilicnom broju slobodnih parametara, ciji uticaji na oblik krive sjaja mogu biti medjusobno korelisani. U mnogim slucajevima, manja "hladnija" pega daje isti efekat na krivu sjaja kao i veca "toplija", pa rezultati do kojih se dolazi analizom krive sjaja u samo jednom filteru fotometrijskog sistema, mogu dati pogresnu predstavu o parametrima pege.

U ovom radu smo predložili znatno realniji model tesnog dvojnog sistema sa pegama na komponentama, kao i efikasnu metodu za resavanje obrnutog zadatka. To omogućava znatno verniju procenu osnovnih fizickih i geometrijskih parametara sistema i aktivnih oblasti na zvezdama, pri cemu smo aktivne regione aproksimirali pegama krugnog oblika.

Predložena metoda za resavanje obrnutog zadatka omogućava istovremeno odredjivanje parametara sistema i pega. Resenje, dobijeno na ovaj nacin, je uveliko oslobodjeno mogucih pogresnih procena nekih od osnovnih parametara sistema, pa se i parametri pega vernije odredjuju. Nasa metoda resavanja obrnutog zadatka se uspesno bori sa efektima nelinearnosti i medjusobne korelacije uticaja pojedinih parametara modela na krivu sjaja i prilicno efikasno vodi ka optimalnom resenju zadatka.

Analiza krivih sjaja dobijenih u razlicitim filterima UBV fotome-

trijskog sistema daje medjusobno dobro usaglasena rešenja, što ukazuje na prihvatljivost predloženog postupka. Jedna od varijanti programa za resavanje obrnutog zadatka, omogućava nam da i temperaturu pega tretiramo kao slobodan parametar, a samim tim i njeno određivanje na osnovu analize posmatrane krive sjaja.

No, određenu predstavu o temperaturi i dimenzijama pega, možemo dobiti i znatno jednostavnijim postupkom, koji kao osnovu uzima amplitude depresija na krivim sjaja, izazvane efektom pega. Postupak zahteva upoređivanje amplituda depresija na krivim sjaja, koje su dobijene simultano u barem dva filtera fotometrijskog sistema.

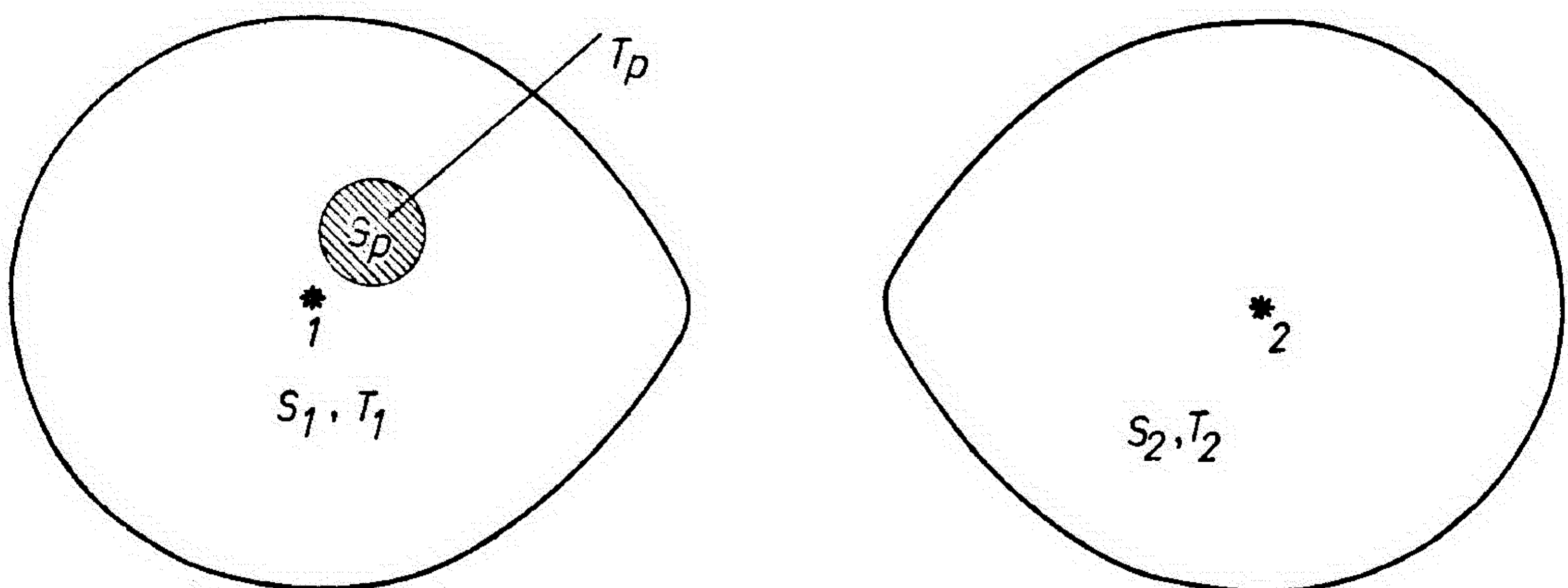
Velicina depresije na krivoj sjaja, zavisi od dimenzija i temperature pega, a kako različiti filteri "secu" razne delove iz raspodele zracenja koje stize od sistema, to na osnovu amplituda ovih depresija u različitim filterima, preko poznavanja raspodele zracena koje stize od zvezde, možemo proceniti parametre pega.

Da bi ovakav postupak zaista bio efikasan, potrebno je poznavati realnu energetska raspodelu zracenja za komponente tesnog dvojnog sistema, kao i za pege na ovim zvezdama, gde bi bili uzeti u obzir efekti deformacije izvorne raspodele blendiranjem od strane molekularnih i atomskih linija u spektru, što je cest slucaj kod zvezda poznijih spektralnih klasa, medju koje spadaju i sistemi sa pegama (RS CVn). Osim toga, potrebno je znati i nivo krive sjaja na mestu maksimalne depresije za slucaj kada na zvezdi ne bi bilo pega koje izazivaju depresiju, kako bi imali reper za merenje amplitude depresije.

Navedene velicine nam nazalost uglavnom nisu dostupne. Zato pribegavamo aproksimacijama, koje nam u izvesnom stepenu omogućavaju resavanje postavljenog zadatka.

Uvedimo model sistema u kome se na jednoj od zvezda nalazi aktivni region, koji aproksimiramo pegom kruznog oblika. Model je prikazan na

Slici 78. Neka su S_1 , S_2 i S_p "vidljive" projekcije površina komponenta i pege na ravan normalnu na vizuru i neka ovim površinama odgovaraju efektivne temperature T_1 , T_2 i T_p respektivno.



Sl. 78. Model TDS na osnovu koga izvodimo relacije za procenu temperature i površine pege.

Ukupan fluks zracenja, koje stize do posmatraca od razmatranog modela tesnog dvojnog sistema, moze se predstaviti relacijom:

$$F_{uk} = F_{S_1 T_1} + F_{S_p T_p} - F_{S_p T_1} + F_{S_2 T_2}, \quad (7-1)$$

gde su, pod pretpostavkom o plankovskom karakteru zracenja zvezda i pege, uz aproksimaciju linearnog zakona potamnjenja ka rubu, ovi fluksevi dati relacijama:

$$F_{S_1 T_1} = B(\lambda, T_1) \iint_{S_1} [1 - u_\lambda (1 - \cos \gamma)] dS \cos \gamma,$$

$$F_{S_p T_p} = B(\lambda, T_p) \iint_{S_p} [1 - u_\lambda (1 - \cos \gamma)] dS \cos \gamma, \quad (7-2)$$

$$F_{S_p T_1} = B(\lambda, T_1) \iint_{S_p} [1 - u_\lambda (1 - \cos \gamma)] dS \cos \gamma,$$

$$F_{S_2 T_2} = B(\lambda, T_2) \iint_{S_2} [1 - u_\lambda (1 - \cos \gamma)] dS \cos \gamma.$$

Ovde γ -predstavlja ugao izmedju pravca ka posmatracu i normale na element površine dS , a u_λ -koeficijent potamnjenja ka rubu. Uz pretpostavku da koeficijent potamnjenja ka rubu slabo zavisi od temperature i talasne duzine (tj. $u_\lambda \cong \text{const.}$), faktor:

$$G = \frac{\iint_{S_p} [1 - u_\lambda (1 - \cos \gamma)] dS \cos \gamma}{\iint_{S_1} [1 - u_\lambda (1 - \cos \gamma)] dS \cos \gamma} = \frac{S_p}{S_1} \quad (7-3)$$

priblizno predstavlja odnos "vidljivih" površina pege i zvezde. Veličina G zavisi od orbitalne faze i menja se u granicama od nekog G_{\min} do G_{\max} , koje odgovaraju slucajevima kada posmatrac "vidi" minimalnu, odnosno maksimalnu projekciju pege na disku zvezde. Slucaj $G = G_{\max}$ odgovara orbitalnoj fazi maksimuma depresije na krivoj sjaja, izazvanog efektom pege. Ova depresija je posledica temperaturskog deficita pege u odnosu na okolnu fotosferu ($T_p < T_1$).

Neka se pega nalazi na takvoj longitudi koja daje maksimum depresije u jednom od platoa krive sjaja (van eklipse). Tada velicinu depresije Δm mozemo odrediti iz razlike u nivoima platoa krive sjaja (jedan plato odgovara slucaju G_{\min} , a drugi slucaju G_{\max}). Platou krive sjaja sa maksimalnom depresijom odgovara vidljiva projekcija površine pege $S_p = S_{p\max}$, a plato bez depresije odgovara slucaju $S_p = S_{p\min}$, ($S_{p\min}$ tezi 0).

Na osnovu relacije (7-1), za amplitudu depresije izazvane pegom, na osnovu ovog rasudjivanja, dobijamo:

$$\Delta m_\lambda = -2.5 \log \frac{\frac{F}{S_1 T_1} + \frac{F}{S_{p\max} T_p} - \frac{F}{S_{p\max} T_1} + \frac{F}{S_2 T_2}}{\frac{F}{S_1 T_1} + \frac{F}{S_{p\min} T_p} - \frac{F}{S_{p\min} T_1} + \frac{F}{S_2 T_2}} \quad (7-4)$$

Uvodeci smene:

$$G_{\max} = S_{p\max}/S_1 \quad ; \quad G_{\min} = S_{p\min}/S_1 \quad , \quad (7-5)$$

na osnovu (7-2) i (7-3), relacija (7-4) postaje:

$$\Delta m_{\lambda} = - 2.5 \log \frac{1 + G_{\max} \left[\frac{B(\lambda, T_p)}{B(\lambda, T_1)} - 1 \right] + \frac{F_{s2T2}}{F_{s1T1}}}{1 + G_{\min} \left[\frac{B(\lambda, T_p)}{B(\lambda, T_1)} - 1 \right] + \frac{F_{s2T2}}{F_{s1T1}}} . \quad (7-6)$$

Velicina F_{s2T2} / F_{s1T1} ($=F_2/F_1$) predstavlja odnos flukseva zracenja zvezda sistema van eklipse i moze se odrediti iz merenja relativnih dubina parova apsorpcionih linija (Vogt i Fekel, 1980).

Kako velicinu depresije merimo u odnosu na nivo sjaja sistema u platou krive sjaja, koji odgovara orbiralnoj fazi pri kojoj posmatrac "ne vidi" pegu ($S_{pmin}=0$, tj. $G_{min}=0$), to relacija (7-6) postaje:

$$\Delta m_{\lambda} = - 2.5 \log \frac{1 + \frac{F_2}{F_1} + G_{\max} \left[\frac{B(\lambda, T_p)}{B(\lambda, T_1)} - 1 \right]}{1 + \frac{F_2}{F_1}} , \quad (7-7)$$

odakle za G_{\max} dobijamo relaciju:

$$G_{\max} = \frac{(1+F_2/F_1)(10^{-\Delta m_{\lambda}/2.5} - 1)}{B(\lambda, T_p)/B(\lambda, T_1) - 1} . \quad (7-8)$$

Velicina G_{\max} predstavlja geometrijski faktor odnosa "vidljivih" projekcija površina pege i zvezde, koji ne zavisi od λ , pa se za posmatranja obavljena sa dva razlicita filtera efektivnih talasnih duzina λ_1 i λ_2 , moze pisati $G_{\max 1} = G_{\max 2}$, sto na osnovu (7-8) daje:

$$\frac{(1+F_2/F_1)(10^{-\Delta m_{\lambda_1}/2.5} - 1)}{B(\lambda_1, T_p)/B(\lambda_1, T_1) - 1} = \frac{(1+F_2/F_1)(10^{-\Delta m_{\lambda_2}/2.5} - 1)}{B(\lambda_2, T_p)/B(\lambda_2, T_1) - 1} . \quad (7-9)$$

Pretpostavljajuci da se odnos sjaja komponenata van eklipse bitni-

je ne menja sa promenom λ (komponente slicnih spektralnih klasa), faktore $(1+F_2/F_1)$ mozemo skratiti, pa iz (7-9) dobijamo:

$$P = \frac{10^{-\Delta m_{\lambda_1}/2.5} - 1}{10^{-\Delta m_{\lambda_2}/2.5} - 1} = \frac{B(\lambda_1, T_p)/B(\lambda_1, T_1) - 1}{B(\lambda_2, T_p)/B(\lambda_2, T_1) - 1} \quad (7-10)$$

Leva strana ove jednacine nam je poznata iz merenja amplitude depresija Δm_{λ_1} i Δm_{λ_2} na krivim sjaja dobijenim fotometrijskim posmatranjima sa filterima efektivnih talasnih duzina λ_1 i λ_2 . Sa ovako odredjenom velicinom P , pri poznatoj temperaturi zvezde T_1 (recimo na osnovu spektralne klase zvezde), mozemo preko zakona raspodele zracenja zvezde odrediti temperaturu pege. Smenjujuci u (7-10) izraz za Planck-ov zakon zracenja (2-44), dobijamo:

$$P = \frac{e^{CC_2/(\lambda_1 T_1)} - 1}{e^{CC_2/(\lambda_1 T_p)} - 1} \frac{e^{CC_2/(\lambda_2 T_p)} - 1}{e^{CC_2/(\lambda_2 T_1)} - 1} \quad (7-11)$$

Zanemarujući jedinice u odnosu na eksponencijalne članove, (7-11) se svodi na oblik:

$$P = e^{\frac{CC_2}{\lambda_1 T_1} \left[1 + \frac{T_1}{T_p} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - 1 \right) - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right]} \quad (7-12)$$

Resavajući (7-11) ili (7-12) po T_p , nalazimo temperaturu pege, a a relativne dimenzije pege procenjujemo na osnovu relacije (7-8), odnosno, korektnije napisano, iz relacije:

$$G_{\max} = \frac{S_{p\max}}{S_1} = \frac{(1+F_2/F_1)(10^{-\Delta m_{\lambda_1}/2.5} - 1)}{\frac{e^{CC_2/\lambda_1 T_1} - 1}{e^{CC_2/\lambda_1 T_p} - 1}} \quad (7-13)$$

U slučaju pege na sekundarnoj komponenti, postupak bi bio analogan.

Kako sa posmatranih krivih sjaja određujemo amplitude depresija $\Delta m_{\lambda 1}$ i $\Delta m_{\lambda 2}$, a temperaturu zvezde mozemo proceniti preko spektralne klase, to nam ove relacije omogućavaju procenu temperature i površine pege.

Za predloženi postupak su realizovani odgovarajući programi, a rezultati njihovog testiranja pokazuju da je metoda u principu primenjiva. No, treba reći da su aproksimacije, na kojima se postupak zasniva, prilično grube i relativno se retko može opravdati njihova primena pri analizi posmatranih krivih sjaja.

Pre svega, mi smo petpostavili plankovski karakter zračenja, kao i nezavisnost koeficijenta potamnjenja ka rubu od temperature i talasne dužine zračenja, što su prilično grube aproksimacije. Slabo mesto metode predstavlja i zahtev da pega daje maksimum depresije u jednom od platoa krive sjaja, kako bi mogli jednostavno odrediti njenu amplitudu. Naravno, to je samo jedna od mogućih kombinacija koje se sreću kod posmatranih krivih sjaja. Pri određenim konfiguracijama pega, zahtev $S_{\text{pmin}} = 0$ ne mora biti zadovoljen, što unosi dodatne teskoće.

Pretpostavka da odnos sjaja komponentata van eklipse ne zavisi od efektivnih talasnih dužina filtera sa kojima su krive sjaja dobijene, može biti prihvatljiva samo kao specijalan slučaj za sisteme sa komponentama približno istih spektralnih klasa.

Zbog navedenih razloga, analiza posmatranih krivih sjaja aktivnih tesnih dvojnih sistema je vrsena samo na osnovu ranije izložene metode obrnutog zadatka, a ovaj prilog predstavlja samo ilustraciju mogućnosti da se na osnovu krivih sjaja, dobijenih simultano u najmanje dva filtera fotometrijskog sistema, procene temperatura i površina pege.

Z A K L J U C A K
=====

Ovde cemo ukratko sumirati osnovne rezultate do kojih smo dosli u disertaciji i pokusati formulirati pravce daljeg istrazivanja.

Disertacija je posvecena aktuelnoj problematici odredjivanja orbitalnih i fizickih parametara aktivnih TDS, na osnovu interpretacije fotometrijskih posmatranja. Problem se resava u dve etape: dobijanjem sinteticke krive sjaja pri unapred zadanim parametrima odgovarajuceg modela TDS (tzv. direktni zadatak) i odredivanjem parametara zadanog modela pri kojima sinteticcka kriva sjaja najbolje fituje posmatranja (obrnuti zadatak).

Teorija i posmatranja TDS daju širok spektar principijelnih mogucnosti za "modeliranje" krivih sjaja, ali se usloznavanjem modela znatno otezava resavanje direktnog, a pogotovu obrnutog zadatka. Medjutim, za analizu asimetričnih, deformisanih krivih sjaja aktivnih TDS, usloznavanje postojećih i razvoj novih, bogatijih modela sistema predstavlja nuznost, pa smo u disertaciji pristupili razvoju relativno slozenih, fizicki zasnovanih, netradicionalnih modela, koji omogucavaju uspesnu interpretaciju fotometrijskih posmatranja aktivnih tesnih dvojnih sistema sa pegama na komponentama, klasicnih TDS, kao i TDS sa akrecionim diskom, koji se nalaze u evolucionoj fazi intenzivne razmene materije izmedju komponenata. Predlozena je i realizovana nova, originalna metoda za resavanje obrnutog zadatka interpretacije krivih sjaja, a razradjeni su i algoritmi koji omogucavaju procenu parametara diferencijalne rotacije zvezda u TDS tipa RS CVn. Prikazan je i postupak koji omogucava procenu temperature i relativne površine pege na zvezdi, zasnovan na jednostavnom modelu, koji zahteva posmatrane krive sjaja u makar dva razlicita filtera fotometrijskog sistema. Na osnovu razradjenih algoritama je analiziran posmatracki materijal za nekoliko aktiv-

nih TDS.

U disertaciji smo kao cilj postavili razradu modela za sintezu krivih sjaja aktivnih TDS, koji bi uzimali u obzir osnovne posmatrane karakteristike krivih sjaja, sto bi omogućilo da se razvije adekvatna metoda za njihovu interpretaciju i odredjivanje orbitalnih i fizickih parametara TDS. Stoga su u disertaciji, kao polazna osnova izlozene osnovne karakteristike asimetričnih, deformisanih krivih sjaja aktivnih TDS, kao i karakteristike komponenata sistema, a dat je i pregled postojećih modela i metoda za interpretaciju krivih sjaja TDS (klasičnih i savremenih). Pri tome je ukazano na slaba mesta i ogranicenja u modelima TDS i metodama za resavanje obrnutog zadatka. U zavisnosti od tipa TDS, u disertaciji su novim originalnim prilozima obogaceni modeli sistema i metoda sinteze krive sjaja, a razvijena je i originalna, efikasna metoda za resavanje obrnutog zadatka.

Za nedovoljno ispitane TDS sa pegama na komponentama i sisteme sa akrecionim diskom, s obzirom na nepostojanje adekvatnih modela, prisli smo modeliranju sistema, pri cemu smo za polaznu osnovu uzeli principe na kojima bazira Wilson-Devinney-ev (WD) model za sintezu krive sjaja TDS, koji smo uopstili i na slucaj asinhronne rotacije komponenata. Detaljno je izlozen postupak izracunavanja osnovnih velicina, potrebnih za sintezu krive sjaja, pri cemu su u cilju obogacivanja i objektivizacije modela predložena znatno optimalnija resenja.

Efekat gravitacionog potamnjenja, uveden je u razmatranje u okviru postojećih metoda, pri cemu napominjemo da usled prisustva gasnih struja u TDS mozemo ocekivati da koeficijent gravitacionog potamnjenja uzima i vrednosti vece od 0.25.

Predlozen je, obrazlozen i realizovan nov, originalan postupak izracunavanja efekta refleksije u TDS, koji uzima u obzir realne dimenzije susedne komponente. Za izracunavanje površinske raspodele temperatu-

re na zvezdama TDS usled efekta refleksije, dobijena je jednostavna formula, koja omogućava stvaranje brzog algoritma sinteze krive sjaja. U odnosu na postojeće algoritme, postupak koji smo ovde predložili predstavlja znatno poboljšanje i omogućava stvaranje realnijeg modela TDS.

Za TDS sa pegama na komponentama je dat kritički pregled postojećih modela i metoda analize i predložen nov, originalan model sistema sa Roche-ovom geometrijom komponentata na kojima se nalaze aktivni regioni koje aproksimiramo pegama kruznog oblika. Model omogućava sintezu krivih sjaja aktivnih TDS sa "svetlim" ili tamnim pegama na zvezdama, a njime se mogu interpretirati i "klasični" sistemi (bez pega) u asinhronoj rotaciji. Efekat pega modulise raspodelu temperature po površini komponentata sistema.

Postupak izracunavanja izlaznog fluksa zracenja elementarnih površina na zvezdama TDS smo objektivizirali uzimajući u obzir zavisnost efektivne talasne duzine filtera fotometrijskog sistema od temperature komponentata TDS. Nadjena je oblik ove zavisnosti za U,B,V fotometrijski sistem i pokazano da se $\lambda_{ef}(T)$ može uspesno opisati polinomom 6-tog reda, čije smo koeficijente odredili metodom obrnutog zadatka. Efikasna primena nadjene zavisnosti u programu za sintezu krive sjaja, omogućava verniju procenu parametara TDS iz resenja obrnutog zadatka analize posmatranih krivih sjaja.

Nakon provere "vidljivosti" elementarnih celija na komponentatama TDS, za koju smo predložili i realizovali optimalan postupak, racunaju se fluksevi zracenja kroz njih, korigovani za efekat potamnjenja ka rubu. Ovakav postupak (sa svim detaljima) i predloženi algoritam za njegovu realizaciju, znatno ubrzavaju sintezu krive sjaja.

U radovima ranijih istraživaca, koeficijent potamnjenja ka rubu je razmatran kao slobodan parametar, a njegove vrednosti su određivane iz resenja obrnutog zadatka ili su unapred fiksirane, što je dodatno us-

loznjavalo problem određivanja optimalnih parametara TDS i imalo niz nedostataka. Danas se ovi koeficijenti solidno poznaju, što nam je omogućilo da predložimo efikasniji način uključivanja ovog efekta u model za sintezu krive sjaja. U radu je pokazano da se podaci za $u(\lambda, T)$ do kojih se doslo savremenim istraživanjima (Rubashevskij, 1985) za fotometrijski U,B,V sistem, mogu u širokom intervalu temperatura dobro aproksimirati polinomima 6-tog reda, čije smo koeficijente odredili metodom obrnutog zadatka. Znacaj ovako zasnovanog postupka se sastoji u korektnom racunu efekta potamnjenja ka rubu i brzem resavanju obrnutog zadatka (smanjen broj slobodnih parametara), pri čemu se dobija u tačnosti određivanja parametara TDS.

Originalna rešenja koja smo uneli u model TDS za sintezu krive sjaja su omogućila da realizujemo program za resavanje direktnog zadatka koji je za red velicine brzi od postojećih programa, razvijanih za znatno jednostavnije modele. Programaska podrška direktnog zadatka omogućava graficki prikaz sintetičkih krivih sjaja i kolor indeksa za U,B,V fotometrijski sistem, pri čemu se programi jednostavno mogu generalisati i na neki drugi fotometrijski sistem. U disertaciji je razvijena i programaska podrška koja omogućava graficki prikaz izgleda razmatranog TDS na proizvoljnoj orbitalnoj fazi. Modelom se uspesno mogu interpretirati "klasični" TDS, kao i sistemi sa aktivnim komponentama čija je površinska raspodela temperature modulirana efektom pega ("svetlih" uslovljenih postojanjem intenzivnih gasnih struja u sistemu ili tamnih koje srecemo kod sistema sa komponentama poznih spektralnih klasa - tip RS CVn).

Za aktivne tesne dvojne sisteme sa akrecionim diskom smo izložili osnovne rezultate do kojih se doslo savremenim istraživanjima zasnovanim na fotometrijskim posmatranjima i teorijskim proracunima. Analiza osnovnih fizickih procesa u sistemu i njihov uticaj na oblik krive sjaja

ja su nam omogućili da za ove izuzetno interesantne T D S predložimo i realizujemo originalan model za sintezu krive sjaja, pri čemu smo posebnu pažnju usmerili na nedovoljno istražene sistema tipa W Ser, gde se akrecioni disk formira oko obične zvezde. Nas model uključuje osnovne rezultate do kojih se došlo istraživanjem ovih sistema i sa uspehom može opisati osnovne karakteristike posmatranih krivih sjaja, uslovljene postojanjem akrecionog diska i "svetle pege", kao i raspodelom temperature duž radijusa diska. Komponente sistema razmatramo u okviru asinhronog Roche-ovog modela, a akrecioni disk leži u orbitalnoj ravni oko zvezde koja zahvata materiju susedne komponente.

Za predloženi model sistema je realizovan optimalan metod sinteze krive sjaja, koji omogućava stvaranje efikasnog programa za rešavanje direktnog zadatka. Program omogućava sintezu U,B,V krivih sjaja, kao i U-B i B-V kolor indeksa na osnovu modela sistema, pri čemu je omogućen neposredan graficki prikaz rezultata. Razvijena je i odgovarajuća programska podrška, koja omogućava graficki prikaz izgleda TDS na proizvoljnoj orbitalnoj fazi, tako da se neposredno možemo upoznati sa osnovnim elementima modela.

Model TDS sa akrecionim diskom je u disertaciji realizovan u obliku odgovarajućeg kompjuterskog programa za sintezu krive sjaja. On je dovoljno bogat, pa se direktno (ili uz izvesne modifikacije) može sa uspehom primeniti i pri analizi krivih sjaja TDS sa akrecionim diskom, koji ne pripadaju tipu W Ser.

Da bi se realizovani modeli TDS mogli uspesno primenjivati za analizu posmatranih krivih sjaja, u disertaciji smo predložili originalnu i veoma efikasnu metodu za rešavanje obrnutog zadatka, koja objedinjuje najbolje osobine gradijentnog metoda i metoda diferencijalnih popravki u jedan algoritam. Predložena metoda je realizovana modifikacijama Marquardt-ovog algoritma. Do sada razvijene metode, praktično su ne-

primenjive za analizu deformisanih, asimetričnih krivih sjaja aktivnih TDS, a imaju niz nedostataka i u primeni kod relativno jednostavnih modela sa malim brojem slobodnih parametara. Metoda diferencijalnih popravki koju primenjuju Wilson i Devinney, zahteva veoma guste koordinatne mreze, specijalne inicijalne uslove i ogromno racunarsko vreme.

Metoda koju predlazemo u disertaciji je primenjiva i pri manjoj gustini koordinatnih mreza, bez obzira na grubost inicijalne aproksimacije. Po efikasnosti, ona za 2 - 3 reda velicine prevazilazi postojece metode. Nakon svega 10-20 iteracija uspesno se resava obrnuti zadatak, dok druge metode i kod relativno jednostavnog WD modela zahtevaju vise od 10000 iteracija (Barone i dr., 1987), sto i kod veoma mocnih racunara zahteva ogromno racunarsko vreme (desetak dana neprekidnog rada na masini tipa VAX 8600). Treba imati u vidu i cinjenicu da WD model podrazumeva 5 - 6 slobodnih parametara zadatka, a broj potrebnih iteracija raste veoma brzo sa porastom broja slobodnih parametara. To metode Powell-a i Lavrova cini prakticno neprimenjivim (moze se proceniti da resavanje obrnutog zadatka pri 10 slobodnih parametara zahteva nekoliko stotina hiljada iteracija), pri cemu, kao i u metodi diferencijalnih popravki, ostaje otvoren problem konvergencije iterativnog ciklusa.

Metoda za resavanje obrnutog zadatka, koju smo realizovali u ovom radu, daje mogucnost analize posmatranih krivih sjaja u okviru slozenih modela TDS, tako da je po prvi put omogucena korektna analiza deformisanih, asimetričnih krivih sjaja aktivnih TDS sa pegama na zvezdama i komplikovanih krivih sjaja TDS u fazi intenzivne razmene materije izmedju komponenata (efekti "svetle pege" i akrecionog diska). Metoda omogucava da se i na skromnim personalnim racunarima (do 640 KB operative memorije) moze sa potpunim uspehom prici resavanju obrnutog zadatka analize krivih sjaja aktivnih TDS u okviru modela sa velikim brojem slobodnih parametara ($m \leq 13$).

Predložena metoda za resavanje obrnutog zadatka, primenjiva je na široku klasu problema m -dimenzionalne optimalizacije parametara nelinearnih funkcija i u ovom radu se uspesno primenjuje pri određivanju parametara diferencijalne rotacije zvezda tipa RS CVn i pri fitovanju podataka polinomima. Njena pouzdanost je proverena nizom testova pomocu modelnih krivih sjaja, koje smo koristili u svojstvu posmatranih. Programi za resavanje obrnutog zadatka analize krivih sjaja (u okviru predloženih modela TDS) brzo, sigurno i korektno nalaze optimalne parametre sistema, a odgovarajuca programska podrška omogućava ocigledno, graficko prikazivanje rezultata.

Za analizu krivih sjaja realnih TDS je realizovana i originalna programska podrška, pomocu koje fotometrijska posmatranja dovodimo na oblik pogodan za dalju analizu u okviru predloženih modela TDS i metode za resavanje obrnutog zadatka. U disertaciji je obavljena analiza krivih sjaja aktivnih TDS WZ Cep, FT Lupi, AU Ser, RV Corvi, AG Vir (u okviru modela sa pegama na komponentama) i SX Cas (u okviru modela sa akrecionim diskom). Za navedene TDS, određeni su osnovni fizicki i orbitalni parametri, sto predstavlja vazan rezultat, koji omogućava da se dobije pravilan odgovor na pitanje o prirodi fizicke aktivnosti i evolucionog statusa ovih sistema.

Misljenja smo da se metoda za resavanje obrnutog zadatka može efikasno primeniti na niz oblasti astrofizike u kojima se srecemo sa modeliranjem fizickih procesa i u tome vidimo jedan od daljih pravaca istraživanja.

U disertaciji smo razmatrali i problem diferencijalne rotacije zvezda u TDS tipa RS CVn na osnovu migracije depresija na krivim sjaja, slovljenih efektom pega, po orbitalnoj fazi u toku vremena. Za nalazanje parametara diferencijalne rotacije smo predložili i realizovali originalan postupak, zasnovan na gradijent-razvoj algoritmu na kome ba-

zira metoda za resavanja obrnutog zadatka, koja omogućava da se korektno resi nelinearni sistem jednačina koje opisuju diferencijalnu rotaciju. Primenom ove metode su određeni parametri diferencijalne rotacije TDS SV Cam, VV Mon i SS Boo, pri čemu su za sistem SS Boo razmatrana dva ciklusa aktivnosti. Metoda obrnutog zadatka je i ovde potvrdila svoju sigurnost i efikasnost, a dobijeni rezultati su omogućili da se formira realnija predstava o veličini diferencijalne rotacije zvezda u TDS tipa RS CVn.

U disertaciji smo predložili i interesantan postupak procene temperature i površine pega na zvezdama, polazeći od veličine depresija na krivim sjaja, koje su dobijene posmatranjem u makaz dva različita filtera fotometrijskog sistema. Model je zanimljiv kao ideja, ali je njena primena na realna posmatranja ograničena, pa je potrebno dalje usavršavanje, sa uključivanjem u razmatranje realnog spektra zvezda umesto plankovske aproksimacije.

Predloženi modeli i metoda za resavanje obrnutog zadatka omogućavaju da se za velik broj aktivnih TDS procene osnovni orbitalni i fizički parametri, što predstavlja vazan pravac daljeg istraživanja. Mislimo da se srećnom sintezom rezultata koji se dobijaju metodama kartiranja površine aktivnih TDS tipa RS CVn i naše metode, može doći do pouzdanih rezultata o aktivnim regionima na ovim zvezdama, jer oba pristupa imaju svoje prednosti i ograničenja, pa bi kvalitativna sinteza verovatno objektivizirala rezultate.

Tokom rada na disertaciji steceno je dragoceno iskustvo u modeliranju TDS, pa kao jedan od pravaca daljeg istraživanja vidimo usavršavanje predloženih modela i izgradnju novih, koji bi omogućili da se rasirimo mogućnosti primene metode za resavanje obrnutog zadatka i na druge tipove TDS, koji se nalaze na različitim evolucionim fazama razvoja.

L I T E R A T U R A

=====

- Antokhina, Eh. A. & Cherepashchuk, A. M.: 1985, Pisma v A. Zh. 11, 10.
- Antokhina, Eh. A. & Cherepashchuk, A. M.: 1987, Astron. Zh. 64, 562.
- Antokhina, Eh. A. & Cherepashchuk, A. M.: 1988, Pisma v A. Zh. 14, 252.
- Bard, J.: 1979, Nelinejnoe otsenivanie parametrov, "Statistika", Moskva.
- Barone, F., Maceroni, C., Milano, L. & Russo, G.: 1987, Submitted to Astron. Astrophys.
- Bartolini, C., Blanco, C., Catalano, S., Cerruti-Sola, M., Eaton, J. A., Guarnieri, A., Hall, D. S., Henrz, G. W., Hopkins, J. L., Landis, H. J., Louth, H., Marilli, E., Piccioni, A., Renner, T.R., Rodono, M., Scaltriti, F.: 1983, Astron. Astrophys. 117, 149.
- Belvedere, G.: 1983, u Activity in Red-Dwarf Stars, eds. P.B. Byrne, M. Rodono, Reidel, Dordrecht, 579.
- Binnendijk, L.: 1969, A. J. 74, 1024.
- Binnendijk, L.: 1972, A. J. 77, 603.
- Blanco, C. & Catalano, F.: 1970, Mem. S.A.I. 41, 343.
- Blanco, C., Catalano, S., Marilli, E. & Rodono, M.: 1982, Astron. Astrophys. 106, 311.
- Bopp, B. W. & Noah, P. V.: 1980, Publ. Astron. Soc. Pacific 92, 717.
- Boyd, R. W., Eaton, J. A., Hall, D. S., Henry, G. W., Genet, R. M., Lovell, L. P., Hopkins, J. L., Sabia, J. D., Krisciunas, K., Chambliss, C. R., Detterline, P. K., Landis, H. J., Louth, H., Renner, T. R., Skillman, D. R., Montle, R. E.: 1983, Ap. Sp. Sci. 90, 197.
- Bray, R. E. & Loughhead, R. E.: 1964, Sunspots, Chapman and Hall, London.
- Budding, E.: 1974, Ap. Sp. Sci. 26, 371.
- Budding, E.: 1977, Ap. Sp. Sci. 48, 207.
- Busso, M., Scaltriti, F. & Cellino A.: 1985, Astron. Astrophys. 148, 29.
- Catalano, S. Frisina, A., Rodono, M.: 1980, u Close Binary Stars: Observations and Interpretation, eds. M. J. Plavec, D. M. Popper, R.K. Ulrich, Reidel, Dordrecht, 405.
- Cester, B., Giuricin, G., Mardirossian, F., Mezzetti, M., Maceroni, C., Mancuso, S., 1979, Astron. Astrophys. 73, 31.
- Cherepashchuk, A. M., Goncharskij, A. V. & Yagola, A. G.: 1977, Astron. Zh. 54, 1027.

- Cherepashchuk, A. M.: 1981, M.N.R.A.S. 194, 761.
- Djurasevic, G.: 1985, Ap. Sp. Sci. 124, 5.
- Dorren, J. D. & Guinan, E. F.: 1982, A. J. 87, 1546.
- Eaton, J. A. & Hall, D. S.: 1979, Ap. J. 227, 907.
- Eggen, O.: 1967, Mem. R.A.S. 77, 603.
- Geyer, E. H.: 1980, u IAU Symp. 88, 423.
- Goldberg, L.: 1953, u The Solar System, Vol I ("The Sun"), ed. G. P. Kuiper, The Univ. Chicago Press, Chicago, 1.
- Goncharskij, A. V., Metalitskaya, Z. Yu. & Cherepashchuk, A. M.: 1984, Astron. Zh. 61, 124.
- Goncharskij, A. V., Cherepashchuk, A. M. & Yagola, A. G.: 1985, Nekorrektne zadachi astrofiziki, "Nauka", Moskva.
- Gorbackij, V. G.: 1974, Novopodobnye i novye zvezdy, "Nauka", Moskva.
- Hall, D. S.: 1972, Publ. Astron. Soc. Pacific 84, 323.
- Heintz, W. D.: 1978, Double Stars, Holland, Reidel, Dordrecht.
- Hilditch, R. W., King, D. J. Hill, G. and Poeckert, R.: 1984, M.N.R.A.S., 208, 135.
- Hill, G.: 1979, Publs Dom. astrophys. Obs. 15, 297.
- Hill, G. & Hutchings, J. B.: 1970, Ap. J. 162, 265.
- Hoffmann, M.: 1984, Veroff. der Astron. Inst. Bonn, No. 96.
- Horak, T.: 1968, B. A. C. 19, 241.
- Horak, T.: 1970, A. J. 75, 1116.
- Jurkevich, I.: 1970, Vistas in Astronomy, 12, 63.
- Kaluzny, J.: 1986a, Acta Astr., 36, 105.
- Kaluzny, J.: 1986b, Acta Astr., 36, 113.
- Kaluzny, J.: 1986c, Acta Astr., 36, 121.
- Khaliullin, Kh. F.: 1983, Astron. Zh. 60, 72.
- Khaliullina, A. I. & Khaliullin, Kh. F.: 1984, Astron. Zh. 61, 393.
- Khimmelblau, D.: 1975, Prikladnoe i nelinejnoe programirovanie, "Mir", Moskva.
- Koch, R. H.: 1972, A. J. 77, 500.

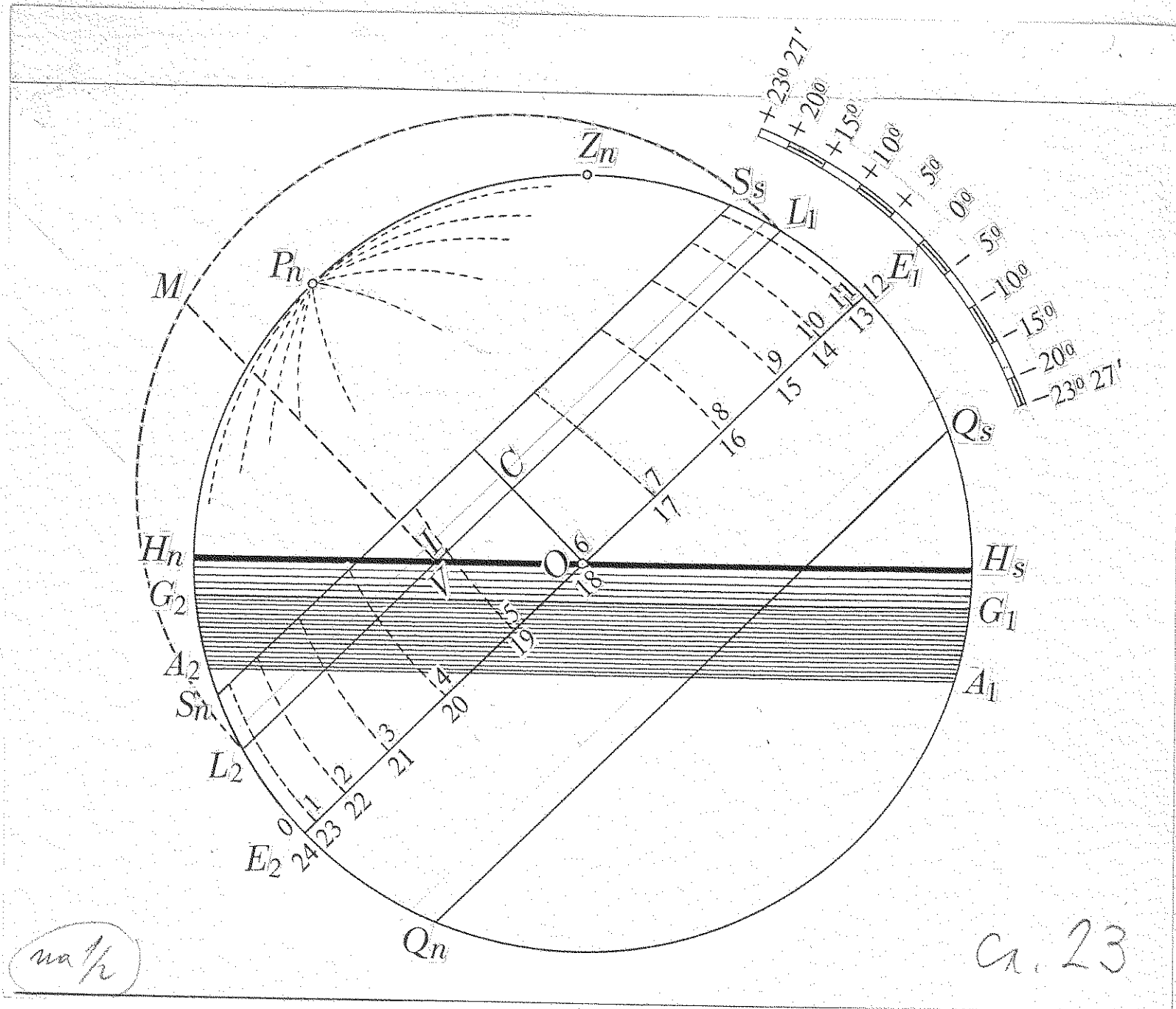
- Kopal, Z.: 1943, Proc. Amer. Phil. Soc. 86, 342.
- Kopal, Z.: 1959, Close Binary Systems, Chapman & Hall LTD, London, 125.
- Korovyakovskij, Yu. P.: 1972, Izv. Spec. Astrofiz. obs. 4, 115.
- Kraft, R.: 1965, Vzryvnye peremennye kak dvojnye zvezdy, "Mir", Moskva.
- Kruszewski, A.: 1963, Acta Astron. 13, 106.
- Kurucz, R. L.: 1979, Ap. J. Suppl. 40, 1.
- Lavrov, M. I.: 1973, Peremennye zvezdy 18, 529.
- Lavrov, M. I.: 1978, Analiz krivykh bleska i fizicheskie kharakteristiki tesnykh dvojnykh sistem.- Dis. dokt. fiz.-mat. nauk. Kazan.
- Liparri, S. L. & Sistero, R. F.: 1983, I.B.V.S. No 2422.
- Liparri, S. L. & Sistero, R. F.: 1986, M.N.R.A.S. 220, 883.
- Lubow, S. H. & Shu, F. H.: 1975, Ap. J. 198, 383.
- Lucy, L. B.: 1967, Z. Astrophys. 65, 89.
- Lytij, V. M., Syunyaev, R. A. & Cherepashchuk A. M.: 1974, Astron. Zh. 51, 1150.
- Markover, S. G.: 1956, Astron. Zh. 33, 423.
- Marquardt, D. W.: 1963, J. Soc. Ind. Appl. Math., 11, No. 2, 431.
- Martynov, D. Ya.: 1971, Zاتمennye peremennye zvezdy, "Nauka", Moskva.
- Martynov, D. Ya. & Khaliullin, Kh. F.: 1980, Ap. Sp. Sci. 71, 147.
- Mauder, H.: 1882, u Binary and Multiple Stars as Tracers of Stellar Evolution, ed. Z. Kopal and J. Rahe, IAU Coll. No. 69. p. 275.
- Mauder, H.: 1984, The Messenger, 35, 38.
- McFarlane, T. M., Hilditch, R. W. & King, D. J.: 1986, M.N.R.A.S. 223, 595.
- Morton, D. C. and Adams, T. F.: 1968, Ap. J., 151, 611.
- Olah, K.: 1985, Ap. Sp. Sci. 108, 137.
- Paczynski, B. 1967 u On the Evolution of Double Stars, ed. J. Dommanget, Commun. Obs. Roy. Belgique, Ser. B., No. 17, 111.
- Pavlovski, K. & Kriz, S.: 1985, B. A. C. 36, 153.
- Plavec, M.: 1967 u On the Evolution of Double Stars, ed. J. Dommanget, Commun. Obs. Roy. Belgique. Ser. B., No. 17, 83.
- Plavec, M.: 1980, IAU Symp. 88, 251.

- Plavec, M., Weiland, J. L. & Koch, R. H.: 1982, *Ap. J.* 256, 206.
- Popper, D. M.: 1980, *Ann. Rev. Astr. Astrophys.* 18, 115.
- Powell, M. J. D.: 1964, *Computer J.* 7, No. 2, 155.
- Rodono, M.: 1981, u *Photometric and Spectroscopic Binary Systems*, eds. E. B. Carling, Z. Kopal, Reidel, Dordrecht, 285.
- Rodono, M. 1983, *Adv. Space Res.* 2, 225.
- Rubashevskij, A. A.: 1985, *Abastumani Astrophysical Obs. Bull.* 58, 389.
- Rucinski, S. M.: 1969, *Acta Astron.*, 19, 125.
- Rucinski, S. M.: 1970, *Acta Astron.*, 20, 327.
- Rucinski, S. M.: 1973, *Acta Astron.*, 23, 301.
- Russel, H. N.: 1912, *Ap. J.* 35, 315. ; *Ap. J.* 36, 54.
- Russel, H. N. & Merrill, J. E.: 1952, *Contribs. Princeton Univ. Obs.* 26.
- Russel, H. N.: 1948, *Ap. J.*, 108, 388.
- Sahade, J.: 1963 u *Zvezdnye atmosfery*, red. Dzh. L. Grinstejn, IL, Moskva, 461.
- Sahade, J. & Wood, F. B.: 1978, *Interacting Binary Stars*, Oxford: Pergamon Press.
- Shao, C. Y.: 1967, *A. J.* 72, 480.
- Shulberg, A. M.: 1971, *Tesnye dvojnye zvezdnye sistemy s sharovymi komponentami*, "Nauka", Moskva.
- Strajzhis, V.: 1977, *Mnogotsvetnaya fotometriya zvezd*, "MOKSLAS", Vilnyus, 83.
- Struve, O.: 1944, *Ap. J.* 99, 89.
- Tabachnik, V. M.: 1971, *Zatmennye peremennye zvezdy*, "Nauka", Moskva.
- Tsesevich, V. P.: 1940, *Bull. Astron. Inst. AN SSSR*, 50, 283.
- Tsesevich, V. P.: 1947 u *Peremennye Zvezdy III "Metody izucheniya peremennyh zvezd"*, red. P. G. Kulikovskij, OGIZ, GOSTEKHIZDAT, Moskva-Leningrad, 286.
- Tsesevich, V. P.: 1971 u *Zatmennye peremennye zvezdy*, "Nauka", Moskva, 225.
- Vaughan, A. H., Baliunas, S. L., Middelkoop, F., Hartmann, L. W., Mihalas, D., Noyes, R. W., & Preston, G. W.: 1981, *Ap. J.* 250, 276.
- Vogt, S. S.: 1981, *Ap. J.* 250, 327.

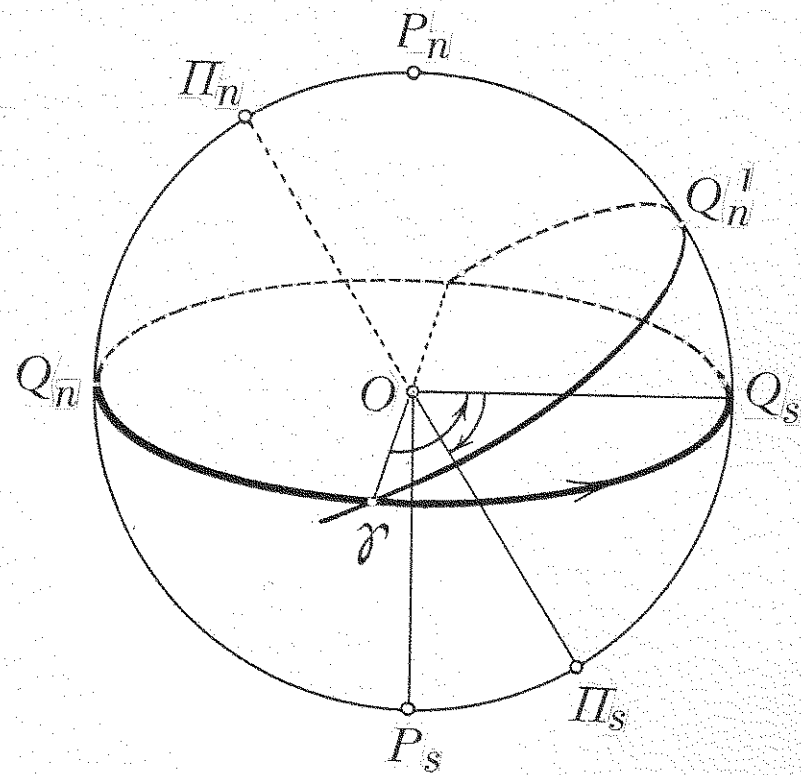
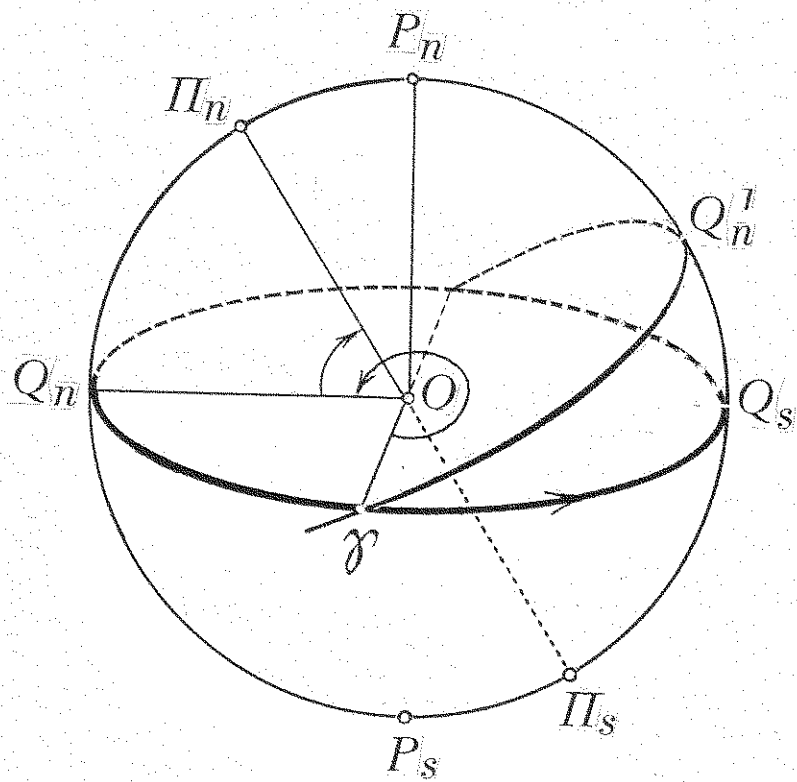
- Vogt, S. S.: 1983, Ap. J. 250, 327.
- Vogt, S. S.: 1983a, u Activity in Red-Dwarf Stars, eds. Byrne, P. B., Rodono, M., Reidel, Dordrecht, 137.
- Vogt, S. S. & Fekel, F.: 1980, Ap. J. 234, 958.
- Wilson, R. E. & Devinney, E. J.: 1971, Ap. J. 166, 605.
- Wilson, R. E.: 1974, Ap. J. 189, 319
- Wood, D. B.: 1971, A. J. 76, 701.
- Wyse, A. B.: 1939, Lick Observ. Bull. 19, No. 496, 17.
- von Zeipel, H.: 1924, M.N.R.A.S. 84, 665.
- Zverjev, M. S., Kukarkin, B. V., Martynov, D. Ya., Parenago, P. P., Florya, N. P., Tsesevich, V. P.: 1947, Peremennye zvezdy III, OGIZ, GOSTEHNIZDAT, Moskva-Leningrad.

Univerzitet u Beogradu
Prirodno-matematički fakultet
MATEMATIČKI FAKULTET
BIBLIOTEKA

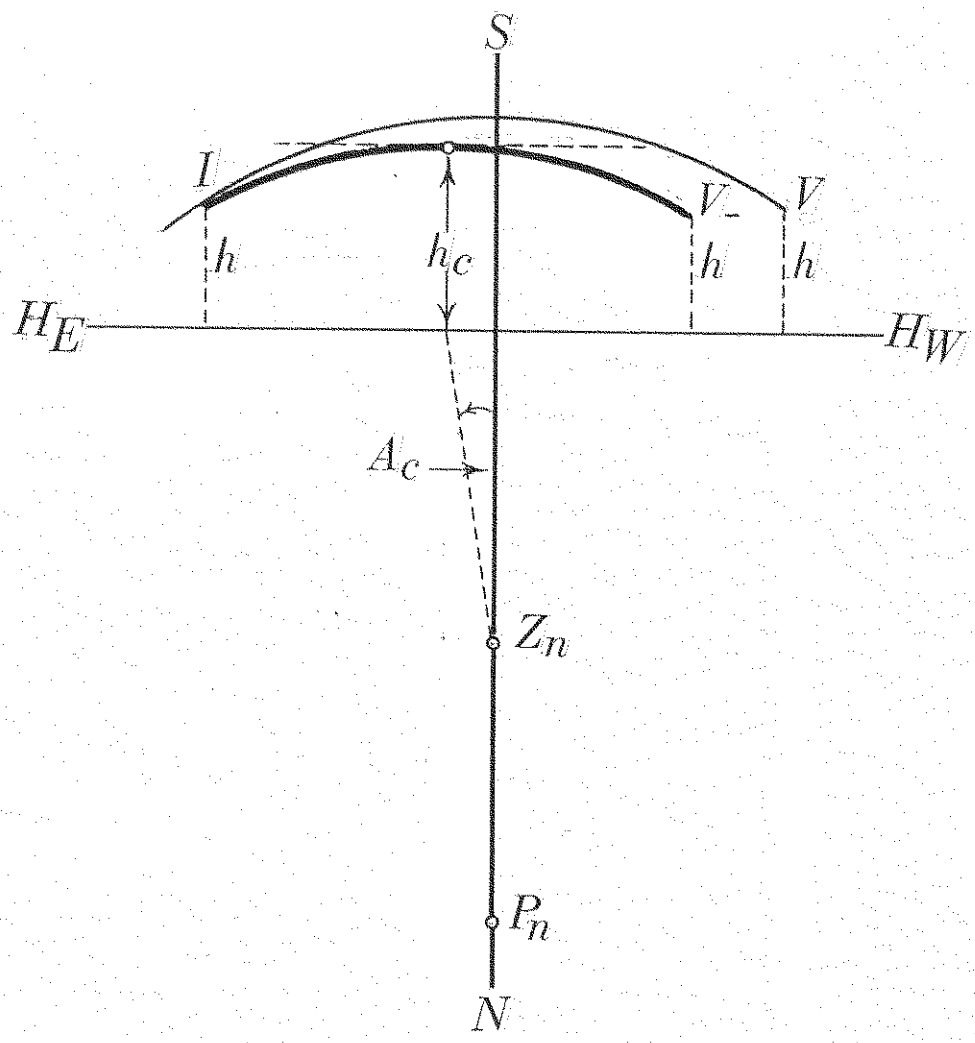
Wj Datum



no 1/2



Ср. 109



$\frac{1}{2}$

sl. 21

V. V. Mišković

ZBIRKA REŠENIH ZADATAKA IZ OPŠTE ASTRONOMIJE

Plan sklapanja prvog dela ("Naučna knjiga", Beograd, 1956) i rukopisa drugog dela u jednu knjigu

(буку и сагртај на крају рукописа!)

Predgovor

(Novo; biće dostavljen naknadno, najviše tri kucane strane)

I. Pregled obrazaca sferne trigonometrije

1. Kosougli sferni trougao
2. Pravougli i kvadrantni sferni trouglovi
3. Specijalni obrasci
4. Diferencijalni obrasci

II. Redovi

III. Pregled obrazaca za transformacije astronomskih koordinatnih sistem

1. Ekvatorskog u horizontski
2. Horizontskog u ekvatorski
3. Ekvatorskog u ekliptički
4. Ekliptičkog u ekvatorski

(Ovo složiti nepromenjeno iz prvog izdanja, str. 7 - 16. Zatim neposredno nastaviti iz rukopisa, str. 1 - 4 :)

5. Obrasci za prelaz sa apsolutnih na relativne koordinate
6. Diferencijalni obrasci sfernog trougla

(Zatim nastaviti iz rukopisa, sa početkom na novoj strani:)

IV. Astronomska refrakcija

1. Definicije
2. Izraz za astronomsku refrakciju
3. Tablice astronomske refrakcije
4. Izrazi za dejstva refrakcije
5. Izraz za depresiju horizonta

V. Elementi teorije kretanja planeta i kometa

1. Oznake i nazivi u eliptičkoj putanji
2. Važniji obrasci
3. Keplerovi zakoni

V. V. Mišković

ZBIRKA REŠENIH ZADATAKA IZ OPŠTE ASTRONOMIJE

Plan sklapanja prvog dela ("Naučna knjiga", Beograd, 1956) i rukopisa
drugog dela u jednu knjigu

(Vući u saopštenaj na kraju rukopisa!)

Predgovor

(Novo; biće dostavljen naknadno, najviše tri kucane strane)

I. Pregled obrazaca sferne trigonometrije

1. Kosougli sferni trougao
2. Pravougli i kvadrantni sferni trouglovi
3. Specijalni obrasci
4. Diferencijalni obrasci

II. Redovi

III. Pregled obrazaca za transformacije astronomskih koordinatnih sistem

1. Ekvatorskog u horizontski
2. Horizontskog u ekvatorski
3. Ekvatorskog u ekliptički
4. Ekliptičkog u ekvatorski

(Ovo složiti nepromenjeno iz prvog izdanja, str. 7 - 16. Zatim neposredno nastaviti iz rukopisa, str. 1 - 4 :)

5. Obrasci za prelaz sa apsolutnih na relativne koordinate
6. Diferencijalni obrasci sfernog trougla

(Zatim nastaviti iz rukopisa, sa početkom na novoj strani:)

IV. Astronomska refrakcija

1. Definicije
2. Izraz za astronomsku refrakciju
3. Tablice astronomske refrakcije
4. Izrazi za dejstva refrakcije
5. Izraz za depresiju horizonta

V. Elementi teorije kretanja planeta i kometa

1. Oznake i nazivi u eliptičkoj putanji
2. Važniji obrasci
3. Keplerovi zakoni

- I. Vrednosti srednje refrakcije
- II. Približna rešenja Keplerove jednačine

S a d r ž a j

Celu zbirku zadataka složiti, koliko god je to tehnički moguće, kao štampano prvo izdanje prvog dela iz 1956. g.

S L I K E

- Slike 1 - 6 nepromenjene iz štampanog prvog dela Zbirke;
- Slike 7 - 23 nove za kliširanje po priloženim crtežima;
- Slike 24 - 89 nepromenjene iz štampanog prvog dela Zbirke, gde su numerisane brojevima 7 - 72;
- Slike 90 - 151 nove za kliširanje po priloženim crtežima.